

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXIV.

Avec les Memoires de Mathematique & de Physique,
pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXVII.



WEST OAK
MAGAZINE



THE
PUBLISHED BY
1900



T A B L E

P O U R

L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

<i>Sur le passage de l'Air & de l'Eau au travers de certains Corps.</i>	Page 1
<i>Sur le Flux & le Reflux de la Mer.</i>	4
<i>Observations de Physique Generale.</i>	7

A N A T O M I E.

<i>Sur les deux especes de Vents qui sortent du Corps.</i>	9
<i>Sur le Placenta, & sur le Cordon Umbilical.</i>	11
<i>Sur les Tumeurs ventueuses, les Points de côtés, & les Pertes de sang.</i>	15
<i>Sur le Tremble, ou la Torpille.</i>	19
<i>Diverses Observations Anatomiques.</i>	22

C H I M I E.

<i>Sur l'Agaric.</i>	27
<i>Sur la Volatilisation des Sels fixes des Plantes.</i>	30

Jij

T A B L E.

<i>Sur les Couleurs des Précipités de Mercure.</i>	32
<i>Sur les Fleurs & les Feuilles tendres de Pescher.</i>	37
<i>Diverses Observations Chimiques.</i>	39

B O T A N I Q U E. 41

G E O M E T R I E.

<i>Sur les Intersections des Courbes.</i>	43
<i>Sur l'usage de la Méchanique en Geometrie.</i>	45
<i>Sur les densités des Milieux, entant qu'elles contribüent à faire décrire des Courbes aux Corps.</i>	52

A S T R O N O M I E.

<i>Sur le Retour d'une Tache de Jupiter, & sur une Tache d'un de ses Sarellites.</i>	56
<i>Sur les Refractions Astronomiques.</i>	61
<i>Sur l'Equinoxe du Printemps de 1714.</i>	68
<i>Sur l'Observation des Solstices.</i>	69
<i>Sur les Sarellites de Saturne.</i>	71
<i>Sur les Taches du Soleil.</i>	79

G E O G R A P H I E.

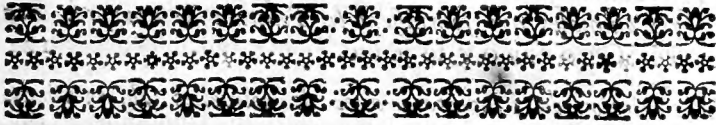
<i>Sur les Mesures Geographiques des Anciens.</i>	80
---	----

M E C H A N I Q U E.

<i>Sur l'effet du Siphon dans le Vuide.</i>	84
---	----

T A B L E.

<i>Sur l'action de plusieurs Puissances, qui tirent à la fois un même corps ou point.</i>	87.
<i>Sur la plus grande perfection possible des Machines mues par des Animaux.</i>	93
<i>Sur le Centre d'Oscillation.</i>	98
<i>Sur le mouvement des Solides dans un Tourbillon fluide.</i>	102
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Academie des Sciences en l'année 1714.</i>	128
<i>Eloge de M. Poli.</i>	129



T A B L E

P O U R

L E S M E M O I R E S.

O bservations sur l'Eau de la Pluye, sur le Thermometre, & sur le Barometre pendant l'Année 1713. à l'Observatoire Royal. Par M. DE LA HIRE.	Page 1
<i>Suite de Remarques sur un Paradoxe des Effections geometriques. Par M. ROLLE.</i>	5
<i>Retour de la Tache ancienne de Jupiter, avec l'Observation d'une grande Tache dans le quatriéme Satellite. Par M. MARALDI.</i>	23
<i>Des Refractions Astronomiques. Par M. CASSINI.</i>	33
<i>Experiences pour sçavoir si le Papier & quelques autres corps sont capables d'arrêter l'Air & l'Eau; & si quand ils ar-</i>	

T A B L E.

<i>rêtent l'un de ces liquides ils arrêtent l'autre.</i> Par M. DE RE AUMUR.	55.
<i>Application du Micrometre à la Lunette du Quart de Cercle Astronomique : ce qui donne le moyen d'y faire une division d'une nouvelle espece, beaucoup plus précise & plus facile que la division ordinaire.</i> Par M. le Chevalier DE LOUVILLE.	65.
<i>Reflexions sur l'usage que la Mécanique peut avoir en Geo- metrie.</i> Par M. VARIGNON.	77.
<i>Observations sur la Gomme Lacque, & sur les autres matie- res animales qui fournissent la Teinture de Pourpre.</i> Par M. GEOFFROY le jeune.	121
<i>Description du Placenta, avec de nouvelles Observations.</i> Par M. ROUHAULT.	140
<i>Quadrature d'une Zone circulaire.</i> Par M. SAULMON.	156
<i>Justification des Mesures des Anciens en matiere de Geogra- phie.</i> Par M. DELISLE.	175
<i>Memoire touchant la Volatilisation des Sels fixes des Plan- tes.</i> Par M. HOMBERG.	186
<i>Observations pour déterminer la difference des Meridiens en- tre Paris & Leyde, & entre Paris & Upsal.</i> Par M. MARALDI.	196
<i>Sur une Hernie rare.</i> Par M. LITRE.	200
<i>Observations sur une petite Espece de Vers Aquatique assez singuliere.</i> Par M. DE REAUMUR.	203
<i>Nouvelle Theorie du Centre d'Oscillation, contenant une Regle pour le déterminer dans les Pendules composés & balan- çans non seulement dans le vuide, mais aussi dans les li- queurs; laquelle Regle est appuyée sur un fondement plus sûr qu'aucun qu'on ait publié jusqu'ici par rapport à cette</i>	

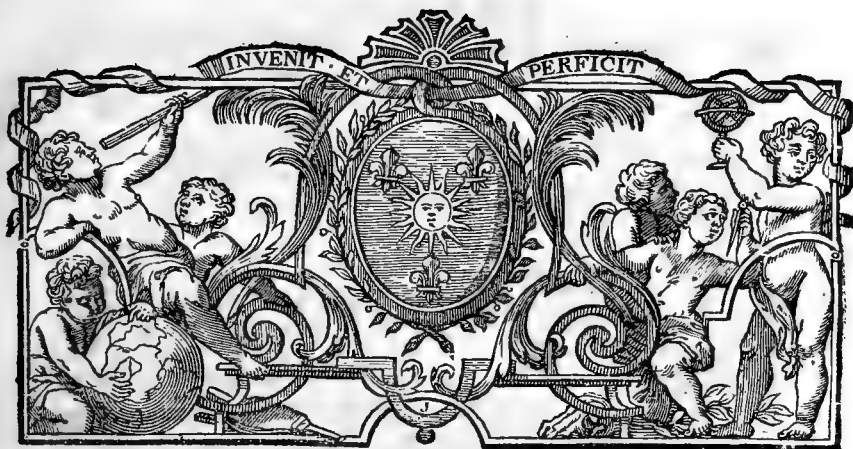
T A B L E.

<i>matiere.</i> Par M. BERNOULLI, Professeur à Basle.	208
SPONGIA, FLUVIATILIS, RAMOSA, FRAGILIS ET PISCEM OLENS. <i>Eponge de Riviere, branchüe, cassante, qui a l'odeur de Poisson.</i> Par M. RENEAUME.	231
<i>Sur l'Observation des Solstices.</i> Par M. DELISLE le ca- det.	239
<i>Reflexions sur des Nouvelles Observations des Marées faites dans le Port de Brest.</i> Par M. CASSINI.	246
<i>Second Memoire sur les Couleurs differentes des Précipités du Mercure.</i> Par M. LEMERY.	259
<i>Solution d'un Problème de Statique, avec la maniere d'en ré- soudre une infinité d'autres de la même espece.</i> Par M. VARIGNON.	280
<i>Du Cordon Ombilical.</i> Par M. ROUHault.	312
<i>Sur l'Observation du Solstice.</i> Par M. DE MALEZIEU.	320
<i>Sur des Vaisseaux particuliers observés dans des Corps morts de Perte de sang.</i> Par M. LITTRE.	327
<i>Remarques sur la Chûte des Corps dans l'Air.</i> Par M. DE LA HIRE.	333
<i>Des effets que produit le Poisson appellé en François Torpille; ou Tremble, sur ceux qui le touchent; Et de la cause dont ils dependent.</i> Par M. DE REAUMUR.	344
<i>Nouvelles découvertes sur les Mouvemens des Satellites de Saturne.</i> Par M. CASSINI.	361
<i>Description de deux especes de Caille-lait.</i> Par M. DE JUSSIÉU.	378
<i>Experiences sur des Corps plongés dans un Tourbillon.</i> Par M. SAULMON.	381

T A B L E.

- Comparaison du Pied antique Romain à celui du Chastelet de Paris, avec quelques Remarques sur d'autres Mesures.*
Par M. DE LA HIRE. 394
- Comparaison des Observations de l'Eclipse de Lune du mois de Decembre 1713. à Paris & à Lima.* Par Mrs DE LA HIRE. 401
- Experiences sur la diversité des Matieres qui sont propres à faire un Phosphore avec l'Alun.* Par M. LEMERY le cadet. 402
- Traité de la Cubature de la Sphere, ou de la Cubature des Coins & des Pyramides spheriques, que l'on démontre égales à des Pyramides Rectilignes.* Par M. DE LAGNY. 409
- Dissertation Botanique sur l'origine & la nature du Kermes.*
Par M. NISSOLE, de la Societé Royale des Sciences de Montpellier. 434





HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES.

Année M. DCCXIV.



PHYSIQUE GENERALE.

*SUR LE PASSAGE DE L'AIR ET DE L'EAU
au travers de certains Corps.*



N est communément persuadé que l'Eau, V. les M.
quoi-que plus grossiere que l'Air, penetre P. 55:
certains Corps, par exemple le Papier, que
l'Air ne penetre point. Mais peut-être aussi
les penetre-t'elle par la raison même qu'elle
est plus grossiere; c'est-à-dire, qu'elle a la force de se faire

Hist. 1714.

A

des chemins que l'Air ne se peut pas faire, peut-être aussi l'Air pénétrer-t-il les mêmes corps que l'Eau, mais sans que l'on s'en aperçoive, car il est fort dangereux en Physique de supposer pour constants des faits qui ne le soient pas à toute rigueur, & l'on y est presque toujours trompé.

M. de Reaumur a imaginé un moyen très simple & infailible de s'assurer de ceux-ci, & de tous les autres pareils. Le Mercure ne se tient suspendu dans le Barometre, que parce que le Tuyau est si exactement fermé à son extrémité supérieure, qu'il n'y peut entrer aucun air. S'il y en entroit, le Mercure baisseroit aussi-tôt à proportion de ce qu'il y en seroit entré, & s'il entroit peu à peu, le Mercure baisseroit aussi par degrés, jusqu'à ce qu'enfin il se mît de niveau. Si au lieu d'air, c'étoit de l'eau qui entrât dans le Barometre, le Mercure baisseroit encore selon le poids de cette quantité d'eau. On sçait de combien le Mercure doit baisser pour une quantité déterminée de l'un ou de l'autre, & réciproquement par la quantité dont il baisse, on sçait combien il est entré de l'un ou de l'autre. Que s'il est entré de l'un & de l'autre, l'eau étant visible, on sçait combien il doit être entré d'air pour faire l'effet total. Il est clair que l'on doit toujours tenir compte de ce que le Mercure devoit baisser indépendamment de l'entrée de l'air ou de l'eau, par la seule variation qui arriveroit au Barometre dans le tems de ces expériences.

Cela supposé, il ne faut que fermer, comme a fait M. de Reaumur, l'extrémité du Barometre qui doit être supérieure avec la matière dont on veut sçavoir si elle est pénétrable à l'Air. Lorsque le Mercure baissera dans le Tuyau indépendamment de la diminution du poids de l'Atmosphère, on sera sûr qu'il sera entré de l'air qui aura pénétré ce qui bouchoit le haut du tuyau. Et cette sorte d'épreuve a cet avantage, que l'air n'agissant alors que par sa pesanteur contre ce qui bouche le tuyau, & cette pesanteur étant une force connue, égale à 28 pouces de Mercure, on sçait que c'est cette force entière qui fait

d'abord entrer l'air, puisque le haut du tuyau est parfaitement vuide, & ne renferme point d'air qui resiste à l'air extérieur. Si l'air continuë d'entrer, on sçait par la quantité qui en est déjà entrée, & qui est connue par l'abaissement du Mercure, de combien la force qui le pouffoit est diminuée, & si le Mercure se met enfin de niveau, on voit que la moindre force est capable de faire passer l'air au travers du corps qu'on éprouve. On voit aussi, ce qui est très considerable, quels sont les differens tems, dont cette force toujours décroissante a besoin pour agir selon ses differens décroissemens. Que s'il est question de l'Eau, au lieu de l'Air, ou de tous les deux ensemble, M. de Reaumur a imaginé de faire avec une certaine composition impénétrable à l'air, un petit rebord élevé au haut du tuyau, au moyen de quoi il a un petit vase où il verse la quantité d'eau qu'il veut, & les mêmes raisonnemens s'ensuivent

Voici maintenant le resultat des Experiences qu'il a faites sur ces principes.

L'air passe au travers du papier, même du plus épais, mais moins vite.

Quelque petite que soit la force qui le pouffe, il y passe, mais plus lentement.

L'air ne passe point au travers du papier mouillé, quelque legerement qu'il le soit. Il recommence à y passer, dès que le papier est sec. Si on veut le mouïller à demeurer, il faut le frotter d'huile.

L'air passe assez librement au travers du vieux Parchemin. Il n'y passe plus, dès qu'il est mouillé.

On sçait que l'eau penetre les Vessies de plusieurs Animaux de dehors en dedans, & non de dedans en dehors. Il est rare que l'air penetre une Vessie de Cochon, lorsqu'elle lui est exposée par sa surface interieure, & lors même qu'il la penetre, ce n'est qu'avec une extrême lenteur; sur-tout lorsqu'il n'est pouffé que par une petite force.

L'air ne penetre point non plus la Vessie de Cochon par

4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
sa surface extérieure, mais l'eau la pénètre, quoi-qu'assez
lentement.

Alors il passe avec l'eau une fort petite quantité d'air ;
ce qui prouve & que l'eau peut passer où l'air ne passe
point, & que quand elle y passe, c'est qu'elle s'ouvre des
routes, dont l'air profite en l'accompagnant.

L'eau quoi-qu'elle ne soit poussée que par une petite for-
ce, pénètre la surface intérieure de la Vessie, qu'elle ne
pénètre point dans l'Animal vivant, mais c'est qu'alors
elle n'est poussée par aucune force, puisque ces deux sur-
faces de la Vessie sont également pressées par l'air inté-
rieur & extérieur. De-là M. de Reaumur conclut que des
Membranes de notre corps, qui dans l'état naturel ne sont
point pénétrables à certaines liqueurs, le seront lorsqu'une
rarefaction extraordinaire d'air sera cause qu'elles seront
moins comprimées par une de leurs surfaces que par l'au-
tre. On voit par cet exemple que les Experiences de M.
de Reaumur, qui pouvoient assez naturellement être utiles
dans les Arts, le seront même dans la Medecine, & cet
usage imprévu peut en faire encore attendre de pareils.

SUR LE FLUX ET LE REFLUX DE LA MER.

V. les M.
p. 246. **U**NE nouvelle année d'Observations faites à Brest a
confirmé tout ce qui avoit été établi dans les Histo-
res précédentes *, preuve & de la bonté de toutes les Ob-
p. 4. servations faites en divers Ports, & de la justesse des con-
1712. sequences qu'on en avoit tirées. Les Marées dépendent
p. 1. donc sûrement de ces trois principes généraux qui tous
1713. trois appartiennent à la Lune, ses Phases, sa distance à
p. 1. la Terre, sa déclinaison. On sçaura peut-être bien-tôt par
un plus grand nombre d'Observations, quels rapports de
forces il y a entre ces principes; déjà, par exemple, M.

Cassini estime que l'action de la déclinaison de la Lune n'est qu'à peu-près la moitié de l'action de sa distance à la Terre, c'est-à-dire, que si, parce que la Lune est dans son Périgée, la Marée est de 2 pieds plus haute, elle ne sera que d'un pied plus haute, en vertu de ce que la Lune fera dans l'Equateur. Plus ces proportions de forces seront connues, plus on sera en état de juger sûrement de la hauteur des Marées, & de la prédire avec précision.

En attendant, M. Cassini tire de toutes les Observations qu'il a entre les mains cette conclusion importante, que plus une Marée doit être haute, plus elle arrive tôt, ou, ce qui est le même, moins elle retarde. Il en trouve aisément la raison physique en ce qu'un corps mû par une plus grande force, l'est aussi avec plus de vitesse, & qu'une plus haute Marée est causée par une plus grande pression.

Cela donne le dénouement d'un phenomene que nous avons déjà exposé, & qui peut paroître difficile, c'est que les retardemens des Marées contés depuis une Conjonction ou Opposition jusqu'à une Quadrature, sont une moindre somme, qu'étant comptés depuis une Quadrature jusqu'à une Conjonction ou Opposition. Car il semble que dans ces deux tems égaux, & qui ne sont que le même renversé, il se doit faire une compensation juste du plus & du moins de ces retardemens.

Mais il faut se souvenir d'un autre phenomene, qui est que la plus haute Marée n'arrive qu'environ deux jours après la Conjonction ou l'Opposition, & la plus basse Marée, que le même tems après la Quadrature. Le tems qui est entre une Conjonction ou Opposition & la Quadrature comprend donc les plus hautes Marées, puisqu'il comprend celles qui précèdent la plus haute, & celles qui la suivent, ce qui diminuë le nombre de ses petites Marées, d'autant de Marées qu'il en comprend avant la plus haute, & par la raison contraire le tems qui est entre la Quadrature & la Conjonction ou Opposition comprend les plus petites Marées, d'où il suit que le premier espace

de tems a plus de hautes Marées que le second. Or les hautes Marées retardent moins , donc la somme des retardemens de toutes les Marées comprises dans le premier tems , est moindre que la somme pareille du second.

De ce que les plus grandes & les plus petites Marées ni ne précédent ni n'accompagnent les Conjonctions ou Oppositions & les Quadratures , mais les suivent toujours à quelque distance , M. Cassini en tire un puissant indice que la pression de la Lune est la véritable cause des Marées , car il est fort naturel qu'une cause ait besoin de quelque tems pour agir , sur-tout dans les circonstances présentes , & que son effet ait besoin d'un redoublement successif d'action.

Le principe , que plus les Marées sont hautes , moins elles retardent , doit influencer sur la Regle que M. Cassini a donnée pour trouver chaque jour l'heure de la haute Mer dans un Port. Par les causes connues de la hauteur de la Marée , il faudra la prédire , & sçavoir par experience quelle est à peu-près dans un Port la proportion de cette hauteur au moins de retardement.

M. Cassini s'apperçoit encore que le Soleil a part aux Marées par ses diverses distances à la Terre , & par ses déclinaisons , aussi-bien que la Lune , quoi-que beaucoup moins. Si cela est , le Soleil étant dans son Apogée au Solstice d'Été , c'est-à-dire , dans sa plus grande distance de la Terre , & en même tems dans sa plus grande déclinaison , il doit avoir moins d'effet sur les Marées qu'en tout autre tems , & il doit en avoir un peu davantage au Solstice d'Hiver , parce que sa distance à la Terre est la plus petite qu'elle puisse être , quoi-que sa déclinaison soit encore la même. Par conséquent le plus grand effet du Soleil doit être dans les Equinoxés , ou sa déclinaison est nulle , & sa distance à la Terre moyenne , & effectivement on prétend avoir observé depuis long-tems que les Marées des Equinoxes sont fort grandes. On sera bien sûr de cette action du Soleil dans un grand nombre de sié-

cles, lorsque son Apogée sera dans l'Equinoxe d'Automne, & son Perigée dans l'Equinoxe du Printemps, car alors la différence entre les Marées des deux Equinoxes sera sensible, & plus que ne peut être presentement celle des Marées des deux Solstices. Mais jusques-là, ou du moins jusqu'à ce que l'on ait un très-grand nombre d'Observations, il sera plus difficile de reconnoître que l'action du Soleil ait part aux Marées.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MR. le Chevalier de Louville étant à Nevers, observa quelques effets singuliers d'un violent Tonnerre qu'il y eut. Un Arbre du Parc du Château avoit été frappé au sommet du tronc d'un coup qui s'étoit séparé en trois, & avoit fait sur le bois de ce tronc trois sillons d'inégale grosseur, comme si on eut tiré du haut de l'Arbre vers la racine trois coups de fusil à balle. L'Arbre avoit été dépouillé de son écorce d'un côté, depuis environ la moitié jusqu'en bas. Quoi-qu'il fût tortu, les trois coups avoient suivi exactement ses sinuosités, glissant toujours entre le bois & l'écorce, tant dans la partie supérieure du tronc encore revêtuë de l'écorce, que dans l'inférieure, qui ne l'étoit plus d'un côté. Ce qu'il y avoit de plus remarquable, c'est que le bois n'étoit nullement noirci, & n'avoit aucune marque de brûlure.

Sur cela, M. le Chevalier de Louville explique comment le Tonnerre peut faire de grands effets sans brûler. Il est certain d'abord qu'il en fait sur les animaux, & que quand il tombe assez proche d'eux, la seule vapeur de soufre qui se répand suffit pour leur ôter la respiration, & pour les tuer, sans qu'il paroisse ni meurtrissure ni blef-

sure sur tout leur corps. Mais à l'égard de l'Arbre, il faut une autre cause. M. de Louville croit que, quand le Tonnerre tombe de si haut, sa flâme s'est dissipée avant que d'avoir pû arriver à terre, l'air violemment poussé par le mouvement impetueux de cette flâme, & par consequent extraordinairement condensé, devenant une espece de corps dur, dont le choc doit avoir beaucoup de force.

Par-là il rend encore raison d'un autre coup de Tonnerre, dont il vit l'effet à Nevers le même jour. Il y avoit dans une cheminée un fagot couché sur les deux chenets, en attendant qu'on l'allumât. Le Tonnerre tomba par la cheminée, & brisa le fagot en cent mille morceaux, sans y mettre le feu, & sans le noircir seulement. Apparemment le Tuyau de la cheminée, en resserrant le cours de l'air, en avoit encore augmenté l'impetuositè.

A cette occasion, il fut dit que la matiere enflamée qui forme le Tonnerre peut être en assez petite quantité en sortant de la nüë, & rencontrer ensuite dans l'air beaucoup de matiere de même nature qu'elle enflâmera, car il est certain que l'air est alors extremement chargé d'exhalaisons sulphureuses. Peut être est-ce en partie par cette même raison que la flâme du Tonnerre serpente, elle va chercher dans l'air une nourriture qui y est irregulierement répandüë.

I I.

M. de Lagny a vû en Poitou des Coquillages petrifiés & très bien conservés, qu'on a trouvés à 8 ou 10 pieds en terre sur des Côtaux éloignés de la Mer de 10 ou 12 lieües. Il y avoit parmi ces Coquillages plusieurs Cornes d'Ammon. Il a vû aussi près de l'Encloître, Maison de Fonteraud, un champ tout couvert de Coquilles d'Huitres pétrifiées, grandes comme des Assiettes.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires.

Le Journal des Observations de M. de la Hire pendant l'année 1713.

V. les M.
p. 1.

Et l'Ecrit de M. Geoffroy le cadet sur la Gomme Lacque.

V. les M.
p. 121.

ANATOMIE.

SUR LES DEUX ESPECES DE VENTS *qui sortent du Corps.*

QUAND M. Littre donna à l'Académie son système de l'Hidropisie Timpanite, dont nous avons rendu compte en 1713 *, il avança que les Malades dont l'Estomac & les Intestins étoient pleins d'air, ne lâchoient cependant ni par la Bouche ni par l'Anus, aucun des Vents, qui ont coutume de sortir par ces deux endroits. Quelques-uns firent des difficultés sur ce fait, & demanderent comment les aliments pouvoient entrer dans un Estomac d'où l'air ne pouvoit sortir, & comment des mêmes Intestins d'où l'air ne pouvoit sortir non plus, les déjections grossieres en sortoient. M. Méry entreprit d'éclaircir le Paradoxe, en supposant le système de M. Littre sur l'Hidropisie Timpanite.

*. p. 15.

Selon ce système, les fibres tant de l'Estomac que des Intestins ont perdu leur ressort, du moins en partie, & sont dans une Paralysie imparfaite. Les Vents qui sortent, soit par la Bouche, soit par l'Anus, sont de l'air que ces Visceres chassent de leurs cavités, en se mettant dans une contraction assés forte pour surmonter les puissances qui

s'opposent à la sortie des matieres contenues dans ces cavités. Ces puissances sont deux Sphincters, dont l'un ferme l'Orifice superieur de l'Estomac, & l'autre l'Anus. Des Visceres paralitiques, c'est-à-dire dénués d'Esprits, qui seuls sont la force des Muscles, ne peuvent plus vaincre la résistance de ces deux Sphincters. Voilà la cause générale apportée par M. Méry.

En particulier, les aliments ne laissent pas dans les Hydriques dont il s'agit de s'ouvrir le Sphincter de l'Estomac, parce qu'ils sont continuellement poussés de haut en bas par la contraction des fibres du Pharynx & de l'Œsophage, qui ne sont pas paralitiques. De plus leur solidité & leur poids leur aident encore à se faire passage. Dès qu'ils sont entrés, le Sphincter se referme, & il ne sort aucune partie de l'air contenu dans l'Estomac. A l'égard de cet air, les fibres de ce Viscere ne peuvent plus par leur contraction donner à une matiere aussi legere une impulsion assez forte pour lui faire ouvrir le Sphincter de l'Orifice superieur. Il est clair que cela n'empêche pas que ces mêmes fibres par les foibles contractions dont elles sont encore capables, ne fassent sortir les aliments de l'Estomac par l'Orifice inferieur, où il n'y a aucune résistance, mais beaucoup plus lentement que dans l'état de santé.

De même, la contraction des fibres des Intestins qui dans ces Malades n'est plus assez forte pour faire surmonter à une matiere aussi subtile que l'air la résistance du Sphincter de l'Anus, peut encore la faire surmonter à des matieres solides continuellement poussées en embas, & dont la descente est encore aidée par l'air qu'elles obligent de refluer en enhaut. Dès qu'elles sont sorties, le Sphincter qui a été forcé se referme, & il ne sort aucun Vent, comme il arrive souvent aux gens sains en ce cas-là. Ce n'est pas qu'il n'y en pût avoir quelqu'un prest à sortir avec les matieres grossieres, aussi-bien que dans les gens sains, mais c'est apparemment que dans ceux-ci les matieres solides poussées par une plus puissante contraction des Intestins,

DES SCIENCES. ... IT
ouvrent davantage le Sphincter de l'Anus, & pour plus de temps, ce qui donne occasion aux Vents de s'échapper. Un Physicien ne doit point demander pardon au Lecteur de lui offrir ces fortes d'idées, peut-être au contraire auroit-on droit de lui reprocher quelque adoucissement des termes.

SUR LE PLACENTA,
ET
SUR LE CORDON OMBILICAL.

MR Rouhaut ayant fait une étude particulière du Placenta & du Cordon Ombilical, a communiqué à l'Académie le fruit de ses recherches. Elles se réduisent à trois points principaux, en ne contant que ce qu'elles ont de nouveau & de singulier. V. les M.
P. 140. &
312.

1°. Il a fait voir qu'en soufflant dans le Placenta par les Vaisseaux Ombilicaux, l'air & le sang sortoient aisément par la superficie du Placenta attachée à la Matrice pendant la grossesse, mais qu'ils ne pouvoient sortir par la superficie opposée qui regarde l'Enfant.

M. Méry profita de ce fait pour confirmer ce qu'il avoit avancé en 1708 * que la Matrice n'est point intérieurement revêtue d'une membrane, que le Placenta n'en a point non plus du côté qu'il est colé à la Matrice, que par conséquent rien n'empêche que le sang de la Mère ne passe de la Matrice dans le Placenta, & de-là jusqu'au Fœtus, & qu'il n'y ait entre la Mère & le Fœtus une circulation reciproque. Car il paroît que la seule & véritable idée qu'on doit avoir d'une membrane, est qu'elle soit d'un tissu si ferré, que ni le sang ni l'air en masse ne puissent passer au travers. Or, selon l'expérience de M. Rouhaut, le Placenta ne doit point avoir de membrane à sa surface *extérieure*, par laquelle il s'attache à la Matrice, & il est

bien visible d'ailleurs qu'il en a à l'intérieure.

Cette confirmation du système de M. Méry, qui est aussi le plus commun, étoit d'autant plus nécessaire, qu'il avoit été attaqué dans une Thèse d'un célèbre Docteur en Médecine. Sa principale raison étoit une expérience qui en effet semble très-forte. On prend une Chienne prête à faire ses petits, on la saigne, & on l'épuise de sang autant qu'il est possible, desorte que s'il lui en reste, c'est à peine quelque demi-once qui est encore dans le Cœur, ou aux environs. On l'ouvre ensuite, & on trouve ses petits non seulement pleins de sang, mais vivants, & cela, lors même qu'on n'ouvre la Mere qu'une demi-heure après sa mort. Si la circulation étoit reciproque entre la Mere & les petits, ils se seroient vidés de sang en même temps qu'elle.

Il est certain que le fait rapporté par M. Méry dans l'endroit cité de 1708 est directement contraire, ainsi voilà expérience contre expérience, mais M. Méry prétend qu'elles s'accorderoient, si on n'ouvroit la Chienne qu'après avoir laissé à ses petits le temps de mourir, & qu'en ce cas-là on les trouveroit vuides de sang; il rapporte même que cela est arrivé ainsi à ceux qui ont fait l'expérience de cette maniere.

Il s'est appuyé ailleurs d'un autre fait assez décisif. Un Enfant étant sorti, & le Cordon coupé sans être lié, & le Placenta encore attaché au fond de la Matrice, il en sortit par la Veine Ombilicale près de six livres de sang, & la Mere en pensa mourir. Cette grande quantité de sang ne pouvoit venir du Placenta qui ne pese guere qu'une livre, elle venoit donc de la Mere, qui fournissoit son sang au Placenta, comme pendant le tems de la grossesse. C'est pour prévenir cet accident, qu'en coupant le Cordon l'on y fait une ligature du côté du Placenta, pratique générale & constante, & très-favorable à M. Méry.

Comme son système demande qu'il n'y ait point de membrane à la surface extérieure du Placenta, ce point fut soigneusement examiné. M^{rs}. Vieussens & Vinslou, le pre-

mier dans quelques Ecrits qu'il avoit envoyés, l'autre actuellement present, n'en convenoient pas. M^{rs}. Méry & Rouhaut s'en tenoient à l'expérience du soufflé, qui paroïsoit sans replique, mais ils accorderoient en même temps qu'à la surface extérieure du Placenta, il y a un réseau formé par les extremités des fibres de cette partie. Si l'on y fait une petite incision, & qu'on souffle entre ce réseau, & la masse du Placenta, il est vrai qu'on pourra le voir s'élever comme une membrane qui refuseroit le passage à l'air, & de-là vient l'erreur assés excusable de ceux qui ont cru trouver-là une membrane. Mais M. Rouhaut soutient que l'expérience est trompeuse, que le réseau vû avec le Microscope est percé obliquement d'une infinité de petits trous, que quand on y souffle il s'étend, & que les parois de ces petits trous, parce qu'ils sont obliques, s'appliquent les unes contre les autres, & ne permettent plus à l'air de sortir, de même à peu près qu'une Vessie soufflée retient l'air, quoi-qu'elle soit percée par les deux Ureteres, mais elle ne l'est qu'obliquement, & quand on la souffle, ses deux tuniques ou membranes percées s'appliquent l'une contre l'autre, & les ouvertures ne se répondent plus.

Il semble que la question de la membrane ou du réseau de la surface extérieure du Placenta ne soit plus qu'une question de nom, mais ce qui reste toujours de réel, c'est que cette surface, soit qu'elle ait une membrane ou un réseau, laisse passer librement l'air & le sang que la surface opposée ne laisse pas passer, & que par conséquent il est à présumer que le sang de la Mere passe par cette surface extérieure jusqu'au Fœtus.

S'il ne se faisoit une circulation reciproque qu'entre le Fœtus & le Placenta, il faudroit du moins qu'un Chile filtré dans de prétendues Glandes de la Matrice, dont M. Méry nie l'existence, passât au travers de la surface extérieure du Placenta. M. Rouhaut combat ce Chile fort au long, mais enfin la surface extérieure du Placenta lui permettroit de passer, elle n'a donc point de membrane, ou

du moins elle a une membrane qui le permet , & tout étant égal jusques-là , il est plus raisonnable de croire que c'est du sang qui y passe , puisque dans aucun aecouchement on n'a vû sortir du Chile en tirant le Placenta , mais seulement du sang.

2°. M. Rouhaut est le premier que l'on sçache qui ait observé que le Cordon Ombilical , outre la Veine & les deux Arteres qu'il renferme , est formé par un corps spongieux dans lequel passent ces Vaisseaux sanguins. C'est un amas de Cellules qui communiquent ensemble , & contiennent une liqueur claire & gluante , qu'on peut prendre pour une espece de gelée , & qui est quelquefois en assés grande abondance. Si l'on conçoit ce Corps spongieux comme un Cilindre , les trois Vaisseaux sanguins vont en serpentant autour de son axe , couchés les uns sur les autres differemment en differens sujets. De-là vient que le Cordon est tortueux. Après que la Veine & les deux Arteres Ombilicales ont marché ainsi d'un bout à l'autre du Cordon , en conservant le même diametre , elles se divisent en branches en entrant dans le Placenta , & se subdivisent ensuite en rameaux capillaires. Il sera bon de remarquer ici après M. Rouhaut que le diametre de la Veine est toujours double de celui de chaque Artere , d'où il suit que la Veine contient deux fois plus de sang que les deux Arteres ensemble. Et cela doit être ainsi , puisque c'est la Veine qui porte le sang de la Mere au Fœtus , & les Arteres qui rapportent le reste de ce sang , que le Fœtus n'a pas pris pour sa nourriture & pour son accroissement.

Si le Cordon n'étoit composé que des trois Vaisseaux sanguins , l'Enfant pourroit bien faire quelque mouvement qui les tortilleroit trop , & empêcheroit le sang d'y couler , ce qui causeroit sa mort dans l'instant. Mais le Corps spongieux les tient en état , en les écartant un peu les uns des autres , & les fait obéir doucement aux mouvements du Fœtus. Deplus il leur conserve par sa gelée la molesse & la souplesse qui leur sont nécessaires.

3°. M. Rouhaut s'est assuré d'une membrane, déjà aperçûë par quelques autres Anatomistes, mais dont ils ont eu une fausse idée. Elle est entre le Chorion & l'Amnios, & par cette raison M. Rouhaut lui donne le nom de *moyenne*. Celui d'*Urinaire* ne lui convient point, parce qu'il n'y a point d'urine dans les enveloppes du Fœtus humain. Selon M. Rouhaut, le principal usage de la membrane moyenne est de fournir une guaine à tous les vaisseaux du Placenta, ce qu'il croit avoir trouvé le premier. Comme ces Vaisseaux, tant ceux qui portent le sang au Fœtus que ceux qui le rapportent, ont dû être divisés en capillaires, sans quoi tous les accouchemens auroient été accompagnés d'hémorragies très-dangereuses, & que d'ailleurs ces vaisseaux capillaires pouvoient aisément se rompre aux moindres mouvements que la Mere auroit faits, ils ont eu besoin d'être fortifiés par ces guaines. Elles abandonnent les petites branches des vaisseaux précisément au passage du Placenta dans la Matrice, & pourroient bien en se recourbant former sur la surface extérieure du Placenta cette espece de réseau dont nous avons parlé.

SUR LES TUMEURS VENTEUSES,

les Points de côté, & les Pertes de sang.

SI l'assemblage des différentes matieres annoncées dans ce Titre paroît d'abord bizarre, il ne le fera plus par la suite. Après ce que M. Littre a donné en 1713 * sur ^{V. l'Hist.} l'Emphïsème & sur l'Hidropisie Timpanite, maladies que ^{de 1713.} produit l'air distribué dans le corps contre nature, ou plus ^{P. 15. &} tôt contre l'ordinaire, il a voulu, pour embrasser ce sujet en son entier, rapporter les autres maladies, ou les autres effets, qui appartiennent à la même cause.

Les Tumeurs venteuses sont formées par de l'air renfermé sous quelque membrane, qu'il dilate plus ou moins à

proportion de sa quantité , & d'où il ne peut sortir , du moins pendant un certain temps. Elles sont à peu-près rondes , & circonscrites , c'est-à-dire , comprises dans un certain espace bien déterminé. Si l'on se souvient de ce que c'est que l'Emphisme & l'Hidropisie Timpanite , il est aisé de voir en quoi elles en different. Si on les frappe , elles rendent le son d'une Vessie pleine d'air. Elles n'ont point de siège particulier dans le corps.

Toute la difficulté est de sçavoir comment cet air s'est amassé-là. M. Littre croit que la cause la plus ordinaire des Tumeurs venteuses est l'amas d'une liqueur dans une partie voisine , où il s'est fait une obstruction. L'air qui est intimement mêlé avec toutes les liqueurs du corps l'est toujours tant qu'elles sont dans leur mouvement & dans leur fluidité naturelle. Mais si elles s'amassent en quelque endroit , & par conséquent si leur mouvement & leur fluidité diminuent , aussi-tôt l'air a la liberté de se dégager d'avec elles , & il s'en dégage. Les membranes de l'endroit où la liqueur s'amasse sont dilatées par cet amas , & leurs pores agrandis , l'air dégagé s'échappe par-là , & ne peut être suivi par la liqueur , qui s'est trop épaissie en séjournant , & même par la perte qu'elle a faite de son air. Il se coule donc sous quelque autre membrane voisine qu'il soulève , qu'il enfle & qu'il étend. Comme la première liqueur amassée ne doit pas être encore si privée de mouvement & de fluidité qu'il n'en rentre une partie dans les routes ordinaires de la circulation , il lui succede une nouvelle liqueur , d'où il s'échappe encore de nouvel air , & de-là l'augmentation de la Tumeur. Il est visible que quand elle est une fois formée , elle ne cessera pas , quoique l'amas de liqueur , qui en a été la première cause , cesse , & se dissipe. L'air renfermé sous la membrane où est la Tumeur , peut la dilater à tel point qu'il s'en ouvrira les pores , & s'échappera. Cela dépend & de sa quantité , & du tissu plus ou moins ferré de la membrane.

Les Points de côté , c'est-à-dire , ceux qui se font sentir
à la

à la poitrine dans des parties situées hors de sa cavité, peuvent être causés par quelques humeurs acres, qui picotent des fibres nerveuses, & la douleur en est cuisante, souvent accompagnée de fièvre, & d'accidents fâcheux; mais il y en a d'autres qui ne sont causés que par de l'air enfermé entre des fibres, où il ne produit qu'une douleur de tension. Comme il y a plus de sang dans la poitrine que dans tout le reste du corps, & par conséquent plus de chaleur, cet air étranger dans le lieu où il se trouve se dilate davantage, & cause une plus forte tension, mais aussitôt le ressort des parties le resserre, & avec facilité, parce que l'air se condense comme il se dilate. Souvent même par cette compression il est obligé ou à s'échapper entièrement, ou du moins à changer de place, & de-là vient que ces Points de côté cessent subitement, ou passent en un instant d'un lieu en un autre.

Voici maintenant quelques effets extraordinaires de l'air dans ceux qui sont morts de Pertes de sang, quelle qu'en ait pu être la cause, soit blessure, hemorrhagie, &c. M. Littre a fait les deux observations suivantes sur leurs cadavres. V. les M. P. 327.

1°. Il a quelquefois apperçû au travers des Tuniques de quelques Veines de petites bulles d'air qui nageoient sur la superficie du sang. Après ce qui vient d'être dit de l'air qui se dégage du sang, dont le mouvement & la fluidité sont diminués, la cause de ce phénomène est évidente, car quand il est sorti du corps une quantité de sang considérable, non-seulement le mouvement de celui qui reste est affoibli par cette raison, mais encore parce qu'il y a moins de sang, il y a moins d'Esprits animaux, & par-là les Arteres & les Veines qui par leurs contractions battent & broient continuellement le sang, entretiennent sa fluidité, & hastent son cours, ont moins de force pour cette fonction.

Si les bulles d'air ne se voyent que dans les Veines, c'est que, comme l'a remarqué M. Littre, on ne trouve du sang que dans les Veines des Morts dont il s'agit, au lieu qu'il

y en a aussi dans les Arteres des autres, quoiqu'en petite quantité. C'est une suite de ce fait, que dans ceux qui sont morts d'une perte de sang, les Ventricules du Cœur soient entierement vuides, & non pas dans les autres. Le principe de cette difference est que la contraction par laquelle les Veines chassent le sang de leurs extrémités capillaires vers leurs Troncs, & jusqu'au Cœur, est beaucoup plus foible que celle par laquelle les Arteres chassent le sang de leurs Troncs vers leurs extrémités capillaires jusque dans celles des Veines. Cela supposé, une grande perte de sang diminuë, comme nous l'avons dit, la force des Arteres & des Veines, mais beaucoup plus celle des Veines, desorte que celle-ci peut avoir cessé dans un instant où l'autre subsiste encore un peu, & en ce cas il arrivera que les Ventricules du Cœur & les Arteres ayant fait une derniere contraction qui aura chassé hors de leurs cavités tout le sang qu'elles contenoient, les Veines qui l'ont reçu ne seront plus capables d'en chasser hors d'elles à leur tour la moindre partie. Dans les autres Morts, l'inégalité d'affoiblissement entre les Arteres & les Veines n'aura pas été si grande, parce que l'affoiblissement n'aura pas été causé par une perte de sang, & par conséquent à la derniere contraction des Arteres il en aura pû répondre une foible des Veines, qui aura envoyé quelque petite partie du sang dans les Ventricules du Cœur.

2°. M. Littre a quelquefois observé dans ceux qui sont morts de pertes de sang, que de petits vaisseaux très-fins, éloignés du Cœur, étoient entierement remplis d'air. On les auroit pris pour des vaisseaux Limphatiques, s'ils en avoient eu la figure, c'est-à-dire, si leur surface avoit été inégale, & partagée en un grand nombre de différentes convexités, comme celle d'un Chapelet. Mais d'ailleurs à les suivre avec attention, on les reconnoissoit sûrement pour des rameaux de Veines qui se terminoient à des Troncs.

Après qu'on a perdu beaucoup de sang, la quantité en

est beaucoup moindre dans le Poumon , & celle de l'air y est toujours égale. D'ailleurs cet air se dégage plus facilement d'avec le sang qui est en moindre quantité , & qui de plus est moins fluide. L'air peut donc passer des Veines du Poumon dans le Cœur sans être , comme à l'ordinaire, intimement mêlé avec le sang. Quand le Cœur & les Arteres n'ont plus la force de pousser dans les Veines un sang trop épais , ils peuvent avoir encore une fois la force d'y pousser cet air dégagé , qui est très-fluide & très-susceptible de mouvement , & voilà la cause du phénomène. Il est vrai que cela suppose que le mouvement du sang étant arrêté , & la mort arrivée à cet égard , elle ne l'est pas encore à l'égard de la respiration , ni même d'une dernière contraction du Cœur & des Arteres , mais il n'y a rien-là d'impossible , ni de difficile à concevoir. Il est même tout-à-fait de l'ordre physique que la mort ne soit pas un instant si précis.

SUR LE TREMBLE , OU LA TORPILLE.

L'ENGOURDISSEMENT causé par le Poisson nommé *Tremble* , ou *Torpille* , est une de ces merveilles V. les M.
P. 344. qui ont cours depuis long-temps , qui ont été souvent célébrées dans les comparaisons , & que les Esprits forts en Physique seroient assés tentés de ne pas croire. M. de Reaumur a enfin trouvé à quoi s'en tenir , après des observations exactes , dont nous lui réservons l'histoire , aussi agréable , & peut-être aussi instructive que les faits même qui en résultent.

Le Tremble est à peu-près de la figure d'une Raye. Les plus grands n'ont pas deux pieds de long. Quand on les touche avec le doigt , il arrive , non pas toujours , mais assés souvent , que l'on sent un engourdissement douloureux dans la main & dans le bras jusqu'au coude , & quelquefois jusqu'à l'épaule. Sa plus grande force est dans l'inf-

tant qu'il commence, il dure peu, & se dissipe entièrement. Il est d'une espece particuliere, quant au sentiment de douleur, mais il n'y a rien à quoi il ressemble plus qu'à ce que l'on sent, quand on s'est frappé rudement le coude contre quelque chose de dur.

Si l'on ne touche point le Tremble, quelque près qu'on en ait la main, on ne sent jamais rien; si on le touche avec un bâton, on sent très-peu de chose; si on le touche par l'interposition de quelque corps peu épais, l'engourdissement est assés considerable; si on le presse en appuyant avec force, l'engourdissement en est moindre, mais toujours assés fort pour obliger nécessairement à lâcher prise. On prend le Tremble par la queüe impunément.

Dans le temps que l'Animal se vange d'être touché, on ne lui voit aucun mouvement, aucune agitation sensible; mais M. de Reaumur n'a pas laissé d'en découvrir en y regardant de plus près. Le Tremble a, comme les autres Poissons plats, le dos un peu convexe. Cette partie s'applatit insensiblement, & même quelquefois jusqu'à devenir concave, & c'est précisément dans l'instant suivant qu'on se sent frappé de l'engourdissement. On voit la surface convexe devenir plate ou concave par degrés, mais on ne la voit point redevenir convexe, on voit seulement qu'elle l'est redevenue quand on est frappé.

C'est-là, selon M. de Reaumur, en quoi consiste tout le mystere. Le dos de l'Animal reprend donc sa convexité avec une extrême vitesse, & donne à celui qui le touche un coup violent & très-brusque. Puisque de-là vient l'engourdissement dans le bras, c'est-à-dire, une privation de sentiment, il faut concevoir que ce coup imprime au bras un mouvement directement contraire à celui que les Esprits animaux y ont dans les Nerfs, qu'il arrête & suspend leur cours; ou même les fait refluer.

La dissection de l'Animal fait voir que la force & la prestesse de ce coup ne sont pas de pures hypotheses accommodées au besoin des phénomènes. Le Tremble étant

conçû partagé en deux depuis la tête jusqu'à la queue, deux grands Muscles égaux & pareils, qui ont une figure de faux, l'un à droite, l'autre à gauche, occupent la plus grande partie de son corps, en naissant où la tête finit, & en se terminant où la queue commence. Leurs fibres sont elles-mêmes bien sensiblement des Muscles : ce sont des tuyaux cilindriques, gros comme des Plumes d'Oye, disposés parallèlement entr'eux, tous perpendiculaires au dos & au ventre conçûs comme deux surfaces paralleles, ainsi qu'ils le sont à peu-près, enfin divisés chacun en 25 ou 30 cellules, qui sont elles-mêmes des tuyaux cilindriques de même base & de moindre hauteur que les autres, & qui sont pleines d'une matiere molle & blanche. Quand l'Animal s'applatit, il met toutes ces fibres en contraction, c'est-à-dire, diminue la hauteur de tous ces Cilindres, & en augmente la base, & quand ensuite il veut frapper son coup, il laisse agir le ressort naturel de toutes ces parties qui les débande toutes ensemble, & en leur rendant leur premiere hauteur, les releve très-promptement. On n'a qu'à appliquer à cette idée tous les faits rapportés, & l'on verra combien ils y conviennent.

On verra de plus qu'ils ne conviennent point au système proposé par quelques Auteurs, que c'est une émission de certains corpuscules particuliers faite par le Tremble qui cause l'engourdissement. Car il ne pourroit les pousser hors de lui que quand il les exprimeroit de sa propre substance en se contractant, mais ce n'est pas-là le moment où l'engourdissement se fait sentir, au contraire c'est celui où l'animal reprend sa dilatation ou sa figure naturelle. On recevrait ces corpuscules à quelque distance du Tremble, & il ne seroit pas besoin de le toucher ; l'engourdissement iroit en augmentant du premier moment aux suivans, &c.

Il n'est pas trop aisé de conjecturer à quel usage est destinée cette vertu du Tremble. S'il engourdit les petits Poissons qui le touchent, & les prend, ne pouvoit-il pas

les prendre également bien sans cela ? Il a la même vitesse que mille autres Poissons qui sçavent bien attrapper les petits sans les engourdir. Les causes finales sont d'ordinaire plus faciles à trouver que les Phisiques, ou mécaniques, & ici c'est le contraire. Il faut toujours ignorer quelque chose.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MR Rouhaut avoit entre les mains un Malade tourmenté d'une grande difficulté d'urine, & qu'il fondoit tous les jours. Sa Sonde, lorsqu'il la retiroit, étoit toujours noire, tantôt plus, tantôt moins. Un jour il la retira avec un morceau de membrane, qui avoit bien un pouce en carré. Trois jours après le Malade en urinant sentit quelque chose qui bouchoit le canal, & en sortoit un peu, il le tira avec ses doigts, c'étoit un autre morceau de membrane, long de 12 à 14 lignes. Quelque temps après, comme il faisoit de grands efforts pour uriner, il rendit à peu de distance l'une de l'autre trois autres portions de membrane, qui, au jugement de M. Rouhaut, devoient faire pour le moins les deux tiers de la membrane interne de la Vessie, & c'étoit en effet cette membrane qui s'étant détachée de l'externe dont elle est couverte, étoit sortie en morceau par le canal de l'Uretre. Après cela les urines coulerent abondamment, il faut que ce qui leur en ôtoit la liberté ce fussent des lambeaux de cette membrane, ou entierement détachés, ou pendants, qui se présentoient à l'entrée du canal. La membrane avoit ses vaisseaux sanguins, dont quelques-uns étoient de près de deux tiers de ligne de diamettre. Les Urines ne parurent jamais teintes de sang, ce qui fait voir que la membrane se se-

para bien naturellement. M. Rouhaut ne manqua pas de nettoyer ensuite la Vessie par des injections. Il resta au Malade une petite incontinence d'urine, apparemment parce que le Sphincter, aussi-bien que la Vessie dépouillée d'une de ses membranes, étoit affoibli.

I I.

Des Fœtus hors de la Matrice ne sont pas aussi rares qu'il seroit à souhaiter; on en a vû dans la cavité de l'Abdomen, dans les Trompes, mais un Fœtus dont M. Paul Bernard Calvo, Chirurgien de Turin, a envoyé l'Observation à l'Academie, est encore plus singulier, il étoit renfermé dans un sac formé par la membrane extérieure de la Trompe droite. Cette membrane s'étoit extrêmement dilatée, sans doute parce que l'Oeuf qu'un malheureux hazard avoit placé entre elle & la membrane intérieure de la même Trompe, avoit toujours en s'accroissant & en se développant étendu celle sur laquelle il pesoit. Le Fœtus étoit parvenu à 9 mois. Après que M. Calvo, qui n'avoit garde de deviner cette étrange situation de l'Enfant, eut cependant bien reconnu d'ailleurs qu'il étoit impossible que la Mere accouchât, & qu'il eut vû qu'il lui survenoit vers le Nombril une tumeur, d'où il suintoit des matieres fereuses, il se détermina à ouvrir cette tumeur avec toutes les précautions nécessaires, & il en tira heureusement le Fœtus, mais déjà à demi pourri. Tout l'art de la Médecine & de la Chirurgie ne put sauver la Mere, elle mourut 11 jours après l'opération. Il est à remarquer que pendant toute cette grossesse elle n'eut point de lait, nouvelle preuve de la correspondance qui est entre la Matrice & les Mamelles.

I I I.

M. Anel, dont nous avons parlé en 1713*, commu- *p. 23.
niqua à l'Academie l'Observation suivante avec ses réflexions, & celles de M. Fanton, premier Medecin de M. le Prince de Carignan.

Une Dame de Gennes, de la maison de Doria, se

croyant sûrement grosse de trois mois , non seulement aux marques ordinaires , mais encore à d'autres qui lui étoient particulieres , & ne l'avoient jamais trompée , tomba sans se faire pourtant beaucoup de mal. Après cette chute son ventre ne laissa pas de grossir jusques vers la fin du 5^{me}. mois , qu'il alla considérablement en diminuant. La grossesse devenoit par-là équivoque , & d'autant plus que la Dame ne s'étoit apperçûë , ni d'aucun mouvement de l'Enfant , ni de la formation du lait. A la fin cependant elle se délivra dans le 6^{me}. mois d'une masse membraneuse grosse comme le poing. M. Anel trouva que c'étoit une espece de sac formé par le Chorion & l'Amnios , attaché à un Placenta épais de deux doigts , rempli d'une liqueur assés semblable au lait tant par sa couleur que par sa consistance. Il y avoit vers le milieu du Placenta une appendice longue d'environ 2 doigts , qui paroissoit un reste du Cordon Ombilical , mais on ne voyoit dans tout cela aucune apparence de Fœtus , & sans une recherche assés opiniâtre il eût échappé à M. Anel , qui le démêla enfin dans toutes ces matieres où il étoit perdu. Il n'étoit pas plus gros qu'une fève de Haricot , mais bien formé. Une tête , un tronc , des commencements de bras & de cuisses , le nombril parfaitement bien fermé & réuni.

Il y a trois choses principales à remarquer dans ce fait. 1°. La disproportion d'âge du Fœtus & du Placenta pris avec les membranes , car le Fœtus ne devoit avoir guere qu'un mois , & le Placenta avec les membranes en avoit 6 , c'est-à-dire , qu'ils étoient de la grandeur dont ils sont à 6 mois. 2°. La séparation du Fœtus d'avec le Cordon Ombilical. 3°. La conservation du Fœtus qui ne s'étoit nullement corrompu.

Voici , selon M. Anel , comment le tout peut être arrivé. Le Fœtus meurt naturellement à l'âge d'un mois , ou un peu plus , car comme l'a ingénieusement remarqué M. Fanton , le Fœtus est mort ou de quelque maladie qui lui est survenue , ou parce que le Cordon Ombilical a cessé
de

de le nourrir. Il ne paroît pas que la faute en foit au Cordon, puisqu'on en a trouvé un reste attaché au Placenta, c'est donc le Fœtus qui est mort de lui-même, le Cordon étant en bon état. Après cela, le Cordon pouvoit bien toujours recevoir par la Veine Ombilicale le sang du Placenta & de la Mere, mais le Fœtus mort ne pouvoit plus renvoyer ce sang par les Arteres Ombilicales, & l'impossibilité de la circulation empêchoit le Cordon de recevoir de nouveau sang, & de grossir davantage. Au contraire la transpiration lui faisoit perdre de sa substance, & il devoit diminuer. Cela est d'autant plus vrai-semblable que le petit Fœtus même tiré par M. Anel du sac qui le contenoit, & mis dans l'Eau de vie, y diminua presque de moitié, preuve qu'une partie de la substance de ces corps mous, & peu consistants, s'évapore facilement. Cependant il falloit qu'il se fît en même temps une circulation dans le Placenta, puisqu'il grossissoit, & que des Veines capillaires aux Arteres capillaires de cette partie le sang se fît des routes, sans avoir passé par la Veine & les Arteres Ombilicales, ce qui n'est pas difficile à concevoir.

Il y a apparence que la chute de la Dame dans le 3^{me}. mois fut cause de la rupture du Cordon déjà fort affoibli, & fort diminué de volume. Il en sortit de la liqueur par l'endroit déchiré du côté du Placenta, & il continua à s'épancher par-là entre le Placenta & les Membranes Amnios & Chorion, parce que la Veine Ombilicale fournissoit toujours un peu. De-là vint l'enflure du Ventre. Mais la Veine Ombilicale, dont l'extremité ouverte se rejoignit avec le temps, cessant de fournir, & une partie de la liqueur épanchée s'évaporant à travers les Membranes, & rentrant dans les vaisseaux fanguins de la Matrice, l'enflure devint sensiblement moindre. D'un autre côté la partie du Cordon qui étoit demeurée attachée au Fœtus se desfecha faute de nourriture, & perit, & le nombril du Fœtus se referma de lui-même, parce que rien ne le tint ouvert. Quant à ce que le Fœtus ne se corrompt point, ce-

lui de Toulouſe dont l'hiſtoire eſt ſi fameuſe, qui demeura 25 ans dans le ventre de ſa mere, non ſeulement ſans ſe corrompre, mais preſque petrifié, eſt beaucoup plus merveilleux. Il y a beaucoup d'autres exemples de corps qui ſe ſont conſervés ſains dans des circonſtances où ils devoient naturellement ſe pourrir. Il eſt à remarquer que la liqueur contenuë entre les Membranes & le Placenta, & dans laquelle nageoit le petit Fœtus, reſſembloit fort à du lait. Ce n'eſt pas qu'on puiſſe conclurre de là pourquoi il ne ſe corrompt point, mais enfin c'étoit une liqueur particuliere.

* p. 48.
& ſuiv. **M**R Sarraſin, Medecin de Quebec, dont on a vû l'exacte & curieuſe hiſtoire du Caſtor en 1704*, a envoyé à l'Academie celle d'un autre Animal, qu'on peut appeller *Rat d'Amerique*, aſſés ſemblable à celui que M. Rai a décrit ſous le nom de *Mus Alpinus*. Il a auſſi tant de reſſemblance avec le Caſtor, que M. Sarraſin, qui les connoît beaucoup, dit qu'il l'auroit pris du premier coup d'œil pour un Caſtor de 3 ou 4 mois. Celui qu'il a diſſéqué peſoit 4. livres. Nous n'entrerons point du tout dans le détail anatomique.

Ce Rat eſt de la Clafſe des Animaux qui rongent. Au mois de Mars, temps où la nége qui tombe toujours en abondance dans l'Amerique Septentrionale, n'y eſt pas encore entierement fonduë, il ſort, & va vivre de quelques morceaux de bois qu'il pele. Après la fonte des néges, il vit ordinairement de racines d'Orties, enſuite des tiges & des ſeuilles de cette Plante, & en Eté, de Fraiſes & de Framboiſes. Sa nourriture devient toujours plus délicate. Peu de temps après qu'il eſt forti, il ſonge auſſi au plaiſir, ou à la multiplication de l'eſpece. Ils vont volontiers enſemble juſqu'à l'Automne, & à l'entrée de l'Hiver ils ſe ſéparent, & chacun va ſe loger ſeul dans quelque trou, dans quelque creux d'Arbre, ſans aucunes proviſions.

C'est ainsi que le rapportent les Sauvages, qui selon M. Sarrafin, observent assés bien le naturel des animaux, unique partie de la Philosophie qui leur ait été accordée.

Pour rendre plus vrai-semblable le long temps que le Rat d'Amérique doit passer sans nourriture, M. Sarrafin raconte qu'à Quebec il enchaîna bien un Ours sous des planches qui furent couvertes de nége dès le mois de Novembre, & qu'au mois d'Avril, la nége étant fonduë, il y fut retrouvé bien vivant.

Nous renvoyons entierement aux Memoires.
L'Ecrit de M. Litre sur une Hernie rare.

V. les M.
p. 200.
V. les M.

Et l'histoire d'un Ver aquatique singulier par M. de Reaumur. P. 203.



CHIMIE.

SUR L'AGARIC.

MR Boulduc continuant l'histoire des Purgatifs déjà répanduë dans un grand nombre des Volumes précédents, est venu à l'Agaric, qui paroît avoir été fort estimé des Anciens, & qui l'est peu aujourd'hui, & avec raison. Il est très lent dans son operation, & par le long séjour qu'il fait dans l'Estomac il excite des vomissements, ou tout au moins des nausées insupportables, suivies de sueurs, de syncopes & de langueurs qui durent beaucoup. Il laisse aussi un long dégoust pour tous les aliments. Apparemment les Anciens qui n'avoient pas tant de Purgatifs à choisir que nous, n'y étoient pas si délicats.

L'Agaric est une espece de Champignon, qui vient sur
D ij

le Larix ou Meleze. Quelques-uns croient que c'est une excrescence, une tumeur produite par une maladie de l'Arbre, mais M. Tournefort le range sans difficulté parmi les Plantes, & avec les autres Champignons. On croit que celui qui nous est apporté de Levant vient de la Tartarie, & c'est le meilleur. Il en vient aussi des Alpes & des Montagnes de Dauphiné & du Trentin. Il y a un mauvais Agaric qui ne croît pas sur le Larix, mais sur les vieux Chênes, les Hêtres, &c. & dont l'usage seroit très pernicieux. D'un autre côté on divise l'Agaric en Mâle & Femelle; le premier a la superficie rude & raboteuse, sa substance intérieure très fibreuse, ligneuse, difficile à diviser, de diverses couleurs, hormis la blanche, il est pesant; le second au contraire a la superficie fine, lisse, brune, il est intérieurement blanc, friable, & se met aisément en farine, & par conséquent il est léger. Tous deux se font d'abord sentir doux sur la langue, & ensuite amers & acres, mais le Mâle a plus d'amertume & d'acreté. Celui-ci ne s'emploie point en Médecine, & peut-être est-ce le même que celui qui ne croît pas sur le Larix.

M. Boulduc a employé sur l'Agaric femelle les deux grandes especes de Dissolvants, les Sulfureux & les Aqueux. Il a tiré par l'Esprit de vin une teinture resinuse d'un goût & d'une odeur insupportables, une goutte mise sur la langue faisoit vomir, & donnoit un dégoût de tout pour toute la journée. De 2. onces d'Agaric il est venu 6 dragmes $\frac{1}{2}$ de teinture, le marc qui ne pesoit plus que 9 dragmes, ne contenoit plus rien que l'on ait pu tirer. Ce n'étoit qu'un mucilage, ou une espece de boüe.

Sur cela M. Boulduc vint à soupçonner que ce mucilage inutile, qui étoit en si grande quantité, pouvoit venir de la partie farineuse de l'Agaric détrempée & amollie, & la teinture resinuse de la seule partie superficielle ou corticale. Il s'en assura par l'expérience, car ayant séparées ces deux parties, il ne tira de la teinture que de l'extérieure, & presque point de l'intérieure, ce qui fait voir que

la premiere est la seule purgative, & la seule à employer, si cependant on l'employe, car elle est toujours très-dé-agréable, cause toujours beaucoup de nauées & de dé-goût, & pour diminuer ses mauvais effets, il faudroit la mêler avec quelques autres purgatifs.

Les Dissolvants aqueux n'ont pas non plus trop bien réussi sur l'Agaric. L'eau seule n'en tire rien, on n'a encore qu'un mucilage épais, une bouë, & nul Extrait. L'eau aidée du sel de Tartre, parce que les Sels alkali des Plantes dissolvent ordinairement les parties resineuses, donne encore un mucilage, dont après quelques jours de repos la partie superieure est transparente, en forme de gelée, & fort differente du fond, qui est très épais. De cette partie superieure séparée de l'autre, M. Boulduc a tiré par évaporation à chaleur lente un Extrait d'assés bonne consistance, qui devoit contenir la partie resineuse & la partie saline de l'Agaric, l'une tirée par le sel de Tartre, l'autre par l'eau. Deux onces d'agaric avec $\frac{1}{2}$ once de sel de Tartre avoient donné une once & demi-dragme de cet Extrait. Il purge très bien, sans nauée, & beaucoup plus doucement que la teinture resineuse tirée avec l'Esprit de vin. Quant à la partie inferieure du mucilage, elle ne purge point du tout, ce n'est que la terre de l'Agaric.

M. Boulduc ayant employé le Vinaigre distillé au lieu de Sel de Tartre, & de la même maniere, il a eu un Extrait tout pareil à l'autre, & de la même vertu, mais en moindre quantité.

La distillation de l'Agaric a donné à M. Boulduc assés de sel volatil, & un peu de sel essentiel. Il y a très peu de sel fixe dans la tête morte.

L'Agaric mâle, que M. Boulduc appelle faux Agaric, & qu'il n'a travaillé que pour ne rien oublier sur cette matiere, a très peu de parties resineuses, & encore moins de sel volatil, ou de sel essentiel. Aussi ne vient-il que sur de vieux Arbres pourris, dans lesquels il s'est fait une resolution ou une dissipation des principes actifs. L'infusion

30 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
de cet Agaric faite dans l'eau devient noire comme de
l'encre , lorsqu'on la mêle avec la solution de Vitriol.
Aussi l'Agaric mâlé est-il employé pour teindre en noir.
On voit par-là qu'il a beaucoup de conformité avec la
Noix de galle , qui est une excrescence d'arbre.

SUR LA VOLATILISATION

DES SELS FIXES DES PLANTES.

V. les M.
p. 185.

QUAND le feu décompose un Mixte , les parties les plus disposées à prendre beaucoup de mouvement se détachent , & s'élevent selon l'ordre que leur donnent les différences de cette disposition , & les autres demeurent immobiles au fond du Vaisseau. Les premières qu'on appelle volatiles , sont le flegme , les Esprits ou Sels soit acides , soit urineux , ou alkali , l'huile ; les autres qu'on appelle fixes , sont la Terre & les Sels alkali *lixiviels* , ainsi nommés , parce qu'on les separe de la terre par des lessives , ou lotions d'eau , qu'on laisse ensuite évaporer. Ces sels n'étoient pas dans le Mixte sous la forme où ils paroissent alors , ils étoient intimement unis avec les sels volatils qui se sont échapés , ils étoient même & avec l'huile & avec le flegme , & après en avoir été séparés ou depouillés , ils demeurent comme une Eponge toute percée de pores & de voides , très susceptible , & même avide de reprendre tout ce qu'elle a perdu.

Il ne faudroit donc , pour rendre volatils ces sels alkali fixes , qu'y faire rentrer des parties volatiles , pareilles à celles qui les ont abandonnés , & les y unir si étroitement , qu'elles ne pussent s'envoler par le feu sans les emporter avec elles , du moins en partie ,

On verra dans le Memoire de M. Homberg comment le hasard lui presenta dans du Savon des Sels fixes qui se volatilisoient d'eux-mêmes. On sçait que le Savon est un

composé d'huile & du sel alkali lixiviel de la Plante appelée *Soude*. Sur cela M. Homberg soupçonna, ou plutôt jugea selon ses principes de Chimie, que l'huile dont il croit que les Sels volatils tiennent toute leur volatilité, s'étant intimement mêlée avec les Sels fixes de la Soude dans le Savon, les avoit rendus volatils. Alors ils n'étoient plus alkali, puisque leurs pores s'étoient remplis de l'huile qu'ils avoient absorbée. Il y a encore plus. L'huile a toujours de l'Acide, & cet Acide s'étant joint à l'Alkali, le tout étoit devenu un Sel moyen, tel qu'est le Sel commun, mais parce que l'acide ne s'étoit joint à l'alkali que par le moyen de l'huile, & accompagné de l'huile, ce Sel moyen étoit huileux ou sulphureux.

En suivant cette premiere idée, & en executant par des operations chimiques les veües qu'elle donnoit, M. Homberg a trouvé que pour disposer à la volatilité les Sels fixes des plantes, il falloit commencer par les mettre en Savon, laisser pousser naturellement à ce Savon quelques petites pointes de sel ou cristaux qui s'éleveront à sa superficie, & qui feront des Sels fixes déjà volatilifés d'eux-mêmes, comme il arriva dans la premiere experience, ensuite mettre cette matiere sur le feu après l'avoir imbibée & penetrée d'une nouvelle liqueur, qui aidera une nouvelle sublimation des sels fixes devenus volatils, & repeter cette operation tant qu'il pourra s'élever de sels. Le choix de la liqueur dont on penetre la matiere savonneuse n'est pas indifferent. L'eau est la moins propre à l'effet qu'on attend, l'huile y est plus propre, l'huile distillée plus que l'huile tirée par expression; il faut non seulement la liqueur la plus volatile, mais celle qui se lie le plus aisément aux sels. L'Esprit de Vin est très convenable. M. Homberg, en prenant bien tous ses avantages, est parvenu à volatiliser près de la moitié d'une quantité de sel de Tartre, qui est un sel fixe vegetal.

Le sel volatilifé paroît souvent en consistance sèche, parce que comme l'eau & l'huile ne s'unissent pas volon-

32 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
tiers, l'huile qui accompagne ce sel le garantit de l'action
de l'humidité de l'air, qui le refoudroit en liqueur.

M. Homberg n'a rien dit sur l'utilité des Sels fixes volatilisés. Il est toujours bon que la Chimie sache se rendre maîtresse des Mixtes, & en disposer à son gré selon ses différentes veües.

SUR LES COULEURS DES PRECIPITE'S DE MERCURE.

V. les M.
P. 259.
* p. 43.
& suiv.

ON a vû en 1712 * le système de M. Lémery le fils sur les couleurs des Précipités de Mercure. Ils deviennent jaunes ou rouges, parce que les Alkali qui ont précipité le Mercure dissous par l'Esprit de Nitre, ont donné à ce Mineral des particules de feu dans le même temps qu'ils lui enlevoient ses Acides. L'Auteur du système, dont voilà le précis, l'a d'abord confirmé, & ensuite étendu.

Pour le confirmer, il employe principalement cette observation. Quand d'une dissolution de Mercure par l'Esprit de Nitre on en a fait évaporer le flegme, il reste une matiere blanche, qui est le Mercure même revêtu d'Acides nitreux. Que l'on mette cette matiere sur le feu, elle va par tous les degrés du jaune jusqu'à un rouge fort avant que de se sublimer, si la chaleur est fort douce, mais si elle est violente, la matiere se sublime & conserve sa blancheur sans alteration. Cela vient, selon M. Lémery, de ce qu'une chaleur douce ayant besoin d'un fort long temps pour élever le Mercure au haut du Vaisseau sublimatoire, elle a le loisir de penetrer peu à peu toutes les parties de ce Mineral, dont la masse entiere est comme immobile & reçoit d'autant plus l'impression du feu qu'elle lui resiste davantage. Mais si le feu est violent, il éleve brusquement toute la masse du Mercure, & n'agit point en détail sur ses petites parties. On voit assés la consequence.

La

La couleur du précipité rouge vient donc de ce que dans cette lente sublimation les particules de feu ont pris la place des Acides, dont le Mercure étoit pénétré. Elles l'ont prise d'autant plus facilement, que les pores déjà dilatés par l'introduction de ces Acides l'ont été encore davantage par la chaleur, qui en même temps qu'elle faisoit envoler les Acides, ouvroit la porte aux particules de feu.

On ne peut pas attribuer la couleur rouge à la seule perte des Acides, car M. Lémery connoît par expérience que le précipité blanc en a plus perdu que le rouge.

Après cela, il a étendu son système. Il n'avoit considéré d'abord que l'effet de differents Alkali versés sur differentes portions d'une même dissolution de Mercure. Il considère maintenant l'effet de ces differents Alkali versés successivement sur une même portion de la dissolution.

Quand elle a été teinte en jaune ou en rouge par l'huile de Tartre, si l'on y verse ensuite quelque Alkali volatil tiré par la distillation, & refous dans du flegme, comme l'Esprit de Sel Armoniac, la couleur produite par l'huile de Tartre disparoît, & il lui succede le blanc sale ou noirâtre, qui, selon ce qui a été dit en 1712. est l'effet des Alkali volatils.

Si l'Alkali volatil a été versé le premier, & a par conséquent produit dans la liqueur son blanc sale, le Sel de Tartre versé ensuite ne l'efface point pour mettre son jaune à la place, seulement il étend ce blanc sale qui appartient à l'Alkali volatil.

Pour expliquer ces phenomenes, car il est bon de s'en tenir d'abord à ces deux-là pour ne point charger la matière, il faut de nouvelles suppositions. Les Acides du Nitre ne dissolvent le Mercure que parce qu'ils le penetrent, & s'engagent dans ses pores par leurs pointes, de sorte que toute sa surface en est herissée. Il est fort vrai-semblable qu'ils soient inégalement engagés dans la substance de ce Mineral, les uns plus, les autres moins, & que ceux qui y sont le plus profondément enracinés soient les plus diffi-

ciles à arracher, c'est-à-dire, ceux que les Alkali absorbent le plus difficilement. Différents Alkali ont certainement différents degrés de force pour absorber, & ceux qui en ont le plus, s'ils viennent après ceux qui en ont moins, doivent trouver encore à agir, c'est-à-dire, qu'il sera resté des Acides trop engagés dans le Mercure pour en pouvoir être détachés par l'Alkali foible, & qu'ils le feront quand l'Alkali plus fort surviendra. Si au contraire l'Alkali fort a agi le premier, il ne doit avoir rien laissé à faire au foible. M. Lémery prend l'Alkali volatil pour plus fort que le fixe.

Après qu'une dissolution de Mercure a été teinte en jaune ou en rouge par l'Alkali fixe de l'huile de Tartre, si l'on y verse de l'Esprit de Sel Armoniac qui est un Alkali volatil, cet Arbsorbant trouve donc encore des Acides à détacher, qui ne l'avoient pas été par le Sel de Tartre. Par cette action il peut bien, comme il a été dit en 1712. produire le blanc sale, & ce blanc doit alterer la couleur produite précédemment par l'Alkali fixe. Mais pourquoi disparoît-elle entièrement ! Elle ne le peut à moins que les particules de feu introduites par l'Alkali fixe dans les pores du Mercure à la place des Acides nitreux ne s'en échappent, & il ne semble pas que l'Alkali volatil doive en être la cause, puisqu'il n'agit que sur les Acides que l'Alkali fixe lui a laissés, & ne touche point à ce qu'a fait cet Alkali, dont l'action, quoi-que plus foible, a été toute semblable. En un mot, les pores du Mercure pleins de particules de feu en doivent demeurer pleins, & si ceux où il étoit resté des Acides fort engagés ne se remplissent pas à leur place de particules de feu par l'action des Alkali volatils, ce qui augmenteroit le jaune ou le rouge, du moins ces couleurs précédentes doivent-elles subsister.

M. Lémery prétend qu'elles ne subsistent pas, parce que les violentes secousses que donnent les Alkali volatils aux Acides qu'ils déracinent, ébranlent de telle sorte les cellules voisines où sont emprisonnées les particules de feu

introduites par les Alkali fixes, que leurs pores s'en dilatent, & que ces particules s'envolent.

Il y a encore une circonstance particuliere qui leur aide à s'envoler. Que l'on imagine un Acide, & une particule de feu enfermés chacun dans une petite cellule, qui ayent une cloison commune. L'Acide violemment secoué par l'Alkali qui entreprend de l'arracher de là, pousse la cloison du côté où est enfermée la particule de feu, & la pousse avec d'autant plus de force, qu'il a plus de masse que cette particule. Dès qu'il est sorti, cette cloison par son ressort va au de-là de sa premiere position naturelle, & fait de petites vibrations jusqu'à ce qu'elle l'ait reprise, & par-là soit en augmentant la petite cavité où est contenue la particule de feu, soit en la diminuant, elle lui permet de sortir, ou l'y oblige.

Quand l'Alkali volatil a été versé le premier sur la dissolution, & y a produit son blanc sale, il n'est pas étonnant que l'Alkali fixe versé ensuite ne cause point de changement, puisqu'il ne trouve plus rien à faire, plus d'Acides à détacher.

Ce seroit la même chose, si l'on employoit, non pas des Alkali fixes & volatils, mais des Alkali fixes plus foibles & plus forts. Les effets dépendroient toujours de l'ordre dans lequel ces Agents auroient été employés.

Il y a un autre phenomene plus singulier, découvert par M. Lémery, dans lequel les changements de couleur sont alternatifs par deux liqueurs alternativement versées. Si l'on mêle de l'Esprit de Sel à la dissolution du Mercure par le Nitre, il se fait un précipité blanc; si l'on y mêle ensuite de l'huile de Tartre, ce même précipité devient jaune; que l'on y remette de l'Esprit de Sel, il redevient blanc, après quoi il redevient jaune par de nouvelle huile de Tartre, & toujours ainsi de suite.

L'explication de M. Lémery suppose deux faits suffisamment prouvés, l'un que l'Esprit de Sel, quoi-que ce soit un Acide, est un alkali ou absorbant à l'égard de

36 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
l'Esprit de Nitre, l'autre que l'esprit de Sel est un Dissolvant du Mercure, mais foible.

Cela posé, quand on verse pour la premiere fois de l'Esprit de Sel sur la dissolution, cet Esprit absorbe une partie des Acides nitreux qui tenoient le Mercure dissous, & par consequent le Mercure abandonné par eux se précipite sous une couleur blanche. Ensuite vient l'Huile de Tartre, qui étant pour les Acides nitreux un absorbant plus fort que l'Esprit de Sel, détache les Acides qui étoient restés au Mercure, & les détache en plus grande quantité, introduit en leur place ses particules de feu, & par consequent fait paroître le jaune. Tout étant en cet état, si l'Esprit de Sel survient, il entre comme dissolvant du Mercure dans les pores d'où les particules de feu avoient été introduites, les en chasse, & fait reparoître le blanc; & il faut bien remarquer que l'Esprit de Sel agit la premiere fois comme absorbant des Acides nitreux, & la seconde comme dissolvant du Mercure, & qu'il n'agira qu'en cette qualité toutes les fois qu'on l'employera dans la suite, car il est visible qu'on peut recommencer l'expérience tant qu'on voudra, & que par les raisons qui viennent d'être dites, les changemens du blanc au jaune, & du jaune au blanc seront toujours alternatifs. Voilà les points principaux sur lesquels roule le systême d'une generation de couleurs. Quoique les couleurs rendent tout sensible, elles tiennent toujours à quelque chose de si insensible, que les systêmes ont bien de la peine à aller jusques-là.



SUR LES FLEURS.

ET

LES FEUILLES TENDRES

DE PESCHER.

C'EST en qualité de Purgatif que les Fleurs & les Feuilles tendres de Pescher ont été examinées par M. Boulduc. Les Fleurs sont souvent employées contre les Vers qui tourmentent les Enfans. Un Medecin fameux a marqué dans ses Lettres une grande estime pour un remede si simple & si commun. Voici quelles sont les principales observations de M. Boulduc sur les Fleurs de Pescher.

On greffe ordinairement le Pescher sur le Prunier, ou sur l'Amandier. Les Fleurs du Pescher greffé sur le Prunier sont plus purgatives; la raison en faute aux yeux; les Prunes le sont un peu, & les Amandes nullement.

Les Fleurs des Pesches les plus communes, & les moins recherchées pour le goût, comme les Pesches de Vignes, sont les meilleures.

Ces Fleurs contiennent près de trois quarts d'humidité superflüe; les Boutons un peu moins que les Fleurs épanouïes, ce qui est fort naturel, puisque c'est l'humidité qui cause l'épanouïssement.

Les Boutons paroissent un peu plus purgatifs que les Fleurs épanouïes,

De 4 livres de Fleurs épanouïes mises au Bain de vapeur, il en est venu par la distillation à une chaleur très lente 12 à 13 onces d'une eau très blanche, très douce sur la langue, & d'une très agréable odeur de noyau de Pesche pilé. Quelques gouttes de cette eau communiquent le même parfum à toutes les liqueurs.

La même quantité de Fleurs en gros boutons a donné à peu-près la même quantité d'eau , mais non pas tout-à-fait si agréable. Elle sentoit un peu l'herbe, parce que la matiere vegetale, d'où elle étoit sortie, étoit moins mûre.

Les matieres qui avoient été au Bain de vapeur , mises ensuite dans une Cornuë à un feu de reverbere clos , qui a été conduit par degrés, ont donné des liqueurs qui contenoient des Acides & des alkali développés , & enfin un Esprit d'un rouge obscur rempli de beaucoup de fuliginosités , & mêlé d'un peu d'huile, dont la partie la plus legere surnageoit, & l'autre étoit au fond. Nous passons ici sur tout-ce qui est trop commun à toutes les Plantes.

La Teinture des Fleurs de Pescher tirée par l'Esprit de vin est très foible, & bien moins amere que celle qui est tirée par l'Eau.

M. Boulduc a reconnu par experience que l'infusion faite de fleurs de Pescher vertes, ou d'une drame de fèches, car, comme nous l'avons dit, il y a les trois quarts d'humidité superfluë dans les vertes, étoit un Purgatif très doux. Elle se prend avec du sucre comme du Thé.

Il s'est confirmé aussi dans une pensée qu'il a déjà proposée plusieurs fois, que les infusions des Plantes, sur-tout des Purgatives, ont plus de vertu que leurs sucs tirés par expression, ou par quelque autre voye. Après qu'on les a tirés, il reste encore dans le marc trop de particules actives, au lieu que l'eau, qui est un grand dissolvant, sçait mieux les dégager & les entrainer.

Les infusions de Fleurs de Pescher, aussi-bien que celles de Roses, se conservent mieux que les sucs. Il s'aigrissent aisément, & les infusions avec des précautions pareilles, dont la principale est de mettre de l'huile dessus, se gardent des années entieres sans alteration. Elles se garderont encore mieux, si avant que de les serrer on les a fait évaporer à moitié. Les sels se concentrent davantage. Il faut encore avoir soin que l'huile qu'on met sur ces li-

queurs, soit celle qui se congele le plus difficilement, comme l'huile d'Amende douce, car quand l'huile se gele, il se glisse entre elle & la liqueur de l'air qui la gâte.

Le plus de facilité que les fucs ont à s'aigrir, marque peut-être qu'ils ne contiennent pas autant que les infusions les differents principes du vegetal, qui se conserveroient mutuellement.

Quand aux Feuilles tendres de Pescher, car il les faut toujours telles, l'infusion en est moins agréable que celle des Fleurs, mais aussi purgative, & peut-être plus. Elle se prend de la même maniere.

Elle est souveraine pour les Enfans qui ont des Vers; & les accidents que les Vers causent.

DIVERSES OBSERVATIONS

CHIMIQUES.

I.

Nous avons dit ci-dessus * que l'Esprit de Sel est un Alkali à l'égard de l'Esprit de Nitre, & par conséquent ces deux Sels tous deux constamment Acides, ne laissent pas de fermenter ensemble. Nous avons parlé aussi en 1701 * de la fermentation de certains Acides avec des Soufres. M. Poli a confirmé par d'autres experiences à peu près semblables ces phenomenes qui semblent contraires au système commun de la fermentation des seuls Acides avec les seuls Alkali. Il ya ajouté la fermentation des Alkali avec les Alkali. Le Sel Armoniac, Sel d'Urine, de Corne de Cerf, & autres Alkali volatils fermentent avec le Sel de Tartre.

* p. 35.
& 36.

* p. 66. &
suiv.

II.

Il a fait aussi un Esprit de Soufre *concentré* qui fermente dans l'instant avec l'eau, & si vivement, qu'elle en devient chaude & bouillante. Cependant l'Eau n'est certainement

ni Acide, ni Alkali. M. Poli tire cet Esprit du soufre fait à la Cloche. Il le met dans une Cornuë sur le Sable, & donne le feu par degrés. Il s'éleve d'abord dans le Recipient une eau insipide, ensuite vient un esprit très acide, dont chaque goutte en tombant dans cette eau y fait le même effet que feroit un petit morceau de fer rouge. La Cornuë étant refroidie & retirée du feu, la liqueur qu'elle contient se trouve claire & transparente comme du Cristal, & pesante presque comme du Mercure. C'est là l'Esprit de Souffre concentré.

III.

M. de la Hire le fils a dit qu'il n'y avoit point d'enduit plus impenetrable à l'eau que celui qui étoit fait avec de la Limaille de Fer, du Vinaigre & du Sel.

IV.

* P. 39.
& 40. A ce qui a été dit en 1713 * des vapeurs des Acides & des alkali volatils qui en se rencontrant en l'air, deviennent ou sensibles, ou plus sensibles, M. Poli a ajouté que son Laboratoire à Rome s'étant rempli par cette raison de fumées nebuleuses, elles descendirent peu de temps après dans une Cave voisine. Il se fait donc une précipitation de ces matieres si subtiles, après qu'elles se sont unies en l'air. De-là M. Poli conjecture que c'est ainsi que se forme le Salpêtre. L'air contient unè Nitre fluide, un Esprit avec lequel se joignent les Sels volatils alkali ou urinaires, qui s'exhalent des vieilles Ecuries ou Etables, des Sepulchres ou Cimetieres, des Masures abandonnées, &c. ces matieres unies se précipitent, s'incorporent avec la terre, se condensent en petites pierres de figure de Prisme, & font le Salpêtre. M. Poli a observé qu'il faut que les lieux immondes où il se forme soient couverts, afin qu'il n'y tombe pas d'eau qui le dissoudroit, que de plus ils ne doivent être percés que d'un côté, parce que le passage continuel de l'air entraineroit les vapeurs insensibles, & ne leur laisseroit pas le temps de se condenser en pierres. Pour appuyer encore ce système de la generation du Salpêtre ;
M.

M. Poli a laissé putrefier pendant près de deux années des urines & d'autres excréments qu'il a ensuite lessivés, & fait évaporer selon l'art, & il n'en a tiré par la distillation qu'une huile fœtode, & un sel volatil, & jamais de Nitre, marque assés sûre que la formation du Nitre demande le concours de quelque autre matiere, qui ne peut être que celle que fournit l'air.

Nous renvoyons entierement aux Memoires
L'Ecrit de M. Lémery le cadet sur les Phosphores. V. les M.
P. 402.



BOTANIQUE.

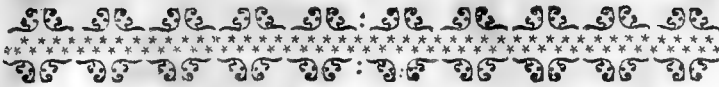
MR Marchand a donné la description de la *Marricaria vulgaris*, C. B. & de la *Marricaria flore fistuloso*, celle de l'*Allearia*, C. B. 10. Allaire, & celle de la *Caltha palustris flore simplici*, C. B. 276.

Nous renvoyons entierement aux Memoires
L'Ecrit de M. Reneaume sur de nouveaux Genres de Plantes. V. les M.
P. 231.

Et la description de deux especes de *Gallium*, ou Cail-le-lait par M. Jussieu. V. les M.
P. 379.

CETTE année M. Jussieu donna au Public un Livre intitulé, *Plantæ per Galliam, Hispaniam & Italiam observatæ Iconibus æneis exhibitæ* à R. P. Jacobo Barreliero, &c. Le P. Barrelier, Dominicain, a paravant Medef.
1714.

42 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
cin de la faculté de Paris, avoit conservé dans la vie Religieuse un grand goût pour l'étude des Plantes. Les premières dignités de son Ordre auxquelles il parvint, l'obligèrent à faire differents voyages dans les Provinces de la France, en Espagne, en Italie, & lui donnerent par consequent occasion d'herboriser. Il fit graver en cuivre très-exactement & très-proprement un grand nombre de Plantes, dont il avoit fait aussi les descriptions en Latin. Il mourut en 1673, & quelque temps après le feu prit dans le lieu où l'on gardoit ses papiers, ce qui les endommagea beaucoup, sans compter que celui qui en devoit avoir soin n'en faisoit pas grand cas, & ne les conservoit guere. D'un autre côté les planches commençoient à se rouïller par le temps. Quelques exemplaires que l'Auteur en avoit fait tirer pendant sa vie, & qu'il avoit donnés à des Botanistes ses amis, étant tombés entre les mains de M. Jussieu, il voulut remonter à la source du Trésor, & le trouva dans l'état que nous venons de dire. Comme les bonnes figures de Plantes sont rares, il jugea que ce seroit rendre un grand service au Public que de lui donner celles-là, d'autant plus que le plus grand nombre de ces figures étoient nouvelles. Il fallut y rapporter les descriptions, où l'on ne connoissoit presque plus rien, suppléer aux défectueuses, retrancher celles qui se trouvoient déjà ailleurs, donner au tout un ordre selon quelque système de Botanique. C'a été là un travail de trois années entieres, & dont on doit tenir d'autant plus de compte à M. Jussieu, qu'il l'a fait sur l'ouvrage d'autrui.



GEOMETRIE.

SUR LES INTERSECTIONS DES COURBES.

LA Theorie des Intersections dont nous avons parlé V. les M.
 en 1713 * est maintenant élevée par M. Rolle. Il p. 5.
 prend pour exemples deux Equations déterminées, l'une * P. 55.
 du 7^{me}. l'autre du 8^{me}. degré. Commençons comme lui
 par celle du 8^{me}. qui est plus facile, parce que son degré,
 quoi-que plus haut, est pair.

L'un des deux Lieux avec lesquels on doit construire une Equation déterminée étant arbitraire, du moins avec certaines restrictions, M. Rolle ne prend pour ce premier Lieu que le Quart de Cercle, que l'on a vû qui suffisoit pour les Equations du 4^{me}. degré. Il introduit selon la methode ordinaire ce Lieu au Quart de Cercle dans l'Equation déterminée du 8^{me}. degré qu'il se propose, & il lui vient un second Lieu du même degré, qui est la courbe que l'on doit combiner avec le Quart de cercle pour la construction de l'Equation proposée.

Plus une courbe est d'un degré élevé, plus elle peut avoir de differents contours & de branches differentes. La raison en est, qu'un Axe étant établi, il faut qu'une Ordonnée qui part d'un point de cet axe soit autant de fois Ordonnée, qu'elle a de valeurs réelles differentes, c'est-à-dire, rencontre autant de fois la courbe. Or plus l'Equation de la Courbe, qui exprime le rapport des Coordonnées, est élevée, plus l'expression d'une Ordonnée peut avoir de differentes racines ou valeurs réelles, donc plus il

y peut avoir de points dans lesquels une ligne droite rencontre une Courbe, & cela ne se peut à moins que la Courbe ne prenne autant de differents contours, ou ne forme autant de differentes branches qu'il est necessaire. Souvent ces differentes branches ne font pas un cours continu, mais sont détachées les unes des autres. Il est vrai qu'en certaines Courbes des Ordonnées imaginaires, qui répondent aussi à des portions imaginaires des Courbes, remplissent les vuides, & lient en quelque sorte les differentes branches, mais en une infinité de Courbes ces liaisons imparfaites manquent, & la Courbe totale est comme un composé de plusieurs Courbes éparfes çà & là, qui ne se tiennent point. Il n'y a, pour ainsi dire, qu'une certaine liaison enveloppée & cachée dans l'Equation, qui les assemble, & les rend parties d'un même Tout.

La Courbe du 8^{me}. degré, à laquelle M. Rolle arrive, a 8 branches, dont trois qui sont d'un côté par rapport au point qu'on a pris pour origine, & trois qui sont de l'autre, s'étendent à l'infini chacune par ses deux extrémités, & ont chacune leur Asymptote. Entre ces six branches, & précisément au milieu, il y en a deux autres égales & semblables, qui se réunissent en un sommet qui est celui de toute la Courbe, & vont à l'infini chacune par leur autre extrémité. Elles ont dans une certaine étendue la forme & l'apparence d'un demi-Cercle. C'est cette seule étendue que M. Rolle fait couper par un Quart de Cercle d'un certain rayon déterminé, & il est évident par cette construction seule que ce Quart de Cercle doit couper l'une de ces deux branches du milieu en 8 points, & que par consequent le demi-Cercle coupera les deux en 16, & cela dans le seul petit circuit de la Courbe qui a été marqué.

Reste à prouver que ce circuit dans toute l'étendue où il est coupé est concave vers son axe, aussi-bien que le demi-Cercle qui le coupe, car c'est la concavité perpetuelle des deux Courbes vers un même côté dans toute l'éten-

duë de leurs interfections, qui fait, ainsi que nous l'avons remarqué en 1713, la merveille du Paradoxe de M. Rolle.

Il n'a besoin pour sa preuve que de deux principes assez évidens d'eux-mêmes, & reçûs; l'un, c'est qu'une courbe qui ne peut être coupée par une ligne droite qu'en deux points, est par tout concave vers son axe; l'autre, qu'une ligne droite ne peut jamais couper une courbe en plus de points qu'il n'y a de degrés dans son Equation, ce qui est une suite de ce que nous avons dit ci-dessus. Or il est clair qu'une droite perpendiculaire à l'axe de la courbe ne coupera le circuit marqué qu'en un point, & d'ailleurs qu'une droite parallele ou oblique à ce même axe coupera les six branches qui sont des deux côtés de ce circuit, d'où il suit qu'elle ne peut plus le couper qu'en deux points, & que par conséquent il est par-tout concave vers son axe.

La courbe du 7^{me}. degré est toute semblable à celle du 8 en ce qui est de son milieu, & de deux branches posées de chaque côté, mais elle en differe par deux autres branches fort détachées de toutes les autres, & posées fort à l'écart, comprises chacune entre deux Asymptotes. Du reste M. Rolle prouve de la même maniere que le circuit du milieu par-tout concave vers son axe, est coupé en 14 points par un demi-Cercle.

SUR L'USAGE DE LA MECHANIQUE

EN GEOMETRIE.

LA Geometrie qui considere l'Etendue précisément V. les M.
comme étendue, est plus simple que la Mechanique, P. 77.
qui la considere comme pesante, & agissant par des Leviers. Il est donc de l'ordre que la Mechanique suppose la Geometrie, & s'en serve, mais non pas que la Geome-

trie se serve de la Méchanique qui est plus composée. Cependant les besoins pressants de la Géométrie peuvent quelquefois excuser ce renversement d'ordre, la mesure des Surfaces & des Solides engendrés par des courbes est si difficile en quelques occasions, qu'on est trop heureux de réussir dans cette recherche purement géométrique avec le secours de quelques idées méchaniques, & enfin ce secours ne fût-il pas nécessaire, il seroit toujours bon d'avoir les vérités que produit l'alliance de la Méchanique & de la Géométrie.

* p. 108.
& suiv.

On a vû dans l'Hist. de 1702 * que le centre de gravité est un point où se réunit toute l'action de deux ou de plusieurs poids opposés qui agissent les uns contre les autres, ou les uns par rapport aux autres, & cette action est tellement réunie en ce point, que si l'on vouloit arrêter ou soutenir l'effort de tous les poids ensemble par un effort égal, ce seroit par le Centre de gravité qu'il faudroit s'y prendre. Ne considérons que deux poids opposés pour plus de facilité. Le Centre de gravité, qui est entre deux poids placés sur un Levier, porte donc tout leur effort, & par conséquent il est chargé, comme l'on sçait, de la somme de ces deux poids. S'il leur survient quelque chose de nouveau, il faut que le centre de gravité s'en ressente, & qu'il lui arrive un changement égal. Si par exemple, chaque poids augmente d'une livre, la charge du Centre de gravité sera de 2 livres de plus qu'elle n'étoit. Si les deux poids se meuvent le long de leur Levier commun, ils peuvent se mouvoir de façon que leurs distances au Centre de gravité, quoique toujours croissantes ou décroissantes, le seront toujours en raison renversée des masses ou pesanteurs de ces corps, & alors, quoiqu'ils soient en mouvement au lieu qu'on ne les y supposoit pas auparavant, l'action qu'ils ont l'un par rapport à l'autre ne change point du tout, & par conséquent comme ils ne reçoivent aucun changement entant que poids suspendus à un Levier, il n'arrive aucun changement à

leur Centre de gravité ; il ne porte que la même charge, & demeure immobile. Mais si les poids se meuvent avec des vitesses qui changent selon toute autre proportion leurs distances au premier Centre de gravité, ou si, pour plus de facilité, on les conçoit arrivés à ces nouvelles distances, & là devenus immobiles, il est évident qu'il doit y avoir entre eux sur le Levier un nouveau point qui soit leur Centre de gravité, & que comme l'action qu'ils avoient l'un par rapport à l'autre a changé, parce qu'ils avoient des vitesses qui n'étoient pas en raison renversée de leurs masses, de même le point où se réunissoit cette action a changé de place sur le Levier. On doit concevoir que le Centre de gravité s'est mû de toute l'étendue qui est entre le premier point où il étoit placé & le second, & comme ce Centre porte toujours la charge de la somme des deux poids, c'est la même chose que si la somme des deux poids s'étoit muë de toute cette longueur, ce qui est égal à une force ou quantité de mouvement, qui seroit le produit de cette somme par ce chemin supposé.

Le Centre de gravité n'étant que le point où l'action des deux poids est réunie, & cette action réunie n'étant que les deux actions prises séparément, entant qu'elles conspirent à un certain effet, qui est ici le changement de place du Centre de gravité, il s'ensuit que le changement arrivé au Centre de gravité est égal au changement arrivé aux deux actions des deux poids, entant qu'elles conspiroient à faire changer de place le Centre de gravité. Or le changement arrivé au Centre de gravité est exprimé par la somme des deux poids multipliée par son chemin, donc ce produit est égal à la somme des deux poids, multipliés par le chemin qu'ils ont fait chacun en particulier, entant que ces deux mouvements ont conspiré au mouvement du Centre de gravité.

Cette condition ou restriction est nécessaire, ainsi qu'on le voit par les idées qui ont été établies, mais on va le

voir encore plus sensiblement. Si les deux poids se font mus du même sens, c'est-à-dire, vers la même extrémité du Levier, leurs deux mouvemens s'accordent parfaitement à faire avancer le Centre de gravité vers cette même extrémité, & le produit de la somme des poids par le chemin du Centre de gravité doit par conséquent être égal à la somme des produits des deux poids chacun par son chemin particulier. Mais si les deux poids se font mus en sens contraires, chacun a tiré aussi, pour ainsi dire, le Centre de gravité vers une extrémité opposée du Levier, & leurs mouvemens auroient pû être tels que ce Centre, comme on l'a vû, seroit demeuré immobile. Mais si les mouvemens n'ont pas été dans cette proportion unique qui causoit l'immobilité du Centre de gravité, il a nécessairement avancé vers un côté, mais seulement autant qu'il l'a pû selon que le mouvement le plus fort l'a tiré davantage de ce côté-là. En ce cas le produit de la somme des deux poids par le chemin du Centre de gravité est égal à la différence des produits des deux poids chacun par leur chemin particulier.

Par exemple, le Levier étant conçu divisé en parties égales, si les deux poids sont 2 & 3, le Centre de gravité sera éloigné de 3 parties ou divisions du poids 2, & éloigné de 2 divisions du poids 3, de sorte que la ligne qui sera entre les deux poids aura 5 parties ou divisions du Levier. Si l'on conçoit maintenant que les deux poids ayent été avancés chacun de 2 divisions vers la même extrémité du Levier, la ligne qui sera entre eux sera encore 5, & le Centre de gravité se sera avancé de 2 divisions vers le même côté que les deux poids. Son chemin 2 multiplié par 5, somme des poids est 10, produit égal à celui du poids 2 par son chemin 2, & à celui du poids 3 par le même chemin 2. Si au contraire les poids ont fait encore le même chemin 2, mais l'un vers une extrémité du Levier, l'autre vers l'autre, la ligne qui est entre eux est 9, & il faut pour avoir le lieu du Centre de gravité,

vité, diviser cette ligne en deux parties qui soient comme 2 & 3, & qui par conséquent seront $3\frac{2}{5}$, & $5\frac{2}{5}$. Le Centre de gravité est donc presentement éloigné du poids 3 de $3\frac{2}{5}$, & du poids 2. de $5\frac{2}{5}$. Mais ce Centre dans sa premiere situation étoit éloigné du poids 3 de 2 divisions, & ce même poids s'est encore éloigné de 2, ce qui fait 4. & cependant dans cette seconde disposition le Centre de gravité n'est éloigné du poids 3 que de $3\frac{2}{5}$, donc le Centre de gravité s'est approché de ce poids de $\frac{2}{5}$, donc le chemin de ce Centre est $\frac{2}{5}$, qui multiplié par 5, somme des poids est 2, produit égal à la difference de 6 & de 4, qui sont les produits des deux poids par leurs chemins.

Une Courbe quelconque peut être conçüe comme formée d'arcs infiniment petits égaux, & ces arcs peuvent aussi être conçus comme des poids égaux, & alors parce qu'il faut, ainsi qu'il a été dit dans l'Hist. de 1711.^{*}, les considérer comme agiffants par de petits leviers terminés à une droite, il y a un levier moyen équivalent à tous les autres, & dont l'extremité est le Centre de gravité de la Courbe, qui par conséquent est un point pris entre elle & cette droite. Si l'on conçoit que cette Courbe se meuve selon une ligne perpendiculaire à son plan, de maniere qu'elle décrive une surface, il est clair que la surface décrite est égale à la somme de tous les petits arcs multipliés chacun par le chemin particulier qu'il a fait. D'un autre côté par le principe mécanique que nous venons d'expliquer, la somme de tous ces produits est égale au produit de la somme des poids, qui est la Courbe même, par le chemin du Centre de gravité, donc on a une valeur de la surface décrite, qui étoit necessairement curviligne, & c'est là une connoissance que la Méchanique prête à la Geometrie.

De même si une surface curviligne décrit un Solide par un mouvement perpendiculaire à son plan, la somme des éléments infiniment petits de cette surface pris pour des poids, multipliés chacun par son chemin particulier, c'est-

à-dire, le solide produit est égal à la somme des poids, ou à la surface même multipliée par le chemin de son Centre de gravité.

Nous avons supposé pour plus de simplicité en énonçant ces deux Propositions, que les mouvemens des Courbes ou Surfaces curvilignes décrivant n'étoient qu'en même sens, car s'ils étoient en même temps en sens contraires, ce qui pourroit arriver, par exemple, à une Courbe qui auroit une inflexion, ce seroit, comme il est aisé de le voir par les principes qu'on a posés, une différence & non une somme de produits qui seroit égale à la surface ou au solide engendré.

Pour nous tenir dans le cas le plus simple, & dans des exemples très-faciles, si l'on veut mesurer par la methode presente la surface d'un Cilindre, il faut la concevoir comme formée par la circonference de la Base, qui s'est muë parallelement à elle-même selon toute la longueur de l'axe, ou, ce qui est la même chose, selon une ligne perpendiculaire à son plan. La surface cylindrique est donc la somme de tous les arcs infiniment petits de la circonference de la base multipliés chacun par la longueur de l'axe, & par consequent elle est egale à cette même circonference, somme de tous les petits arcs, multipliée par le chemin de son Centre de gravité qui est le même que son Centre, c'est-à-dire par l'axe.

Il en va de même de la surface du Cone droit, elle est formée de la somme de toutes les parties infiniment petites & égales de l'Hipotenuse du Triangle generateur, multipliées chacune par la circonference particuliere qu'elle décrit, donc elle est égale à l'Hipotenuse du Triangle generateur multipliée par le chemin de son Centre de gravité. Or cette Hipotenuse étant une ligne droite, son Centre de gravité est son point du milieu, & le chemin de ce point dans la generation du Cone est une circonference deux fois moindre que celle de la Base. Donc la surface du Cone est égale à l'Hipotenuse du Triangle ge-

nerateur multipliée par une circonference deux fois moindre que celle de la Base.

Par cette methode la valeur de la solidité du Cilindre faute aux yeux, celle de le solidité du Cone a un peu plus de difficulté. Pour la trouver, il faut se représenter le Triangle rectangle generateur divisé en une infinité de Triangles par des lignes qui partant de son sommet, le même que celui du Cone, vont se terminer à des parties égales infiniment petites de la base du Triangle generateur, qui est le rayon du Cone. Si le Triangle generateur ainsi divisé fait une revolution circulaire autour de celui de ses côtés qui est l'axe du Cone, il est clair que la solidité du Cone est la somme des plans de tous les Triangles infiniment petits multipliés chacun par la circonference circulaire que son Centre de gravité a décrite autour de l'axe. Donc cette même solidité est égale au seul Triangle generateur multiplié par le chemin de son Centre de gravité. Or le Centre de gravité d'un Triangle est aux $\frac{2}{3}$ de la ligne qui partant de son sommet divise sa base en deux parties, & par-là on a le Centre de gravité du Triangle generateur. Reste à trouver son chemin, c'est-à-dire, la circonference circulaire qu'il a décrite. Par le lieu du Centre de gravité dans le Triangle generateur, on trouve aussi-tôt que cette circonference est le tiers de celle de la base du Cone. Donc la solidité du Cone est le tiers de la circonference de sa base multiplié par le Triangle generateur, c'est-à-dire, par la moitié du produit de l'axe & du rayon.

M. Varignon, auteur de la Theorie que nous expliquons ici, ne l'applique pas à des choses si faciles & si connus, & en effet il seroit inutile & vifieux d'aller chercher dans des principes de Mechanique des verités que la simple Geometrie fournit sans secours étranger. Nous n'avons prétendu que faire sentir quelle étoit la methode de M. Varignon, dont il fait lui-même un usage plus relevé. Il s'en sert, par exemple, à démontrer une proposition

52 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
avancée par M. Leibnits sans démonstration, que quand on développe une Courbe, la surface tracée par le développement, en quelque instant qu'on le prenne, est égale au produit de la longueur de la Courbe développée par le chemin que son Centre de gravité aura parcouru pendant le développement. Voilà une vérité pour laquelle la Geometrie est obligée d'avoir recours à la Mechanique. M. Varignon prouve aussi quelques autres propositions curieuses de même espece simplement énoncées par d'autres Geometres, & il y en ajoute de nouvelles de son propre fonds. Il est moins difficile de bien suivre le fil de ses propres idées, que de retrouver précisément le fil des idées d'autrui.

SUR LES DENSITE'S DES MILIEUX,

*Entant qu'elles contribüent à faire décrire des Courbes
aux Corps.*

QUAND on trouve qu'un Corps jetté horifontalement en l'air décrit une Parabole par le mélange continuel & inégal du mouvement horifontal uniforme, & du mouvement vertical croissant imprimé par la pesanteur, on ne fait point attention à la Resistance du Milieu, qui est cependant réelle, & si on vient à la considerer, tout change. On l'a vû par la Theorie des Resistances des Milieux si amplement expliquée d'après M. Varignon dans plusieurs des Volumes précédents*. Il a regardé la Resistance du Milieu comme proportionnée selon quelque raison à la vitesse du Corps mù, & croissant ou décroissant avec cette vitesse, & il n'a pas eu égard à la densité des Milieux, ou l'a supposée uniforme, quoi-qu'il lui eût été facile d'en tenir compte en la prenant pour variable, car il n'y eût eu d'autre changement, sinon que la Resistance totale eût été composée de cette densité du Milieu aussi-

* Ceux
de 1707.
1708.
1709.
1710.
1711.

bien que d'un certain rapport à la vitesse du Corps.

Un Milieu étant donc supposé d'une densité toujours inégale, ou pour parler plus geometriquement, tel que le nombre infini de Couches infiniment peu épaisses dans lesquelles on peut le concevoir divisé, soient d'une densité toujours croissante ou décroissante selon quelque ordre que ce soit, il est évident que le mouvement d'un Corps pesant jetté horizontalement dans ce Milieu, outre qu'il sera continuellement mêlé de vertical par l'action de la pesanteur, sera encore toujours alteré par la Résistance du Milieu proportionnée & à sa différente densité, & à la différente vitesse du Corps. De-là naîtront certaines Courbes selon les différentes hypotheses des densités du Milieu, & du rapport de sa résistance à la vitesse du Corps, car pour la pesanteur on s'en tient ici à l'hypothese de Galilée.

L'Inverse de cette recherche est de supposer une certaine Courbe décrite par le Corps mù, & de chercher quelle a dû être ou la proportion des densités du Milieu, ou celle de la résistance de ce Milieu à la vitesse du Corps, car il faut déterminer l'une de ces deux choses pour chercher l'autre. M. Bomie a entrepris la solution de ce Problème, en supposant que le Milieu résistoit en raison des quarrés de la vitesse du Corps mù, ce qui est l'hypothese la plus communément reçûe, & il cherche quelle a dû être la proportion des densités du nombre infini des Couches du Milieu, afin qu'une certaine Courbe prise ou donnée à volonté ait été décrite. M. Neuton a resolu ce même Problème par des Series infinies, mais M. Bomie a cru y pouvoir réussir par la voye des infiniment petits avec plus de facilité, & même avec plus d'exactitude.

La Densité variable du Milieu étant ici la seule chose inconnuë, il en faut avoir l'expression geometrique non seulement en grandeurs connuës, mais encore en grandeurs qui se puissent tirer de l'Equation de la Courbe donnée; D'un autre côté la résistance du Milieu à chaque instant

est ici le produit du quarré de la vitesse du Corps en cet instant par la densité de la Couche où il se trouve, & par consequent l'expression de la resistance totale du Milieu donnera celle de la densité.

* p. 86.
& suiv.

Nous avons démontré assés au long en 1711 * tout ce qui appartient à la force acceleratrice, la resistance du Milieu que nous considerons en est une *retardatrice*, qui a les mêmes propriétés, les changemens necessaires de l'une à l'autre étant sousentendus. La resistance du Milieu est donc une force finie, continuellement appliquée, qui dans un temps infiniment petit retranche de l'espace infiniment petit du 1^{er}. genre qui eut été parcouru un espace infiniment petit du 2^d. dont tout l'effet est ce retranchement, & qui par consequent doit avoir pour expression cet espace infiniment petit du 2^d. genre divisé par le quarré d'un temps infiniment petit du 1^{er}. De-là naît une expression de la densité, mais M. Bomie la change en une autre plus aisée à appliquer à la Courbe donnée, & qui en renferme le côté infiniment petit, la difference 2^{de}. de deux Ordonnées correspondantes à ce côté, & leur difference 3^{me}.

Par cette formule generale de la densité, on voit d'abord que si la difference 3^{me}. des Ordonnées de la Courbe est nulle, ce qui arrive quand les differences 2^{des}. sont constantes, & les differences 1^{es}. en progression arithmetique, la densité du Milieu est nulle. Or en supposant dans la Parabole la difference des Abscisses constante, ce qui est la supposition la plus naturelle pour les Courbes, la difference 3^{me}. des Ordonnées est nulle, d'où il suit que si on suppose qu'un Corps ait décrit une Parabole, il faut qu'il se soit mû dans le Vuide, à prendre la chose dans l'exactitude geometrique, & que puisque les experiences répondent si-bien à la supposition qu'un Boulet de Canon décrive une Parabole dans l'Air, il faut que la densité de l'Air soit en ce cas-là phisiquement nulle, c'est-à-dire, ne fasse au mouvement du Boulet qu'une resistance insensible.

Si on veut qu'un Corps ait décrit un quart de Cercle, M. Bomie trouve que la densité des Couches du Milieu correspondantes à chaque point de cette Courbe a toujours dû être comme la Tangente de chacun de ces points tirée jusqu'à une perpendiculaire ou verticale qui passe par l'origine ou sommet du Quart de Cercle. Par conséquent la densité aura dû être nulle à cette origine, & infinie à l'extrémité, ce qui étant absolument impossible dans la nature, sur-tout la densité infinie, il est impossible qu'un Corps jetté horizontalement dans quelque milieu que ce soit décrive un Quart de Cercle, ni une Courbe qui en approche beaucoup.

Pour décrire une Hiperbole, il faudroit au contraire que les densités fussent en raison renversées des Tangentes, & comme la Tangente seroit finie à l'origine de l'Hiperbole & infinie à l'extrémité, la densité du Milieu devroit être infinie dans la Couche où le Corps commenceroit à se mouvoir, & finie dans la dernière. Il est nécessaire dans ces sortes de recherches d'avoir la précision géométrique, pour voir si la Phisique y peut arriver, & pour juger combien elle s'en écartera.

Nous renvoyons entierement aux Memoires
Les Quadratures circulaires de M. Saulmon.

V. les M.
P. 56.

Les Cubatures Spheriques de M. de Lagny.

V. les M.
P. 409.
V. les M.

Et la Comparaison de l'ancien Pied Romain & de celui de Paris par M. de la Hire.

P. 324.



ASTRONOMIE.

SUR LE RETOUR D'UNE TACHE DE JUPITER, ET SUR UNE TACHE D'UN DE SES SATELLITES.

V. Jes M.
P. 23.
* P. 90.
& suiv.

NOUS avons parlé en 1708 * d'une Tache considerable de Jupiter qui est fixe & passagere tout ensemble. Elle paroît, & puis disparoît pendant des temps ordinairement plus longs que ceux de son apparition, mais tant qu'elle paroît, elle est attachée à un même endroit du disque de Jupiter, à une certaine Bande passagere aussi, mais sans laquelle elle n'a jamais été veüe, quoi-que la Bande soit veüe quelquefois sans la Tache. Cette Tache est si fixe quand on la voit, qu'elle a donné lieu à feu M. Cassini de déterminer précisément que la révolution de Jupiter sur son axe est de 9^h 56^l.

Après avoir paru en 1708 elle fut invisible pendant 5 ans. En 1713 M. Maraldi vit se former la Bande, à laquelle cette Tache tient toujours, il espera de-là qu'elle reparoitroit, & en effet elle reparut, & de sa grandeur ordinaire, & à la même distance du centre apparent de Jupiter.

Un Astronome ne pouvoit pas manquer cette occasion de verifier la durée de la révolution de Jupiter sur son axe. M. Maraldi prit pour cette recherche les observations les plus éloignées qu'il avoit pû faire en 1713 de l'arrivée de la Tache au milieu du disque de Jupiter, car on sçait que

que plus le nombre des révolutions dont on tire la révolution moyenne est grand, plus la révolution moyenne est juste. Mais comme dans cette détermination il y a certaines attentions particulieres à apporter, qui ne sont bien connuës que des Astronomes, nous allons les expliquer ici.

Je suppose qu'une Planete quelconque, comme Jupiter tourne toujours également sur son axe, avec une Tache visible sur son globe, & soit placée sur la circonference d'un Cercle au centre duquel soit un Observateur. Si Jupiter ne se meut point sur la circonference de son Cercle, l'Observateur verra la Tache fixe revenir toujours au milieu du disque de Jupiter après des temps exactement égaux, au bout de 10 heures, par exemple. Mais si Jupiter se meut sur la circonference de son Cercle, ce ne sera plus la même chose. Supposons que sa révolution sur son axe soit d'Occident en Orient, & son mouvement sur son Cercle en même sens, il est clair, 1°. Que parce que Jupiter s'est mû sur son Cercle, ce qui, dans un certain moment étoit pour l'Observateur le milieu de son disque, ne l'est plus au bout de 10 heures. 2°. Que parce que Jupiter s'est mû sur son Cercle en même sens qu'il a tourné sur son axe, la Tache qui dans la premiere situation de Jupiter étoit au milieu de son disque apparent, n'y revient qu'après plus de 10 heures.

Ce 2^d. point se concevra avec plus de facilité, si l'on prend un cas équivalent, qui est que l'Observateur se meuve sur la circonference du Cercle d'Occident en Orient, & que Jupiter soit au centre où il tourne en même sens sur son axe. C'est-là précisément ce qui fait que le Soleil qui réellement tourne sur son axe en 25 jours, ne nous paroît tourner qu'en 27. Le mouvement qu'a la Terre autour de lui dans le même sens dont il tourne autour de son axe, est cause que ce qui étoit aujourd'hui pour nous le milieu de son disque ne revient pas à l'être au bout de 25 jours, mais plus tard, & qu'ainsi sa révolu-

tion apparente sur son axe est plus longue que la véritable.

En reprenant la supposition de l'Observateur placé au centre du mouvement circulaire de Jupiter, qui en même temps tourne sur son axe en 10 heures, Jupiter paroîtra donc tourner en plus de 10 heures, & la différence entre la révolution apparente & la vraie sera d'autant plus grande, que le mouvement de Jupiter sur son Cercle sera plus grand, puisque si ce mouvement eût été nul, la différence des deux révolutions eût été nulle aussi.

De-là il suit nécessairement que si le mouvement circulaire de Jupiter est inégal, il faut tenir compte de cette inégalité. Or il est bien certain que ce mouvement est réellement inégal pour un Observateur placé dans le Soleil, centre du mouvement circulaire de Jupiter, car toutes les Planetes se meuvent dans des Cercles excentriques au Soleil, ou plutôt dans des Ellipses dont le Soleil est un des foyers.

Mais de plus l'Observateur n'est pas dans le Soleil, il est sur la Terte, ce qui ajoute à l'inégalité réelle du mouvement circulaire ou plutôt elliptique de Jupiter une inégalité apparente, & par conséquent pour trouver la différence des révolutions vraies & apparentes de Jupiter sur son axe, ou pour démêler les vraies d'avec les apparentes, il faut tenir compte des deux inégalités du mouvement qu'il a sur son Orbe, qui sont ce qu'on appelle en Astronomie sa première & sa seconde inégalité.

Ces principes supposés, M. Maraldi trouva par les révolutions apparentes de la Tache qui reparoissoit, que la vraie révolution moyenne de Jupiter sur son axe étoit de $9^h 56'$, précisément telle que feu M. Cassini l'avoit déterminée.

Si l'on suppose cette détermination parfaitement exacte, la Tache reparoissoit bien dans le même parallèle à l'égard du centre de Jupiter, ainsi que nous l'avons dit, ou dans la même latitude qu'elle avoit eue lorsqu'elle avoit paru d'autres fois, mais non dans la même longitude, elle

en avoit changé, & s'étoit avancée vers l'Occident de la 10^{me}. partie de la circonférence de Jupiter. Si au contraire on suppose que la Tache fût précisément dans le même lieu, la détermination de 9. heures 56' n'est pas de la dernière exactitude, mais à peine le défaut peut-il aller à une seconde, & il n'y a point de déterminations astronomiques qu'on puisse garantir jusqu'à ce point-là.

M. Maraldi reconnut par le mouvement de la Tache qu'elle étoit inhérente à la surface de Jupiter. Elle alloit plus vite vers le milieu du disque que vers les bords, apparence optique que l'on sçait devoir arriver à un corps qu'on voit se mouvoir sur une circonférence où son mouvement réel est égal. La Tache partant du milieu du disque de Jupiter parcourut en 49' le quart de son diamètre, & l'autre quart en un temps double, autant qu'on le put juger par l'observation, qui n'est pas aussi certaine vers les bords que vers le milieu, ce qui est conforme aux règles d'Optique, mais M. Maraldi en juge plus sûrement par le calcul. On ne voit l'hémisphère apparent de Jupiter que comme une surface plate, par conséquent ce que l'on voit comme son diamètre est la circonférence d'un de ses grands Cercles, ce qu'on voit comme son demi-diamètre, à compter de son centre apparent, est un Quart de Cercle dont le sinus est le demi-diamètre réel de Jupiter, & en général ce qu'on voit comme des parties du demi-diamètre de Jupiter comptées ou prises depuis son centre apparent, sont des arcs d'un Quart de Cercle, & elles sont les Sinus de ces arcs. Donc le quart du diamètre ou la moitié du demi-diamètre de Jupiter est l'arc dont la moitié du demi-diamètre est le Sinus, c'est-à-dire, l'arc de 30 degrés. Donc quand la Tache a paru parcourir le quart du diamètre de Jupiter en partant de son centre, elle a parcouru réellement sur la circonférence de Jupiter un arc de 30 degrés, & par conséquent elle a employé le double de 49' à parcourir réellement les 60 degrés restants du Quart de Cercle, ou en apparence la seconde moitié du demi-diamètre.

On trouve par le même calcul que la révolution de Jupiter sur son axe est précisément de 9 heures 56'. car 49'. en font la 12^{me}. partie, comme 30 degrés le font de la circonférence entiere.

Par la même raison d'Optique qu'une Tache inherente paroît aller plus vite vers le milieu du disque que vers les bords, elle paroît aussi en même temps plus grande, & ces deux marques ont toujours concouru à faire reconnoître pour inherente celle dont il s'agit.

Tandis qu'elle paroissoit, & que M. Maraldi la suivoit avec toute l'application possible, il vit la nuit du 12 Septembre 1713. un spectacle fort curieux, deux autres Taches nouvelles sur le disque de Jupiter. Elles étoient rondes & noires, avoient des mouvemens parfaitement égaux entre eux, & ne paroissoient avoir ni plus de vitesse, ni plus de grandeur vers le milieu du disque que vers les bords. De cette dernière circonstance il suit qu'elles n'étoient pas inhérentes au globe de Jupiter, & de la seconde, qu'il y avoit beaucoup d'apparence qu'elles appartenoient à une même cause. En effet l'une étoit l'ombre du 4^{me}. Satellite qui se jettoit sur Jupiter, & l'autre étoit une Tache de ce même Satellite, qui passant alors entre Jupiter & la Terre, & ayant cette Tache dans l'hémisphère tourné vers nous, ne pouvoit paroître à nos yeux que par cette partie noire, & non par sa partie lumineuse, confonduë dans la lumière du disque de Jupiter. Nous avons expliqué en 1707 * ce qui regarde les Ombres des Satellites, & les rencontres où nous pouvons appercevoir leurs Taches. Ceci n'en est qu'une suite.

* P. 92 &
suiv.

Pendant que les deux Taches paroissoient, le 4^{me}. Satellite étoit situé de sorte, que deux lignes tirées à ce Satellite, l'une du Soleil, l'autre de la Terre, tomboient toutes deux sur Jupiter, mais à quelque distance l'une de l'autre. La 1^{re}. alloit à l'ombre du Satellite, & déterminoit sa conjonction avec Jupiter à l'égard du Soleil, l'autre alloit à la Tache du Satellite, ou au Satellite vû sur le disque de

Jupiter, & déterminoit sa conjonction avec Jupiter à l'égard de la Terre. On sçait par le calcul astronomique quelle doit être la différence de ces deux conjonctions pour toutes les configurations que peuvent avoir entre eux le Soleil, la Terre, Jupiter & le Satellite, & M. Maraldi trouva que cette différence répondoit juste à l'observation.

Il est clair que la différence des deux conjonctions devoit être tant en longitude qu'en latitude, c'est-à-dire, que des deux lignes tirées au Satellite, l'une du Soleil, l'autre de la Terre, l'une devoit être en même temps sur le disque de Jupiter & plus Orientale ou Occidentale, & plus Septentrionale ou Meridionale que l'autre. L'ombre étoit plus Orientale que la Tache ou le Satellite, & le Satellite & l'Ombre étant tous deux dans l'hémisphère meridional de Jupiter, le Satellite y étoit plus meridional.

M. Maraldi observa que le Satellite qui étoit plongé dans les rayons de Jupiter, & par conséquent invisible par sa partie claire, n'employa à se dégager & à redevenir visible que la moitié du temps qu'il auroit dû y employer selon son mouvement que l'on connoît. De-là il conclut avec une extrême vrai-semblance que la Tache occupoit à peu-près la moitié de son disque apparent; étendue très considérable, & qui rend bien raison des inégalités de grandeur qu'on remarque dans ce Satellite en d'autres situations. Nous en avons parlé dans l'endroit cité de 1707.

SUR LES REFRACTIONS

ASTRONOMIQUES

NOUS avons affés parlé dans les Volumes précédents de l'importance dont il est dans l'Astronomie de connoître les refractions des Astres, mais nous n'avons presque encore rien dit de la maniere de les connoître. C'est ce que nous allons expliquer d'après M. Cassini.

V. lesM.

P. 33.

Comme les refractions s'étendent depuis l'Horifon jusqu'au Zenit, ce que feu M. Cassini a découvert le premier, & qu'elles vont en décroissant depuis la refraction horifontale, qui est la plus grande de toutes, jusqu'à la verticale, qui est nulle, il faudroit avoir par observation toutes les refractions de degré en degré, & même pour plus de sûreté & d'exactitude les avoir dans de moindres intervalles, comme de 10 Minutes en 10 Minutes.

La maniere de trouver par observation la refraction qui convient à un degré quelconque, est d'observer la hauteur apparente d'un Astre, du Soleil, par exemple, & d'avoir exactement l'heure où se fait l'observation. On trouve ensuite geometriquement & par calcul quelle doit être la hauteur veritable du Soleil à cette heure-là, & comme la hauteur apparente observée a été trouvée plus grande, la difference des deux est la refraction qui appartient au degré où est le Soleil par rapport à l'horifon, c'est-à-dire, la quantité dont il paroît à ce degré-là plus élevé qu'il ne l'est réellement.

Afin que la difference de la hauteur veritable & de l'apparente soit plus sensible, & par consequent la quantité de la refraction plus exacte, il est bon d'observer le Soleil à une petite hauteur. Mais par la même raison il est presque impossible d'avoir par observation avec exactitude les refractions des grandes hauteurs, & de plus ce seroit un travail presque infini de les chercher ainsi toutes.

Feu M. Cassini s'appliqua donc à trouver une methode par le moyen de laquelle on pût déterminer toutes les refractions, quand on en auroit quelques-unes d'observées. On suppose d'abord qu'un rayon après s'être rompu à l'entrée de la matiere *refractive*, quelle qu'elle soit, vienne à l'œil en ligne droite.

Il est visible que tout se réduit à calculer des angles. Il y en a deux dont la connoissance est absolument necessaire, celui d'Incidence & celui de Refraction. L'angle d'incidence est celui que le rayon arrivé à un point de

la surface de la matiere refractive fait avec une perpendiculaire tirée par ce point à cette surface, & en supposant, comme il est naturel & presque necessaire que la matiere refractive soit concentrique à la Terre sensiblement spherique, cette perpendiculaire est tirée du centre de la Terre au point d'Incidence du rayon. L'angle de refraction est celui que le rayon en se rompant ou en changeant de direction fait avec la même perpendiculaire, & comme il s'en approche en se rompant à cause de la densité de la matiere refractive, l'angle de refraction est toujours moindre que celui d'incidence, & leur difference est un troisième angle qu'on peut appeller simplement *refraction*. Son sommet est le point d'incidence du rayon, & il est compris entre le rayon incident & le rompu, prolongé vers l'objet, par lequel seul l'objet est vu. Tout ce que l'observation immediate peut donner, c'est cette refraction, elle ne donne ni l'angle d'incidence, ni celui de refraction.

Il y a un principe en cette matiere, c'est qu'à quelque point de la surface refractive que les rayons tombent, le sinus de l'angle d'incidence a toujours le même rapport au sinus de l'angle de refraction. De-là il suit que si on a ces deux angles, & par consequent leurs sinus pour un point quelconque, & l'un ou l'autre des deux angles pour un autre point, on a le quatrième angle, & par consequent la refraction de ce point-là; puisqu'elle n'est que la difference des angles d'incidence & de refraction, ce qui, comme on voit, donne le moyen de trouver la refraction de tous les points de la surface refractive. Mais il faut commencer par avoir l'angle d'incidence & celui de refraction d'un point, & celui d'incidence ou de refraction d'un autre.

Le calcul de ces angles, qui ne se peut faire que par Trigonometrie, demande necessairement la connoissance de la grandeur de quelques-uns des côtés qui forment les Triangles où ils entrent, & parmi ces côtés les deux prin-

cipaux font, l'un le demi-diametre de la Terre qui est connu, & l'autre la perpendiculaire tirée du centre de la Terre jusqu'à la surface extérieure de la matiere refractive; cette perpendiculaire est le demi-diametre de la Terre, plus la hauteur de la matiere refractive au-dessus de la Terre. Or cette hauteur est inconnue, & il faut la découvrir.

Les refractions, qui sont les seules grandeurs que l'on ait par observation immediate, n'étant que les differences des angles d'incidence & de refraction, elles peuvent en demeurant les mêmes être les differences d'une infinité d'angles d'incidence & de refraction qui seront differents & auront differents rapports. Ainsi de-là précisément on ne tire rien. Par exemple, la refraction horizontale ayant été observée de $32' 20''$, on peut supposer une infinité de differents angles d'incidence & de refraction, dont $32' 20''$ seront la difference, & il faut remarquer que plus on supposera l'angle horizontal d'incidence petit, plus la perpendiculaire qui sera un des côtés de cet angle sera longue, & par consequent plus la hauteur de la matiere refractive sera grande, & au contraire.

Mais si l'on a une seconde refraction, par exemple, de $5' 28''$ observée à 10 degrés d'élevation sur l'horison, on a par cet arc de 10 degrés connu une nouvelle détermination, qui donne de nouveaux angles, & d'où l'on peut conclure la hauteur de la matiere refractive.

C'est la densité de cette matiere qui fait que la refraction horizontale est de $32' 20''$, & en general que les sinus d'incidence ont un certain rapport déterminé & constant aux sinus de refraction, mais c'est la hauteur de cette même matiere qui fait qu'une certaine refraction appartient à un certain degré d'élevation sur l'horison, & non à un autre, car selon que cette hauteur sera plus ou moins grande, le même rayon faisant un certain angle avec l'horison, arrivera ou n'arrivera pas à un certain point

point déterminé de la surface de la Terre, ou à nôtre œil, ce qu'il est aisé de voir.

Il faut donc deux refractions observées à deux differents degrés d'élevation sur l'horison, comme celle de $32' 20''$ & celle de $5' 28''$, pour déterminer géométriquement la hauteur de la matiere refractive, mais cette voye quoique directe & la plus naturelle, est extremement longue & difficile, & M. Cassini en prend une autre. Sur la refraction horisonale de $32' 20''$, & sur celle de $5' 28''$ à 10 degrés, il cherche en tâtonnant, ou estime à peu-près quelle doit être la hauteur de la matiere refractive qui les donne, & comme il trouve que cette hauteur étant supposée de 2000 Toises, les deux refractions viennent juste, il en conclut que la hauteur de la matiere refractive est de 2000 Toises, après quoi on peut calculer les angles d'incidence & de refraction pour tous les degrés, & par consequent les refractions qui leur conviennent.

Cette hauteur de 2000 Toises, qui n'est pas d'une Lieue, est beaucoup plus petite que celle de 6 lieues $\frac{1}{2}$ que donnent à l'Atmosphere ceux qui lui donnent le moins, comme M^{rs}. Cassini & Maraldi *, car il y en a d'autres qui vont jusqu'à 18 ou 20. L'Atmosphere ne seroit donc refractive que dans une petite partie de son étenduë, & dans ses couches les plus basses, ou, si l'on veut la matiere refractive seroit differente de l'Atmosphere.

* V. PHist.
de 1703.
P. 11. &
suiv.

Mais l'hipothese d'où l'on tire cette hauteur de 2000 Toises est que le rayon rompu vienne à l'œil en ligne droite, & l'hipothese peut fort bien n'être pas vraye. Il est possible que la matiere refractive soit uniforme & homogene, mais il y a plus d'apparence que sa densité est inégale, & augmente toujours en approchant de la Terre, & alors le rayon rompu décrit une Courbe, & la ligne par laquelle nous voyons l'Astre est une Tangente de cette Courbe. Mais quelle est-elle!

On ne le peut trouver qu'en faisant une hipothese sur

la variation inconnuë de la densité de la matiere refractive. M. Cassini fait l'hipothese la plus simple qu'il soit possible, c'est que la densité croisse toujours également à chaque couche infiniment peu épaisse de la matiere, c'est-à-dire, comme les nombres naturels 1, 2, 3, &c. De-là il suit que le rayon rompu se détourne toujours également, & comme à chaque pas infiniment petit qu'il fait il est le côté de la Courbe qui se décrit, cette Courbe est toute composée de côtés qui se détournent également, ou qui font des angles de contingence égaux, & par consequent elle est Circulaire, puisque le Cercle seul a cette uniformité de Courbure.

En prenant donc pour un arc de Cercle la Courbe décrite par le rayon rompu, & la refraction horisontale étant toujours de $32' 20''$, M. Cassini trouve la hauteur de la matiere refractive près de 3 fois & demi plus grande que quand le rayon étoit supposé s'étendre en ligne droite, & cette hauteur est encore fort éloignée de la moindre qu'on donne à l'Atmosphere. Il enseigne à calculer sur le pied de cette hauteur les refractions qui doivent appartenir à chaque degré d'élevation de l'Astre sur l'horison. On trouve pour 10 degrés $5' 24''$, à 4 secondes près de la refraction de $5' 28''$ qu'on suppose observée, ce qui prouve que l'hipothese circulaire s'éloige peu du vrai.

M. Cassini essaye la même Methode sur deux autres hipoteses, qui toutes deux font décrire au rayon rompu une ligne Parabolique, toute la difference est que dans la 1^{re}. le sommet de la Parabole est au point où le rayon entre dans la matiere refractive, & que dans la 2^{de}. ce sommet est au point où l'œil est supposé. Il resulte presque absolument les mêmes choses de l'une que de l'autre, & même que de l'hipothese circulaire, ce qui donne un grand avantage à celle-ci, qui d'ailleurs est la plus simple & la plus aisée pour le calcul.

* p. 54
suiv.

On a vu en 1702 * que M. de la Hire avoit trouvé que la Courbe décrite par le rayon rompu étoit une Cy-

cloïde, & cela, après avoir prouvé que les densités de l'Atmosphère, qu'il considéroit comme seule matière réfractive, étoient en même raison que les racines quarrées des hauteurs correspondantes, au lieu que M. Cassini dans l'hipothese circulaire les suppose en raison des hauteurs mêmes. Mais M. de la Hire ne s'étoit pas assujetti à une Courbe dont le calcul donnât à certains degrés certaines refractions observées, & M. Cassini s'y est assujetti.

Il trouve que les calculs de son hipothese circulaire répondent assez juste aux observations, & beaucoup mieux que ceux de l'hipothese rectiligne, ou du rayon rompu en ligne droite, ce qui n'est pas surprenant. Mais en même temps il ne dissimule pas que ses calculs sont quelquefois démentis. Il arrive, sur-tout en Hiver, que les refractions observées vers l'horifon sont plus grandes que celles de sa Table, assez souvent ensuite elles deviennent plus petites, après quoi à de plus grandes hauteurs elles se remettent d'accord avec la Table. La cause de ces irregularités ne paroît pas fort cachée. Le peu de mouvement que les vapeurs grossieres ont en Hiver, principalement le matin & le soir, les tient moins élevées au dessus de la Terre, & rassemblées dans un espace beaucoup moindre que celui où un plus grand mouvement les auroit répandues. La partie de cet espace qu'elles n'occupent point est plus nette, & par-là moins réfractive qu'elle n'eut été dans une autre saison. Le haut de la matière réfractive est plus égal en tout temps.

Il faudroit donc différentes Tables de refraction pour les différentes saisons, & même pour les différentes températures de l'air, comme nous avons dit ailleurs qu'il en faudroit pour les différents climats. M. Cassini travaille à rassembler assez d'observations pour établir quelque sorte de regle. Quel travail, & quelle opiniâtreté de travail pour surmonter l'erreur continuelle où la Nature nous met sur le lieu véritable des Astres ! Il faut presque surmonter en dépit d'elle l'illusion qu'elle nous fait.

SUR L'EQUINOXE DU PRINTEMPS

DE M. DCCXIV.

C E font principalement les hauteurs Meridiennes du Soleil, observées exactement chaque jour, & dégagées des Refractions & de la Parallaxe, qui donnent des point fixes de son cours, sur lesquels on calcule le reste. De l'observation de ces hauteurs dans deux Solstices M. le Chevalier de Louville a conclu la distance des Tropiques entre eux, de cette distance la hauteur de l'Equateur sur nôtre Horison, & de cette hauteur le moment de l'Equinoxe du Printemps de cette année. Ce qui resulte de plus remarquable de son observation est qu'il trouve l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\circ} 28' 41''$, au lieu que M^r. Cassini & de la Hire l'établissent constamment de $23^{\circ} 29'$.

Peu d'observations ne suffiroient pas pour la changer, mais ici il y a cela de particulier que M. de Louville, en rapportant l'histoire de la détermination de cette obliquité faite par tous les Astronomes dont on a connoissance, trouve qu'elle a toujours été en diminuant. De-là lui vient le soupçon que l'obliquité de l'Ecliptique pourroit avoir effectivement diminué depuis les plus anciens Astronomes jusqu'à nous, & diminuer encore depuis qu'on l'a fixée à $23^{\circ} 29'$.

On pourroit répondre que les mesures des Anciens, sans que l'on sçache trop pourquoi, ont ordinairement péché par excès, la Terre par exemple n'a jamais été si petite qu'elle est aujourd'hui, mais M. de Louville prétend qu'à l'égard de l'obliquité de l'Ecliptique il auroit dû arriver le contraire. Les Anciens ignoroient les Refractions, elles élevent l'un & l'autre Tropicque, mais plus celui du Capricorne, parce qu'il est le plus bas, par consequent elles le

rapprochoient de celui de Cancer, & les Anciens trouvoient la distance de ces deux Tropiques moindre que nous ne la trouvons. La moitié de cette distance qui mesure l'obliquité de l'Ecliptique a donc dû être moindre pour eux.

Quoi-que la Phisique fût fort favorable aux variations, même les plus grandes, des mouvements celestes & des angles des Cercles ou Orbites, l'Astronomie y est d'ailleurs si contraire, qu'on ne peut les recevoir sans de fortes preuves. Cette uniformité si constante devient un des plus difficiles Problèmes de la Phisique.

SUR L'OBSERVATION DES SOLSTICES.

IL est aussi difficile qu'important en Astronomie d'avoir V. les M.
p. 239. la véritable hauteur des Tropiques, ou, ce qui est la même chose, les hauteurs solsticiales du Soleil. La cause de la difficulté est le peu de différence des hauteurs méridiennes du Soleil plusieurs jours avant & après les Solstices. Il n'y a que des Instruments bien justes & bien fins qui puissent sentir cette légère différence, elle échappe aux petits Quarts de Cercle, les grands ne peuvent guère être assez grands, & en même temps maniables, de grands Gnomons, tels que celui de S. Petrone de Boulogne *, * V. l'Hist.
de 1712.
p. 87. &
88. le plus grand qui ait jamais été, ont cet inconvénient, que l'extrémité de l'image du Soleil, qui y est fort grande, est douteuse. Cependant on auroit besoin d'une entière précision.

M. Delisle le cadet a espéré la trouver par une autre méthode. Elle consiste à diriger vers le Soleil au temps des Solstices dans le plan du Méridien l'axe d'un Verre objectif, & à recevoir sur un plan l'image du Soleil formée par ce Verre. Cette image est nette & bien terminée,

comme toutes celles qui sont formées de cette maniere : elle est d'autant plus grande que le foyer de l'Objectif est plus long, & pour être plus grande elle n'en est presque pas moins nette, & en même temps plus elle est grande, plus le chemin que son extrémité a fait d'un Midi à l'autre est sensible, & par conséquent aussi les différences des hauteurs Meridiennes du Soleil. On a le même avantage que si elles étoient observées avec un Quart de Cercle dont le rayon fût égal à la longueur du foyer de l'Objectif. Or on peut aisément avoir un Objectif de 50 pieds, mais non pas un Quart de Cercle de ce rayon.

On peut encore augmenter cet avantage en ajoutant à l'Objectif un Oculaire qui ait son foyer le plus court qu'il se puisse, & dont le foyer concoure avec celui de l'Objectif, car l'image est d'autant plus grande que le foyer de l'Objectif est plus long, & celui de l'Oculaire plus court, & cela par la même raison que plus un objet est grand, & plus il est vû de près, plus on le voit grand. L'image de l'objet formée au foyer de l'Objectif devient ici l'objet même, & la distance où est l'Oculaire de son foyer, qui est le même que celui de l'Objectif, devient la distance d'où l'objet est veû.

Il faut donc alors regarder l'image du Soleil au travers de l'Oculaire, & pour mesurer ses différentes élévations, dont les différences sont augmentées comme l'image, on se sert du Micrometre, placé au foyer commun des deux Verres. L'usage de cet Instrument est connu de tous les Astronomes, & nous laissons à M. Delisle un plus grand détail de la pratique.



SUR LES SATELLITES DE SATURNE.

Les Auteurs du Septentrion, qui ont voulu prouver ^{V. les M.} les grands avantages de leurs climats sur des climats ^{P. 361.} plus chauds, auroient pû se servir de l'exemple de Saturne, qui quoi-qu'il soit la moins éclairée, la plus froide, & par là, pour ainsi-dire, la plus Septentrionale des Planètes du Tourbillon du Soleil, en est la plus considérable. Il est l'une des deux qui sont sans comparaison les plus grosses, il a plus de Satellites qu'aucune autre, & de plus, ce merveilleux Anneau, qui est une singularité unique dans tout le Ciel connu. Comme il est essentiel pour toute la Théorie de cette Planète de bien entendre les phénomènes de l'Anneau, nous les allons expliquer dans tout le détail nécessaire.

Le système de Copernic étant supposé, on sçait que ce qui fait que le Soleil paroît décrire aujourd'hui par son mouvement diurne un certain Parallele, c'est qu'une ligne tirée du centre du Soleil au centre de la Terre, & qui par conséquent est dans le plan de l'Ecliptique, rencontre la surface de la Terre en un certain point, qui se meut parallèlement à l'Equateur par le mouvement diurne de 24 heures, d'où il suit que cette ligne conçue comme immobile trace en 24 heures sur la surface de la Terre un cercle parallèle à l'Equateur, ou que l'on voit le Soleil décrire dans le Ciel un Parallele correspondant à ce Parallele terrestre. Quant au dessein présent, le mouvement diurne de la Terre sur son Axe est inutile, il n'y a que son mouvement annuel sur son Orbe à considérer.

Au Solstice d'Été, par exemple, le point, que la ligne menée du centre du Soleil à celui de la terre, rencontre sur la surface de la Terre, est un des points du Tropicque de Cancer. Je suppose que je sois dans le Soleil. L'Hémisphere éclairé du Globe de la Terre, qui ne me paroîtra

plus que comme un disque, aura donc pour son centre apparent un des points du Tropique de Cancer. Alors si l'Equateur de la Terre étoit un Cercle réellement tracé sur sa surface, & reconnoissable, je le verrois au dessous du centre apparent, & de plus je le verrois comme une demi-Ellipse, dont la plus grande distance au centre apparent, ou le petit demi-diametre seroit un arc de 23 degrés $\frac{1}{2}$, ou plustôt le sinus de cet arc, puisque l'arc n'est vû que comme une ligne droite.

A l'Equinoxe d'Automne, le centre apparent de la Terre veû du Soleil sera un des points de l'Equateur terrestre, & par conséquent je verrois cet Equateur comme une ligne droite, qui passant par le centre du disque de la Terre le couperoit en deux parties égales. Par-là, il est aisé de se représenter que depuis le Solstice jusqu'à l'Equinoxe, la demi-Ellipse qui étoit l'apparence de l'Equateur s'est toujours serrée & rétrécie jusqu'à ce qu'enfin elle soit devenuë ligne droite.

En un mot, lorsqu'on voit de loin une demi-circonférence de Cercle, & qu'on la rapporte sur une surface plate, elle y paroît une ligne droite, si l'œil est dans le plan prolongé du Cercle dont elle est la demi-circonférence, & si l'œil n'est plus dans ce plan, elle paroît une demi-Ellipse, qui est dans un plan au dessus ou au dessous de l'œil, & une demi-Ellipse plus ou moins ouverte, selon que l'œil est plus ou moins au dessus ou au dessous de ce plan.

Si l'on conçoit que la Terre passe de l'Equinoxe d'Automne au Solstice d'Hiver, la demi-Ellipse se rouvrira & s'élargira toujours de plus en plus, mais elle sera au dessus du centre apparent du disque de la Terre, au lieu qu'elle étoit au dessous. Du Solstice d'Hiver à l'Equinoxe du Printemps, elle se resserrera toujours, étant encore au dessus du centre apparent, & elle ne passera au dessous qu'après l'Equinoxe du Printemps.

Il est clair que si, tout le reste étant égal, l'angle de l'Equateur

L'Equateur terrestre avec l'Ecliptique étoit plus ou moins grand que de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, les Ellipses seroient plus ou moins ouvertes, car leur petit demi-diametre, qui dans les Solstices est toujours de la grandeur du sinus de l'arc qui mesure cet angle, deviendroit plus ou moins grand, leur grand diametre, qui est toujours celui du disque apparent, demeurant le même. Elles changeroient même d'espece par cette raison.

Toutes les differentes apparences de l'Equateur terrestre veû du Soleil, dépendroient donc 1^o. de la grandeur de l'angle de cet Equateur avec l'Ecliptique, 2^o. de la situation où seroit la Terre sur son orbe annuel par rapport aux points des Equinoxes, c'est-à-dire, aux intersections de l'Equateur & de l'Ecliptique.

Tout cela va s'appliquer de soi-même à Saturne. Il est environné d'un grand Anneau, dont le demi-diametre, à conter du centre de Saturne, est à celui du Globe de la Planete, comme 9 à 4, d'où il suit que l'espace compris entre la surface de Saturne & l'extremité de l'anneau est 5. La largeur de l'Anneau tient la moitié de cet espace, & il ne reste que $2 \frac{1}{2}$ de vuide entre la surface de Saturne & la circonference inferieure de l'Anneau. Quant à son épaisseur, elle est fort petite par rapport à ses autres dimensions. Pour réduire tous les rapports que nous venons de donner en grandeurs absolûes, il n'y a qu'à sçavoir que le diametre de Saturne est près de 10 fois plus grand que celui de la Terre, & par consequent de près de 30000. lieuës.

L'Anneau de Saturne passe pour être son Equateur, ou dans le plan de son Equateur, & quand cela ne seroit pas, c'est toujours un grand Cercle de Saturne, ce qui revient au même pour les apparences dont il s'agit. Si cet Anneau est incliné comme il l'est en effet au plan de l'Orbite que Saturne décrit autour du Soleil en sa revolution de 30 ans, c'est-à-dire, à l'Ecliptique de Saturne, un spectateur placé dans le Soleil lui verra donc les mêmes

74 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
variations d'apparences qu'il auroit veües à l'Equateur de la Terre. Il le verra comme une Ellipse d'autant plus ouverte que l'angle d'inclinaison de l'Anneau sur le plan de l'Orbite de Saturne fera plus grand, & de plus que Saturne sera dans un point de son Orbe plus éloigné des deux points où se font les interfections de l'Anneau & de l'Orbite de Saturne. Quand l'Anneau sera dans l'une ou l'autre de ces interfections, ce qui sera un Equinoxe pour Saturne, si l'Anneau est son Equateur, il ne sera plus qu'une ligne droite qui sera un demi-diametre de Saturne, &c.

Mais il faut remarquer que dans ces Equinoxes de Saturne on ne verra point réellement l'Anneau, parce que sa lumiere se confondra avec celle du disque de la Planete, contre laquelle il est alors appliqué. Il est vrai que cette raison n'empêcheroit pas qu'on ne vît les deux extremités de sa demi circonference qui deborderoient Saturne, mais ce qui l'empêche, c'est qu'on ne peut voir, pour ainsi dire, que le dos de la lame, qui est trop mince pour être veü de si loin. Saturne paroîtra donc alors tout rond, à la maniere des autres Planetes.

Mais dès que l'Equinoxe sera passé, & que par consequent l'œil ne sera pas plus dans le plan de l'Anneau, on verra, non pas encore l'Anneau, qui ne presente pas assés de largeur, mais son ombre qui traversera le disque de Saturne, comme un diametre, & dès que les extremités de l'Anneau qui débordent Saturne presenteront assés de largeur, on les verra à deux extremités opposées du disque, comme deux Anses, sans voir encore l'Anneau qui ne sera pas assés dégagé de la lumiere de Saturne. Enfin il recommencera à paroître en forme de demi-Ellipse, qui jusqu'au Solstice de Saturne s'ouvrira toujours de plus en plus, ou s'éloignera du centre apparent, ou plustôt d'un diametre horisontal tiré sur le disque de Saturne par ce centre, & qui déterminera une moitié superieure ou *Septentrionale*, & une inferieure ou *Meri-*

dionale. L'anneau qui sera au dessus ou au dessous de ce diametre aura donc par rapport au disque de la Planete une déclinaison Septentrionale ou Meridionale. D'un Equinoxe de Saturne à l'autre, la déclinaison de l'Anneau sera toujours du même côté, mais du second Equinoxe au troisième elle sera du côté opposé.

Tous ces phénomènes sont rapportés au Soleil, & nous sommes sur la Terre, mais cette différence de point de vue ne change rien à leur égard. Au lieu de prendre l'inclinaison de l'Anneau sur l'Orbite de Saturne autour du Soleil, il faut la prendre sur l'Orbite de la Terre qui est l'Ecliptique. Elle y est de 31 degrés, ce qui doit causer à notre égard une élévation ou abaissement de l'Anneau assés considerable. Il est vrai aussi qu'alors les temps où l'Anneau n'est qu'une ligne droite ne sont pas ceux des Equinoxes de Saturne, mais ceux où l'Anneau est arrivé aux points de son intersection avec notre Ecliptique, qui sont presentement au 21 degré de la Vierge & des Poissons Il se trouve que la difference de ces temps est même fort legere, parce que l'Orbite de Saturne autour du Soleil & la nôtre, ou l'Ecliptique different peu. Elles ne font entr'elles qu'une angle de 2°. 30'.

Voilà le système de l'Anneau de Saturne. Il a paru jusqu'à present que ses 5 Satellites, dont nous avons parlé en 1705 *, faisoient leurs revolutions autour de cette Planete dans le plan de l'anneau prolongé. Par consequent leurs Orbites autour de Saturne ont la même inclinaison de 31°. sur notre Ecliptique, les intersections ou nœuds de ces Orbites avec l'Ecliptique sont aux mêmes points, quand l'Anneau est en ligne droite ou en Ellipse, leur cours apparent a la même forme, &c.

M. Cassini prévenu de cette pensée fit en cette année 1714 une observation qui le surprit. Saturne devoit être rétrograde depuis le commencement de Janvier jusqu'au commencement de Mai, & par consequent plus proche de la Terre, & plus aisé à observer. Il étoit dans la Vierge, &

l'arc de sa retrogradation devoit être depuis $11^{\circ} 26'$ de ce signe jusqu'à $4^{\circ} 3'$ A la fin de Mars & au commencement d'Avril qu'il étoit dans le 5^{me} . degré de la Vierge, M. Cassini le vit avec son Anneau, & ses 4 premiers Satellites. L'anneau étoit une demi-Ellipse fort étroite, parce que Saturne n'étoit guere éloigné du 21 de la Vierge, où est le nœud de son Anneau avec l'Ecliptique, & où cet Anneau n'est qu'une ligne droite. La demi-Ellipse qu'il formoit aux yeux avoit à l'égard du centre apparent de Saturne une déclinaison Septentrionale, & par conséquent l'autre moitié de l'Anneau cachée par le globe de Saturne, avoit une déclinaison meridionale. On appelle aussi la moitié visible de l'Anneau l'*inferieure*, parce qu'elle l'est en effet par rapport à nous, & l'invisible la *superieure*. Les Orbites des 4. Satellites paroissoient des Ellipses semblables à celle de l'Anneau. Les Satellites qui étoient dans la partie inferieure de leur Orbite, avoient, comme la moitié inferieure de l'Anneau, une déclinaison Septentrionale à l'égard de Saturne, & ceux qui étoient dans la partie superieure en avoient une meridionale. On sçait qu'il est aisé de reconnoître dans laquelle de ces deux parties ils sont, parce que dans l'inferieure ils vont d'Occident en Orient, & dans l'inferieure d'Orient en Occident. Jusque là tout étoit conforme à l'hipothese que les Orbites des Satellites sont dans le plan de l'Anneau.

M. Cassini vint à voir aussi le 5^{me} . Satellite, & même il les vit deux jours de suite tous 5 ensemble, ce qui est rare & heureux. Mais comme le 5^{me} . qui avoit été jusque là dans la partie inferieure de son Orbite devoit selon le calcul de son mouvement passer le 6 Mai dans la partie superieure, & par conséquent prendre une déclinaison meridionale, M. Cassini, qui le cherchoit le jour suivant au midi de Saturne, fut étonné de ne l'y trouver point. Enfin il fut obligé de reconnoître pour ce Satellite une petite Etoile qui d'abord n'avoit nullement paru pouvoir l'être, parce qu'elle alloit d'Occident en Orient avec

une déclinaison Septentrionale, contraire à celle qu'on s'attendoit de trouver au 5^{me}. Satellite, quand il iroit d'Occident en Orient, c'est-à-dire, seroit dans la partie superieure de son Cercle.

M. Cassini vit donc sûrement par-là que puisque l'Anneau dans sa partie superieure avoit une déclinaison Meridionale, & le 5^{me}. Satellite dans la partie superieure de son Cercle une déclinaison Septentrionale, le plan de l'Anneau, & celui de l'Orbite de ce Satellite étoient differents, & que puisque de la Terre ces déclinaisons étoient vûes contraires, il falloit que le plan de nôtre Ecliptique, où est toujours nôtre œil, passât alors entre le plan de l'Anneau, & celui de l'Orbite du 5^{me}. Satellite.

Dans le passage que fait un Satellite de la partie inferieure de son Orbite à la superieure, ou au contraire, il n'a aucune déclinaison à l'égard de sa Planete, & il est necessaire que cela soit ainsi, puisque sa plus grande déclinaison, soit Septentrionale, soit Meridionale, est lorsqu'il est précisément au milieu de la partie, soit inferieure, soit superieure, de son Cercle. La portion que l'on voit de son cours dans le temps de ce passage est donc une ligne droite, qui prolongée passeroit par le centre apparent de la Planete. Puisque l'Orbite seroit vûe alors comme une ligne droite, elle est donc dans le plan de l'Ecliptique, & par consequent le Satellite est alors dans le point du Zodiaque où son Orbite coupe nôtre Ecliptique. Quand le 5^{me}. Satellite de Saturne passa de la partie inferieure de son Cercle à la superieure, Saturne étoit, comme il a été dit, dans le 5^{me}. degré de la Vierge, d'où M. Cassini a conclu, à raison de la distance du 5^{me}. Satellite à Saturne; que l'intersection de son Orbite avec l'Ecliptique est au 4^{me}. degré de la Vierge, au lieu que celle de l'Anneau est au 21. Il remarque que l'intersection de l'Orbite de Saturne avec l'Ecliptique ou ses nœuds étant au 22 de Cancer & du Capricorne, les nœuds du 5^{me}. Satellite sont entre ceux de Saturne & de l'Anneau.

Comme les nœuds de l'Anneau & du 5^{me}. Satellite sont peu éloignés, on a dû voir le plus souvent ce Satellite avec la même déclinaison que l'Anneau, & de-là est venuë l'erreur de prendre deux plans differens pour le même.

Quant à l'inclinaison de l'Orbite de ce Satellite sur l'Ecliptique, M. Cassini l'a trouvée en comparant la route de ce Satellite à celle de Saturne entre les Etoiles fixes. Cela donne d'abord l'inclinaison de l'Orbite du Satellite sur celle de Saturne. Celle de Saturne sur l'Ecliptique est connue, & de-là resulte celle de l'Orbite du Satellite sur l'Ecliptique de 15 à 16 degrés, la moitié moindre que celle de l'Anneau.

Il suit de-là que dans l'Ellipse du Satellite le petit diamètre est par rapport au grand la moitié moindre que dans l'Ellipse de l'Anneau, & il semble que cette grande difference d'espece entre ces Ellipses auroit dû faire reconnoître plutôt que le plan de l'Anneau, & celui de l'Orbite du 5^{me}. Satellite étoient differents.

Mais on n'en fera pas surpris quand on verra dans le Memoire de M. Cassini l'extrême difficulté d'observer Saturne, & principalement ses Satellites, & principalement encore les 2 premiers, qui sont les plus petits & les plus difficiles à distinguer. Il faut pour ceux-ci des Verres d'un très long foyer, comme de 114 pieds, & de semblables Verres ne se peuvent manier qu'avec des Machines, dont l'invention & l'execution coûtent sans comparaison plus que toutes les observations auxquelles on les fait servir. Nous n'en ferons pas ici le détail, qui n'interesse que les Astronomes, les autres peuvent jouir de ce qu'elles ont produit sans sçavoir combien les Astronomes l'ont acheté.

M. Cassini commence à soupçonner que les Orbits des 4 premiers Satellites pourroient bien n'être pas dans le plan de l'Anneau, non-plus que celle du 5^{me}. quoi-qu'il paroisse certain qu'elles en seront beaucoup moins éloignées, si elles le sont. C'est un fait que le temps seul,

& l'affiduité des Observations peut éclaircir. L'Astronomie des Satellites de Saturne n'est encore que naissante, & si l'on n'avoit beaucoup présumé sur d'autres matieres semblables, il s'en faudroit beaucoup que l'on n'allât si vite.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

IL a paru cette année quelques Taches ou amas de Taches dans le Soleil, & elles ont été observées à l'ordinaire par M^{rs}. Cassini, de la Hire & Maraldi.

La premiere parut le 21 Aoust. Elle étoit composée de deux principales, égales à peu-près, rondes & noires. Le 23 il n'y avoit encore rien de changé à leur conformation, sinon qu'elles paroissoient plus grandes, parce qu'elles étoient plus avancées vers le milieu du disque du Soleil. Le Ciel fut couvert jusqu'au 26, & ce jour-là une des deux Taches avoit entièrement disparu, & celle qui restoit n'étoit pas sensiblement diminuée. Le 27 elle étoit encore dans le même état, mais le 29 elle étoit si foible, qu'à peine l'appercevoit-on, & il n'en resta dans la suite aucune trace.

M. Maraldi ayant par le moyen de ses Observations rapporté cette Tache au lieu véritable qu'elle devoit avoir sur le Globe du Soleil, a trouvé qu'elle étoit dans l'Hemisphère Septentrional avec une déclinaison de 15 à 16 degrés, ce qui, selon ce que nous avons déjà dit ailleurs, est fort rare, car presque toutes les Taches qui ont paru depuis 40. ans ont été dans l'Hemisphère Meridional.

La 2^{de} Tache parut le 25 Septembre, c'étoit un amas de 8 ou 9 Taches, qui dès le 27 furent réduites à deux. L'amas entier fut plus de 6" à passer par le Meridien, & comme le diamettre du Soleil y passe en 120" à peu-près, l'étendue de cet amas étoit la 20^{me} partie du diamettre du Soleil, & par consequent si cet amas étoit sphérique, son

80 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
diametre étoit 5 fois plus grand que celui de la Terre, &
le Globe 125 fois plus grand.

La 3^{me} Tache fut veuë le 23 Octobre. Dès le 25 le
tems empêchera d'observer.

-
- V. les M. **N**ous renvoyons entierement aux Memoires
P. 65. L'Ecrit de M. le Chevalier de Louville sur la ma-
niere de diviser les Instrumens d'Astromie.
- V. les M. L'Observation du Solstice d'Été de 1714. par M. de
P. 320. Malezieu.
- V. les M. Les déterminaisons des longitudes de Leyde & d'Upsal
P. 196. par M. Maraldi.
- V. les M. Et la comparaifon des Observations de l'Eclipse de Lu-
P. 401. ne du mois de Decembre 1713. faites à Paris & à Lima.

GEOGRAPHIE.

SUR LES MESURES GEOGRAPHIQUES DES ANCIENS.

- V. les M. **L**A seule maniere de faire de bonnes Cartes de Geo-
P. 175. graphie, seroit d'avoir la position de chaque Lieu,
c'est-à-dire sa latitude & sa longitude, par des Observa-
tions Astronomiques. Mais il s'en faut infiniment que l'on
n'ait ainsi toutes les positions, & l'on ne peut presque ja-
mais esperer de les avoir. On supplée à ce défaut par les
distances itineraires d'un lieu à un autre que l'on trouve
marqués dans les Auteurs, & c'est encore un grand bon-
heur que de les y trouver avec quelque exactitude, & sans
des contradictions sensibles ou des difficultés considéra-
bles.

bles. En ce cas-là même, il faut bien connoître les Mesures dont les Auteurs se sont servis pour évaluer ces distances, ou, ce qui est la même chose, connoître le rapport de ces mesures aux nôtres, & c'est encore là une grande difficulté, & souvent infurmontable.

Les Auteurs dont nous devrions le mieux entendre ces mesures, ce sont les Romains, dont nous habitons le Pays, dont il nous reste un grand nombre de Livres, & de plus beaucoup d'Edifices ou de Monuments qui ont rapport aux mesures. Aussi lorsque nos plus habiles Geographes ont voulu faire la Carte des Pays Romains, & principalement de l'Italie, comme ils avoient fort peu d'Observations Astronomiques, il se sont réglés pour la position des Lieux sur les distances itineraires qu'ils ont trouvées dans les Livres des Anciens. Mais il auroit falu bien entendre leurs mesures, & M. Delisle prétend qu'ils s'y sont trompés.

Ils ont crû que le Mille, c'est-à-dire, mille pas, la plus grande mesure itineraire des Romains, étoit le même que le Mille moderne d'Italie. Cela ne les auroit pas beaucoup avancés, car ce Mille moderne varie en Italie, comme nos lieuës en France, mais il y a encore une plus grande erreur. Ce Mille moderne, pris, si l'on veut, pour moyen, est estimé valoir une Minute en latitude, & par conséquent 60 de ces Milles valent un degré de la circonference de la Terre. Mais M. Delisle a prouvé qu'il faloit pour un degré 75 Milles anciens, d'où il suit qu'on les croyoit plus grands d'une 5^{me}. partie qu'ils ne sont effectivement.

Cette erreur a donc dû produire quantité de fausses positions en Italie, & dans les Pays qui l'entourent. Communément on a fait les distances trop grandes, puisque le Mille l'étoit trop, mais après les avoir faites ici trop grandes, là on les faisoit trop petites quand de certaines sujétions obligeoient à reparer, & comme on se trouvoit quelquefois par-là assés éloigné de ce qu'avoient marqué les

Anciens, on avoit recours à des explications forcées, qui ne manquoient pas au besoin. M. Delisle en donne des exemples.

On a eu depuis des positions de plusieurs Lieux par des Observations, soit de l'Academie, soit de ses Correspondants, soit d'autres habiles Mathematiciens. M. Delisle s'en est servi pour reformer les Cartes de l'Italie & des Pays voisins, & il a trouvé que non-seulement elles devenoient fort différentes de ce qu'elles étoient auparavant, mais que les Lieux se remettoient entre eux assés exactement dans les distances marquées par les Anciens, de sorte qu'il est à présumer qu'en les suivant au pied de la lettre, on feroit de bonnes Cartes Geographiques des Pays qui leur ont été bien connus.

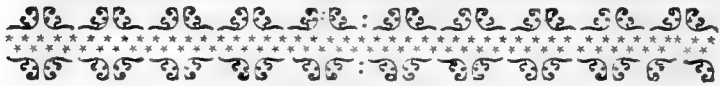
On peut être surpris de cette grande conformité des positions trouvées par nos Observations Astronomiques, avec celles que l'on tire des distances itinéraires marquées par les Anciens, car assurément des positions tirées de nos distances itinéraires s'écarteroient souvent du vrai, & beaucoup. Mais M. Delisle remarque que les Romains avoient sur cela des avantages que nous n'avons pas. Le goût qu'ils avoient pour l'utilité publique, & même pour la magnificence, car ils embellissoient tout ce qu'ils avoient conquis, leur avoit fait faire dans toute l'Italie de grands chemins, dont Rome étoit le centre, & qui alloient à toutes les principales Villes jusqu'aux deux Mers. Il y en avoit de pareils dans plusieurs Provinces de l'Empire, & il en subsiste encore aujourd'hui des restes admirables par leur construction & par leur solidité. Ces Chemins étoient tirés en ligne droite, & ne se détournoient ni pour les Montagnes ni pour les Marais; on mettoit à sec les Marais, & on perçoit les Montagnes. Des Pierres étoient placées de Mille en Mille, & portoient leur *numero*. Cette rectitude des lignes & ces divisions en parties assés petites par rapport à leur longueur, rendoient les mesures itinéraires fort sûres. On a veû en 1702* que les Milles des Romains

* P. 80.
& suiv.

paroissent avoir été assés constants & assés uniformes, & que M. Cassini avoit déjà commencé à justifier l'exactitude des mesures des Anciens.

M. Delisse a fait voir une Carte où l'Italie & la Grece sont représentées de deux manieres, l'une selon les meilleurs Geographes modernes, l'autre selon les Observations Astronomiques pour les lieux où l'on a pû en avoir, & pour les autres selon les mesures des anciens Auteurs. On ne croiroit peut-être pas combien ces deux representations sont differentes. Dans la seconde la Lombardie est fort accourcie du Midi au Septentrion, la grande Grece augmentée, la Mer qui sépare l'Italie & la Grèce retrécie, aussi-bien que celle qui est entré l'Italie & l'Afrique, la Grece fort diminuée.

Par-là il se trouve que certaines choses qui ont été dites par les Anciens, ou sont vrayes, ou moins absurdes qu'on ne pensoit, & assés peu absurdes pour avoir pû se dire. Par exemple, il est vrai, contre l'opinion universellement reçûe, que la grande Grece, ou la partie Meridionale de l'Italie est plus grande que la Grece proprement dite. Cet Homme qui avoit la vûe si bonne, que d'une hauteur du Cap de Lilibée en Sicile il comptoit les Vaisseaux qui fortoient du port de Carthage, pourroit bien encore être fabuleux, quand même on supposeroit qu'il ne les prenoit qu'au Cap de Mercure en Afrique, qui est le plus voisin de la Sicile, mais s'il n'y a, comme le prétend M. Delisse, que 20 lieuës entre le Cap de Lilibée & celui de Mercure, la merveille est beaucoup moindre que s'il y a 60 lieuës entre ces deux Caps, comme le veulent les Modernes. Le Pont que Pirrhus vouloit bâtir pour passer de la Grece en Italie, devient aussi moins extravagant. Ce n'est pas entendre assés bien le Pirrhonisme historique, que de douter des faits extraordinaires, il faut aller jusqu'à douter qu'ils soient aussi extraordinaires qu'ils le paroissent.



MECHANIQUE.

SUR L'EFFET DU SIPHON DANS LE VUIDE.

UN Tuyau recourbé ou Siphon étant mis dans un Vaisseau plein d'eau par une de ses branches que j'appelle la première, & l'autre par conséquent la seconde, il est clair que la pression de l'air extérieur sur l'eau du Vaisseau ne doit point la faire monter dans la première branche, puisque cette branche est remplie d'un air qui presse l'eau qui lui répond, & s'oppose à son élévation avec une force égale à celle de l'air extérieur. L'air contenu dans la seconde branche a aussi la même action que celui de la première, & s'oppose de même à l'élévation de l'eau. Mais si l'on vient à sucer par le bout de la seconde branche, on attire à soi l'air de toutes les deux, & on en diminue la quantité, & par conséquent l'air extérieur qui pèse sur l'eau du vaisseau devient le plus fort, & fait monter l'eau dans la première branche, d'où elle passe dans la seconde.

Si l'on cesse de sucer, il faut pour sçavoir ce qui arrivera, déterminer la longueur de la seconde branche par rapport à celle de la première. L'air qui tend à rentrer dans la seconde branche, & de-là dans la première, a dans cette tendance ou action toute la force du poids de l'Atmosphère, moins celle de la colonne d'eau contenue dans la seconde branche, & qui agit contre lui. D'un autre côté l'air extérieur qui élève l'eau dans la première branche a toute la force du poids de l'Atmosphère, moins

celle de la colonne d'eau contenuë dans la premiere branche, dont l'élevation épuise une partie de sa force. Ainsi voilà deux forces égales en elles-mêmes, mais affoiblies toutes deux par les circonstances, qui agissent l'une contre l'autre. Si elles sont également affoiblies, c'est-à-dire, si les deux branches du Siphon sont de la même longueur, il y aura équilibre, & par conséquent dès que l'on aura cessé de fucer, l'eau cessera de monter dans la premiere branche, & de sortir par la seconde. A plus forte raison cet effet arrivera-t'il, si la seconde branche est la plus courte, & par la raison contraire, l'eau continuera de sortir par la seconde branche, si elle est la plus longue, comme elle l'est toujours dans les Siphons, qui ne sont destinés qu'à cet usage.

La pesanteur de l'air est donc la cause de l'effet des Siphons, & aucun Physicien ne le conteste. Aussi les Siphons mis en mouvement dans l'air libre rendent-ils l'eau plus lentement dans la Machine Pneumatique à mesure qu'on en pompe l'air, & enfin s'arrêtent tout-à-fait quand l'air est pompé autant qu'il le peut être. Si on les remet à l'air libre, ils ne recommencent point de couler, à moins qu'on ne les fuce de nouveau, ce qu'il est évident qui doit être, puisqu'ils sont dans le même cas que s'ils n'avoient jamais coulé.

Cependant M. Homberg a observé que certains Siphons qui s'étoient arrêtés dans le vuide ont recommencé de couler d'eux-mêmes, dès qu'ils ont été remis à l'air libre. Ce sont ceux qui ont un très petit diametre, comme d'un tiers de ligne. Quelle est la force qui dès qu'ils sont à l'air libre les remet en mouvement !

Quand ils y ont été d'abord, ils ne rendoient l'eau que goutte à goutte & par intervalles d'environ 2 secondes, au lieu que les autres d'un plus grand diametre la rendoient par filets continus d'un diametre égal à celui de la seconde branche. Cette difference vient de ce que les Siphons fort menus sont pleins d'eau dès qu'ils sont mouillés dans

leur surface interieure, une goutte d'eau qui mouille un petit endroit de cette surface se joint à la goutte d'eau qui est vis-à-vis d'elle, & s'y joint par une certaine viscosité que les Phisiciens reconnoissent dans l'eau. Quand ces Siphons sont à l'air libre, & qu'ils sont une fois mouillés par l'eau qui y a passé, il faut pour continuer leur mouvement que la pesanteur de l'air, outre le poids de l'eau qu'elle a à élever, en surmonte encore la viscosité, ce qui ne se fait que par une certaine quantité d'eau amassée, & par consequent avec un certain temps, & de-là vient que ces Siphons ne coulent que goutte à goutte, & par reprises. Chaque goutte qui sort tombe en partie, parce qu'elle est poussée par le poids des gouttes superieures. Lorsqu'on met ces Siphons dans le vuide, non seulement la pesanteur de l'air agit toujours de moins en moins, & enfin n'agit plus, mais encore l'air contenu dans l'eau s'étend, parce qu'il n'est plus pressé par l'air extérieur, il se dégage de dedans l'eau, & forme de grosses bulles, qui interrompent la suite des gouttes d'eau dont les deux branches étoient mouillées & remplies; & celles qui sont à l'extremité de la seconde n'ont plus assés de poids & ne sont plus assés pressées par les autres pour tomber. Si on remet les Siphons à l'air libre, l'air qui s'étoit étendu est obligé de reprendre son premier volume, les gouttes d'eau qu'ils ne tient plus séparées retombent, les superieures sur les inferieures, & le Siphon recommence à couler tant qu'il est mouillé, mais toujours goutte à goutte, & toujours plus lentement, & ne cesse point que sa seconde branche ne soit sèche, du moins jusqu'à un certain point.

Il suit de cette explication que si de l'eau étoit sans air renfermé dans ses interstices, un Siphon très menu continueroit de couler dans le vuide, tant qu'il seroit mouillé. Aussi est-ce ce que M. Homberg a éprouvé avec de l'eau purgée d'air, soit parce qu'on l'avoit bien fait bouillir, soit parce qu'elle avoit été mise dans la Machine Pneumatique, & ce phénomène qui paroît d'abord si contraire au

système de la pesanteur de l'air s'y accorde cependant parfaitement, & est même une suite nécessaire du ressort de l'air, bandé par sa pesanteur.

Il est aisé de prévoir que si pour l'expérience des Siphons capillaires on employe des liqueurs qui contiennent plus d'air, ou de l'air qui se dégage plus facilement, telles que sont les liqueurs fermentées, les Siphons s'arrêteront plutôt dans le vuide. De même, tout le reste étant égal, ils doivent s'arrêter plutôt en Hyver qu'en Eté, car en Hiver l'air est plus disposé à se dégager, puisque dans les liqueurs qui se sont gelées, il est tout semé par grosses bulles. On jugera aussi par cette expérience que les liqueurs grasses, comme l'Huile ou le Lait, contiennent moins d'air, ou de l'air plus engagé, car avec ces liqueurs les Siphons ne s'arrêtent point dans le vuide, en quelque temps que ce soit.

SUR L'ACTION

DE PLUSIEURS PUISSANCES,

Qui tirent à la fois un même corps ou point.

L'EQUILIBRE est un repos, une immobilité produite par des causes qui tendent à produire du mouvement & par conséquent lorsqu'un nombre quelconque de causes ou de Puissances, tendent à imprimer du mouvement à un corps, & que cependant il demeure immobile, il faut que les différentes actions de ces puissances soient telles que toutes celles d'une part tendent à imprimer au corps un mouvement opposé & égal à celui que toutes celles de l'autre part tendent à lui imprimer, ou, ce qui est la même chose, que toutes celles d'une part & toutes celles de l'autre tendent à le faire mouvoir par la même ligne droite, mais en sens contraires, & avec des forces égales. Et il

V. les M.
p. 280.

faut afin que le corps demeure immobile, que cette égalité de forces, & cette opposition entre les directions du mouvement que les puissances tendent à lui imprimer, se retrouvent toujours, de quelque maniere que toutes les différentes puissances soient partagées en deux, car autrement il est visible que le corps seroit mû.

Deux choses sont donc essentielles à l'équilibre, l'opposition du mouvement, & l'égalité des forces qui tendent à produire les deux mouvemens opposés. L'équilibre ne peut subsister, si l'une de ces deux conditions manque.

Que l'on conçoive trois puissances appliquées chacune à l'extrémité de trois cordes différentes, & les trois cordes faisant ensemble un nœud par leurs trois autres extrémités, ou, ce qui est le même, aboutissant au même point, il faut d'abord, afin que les trois puissances tirant le nœud chacune à elle fassent équilibre, que l'une d'elles tende à imprimer à ce nœud un mouvement directement opposé à celui que les deux autres ensemble tendent à lui imprimer, c'est-à-dire, tende à le faire mouvoir par la même ligne que les deux autres, mais en un sens directement opposé. Cette même ligne résultante de l'action des trois puissances ne peut être qu'en un seul plan, donc il faut pour l'équilibre que les trois puissances ayent été disposées entre-elles de maniere à produire par le concours de leurs actions cette ligne posée en un seul plan. Deux puissances quelconques entre les trois, ou ce qui est le même, leurs cordes ou leurs directions peuvent toujours être conçûes comme étant dans un même plan, & par conséquent elles tendront à faire mouvoir le nœud par une ligne posée dans ce plan, mais il est fort possible que la troisième ne soit pas dans le plan des deux autres, & alors elle tend à faire mouvoir le nœud par une ligne qui n'est pas non plus dans leur plan, & par conséquent elle ne peut tendre à le faire mouvoir par la même ligne que les deux autres. Donc les trois puissances n'étant pas dans le même plan,

plan, il ne peut y avoir d'équilibre, & le nœud sera toujours mù.

Mais les trois puissances étant dans le même plan, on peut & on doit le concevoir comme le plan d'un Cercle, dont le nœud commun est le centre. Alors il se peut que les trois puissances soient comprises dans le plan d'un même demi-Cercle, & en ce cas, ou les deux puissances extrêmes, c'est-à-dire, les deux entre les cordes ou directions desquelles est comprise la direction de la troisième, tirent l'une contre l'autre par le diametre du demi-Cercle, ou elles font un angle entre elles. Si c'est le 1^{er}, il est vrai qu'elles tendent à imprimer au nœud des mouvements opposés, & supposé qu'elles soient égales elles feront en équilibre, & le nœud immobile par rapport à elles, mais la troisième ou moyenne tend à imprimer au nœud un mouvement auquel rien ne s'oppose, ce qui est clair, & par conséquent elle l'attirera à elle selon sa direction. Si c'est le 2^d, les trois puissances conspirent à tirer le nœud selon une direction qui ne soit aucune des leurs, mais moyenne entre les deux extrêmes, & par conséquent le nœud ira selon cette nouvelle direction. Donc l'équilibre est encore impossible.

Si au contraire, les trois cordes étant dans le même plan elles ne peuvent être comprises qu'en plus d'un demi-Cercle, les directions des trois puissances pourront être telles, qu'une des trois d'une part & deux de l'autre, tendront à faire mouvoir le nœud par le même diametre du Cercle & en sens contraires, & par conséquent il pourra y avoir équilibre.

Donc il n'y en peut avoir que quand les directions des trois puissances sont dans le même plan, & de plus, répandues en plus d'un demi-Cercle.

S'il y a 4 ou 5 puissances, &c. appliquées à autant de cordes, il est clair en suivant la même idée & le même raisonnement, qu'il est nécessaire pour l'équilibre que toutes les cordes étant dans le même plan elles soient répan-

90 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
duës en plus d'un demi-Cercle, ou qu'étant dans des plans
différents elles soient répanduës en plus d'une demi-Sphe-
re, car le même plan ne fera qu'un Cercle, différents
plans feront une Sphère, & il faut pour l'équilibre que
le nœud soit tiré en sens contraires selon le même diame-
tre ou d'un Cercle, ou d'une Sphère.

Toutes les questions que l'on peut faire sur des puis-
sances en nombre quelconque appliquées à un même
nœud, se réduisent à trouver le cas où elles seroient en
équilibre, soit que les puissances étant déterminées ou
données, on cherche quelles doivent être leurs directions
ou les positions de leurs cordes, soit que leurs directions
étant données, on cherche quelles doivent être les puis-
sances ou leur rapport. Nous ne parlons que du 2^d Pro-
blème qui est la même chose que le 1^{er}, & nous le pre-
nons dans les cas où il est possible.

Si les cordes de deux puissances sont entre elles au
nœud commun un angle aigu déterminé, elles tendent
toutes deux à le faire mouvoir, & le feront mouvoir en
effet par une ligne qui coupera cet angle, & fera entre
leurs deux directions. Si les deux puissances sont égales,
l'angle sera coupé également, & la direction du mouve-
ment du nœud sera également éloignée des directions des
deux puissances. Mais si une puissance est plus forte que
l'autre, elle fera que la direction du mouvement du nœud
s'approchera d'autant plus de sa direction qu'elle sera plus
forte. Ainsi la direction du mouvement du nœud, ou le
chemin qu'il tiendra, variera à l'infini selon le rapport des
deux puissances, & pour faire mouvoir ce nœud selon
une certaine ligne déterminée, il faut un certain rapport
unique des deux puissances dont les directions sont déter-
minées.

Maintenant s'il doit y avoir trois puissances avec des
directions pareillement données, il faut pour l'équilibre
que de quelque maniere qu'on en considere deux agissant
contre la troisième, les deux premières s'accordent à faire

mouvoir le nœud selon la direction de la troisième, & à le faire mouvoir en sens contraire avec une force égale. Or comme la direction de la troisième est déterminée, il faut que les deux premières ayent un certain rapport unique entre elles pour faire tenir cette route au nœud, & il faut de plus que la troisième ait précisément une certaine force égale à celle dont les deux premières ensemble tirent le nœud vers elles. De-là il suit que trois directions étant données, il n'y a que trois puissances ayant entre elles trois un certain rapport unique qui puissent faire équilibre, & que toutes les autres qui auront d'autres rapports ne le feront point, ou, ce qui est la même chose, ce Problème est déterminé.

S'il y a quatre puissances, elles sont ou en même plan, ou en des plans différents.

Si elles sont en même plan, elles sont répandues en plus d'un demi-Cercle, puisque le Problème est supposé possible. Or deux puissances posées de suite l'une après l'autre entre les quatre étant choisies arbitrairement, elles tendront conjointement à faire mouvoir le nœud par différentes lignes selon le différent rapport qu'elles auront entre elles. Quelle que soit la ligne par laquelle un rapport quelconque de ces deux puissances tendra à faire mouvoir le nœud, il sera toujours possible que les deux autres puissances ayent entre elles le rapport nécessaire pour faire mouvoir le nœud par cette même ligne en sens opposé. Donc le rapport des deux premières puissances choisies arbitrairement pouvant varier à l'infini, ce Problème a une infinité de solutions, ou est indéterminé.

On en voit un exemple fort simple en 4 puissances appliquées aux 4 extrémités de 2 diamètres d'un Cercle. Pourvu que les deux qui seront appliquées aux deux extrémités du même diamètre soient égales, elles seront toutes quatre en équilibre, quelque rapport qu'ayent les deux égales d'une part aux deux égales de l'autre.

Si les 4 puissances sont en différents plans, elles sont

92 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
répandues en plus d'une demi-Sphere, & on en peut toujours concevoir deux comme étant dans un même plan, & deux dans un autre. Les deux qu'on aura choisies arbitrairement pour être les deux premières tendent à faire mouvoir le nœud dans leur plan, & les deux autres dans le leur, d'où il suit qu'il ne peut se mouvoir ni dans l'un ni dans l'autre, mais dans un plan moyen, & il peut y en avoir une infinité. Tant que les deux premières puissances prises ensemble auront plus de force que les deux autres, elles tireront le nœud dans un plan plus approchant du leur que celui par lequel les deux autres puissances tireront le nœud ne sera approchant de leur plan, & par conséquent le nœud ira selon ce plan moyen déterminé par le plus de force des deux premières puissances. De-là il suit que le rapport des deux premières puissances aux deux autres étant à un certain point, elles tendront les unes & les autres à faire mouvoir le nœud par le même plan moyen, & en sens contraires. Or ce point ne peut être qu'unique, & par conséquent le Problème est déterminé.

S'il y a cinq puissances, on trouvera par la même voye que soit qu'elles soient dans le même plan, ou en plans differents, le Problème est indéterminé, & de même de plus de 4 puissances, quel qu'en soit le nombre.

Voilà ce que M. Varignon a démontré plus geometriquement. Pour trouver en général les rapports déterminés ou indéterminés que doivent ou que peuvent avoir des puissances dont les directions sont données, il se sert de la Theorie des mouvemens composés, qui lui a donné la Clef de toute la Mechanique, ainsi qu'on a vû dans son *Projet* imprimé en 1687. Le Problème de quatre puissances, ou plus, n'y étoit pas, mais il dépend des mêmes principes, & tout ce qu'il a de particulier est d'être toujours ou impossible, ou indéterminé pour plus de 4 puissances quand il est possible, & déterminé ou indéterminé pour 4, quand il est possible. Nous en avons fait voir les raisons essentielles.

SUR LA PLUS GRANDE PERFECTION

possible des Machines muës par des Animaux.

C E que la Méchanique peut faire de plus ingenieux & de plus utile en même temps , c'est de déterminer elle-même jusqu'où elle peut être utile , & dans quelles bornes précises sont renfermés tous les avantages qu'elle promet. Toutes les Machines possibles sont muës ou par des Animaux ou par des fluides , que l'on fait travailler à la place des Animaux. Celles de la dernière espece ont déjà été examinées par M. Parent * , il examine presentement celles de la première. Je suppose qu'on se rappelle ici toute la Theorie de 1704 , dont tout ce qui va être dit n'est qu'une suite.

* V. l'Hist.
de 1704.
P. 116.

Un effet de Machine ne peut jamais être plus grand que l'effet naturel & simple de la puissance qui meut la Machine. Ainsi si l'effet naturel de la force d'un Homme est d'élever vingt quatre livres en faisant 1000 Toises par heure , & d'un Cheval d'élever 170 livres en faisant par heure 1800 Toises , jamais une Machine muë par un Homme ou par un Cheval n'en pourra faire davantage , avec quelque art qu'elle soit composée , & même elle fera beaucoup moins à cause des frottements inévitables , mais on ne les considère pas ici. L'effet de la Machine muë par un Homme ne sera donc jamais que le produit de 24 livres par 1000 Toises de vitesse en un heure , ou le produit de 24 par 1000 de quelque maniere que ce produit soit formé par le poids & par sa vitesse , car c'est toujours la même quantité de mouvement , & de-là il suit qu'un Homme faisant 1000 Toises en une heure peut élever un poids de 24000 livres , pourvû que ce poids ne fasse qu'une Toise dans le même temps , & il en va de même de toutes les autres

manieres à l'infini dont peut être formé le produit 24000. L'effet machinal a donc nécessairement pour borne l'effet naturel de la puissance qui meut la machine, & en effet il est impossible de tirer du néant une nouvelle force. Si l'on veut qu'un Homme faisant ses 1000 Toises par heure éleve 24 livres, le meilleur est de n'y point employer de Machine, mais si l'on veut qu'il éleve plus de 24 livres, il en faut une qui conservant à l'Homme sa vitesse naturelle diminuë celle du poids à proportion qu'il sera plus grand. Voilà à quoi tout se réduit. Les differents bras de levier par lesquels agissent dans les Machines ou la puissance ou le poids, ne font que regler leurs vitesses, & les representent touëjours Geometriquement.

Quand on a donc une Machine muë par des Animaux & qui éleve un poids, son effet étant le produit du poids par la vitesse que la Machine lui donne, il n'y a rien de plus aisé que de comparer cet effet à l'effet naturel des Animaux, & de voir par-là de combien il est moindre, car il l'est touëjours à cause des frottements. Plus l'effet machinal approchera du naturel, plus la Machine sera parfaite.

Si des Animaux tirent un ou plusieurs bateaux, l'obstacle qu'ils ont à vaincre est la resistance de l'eau. La grandeur de cette resistance dépend, 1°. de la grandeur de la surface qui pousse l'eau devant elle, 2°. de la vitesse de cette surface par rapport à celle de l'eau, ce qu'on appelle la vitesse *respective* de la surface. Si elle se meut en même sens que l'eau, sa vitesse respective est l'excès de sa vitesse sur celle de l'eau; si elle se meut à contre-sens de l'eau, sa vitesse respective est la somme de sa vitesse & de celle de l'eau; si l'eau n'a point de vitesse, comme celle d'un Etang, la vitesse respective de la surface est sa vitesse propre & absoluë. Maintenant on doit se souvenir qu'il faut, à cause qu'il s'agit d'un fluide mù, prendre le quaré de la vitesse respective, selon ce qui a été dit en 1704. 3°. La resistance de l'eau dépend de son poids, ou de sa

masse, car il est visible qu'une même surface muë dans l'air avec la même vitesse respectivement éprouveroit moins de résistance que dans l'eau.

L'obstacle que des Animaux ont ici à vaincre est donc le produit de ces trois grandeurs, poids ou masse de l'eau, la surface muë dans l'eau, le carré de sa vitesse respectivement. M. Parent conclut de plusieurs expériences faites par d'habiles Mathématiciens que l'eau de la Seine frappant contre une surface d'un pied carré avec une vitesse d'un pied par seconde a une force de 22 onces. Reste à sçavoir présentement quelle sera la surface que les bateaux préféreront à l'eau, la difficulté est que leurs surfaces sont courbes, & peuvent être en chacun différemment courbes. Mais M. Parent donne un moyen très aisé de les élever toutes à une surface plane, j'entends les surfaces plongées dans l'eau, & qui doivent la pousser devant elles, ou éprouver sa résistance. Il n'y a qu'à mettre sur le bout d'un Pieu au milieu de la Rivière une Poulie fixe sur laquelle passe une Corde dont un bout s'attache aux bateaux qu'on veut tirer, & l'autre à une grande Table plate qu'on enfoncera dans l'eau par degrés jusqu'à ce qu'elle en reçoive assés d'impression pour être poussée selon le fil de l'eau, & obliger par-là les bateaux à s'émouvoir pour remonter. Il est certain que la partie de la Table plongée dans l'eau fera une surface égale à celles de tous les bateaux ensemble, qui ont à vaincre la résistance de l'eau. Il y aura autant de 22 onces de force dans l'eau que de pieds carrés dans cette surface.

On aura donc la résistance de l'eau exprimée en un certain nombre de livres agissant avec une vitesse d'un pied par seconde contre une surface d'un certain nombre de pieds carrés. Voilà ce que l'effort des Animaux doit élever dans l'état d'équilibre, voilà ce qu'ils doivent soutenir, & hors de l'équilibre, voilà la résistance qu'ils doivent surmonter pour tirer les bateaux, & comme ils leur imprimeront une certaine vitesse, qui augmentera la résistance

de l'eau, ce que les Animaux auront à vaincre, ce sera le poids de 22 onces pris autant de fois qu'il y aura de pieds quarrés dans la surface plate de l'expérience, & multiplié par le quarré de la vitesse respective des bateaux, & il est clair que ce produit ne peut jamais être plus grand que l'effort naturel des Animaux, tel que nous l'avons déterminé.

Si l'eau est courante, sa vitesse entre dans l'expression de la vitesse respective des bateaux, soit qu'ils remontent, soit qu'ils descendent, & comme cette vitesse est déterminée, celle de la Seine, par exemple, d'un pied par seconde, c'est-là une quantité déterminée qui entre dans la résistance de l'eau, & qui par conséquent demande qu'une certaine partie de la force des Animaux soit déterminée aussi. A cela près le reste est libre, c'est-à-dire, qu'on peut faire varier comme on voudra la force des Animaux, & la charge opposée qui est la somme des surfaces de bateaux plongées dans l'eau. Si la charge demeurant la même la force des Animaux diminuë, ou, ce qui est la même chose, leur nombre, car on doit supposer qu'ils vont toujours de même vitesse, ou si la force des Animaux demeurant la même, on augmente les surfaces plongées des bateaux, soit en augmentant leur nombre, soit en les chargeant davantage, il est clair qu'en ces deux cas les bateaux iront plus lentement. Mais si l'eau est tranquille, la vitesse respective des bateaux n'étant plus que leur vitesse propre, & la vitesse déterminée de l'eau n'en faisant plus partie, alors tout est libre, & on peut tirer un aussi grand nombre de bateaux, ou aussi chargés qu'on voudra avec une aussi petite force qu'on voudra, à condition que les bateaux iront très lentement, & ce n'est-là que ce qui se trouve toujours dans toute la Méchanique.

Si les Animaux qui tirent les bateaux sont appliqués à une Machine fixe sur le rivage, comme M. Parent le suppose, cette Machine fournira des bras de levier, dont les uns appartiendront aux Animaux, les autres à la charge opposée,

opposée, & dont le rapport représentera celui de la vitesse des Animaux à la vitesse des bateaux.

Mais si au lieu d'une Machine fixe sur le rivage, on employe une Machine portée sur les bateaux même, ce qui ne peut être qu'un double Moulin attaché en dehors aux deux côtés du premier bateau, qui tirera les autres, alors l'eau agissant contre les aîles, ou vanes, ou aubes de chaque moulin, & obligeant la corde tirée par les Animaux à se rouler autour d'un Treuil, imprimera aux bateaux un mouvement qui se joindra à celui que les Animaux leur imprimeront. Tout ce qui regarde l'action des fluides sur de pareilles aîles de moulin, ou vanes a été dit en 1704, il y faut seulement ajouter qu'ici la surface de ces vanes éprouve la résistance de l'eau aussi-bien que celles des bateaux auxquels elles sont attachées, & qu'on en doit tenir compte. Le calcul devient plus composé, mais les principes demeurent les mêmes.

On a trouvé en 1704 que quand on employoit dans une Machine la force d'un fluide qui frappoit contre les vanes d'un moulin fixe, l'effet machinal avoit un *plus grand* qu'il ne pouvoit passer. La raison essentielle en est que d'un côté le fluide agit sur la vanne avec d'autant plus de force qu'il la frappe avec plus de vitesse, & que de l'autre elle reçoit d'autant moins d'impression du fluide qu'elle en est frappée avec plus de vitesse, parce qu'elle fuit devant lui, & se dérobe davantage à son action, d'où il suit qu'il y a un certain point moyen où ces deux effets contraires se détruisent le moins qu'il est possible, ou se combinent le plus avantageusement, & ce point est lorsque la vanne a pris le tiers de la vitesse du fluide. Or puisqu'on suppose des vanes dans le cas que nous considérons presentement, elles y sont nécessairement entrer ce *plus grand* qui leur est propre, & par conséquent l'effet supposé est susceptible d'un plus grand que M. Parent déterminé.

Il consiste, quand les bateaux vont contre le fil de l'eau,

en ce qu'ils auront une vitesse égale à la sienne, & quand ils vont selon le fil de l'eau, en ce qu'ils auront une vitesse triple. Quant au cas où l'eau est en repos, le plus grand effet doit se trouver quand les vannes ont le tiers de la vitesse du bateau, car alors l'eau ne frappe les vannes qu'avec la vitesse du bateau.

Ce plus grand détermine aussi quel est en cet état le rapport de la charge que les Animaux ont à surmonter, ou de la résistance des bateaux à celle qui feroit équilibre contre eux, & qui selon les principes établis en 1704 seroit beaucoup plus grande.

On voit assez que dans tous les cas qui ont été supposés, & qui sont tous les cas possibles, la Theorie de M. Parent lui donne un moyen sûr de trouver telle grandeur qu'il voudra qui entre dans la force motrice ou dans la charge opposée, quand les autres grandeurs seront données ou connues. Ce n'est plus que du calcul, mais ce calcul demande quelque fois de l'art & de la finesse dans l'application, & par-là il vient à avoir sa beauté particulière.

SUR LE CENTRE D'OSCILLATION.

V. les M.
p. 208.
- V. l'Hist.
de 1703.
p. 114. &
suiv.

QUAND nous avons donné en 1703 * la Theorie du Centre d'Oscillation d'après feu M. Bernoulli, nous ne pensions pas que cette matiere assez obscure d'elle-même & fort délicate pût être mieux éclaircie, ni traitée avec plus d'art. Mais il ne faut pas se hâter de croire que rien soit arrivé à sa dernière perfection. M. Bernoulli Frere du mort donne sur ce même sujet une nouvelle Theorie toute différente, & dont il sera aisé de reconnoître les avantages. Il ne s'agit ici d'aucune proposition contestée, M. Huguens, premier Inventeur, les deux Freres, tous les Geometres sont d'accord sur le fonds des choses, mais il est question de la maniere de les prouver, la plus

simple, la plus claire, la plus generale, celle qui n'a besoin d'aucune supposition gratuite, quoique vraie, est certainement la meilleure, & il n'arrive que trop souvent que celui qui découvre le premier une verité est celui qui la prouve le plus mal. On suppose ici les définitions données en 1703, & du moins l'état de la question tel qu'il y a été établi.

Un Pendule simple dont la longueur & le poids sont déterminés, élevé à une certaine hauteur déterminée d'où il doit retomber jusqu'à ce qu'il se soit remis dans une ligne verticale, employe à cette chute ou à une demi-vibration un certain temps déterminé qui ne peut jamais être ni moindre ni plus grand. Et ce temps est déterminé ou nécessairement tel, parce que la force *agitative*, c'est-à-dire, qui produit le mouvement du Pendule est déterminée dans tout ce qui concourt à la former, de sorte qu'elle ne peut causer qu'un certain effet.

La force agitative du Pendule est formée de 3 choses, 1^o de la force de la pesanteur, 2^o de la masse du corps attaché au bout de la Verge inflexible, 3^o de la distance de ce corps au point de suspension, ou, ce qui est le même de la longueur de la Verge ou du Pendule.

1^o. La force de la pesanteur, qu'elle qu'en soit la cause, est cette force qui fait qu'un corps qui n'est point soutenu tombe, & parcourt 14 pieds, par exemple, dans la 1^{re} seconde de sa chute. Il est visible que cette force est d'une quantité qui détermine ces 14 pieds, & qu'un corps pesant en parcourroit plus ou moins dans cette même 1^{re} seconde, si la force de la pesanteur étoit plus ou moins grande.

2^o. Comme cette force s'applique à chaque point, ou partie infiniment petite d'un corps, plus ce corps est grand, ou a de masse, plus il a de quantité de mouvement, ou de force.

3^o. La distance du corps mû au point de suspension, ou la Verge est toujours le rayon du Cercle dont le corps

mû décrit un arc , & par conséquent plus ce rayon est grand , le reste étant égal , plus le corps décrit un grand arc , & en même temps plus la hauteur d'où il tombe est grande , & plus il acquiert de vitesse.

Or la force agitative du Pendule n'est que celle de ce corps attaché au bout de la Verge , donc elle est le produit de la force de la pesanteur , de la masse de ce corps , & de sa distance au point de suspension.

Donc la force de la pesanteur étant toujours la même , comme elle l'est , & un corps ou poids attaché au bout de la Verge étant toujours le même , il est impossible que deux Pendules simples de différente longueur soient *isochrones* , ou fassent leurs vibrations en même temps , car en vertu des différentes longueurs , les vitesses seront inégales , & par conséquent les temps des vibrations.

Mais si on suppose , ou si l'on feint qu'il y ait dans la nature différentes forces de pesanteur , alors il sera possible que deux Pendules simples de différente longueur soient *isocrones* , l'un *animé* de la pesanteur *naturelle* , qui est celle que nous connoissons , l'autre *animé* de la pesanteur *feinte* , & voici comment.

Si la pesanteur feinte est plus grande que la naturelle , le Pendule feint *isocron*e au naturel décrira nécessairement dans un même temps un plus grand espace ou arc , & par conséquent le poids sera attaché à une plus grande distance du point de suspension. Cependant il faut pour l'*isocronisme* que les deux forces agitatives des deux Pendules soient égales , & des 3 choses qui composent ces forces , en voilà déjà deux plus grandes dans le Pendule feint , & par conséquent il faut que la masse de son poids diminuë dans la proportion requise. On voit par-là que de la seule supposition d'une pesanteur feinte plus grande que la naturelle s'ensuit une plus grande longueur du Pendule , & la diminution du poids.

Comme un espace ou arc décrit par le Pendule feint plus grand que l'arc décrit par le naturel en même raison

que la pesanteur feinte fera plus grande que la naturelle, & un rayon de cet arc plus grand, selon la même raison, sont deux choses inseparables, les deux pesanteurs seront toujours entre elles comme ces deux rayons, ou les deux longueurs des deux Pendules, & cela donne toujours l'expression de la pesanteur feinte, & par une suite nécessaire celle de la masse diminuée du poids du Pendule feint.

Si l'on vouloit feindre une pesanteur moindre que la naturelle, il est aisé de voir comment il faudroit s'y prendre, mais cela seroit inutile au dessein present.

Si l'on a un Pendule composé chargé de deux poids attachés à une même Verge, & voilà à quoi tendoient les fictions précédentes, M. Bernoulli conçoit chacun de ces poids transporté à une plus grande distance du point de suspension qu'il n'étoit, mais tous deux à la même, & diminués de masse selon qu'il faut, de sorte que tous deux ensemble ne sont plus qu'un Pendule simple animé d'une pesanteur feinte dont on a l'expression, & isocrone au Pendule composé naturel que l'on avoit.

On aura donc un Pendule simple naturel isocrone au composé naturel, si l'on a un Pendule simple naturel isocrone au Pendule simple feint que l'on a trouvé, & c'est ce qui est très-facile, car selon ce que nous avons dit, comme la pesanteur feinte est à la naturelle, ainsi la longueur du Pendule simple feint sera à la longueur du Pendule simple naturel. C'est-là le Centre d'Oscillation que l'on cherchoit.

Nous nous bornons à cette explication du principal fondement de la nouvelle Theorie de M. Bernoulli. L'application aux Pendules composés, dont les poids seroient disposés, non sur une même ligne droite, mais seulement dans un même plan, seroit plus difficile à expliquer, quoiqu'elle ne dépende que des mêmes principes. Ils s'étendent sans peine aux Pendules agités, non dans le Vuide, ou dans un milieu dont la résistance est insensible, comme l'air, mais dans des liqueurs résistantes. Elles ne feront

102 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
que mettre les Pendules dans le même cas où les mettroit
une moindre pesanteur naturelle, & la fiction fondamen-
tale de M. Bernoulli se trouve là en quelque sorte réalisée.

SUR LE MOUVEMENT DES SOLIDES
DANS UN TOURBILLON FLUIDE.

V. les M.
p. 381.
* V. l'Hist.
de 1712.
p. 77. &
suiv.

C'EST ici la continuation d'un vaste sujet entrepris par M. Saulmon, & commencé en 1712. * Rien ne seroit plus glorieux à la Physique secourüe de la Geometrie, que d'avoir découvert comment les loix de la Méchanique, que nous connoissons, produisent les mouvements celestes, & comme il y a toute l'apparence possible que c'est à ces mouvements que tient la cause generale de la pesanteur, on auroit en même temps l'explication d'un phénomène si commun & si difficile. Mais parce que les raisons *à priori* nous sont ordinairement trop cachées, il faut tâcher d'y remonter peu à peu par des experiences, & nous faire des Cieux artificiels, c'est-à-dire, des fluides mis circulairement, qui emporteront des corps, images des Planetes, ou des corps pesants.

M. Huguens & quelques autres ont déjà pensé à cette imitation, dont l'idée est fort naturelle, mais M. Saulmon paroît être celui qui l'a poussée le plus loin, & tournée de plus de manieres differentes.

Il prend un assez grand vaisseau cylindrique, immobile sur un plan horifontal, & l'ayant rempli d'eau jusqu'à une certaine hauteur, il y plonge une canne qu'il tourne en rond avec le plus de vitesse qu'il se peut, & par-là l'eau prend necessairement un mouvement circulaire assez rapide, & s'éleve jusqu'aux bords du vase; quand elle y est arrivée, il cesse de l'agiter. Pour bien entendre ce qui resultera des experiences, il faut d'abord s'arrêter là, & y faire quelques reflexions.

Ce qui fait que l'eau agitée s'éleve, c'est sa force centrifuge née de son mouvement circulaire. Nous supposons les propriétés de cette force expliquées dans l'Hist. de 1700. * Le mouvement de l'eau étant circulaire, il se rapporte à un centre pris dans l'axe du vaisseau cylindrique, ou, ce qui est le même, dans l'axe du Tourbillon que l'eau forme. La même vitesse étant imprimée à toute l'eau, la circonférence d'un cercle d'eau plus petit ou moins éloigné de l'axe a plus de force centrifuge que celle d'un plus grand, ou plus éloigné. Le petit cercle pousse donc le plus grand vers les bords du vase, & de cette impulsion que tous les cercles reçoivent des plus petits qui les precedent, & rendent aux plus grands qui les suivent, naît l'élevation de l'eau le long des bords du vase, & jusqu'au haut, où je suppose qu'on cesse de la mouvoir.

* p. 81.
& 82.

Cette eau ainsi élevée forme au milieu du vaisseau un creux, dont la figure est celle d'un Cone renversé. Sa base est la même que la base supérieure du Cilindre qui forme le vaisseau, & son sommet est dans l'axe du Cilindre, & d'autant plus bas que l'eau a été agitée plus violemment, & qu'en même temps on avoit laissé vuide une plus grande hauteur du vaisseau.

Dès que l'eau est abandonnée à elle-même, elle descend des bords du vase par degrés, remplit le creux & se remet à peu-près de niveau, & il est clair qu'elle doit conserver encore pour quelque temps un mouvement circulaire. Alors de cette grande inégalité de mouvement qui avoit élevé l'eau jusqu'aux bords du vase, elle est revenue en se remettant de niveau à la plus grande égalité de mouvement qu'il se puisse. Toute l'eau étant homogène, cette plus grande égalité possible ne peut consister qu'en ce que les vitesses de différentes parties d'eau seront égales, ou, ce qui est le même, en ce que les temps des revolutions circulaires que feront autour de l'axe du Tourbillon deux particules d'eau qui en seront différemment éloignées, seront entre eux comme les cercles de ces re-

volutions , ou leurs rayons qui font les distances à l'axe. Il faut entendre que cette proportion se trouve phisiquement, & à peu-près , & non pas dans l'exaëtitude Geometrique. Il ne paroît pas possible de déterminer quel est le temps précis où elle commence , ni si elle subsiste toujours tant que le mouvement circulaire continuë.

De ce que les parties du fluide font leurs revolutions autour de l'axe en des temps proportionnels aux distances où elles sont de l'axe , il suit que des parties prises à une certaine distance de l'axe , & qui sont entre des parties voisines dont les distances sont de part & d'autre plus & moins grandes , choquent en faisant leur revolution ces parties voisines , ou en sont choquées , & en general que les parties d'eau muës circulairement ont quelques mouvements contraires les unes aux autres , & par consequent perdent toutes de leur mouvement par cette opposition. Il faut joindre à cette perte celle qui arrivent encore par les frottemens , puisqu'elles se rencontrent. Cela ne seroit pas ainsi si le fluide étoit un corps solide qui tournât sur son axe. Toutes ces parties seroient en repos les unes à l'égard des autres , & leurs differentes revolutions se feroient en même temps.

Le Tourbillon d'eau étant formé, M. Saulmon y met differents corps solides , qui prennent le même mouvement circulaire , & l'intention de toutes les experiences dont on rend compte ici , est de découvrir quels sont ceux d'entre ces corps , qui en faisant leurs revolutions autour de l'axe du Tourbillon s'en approchent , ou s'en éloignent , & avec quelle vitesse.

Il y a trois manieres de faire ces experiences avec des corps solides , ou sur la surface de l'eau , ou entre deux eaux , ou au fond.

Il est évident que les corps solides ne peuvent s'approcher de l'axe , que parce qu'ils auront moins de force centrifuge que l'eau , ni au contraire s'éloigner que parce qu'ils en auront davantage. Mais afin que ce mouvement de

de s'approcher ou de s'éloigner de l'axe puisse être entièrement rapporté à la différence de force centrifuge entre les corps solides & l'eau, il faut ne faire les expériences des corps posés sur la surface de l'eau que dans le temps où l'eau est devenue parallèle ou presque parallèle à l'horizon, car lorsqu'elle est élevée contre les bords du vase, la chute des corps vers l'axe pourroit être uniquement l'effet de leur pesanteur qui les feroit descendre le long d'un plan incliné, ou du moins altereroit l'action de la force centrifuge, & quand même ils s'éloigneroient alors de l'axe, l'action de la force centrifuge seroit encore trop altérée par la pesanteur. On doit donc avoir extrêmement égard à la circonstance de l'état où est l'eau. Quand même elle paroît assez plate, il lui reste encore un peu de pente des bords vers le milieu.

Tout cela posé, on pourroit peut-être prévoir la plupart des expériences de M. Saulmon, tout au moins en verra-t-on aisément les causes. Je dis *la plupart*, car ces fortes d'effets dépendent, comme on voit, d'une assez grande combinaison, & quelquefois elle peut être telle qu'il sera difficile de l'attraper juste.

En général, puisqu'un corps, tout le reste étant égal, a d'autant plus de force centrifuge qu'il est plus pesant ou plus massif, il se peut qu'entre les corps qui seront assez légers pour flotter sur la surface de l'eau, il y en ait d'assez massifs pour prendre plus de force centrifuge que l'eau, & par conséquent pour s'éloigner de l'axe, & d'autres, qui par la raison contraire s'en approchent, & c'est aussi ce qu'on observe. L'expérience seule peut déterminer quels seront ces différents corps.

Entre ceux qui s'approchent de l'axe, les plus massifs ou les plus pesants s'en approcheront le plus lentement, & entre ceux qui s'en éloignent, les plus pesants s'en éloigneront le plus vite.

Tout le reste étant égal, un plus gros corps prend plus de force centrifuge, parce qu'il répond à un plus grand

volume d'eau, sur lequel il a l'avantage que toutes ses parties conspirent à un même mouvement, au lieu que celles de l'eau ont des mouvements contraires qui se détruisent, & cet avantage augmente selon les volumes.

Si un corps a une figure plus irrégulière, ou une superficie plus inégale, il est plus inégalement frappé par l'eau en ses différentes parties; cette inégalité d'impulsion lui cause des balancements ou des tournoyements sur son propre axe, qui diminuent d'autant la force centrifuge qu'il reçoit de l'eau qui l'emporte, & par là il est plus disposé à s'approcher de l'axe du Tourbillon. Ce sera la même chose pour un corps inégalement pesant ou massif en ses différentes parties, cette inégalité lui produira un tournoyement, qui affoiblira sa force centrifuge.

Ce sont là les principes, du moins les plus universels, de tout ce qui arrive dans les Tourbillons de M. Saulmon. Il en faut laisser le détail à son Memoire. Ce qui en résulte est précisément le contraire de ce qui auroit été à souhaiter pour le système de la Pesanteur, ce sont les corps les plus massifs qui ont le plus de disposition à s'éloigner de l'axe, mais ce n'est pas là tout-à-fait un sujet de désespérer pour ceux qui sont accoutumés aux recherches; quelquefois ce qui sembloit d'abord les jeter bien loin du but, les y conduit.

MR. de Reaumur a donné la Description de l'Art de faire les Cuirs dorés.

Nous renvoyons entièrement aux Memoires. Les Remarques de M. de la Hire sur la Chûte des Corps dans l'air.

CETTE année parut un Livre de M. Bernoulli, intitulé *Essai d'une Nouvelle Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux*, le premier & le seul jusqu'à present qui soit sorti de ses mains, car il s'est contenté de répandre ou dans nos Memoires ou dans les Actes de Leipfic differents morceaux détachés, dont chacun cependant vaut bien un gros Livre. L'occasion de cet Ouvrage fut la *Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux* de M. le Chevalier Renau imprimée en 1689. Quand elle parut, M. Huguens fit à M. Renau une difficulté considerable sur un point fondamental. Comme ces sortes de matieres ne sont pas de pure Geometrie, mais qu'elles dépendent d'un mélange fort délicat de Geometrie & de Physique, que de plus celle-ci étoit toute neuve, & que M. Renau étoit le premier qui eût osé y toucher, il n'étoit surprenant ni qu'il y restât encore des difficultés à éclaircir, ni même que les Geometres pussent se partager. Aussi se partagerent-ils, les uns furent pour M. Huguens, les autres pour M. Renau, & du nombre de ces derniers fut M. Bernoulli, qui n'ayant pas vû le Livre de M. Renau, ne jugeoit de la dispute que sur un exposé que lui en avoit fait M. le Marquis de l'Hôpital. Long-temps après il a vû le Livre, & a changé de sentiment. Il s'est même trouvé encore opposé à M. Renau sur un autre point important que M. Huguens s'étoit épargné la peine de considerer, ou dont il avoit été convaincu; & comme ces deux points changés font une Theorie differente de celle de M. Renau, beaucoup moins simple, à la verité, & plus embarassante, mais, selon M. Bernoulli, necessaire, & par sa difficulté même plus piquante pour un grand Geometre, il s'est resolu à en faire un ouvrage complet. Nous allons en rendre compte comme s'il étoit le seul qui eût été fait sur cette matiere, & sans entrer aucunement dans le pour & le contre des points controversés. Nous ne ferons même que donner

quelques connoissances préliminaires ou generales qui faciliteront l'intelligence du Livre, car pour une plus grande discussion, il faudroit le Livre même.

Soit un Vaisseau en repos avec sa Voile qu'on suppose qui est plate, & qui demeure toujours telle malgré l'action du vent. Ce vaisseau poussé par le vent dans un 1^{er} instant ne prend encore à cause de sa grande masse qu'une vitesse presque infiniment petite, & l'eau par consequent ne lui résiste que très peu. Le vent souffle encore dans un 2^d instant, & imprime au vaisseau une nouvelle vitesse, qui jointe à la premiere fait une vitesse accelerée, & l'eau résiste davantage à cette plus grande vitesse. Enfin la vitesse du vaisseau s'accelere toujours d'instant en instant, & la résistance de l'eau augmente toujours aussi, jusqu'à ce que cette résistance devienne d'une force égale à l'augmentation de vitesse du vaisseau. Alors si le vent & l'eau étoient subitement anéantis, & que le vaisseau par consequent se trouvât dans le Vuide, il iroit à l'infini selon une ligne droite avec une vitesse uniforme égale au dernier degré d'accélération qu'il auroit reçu du vent dans le dernier instant. Mais ce dernier degré, auquel est égale la résistance de l'eau, étant acquis, le vaisseau ne se trouve pas dans le vuide, l'action du vent & la résistance de l'eau subsistent toujours; cependant parce que cette action & cette résistance sont devenuës égales, elles se détruisent mutuellement, & le vaisseau est dans le même cas que s'il étoit dans le vuide. Il ira donc desormais avec une vitesse uniforme, & l'action continuelle du vent sur la voile ne fera que détruire la résistance continuelle de l'eau. C'est dans cet état de vitesse uniforme que le mouvement du vaisseau est considéré. Cela revient à ce qui a été dit dans l'Histoire de 1708*.

* p. 125.
& 126.

Afin que le mouvement soit effectivement uniforme, il faut que le vent ne l'accelere plus, & pour cela il faut qu'il rencontre le vaisseau, non comme fuyant devant lui, car il accelereroit son mouvement, mais comme étant en

repos, & afin que le vent rencontre toujours le vaisseau comme en repos, quoique réellement il fuye, il faut que la vitesse du vent soit commè infinie par rapport à celle du vaisseau. Aussi est-ce ce que M. Bernoulli suppose dans toute sa Théorie. Il est vrai que lorsqu'un vaisseau fait 3 lieuës par heure, tandis que le vent en fait 5, la supposition est bien éloignée de la réalité, mais enfin M. Bernoulli raisonne sur cette supposition, sauf à la réduire. Les erreurs de supposition connues ne sont point erreurs en Geometrie.

La force du vent qui pousse le vaisseau avec une vitesse uniforme, & la resistance de l'eau étant égales, & se détruisant, il faut que ces deux forces agissent l'une contre l'autre par une même ligne droite, car autrement elles produiroient un effet commun, & ne se détruiroient pas.

La force avec laquelle le vent agit sur une voile supposée toujours plate, dépend de trois choses ou grandeurs dont elle est le produit, comme celle de tout fluide qui frappe une superficie plane.

1^o. De la grandeur de cette superficie.

2^o. De l'angle d'incidence du fluide sur la superficie.

3^o. De la vitesse du fluide.

Le 1^{er} point est clair.

Quand au 2^d, il est clair aussi qu'un fluide qui frappe obliquement une superficie ne la frappe que selon ce qu'il a de perpendiculaire dans sa direction, c'est-à-dire, selon le sinus de l'angle d'incidence, & par conséquent l'impulsion est d'autant plus forte que ce sinus est plus grand, ou l'impulsion oblique moins oblique. De plus, à mesure que l'incidence est plus oblique une moindre quantité du fluide frappe la superficie, & on le verra clairement en se représentant l'incidence infiniment oblique ou parallèle à la surface, car alors la surface n'est frappée par aucune quantité du fluide, & dans le cas opposé, qui est celui de l'incidence perpendiculaire, elle l'est par toute la quantité pos-

sible du fluide. Il est très-aisé de prouver que les différentes quantités d'eau qui répondent aux différentes incidences sont comme les sinus des angles d'incidence. D'où il suit que les forces des différentes impulsions sont comme les carrés de ces sinus.

Pour le 3^{me} point, tout le monde sçait que les différentes impulsions d'un fluide mê avec différentes vitesses sont comme les carrés de ces vitesses, parce qu'un fluide mê avec plus de vitesse frappe & avec plus de force & en même temps avec un plus grand nombre de parties, & que ce plus grand nombre est en même raison qu'une plus grande vitesse.

Donc la force du vent sur la voile est un produit de la surface de la voile, du carré de son sinus d'incidence, & du carré de sa vitesse. Si on suppose le vent toujours le même en différents cas, sa vitesse n'est plus à considérer. Il en sera de même de la voile supposée toujours la même.

La résistance d'une eau qui n'est point courante, comme celle de la Mer, à un vaisseau qui se meut, est la même que l'impulsion de la même eau qui seroit courante contre le même vaisseau immobile. Ainsi la résistance de l'eau se règle comme l'impulsion du vent sur la voile, quoiqu'avec une grande différence qu'il faut observer.

Un vaisseau a une superficie courbe, composée par conséquent d'une infinité de superficies planes infiniment petites différemment inclinées les unes aux autres, ce qui fait que l'incidence de l'eau est différente sur chacune d'elles, au lieu que l'incidence du vent est la même sur toute la voile supposée toujours plate. De toutes les résistances *partiales* de l'eau à chaque superficie infiniment petite du vaisseau courbe, il se forme une résistance *totale* qu'on peut appeller aussi moyenne, & c'est cette résistance seule qui est égale & directement opposée à l'action du vent sur la voile.

Pour la pouvoir exprimer Geometriquement, il faut

droit connoître la courbure du vaisseau, & les Geometres voyent bien que l'on tomberoit ensuite dans des integrations souvent impossibles, & toujours difficiles. M. Bernoulli évite tout cet embarras en considerant d'abord un vaisseau qui ne soit qu'un parallelepiped rectangle oblong, ou, si l'on veut, un simple parallelogramme, qui n'a par consequent que deux côtés differemment frappés par l'eau.

Ces principes établis, & ces suppositions faites, il y a deux choses principales à considerer sur le mouvement du vaisseau rectangulaire, sa route & sa vitesse.

Il est clair d'abord que sa route ou la direction de son mouvement dépend de la ligne selon laquelle le vent pousse la voile. Le vent qu'on suppose en general oblique à la voile, ne la pousse que selon ce qu'il y a de perpendiculaire à la voile dans sa direction, & nullement selon ce qu'il y a de parallele, & par consequent la ligne selon laquelle le vent pousse la voile lui est toujours perpendiculaire. De-là il suit que si la voile est toujours dans la même situation ou dirigée selon le même diametre de l'horison, le vent, quoiqu'il tombe sur la voile sous differents angles, la poussera toujours selon la même ligne, parce que la perpendiculaire à la voile sera toujours la même ou dirigée vers un même point de l'horison. A plus forte raison cela sera-t-il, si l'incidence du vent sur la voile est toujours la même, car le vent soufflant selon un certain diametre déterminé de l'horison, l'égalité d'incidence determine la voile à être dirigée selon un autre diametre de l'horison, qui soit toujours le même. M. Bernoulli appelle *ligne de la force mouvante* la perpendiculaire selon laquelle le vent pousse la voile.

Si le vaisseau étoit rond, l'uniformité parfaite de sa figure lui feroit éprouver dans toutes ses parties une égale résistance de l'eau, & par consequent il iroit suivant la ligne de la force mouvante ou la perpendiculaire à la voile. Si le vaisseau étant rectangulaire il avoit infiniment plus

de facilité à fendre l'eau selon la ligne de sa *quille*, qui seroit une droite tirée par son centre parallèlement au grand côté, que selon la ligne perpendiculaire à la quille, il iroit selon la ligne de la quille, & non selon celle de la force mouvante; car il reçoit du vent une impression de mouvement, & à cause de la résistance de l'eau supposée infinie selon le grand côté du parallélogramme, ce mouvement ne peut s'exécuter que selon le petit côté, c'est-à-dire, que le vaisseau ne fendra l'eau que par ce petit côté, & par conséquent n'ira que selon la ligne de la quille. Mais la supposition étoit chimérique, & le vaisseau qui a plus de facilité à fendre l'eau par le petit côté que par le grand, n'en a pas infiniment plus, & par conséquent il se trouve dans un cas moyen entre les deux extrêmes que nous avons considérés, dont l'un étoit celui de la résistance égale de l'eau, & l'autre celui de sa résistance infiniment inégale. Donc si dans le 1^{er} cas il suivoit la ligne de la force mouvante, & dans le 2^d celle de la quille, il doit dans le cas moyen suivre une ligne moyenne, qui sera sa véritable route.

Dans la construction des Vaisseaux on tâche à leur donner une courbure telle que le plus de facilité qu'ils auront à fendre l'eau par la *Proûe* ou selon la ligne de la quille que par le côté, soit le plus grand qu'il se puisse, & l'intention seroit que la route se fit selon la ligne de la quille. Mais il est impossible que l'eau ne résiste à la *Proûe* aussi-bien qu'au côté, quoique beaucoup moins, & par conséquent la ligne de la route se détourne plus ou moins de celle de la quille, selon le plus ou moins d'inégalité qu'il y a entre la résistance que l'eau fait à la *Proûe*, & celle qu'elle fait au côté, ce qui vient de la différente figure du vaisseau. L'angle que fait la route avec la quille, s'appelle *angle de la Dérive*.

Il paroît d'abord que la grandeur de cet angle ne doit dépendre que du plus ou moins d'inégalité de la résistance de l'eau, ou, ce qui revient au même, de la figure du
vaisseau

vaisseau. Mais M. Bernoulli y fait entrer encore une autre considération. La figure du vaisseau étant déterminée, la ligne de la force mouvante peut être telle qu'elle poussera davantage le vaisseau selon la quille, qui est le sens dont il avance le plus facilement, ou qu'au contraire elle le poussera davantage selon la perpendiculaire à la quille, qui est le sens le moins favorable au mouvement. Or plus le vaisseau sera poussé du sens qu'il avance le plus facilement, plus sa route s'approchera de la quille, & au contraire. Par conséquent le vaisseau ayant toujours la même figure, l'angle de la dérive variera selon toutes les différentes positions que peut avoir la ligne de la force mouvante par rapport à celle de la quille.

Il est évident que si la ligne de la force mouvante concourt avec celle de la quille, il n'y a point de dérive, & que la route se fait selon la quille.

Lorsque la route est, comme elle l'est ordinairement, une ligne moyenne entre celle de la force mouvante & la quille, cette ligne moyenne est dans le même cas que si selon la Théorie des mouvements composés elle resuetoit des actions de deux forces, dont l'une agit selon la ligne de la force mouvante, & l'autre selon la quille. En ce cas si ces deux forces étoient exprimées par les deux lignes qu'elles tendroient à faire parcourir en même temps, la diagonale du parallélogramme dont ces deux lignes seroient les deux côtés, exprimeroit le résultat de leurs actions, ou la ligne que le mobile devoit parcourir. On peut donc concevoir le vaisseau comme poussé par deux vents, & pour plus de facilité, par deux vents perpendiculaires l'un à l'autre, dont chacun soit perpendiculaire à la voile qui lui est exposée. On suppose aussi les voiles égales. Il semble que les deux lignes que chaque vent en particulier fera parcourir au vaisseau dans un même temps, étant déterminées de grandeur, la diagonale du rectangle fera la route que le vaisseau fera dans le temps déterminé, mais M. Bernoulli raisonne autrement. La vitesse que cha-

que vent en particulier imprimeroit au vaisseau est uniforme, selon ce que nous avons dit, & la resistance que l'eau fera à chacune de ces vitesses est égale à la force dont le vaisseau est poussé par chaque vent. Or ici toutes les grandeurs qui entrent dans la resistance de l'eau étant égales, hors les vitesses, les deux resistances de l'eau, égales chacune à la force du vent correspondant, sont donc comme les quarrés des vitesses, & par consequent on doit considerer le vaisseau comme poussé par deux forces qui soient comme ces quarrés. Le parallelogramme, dont la diagonale fera la route du vaisseau, ne doit pas donc être fait sous deux côtés qui soient comme les vitesses, mais sous deux côtés qui soient comme leurs quarrés, ce qui change la direction ou position de la diagonale ou de la route.

La route du vaisseau sera représentée par cette diagonale, mais non pas sa vitesse, puisque les côtés du parallelogramme representent, non les vitesses, mais leurs quarrés. Cette diagonale representera donc le quarré de la vitesse du vaisseau, d'où la vitesse sera bien aisée à déduire.

Mais pour examiner encore la vitesse de plus près, considerons qu'elle est d'autant plus grande que la force mouvante est plus grande, & meut le vaisseau selon une ligne plus favorable au mouvement.

Le vent & la voile étant supposés toujours les mêmes, la grandeur de la force mouvante ne dépend plus que de l'incidence du vent sur la voile. Plus cette incidence approche d'être perpendiculaire, plus le vent a de force, & plus le vaisseau a de vitesse.

Mais si on suppose l'incidence du vent sur la voile toujours la même, & par consequent la force mouvante égale, il y a encore une chose qui fait varier la vitesse du vaisseau. La position de la voile par rapport au vent étant déterminée & fixe, celle de la voile par rapport à la quille ne l'est pas pour cela, & l'on peut par le moyen du Gouvernail mettre la quille en différentes situations par rap-

port à la voile. La route est une ligne moyenne entre celle de la force mouvante, qui dans la supposition présente est fixe, & celle de la quille. Nous avons déjà vû, en parlant de l'angle de la dérive, que selon que la ligne de la force mouvante étoit plus ou moins approchante de celle de la quille, le vaisseau étoit poussé d'une manière plus ou moins favorable à son mouvement, & c'est là le principe de la 2^{de} condition d'où dépend la vitesse. Nous l'allons voir plus en détail.

La route est une ligne moyenne entre la ligne de la force mouvante & celle de la quille, & elle change de direction, comme nous avons vû, quand l'angle de ces deux lignes extrêmes change. Donc la position de la ligne de la force mouvante étant fixe, si celle de la quille change, la route change aussi. C'est de la direction de la route que dépend la différente incidence de l'eau sur le grand côté & sur le petit du vaisseau rectangulaire, c'est-à-dire, que selon la différente route les angles d'incidence de l'eau sur chacun des deux côtés varient entre eux, & sont plus ou moins inégaux. Ces deux angles pris ensemble font toujours un droit, mais les sinus de deux angles qui en valent un droit ne font pas une somme égale à celle des sinus de deux autres angles qui en valent aussi un droit, & par conséquent selon la différente route du vaisseau les sommes des sinus des angles d'incidence de l'eau sur les deux côtés sont différentes. Or ces sinus ou leurs quarrés expriment les différentes résistances de l'eau à chaque côté, & par conséquent la somme des deux résistances de l'eau *laterales* varie selon la différente route, & par conséquent aussi la vitesse du vaisseau. Il est clair qu'à une plus grande somme des résistances laterales répond une moindre vitesse.

Les deux résistances laterales ou partiales de chaque route produisent une résistance moyenne ou totale qu'il est aisé de calculer. Chacune de ces résistances moyennes est égale à la force dont le vaisseau est poussé. Or

dans les deux différentes routes la force mouvante est la même, puisque l'incidence du vent sur la voile est supposée la même. Donc les deux résistances moyennes sont égales ; & comme dans l'expression de chacune entre nécessairement la vitesse particulière dont le vaisseau est poussé selon chaque route, on a le rapport de ces deux différentes vitesses à des grandeurs où il n'entre que les côtés connus du vaisseau, & les routes ou des lignes qui en dépendent.

De tout ce qui a été dit il résulte qu'il doit y avoir *un plus grand* pour la vitesse du vaisseau, c'est-à-dire, que l'incidence du vent sur la voile étant toujours la même, il y aura une position de la quille par rapport à la ligne de la force mouvante, telle que le vaisseau aura une plus grande vitesse en cette disposition qu'en toute autre. Ce plus grand de vitesse, que le calcul donne sans peine, se trouve lorsque la diagonale du vaisseau rectangulaire est dans la ligne de la force mouvante, & par conséquent perpendiculaire à la voile. On peut être surpris d'abord que ce soit cette diagonale qu'il faille mettre dans cette situation, & non la quille, c'est-à-dire, la ligne tirée par le centre du parallélogramme parallèlement au grand côté, car la quille est toujours la ligne la plus favorable au mouvement. Mais il est aisé de voir que la plus grande vitesse répond à la moindre résistance de l'eau, & que c'est à la pointe ou à un angle quelconque du parallélogramme que l'eau résiste le moins. Ce qu'on avoit appelé la quille ne l'étoit pas véritablement, c'est la diagonale qui l'est, & l'erreur du mot dissipée il n'y a plus de paradoxe.

La ligne qui exprime chaque vitesse est toujours prise sur la ligne de la route, & comme les différentes vitesses du vaisseau pour chaque route, ou, ce qui revient au même, pour chaque position de quille, ont des rapports connus, on peut concevoir l'infinité de lignes qui exprimeront les vitesses comme tirées, & formant par leurs extrémités une Courbe, que M. Bernoulli appelle *la détermina-*

trice des vitesses. Il enseigne à la tracer par points, c'est-à-dire, pour toutes les positions de quille différentes, l'angle du vent avec la voile étant toujours le même.

Cela fait, on voit qu'à moins que la ligne de la route ne touche la Courbe, ce qu'il n'y a qu'une seule route qui puisse faire, elle la coupe en deux points, & comme tous les points de cette Courbe déterminent les vitesses, il y a donc, hors un seul cas, deux différentes vitesses pour une seule route; & parce que chaque point de la Courbe répond à une différente position de quille, on peut faire la même route avec deux différentes positions de quille, mais avec deux différentes vitesses. Il est bien aisé de voir laquelle des deux est la plus grande, & il faut la choisir, & par conséquent donner à la quille la position qui lui répond.

Il y a un avantage considérable que l'on tâche souvent à se procurer par la Manœuvre, c'est de *gagner au vent*. Comme un vent qui souffle de l'Est à l'Oüest, par exemple, & qui tombe obliquement sur la voile, ne la pousse que selon une perpendiculaire, il ne pousse pas le vaisseau à l'Oüest, & la perpendiculaire peut être telle qu'elle sera dirigée selon la ligne du Sud-Est, & que par conséquent sa direction tiendra d'une direction qui iroit de l'Oüest à l'Est, & qu'enfin l'impulsion du vent supposé tendra à le faire aller en partie de l'Oüest à l'Est, & contre le vent même. Or c'est un avantage d'aller contre le vent, ou de gagner au vent, non seulement quand on veut faire une route à laquelle il est presque entièrement contraire, mais quand on veut prendre le dessus du vent à l'égard d'un vaisseau qu'on veut aborder, ou dont on ne veut pas être abordé. La Courbe de M. Bernoulli fait voir encore quelle est la route qu'on doit tenir, ou la position qu'on doit donner à la quille, pour gagner au vent le plus qu'il est possible.

Si la route qu'on veut tenir est déterminée, ce qui est le cas le plus ordinaire, on trouve par le moyen de la

Courbe que deux différentes positions de quille y sont également propres , & on doit choisir celle qui donne la plus grande vitesse.

Tout ce qu'on vient de dire suppose l'angle d'incidence du vent sur la voile constant , ou , pour parler plus précisément , la ligne de la force mouvante toujours dirigée au même point de l'horison , ce qui , comme nous l'avons veû , subsiste tant que la voile est dirigée selon un même diametre de l'horison , soit qu'elle reçoive le vent sous différents angles , ou sous le même. Mais si la position de la voile change , ce qui fait changer la direction de la ligne de la force mouvante , ou de la perpendiculaire à la voile , alors il répondroit à cette nouvelle position de la voile une autre position de quille par rapport à elle pour donner au vaisseau la plus grande vitesse qui fût possible dans cette nouvelle hypothese. Et de même toutes les différentes positions de voile à l'infini auront leurs différentes positions de quille correspondantes pour une plus grande vitesse.

Si l'on n'avoit déterminé ni une position de la voile selon un certain diametre de l'horison , ni une position de quille par rapport à la voile , & qu'on cherchât à déterminer ces deux positions ensemble pour avoir la plus grande vitesse possible , cette plus grande vitesse seroit donc la plus grande entre le nombre infini des plus grandes , dont chacune resulte d'une certaine position de voile déterminée , & de la position de quille la plus avantageuse qui y répond. La détermination de ce *plus grand des plus grands* , est un Problème de Geometrie des plus élevés. M. Bernoulli le résout , & est conduit par cette resolution à des remarques importantes , dont l'occasion est rare. Mais nous ne pouvons entrer ni dans cette recherche ni dans ces reflexions. M. Bernoulli lui-même prefere pour la pratique une autre méthode , qu'il appelle Mécanique , & qui dépend cependant d'une fine Geometrie.

Si pour chaque position différente de voile la Courbe

déterminatrice des différentes vitesses étoit décrite, il y auroit une infinité de ces Courbes, puisqu'il peut y avoir une infinité de positions de voile infiniment peu différentes, & cette infinité de Courbes, la 1^{re} & la 2^{de}, la 2^{de} & la 3^{me} &c. se couperoient toutes de suite dans des points infiniment proches. La suite de cette infinité de points d'intersection formeroit une nouvelle Courbe qui toucheroit toutes les *déterminatrices des vitesses*, & renferméroit toutes leurs conditions & leurs avantages. M. Bernoulli la suppose, non pas exactement, ce qui est impossible dans la pratique, mais suffisamment bien décrite, & il enseigne à trouver par son moyen quelle sera la position tant de la voile que de la quille pour faire une route proposée avec la plus grande vitesse possible, ou pour gagner le plus au vent.

Jusqu'ici la figure de parallelepipede ou de parallelogramme qu'on a donnée au vaisseau a été fort éloignée de celle qu'on a coutume de leur donner. Pour s'en rapprocher davantage M. Bernoulli prend un vaisseau qui ait la figure d'un Rhombe ou Losange, mais les mêmes principes subsistent toujours, seulement les explications en deviennent plus difficiles, & les calculs plus compliqués. Enfin après avoir passé par ces degrés, M. Bernoulli vient à une figure curviligne. C'est en general une portion de Courbe quelconque, qui a un axe & des ordonnées.

La Courbe qui represente la figure du vaisseau ne peut être frappée par l'eau que selon la ligne de la route, ou, ce qui est le même, parallelement à cette ligne. Les paralleles à la route menées sur tous les côtés infiniment petits de la Courbe y ont différentes incidences, mais chacune ne frappe que selon une perpendiculaire au petit côté qu'elle frappe. Une quelconque de ces perpendiculaires à la Courbe étant tirée ou conçue pour représenter toutes les autres, elle est composée de deux directions dont l'une est perpendiculaire & l'autre parallele à l'axe de la Courbe. De-là il suit que chaque petit côté est frappé ou pouf-

fé selon deux directions, l'une perpendiculaire, l'autre parallele à cet axe. Si on a le rapport de la somme de toutes les impulsions perpendiculaires à l'axe à la somme de toutes les impulsions paralleles, un rectangle dont les deux côtés auront ce rapport étant décrit, la diagonale représentera l'impulsion ou résistance moyenne de l'eau, & la position de cette diagonale sera nécessairement oblique à l'axe de la Courbe. On sçait par tout ce qui a été dit que la position de cette ligne de la résistance moyenne de l'eau est toujours la même que celle de la ligne de la force mouvante.

Si l'incidence de l'eau sur tous les petits côtés de la Courbe change, il se forme deux autres sommes d'impulsions ou de résistances perpendiculaires & paralleles à l'axe de la Courbe, ces sommes ont un autre rapport, & par conséquent la diagonale du parallelogramme supposé, ou la ligne de la résistance moyenne de l'eau change de grandeur & de position, & la ligne de la force mouvante change aussi de position. Or l'incidence de l'eau sur tous les petits côtés de la Courbe change nécessairement dès que le vaisseau change de route, ce qui est visible, donc le changement de route fait changer la position de la ligne mouvante. Il est clair reciproquement que si la position de la ligne de la force mouvante change, celle de la route change aussi. La position de la ligne de la force mouvante donne celle de la voile, puisqu'elle lui est toujours perpendiculaire.

Ces deux lignes, celle de la force mouvante & celle de la route étant dépendantes l'une de l'autre mutuellement, quant à la position, l'une des deux positions étant donnée, il faut donc que l'autre en puisse être déduite. Supposons d'abord la position de la route donnée.

Pour avoir celle de la ligne de la force mouvante, ou de la résistance moyenne de l'eau, il faut avoir les sommes des résistances laterales de l'eau, les unes perpendiculaires, les autres paralleles à l'axe de la Courbe, & par conséquent

quent déterminer la Courbe. M. Bernoulli suppose que la figure du vaisseau soit formée de deux segments circulaires égaux ayant une corde commune qui fera la quille, ce qui approche assés des figures ordinaires. Il exprime algebriquement les differentielles des deux especes de resistances laterales, & heureusement les sommes de ces differentielles se trouvent intégrables; par conséquent il a leur rapport, d'où tout le reste suit. Ce rapport est assés composé.

Il change, comme on voit qu'il doit faire, à chaque changement de route, mais il y a deux cas principaux qui le changent d'espece en quelque sorte. Il y a toujours une moitié du vaisseau qui éprouve la resistance de l'eau, tandis que l'autre en est entierement à couvert. Si la moitié exposée à la resistance de l'eau est un des deux segments circulaires entier, ou si cette moitié est composée des deux moitiés égales des deux segments, il est clair que la resistance de l'eau est considerablement differente dans ces deux cas extrêmes, beaucoup plus grande dans le premier, parce que le vaisseau n'y profite point de l'avantage de sa figure pointuë pour fendre l'eau, & beaucoup moindre dans le second, parce qu'il profite de sa pointe autant qu'il est possible. Or ce qui détermine la moitié du vaisseau exposée à l'eau, ce sont deux lignes paralleles à la route les plus éloignées d'elle de part & d'autre que l'on puisse tirer par deux points de la surface du vaisseau. Si elles passent par les deux extremités ou pointes du vaisseau, il est dans le 1^{er} cas, & ne presente à l'eau qu'un seul segment circulaire; si elles passent par les deux extremités de la perpendiculaire tirée par le milieu de la quille, le vaisseau est dans le 2^d cas, & presente à l'eau la moitié de chaque segment circulaire, ou avance de pointe.

Si les deux paralleles à la route passent par les deux pointes du vaisseau ou extremités de la quille, & en même temps sont tangentes chacune de leur segment ou arc

circulaire, il suit de-là que l'arc qu'elles touchent, ou le côté infiniment petit qui est une partie d'elles au point d'attouchement, fait avec la quille le même angle que la route. Mais si la route, & par conséquent les deux paralleles viennent à s'incliner davantage sur la quille, & par conséquent à faire avec elle un angle moindre que l'angle fixe & constant de chaque arc circulaire avec la même quille, alors les deux paralleles deviennent tangentes des deux arcs circulaires en d'autres points, & une des pointes du vaisseau commence à être comprise dans la partie exposée à l'eau, & l'est toujours de plus en plus jusqu'à ce qu'enfin la ligne de la route étant infiniment inclinée à la quille ou concourant avec elle, les deux paralleles soient tangentes du vaisseau aux deux extremités de la perpendiculaire qui passe par le milieu de la quille. Que si l'angle de la route avec la quille est plus grand que celui de chacun des deux arcs circulaires avec la quille, les deux paralleles passent toujours par les deux extremités de la quille, mais sans être tangentes du vaisseau, la partie exposée à l'eau est toujours un seul segment circulaire entier, & enfin la route peut concourir avec la perpendiculaire à la quille. Ce sont là les deux cas principaux qui changent l'espece du rapport qui est entre les resistances laterales de l'eau.

On trouvera les vitesses du vaisseau de figure circulaire pour différentes routes, la force mouvante étant la même, comme on a trouvé celles du vaisseau rectangulaire. C'est le même raisonnement.

Que si dans le vaisseau à figure circulaire la position de la ligne de la force mouvante étoit déterminée, & qu'il falût déterminer la route, on le pourroit, mais par un calcul algebrique si long & si composé, que M. Bernoulli juge plus à propos d'y substituer des Tables, où à toutes les routes répondroient les positions de la ligne de la force mouvante, & à celles-ci les routes. Ces Tables contiendroient aussi les vitesses.

Pour porter tout cela à sa dernière précision, il faudroit avoir déterminé la figure du vaisseau qui lui seroit éprouver de la part de l'eau la moindre résistance possible. Cette détermination a été faite pour un vaisseau dont la route se feroit selon la quille *, mais elle ne l'est pas dans la sup- * V. PHIL.
position de toutes les autres routes possibles, & comme la de 1699.
résistance de l'eau changera pour toutes ces routes, il faut p. 95.
pour chacune d'elles une différente figure de vaisseau. Il ne paroît donc pas que la Geometrie puisse aspirer à cette entreprise, & il faut s'en tenir aux tâtonnements de l'expérience, qui détermineront à peu-près une figure moyenne la plus convenable pour toutes les routes.

La position de la ligne de la résistance moyenne de l'eau à l'égard de la route, ou, ce qui revient au même, à l'égard de la quille, étant déterminée, cette ligne passe nécessairement par un certain point de la quille. D'un autre côté la ligne de la force mouvante passe par le milieu de la voile, & ce qui en est une suite nécessaire, par le Mast auquel la voile est attachée, ou ce qui revient au même, par le pied du Mast toujours posé sur la quille, ou enfin par un certain point de la quille. Si la route est telle que la ligne de la résistance moyenne de l'eau & celle de la force mouvante ne passent pas par un même point de la quille, la résistance de l'eau qui se distribuë également des deux côtés de la ligne de la résistance moyenne, ne se distribuë donc pas également des deux côtés de la ligne de la force mouvante, & comme il faut cependant que ces deux lignes soient une même droite, le vaisseau tournera jusqu'à ce qu'elles soient toutes deux dans cette position. Pour empêcher ce tournement il faut sçavoir par quel point de la quille passe la ligne de la résistance moyenne de l'eau, & y planter le Mast.

M. Bernoulli enseigne à déterminer ce point. Les résistances perpendiculaires à l'axe de la Courbe étant exprimées algebriquement & conçûës comme autant de poids attachés à un levier qui est l'axe, y ont un centre de gravité commun. De même les résistances paralleles à

l'axe ont un centre de gravité commun sur une perpendiculaire à l'axe. Deux lignes perpendiculaires l'une à l'autre tirées par ces deux centres de gravité se coupent en un point qui est le centre de gravité des deux especes de resistances. Il faut donc que la ligne de la resistance moyenne passe par ce point, ce qui détermine par conséquent le point où elle coupe la quille, & où l'on doit arborer le Mast.

Mais comme la ligne de la resistance moyenne change pour chaque route, le point où il faudroit planter le Mast changeroit aussi, ce qui étant impossible dans la pratique, on ne peut que trouver à peu près pour le Mast une situation moyenne la plus commode pour toutes les différentes routes.

Il ne reste plus qu'à rectifier la supposition de la voile toujours plate. Il est bien certain qu'elle ne l'est pas, & que par l'action du vent elle prend une certaine courbure. Par-là la ligne de la force mouvante change, & c'est une perpendiculaire à la Courbe de la voile, telle que des deux côtés les impulsions du vent sur les parties différemment inclinées de la voile soient égales, ou, ce qui est le même, qu'elle en soit l'axe d'équilibre, comme la ligne de la résistance moyenne de l'eau est l'axe d'équilibre de toutes les resistances particulieres. Il faut donc déterminer la courbure de la voile, ou, ce qui est le même problème plus simple, la courbure d'une simple corde qui seroit dans les mêmes circonstances que la voile, & pour cela il est besoin d'établir deux principes, dont l'un l'a été déjà dans tout ce discours.

1°. Une corde homogene & parfaitement flexible étant tendue, elle l'est également dans toutes ses parties, quelle figure qu'elle prenne par la tension; car si on concevoit une partie plus tendue, comme elle feroit effort pour se remettre dans son premier état, elle tireroit à elle une partie moins tendue qui lui cederoit, & par conséquent toutes deux viendroient à une tension égale.

2°. Une Corde qui dans ses différentes parties reçoit des impressions ou pressions obliques, n'est poussée ou pressée que selon des perpendiculaires aux points d'incidence, & ces perpendiculaires sont les sinus des angles d'incidence.

Lorsqu'une Corde se courbe parce qu'elle est tirée par des poids ou poussée par un fluide qui agit sur elle, elle est tendue & poussée en même tems & par les mêmes forces, mais elle est également tendue, & inégalement poussée ou pressée. Et pour mieux voir encore la différence de ces deux actions de tension & de pression, il ne faut qu'observer qu'une corde ou une partie quelconque de corde n'est tendue qu'autant qu'elle est tirée selon sa longueur ou sa direction, & qu'au contraire elle n'est pressée qu'autant qu'elle l'est perpendiculairement à cette même longueur.

Les tensions ne changent rien par elles-mêmes à la direction d'une partie de corde, mais les pressions la changent, puisqu'elles poussent nécessairement cette partie selon une certaine perpendiculaire.

Lorsqu'une corde se courbe, ce n'est que parce que chacune de ses parties infiniment petites, qui devient un côté de la Courbe, reçoit l'action d'une puissance différente de celle qui a agi sur le côté précédent, ou qui agira sur le suivant. Par-là chaque petit côté prend une direction différente de celles des deux côtés qui l'enferment. Si une corde étoit en même tems inégalement tendue, & inégalement pressée, il faudroit concevoir quelque côté plus long, à cause de l'inégalité de tension, & en même tems d'une direction plus ou moins différente de celle du côté voisin, à cause de l'inégalité de pression. Or je suppose qu'il est connu que la grandeur de la courbure d'une Courbe est en raison directe de la grandeur du changement de direction d'un côté à l'autre, ou de l'angle de contingence, & en raison renversée de la grandeur des côtés dans lesquels on la conçoit divisée. Donc si la

Corde étoit inégalement tendue & pressée, elle prendroit une courbure qui seroit en raison composée de la raison renversée des tensions, & de la directe des pressions. Mais la corde est toujours également tendue, donc sa courbure n'est qu'en raison directe des pressions, & c'est-là la détermination generale de toutes ces sortes de Courbes. Comme les Rayons des Développées sont toujours en raison renversée des courbures, il faut prendre ces Courbes telles que leurs rayons de la Développée à chaque point soient en raison renversée de la pression à ce même point. Il ne s'agit donc plus que de déterminer quelles seront les différentes especes de pression.

Si l'on s'agit, comme ici, d'une voile enflée par le vent, les pressions seront comme les carrés des sinus des angles d'incidence du vent sur chaque petit côté de la Courbe. Cela est clair par tout ce qui a été dit. On suppose que chaque filet du vent donne son coup à la voile, après quoi il sort librement de sa cavité, autrement il se feroit dans cette cavité différentes reflexions, qui changeroient les impulsions primitives, & par conséquent la nature de la Courbe.

Si la voile renfermoit une matiere elastique, comme l'air, dont le ressort agit également en tout sens, il est clair que les pressions étant toutes égales, la Courbe cherchée seroit un Cercle.

Si l'on supposoit un Linge courbé par une liqueur pesante qu'il contiendroit, les pressions seroient les hauteurs des différentes colonnes de cette liqueur.

Il ne faut pas oublier ici que M. Bernoulli retrouve ce qu'il avoit démontré autrefois, que la Courbe de la voile, ou la *Voiliere* est la même que la *Chainette*, Courbe formée par une Corde qui est attachée par ses deux extremités à deux points fixes, & porte en tous ses points, dont le nombre est infini, autant de poids égaux. Il semble qu'en suivant les raisonnemens qui ont été faits, on peut prouver aisément l'indentité des deux Courbes.

La Chainette est également tendue en toutes ses parties, par conséquent elle fera la même que la Voiliere si les pressions de part & d'autre suivent le même rapport. Les pressions de la Chainette sont des tractions de poids dont toutes les directions sont verticales & paralleles. La direction de chaque poids est oblique à chaque petit côté de la Chainette, & par conséquent doit être décomposée en perpendiculaire & parallele à l'axe de la Courbe qui est la ligne menée d'un des points fixes à l'autre. La perpendiculaire à l'axe est la seule ligne selon laquelle le poids tire le côté, elle est le sinus de l'angle aigu qui fait la direction verticale du poids avec le côté, & si on peut le dire, de l'angle d'incidence du poids. Plus cette perpendiculaire à l'axe, ou ce sinus est grand par rapport à ce qu'il y a de parallele dans la direction du poids, plus il agit ou tire avec force.

Il est aisé de voir qu'en prenant la Courbe depuis un des points fixes jusqu'à son milieu, les sinus des angles que font les directions des poids avec les côtés vont toujours en croissant; car tous les poids étant supposés égaux leurs actions ou tractions ne peuvent être que comme leurs distances à ce point fixe, qui augmentent toujours, or leurs actions sont comme ces sinus, donc les sinus augmentent toujours depuis un point fixe où est l'origine de la Courbe jusqu'à son milieu.

Cela posé, chaque côté de la Courbe est d'autant plus tiré non seulement que chaque poids agit par un plus grand sinus, mais encore que chaque poids agit avec plus d'avantage à l'égard d'un côté voisin, car pour tirer la corde en embas, il suffit qu'un poids ait une force quelconque, mais pour la courber actuellement, il faut qu'il la tire plus qu'un autre poids ne la tire, sans quoi toute la force possible ne serviroit de rien. En un mot il faut & force dans chaque poids & inégalité de force en tous, j'entends dans une moitié de la Courbe. Or non seulement la force de deux poids pris séparément & en eux-

mêmes s'exprimera par deux sinus tels que nous les avõns marqués , mais leur inégalité ou rapport de forces s'exprimera par les mêmes sinus , d'où il suit que les tractions de ces deux poids seront comme les quarrés de ces sinus , ce qui est précisément le rapport des pressions du vent dans la Voiliere. Donc la Voiliere & la Chainette font la même Courbe.

Dans l'application de la Theorie de M. Bernoulli à la pratique , il y a une commodité très-considerable , c'est que pour déterminer la position de l'axe d'équilibre des impulsions du vent , ou de la ligne de la force mouvante sur la voile courbe , on n'est point obligé de connoître la nature de la Voiliere , & d'en faire les calculs , ce qui seroit embarassant. M. Bernoulli démontre que si du milieu de chacun des deux côtés l'un superieur , l'autre inferieur , qui terminent la voile courbe ; on tire une Tangente , la ligne qui divisera en deux également l'angle du concours des deux Tangentes fera l'axe d'équilibre des impulsions du vent.

Voilà une idée superficielle du Livre de M. Bernoulli. Nous n'avons voulu que faire sentir combien on en pouvoit tirer d'instruction dans une matiere aussi neuve , aussi importante , aussi meslée de Phisique , aussi compliquée.

*MACHINES OU INVENTIONS
APPROUVEES PAR L'ACADEMIE
EN M. DCCXIV.*

L

UN Pendule de M. Bon Horloger. Le principe du mouvement est un poids appliqué à un Pendule dont il rend les vibrations toujours égales , parce qu'il pese toujours également. Ainsi cette Horloge n'est point sujette aux inégalités causées par le ressort qui fait mouvoir les Pendules ordinaires de chambre , & elle doit aller avec une

une grande exactitude, comme on l'a éprouvé pendant plusieurs jours à l'Observatoire. Il n'y a dans cette Machine qu'un seul ressort qui ne sert que pour la Sonnerie, & qui en se détendant fait remonter le poids. L'Academie a crû que cette invention seroit utile & agreable au Public, & elle a donné à l'Auteur le titre de son Horloger.

II.

Une invention de P. Reffin de l'Oratoire pour abaïsser sans peine toutes sortes de fardeaux.

III.

Des Chariots à voile de M. du Guet. La disposition du Gouvernail, & celle des voiles, qui pourroient aller même contre le vent, ont paru ingenieuses. Puisque selon les relations des Voyageurs il y a des Chariots à voiles à la Chine & en Tartarie, il peut y en avoir ailleurs, mais il faut des pays plats & découverts, & des chemins presque sans orniers, & dont le terrain soit ferme.



E L O G E

DE *Mr.* P O L I.

MARTINO POLI nâquit à Lucques le 21 Janvier 1662 d'une honnête famille qui vivoit de ses revenus; il fut l'ainé de trois Freres, dont aucun n'a exercé de profession lucrative.

Une inclination naturelle, & qui se déclara bien vite, le porta à la Chimie; un de ses Oncles, qui étoit dans le même goût, l'y soutint, & l'y favorisa, même contre le gré du Pere. A peine M. Poli avoit-il 16 ans qu'il faisoit déjà des Medicaments Chimiques, instruit par la nature seule, dont il ne pouvoit même recevoir les leçons qu'à la dérobee dans la maison paternelle. Aussi en sortit-il à 18

130 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
ans pour aller se mettre en liberté à Rome, où son Oncle
lui devoit fournir les secours necessaires.

Là il se livra tout entier à son genie, il s'appliqua avec ardeur à la connoissance des Metaux, premier objet des travaux de la Chimie, & dernier terme de ses esperances, si elle ose aspirer à la Transmutation; il inventa plusieurs Operations nouvelles qui firent du bruit, & bien-tôt ce ne fut plus un bruit inutile, son art devint un établissement sur lequel il pouvoit compter, & il se maria vers l'âge de 28 ans.

En 1691 il obtint du Cardinal Altieri Camerlingue le pouvoir d'établir dans Rome un Laboratoire public, mais ce n'étoit qu'en qualité de Chimiste, & à titre extraordinaire, & en 1700 ce fut encore à titre d'Apotiquaire par les Lettres de Maîtrise qui lui en furent expédiées. L'autorité publique pouvoit bien lui confier la partie medicinale de la Chimie, après qu'il avoit été autant éprouvé sur celle qui n'est que curieuse.

Quoi-qu'un bon Laboratoire soit, pour ainsi dire, toute la Nature en abregé, & qu'on y en puisse choisir telle partie qu'on voudra pour l'étudier à loisir, & en repos, M. Poli ne renferma pas ses études dans son Laboratoire. Il alloit chercher tous les Chimistes & les Phisiciens de reputation qui étoient en differens lieux de l'Italie, & il la parcourut toute entiere en plusieurs voyages entrepris pour de semblables sujets. Ce n'est pas qu'ordinairement les Livres ne soient plus sçavants que les Sçavans, & que leurs propres Auteurs; mais outre que tous les Sçavants n'impriment pas, quelquefois, & sur-tout en fait de Chimie, ceux qui sont sinceres donnent plus d'instruction, & une instruction plus claire que les Livres.

M. Poli trouva un secret qui regardoit la Guerre, & comme l'Italie étoit assez heureuse pour n'en avoir pas beaucoup de besoin, il vint en France en 1702 l'offrir au Roi. Quoi-que la guerre qui vient d'être terminée commençât alors, que le secret de M. Poli dût nous don-

ner un grand avantage sur les Ennemis, du moins pendant une campagne, & avant qu'ils l'eussent appris de nous, le Roi ne voulut point s'en servir, & préfera l'intérêt du genre humain au sien; mais pour s'assurer que l'invention seroit supprimée, & en même temps pour récompenser l'habileté de l'Inventeur, il lui donna une pension, & le titre de son Ingenieur avec celui d'Associé Etranger furnumeraire de l'Academie Royale des Sciences, en attendant qu'il vint à vaquer une des huit places destinées aux Etrangers. On peut avoir regret que la Poudre à canon n'ait pas été présentée à un Prince de ce caractère.

M. Poli retourna en Italie en 1704. revêtu de ces nouveaux titres d'honneur, & peut-être ne lui seroit-il pas revenu plus de gloire de l'exécution de son secret que de la suppression qui avoit été achetée assés cher, & qui laissoit tout à deviner.

Comme il étoit plein d'expériences Chimiques, & de vûes sur la Physique & sur la Medecine, il publia à Rome en 1706 un grand Ouvrage intitulé *Il Trionfo de gli Acidi*, dédié au Roi son bienfaicteur. Le but de tout le Livre est de prouver que les Acides sont très injustement accusés d'être la cause d'une infinité de maladies, qu'au contraire ils en sont le remede souverain, & c'est en cela que consiste leur *Triomphe*.

Selon M. Poli, les Acides sont absolument necessaires à toutes les fermentations ou digestions qui se font dans l'estomac, soit des aliments, soit des medicaments, & celles qui sont mauvaises ne le sont, & par-là ne deviennent la source d'une infinité de maladies, que parce qu'elles sefont par des matieres qui abondent trop en Alkali; cependant les Acides ne passent jamais dans le sang, toutes les Analises que M. Poli en a faites ne lui ont jamais donné un atome d'Acide, ils se précipitent dans les Intestins avec les matieres excrementieuses, & il n'entre dans les Veines lactées qu'une vapeur subtile & spiritueuse, élevée par la chaleur naturelle, & formée d'une huile très douce, & d'Alkali volatils.

* V. l'Hist.
de 1712.
p. 45. &
suiv.

Ici nous ne devons pas dissimuler que M. Homberg en faisant l'Analise du sang, y a trouvé de l'Acide, quoi-qu'en petite quantité*, ainsi c'étoit là un point fondamental du système de M. Poli, qui restoit à discuter entre les deux Chimistes, si cependant des Analises qui ne donnent pas un certain produit peuvent être opposées à d'autres qui le donnent. Il faudroit pour cela qu'on démêlât dans celles-ci, & qu'on y fit reconnoître quelque apparence trompeuse.

Mais un Adversaire particulier, quelque considerable qu'il soit, ne l'est pas beaucoup en comparaison de tout le Corps des Philosophes modernes que le Livre de M. Poli attaque. Il s'y déclare ennemi à toute outrance de tous les Auteurs, & de tous les Sectateurs de la Philosophie corpusculaire, qu'il prétend être renouvelée d'Epicure, & à qui il ne donne pas sans dessein cette origine suspecte. On ne doit point être surpris de cette façon de penser dans un Italien, il est d'un pays où la Philosophie ancienne domine encore, parce qu'elle est ancienne, & que tout ce qui ne l'est pas y fait ombrage. En Angleterre même on commence à ne traiter guere mieux la Philosophie corpusculaire, car j'entends par-là celle qui n'admet que des idées claires, figures & mouvements. Peut-être dans un Pays on ne veut point de nouveautés par la seule raison qu'elles sont nouveautés, & dans l'autre on ne veut de nouveautés que celles qui y ont pris naissance.

Quoi-qu'il en soit, on ne peut abandonner la Philosophie corpusculaire sans tomber dans des pensées qui seront, si l'on veut, specieuses, nobles, brillantes, mais à qui il manquera de la clarté. Ce défaut ne gêne pas tout, & d'excellens Livres n'en sont pas exempts. Celui de M. Poli contient quantité d'experiences remarquables, de raisonnemens soit de Chimie, soit de Medecine, qui meritent beaucoup d'attention, même de la part de ceux qui n'en seront pas persuadés, un assés grand nombre de remèdes nouveaux & de son invention, dont les Medecins pour-

ront profiter. Il ne croyoit pas la Goute même incurable ; toujours n'est-il pas bien certain qu'elle le soit, & quelque fois une esperance hardie a des succès qu'un desespoir plus sage en apparence n'auroit pas tentés.

En 1708 le Pape nomma M. Poli premier Ingenieur dans les troupes que Sa Sainteté avoit levées contre l'Empereur. Il est rare qu'un Chimiste accoutumé à son paisible Laboratoire en sorte pour aller faire dans des Armées des operations perilleuses. La campagne finie, il alla à Venise, où la renommée lui avoit préparé chés les Sçavants & chés les principaux de la Republique une reception honorable.

Le Prince Cibo Duc de Massa l'appella auprès de lui en 1712 pour examiner des Mines qu'il avoit dans ses Terres, & voir ce qui s'en pourroit retirer. M. Poli trouva des Mines très abondantes soit de Cuivre, soit de Vitriol verd, & une de Vitriol blanc, & le Phisicien ne quitta le Prince qu'après l'avoir enrichi.

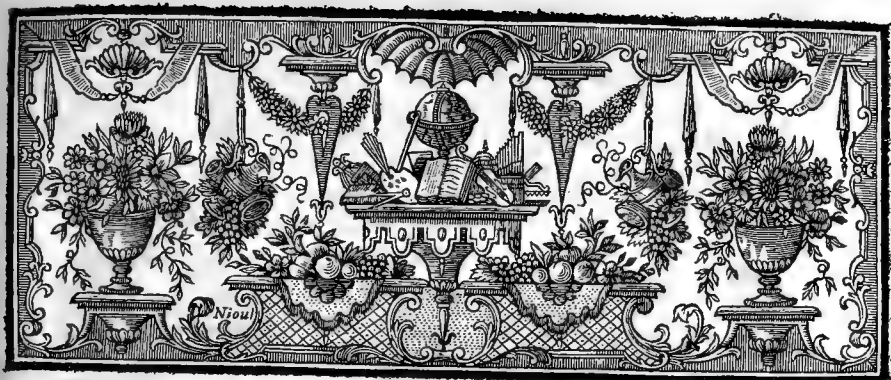
Quelque sujet qu'il eût d'être content de sa Patrie, il regardoit la France, à laquelle il tenoit déjà par les bienfaits du Roi, ou comme un plus grand Theatre, ou du moins comme un Theatre nouveau. Il y revint en 1713 avec l'agrément de Sa Majesté, & il prit ici sa place d'Associé Etranger, qui n'étoit plus surnumeraire, parce qu'en 1703. il avoit eu celle de M. Viviani.

L'esprit qui regne dans l'interieur de cette Compagnie est un amour sincere de la verité, peu d'égards & de déférence pour les simples opinions, une assés grande liberté de contredire, nécessaire pour la communication des lumieres, & honorable à ceux-mêmes que l'on contredit ; car toute flaterie & toute molle complaisance deshonne son objet. Les experiences & les faits nouveaux que M. Poli apporta ici y furent reçûs avec une approbation générale ; mais comme on n'y connoît encore rien de mieux que la Philosophie corpusculaire, & que les idées qu'il substituoit en la place n'étoient pas de l'évidence à laquelle on

134 HISTOIRE DE L'ACADEMIE DES SCIENCES:
étoit accoutumé, il eut des contradictions à essuyer sur une
Theorie inutile. Il eût pu se les épargner absolument en
se renfermant dans les simples faits, mais il y a un courage
d'esprit qui ne s'accomode pas de dissimuler le fonds de
ses pensées. Un Etranger incertain de son sort, craintif
par sa situation, plus jaloux qu'un autre de sa réputation
par le besoin qu'il en avoit, pouvoit s'allarmer un peu
trop de ces libertés academiques, mais enfin ces inquietu-
des purent être extrêmement adoucies par de nouvelles
marques qu'il reçut de la bonté de Roi. Sa pension fut
augmentée de plus de la moitié en cette année 1714, &
ce qui le touchoit encore plus, c'étoit une augmentation
d'honneur.

Il commençoit d'ailleurs à être utilement connu dans
Paris par des remedes qu'il sçavoit faire avec un art parti-
culier. Ainsi se voyant assuré de toutes parts d'un établis-
sement en France, il obéit avec joye à un ordre superieur
qu'il reçut de faire venir d'Italie toute sa famille. Sa fem-
me & ses Enfans abandonnerent donc leur maison de
Rome, leurs amis, leurs connoissances, vendirent tout
avec précipitation, & par consequent avec beaucoup de
perte, se mirent sur la Mer où ils souffrirent beaucoup, &
enfin après toutes les fatigues d'un long voyage ils arrive-
rent à Paris le 28 Juillet où ils trouverent M. Poli malade
à l'extrémité d'une grosse fièvre, qui ne parloit déjà plus,
qui ne les reconnut qu'à peine, & qui mourut le lende-
main. Jamais famille n'a été frappée d'un coup plus im-
prévu, ni dans des circonstances plus douloureuses.





MEMOIRES

DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE,
TIRE'S DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXIV.

OBSERVATIONS

Sur l'Eau de la Pluie, sur le Thermometre, & sur le Barometre pendant l'Année 1713. à l'Observatoire Royal.

Par M. DE LA HIRE.

LEs Observations que je fais depuis un grand nombre d'années, & que je continuë de faire sur la quantité d'Eau de Pluie, & sur les differens états de l'Air dans chaque saison, pourroient peut-être paroître inutiles

10. Janv.
1714.

Mem. 1714.

A

à quelques personnes, à cause qu'il n'y a que peu de différence d'une année à un autre, c'est pourquoi cette raison étant jointe à l'exactitude & à l'affiduité qu'il faut apporter à faire ces Observations chaque jour à une certaine heure & sans aucun relâche, m'auroient fait abandonner cette entreprise, si je n'avois considéré que sans des raisons très fortes je ne pouvois me dispenser de satisfaire la curiosité de quelques particuliers, qui se persuadent que par la comparaison d'un grand nombre d'années de suite, sans aucune intermission, on pourra tirer des conséquences utiles pour l'avenir; car je ne pense pas à détromper ceux qui s'imaginent toujours qu'il y a des dérangemens extraordinaires dans les Saisons, ayant perdu la memoire du temps passé, & ne faisant attention qu'à ce qui les touchent dans le temps present.

Voici donc la quantité ou la hauteur d'Eau de Pluie qui est tombée à l'Observatoire pendant l'année 1713, laquelle a été ramassée & mesurée avec les mêmes instrumens & de la même maniere que les années précédentes.

	lignes		lignes
En Janvier	19	En Juillet	60 $\frac{7}{8}$
Fevrier	12 $\frac{2}{8}$	Août	24 $\frac{7}{8}$
Mars	8 $\frac{5}{8}$	Septembre . . .	16 $\frac{5}{8}$
Avril	29	Octobre	17 $\frac{7}{8}$
Mai	25 $\frac{2}{8}$	Novembre . . .	8 $\frac{3}{8}$
Juin	22 $\frac{5}{8}$	Decembre . . .	2 $\frac{2}{8}$

Somme de l'Eau de toute l'année, 247. lignes $\frac{1}{2}$, ou 20. pouces 7. lignes $\frac{1}{2}$.

On voit par-là que la quantité d'Eau qui est tombée cette année est un peu plus grande que la moyenne, que nous avons déterminée à 19. pouces. On voit aussi que le seul mois de Juillet en a donné presque le quart, & il arrive ordinairement que dans les trois mois de Juin, Juillet & Août il en tombe autant que dans tout le reste de l'année. Il a plu assez en Avril, mais en Mars il n'a plu que

fort peu, car le vent a été presque toujours dans ce mois au Nord ou aux environs. Il est arrivé aussi la même chose dans les mois de Novembre & de Decembre.

Le plus grand froid de cette année a été le 15 Janvier, où mon Thermometre est descendu à 18. parties & demie, qui n'est pas un froid fort considerable, puisqu'on le voit dans plusieurs années descendre jusqu'à 14. & il est à 32. quand il commence à geler dans la campagne; cependant l'Hiver a été froid, & il geloit encore dans tout le mois de Mars. Il a fait aussi assez froid pendant les deux derniers mois de cette année, & souvent il geloit, & dans le froid le plus fort de ces deux mois le Thermometre est descendu à 22 parties & demie le 6 Decembre. Il n'est point tombé de Nege pendant toute l'année.

Pour les chaleurs elles n'ont pas été grandes, car le Thermometre ne s'est élevé que fort peu au dessus de 48. qui marque l'état moïen de la chaleur de l'air, comme elle est en tout tems au fonds des Carrieres de l'Observatoire, mais seulement les derniers jours du mois d'Août le Thermometre s'est élevé à 58 parties. On remarquera que dans l'Été le Thermometre s'élève ordinairement de 11. parties vers les 2. ou 3. heures après midi plus haut que le matin au lever du Soleil, qui est le tems où je fais toutes les observations.

Il y a eu beaucoup de Brouïllards vers la fin de cette année, & le peu de chaleur du mois d'Août n'a pas donné aux fruits une parfaite maturité.

Le vent dominant de cette année a été le Nord & l'Est, c'est pourquoi les chaleurs n'ont pas été grandes & n'ont pas duré. Les grandes Pluies du mois de Juillet sont venues avec des vents de Sud & des environs, lequel devoit apporter un air chaud, s'il n'avoit été refroidi par le vent d'Oü-est qui nous vient de la Mer, & par une grande quantité d'Eau qui étoit sur la Terre, car l'Eau ne peut pas recevoir l'impression de la chaleur du Soleil aussi fortement qu'une terre sèche, aussi les vents froids & humides sont

toujours plus pénétrants que les vents secs ; & si l'on sent quelquefois en Été une chaleur étouffante après une petite Pluie , c'est seulement à cause que cette Pluie abat en partie le vent qui vient ordinairement du Midi quand il pleut , & que l'impression que nous sentons de la chaleur est bien plus grande quand il ne fait point de vent que lors que le vent, quel qu'il puisse être , emporte continuellement une espece d'Atmosphère échauffée qui environne nos corps.

Le Barometre dont je me sers est toujours placé à la hauteur de la grande Sale de l'Observatoire , ce qui est environ à 22 toises au dessus de la Riviere dans son état moien. Il a été au plus haut à 28 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ le 26 Novembre avec un vent Nord-est assez foible , & les jours devant & après le vent étoit de même , & dans tout ce tems-là il ne pleuvoit point , car dans les deux mois de Novembre & de Decembre il n'y a pas eu presque de Pluie & le Barometre s'est toujours soutenu fort haut. Le 29. Octobre le Barometre a été au plus bas à 26. pouces 10. lignes $\frac{1}{3}$ le vent étant dans ce tems-là vers le Sud , mais avec peu de Pluie.

Dans le mois de Juillet où il a plû en deux jours près de 25 lignes , le Barometre étoit à 27 pouces 3. & 4. lignes. On voit donc par-là que la difference entre la plus grande & la moindre hauteur du Barometre a été cette année de 1 pouce 6 lignes à très peu près , ce qui est à l'ordinaire. J'ai encore un autre Barometre placé dans le même lieu où le Mercure est toujours plus élevé de 3. lignes que dans celui dont je me sers pour mes Observations.

On peut enfin conclure de tout ceci qu'en general lors que l'air est plus pesant que dans son état moien , il pleut rarement & fort peu , & au contraire quand il est plus leger qu'il arrive ordinairement de la Pluie , comme on l'a toujours remarqué depuis qu'on a commencé à se servir du Barometre. Cependant il se rencontre quelquefois dans l'air des dispositions de froid ou de chaleur à certaines distances

de la Terre avec des vents bas & des broüillards, qui causent de la Pluie quand on estimeroit par le Barometre qu'il doit faire beau tems, car la pesanteur de l'air n'est pas quelquefois assez grande pour élever les vapeurs qui forment les broüillards, ou bien elle ne les élève qu'à peu de hauteur lesquelles retombent presqu'aussi-tôt en Pluie après s'être condensées; aussi c'est l'ordinaire que lors que le broüillard s'élève il pleut fort peu de tems après.

Le 29 du mois de Decembre j'ai trouvé la Déclinaison de l'Aiguille aimantée de 11. degrés 12 minutes vers l'Oü-est. Cette observation est faite comme les années précédentes avec une Aiguille de 8 pouces de long dont je me sers toujours. Sa boëte est quarrée, & j'applique un de ses côtés contre la face Occidentale d'un gros Pilier quarré de pierre de taille qui est à la Terrasse basse de l'Observatoire vers le Midi & toujours au même endroit, car j'ai observé que cette face étoit parfaitement bien dirigée suivant la Meridienne.

SUITE DE REMARQUES

SUR UN PARADOXE

DES EFFLECTIONS GEOMETRIQUES

Par M. ROLLE.

J'AI marqué les Conditions de ce Paradoxe dans les 10. Janv. 1714. Memoires de 1711. page 92. & dans les Memoires de 1713. page 243. Il ne fera pas inutile de les marquer encore ici.

Suivant ces Conditions, il faut qu'une Portion de Courbe aussi petite qu'on voudra & par tout cave vers son axe generateur, se puisse couper ou être touchée en autant de points qu'on voudra par autant de Courbes qu'on voudra :

A iij

de maniere que toutes ces Courbes soient par-tout caves depuis le premier point de rencontre jusqu'au dernier, & que toutes les appliquées de ces mêmes Courbes soient de celles qui vont toujours en augmentant ou toujours en diminuant dans une suite non interrompue le long de l'intervalle de tous ces points de rencontre.

De sçavans Geometres ayant envisagé cet assemblage de conditions, regardent la chose comme *un Paradoxe*. ce qui m'obligea de lui donner ce nom.

Pour expliquer ce Paradoxe & pour en donner des preuves, je pris deux sortes d'exemples; les uns des Courbes du premier genre, & les autres des Courbes de tout genre. En proposant les Exemples de la premiere sorte, j'ai dis dans les Mem. de 1711. p. 93. que de tels exemples *ne donneroient que de foibles Indices du paradoxe*. Et dans les Mem. de 1713. j'ai ajouté, en parlant de ces Exemples, p. 244. qu'ils ne servent *qu'aux premiers Eclaircissements... pour préparer & pour conduire à l'intelligence du paradoxe*. Et il ne se trouvera point que j'aye dit ni même insinué que le paradoxe en question consiste dans la rencontre de deux Courbes du premier genre, loin d'avoir dit qu'il consiste dans la rencontre d'une parabole & d'une hyperbole que j'ai prises pour le plus simple de tous les exemples de ce genre; bien-loin d'avoir donné cet exemple *pour établir ce paradoxe*.

C'est une remarque que je me crois obligé de faire pour prévenir les soupçons que des gens mal intentionnés pourroient concevoir contre moi sur ce que M. Saurin a dit sans mauvais dessein par rapport à ce paradoxe. Je ne crains point de dire que si dans la proposition que j'en ai faite il a paru une espece de Merveilleux, ce n'est point que j'aye affecté d'y en jeter, c'est qu'effectivement il y en a, non pas à la verité dans l'exemple particulier cité par ce sçavant Geometre, mais dans tous les autres exemples où le paradoxe s'étend. Comme mon Memoire & celui de M. Saurin sont imprimés dans l'Histoire de 1713. à la suite l'un

de l'autre, il sera aisé de les comparer ensemble & de juger de ce que nous avons poussé l'un & l'autre, aussi-bien que la justesse de l'Observation que je fais ici.

Pour revenir promptement à mon sujet & dans le dessein que j'ai eu de continuer à donner des explications & des preuves du paradoxe, je prendrai ici deux Exemples du second des deux Projets que j'ai fait dans les précédents Memoires. Ce second Projet se divise en deux Cas generaux. Dans le premier Cas, l'Égalité qu'il faut construire est toujours de degré pair, & dans l'autre Cas, elle est toujours de degré impair. Ainsi il est à propos que des deux exemples l'un soit du premier Cas & l'autre du second.

Comme le principal en cela est de démontrer que les deux portions qui se rencontrent sont par tout caves vers l'axe generateur, il est bon avant que d'entrer dans le détail des preuves, de mettre ici trois Propositions que l'on a crû n'avoir pas besoin de démonstration, & que l'on m'a accordées pour abreger mon Memoire.

La premiere Proposition est, que la Méthode ordinaire des Effections geometriques donne toutes les racines de l'Égalité que l'on veut construire, quand on se sert de cette méthode comme je l'ai fait dans les Memoires de 1711. pages 88. 89. Il faut observer néanmoins qu'elle donne des valeurs de surcroît, mais l'on verra ici que ce surcroît est un avantage pour le paradoxe, & s'il se trouve dans d'autres Usages de cette Methode que ces valeurs soient inutiles, alors l'application de celle des limites marque cette inutilité. On peut même observer en passant qu'il y a bien d'autres méthodes qui donnent des valeurs de surcroît, entre lesquelles on peut compter celle des tangentes, mais une autre application des Limites fait connoître les Cas où il arrive que les formules des tangentes renferment des valeurs de surcroît, & marque le faux des tangentes qui resulteroient de ces valeurs superflus.

La seconde Proposition est, qu'une portion de Courbe est toute cave dans le sens qu'un demi-Cercle est ca-

8 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 ve; quand il n'est pas possible qu'une ligne droite coupe
 cette portion en plus de deux points. Le mot de *portion*
de courbe est un mot vague, mais les exemples ôteront
 toute équivoque.

La troisième Proposition est qu'une ligne droite ne
 peut ni couper ni toucher une Courbe en plus de points
 qu'il n'y a de Dimensions dans le lieu de cette Courbe.

Ces trois Propositions suffisent pour démontrer le Para-
 doxe dans les deux Projets des précédens Memoires, quel-
 que immense que soit le nombre des Lunules; pourvû que
 l'on prenne les Exemples un à un, & que l'on ait dans cha-
 cun l'image des Courbes de rencontre. Et quand on a cet-
 te image pour les deux exemples qui suivent, on est dispen-
 sé d'en former d'autres dans la suite infinie des autres exem-
 ples du second Projet lorsque l'on se sert d'une autre ma-
 niere de démontrer dont j'ai parlé dans les Mem. de 1713.

Du premier Cas general.

Je prends pour exemple de la Courbe donnée, le Cer-
 cle qu'exprime le Lieu *B*.

$$B \dots z z + h h = 100.$$

Je suppose que la Portion donnée est un quart de ce
 même Cercle, & que les points donnés sur cette portion
 sont ceux que déterminent les valeurs de *z* qui sont mar-
 quées ici par *S*.

$$S \dots 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.$$

Il est évident que ces huit valeurs de *z* donnent seize
 valeurs de *h*; huit positives pour un quart de Cercle, &
 huit négatives pour un autre quart qui fait le complement
 du demi-Cercle, & si l'on substituoit les huit valeurs posi-
 tives de *h*, ou bien ses huit valeurs négatives dans *B*, l'une
 & l'autre substitution donneroit les huit valeurs positives
 de *z* marquées *S*, & encore huit valeurs négatives de mê-
 me grandeur. De-là vient qu'en cherchant par la métho-
 de ordinaire une Courbe qui passe par les huit points
 d'un des deux quarts du demi-Cercle, la même Courbe
 passera

passera aussi par les huit points de l'autre quart.

Pour trouver de ces Courbes autant qu'on voudra par cette methode qui ayent les conditions que demande la règle du second Projet, il faut prendre des égalités autant qu'on voudra, de celles qui ont parmi leurs racines les huit qui sont en *S*. Il est évident que la plus simple de toutes ces égalités est celle qui ne renferme point d'autres racines. C'est l'égalité *A*.

$$A \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} z^8 - 36z^7 + 546z^6 - 4536z^5 \\ + 22449z^4 - 67284z^3 \\ + 118124zz - 109584z \\ + 40320. \end{array} \right\} = 0.$$

Suivant la règle, il faut prendre pour le premier lieu de cette égalité celui qui est en *B*, & l'on aura le second lieu que je citerai sous le nom de *C*.

Ce lieu est tel que *z* est seule dans le premier membre de l'Égalité qui l'exprime. Le second membre est la valeur de cette inconnue *z*, & cette valeur est sous la forme d'une fraction dont le Numerateur est ici en *R*.

$$R \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} h^3 - 946h^6 + 246249h^4 \\ - 24987924hh + 882342720 \end{array} \right\}$$

Et dont le Dénominateur est *T*.

$$T \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} 88197984 - 2054484hh \\ + 15336h^4 - 36h^6 \end{array} \right\}$$

La règle veut enfin que l'on construise le lieu donné *B* avec le lieu trouvé *C* sur un même axe & une même Origine. Alors les Courbes se rencontrent dans tous les points donnés avec toutes les conditions que doivent avoir les Lunules.

REMARQUES. Si en formant l'Égalité à construire, avec les racines de *S*, on en met d'autres, & si ces autres racines sont toutes imaginaires, l'on aura une autre Courbe, mais elle ne passera que par les points donnés. Et si les autres racines sont réelles & différentes de celles de *S*, les

Courbes passant par les points donnés, rencontreront le Cercle en d'autres points pour ces nouvelles racines.

Il faut aussi que ces nouvelles racines soient plus petites que le rayon du Cercle, quand on veut qu'elles se trouvent dans la Construction, & qu'elles forment de nouvelles Lunules pour approcher davantage de la circonférence. En quoi il faut encore se souvenir de prendre des nombres positifs pour ces racines.

On a encore la voye des Combinaisons pour la variété & la multiplicité des Courbes qui passent par les points donnés, alors toutes ces Courbes peuvent être de même degré, mais quand elles ont été ainsi trouvées, la manière de démontrer les Cavités est un peu différente de celle que l'on va voir ici. Ainsi, la démonstration suivante est comme un modèle pour la suite infinie des Courbes qui viennent des seconds Lieux qui se tirent immédiatement des Proposées telles que A , & pour celles qui en résultent quand on les multiplie par d'autres égalités avec les conditions ci-dessus. Mais cette démonstration ne suffit pas toujours pour les Courbes des seconds Lieux qui résultent des Combinaisons.

Cette même démonstration suppose que l'on ait un Image de la Courbe. Ainsi pour le Lieu C , il faut avoir des valeurs qui marquent le nombre & la position des rameaux de la Courbe qu'il renferme, & qui en marquent aussi l'étendue avec les principaux contours.

Pour cela, je suppose que la droite KL est l'axe des h , (Fig. 1.) Que l'Origine est au point O ; Que la droite AI est l'axe des z , & que l'angle AOC est droit.

Toutes les racines du Dénominateur de la valeur de z dans le second Lieu C , donnent des Asymptotes parallèles à l'axe AI . Et toutes les racines du Numerateur donnent tous les points où l'axe LK rencontre la Courbe. Il suffit en cela de pousser l'approximation de ces racines assés loin, de manière que l'on ne puisse pas prendre l'une pour l'autre. Dans nôtre exemple, les racines approchées du Nume-

rateur sont celles que l'on voit ici en *D*, & les racines du Dénominateur sont encore assez approchées quand on les prend comme elles se trouvent en *E*.

$$D \left\{ \begin{array}{l} h = \pm 10 \frac{1}{20} \dots\dots\dots \\ h = \pm 10 \frac{11}{40} \dots\dots\dots \\ h = \pm 11 \frac{9}{10} \dots\dots\dots \\ h = \pm 24 \frac{13}{24} \dots\dots\dots \end{array} \right. \quad E \left\{ \begin{array}{l} h = \pm 10 \frac{1}{10} \\ h = \pm 10 \frac{4}{7} \\ h = \pm 14 \frac{3}{7} \end{array} \right.$$

Lorsque l'Egalité à construire est de degré pair, toutes les racines du dénominateur sont moyennes entre les racines du numérateur. Ainsi la première de *E* est moyenne entre la première & la seconde *D*: La seconde de *E* est moyenne entre la seconde & la troisième de *D*: ainsi de suite. Cette propriété est générale pour tous les exemples du premier cas général, elle est prouvée dans la seconde manière de démontrer, mais n'est pas nécessaire dans la première manière qui est celle dont je me fers icy; si ce n'est pour se retenir dans l'approximation.

Des huit rameaux qui suivent les asymptotes, il y en a six qui vont à l'infini au-dessus & au-dessous de l'axe *KL*, mais chacun des deux rameaux du milieu ne va à l'infini qu'au dessous de cet axe, & ils forment au-dessus un circuit *BEADC* qui est celui qui doit couper le cercle & former toutes les Lunules. Cela est général pour tous les Exemples du second projet, en observant toutes-fois qu'il y a d'autant plus d'asymptotes que le degré de l'Egalité à construire se trouve plus élevé.

On ne jugera de la situation des Asymptotes que sur le calcul; il faut que les distances qui les séparent soient telles dans la figure, que l'on y puisse marquer les contours les plus sensibles des rameaux.

AO désigne le seul *Maximum* de la Courbe: la grandeur de ce *Max.* est celle qu'on voit ici en *F*.

$$F \dots \frac{27573210}{2756187}$$

Ainsi le plus grand éloignement qu'il y ait entre la Courbe & le Cercle dans la suite des Lunules, est plus petit que $\frac{1}{2400}$ du rayon du Cercle de *B*. Sa juste grandeur est $\frac{1134}{2756187}$ du même rayon.

Comme ce rayon est connu & que le centre est au point *O*, il est facile de décrire ce Cercle, & de luy donner la position qu'il doit avoir.

Cela posé, il reste à démontrer que les deux demi-portions *AEB*, *ADC* sont par-tout caves vers les deux droites *AO*, *BC*, & à expliquer les cavités des Lunules. Pour cette démonstration je suppose les trois Propositions que j'ai apportées dans mon préliminaire, & j'ajoute les deux propositions suivantes.

PROPOSITION I. Il est impossible qu'une ligne droite placée en tout sens sur le Circuit ou Portion *BEADC*, coupe cette portion en plus de deux points.

DEMONSTRATION. Si une ligne droite coupoit la portion *BEADC* en plus de deux points; cette ligne droite seroit ou perpendiculaire à l'axe *KL*, ou lui seroit parallèle, ou bien elle le couperoit à angles obliques.

1°. Il est impossible qu'une ligne droite *SP* perpendiculaire à *KL* coupe en plus de deux points cette portion *BEADC*. Car cette droite *SP* étant perpendiculaire à cet axe *KL*, elle fait une abcisse *OP* qui est une valeur de *h*, & en substituant cette valeur dans le lieu *C* qui exprime la Courbe, elle donne une valeur de *z* pour une appliquée *PF*, selon la doctrine des lieux; ainsi prolongeant cette appliquée, elle coupera la portion en *F*, & la même appliquée sera partie de la droite *SP*. Cela est évident.

Je dis de plus que la droite *SP* ne peut rencontrer la Courbe que dans ce seul point *F*. Car si elle rencontroit la Courbe en plusieurs points, l'abcisse *OP* auroit plusieurs appliquées, & par conséquent la valeur de cette abcisse étant substituée dans le lieu *C* donneroit plusieurs valeurs de *z*. Ce qui est impossible suivant la doctrine des lieux; puisque l'inconnue *z* n'est qu'au premier degré dans ce lieu *C*.

Donc il est impossible qu'une ligne droite perpendiculaire à l'axe KL coupe la Courbe du second lieu C en plusieurs points. Donc il est impossible que cette droite coupe cette Courbe en plus de deux points.

2°. Si une ligne droite MN parallèle à l'axe KL , ou bien une ligne droite GH oblique au même axe KL , coupe la Portion $BEADC$; il est impossible que cette ligne droite la coupe en plus de deux points.

Car la ligne droite MN ou GH coupant la portion $BEADC$, coupera aussi les six asymptotes qui vont à l'infini des deux côtés de l'axe KL . Cela suit d'Euclide, de la définition des asymptotes, & de ce qu'ils font ici tous perpendiculaires à cet axe KL , par la generation de la Courbe. Ainsi la droite MN ou GH coupera les six rameaux qui vont à l'infini des deux côtés KL , & par ce-la seul chacune de ces lignes droites coupera la Courbe en six points.

Et si avec cela on suppose que la droite MN ou GH coupe en plus de deux points les deux rameaux qui forment d'un côté le circuit $BEADC$ & qui ne vont à l'infini que de l'autre côté. Alors la droite MN ou GH couperoit la courbe entiere en six points & encore en plus de deux autres points. Ainsi cette droite couperoit la Courbe en plus de huit points. Mais le lieu C qui exprime cette Courbe n'a que huit dimensions, & il est impossible qu'une ligne droite rencontre une Courbe en plus de points qu'il n'y a de dimensions dans le lieu qui la renferme, suivant la troisième des Propositions préliminaires.

Donc il est impossible qu'une ligne droite parallèle ou oblique à l'axe KL coupe la portion $BEADC$ en plus de deux points, & il est encore prouvé qu'aucune droite perpendiculaire à cet axe ne peut couper cette portion en plus de deux points.

Donc il est impossible qu'une ligne droite placée en tous sens sur le Circuit ou Portion $BEADC$, coupe cette portion en plus de deux points ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION II. La Portion de Courbe ou le Circuit $BEADC$ est par-tout cave vers la droite BC qui fait partie de l'axe KL .

Car une Portion de Courbe est par-tout cave vers son axe, lorsque cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, suivant la seconde des Propositions préliminaires.

Or la portion $BEADC$ ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, suivant Proposition I.

Donc le Circuit ou Portion $BEADC$ est par-tout cave vers la droite BC qui fait partie de l'axe KL . Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE. De-là il est évident que chaque demi-portion AEB , ADC est par-tout cave vers cette droite BC & encore par-tout cave vers la droite AO , qui fait partie de l'axe AI .

REMARQUE I. Soit que l'on prenne KL ou AI pour l'axe generateur de la Courbe du lieu C , il sera toujours clair, en formant cette Courbe selon la doctrine des lieux, que les appliquées vont toujours en diminuant dans chacune des deux demi-portions AEB , ADC en commençant par le point O . Cela suit encore des preuves de leurs cavités.

REMARQUE II. La maniere de prouver les cavités que j'ai donnée ici pour le premier Cas general, est semblable dans tous les Exemples de ce même Cas. Dans ce premier Cas un des deux axes generateurs coupe toujours la Courbe en autant de points qu'il y a de dimensions dans le lieu qui la renferme. Mais dans le second Cas general la Courbe du second lieu n'est coupée par un des axes qu'en autant de points moins un qu'il y a de dimensions dans le lieu qui l'a fournit. On en a deux exemples dans les Memoires de 1713. pages 253. 259. En voici encore un dans le détail qui suit.

Du second Cas general.

Dans le premier Cas general, j'ai crû qu'il étoit bon de supposer que la portion de courbe étoit donnée en prenant pour exemple un quart de Cercle, suivant le second Projet, & même de supposer que les points de rencontre étoient donnés sur cette portion. Il est certain que cela est conforme aux conditions du Paradoxe, mais l'on abregé un peu l'explication en se proposant d'abord l'égalité à construire.

Je prends ici pour cette égalité celle dont les racines sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Je veux dire l'égalité suivante marquée *A*.

$$A \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} z^7 - 28z^6 + 322z^5 - 1960z^4 \\ + 6769z^3 - 13132zz + 13068z \\ - 5040 \end{array} \right\} = 0.$$

Et pour le lieu au Cercle je me détermine parmi ceux qui renferment toutes les racines de *A*, à celui qui est ici en *B*.

$$B \dots \dots zz + yy = 50.$$

Alors le second lieu de cet exemple sera celui dont le Numerateur de la valeur de *z* est ici marqué *N*.

$$N \dots \dots 28y^6 - 6160y^4 + 419132yy - 9061640$$

Et dont le Dénominateur est *Z*.

$$Z \dots \dots y^6 - 472y^4 + 46469yy - 1281518$$

Ce second lieu sera cité ici sous le nom de *C*.

Les racines du Numerateur prises par approximation sont ici en *D*, & celles du Dénominateur sont en *E*.

$$D \left\{ \begin{array}{l} y = \pm 7^{\frac{3}{4}} \dots \dots \dots \\ y = \pm 7^{\frac{2}{4}} \dots \dots \dots \\ y = \pm 10^{\frac{1}{5}} \dots \dots \dots \end{array} \right. \quad E \left\{ \begin{array}{l} y = \pm 7^{\frac{2}{7}} \dots \dots \dots \\ y = \pm 8^{\frac{2}{10}} \dots \dots \dots \\ y = \pm 18^{\frac{2}{30}} \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

Sur quoi on peut observer en passant que toutes les valeurs de *D*, excepté la première, sont moyennes entre les

16 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 racines de E , & que celles de E , excepté la dernière, sont moyennes entre celles de D . De manière que si l'on a fait l'approximation de celles de D , ou bien de celles de E , on n'a pas besoin de la Methode des Cascades pour approcher des autres.

Cette propriété est dans tous les Exemples du second Cas general, & j'en ai marqué ici une autre à peu près semblable pour le premier Cas general, ce qui abrege le Calcul. On voit aussi que si l'on est une fois persuadé des Cavités que l'on se propose de démontrer ici; on peut trouver assez vite des Exemples du Paradoxe. Alors il ne s'agit que de la portion de Courbe du second lieu; tous les autres rameaux de cette Courbe ne servent que pour la preuve de ses cavitez.

Outre les six asymptotes que donnent les six racines que désigne E , il y en a encore un qui vient de $z = 2\delta$ & qui est parallele à l'axe des y . C'est RD dans la Courbe de Figure 2. KL est l'axe des y . SO est celui des z . L'Origine est le point O , & l'angle AOC est droit.

Des huit rameaux qui suivent les six asymptotes perpendiculaires à l'axe KL , on en voit quatre qui vont à l'infini des deux côtés de cet axe.

Le rameau $\lambda\phi$ s'approche de plus en plus de son asymptote LD du côté de ϕ : ce même rameau se détournant de λ vers λ en forme un autre qui s'approche aussi à l'infini de son asymptote RSD du côté de λ . Le semblable arrive aux rameaux opposés marqués HIV .

Les deux rameaux du milieu vont à l'infini d'un côté de l'axe KL le long de leurs asymptotes, & ces mêmes rameaux forment de l'autre côté de cet axe le Circuit $BEAFC$ dont la valeur du *Maximum* OA est celle qu'on voit ici en G .

$$G \dots\dots \frac{4530820}{640759}$$

Ce Circuit est la Portion de cette Courbe qui coupe
 en

en quatorze points la moitié du Cercle que donne le lieu B . Ainsi cette portion est celle dont il faut démontrer les Cavités. Ce qui se peut faire pour les propositions suivantes.

PROPOSITION I. Il est impossible qu'une ligne droite coupe en plus de deux points la portion de Courbe $BEAFC$. (Fig. 2.)

Il y a trois Cas particuliers dans cette Proposition. Car une ligne droite placée en tout sens sur la portion $BEAFC$ est ou perpendiculaire à l'axe KL , ou parallèle à cet axe, ou bien cette droite coupe ce même axe à angles obliques.

Pour le premier Cas, la Démonstration en est la même que dans le premier Cas particulier du premier Cas general, puisque z n'est encore ici qu'au premier degré dans le second lieu C .

Second Cas particulier. Il faut prouver que la Portion $BEAFC$ (Fig. 2.) ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite quelconque parallèle à l'axe KL .

1°. Si une droite parallèle à KL coupe la portion $BEAFC$, le nombre des points d'intersection sera toujours un nombre pair, car la demi-portion AEB est parfaitement égale & semblable à la demi-portion AFC , suivant la generation de la Courbe & la doctrine des lieux. Ainsi, dans l'hypothese qu'une droite parallèle à l'axe KL coupe une des demi-portions en plusieurs points, elle couperoit l'autre, dans un égal nombre de points; Et par conséquent le double de ce nombre seroit celui dans lequel cette parallèle couperoit la portion entiere $BEAFC$, donc ce Nombre seroit pair.

Il n'est pas possible qu'une ligne droite parallèle à KL coupe la portion entiere $BEAFC$ en plus de trois points. Car cette parallèle prolongée couperoit tous les Asymptotes qui sont perpendiculaires à cet axe KL , selon Euclides. Donc elle couperoit tous les rameaux qui appar-

18 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 tiennent à ces Asymptotes & qui vont à l'infini des deux côtés de ce même axe. Ainsi dans nôtre exemple une droite EF parallele à KL , en coupant la portion entiere $BEAFC$, couperoit aussi quatre rameaux qui sont hors de cette portion, & dont les quatre Asymptotes sont perpendiculaires à cet axe KL . Donc dans la supposition qu'une droite EF parallele à KL , coupe la portion $BEAFC$ en plus de trois points, cette parallele couperoit la Courbe entiere en plus de sept points. Mais le lieu C qui exprime cette Courbe n'a que sept dimensions, & il est impossible qu'aucune droite coupe une Courbe en plus de points qu'il n'y a de dimensions dans le lieu qui l'exprime, suivant la troisième des Propositions préliminaires. Donc il n'est pas possible qu'une ligne droite parallele à l'axe KL , coupe en plus de trois points la portion entiere $BEAFC$.

3°. Si une droite parallele à l'axe KL coupe la portion entiere $BEAFC$, le nombre des points d'interfection ne fera pas le nombre de trois, puis que ce nombre de points doit être pair, par 1°. il ne fera pas plus grand que le nombre de trois par 2°. Donc le nombre de points d'interfection ne fera ni trois ni plus grand que trois. Donc, si une droite parallele à l'axe KL , coupe la portion entiere $BEAFC$, cette droite ne la coupera pas en plus de deux points.

REMARQUE. Si l'on attribue au contour $BEAFC$ des configurations selon lesquelles une parallele à KL puisse le couper en plus de deux points, aussi-tôt elles sont exclues non seulement par les preuves précédentes, mais en bien d'autres manières dans la generation de la Courbe, & même souvent sans se servir des Tangentes. Par exemple, si l'on suppose que le sommet de la portion soit baissé comme en Fig. 4. alors il y auroit deux *Maxima* PM , TS , & un *Minimum* $O A$. Ce qui est impossible. Car la méthode de *maximis & minimis* nous assure que la Courbe n'a aucun *minimum*, & qu'elle n'a qu'un seul *maximum*. Aussi a-t-on jugé qu'il seroit inutile pour éclaircir le para-

doxe d'ajouter ici tous les autres changements de forme de la portion $BE AFC$, que l'on pourroit supposer.

Troisième Cas particulier. Une ligne droite qui coupe obliquement l'axe KL , ne peut pas couper en plus de deux points la Portion $BE AFC$.

Comme la Démonstration de ce Cas est facile quand on a vû celle d'une semblable proposition déjà prouvée dans le premier Cas general; je ne marquerai seulement ici que les moyens de la persuasion.

Si l'on suppose qu'une droite GT coupe obliquement l'axe KL , alors cette droite coupera les six Asymptotes perpendiculaires à cet axe. Donc elle coupera les quatre rameaux de la Courbe qui vont à l'infini & sans interruption des deux côtés du même axe KL . De plus, GT coupera l'Asymptote RD parallèle à cet axe. Donc cette droite GT coupera ou le rameau $\lambda \delta$ qui suit cet Asymptote RD , ou le rameau $\lambda \phi$ qui a pour asymptote DL . Donc la droite GT par cela seul, coupera la Courbe en cinq points, & coupera en d'autres points la portion $BE AFC$. Donc en supposant que cette droite GT coupe cette portion en plus de deux points, elle coupera la Courbe entière en plus de sept points. Mais le Lieu qui renferme cette Courbe n'a que sept dimensions, & il est impossible qu'une Ligne droite coupe une Courbe en plus de points qu'il n'y a de dimensions dans le Lieu qui la renferme. Donc une Ligne droite qui coupe obliquement l'axe KL , ne peut couper en plus de deux points la portion $BE AFC$. Et l'on a vû ici que cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par des droites perpendiculaires à cet axe, ni par les droites qui lui soient parallèles.

Donc, il est impossible qu'une ligne droite coupe en plus de deux points la portion de Courbe $BE AFC$.

PROPOSITION II. La Portion ou le Circuit $BE AFC$ est par-tout Cavé vers le segment BC qui fait partie de l'axe LK .

Car une Portion de Courbe telle que $BE AFC$ est par-

tout cave vers une droite BC , lorsque cette portion ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, selon la seconde des Propositions préliminaires.

Or la portion $BEAFC$ ne peut pas être coupée en plus de deux points par une ligne droite, suivant la proposition précédente.

Donc le Circuit ou portion $BEAFC$ est par-tout cave vers le segment BC qui fait partie de l'axe KL .

COROLLAIRE. De-là il suit que chaque demi-portion BEA , AFC est par-tout cave vers BC , & que chacune est aussi par-tout cave vers le segment OA qui fait partie de l'axe OS .

REMARQUE. Quand on envisage toutes les appliquées de la portion entière, on voit qu'elles vont toujours en augmentant du point B au point A , & toujours en diminuant du point A au point C . Mais dans les demi-portions prises chacune à part, on trouve que les appliquées vont toujours en augmentant ou bien toujours en diminuant, soit qu'on les regarde par rapport à BC ou par rapport à OA . Ainsi dans chacune séparément on voit la condition que demande le Paradoxe en question pour les appliquées, & qu'à prendre la chose en rigueur, il ne faudroit conter qu'une demi-portion pour ce Paradoxe dans chaque exemple du second Projet.

Des Changements de Curvité dans la portion $BEADC$ de Fig. 1.

On sçait que la courbure d'une Circonférence est par-tout la même dans un même Cercle. Ainsi quand la portion $BEAFC$ coupe en seize points le demi-Cercle du premier exemple, il faut nécessairement qu'il y ait un changement considérable dans la Courbure de cette portion, quoiqu'elle soit par-tout cave dans le sens de ce demi-Cercle. Pour expliquer cette variété de Courbure, je prends pour le demi-Cercle de ce premier exemple, celui qui est en Fig. 4.

Alors l'Effection géométrique donnera à cette portion *BEADC* la grandeur & la position qu'elle doit avoir pour couper ce demi-Cercle, de maniere que les interfections donneront les huit racines de la proposée *A* dans un quart de Cercle, & les repeteront dans l'autre quart qui fait le complement du demi-Cercle.

Cela posé; la generation des Courbes du lieu *B* & du lieu *C* fait voir que la Courbe du lieu *C* est hors du Cercle en coupant l'axe *KL* auprès des points δ, λ de Fig. 4. & qu'en commençant à conter les interfections du côté de δ , elles se font dans l'ordre qui suit.

La portion *BEADC* entre dans le demi-Cercle $\delta\pi\lambda$ au point *Z*, & y demeure jusqu'au point *V*, d'où elle en sort & demeure en dehors jusqu'au point *D*; elle rentre dans ce demi-Cercle en ce point *D*, & en sort de nouveau au point *E*. Ainsi, de suite jusqu'au point *T* qui est celui où elle fait sa dernière sortie, & n'y rentre plus.

Comme la Portion est cave dans le sens du demi-Cercle, il est clair que les seize interfections forment quinze Lunules que l'on n'a pas marquées dans les Figures, parce qu'elles seroient insensibles, & qu'il est facile de s'en former une idée sur celles du Memoire de 1713. page 257. (Fig. 4.)

Les Immersions & les Emersions de la Portion *BEADC* de Fig. 1. dans le demi-Cercle $\delta\pi\lambda$ de Fig. 4. nous marquent des changements dans la Curvité de cette portion considérée en soi, qui ont pû servir à perfectionner l'idée ordinaire que l'on a des Courbes. Car l'on voit que cette Curvité est plus grande dans la Lunule que terminent les points *V, D* que dans les Lunules de *VZ, DE*: plus grande dans la Lunule de *EF* que dans celles de *ED, FG*: plus grande dans *GH* que dans *GF, HI*: plus grande dans la Lunule de *IπK* que dans celles de *IH, KM*: plus grande dans *MN* que dans *MK, NP*: plus grande dans *PQ* que dans *PN, QR*; & enfin plus grande dans la Lunule *RS* que dans les Lunules *RQ, ST*. Ainsi la Curvité absolue

22 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de la Portion $BEADC$ change plusieurs fois du plus au moins & du moins au plus. Cependant elle demeure partout cave dans tous ces changements vers les droites BC , OA , $O\pi$ qui font partie des Axes generateurs. On pourra en marquer les Consequences dans d'autres Memoires. Cela entendu, il est aisé d'observer les Changemens de Curvité absoluë qui se font dans la portion de Courbe du second Exemple, & de se former une idée du grand nombre de pareils changements qui se trouvent dans la Portion de Courbe, lors que le nombre des points d'interfection est immense dans le second Projet.

Pour sçavoir le nombre des *Maxima de Curvité* qui resultent du premier Projet dans la portion de Courbe du second lieu, il faut se souvenir que la Curvité absoluë de la parabole va toujours en diminuant dans chacune de ses branches, du sommet à l'infini.

Si le Paradoxe admettoit les Courbes transcendantes avec les Courbes geometriques, il semble qu'alors on seroit en pleine liberté d'en concevoir de toutes les Configurations, mais il ne veut que des Courbes geometriques. En quoi l'on peut voir un avantage de la méthode ordinaire de la Construction des égalitez qui donne si souvent & si naturellement entre ces Courbes géométriques celles qui conviennent à ce Paradoxe. On le verra encore mieux cet avantage, après la resolution de ce Problème: *Etant donnés autant de points qu'on voudra sur un plan: Trouver autant de Courbes qu'on voudra qui passent par tous ces points.*

Si l'on se propose de trouver les Courbes les plus simples. Alors on aura souvent besoin de chercher les limites des indeterminées que l'on aura introduites, & de faire servir ces limites à celles des lieux trouvés; comme on le dira dans un autre Memoire.



Fig. 1^{re}

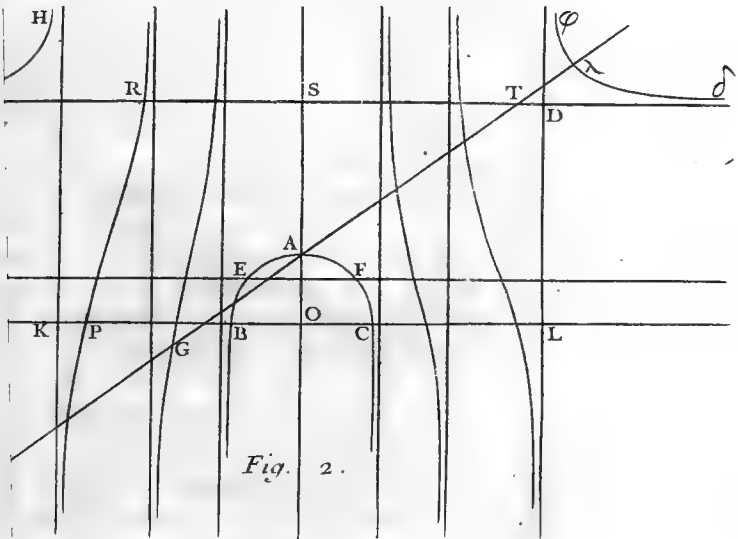
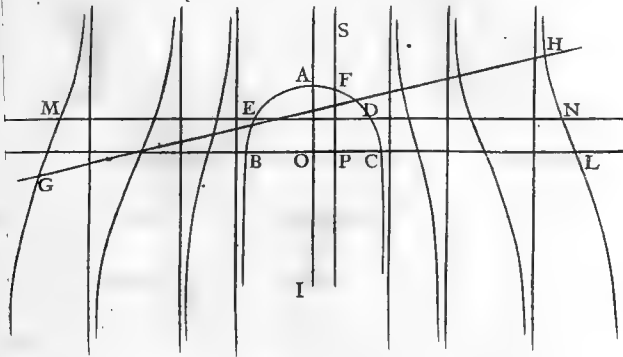


Fig. 2.

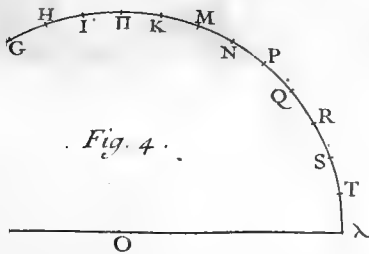
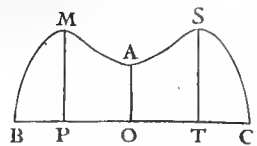
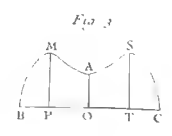
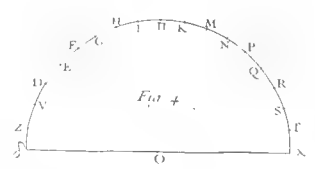
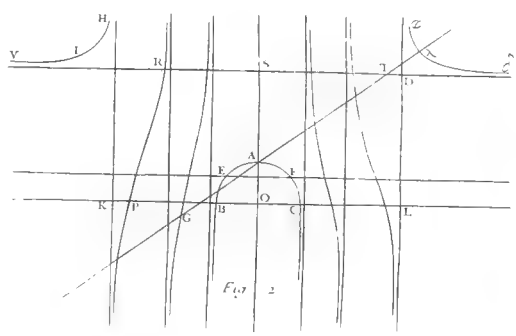
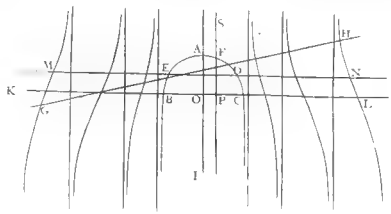


Fig. 4.

Fig. 3.





RETOUR DE LA TACHE ANCIENNE

DE JUPITER.

Avec l'Observation d'une grande Tache dans le quatrième Satellite.

Par M. MARALDI.

LA Tache de Jupiter qui depuis 50. ans a paru & disparu plusieurs fois, s'est encore renduë visible. Nous commençames de l'observer sur la fin du mois d'Aouût de l'année dernière 1713, & sa grandeur & la situation qu'elle avoit à l'égard des Bandes & du centre apparent de Jupiter, nous firent connoître que c'étoit la Tache ancienne qui étoit retournée après avoir été 5. ans invisible.

Les Observations que nous en fimes l'an 1708. sont rapportées dans les Memoires de l'Academie de la même année.

Il y avoit en 1708. sur le disque de Jupiter trois Bandes obscures, dont deux, à l'égard du centre apparent, étoient placées proche du milieu, une vers le Septentrion, l'autre vers le Midy; la troisième étoit plus Meridionale que la précédente. La tache étoit située dans l'espace clair qui est entre les deux Bandes Meridionales étant adherante à la Bande Meridionale & éloignée du centre apparent de Jupiter dans sa plus grande proximité d'un tiers de son demi-diametre ou un peu plus. Nous commençames de la voir au mois d'Avril 1708. & nous en continuâmes les Observations jusqu'à l'entrée de Jupiter dans les rayons du Soleil, qui arriva sur la fin de Juillet de la même année. Durant tout ce temps-là on ne remarqua aucun changement sensible dans le nombre & dans la situation des Bandes, non plus que dans la Tache; mais lorsqu'au commence-

ment de Janvier 1709. on observa Jupiter après sa sortie des rayons du Soleil, on reconnut que la Tache étoit disparue, & que le nombre & la situation des Bandes n'étoit plus la même qu'elle avoit été six mois auparavant.

Il seroit trop long de rapporter ici tous les changements qui sont arrivés à ces Bandes les années suivantes. On n'en voyoit quelquefois dans Jupiter qu'une seule, & quelques fois il y en avoit quatre. En 1712. ces Bandes étoient réduites à deux larges & obscures, qui étoient retournées dans la même situation que les deux proche du centre, qui avoient paru en 1708. & cette apparence continua toute l'année.

En 1713. après que Jupiter fut sorti des rayons du Soleil, outre les deux Bandes de l'année precedente qui étoient encore dans la même situation qu'auparavant, on en voyoit une troisième fort inégale, étant large & fort bien marquée dans une partie de l'Emisphere de Jupiter; mais dans l'autre Emisphere opposé qui 5. heures après étoit exposé à nôtre vûe, cette Bande étoit si étroite & si foible qu'on avoit de la peine à la distinguer avec les plus grandes Lunettes. Elle s'étoit donc formée de nouveau en 1713. peut-être par quelque écoulement de la Bande prochaine qui étoit beaucoup diminuée depuis les dernières Observations que nous en avons faites. C'est ainsi qu'on voit souvent se former des nouvelles Bandes en divers endroits de Jupiter, pendant que d'autres formées depuis long-temps s'affoiblissent & même s'effacent entierement. Cette nouvelle Bande étoit plus meridionale que les deux autres & éloignée du centre vers le bord de Jupiter environ du quart de son diamètre, ce qui fait voir qu'elle faisoit avec les deux autres la même configuration qu'elle avoit fait les autres fois que la Tache avoit paru: d'où nous conjecturâmes qu'on pourroit voir son retour, comme il est arrivé quelques mois après. Outre ces apparences qui ont précédé cette année comme les autres la formation de la Tache, il faut encore remarquer qu'elle s'est trouvée sur le Globe de Jupiter, proche du lieu où elle s'étoit formée les autrefois,

ce lieu étant déterminé par la longitude & par la latitude du Globe de Jupiter, de la même maniere que les Geographes déterminent les lieux de la Terre. Car il est évident en premier lieu que la Tache touchoit par sa partie meridionale le bord Septentrional de la nouvelle Bande, & qu'elle étoit éloignée vers le Midi à l'égard du centre de Jupiter, lorsqu'elle en étoit le plus proche qu'elle puisse être, d'un quart du demi-diametre de Jupiter, ce qui détermine son parallele qui est le même dans lequel elle s'est toujours trouvée. En second lieu, supposant l'époque ancienne & les revolutions de $9^h 56. 0.$ les Tables representent cette année toutes les Observations que nous en avons faites à une heure près, ce qui montre qu'entre les Observations anciennes de M. Cassini & les nôtres, il y a assés précisément un nombre entier de revolutions, comme il doit arriver si la Tache s'est formée dans le même lieu de Jupiter. La difference d'une heure qu'il y a entre les Tables & les revolutions, pouvant peut-être venir de ce que chaque revolution n'est pas déterminée dans la dernière précision. Si l'on suppose les revolutions exactes, il en resultera que le lieu où s'est formé cette année la Tache, quoi-que dans le même parallele, n'est pas précisément le même que les autres fois, mais qu'il en est éloigné vers l'Occident de la 10^e partie de la circonference de Jupiter.

Ayant comparé ensemble les Observations de l'arrivée de la Tache au milieu de Jupiter les plus éloignées entr'elles que nous ayons pû faire cette année, pour en conclure la grandeur des revolutions de cet Astre dans l'endroit de son orbite où il se trouve presentement à $50.$ degrés de distance de son Perihelie après avoir tenu compte de la première & de la seconde inégalité de Jupiter & de l'équation de jours, nous trouvons chaque revolution moyenne de $9^h 56' 0''$. En 1665, lorsque Jupiter étoit $14.$ degrés plus près de son Perihelie qu'il n'a été cette année, les revolutions moyennes observées par M. Cassini furent aussi de $9^h 56'$

26 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
précisément égales à celles de cette année.

Par les Observations de l'année 1708. Jupiter étant proche de son Aphelie, nous trouvâmes ces revolutions de 9^h 55. 48. & l'an 1672. lorsque Jupiter étoit à pareille distance de son Aphelie qu'en 1708. elles furent observées de deux secondes plus grandes qu'en 1708. & par conséquent plus courtes de 10. à 12. secondes qu'aux années 1665. & 1713. Ces observations ne sont donc pas favorables aux sentiments de ceux qui supposent que les Globes celestes tournent plus vite sur leurs axes quand ils sont plus proches du Soleil que quand ils en sont plus éloignés, puisque autant qu'il est permis d'en juger par ces Observations, les revolutions de Jupiter ont été plus courtes lorsqu'il étoit proche de son Aphelie que lorsqu'il étoit proche de son Perihelie, tout au contraire de ce qui devoit arriver suivant leur hypothese.

Observation d'une Tache dans le quatrième Satellite.

La nuit du 12. Septembre 1713. lorsque la Tache ancienne étoit sur l'Emisphere apparent de Jupiter, on eut la commodité de la comparer aux Ombres du premier & du 4^e. Satellite, & à une Tache qui étoit sur le 4^e Satellite, & ces quatre Taches se virent toutes cette nuit-là pendant quelques heures sur Jupiter. Immédiatement après le coucher du Soleil, en observant cette Planete, nous vîmes le 4^e Satellite, dont le mouvement étoit dirigé vers Jupiter, avec lequel il devoit se joindre, mais des nuages qui survinrent aussi-tôt ayant interrompu les Observations, on ne pût les reprendre que deux heures après, lors que ce Satellite ne paroissoit plus. Nous vîmes en même temps sur Jupiter une grande Tache, ronde, bien terminée & si noire, qu'on l'auroit pû prendre pour l'Ombre du 4^e. Satellite, lequel étant dans la partie inferieure de son Cercle entre Jupiter & le Soleil, pouvoit éclipser Jupiter & faire cette apparence, si le calcul tiré des Tables & la suite des Observations que nous fîmes la même nuit ne nous euf-

sent fait connoître qu'elle n'étoit pas l'Ombre d'aucun Satellite, mais que c'étoit une Tache noire qui étoit sur le quatrième, ainsi que nous le ferons voir dans la suite. Cette Tache raïoit du côté du Midi le bord de la Bande Meridionale, qu'elle suivit tout le temps qu'elle resta sur Jupiter, & parût beaucoup plus noire que ses Bandes. Elle se trouva éloignée du bord Oriental de Jupiter du quart du diametre de cet Astre à $8^{\text{h}} 47'$, & à $9^{\text{h}} 48'$ elle arriva au milieu de sa course. A $10^{\text{h}} 44'$ on voyoit la Tache ancienne qui étoit entrée sur le bord Oriental de Jupiter, & qui en étoit éloignée d'environ le quart de son demi-diametre. Je remarquai en même temps une autre Tache plus noire que l'ancienne qui commençoit à entrer sur le même bord & qui étoit l'Ombre du quatrième. Il y avoit donc en même temps sur Jupiter trois Taches différentes, la première dans le 4^e Satellite proche du bord Occidental, la seconde étoit la Tache ancienne adherante à Jupiter, & la troisième l'Ombre du 4^e Satellite; ces deux dernières Taches étoient proches l'une de l'autre près du bord Oriental de Jupiter.

Les latitudes de ces trois Taches ne differoient entre elles que de la largeur de la Bande Meridionale; car la première qui étoit celle du 4^e. en frisoit le bord Meridional, l'ancienne en raïoit le bord Septentrional, & l'ombre du 4^e. qui avoit une latitude moyenne entre les deux, parcouroit le milieu de la Bande.

A $11^{\text{h}} 12'$ la Tache ancienne étoit éloignée du milieu de Jupiter d'un quart de son diametre, & à la même heure la Tache du 4^e. étoit autant éloignée du milieu vers le bord Occidental que l'ombre du 4^e. l'étoit vers l'Oriental; on voyoit dans cette situation ces deux dernières Taches également grandes & noires, & la Tache du 4^e. Satellite étoit aussi grande proche du bord qu'elle l'avoit été au milieu de Jupiter, ce qui fait voir qu'elle n'étoit pas sur la surface de Jupiter comme la Tache ancienne, qui vers les bords parut petite & augmenta à mesure qu'elle approcha du milieu.

A 11^h 39' la Tache du 4^e. Satellite étoit dans le bord de Jupiter, à 11^h 44 le quatrième Satellite commença de paroître en sortant du même bord & au même endroit de la Bande que la Tache avoit parcouru, & il sortit entièrement à 11^h 55. ainsi tout le diametre du Satellite employa 11. minutes à fortir; donc le centre sortit à 11^h 49'.

Il paroît par ces Observations que la Tache avoit la même latitude que le Satellite, puisque on le vit sortir du même endroit de Jupiter où avoit disparu la Tache: Il paroît aussi qu'elle avoit la même situation en longitude; car elle ne disparut au bord que 5. minutes avant que le Satellite commença de paroître; ce peu de difference peut être causée par la difficulté de distinguer le Satellite sur le bord de Jupiter qui n'est pas aussi clair que le reste de son disque; peut-être aussi qu'elle vient de la situation qu'avoit la Tache sur le Satellite, car si elle se trouvoit sur le bord Oriental du disque du Satellite, & que l'autre partie du disque ne fut point tachée, la Tache devoit se perdre sur le bord de Jupiter avant que le Satellite commença d'y paroître, comme il est arrivé par l'Observation.

Si l'on compare l'arrivée de la Tache du 4^e Satellite au milieu de Jupiter observée à 9^h 48 avec la sortie du centre du Satellite déterminée à 11^h 49. on aura deux heures & une minute pour la moitié de la demeure de la Tache dans Jupiter supposée dans le Satellite, laquelle est conforme à une minute près à la moitié de la demeure du Satellite calculée des Tables pour ce jour-là; mais le tems de la sortie du diametre entier du Satellite qui a été observé seulement de 11. minutes, devoit avoir été suivant les mêmes Tables d'environ 20. minutes, presque le double plus grand de ce qu'il a été observé. Cette difference peut être causée par la Tache qui diminueoit l'apparence du Satellite & occupoit une grande partie de son disque, qui n'est visible que par sa partie claire; ainsi la partie claire étant plus petite que le disque entier, doit à notre égard em-

ployer moins de tems à sortir que s'il étoit tout lumineux ; on pourroit même conjecturer par cette difference que la Tache occupoit presque la moitié du Satellite.

Après la sortie du 4^e. Satellite , nous observâmes la Tache ancienne au milieu de Jupiter à minuit & deux minutes ; nous avons rapporté qu'à 11^h 13' elle étoit éloignée du milieu du quart du diametre de Jupiter ; donc la Tache ancienne avoit parcouru le quart du diametre en 49. minutes de temps. Le quart du diametre de Jupiter proche du milieu est égal au sinus de 30. degrés qui font la 12^e partie de toute la circonference , & ces 49. minutes que la Tache a employé à parcourir le quart du diametre , font aussi la 12^e partie de 9^h 56. minutes , qui est le temps de la révolution entiere de la Tache. Cette correspondance entre le temps & le mouvement est un des caracteres que M. Cassini a indiqué pour faire connoître que cette Tache est sur la surface de Jupiter & qui la distingue de la premiere , qui a employé plus d'une heure à parcourir le même espace.

A minuit 38. minutes l'ombre du 4^e. arriva au milieu de Jupiter , où elle ne parut pas plus grande que vers le bord ; comme avoit fait la Tache du 4^e. Satellite.

Si l'on compare le temps de l'Observation faite à 11^h 13. minutes , lorsque la Tache du quatrième & son Ombre étoient également éloignées du milieu , premierement avec l'arrivée de la Tache du 4^e. au milieu qui a été déterminée à 9^h 48' , en second lieu avec l'arrivée de son Ombre au milieu à minuit 38' , on aura deux differences , chacune de 1^h 25' pendant lequel temps la Tache & l'ombre ont parcouru deux espaces de Jupiter égaux entr'eux , l'un vers l'Orient , à l'égard du milieu de Jupiter , l'autre vers l'Occident ; d'où il suit que le corps sur lequel étoit la Tache , & celui qui formoit l'Ombre étoit à égale distance de Jupiter , & qu'ils n'étoient qu'un même Satellite.

En comparant encore l'arrivée de la Tache du quatrième au milieu à 9^h 48' avec le temps que l'Ombre est arri-

vée au même endroit à $12^h 38'$, la différence est 2. heures & 50. minutes; ce temps réduit en degrés de l'Orbe du 4^e. Satellite donne 2. degrés $32'$ qui mesurent l'arc compris entre la conjonction de ce Satellite vû de la Terre, & la même conjonction par rapport au Soleil vû de la Terre; il faut faire à cet arc une équation, qui pour la distance que Jupiter avoit ce jour-là du Soleil étoit de 7. minutes, qui sont à ajouter pour avoir la véritable distance entre une conjonction & l'autre de 2. degrés 39 . minutes. Cet arc est précisément égal à la seconde équation qui se trouve par les hypothèses Astronomiques des mouvements du Soleil & de Jupiter. Il y a donc par les Observations entre la conjonction de la Tache & celle de l'Ombre la même distance qu'il devoit y avoir par les hypothèses entre la distance du 4^e Satellite & celle de son ombre, supposant que l'Ombre qui arriva au milieu à minuit $38'$ soit l'Ombre du 4^e. comme il est constant par les hypothèses & par les Tables de M. Cassini; il suit que la Tache qui arriva au milieu de Jupiter à $9^h 48'$, & qui y fut observée sur son disque l'espace de presque 3. heures étoit sur le disque du 4^e. Satellite.

La différence de latitude qui s'observoit entre ces deux Taches, & qui répond parfaitement aux hypothèses, est une nouvelle preuve que la Tache étoit dans le Satellite: car les latitudes des Satellites sont présentement Meridionales dans leurs demi-cercles inférieurs, & dans la situation où Jupiter se trouvoit par rapport au Soleil le 12. Septembre, les latitudes des Satellites à l'égard de la Terre devoient être plus grandes que par rapport au Soleil, & par conséquent l'Ombre du Satellite qui est son lieu à l'égard du Soleil, devoit avoir une latitude moins grande que le Satellite même, comme il arriva de l'Ombre à l'égard de la Tache, ainsi la situation de la Tache à l'égard de l'Ombre étoit la même que devoit avoir le 4^e. Satellite.

Nous ne parlerons point des autres Observations que nous fîmes la même nuit, celles qui ont été rapportées

étant suffisantes pour juger de la nature de ces différentes Taches de les distinguer les unes des autres, & connoître celle qui étoit dans le 4^e Satellite.

Cette apparence de Tache dans le 4^e Satellite n'est pas la première qui ait été observée. Nous en trouvons deux autres faites par M. Cassini dans de pareilles circonstances.

La première de ces Observations fut faite à *Città della Pieve* en Toscane le 2. Septembre de l'an 1665. Par une rencontre semblable à la nôtre, & qui est fort rare, il y eut cette nuit-là une conjonction avec Jupiter du 4^e. & une autre du premier Satellite dans la partie inférieure de leur Orbite. Un peu après le Coucher du Soleil M. Cassini observa dans Jupiter une Tache aussi noire qu'un Ombre, & qui employa 2. heures à passer du milieu de Jupiter jusqu'à son bord Occidental; & plusieurs minutes après qu'il eut cessé de voir la Tache sur le bord, il aperçut le Satellite qui étoit sorti. Comme l'opposition de Jupiter avec le Soleil étoit arrivée 24. jours auparavant, le Satellite précéda son Ombre, de sorte qu'elle se trouva par les Observations 5. heures & quelques minutes après au même endroit de Jupiter, où la Tache s'étoit trouvée, & cette différence est la même qui résulte par les hypothèses Astronomiques entre l'Ombre & le Satellite, ainsi il n'y a pas lieu de douter que la Tache ne fut sur le Satellite comme cette année.

L'autre apparence semblable a été aussi observée par M. Cassini l'an 1677. le 25. Septembre pendant presque quatre heures qu'on vit parcourir au Satellite une grande partie du disque de Jupiter. Dans les trois différents retours de ce phénomène il y a des circonstances remarquables : 1^o Entre l'Observation de 1665. & celle de 1677. il y a un intervalle de 12. années pendant lesquelles Jupiter fait une révolution sur le Zodiaque, & entre l'Observation de 1677. & 1713. il y a 36. ans qui font trois périodes de 12. années, & trois révolutions de Jupiter autour du Soleil, ainsi ces trois apparences sont arrivées, Jupiter étant au même endroit du Zodiaque avec une différence de peu de degrez.

2°. Ces Taches ont été observées, Jupiter & ses Satellites étant proches de son perihelie, & par consequent presque le plus éclairés du Soleil qu'ils puissent être; elles ont parû aussi près de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, c'est à dire, lorsque Jupiter & ses Satellites étoient à nôtre égard plus pleins de lumiere, & que cette lumiere nous devoit paroître plus éclatante; comme étant plus proches en même tems du Soleil & de la Terre, de sorte qu'il n'y a pas lieu d'attribuer ces Taches au défaut de lumiere du Satellite qui seroit causé par la distance apparente de Jupiter au Soleil, & qui ne seroit pas sensible, même dans les quadratures où ce défaut de lumiere doit être plus grand que dans les autres configurations avec le Soleil. Nous croyons enfin devoir remarquer que ces Taches du 4^e. Satellite ont parû dans les années qu'on voyoit la Tache qui a parû tant de fois sur la surface de Jupiter.

Ce n'est pas seulement dans cet endroit de l'Orbite de Jupiter qu'on a observé ces Taches dans le quatrième Satellite, nous en avons remarqué une autre semblable le 26. Mars de l'an 1707. dans une conjonction inferieure de ce Satellite qui arriva un peu après l'opposition de Jupiter avec le Soleil comme les autres fois, mais Jupiter étoit pour lors dans un Signe du Zodiaque opposé à celui où il se trouvoit dans les trois Observations précédentes. Cette Observation a été rapportée dans les Memoires de l'Academie de la même année. On a aussi lieu de supposer que ces Taches se rencontrent souvent dans le disque apparent du Satellite sans qu'il soit en conjonction avec Jupiter, puisque nous le voyons quelquefois fort petit & diminué jusqu'à disparaître presque entierement, comme il est arrivé dans une Observation de M. Bianchini faite à Rome, & qui a été communiquée l'année dernière à l'Academie.

Nous avons rapporté dans les Memoires de l'an 1707: que l'apparition des Taches dans les Satellites peut s'expliquer par des changements phisiques & passagers qui arrivent de temps en temps sur le disque apparent du Satellite

tellite; ou bien en supposant que les Taches soient fixes sur une partie de la surface du Satellite, & que le Satellite en tournant sur son axe nous presente tantôt l'Emisphere raché, tantôt l'Emisphere clair. Ces hypotheses sont également propres à rendre raison des apparences que nous observons, & il n'est pas possible de connoître jusqu'à present qu'elle est la meilleure. Il est vrai que cette regularité avec laquelle ces Taches ont paru au retour de Jupiter au même endroit du Zodiaque, semble plutôt venir de quelque principe constant & uniforme, comme est la revolution du Satellite autour de son axe, qu'à des changements passagers qui ne sont pas pour l'ordinaire reguliers. Mais il se peut faire aussi que ces Taches soient passageres, & qu'il y ait des endroits du Zodiaque où il s'en forme plus regulierement que dans d'autres, comme il arrive aux Taches du Soleil; car quoiqu'elles soient de peu de durée & qu'il en paroisse souvent en differents temps de l'année, on en voit pourtant plus regulierement en certains mois que dans d'autres, comme si l'apparition des Taches du Soleil étoit attachée au retour de cette Planete à un même Signe du Zodiaque, plutôt qu'aux autres. Il pourroit aussi arriver quelque chose de semblable aux Taches du quatrième Satellite.

DES REFRACTIONS

ASTRONOMIQUES.

Par M. CASSINI.

LA Terre est environnée d'un air grossier qu'on nomme Atmosphere, qui s'étend au-dessus de la surface de la Terre à une distance qui ne nous est pas encore bien connue en diminuant toujours de densité. C'est au travers de cette masse d'air que nous regardons les Astres dont les

28. Fev.

1714.

Mem. 1714.

E

34 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
rayons qui la pénétre s'étendent jusqu'à nos yeux.

Si ces rayons étoient dirigés au centre de la Terre, ils traverseroient perpendiculairement l'Atmosphère sans se détourner de leur direction. Mais comme nôtre œil est placé sur la surface de la Terre, les rayons qui viennent des Astres jusqu'à nous, traversent obliquement l'Atmosphère en passant d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense, & sont obligés de se plier en nous faisant appercevoir les Objets celestes écartés de la direction qu'ils devroient avoir naturellement. Semblables à ce que l'on apperçoit lors qu'étant dans l'air libre on regarde obliquement des Objets plongés dans l'eau, ou bien au travers d'un verre épais, nous ne voyons jamais les Objets celestes dans les lieux où ils sont réellement que lorsqu'ils passent par nôtre Zenith. On voit assés par cette simple exposition de quelle importance il est pour l'Astronomie de sçavoir discerner les refractions & d'en connoître les effets. Comme le principal Objet de cette science est de déterminer la véritable situation des corps celestes, aussi-bien que les loix de leur mouvements; rien ne s'oppose plus à sa perfection que ce qui, par une apparence trompeuse, les fait appercevoir dans un lieu différent de celui qu'ils occupent dans le Ciel.

On sçait que les refractions élevent les Objets & font que le Soleil & les autres Astres paroissent s'élever plutôt sur l'horizon & se coucher plutôt qu'ils ne font en effet. Ces refractions qu'on nomme horizontales sont plus grandes que dans toute autre situation. Elles diminuent à mesure que les Astres s'élevent, & ne cessent entierement qu'au Zenith, comme mon Pere l'a démontré, quoique tous les Astronomes avant lui ayent été persuadés qu'elles étoient insensibles à la hauteur de 45 degrés.

On ne peut donc déterminer la véritable hauteur des Astres sur l'horison sans connoître leur refraction. Il faut même avoir égard à leur parallaxe lorsque leur distance a quelque proportion sensible au demi-diametre de la Terre.

Il paroît par-là que les Etoiles fixes qui sont à une si

grande distance de la Terre qu'on n'a pas pu encore y appercevoir de parallaxe sont les plus propres pour servir à déterminer les refractions. Mais comme il est difficile de les distinguer lors qu'elles sont près de l'horison, qui est le tems où la réfraction est la plus grande, nous nous sommes servis principalement du Soleil, dont la parallaxe horizontale n'est au plus que de 10 secondes, desquelles on peut tenir compte aisément dans le Calcul des Observations.

On peut trouver les refractions par deux methodes, différentes, ou par des Observations immediates des Astres faites à tous les degrés de hauteur, ou bien par deux autres Observations faites à des degrés differents de hauteur, par le moyen desquels on trouve la hauteur de la surface de la matiere qui rompt les rayons & la refraction qui convient à tous les autres degrés.

La premiere methode paroît la plus naturelle, & on peut s'en servir pour trouver les refractions, principalement lorsque les Astres sont peu élevés sur l'horison, mais il est necessaire d'avoir recours à l'autre dans les plus grandes hauteurs, lorsque la difference d'un degré à l'autre n'est pas assés sensible pour être apperçûe par les Observations.

Pour déterminer les refractions par la premiere methode, on observe la hauteur apparente du Soleil, & l'on marque l'heure précise de cette Observation dont on réduit en degrés minutes & secondes la difference jusqu'à midi, à raison de 15 degrés par heure. Connoissant ensuite la hauteur du Pole du lieu d'où l'on observe, & la déclinaison du Soleil, on a deux côtés d'un Triangle sphérique, dont l'un est le complement de la hauteur du Pole, & le second est le complement de la déclinaison du Soleil lorsqu'elle est Septentrionale, ou bien la déclinaison jointe au quart du cercle lorsqu'elle est Meridionale; l'angle compris entre les deux côtés, qui est la difference de l'heure observée jusqu'à midi, est aussi connu, & par consequent l'on trouve la va-

leur du troisième côté, qui est la distance véritable du Soleil au Zenith. On a donc la hauteur véritable du Soleil au temps de l'Observation, qui étant retranchée de la hauteur apparente, reste la refraction, à laquelle il faut ajouter la parallaxe pour avoir la refraction véritable qui convient au degré observé.

La seconde méthode suppose, comme nous l'avons dit ci-dessus, qu'on a trouvé par Observation la refraction qui convient à deux degrés différents de hauteur.

Soit S , le Soleil ou une Etoile dont le rayon SB rencontrant la surface réfractive BHP en B , se rompe & vienne à notre œil en A ; de sorte que BA soit perpendiculaire à AC , l'objet sera vu suivant la ligne ABE , & l'angle EBS ou EAX sera la refraction horizontale que l'on suppose de $32' 20''$, telle qu'elle est marquée dans la connoissance des Temps.

Soit un autre rayon IH qui rencontrant en H la surface réfractive, vienne se rompre en A : en sorte que l'angle BAH soit de 10 degrés. L'angle FHI , sera la refraction qui convient à 10 degrés que l'on suppose observée de $5' 28''$, telle qu'elle est marquée dans la Connoissance des Temps.

Par la règle des refractions reçue de tous les Philosophes, les sinus d'incidence sont toujours proportionels au sinus des refractions, & par conséquent le sinus de l'angle LBS est au sinus de l'angle CBA comme le sinus de l'angle GHI est au sinus de l'angle AHC .

Le demi-diamètre CA de la Terre ayant été déterminé dans le voyage de la Meridienne de 3271600 toises.

Soit supposé AP hauteur de la surface réfractive de 2000 toises; en sorte que CB , CH , CP soient de 3273600 toises. Dans le triangle rectangle CAB , les côtés CA , CB étant connus, on trouvera l'angle CBA ou EBL de $87^d 59' 50''$ auquel si l'on ajoute l'angle EBS ou EAX de $32' 20''$, on aura l'angle LBS de $88^d 32' 10''$. Cet angle LBS que le rayon SB fait avec la perpen-

diculaire LBC , represente l'angle d'incidence lorsque la refraction horizontale est de $32' 20''$, & l'angle ABC represente l'angle de refraction.

Maintenant dans le triangle CAH , l'angle CAH étant supposé de 100 degrés & les côtés CA , CH étant connus, on aura l'angle AHC de $79^{\text{d}} 48' 12''$ & faisant comme le sinus de l'angle CBA de refraction est aux sinus de l'angle LBS d'incidence, ainsi le sinus de l'angle CHA de refraction à la hauteur de 10 degrés est au sinus de l'angle GHI d'incidence, on aura l'angle GHI d'incidence de $79^{\text{d}} 53' 40''$; donc retranchant l'angle AHC ou GHI qui est de $79^{\text{d}} 48' 12''$, reste l'angle FHI de $5' 28''$, qui est précisément la refraction qui convient à la hauteur de 10 degrés marquée dans la Connoissance des Temps.

Si cette refraction avoit été trouvée plus grande ou plus petite que celle qui avoit été déterminée par observation, il auroit fallu diminuer ou augmenter la hauteur AP de la surface refractive, jusqu'à ce qu'on l'eut trouvée de la quantité requise.

La hauteur de la surface refractive ayant été ainsi établie, on peut trouver très-facilement la refraction qui convient à tous les degrés de hauteur sur l'horison; car dans le Triangle ATC , les côtés CT , CA étant connus aussi bien que l'angle CAT de l'inclinaison du rayon visuel qui est pris à volonté, on trouve l'angle CTA que ce rayon fait avec la perpendiculaire, & faisant comme le sinus de l'angle CBA est au sinus de l'angle LBS , ainsi le sinus de l'angle CTA ou DTO est à un quatrième sinus; on aura le sinus de l'angle DTR , dont retranchant l'angle CTA ou DTO , reste l'angle OTR de la refraction qui convient à la hauteur donnée.

Suivant cette hypothese, la substance qui cause les refractions s'étend au-dessus de nous à une distance beaucoup plus petite que celle qui compose l'Atmosphere, puisque nous trouvons qu'elle ne monte qu'à 2000 toises, au lieu que l'Atmosphere suivant ceux qui lui donnent

le moins d'étenduë s'éleve à la hauteur de six lieuës au-dessus de la surface de la Terre, & suivant plusieurs autres à une distance beaucoup plus grande.

Il est vrai que dans cette hypothese, on suppose que le rayon après avoir rencontré la surface refractive qui le détourne de sa direction, vient droit à nôtre œil sans souffrir d'autre refraction, au lieu qu'il y a beaucoup d'apparence que les rayons en traversant l'Atmosphere passent continuellement d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense, & que le rayon rompu qui vient à nôtre œil forme une ligne courbe, suivant la Tangente de laquelle nous apercevons les Objets celestes.

Il n'est pas aisé de déterminer de quelle espece est cette courbe, avant que de connoître la nature de la substance qui forme la refraction; mais si l'on suppose que le rayon en penetrant l'Atmosphere trouve une resistance qui augmente continuellement, telle que si ce rayon dans l'espace d'un pied, par exemple, s'est détourné d'une certaine quantité, dans l'espace du second pied il se détourne d'une pareille quantité; & ainsi successivement; ce rayon aura la figure d'un polygone circonscrit à un cercle, & supposant les côtés infiniment petits, la courbe que décrira ce rayon sera une portion de cercle.

On demande qu'elle doit être suivant cette hypothese la hauteur de la surface refractive, supposant la refraction horifontale de $32' 20''$.

Soit AM la circonference de la Terre, PIO , la surface refractive; SO un rayon qui venant d'un Etoile S rencontre la surface refractive en O , & décrivant une ligne circulaire, vienne à nôtre œil placé en A ; enforte que la ligne ABE perpendiculaire à AC soit tangente au cercle. Soit mené du point A la ligne AX parallele à OS qui soit dirigée à l'Etoile que l'on suppose à une distance infinie, & soit prolongé SO jusqu'à ce qu'il rencontre AE en B . La ligne SOB sera aussi tangente du cercle OA au point O , & l'objet S paroîtra par la refraction suivant la

Tangente *ABE*. L'angle *EBS* mesurera aussi la refraction horizontale qui est de $32' 20''$; mais à cause des parallèles *AX*, *BS*, l'angle *EBS* est égal à l'angle *EAX*; donc l'angle *EBS* fera aussi de $32' 20''$ & mesurera la refraction horizontale.

L'angle *LBS* représentera donc l'angle d'incidence, & l'angle *ABC* l'angle de refraction.

Supposant présentement que le point *B* est élevé de 2000 toises au-dessus de la surface de la Terre, on trouvera le côté *AB* de 114406 toises, & l'angle *CBA* de $87^{\text{d}} 59' 50''$, auquel si l'on ajoûte l'angle *EBS* de $32' 20''$, on aura l'angle *LBS* de $88^{\text{d}} 32' 10''$.

Maintenant à cause des Tangentes *SOB* & *ABE*; *AB* est égal à *OB*, & dans le Triangle *OBC* le côté *BC* étant connu de 3273600. toises, aussi-bien que le côté *OB* de 114406 toises & l'angle *OBC* complement de *LBS* de $91^{\text{d}} 27' 50''$, on aura le côté *CO* de 3278518 toises, dont retranchant *CM* de 3271600, reste *OM* hauteur de la surface réfractive au-dessus de la surface de la Terre de 6918 toises.

Cette hauteur qui est trois fois & demi plus grande que celle que l'on avoit trouvée par la première hypothèse est encore beaucoup plus petite que celle qu'on attribue à l'Atmosphère, ce qui sembleroit confirmer le sentiment de ceux qui croient que les réfractions sont causées par une matière particulière dont l'étendue n'est pas si grande à beaucoup près que celle dont l'Atmosphère est composée.

En suivant cette hypothèse dernière, on trouvera les réfractions qui conviennent à tous les degrés de hauteur. Car l'angle *BAN*, hauteur apparente de l'Astre sur l'horizon, étant, par exemple, donné de 10 degrés, on aura dans le Triangle *CAN* l'angle *CAN* de 100^{d} , le côté *CN* égal à *CO* de 3278518. & le côté *AC* de 3271600. & par conséquent l'on trouvera le côté *AN* de 38573. dont on peut supposer que la moitié est égale à *AH* ou

Hi sans aucune erreur sensible, comme on le verra dans la suite; & dans le Triangle *CAH* dont les côtés *CA*, *AH* sont connus & l'angle *CAH* de $100^{\text{d}} 0' 0''$, on trouvera l'angle *AHC* de $79^{\text{d}} 40' 4''$, qui représente l'angle de refraction d'un rayon *RI*, qui ayant rencontré la surface réfractive au point *I*, a décrit la courbe *IA* qui est telle que l'angle *BAH* de la hauteur apparente est de 10 degrés. Si l'on fait presentement comme le sinus de l'angle *ABC* de refraction qui est de $87^{\text{d}} 59' 50''$ est au sinus de l'angle *LBS* d'incidence qui de $88^{\text{d}} 32' 10''$, ainsi le sinus de l'angle *AHC* de refraction à la hauteur de 10 degrés qui est de $79^{\text{d}} 40' 4''$, est à un quatrième sinus, on aura le sinus de l'angle *THI* de $79^{\text{d}} 45' 28''$, dont ayant retranché l'angle *AHC* ou *THN* de $79^{\text{d}} 40' 4''$ reste l'angle *IHN* de $5' 24''$, qui seroit la refraction qui convient à la hauteur de 10 degrés, si *AH* étoit la moitié de *AN* comme on l'a supposé; mais comme il y a quelque difference, on trouvera plus exactement la valeur de *AH* en cette maniere.

Les lignes *AH*, *IH*, étant tangentes du cercle sont égales entr'elles, & les angles *AIH* & *HAI* sont égaux. Mais l'angle *NHI* externe qui a été trouvé de $5' 24''$ est égal aux deux angles *AIH* & *HAI*, & par consequent on aura l'angle *HAI* de $2' 42''$, qui étant retranché de l'angle *CAH* de 100^{d} , reste l'angle *CAI* de $99^{\text{d}} 57' 18''$, & dans le Triangle *CAI* dont les côtés *CA*, *CI* sont connus & l'angle *CAI*, on trouvera *AI* de 38730 toises. Faisant presentement comme le sinus de l'angle *IHA* ou son supplement *NHI* de $5' 24''$ est au sinus de l'angle *HIA* de $2' 42''$, ainsi *AI* 38730 toises est à *AH*, on trouvera *AH* de 19365 toises, & dans le Triangle *CAH* dont les côtés *CA*, *CH* sont connus & l'angle compris *CAH*, on aura l'angle *AHC* de refraction de $79^{\text{d}} 39' 59''$. Faisant ensuite comme le sinus de l'angle *ABC* est au sinus de l'angle *LBS*; ainsi le sinus de l'angle *AHC* est à un quatrième sinus, on aura le sinus de l'angle *THI* de $79^{\text{d}} 45' 23''$, dont retranchant
l'angle

l'angle AHC ou TNH de $79^{\circ} 39' 59''$ reste l'angle NHI de $5' 24''$ qui représente la réfraction à la hauteur de $10^{\circ} 0' 0''$. Cette réfraction est la même que celle qu'on avoit trouvée par la première opération, ce qui montre qu'on peut sans erreur sensible supposer que AH & HI sont la moitié de AN , & se contenter du premier calcul.

Quoi-que cette hypothèse dans laquelle on suppose que les rayons en traversant l'Atmosphère parcourent des arcs de cercle, ne soit peut-être point conforme à la route qu'ils décrivent effectivement, il y a cependant lieu de croire qu'elle représente assez exactement l'effet des réfractons, puisqu'en choisissant d'autres courbes il en résulte à peu près la même réfraction.

Si l'on suppose, par exemple, que les rayons en passant par l'Atmosphère se rompent de manière qu'au lieu d'un cercle ils décrivent une parabole dont le sommet est sur la surface de la matière réfractive, on déterminera la hauteur de cette surface en cette manière.

Soit dans la figure troisième un rayon SO qui rencontrant la surface réfractive en O se plie & décrit une parabole OA dont le sommet est en O , & qui aille rencontrer l'œil placé en A sur la surface de la Terre; en sorte que le rayon AE horizontal soit tangente à la parabole. Soit prolongé SO jusqu'à ce qu'il rencontre AE en B . Cette ligne sera aussi tangente de la parabole au sommet O , & l'objet S paroîtra par la réfraction suivant la Tangente AE . Si l'on mène présentement du point A à l'Etoile X , la ligne AX ; l'angle EAX mesurera la réfraction horizontale qui est de $32' 20''$, & à cause que l'Etoile est supposée à une distance infinie, les lignes SB , XA , peuvent être censées parallèles, & l'angle EBS qui est égal à l'angle EAX représentera aussi la réfraction horizontale qui est de $32' 20''$. L'angle LBO représentera donc l'angle d'incidence, & l'angle ABC l'angle de réfraction. Si l'on suppose présentement que le point B est éle-

vé de 2000 toises au-dessus de la surface de la Terre, on trouvera de même que ci-dessus le côté AB de 114406 toises & l'angle CBA ou EBL de $87^{\text{d}} 59' 50''$ auquel si l'on ajoute l'angle EBS de $32' 20''$, on aura l'angle LBO de $88^{\text{d}} 32' 10''$. Du point O , soit mené à BO la perpendiculaire EOR qui rencontre en E la tangente AB prolongée en E . Par la propriété de la parabole, la ligne OB étant tangente au sommet O , EO est égal à OR , & EB est égal à BA ; mais l'on a trouvé ci-dessus BA de 114406 toises, on aura donc EB de 114406 toises, & dans le Triangle rectangle EOB dont l'hypothénuse EB est connue aussi-bien que l'angle EBO de $32' 20''$, on trouvera le côté BO de 114400 toises. Maintenant dans le Triangle CBO dont les côtés CB , BO sont connus, aussi-bien que l'angle compris OBC supplement de LBO , on aura le côté CO de 3273517 toises, dont retranchant CA ou CV reste OV hauteur de la surface réfractive au-dessus de la Terre de 6917 toises & demie, à une demi-toise près de celle que l'on a trouvée par l'hypothèse précédente.

En suivant cette hypothèse, on connoîtra les réfractions qui conviennent à tous les degrés de hauteur.

Soit, par exemple, un rayon SI , qui décrivant une parabole IA dont I soit le sommet, aille rencontrer l'œil en A ; en sorte que tirant AK tangente à la parabole au point K , l'angle EAK hauteur apparente de l'Astre sur l'horison soit de 10 degrés. L'angle KHS fera la réfraction qui convient à la hauteur de 10 degrés que l'on suppose de $5' 24''$ comme dans l'hypothèse circulaire pour éviter un long calcul. Du point I soit mené à IH la perpendiculaire KIZ qui rencontre AH prolongée en K .

L'angle KHS étant égal aux deux angles HIA , HAI , & le côté IH étant sensiblement égal au côté AH , on aura l'angle HAI de $2' 42''$, qui étant retranché de l'angle CAH de 100 degrés, reste l'angle CAI de $99^{\text{d}} 57' 18''$, & dans le Triangle CAI , dont les côtés CA , CI sont con-

nus aussi-bien que l'angle CAI , on trouvera AI de 39730 toises.

Maintenant dans le Triangle KIA dont le côté AI est connu aussi-bien que l'angle KIA de $90^{\text{d}} 2' 42''$, & l'angle AKI complement de la refraction de $89^{\text{d}} 54' 36''$, on trouvera AK de 38730 toises de la même grandeur que AI , & qui par la propriété de la parabole est égal au double de AH qui est par consequent de 19365 toises, & dans le triangle CAH dont les côtés CA , AH sont connus, & l'angle compris CAH de $100^{\text{d}} 0' 0''$, on aura l'angle AHC de refraction de $79^{\text{d}} 39' 59''$. Faisant ensuite comme le sinus de l'angle ABC est au sinus de l'angle LBS , ainsi le sinus de l'angle AHC est à un quatrième sinus ; on aura le sinus de l'angle THI de $79^{\text{d}} 45' 23''$, dont retranchant l'angle AHC ou THK de $79^{\text{d}} 39' 59''$, reste l'angle KHI de $5' 24''$ qui represente la refraction qui convient à la hauteur apparente de 10 degrés, telle qu'on l'a trouvée suivant l'hypothese circulaire.

Si l'on suppose au contraire (*v.* Fig. 4.) que le rayon SO se rompe en traversant l'Atmosphere, enforte qu'il décrive une parabole dont le sommet soit en A , & dont l'axe concoure avec le demi-diametre AC de la Terre, on déterminera la hauteur de la surface refractive en cette maniere.

Soit menée AE Tangente à la parabole & perpendiculaire à AC , & soit prolongé SO , jusqu'à ce qu'il rencontre l'axe CA prolongé en P . Cette ligne sera aussi tangente de la parabole au point O , & l'Objet S paroîtra par la refraction suivant la ligne horizontale ABE . L'angle EAX ou EBS mesurera aussi la refraction horizontale que l'on suppose toujours de $32' 20''$.

Supposant presentement que le point B est élevé au-dessus de la surface de la Terre de 2000 toises, on trouvera AB de 114406 comme ci-dessus, & dans le Triangle rectangle BAP dont l'angle ABP opposé & égal à l'angle EBS est de $32' 20''$, & le côté AB est connu, on

aura BP de 114411 toises, lequel est égal à OB par la propriété de la parabole, on trouvera aussi l'angle CBA de $87^{\circ} 59' 50''$, auquel si l'on ajoute l'angle EBS ou ABP de $32^{\circ} 20''$, on aura l'angle CBP de $88^{\circ} 32' 10''$ dont le supplément OBC est de $91^{\circ} 27' 50''$; & dans le Triangle OBC dont les côtés OB & BC sont connus, & l'angle compris OBC de $91^{\circ} 27' 50''$, on aura le côté CO de 3278518 toises, dont retranchant CV demi-diamètre de la Terre, reste OV hauteur de la surface réfractive au-dessus de la Terre de 6918 toises, de même qu'on l'a trouvée par l'hypothèse circulaire, & à une demi-toise près de celle que l'on a trouvée par l'hypothèse parabolique précédente.

On trouvera par cette nouvelle hypothèse les réfractions qui conviennent à tous les degrés de hauteur.

Soit, par exemple, un rayon FI qui décrivant une parabole IA dont A est le sommet, aille rencontrer l'œil en A , en sorte que tirant AH tangente au sommet A l'angle EAH hauteur apparente de l'Astre sur l'horizon soit de 10 degrés. Du point A soit menée à AH la perpendiculaire KAZ qui représente l'axe de la parabole, & soit prolongé IH jusqu'à ce qu'il rencontre l'axe en K . L'angle KHA ou DHI étant égal aux deux angles HIA , HAI & le côté IH étant sensiblement égal au côté AH , on aura l'angle HAI de $2^{\circ} 42''$ moitié de l'angle DHI qui représente la réfraction, & que l'on suppose de $5^{\circ} 24''$ comme ci-dessus pour éviter un long calcul. Retranchant l'angle HAI de l'angle CAH de $100^{\circ} 0'$, on aura l'angle CAI de $99^{\circ} 57' 18''$, & dans le Triangle CAI dont les côtés CI , CA sont connus, aussi-bien que l'angle CAI , on trouvera AI de 38730 toises. Maintenant dans le Triangle rectangle AZI dont le côté AI est connu aussi-bien que les angles ZAI de $89^{\circ} 57' 18''$, & AIZ de $2^{\circ} 42''$, on trouvera IZ de 38730 toises, qui par la propriété de la parabole est égal au double de AH qui est par conséquent de

19365 toises ; & dans le Triangle *CAH* dont les côtés *CA*, *AH* font connus , & l'angle compris *CAH* de $100^{\circ} 0'$, on aura l'angle *AHC* de refraction de $79^{\circ} 39' 59''$, de même que ci-dessus , faisant ensuite comme le sinus de l'angle *ABC* est au sinus de l'angle *LBS* , ainsi le sinus de l'angle *AHC* est à un quatrième sinus , on aura le sinus de l'angle *THI* de $79^{\circ} 45' 23''$, dont retranchant l'angle *THD* de $79^{\circ} 39' 59''$, reste l'angle *DHI* de $5' 24''$ qui représente la refraction qui convient à la hauteur apparente de 10 degrés , telle qu'on l'a déterminée par les deux hypothèses précédentes.

Il paroît par-là que ces trois méthodes s'accordent ensemble à donner la hauteur de la surface refractive & la grandeur des refractions , sans aucune différence sensible , & qu'ainsi on peut , pour calculer les refractions , se servir également de l'hypothèse circulaire dont le calcul est plus court & moins embarrassant. Suivant la méthode que l'on a indiquée , supposant la refraction horizontale de $32^{\circ} 20''$; on trouvera celle qui convient à la hauteur de $0^{\circ} 30'$ de $28' 1''$, plus petite de $3' 2''$ que celle qui résulte de l'hypothèse rectiligne ; à la hauteur d'un degré de $24' 19''$ plus petite de $3' 38''$ que suivant l'hypothèse rectiligne ; à la hauteur de $1^{\circ} 30'$ de $21' 14''$, plus petite de $3' 8''$ que suivant l'hypothèse rectiligne , & ainsi de suite comme on l'a marqué dans la Table ci jointe , où l'on verra que suivant la nouvelle hypothèse les refractions qui conviennent à chaque minute de hauteur sur l'horizon sont plus petites que celles qui résultent de l'hypothèse rectiligne , que vers la hauteur d'un degré , la différence entre les refractions tirées de ces deux hypothèses est de $3' 37''$ la plus grande qui soit possible , que les différences entre les refractions calculées pour la même hauteur par les deux méthodes diminuent ensuite à mesure qu'on s'éloigne de l'horizon jusqu'à la hauteur de 15 degrés où les deux hypothèses donnent la même refraction , après quoi elle est

fenfiblement la même, soit que le rayon en traversant l'Atmosphère décrive une ligne droite, soit qu'il décrive une ligne circulaire ou parabolique.

Il est donc manifeste que ces deux hypothèses donnent un ordre différent de réfraction suivant les divers degrés de hauteur, & que celle qui est la plus conforme aux Observations doit être préférée à l'autre, c'est ce que nous allons examiner présentement.

Pour dresser les Tables de réfractons, nous avons supposé la réfraction horizontale de $32' 20''$, conforme à celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps, & à peu-près de même que celle qui a été établie par la plupart des Astronomes modernes. Cependant dans le grand nombre d'Observations que nous avons faites pour la déterminer, nous n'en avons trouvé que très-peu où elle se soit trouvée de cette hauteur. L'air près de l'horison est pour l'ordinaire chargé de vapeurs qui augmentent la quantité des réfractons, selon que ces vapeurs sont plus ou moins condensées, ce que l'on remarque principalement dans la saison de l'Hiver.

Au mois de Janvier 1711, m'étant aperçu que le Soleil s'étoit levé quelques minutes plus tôt qu'il ne le devoit être suivant la Connoissance des Temps, je voulus en sçavoir la cause, & le 11 du même mois, l'horison étant serain, je trouvai la réfraction du bord supérieur du Soleil à son lever de $49' 48''$. La hauteur du bord supérieur du Soleil qui rasoit l'horison étoit alors de $3' 5''$, qui suivant la Table donne la réfraction de $32' 18''$, plus petite de $17' 30''$ que celle qui avoit été déterminée par l'Observation. Je continuai d'observer le lever du Soleil, lorsque le Ciel étoit serain à l'horison, & je trouvai que la réfraction étoit plus grande que suivant la Table le 30 Janvier de $7' 28''$, le 31 de $6' 56''$, & le 7 Février de $8' 23''$, ce que j'attribuai aux vapeurs épaisses dont l'horison est chargé en Hiver.

Au mois de Decembre de l'année 1712, j'observai assidûment le lever & le coucher du Soleil vers le Solstice d'Hiver, lorsque le Ciel étoit serain à l'horizon, dans le dessein d'examiner si l'on pourroit trouver quelque regle constante de ces refractions. J'observai aussi le Soleil à diverses hauteurs pour connoître la proportion avec laquelle les refractions diminuent à mesure que les Astres s'élevent sur l'horizon.

Je trouvai le 1 Decembre à la hauteur de $16' 50''$, la refraction de $41' 7''$, plus grande de $9' 13''$ que suivant la Table. Elle étoit à la hauteur de $41'$, de $32' 9''$, plus grande de $2' 7''$ que suivant la Table, à la hauteur de $1^d 1'$, de $28' 17''$, plus grande seulement de 27 secondes que suivant la Table, & à la hauteur de $2^d 1'$ de $20' 49''$, plus petite de 11 secondes que suivant la Table, au lieu qu'elle auroit dû être plus grande, ce qui me surprit & que j'aurois attribué à quelque erreur dans mes Observations, si je n'avois apperçu de semblables differences dans celles que je fis les jours suivants.

Je trouvai à la hauteur de $3^d 1'$ la refraction à peu-près de même que suivant la Table, après quoi les refractions observées jusqu'à la hauteur de 12 degrés furent plus grandes que les calculées d'une minute & quelques secondes.

J'observai aussi le 7 Decembre le lever du Soleil, & ayant trouvé à la hauteur de $4' 20''$, la refraction de $37' 36''$, plus grande de $5' 8''$, que suivant la Table, elle fut à la hauteur de $1^d 1'$ de $26' 49''$, plus petite de $1' 1''$, élever davantage que suivant la Table, à la hauteur de $2^d 1'$, plus petite de 40 secondes, à la hauteur de $3^d 1'$, plus petite de 10 secondes, ensuite de quoi elle devint plus grande, l'ayant trouvée à la hauteur de $4^d 1'$, plus grande de 26 secondes, & à la hauteur de $13^d 1'$ plus grande de $1' 24''$, que suivant la Table.

Dans le grand nombre d'Observations que je fis dans la suite jusqu'au 1. Fevrier 1713, & qu'il seroit trop long

de rapporter, je trouvai que la plus grande refraction horizontale étoit arrivée le 19 Decembre 1712, ayant observé ce jour-là à la hauteur de $2' 40''$, la refraction de $51' 4''$, plus grande de $18' 46''$, que suivant la Table. Elle fut trouvée à la hauteur de $31'$, plus grande de $5' 12''$, & élever à la hauteur de $1^d 1'$, plus grande de $4' 46''$; mais à la hauteur de $1^d 31'$ elle étoit plus grande seulement de 8 secondes, après quoi elle augmenta peu à peu jusqu'à la hauteur de $4^d 1'$ qu'elle étoit, plus grande que suivant la Table d'environ une minute.

Il seroit trop long de rapporter ici toutes les autres Observations que j'ai faites. Il suffira de remarquer qu'ayant toujours trouvé la refraction horizontale en Hiver plus grande de quelques minutes qu'on ne la suppose ordinairement, elle a été observée à la hauteur d'un ou de deux degrés plus petite que suivant la Table, & qu'ensuite elle a augmenté; ce qui montre que la progression de refractions marquée dans la Table n'est pas entierement conforme aux observations. Mais cela paroîtra encore plus évidemment par les Observations qui ont été faites dans la suite, où l'air étant moins chargé de vapeurs, la refraction horizontale a été trouvée plus petite.

Le 7 Fevrier 1713, le Ciel étant serein à l'horizon, je trouvai le matin à la hauteur de $4' 50''$ la refraction de $36' 0''$, plus grande seulement de $3' 42''$, que suivant la Table. Mais à la hauteur de $21'$, la refraction fut trouvée de $31' 6''$ plus petite de 34 secondes que suivant la Table, ce que l'on continua d'observer, l'ayant trouvée à la hauteur de $41'$, plus petite de $1' 26''$, à la hauteur de $1^d 1'$, plus petite de $2' 38''$ à la hauteur de $2^d 1'$ plus petite de $2' 1''$, à la hauteur de $3^d 1'$, plus petite de $1' 6''$, à la hauteur de $4^d 1'$, plus petite de $28''$, & à la hauteur de $5^d 1'$ plus petite de $30''$ que suivant la Table.

Il paroît par ces Observations que quoique la refraction horizontale fût plus grande de 3 minutes & demie que celle qui est supposée dans la Table; Toutes celles
qui

qui ont été observées dans la suite jusqu'à la hauteur de 5 degrés, ont été au contraire trouvées plus petites, & cela suivant une proportion différente de celle qui est marquée dans la Table, puisqu'à la hauteur de 21', la différence n'étoit que de 34'', à peu près de même qu'à la hauteur de 5^d 1', au lieu qu'à la hauteur de 1^d 1', il y avoit une différence de 2' 38'', qui est certainement trop grande pour qu'on puisse l'attribuer à quelques erreurs dans les Observations.

Mais ce qu'il y a de remarquable est que les refractions observées s'accordent beaucoup plus exactement à la nouvelle Table calculée suivant l'hypothese circulaire; puisqu'à la hauteur de 1^d 1' il n'y a qu'une différence de 59 secondes, à la hauteur de 2^d 1' de 24 secondes, à la hauteur de 3^d 1', de 15'', à la hauteur de 4^d 1', de 18'', & à la hauteur de 5^d 1' de 3 secondes.

Le 24 Fevrier au lever du Soleil la refraction à la hauteur de 0^d 5' 0'' fut trouvée de 43' 54'' plus grande de 11' 36'' que suivant la Table ancienne. Cependant à la hauteur de 31' elle n'étoit que de 30' 57'' plus grande seulement de 3 secondes que celle qui est marquée dans la Table, ce qui montre que les vapeurs qui étoient vers l'horizon ne s'étendoient pas à une grande hauteur. En effet on observa à la hauteur de 1^d 1' la refraction de 24' 39'', plus petite de 3' 11'' que suivant la Table, à la hauteur de 1'' 31', plus petite de 2' 31'', à la hauteur de 2^d 1', plus petite de 1' 55'', à la hauteur de 2^d 31', plus petite de 1' 30'', & à la hauteur de 4^d 1', plus petite seulement de 24 secondes que suivant la Table. D'où l'on voit que la refraction horizontale qui excédoit de 11' 36'' celle que l'on suppose ordinairement étoit tout au contraire à la hauteur de 1^d 1', plus petite de 3' 11'' que suivant la Table, & ainsi de suite, suivant la proportion qui a été remarquée dans les Observations précédentes, au lieu que selon la nouvelle regle, la refraction calculée ne differoit de l'observée à la hauteur de 1^d 1' que

50 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de 26 secondes, à la hauteur de $1^d 31'$ de 36 secondes,
à la hauteur de $2^d 1'$ de 29 secondes, à la hauteur de
 $3^d 1'$ de 9 secondes, & à la hauteur de $4^d 1'$ de 24 se-
condes, ce qui s'accorde beaucoup mieux aux Observa-
tions.

Le 13 Juin après midi, le bord inferieur du Soleil
touchant l'horizon qui étoit à la hauteur de $6' 30''$, je
trouvai la refraction de $32' 0''$ plus petite de 16 secon-
des qu'elle n'est marquée dans la Table, & le bord supe-
rieur du Soleil touchant l'horizon, je trouvai à la même
hauteur la refraction de $34' 46''$, plus grande de $2' 46''$
qu'elle n'avoit été observée auparavant, ce qui étoit l'effet
des vapeurs qui s'étoient condensées, pendant que le So-
leil se cachoit sous l'horizon.

Le 18 Juin au coucher du Soleil, je trouvai aussi à la
hauteur de $6' 15''$ la refraction du bord inferieur du So-
leil de $32' 5''$, à peu près de même que le 13 Juin, &
celle du bord superieur de $33' 42''$. Elle étoit de $24' 28''$
à la hauteur de $1^d 1'$, à 15 secondes près de celle
qui résulte de la nouvelle hypothese & éloignée de $3' 22''$
de l'ancienne. On l'observa aussi à la hauteur de $1^d 30' 30''$
de $21' 39''$, plus grande seulement de 28 se-
condes que suivant la nouvelle hypothese, & éloignée de
 $2' 20''$ de l'ancienne, ce qui fait voir que lorsque l'air est
peu chargé de vapeurs, les refractions observées suivent
assez exactement celles qui résultent de l'hypothese circu-
laire.

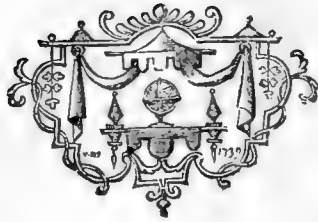
Le 24 Aoust après midi, le bord superieur du Soleil
touchant l'horizon qui étoit à la hauteur de $8' 50''$, je
trouvai la refraction de $32' 39''$, plus grande de 27 se-
condes que celle qui résulte de la Table. Mais à la hau-
teur de $0^d 31'$ elle fut trouvée de $27' 0''$, plus petite de
53 secondes que suivant la nouvelle hypothese, & de $3' 57''$
que suivant l'ancienne; A la hauteur de $1^d 31'$ elle
fut observée de $20' 2''$, plus petite de $1' 7''$ que suivant
la nouvelle hypothese, & de $4' 14''$ que suivant l'ancienne,

& ainsi de suite jusqu'à la hauteur de $4^d 0'$, enforte que les Observations s'éloignent de l'ancienne hypothese jusqu'à 4 minutes, au lieu qu'elles ne sont écartées de la nouvelle que d'environ une minute qu'on peut attribuer à la refraction, qui suivant toutes les apparences, est plus petite en Été qu'en Hiver.

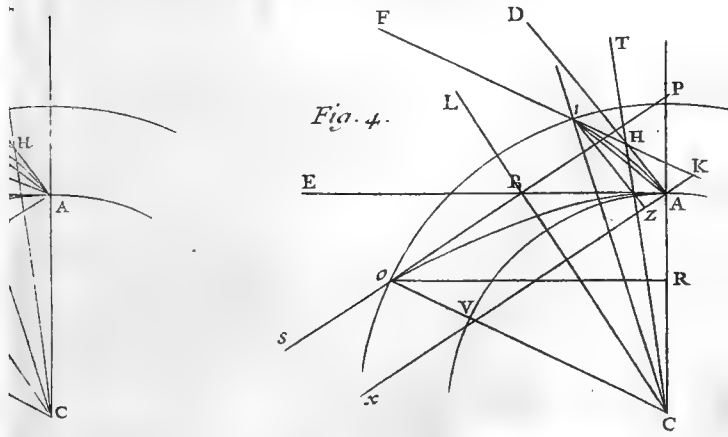
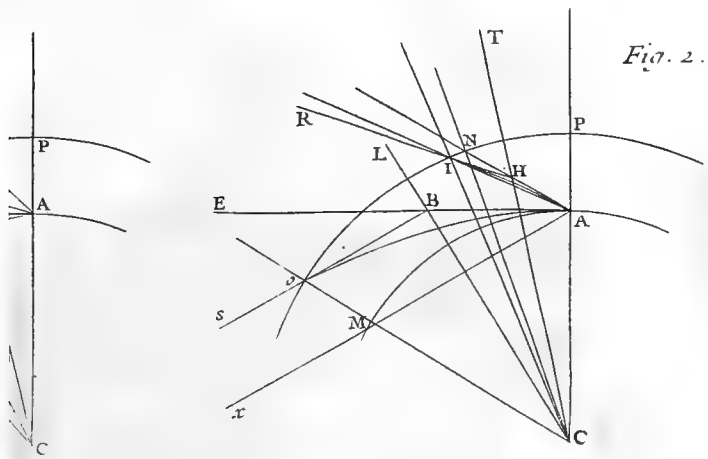
Enfin le 18 Septembre près de l'Equinoxe d'Automne le bord superieur du Soleil à son coucher touchant l'horizon qui étoit à la hauteur de $25'$, je trouvai la refraction de $28' 41''$, plus petite de 7 secondes que suivant la nouvelle hypothese, & de $2' 41''$ que suivant l'ancienne : A la hauteur de $1^d 1'$ elle fut observée de $23' 31''$, plus petite de 42 secondes que suivant la nouvelle hypothese & de $4' 19''$ que suivant l'ancienne, & ainsi de suite jusqu'à la hauteur de $5^d 0'$, d'où l'on voit que ces refractions observées ne different que de quelques secondes de celles qui resultent de la nouvelle hypothese, au lieu qu'elles s'éloignent de l'ancienne jusqu'à 4 minutes & quelques secondes.

Il paroît donc, par ce que l'on vient de rapporter, que l'hypothese des rayons curvilignes s'accorde beaucoup mieux aux Observations que celle où l'on suppose que les rayons viennent à nôtre œil par une ligne droite, & qu'ainsi elle doit être preferée pour le calcul des Tables des refractions, dont les meilleures doivent représenter les Observations le plus exactement qu'il soit possible. Si dans l'Hiver il se rencontre quelque difference entre les refractions observées & celles qui sont calculées par la nouvelle méthode, on peut aisément l'attribuer aux vapeurs qui sont près de l'horizon, lesquelles causent une refraction beaucoup plus grande en Hiver qu'en Été, & qui nous procurent l'avantage de voir dans cette Saison le Soleil quelques minutes plus long-temps sur nôtre horizon qu'il ne paroîtroit sans leur secours. Mais outre cette cause qui est sujette aux diverses temperatures de l'air, & dont on ne peut point donner de regle certaine; on a quelque sujet

52 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de croire par les Observations qu'on a faites jufqu'à pre-
sent, & dont j'ai rapporté ici quelques-unes, que vers
l'horifon les refractions font plus grandes en Hiver qu'en
Eté, & qu'il faut employer des Tables différentes pour
avoir la hauteur des Etoiles dans ces différentes Saisons.
C'est de quoi j'ai deffein de m'affurer par les Observations
que je ferai dans la fuite, & dont je rendrai compte à l'A-
cademie auffi-tôt que j'en aurai un affez grand nombre
pour établir dessus quelque regle certaine.



TABLE



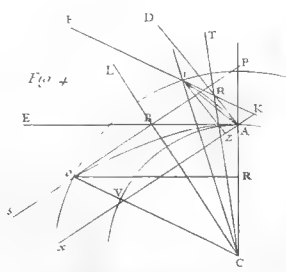
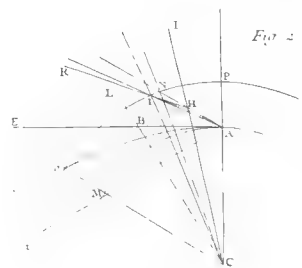
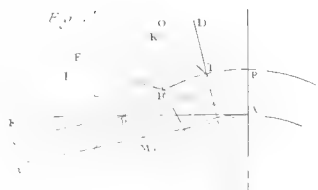


TABLE des Refractions suivant l'Ancienne & la Nouvelle Hypothese jusques à la hauteur de trente Degrès.

Hauteur sur l'Horizon.	Refraction suivant l'Hypothese rectiligne.		Refraction suivant l'Hypothese nouvelle.		Hauteur sur l'Horizon.	Refraction suivant l'Hypothese rectiligne.		Refraction suivant l'Hypothese nouvelle.		Hauteur sur l'Horizon.	Refraction suivant l'Hypothese rectiligne.		Refraction suivant l'Hypothese nouvelle.								
	Degrès.	M.	S.	M.		S.	D.	M.	M.		S.	Minutes.	M.	S.	M.	S.					
0	32	20	32	20	1	0	27	56	24	19	0	0	32	20	32	20	30	31	3	28	1
1	27	56	24	19		10	26	45	23	13		1	32	20	32	9	31	30	57	27	53
2	21	6	18	40		20	25	37	22	12		2	32	19	32	0	32	30	52	27	45
3	16	8	14	46		30	24	22	21	14		3	32	18	31	52	33	30	46	27	37
4	12	49	12	2		40	23	14	20	21		4	32	18	31	43	34	30	41	27	29
5	10	33	10	6		50	22	8	19	28		5	32	18	31	33	35	30	35	27	21
6	8	55	8	38	2	0	21	6	18	40		6	32	16	31	24	36	30	50	27	12
7	7	44	7	32		10	20	8	17	56		7	32	15	31	14	37	30	24	27	5
8	6	48	6	40		20	19	13	17	13		8	32	14	31	5	38	30	19	26	57
9	6	4	5	57		30	18	22	16	32		9	32	12	30	56	39	30	13	26	49
10	5	28	5	23		40	17	34	15	55		10	32	10	30	47	40	30	8	26	42
11	4	58	4	55		50	16	49	15	19		11	32	9	30	38	41	30	2	26	34
12	4	33	4	31	3	0	16	8	14	46		12	32	7	30	30	42	29	56	26	27
13	4	12	4	10		10	15	29	14	15		13	32	4	30	21	43	29	50	26	19
14	3	54	3	52		20	14	53	13	45		14	32	2	30	13	44	29	44	26	12
15	3	36	3	56		30	14	19	13	17		15	32	0	30	4	45	29	37	26	4
16	3	24	3	22		40	13	47	12	50		16	31	57	29	55	46	29	31	25	57
17	3	11	3	10		50	13	17	12	25		17	31	54	29	47	47	29	25	25	50
18	3	0	2	59	4	0	12	49	12	2		18	31	50	29	39	48	29	19	25	43
19	2	49	2	49		10	12	23	11	40		19	31	47	29	30	49	29	12	25	36
20	2	39	2	39		20	11	58	11	19		20	31	44	29	22	50	29	5	25	29
21	2	31	2	32		30	11	35	10	59		21	31	40	29	14	51	28	58	25	22
22	2	25	2	25		40	11	13	10	40		22	31	36	29	5	52	28	51	25	15
23	2	18	2	18		50	10	52	10	22		23	31	33	28	57	53	28	45	25	8
24	2	12	2	12	5	0	10	33	10	6		24	31	29	28	49	54	28	38	25	1
25	2	6	2	6		10	10	15	9	50		25	31	25	28	41	55	28	32	24	54
26	2	0	2	0		20	9	58	9	34		26	31	21	28	33	56	28	25	24	47
27	1	55	1	55		30	9	42	9	19		27	31	16	28	25	57	28	18	24	40
28	1	51	1	51		40	9	25	9	5		28	31	11	28	19	58	28	11	24	33
29	1	46	1	46		50	9	10	8	51		29	31	7	28	9	59	28	4	24	26
30	1	42	1	42	6	0	8	55	8	38		30	31	3	28	1	60	27	57	24	19

Year	1870	1871	1872	1873	1874	1875	1876	1877	1878	1879	1880	1881	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1890	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900
Population	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Area	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Income	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Exports	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Imports	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Balance	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Debt	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Reserves	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Assets	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Liabilities	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250
Net Worth	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160	165	170	175	180	185	190	195	200	205	210	215	220	225	230	235	240	245	250

E X P E R I E N C E S.

Pour sçavoir si le Papier & quelques autres corps sont capables d'arrêter l'Air & l'Eau ; & si quand ils arrêtent l'un de ces liquides, ils arrêtent l'autre.

Par M. de REAUMUR.

L'AIR & l'Eau se mêlants presque par-tout, pour rendre raison d'une infinité de faits physiques, nous aurions besoin de sçavoir lequel de ces deux liquides est composé de parties plus grossières ; c'est dequoi nos yeux ne sçauroient nous instruire immédiatement : il ne paroît pas même aisé de faire des expériences propres à nous en éclaircir. La plûpart des Physiciens croient cependant les parties de l'Air plus grossières que celles de l'Eau. Ils en apportent pour preuve que l'Eau passe au travers du Papier, & que l'Air n'y passe point. Quand ce fait seroit certain, je ne sçais si la consequence qu'on en tire le seroit. L'Eau mouille le Papier, elle le détrempe, si elle le traverse, ce peut donc être parce qu'elle s'est ouverte des routes, ou parce qu'elle a agrandi celles qui étoient ouvertes ; en chemin faisant elle écarte les parties du Papier les unes des autres. Ce qui semble le prouver évidemment, c'est que le Papier mouillé est plus long que le Papier sec, & assez considérablement. J'ai mesuré des bandes de Papier. Séches elles n'avoient qu'onze lignes, mouillées elles en avoient plus de treize : l'Eau les avoit donc alongées de près d'un $\frac{1}{6}$ ^e ; d'où il suit que leurs parties étoient séparées d'un $\frac{1}{6}$ ^e de plus qu'auparavant ; car on ne croira pas que l'épaisseur du Papier avoit perdu ce que sa longueur avoit gagné.

10. Mars
1714.

Mais il y a plus. Est-ce un fait bien constant que l'Air ne puisse passer au travers du Papier ? Je ne sçache point

que pour le prouver on ait tenté des Experiences sur lesquelles on puisse compter; il n'y en a eu qu'une fort grossiere, qui paroît néanmoins avoir fait prendre parti pour la tenuité des parties de l'Eau. On a vû qu'on bouchoit certains trous avec le papier, de telle sorte que le vent ou qu'un courant d'air sensible au toucher n'y trouvoit plus passage. Le même Papier n'étoit pas capable d'arrêter l'Eau: de-là on a cru être en droit de conclure que les parties du premier liquide sont plus grossieres que celles du second. Il n'est pas aisé, comme je l'ai déjà dit, de faire des Experiences décisives sur cette question; mais il est aisé de faire voir qu'on n'a pas dû s'en fier à l'experience précédente. Quand nous ne pouvons pas seurement découvrir le vrai, il est bon au moins de faire voir l'incertitude des raisons, qui semblent nous engager à prendre parti.

Nous n'avons point en Physique de fait dont la cause soit mieux connue, que celle qui soutient le Vif-Argent dans les Tuyaux des Baromettres. Il n'est point de Physicien qui ne l'attribuë à la pesanteur de l'Air extérieur. Le Tuyau qui contient le Mercure étant bouché hermetiquement par un de ses bouts, la colonne de l'Air qui répond au Tuyau ne peut pas s'appuyer sur le Mercure qui répond au-dedans du Tuyau. C'est le bout scellé qui la soutient. Pour sçavoir si un Tuyau est scellé hermetiquement, ou au moins pour sçavoir si un Tuyau est bouché de façon que l'Air n'y puisse entrer, il ne s'agit donc que de remplir un Tuyau en partie de Mercure ou d'une autre liqueur, & de renverser ensuite ce Tuyau dans un vase plein d'une liqueur semblable à celle qu'on a mis dans le Tuyau; si la liqueur du Tuyau se met de niveau avec la liqueur du vase, il est évident que l'extremité du Tuyau n'est pas bouchée assez exactement pour fermer le passage à l'Air. Si au contraire la liqueur se tient dans le Tuyau à une hauteur notable au-dessus de la surface de la liqueur du vase, c'est une preuve que l'Air ne trouve point de passage pour s'insinuer dans le Tuyau.

Sur ce principe rien n'est plus facile que de découvrir si l'Air peut passer au travers d'un Corps en vertu de la pression de l'Atmosphere, ou en vertu d'une pression aussi petite que l'on voudra. Entre différentes manieres dont cela peut s'exécuter, voici comment je m'y suis pris. Pour sçavoir si l'Air peut passer au travers du Papier, je me suis servi d'abord d'un tuyau de verre de 38 pouces de longueur, & de cinq lignes de diametre, dont les deux bouts étoient ouverts, j'ai coupé un petit cercle de Papier, que j'ai posé sur un des bouts du tuyau. Pour coller ce Papier sur le bout du tuyau, de façon qu'il ne restât d'entrée à l'Air qu'au travers du Papier, je me suis servi d'un mélange de Cire & de Poix Resine. Qu'on ne craigne pas par avance, que l'Air trouvât un chemin dans le tuyau au travers de cette composition, ou entre cette composition & le Papier. J'avois éprouvé que lorsque le bout du tuyau étoit bouché avec ce mélange, que le Mercure se soutenoit dans le tuyau. Et des expériences que je rapporterai dans la suite, feront assés voir que l'Air ne pouvoit trouver de chemin entre cette matiere & le Papier. Ayant donc recouvert de cette composition toute la partie du Papier qui entouroit les bords du Tuyau, & en ayant appliqué tout au tour du Tuyau jusqu'à environ à un pouce & demi de distance de son bout, afin que l'Air ne pût pas se glisser par dessous le Papier. Je fis entrer dans le Tuyau assés de Mercure pour occuper sa capacité dans une longueur de 15. à 16. pouces. Je le renversai à la maniere ordinaire, le Mercure descendit subitement, jusqu'à ce qu'il fût à la hauteur où il devoit demeurer, étant poussé par l'Air rarefié qui étoit resté dans le Tuyau. Mais il ne resta pas long-tems à cette hauteur, il commença bien-tôt à descendre, & descendit jusqu'à ce qu'il se trouvast à peu près au niveau du Mercure qui étoit dans le Vase.

Au reste, j'ai repeté cette Experience plus de 20 fois, & avec plusieurs Papiers differens; tantôt je me suis servi

58 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de Papier mince, & tantôt de Papier épais. Dans ce
dernier genre, j'ai employé du plus fort, même de celui
qui est si connu des Graveurs, sous le nom de Papier du
Nom de Jesus; au travers de tous ces Papiers, l'Air s'est
toujours infinué dans le Tuyau, mais ordinairement moins
vîte au travers des Papiers épais, qu'au travers des Papiers
fins.

Il suit donc de ces Experiences, que l'Air pressé par
une force moindre que celle du poids de l'Atmosphere,
peut traverser les especes de Papiers dont nous ser-
vons, & que quelque petite même que soit la pression,
qu'elle suffit, puisque l'Air entre jusqu'à ce que le Mercure
devienne de niveau. Mais il est à remarquer que le Mer-
cure descend bien moins vîte, ou ce qui est la même chose,
qu'il entre à chaque instant moins d'Air dans le Tuyau,
lorsque la pression devient plus foible: à mesure que la
quantité du Mercure devient plus petite, celui qui est resté
descend plus lentement. Aussi est-il visible que moins il y
a de Mercure dans le Tuyau, moins la force de l'Air ex-
terieur surpasse celle de l'Air du Tuyau; la quantité de ce
dernier augmentant continuellement, il devient plus en
état de résister à l'Air exterior. En un mot l'excès de la
force de l'Air exterior, sur celle de l'Air interieur, n'est
qu'à peu près égale à la quantité de Mercure qui est restée
dans le Tuyau.

De ce que l'Air descend plus lentement, lorsqu'il y a
moins de Mercure dans le Tuyau, il paroît que l'Air trou-
ve de la résistance à traverser le Papier, & que c'est une ré-
sistance qu'il surpasse d'autant moins vîte, qu'il est poussé
par une moindre force.

J'ai voulu voir si l'Air avoit plus ou moins de facilité
à traverser le Papier mouillé, ou le Papier sec, car il me
paroissoit qu'il y avoit raison pour & contre. Mais l'ex-
perience m'a appris que l'Air qui passe au travers du Pa-
pier sec, ne passe point sensiblement au travers du Pa-
pier mouillé. Aussi-tôt que je mouillois le Papier, qui

couvroit le bout du Tuyau, le mouvement du Mercure s'arrêtoit, il cessoit de descendre : le passage étoit donc bouché à l'Air, & quelque legerement que je mouïllasse le Papier, c'en étoit assés, le Mercure ne recommençoit à descendre que lorsque le Papier commençoit à se seicher.

On n'avoit pas besoin de cette Experience pour rendre raison de l'usage qu'ont les Matelots de mouïller leurs voiles, lorsqu'ils veulent aller plus vîte. Elle sert pourtant à faire voir que les voiles mouïllés doivent encore arrêter plus l'Air qu'on ne se le seroit imaginé. J'ai fait une Experience qui le fait encore mieux connoître. Je bouchai le bout du Tuyau avec une toile ferrée, & tout au tour j'élevai un petit rebord, fait de ma composition de cire & de poix. Ce rebord formoit une espede de petit Vase dans lequel je metois de l'Eau, qui furnageoit la toile de quelques lignes. Tant qu'il y avoit de l'Eau dans ce petit vase, le Mercure ne descendoit point sensiblement. L'Eau étoit-elle entrée dans le Tuyau, ce que le sifflement, qu'on entendoit faire à l'Air, apprenoit avant que les yeux le pussent découvrir; aussi-tôt le Mercure descendoit, en jettant de l'Eau sur l'extremité du Vase, on arrêtoit le mouvement sensible du Mercure.

Mais il y a une maniere durable de rendre le Papier impenetrable à l'Air, c'est de le frotter d'huile. Le bout du Tuyau étant bouché de papier huilé, le Mercure s'y soutient.

M'étant servi au lieu de Papier, de vieux Parchemin, j'ai trouvé que l'Air passa assés librement au travers. Mais aussi-tôt qu'il étoit mouïllé, l'Air cessoit de le pénétrer. J'ai essayé une autre espede de peau, que l'on regarde comme assés impenetrable à l'Air, c'est de la vescie de Cochon. J'ai trouvé effectivement qu'il est rare que l'Air la penetre, sur-tout, lorsque la surface interieure de la vescie est mise en dehors du Tuyau. J'ai pourtant vû divers cas, où l'Air passoit au travers, quoi-qu'elle fût mise dans ce sens. Mais il y en passoit si peu à la fois, que le Mercure descendoit

avec une lenteur égale à celle d'une aiguille d'Horloge, surtout lorsqu'on avoit mis peu de Mercure dans le Tuyau. J'en rapporterai un exemple. Il suffira pour donner idée de la lenteur avec laquelle l'Air s'insinuoit dans le Tuyau. Ce qui donna lieu à cette Experience, c'est celle que je vais rapporter. J'avois bouché le bout d'un Tuyau de 20. pouces de longueur & de trois lignes de diametre avec de la vescie de Cochon. J'avois mis ensuite du Mercure dans ce Tuyau, après-quoi je l'avois renversé, le Mercure parût s'y soutenir ; mais au bout de quatre à cinq heures, je trouvai le Tuyau vuide. Pour repeter la même Experience, je mis de nouveau du Mercure dans mon Tuyau, & je le renversai, le Mercure parût s'y soutenir à 4. pouces 7. lignes. Une heure après j'examinai le même Tuyau, il n'y restoit qu'un pouce trois lignes de Mercure, par conséquent dans une heure il en étoit descendu 3. pouces 4. lignes, au bout de l'heure suivante le Mercure n'avoit plus que 7 lignes de hauteur. Dans cette dernière heure, il n'étoit donc descendu que de 8. lignes, après une autre heure il n'y avoit que 3. lignes de Mercure ; dans celle-ci, il n'étoit donc descendu que de 4. lignes, & enfin après une quatrième heure, il n'y en restoit qu'une ligne & demie, de sorte que dans la première heure, le Mercure avoit parcouru en descendant 3 pouces 4 lignes, dans la deuxième 8 lignes, dans la troisième 4 lignes, dans la quatrième une ligne & demie.

Il paroît par la lenteur avec laquelle l'Air entre dans les Tuyaux bouchés par de la vescie de Cochon, que l'on pourroit faire des Horloges à Air, comme on fait des Horloges à Sable & à Eau, à la vérité ces nouveaux Horloges auroient plusieurs inconveniens des Anciens, & en auroient peut-être encore de particuliers.

Il m'est pourtant arrivé diverses fois, & même le plus souvent de boucher l'extrémité du Tuyau avec de la vescie de Cochon, de telle sorte que l'Air ne pouvoit s'y insinuer. Cela me donna occasion de tenter une Experience, qui me

paroissoit propre à décider, s'il y a des corps que l'Eau traverse, & que l'Air ne puisse traverser. On sçait que l'Eau passe de dehors en dedans d'une vescie, quoi-qu'elle ne puisse passer de dedans en dehors, elle a des routes dans le premier sens; au lieu qu'elle n'en a pas dans le second. Fondé sur cette Experience, je voulus sçavoir si l'Eau n'entreroit point dans le Tuyau dans des circonstances où l'Air n'y pouvoit entrer. Pour cela je bouchai le bout d'un Tuyau avec de la vescie, dont la surface extérieure étoit en dehors. Avec mon mélange de Cire & de Poix, je fis un rebord au tour de ce bout de Tuyau, ce qui formoit un petit Vase dont la vescie faisoit le fond. Je mis du Mercure dedans ce Tuyau; je le renversai, le Mercure s'y souûtint environ à 18 pouces, & s'y souûtint stablement, comme je le vis en comparant ce Tuyau au Barometre & au Thermometre, de sorte que j'étois sûr que l'Air extérieur n'avoit aucune communication avec le Mercure du Tuyau. Je remplis alors d'Eau le petit Vase que j'avois formé au bout du Tuyau, l'Eau s'insinua au travers de la vescie, elle tomba sur le Mercure, quoi-qu'assés lentement. Au bout de quelques heures, il y avoit 11 lignes d'Eau au-dessus du Vif-argent. De-là il suit que l'Air & l'Eau étant poussés par une même force, que ce dernier liquide peut, dans quelques circonstances, passer par des endroits par où l'Air ne peut passer. Ce qui déjà peut-être d'usage, dans l'explication de divers faits.

Mais si l'Eau passe par des endroits par où l'Air ne passeroit point, s'en suit-il que les parties de l'Air soient plus grosses que celles de l'Eau? ou n'est-ce point que les parties de l'Eau étant plus massives, qu'elles s'ouvrent des passages qui résistoient à l'Air. Une remarque que nous allons rapporter rendra cette dernière raison la plus vraisemblable, puisqu'elle fera voir que dès-lors que l'Eau traversoit la Vescie, que l'Air mêlé avec l'Eau la traversoit aussi.

Après avoir observé que l'Eau étoit entrée dans mon

Tuyau jusques à une certaine hauteur, j'observai que le Mercure étoit beaucoup plus descendu qu'il n'eut fait si la seule introduction de l'Eau l'eut obligé à descendre. Il étoit aisé de calculer de combien devoit descendre le Mercure, soit à cause de l'augmentation de la charge de l'Eau, soit à cause de l'espace que l'Eau occupoit dans le Tuyau; & cela en suivant la regle de M^r. Mariotte plus exacte qu'il n'étoit nécessaire dans la circonstance dont il s'agissoit. Il seroit inutile de rapporter la maniere de faire ces calculs; c'est une chose connue: je ne rapporterai pas même les différentes augmentations d'Air que je trouvai dans mes Tuyaux à mesure qu'il s'étoit insinué plus d'Eau, & cela parce que je n'ai point trouvé de progression réglée; tout ce que je puis dire pour resultat de mes Experiences, c'est qu'à mesure que la quantité d'Eau augmentoit dans le Tuyau que j'ai trouvé aussi pour l'ordinaire, que la quantité d'Air y augmentoit.

Pour donner quelque idée de ce qui se glissoit d'Air avec l'Eau dans certaines circonstances, je rapporterai l'Experience suivante. Après avoir rempli de Mercure assés pur un Tuyau de 42. pouces de longueur, je le renversai à la maniere ordinaire; renversé il y avoit 27. pouces & demi au-dessus de la surface du Mercure du vase. Le Mercure du Tuyau se sôutint à peu-près à la hauteur où il se devoit sôutenir, comme je le vis en le comparant à un Barometre. J'étois donc sûr qu'il n'y avoit pas une quantité d'Air au moins sensible dans ce Tuyau; son bout étoit bouché avec de la vescie de Cochon comme dans les Experiences précédentes, & autour de cette vescie il y avoit ce rebord de cire dont nous avons parlé, qui, comme les parois d'un vase, contenoit de l'Eau. L'Eau s'insinua au travers de la vescie, mais avec une extreme lenteur. Pendant neuf jours entiers il n'en entra dans le Tuyau que 23. pouces; mais il me fût aisé de voir qu'elle n'y entroit pas seule. Le Mercure descendoit trop à proportion de la hauteur de l'Eau. Lorsqu'il y en eut 23. pouces, je bouchai avec

Je doigt le bout qui étoit plongé dans le Mercure, & le tenant toujours bouché, je renverfai le Tuyau de maniere que le bout qui étoit auparavant en haut se trouva en bas. Alors je vis monter vers mon doigt l'Air qui étoit proche de la vefcie. Il formoit une groffe bulle, fi pourtant on peut appeller bulle un cylindre d'Air qui avoit près de deux pouces de long. Ce cylindre qui occupoit deux pouces dans mon Tuyau, n'auroit pas eu à beaucoup près ce volume, fi fa densité eut été telle que celle de l'Air extérieur. J'en fis le calcul, il étoit aisé à faire, parce que je favois la hauteur du Mercure dans le Tuyau, & je trouvai qu'il y avoit environ alors 8. lignes d'Air auffi condensé que l'Air extérieur; de forte que dans cette Experience, avec 23. pouces d'Eau, il s'étoit infinué 8. lignes d'Air, & peut-être y en avoit-il encore de mêlé avec l'Eau.

Au reste, on ne doit pas être embarassé à concilier cette Experience, avec celles que j'ai rapportées d'abord. J'ai dit que j'empêchois l'Air de passer au travers du Papier, lorsque je mouillois ce Papier. J'ai eu soin d'ajouter que j'arrêtois le mouvement sensible du Mercure, mais il ne s'ensuit pas de-là que l'Air n'entrât alors d'une maniere qui ne pouvoit être apperçûë qu'au bout d'un long-temps.

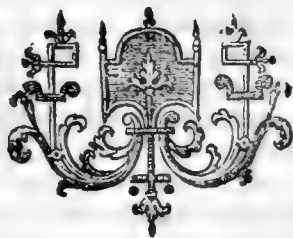
Quoi-que j'aye dit que j'avois mis la surface extérieure de la vefcie en dehors; j'ai fait des Experiences où j'ai placé de même sa surface intérieure, pour voir si elle ne laisseroit pas passer l'Eau, lorsque l'Eau seroit pressée par le poids de l'Atmosphere ou par un poids beaucoup moindre; car de ce que l'Eau ne passe pas de dedans en dehors de la vefcie, lorsque l'Air presse autant contre sa surface extérieure que contre sa surface intérieure, il ne me paroïssoit pas qu'il s'ensuivit que lorsque la surface extérieure seroit plus pressée que l'intérieure, que l'Eau ne pût pas passer dans le sens où elle ne passe pas ordinairement; aussi ai-je trouvé qu'elle passoit dans cette dernière circonstance, lors même qu'il ne restoit pas une hauteur considérable de Mercure dans ce Tuyau.

De-là on voit qu'il peut arriver bien des cas où les membranes de nôtre corps seront traversées par l'Eau, l'Air, ou par quelque autre liquide qui ne les pénètre pas ordinairement; & cela, si par quelque convulsion de ces membranes il reste un espace rempli d'Air beaucoup plus rare que l'Air extérieur.

Si on cesse de mettre de l'Eau sur le bout du Tuyau couvert de vescie lorsque l'Eau s'est insinuée dans le Tuyau, ou qu'elle s'est évaporée, la vescie sèche & le Mercure cesse de descendre; ainsi si l'Air passe au travers de la vescie, ce ne peut être que quand il est mêlé avec l'Eau, ou dans le temps que l'Eau tient des passages ouverts.

J'ai rempli de Mercure l'espece de petit vase qui étoit au bout de mon Tuyau, mais le Mercure n'a pas pour cela pénétré sensiblement la vescie dans l'espace de 14. ou 15. heures.

Il y auroit bien des conséquences à tirer de ces Experiences, mais pour les tirer plus seurement, il seroit bon de les repeter avec des liqueurs différentes & des corps différents dont on boucheroit le bout du Tuyau.



APPLICATION DU MICROMETRE
 A LA LUNETTE DU QUART DE CERCLE
 ASTRONOMIQUE.

Ce qui donne le moyen d'y faire une division d'une nouvelle espece, beaucoup plus précise & plus facile que la division ordinaire.

Par M. le Chevalier de LOUVILLE.

COMME l'Astronomie moderne doit la meilleure partie de la perfection où elle est aujourd'huy aux instrumens dont on se sert presentement, inconnus aux anciens, dont les principaux sont le Quart de Cercle, pour mesurer les angles & les hauteurs que font les Astres tant entr'eux qu'avec l'Horison, & la Pendule d'Observation, pour mesurer exactement le temps, on ne sçauroit rendre un plus grand service à l'Astronomie que d'ajouter à ces deux Instrumens toute la perfection qui leur manque encore, c'est ce qui m'a obligé d'y travailler avec toute l'attention possible, & s'il reste encore quelque chose dans la suite à y faire, j'ose toujours assurer qu'il en reste peu, & que ces deux Machines sont portées presentement presque à toute la perfection qu'on en puisse attendre. Je ne parlerai ici que de ce que j'ai fait pour le Quart de Cercle.

Il n'y a personne qui, pour peu qu'il ait voulu essayer de diviser lui-même ses Instrumens, (chose que je crois être essentielle à un Astronome) n'ait reconnu en peu de temps, non pas la difficulté seulement de diviser juste, mais l'impossibilité qu'il y a de le faire; rien n'est plus surprenant que de voir qu'avec toute la peine que l'on peut

Mem. 1714.

I

prendre, la meilleure veüe, encore armée de Loupes qui grossissent les objets le plus qu'il est possible; (car on ne peut pas passer une certaine grosseur, à cause qu'à mesure qu'une Loupe grossit, elle doit être appliquée plus proche; ce qui ne permet guere de les avoir plus petite que d'un pouce de foyer) adjoutés à cela tant d'habitude qu'il vous plaira, on ne puisse cependant jamais avoir de division où l'on n'apperçoive des erreurs sensibles; je ne dis pas seulement à la Loupe, mais même à la veüe simple; ensorte que j'ose bien avancer qu'il n'y a jamais eu de Quart de Cercle, divisé par qui l'on voudra, dans la division duquel je ne trouve quelque fois des inégalités qui iront à plus de 20'' de degré, si ces Instrumens ne passent pas 3. pieds de rayon, & peut-être pourrois-je dire davantage, sans craindre de perdre si j'en faisois le pari. Il n'y a pour s'en convaincre qu'à les mettre à une épreuve infallible, c'est de prendre un compas à verge dont les pointes soient très-fines & l'ouvrir d'un certain nombre de divisions à discretion, comme de 100. ou de 50. & le porter ainsi tout le long du Limbe, pour voir si chaque centaines ou chaque cinquanteaines de divisions sont égales entr'elles, ce qui doit être, si l'Instrument est bien divisé, mais ce qui ne sera cependant jamais, & l'on sera surpris d'y découvrir des inégalités qui sauteront aux yeux; on en sera sur-tout encore plus étonné, si on l'a divisé soi-même, & que l'on compare la peine extrême qu'on se sera donné pour réussir, avec le peu de justesse qu'on trouvera dans l'exécution.

Come j'ai remarqué que la principale cause de cet inconvenient venoit de la maniere dont on tiroit les lignes droites, qui n'est que Mechanique, & n'a rien de l'exactitude Geometrique, car il n'y a point de ligne courbe qu'on ne puisse tracer de la même maniere, dès que l'on aura un Plan dont la circonference sera terminée par la courbure que l'on veut décrire, il sera aussi facile de décrire une ligne qui ait cette même courbure, qu'il est facile de décrire une ligne droite avec une Regle, de sorte qu'il n'y a que le Cercle qui se

décrite exactement, aussi si l'on pouvoit n'employer que des Arcs de Cercle dans la division d'un Instrument, on auroit quelque chose de beaucoup plus précis qu'on ne l'a ordinairement, mais ce n'est pas là tout l'inconvenient, il y en a encore plusieurs autres qu'il est nécessaire d'éviter, si l'on veut avoir quelque chose d'exact. Ce n'est pas qu'on ne pût avoir une Regle droite, on le peut, mais la difficulté est de la placer où il faut, pour que la ligne que l'on tire passe par le milieu du point, que je suppose déjà bien placé, car cette Regle en cache la moitié; & quand on n'apperçoit qu'une partie d'un point, on ne sçait si cette partie est égale à ce qui en est caché aux yeux; desorte que les Ouvriers n'ont d'autre maniere de tirer leurs lignes qu'en tâtant avec le Tracelet s'ils sentent la resistance que le point déjà marqué doit causer à sa pointe, mais pourvû que cette pointe rencontre le trou, ils sentiront toujours cette resistance, encore qu'elle ne passe pas par le milieu; mais ce n'est pas encore là le plus grand inconvenient, quand on vient à tracer la ligne, comme il faut appuyer avec assez de force, afin qu'elle soit suffisamment enfoncée, pour peu que la main ne soit pas dans une situation, où la pointe soit bien perpendiculaire au Plan sur lequel on travaille, la ligne entrera de biais dans le Métail & quoi-qu'elle y entrât par l'endroit qu'on auroit souhaité, quand on vient à adoucir & à user la barbe que le Tracelet a faite, on est tout surpris de voir que le fonds de la ligne est fort loin du point par lequel on s'étoit proposé de la faire passer, c'est en cela que les Ouvriers ont beaucoup d'avantages sur un Mathematicien qui n'est pas habitué à diviser. Mais quand on auroit une division aussi exacte qu'on le souhaiteroit, il reste un inconvenient très-considérable, qui est entierement évité par la division que j'ai imaginée, c'est l'estime, car le cheveu qui porte le plomb, coupe si obliquement la Transversale, qu'on ne sçauroit, je crois, dire qu'à dix secondes près, sur un quart de Cercle de 3. pieds de rayon, où est le point de section, au lieu que par la nouvelle division, je le juge toujours à trois secondes tout

68 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
au plus, comme je l'ai fort souvent expérimenté.

Cette division n'est autre chose que des points marqués de dix en dix minutes, le long d'un Cercle; que l'on trace très legerement sur le Limbe, déjà poli, avant qu'on commence à diviser, afin qu'on n'ait plus qu'à passer le charbon avec l'eau, pour emporter les barbes des points. Il suffit de faire ces points avec le Compas même, pourvu que les pointes en soient très aiguës & bien trempées, elles s'enfonceront suffisamment pour être apperçûes aisément avec la Loupe en appuyant le Compas d'une force mediocre; on fera ces points d'environ deux fois le diametre du cheveu, ce qui suffit; il faut aussi que les pointes du Compas soient fort rondes, afin que les points soient ronds, ce qui est ici necessaire; afin de juger si ce qui deborde le cheveu d'un côté est exactement égal à ce qui déborde de l'autre, & c'est ce que l'œil sçait faire admirablement, ensorte qu'il est incroyable jusqu'où va la précision de la vûë, à estimer le milieu d'un petit espace, il n'y a que ceux qui l'ont expérimenté qui puissent le croire.

Il ne faudra pas se contenter de faire ainsi un Cercle de points, il est bon d'en faire plusieurs les uns sous les autres, afin de voir ceux qui se rapportent, & de laisser tous ceux qui s'écartent à droit & à gauche, comme font les Astronomes quand ils font plusieurs Observations sur un même sujet, ils prennent la moyenne, & rejettent toutes celles qui s'écartent des autres.

Mais avant que de commencer la division, il est bon, & même necessaire, d'avoir trouvé par observation les points de 0 & de 90. degrés, car si l'on se contente de porter le rayon du Cercle depuis 0, jusqu'au point qui doit être celui de 60. degrés, & qu'ensuite on coupe Geometriquement cet Arc en deux, pour en porter la Corde de part & d'autre du 60. degré. J'ose bien assûrer que ce sera un grand bonheur si l'on y réussit; cette methode est bonne pour faire la preuve de l'Observation, mais seule, elle n'est pas suffisante. Ainsi, il faudra auparavant trouver le point

de 90. degrés de la division, par la Methode qui suit.

Je suppose qu'on ait déjà trouvé, par le renversement du quart de Cercle, le point du Limbe par où doit passer la ligne qui fait avec l' Axe de la Lunette, attaché au quart de Cercle, un Angle de 90 degrés. Ce point est celui qui doit être marqué 0. Il ya long-tems qu'on a donné cette Methode, elle est dans les Tables Astronomiques de Monsieur de la Hire, & ailleurs; elle est d'autant plus excellente, qu'elle double l'erreur, & rend sensible par ce moyen une difference qui ne le seroit pas d'elle-même. Mais les Methodes que l'on a données jusqu'à present, pour trouver le point de la division, où doit être marqué 90^d, sont si peu exactes & si difficiles à pratiquer, que je ne crois pas que personne pût venir à bout de déterminer ce point, en les employant : c'est ce qui m'a porté à en chercher une autre que voici.

Je suppose que le Quart de Cercle ait une Alidade, qui est une autre Lunette mobile, qui s'attache au Centre de l'Instrument, par le moyen d'un petit Cylindre qui a sa Vis & que l'on serre par le moyen d'un Ecrouë; au bout de cette Alidade, il y a une plaque de Verre ou de Corne transparente, sur laquelle est tracée du côté qui touche la division une ligne droite fort fine, avec un Diamant, si c'est une plaque de Verre, ou avec un Instrument coupant, si c'est de la Corne, (car le cheveu que quelques-uns employent ne vaut rien du tout, sans compter qu'il est si sujet à se rompre, qu'il en faut remettre à tout moment) on ajustera la Lunette de l'Alidade, en sorte qu'elle convienne avec celle qui est attachée au quart de Cercle, ce qui se fait en regardant un même objet fort éloigné comme d'une lieuë ou plus, & lorsque les sections des fils qui sont dans les deux Lunettes tomberont sur le même point de l'objet, on arrêtera l'Alidade en cette situation, en l'attachant à l'Instrument, par le moyen d'une Vis qui y doit être, & qui doit serrer le Limbe, & ensuite on fera mouvoir la plaque de Verre, ou de Corne, jusqu'à ce que la

ligne droite, qui est tracée, tombe sur celle qu'on aura marquée dans l'endroit du Limbe, où on aura trouvé par le Compas que doit passer à peu-près la ligne de 90^{d} . Je dis à peu-près car il n'est pas encore question de précision; ensuite de quoi on fixera cette plaque de verre à l'Alidade, en sorte qu'elle ne puisse varier, ce qui se doit faire par le moyen de plusieurs vis, qui la doivent serrer dans cette situation.

Toute la difficulté de cette operation consiste à avoir un Centre, ou Cylindre, qui tienne l'Alidade attachée au Centre de l'Instrument, & qui en même tems porte le cheveu par le moyen d'une petite aiguille, comme l'autre Centre. Ce cheveu passe par une coupure ou ouverture qu'on aura faite à la vis pour le laisser passer, cette coupure n'empêche pas que l'Ecrouë ne fasse son effet, il faut seulement prendre garde que le cheveu pende librement & ne touche point à l'Alidade, ce qui est aisé. Voici la maniere de faire cette observation.

On regardera un objet fort éloigné par la Lunette fixe du Quart de Cercle, s'il est possible d'en trouver un qui soit à l'horison, cela en sera plus exact & plus commode, car je suppose qu'on ait déjà renversé le Quart de Cercle pour trouver le point de 0^{d} . On dirigera l'Alidade aussi sur cet objet, & on l'attachera à l'Instrument dans cette situation; par ce moyen les Lunettes seront ensemble, & seront horizontales si l'objet est à l'horison, & le filet tombera sur le point 0^{d} . Que si l'on ne peut pas avoir d'objet à l'horison, on marquera un point à l'endroit où battrera le cheveu, quand on aura placé les Lunettes sur un objet remarquable, mais le plus proche de l'horison que faire se pourra; ce qui étant fait, on fera mouvoir l'Instrument avec ses Lunettes ainsi attachées, en sorte qu'il décrive un Quart de Cercle autour de son axe horizontal, & que le point de 90^{d} vienne sous le cheveu. On élèvera ensuite l'Alidade jusqu'à 0^{d} , qui sera alors dans une situation Horizontale, ce que l'on fera sans remuer le Quart de Cercle, puis on fera tourner l'Instrument, en sorte qu'il décrive un Demi-

Cercle autour de son axe vertical, afin qu'on découvre par la Lunette de l'Alidade le même objet, sur lequel on la dirigera, on remarquera où tombe le cheveu dans cette nouvelle situation, & s'il tombe sur le même point de 90^d , l'objet est à l'horison, & l'angle est tel qu'on le souhaite; s'il tombe ailleurs il faut couper la différence en deux, qui fera le point cherché de 90^d .

La démonstration de cette méthode est facile à trouver, car supposant que l'objet que l'on a pris fut à l'horison, mais que l'angle que les deux lignes de division font entr'elles ne fut pas de 90^d , auquel cas il ne seroit pas égal à l'angle que faisoit la ligne visuelle de la Lunette fixe avec le cheveu qu'on suppose être droit & vérifié par le renversement; supposons donc que cet angle soit obtus d'une minute, il est clair qu'on aura fait décrire au Quart de Cercle & aux Lunettes tout ensemble un arc de $90^d 1'$ dans la première opération, & que ces mêmes Lunettes au lieu d'être verticales auront passé au-delà du cheveu d'une minute, mais la ligne qui passe par le 0^d & qui étoit sous le cheveu au commencement, se trouvera avoir fait la même quantité de chemin que les Lunettes, & par conséquent avoir décrit un arc de $90^d 1'$. Si donc on élève l'Alidade, enforte que la ligne tracée sur le verre se trouve sur le 0^d , l'Alidade aura parcouru dans ces deux opérations un arc de $180^d 2'$. Or sa Lunette étoit à l'horison dans le commencement, elle fera donc de deux minutes au-dessus de l'horison à la fin, c'est-à-dire, qu'elle plongera & sera pointée à un objet qui sera $2'$ au-dessous de l'horison, ainsi l'erreur sera doublée comme dans le renversement, & l'on connoîtra par ce moyen avec une extrême précision le point du 90 degré. Ce que j'ai vérifié par expérience, ayant trouvé qu'une erreur de $10''$ étoit très-sensible par cette opération. Il est facile de trouver la démonstration des autres cas, ainsi on ne s'y arrêtera pas davantage.

Ayant ainsi les deux points par où doivent passer les

deux lignes qui comprennent l'angle droit du Quart de Cercle ; on tracera un Cercle avec un Compas à verge inflexible , composé de deux regles mises de champ l'une contre l'autre , de même que dans la composition du Quart de Cercle qui n'ait que deux petits bouts quarrés pour porter les pointes & les faire mouvoir de la largeur du Limbe ou un peu plus ; on tracera un Cercle legerement qui puisse être emporté au charbon ; (car s'il restoit , il empêcheroit les points de s'arrondir , & on n'en verroit pas les extrémités qui seroient noyées dans ce Cercle) on portera une des pointes de ce Compas ainsi ouvert sur o^d , & l'autre où elle pourra tomber sur la circonference du Cercle ainsi tracé , on y marquera un point , ensuite de quoi on portera l'autre pointe sur 90^d trouvé par l'observation ci-dessus , & on marquera avec l'autre pointe un point sur la circonférence du Cercle , lequel doit couper en deux parties égales l'arc de soixante degrés , ce qui servira de preuve à l'observation qu'il faudra recommencer jusqu'à ce que l'on trouve qu'une opération cadre avec l'autre , ce qui étant fait , on n'aura plus que des arcs de 30. degrés à diviser en points de 10. en 10. minutes , ce qui suffit pour cette division. On achevera de trouver les autres points à l'ordinaire avec le plus de justesse qu'il sera possible , mais il sera bon , & même necessaire , d'avoir une lame de cuivre sur laquelle on puisse tracer un arc de Cercle de trente degrés , du même rayon que celui du Quart de Cercle qu'on veut diviser , afin d'essayer ses Compas , & ne point marquer de faux points sur le veritable Limbe ; il faut que cette lame soit plane , car sans cela on n'y trouveroit pas son compte.

Il est bon d'avertir qu'il faudra avoir attention que les points tombent tous sur la circonference du Cercle tracé , autant que faire se pourra , quoi-que quand ils seroient un peu à côté , l'erreur ne seroit pas entierement en pure perte , je dis autant qu'il se pourra , car , quelque soin que l'on prenne , à le faire , il sera difficile d'y réussir , parce
que

que la main ayant la liberté de varier à droit & à gauche, jamais on ne pourra enfoncer les pointes du Compas si perpendiculairement au plan du Limbe, qu'elles n'entrent un peu de biais, ce qui fera que les trous se trouveront quelques-fois tous entiers hors de la ligne circulaire, mais ce n'est pas une affaire, la grande question est que ces pointes ne glissent pas en avant ou en arrière, ce qui donneroit une erreur en entier; il est facile de remédier à cela, en ayant attention que la seconde pointe soit bien enfoncée dans le métal, avant que de lever la première, parce que par ce moyen la main étant toujours fixée, & n'ayant pas la liberté d'avancer ni de reculer, à cause qu'il y a toujours une des deux pointes du Compas engagée dans le cuivre, elle ne pourra pas varier dans ce sens comme dans l'autre.

Il faut aussi avoir attention à enfoncer également les pointes en appuyant toujours à peu-près d'égale force.

Il seroit à souhaiter que l'on eût divisé le Cercle en un autre nombre qu'en celui de 360. degrés, & que ce nombre eût été une puissance quelconque du nombre 2. afin que l'on n'eût jamais eu à partager un angle qu'en deux parties égales, ce qui est facile, au lieu que dans le nombre de 90. dans lequel on divise ordinairement le Quart de Cercle, on est obligé de diviser des angles en 3. & en 5. ce qui ne se peut faire qu'en tâtonnant.

D U M I C R O M E T R E .

Cette division étant expliquée, il faut parler du Micrometre, par le moyen duquel on doit avoir les autres subdivisions; cet Instrument est à peu-près fait comme les Micrometres ordinaires, il fait mouvoir un filet de soye horizontal qui rase le filet fixe sans lui toucher, par le moyen d'une vis dont le pas doit être le plus fin, & le plus égal qu'il sera possible; on comptera combien il faudra de tours de vis pour faire une minutte, ou du moins de parties marquées par l'Aiguille ou Index qui tourne

avec la vis sur le Cercle supérieur divisé en 100. l'on en fera une Table, afin d'avoir tout d'un coup la valeur de l'angle que l'on cherche; ainsi quand on voudra prendre la hauteur du bord supérieur du Soleil à Midi, par exemple, on placera le Quart de Cercle, en sorte que le filet horizontal fixe de la Lunette, soit à peu-près sur le Limbe supérieur du Soleil, on ira voir sur le Limbe où tombe le cheveu; & comme il arrivera rarement qu'il se trouve précisément sur le milieu d'un point, on le mettra sur le point le plus proche, ensuite de quoi comme le filet fixe ne se trouvera plus sur le Limbe supérieur du Soleil, on fera mouvoir le filet mobile, en tournant la vis du Micrometre, jusqu'à ce qu'il raze le bord du Soleil, ce qu'il est facile de faire avec tant de précision que l'on voudra, & l'on aura par le moyen de la Table & du nombre des parties égales qu'aura fait l'Index, la quantité de minutes & de secondes de degré qu'il faudra ajouter, ou soustraire de la hauteur marquée par le cheveu sur le Limbe de l'Instrument.

Il y a plusieurs précautions à prendre dans la construction de ce Micrometre, comme, par exemple, il faut qu'il y ait deux vis à côté de la boîte, dans laquelle il est renfermé, par le moyen desquelles on puisse faire mouvoir circulairement chacun des filets du Micrometre, tant les filets fixes, que le mobile, séparément, & indépendamment l'un de l'autre, afin que quand l'Instrument est callé, ou vertical, les filets horizontaux soient exactement dans une situation horizontale, ce qui se connoît en observant le passage d'un Astre par le Meridien, car tous les Astres en passant par le Meridien, paroissent décrire des lignes droites, pendant deux ou trois minutes de tems, & afin qu'on y puisse remettre le filet mobile, en cas qu'il se fût éloigné de cette situation, ce qui se connoitra exactement par le moyen de l'autre filet horizontal, car il faut que quand l'Index du Micrometre est sur 0. degré ou 100^d. car c'est la même chose, les deux fils horizontaux n'en paroif-

sent qu'un seul. Il faut que ces deux vis soient enfoncées un peu avant dans la boîte, & ne se puissent tourner qu'avec une cleff semblable à une clef de Montre, afin que l'on ne puisse pas faire mouvoir les filets par mégarde, mais seulement quand on le voudra; ces vis sont à peu-près semblables aux vis sans fin, qui sont sur la plupart des anciennes Montres, dont l'usage étoit de faire avancer ou retarder les Montres en bandant ou débandant le grand ressort, mais il y auroit encore plusieurs circonstances de ce Micrometre à décrire, qui ne peuvent pas trouver place ici; le plus court sera de dire que c'est le Sr. le Fevre, qui demeure à Paris sur le Quai de l'Horloge du Palais qui a fait celui dont je me fers qui a toutes les commodités qu'on y puisse desirer. Il faut seulement observer que le filet mobile puisse hausser & baisser au-dessus & au-dessous du fixe de 20' de degré. Dans celui dont je me fers ces 20. minutes sont faites par 8. tours environ, qui font 800. parties, chaque tour de vis étant subdivisé en 100.

On a de coûtume de mettre au Foyer des Lunettes des Quarts de Cercle, une espece de Reticule composé de quatre filets de soye qui se coupent dans un même point à angles de 45 degrés, mais ce qui n'est qu'utile dans les Quarts de Cercle ordinaires, est absolument necessaire dans celui-ci, afin de distinguer le filet fixe qui passe par le milieu de la Lunette, de celui qui est mobile, lorsqu'il est un peu éloigné de l'autre, sans quoi on les confondroit ensemble, & on pourroit prendre l'un pour l'autre, au lieu que par ce moyen on connoît toujours le fixe qui passe par la section des trois autres.

Avantages de cette division.

Il ne me reste plus, à ce que je crois, qu'à faire voir ici une partie des avantages qu'a cette nouvelle division sur l'ancienne qui se fait par le moyen des transversales.

Le premier est la facilité avec laquelle on la peut exécuter, car pour peu qu'un Mathematicien s'y soit exercé,

il en peut aisément, avec un peu d'attention, venir à bout, au lieu que pour l'autre division, il faut estre ouvrier.

Le second est que l'ancienne division suppose deux choses; la premiere, qu'on ait placé exactement tous les points par lesquels on doit faire passer les lignes transversales; la seconde qu'on tire exactement ces mêmes transversales par les points déjà marqués, ce qui est si difficile qu'on peut l'appeller impossible; on n'a besoin ici que de la premiere partie, & l'on évite la seconde qui est la plus difficile.

Le troisième est qu'on évite par ce moyen l'estime, le Micrometre donnant les parties proportionnelles avec une bien plus grande justesse, le cheveu qui tombe sur le milieu d'un point ne laisse d'ailleurs aucune incertitude à l'œil pour sçavoir s'il passe par le milieu, un point n'étant jamais oblique à une ligne droite.

Le quatrième est qu'on peut prendre les hauteurs des deux bords du même Astre, comme, par exemple, de la Lune, pendant le tems qu'elle est à passer au Meridien, sans remuer le Quart de Cercle, ce qui donne en même tems la hauteur du bord inferieur, celle du superieur, par consequent celle du centre & la grandeur du diametre vertical; avantage très-considerable pour la Lune, dont il n'est pas facile de connoître le diametre, & par consequent dont on ne sçauroit avoir la hauteur du centre sans prendre celle des deux bords.

Le cinquième est que l'on peut faire sur le même Limbe, tant de divisions que l'on voudra, qui soient indépendantes l'une de l'autre, au lieu que dans la division ordinaire, on n'en a qu'une seule, laquelle étant mal faite, influë sur tout le reste, sans compter qu'en divisant par des lignes, si l'on en tire une mal à propos, on ne sçauroit y revenir, au lieu que quand on appercevra ici quelques points mal placés, il n'y aura qu'à en marquer un autre au-dessus ou au-dessous, ce qui n'importera en rien.

Le sixième est la commodité de faire un Limbe si étroit que l'on voudra, puisque si l'on ne veut avoir qu'un ou deux Cercles de points, on pourra le faire sur le champ d'une regle dressée en ligne droite & courbée ensuite sur son côté plat circulairement, avantage considerable pour ceux qui n'ont pas d'ouvriers capables de faire un Limbe large & plan, en quoi consiste la principale difficulté de la fabrique d'un Quart de Cercle, car il seroit facile en ce cas de mettre les chiffres sur le plat de cette même regle, ou sur une autre attachée dans l'interieur de celle-ci qui n'auroit pas besoin d'être dressée avec la même précision, & l'on éviteroit par-là toute sorte de Parallaxe, que fait souvent le filet dans un endroit du Limbe, pendant qu'il touche ailleurs, lorsque l'Instrument est mal dressé.

Enfin, on a encore la commodité d'avoir dans la Lunette deux filets horisontaux, ce qui peut servir pour les hauteurs correspondantes, puisqu'on aura deux fois autant de hauteurs du Soleil dans le même nombre d'observations. Chacun aura la liberté de se servir de laquelle il voudra des deux méthodes, on ne donne ceci que pour contribuer en quelque chose à l'avancement de l'Astronomie, & pour faire voir quelle précision on doit attendre de mes Observations.

R E F L E X I O N S

Sur l'usage que la Mécanique peut avoir en Geometrie.

Par M. V A R I G N O N.

LE Pere Guldin, Jesuite, publia en 1635. un usage ^{20. Janv.} très-curieux & fort étendu, qu'il avoit trouvé, du ^{1714.} centre de Gravité en Geometrie; duquel usage il donna cette Regle: *Quantitas rotonda in viam rotationis (centri gravitatis) ducta producit potestatem rotondam uno gradu altio-*

rem potestate sive quantitate rotatâ. Cette Regle se trouve dans son livre *De centro gravitatis lib. 2. cap. 8. prop. 3. art. 3. pag. 147.* où il avertit que cela n'est pas seulement vrai du chemin circulaire que parcourt le centre de gravité d'une grandeur qui par sa rotation autour d'un axe fixe en trace une autre plus élevée qu'elle d'un degré ; mais encore du chemin droit qu'il parcourt lorsque cette grandeur generatrice se meut parallelement à elle-même , de maniere que tous ses points décrivent des perpendiculaires à sa premiere position , ainsi que ce Pere l'explique dans le même chap. 8. prop. 1. art. 1. pag. 134.

M. Leibniz dans les Actes de Leipsik de 1695. pag. 493. &c. a étendu cet usage du centre de gravité à la dimension des surfaces engendrées par le développement des lignes courbes quelconques. Mais ni lui , ni le Pere Guldin n'ont donné la demonstration de leurs Regles. Celle du P. Guldin reçûe avec applaudissement de tous les Geometres , a été démontrée depuis par plusieurs qui l'on étenduë jusqu'aux surfaces & aux solides des onglets , mais sans penser à celle de M. Leibniz , qui s'est contenté de l'expliquer comme le P. Guldin avoit fait la sienne.

Ce défaut de démonstration de la Regle de M. Leibniz , joint à ce que tout ce que j'en ai vû de la Regle du P. Guldin , m'a toujours paru fort limité & fort embarrassé , sur-tout par rapport à la maniere de trouver les centres de gravité , qui est la base & le fondement de ces deux Regles , m'a porté à chercher une démonstration des deux à la fois en consequence d'une très simple qui m'étoit venuë de la Regle pour trouver les centres de gravité : voici l'une & l'autre démonstration avec celle d'un nouvel usage du centre de gravité en Geometrie , d'où resulte celle d'une proposition très curieuse que M. de Tschirnhausen s'est aussi contenté d'énoncer sans démonstration dans les actes de Leipsik de 1695. pag. 491.

HYPOTHESE.

On supposera ici à l'ordinaire les directions des poids toutes parallèles entr'elles, & que le Levier dont on va se servir, n'aura de pesanteur que ce que les poids dont on le va charger, lui en donneront.

DEFINITION.

Si une ligne droite KK , ou un Levier AK , se meut autour d'un de ses points fixes R , dans un plan perpendiculaire à une ligne horizontale RL , autour de laquelle ce Levier droit KK ou AK se meuve ainsi en lui demeurant toujours perpendiculaire en ce point R ; cette ligne fixe RL sera appelée *Axe de rotation*; & le point R , *Centre de rotation*.

FIG. I.
II.
III.

PROPOSITION I.

Soit le Levier droit AK chargé en tant de points A, B, C, D, E, F, H, K , qu'on voudra, d'autant de poids quelconques a, b, c, d, e, f, h, k , de directions parallèles entr'elles, en équilibre entr'eux sur le point G de ce Levier, c'est-à-dire, desquels G soit le centre commun de gravité ou d'équilibre. Je dis que si l'on prend où l'on voudra sur ce Levier AK prolongé ou non, un point R qui en soit le centre de rotation, l'on aura toujours

FIG. I.
II.
III.

$$I. \quad RG = \frac{a \times RA + b \times RB + c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + d + e + f + h + k} \quad \text{FIG. I.}$$

pour la distance du centre R de rotation au centre commun G de gravité de tous les poids dans le cas de la Fig. 1.

$$II. \quad RG = \frac{b \times RB + c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + d + e + f + h + k} \quad \text{FIG. II.}$$

pour la distance du centre R de rotation au centre commun G de gravité de tous les poids dans le cas de la Fig. 2.

$$III. \quad RG = \frac{c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + i \times RK - a \times RA - l \times RB}{a + b + c + d + e + f + h + k} \quad \text{FIG. III.}$$

pour la distance du centre R de rotation au centre commun G de gravité de tous les poids dans le cas de la Fig. 3.

D E M O N S T R A T I O N .

FIG. I. C'est une maxime reçûë, & qu'on verra démontrée pour
 II. toute sa generalité, dans la réimpression que je prépare
 III. de mon *Projet d'une nouvelle Mécanique*, que (ce qui
 n'en est qu'un cas) $a \times GA + b \times GB + c \times GC = d \times GD$
 $+ e \times GE + f \times GF + h \times GH + k \times GK$; & qu'ainsi
 $0 = d \times GD + e \times GE + f \times GF + h \times GH + k \times GK - a \times GA$
 $- b \times GB - c \times GC$. Donc en ajoutant de part & d'autre
 $a + b + c + d + e + f + h + k \times RG$, l'on aura
 $a + b + c + d + e + f + h + k \times RG = a \times RG + b \times RG$
 $+ c \times RG + d \times RG + e \times RG + f \times RG + h \times RG + k \times RG$
 $+ d \times GD + e \times GE + f \times GF + h \times GH + k \times GK - a \times GA$
 $- b \times GB - c \times GC = a \times RG - GA + b \times RG - GB$
 $+ c \times RG - GC + d \times RG + GD + e \times RG + GE$
 $+ f \times RG + GF + h \times RG + GH + k \times RG + GK$;
 & conséquemment,

FIG. I. PART. I. Dans le cas de la Figure 1. l'on aura
 $a + b + c + d + e + f + h + k \times RG = a \times RA + b \times RB$
 $+ c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH$
 $+ k \times RK$: d'où résulte $RG =$

$$= \frac{a \times RA + b \times RB + c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + d + e + f + h + k}$$

Ce qu'il falloit 1^o. démontrer.

FIG. II. PART. II. Dans le cas de la Figure 2. qui rend RG
 $- GA = 0$, l'on aura $a + b + c + d + e + f + h + k \times RG$
 $= b \times RB + c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH$
 $+ k \times RK$: d'où résulte $RG =$

$$= \frac{b \times RB + c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK}{a + b + c + d + e + f + h + k}$$

Ce qu'il falloit 2^o. démontrer.

PART:

PART. III. Dans le cas de la Figure 3. l'on aura FIG. III

$$\begin{aligned}
 & a + b + c + d + e + f + h + k \times RG = -a \times RA \\
 & - b \times RB + c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF \\
 & + h \times RH + k \times RK : \text{d'où résulte } RG = \\
 & \frac{c \times RC + d \times RD + e \times RE + f \times RF + h \times RH + k \times RK - a \times RA - b \times RB}{a + b + c + d + e + f + h + k}
 \end{aligned}$$

Ce qu'il falloit 3°. démontrer.

La part. 1. pourroit encore seule démontrer les part. 2. 3. puisqu'en faisant $RA=0$ dans cette part. 1. Fig. 1. elle deviendrait tout d'un coup la part. 2. Fig. 2. Et qu'elle deviendrait aussi tout d'un coup la part. 3. Fig. 3. en faisant négatives RA , RB , &c. dans cette part. 1. Fig. 1. pour tous les poids a , b , &c. qui sont depuis R jusqu'en A dans la part. 3. Fig. 3.

COROLLAIRE.

Regles generales pour trouver les centres de gravité de toutes sortes de grandeurs.

Donc de quelque nombre de poids quelconques qu'un FIG. I.
Levier RK soit chargé depuis A jusqu'en K . II.
III.

R E G L E I.

Si tous ces poids sont d'un même côté du centre R de FIG: I.
rotation, comme dans les Fig. 1. 2. soit que ce centre R II.
se trouve au premier point A d'application de tous ces
poids au Levier AK , comme dans la Fig. 2. ou qu'il en
soit éloigné à volonté sur ce Levier prolongé comme dans
la Fig. 1. Les part. 1. 2. font voir que la somme des pro-
duits faits de chacun de tous ces poids par sa distance à ce
centre R ou à l'axe RL de rotation, divisée par la somme
de tous ces mêmes poids, aura toujours pour quotient la dis-
tance RG de leur centre commun G de gravité au centre R
ou à l'axe RL de rotation.

Donc si l'on prend p indéterminément pour chacun de
tous ces poids, & sp pour la somme de tous (en prenant
Mem. 1714. L

à l'ordinaire (pour signifier somme) en quelque nombre qu'ils soient, même infini, desquels poids le Levier AK soit chargé dans toute sa longueur depuis A jusqu'en K ; si de plus on appelle x la distance du centre R ou de l'axe RL de rotation à chacun de ces poids p ; l'on aura en general $\frac{\sum xp}{\sum p}$ pour la distance du centre commun de gravité de tous ces poids au centre R ou à l'axe RL de rotation.

R E G L E I I.

FIG. III. Si le centre R de rotation du Levier AK se trouve entre les poids dont ce Levier est chargé, comme dans la Fig. 3. La part. 3. de la presente prop. 1. fait voir que si des produits de tous ces poids multipliés chacun par sa distance à ce centre R ou à l'axe RL de rotation, l'on fait deux sommes, une de tout ce qu'il y en a d'un côté de R , & l'autre de tout ce qu'il y en a de l'autre côté de ce même centre R ; la différence de ces deux sommes de produits, c'est-à-dire, l'excès dont la plus grande de ces deux sommes surpassera la plus petite, divisé par la somme entiere de tous les poids des deux parts ajoûtés ensemble, aura toujours pour quotient la distance RG de leur centre commun G de gravité au centre R ou à l'axe RL de rotation du côté de cet excès.

Donc si en appellant encore x la distance de ce centre R ou de cet axe RL de rotation à chacun de ces poids, l'on prend $\sum p$ pour tout ce qu'il y en a d'un côté de R , comme depuis R jusqu'en K dans la Fig. 3. desquels chacun soit p ; & $\sum q$ pour tout ce qu'il y en a de l'autre côté depuis R jusqu'en A , desquels chacun soit q : l'on aura en general dans ce cas ci $\frac{\sum xp - \sum xq}{\sum p + \sum q}$, ou $\frac{\sum xq - \sum xp}{\sum p + \sum q}$ pour la distance du centre de gravité de tous ces poids p, q , au centre R ou à l'axe RL de rotation; sçavoir $\frac{\sum xp - \sum xq}{\sum p + \sum q}$ si la somme $\sum xp$ des produits xp est plus grande que celle $\sum xq$ des produits xq , & $\frac{\sum xq - \sum xp}{\sum p + \sum q}$ si la seconde somme $\sum xq$ des pro-

duits xq est plus grande que la première fxp des produits xp . D'où l'on voit que si ces deux sommes (fxp, fxq) de produits sont égales entr'elles, le centre commun de gravité de tous les poids p, q , fera au centre R ou dans l'axe RL de rotation.

On ne s'arrête point ici à faire aucune application de ces deux Regles : c'est une chose connue des Géometres : il ne s'agissoit que de les démontrer à la fois d'une manière plus simple qu'on n'a fait jusqu'ici, à quoi je croi que la précédente prop. I. satisfait. En voici les suites Géométriques qui sont le principal but de ce Memoire-ci.

PROPOSITION II.

Soient tant de poids quelconques $a, b, c, d, e, \&c.$ qu'on voudra, disposés à volonté par rapport au plan vertical $VXYZ$, & desquels G soit le centre commun de gravité dans cette disposition quelconque. Si de lui & de chacun des centres particuliers de gravité $a, b, c, d, e, \&c.$ de tous ces poids, on mene autant de perpendiculaires $GR, aH, bK, cL, dM, eN, \&c.$ au plan $VXYZ$ en autant de points $R, H, K, L, M, N, \&c.$ Je dis

I. Que dans le cas de la Figure 4. où tous les poids sont d'un même côté du plan VY , l'on aura toujours

$$a + b + c + d + e + \&c. \times RG = a \times Ha + b \times Kb + c \times Lc + d \times Md + e \times Ne + \&c.$$

II. Que dans le cas de la Figure 5. ou une partie $c, d, e, \&c.$ des poids est du même côté du plan VY que le centre commun G de gravité de tous, & l'autre partie $a, b, \&c.$ est du côté opposé par rapport à ce plan ; l'on aura

$$a + b + c + d + e + \&c. \times RG = c \times Lc + d \times Md + e \times Ne + \&c. - a \times Ha - b \times Kb - \&c.$$

DÉMONSTRATION.

Soient imaginées sur le plan VY les droites RH, RK, Lij

RL, RM, RN , &c. aufquelles, chacune à chacune, soient paralleles aA, bB, cC, dD, eE , &c. lesquelles conséquemment rencontrent perpendiculairement en A, B, C, D, E , &c. le Levier RG prolongé de part & d'autre vers S, T , & achevent ainsi autant de parallelogrammes rectangles HA, KB, LC, MD, NE , &c.

Cela posé, les poids a, b, c, d, e , &c. répandus comme on les suppose ici à volonté, auront leurs *momens* $a \times Ha = a \times RA, b \times Kb = b \times RB, c \times Lc = c \times RC, d \times Md = d \times RD, e \times Ne = e \times RE$, &c. les mêmes que si ces poids a, b, c, d, e , &c. étoient appliqués aux points A, B, C, D, E , &c. du Levier ST sur l'appui R . Or s'ils y étoient appliqués,

1c. IV. PART. I. Dans le cas de la Fig. 4. où tous ces poids a, b, c, d, e , &c. sont d'un même côté du plan VY , ou de l'appui R du Levier ST ; les part. 1. 2. de la prop.

1. donneroient alors $a + b + c + d + e + \&c. \times RG = a \times RA + b \times RB + c \times RC + d \times RD + e \times RE + \&c.$ Donc en ce même cas de la Fig. 4. l'on aura pareillement $a + b + c + d + e + \&c. \times RG = a \times Ha + b \times Kb + c \times Lc + d \times Md + e \times Ne + \&c.$ Ce qu'il falloit 1^o. démontrer.

FIG. V. PART. II. Dans le cas de la Fig. 5. ou une partie c, d, e , &c. des poids est du même côté du plan VY que le centre commun G de gravité de tous, & l'autre partie a, b , &c. est du côté opposé; la part. 3. de la même prop. 1.

donneroit aussi pour lors $a + b + c + d + e + \&c. \times RG = c \times RC + d \times RD + e \times RE + \&c. - a \times RA - b \times RB - \&c.$ Donc dans ce cas-ci de la Fig. 5. on aura de même $a + b + c + d + e + \&c. \times RG = c \times Lc + d \times Md + e \times Ne + \&c. - a \times Ha - b \times Kb - \&c.$ de maniere que tous les produits ou *momens* particuliers des poids qui seront du même côté S que le centre commun G de gravité de tous par rapport

au plan VY , feront toujours ici positifs, & tous les autres négatifs du côté opposé T . *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

COROLLAIRE I.

Quelque situation, autre que la verticale, qu'on donne FIG. V. présentement au plan $VXYZ$ avec lequel les poids fixes IV. $a, b, c, d, e,$ &c. se meuvent sans rien changer de leur disposition précédente entr'eux, ni par rapport à ce plan, comme s'ils lui étoient fixément implantés au bout de leurs distances regardées comme lignes roides & fixes qui n'en fissent qu'un tout qui se mût d'une piece: les distances de ces poids & de leur centre commun G de gravité à chaque point de ce plan, demeurant ainsi les mêmes que ci-dessus; ce qu'on vient de démontrer dans les *part. 1. 2.* de la présente *prop. 2.* pour la situation verticale de ce plan VY , fera encore vrai pour toute autre situation de ce même plan, par rapport à laquelle tous les poids $a, b, c, d, e,$ &c. gardent les mêmes dispositions & les mêmes distances entr'eux, & par rapport à chacun des points de ce plan, que lorsqu'il étoit vertical. Donc en general, puisque ces dispositions & ces distances de ces poids entr'eux, & par rapport à ce plan étoient arbitraires aussi-bien que le nombre & les pesanteurs de ces poids.

1°. Quelque nombre de poids quelconques & de dis- FIG. IV. positions quelconques, qu'il y ait d'un même côté d'un plan de situation aussi quelconque; le produit de la somme de tous ces poids, multipliée par la distance de leur centre commun de gravité à ce plan, sera toujours (*part. 1.*) égal à la somme des produits faits de tous ces poids multipliés chacun par sa distance particulière à ce même plan.

2°. Lorsque ces poids sont posés, comme l'on voudra, FIG. V. de part & d'autre de ce plan; le produit de leur somme multipliée par la distance de leur centre commun de gra-

86 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 vité à ce plan , fera toujours égal (*part. 2.*) à la différen-
 ce ou à l'excès dont la somme des produits faits de tout
 ce qu'il y aura de ces poids du côté du centre commun
 de gravité de tous par rapport au plan , multipliés cha-
 cun par sa distance à ce même plan , surpassera la somme
 des produits faits de même de tout ce qu'il y aura d'au-
 tres poids de l'autre côté de ce plan , multipliés aussi cha-
 cun par sa distance à ce même plan.

COROLLAIRE I I.

FIG. VI. Tout ce qu'on voit des Fig. 4. 5. dans les Fig. 6. 7. de-
 VII. meurant le même dans celles-ci qu'il étoit ci-devant dans
 celles-là , si du centre commun G de gravité de tous les
 poids $a, b, c, d, e, \&c.$ & de leurs centres particu-
 liers de gravité on imagine autant de droites $GQ, aP, bP,$
 $cP, dP, eP, \&c.$ qui rencontrent en $Q, P, P, \&c.$ le
 plan VY , & qui fassent autant d'angles égaux quelconques
 $RGQ, HaP, KbP, LcP, MdP, NeP, \&c.$ avec les per-
 pendiculaires $GR, aH, bK, cL, dM, eN, \&c.$ à ce plan
 chacune avec sa correspondante, soit que ces nouvelles
 lignes $GQ, aP, bP, cP, dP, eP, \&c.$ également inclinées
 au plan $VXYZ$, soient ou ne soient pas paralleles entr'elles ;
 tout ce qu'on vient de voir des perpendiculaires
 $GR, aH, bK, cL, dM, eN, \&c.$ sera pareillement vrai
 des obliques $GQ, aP, bP, cP, dP, eP, \&c.$ également
 inclinées au plan VY .

Car puisque (*hyp.*) tous les angles $RGQ, HaP, KbP,$
 $LcP, MdP, NeP, \&c.$ sont égaux entr'eux, & que les
 droites GR, aH, bK, cL, dM, eN , supposées perpen-
 diculaires au plan VY , font toutes des angles droits GRQ
 $aHP, bKP, cLP, dMP, eNP, \&c.$ avec les lignes $RQ,$
 $HP, KP, LP, MP, NP, \&c.$ imaginées sur ce plan,
 chacune avec sa correspondante ; tous les triangles rectan-
 gles, $GRQ, aHP, bKP, cLP, dMP, eNP, \&c.$ seront
 semblables entr'eux. Par conséquent,

$$\begin{aligned}
 a \times Ha . a \times Pa :: Ha . Pa :: RG. \quad QG. \\
 b \times Kb . b \times Pb :: Kb . Pb :: RG. \quad QG. \\
 c \times Lc . c \times Pc :: Lc . Pc :: RG. \quad QG. \\
 d \times Md . d \times Pd :: Md . Pd :: RG. \quad QG. \\
 e \times Ne . e \times Pe :: Ne . Pe :: RG. \quad QG.
 \end{aligned}$$

&c. Donc.

1°. L'on aura ici dans la Fig. 6. $a \times Ha + b \times Kb$ FIG. VI.
 $+ c \times Lc + d \times Md + e \times Ne + \&c. a \times Pa + b \times Pb$
 $+ c \times Pc + d \times Pd + e \times Pe + \&c. :: RG. \quad QG. ::$
 $\frac{a+b+c+d+e+\&c. \times RG. a+b+c+d+e+\&c.}{a+b+c+d+e+\&c. \times QG.}$ Et (en permutant) $\frac{a \times Ha + b \times Kb + c \times Lc +$
 $d \times Md + e \times Ne + \&c. a+b+c+d+e+\&c.}{\times RG. :: a \times Pa + b \times Pb + c \times Pc + d \times Pd + e \times Pe$
 $+ \&c. a+b+c+d+e+\&c. \times QG.}$ Or (part. 1.)
 les deux premiers termes de cette dernière analogie sont
 égaux entr'eux dans le cas présent de la Fig. 6. Donc
 les deux derniers le feront aussi entr'eux dans le même
 cas ; & conséquemment l'on aura pareillement en ce cas

$$\frac{a+b+c+d+e+\&c. \times QG.}{+ c \times Pc + d \times Pd + e \times Pe + \&c.} = \frac{a \times Pa + b \times Pb}{+ c \times Pc + d \times Pd + e \times Pe + \&c.}$$

2°. L'on aura de même ici dans la Fig. 7. $c \times Lc + d \times Md + e \times Ne + \&c. - a \times Ha - b \times Kb - \&c. c \times Pc$ FIG. VII.
 $+ d \times Pd + e \times Pe + \&c. - a \times Pa - b \times Pb$
 $- \&c. :: RG. \quad QG. :: \frac{a+b+c+d+e+\&c. \times RG.}{a+b+c+d+e+\&c. \times QG.}$ Et (en permutant)

$$\frac{c \times Lc + d \times Md + e \times Ne + \&c. - a \times Ha - b \times Kb - \&c. a+b+c+d+e+\&c. \times RG.}{- \&c. a+b+c+d+e+\&c. \times QG.} :: \frac{c \times Pc + d \times Pd + e \times Pe + \&c. - a \times Pa - b \times Pb - \&c.}{- \&c. a+b+c+d+e+\&c. \times QG.}$$

Or (part. 2.) les
 deux premiers termes de cette dernière analogie sont

égaux entr'eux dans le cas present de la Fig. 7. Donc les deux derniers le feront aussi entr'eux en ce même cas; & conséquemment l'on aura pareillement en ce cas

$$a + b + c + d + e + \&c. \times QG = c \times Pc + d \times Pd + e \times Pe + \&c - a \times Pa - b \times Pb - \&c.$$

COROLLAIRE III.

Pour renfermer dans un seul Corollaire les deux precedens avec la presente prop. 2. qui les vient de donner, si l'on appelle également *Distances* de tant de poids quelconques qu'on voudra, & de leur centre commun de gravité, à un plan de position quelconque, toutes les lignes droites également inclinées à ce plan (soit qu'elles soient paralleles entr'elles ou non) comprises entre lui & chacun tant des poids, que de leur centre commun de gravité: sçavoir *distances perpendiculaires* lorsque ces lignes le seront toutes à ce plan, & *distances obliques* lorsque ces lignes le rencontreront toutes obliquement sous des angles

Fig. VI. égaux quelconques; suivant lequel langage les droites
 VII. aH, bK, cL, dM, eN, GR , perpendiculaires (*hyp.*) au plan $VXYZ$, seront toutes appellées *distances perpendiculaires* des poids a, b, c, d, e , & de leur centre commun G de gravité à ce plan; & les droites aP, bP, cP, dP, eP, GQ , également inclinées (*hyp.*) à ce plan, seront toutes appellées *distances obliques* de ces poids & de leur centre commun de gravité à ce même plan: si de plus l'on appelle *distances semblables* chacune de ces deux especes de distances; le precedent Corol. 2. fait voir que ce qu'on a vû de distances perpendiculaires dans le Corol. 1. fera aussi vrai de toutes les obliques semblables, & conséquemment de toutes sortes de distances semblables; ce qui comprend ces deux Corollaires avec la presente prop. 2.

COROLLAIRE I V.

Toutes choses demeurant les mêmes que dans le Corol. 2. si l'on imagine presentement dans les Fig. 6. 7. plusieurs polygones semblables $RGqr\pi$, $Haph\pi$, $Kbpk\pi$, $Lcpl\pi$, $M\delta pm\pi$, $Nepn\pi$, &c. que leurs côtés RG , Ha , Kb , Lc , $M\delta$, Ne , &c. perpendiculaires (*hyp.*) au plan $VXYZ$, rendront aussi tous dans des plans perpendiculaires à celui-là, soit que ces polygones semblables, c'est-à-dire leurs plans, soient ou ne soient pas paralleles entr'eux; l'on aura tous leurs côtés homologues non-seulement inclinés à ce plan $VXYZ$, mais encore proportionnels aux perpendiculaires correspondantes RG , Ha , Kb , Lc , $M\delta$, Ne , &c. ou aux distances obliques QG , Pa , Pb , Pc , $P\delta$, Pe , &c. proportionnelles à celles-là. Donc par un raisonnement semblable à celui du Corol. 2.

I. Dans le cas de la Fig. 6. où tous les poids a, b, c, δ, e , &c. sont d'un même côté du plan $VXYZ$; l'on aura,

Fig. VI.

$$1^{\circ}. \overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times Gq = a \times pa + b \times pb + c \times pc + \delta \times p\delta + e \times pe + \&c.$$

2^o. $\overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times qr = a \times ph + b \times pk + c \times pl + \delta \times pm + e \times pn + \&c.$ Et toujours de même jusqu'en π sur le plan $VXYZ$, de quelque nombre de côtés que soient les polygones supposés ici semblables: de sorte que

$$3^{\circ}. \overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times Gqr\pi = a \times aph\pi + b \times bpk\pi + c \times cpl\pi + \delta \times \delta pm\pi + e \times epn\pi + \&c.$$

II. Dans le cas de la Fig. 7. où une partie a, b , &c. des poids est d'un côté du plan $VXYZ$, & les autres c, δ, e , &c. du côté opposé avec le centre commun G de gravité de tous; l'on aura de même,

Fig. VII.

$$1^{\circ}. \overline{a+b+c+\delta+e+\&c.} \times Gq = c \times pc + \delta \times p\delta + e \times pe + \&c. - a \times pa - b \times pb - \&c.$$

Mem. 1714.

M

2°. $a + b + c + d + e + \&c. \times qr = c \times pl + d \times pm + e \times pn + \&c. - a \times ph - b \times pk - \&c.$ Et toujours de même encore jusqu'en ϖ sur le plan $VXYZ$, de quelque nombre de côtés que soient les polygones supposés ici semblables; de sorte que,

3°. $a + b + c + d + e + \&c. \times Gqr\varpi = c \times cpl\varpi + d \times dpm\varpi + e \times epn\varpi + \&c. - a \times aph\varpi - b \times bpk\varpi - \&c.$

COROLLAIRE V.

FIG. VI. Tout cela étant ainsi vrai de quelque nombre de côtés qu'on imagine les polygones semblables $RGqr\varpi$, $Haph\varpi$, $Kbpk\varpi$, $Lcpl\varpi$, $Mdpm\varpi$, $Nepn\varpi$, &c. si on les suppose infini-lateres, en sorte qu'ils degenerent en courbes semblables quelconques, (c'est ainsi qu'on les regardera dans la fuite) par exemple, en arcs semblables de cercles décrits des centres Q, P, P , &c. il sera encore vrai,

FIG. VI. 1°. Que dans le cas de la Fig. 6. où les poids a, b, c, d, e , &c. sont tous d'un même côté du plan $VXYZ$, le produit de la somme $a + b + c + d + e + \&c.$ de tous ces poids, multipliée par la courbe quelconque $Gqr\varpi$, ou par un arc quelconque de cette courbe, sera toujours (corol. 4. art. 1.) égal à la somme des produits faits de tous les poids a, b, c, d, e , &c. multipliés par leurs courbes $aph\varpi, bpk\varpi, cpl\varpi, dpm\varpi, epn\varpi$, semblables à celle-là, chacun par la sienne; ou chacun par un arc de sa courbe, lequel soit semblable à celui de la première $Gqr\varpi$, qu'on aura multiplié par la somme de tous les poids: le tout comme dans l'art. 1. du precedent corol. 4.

FIG. VII. 2°. Que dans le cas de la Fig. 7. où une partie c, d, e , &c. des poids est du côté du centre commun G de gravité de tous par rapport au plan $VXYZ$, & le reste a, b , &c. de ces mêmes poids de l'autre côté de ce plan; le produit de la somme $a + b + c + d + e + \&c.$ de tous ces poids, multipliée par la courbe quelconque $Gqr\varpi$, ou

par un arc quelconque de cette courbe, fera aussi toujours (corol. 4. art. 2.) égal à l'excès dont la somme des produits faits des poids $c, d, e, \&c.$ qui sont du côté du centre commun G de gravité de tous, multipliés chacun par sa courbe ou par un arc semblable de sa courbe comme dans le precedent nomb. 1. surpassera la somme des produits faits de même des autres poids $a, b, \&c.$ multipliés chacun par sa courbe ou par un arc semblable de sa courbe : le tout comme dans l'art. 2. du precedent corol. 4.

COROLLAIRE VI.

Tout cela étant vrai (corol. 4.) quelque soit la disposition entr'eux de plans $QRG, PHa, PKb, PLc, PMd, PNe, \&c.$ sur lesquels se trouveront les courbes semblables $Gqr\pi, aph\pi, bpk\pi, cpl\pi, dpm\pi, epn\pi, \&c.$ avec les droites $RG, Ha, Kb, Lc, Md, Ne,$ qui perpendiculaires (hyp.) au plan $VXYZ,$ rendent aussi ces plans-là perpendiculaires à celui-ci ; imaginons que tous ces plans-là tournent autour de ces lignes droites, (chacun autour de la sienne) comme autour d'axes fixes jusqu'à ce que leurs autres droites $QG, Pa, Pb, Pc, Pd, Pe, \&c.$ également inclinées (hyp.) au plan $VXYZ,$ soient toutes paralleles entr'elles, & consequemment aussi tous ces plans-là paralleles entr'eux, & perpendiculaires à celui-ci auquel toutes les cordes d'arcs semblables des courbes semblables $Gqr\pi; aph\pi, bpk\pi, cpl\pi, dpm\pi, epn\pi, \&c.$ seront aussi également inclinées & paralleles entr'elles de quelque côté qu'elles se trouvent de ce plan $VXYZ;$ auquel cas toutes celles de ces courbes semblables qui seront d'un même côté de ce plan, seront aussi paralleles entr'elles, aussi-bien que leurs arcs semblables, quoi-que celles d'un côté ne le soient pas à celles de l'autre comme dans la Fig. 7. non plus que les arcs semblables de celles-là aux arcs semblables de celles-ci.

Cependant pour abreger nos expressions, & pour les rendre plus generales par l'uniformité du langage, nous ne

laisserons pas d'appeller aussi *paralleles entr'elles* ces courbes de concavités opposées, ou leurs arcs semblables; ce qui ne signifiera autre chose, sinon que toutes les cordes de ces courbes ou de leurs arcs semblables sont effectivement ici *paralleles* chacune à ses correspondantes, non-seulement d'un même côté du plan, mais aussi d'un côté à l'autre.

Tout cela étant ainsi, il suit des coroll. 1. 2. 4. 5. que quelque nombre de poids quelconques & de positions quelconques qu'il y ait par rapport à un plan de situation aussi quelconque.

FIG. VI. 1°. Si tous les poids sont d'un même côté de ce plan; le produit de la somme de tous ces poids multipliée par celle des *paralleles* quelconques précédentes (soit droites, soit courbes semblables) qui passera par le centre commun de gravité de tous ces poids, sera toujours (*nomb. 1. des coroll. 1. 2. 5. & art. 1. du corol. 4.*) égal à la somme des produits faits chacun de chacun de tous ces poids multiplié par celle des *paralleles* semblables qui passera par son centre particulier de gravité.

FIG. VII. 2°. Si une partie quelconque de ces poids est d'un côté de ce plan, & le reste de l'autre; le produit de la somme de tous ensemble multipliée par celle des *paralleles* précédentes (soit droites, soit courbes semblables) qui passera par le centre commun de gravité de tous ces poids, sera toujours (*nomb. 2. des corol. 1. 2. 5. & art. 2. du corol. 4.*) égal à la différence ou à l'excès dont la somme des produits faits de chacun de ce qu'il y aura de ces poids du côté du centre commun de gravité de tous, multiplié par celle des *paralleles* semblables qui passera par son centre particulier de gravité, surpassera la somme des produits faits de même de chacun de ce qu'il y aura de poids de l'autre côté du plan, multiplié par celle des *paralleles* semblables qui passera par son centre particulier de gravité.

Les coroll. 1. 2. 4. 5. auroient servi de même à prou-

F H K
f h k

F H K
f h k

H K
h k

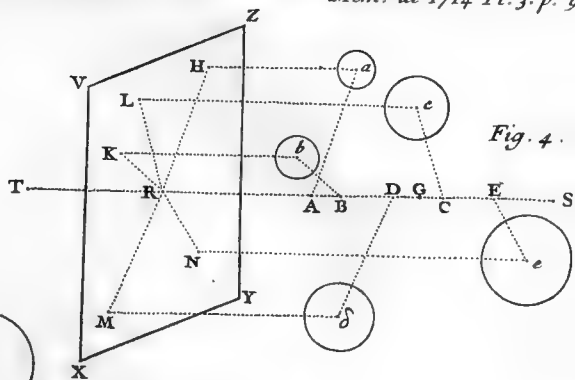


Fig. 4.

Fig. 5.

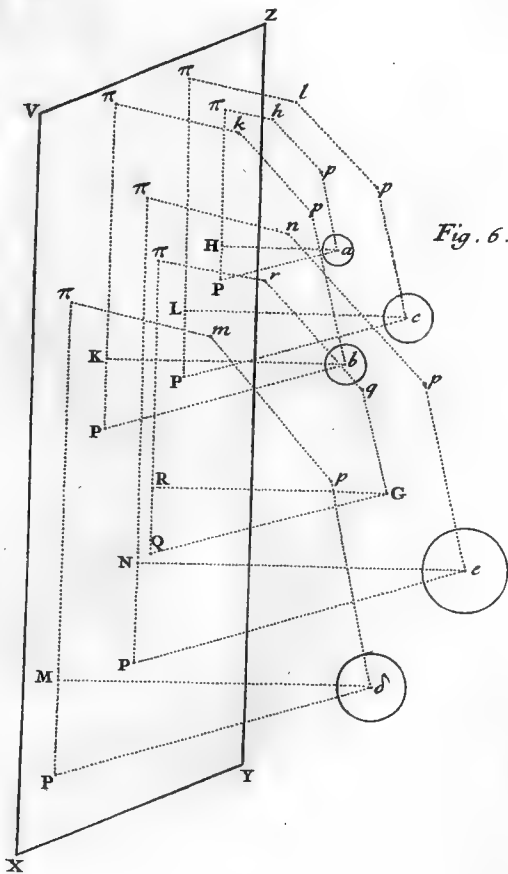
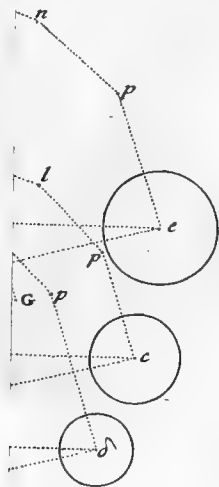
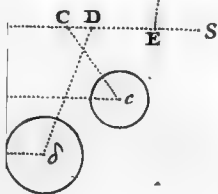
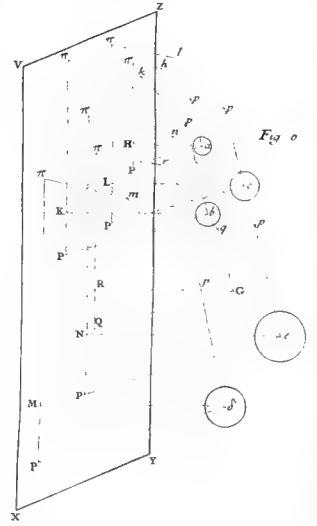
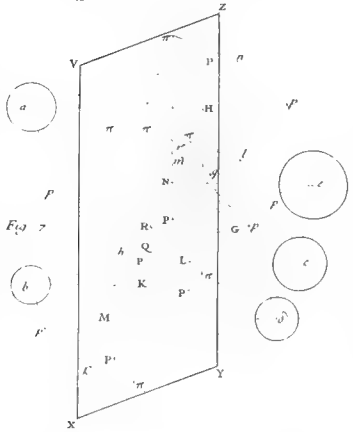
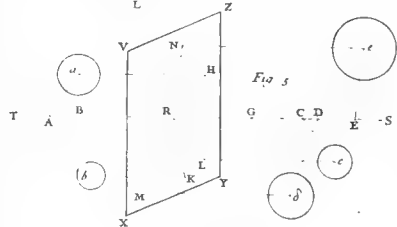
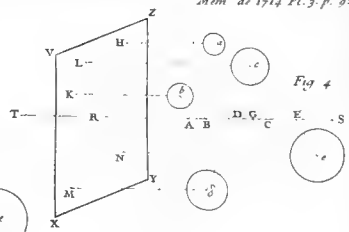
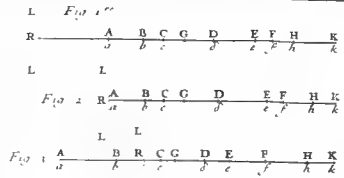


Fig. 6.



ver que tout cela seroit encore vrai, quelque autre disposition entr'eux qu'on eut donné aux plans QRG , PHa , PKb , PLc , PMd , PNe , &c. perpendiculaires à $VXYZ$, en les faisant tourner autour de leurs axes fixes RG , Ha , Kb , Lc , Md , Ne , &c. perpendiculaires (hyp.) à ce même plan $VXYZ$. Mais le parallélisme qu'on vient de supposer de ces autres plans entr'eux, nous suffit pour les Regles que nous avons ici en vûë par rapport à la Geometrie.

COROLLAIRE VII.

Soient encore tant de poids quelconques A , B , C , D , E , &c. qu'on voudra, lesquels se meuvent suivant des paralleles quelconques (on n'exprime point ici celles qui seroient de differens côtés du plan, les Figures en étant aisées à imaginer sur la Fig. 7. outre que la varieté des cas augmenteroit trop le nombre de celles-ci: l'art. 2. de ce corollaire-ci y suppléera.) AP , BP , CP , DP , EP , &c. droites ou courbes semblables, rencontrées en P , P , &c. par un plan $VXYZ$ de situation aussi quelconque. Soit G le centre commun de gravité de tous ces poids disposés à volonté en A , B , C , D , E , &c. lequel on sçait devoir se mouvoir avec eux suivant une ligne GR semblable & parallele à celles suivant lesquels les poids de son côté par rapport au plan $VXYZ$, sont supposés mus lorsqu'ils sont de differens côtés de ce plan, & à toutes celles que suivent tous les poids lorsqu'ils sont tous d'un même côté de ce plan, comme dans les Fig. 8. 9. 10. 11. qui suffisent pour les autres qu'il est aisé d'imaginer sur la Fig. 7.

I. Soient tous ces poids d'un même côté du plan $VXYZ$ comme dans les Fig. 8. 9. 10. 11. duquel ils s'approchent ou s'éloignent tous comme dans les Fig. 8. 9. ou en partie comme dans les Fig. 10. 11. en passant de A , B , C , D , E , &c. en a , b , c , d , e , &c. avec leur centre commun de gravité de G en g : ou en passant de a , b , c , d , e , &c. en A , B , C , D , E , &c. avec leur centre commun de gravité de g en G : tout cela de maniere qu'ils parcou-

94 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 rent tous des arcs semblables $Aa, Bb, Cc, Dd, Ee, \&c.$
 ou des lignes droites quelconques de ces noms, parties des
 paralleles precedentes.

Le nomb. 1. du precedent corol. 6. donnera non-seu-
 lement $A+B+C+D+E+\&c. \times RG = A \times PA$
 $+ B \times PB + C \times PC + D \times PD + E \times PE + \&c.$
 lorsque les poids seront en $A, B, C, D, E, \&c.$ &
 leur centre commun de gravité en G ; mais encore
 $a+b+c+d+e+\&c. \times Rg = a \times Pa + b \times Pb + c \times Pc$
 $d \times Pd + e \times Pe + \&c.$ ou (à cause qu'on suppose ici
 $A=a, B=b, C=c, D=d, E=e, \&c.)$
 $A+B+C+D+E+\&c. \times Rg = A \times Pa + B \times Pb$
 $+ C \times Pc + D \times Pd + E \times Pe + \&c.$ lorsque ces mêmes
 poids seront en $a, b, c, d, e, \&c.$ & leur centre commun
 de gravité en g . Donc

FIG. VIII. 1°. Soit que ces poids s'approchent tous du plan $VXYZ$
 IX. en passant de $A, B, C, D, E, \&c.$ en $a, b, c, d, e,$
 &c. avec leur centre de gravité commun de G en g ; ou
 qu'ils s'éloignent tous de ce plan en passant au contraire
 de $a, b, c, d, e, \&c.$ en $A, B, C, D, E, \&c.$ avec leur
 centre de gravité commun de g en G : le tout comme
 dans les Fig. 8. 9. qui ont $Gg = RG - Rg$: l'on aura
 toujours $A+B+C+D+E+\&c. \times Gg = A$
 $\times PA - Pa + B \times PB - Pb + C \times PC - Pc + D$
 $\times PD - Pd + E \times PE - Pe + \&c. = A \times Aa + B \times Bb$
 $+ C \times Cc + D \times Dd + E \times Ee + \&c.$ C'est-à-dire,
 que le produit de la somme de tous les poids, multipliée
 par le chemin que leur centre commun de gravité aura par-
 couru, sera toujours ici égal à la somme de tous les produits
 faits de chacun de tous ces poids multiplié par le chemin
 qu'il aura aussi parcouru.

FIG. X. 2°. Si une partie des poids, comme $A, B, D, \&c.$
 XI.

s'approche du plan $VXYZ$ en passant de $A, B, D, \&c.$ en $a, b, d, \&c.$ pendant que l'autre partie $C, E, \&c.$ s'éloigne de ce plan en passant de $C, E, \&c.$ en $c, e, \&c.$ soit que le centre commun de gravité de tous s'approche ou s'éloigne de ce même plan en passant ainsi de G en g , comme dans les Fig. 10. 11. qui ont $Gg = RG - Rg$ dans le premier cas, & $Gg = Rg - RG$ dans le second :

l'on aura dans le premier cas $\overline{A+B+C+D+E+\&c.}$

$$\times Gg = \overline{A \times PA - Pa + B \times PB - Pb + C \times PC - Pc + D \times PD - Pd + E \times PE - Pe + \&c.} = \overline{A \times Aa + B \times Bb + D \times Dd + \&c. - C \times Cc - E \times Ee - \&c.}$$

Et dans le second cas, $\overline{A+B+C+D+E+\&c.} \times Gg$

$$= \overline{A \times Pa - PA + B \times Pb - PB + C \times Pc - PC + D \times Pd - PD + E \times Pe - PE + \&c.} = -A$$

$$\times Aa - B \times Bb - D \times Dd - \&c. + C \times Cc + E$$

$$\times Ee + \&c. \text{ C'est-à-dire, pour les deux cas ensemble,}$$

que le produit de la somme de tous les poids multipliée par le chemin de leur centre commun de gravité, sera toujours ici égal à la différence ou à l'excès dont la somme des produits faits des poids mus en même sens que ce centre commun de gravité de tous, multipliés chacun par le chemin qu'il aura ainsi parcouru, surpassera la somme des produits faits de même de tous les autres poids multipliés chacun par le chemin qu'il aura parcouru en sens contraire à celui-là.

II. Si l'on imagine presentement un autre plan (appelé T pour abréger nos expressions, & pour épargner les figures aisées à imaginer sur la fig. 7.) différent de $VXYZ$, placé comme l'on voudra entre les poids $A, B, C, D, E, \&c.$ Lesquels se meuvent comme dans le precedent art. 1. c'est-à-dire, de part & d'autre duquel ces poids soient repandus à volonté, & mus comme dans cet art. 1. on verra,

FIG. VIII.
IX.
X.
XL.

FIG. VIII.
IX.

1°. Que lorsque ces poids $A, B, C, D, E,$ &c. s'approcheront tous du plan $VXYZ$, ou qu'ils s'en éloigneront tous, comme dans le nomb. 1. du precedent art. 1. fig. 8. 9. tous ceux d'un côté de l'autre plan mediaire T s'en approcheront, & tous les autres du côté opposé s'en éloigneront. Par consequent (*art. 1. nomb. 1.*) dans un tel mouvement de tous ces poids par rapport au plan mediaire T qui n'y change rien, le produit de leur somme multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura parcouru, seroit encore toujourns ici égal à la somme des produits de chacun de tous ces poids, multiplié par la longueur du chemin qu'il aura aussi parcouru comme dans le nomb. 1. de l'art. 1.

FIG. X.
XI.

2°. Lorsqu'une partie des poids s'approchera du plan $VXYZ$, & que l'autre partie s'en éloignera, comme dans le nomb. 2. de l'art. 1. Fig. 10. 11. de quelque maniere que l'on suppose le plan mediaire T entre ces poids, soit que tous ceux qui sont de chaque côté de lui, s'en approchent ou s'en éloignent; soit aussi qu'il y en ait de chaque côté qui s'approchent de lui pendant que d'autres du même côté s'en éloignent; soit enfin que tous ceux d'un côté s'en approchent ou s'en éloignent, & qu'entre ceux de l'autre côté il y en ait qui s'en éloignent & d'autres qui s'en approchent: tout cela se passant (*hyp.*) d'un seul côté du plan $VXYZ$, duquel une partie de ces poids s'approchera pour lors pendant que l'autre partie s'en éloignera comme dans le nomb. 2. de l'art. 1. Ce nomb. 2. de l'art. 1. fait voir que dans de tels mouvemens de tous ces poids par rapport au plan mediaire T qui n'y change rien, le produit de leur somme multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura parcouru, sera encore toujourns ici égal à la difference ou à l'excès dont la somme des produits faits des poids mûs en même sens que ce centre commun de gravité de tous, multipliés chacun par le chemin qu'il aura parcouru, surpassera la somme des produits faits de même de tous les autres

tres

tres poids multipliés chacun par le chemin qu'il aura parcouru en sens contraire à celui-là comme dans le nomb. 2. de l'art. 1.

Le second des deux articles precedens, qu'on voit déduit du premier, pourroit se démontrer immédiatement par le moyen du nombre 2. du corol. 6. comme le premier de ces deux articles l'a été par le nomb. 1. de ce même corol. 6. Mais cela nous auroit engagé à un trop grand nombre de Figures pour exprimer tous les cas de ce second article qui comprend toutes les variétés du mouvement suivant des paralleles à la maniere du corol. 6. tant droites que courbes semblables, tant des poids quelconques qui en nombre quelconque, seroient de part & d'autre du plan mediaire T, que de leur centre commun de gravité : sçavoir quand tous ces poids ou quelques-uns seulement s'éloignent ou s'approchent de ce plan, & quand leur centre commun de gravité s'en éloigne ou s'en approche sans le traverser ou en le traversant. Tout cela, dis-je, nous auroit engagé à un trop grand nombre de Figures qu'il est aisé d'imaginer sur la Fig. 7. & d'appliquer au nomb. 2. du corol. 6. outre qu'elles deviennent inutiles à la démonstration du second des deux articles precedens en le déduisant du premier, comme on vient de le faire sans autres Figures que celles de cet art. 1.

COROLLAIRE VIII.

Les plans qu'on a supposé jusqu'ici, n'ayant servi qu'à la démonstration de ce qu'on vient de voir des mouvemens precedens sans rien contribuer à ces mouvemens ; si l'on ôte presentement ces plans, le precedent corol. 7. fera voir que de quelque maniere que tant de poids quelconques qu'on voudra, se meuvent suivant des paralleles quelconques, soit droites, soit courbes semblables.

1° Si ces poids se meuvent tous en même sens, c'est-à-dire, vers le même côté ; le produit de leur somme multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura parcouru, sera toujours égal à la

Mem. 1714.

N

somme des produits faits de tous ces poids multipliés par les longueurs des chemins qu'ils auront alors parcourus, chacun par la longueur du sien.

2°. Si ces poids se meuvent les uns en un sens, & les autres en sens directement contraire; le produit de la somme de tous ces poids ensemble multipliée par la longueur du chemin que le centre commun de gravité de tous aura parcouru, sera toujours égal à la différence ou à l'excès dont la somme des produits faits des poids mus vers le même côté que le centre commun de gravité de tous, multipliés chacun par la longueur du chemin qu'il aura parcouru, surpassera la somme des produits faits de même de chacun des autres poids mus en sens directement contraire, multiplié par la longueur du chemin qu'il aura parcouru en cet autre sens. D'où l'on voit que si cette différence se trouve nulle, c'est-à-dire, si ces deux dernières sommes de produits sont égales entr'elles; le centre commun de gravité de tous les poids sera toujours demeuré en repos pendant tous les mouvemens contraires qu'on leur suppose ici.

3°. Si quelques-uns des poids precedents demeurent en repos pendant que les autres se meuvent, soit en même sens comme dans le nomb. 1. soit en sens contraires comme dans le nomb. 2. les longueurs des chemins de ces poids en repos se trouvant alors nulles ou zero dans l'un & l'autre de ces nomb. 1. 2. il suit de chacun d'eux que ces poids en repos, n'entreront alors que dans le produit fait de la somme de tous les poids multipliée par la longueur du chemin que le mouvement des autres aura fait parcourir au centre commun de gravité de tous, & nullement dans les autres produits faits de chaque poids multiplié par la longueur du chemin particulier qu'il aura parcouru; puisque cette longueur nulle dans chaque poids en repos, en rendroit aussi le produit par elle nul ou zero dans chacun des precedens nomb. 1. 2.

COROLLAIRE IX.

I. Cela étant, si l'on prend les élémens tant des lignes que des surfaces pour autant de poids de pesanteurs proportionnelles à ces élémens, & qu'on imagine ceux *MN* d'une ligne quelconque *APB*, ou ceux *MNNM* de la surface qu'elle renferme; se mouvoir ensemble ou séparément en même sens, par exemple, vers *apb* suivant des lignes paralleles *Mm* ou *Nn* (droites comme dans la Fig. 12. ou courbes, par exemple, circulaires semblables de centres placés sur l'axe *LL* de rotation comme dans la Fig. 13.) auxquelles ces élémens soient toujours perpendiculaires; & que pendant leurs mouvemens jusqu'en *mn* ou en *mnm*, le centre de gravité *G* de la ligne *APB* ou de la surface qu'elle renferme, se meuve de *G* en *g*, suivant la ligne *Gg* (droite, ou courbe semblable) parallele à celles-là, quelle que soit dans la Fig. 12. la ligne *apb* ou la surface *apba*, semblable ou non, parallele ou non à la generatrice *APB* ou *APBA*.

FIG. XII.
XIII.

1°. La ligne *APB*, dont on suppose que *G* est le centre de gravité, étant la somme de tous les poids élémentaires *MN* qui la composent, le nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera toujours ici $APB \times Gg = \int MN \times Mm = \int Mm n N =$ à la surface *APB bpa* qui est la somme de tous les élémens superficiels *MmnN* tracés par chacun des élémens lineaires *MN* de la ligne *APB* pendant que le centre *G* de gravité de cette ligne parcourt *Gg*. Donc cette surface ainsi tracée entre les lignes *APB*, *apb*, par tous les élémens de la ligne quelconque *APB*, est toujours égale au produit de cette même ligne generatrice *APB* multipliée par la longueur *Gg* du chemin que parcourt alors le centre de gravité *G* de cette ligne, c'est-à-dire, égale à un parallelogramme d'une base égale à cette ligne generatrice *APB*, & d'une hauteur égale au chemin *Gg* de son centre de gravité *G*.

N ij

FIG. XIII. Il en fera de même de la surface $CSD\delta sc$ tracée par les élémens EF de la ligne quelconque CSD , mus tous en même sens vers $cs\delta$ suivant des paralleles courbes semblables, par exemple, circulaires Ee ou Ff , de centres placés sur l'axe LL de rotation dans la Fig. 13. auxquelles paralleles ces élémens EF soient toujours perpendiculaires. Car si l'on prend H pour le centre de gravité de cette nouvelle ligne quelconque CSD , lequel ait parcouru Hh pendant que les élémens EF de cette ligne ont parcouru chacun son Ee ou son Ff ; le même nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera pareillement ici $CSD \times Hh = \int Ee \times EF = \int EefF =$ à la surface $CSD\delta sc$ comprise entre les lignes CSD , $cs\delta$, laquelle sera encore ainsi égale au produit de la ligne generatrice CSD multipliée par le chemin Hh que son centre de gravité H aura parcouru pendant que ses élémens EF traçoient cette surface.

FIG. XII. 2°. Si l'on prend presentement G pour le centre de gravité de la surface plane $APBA$ renfermée dans la ligne quelconque APB ; cette surface étant la somme des poids élémentaires $MNNM$ qui la composent, le nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera encore ici $APBA \times Gg = \int MNNM \times Mm =$ au solide $APBAapbB$ compris entre les surfaces planes $APBA$, $apba$, qui est la somme de tous les élémens solides $MNNM \times Mm$ tracés chacun par chacun des élémens $MNNM$ de la surface generatrice $APBA$ pendant que le centre G de cette surface décrit Gg . Donc le solide ainsi tracé par les élémens de cette surface plane quelconque, est toujours égal au produit de cette même surface multipliée par la longueur Gg que le centre de gravité G de cette surface generatrice parcourt: c'est-à-dire, égal à un cylindre qui auroit cette surface generatrice $APBA$ pour base, & sa hauteur $= Gg$.

FIG. XIII. Il en fera de même du solide $CSDCcs\delta D$ tracé par les élémens $EFFE$ de la surface plane quelconque

$CSDC$ mus tous vers $csdc$ suivant des paralleles courbes semblables, par exemple, circulaires Ee ou Ff de centres placés sur l'axe LL de rotation dans la Fig. 13. aufquelles paralleles ces élemens soient toujourns perpendiculaires. Car si l'on prend H pour le centre de gravité de cette surface generatrice $CSDC$, lequel ait parcouru Hh pendant que les élemens $EFFE$ de cette surface ont parcouru chacun son Ee ou Ff ; le même nomb. 1. du precedent corol. 8. donnera pareillement ici $CSDC \times Hh = \int EFFE \times Ee =$ au solide $CSDCcsd$ compris entre les surfaces planes $CSDC$, $csdc$, lequel sera encore ainsi égal au produit de la surface $CSDC$ multipliée par le chemin Hh que son centre de gravité H aura parcouru pendant que ses élemens $EFFE$ traçoient ce solide.

II. Si presentement on suppose dans la Fig. 13. que les deux lignes quelconques APB , CSD , ou les surfaces planes $APBA$, $CSDC$, qu'elles renferment en même plan, (soit que ces deux lignes soient parties d'une même ou de différentes lignes) se meuvent en sens contraires, la premiere de G vers g , & la seconde de H vers h , autour d'un même axe LL placé & demeurant fixe entr'elles en QR dans leur plan commun; par rapport auquel axe LL soit du côté de la premiere de ces deux lignes APB , CSD , ou de ces deux surfaces $APBA$, $CSDC$, leur centre commun K de gravité: les élemens MN , EF , de ces deux lignes, ou ceux $MNNM$, $EFFE$, de ces deux surfaces, regardés comme autant de poids de pesanteurs proportionnelles à ces élemens, décrivant ensemble de chaque côté de l'axe LL , des paralleles circulaires semblables Mm , Ee , aufquelles ils sont toujourns perpendiculaires, chacun à la sienne, pendant que le centre commun K de gravité de ces deux lignes APB , CSD , ou de ces deux surfaces $APBA$, $CSDC$, décrit la ligne Kk circulaire semblable & parallele aux premieres Mm , Ee , à la maniere du corol. 6.

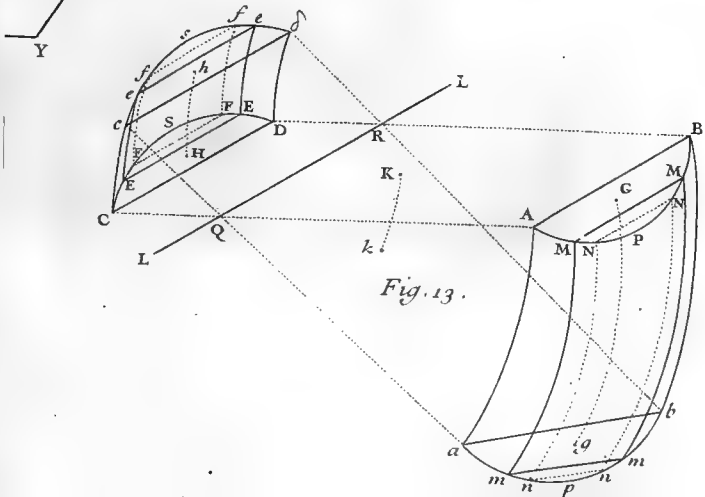
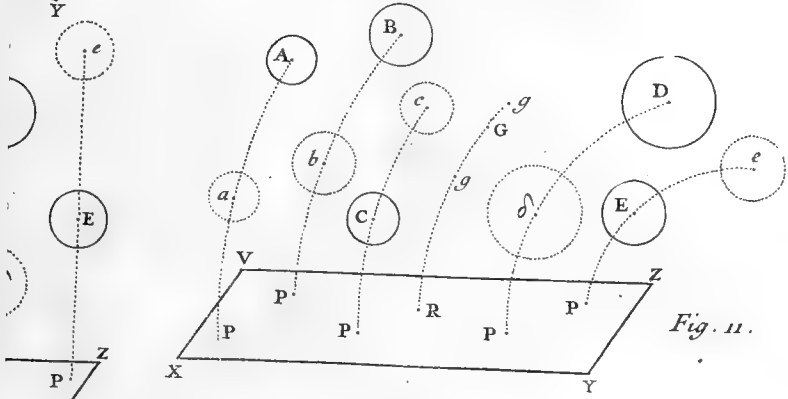
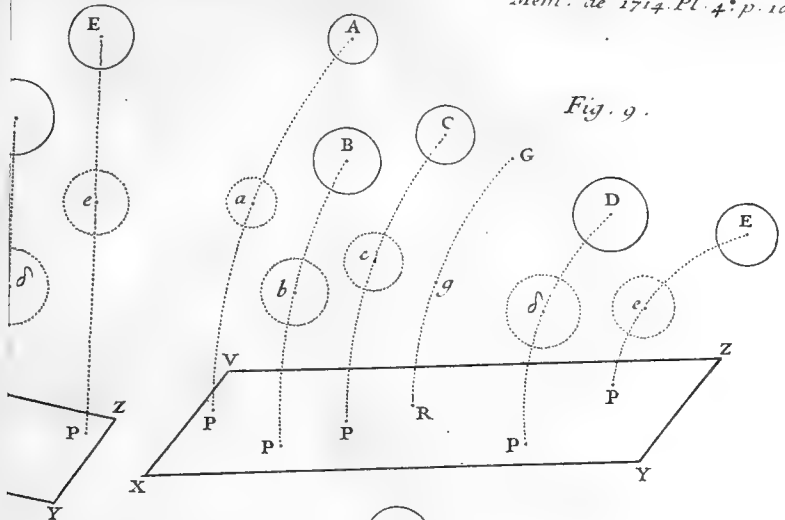
FIG. XIII.

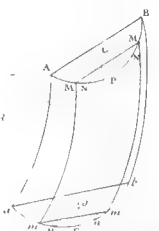
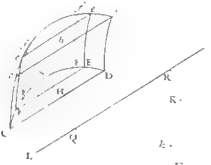
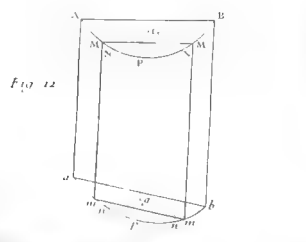
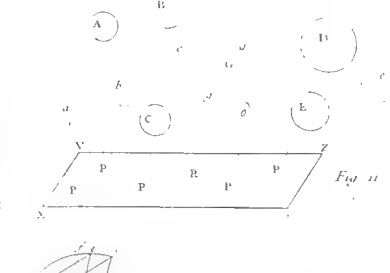
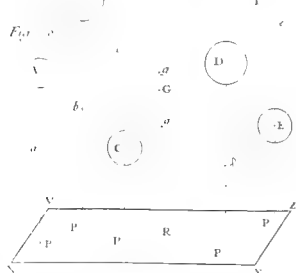
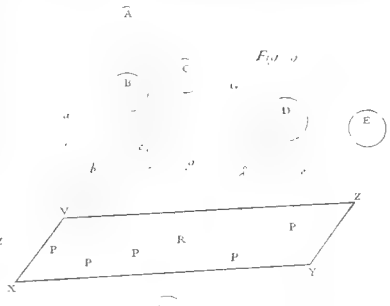
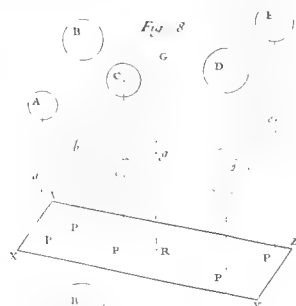
1°. En prenant ainsi K pour le centre commun de gravité des deux lignes APB, CSD , le nomb. 2. du precedent corol. 8. donnera ici $\overline{APB + CSD} \times Kk = \int MN \times Mm - \int EF \times Ee = APBbpaA - CSDscC$; c'est-à-dire, que le produit de la somme des deux lignes APB, CSD , multipliée par la longueur Kk du chemin que leur centre commun K de gravité aura parcouru pendant qu'elles décrivoient comme ci-dessus les surfaces rondes $APBbpaA, CSDscC$, fera toujours égal à l'excès dont la seconde de ces deux surfaces, comprise entre les lignes CSD, sc , sera surpassée par la premiere comprise entre les lignes APB, apb , du côté desquelles est (*hyp.*) le centre commun K de gravité des deux lignes generatrices CSD, APB , de ces deux surfaces rondes.

2°. Si l'on prend presentement K pour le centre commun de gravité des deux surfaces planes $APBA, CSDC$, renfermées dans ces deux lignes APB, CSD ; le même nomb. 2. du precedent corol. 8. donnera pareillement ici $\overline{APBA + CSDC} \times Kk = \int MN NM \times Mm - \int EFFE \times Ee =$ à l'excès dont le solide rond compris entre les deux surfaces planes $CSDC, sc$, sera surpassé par le solide rond compris entre les surfaces planes $APBA, apba$, du côté desquelles est (*hyp.*) le centre commun K de gravité des deux generatrices $CSDC, APBA$, de ces deux solides ronds.

COROLLAIRE X.

FIGURE
XIV. Soit encore G le centre de gravité d'une courbe quelconque $ACNB$ concave d'un seul côté, lequel centre décrive l'arc Gf pendant que cette courbe se développe de A vers D , & que son point A décrit la courbe AMD , jusqu'à ce qu'il soit en D , & elle en ligne droite DB qui la touche en son autre extremité B ; soit qu'elle soit cour-





Beccy sud

be dans toute sa longueur $ACNB$, ou qu'elle soit faite d'une partie courbe quelconque CNB , & d'une portion aussi quelconque CA de sa tangente en C .

Il suit aussi des nomb. 1. 3. du corol. 8. que l'aire ou la surface plane $BNCAMDB$ que cette ligne courbe $ACNB$ tracera pendant un tel développement, sera toujours égale au produit $ACNB \times GFg$ de cette ligne $ACNB$ multipliée par la longueur GFg que son centre de gravité G parcourra pour lors : c'est-à-dire, que cette surface $BNCAMDB$ sera toujours égale à un parallélogramme qui auroit sa base $= ACNB$, & sa hauteur $= GFg$; ainsi que M. Leibniz l'a dit dans les Actes de Leipsik de 1695. pag. 194. sans le démontrer.

Pour le voir soit NM la position d'un arc ou d'une portion quelconque ACN de cette ligne courbe $ACNB$ développée depuis A jusqu'en N , & H le centre de gravité de son reste NB à développer. Il est visible que le centre de gravité de ce premier arc ACN ainsi redressé en MN touchante en N de la courbe $ACNB$, sera pour lors au milieu E de cette droite MN ; & conséquemment que le centre de gravité de cette courbe $ACNB$ ainsi changée en MNB , sera pour lors au point F où la droite HE coupera le chemin Gg que le centre de gravité G de la première position $ACNB$ de cette courbe décrira pendant le développement entier de cette même courbe jusqu'en DB . Concevons présentement que cette courbe $BCNB$ déjà arrivée en MNB , continué de se développer jusqu'en mn infiniment proche de MN : la différence infiniment petite Nn des arcs BN , Bn , de la même courbe, leur laissant le même centre H de gravité; le passage du centre de gravité E de la droite MN en celui de e milieu de l'infiniment voisine mn , a dû faire passer du point F en celui f d'intersection de la droite He & de l'arc Gg , le centre de gravité G de la courbe entière $ACNB$, qu'on vient de voir être passé en F lorsque cette courbe s'est trouvée en MNB . Donc pendant que le centre E de

gravité de l'arc ACN redressé en MN , a parcouru l'élément Ee , le centre de gravité F de la courbe entiere en MNB a parcouru l'élément Ff de l'arc Gg que le centre de gravité G de cette courbe en $ACNB$ doit parcourir pendant le développement entier de cette même courbe jusqu'en DB . Or de ce que les points F, f , sont ainsi les centres de gravité des Leviers HE, He , chargés en E, e , des lignes égales MN, mn ; & en H , des arcs égaux NB, nB : l'on aura par-tout ici $FH.FE :: MN.NB :: mn.nB :: fH.fe$. Par consequent les chemins élémentaires Ee, Ff , correspondans seront ici toujours parallèles entr'eux & en même sens. Donc (*corol. 8. nomb. 1. 3.*) $MN \times Ee = MNB \times Ff = ACNB \times Ff$. Donc aussi (en integrant) $ACNB \times GF = \int MN \times Ee = \int MNm = ACNM$. Par consequent $ACNB \times GFg = BNCAMDB$ lorsque le développement entier de la courbe quelconque $ACNB$ jusqu'en sa touchante DB , lui a fait tracer l'aire entiere $BNCAMDB$ en faisant passer le centre de gravité G de cette courbe le long de l'arc GFg en g sur la même droite DB . D'où l'on voit que cette aire $BNCAMDB$ ainsi tracée est toujours égale au produit de la ligne développée $ACNB$ qui la trace, multipliée par la longueur GFg du chemin que fait alors le centre de gravité G de cette ligne courbe $ACNB$; ainsi que M. Leibniz l'avoit dit, & qu'il le falloit démontrer.

COROLLAIRE XI.

FIGURE XIV. Voici la même chose pour la mesure des corps ou solides que des surfaces ou des lames roulées cylindriquement, c'est-à-dire, en goutieres ou en tuyaux, traceroyent en se déroulant à la maniere du développement precedent. Mais pour éviter la multiplicité & l'embaras des lignes qui ne manqueroient pas de causer ici de la confusion, imaginons presentement que la courbe quelconque $ACNB$ est le profil d'une telle surface ou lame ainsi roulée autour d'un cylindre droit qui eut pour base perpendiculaire l'aire plane

plane comprise dans la concavité de cette courbe ; & que l'aire *BNCAMD* tracée par le développement de cette même courbe, est le profil du solide cylindrique que tracerait perpendiculairement sur cette base *BNCAMD* une telle lame *ACNB* en se déroulant jusqu'à devenir plane en *DB* qui en seroit de même alors le profil par rapport à un œil toujours placé dans une perpendiculaire au plan *BNCAMD*, & infiniment éloigné de lui.

Soit presentement *G* le centre de gravité de cette lame roulée *ACNB*, lequel trace l'arc *Gfg* pendant qu'elle se déroule jusqu'en *DB* ; & *H* le centre de gravité de sa partie *NB* restante à dérouler lorsque son autre partie *NC* a été en *NM* dont *E* soit le centre de gravité. Si l'on imagine que cette même lame continuë à se dérouler jusqu'en *nm* qui ait aussi *e* pour son centre de gravité, & si peu que les plans *MN*, *mn*, jusqu'auxquels les parties *ACN*, *ACn*, de cette lame *ACNB* se trouvent ainsi déroulées, soient infiniment proches l'un de l'autre ; les droites *HE*, *He*, qui doivent rencontrer l'arc *Gg* aux points *F*, *f*, où le centre de gravité de la lame entière se trouvera pour lors, feront voir que pendant que cette lame *ACNB* a passé de *MNB* en *mnB*, & que le centre de gravité *E* de sa partie redressée en *MN* a ainsi passé de *E* en *e* le long de l'élément *Ee*, le centre de gravité *G* de cette lame entière *ACNB* a dû aussi passer en même sens de *F* en *f* le long de l'élément *Ff* de l'arc *Gg*.

Donc (*corol. 8. nomb. 1. 3.*) $MN \times Ee = MNB \times Ff = ACNB \times Ff$: c'est-à-dire, que le petit solide quelconque élémentaire *MNm* que la portion *MN* de la lame *MNB* a tracé en passant de *MN* en *mn*, est par-tout égal au produit de cette lame entière multipliée par le chemin *Ff* alors parcouru par son centre de gravité. Donc, en integrant, le solide cylindrique entier (somme de tous ces petits solides élémentaires) tracé perpendiculairement sur la base *BNCAMD* par le déroulement de la lame entière *ACNB* jusqu'à devenir plane en *DB*, sera aussi

toûjours égal au produit de cette lame entiere multipliée par le chemin Gf (somme des élemens Ff) que son centre de gravité G aura pour lors parcouru, conformément à ce qui vient d'être démontré de la mesure de l'aire $BNCAMD$ dans le precedent corol. 10.

COROLLAIRE XII.

FIGURES Soient presentement sur un même plan deux arcs AB ,
 XV. CB , d'une même ou de différentes courbes quelconques,
 XVI. touchées en B , par une même ou par deux droites BD ,
 XVII. BE , & chacun d'une seule concavité; desquels arcs AB, CB ,
 XVIII. soient G, H , les centres particuliers de gravité, qui pen-
 XIX. dant les développemens de ces arcs, commencés en A, C ,
 XX. jusqu'à leurs tangentes BD, BE , décrivent les paralleles
 XXI. semblables Gg, Hh , définies dans le corol. 6. Soit K le centre commun de gravité de ces deux arcs AB, CB , pris ensemble, lequel devant toûjours se trouver sur la droite qui joindra leurs centres particuliers G, H , de gravité, sera d'abord sur la droite GH , d'où il passera en k suivant l'arc Kk sur la droite gh pendant que ces deux-là passeront en g, h , suivant les paralleles semblables Gg, Hh , sur les touchantes BD, BE , des arcs AB, CB , auxquels ils appartiennent; & cet arc Kk sera toûjours parallele semblable à celui des deux opposés semblables duquel il sera le plus près, par exemple, ici à Gg , si l'arc AB est plus grand que CB . Cela posé,

FIGURES I. Si les deux arcs AB, CB , ont leurs cavités tour-
 XV. nées d'un même côté sur un même plan, en sorte que pen-
 XVI. dant leurs développemens leurs centres particuliers G ,
 XVII. H , de gravité, & leur commun K , se meuvent en même sens; le corol. 10. joint aux nomb. 1. 3. du corol. 8. donnera $AB + CB \times Kk = ABD + CBE$: c'est-à-dire, que la somme des aires ABD, CBE , que les deux arcs AB, CB , traceront par leurs développemens en même sens, commencés en A, C , jusqu'à leurs touchantes BD ,

BE , fera toujours ici égale au produit de la somme $AB + CB$ de ces deux arcs, multipliée par le chemin Kk que leur centre commun K de gravité aura pour lors parcouru.

Car le corol. 10. fait voir que l'on aura toujours ici $AB \times Gg = ABD$, & $CB \times Hh = CBE$. Or (corol. 8. nomb. 1. 3.) $AB \times Gg + CB \times Hh = \overline{AB + CB} \times Kk$.

Donc on aura toujours ici $\overline{AB + CB} \times Kk = ABD + CBE$, ainsi qu'on le vient de dire.

II. Si les deux arcs AB, CB , ont leurs concavités tournées vers des côtés opposés sur un même plan, comme ceux d'une courbe torse ou rebroussée, en sorte que pendant leurs développemens leurs centres particuliers G, H , de gravité se meuvent en sens contraires; le corol. 10. joint au nomb. 2. 3. du corol. 8. donnera presentement

$\overline{AB + CB} \times Kk = ABD - CBE$: c'est-à-dire que la difference ou l'excès dont l'aire ABD du côté de laquelle on suppose le centre commun K de gravité des deux arcs AB, CB , surpassera l'autre aire CBE , fera toujours égal au produit de la somme $AB + CB$ de ces deux arcs, multipliée par le chemin Kk que leur centre commun K de gravité aura parcouru pendant que ces deux arcs AB, CB , ont tracé ces aires ABD, CBE , par leurs développemens en sens contraires commencés en A, C , jusqu'à leurs tangentes BD, BE .

Car le corol. 10. fait encore voir ici toujours $AB \times Gg = ABD$, & $CB \times Hh = CBE$. Donc les nomb. 2. 3. du corol. 8. y donnant $\overline{AB + CB} \times Kk = AB \times Gg - CB \times Hh$, l'on y aura aussi toujours $\overline{AB + CB} \times Kk = ABD - CBE$, ainsi qu'on le vient d'avancer.

COROLLAIRE X.III.

Si l'on prend presentement, comme dans le corol. 11. les arcs AB, CB , pour les profils de deux lames ou sur-

O ij

FIGURES
XVIII.
XIX.
XX.
XXI.

FIG. XV.
XVI.
XVII.

FIGURES
XVIII.
XIX.
XX.
XXI.

faces ainsi courbées ou roulées en goutieres ou en tuyaux perpendiculaires au plan commun de ces deux arcs AB , CB ; & les tangentes BD , BE , de ces deux arcs pour les profils des plans touchans de ces deux tuyaux en des lignes droites dont B , B , sont aussi les profils : le tout, dis-je, comme dans le corol. 11. Si de plus on prend G , H , pour les centres particuliers de gravité de ces deux lames AB , CB , & K pour leur centre commun de gravité; lesquels centres G , H , K , de gravité décrivent les arcs paralleles semblables Gg , Hh , Kk , définis dans le corol. 6. pendant les développemens ou déroulemens de ces deux lames AB , CB , commencés en A , C , jusqu'à leurs plans touchans BD , BE , lesquelles lames décriront ainsi les corps solides cylindriques rectangles ABD , CBE , dont les profils & les bases sont les aires de ces noms, que les lignes courbes AB , CB , profil de ces lames, décrivoient dans le precedent corol. 12. en s'y développant de même : tout le reste demeurant ici le même que dans le corol. 12. ce que le corol. 10. joint au corol. 8. a donné là en aires planes ABD , CBE , le corol. 11. joint à ce corol. 8. le donnera de même ici en corps solides cylindriques de mêmes noms que ces aires, desquels solides ces aires feront des sections ou bases perpendiculaires, & les profils : sçavoir,

FIG. XV.
XVI.
XVII.

1°. $AB + CB \times Kk = ABD + CBE$ dans les Fig. 15. 16. 17. de l'art. 1. du corol. 12. ajustées à ceci; c'est-à-dire que la somme $ABD + CBE$ des corps ou solides cylindriques ABD , CBE , tracés par les lames AB , CB , pendant leurs développemens ou déroulemens en même sens, commencés en A , C , jusqu'à leurs plans touchans BD , BE , sera toujours ici égale au produit de la somme $AB + CB$ de ces deux lames, multipliée par le chemin Kk que leur centre commun K de gravité aura pour lors parcouru.

2°. $AB + CB \times Kk = ABD - CBE$ dans les Fig.

18. 19. 20. 21. de l'art. 2. du coroll. 12. ajustées à ceci ; c'est-à-dire que la différence ou l'excès $ABD - CBE$, dont le solide ABD (qu'on suppose avoir de son côté le centre K de gravité commun à la lame AB generatrice de ce solide, & à la lame CB generatrice de l'autre CBE) surpassera l'autre solide CBE , fera toujours égal au produit de la somme $AB + CB$ de leurs deux lames generatrices AB, CB , multipliée par le chemin Kk que leur centre commun K de gravité aura parcouru pendant que ces deux lames AB, CB , ont tracé ces deux corps cylindriques rectangles ABD, CBE , par leurs déroulemens en sens contraires, commencés en A, C , jusqu'à leurs plans touchans BD, BE .

Ce corol. 13. qu'on voit déduit du corol. 12. pourroit se démontrer encore par le moyen du corol. 11. aidé du corol. 8. comme le corol. 12. a été démontré par le moyen du corol. 10. aidé de ce même corol. 8. Mais le corol. 11. ayant été par le moyen du corol. 10. tout cela reviendroit au même.

COROLLAIRE XIV.

Regles qui comprennent celles du P. Guldin & de M. Leibniz touchant l'usage des centres de gravité.

Ces Regles se réduisent à deux generales, dont la premiere suit du corol. 9. art. 1. joint aux coroll. 10. 11. au corol. 12. art. 1. & au corol. 13. nomb. 1. conformément aux nomb. 1. 3. du corol. 8. Et la seconde suit de même du corol. 9. art. 2. joint au corol. 12. art. 2. & au corol. 13. nomb. 2. conformément aussi aux nomb. 2. 3. du corol. 8.

REGLE I.

Si une ligne ou une surface plane quelconque appellée *Generatrice* (fut-elle faite de differentes parties disposées à volonté sur un même plan) se meut toute entiere ou par

parties en même sens, de maniere que tous les centres de gravité de leurs élémens décrivent des lignes auxquelles ils soient toujours perpendiculaires, soit droites parallèles entr'elles, comme lorsqu'ils tracent ensemble une surface ou un solide cylindrique ou d'onglet, soit courbes parallèles semblables définies dans le corol. 6. comme lorsque la ligne ou la surface generatrice dont ils sont les élémens, trace une surface ou un solide en tournant toute entiere autour d'un axe fixe placé dans son plan, ou en se développant successivement & par parties en même sens : le tout comme dans les Fig. 12. 14. 15. 16. 17. & dans chaque partie de la Fig. 13.

I. La surface tracée par de tels mouvemens des élémens d'une ligne generatrice quelconque, sera toujours égale (corol. 9. art. 1. nomb. 1. joint au corol. 10. & au corol. 12. art. 1.) au produit de cette ligne generatrice entiere multipliée par la longueur du chemin que son centre de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit,

1°. Que les surfaces cylindriques ou d'onglets ainsi tracées ou qui le peuvent être ainsi par les élémens de lignes generatrices quelconques qui en terminent les bases perpendiculaires à leurs longueurs, sont toujours égales chacune au produit de la ligne terminante de sa base perpendiculaire, multipliée par la droite qui du centre de gravité de cette ligne generatrice terminante s'éleve perpendiculairement à son plan jusqu'à l'autre base plane quelconque qui termine le cylindre ou l'onglet : le tout comme dans le corol. 9. art. 1. nomb. 1. Fig. 12.

2°. Que les surfaces rondes tracées par la rotation en plan de lignes entieres quelconques en même sens autour d'axes fixes placés dans les plans de ces lignes generatrices sans diviser ces lignes, sont toujours égales chacune au produit de sa ligne generatrice multipliée par l'arc de cercle que le centre de gravité de cette ligne décrira pour lors au tour de cet axe de rotation : le tout comme dans le corol. 9. art. 2. nomb. 1. pour chaque partie de la Fig. 13.

3°. Que les surfaces planes tracées par le développement de lignes courbes generatrices quelconques concaves chacune d'un seul côté, sont toujours égales chacune au produit de sa ligne generatrice multipliée par l'arc que le centre de gravité de cette ligne courbe aura parcouru pendant le développement de cette même ligne : le tout comme dans le corol. 10. Fig. 14. & dans l'art. 1. du corol. 12. Fig. 15. 16. 17.

II. La même chose se dira des corps ou solides par rapport aux surfaces generatrices qui les tracent comme ci-dessus : sçavoir que le corps ou solide tracé par les mouvemens précédens des élémens d'une surface generatrice quelconque, sera toujours égal (corol. 9. art. 1. nomb. 2. joint au corol. 11. & au corol. 13. nomb. 1.) au produit de cette surface generatrice multipliée par la longueur du chemin que son centre de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit aussi,

1°. Que les cylindres ou les onglets ainsi tracés ou qui le peuvent être ainsi par les élémens de leurs bases perpendiculaires quelconques, sont toujours égaux chacun au produit de sa base perpendiculaire multipliée par la ligne droite qui du centre de gravité de cette base generatrice s'éleve perpendiculairement à elle jusqu'à l'autre base quelconque terminante de ce corps : le tout comme dans le corol. 9. art. 1. nomb. 2. Fig. 12.

2°. Que les corps ou solides ronds tracés par la rotation en plan de surfaces planes quelconques autour d'axes fixes placés dans les plans de ces surfaces generatrices sans diviser ces surfaces, sont toujours égaux chacun au produit de celle de ces surfaces qui le trace ainsi, multipliée par l'arc de cercle que le centre de gravité de cette surface generatrice décrit pour lors autour de l'axe de rotation de cette même surface : le tout comme dans le corol. 9. art. 1. nomb. 2. pour chaque partie de la Fig. 13.

3°. Que les corps ou solides tracés par les développemens de surfaces ou lames quelconques roulées en goutieres ou en tuyaux de bases perpendiculaires aussi quelcon-

ques, comme dans le corol. 11. seront toujours égaux chacun au produit de la surface qui l'aura ainsi tracé, multipliée par l'arc que le centre de gravité de cette surface generatrice aura parcouru pendant le déroulement de cette même surface : le tout comme dans le corol. 11. Fig. 14. & dans le nomb. 1. du corol. 13. Fig. 15. 16. 17.

R E G L E I I.

Si deux parties A, B , d'une même ligne ou surface plane quelconque $A + B$, ou de deux lignes ou de deux surfaces différentes en même plan, regardées comme une totale $A + B$ appelée *generatrice* ; la première A de ces deux parties prises à volonté de part & d'autre d'une ligne droite (que j'appelleray *Axe*) placée dans leur plan commun ; se meut toute entière ou par élémens suivant des lignes droites ou courbes semblables paralleles entr'elles, auxquelles ces élémens soient toujours perpendiculaires chacun à la sienne, pendant que l'autre partie B de cette ligne ou surface generatrice $A + B$ se meut aussi toute entière ou par élémens, mais en un sens directement contraire à l'autre, suivant des lignes droites ou courbes paralleles (voyez en la définition dans le corol. 6.) semblables à celles-là, & auxquelles ils soient aussi toujours perpendiculaires chacun à la sienne ; soit que ces paralleles d'une part à l'autre au sens du corol. 6. soient droites effectivement toutes paralleles entr'elles au sens ordinaire, comme lorsque ces élémens des parties opposées A, B , de la ligne ou surface $A + B$, ainsi mués vers des côtés opposés, tracent des surfaces ou des solides paralleles opposés cylindriques ou d'onglets ; soit aussi que ces paralleles d'une part à l'autre au sens du corol. 6. soient courbes semblables paralleles effectivement entr'elles de chaque part sans l'être d'une part à l'autre, comme lorsque les mêmes élémens des parties opposées A, B , de la ligne ou surface generatrice $A + B$, ainsi mués en sens contraires, tracent des surfaces ou des solides opposés ronds par le tournoyement en plan

plan de ces deux parties A, B , autour de l'axe fixe placé entr'elles dans leur plan commun; ou par leurs développemens entiers en sens contraires commencés à leurs extrémités opposées les plus éloignées des droites ou des plans qui touchent ces deux parties A, B , de lignes ou de surfaces à développer: le tout comme dans les Fig. 13. 18. 19. 20. 21. dont AB, CB , sont ainsi appellées A, B .

I. Des deux surfaces opposées, que j'appelle C, D , ainsi tracées par les élémens des deux parties A, B , de la ligne generatrice $A+B$, j'appelle ainsi leur somme, l'excès dont celle, par exemple C , qui aura de son côté le centre de gravité de cette ligne entiere $A+B$, mû en même sens que le centre particulier de gravité de la ligne generatrice A de cette surface C , surpassera l'autre surface D engendrée en sens contraire par l'autre partie B de cette ligne generatrice totale $A+B$; fera toujours égal (*corol. 9. art. 2. nomb. 1. & corol. 12. art. 2.*) au produit de la somme $A+B$ de ces deux lignes generatrices A, B , multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit,

1°. Que la difference des deux surfaces paralleles opposées C, D , cylindriques ou d'onglets, ainsi tracées, ou qui le peuvent être ainsi en sens directement contraires par les élémens de deux lignes generatrices quelconques A, B , perpendiculairement au plan commun de ces deux lignes, sur lequel ces deux surfaces C, D , auroient de part & d'autre ces deux mêmes lignes A, B , pour bases perpendiculaires à leurs longueurs opposées; sera toujours égale au produit de la ligne generatrice entiere $A+B$ multipliée par le chemin de son centre de gravité, c'est-à-dire, par la droite élevée perpendiculairement au plan de cette ligne $A+B$ en son centre de gravité jusqu'à la droite menée d'un centre de gravité à l'autre des bases linaires opposées aux deux generatrices A, B , de ces deux surfaces C, D .

2°. Que la difference de deux surfaces rondes C, D , tracées en sens directement contraires par la rotation en

plan de deux lignes ou arcs quelconques A, B , autour d'un axe fixe placé entr'elles dans leur plan commun ; sera toujours égale au produit de la somme $A+B$ de ces deux lignes generatrices A, B , multipliée par l'arc de cercle que le centre commun de gravité de cette somme aura pour lors parcouru : le tout comme dans le corol. 9. art 2. nomb. 1. Fig. 13.

3°. Que la difference de deux aires ou surfaces planes C, D , tracées par les développemens en sens contraires de deux arcs quelconques A, B , d'une seule concavité chacun, & de concavités opposées sur un même plan de part & d'autre d'une tangente commune ou de deux placées entr'eux à celles de leurs extremités où finissent leurs développemens, par exemple, sur la tangente commune aux points de contour ou de rebroussement des courbes torfes ou rebrouffées ; sera toujours égale au produit de la somme $A+B$ des deux arcs generateurs A, B , de ces deux aires C, D , multipliée par l'arc que le centre de gravité de cette somme aura pour lors parcouru : le tout comme dans le corol. 12. art. 2. Fig. 18. 19. 20. 21.

II. La même chose se dira de deux corps ou solides ainsi opposés, que j'appelle aussi C, D , par rapport aux surfaces A, B , qui les auront tracées en sens contraires par les mouvemens precedens de leurs élémens : sçavoir que l'excès dont le solide, par exemple, C , qui aura de son côté le centre commun de gravité de ces deux surfaces generatrices A, B , mû en même sens que le centre particulier de gravité de la generatrice A de ce solide C , surpassera l'autre solide opposé D engendré en sens contraire par l'autre surface B ; sera toujours égal (corol. 9. art. 2. nomb. 2. & corol. 13. nomb. 2.) au produit de la somme $A+B$ de ces deux surfaces generatrices A, B , multipliée par la longueur du chemin que leur centre commun de gravité aura pour lors parcouru. D'où l'on voit aussi,

1°. Que la difference de deux cylindres ou onglets paralleles opposés C, D , de bases quelconques A, B , en

même plan perpendiculaire à leurs longueurs, ainsi tracés ou qui le peuvent être ainsi en sens directement contraires, chacun par les élémens de chacune de ces deux bases; sera toujours égale au produit de la somme $A+B$ de ces deux bases perpendiculaires A, B , multipliée par le chemin que leur centre commun de gravité auroit alors parcouru, c'est-à-dire, par la ligne droite élevée depuis ce centre commun de gravité perpendiculairement au plan de ces deux bases A, B , jusqu'à la droite menée d'un centre de gravité à l'autre des bases opposées à ces generatrices-là, & auxquelles se terminent les deux cylindres ou onglets opposés C, D , de part & d'autre du plan commun de ces deux generatrices A, B .

2°. Que la difference de deux corps ou solides ronds, C, D , tracés en sens contraires par la rotation en plan de deux surfaces planes quelconques A, B , autour d'un axe fixe placé entr'elles dans leur plan commun; sera toujours égale au produit de la somme $A+B$ de ces deux lames ou surfaces quelconques generatrices A, B , multipliée par l'arc que leur centre commun de gravité aura pour lors parcouru: le tout comme dans le corol. 9. art. 2. nomb. 2. Fig. 13.

3°. Que la difference de deux corps solides C, D , tracés par les développemens en sens contraires de deux surfaces ou lames quelconques A, B , roulées à contre-sens en goutieres ou en tuyaux paralleles entr'eux de part & d'autre d'un ou de deux plans touchans placés entr'eux; sera toujours égale au produit de la somme $A+B$ de ces deux lames ou surfaces quelconques generatrices A, B , multipliée par l'arc que le centre commun de gravité de ces deux surfaces roulées aura pour lors parcouru en consequence de leurs déroulemens: le tout comme dans le corol. 13. nomb. 2. Fig. 18. 19. 20. 21.

R E M A R Q U E.

Les coroll. 8. 9. 10. 11. 12. 13. qui viennent de
P ij

donner les deux Regles precedentes, les auroient pû rendre encore plus generales, & les étendre au cas où les plans des lignes ou des surfaces generatrices A, B , seroient differens & en angles fixes quelconques entr'eux en leur section commune qui en seroit l'axe. Car ces corollaires feront encore voir que le produit de la somme $A+B$ de ces deux lignes ou surfaces generatrices A, B , multipliée par le chemin que leur centre commun de gravité parcourroit alors, seroit encore ici égal à la somme ou à la difference des surfaces ou des solides C, D , engendrés (comme ci-dessus) par ces lignes ou par ces surfaces generatrices A, B . Mais la difficulté d'exprimer clairement tout cela dans les deux Regles precedentes avec ce qu'elles contiennent, m'a empêché de l'y comprendre: je crains même de n'y en avoir que trop compris pour être clairement entendu de tous ceux qui liront ceci; mais les corollaires, qui viennent de donner ces deux Regles, y suppleront sans peine en les consultant sur les endroits de ces Regles qui ne paroîtront pas assez clairement énoncés.

C'a été pour me rendre encore plus intelligible, que dans chacune de ces deux Regles precedentes j'ai fait deux articles de la dimension des surfaces engendrées par des lignes, & de la dimension des solides engendrés par des surfaces; & que j'ai même encore détaillé chacun de ces articles en trois nombres: quoi-que le tout de chaque Regle puisse être compris dans un seul énoncé, mais peut-être trop obscur pour bien des gens. C'est ce qui m'a engagé à ce détail. Voici encore un nouvel usage du centre de gravité en Geometrie.

COROLLAIRE X V.

FIGURES
XXII.
XXIII. Quelque nombre n de triangles rectilignes APB dans la Fig. 22. & APB, AQB , dans la Fig. 23. qu'on imagine sur un même plan, disposés à volonté sur une même base AB , sur laquelle soit de plus un autre triangle AGB (que j'appellerai *triangle central*) dont le sommet G soit

le centre commun de gravité de tous les points ou sommets P des autres triangles APB dans la Fig. 22. & de tous les sommets P, Q des autres triangles APB, AQB , dans la Fig. 23. Il suit encore des part. 1. 2. de la presente prop. 2. que le produit $n \times AGB$ du triangle central AGB par le nombre n de tous les autres, fera toujours égal à leur somme $\int APB$ (\int signifie *somme*) dans le cas de la Fig. 22. où ils sont tous d'un même côté de leur base commune AB ; & seulement égal à l'excès $\int APB - \int AQB$ dont la somme $\int APB$ de ceux qui dans le cas de la Fig. 23. sont du même côté que le central AGB par rapport à leur base commune AB , surpassera la somme $\int AQB$ des autres qui y sont du côté opposé par rapport à cette base.

Pour voir tout cela, soient imaginées des sommets G, P, Q , de tous ces triangles, autant de perpendiculaires GE, PE, QE , sur leur base commune AB prolongée de part & d'autre vers H, K ; & tous les points ou sommets P, Q , comme autant de poids égaux entr'eux, & chacun = 1. Cela posé,

I. La part. 1. de la presente prop. 2. donnera toujours $n \times GE = \int PE$ dans le cas de la Fig. 22. Donc en multipliant le tout par $\frac{1}{2} AB$, l'on y aura toujours $n \times \frac{GE \times AB}{2} = \frac{AB}{2} \times \int PE = \int \frac{PE \times AB}{2}$. Or on sçait que le triangle central $AGB = \frac{GE \times AB}{2}$, & que tous les autres APB sont chacun $= \frac{PE \times AB}{2}$. Donc l'on aura aussi toujours $n \times AGB = \int APB$ dans le cas present de la Fig. 22. où les triangles APB avec le central AGB sont tous d'un même côté de leur base commune AB ; ainsi qu'il le falloit 1°. faire voir.

FIGURE XXII.

II. La part. 2. de la même prop. 2. donnera aussi toujours $n \times GE = \int PE - \int QE$ dans le cas de la Fig. 23. Donc en multipliant le tout par $\frac{1}{2} AB$, l'on y aura toujours $n \times \frac{GE \times AB}{2} = \frac{AB}{2} \int PE - \frac{AB}{2} \int QE = \int \frac{PE \times AB}{2} - \int \frac{QE \times AB}{2}$

FIGURE XXIII.

Donc ayant encore ici le triangle central $AGB = \frac{GE \times AB}{2}$,
chaque $APB = \frac{PE \times AB}{2}$, & chaque $AQB = \frac{QE \times AB}{2}$; l'on
aura aussi toujours $n \times AGB = \int APB - \int AQB$ dans le
cas present de la Fig. 23. où tous les triangles APB sont
avec le central AGB d'un même côté de leur base com-
mune AB , & où tous les autres AQB sont du côté oppo-
sé par rapport à cette base. Ce qu'il falloit 2°. faire voir.

COROLLAIRE XVI.

FIGURES Si presentement sur le plan des triangles precedens on
XXII. imagine un arc quelconque dont AB soit la corde; soit
XXIII. que le segment en soit ajouté à chacun de ces triangles,
ou qu'il en soit retranché; ensorte qu'il s'en fasse autant de
secteurs convexes, ou autant de secteurs concaves: dans
chacune de ces deux especes de secteurs, dont celui qui
aura pour sommet le centre commun G de gravité des
sommets de tous les autres, soit appellé *secteur central*,

FIGURE 1°. L'art. 1. du precedent corol. 15. fera voir que le
XXII. produit de ce secteur central multiplié par le nombre n de
tous les autres de son espece, fera toujours égal à leur
somme dans le cas de la Fig. 22.

FIGURE Ce qui fait voir la verité d'une proposition très curieuse
XXIV. que M. de Tschirnhausen a avancée sans démonstration
dans les Actes de Leipsik de 1695. pag. 491. en ces ter-
mes: *Sit curva FG, quæ descripta sit ope quatuor focorum*
A, B, C, D, sitque E centrum gravitatis quatuor puncto-
rum A, B, C, D; Dico si ex quinque his punctis versùs duo
puncta F & G pro lubitu assumpra in curva, ducantur rectæ,
spatia AFG, BFG, CFG, DFG, quadrupla esse semper
spatii, EFG; si autem quinque essent foci, fore quintupla, &
sic porro in infinitum, sed de his satis.

FIGURE 2°. L'art. 2. du precedent corol. 15. fera voir aussi que
XXIII. le central des secteurs precedens de chaque espece, mul-
tiplié par le nombre n de tous les autres de son espece, fe-
ra toujours égal à l'excès dont la somme de ceux qui seront

de son côté, surpassera la somme de ceux de la même es-
pece, qui seront du côté opposé dans le cas de la Fig. 23.

On ne marque point ici l'arc commun à tous les secteurs précédens, étant plus aisé à imaginer qu'à exprimer sans équivoque du nom AB qui lui seroit commun avec sa corde; & de peur d'embarasser trop les Fig. 22. 23. ou de les multiplier inutilement par l'expression de cet arc dans les deux positions différentes qu'il y devoit avoir pour répondre aux deux especes de secteurs dont on vient de parler, & par la multiplicité des lettres qui seroient requises pour le nombre d'un autre nom que sa corde. C'est aussi pour éviter l'embaras & la multitude des Figures que je vas me servir des planes 22. 23. pour en exprimer de solides dont celles-ci seront comme les profils.

FIGURES
XXII.
XXIII.

C O R O L L A I R E XVII.

Si l'on prend presentement tous les triangles APB , AQB , dans les Fig. 22. 23. pour un pareil nombre n de pyramides d'une même base dont AB soit le profil comme ces triangles le sont de ces pyramides, desquelles les sommets P, Q , soient, non plus en même plan, mais repandus à volonté dans un espace quelconque ou (regardés comme autant de poids égaux) ils ayent G pour leur centre commun de gravité dans chacune des Fig. 22. 23. dans la premiere desquelles tous ces sommets sont P du même côté que G par rapport au plan HK de la base AB de toutes ces pyramides; & dans la seconde ils sont tous P avec G d'une part, & Q de l'autre part de ce plan, sur lequel soient de tous ces sommets P, Q , & de leur centre commun G . de gravité, autant de perpendiculaires PE, QE, GE , desquelles celle-ci soit la hauteur d'une pyramide (que j'appellerai *centrale*) dont le triangle AGB sera le profil, & de même base AB que les autres: si de plus on substitue $\frac{1}{3} AB$ au lieu de $\frac{1}{2} AB$ dans le raisonnement du corol. 15. ce même raisonnement fera voir ici en pyramides ce qu'il a fait voir là en triangles: sçavoir;

FIGURES
XXII.
XXIII.

FIGURE 1°. Que le produit $n \times AGB$ de la pyramide centrale
 XXII. AGB multipliée par le nombre n de toutes les autres qui
 sont APB dans la Fig. 22. toutes d'un même côté de leur
 base commune AB dans cette Fig. 22. sera toujours égal
 en ce cas à la somme $\int APB$ de toutes ces autres pyrami-
 des APB .

FIGURE 2°. Que le produit $n \times AGB$ de la pyramide centrale
 XXIII. AGB multipliée par le nombre n de toutes les autres qui
 sont APB du côté de celles-là, & AQB du côté opposé
 par rapport à leur base commune AB dans la Fig. 23. fe-
 ra toujours égal en ce cas à l'excès $\int APB - \int AQB$ dont
 la somme $\int APB$ des premieres pyramides APB y surpassera
 la somme $\int AQB$ des secondes AQB .

COROLLAIRE XVIII.

FIGURES Si l'on prend les secteurs plans du corol. 16. pour au-
 XXII. tant de secteurs solides terminés par une même surface
 XXIII. courbe quelconque dont l'arc de ces secteurs plans soit le
 profil comme ces secteurs plans le sont de ces solides : tout
 le reste demeurant ici le même que dans le precedent co-
 rol. 17. ce corol. 17. donnera en secteurs solides ce que le
 corol. 15. a donné en secteurs plans dans le corol. 16. sça-
 voir pour chaque espece de ces secteurs solides tous conca-
 ves ou tous convexes en leur base commune quelconque.

FIGURE 1°. Que le produit du secteur solide central multiplié
 XXII. par le nombre de tous les autres de son espece dont les
 sommets sont P tous du même côté que celui G de ce sec-
 teur central dans la Fig. 22. sera toujours égal en ce cas à la
 somme de tous ces autres secteurs solides tous de sommets P .

FIGURE 2°. Que le produit du secteur solide central multiplié
 XXIII. par le nombre de tous les autres de son espece, dont une
 partie P des sommets est du même côté que celui G de ce
 secteur central, par rapport à leur base commune, & l'autre
 partie Q est du côté opposé dans la Fig. 23. sera toujours
 égal en ce cas à l'excès dont la somme des secteurs solides de
 sommets P , surpassera la somme des opposés des sommets Q .

Tout

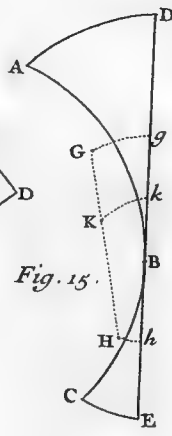
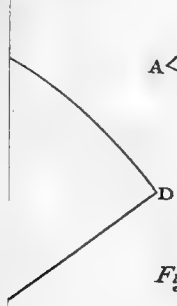


Fig. 15.

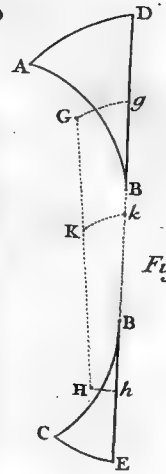


Fig. 16.

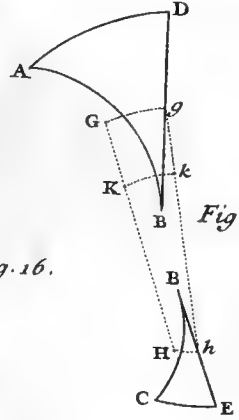


Fig. 17.

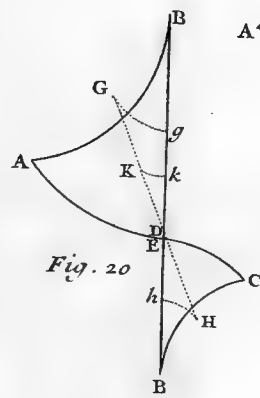
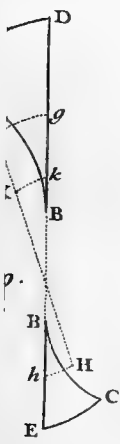


Fig. 20

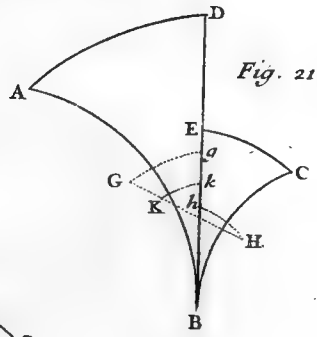


Fig. 21

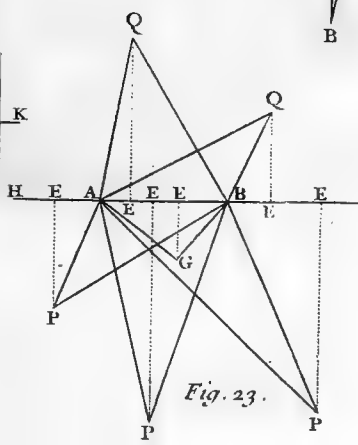


Fig. 23.

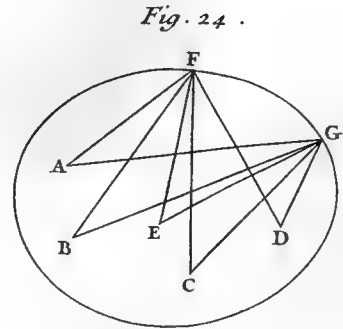
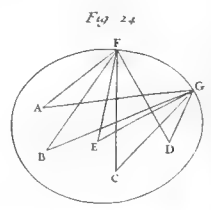
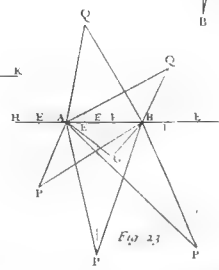
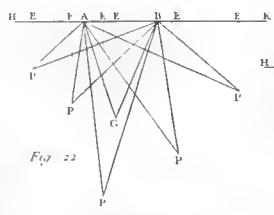
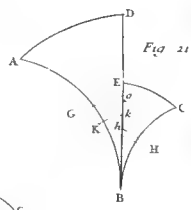
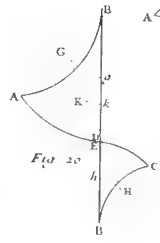
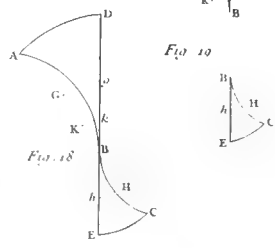
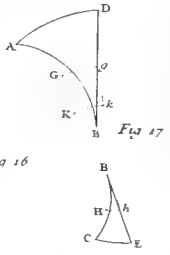
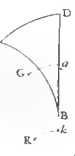
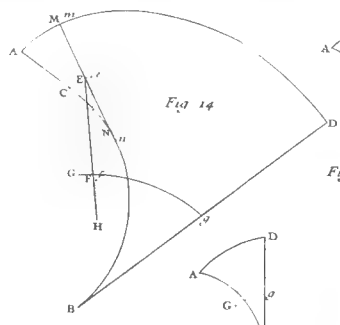


Fig. 24 .



Tout cela est aisé à imaginer sans Figures solides que les lignes requises pour en exprimer le relief, ne pourroient que rendre très confuses ; & tout cela plus difficile à imaginer par leur moyen que sans elles sur les Fig. 22. 23. outre que ce Memoire-ci n'est peut-être déjà que trop long : c'est pourquoi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

O B S E R V A T I O N S

Sur la Gomme Lacque, & sur les autres matieres animales qui fournissent la Teinture de Pourpre.

Par M. GEOFFROY le jeune.

DÉ toutes les curiosités de l'Histoire naturelle, une de celle qui cause le plus d'admiration, est le travail des Abeilles.

Les Anciens l'ont observé avec tant de soin que quelques Philosophes y ont employé jusqu'à soixante années. Aristo-
mache.

Les Modernes non moins attentifs, mais si je l'ose dire, plus exacts & plus methodiques, y ont ajoûté de nouvelles découvertes, & il n'y a pas encore long-tems que M. Maraldy fit part de quelques-unes à la Compagnie.

Quoi-que ces merveilleux insectes meritent une grande attention, ce ne sont pourtant pas les seuls qui fassent paroître leur industrie à bâtir des Ruches.

Il s'en trouve beaucoup d'autres qui ont la même adresse.

Mais le peu d'utilité que l'on retire du travail de quelques-uns de ces animaux, a été cause qu'on l'a negligé.

Entre ceux là, on peut compter les insectes qui produisent aux Indes la Gomme Lacque : quoi-qu'elle ait toujours été recherchée, soit pour les Teintures, soit pour d'autres usages, on n'est pas fort éclairci de la maniere dont elle est produite, ou parce qu'il s'est trouvé peu d'observateurs sur les lieux, ou parce que les insectes qui la

travaillent n'étant pas élevés avec un soin particulier comme nos Abeilles, n'ont encore pû être examinés d'affés prés.

Je joindrai donc mes observations sur cette matiere au peu de lumieres que les Auteurs nous en ont données, afin de mieux faire connoître la nature de la Gomme Lacque qu'elle ne l'a été jusqu'à present.

Le nom de Gomme ne paroît pas lui convenir, puisqu'il c'est plustôt une sorte de Cire, comme je le ferai voir dans la suite.

Le nom de Lac ou Loc lui vient des Arabes de qui les Indiens l'ont appris. On la nomme aussi *Trec*, dans le Royaume de Pegu & de Martaban.

Les premiers qui ont traité de la Lacque nous ont appris qu'elle croît dans les Indes, & particulièrement au Royaume de Pegu.

Comme on a de la peine à croire que les Anciens ayent rien ignoré, plusieurs se sont imaginé qu'elle avoit été connue de Dioscoride & de Serapion, & que c'est ce que le premier a nommé *Cancanum*, mais la description que ces Auteurs nous en ont laissée est trop imparfaite pour pouvoir en porter aucun jugement.

La principale espece de Lacque, & qui a donné lieu à mes observations, est celle qu'on nomme Lacque en bâtons, parce qu'on nous l'apporte attachée à de petits branchages sur lesquels elle a été formée.

La premiere chose qui se presente à examiner, est de sçavoir si cette Gomme n'est point provenüe de ces petits rameaux où on la voit attachée. Il n'y a pas beaucoup d'apparence, puisqu'en la cassant & la détachant de ces petits bâtons, on ne voit aucune issue par où elle auroit pû couler. Outre que comme cette Gomme est fort abondante, & que souvent les bâtons sont très petits, il est visible qu'elle n'en est point produite: c'est aussi le sentiment du P. Tachard, qui dit dans une relation qu'il en avoit eu, que quand on fait quelque incision à ces sortes d'arbres il en sort bien une Gomme, mais qu'elle est d'une natu-

re toute differente de la Lacque.

On ſçait en general que c'eſt l'ouvrage d'une ſorte d'inſecte ; les uns diſent que ce ſont des Fourmis volantes qui déposent cette matiere ſur les menuës branches d'un arbre qu'on appelle *Ber*. D'autres veulent que ce ſoient de ſimples Fourmis , & d'autres que ce ſoient des Mouches. Il y en a même qui diſent que les bâtons de la Lacque ne ſont autre choſe que des branchages que les habitans ont ſoin de picquer en terre en grande quantité pour ſervir de ſoutient à l'ouvrage de ces petits inſectes.

Pour ce qui eſt de la nature de cet ouvrage , on ne nous en donne aucune lumiere certaine.

Il m'a paru en l'examinant avec ſoin que ce ne pouvoit être qu'une ſorte de Ruche approchante en quelque façon de celle que les Abeilles & d'autres inſectes ont coûtume de travailler. En effet quand on la caſſe on la trouve partagée en pluſieurs cellules ou alveoles d'une figure aſſés uniforme , & qui marque que ce n'a jamais été une Gomme ni une refine coulante des arbres.

Chacune de ces alveoles eſt oblongue , à pluſieurs pans, quelques-fois tout-à-fait rondes , ſelon que la matiere étant encore mole a été dérangée & a coulé autour de la branche qui la ſoutient.

Ce dérangement eſt cauſe que ces alveoles ont quelque difference dans leur conſtruction, cependant elles ſont pour la plûpart renflées par le milieu , finiſſant en pointe aiguë du côté qu'elles touchent à la branche , terminées de l'autre par une pointe plus ou moins arrondie & percée d'un petit trou tel que ceux dont toute la ſurface de la Lacque paroît criblée quand on la regarde de près.

On apperçoit ordinairement aux extremités des alveolés deux petites lignes blanches dont il eſt difficile de déterminer ni la matiere ni l'uſage.

Les cloiſons de ces alveoles ſont extremement fines & toutes pareilles à celles des Ruches des Mouches à miel : mais comme elles n'ont rien qui les deſſendent des inju-

res de l'air, elles sont recouvertes d'une couche de cette même cire assés dure & assés épaisse pour leur servir d'abri.

D'où l'on peut conjecturer que ces animaux ne travaillent pas avec moins d'industrie que les Abeilles, puisqu'ils ont beaucoup moins de commodités.

Il est certain que ces alveoles sont faites pour loger quelque chose, & que ce n'est point un simple excrement que ces insectes déposent, comme quelques-uns se le sont imaginé; aussi y découvre-t'on de petits corps plus ou moins renflés & qui y sont moulés. Les premiers observateurs les ont pris pour les ailes ou les autres parties de ces Fourmis auxquelles ils attribüent la Lacque, & où ils ont crü qu'elles s'enfermoient. Ces petits corps sont d'un beau rouge, les uns plus foncés les autres moins; & quand on les écrase ils se reduisent en une poudre d'une aussi belle couleur que celle de la Cochenille.

Que ce soient les parties de ces animaux qui forment la Lacque, il n'y a guere d'apparence; du moins ne les distingue-t-on pas assés: à quel dessein se feroient-ils un pareil tombeau?

Il y a plus lieu de croire que ces alveoles sont destinées à leurs esläins comme celles des Abeilles, & que ces petits corps sont les embrions des insectes qui en doivent sortir, ou les enveloppes de ceux qui en sont sortis effectivement, comme on le voit dans le Kermes, qu'on nomme autrement graine d'écarlatte, dans la Noix de Galles, & les autres excroissances qui proviennent de la picûre des insectes, & dont j'aurai occasion de parler pour éclaircir davantage cette matiere.

Ces petits corps sont oblongs, ridés ou chagrinés comme la Cochenille, terminés d'un côté par une pointe, & de l'autre par deux, & quelques-fois par une troisième. En les mettant dans l'eau ils s'y renflent comme la Cochenille, la teignent d'une aussi belle couleur & en prennent à peu près la figure, en sorte que la seule inspection fait juger que ce sont de petits corps d'insectes en quelque

estat qu'ils soient. Ce sont eux qui donnent à la Lacque la teinture rouge qu'elle paroît avoir, car quand elle en est absolument dépouillée ou peu fournie, à peine en a-t-elle une legere teinture.

Il paroît donc que la Lacque n'est qu'une sorte de Cire qui forme pour ainsi dire, le corps de la Ruche.

Cette Cire est d'une bonne odeur quand on la brûle, mais pour ce qui est des petits corps qui sont renfermés dans les alveoles, ils jettent en brûlant une odeur désagréable, comme celle que rendent les parties des animaux.

Plusieurs de ces petits corps, qui pour la plûpart sont creux, se trouvent quelques-fois tout-à-fait pourris, remplis de moisissure, d'autres sont pleins d'une poudre où l'on découvre à l'aide du Microscope quantité d'insectes longs transparents à plusieurs pattes dont il n'est pas aisé de déterminer l'espece. Peut-être sont-ce les insectes qui y ont été déposés par ceux qui forment la Lacque; peut-être en sont-ce d'autres qui s'y sont produits.

Car il y en a de differentes sortes qui penetrent toute la substance de la Lacque qui s'y logent & y déposent leurs œufs en quantité, comme il arrive quelques-fois aux Ruches des Abeilles: c'est ce qu'il est aisé de remarquer à une soye qui passe en dehors, par une ouverture que le Ver y a faite en y entrant, & sous laquelle on découvre son enveloppe, qu'on appelle Nimphe, Crisalide ou Aurelia, & qui est ordinairement assés grosse.

On voit tout auprès de cette dépouille un tas d'œufs ronds, plats, transparents & aussi rouges étant écrasés que les petits corps qui sont renfermés dans les alveoles.

Cette soye dont le bout paroît exterieurement, sert à envelopper la Crisalide, & quelques-fois de soutient aux œufs.

Le Ver n'a pû se loger ainsi sans détruire un grand nombre d'alveoles & consommer ce qu'il a trouvé: c'est à cela principalement qu'il s'attache, n'endommageant ni le bois qui porte la Lacque ni la couche superieure de cette

126 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
même Lacque, où l'on ne remarque qu'un trou assés grand par où il est entré, & sorti après sa métamorphose.

Toutes ces observations me portent à conclure que ce que l'on appelle Gomme Lacque n'est point précisément du genre des Gommés ni des résines, mais une sorte de Cire recueillie & formée par certains insectes en maniere de Ruches dont les alveoles sont remplies de leur effain, & que les rayes blanches que j'ai observées dans les alveoles peuvent être un reste d'une matiere propre à nourrir ces petits insectes lorsqu'ils commencent à éclore.

Mais ce qui me confirme davantage dans cette opinion que la Lacque est une véritable Ruche, c'est l'examen que j'ai fait de celle qui vient de l'Isle de Madagascar, car celle-là ne differe presque point de la Cire, elle en a la couleur & l'odeur. Les naturels du Pais l'appellent *Lit-in-bitfic*. Flacourt dans sa description de l'Isle de Madagascar est le seul qui en ait fait mention. Les morceaux en sont plus épais que ceux de la Lacque ordinaire. Sa couleur tire sur celle d'Ambre ou de Karabé blanc transparent. Elle est formée comme celle des Indes autour des branches d'arbres, & est pareillement disposée en alveoles remplies d'especes de Crisalides plus grosses, dont la figure répond à celle de la Lacque ordinaire, mais la couleur en est grise.

Ce sont ces membranes qu'on pourroit plutôt prendre pour des ailes de Fourmis à cause de la couleur qui peut tromper, au lieu que les membranes ou Crisalides de nôtre Lacque sont si rouges qu'elles paroissent noires. Au reste, cette Lacque de Madagascar n'est point employée comme celle du Pegu, étant inutile pour les teintures aussi-bien que pour la Cire à cacheter, ce qui fait qu'elle est aussi-bien moins connue.

Par toutes les experiences que j'ai faites sur cette Lacque, je ne l'ai point trouvée différente de la Cire des Ruches de nos Abeilles, ce qui donneroit lieu de soupçonner que cette matiere pourroit aussi être l'ouvrage de quelques fortes d'Abeilles, si la figure & la disposition des alveoles

me paroïſſoit viſiblement la même que dans la Lacque. Les eſpeces de Crifalides ont toutes la même figure à la couleur près, & le deſſus & le deſſous des alveoles portent les rayes blanches que j'ai obſervées dans notre Lacque.

La conformité que je remarque entre ces deux différentes Lacques doit lever tout le ſouſçon qu'on peut avoir ſur la Lacque en bâtons; enſorte qu'il eſt hors de doute que ces deux matieres ne ſont point produites par les arbres ſur leſquels on les trouve, mais qu'elles y ſont apportées d'ailleurs par des infeſtes qui ſelon la Relation qu'en a eu le P. Tachard ſont des Fourmis qui la ramassent comme nos Abeilles font la Cire. Or l'on ſçait que nos Abeilles ne font point la Cire, mais ſeulement qu'elles la recueillent ſur des fleurs comme l'a fort bien remarqué M. Maraldy dans ſa Diſſertation ſur les Mouches à Miel, enſorte que ſans les Mouches nous n'aurions point de Cire, & quoi-que l'on ſçache où on la recueille, toute l'induftrie imaginable des hommes n'en pourroit pas ramasser avec bien de la peine en beaucoup de tems gros comme deux petites lentilles qui eſt la charge ordinaire de l'Abeille.

Je puis donc comparer la Lacque qui eſt ſur les bâtons chargés d'alveoles à la Cire de nos Mouches, & dire que ſans les Fourmis il n'y auroit point de Lacque, car ce ſont elles qui prennent ſoin de la ramasser, de la préparer & de la travailler pendant huit mois de l'année pour leur uſage particulier qui eſt la production & la conſervation de leurs petits, & que les hommes ont auſſi mis à profit en l'employant pour la belle teinture d'écarlatte qui ſ'en fait au Levant, pour la Cire à cacherer dont nous nous ſervons, & pour les Vernix.

Je ne prétends point pour cela détruire entierement l'opinion de ceux qui diſent qu'il y a de la Gomme Lacque qui découle des feuilles de certains arbres, puisſqu'il ſe pourroit faire que les Fourmis qui ſuivant la Relation du P. Tachard, la recueillent ordinairement ſur différentes fleurs, la trouvaſſent auſſi en abondance ſur quelques ar-

Ray.

Hift. de
Acad. ſol.
47. an.
1710.

bres d'où on pourroit la ramasser sans leur secours. Ceux qui sont de cette opinion croient que c'est la Lacque qu'on nous apporte en masse; & l'on ne découvre ni les alveoles ni les petits corps rouges que l'on voit dans l'autre. Mais il y a plus d'apparence que toute cette matiere a été travaillée par les Fourmis, & que les masses ont été ainsi apportées par les Indiens, après en avoir tiré la teinture ou l'avoir purifié des ordures dont elle étoit mêlée. Ces changemens ne sont pas sans exemples, puisque nous voyons que les ouvriers qui se servent de la Lacque en bâtons pour en tirer la teinture la métamorphosent en une autre sorte de Lacque que nous nommons Lacque en graine, parce qu'elle est par petits grains, & qui peut être encore employée à d'autres ouvrages pour lesquels même on la préfere à celle qui est en masse.

Voilà ce qu'on peut conjecturer de la Lacque en masse; car ce sont des faits qu'il faudroit vérifier sur les lieux, si l'on n'aime mieux s'en rapporter à Tavernier, qui dit qu'au Pegu il y a une Lacque moins estimée qui est ordinairement mêlée de quantité d'ordure, & la raison qu'il en donne, est que les Fourmis la déposent à terre par monceaux, quelques-fois, dit-il, de la grosseur d'un tonneau.

Il faut donc établir différentes sortes de Lacques; premierement la Lacque en branche, dont je distingue deux especes, une de couleur d'ambre jaune foncé qui porte des alveoles, mais qui n'a point reçu assez de chaleur pour prendre la couleur rouge des parties animales qui y sont contenuës, ou plustôt parce que la Cire s'est trouvée trop abondante à proportion des parties animales qu'elles renferment.

La 2^e. espece est d'une couleur plus obscure à l'extérieure, mais entierement rouge lorsqu'on regarde la lumiere à travers. Cette belle couleur lui vient de ce que ces alveoles sont bien remplies, & que les parties animales y étant en abondance, ont communiqué leur teinture à la Cire à l'aide de la chaleur du Soleil. On peut dire que
c'est

c'est la Lacque dans sa maturité, aussi est-elle plus pesante, plus ferrée & plus solide que la précédente.

La 3^e. espece est une Lacque sale en morceaux, mêlée de terre, de bois, & où à peine peut-on découvrir quelques alveoles; cette espece pourroit bien être celle dont Tavernier veut parler.

La 4^e. espece est celle que j'ai décrite de l'Isle de Madagascar, qui est, comme je l'ai fait remarquer, plus approchante de notre Cire que de la Lacque ordinaire.

La 5^e. espece est celle qui est en graine détachée d'une couleur rougeâtre.

La 6^e. est en grosse masse ou pains, ressemblans à un amas de petits grains réunis ensemble & de couleur brune. Cette dernière espece reviendroit assez à celle dont M. Ray a parlé, s'il est vrai, comme il le prétend, qu'il en découle naturellement des Arbres.

Après avoir montré que la Lacque en branche n'est autre chose qu'une Ruche travaillée & formée avec autant de soin que les rayons de nos Abeilles, & pour le même usage qui est la production de quelque nouvel essain de ces insectes, je vais passer aux autres usages qu'on a coutume de faire de ces matieres.

La principale partie de la Lacque est, comme j'ai fait voir, celle qui se trouve renfermée dans les alveoles, & que j'ai nommées une sorte de Crisalide.

Quoi-que ce soit en apparence ce qu'il y a de moins considerable, & en effet ce qu'il y a eu de moins observé, c'est de-là cependant que la Lacque tire cette couleur qui la rend remarquable, & qu'elle a parû propre aux premiers qui s'en sont avisez à donner cette belle teinture de Pourpre qui a toujours été la plus estimée chez tous les Peuples. Cette espece de Crisalide tirée des alveoles & infusée dans l'eau & dans l'Esprit de Vin, donne à ces deux liqueurs une couleur rouge aussi belle que la Cochenille qu'on employe aujourd'hui pour les plus belles teintures écarlattes.

La matiere des alveoles n'en peut au contraire communiquer aux differentes liqueurs qu'à proportion de ce qu'elle en a reçû des crisalides, comme je l'ai déjà dit.

Une preuve de ce que j'avance est que les alveoles de la premiere espece de Lacque qui n'ont presque point de couleur, n'en donnent que très-peu, ou même point du tout dans les essais differens.

La Lacque la plus estimée pour les teintures, est celle qui est en branche, parce qu'elle est plus garnie de parties animales. On la choisit ordinairement la plus rouge.

Au rapport de Tavernier celle du Royaume de Bengale est plus chere sur les lieux que celle qui vient du Royaume de Pegu, parce que les Habitans de Bengale s'en servent & en tirent la belle couleur d'écarlatte dont ils teignent leurs toiles; c'est aussi celle qu'on transporte en Perse pour les teintures.

Il nous apprend encore que celle du Pegu est la moins estimée, parce c'est celle du País où les Fourmis sont plus négligentes, puisqu'elles la déposent à terre & par monceaux.

Pour tirer la teinture rouge de la Lacque, au rapport du P. Tachard, on la sépare des branches, on la pile dans un mortier, on la jette dans de l'eau bouillante, & quand l'eau est bien teinte, on en remet d'autre jusqu'à ce qu'elle ne teigne plus. On fait évaporer au Soleil la plus grande partie de l'eau. On met ensuite cette teinture épaisie dans un linge clair, on l'approche du feu, & on l'exprime au travers du linge. Celle qui a passé la premiere est en gouttes transparentes, & c'est la plus belle Lacque. Celle qui sort ensuite par une plus forte expression, & qu'on est obligé de racler avec un coôteau est plus brune & d'un moindre prix. Voilà la préparation de la Lacque la plus simple, qui n'est qu'un extrait de la couleur rouge que donnent les parties animales.

Cette matiere ainsi extraite conserve le nom de Lacque, & c'est de cette premiere préparation dont les autres, qui

se font introduites depuis par le secours de l'art, ont pris leur nom.

De-là viennent toutes les Lacques employées dans la Peinture, qui sont des pâtes séchées auxquelles on a donné en premier lieu la couleur de la Lacque selon les differens degrés necessaires pour la gradation des teintes. Depuis ce mot s'est étendu à un grand nombre de pâtes séchées, ou des poudres de différentes couleurs & teintes avec des matieres bien différentes.

Nous voyons mêmes que de toutes les Poudres rouges qui s'employent aujourd'hui, nous n'avons que la Lacque de la Cochenille qui ait changé de nom pour prendre celui de *Carmin*, encore n'est-ce point son veritable nom, puisqu'il l'a emprunté du *Kermes*.

L'on fait une préparation de Lacque plus composée pour teindre en rouge les peaux de Maroquin.

Il y a apparence que les plus beaux Maroquins de Levant sont préparés avec cette matiere, quoi-qu'aucune Relation ne nous en ait encore rien appris.

Ce qu'il y a de certain, c'est que ceux qui les préparent en France & qui ont imité d'assez près la fabrique du Levant, se servent pour cela de la Lacque; soit qu'ils y aient été portés par conjectures ou par quelque connoissance secrette qu'ils en ont eu, car ils en font encore un secret. Voilà ce que j'en ai pû apprendre.

On choisit la Lacque en bâtons, la plus haute en couleur, on en sépare les bâtons, on la réduit en poudre, on la jette dans l'eau bouillante avec de la Noix de gales épineuse & legere, de l'Alun & un peu de Cochenille. Lorsque la teinture est faite, on y passe les peaux de Chevres qui ont été apêtées auparavant d'une maniere particuliere, qu'ils nomment le *confis*. C'est de faire tremper ces peaux pour les corroyer dans un bain fait avec de la fiente de chiens, parce que ces excremens sont apparemment plus propres à exalter la teinture que le tan ou les autres drogues semblables. Ces peaux étant bien lavées & coufues

en double pour que la couleur ne prenne que d'un côté ; sont passées à cette teinture jusqu'à ce qu'elles soient assez colorées, après quoi on les seiche & on les lustre avec de l'huile de Lin.

Il n'en est pas de même des peaux de Moutons rouges qui se fabriquent à Limoges. On ne se sert plus pour leur teinture que d'une Lacque commune tirée de Bresil où il n'entre point de Lacque en bâtons.

La matiere qui reste après la teinture pour les Maroquins est en masses legeres, boursofflées de differentes figures, de couleur rouge plus ou moins foncées, ce que les ouvriers nomment *gravois*. On les employe avec d'autres matieres pour la Cire d'Espagne commune.

La préparation que l'on fait de la partie de la Lacque qui forme les alveoles, sert à fabriquer la Lacque platte, qui est une Lacque fonduë & jettée en feuilles plattes, minces & transparentes. Il s'en est vû en petits morceaux plats, ronds d'un côté & creux de l'autre, que l'on a nommé *Lacque à oreille*, à cause de sa figure.

Toutes ces Lacques s'employent dans les Vernix, mais sur-tout la Lacque en bâtons & la platte.

Analise. L'analise de la Lacque sert encore à confirmer la comparaison que j'en ai faite avec la Cire de nos Ruches, car on en tire à peu-près les mêmes principes, sçavoir un esprit acide & un beurre, comme M. l'Emery l'avoit remarqué. Mais comme les parties animales contenuës dans la Lacque doivent fournir quelque chose de particulier, & qu'il n'est pas aisé d'en faire l'analise séparément, je me suis trouvé obligé, pour venir à mon but, de prendre une sorte de Lacque qui ayant été réduite en grains après avoir servi aux teintures, se trouve absolument dépoüillé de tout ce qu'elle pourroit contenir d'animal, & j'ai remarqué par l'analise entre cette Lacque en grains & la Lacque en bâtons une difference qui justifie mes conjectures sur les petits animaux renfermés dans ces alveoles ; car l'esprit acide qu'on tire de celle-ci est mêlé avec un esprit volatil que la

feule partie animale peut fournir, comme on le reconnoît aisément par le précipité blanc qui résulte de son mélange avec la solution du sublimé corrosif, ce que ne fait point l'esprit acide tiré de la Lacque en graine, parce qu'elle ne contient aucune de ces parties animales.

En observant les parties des animaux qui étoient contenues dans les deux especes de Lacques, j'ai été obligé de les comparer avec les autres matieres animales dont on tire la teinture de pourpre. Une de celles-là qui a été longtemps fort en usage, est le Kermes, que je puis ranger au nombre des especes de Galles, parce que c'est une excroissance produite sur un Arbre par la picqûre d'un insecte. *Kermes* est un mot Arabe qui signifie *Vermisseau*, & quoiqu'on ne puisse revoquer en doute que le Kermes n'ait été connu des Anciens & en usage parmi eux, cependant nous sçavons confusément qu'il y a eu nombre de différentes matieres qui croissent en divers Pays & sur plusieurs sortes d'Arbres ou de Plantes, qui ont toutes servi aux teintures d'écarlates; mais de toutes ces matieres le Kermes est le seul qui soit encore un peu employé dans nos teintures. Ce sont de petites vessies grosses & rondes comme des poix attachées sur *Lilæ acculeata cocci glandifera*. C. B. P. 425. L'on observe au Printemps sur les feuilles & les jeunes pousses de cet Arbrisseau une petite vessie qui n'est d'abord pas plus grosse qu'un grain de Millet, elle est causée par la picqûre d'un insecte qui y dépose ses œufs, elle grossit insensiblement & devient d'une couleur grise cendrée à sa superficie: cette couleur n'est qu'une espece de fleur pareille à celle que nous voyons sur les fruits & qui en cache la couleur rouge. Les Grecs ont nommé ce grain *Coccus Baphicæ*, & les Arabes *Kermes alkermes*, les Latins *Coccus* ou *Vermiculus*, d'où nous est venu le nom de *Vermillon*. Celui d'écarlatte, qui est le plus en usage, lui vient, à ce que l'on croit de l'ancien Celtique. Quand cette galle est parfaitement meure, on la cueille, on en tire le suc ou la pulpe en l'écrasant, ou bien.

Coccus
Baphica,
Coccus In-
sectoria,
Grana in-
sectoria.

on l'arrose de vinaigre pour tuer les insectes qui sont renfermés au-dedans. Sans cette précaution ces petits animaux venant à éclore, laisseroient les coquilles vuides. Ils en sortent comme autant de petits Moucherons pareils à ceux que l'on voit se venir noyer sur le vinaigre & sur toutes les autres liqueurs odorantes qu'on laisse exposées à l'air. Après avoir bien examiné ces coques étant séchées, j'ai observé qu'il y en avoit beaucoup de vuides, & que celles-là avoient un trou à l'endroit par où elles adherent à la feuille de l'Arbre. Cette espece de galle est fort legere, assez fragile, d'un rouge vis, luisante; elle est couverte d'une pellicule fort deliée, cassante, membraneuse, excepté l'endroit par où elle tient à la feuille, car de ce côté elle est un peu aplattie, & l'on apperçoit une matiere ronde, blanche, charnuë, qui sert comme de pedicule à la baie, & en même temps de couvercle pour empêcher l'air d'y penetrer. La peau de la baie fait à la jonction du pedicule un espece de bourlet qui est enchassé dans le pedicule comme dans une feüillure: au-dessous de cette premiere cocque il s'en trouve une autre plus tendre, quoi-que plus épaisse, d'une couleur rouge & qui est apparemment le suc desséché & le paranchime qui souûtenoit les insectes qui y sont contenus.

Cette seconde coque renferme deux ou trois cavités qui varient comme celles de certains fruits ou baies. La plus grande est remplie d'une poussiere semblable à une vermoulure: on y observe facilement deux couleurs, le blanc & le rouge, c'est ce qu'on nomme communement *Pastel d'écarlatte*, que les Teinturiers employent.

Ayant mis de cette poudre au Microscope, les parties blanches m'ont parû figurées en cornets fort deliés, qui, selon toutes les apparences, ont servi d'enveloppes aux insectes qui en sont sortis.

Pour avoir une plus grande connoissance des principes du Kermes j'en ai fait l'analyse.

Outre du flegme qui avoit l'odeur du Kermes, mais

qui n'a répondu à aucuns essais, j'ai tiré plusieurs portions de liqueurs urineuses & volatiles qui n'ont point altéré la teinture du Tournesol, mais qui ont verdi celle des Violettes & des Roses.

Ce qu'il y a de particulier, c'est que d'une livre de Kermes que j'avois mis dans la Cornuë, j'ai tiré demie once d'un beau Sel volatil cristallisé, & la valeur d'une dragme ou deux mélangé avec une huile citrine. L'huile fœtide a été très-abondante sans être noire, elle étoit d'un jaune foncé & épaisse comme du beurre. Je ne puis mieux comparer les principes que j'en ai tiré qu'à ceux de la soye platte dont l'analyse a été faite par feu M. Tournefort.

Le Kermes est donc une matiere qui tient plus de l'animal que du vegetal, ou pour mieux dire qui a été entièrement transformé par l'insecte en une substance animale, comme l'analyse le démontre, puisqu'il fournit une très grande quantité de sel volatil & de Soufre très-pur.

Pour ce qui est de l'usage du Kermes dans les teintures, il est peu considérable, & sans celui qu'on en fait en Médecine, peut-être auroit-on négligé sa recolte, & nous pourrions dès-à-présent ne le plus connoître que sur le rapport de ceux qui l'auroient vû recueillir en Languedoc, de même que nous avons perdu l'usage des autres coques ou vers qui se sont employés autrefois, & que nous ne connoissons à présent que sur le recit des Sçavans qui les ont observés; c'est ce qui est arrivé à bien d'autres matieres animales qui servoient aussi à la teinture de Pourpre, tels sont la Pourpre des anciens, celle que M. de Reaumur a observée & décrite, comme aussi les insectes de la racine de la Pimpinelle, ceux du Lentisque, de la Parietaire, du plantin, ceux du Knavel qui se trouve en grande quantité en Pologne qui m'ont parû meriter quelque attention.

Cette matiere est un peu plus connue, parce qu'elle a été encore observée de nos jours. Quelques-uns même la nomment *Cochenille de Pologne*; c'est une coque qui se trouve à la racine de cette Plante, qui est une espeece d'*Al-*

136 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
chimilla gramineo folio. Les Paisans la vont ramasser au
mois de Juin ; il se trouve dans cette coque un Ver rouge
& dont le sang donne une belle teinture , ce que les ha-
bitans ont souvent reconnu aux excremens rouges des
Poules qui en avoient mangé.

On ramassoit autrefois ces insectes avec soin , & on les
étouffoit dans l'eau fraîche & quelquefois dans l'huile.

Les Ephemeres d'Allemagne disent que les Hollan-
dois en employent encore dans les teintures avec la Co-
chenille , & qu'on les ramasse sans faire tort aux Plantes.
Cette recolte se fait avec une espece de Truelle creuse ,
faite exprés pour cet usage , mais cet insecte n'est plus con-
nu des Teinturiers.

La Cochenille par la beauté de sa couleur & la grande
quantité qui nous en vient d'Amérique , a rendu pres-
que inutile toutes les autres matieres dont on se servoit
auparavant.

Il m'a donc paru à propos d'entrer dans quelque détail
touchant la nature & l'usage de la Cochenille.

Toute commune qu'elle est , les Auteurs qui en ont
traité , se sont trouvés partagés sur ce sujet. Les uns ont dit
que c'étoit un Insecte , & d'autres au contraire ont soutenu
que c'étoit une Graine.

Cette diversité d'opinions se remarque dans les pre-
miers Auteurs qui en ont traité. Il est vrai que nous avons
eu en dernier lieu le témoignage du P. Plumier Minime ,
très habile Botaniste , qui étoit d'un grand poids pour
nous persuader que la Cochenille qu'on appelle *Mesleque* ,
n'est autre chose qu'un petit animal semblable à une Pu-
naise , que l'on recueille sur une Plante de l'Amérique
nommée *Opuntia major validissimis aculeis munita*. Inf. R.H,
& que nous appellons *Cardasse* , *Raquette* & *Figuier d'Inde*.
Mais d'autre part , Pomet dans son Histoire des Drogues
prétendoit que ce Pere s'étoit mépris , citoit pour cela
les lettres d'un de ses amis actuellement sur les lieux , qui
assuroit que la Cochenille étoit une Graine.

Quoi

Quoi-que cette opinion n'ait pas été depuis fort suivie, je ne sçache pourtant personne qui l'ait refutée expressement & qui ait levé le doute que cette contrariété pouvoit laisser.

Il semble que la seule inspection de la Cochenille suffisoit pour terminer le different, mais étant séchée comme on nous l'apporte, on n'y découvre rien qui fasse plus pencher pour un sentiment que pour l'autre.

Voulant donc en être mieux éclairci, j'en ai mis dans de l'eau où elle s'est renflée, & a repris une souplesse & une forme qui ne peut convenir qu'à un Insecte. On y distingue à la simple veüe la tête, l'anus, les especes d'anneaux, les places des pattes, & on les découvre sensiblement avec le secours du Microscope. J'en ai préparé de la sorte où on voit les pattes bien articulées, trois de chaque côté; mais je n'y ai apperçû aucuns vestiges d'aïles, comme l'ont prétendu quelques-uns, qui veulent que la Cochenille soit une sorte de Scarabées. En ayant ouvert quelques-unes des plus grosses, il en est sorti une liqueur rouge avec une espece de grappe attachée à un canal creux, garni de petits grains qui, vûs au Microscope, semblent de petites Cochenilles.

Cette configuration tant interne qu'externe des parties de la Cochenille, fait assez voir que c'est véritablement un Insecte, comme le dit le P. Plumier, qui a assez bien comparé la Cochenille à une Punaise; elle n'est cependant pas si platte, & je crois qu'elle a encore plus de ressemblance par sa rondeur à ces sortes d'Insectes qui s'attachent aux Chiens.

Ce qu'il y a d'étonnant dans la Cochenille, c'est qu'elle puise le beau rouge qu'elle fournit sur des feuilles qui sont d'un vert pâle, car le P. Plumier remarque que ces Insectes naissent sur diverses sortes d'Arbres, mais qu'ils ne donnent cette belle couleur d'écarlatte que quand ils ont été élevés sur les feuilles de l'Opuntia. Comment ces feuilles sont-elles capables de donner la couleur qu'elles n'ont

138 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
point? Pour refoudre cette question, il est bon d'observer que la Figue d'Inde, qui est le fruit de l'Opuntia, est d'une couleur rouge si forte qu'elle teint même l'urine de ceux qui en mangent, ce qui a quelquefois effrayé ceux qui n'en sçachant pas la cause, croyoient rendre le sang tout pur.

On peut donc conjecturer que la substance de cette Plante souffre en passant dans le corps du petit Insecte la même alteration que celle qui cause dans son fruit la même couleur.

Je puis apporter ici un exemple d'un fait assez particulier.

J'ai remarqué qu'il s'attache aux roses rouges un petit Ver blanc de la longueur d'environ quatre à cinq lignes qui a la tête rousse : son aliment qui est la rose même, perd presque sa couleur dans son estomach, ce qui est aisé à voir, parce qu'il est transparent. On n'y apperçoit qu'une couleur bleuâtre. En écrasant ces Vers sur du papier ils y laissent une couleur verte, comme il doit arriver, parce que les parties volatiles & les suc alkalis des animaux ont coutume de verdir le suc des Roses, mais ce suc recevant une nouvelle alteration à l'extremité de l'intestin, fait que les excremens de ces Vers, que l'on trouve en petits grains comme de la menuë poudre à tirer, ont une couleur rouge, semblable à celles des Roses, & qui donnent, par le moyen de l'Esprit de Vin aidé de quelques liqueurs acides, la même teinture que les Roses, & souffre tous les mêmes changemens, comme de verdir par les alkalis & de noircir avec les acides.

Si les observations que je viens de rapporter ne suffisoient pas pour prouver que la Cochenille est un Insecte, l'analyse que j'en ai faite le démontreroit assez toute seule; car on en tire précisément les mêmes principes que les parties des animaux ont coutume de fournir : un flegme de même odeur que celui qui sort dans la distillation de la Corne de Cerf, de l'Esprit & du Sel volatil à peu-près dans

la même proportion qu'on en tire de quelques Insectes , comme des Cloportes ; & une huile fœtide d'un rouge oncé & assez épaisse.

Outre l'usage que l'on fait de la Cochenille pour toutes les belles teintures rouges , elle est encore employée pour le Carmin qu'on faisoit auparavant avec le Kermes , & qui se prépare à présent avec la Cochenille , l'Alun , le Chouïan & l'Autour que l'on fait bouillir dans l'eau dont on ramasse la feuille rouge qui est le beau Carmin , le reste de la masse qui a encore beaucoup de couleur , sert pour faire la Lacque des Peintres ; elle sert aussi aux teintures d'écarlatte qu'on tiroit de ce même Kermes , mais c'est en exaltant. Sa couleur qui naturellement est purpurine par le moyen d'une dissolution d'Étain fin , dans l'eau forte regalifée par le Sel ammoniac.

L'Étain en cette occasion fait un effet bien différent de celui qu'il fait avec la teinture ou dissolution de l'Or , puisqu'une goutte de dissolution d'Étain jetté sur une certaine quantité de dissolution d'Or , lui donne une belle couleur de pourpre , au lieu qu'ici il étend la couleur de pourpre , qu'a naturellement la Cochenille , pour en faire un rouge fort vif.

Nous voyons par ce que nous avons de connoissance des matieres qui ont été employées de tout temps à cette précieuse teinture , qu'elles ont toujours été tirées du regne animal. Celles que fournissent la Garence , le Safranc bâtard , le bois de Bresil & les autres matieres végétales , n'en ont jamais approché pour la beauté.

La premiere qui ait été en usage chez les Anciens , se tiroit d'un Poisson à coquille nommé *Murex* : le hazard seul la fit connoître aux Tyriens , s'il est vrai , comme nous l'apprenons des anciens Auteurs , que ce fut un Chien , qui ayant devoré un de ces Poissons sur le bord de la Mer , en eut tout le tour de la geule teint d'une si belle couleur , qu'elle donna de l'admiration à ceux qui la virent , & fit naître l'envie de s'en servir.

Cette teinture plus précieuse que l'Or même, quelque rare qu'il fût pour lors, a été long tems en usage, jusqu'à ce que l'on ait découvert, je ne sçai par quel hazard, le Kermes, ensuite la Lacque, & enfin la Cochenille; toutes matieres animales, les seules qui ayent été reconnuës par l'expérience de tant de siècles, propres à donner aux Etoffes précieuses leur plus grand éclat.

DESCRIPTION DU PLACENTA.

A V E C

DE NOUVELLES OBSERVATIONS.

Par M. ROUHAULT.

r. Aoult.
1714.
FIG. I. a.
FIG. II. r.

LE Placenta *a* ressemble à une espece de chair d'une couleur rouge foncée du côté qu'il est attaché à la matrice; du côté qu'il regarde l'enfant *r*, il est d'une couleur livide, sa figure est presque ronde comme un gâteau, ce qui lui a fait donner le nom de *Placenta*.

Le Placenta est plus ou moins grand, & plus ou moins épais, selon que le fœtus à qui il appartient est plus ou moins gros: cependant il arrive quelquefois que de petits enfans ont de grands Placentas, & que de gros enfans n'en ont que de mediocres.

Lorsque l'on écrase le Placenta, il ressemble en quelque façon à un Foye écrasé, & si après l'avoir fait tremper quelque-temps, on le laisse un peu secher; & que l'on le déchire ou que l'on le coupe, il paroît comme un morceau d'Eponge que l'on auroit déchiré ou coupé. *

FIG. I. *
FIG. I. a.
FIG. II. r.
FIG. I. a.
FIG. I.
b b b b b b.
FIG. I.
c c c c c.

Nous avons dit ci-dessus que le Placenta avoit deux surfaces, une qui regarde la matrice *a*, & l'autre le fœtus *r*.

La surface qui regarde la matrice *a*, & qui y est attachée, est inégale, elle a des éminences *b* & de petits creux en maniere de scillons *c* qui entourent ces éminences.

Ces scillons sont pour l'ordinaire très superficiels & quelquefois si profonds, qu'ils penetrent jusques à la membrane du côté opposé, lorsque le placenta a été tiré avec trop d'effort.

Plusieurs Auteurs ont dit que cette surface étoit revêtüe de membrane *d*, mais s'ils avoient fait attention qu'il passe FIG. I. d. à travers cette prétenduë membrane une infinité de vaisseaux sanguins capillaires qui sortent du Placenta pour aller à la matrice ou pour venir au Fœtus, ils l'auroient regardé comme un raiveau & non comme une membrane. Ce qui a pû les tromper, c'est que si l'on fait une petite incision à ce raiveau, que l'on introduise dans l'ouverture un chalumeau, & qu'on y pousse de l'air, il s'éleve comme feroit une membrane, ce qui a pû en imposer à ceux qui n'ont pas examiné cette partie de plus près; car pour peu qu'ils eussent pressé legerement cette surface avec les doigts ils auroient vû sortir le sang ou la liqueur qu'ils auroient injecté dans les vaisseaux par une infinité de petits trous: que si non content de cette experience ils avoient examiné ce raiveau avec le Microscope, en le regardant obliquement, ils auroient vû que cette prétenduë membrane est percée obliquement d'un million de petits trous, lesquels dans l'état naturel sont remplis d'autant de petits vaisseaux sanguins capillaires, ce qui fait que lorsque l'on pousse de l'air entre ce raiveau & le Placenta, les vaisseaux qui remplissent ces trous empêchent que l'air ne s'échappe; ou si une partie des vaisseaux sont rompus, ce qui en reste à l'ouverture est capable de les boucher. Hobokenus qui a donné un excellent ouvrage de la structure du Placenta, refuse le nom de membrane à cette partie; voici comme il s'explique pag. 203. de son anatomie réitérée du Placenta, *Ita Placentæ unâ alterâque parte investiuntur quidem; sed dissimiliter adeo, ut quæ uterum respicientem superficiem investit, propter porositatem, & cum interiore contexturâ communionem ferè tunicæ nomen non mereatur.*

Cet Anatomiste fait assez connoître qu'une membrane

doit être d'un tissu ferré, celle-ci ne l'est pas, puisqu'elle donne passage à une si grande quantité de vaisseaux, & qu'elle est percée d'un si grand nombre de trous. Il est vrai qu'à la page 349. le même Auteur donne le nom de membrane à ce raifeau, mais en même temps il fait remarquer qu'elle differe des autres membranes du corps : *Ipsam autem membranam plusquam evidentissime peculiarem esse, & Placentæ huic superficiem propriam : crassam satis, & valdè porosam laxamque*. Il paroît que cet Auteur a enlevé avec ce raifeau quelques portions de vaisseaux du Placenta, comme il arrive quelquefois lorsque l'on se sert d'un Placenta frais : s'il l'avoit fait tremper pendant trois ou quatre jours en Été ou pendant sept ou huit en Hiver, en le changeant d'eau, & qu'après cela il eut séparé ce raifeau, il auroit connu qu'il est très fin, bien loin d'être épais.

- FIG. II. 1. A l'égard de la surface 1 du Placenta qui regarde le fœtus, elle est de couleur livide pour l'ordinaire, quelquefois elle est de couleur jaunâtre; on voit à cette surface plusieurs vaisseaux 2 & 3 qui sont des éminences plus ou moins élevées selon que les vaisseaux qui y rampent sont plus ou moins gros : on remarque entre ces vaisseaux des enfoncemens 4 d'autant plus profonds & d'autant plus larges, que les vaisseaux 2 & 3 qui les environnent par leurs grosseurs sont plus élevés, & par leurs éloignemens les uns des autres, laissent plus d'espaces entr'eux. Tous ces vaisseaux sont des branches de veines 3 qu'autant de branches d'arteres 2 accompagnent tantôt en passant par-dessus, tantôt en passant par-dessous & tantôt à côté. Cette surface est couverte de deux membranes, dont l'une est *Lamnios* 6 qui enveloppe l'enfant, le cordon 9 & les eaux, la seconde 7 qui est à peu-près de même substance que *Lamnios* est fortement attachée au Placenta, & ne se peut separer qu'à un travers de doigt de dessus sa circonference 5. Par-dessus cette membrane est le chorion 8 avec laquelle la précédente membrane 7 est plus adherante qu'avec *Lamnios* 6.
- FIG. II. 2 2 2 2.
3 3 3 3.
- FIG. II. 1.
4 4 4 4 4.
- FIG. II.
2 2 2 2 2.
- FIG. II.
3 3 3 3 3.
- FIG. II. 6.
- FIG. II. 9.
- FIG. II. 7.
- FIG. II. 5.
- FIG. II. 8.
- FIG. II. 7.
- FIG. II. 6.

Le Chorion 8 est une membrane qui paroît prendre son origine de la circonférence du Placenta ; Cette membrane s'attache comme le Placenta à la matrice ; elle est quelquefois si peu adhérente avec la précédente, qu'en faisant une petite ouverture pour y passer un chalumeau, on l'en sépare très facilement lorsque l'on y pousse de l'air, quelquefois elle est si adhérente qu'il faut beaucoup de patience pour l'en séparer ; c'est ce qui est cause que plusieurs Auteurs, avec Bartholin & Diemberbroeck, des deux membranes n'en ont fait qu'une. Je rapporterai seulement les termes de Diemberbroeck, parce qu'ils renferment ce que disent les autres.

Chorion est membrana exterior totum fœtum circumdans, eaque crassa, gemina, interior levis, exterius non nihil inæqualis & aspera. Si ces Anatomistes avoient examiné de près le Chorion, ils auroient remarqué facilement que ce sont deux membranes distinctes, en ce que l'une est spongieuse 8 & l'autre membraneuse 7, que l'une est d'un tissu très lâche 8 & l'autre d'un tissu très ferré. 7

FIG. II. 8.

FIG. II. 7.

On me dira peut-être qu'il n'y a point de membrane que l'on ne puisse diviser pour peu qu'elle ait d'épaisseur ; j'en conviens, mais ces deux membranes seront semblables en substances ; d'ailleurs pour faire cette division il faut toujours un Scapel joint à la dextérité d'un Anatomiste, & ici il ne faut quelquefois que de l'air avec un chalumeau pour les séparer, ou tout au plus un stilet avec un peu de patience.

Le hazard m'ayant fait découvrir cette membrane, j'ai cherché si quelqu'Auteur ne l'avoit point remarquée avant moi, & j'ai trouvé que Needham l'a connue, mais il lui donne le nom de *Membrane urinaire* 7, nom qui ne lui convient point, puisque dans l'homme il ne s'y rencontre point d'urine, cependant il la décrit très exactement en ces termes pag. 59.

FIG. II. 7.

Ad Placentifera pergamus, quibus membrana urinaria profus alterius figuræ est, ut mutato nomine eandem hoc ge-

nerali vocabulo appellare satius sit. Hiscæ urinaria tunica diversa facie conspicitur pro animalis varietate. In muliere integrum factum complectitur. Le même Auteur pag. 197. décrit la maniere de séparer cette membrane. *Hæc circa funiculum relicta (c'est de Lamnios qu'il parle) ad proximam membranam perge, quam si vel externe prope Placentam vulneraveris, vel ad extremas simbrias digitis laceraveris, videbis in duas facile dividi: quarum exterior porosa est & spongia venulisque scatet. Interior lubrica admodum est, & dura, summeque pellucida venis arteriis vacua, illam ego pro Chorion habeo, hanc pro tunica urinaria; & plus bas, Formâ vero minime allantoides est, neque membrana illius figuræ in homine datur.* Hobokenus pag. 281. de son Traité qui a pour titre *Anatomia secundinæ humanæ repetita, aucta &c.* dit, *Tres observavi membranas Amnion 6. Chorion 8, strictè acceptam, & mediam tenuissimam 7.* Il me semble que l'autorité de ce sçavant Anatomiste, qui a travaillé cette partie avec autant de dextérité que d'exactitude, doit être préférée à l'autorité de quelques Anatomistes qui se copient les uns les autres, ou qui écrivent sous la bonne foy d'autrui; Diemberbroeck en convient lui-même à la page 207. de son Anatomie; *Quid quid sit de vero statu allantoidis adhuc dubii sumus & rara occasio secandi mulieres gravidas in causa est quod hæc tenebræ nondum perfectè sint discussæ;* & plus bas à la même page, en parlant de l'allantoïde, *Hanc etiam ego fateor me defectu occasionis secandi cadavera mulierum gravidarum hæcenus cum attentione non vidisse.*

FIG. II.
6, 7, 8,

Cette membrane que nous appellons avec Hobokenus membrane moyenne 7 est mole, transparente & moins épaisse que Lamnios 6; elle est plus inégale à sa partie externe qu'à sa partie interne; elle est attachée à Lamnios 6 qu'elle recouvre de toutes parts; on la peut séparer de dessus la circonférence du Placenta jusques à un travers de doigt 5, mais on ne peut la continuer plus loin, à cause qu'elle fournit une membrane en forme de guaine 6 à

FIG. II. 7.

FIG. II. 6.

FIG. II. 6.

FIG. II. 5.

FIG. III.

6.

tous

tous les vaisseaux du Placenta 10, ce qui n'a été démontré par aucun Anatomiste que je sçache. FIG. II. 10.

L'Amnios 6 est une membrane très-fine, transparente & molle; elle est inégale par sa partie externe, par sa partie interne elle est lisse & polie, elle renferme l'enfant, le cordon 9 & les eaux; elle recouvre le Placenta 1 couché sur la membrane moyenne 7, & se termine au Cordon à peu-près à l'endroit de la division * des vaisseaux; entre les deux membranes on trouve quelquefois un suc un peu épais, que Warthon appelle de la Gelée. Après avoir levé l'Amnios 6, on voit sur la surface 1 du Placenta du côté de l'enfant plusieurs vaisseaux qui sont des arteres 2 & des veines 3. FIG. II. 6.
FIG. II. 7.
FIG. II. 7.
FIG. II. 7.
FIG. II. 7.
FIG. II. 6.
FIG. II. 7.
FIG. II. 1.
2 2 2 2 2.

Les veines sortent du Placenta & de sa circonférence par plusieurs rameaux, qui se réunissant en trois ou quatre branches, ne forment au-dessus de l'endroit où s'attache l'Amnios, qu'un seul tronc. Les arteres 2 viennent du Fœtus au Placenta par deux branches d'égal diametre, lesquelles après avoir passé l'endroit où s'attache l'Amnios, passent par dessus les veines 3, & après s'être communiquées par une branche d'artere longue de quatre à cinq lignes (qui a un diametre égal à un des arteres) se divisent chacune en deux branches, puis en rameaux. La plus grande partie de ces vaisseaux s'avance, avant que de se diviser en plusieurs branches, vers la partie antérieure de cette surface. J'entends par la partie antérieure du Placenta cette partie de la circonférence, la plus éloignée du cordon, & par la partie postérieure, la partie qui en est le plus près. Dans les Placentas où le cordon est placé au centre, cette division n'a pas de lieu, mais comme il s'en trouve fort peu de cette espece, j'espere que l'on me passera cette division pour me rendre plus intelligible. Quoique les vaisseaux 2 & 3 qui sont à la surface du Placenta du côté de l'enfant, & qui passent dans l'épaisseur de la membrane moyenne 10 qui recouvre cette surface, ne paroissent pas se diviser beaucoup par rapport au volume du Placenta, ils FIG. II. 22.
33.
FIG. II. 10.

- ne laissent cependant pas de fournir une quantité considerable de rameaux 2 qui partent de dessous les vaisseaux qui se remarquent à cette surface, lesquels (après avoir reçu une enveloppe 1 en forme de gaine de la membrane moyenne) entrent dans le Placenta. Lorsque ces rameaux ont fait dans le Placenta trois ou quatre lignes de chemin, en conservant à peu-près le même diametre qu'ils avoient en entrant, ils se divisent par leurs extrémitez en de plus petits rameaux, & ensuite en capillaires, dont une partie passe au travers de la membrane réticulaire *d* qui se trouve à la surface du Placenta du côté de la matrice, pour aller (après s'être dépouillez vraisemblablement des enveloppes qu'ils avoient reçues de la membrane moyenne) dans la substance de la matrice.
- Fig. III. 2.
Fig. III. 1.
Fig. I. d.

Jusques à present les Auteurs ne font point encore convenus de l'usage du Placenta. Fabricius Aquapendens, au rapport de Warthon * pag. 226. dit, *Que cette masse charnue ne sert qu'à soutenir les vaisseaux*; Harvé, au rapport du même Auteur, assure *que cette partie prépare l'aliment pour la nourriture du Fœtus*: d'autres disent *que le Placenta prépare & dépure le sang en quelque façon, & pour cette raison l'ont nommé hepar uterinum. Aquapendens soutient son sentiment, parce qu'il croit que les vaisseaux du Fœtus fortifiez par cette masse charnue, s'unissent aux vaisseaux de la matrice. Arantius nie le fait, parce qu'il prétend que les vaisseaux du Fœtus sont répandus dans le Placenta comme les racines des Arbres dans la terre.*

Quoique les vaisseaux du Fœtus ne s'anastomosent pas avec ceux de la matrice; Arantius n'a pas dû borner les vaisseaux du Fœtus au milieu de la substance du Placenta, puisqu'ils la percent, & vont jusques dans la propre substance de la matrice.

Fig. 330. Warthon dit, *Que les arteres de la matrice versent le sang dans la moitié du Placenta qui regarde la matrice, &*

* Warthon dans son livre intitulé, *Adenographia, sive Glandularum totius corporis descriptio.*

que les nerfs de la matrice versent dans cette même moitié du Placenta un certain suc de différente nature.

Pour entendre ce sentiment, il faut sçavoir que Warthon a divisé le Placenta en deux parties égales qui (selon lui) sont séparables selon son épaisseur, dont une qui regarde la matrice, en reçoit des vaisseaux qui ne passent pas cette moitié. L'autre moitié qui regarde l'enfant, reçoit les vaisseaux ombilicaux qui se terminent dans cette partie sans passer dans la moitié qui regarde la matrice.

Pag. 227.

Pag. 228.

Si cet Auteur avoit suivi les vaisseaux ombilicaux, il auroit vû qu'une partie de ces vaisseaux traverse toute l'épaisseur du Placenta pour aller à la matrice, & que l'autre partie se termine dans son épaisseur. Il est facile de juger que les conséquences que les Auteurs peuvent tirer d'une partie dont ils ignorent la structure, doivent être fausses & pleines de suppositions, comme nous le verrons par la suite.

Pour ce qui regarde, dit Warthon, le sang qui vient à cette partie, il est très-doux & semblable au chyle, & est de même nature que le sang qui coule aux mammelles des Nourrices, l'un & l'autre contient un suc un peu altéré par le sang. Car aussitôt que le chyle est dans la souclavière, il ne se convertit pas en sang parfait; & comme dans toutes les parties il y a une semblable attraction (comme l'a prouvé Glisson dans l'anatomie du Foye) les mammelles & le Placenta étant des parties semblables au chyle & au lait, il s'ensuit que ces parties ne peuvent tirer à elles que la partie du sang qui ressemble très-fort au lait; ainsi je dis que la partie la plus douce du sang se sépare de la plus acre dans le Placenta comme dans les mammelles, & que la plus acre retourne par les veines de la matrice à la mere, & que la plus douce est réservée dans la glande, comme le lait dans les mammelles, pour l'usage du Fœtus. La moitié de cette glande est blanche, molle, spongieuse, de même substance que celle des mammelles, & par conséquent il est croyable qu'elle fait le même office.

Pag. 330.

Cet Auteur ne s'est pas ressouvenu qu'il a dit à la page

217. *Que le Placenta est une substance de son genre, qui differe des muscles, des visceres & des glandes très proprement dites.*

Le Placenta n'est pas une Glande, les mammelles le sont, il y a donc de la difference entre ces deux corps, par consequent l'usage doit être different.

Fig. 218. Il divise le Placenta en deux parties selon son épaisseur, une qui regarde la matrice, qui selon lui est blanche, molle & spongieuse.

Sans doute que cet Auteur a examiné le Placenta après l'avoir laissé tremper dans l'eau : s'il l'avoit examiné sortant de la matrice, il auroit remarqué qu'il est d'une même couleur dans toute son épaisseur. Cette difference de couleur ne vient que parce que la partie du Placenta qui regarde la

Fig. I. d. matrice n'est recouverte que d'un raisseau d'ou membrane percée par une infinité de vaisseaux, qui ont laissé entrer l'eau jusques à une certaine distance dans le Placenta ; que cette eau a emporté le sang qui lui donnoit une couleur rouge, au lieu que l'eau n'ayant pû pénétrer le côté du Placenta qui regarde l'enfant, parce qu'il est recouvert de

Fig. II. 7. la membrane moyenne 7 qui est d'un tissu très-ferré, le sang y est resté. Cet Auteur ajoute, *Que cette partie du Placenta qui regarde la matrice, est molle, spongieuse, de même substance que celle des mammelles, par consequent il est croyable qu'elle fait le même office.*

La partie du Placenta qui regarde la matrice, ne differe en rien de l'autre, elle est d'une même substance continuë, ainsi l'une & l'autre partie du Placenta doit avoir le même usage, qui doit estre different de celui des mammelles, puisque la substance du Placenta est très-different de celle des mammelles.

Le même Auteur dit, *La partie la plus douce du sang se separe de la plus acre dans le Placenta, comme dans les mammelles, & la plus acre retourne par les veines de la matrice.*

Dans les mammelles il y a des vaisseaux qui reçoivent

le lait de la glande, & ici l'Auteur n'a pas songé à en mettre; il est vrai qu'il y suppose des vaisseaux lymphatiques, mais il les employe à reporter un autre suc qui lui vient des nerfs, comme nous l'allons voir.

A l'égard de cet autre suc porté par les nerfs, il est de même nature que le suc nourricier des parties spermatiques, & est semblable au blanc des œufs; & de même que le suc du jaune de l'œuf nourrit le sang du Fœtus, de même le blanc nourrit les parties spermatiques. Il faut sçavoir, continuë cet Auteur, que le premier suc porté par les arteres au Placenta, si on le considere séparément, est moins fort que le lait des mammelles, parce que le lait des mammelles contient non-seulement le suc chyleux des arteres, mais encore le spermatique qui lui est rapporté par les nerfs; que si vous considerez ces deux sucs du Placenta mis ensemble, ils égalent le lait des mammelles; cette matiere lactée transude d'un côté du Placenta à l'autre, parce qu'il ne s'y trouve point de membrane qui les sépare: ce suc laiteux étant passé dans la moitié du Placenta qui regarde l'enfant, est repris en partie par les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques.

L'Auteur met ici des vaisseaux lymphatiques, parce qu'il a supposé qu'il entroit des nerfs de la matrice dans le Placenta. Voici comme il s'explique pag. 224.

Les nerfs de la matrice dans le temps de la grossesse, augmentent beaucoup, & jettent plusieurs capillaires dans la moitié du Placenta qui est attaché à la matrice, comme il paroît par le sentiment & le mouvement du Placenta dans les femmes grosses.

Je voudrois sçavoir comment cet Auteur a connu que les nerfs de la matrice venoient dans cette prétenduë moitié du Placenta, & comment il a remarqué qu'il avoit du sentiment & du mouvement. *Il paroît, continuë-t'il, que ces nerfs ne sont point formez pour l'usage de la matrice, mais pour celui de l'enfant, parce qu'ils sont emportez avec la moitié du Placenta, & que le reste se fond & sort avec les vuidanges; de sorte qu'un mois après il n'en paroît aucun*

vestige. Je demande à quel usage ces nerfs capillaires se formeroient de nouveau dans les femmes grosses, s'ils ne porteroient point de liqueur dans le Placenta ; si vous convenez qu'ils y portent quelque chose, il faut qu'il y ait des vaisseaux lymphatiques, ou quelque chose qui en tiennne lieu, pour reprendre & reporter comme dans les autres parties, la liqueur que les nerfs ont versée pour l'utilité, non pas de la matrice, mais pour celle du Fœtus pour laquelle ils ont esté formez. En verité les nerfs de la matrice ont un grand avantage sur les autres nerfs du corps humain, où ils ne servent que pour le sentiment & le mouvement, mais ceux de la matrice servent non seulement au sentiment & au mouvement du Placenta, comme il vient d'estre dit, mais encore pour la nourriture des parties spermatiques. Je crois pouvoir dire, sans trop avancer, que l'Auteur a eu plustôt dessein de faire une fable, que la description de cette partie.

Les nerfs portent la nourriture aux parties spermatiques, & le residu est repris par les vaisseaux lymphatiques ou par quelque chose qui en tient lieu.

Quand il viendroit au Placenta des nerfs de la matrice, ce que je nie, ils ne porteroient point de suc pour la nourriture de l'enfant. On sçait qu'il n'y a que les arteres qui portent la nourriture aux parties, & que les nerfs ne servent que pour porter les esprits animaux pour le sentiment & le mouvement. Ce suc laiteux étant passé dans la moitié du Placenta du côté de l'enfant, est repris en partie par les racines des veines & des vaisseaux lymphatiques. Les veines ne reportent pas seulement le sang que les arteres versent dans le Placenta, mais encore elles reportent la partie la plus spiritueuse de ce suc qui a plus de rapport au sang, ou qui répond au jaune de l'œuf.

Si la chose étoit ainsi, au lieu de sang que l'on trouve à la surface du Placenta, l'on y trouveroit du chyle, & dans l'accouchement aussi bien que dans les pertes qui arrivent aux femmes pendant leurs grossesses, il ne sortiroit que ce suc laiteux.

Les vaisseaux lymphatiques, ou plutôt cette gelée qui en fait l'office, porte au cordon ombilical le suc semblable au blanc de l'œuf, où il distille par une infinité de petits tuyaux dans la cavité de l'Amnios 6. Le Fœtus avale ce suc, puis il est conduit dans l'estomac, d'où après avoir reçu quelques préparations, il sort pour entrer dans les veines lactées, d'où la partie la plus pure sort pour la nourriture & l'accroissement des parties spermaticques. Partant nous avons de deux sortes d'aliments pour la nourriture au Fœtus, un qui répond au jaune & l'autre au blanc de l'œuf, & deux genres de vaisseaux, par le moyen desquels ces deux sucs sont conduits au Fœtus. FIG. II. 6.

L'Auteur dit, page 221. que personne n'a remarqué de vaisseaux lymphatiques en cette partie; je crois qu'il n'en a pas remarqué non plus, puisqu'il veut faire passer une humeur pour des canaux. En parlant du cordon, je ferai voir que cette gelée ne peut pas faire l'office de vaisseaux lymphatiques, puisque c'est un suc épais. La liqueur contenue dans l'Amnios n'est guère propre à nourrir le Fœtus, puisqu'elle ressemble fort à l'urine; d'ailleurs, quand elle seroit propre à nourrir, le Fœtus ne pourroit l'avalier, puisque pour avaler il faut respirer, & que l'enfant ne respire pas dans le sein de sa mere: de plus, la grande quantité de ce suc pourroit suffoquer l'enfant. L'on me dira que l'on trouve dans la bouche, dans l'œsophage & dans l'estomac du Fœtus, une humeur à peu près semblable à celle que l'on trouve, non pas dans l'Amnios 6, comme dit l'Auteur, mais quelquefois entre l'Amnios 6 & sa membrane moyenne 7. Il faut sçavoir qu'entre l'Amnios 6 & la membrane moyenne 7, on trouve assez souvent une espece de gelée, mais dans l'Amnios 6 on ne trouve toujours qu'une eau claire semblable à l'urine, fort différente de l'humeur que l'on trouve dans la bouche & dans l'estomac du Fœtus. FIG. II. 6.

Partant, dit cet Auteur, nous avons de deux sortes d'aliments, l'un qui ressemble au blanc & l'autre au jaune de l'œuf.

Voilà les fruits de l'Anatomie comparée : les Fœtus des animaux vivent de tels fucs, par conséquent les Fœtus humains en doivent vivre aussi, & afin de ne rien obmettre de ce qui peut favoriser l'opinion de ceux qui prétendent qu'il ne passe point de sang de la mere à l'enfant pour sa nourriture, je rapporterai le sentiment de Blancard. *Nous croyons*, dit cet Auteur, *que ce n'est pas le sang, mais une certaine humeur lactée qui va de la matrice à l'enfant, parce que dans les animaux qui ont des glandes pour la nourriture de leurs Fœtus, & le Placenta dans ceux qui ont des Placentas, peuvent estre separez de la matrice, sans qu'il en sorte une seule goutte de sang : au contraire si on les presse, on voit sortir une certaine humeur lactée, que nous croyons être séparée du sang de la mere, de même que le lait dans les mamelles ; & comme l'enfant reçoit l'un par la bouche, l'autre est repris par les racines des vaisseaux ombilicaux, ou par les glandes, pour être portée au Fœtus ; car l'extrémité des arteres est formée en glande qui reçoit le suc laiteux de la matrice pour le porter dans l'extrémité des veines, ou par des conduits particuliers qui entrent dans le cordon pour être versé dans l'Amnios, afin que l'enfant le prenne par la bouche pour sa nourriture.*

Blancard
pag. 588.

Page 207.

Il manque à cette description l'aveu que Diemberbroeck fait de n'avoir pû examiner le Placenta, car de l'habileté dont est cet Anatomiste, il ne nous auroit pas donné des faits & une description de parties qui ne se rencontrent point dans le Placenta. Je vais examiner ces faits en peu de mots. Premièrement cet Auteur dit, *Que les glandes dans les animaux qui ont des glandes pour la nourriture de leurs Fœtus, ou les Placentas dans ceux qui ont des Placentas pour la nourriture de leurs Fœtus, peuvent estre separez de la matrice sans qu'il en sorte une seule goutte de sang.*

Dans un cas extraordinaire il pourroit peut-être arriver, ce que je ne crois pas, qu'en tirant le Placenta il n'en sortiroit point de sang, non plus que de la matrice dont on l'auroit tiré ; mais de dire qu'en pressant le Placenta il en sorte

sorte une humeur lactée, Blancard me permettra d'en croire plutôt mes yeux que son opinion sur un tel fait. J'ai accouché un grand nombre de femmes, & j'ai été mandé à l'accouchement de plusieurs, & j'ai toujours vu sortir du sang de la matrice & du Placenta.

L'humeur lactée est reprise par les racines des vaisseaux ombilicaux ou par les glandes pour être portée au fœtus : car l'extrémité des artères est formée en glandes qui reçoivent le suc laiteux de la matrice pour le porter dans l'extrémité des veines.

Ce n'est pas assez en Anatomie de décrire des parties, il faut les démontrer, c'est pourquoi Blancard nous dispensera de croire que l'extrémité des artères est formée en glandes jusqu'à ce qu'il nous les ait démontrées avec un vaisseau excreteur pour recevoir le suc laiteux, car il n'y a point de veines dans le corps humain, si vous en exceptés les veines lactées & les vaisseaux lymphatiques qui reprennent autre chose par leurs extrémités que du sang.

Afin que l'enfant le prenne par la bouche.

Blancard pour prouver que l'enfant avale de ce suc, dit à la pag. 584. *Que l'on trouve dans la bouche, l'œsophage & les intestins une humeur semblable à celle de Lamnios, si non qu'elle est plus épaisse, que dans le duodenum elle est plus verte à cause du mélange de la bile, & que plus elle avance dans les intestins, plus elle perd de sa couleur blanche.*

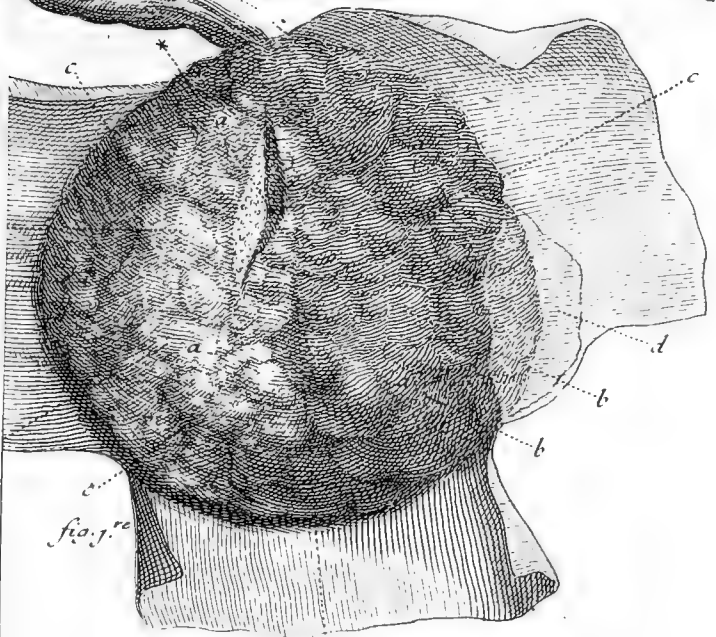
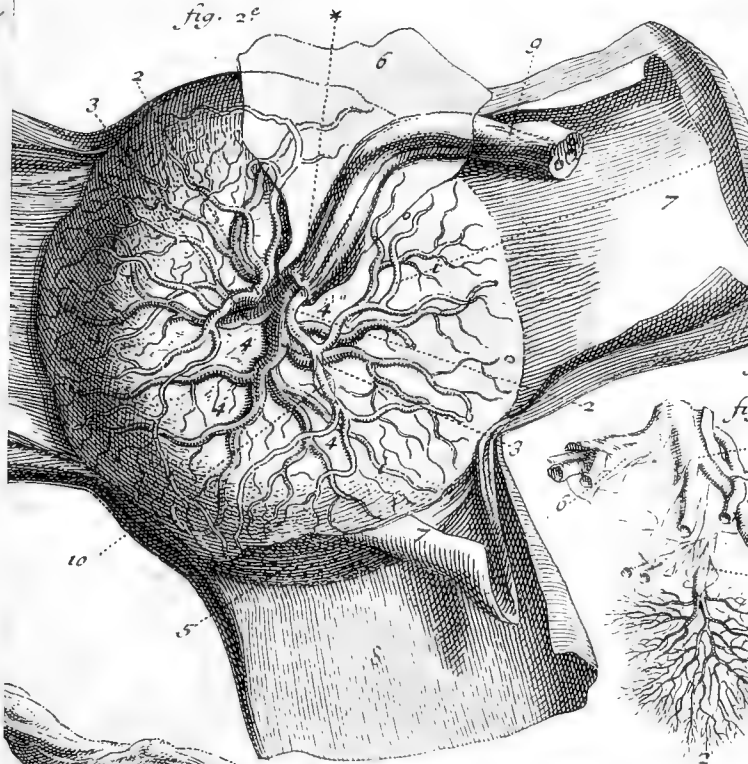
Cet Auteur a pris une humeur filtrée par les glandes de la bouche, de l'œsophage, de l'estomac & des intestins pour une humeur contenuë dans Lamnios, que l'enfant auroit avalé. Comme les conséquences que les Auteurs ont tiré ne sont fausses que parce qu'ils ont supposé dans le Placenta des parties qui ne s'y rencontrent pas. Je vais tâcher d'en donner l'usage conformément aux parties que j'y ai remarqué. Je commencerai par les enveloppes du Fœtus, qui sont trois; sçavoir, le Chorion, la Membrane moyenne & Lamnios. Le Chorion tapisse toute la matrice intérieurement à laquelle il est adhérent par sa surface externe, &

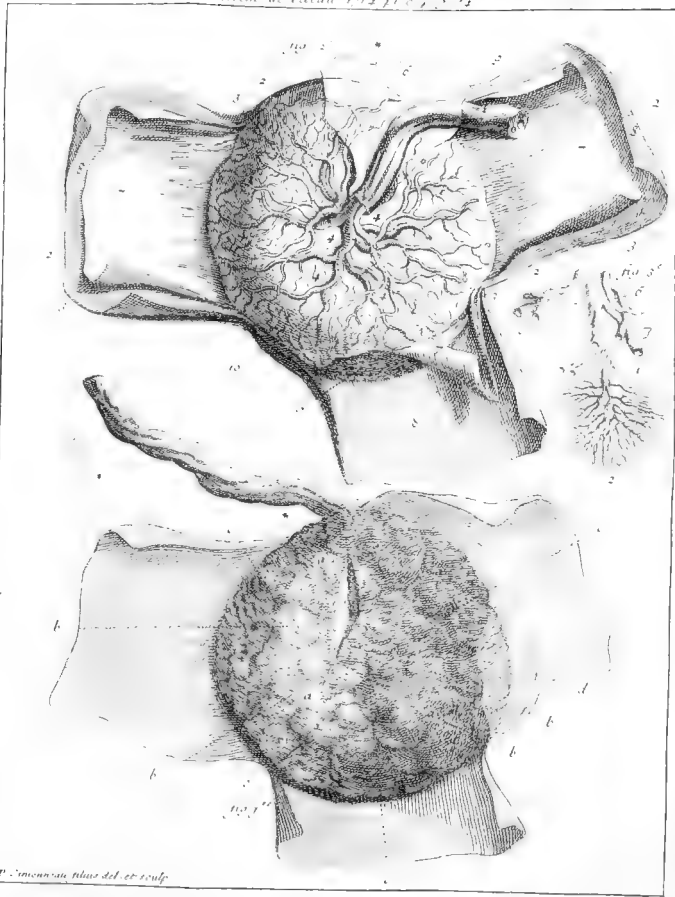
par sa surface interne il est attaché à la membrane moyenne, & la membrane moyenne est attachée à Lamnios. Ces attaches se font par le moyen des vaisseaux qui du Chorion vont porter à la membrane moyenne & à Lamnios du sang pour leur nourriture. Les attaches de ces membranes ne sont pas également fortes & également nombreuses; la quantité de vaisseaux qui va du Chorion à la membrane moyenne est plus nombreuse que la quantité de vaisseaux qui va en passant au travers la membrane moyenne à Lamnios, pour y porter la nourriture, quoique Lamnios soit plus épaisse que la membrane moyenne. Toutes ces membranes sont couchées les unes sur les autres de telle sorte, que les trois membranes n'en paroissent qu'une, ce qui sert à les fortifier, & par leur union avec le Chorion à empêcher que le poids des eaux & de l'enfant renfermé dans ses membranes ne fasse un tiraillement au Placenta & ne le détache, ce qui arriveroit au moindre mouvement que feroit la mere, si ces membranes étoient flottantes dans la matrice.

Quoi-que j'aye dit que le Chorion est fortement attaché à la membrane moyenne, cela n'empêche pas cependant qu'il ne s'en separe quelquefois en délivrant la mere une portion qui reste attachée à la matrice, ce qui produit souvent les mêmes accidents que s'il étoit resté quelque portion du Placenta. A l'égard des eaux qui sont renfermées dans Lamnios, outre que j'ai fait voir qu'il est impossible à l'enfant de les avaler faute de respiration; elles sont trop claires & trop semblables à l'urine pour lui servir de nourriture, elles empêchent que le poids du Fœtus & les inégalités de son corps dans la situation qu'il a dans la matrice ne se fassent trop sentir sur le col de la matrice, que le Fœtus dans ces mouvemens ne la blesse, enfin que le Fœtus lui-même ne s'attache à Lamnios.

Comme le Fœtus ne peut recevoir dans la matrice de nourriture par la bouche, tant parce qu'il ne s'en trouve point dans Lamnios dans lequel il est renfermé que parce

fig. 2^e





P. Simonson del. et sculp.

qu'il ne peut avaler faute de respiration, si nécessaire à la déglutition, & que d'ailleurs il n'auroit pû digerer ce prétendu suc, rant vanté par les Auteurs, à cause de la trop grande délicatesse de ses parties, particulièrement dans les premiers temps de sa formation; il étoit nécessaire que la nature disposât des organes par lesquels le Fœtus pût recevoir un aliment capable de le nourrir sans avoir besoin d'aucune préparation de sa part; c'est ce qu'elle a fait en lui envoyant du sang qui contient en soy la matiere de la nourriture la plus digérée. Car outre que le chyle a reçu dans les premières voyes de la mere toutes les préparations que ces parties étoient capables de lui donner, il en a encore reçu de nouvelles en circulant avec le sang.

Les organes dont la nature se sert sont les vaisseaux ombilicaux, qui sont deux arteres & une veine; mais comme ces vaisseaux pour la sûreté de la vie de la mere devoient se diviser en capillaires pour éviter l'hémorragie, qui n'auroit pas manqué d'arriver en la delivrant, si ces vaisseaux étoient entrés dans la matrice sans se diviser, & que d'ailleurs ces vaisseaux étant divisés en capillaires, auroient pû se rompre au moindre mouvement, la nature les a fait passer dans l'épaisseur de la membrane moyenne qui leur sert de guaine à la surface du Placenta. Cette membrane par d'innombrables productions forme des guaines qui accompagnent les vaisseaux jusqu'aux extrémités capillaires qui se terminent non-seulement dans le Placenta, mais encore jusques aux extrémités capillaires qui percent la membrane reticulairé qui se trouve à la surface du Placenta du côté de la matrice, où vrai-semblablement les vaisseaux capillaires abandonnent leurs guaines pour entrer dans la substance de la matrice.



QUADRATURE D'UNE ZONE CIRCULAIRE.

Par M. SAULMON.

20. Juin
1714.

IL y a peu de Geometres qui n'ayent tenté de découvrir quelque chose sur la Quadrature du Cercle. Hypocrate a donné la Quadrature de sa Lunule, M. le Marquis de l'Hospital dans ses Memoires de 1701. a donné la Quadrature des sections de cette Lunule ; M. Varignon dans les Memoires de 1703. a donné la Quadrature d'un segment d'Anneau. La méthode dont je me fers ici porte les Quadratures dans l'indéfini. L'on peut y rapporter toutes les autres, & ce que je donnai dans le Memoire de 1713. sur les Polygones inscrits & circonscrits n'est qu'un corollaire du Principe dont je me fers ici.

PROBLEME.

Le rayon d'un Cercle étant donné, trouver la Quadrature d'une Zone, qui puisse approcher de la grandeur du Cercle plus près que d'une différence quelconque donnée : & en general un secteur quelconque ou un segment quelconque de Cercle étant donné, trouver la Quadrature d'un espace courbe ou mixte, qui puisse approcher aussi de la grandeur du secteur ou segment, plus près que d'une différence quelconque donnée.

Pour rendre la démonstration plus simple, je la ferai d'abord sur un secteur, & j'en déduirai le reste en Corollaires avec les autres suites.

FIG. I.

Soit un Secteur proposé BAC , dont l'angle au point A soit appelé p , le rayon $AB = AC = f$, a le sinus total. Je tire CM perpendiculaire à AC , & je fais au point C l'angle aigu MCS , que j'appelle q , & que je prends à dis-

cretion. Plus il fera petit, plus la partie quarrable du secteur fera grande, & soit l'inconnue $CD = x$. Puis je dis, $q : p :: ff : xx = \frac{pff}{q}$; ce qui donne $x = \frac{f\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ que je prends sur CS , puis du point D je tire sur AC , la perpendiculaire DF infinie, & du même point D comme centre sur l'intervalle DC , je décris l'arc CF . Je dis que les secteurs BAC , CDF sont égaux, que le demi-segment $CF\epsilon$ étant retranché du secteur BAC donne la Quadrature du reste du secteur, ou l'espace $ABHCF\epsilon A$, égal au triangle rectiligne $C\epsilon D$, & que cet espace peut approcher continuellement de la grandeur du secteur plus près que d'une différence quelconque donnée.

D E M O N S T R A T I O N .

A cause des paralleles MC , DF , l'angle $CD\epsilon$ ou CDF est égal à l'angle MCS , par la construction. Or quand les angles des secteurs sont égaux, les secteurs sont entr'eux comme les quarrés de leurs rayons, & quand les rayons des secteurs sont égaux, les secteurs sont entr'eux comme leurs angles, donc pour former des secteurs égaux, il faut que leurs angles soient en la raison renversée des quarrés de leurs rayons, l'on aura donc $q : p :: ff : xx$ & $x = \frac{f\sqrt{p}}{\sqrt{q}} = \frac{f\sqrt{pq}}{q}$. Quand l'angle MCD devient nul, les points ϵ , F , se réunissent au point C , & par consequent le demi-segment $C\epsilon F$ devient nul, mais il ne peut le devenir qu'en passant par l'infiniment petit qui précède le néant, donc il devient plus petit que toute grandeur donnée, & par consequent le triangle rectiligne $C D \epsilon$ égal au reste du secteur BAC , approche continuellement de la grandeur de ce secteur, plus près que d'une différence quelconque donnée.

Pour trouver ce triangle, soit y le sinus de l'angle $CD\epsilon$. L'on aura $a : y :: x$ où CD , est au côté $C\epsilon$, qui sera $\frac{xy}{a}$; ce qui donne $D\epsilon = \sqrt{\frac{DC^2 - C\epsilon^2}{a}} = \frac{x\sqrt{aa - yy}}{a}$; &

$$\frac{D \times C \epsilon}{2} = \frac{xxy\sqrt{aa-yy}}{2aa} = \text{au triangle } CD\epsilon = \frac{ffpy\sqrt{aa-yy}}{2aaq}$$

en mettant à la place de xx sa valeur $\frac{ffp}{q}$.

COROLLAIRE I.

Si l'on propose le Cercle entier $GBLK$, dont A est le centre, je fais le secteur BAC de la Fig. 1. égal à un quart du cercle, & ayant fait le secteur CDF égal au secteur BAC , je prends en la Fig. 1. la longueur $C\epsilon$ que je porte en la Fig. 2. sur le diametre KB du cercle proposé, en faisant $AF = C\epsilon = AD$, & des points D & F sur une ouverture $= CD$, je décris de part & d'autre de DF deux petits arcs qui se coupent aux points M & N , & des points M & N comme centres sur la même ouverture, je décris les arcs DCF , DHF . Il est clair que l'espace intercepté entre la concavité $GBLKG$ de la circonférence du Cercle proposé, & la convexité $CFHDC$ des segmens sous la forme d'une Zone, est quadruple du triangle rectiligne $CD\epsilon$ de la Fig. 1. & qu'elle est par consequent $= \frac{2ffpy\sqrt{aa-yy}}{aaq}$; or plus la petite ovale centrale formée par les deux segmens devient petite; plus la Zone approche de la figure circulaire & de la grandeur du Cercle, & supposé que l'ovale s'évanouît, la Zone devient le Cercle même.

COROLLAIRE II.

Si du point F l'on tire une ligne droite au point B dans le secteur BAC , le triangle mixte CFB , terminé par les arcs CF , CB , & la droite FB , est donné. Car si l'on joint A & F , l'on formera les deux triangles rectilignes $A\epsilon F$, AFB , or $A\epsilon = AC - C\epsilon$ est connu; & $\epsilon F = DF - D\epsilon$ est aussi connu, donc le côté FA & l'angle ϵAF sont connus; & cet angle étant retranché de l'angle connu ϵAB ou BAC , donne l'angle restant FAB connu. Donc les deux triangles $A\epsilon F$, AFB sont connus, & retranchant leur somme de l'espace connu $CB A\epsilon FC$, le reste sera le

triangle mixte CFB , qui sera par conséquent connu.

COROLLAIRE III.

Si l'on avoit fait le secteur CDF , égal à la moitié du Fig. I.
 secteur proposé BAC , l'on auroit eu la Quadrature de l'espace $CBAQFOC$ qui seroit égal au triangle rectiligne CDQ , double du triangle $CD\epsilon$. Si l'on joint les points Q & B par la droite QB , l'on formera un triangle mixte $BLCFQB$, terminé par les arcs CLB , CFQ , & la droite QB , connu. Car le rayon ou le côté AB & l'angle BAE ou BAC sont connus, & le côté $AQ = AC - CQ = AC - 2C\epsilon$ l'est aussi; donc le triangle rectiligne AQB est donné, & le retranchant de l'espace courbe $CBAQFC$, dont on a la Quadrature, le reste sera le triangle mixte $BLCFQB$, dont on aura par conséquent aussi la Quadrature.

COROLLAIRE IV.

Si l'on me propose le segment PQR , & qu'on me donne Fig. III.
 l'arc qui le termine, j'acheve le secteur $PQRA$ terminé par le même arc PQR , en cherchant le centre du Cercle, puis je fais le secteur BAC de la Figure premiere égal à la moitié QAR du secteur $PQRA$, & ayant fait comme ci-dessus le secteur CDF égal au secteur BAC de telle sorte, que le point ϵ tombe au-dessus de BK perpendiculaire à AC , ce qui est toujours possible, en faisant l'angle MCS de plus petit en plus petit, je retranche le segment $CFQC$, du segment proposé, en appliquant le point ϵ en S , milieu de la base PR du segment, & prenant $SF = SD = C\epsilon$, puis des points D & F en la Fig. 3. comme centres décrivant sur une ouverture égale à CD de la Figure premiere deux petits arcs qui se coupent au point M , & de ce point comme centre décrivant l'arc DHF , il est clair que l'on aura la Quadrature de l'espace courbe, intercepté entre la concavité de l'arc PQR & la convexité de l'arc DHF , & des droites FR , DP , car cet espace sera toujours égal au double du triangle rectiligne $CD\epsilon$ pris en la Figure pre-

miere, diminué du double du triangle ABE pris en la même Figure, où l'on suppose que BE est perpendiculaire à AC .

FIG. I.

Si l'on appelle encore a le sinus total, e le sinus de l'angle BAC , l'on aura $a : e :: f : \frac{ef}{a} = BE$; d'où l'on tire $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{a^2 - \frac{e^2 f^2}{a}}$; ce qui donne le triangle $ABE = \frac{ef\sqrt{a^2 - e^2 f^2}}{2aa}$; en la Figure 1. & par conséquent l'espace $PQRFHDP$ (de la Fig. 3.) $= 2CD\epsilon - 2ABE$ de la Fig. 1. sera $\frac{+pff y \sqrt{aa - yy} - ef_q \sqrt{a^2 - e^2 f^2}}{aaq}$. Or comme le segment retranché $DHFS$ peut devenir continuellement plus petit, il est clair que la partie quarrable du segment proposé peut approcher continuellement de la grandeur de ce segment, plus près que d'une différence quelconque donnée.

COROLLAIRE V.

FIG. I.

Je conçois que le Cercle proposé est divisé en un nombre quelconque g de secteurs égaux, que le secteur BAC en est un, & que l'angle BAC est encore $= p$, & divisé en deux autres égaux entr'eux, & chacun de ceux-ci en deux autres égaux, & ainsi à l'infini, de telle sorte que l'angle de la dernière division soit encore appelé q , & que le nombre de tous les angles à la fin de chaque division soit désigné par l'indéterminée n en un même secteur, l'on aura $q = \frac{p}{n}$ pour l'expression indéterminée de l'angle MCS égal à chacun des angles HAC , HAL , &c. de la dernière division; je conçois aussi $f = a$, rayon du cercle qui sert à former les sinus, & substituant a à la place de f ; & $\frac{p}{n}$ à la place de q dans la valeur du triangle $CD\epsilon$ du corol. 1. il devient $\frac{ny\sqrt{aa - yy}}{2}$; je le multiplie par g , & le produit $\frac{gny\sqrt{aa - yy}}{2}$ est la partie quarrable indéterminée du Cercle,

ou

ou n est du même ordre que y , j'appelle Q cette partie.

J'aurai aussi $xx = \frac{ffp}{q} = aap \times \frac{n}{p} = aan$.

COROLLAIRE VI.

Si des deux extremités L & C des deux secteurs voi- FIG. I.
sins LAH , HAC , l'on tire sur le côté commun AH les
perpendiculaires LR , CR , elles seront les sinus de ces an-
gles, & elles formeront la corde $LC = 2y$. Si l'on fait la
même chose par tout le secteur BAC aux angles de la der-
niere division, l'on y formera une portion de polygone
regulier, où le nombre des côtés qui soutiennent les arcs,
fera égal à la moitié $\frac{n}{2}$ du nombre n des angles de la der-
niere division; & puisque le Cercle entier est au secteur
 BAC , comme g est à 1 , par la construction, il est clair
que si dans chaque autre partie du cercle, égale au secteur
 BAC , l'on fait une portion de Polygone égale & sembla-
ble à celle du secteur BAC , il se formera dans le Cercle
un Polygone regulier où le nombre des côtés fera $\frac{gn}{2}$, &
où le nombre des triangles égaux au triangle CAR , fera
 gn . Donc l'aire de ce Polygone sera au triangle CAR , com-
me gn est à 1 . Mais à cause des triangles semblables $CD\epsilon$,
 CAR , (car ils sont rectangles par la construction, & l'an-
gle MCS ou $CD\epsilon$ est toujours égal à l'angle de la der-
niere division, que j'appelle ici CAR par la construction
aussi) le triangle $CD\epsilon$ est au triangle CAR comme
 \overline{CD}^2 à \overline{AB}^2 , ou xx à ff , ou leurs valeurs aan à n , ou n à
 1 . Donc le triangle $CD\epsilon$ multiplié par g , est au trian-
gle CAR , comme gn est à 1 ; c'est-à-dire, comme le Po-
lygone que l'on vient d'inscrire au Cercle, est au même
triangle CAR . Le triangle rectiligne $CD\epsilon$ multiplié par
 g , qui est la partie quarrable Q du Cercle proposé, est donc
égal au Polygone que l'on vient d'inscrire au Cercle, ce
qui se verifie encore par le calcul, car si l'on appelle R un
terme quelconque de la suite infinie $a, A, B, C, \&c.$ qui

162 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 désigne les sinus des angles de chaque division, & y le
 terme qui est immédiatement après R ; ou, ce qui revient
 au même, si l'on appelle y un terme quelconque de cette
 suite, & R le terme qui le précède immédiatement, l'on
 aura par la formule generale de la bisection continuë de
 l'angle du secteur proposé BAC , $y = \frac{\sqrt{2aa - 2a\sqrt{aa - RR}}}{2}$
 $= C\epsilon$, & substituant cette valeur à la place de y en la
 valeur de Q du corol. 5. L'on trouve $Q = \frac{g^n AR}{4}$, ou
 n est du même ordre que y ; c'est la formule generale de
 l'aire des Polygones inscrits, que l'on avoit appelée P , &
 dont j'ai donné des déterminations dans le Memoire de
 l'année 1713.

C O R O L L A I R E VII.

FIG. I. Puisque le secteur CDF est égal au secteur BAC , &
 que le triangle rectiligne $CD\epsilon$ est égal au Polygone in-
 scrit $CLBA$, le demi-segment $CF\epsilon$ est égal à la somme
 des segmens $CHLRC$, $LPBL$, c'est pourquoi si le sec-
 teur BAC est un quart du Cercle $GBLKG$ de la Fig. 2.
 proposé ; il est clair que le petit espace $DCFHDA$ de la
 Fig. 2. est égal à la somme de tous les petits segmens in-
 terceptés entre la concavité de la circonference du même
 Cercle $CBLKG$ & la convexité du Polygone inscrit à ce
 Cercle, quelque soit le nombre des côtés du Polygone,
 soit qu'il soit fini, soit qu'il soit infini.

L E M M E.

FIG. IV. *La division d'un angle donné BAC en des parties égales
 étant donnée & la somme de tous les segmens formés par les
 cordes & les arcs correspondans de la division étant égale au
 segment $CFGBC$, diviser le segment $CFGBC$ en autant de
 parties égales que l'angle proposé est divisé.*

Je tire les cordes égales BG , GF , FE , &c. par toutes les
 divisions de l'angle proposé, & GH perpendiculaire sur
 BC . Puisque la division de l'angle est donnée, & quel'an-

gle l'est aussi, il est clair que les cordes qui soutiennent les arcs, & GH le font aussi, & que tout le Polygone $ABGFE$ DCA , puis le triangle ABC le font encore, & que par conséquent la différence de ce polygone & du triangle est donnée; cela signifie que le polygone $BGFEDCB$ inscrit au segment BFC est donné. Je divise ce polygone par le nombre $\frac{n}{2}$ qui désigne la division de l'angle BAC proposé; le quotient est l'une des parties de ce même polygone, & elle sera par conséquent connue. Je la nomme d , je conçois l'inconnue $BK = x$, que je multiplie par $GH = h$, je fais $\frac{hx}{2} = d$; d'où je tire $x = \frac{2d}{h}$. Je joins les points K & G , il est clair que l'espace mixte BKG est l'une des parties du segment. Des points K & F je tire les perpendiculaires $KM = m$, sur FG , & $FN = e$ sur BC , puis je joins les points K , F , & soit $l = GF$, l'un des côtés du polygone, il est clair que le triangle $KFG = \frac{ml}{2}$ est donné; & que FN l'est aussi. De d , je retranche le triangle GKF , & il reste $d - \frac{ml}{2} = \frac{2d - ml}{2}$. Je conçois la longueur inconnue $KI = z$, que je multiplie par la perpendiculaire FN , la moitié $\frac{ez}{2}$ est le triangle FKL , que j'égalé au reste $\frac{2d - ml}{2}$, & je trouve $z = \frac{2d - ml}{e}$, & ayant pris KL égale à cette valeur, je tire la droite LF . L'espace mixte $KLFGK$ est la seconde partie du segment. On trouvera semblablement les autres parties; où l'on peut remarquer que quand le nombre des parties que doit contenir le segment est impair, il suffit d'en chercher la moindre moitié, & que quand ce nombre est pair, il suffit d'en chercher la moitié diminuée de l'unité.

COROLLAIRE VIII.

Si le segment CFQ du *Corol. III.* est divisé en autant de parties égales, que le secteur proposé BAC contient d'angles égaux à l'angle HAC , & que l'on tire les droites iR ,

FIG. I.

oL, NT, l'on aura le triangle mixte *Civ* égal au triangle mixte *CRH*, & les ajoutant chacun au triangle rectiligne *CRi*, l'on aura l'espace rectiligne *CviR* connu égal à l'espace mixte *CiRH*; de même l'on aura le quadrilatere mixte *ivwo* égal au triangle mixte *HRL*, & les ajoutant chacun à l'espace mixte *iRLo*, l'on aura l'espace rectiligne *voolRiv* connu, égal à l'espace mixte *ioHRI*, & ajoutant celui-ci avec l'espace mixte *CHR* connu, l'on aura le triangle mixte *CHLOiC* connu; l'on trouvera semblablement la Quadrature des autres espaces qui suivent.

COROLLAIRE IX.

FIG. II. Si l'on divise la circonference *GKB* du Cercle proposé, & le circuit *CDHFC* de l'ovale centrale, en autant de parties égales que le polygone inscrit au Cercle contient de côtés, c'est-à-dire, chacun dans le nombre $\frac{n}{2}$, & que l'on tire les droites *To*, *iP*, *VQ*, *SR*, l'on aura la Quadrature des espaces mixtes *KDTO*, *OTCG*, & des autres semblables qui suivent; car si l'on divise l'ovale centrale dans le même nombre $\frac{n}{2}$ de parties égales, par le Lemme, & que l'on tire des cordes aux arcs formés par la division de la circonference du Cercle proposé, il est clair que chacune des parties de l'ovale, comme *TCAZ*, est égale au segment correspondant *OXGyO*: c'est pourquoi si de l'espace mixte *TCGyOT*, l'on retranche le segment *oxGyo*, & qu'au reste l'on ajoute l'espace *TCAZ*, l'on aura l'espace rectiligne *OXGCAZTO* connu, égal à l'espace mixte *TCGyOT*; l'on aura semblablement la Quadrature des autres espaces mixtes du même ordre, qui suivent.

COROLLAIRE X.

FIG. V. Si l'on conçoit une position quelconque de l'ovale ou de sa moitié dans le plan du Cercle ou du demi-cercle, l'on trouvera semblablement les Quadratures des espaces interceptés entre les filets du Cercle & de l'ovale, ou du demi-Cercle & de la demi-ovale, pourvû que chacune des

grandeurs qui ont un segment dans le Cercle sans pouvoir en avoir dans l'ovale, soit jointe avec une autre grandeur qui n'a point de segment dans le Cercle & peut en avoir dans l'ovale, & qu'on les regarde alors comme si elles ne formoient qu'une même grandeur; tel que sont dans le Cercle les deux espaces mixtes BFQ , HLV : car si l'on tire une corde de B en Q , & que du premier espace mixte BFQ l'on retranche le segment BQ , & que le petit segment ϕ son égal, pris dans l'ovale, soit ajouté au second espace HLV , l'on formera une somme d'espaces rectilignes égale à celle des deux espaces mixtes proposés, & dont par conséquent la Quadrature sera donnée. De même dans le demi-Cercle $RGPM$, les deux espaces mixtes SRH , $KDTG$ doivent être regardés comme s'ils ne formoient qu'une seule grandeur; il en est de même des deux autres espaces mixtes HRV , GCP ; car l'on peut toujours par ce moyen ajouter d'une part la valeur du segment que l'on retranche de l'autre part pour former un espace rectiligne égal à la somme des deux espaces mixtes proposés, & qui sera par conséquent connu.

Plus l'ovale devient petite, plus les filets sont nombreux, & lorsqu'elle devient d'une extrême petitesse, leur nombre est immense; cette variété de Quadratures a quelque chose de singulier, lors même qu'elle est regardée avec des yeux ordinaires & communs à tous les hommes; mais si on la considère avec ceux de la Geometrie quand l'intervalle des filets ou des rameaux devient comme indivisible, & que l'ovale diminuant continuellement, semble comme se plonger dans un abîme infini, alors l'on apperçoit quelque chose qui surprend & qui étonne.

COROLLAIRE XI.

Une des plus belles propriétés du Cercle, est que l'angle à la circonférence soit la moitié de l'angle au centre appuyé sur le même arc. Voici une Quadrature qui a la même universalité. Soit un angle central quelconque BAC

qui n'excede pas l'angle droit DAG ; d'un point quelconque Z pris sur l'un des arcs BD ou CG , je tire par les points B & C deux droites infinies, & prenant ZS égale à la distance interceptée entre les points G & D , du point Z comme centre, je décris l'arc SH . Je dis que l'on aura toujours la Quadrature de l'espace mixte $SHBC$; car comme l'angle central BAC est toujours double de l'angle CZB à la circonference, & que le quarré de ZS égale à l'hypothénuse de l'angle droit GAD est toujours double aussi du quarré de BA rayon du Cercle qui contient le secteur proposé BAC , il suit que le secteur nouveau SZH fera toujours égal au secteur proposé BAC ; c'est pourquoi si l'on en retranche l'espace commun BMC , le triangle rectiligne restant ABM fera toujours égal à la somme de l'espace mixte $BSHC$, & du triangle rectiligne CMZ , & si l'on retranche le triangle CMZ du triangle ABM , le reste sera un espace rectiligne connu & égal à l'espace mixte $BSHC$, dont on aura par consequent la Quadrature.

COROLLAIRE XII.

FIG. XI. Si le point Z devient le point C , alors la droite ZB devient CB corde connue de l'angle proposé & donné BAC ; & si l'on conçoit que l'angle BAC devient continuellement plus petit, comme en raison sous-double, il est clair que les nouveaux angles BAC & leurs cordes CB seront continuellement des grandeurs données; c'est pourquoi si du point C comme centre, & que sur CB ou Ci partie quelconque connue de CS prise à discretion, & qui ne soit pas moindre que CB l'on forme un secteur égal au secteur proposé BAC , il est clair que ce secteur nouveau ne sera pas toujours un secteur simple, mais qu'il pourra être un composé de plusieurs Cercles entiers décrits sur le rayon Ci , tels qu'est le Cercle V , & de plus, du secteur cio , à cause que la corde CB devient continuellement plus petite; c'est pourquoi si du secteur proposé BAC & du secteur Cio , l'on retranche le petit segment commun

CB, formé par la droite *CB*, & par l'arc *CB*, il restera d'une part le triangle rectiligne *BAC*, & de l'autre un espace mixte terminé par les droites *CO*, *Bi* & par les arcs *CB* & *iMO*; si l'on ajoute cet espace à la somme de tous les Cercles tels que *V*, la somme qui en resultera sera égale au triangle rectiligne *BAC*, formé par les rayons *AB*, *AC*, & la corde *CB*, qui est connu.

Pour en faire une construction possible, je fais $AC = a$ $CB = b$ données; & l'inconnue $Ci = Z$. Soit *n* un nombre quelconque donné ou pris à discretion, *d* égal à un angle droit; je veux que l'angle *ico* soit droit; que le nombre des Cercles décrits sur le rayon *Ci*, tels que sont les Cercles *V*, soit *n*, & que la somme de tous ces Cercles avec le quart *ico*, soit égale au secteur *BAC*, dont l'angle *BAC* est *p* donné; j'appelle *q* l'angle du secteur nouveau. Il est clair que l'angle formé par la circonférence entiere de chacun des Cercles *V*, est égal à $4d$; c'est pourquoi l'angle total formé par la somme de tous les Cercles sera $4nd$, & lui ajoutant l'angle droit *iCO*, la somme qui en resulte sera $4nd + d = q$. Cela posé je fais cette proportion. $q : p :: a a : ZZ = \frac{aap}{q}$; ce qui donne $Z = \frac{a\sqrt{p}}{\sqrt{q}} = Ci$ rayon du Cercle inconnu; & s'il n'est pas moindre que *CB*; j'ai ce qu'il falloit; que s'il est moindre, je diminuë ou l'angle *BAC*, ou le nombre *n* des cercles *V*, & l'on pourra toujours trouver ainfi un rayon *Ci* qui ne soit pas moindre que *CB*, ce qui donnera le requis.

COROLLAIRE XIII.

Si le point *Z* devenoit le point *G*, alors la partie quar- FIG. VII.
rable est le triangle mixte *BKCH*.

Si l'angle *BAC* devient droit, alors les points *Z* & *C* FIG. VIII.
deviennent le point *G*, & le point *S* devient le point *B*, & *CF* est une tangente au point *C*, & la partie quarrable est le triangle mixte formé par les arcs *BKC* & *BF*.

168 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 & par la droite CF , & cet espace sera égal au triangle rec-
 tiligne BAC .

Si au lieu de prendre la corde entiere BC pour rayon, l'on n'en prenoit qu'une partie, il est évident par le corol. 12. que l'angle du secteur nouveau égal au secteur proposé BAC seroit plus grand que l'angle BAC en la même proportion que le quarré de la partie de CB que l'on a prise pour rayon du nouveau secteur inconnu, seroit moindre que le quarré du rayon AB . C'est pourquoi si l'on veut prendre la moitié de la corde BC pour rayon, il est clair que si AB est a , la corde CB sera $a\sqrt{2}$, & que sa moitié sera $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, dont le quarré $\frac{a^2}{2}$ est la moitié de aa quarré de AB ; d'où il suit que l'angle du secteur nouveau sera double de l'angle droit BAC . C'est pourquoi je divise BC en deux parties égales au point i , & de ce point comme centre sur le rayon iB , je décris le demi-cercle BGC , il est clair qu'il est égal au secteur BAC , & si l'on retranche de chacun le segment commun $BKCiB$, l'on aura d'une part le triangle rectiligne BAC égal à l'espace curviligne $BHGLCKB$ en forme de croissant, qui est la Lunule d'Hypocrate; & qui est par consequent égale aussi au triangle mixte terminé par les arcs BKC & BF , & par la droite CF ; & si l'on retranche de ce triangle & de la Lunule l'espace commun $BHGCKB$, les restes qui sont le segment GCL , & l'espace $GHBf$ seront égaux. Et comme l'angle BCF est un angle à la circonference du Cercle décrit sur le rayon AB , & aussi du Cercle décrit sur le rayon iB , & que l'angle BAC est droit, il est clair que l'angle BCF est un demi-droit; que l'arc BHG est un quart de la circonference du Cercle décrit sur le rayon iB ; que l'angle CGB au demi-cercle est droit; & qu'ainsi le demi-segment rectangle BGF est divisé en deux parties égales par l'arc BHG .

Je prolonge CG infiniment, & du point G comme centre sur le rayon $GB = AC$, je décris l'arc BM , & je tire l'infinie MP perpendiculaire à CGM ; puis du point M
 comme

comme centre & sur la longueur MB prise comme rayon, je décris l'arc BP , & je tire BV perpendiculaire à MP ; il est évident que le triangle rectiligne BMV moins le segment $BOMB$, plus le demi-segment rectangle BVP égal au segment même $BOMB$ est égal à l'espace mixte $MOBP$, c'est-à-dire, à la demi-lunule $MOBF$ qui est égale aussi à la lunule entiere précédente $BHGLCKB$, d'où je tire cette construction.

Soit un Cercle quelconque proposé $PNZQ$, dont le centre soit M , & NQ un diametre infiniment prolongé de part & d'autre, je divise le Cercle en quatre parties égales, & chacun des quarts PQ , PN , de circonference en deux parties égales aux points B & D ; & prenant les longueurs BC , DH chacunes égales au rayon BM , des points C & H comme centres, je décris par les points B & D les arcs BOF , DSE qui forment avec les arcs BPD , FZE un quadrilatere curviligne en forme de Cercle échancré, il est évident par la construction même ou par ce qui precede, que l'on en a la quadrature, & qu'il est égal au carré de CM ou de BF son égale, double de BG , sinus de l'arc BQ ou de l'angle BMQ de 45 . degrés $= \frac{a\sqrt{2}}{2}$, si le rayon BM du Cercle est a . C'est-à-dire que ce Quadrilatere est égal à la moitié $2aa$ du carré du diametre du Cercle, ou à l'aire du carré inscrit au même Cercle. Il est encore évident que les arcs qui le terminent sont des arcs d'un même Cercle, & chacun de 90 . degrés, & qu'ainsi le circuit du Quadrilatere est égal à la circonference même du Cercle proposé.

Des points G & T comme centres sur les rayons GB , TD , je décris les demi-cercles BMF , DME , leurs sommets se touchent au point M centre du Cercle proposé, & leurs demi-circonferences BMF , DME , vers les arcs BOF , DSE forment deux Lunules d'Hypocrate égales entr'elles, & chacunes égales aussi à chacun des deux triangles curvilignes restans BMD , FME , en forme de tran-

C O R O L L A I R E X I V.

Je divise chacun des quarts *BOF*, *DSE*, *BPD*, *FZE* de la circonférence du grand Cercle, & chacun des quarts *MD*, *ME*, de la circonférence du petit en un même nombre quelconque de parties égales. Sur l'un des quarts des petits Cercles, je prends deux de ces petits arcs quelconques *lb*, *bi*, que je regarde comme un seul, & de ses extrémités *l*, *i*, je tire deux droites aux extrémités de l'un des petits arcs *Rp*, ou ωq , pris en l'un des quarts du grand Cercle, qui tourne la convexité vers la concavité du petit, ou fa concavité vers la convexité du même. Je fais la même chose en l'espace *sr*, *vx*; je dis que l'on aura la Quadrature des espaces mixtes interceptés *sxtv*, *Rpli*, ωqli , ou du total $\omega l R p i q$, car les quarts de circonférence de Cercles étant des arcs semblables & divisés en un même nombre de parties égales, les petits arcs issus de la division soutiendront des angles égaux: mais si des arcs soutiennent des angles égaux, & qu'on en tire les cordes, les segmens qui en résultent sont comme les quarrés des rayons des Cercles qui contiennent les arcs, & le quarré du rayon du grand Cercle est double du quarré du rayon du petit, ce qu'il est aisé de démontrer par la construction qu'on a employée; donc un segment du grand Cercle est double d'un segment des petits. Or si l'on tire les cordes *Rp*, *lb*, *bi*, en l'espace mixte terminé par les arcs *Rp*, *li*, & par les droites *lR*, *pi*, l'on forme un espace rectiligne, en retranchant de l'espace mixte deux petits segmens, & en en ajoutant un grand leur égal. Donc l'espace rectiligne est égal à l'espace mixte. On aura semblablement la Quadrature des autres espaces moyens des Lunules & des tranchets, & de ceux qui peuvent se former semblablement avec les autres arcs.

M. le Marquis de l'Hôpital dans les Memoires de 1701. a donné aussi la Quadrature d'un autre tranchet, dont les.

ares font d'un même Cercle, & il a donné la Quadrature de ses espaces moyens, puis celle des espaces moyens de la Lunule d'Hypocrate, en employant les angles & une courbe particulière formée de leurs sinus : le tranchet dont je donne ici la Quadrature a la singularité d'être égal à cette Lunule même, & de former avec elle une autre portion de Cercle. La méthode dont je me fers ici n'employe que les angles ; elle n'est qu'une suite légère d'un principe propre à conduire à toutes les Quadratures déterminables dans le Cercle, dont la figure, toute simple & commune qu'elle paroisse aux yeux du vulgaire, a toujours fait l'admiration des plus illustres sçavans de tous les siècles.

COROLLAIRE XV.

L'on peut aussi par le moyen de la Zone circulaire déterminer les cubatures de diverses portions de Sphere en cette sorte.

Soit encore comme ci-devant a le rayon d'un Cercle proposé ; c , la circonférence de ce Cercle. La Sphere décrite sur ce rayon sera $\frac{2aac}{3}$.

Soit Z le rayon de la base d'un cylindre droit, dont la hauteur soit égale au diamètre $2a$ de la Sphere ; j'aurai $a : c :: Z : \frac{Zc}{a}$ circonférence de la base du cylindre ; & $\frac{Zc}{a} \times \frac{Z}{2} = \frac{ZZc}{2a}$ = à la base, qui étant multipliée par la hauteur $2a$, donne ZZc pour la valeur du cylindre. Je fais cette valeur égale à la Sphere, & j'ai $ZZc = \frac{2aac}{3}$; ce qui donne $Z = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Soit S le rayon de la base d'un cône droit, dont la hauteur est aussi égale au diamètre $2a$ de la Sphere ; j'aurai $a : c :: S : \frac{Sc}{a}$ = à la circonférence de la base du cône ; & $\frac{cS}{a} \times \frac{S}{2} = \frac{cSS}{2a}$ = à la surface de la base, je la multiplie

par un tiers de la hauteur $2a$ du même cône, & j'ai $\frac{cSS}{2a}$
 $\times \frac{2a}{3} = \frac{cSS}{3} =$ au cône que j'égle encore à la même
 Sphere $\frac{2aac}{3}$; & j'ai $\frac{2aac}{3} = \frac{cSS}{3}$ & $2aa = SS$; & $S = a\sqrt{2}$.

Je conçois un second cylindre droit, dont la hauteur
 soit h , prise à discretion, mais d'une petiteffe quelconque,
 & que le rayon de sa base soit l'indeterminée T ; j'aurai
 $a : c :: T : \frac{cT}{a} =$ à la circonference de la base du nouveau
 cylindre; & $\frac{Tc}{a} \times \frac{T}{2} = \frac{TTc}{2a} =$ à la base de ce cylindre, &
 $\frac{TTc}{2a} \times h = \frac{TTch}{2a} =$ à ce cylindre, que je conçois encore
 égal au premier cylindre ou à la Sphere $\frac{2aac}{3}$, & j'ai $\frac{TTch}{2a}$
 $= \frac{2aac}{3}$; d'où je tire $T = \frac{2c\sqrt{a}}{\sqrt{3h}} = \frac{2a\sqrt{3ah}}{3h}$ que j'appelle A
 rayon du Cercle qui forme la base du second cylindre; si
 j'en veux retrancher par le Corol. 1. un noyau qui donne
 la Quadrature du reste de ce Cercle, & que j'appelle
 X le rayon du secteur qui doit servir à trouver ce noyau,
 j'aurai par le Corollaire V. $X = A\sqrt{n}$, en appellant en-
 core $q = \frac{p}{n}$ l'angle du secteur décrit sur le rayon X ; p , l'an-
 gle du secteur décrit sur le rayon A ; & n le nombre des
 angles en quoi cet angle p est divisé.

Si le Cercle qui forme la base du cylindre, dont la hau-
 teur est h , est mù le long de cette hauteur, en demeurant
 toujours perpendiculaire à cette même hauteur, le plan
 du Cercle formera le cylindre, & le plan du noyau for-
 mera un petit prisme courbe, dont l'axe sera le même que
 celui de ce cylindre, si ce prisme est retranché de ce cy-
 lindre, il est clair que le reste sera donné, & que l'on en
 aura par consequent la cubature. Or comme la base de
 ce prisme peut devenir d'une petiteffe quelconque, com-
 me il a été démontré, & que son axe h , peut aussi être pris
 d'une petiteffe quelconque par la generation, il est évident

que ce prisme peut devenir d'une petiteſſe quelconque, & qu'il peut par conſequent être retranché du premier cylindre & du cône, & de la ſphere, qui font chacun égaux au ſecond cylindre, & que les reſtes ſeront égaux, & que l'on en aura auſſi la cubature.

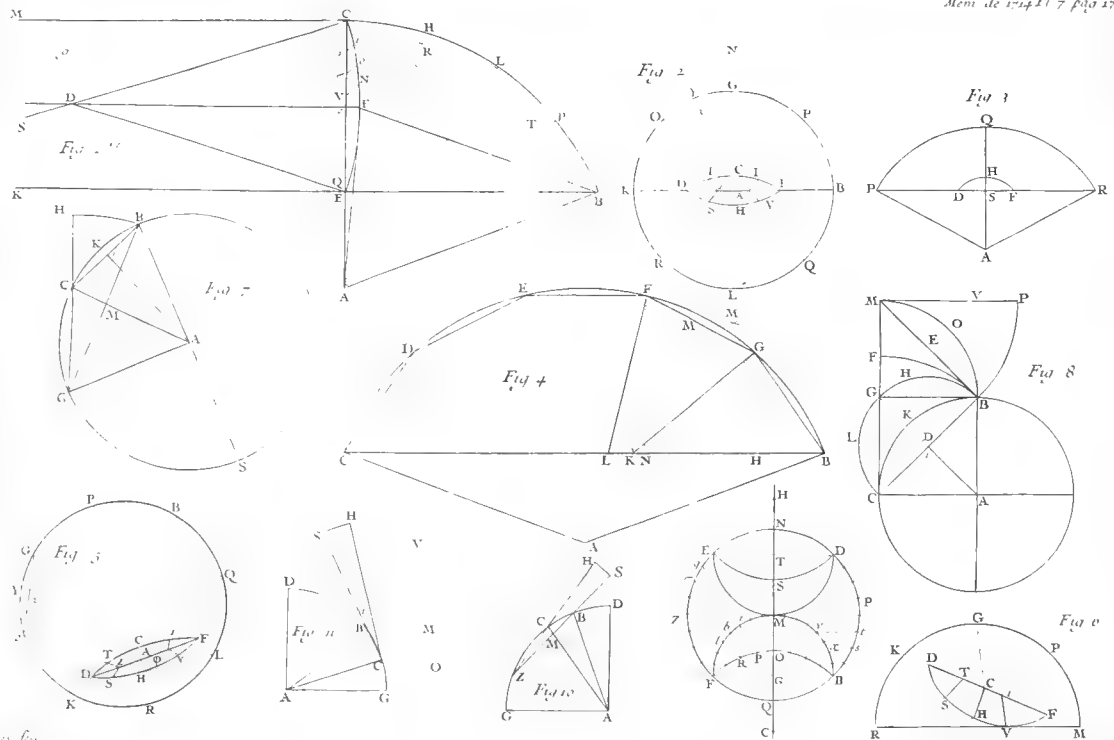
Une ſphere peut être diviſée en autant de pyramides ſpheriques dont le ſommet ſoit au centre de la ſphere, & la baſe en la ſurface de la ſphere, que les corps reguliers qui peuvent lui être inſcrits contiennent des faces; & par conſequent elle peut être diviſée en quatre pyramides ſpheriques par le tetraèdre; en ſix, par l'hexaèdre; en huit, par l'octaèdre; en douze, par le dodecaèdre; & en vingt, par l'icosaèdre. La baſe de chacune de ces pyramides peut être diviſée en deux parties égales, & chacune de ces parties en deux autres égales, & ainſi de ſuite, & par conſequent la pyramide ſpherique peut être diviſée en autant de nouvelles pyramides ſpheriques égales entre elles. Le noyau du cylindre, dont l'axe eſt h , peut être diviſé en autant de parties égales que le plan de la baſe de ce noyau, & par le Lemme ce plan peut être diviſé en autant de parties égales que ſon circuit peut l'être. Or ſon circuit peut être diviſé en deux parties égales, ou en 4. ou en 8. & ainſi de ſuite par la biſection de l'angle; ce même circuit peut être diviſé en ſix parties égales ou en douze par la triſection de l'angle: donc le noyau du ſecond cylindre peut être diviſé ſemblablement en un pareil nombre de parties égales, & chacune de ces parties peut être diviſée en deux autres égales, & ainſi de ſuite. Si le noyau, la ſphere, le cône & les cylindres ſont diviſés en un pareil nombre de parties égales, & que de l'une des parties de la ſphere, ou du cône ou des cylindres, l'on retranche une partie du noyau ſelon le même ordre de diviſion, le reſte ſera donné, & l'on en aura la cubature.

Je diviſe le noyau du ſecond cylindre en un nombre quelconque de parties égales, pris à diſcretion. Je diviſe un diametre de la ſphere en un pareil nombre de parties

174 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 égales aussi ; & par tous les points de division je conçois des plans perpendiculaires à ce diametre , formant des sections en la surface de la sphere , ces sections de la surface spherique seront autant de bandes circulaires égales. Je conçois un rayon dont une extremité soit fixe au centre de la sphere , & dont l'autre extremité parcoure la circonference de chaque Cercle qui termine chacune de ces bandes ; ce rayon par son mouvement partagera la sphere en autant de parties égales qu'il y aura de bandes , c'est-à-dire , en autant de parties égales qu'il y en aura dans le diametre de la sphere , ou dans le noyau du second cylindre. Si de chacune de ces parties de la sphere l'on retranche une des parties du noyau du second cylindre , prise selon le même ordre de division ; le reste sera donné , & l'on en aura par consequent encore la cubature.

Si l'angle BAC de la premiere Figure eut été divisé en seize angles égaux , & que l'angle MCG eut été égal à l'un d'eux , il auroit fallu prendre sur la droite Cg infiniment prolongée , une longueur Cgd quadruple du rayon CA, pour rayon du secteur nouveau égal au secteur proposé BAC ; alors la Figure seroit réguliere , mais son excessive grandeur & la trop grande petitesse qu'auroient eue les parties du segment CFcC , m'ont fait supprimer cette régularité.





Benj. Bro.

JUSTIFICATION DES MESURES

DES ANCIENS

EN MATIERE DE GEOGRAPHIE.

Par M. DELISLE.

QUAND les Mesures des Pays, telles quelles sont rapportées par les Anciens, seroient fort éloignées des véritables, il seroit toujours très curieux de les connoître; mais j'entreprends de prouver aujourd'hui que cette recherche est très utile & très nécessaire, & que ces mesures étant conformes à la vérité, elles doivent servir à corriger en plusieurs points essentiels les mesures des Geographes modernes.

11. Avril
1714.

J'établirai l'exactitude des Mesures anciennes par la conformité qu'elles ont avec les Observations de l'Academie. Il paroîtra sans doute surprenant que les Anciens ayent si fort approché de la vérité, & que les Geographes modernes au contraire s'en soient si fort éloignés, mais j'espère indiquer la source de l'erreur des uns, & les facilités que les autres ont eu à parler plus juste de la situation & de l'étendue des Pays qu'ils ont décrits.

Ce que j'avance ne regarde pas les endroits de la Terre, que les Romains ne connoissoient qu'imparfaitement, mais seulement les Pays qui leur ont été connus, comme l'Italie.

Pour faire voir à l'œil la différence qu'il y a entre les Anciens & les Modernes touchant ce Pays-là, j'en ai fait ici une double représentation, dans l'une desquelles marquée de traits légers, je représenté l'Italie suivant l'opinion de la plupart de nos Modernes, & dans l'autre marquée de traits plus forts, je la représente suivant les Mesures.

176 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
des Anciens conformes, comme je l'ai déjà dit, aux Observations Astronomiques, & particulièrement à celles de l'Academie.

J'ai cru que pour faire mieux voir les differences qu'il y a entre les deux opinions, il falloit choisir un point par rapport auquel ont pût comparer aisément les deux hypotheses. Il n'étoit pas difficile de se déterminer dans le choix de ce point, & l'on ne peut en prendre un plus favorable que la Ville même de Rome, où l'on se rendoit de tous les endroits de l'Empire Romain, & d'où l'on parloit pour aller dans toutes ses Provinces; car c'étoit à Rome que commençoient ces belles Voyes militaires que les Romains avoient fait faire avec tant de soin & tant de dépense, & sur lesquelles ils avoient marqué leurs mesures ce qui en facilitera la comparaison avec les Observations.

Ce qui est resté jusqu'aujourd'hui de ces anciennes routes, nous fait connoître qu'elles étoient generalement parlant fort droites, comme est la Voye Appienne que l'on voit encore presque toute entiere entre Rome & Capouë, quoique construite plus de 300. ans avant l'Ere Chrétienne.

Elle traverçoit en ligne droite les Marais Pontins que l'on avoit comblé en cet endroit; en d'autres Routes l'on avoit percé des Montagnes comme l'on voit encore au lieu nommé autrefois *Intercisa*, & aujourd'hui *Saffo Forato* où la Voye Flamienne traverçoit le Mont Apennin.

C'est un grand préjugé en faveur des Anciens, car ces Routes étant droites sont plus propres à déterminer les veritables distances d'un lieu à l'autre que ne sont celles d'aujourd'hui. D'ailleurs l'on sçait que les Romains avoient mesuré leurs chemins & qu'ils y avoient élevé des pierres de mille pas en mille pas; & comme ces pas étoient de 5. pieds Romains chacun, ils avoient par-là une mesure uniforme par toute l'étendue de leur domination, au lieu qu'aujourd'hui les milles sont de differente longueur en differens endroits de l'Italie.

Cette

Cette uniformité de mesures marquées sur des Routes qui approchoient fort de la ligne droite, ne m'a pas permis de balancer dans la préférence que j'ai donnée aux Anciens, mais avant que de faire usage de ces mesures, il faut s'assurer de leur valeur par rapport à quelque grandeur qui nous soit connuë.

Les Modernes ont supposé que le Mille ancien étoit égal à une minute de latitude, comme l'est aujourd'hui le mille commun d'Italie, dont 60. font un degré.

Mais ayant comparé les distances rapportées en milles par les Anciens entre plusieurs Villes dont on sçait le nom moderne avec celles de ces mêmes Villes déterminées en toises par les voyes de la Geometrie les plus exactes. Ces comparaisons jointes à la mesure de la Terre de l'Academie, donnent toujours pour chaque degré de latitude 75. de ces milles anciens, au lieu de 60. comme j'espere le faire voir plus en détail, en rapportant ces opérations Geometriques.

Il s'en suit de-là que le mille ancien étoit plus petit que celui d'aujourd'hui, & que quand même ce dernier seroit uniforme par toute l'Italie, ce qui n'est pas, les distances des Villes rapportées par les Anciens ne pourroient pas être les mêmes que celles qui sont aujourd'hui autorisées par l'usage : & c'est ce qui a fait tomber en erreur la plupart de nos Modernes, qui ne connoissant pas assez la véritable grandeur des Milles anciens, ont voulu mal à propos corriger une mesure exacte & uniforme par une autre fort inégale & fort incertaine. Cluverius entr'autres un de nos plus celebres Geographes qui a donné un ouvrage si ample & si détaillé sur l'ancienne Italie, sur lequel Holstenius & Cellarius n'ont presque pas pû encherir, Cluverius, dis-je, n'a pas fait de difficulté de reprendre en plusieurs endroits les Anciens, & de vouloir regler leurs distances sur celles d'aujourd'hui.

Les Observations de l'Academie faites à Rome & à Florence, nous ont donné la véritable situation de ces deux

Villes, tant en longitude qu'en latitude. Cette situation est très différente de celle que les Modernes supposoient. La différence des Meridiens entre ces deux Villes, se trouve plus petite de 45. minutes qu'ils ne l'ont crû, & leur différence en latitude se trouve au contraire plus grande de 20. minutes; cependant l'éloignement entre ces deux Villes dans ces deux hypothèses, ne laisse pas d'être le même, mais comme les Modernes supposent que le degré contenoit 60. milles anciens, au lieu de 75. ils ne peuvent y accorder les distances de la Route nommée *Via Cassia* qui conduisoit de Rome à Florence. Ils sont donc obligés d'alterer les distances, & lorsque Strabon liv. 5, dit que la Ville d'Arezzo est à mille stades ou six vingt mille pas de Rome tirant vers le Mont Apennin, Cluverius nous veut faire croire que cette distance se doit prendre du Mont Appenin, & non pas de la Ville même d'Arezzo, au lieu que par notre mesure des anciens Milles réduits à leur valeur, nous expliquons à la rigueur ce passage de Strabon, & les Itinéraires anciens, ce qui fait voir leur exactitude & leur conformité avec les Observations de l'Academie.

Les Modernes n'ont pas mieux expliqué les Anciens dans la Description qu'ils ont faite de la celebre Voye Appienne que l'on dit avoir été continuée par Caius Cesar depuis Capouë jusqu'à Brindes. Strabon dit que cette dernière Ville étoit éloignée de Rome par cette route de 360. mille pas. Ainsi quoique Cluverius mette entre ces deux Villes à peu-près la même différence en longitude qui résulte des Observations, cet Auteur ne pouvant accorder son hypothese sur les mesures avec cette distance rapportée par Strabon, ni avec celles des Itinéraires anciens, il les a alterées d'un cinquième, c'est-à-dire, d'autant que sa mesure étoit éloignée de la véritable.

C'est sur ces mêmes principes que Cluverius qui, outre son érudition, a eu encore l'avantage de voir par lui-même les Pays dont nous parlons, ayant trouvé dans la Bourgade de Polla au Royaume de Naples, une Inscription qui

rapportoît les distances de cette branche de la Voye Ap-piennne qui conduit à Regio, & trouvant ces distances opposées à l'idée qu'il s'étoit faite des Mesures des Anciens, a voulu rendre cette Inscription suspecte, quoi-qu'elle ait parû très autentique à Holstenius qui l'a vûe aussi-bien que lui : elle porte ces paroles, *Viam feci ab Regio ad Capuam, & in eâ viâ pontes omnes, milliarios, tabellariof-que positi, hincce sunt Nuceriam millia quinquaginta unum, Capuam octoginta quatuor.* Et ainsi des autres lieux de cette route dont les distances sont marquées; & ces distances dont la pluspart sont confirmées par l'Itineraire de l'Empereur Antonin, concourent à la situation de ce País, en réduisant comme j'ai fait les Milles anciens à leur veritable valeur.

Non seulement les Modernes se sont trompés lorsqu'ils ont voulu contredire les Anciens, mais ils les ont aussi mal expliquez lorsqu'ils ont voulu les suivre. La Lombardie qui répond pour la plus grande partie au país que les Anciens appelloient *Gallia Togata*, est traversée en ligne droite par la celebre Voye Emilienne & par d'autres routes dont les distances sont marquées non seulement dans la Table Theodosienne, qui est la seule Carte Geographique qui nous soit restée de l'Antiquité, mais aussi dans l'Itineraire d'Antonin & dans celui de Bourdeaux à Jerusalem dont l'Auteur ne nous est pas connu. Les Modernes ont voulu suivre dans ces endroits les distances des Anciens, mais ils sont tombez dans un autre inconvenient. Car réglant par ces distances les longitudes des Villes sur la fausse idée qu'ils avoient des Mesures anciennes, ils ont donné trop d'étendue à ce País par rapport à la circonference de la Terre, mettant 5. degrés 25. minutes en longitude de Nice à Bologne, au lieu que par les Observations faites en ces deux Villes par l'Academie, il ne se trouve que 4. degrés 13. minutes, c'est un cinquième de moins; & comme nous avons fait voir que le Mille ancien étoit d'un cinquième plus petit que les Modernes ne le supposent, il

est clair que cette correction importante de la longueur de la Lombardie fondée sur les observations de l'Academie, revient parfaitement aux Mesures des Anciens contre l'opinion des Modernes.

Il suit de-là que l'étenduë du même País du Septentrion au Midi, que les Modernes ont aussi réglé à leur maniere sur les Mesures anciennes, se doit trouver plus petite d'un cinquième par les Observations, s'il est vrai, comme je l'ai avancé, que ces Observations soient conformes aux Mesures des Anciens. M. Cassini a observé la latitude de Genes de 44. degrés 25. minutes, & M. Petit celle de 46. degrés 10. minutes à Trahone dans la Valtelline, & le résultat de ces deux Observations donne aussi un cinquième de moins entre les paralleles de ces deux Villes, & c'est précisément ce que les Modernes y ont mis de trop. On peut voir par la Carte que la situation de Genes donnée par les Observations est très éloignée de celle que les Modernes lui donnent, mais quelque extraordinaire que cette correction paroisse, il paroît encore plus surprenant que les Mesures des Anciens y reviennent, & que nos Auteurs modernes s'en soient si fort écartés.

La troisième faute des Modernes est de n'avoir eu, ce semble, aucun égard en certains points aux Mesures des Anciens, & cette faute est telle, qu'au lieu que la précédente leur avoit fait trop étendre certains País, celle-ci au contraire leur en a fait trop étrecir d'autres. On peut voir par la Carte que la distance de Rome à la Mer Adriatique est beaucoup plus grande selon les Observations que selon les Modernes. L'Academie n'a pas eu occasion d'observer au voisinage de cette Mer, mais le P. Viva a observé la hauteur du Pole de Lorete de 43. degrés 42. minutes, & les Operations Geometriques du P. Riccioli rectifiées par les Observations de l'Academie nous donnent la longitude & la latitude de Ravenne, telle qu'elle est marquée dans ma Carte.

Les Romains avoient fait construire trois belles Routes

qui conduisoient de Rome à cette Mer, la Voye Flaminienne dont la longueur étoit de 185. mille pas selon Antonin jusqu'à la Ville de Fano, nommée autrefois *Fanum Fortunæ*. La seconde Route étoit la Voye Salariene qui prenoit ce nom du Sel quel'on voituroit par-là. Cette Route après avoir passé à un lieu nommé alors *ad Centesimum*, à cause qu'il étoit à la centième pierre ou à 100. milles de Rome, se terminoit à 32. milles de-là à la Ville de *Truæatum* sur la même Mer. Enfin la troisième Route étoit la Voye Valerienne sur laquelle Antonin compte 140 milles pas jusqu'à l'embouchure de la Riviere d'Aterne. Les distances qui reviennent fort bien au résultat des Observations rapportées ci-dessus, s'éloignent par tout d'environ 45. mille pas de celle que nos Modernes y mettent, & par conséquent les convainquent d'erreur.

Les Observations favorisent encore un passage de Pline qu'on ne sçauroit expliquer dans l'hypothese des Geographes modernes. Cet Auteur en parlant des différentes largeurs de l'Italie d'une Mer à l'autre, dit que la Ville d'Offie à l'embouchure du Tibre, est plus éloignée de la Mer Adriatique que ne l'est le port d'Alsiùm à la Côte de Toscane. Les Modernes supposent faussement que la Côte entre les bouches du Tibre & Alsiùm court à l'Oüest en s'éloignant ainsi de plus en plus de la Mer Adriatique. Mais en faisant courir cette Côte vers le Nord comme j'ai fait, le passage de Pline s'explique à la lettre. Et ce n'est pas au hazard que je l'ai remarqué ainsi, car elle se trouve de même dans l'Arpentage exact que l'on a fait à Rome des terres de l'Annône; & cette correction est encore confirmée en gros par une Observation que M. de Chazelles a faite à *Civita-Vecchia* qui est située sur la même Côte; car il a trouvé par cette Observation que cette Ville étoit plus Septentrionale que Rome de 13. minutes, au lieu que les Modernes la font plus Meridionale de 8. minutes que cette même Ville.

Je pourrois prouver par beaucoup d'autres exemples la

182 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
conformité entre les Observations de l'Academie & les
Mesures des Anciens, & les justifier de plusieurs autres
erreurs qu'on leur attribüë mal à propos; mais comme ce-
la m'engageroit dans un détail qui ne conviendrait pas à
cette assemblée, je me contenterai d'ajouter ici quelques
exemples qui font voir qu'au défaut des Observations l'on
peut se servir utilement des Mesures des Anciens.

La situation de Carthage sera le premier de ces exem-
ples, & il est d'autant plus considerable, qu'au lieu que
les erreurs précédentes n'ont été au plus qu'à une vingtain-
e de lieuës sur cent, celle-ci est de 100. lieuës sur 220.

Les Auteurs modernes mettent 90. lieuës du Lilibée
promontoire de Sicile à la Ville de Carthage, & 60. du
Cap de Mercure en Afrique à ce même promontoire. Mais
je trouve dans l'Itineraire d'Antonin que de l'Isle nommée
Maritima près du Lilibée jusqu'au Cap de Mercure la dis-
tance n'est que de 700. stades. Or cette distance est plus
petite des deux tiers que celle que les Modernes supposent
entre la Sicile & l'Afrique; & elle est confirmée en gene-
ral par les Observations de l'Academie. Car quoi-qu'il n'y
ait point d'Observation immediate en ces deux termes,
celle du P. Feuillée à Tripoli de Barbarie, & celle de M.
de Chazelles à Trapano près du Lilibée, font voir que les
Côtes d'Afrique, & par consequent la Ville de Carthage
qui y étoit située sont plus Septentrionales de 3. degrés,
& qu'elles sont beaucoup plus proches de la Sicile que les
Modernes ne le supposent.

D'ailleurs les Marins conviennent que du Cap *Bon* qui
est le nom qu'on donne aujourd'hui au Cap de Mercure
jusqu'au Lilibée, il n'y a que 19. ou 20. lieuës marines,
ce qui revient aux 700. stades qu'Antonin met entre ces
deux terres.

Cette excessive erreur des Modernes contre le sentiment
des Anciens dans la situation d'une Ville aussi celebre que
l'étoit Carthage est encore très visible par la distance de
l'Isle de Sardagne jusqu'en Afrique, rapportée dans le mé-

me Itineraire d'Antonin. Il met de Cagliari, capitale de Sardagne jusqu'à Carthage 1500. stades seulement. Or cette distance évaluée en milles & en lieuës, est plus petite de la moitié que celles que supposent les Modernes ; & cette preuve est d'autant plus concluante pour la situation de Carthage, que nous avons deux Observations du P. Feuillée à la Côte Meridionale de Sardagne où est située Cagliari, & que ces Observations en déterminent la latitude.

Strabon, Solin & Valere Maxime, rapportent qu'il y avoit un homme durant les Guerres Puniqes, dont la vûe étoit si bonne & si longue, que de dessus une hauteur voisine du Cap Lilibée, il comptoit tous les vaisseaux qui faisoient voile du Port de Carthage, & en avertissoit les Habitans de la Ville de Lilibée.

Quand même on supposeroit, comme l'insinüent les Modernes, que cet homme ne voyoit ces Vaisseaux qu'au Cap de Mercure, qui est le plus voisin de la Sicile, ils ne pourroient expliquer ce passage ; car comme ils supposent, ainsi que je l'ai déjà dit, 60. lieuës entre le Cap Lilibée & le Cap de Mercure, non seulement il n'est pas vraisemblable qu'un homme pût distinguer à la vûe des Vaisseaux à une si grande distance ; mais quand même la vûe de cet homme auroit eu cette portée, la rondeur de la Terre lui auroit caché ces objets.

Mais le fait rapporté par ces Auteurs de ce clairvoyant de Lilibée, ne paroît plus si incroyable par la réduction de cette distance de 60. lieuës à celle de 20. & l'on pourroit plus aisément admettre cette particularité, sur laquelle pourtant je n'appuye pas.

Voici une autre distance essentielle où les Modernes se sont également trompés, en s'éloignant des Anciens. Pline liv. 3. chap. 11. dit que la Ville d'Otrante n'est séparée de la Côte de Grece que par un Détroit de 50. mille pas de largeur, & que Pirrus Roy d'Epire eut le dessein d'y faire construire un Pont pour passer en Italie lorsqu'il y

fut appellé par les Tarentins pour faire la guerre aux Romains , mais qu'il en fut détourné par d'autres soins.

Je ne pretends pas justifier la possibilité du dessein de ce Prince ambitieux & visionnaire. Je tâcherai seulement d'établir la largeur de ce Détroit suivant les Anciens , & de faire voir contre le sentiment des Modernes , que cette distance est la véritable.

L'Itineraire d'Antonin met 400. stades entre Otrante & l'Isle de Safina sur la Côte de Grece. Ces 400. stades évaluées en milles , sont justement les 50. milles pas que Pline met entre ces deux terres.

Nous n'avons point d'Observations en ces endroits , mais à leur défaut j'ai eu recours aux Portulans , dont les distances sont d'autant plus exactes , qu'elles n'ont été marquées que sur le rapport d'une infinité de Pilotes. Ces Portulans conviennent de la distance de 12. lieues marines entre la Ville d'Otrante & Safina ; & cette distance revient parfaitement à celle que Pline & Antonin marquent entre ces deux terres : cependant nos Modernes font cet intervalle une fois plus grand ; ainsi il est vrai de dire que l'on peut se servir utilement des Mesures des Anciens pour perfectionner nos connoissances ; d'autant plus que ces Mesures se rapportent avec ce que nous avons de meilleur & de plus certain. Je finirai par une comparaison de la partie Orientale & Meridionale d'Italie nommée par les Anciens la *Grande Grece* , avec la Grece particulièrement prise.

Les Grecs avoient envoyé un si grand nombre de Colonies dans cette partie d'Italie , qu'elle en fut appellée Grece comme le Pays qui a porté ce nom de tout temps. Mais les Modernes comparant l'étendue de ce Pays avec celle de la Grece proprement dite qui comprenoit l'Achaïe , le Peloponnese & la Theffalie , ils ont crû que le nom de Grande Grece auroit mieux convenu à cette ancienne Grece qui étoit plus grande que l'autre selon leurs hypotheses. Ces Modernes donc , Cellarius entr'autres , ne
sçachant





sçachant comment expliquer les Anciens dans cet endroit, attribuent cette prétenduë erreur des Anciens à la vanité des Grecs, mais je ferai voir qu'ils sont justifiés par les Observations.

Le P. Feuillée de concert avec M^{rs}. de l'Observatoire, a observé les hauteurs du Pole & les longitudes de Thessalonique, de Milo & de Candie : j'ai recüeilli aussi les Observations de M^r. Vernon Anglois à Lacedemone, à Athenes, à Thebes, à Corinthe, à Chalcis & en d'autres endroits. Il resulte de toutes ces Observations, que la longueur que l'on donnoit ci-devant à la Grece proprement dite, aussi-bien que sa largeur excedoit de plusieurs degres la veritable, enforte que ce Pays se trouve plus petit de la moitié qu'on ne le supposoit, comme l'on peut voir par la Carte où ce Pays paroît selon les Observations plus petit que celui que l'on appelle la Grande Grece, conformément à l'idée que les Anciens nous en ont donnée.

Je pourrois aussi justifier par les Mesures des Anciens cette étendue de l'ancienne Grece, si differente de celle qu'on lui a donnée jusqu'à present, & faire voir la conformité des mesures des Grecs avec les Observations, de même que j'ai prouvé le rapport de ces Observations avec les mesures des Romains, mais cette discussion merite bien une Differtation particuliere. Il me suffit ici d'avoir justifié l'idée que les Anciens Grecs nous ont donnée de cette partie de l'Italie où ils ont envoyé des Colonies, & que ce n'est point par vanité qu'ils lui ont donné le nom de Grande, mais que ce nom est fondé sur la verité.



M E M O I R E

Touchant la Volatilisation des Sels fixes des Plantes.

Par M. H O M B E R G.

16.^e Mai.
1714.

LE Sel lixiviel ou l'alkali fixe de quelque plante , est une substance saline qui a perdu dans le grand feu la plûpart de ce que le végétal contenoit de parties volatiles, sçavoir son phlegme , son esprit acide , son esprit urinaire , les huiles qu'on en peut distiller , & le Sel qui sent l'urine ; sa figure est une espece d'éponge , dont les pores ouverts & vuides sont prêts à recevoir des matieres volatiles semblables à celles que le feu en a séparées ; l'art les y peut rejoindre , de maniere que sa fixité se perd entierement , & que le nouveau mélange en devient tout-à-fait volatile.

Ces opérations se font en introduisant inséparablement dans le Sel lixiviel , l'une ou plusieurs des parties volatiles qui en ont été chassées , l'introduction desquelles dans le corps du Sel lixiviel ce fait à peu-près par les mêmes moyens , sçavoir par des cohobations souvent réitérées , jusqu'à ce que le volatile se soit uni de telle sorte au fixe , que le tout ou une partie en soit devenuë volatile.

Cependant comme toutes ces matieres volatiles sont des substances differentes , quoique tirées du même mixte , elles demandent aussi des manipulations differentes , pour faire que ces cohobations soient utiles , & qu'elles puissent donner la volatilité aux Sels fixes. Nous allons examiner toutes les parties que le feu peut chasser d'un végétal , nous prendrons le Tarrre du Vin pour servir d'exemple sur toutes les autres matieres végétales , & nous exposerons ensuite les manieres d'y réintroduire les volatiles qu'il a perdu dans le feu , c'est-à-dire les moyens de

rendre volatile le Sel de Tartre, en diverses manieres, selon la nature du volatile qu'on y introduit de nouveau.

Mais comme le Sel de Tartre, & tout autre Sel lixiviel quelque bien calciné & quelque bien purifié qu'il soit par les différentes lixiviations & filtrations, ne laisse pas de contenir une très grande quantité de matieres terreuses, plus ou moins faciles à enlever par les differens volatiles dont on se sert, quelques-uns de ces volatiles en changeront beaucoup, les autres moins, & laisseront au fond du vaisseau une partie de la terre fixe & insipide, selon le plus ou le moins d'activité du volatile que l'on aura employé pour cet effet.

Le Sel lixiviel qui aura été volatilisé par une de ces opérations, quelques-fois se changera en une liqueur distillée salée, ou en un esprit acide, ou en un esprit urineux; quelquesfois il se changera aussi en un Sel volatile salé, ou en un Sel volatile acre & fetide, ou enfin en un Sel volatile aromatique, selon les différentes opérations & les volatiles que l'on y aura employé.

La premiere matiere que le feu sépare du Tartre & de tout autre végétal, est son phlegme, qui d'abord ne paroît pas capable de changer une matiere aussi fixe que le Sel de Tartre en une matiere volatile; cependant quand on considère que l'humidité aqueuse, lorsqu'elle est mise en mouvement par le feu, est une des principales causes de tous les changemens qui arrivent aux végétaux & aux animaux, & peut-être à tout ce qui appartient à nôtre terre, nous ne ferons pas de difficulté de l'admettre ici pour l'un des agens qui contribuë à enlever dans le feu une partie du Sel de Tartre, & à le rendre volatile; mais comme l'humidité aqueuse est le moins actif de tous les principes que la distillation sépare des végétaux, c'est-à-dire, qu'elle agit plus lentement & moins sensiblement que les autres principes, l'opération dans laquelle on l'employe durera plus long-tems que si on avoit employé quelqu'un des autres principes. Nous allons voir comment par son

188 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
moyen une partie du Sel fixe lixiviel s'est sublimée en Sel volatil.

En Chimie il n'est pas hors de propos de communiquer l'histoire succinte des circonstances, quelquesfois duës au pur hazard, qui ont mené à une opération singuliere, elles peuvent servir d'occasion à un plus habile d'abreger ces opérations, ou de les perfectionner; je m'en vais donc donner la premiere de mes opérations sur la volatilisation du Sel lixiviel des plantes, avec toutes les circonstances qui l'ont accompagnée.

Les Savonettes dont je me servois pour me raser, n'étant pas à mon gré, je voulus en faire d'autres: je pris donc du Savon de Genes environ deux livres; je le coupai par tranches de l'épaisseur environ d'un écu, je le mis sécher à l'ombre pendant trois mois, pour en ôter la mauvaise odeur que le Savon a ordinairement, il l'a perdit en partie, & devint si sec que je pouvois le piler dans un mortier; pour le rehumecter, afin qu'on en put former des Savonettes, je versai dessus trois onces d'esprit de Vin, dans lequel j'avois mis un gros d'huile de Lavande & quelques gouttes d'essence d'Ambre pour leur donner quelque bonne odeur; j'incorporai bien cet Esprit de Vin avec mon Savon, en les pilant ensemble dans un mortier de marbre, mais il n'en fut pas assez humecté pour faire une pâte liée; je fus donc obligé d'y ajoûter encore environ trois onces d'Eau de Fleurs d'Oranges, le tout se mit en une pâte bien conditionnée, j'en formai des boules que je mis sécher à l'air, dans un tems froid & humide. Environ deux mois après, je fus fort étonné de trouver ces Savonettes herissées de pointes de sel, à peu-près comme le Salpêtre qui végète sur les pierres, je voulus m'en servir, mais je m'aperçûs que ce Savon ne faisoit point d'écumes, il s'amollissoit seulement dans l'eau chaude, on le faisoit étendre comme du beurre, & se colloît contre la chair sans mousser: la singularité du phénomène me fit examiner avec soin le Sel qui avoit végété sur ce Savon, je trouvai

qu'il avoit entierement perdu le goût de la Soude ou de Sellixiviel, ayant à peu-près celui du Salpêtre, sans fuser néanmoins dans le feu, mais y jettant beaucoup de fumée, qui ne sentoit ni l'acide ni l'urine. Cette fumée me fit penser qu'elle pourroit bien être du Sel volatile, qui se sublimeroit à l'ordinaire dans les vaisseaux à ce convenables, je l'essaiai, mais je n'en fus pas tout-à-fait content; cependant un peu de matiere farineuse salée, qui s'étoit attachée aux parois du vaisseau, me fit esperer qu'on en pourroit venir à bout, en changeant un peu l'operation; je ramassai donc de nouveau tout ce que je pus avoir de ce Sel, & quand mes boules de Savon n'en végéterent plus, étant devenuës trop séches, je les fis porter à la cave, où quelque tems après elles en poufferent encore; à la fin je lavai ces boules dans de l'eau, pour en tirer encore un reste de Sel, qui étoit sur leurs surfaces, & qui rendoit leur croute dure; j'ai mis toutes ces eaux ensemble, j'y ai ajouté le Sel que j'avois amassé, je les ai distillées dans un alembic de verre à petit feu, j'ai cohobé cette eau bien cinquante fois ou plus sur ce qui restoit dans la cucurbite, & je me suis apperçû qu'à la fin des distillations il s'est attaché aux parois de la cucurbite & dans le chapiteau un peu de Sel volatile blanc & léger comme de la neige, à peu près comme est le Sel volatile narcotiqué de Vitriol, dont j'ai donné la description en 1702. J'ai continué ces cohobations jusqu'à ce qu'il ne se sublimât plus rien, & j'ai eu environ deux gros de Sel volatile concret, mais l'eau distillée en étoit chargée, car elle étoit salée. J'ai rectifié cette eau, j'en ai séparé les premières portions, qui étoient insipides; j'en ai gardé deux onces environ, qui contenoit bien encore un gros de Sel. Ce sel a un goût approchant du Salpêtre sans aucune acrimonie, il fait une très legere ébullition, ou plutôt un simple fremissement avec l'esprit de Sel, il rougir légèrement la teinture de Tournesol, il se fond dans le moment qu'on en jette sur des charbons ardens & s'en va en fumée, sans fuser dans le feu comme le Salpêtre.

Le Sel volatil qui a été produit par cette operation ne sçauroit provenir que d'une partie de la Soude qui est entrée dans la composition du Savon ; & comme le sel de la Soude est un des plus grands alkalis lixiviels que nous ayons , & qui en cela ne cede en rien au Sel fixe de Tartre , j'ai crû que par la même opération je pourrois avoir un Sel volatil du Sel fixe de Tartre , que Paracelse & Van-Helmont ont tant vanté. Pour y parvenir , j'en ai fait d'abord un Savon à la maniere ordinaire , c'est-à-dire , que j'ai fait une Lessive très forte de parties égales de Tartre calciné & de Chaux vive ; car on employe de la Chaux pour faire du Savon , j'en ai fait ensuite du Savon avec de l'huile d'Olives ; sçavoir de trois parties d'huile & une de ce Sel , ce qui a produit un Savon très ferme & très bon , j'ai traité ce Savon en tout de la même maniere que le Savon de la Soude dans l'operation précédente , j'en ai vû à peu près les mêmes effets , & j'en ai tiré la même quantité de Sel volatil.

J'ai observé dans ces operations , que sans l'humidité aqueuse le Sel volatil , quoi-que tout préparé , ne se séparoit pas de la masse savonneuse , qui étoit au fond de la cucurbite , & dans laquelle il étoit pour ainsi dire enchassé ; dès que cette masse étoit desséchée , il ne se sublinoit plus rien , & en la rehumectant simplement avec la même eau qui en avoit été distillée , on en faisoit une seconde sublimation , & ainsi de suite , en faisant douze ou quinze fois la même operation , c'est-à-dire , jusqu'à ce que tout le Sel volatil en fût séparé. Il faut que l'humidité aqueuse , en détrem pant la masse savonneuse & saline au fond de la cucurbite , s'unisse si bien au Sel volatil , qu'en s'évaporant elle en emporte à chaque fois une partie avec elle , qui se cristallise contre les parois superieurs de la cucurbite , & qui sans cela resteroit toujours enveloppée dans la tête-morte ; de sorte que l'on pourroit soupçonner que dans cette operation l'eau seule contribuë le plus à la volatilisation des Sels fixes de Tartre & de la Soude , & qu'elle y pourroit

bien suffire toute seule, d'autant que nous avons une expérience constante, qui confirme cette pensée, qui est que l'eau contracte une qualité salée & même acide, quand on la distille & cohobe souvent sur du Sel commun; j'ai voulu cependant m'en éclaircir, j'ai cohobé de l'eau de Riviere sur du Sel de Tartre bien cent fois, sans m'appercevoir de Sel volatile concret, il m'a paru seulement que l'eau étoit devenuë un peu salée, il y a apparence qu'avec le temps on en auroit eu quelque chose de plus, mais la longueur du travail m'a rebutté, je l'ai abandonné.

En examinant avec soin toutes les autres particularités des operations précédentes qui ont donné du Sel volatile, j'ai observé qu'il faut que les Sels fixes soient préparés; c'est-à-dire, qu'ils soient mis en Savon, pour pouvoir être volatilisés; nous en connoîtrons la verité dans les operations suivantes, qui prouveront en même temps, que l'eau a été le vehicule necessaire, pour enlever le Sel volatile tout préparé par la savonnation dans les opérations dont nous venons de parler, mais que l'on s'en peut passer absolument, & même qu'elle devient nuisible en certains cas. Je me suis donc imaginé non-seulement que la composition du Savon est necessaire pour volatiliser les Sels fixes des Plantes, mais j'ai crû que l'operation réussiroit mieux, & qu'elle produiroit plus de Sel volatile, en composant le Savon avec une huile distillée plutôt qu'avec une huile simplement exprimée, comme est l'huile d'Olives, qui a été employée dans les operations précédentes, & qui demande un feu très violent pour devenir volatile, au lieu qu'une huile distillée étant déjà toute volatile, selon les apparences, contribuera plus à la volatilisation des Sels fixes, qu'une huile non volatilisée, j'en ai fait l'essai, qui a fort bien réussi, comme nous l'allons voir dans l'opération suivante, dans laquelle je n'ai pas voulu joindre au Sel de Tartre une huile étrangere & qui ne fut pas tirée du Tartre même, afin que le Sel volatile qui en proviendrait fut avec plus de verité du Sel volatile de Tartre;

j'y ai donc employé de l'huile distillée de Tartre, mais comme elle est d'une puanteur insupportable, qui auroit infecté toute l'operation, & même le Sel volatil qui en seroit venu, si on l'avoit employée telle qu'elle est, j'ai été obligé de l'adoucir ayant que de la joindre à son Sel fixe: ce que j'ai fait ainsi.

J'ai pris une livre d'huile fetide de Tartre que j'ai mêlée exactement avec deux livres de Chaux éteinte à l'air & distillée dans une cornuë de grais à feu nud; l'huile qui en est venuë étoit liquide, rouge & moins puante, d'épaisse, noire & fort puante qu'elle étoit. Je l'ai mêlée une seconde fois avec deux livres de nouvelle Chaux éteinte & distillée comme devant, j'ai fait la même chose pour la troisième fois; l'huile de Tartre est devenuë très fluide & claire comme une huile essentielle, de couleur d'ambre & d'une odeur fort supportable, qui dans la suite de l'opération a changé en une odeur agreable & aromatique.

L'huile étant ainsi préparée, il en faut faire d'abord du Savon, ce qui est la base de votre operation; mais comme par ces distillations elle est devenuë extrêmement volatile, & que parconsequent elle ne peut pas supporter le grand feu que l'on employe ordinairement pour faire le Savon, l'on est obligé de le faire à froid; ce qui se fait de cette maniere.

Il faut prendre une livre de Sel de Tartre bien blanc & bien sec, versés dessus de l'huile de Tartre préparée jusqu'à ce qu'elle surnage d'un doigt, dans un vaisseau plat de fayence ou de terre, couvert seulement enforte qu'il ne tombe pas d'ordures dedans; rémués ce mélange avec une spatule de bois deux ou trois fois par jour, jusqu'à ce que vous voyez que le Sel ait bû toute l'huile; alors vous remettrez encore de l'huile comme on a déjà dit, remuez le tout deux ou trois fois par jour, jusqu'à ce que le Sel ait bû l'huile, faites ceci pour la troisième fois, & quand la masse commencera à se sécher, vous y mêlerez de l'Esprit de Vin, jusqu'à la mettre en consistance de bouillie

boüillie fort claire, ainsi l'huile & le Sel se pénétreront & s'uniront si bien, qu'il ne paroitra plus d'huile quand on en dissoudra un peu dans l'eau.

Mettez cette boüillie dans une cucurbite, ou dans une grande cornuë de verre, distillez au sable à très petit feu, il viendra d'abord un esprit ardent, & ensuite un phlegme inutile & aqueux, que vous jetterez; rectifiez l'esprit & remettez-le sur ce qui sera au fond de la cucurbite, mêlez bien le tout, & le laissez dans un vaisseau de verre à l'air, jusqu'à ce qu'il soit sec, alors le Savon est fait. Il faut le garder jusqu'à ce que les cristaux ou les pointes de Sel en sortent, comme nous l'avons observé dans nos premières opérations, & quand vous verrez qu'il ne pousse plus de cristaux, pilez la matiere, & imbiblez-là peu-à-peu de la quantité d'huile qui y manque, jusqu'à ce que la livre de Sel de Tartre que vous y avez mis d'abord, ait absorbé trois livres d'huile, & que toute la masse sèche pese quatre livres; puis vous mettrez votre matiere dans une cucurbite, vous l'imbiberez d'Esprit de Vin que vous cohoberez dessus dix ou douze fois, en le distillant à chaque fois à fort petit feu, moyennant quoi la matiere achevera de se volatiliser assez pour se sublimer, & lorsqu'il ne montera plus rien, faute d'humidité, vous la réimbiberez du même esprit qui en a été distillé, après l'avoir rectifié; ainsi presque la moitié du Sel fixe que vous aurez préparé, montera en Sel volatile.

Nous avons vû une difference très considerable dans l'effet de cette dernière opération, & dans celui des deux précédentes. Premièrement elle a produit incomparablement plus de Sel volatile que les premières, puis il n'a fallu que dix ou douze cohobations avec l'Esprit de Vin dans celle-ci, au lieu qu'il en a fallu plus de cinquante avec l'eau commune dans les précédentes.

Nous sçavons que les Sels s'accrochent aisément aux matieres huileuses, nous joignons ces deux matieres par le moyen de la favonnation, de maniere qu'elles se péné-

trent & qu'elles se lient aussi étroitement que les opérations le permettent ; dans les premières le Sel fixe lixiviel est joint à une huile non volatile , c'est-à-dire , difficile à être réduite en vapeurs , pour pouvoir ensuite être enlevée par la chaleur , mais dans cette dernière , l'huile ayant été volatilisée auparavant , elle a pu être enlevée fort aisément par la chaleur. Nous savons aussi que les Sels ne sont volatiles qu'à raison des matières huileuses auxquelles ils sont joints , qui les entraînent avec elles quand elles sont poussées par le feu , comme je l'ai prouvé ailleurs par plusieurs faits constans , il est donc aisé de juger pourquoi la dernière opération a donné plus de Sel volatile que les premières. Nous pourrions ajouter à ceci que dans les premières opérations le véhicule qui servoit aux cohobations étoit de l'eau simple , qui s'unit à la vérité aisément aux Sels , dont elle est le dissolvant , mais elle s'accroche difficilement aux huiles , & par conséquent elle ne peut enlever commodément dans le feu qu'une des parties qui composent le Sel volatile , la partie huileuse d'ailleurs non volatile restant toujours en arrière , au lieu que dans notre dernière opération le véhicule dans les cohobations est l'Esprit de Vin qui s'unit aisément aux huiles distillées , & à notre Sel , puisqu'il est le dissolvant de l'un & de l'autre , & qui par conséquent étant poussé par le feu , réduit notre Sel facilement en vapeurs , & l'enlève avec lui.

J'ai attribué à la favonnation la première & la principale cause de la volatilisation des Sels fixes des Plantes. Voici comment je conçois qu'elle y contribue : le Savon est un composé de Sel lixiviel & d'huile , le Sel lixiviel a perdu dans le feu la plus grande partie du Sel acide qu'il contenoit , ce qui le rend fixe , mais il reprend cet acide avec avidité par tout où il en peut rencontrer , & il en retrouve dans l'huile du Savon ; une preuve de cela est que les huiles rendent toujours de l'esprit acide , quand on en fait l'analyse ; cet acide du Savon en est absorbé peu à peu , & alors le Sel fixe change de nature & devient Sel moyen

qui est à demi volatile, & qui se manifeste en végétant sur les Savonnettes, comme nous l'avons remarqué dans notre première opération; mais comme la partie acide de l'huile est fort étroitement liée, & pour ainsi dire enchaînée dans le composé de l'huile, le Sel fixe ne sçauroit l'absorber pur & entièrement détachée de son huile, ainsi une partie de l'huile même du Savon sans aucune alteration, se loge avec l'acide dans les locules du Sel lixiviel, & par-là il devient un Sel moyen huileux ou sulphureux. Or il est constant que les Sels volatiles ne sont tels, que parce qu'ils contiennent inséparablement une certaine quantité de matière huileuse, laquelle étant aisément enlevée par la flamme dans le chapiteau du vaisseau sublimatoire, entraîne avec elle aussi la partie saline, & ainsi il devient Sel volatile proprement dit, qui paroît souvent en consistance sèche, sans se résoudre en liqueur aqueuse, parce que les parties huileuses qui l'accompagnent, le deffendent du contract immédiat de l'humidité qui est dans l'air, & selon qu'il entre plus ou moins de parties huileuses dans la composition du Sel volatile, il se résout plus ou moins vite en liqueur, par l'humidité de l'air.

Il faut observer ici que le Sel lixiviel ne reçoit pas toute la perfection du Sel volatile dans la savonnation, comme nous l'avons déjà remarqué, il ne s'y en fait que le premier cranponnement nécessaire, qui s'acheve ensuite dans les cohobations, parce que la consistance visqueuse du Savon ne permet pas à l'acide de se détacher & de se joindre avec liberté au Sel lixiviel; mais quand par une humidité étrangère les parties du Savon ont été rendues fluides, comme il arrive dans les cohobations, & qu'ensuite le feu qu'on y employe leur donne le mouvement dont elles ont besoin pour se rencontrer, pour se pénétrer & pour s'unir étroitement, elles achevent le composé parfait du Sel volatile. Je donnerai la suite de ces opérations dans un autre Memoire.

OBSERVATIONS

*Pour déterminer la différence des Meridiens entre Paris
& Leyde, & entre Paris & Upsal.*

Par M. MARALDI.

11. Juillet
1714.

MR. Sombac a fait à Leyde des Observations des Eclipses des Satellites de Jupiter, qui étant comparées avec celles qui ont été faites en même temps à Paris, font connoître la différence des Meridiens entre ces deux Villes, & la hauteur meridienne du Cœur du Lion qu'il a observée sert à déterminer la hauteur du Pole de Leyde.

Pour connoître l'heure veritable des Eclipses des Satellites de Jupiter, M. Sombac a fait plusieurs jours de suite avec une Pendule à secondes les Observations du passage du Cœur du Lion par le Meridien, lesquelles étant comparées ensemble, font voir que la Pendule étoit réglée au moyen mouvement. Les mêmes Observations jointes à l'ascension droite du Cœur du Lion & à celle du Soleil de chaque jour, donnent l'état de l'Horloge par rapport à l'heure veritable.

Voici le détail des Observations que nous avons reçû. L'an 1707. le 3. d'Avril, le Cœur du Lion passa par le Meridien à $9^h 6' 52''$ de l'Horloge, sa hauteur Meridienne étant de $51^{\circ} 14' 40''$. M. Sombac remarque qu'après cette Observation il est arrivé quelque accident à l'éguille des secondes.

Le 4. Avril le Soleil arriva au Meridien, l'Horloge marquant $12^h 3' 16''$, & le soir du même jour le Cœur du Lion passa par le Meridien à $9^h 2' 58''$. Pour trouver l'heure veritable de ce passage, nous avons calculé l'ascension droite du Soleil pour 9. heures à Leyde de $13^{\circ} 16' 30''$, qui étant comparée avec l'ascension droite du Cœur

du Lion de $148^{\circ} 11' 35''$, donnera la différence d'ascension droite de $134^{\circ} 55' 5''$; cette différence convertie en heures en raison de 15. degrés par heure, fait $8^h 59' 40''$, heure véritable du passage du Cœur du Lion par le Meridien. Cette heure étant comparée à l'observée, qui est $9^h 2' 58''$, on aura pour différence $3' 18''$, dont la Pendule anticoipoit à l'égard de l'heure véritable; ce qui s'accorde avec l'Observation du Soleil faite au Meridien le même jour à Leyde par M. Sombac.

Le 5. Avril M. Sombac observa l'Emerfion du premier Satellite de Jupiter à $2^h 37' 16''$ du matin, auquel temps la Pendule acceleroit de $3' 5''$, à l'égard de l'heure véritable, qui étant ôtée de $2^h 37' 16''$, donne l'heure véritable de l'Emerfion à $2^h 34' 11''$. Cette Eclipsé n'ayant pû être observée à Paris, nous en comparerons deux autres qui ont été observées de part & d'autre.

Le 13. d'Avril à Leyde le Cœur du Lion passa par le Meridien à $8^h 27' 22''$. Par l'ascension droite du Soleil comparée avec celle du Cœur du Lion, nous avons calculé l'heure de ce passage à $8^h 27' 0''$; donc l'Horloge anticoipoit de $22''$ à l'égard de l'heure véritable. Le même jour M. Sombac observa exactement l'Emerfion du premier Satellite de Jupiter à $10^h 57' 20''$. Le jour suivant 14. Avril il observa le Cœur du Lion au Meridien à $8^h 23' 27''$. Mais par le calcul Astronomique l'heure véritable de ce passage devoit être à $8^h 23' 21''$. Donc l'Horloge anticoipoit de 6. secondes à l'égard du temps vrai. On a trouvé que le jour précédent 13. Avril l'anticipation de l'Horloge à l'égard du temps vrai, étoit de 22. secondes, donc l'Horloge retarde de 16. secondes par jour à l'égard du temps vrai, ce qui est en raison d'une seconde en une heure & demie. Depuis l'heure du passage du Cœur du Lion observé le 13. Avril jusqu'à l'heure de l'Emerfion, il y a $2^h 30'$, dans lequel temps l'Horloge a retardé 2. secondes à l'égard de l'heure véritable; mais on a trouvé l'anticipation de l'Horloge de 22. secondes à l'heure du passage du

Cœur du Lion, donc à l'heure de l'Emerfion l'anticipation de l'Horloge à l'égard de l'heure vraie étoit de 20'' qui étant ôtées de l'heure de l'Emerfion observée le 13. à 10^h 57' 20'', donne l'heure veritable de l'Emerfion à Leyde pour 10^h 57' 0''. Elle fut observée le même jour à Paris à 10^h 48' 4'', la difference des Meridiens est 8' 56'' de temps qui font 2^d 14' dont Leyde est plus Oriental que Paris.

Le 29. Avril le passage du Cœur du Lion par le Meridien fut observé à 7^h 24' 16''; & par le calcul il devoit être à 7^h 27' 30''. Donc l'Horloge tarδοit 3' 14'' à l'égard de l'heure veritable, qui étant ajoutées à l'heure de l'Emerfion observée à Leyde le même jour 29. Avril à 9^h 16' 15'', donne l'heure de l'Emerfion veritable à 9^h 19' 29''; elle a été observée à Paris à 9^h 10' 20''. La difference des Meridiens est 9' 7'' qui font 2^d 17' $\frac{1}{4}$, dont Leyde est plus Oriental que Paris. Par l'Observation précédente elle résulte de 2° 14' à laquelle il faut se tenir, à cause que M. Sombac marque celle-ci plus exacte que la dernière.

La hauteur meridienne du Cœur du Lion a été observée à Leyde l'an 1706. de 51° 14' 40'', refraction à ôter 48''; Donc hauteur veritable. 51° 13 52

Déclinaison Septentrionale du Cœur du

Lion à ôter pour 1706.	13	22	0
Reste la hauteur de l'Equinoctial à Leyde.	37	51	52
Et le complement à 90. degrés est la hauteur du Pole.	52	8	8
M. Sombac le marque de	52	10	0

Nous avons une Observation de l'Eclipse de Lune faite à Upsal le 21. Octobre de l'an 1706. Cette Ville est dans la Suede à 12. lieuës de Stokolm vers le Nord-ouïest. L'Observation a été faite avec une Horloge à secondes réglée au midi du jour qui preceda l'Eclipse, durant laquelle le Ciel a toujours été sercin. Pour les Taches, l'Observateur, dont nous n'avons pû sçavoir le nom, s'est servi de la dénomination qui a été marquée par Hevelius,

& il a employé une Lunette de 3. pieds. Voici l'Observation telle que nous l'avons reçûe.

A 7 ^h	12	<i>Initium umbræ.</i>
7	20	<i>Sinus Porphirites immergitur.</i>
7	40	<i>Ætna mons.</i>
7	48	<i>Palus meotis.</i>
8	8	<i>Mare Ægyptium.</i>
9	4	<i>Ætna emergit.</i>
9	23	<i>Propontis Insula.</i>
9	38	<i>Totus pontus Euxinus.</i>
9	48	<i>Palus meotis emergit.</i>
9	50	<i>Finis umbræ.</i>

En comparant le commencement avec la fin de cette Eclipsé, on a sa durée de 2^h 38', & le milieu à 8^h 31'. On n'a pas pû faire l'Observation de cette Eclipsé à Paris, à cause que le Ciel n'y a pas été favorable; nous n'avons point non plus d'Observation de son commencement fait aucune part, le Ciel ne s'étant découvert que vers la fin à Bologne & à Marseille, où l'on a observé une partie de cette Eclipsé. Nous comparerons donc les Observations d'Upsal avec celles qui ont été faites à Marseille par M. Chazelles & par le P. Laval, qui sont rapportées dans les Memoires de l'Academie de 1706.

A 9^h 4' à Upsal Ætna sort de l'Ombre; cette Tache est celle que Riccioli appelle *Copernic*: elle sortit entierement de l'Ombre à Marseille à 8^h 6' 21"; donc la difference des Meridiens entre Upsal & Marseille est de 57' 39".

A 9^h 48' à Upsal toute la Palud meotide sort de l'Ombre; cette Tache est celle qu'on appelle *Caspienne*. Par l'Observation de Marseille toute cette Tache sortoit de l'Ombre à 8^h 50' 16"; donc difference des Meridiens entre Upsal & Marseille est de 57' 44"; dont Upsal est plus Oriental que Marseille.

La fin de l'Eclipsé fut observée à Upsal 9^h 50; à Marseille elle fut observée à 8^h 52' 16", la difference des Me-

200 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ridiens est $57' 44''$, dont Upsal seroit plus Oriental que
Marseille. Ces trois differentes comparaisons s'accordent
à donner la même difference des Meridiens à 5. secon-
des près.

Par un grand nombre d'Observations on a trouvé la dif-
ference des Meridiens entre l'Observatoire & Marseille
de $12' 30''$, laquelle étant ajoutée à $57' 44''$, difference en-
tre Marseille & Upsal, on aura $1^h 10' 14''$ pour differen-
ce des Meridiens entre Paris & Upsal, qui font 17. de-
grés $33' 30''$, dont Upsal est plus Oriental que Paris.

Cette Observation jointe aux autres qui ont été faites
proche de la Mer Baltique, servira à déterminer une par-
tie de ses differentes sinuosités.

SUR UNE HERNIE RARE.

Par M. LITRE.

2. Juin
1714.

UNE Dame, que j'avois vüe malade d'une Hernie ;
En étant morte, je fis l'ouverture de son Cadavre.
Quelques difficultés que j'avois euës pendant la maladie,
m'engagerent à cette ouverture.

Cette Hernie avoit trois pouces & demi de grosseur ;
elle étoit située au côté gauche de la ligne blanche, quatre
travers de doigt au-dessus du nombril ; elle avoit été occa-
sionnée par un coup, que la malade avoit reçu en cette par-
tie deux ans auparavant ; & elle étoit une de ces Hernies,
qu'on appelle *composées*, d'autant qu'elle étoit faite par une
portion de l'épiploon & par une portion de l'intestin colon.

La portion de l'épiploon étoit exterieurement recou-
verte du peritoine, auquel elle étoit étroitement liée, &
le peritoine l'étoit aux parties qui l'environnoient. Ces
deux membranes formoient ensemble une poche qui con-
tenoit dans sa cavité la portion de l'intestin colon. L'en-
trée de cette poche étoit de figure ronde ; elle avoit envi-
ron

ron un demi-pouce de diametre , & les bords en étoient épais & formoient une espece d'anneau.

La portion du colon contenuë dans la poche, y étoit simple & non double , comme il arrive d'ordinaire dans les Hernies faites par des intestins grêles , & elle n'y étoit pas enfermée dans toute sa circonference ; il en restoit encore de la largeur de quatre lignes dans la capacité du ventre. Cette portion du colon étoit fort adherante à la poche & principalement à l'endroit de son anneau. Il y avoit beaucoup d'inflammation , & elle étoit gangrenée en quelques endroits. L'ayant ouverte , je trouvai dans la cavité des matieres glaireuses , visqueuses & puantes ; & les parois de cet intestin étoient une fois plus épais qu'à l'ordinaire.

Dans cette Hernie le colon étoit accompagné de l'épiploon , parce que la partie de cet intestin , qui faisoit l'Hernie , étant naturellement placée derriere l'épiploon & d'une maniere même assez stable , elle ne pouvoit s'échapper par-devant hors de la capacité du ventre , sans pousser devant elle l'épiploon & faire conjointement avec lui une même Hernie. Par consequent les Hernies faites par cette partie du colon doivent être accompagnées de l'épiploon. Au contraire les parties du colon , qui n'ont au devant d'elles ni épiploon ni d'autres parties , peuvent s'échapper seules de la capacité du ventre , s'engager entre ses tegumens & produire des Hernies simples.

Après la dissection de l'Hernie , je compris aisément que ses adherances avoient renduës inutiles toutes les tentatives , que le Chirurgien avoit faites pour la réduire ; & que l'operation qu'on avoit voulu faire à cette Dame peu de temps avant sa mort , auroit vrai-semblablement été infructueuse.

Après la même dissection , je n'eus pas beaucoup de peine à concevoir , pourquoi la malade , quoi-qu'on ne réduisit pas son Hernie , ne laissoit pas d'aller d'elle-même à la selle ; puisqu'il restoit encore à la partie étranglée du boyau une issuë , qui établissoit une communication entre

elle & le reste des gros boyaux jusqu'au fondement.

A la verité cette évacuation par le fondement arrivoit tantôt plustôt & en plus grande quantité, & tantôt plus tard & en moindre quantité. Je remarquai plusieurs fois, que cette évacuation étoit plus fréquente & plus abondante peu de temps après les saignées & lorsque la fièvre étoit diminuée, que loin des saignées & pendant que la fièvre étoit forte. Apparemment dans le premier cas l'anneau de l'Hernie & la partie du boyau étranglé, qui en étoit sur-tout proche, se relâchoient, soit par la diminution de la masse du sang, soit par la diminution de sa fermentation : car pour lors le diametre de l'issuë du boyau devenant plus grand il devoit s'en écouler plus de matiere. Par consequent les selles devoient être plus fréquentes & plus abondantes. Dans le second cas au contraire la quantité de la masse du sang augmentant par la nouvelle nourriture que la malade prenoit, & d'ailleurs le sang acquérant plus de volume par le redoublement de la fièvre, le diametre de la même issuë devoit devenir plus petit. Par consequent les selles devoient arriver plus rarement & être plus petites.

Enfin il est ordinaire de voir des Hernies faites par les intestins grêles, & rare d'en voir de faites par les gros. Les premiers sont d'un petit diametre & libres dans la cavité du ventre. Par consequent ils peuvent facilement s'échapper de cette cavité, s'engager entre les tegumens qui la forment & produire une Hernie. Les derniers au contraire étant beaucoup plus gros & moins libres que les grêles, il est difficile, qu'ils s'échappent de la même cavité, qu'ils s'engagent entre les tegumens du ventre & qu'ils causent une Hernie.



OBSERVATIONS

Sur une petite Espece de Vers Aquatique assez singuliere.

Par M. DE REAUMUR

IL n'est pas surprenant que le Vers dont je veux parler ait échappé aux Observateurs de la Nature ; il est rare , 20. Juin
1714. assez petit, & à la premiere vûë n'offre rien de fort singulier ; cependant pour peu qu'on le contemple, il paroît bien meriter quelque attention. Les plus petits Insectes & les plus grands animaux partent tous de la même main ; ils portent également le caractère d'un grand ouvrier.

Notre Vers aquatique n'a guères que 7. à 8. lignes de longueur, il semble cependant qu'il compose lui seul une classe, du moins ne connoissons nous point de classe d'animaux sous laquelle nous puissions le ranger. Les animaux terrestres vivent sur terre, les aquatiques dans l'eau, & les amphibies tantôt sur terre & tantôt dans l'eau. Celui-ci a les deux extremités de son corps aquatiques ; sa tête & sa queue sont toujours dans l'eau ; & le reste de son corps est toujours sur terre. Pour concevoir comment cela se fait il faut connoître sa figure.

Comme plusieurs Insectes, il est composé de differens anneaux. Il en a onze entre la tête & la queue ; ils sont tous à peu-près spheriques, ou ils ressemblent à des grains de Chapelets enfilés les uns auprès des autres. Cet Insecte est presque toujours plié en deux comme un siphon, je veux dire qu'une de ses parties est plus longue que l'autre, & qu'elles sont toutes deux presque paralleles entr'elles ; de sorte que la tête & la queue sont toujours proches l'une de l'autre. La partie qui va depuis le recourbement jusques à la queue est un peu plus longue que celle qui va depuis le même recourbement jusques à la tête. C'est ce-

pendant le sixième anneau qui pour l'ordinaire est au milieu du coude, ou de l'endroit où l'animal est plié. Mais les cinq anneaux qui sont du côté de la queue sont plus grands que les cinq anneaux qui sont du côté de la tête.

Il n'y a que sa tête & sa queue, & l'anneau le plus proche de sa queue, qui soient constamment dans l'eau; les neuf autres anneaux, ou du moins sept des autres anneaux sont sur terre. Aussi cet Insecte se tient-il auprès du bord des eaux tranquilles, une eau agitée ne lui conviendrait pas; aussi-tôt que l'eau le couvre un peu plus que nous venons de dire, il est mal à son aise, il s'éloigne; si au contraire l'eau le couvre moins, il s'en approche dans l'instant.

Ce Vers n'ayant qu'environ 8. lignes de longueur, il ne seroit pas aisé de faire cette observation lorsqu'il est au bord d'une grande piece d'eau: c'est aussi en l'examinant dans des verres ou dans des tasses pleines d'eau que j'ai aperçu ce que je viens de rapporter. Je le voyois toujours s'attacher contre les parois du vase, de façon que sa tête & sa queue étoient dans l'eau, & le reste de son corps en étoit dehors. Si en inclinant le vase dans un sens, j'obligeois l'eau à le couvrir davantage, il s'éloignoit dans l'instant, & le plus vite qui lui étoit possible: si en inclinant le vase dans un sens contraire j'obligeois l'eau à l'abandonner, il alloit avec empressement chercher l'eau qui lui manquoit.

Au reste, c'est sa maniere de marcher ou de ramper qui m'a donné occasion de l'examiner de plus près; elle me parut meriter place parmi les mouvemens progressifs des animaux aquatiques dont j'ai parlé en differens Memoires*. Dans sa maniere naturelle de marcher, c'est le milieu de son corps qui avance le premier vers l'endroit dont l'animal s'approche, c'est-à-dire, que le 6^e. anneau est le plus avancé, & qu'il semble conduire le reste du corps que comme la tête des animaux à quatre pieds, il marche le premier. En un mot pendant que ce Vers marche, il reste plié en siphon, & c'est l'anneau qui est au milieu du

* Mem.
de l'Acad.
1710. p.
439. &
1712. p.
115.

coude qui va le premier. Ce n'est pas par un mouvement vermiculaire qu'il marche de la sorte, il a des jambes, fort petites à la vérité, & dont on ne sçauroit bien voir la figure sans le secours d'une Loupe: ces jambes sont encore une de ses singularités.

Elles sont attachées à son dos, c'est-à-dire, au côté opposé à son ventre. Je prends son ventre du même côté où on le prend dans les Chenilles, les mille-pieds & les autres Insectes qui ont quelque rapport avec celui-ci par leur figure, c'est le côté vers lequel sont les ouvertures de l'anus & de la bouche, & vers lequel la tête est ordinairement inclinée, que l'on détermine pour le ventre. Or selon cette définition, c'est au dos de l'Insecte que nous examinons que sont attachées ses jambes.

D'où il suit qu'il est continuellement couché sur le dos comme les autres le sont sur le ventre, & que sa bouche est tournée en haut. Cette dernière circonstance ne lui est pas particulière, nous connoissons des especes de Mouches & d'Insectes aquatiques qui nagent toujours sur le dos, & cela parce qu'ils se nourrissent des Insectes qui nagent ou qui marchent sur la surface de l'eau. Nous verrons bien-tôt que par une semblable raison il étoit nécessaire que notre Insecte eut toujours la bouche tournée en haut.

Mais pour revenir à ses jambes, il en a 10. posées deux à deux sur le même anneau. Entre le 6^e anneau & la tête, il n'en a que quatre, aussi sont-elles plus grosses que les 6. autres. Les deux premières sont vers la fin du 3^e anneau, & les deux autres sont vers la fin du 4^e, ou sur le commencement du 5^e. La 3^e paire est vers le commencement du 8^e anneau, la 4^e paire sur le 9^e, & la 5^e sur le 10^e. Ces jambes sont courtes, elles ressemblent assez aux dernières jambes des Chenilles ou à celles des Vers à Soye; elles ont de même leur extrémité garnie d'especes de crochets; elles sont plates.

Les quatre premières jambes, c'est-à-dire, celles qui sont

206 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
entre la tête & le 6^e anneau , font inclinées vers la tête ;
& les autres , c'est-à-dire , celles qui font par-de-là le 6^e
anneau , font au contraire inclinées vers la queue. Or l'a-
nimal étant plié en deux , quoique ses jambes soient diffé-
remment inclinées par rapport à sa tête , elles font tour-
nées vers le même côté , & disposées d'une semblable ma-
niere par rapport au 6^e anneau ; par consequent elles peu-
vent toutes concourir à faire avancer cette anneau vers un
certain point , comme les jambes des autres animaux font
avancer leur tête.

Enfin il est aisé de voir comment ces jambes , dont les
extrémités font tournées vers la tête ou vers la queue du
Vers servent à le mouvoir. Il n'a qu'à porter ses jambes en
arriere ou vers l'anneau du milieu , & se pousser ensuite
par leur moyen , & il marchera directement : mais s'il veut
aller à reculons , ou faire aller sa tête & sa queue les pre-
mieres , ses jambes ne sçauroient lui servir ; il n'a pour se
mouvoir dans ce sens que son mouvement vermiculaire ,
aussi se meut-il de la sorte plus rarement & plus difficile-
ment. Outre les mouvemens dont nous venons de par-
ler , ce Vers en peut encore executer deux autres par le
moyen de ses jambes ; il peut se mouvoir de côté , parce
qu'elles ne font pas seulement mobiles de devant en arrie-
res , elles le font aussi de gauche à droit , & de droit à gau-
che ; il fait quelquefois usage de ces deux mouvemens
lorsqu'il veut aller en des endroits peu éloignés de celui
où il est. Il se meut parallelement à ses deux parties pliées.

Lorsqu'il est entierement plongé dans l'eau il s'y étend
tout de son long , & nage comme les autres Vers , en se
pliant à différentes reprises.

Après tout , il m'a paru qu'il ne va en grande eau que
quand il y est contraint ; il regagne vite les bords & s'y pla-
ce ayant la bouche tournée en haut. Elle est entourée de
4. petits crochets , comme le sont celles des Insectes vor-
races ; de son milieu sortent deux autres petites parties
faites en maniere de houpe. L'animal agite continuelle-

ment ces deux petites houpes ; il les allonge , il les raccourcit , il les meut de droit à gauche : cette petite agitation entretient un mouvement dans l'eau. Il paroît même outre cela qu'il attire un peu l'eau , comme s'il respiroit ; ce qui est de certain , c'est que pendant qu'il remuë de la sorte ces houpes , les petits corps qui nagent dans l'eau , viennent d'assez loin se rendre dans sa bouche , & c'est-là l'adresse dont il se sert pour se nourrir. Lorsqu'il a attiré quelque petit corps qui lui paroît un morceau convenable , il avance la tête , il le saisit avidement , & l'avale : je lui ai vû prendre de la sorte des insectes d'un extrême petitesse qui nageoient sur l'eau ; ces Insectes étoient tels qu'on ne pouvoit les appercevoir qu'avec une excellente Loupe. Quoique tout ce qu'il prend de la sorte soit fort petit , il mange beaucoup proportionnellement à sa grosseur , car continuellement il y a de petits corps qui entrent dans sa bouche. La plupart peuvent bien n'être pas une nourriture convenable. Il jette aussi frequemment des excemens , du moins voit-t'on sortir d'une ouverture auprès de sa queue de longs filamens , & assez larges ; ces filamens ont de la consistance , ils sont d'un brun verdâtre. Son ventre est plus brun que son dos ; les anneaux qui y sont ont une marque circulaire entourée de poils , semblables à celles où sont les ouvertures des trachées dans quelques Insectes terrestres , & peut-être aussi respire-t'il l'air.

Les anneaux n'ont pas de pareille marque du côté du dos , ils sont blancs , transparens , & d'une matiere molle , ils laissent appercevoir plusieurs mouvemens qui se font dans son corps. On voit près de son anus un tuyau ou canal circulaire , qui comme un piston de seringue , s'éloigne & s'approche de temps en temps de l'anus. Lorsque le Vers , après s'être gonflé plus qu'à l'ordinaire , s'applatit , s'affaise , on voit sortir les excemens. Peut-être qu'ils sont amenés à l'anus par les mouvemens du canal dont nous avons parlé. J'aurois eu du penchant à croire que ce mouvement attiroit l'eau , mais je ne l'ai pû voir entrer ,

208 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
& je l'aurois vû entrer par la bouche. On apperevoit aussi un pareil mouvement vers le troisiéme anneau, dans un tuyau ou canal qui semble être le précédent continué : peut-être le cœur de l'animal est-il placé en cet endroit. Mais en voilà de reste pour un si petit animal : c'est bien assez qu'il nous ait appris que la Nature a fait un Insecte dont la queue & la tête vivent dans l'eau, & dont le reste du corps vit sur terre ; qui a les jambes sur le dos ; qui lorsqu'il marche naturellement, fait d'abord avancer le milieu de son corps comme les autres animaux font avancer leur tête.

NOUVELLE THEORIE
DU CENTRE D'OSCILLATION,

Contenant une Regle pour le déterminer dans les Pendules composés & balançans non-seulement dans le vuide, mais aussi dans les liqueurs ; laquelle Regle est appuyée sur un fondement plus sûr qu'aucun qu'on ait publié jusqu'ici par rapport à cette matiere.

Par M. BERNOULLI Professeur à Basle.

8. Août
1714.

DANS la pag. 88. art. 23. des Actes de Leipfik de 1713. j'ai fait mention d'une nouvelle méthode pour déterminer les centres d'Oscillation, laquelle m'étoit venuë par occasion, en traitant des differens effets de la pesanteur, que j'ai publiés dans ces Actes. J'y promis de donner quelque jour cette méthode avec son fondement, que l'abondance de la matiere me fit reserver pour un autre Memoire que j'aurois oublié sans l'avis d'un habile Mathematicien qui m'a fait ressouvenir de ma parole : le voici ce Memoire.

II. Il faut remarquer avant toutes choses, que quoique j'employe ici la considération du Levier comme mon
Frere

Frere a fait dans la pag. 317. des Actes de Leipzig de 1691. & dans la pag. 78. des Memoires de 1703. de l'Academie Royale des Sciences; il y a cependant une grande difference entre les manieres dont nous nous en servons l'un & l'autre: car mon Frere n'y considerant à l'ordinaire qu'une seule & même pesanteur qui n'en donne aux corps qu'à proportion de leurs masses, n'y a employé que des *momens* composés de deux raisons; sçavoir, de la raison des poids & de la raison de leurs distances perpendiculaires à l'axe d'Oscillation; & moi au contraire imaginant ici différentes sortes de pesanteurs capables de donner des accelerations toutes différentes à des masses égales, j'y employe des *momens* composés de trois raisons; sçavoir, de la raison des masses des corps, de la raison de leurs pesanteurs, & de la raison de leurs distances à l'axe d'Oscillation: de sorte que chez mon Frere la raison des poids n'est que celle de leurs masses; au lieu que je la prends en raison composée de celle de leurs masses, & de celle des différentes pesanteurs qui rendent ces masses pesantes.

III. Faute de cette consideration, mon Frere est tombé dans l'embaras de Calcul où on le voit à l'endroit cité des Mem. de 1703. plus grand qu'il n'étoit necessaire, & qu'il auroit pû éviter, s'il y eût introduit différentes sortes de pesanteurs capables d'accelerer plus ou moins les corps: puisque ces différentes pesanteurs ou forces rendant (comme on va voir) les Pendules facilement transmuables en d'autres plus longs ou plus courts sans en troubler l'isochronisme, permettent de considerer un Pendule composé comme en representant plusieurs simples qui balancent ensemble, desquels il faut choisir celui qui est (pour ainsi dire) animé de la pesanteur naturelle.

IV. Le mot d'*animer* ne signifie ici, & ne signifiera dans la suite que *solliciter* à descendre, de maniere que selon la differente pesanteur dont chaque corps sera ainsi animé ou sollicité, il en reçoive continuellement des degrés infiniment petits d'acceleration (un à chaque instant) plus grands ou

210 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
plus petits que ceux qui lui seroient imprimés en pareil
temps par une autre pesanteur plus petite en plus grande
que la sienne.

V. De-là on voit que par le mot de *pesanteur*, je n'entends pas le poids d'aucun corps, mais ce qui le fait peser & le rend poids : par ce mot j'entends la force acceleratrice qui par son action continuelle sur les corps qu'on appelle *pesants*, peut leur donner telle ou telle vitesse pendant tel ou tel temps. D'où l'on voit aussi que si l'on appelle *C* la quantité de matiere ou la masse de chacun de ces corps ; *G*, sa force acceleratrice ou sa pesanteur ; *P*, son poids ; *D*, la distance perpendiculaire de l'appui du Levier à la direction de ce poids dont je le suppose chargé ; & *M*, le *moment* de ce même poids : l'on aura $M = D \times P = D \times C \times G$. Le mot d'*Imaginaire* dans la suite signifiera *chose feinte*, & non ce que les Geometres entendent d'ordinaire par ce mot.

L E M M E I.

VI. *Les Pendules simples dont les longueurs sont en raison des forces des Pesanteurs qui les animent, sont isochrones.*

J'ai donné la démonstration de ce Lemme dans les Actes de Leipzig de 1713. au mois de Fevrier, Th. 3. corol. 1. art. 6. pag. 79.

L E M M E II.

VII. *Soit le corps C fait de parties quelconques f, g, h, &c. animées d'autant de pesanteurs différentes p, q, r, &c. en telle raison qu'on voudra, chacune de chacune, en sorte que leurs poids soient fp, gq, hr, &c. Le poids total de ce corps C, sera = fp + gq + hr + &c.*

Cela est évident, puisque ce n'est ici qu'un Tout égal à la somme de toutes ses parties.

LEMM E III.

VIII. Toutes choses demeurant les mêmes que dans le précédent Lem. 2. de quelque maniere que le corps C descende, soit en Pendule ou autrement ; la pesanteur en sera la même que s'il n'étoit animé que d'une seule pesanteur qui fût $= \frac{fp+gq+hr+\&c}{C}$.

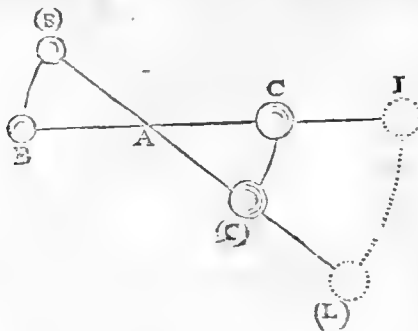
Car si l'on prend x pour la pesanteur totale qui résultera à ce corps C du concours d'action de toutes ses parties attachées ensemble ; l'on aura $C \times x$ pour son poids total (Lem. 2.) $= fp+gq+hr+\&c$. Donc la pesanteur totale x de ce corps C , fera $= \frac{fp+gq+hr+\&c}{C}$.

IX. Tout cela étant ainsi, voici comment je suis arrivé à la détermination du centre d'Oscillation, & l'ordre que j'y ai suivi. J'ai considéré d'abord un Pendule rectiligne composé seulement de deux poids inégaux à distances égales de part & d'autre de l'axe d'Oscillation. Cela m'a conduit à la considération d'un Pendule rectiligne composé d'un plus grand nombre de poids quelconques à distances aussi quelconques de cet axe d'Oscillation. Après cela j'ai enfin examiné cette question dans sa plus grande généralité, en considérant un Pendule composé de tant de poids quelconques qu'on voudra, & placés comme l'on voudra (en ligne droite ou non, en même ou en différens plans) par rapport à leur axe commun d'Oscillation.

X. Quant à la première & à la plus simple de ces trois questions, dans lesquelles je vas appeler G la pesanteur naturelle des corps, qui la même dans tous, les fait peser en raison de leurs masses, & en fait les poids ordinaires que nous allons supposer agités en Pendules : Soit BAC une ligne ou verge inflexible & sans pesanteur, telle qu'on la suppose d'ordinaire, & que nous la supposerons toujours dans la suite ; soit A un des points de son axe de rotation ou d'Oscillation, à distances égales duquel soient deux poids inégaux B, C , attachés à cette verge, desquels B soit

Voyez la
Figure sui-
vante.

le moindre, & C le plus grand. Il est manifeste qu'en ce cas



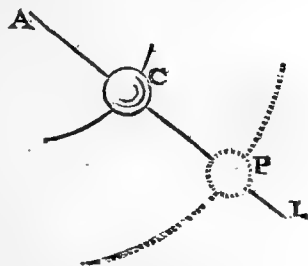
le plus grand poids C l'emportera sur le moindre B , & qu'il fera monter celui-ci de B en (B) pendant qu'il descendra lui de C en (C) en faisant pancher de la situation horizontale BC à l'inclinée $(B)(C)$ la verge à la-

quelle on les suppose attachés. Afin donc de trouver le centre d'Oscillation de ce Pendule, c'est-à-dire, la longueur AL d'un Pendule simple qui descendit de AL en $A(L)$ dans un temps égal à celui que le Pendule composé BAC mettra à passer en $(B)A(C)$, ou (ce qui revient au même) qui fit l'angle d'Oscillation $LA(L)$ précisément le même que celui $CA(C)$ que le Pendule composé feroit, & en même tems que celui-ci: voici comment j'ai raisonné.

XI. Les distances AB , AC , étant (*hyp.*) égales entr'elles, la pesanteur qui agit sur le corps B opposé au corps C , produit le même effet par rapport au Pendule BC ; que si ce corps B , au lieu d'être en B , étoit joint à l'autre en C avec une pesanteur négative égale à la positive G qu'il avoit en B , c'est-à-dire, avec une force acceleratrice de bas en haut, égale à celle G qui en B le pressoit de haut en bas; ce qui, en retranchant AB du Pendule composé BC , le réduit à un simple AC qui porte en C un corps $C+B$ fait des deux premiers C, B , desquels le plus grand C est poussé de haut en bas par la pesanteur naturelle & positive $+G$, & l'autre de bas en haut directement en sens contraire par une égale force ou pesanteur négative $-G$. Donc (*Lem. 3.*) la masse $C+B$ fera les mêmes Oscillations en C , que si elle étoit animée d'une pesan-

teur = $\frac{C \times G + B \times -G}{C + B} = \frac{C - B}{C + B} \times G$. La question presente se réduit donc à trouver la longueur AL , d'un Pendule simple, qui animé de la pesanteur naturelle G soit isochrone à cet imaginaire-ci. Or suivant le Lem. 1. deux Pendules simples animés de pesanteurs proportionnelles à leurs longueurs, sont isochrones entr'eux. Donc si l'on prend AL . $AC :: G \cdot \frac{C - B}{C + B} \times G :: C + B \cdot C - B$. C'est-à-dire $AL = \frac{C + B}{C - B} \times AC$, cette longueur sera celle d'un Pendule simple, qui animé de la pesanteur naturelle G sera isochrone au précédent imaginaire simple de longueur AC , qu'on vient de voir l'être aussi au composé donné BC . Par conséquent L sera le centre d'Oscillation de celui-ci. *Ce qu'il falloit 1°. trouver.*

XII. Presentement pour passer à la seconde question qui est plus generale, c'est-à-dire, pour déterminer le Centre d'Oscillation d'un Pendule droit composé de tant de poids quelconques qu'on voudra, placés à distances aussi quelconques de l'axe d'Oscillation. Soit la droite AL de longueur indéfinie, balançante autour de l'axe A . Premièrement l'inflexibilité supposée de cette ligne, fait voir que tant la vitesse que l'accroissement de vitesse de chacun de ses points P , doit toujours être en raison de la distance AP de ce point à l'axe A d'Oscillation. Secondement cette inflexibilité fait voir aussi que la force ou l'action de la pesanteur G dont un corps quelconque C attaché en quelque point C que ce soit de cette verge AP ou AL , la fait tourner, & en accelere le tournoyement, se répand dans toute la longueur de cette même verge, de maniere que ce que chacun de ses poids P en ressent (pour ainsi dire) de force, est par la nature du Levier en raison reciproque des distances AP ; c'est-à-dire, que cette force en P est à ce qu'elle est en C , comme AC à AP , en sorte que



D d iij

le *moment* en est le même en *C* & en *P*. Ce *moment* qui se trouve aussi le même dans tous les points de la verge indéfinie *AL*, s'appellera dans la suite la *force* ou la *vertu agitative* de cette verge.

XIII. On voit de-là que si on ôte le corps *C*, qu'on suppose animé de la pesanteur naturelle *G*, & qu'à son défaut on en substitue un autre en *P*, dont la pesanteur soit $= \frac{AP \times G}{AC}$, & la masse $= \frac{AC \times C}{AP}$; il en resultera à la ligne *AL* la même force agitative, & les mêmes accroissemens de vitesse de rotation, qu'elle recevoit auparavant du poids supposé d'abord en *C*. Car puisque suivant l'art. 2. & l'hypothese qu'on fait ici, le *moment* en *P* sera $= AP \times \frac{AC \times C}{AP} \times \frac{AP \times G}{AC} = AC \times C \times G =$ au *moment* que le poids du corps *C* causeroit en *C* en vertu de sa pesanteur naturelle *G*; & que de plus les pesanteurs $G, \frac{AP \times G}{AC}$, supposées en *C, P*, en raison de *AC* à *AP*, doivent produire en ces points *C, P*, des accroissemens de vitesse en cette même raison de *AC* à *AP*: la force agitative de la ligne ou verge *AL*, & l'accélération de sa rotation autour de l'axe *A*, doivent être les mêmes, soit qu'elles soient causées par le poids imaginé en *P* de masse $\frac{AC \times C}{AP}$, & de pesanteur $\frac{AP \times G}{AC}$, ou par le poids supposé en *C* de masse *C*, & de pesanteur naturelle *G*.

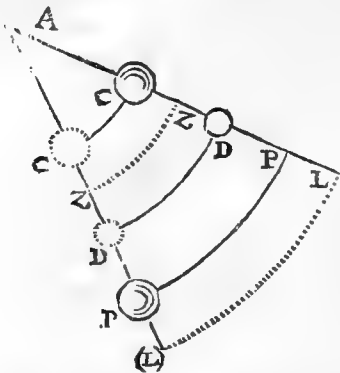
XIV. Ce qu'on voit (art. 13.) de ce poids $C \times G$ en *C*, se dira de même de tout ce qu'on en peut supposer d'autres pareillement naturels attachés au Pendule composé *AL*; & que tout ce qu'on peut leur en substituer ainsi d'imaginaires au même point *P* de cette verge, lui donneroit chacun par sa pesanteur particulière & par sa masse la même force agitative & le même accroissement de vitesse de rotation qu'elle recevoit de chacun de ces

naturels, auxquels chacun de ces imaginaires seroit ainsi substitué en ce point commun P . D'où il suit que le Pendule simple AP fait de tous ces poids imaginaires réunis en son point P , en recevrait une force agitative totale, & un accroissement total de vitesse de rotation, précisément les mêmes que le composé AL recevrait de tous les poids naturels supposés répandus en autant de ses points differens; & conséquemment que ce Pendule simple imaginaire AP seroit isochrone à ce composé naturel AL .

XV. Donc toute la question de trouver le centre d'Oscillation de ce Pendule AL composé de tant de poids qu'on voudra, de pesanteur naturelle G , répandus & attachés en tels de ses points qu'on voudra; se réduit à trouver un Pendule simple de pesanteur naturelle, lequel soit isochrone au simple imaginaire AP qu'on vient (*art. 14.*) de substituer à ce composé AL , & qu'on vient de voir (*art. 14.*) lui devoir être isochrone en vertu de pesanteurs toutes différentes entr'elles, & de la naturelle G de tous ces poids-là. Un Pendule simple de pesanteur naturelle, isochrone à cet imaginaire-ci, se trouvera sans peine par le moyen des Lem. 1. 3.

XVI. Soit donc le Pendule droit AL composé de tant de poids naturels quelconques $C, D, \&c.$ répandus à vo-
Voyez la Figure suivante.
 lonté dans toute sa longueur, tous lesquels ensemble le fassent passer de son état de repos AL en $A(L)$. Imaginons qu'à l'instant que ce Pendule composé AL arrive en $A(L)$, tous les poids naturels $C, D, \&c.$ soient anéantis, & qu'au lieu d'eux il lui en renaisse alors autant d'autres réunis en P , desquels le premier soit de masse $\frac{AC^2 \times C}{AP}$, & de pesanteur $\frac{AP \times G}{AC}$; le second de masse $\frac{AD^2 \times D}{AP}$, & de

pesanteur $\frac{AP \times G}{AD}$; &c. Les art. 13. 14. font voir que cette



substitution ne changeroit rien dans la force agitative de la verge $A(L)$, ni dans l'accélération instantanée de sa rotation autour de A ; & conséquemment que cette verge $A(L)$ continué d'être agitée par ces nouveaux poids réunis en P , comme elle l'auroit été par les autres C, D , &c. s'ils lui fussent restés sans ceux-ci. Nous aurons donc

ici un Pendule simple de longueur AP , isochrone au composé ACD . Mais parce que ce Pendule simple imaginaire AP est animé d'une pesanteur plus grande ou plus petite que la naturelle G dont ce composé ACD étoit animé, voyons quelle doit être la longueur AZ d'un autre Pendule simple de pesanteur naturelle G , pour être isochrone au simple imaginaire AP ; Voici comment je m'y prends pour la trouver.

XVII. Suivant le Lem. 3. la pesanteur qui anime le corps P composé (art. 16.) de tous les précédens imaginaires $\frac{AC \times C}{AP^2}$, $\frac{AD \times D}{AP^2}$, &c. se trouve en divisant la somme des produits faits de chacune de ces masses & de chacune de leurs pesanteurs $\frac{AP \times G}{AC}$, $\frac{AP \times G}{AD}$, &c. par la somme de ces mêmes masses, c'est-à-dire, par le corps P . Or ces produits sont $\frac{AC \times C}{AP^2} \times \frac{AP \times G}{AC} = \frac{AC \times C \times G}{AP}$, $\frac{AD \times D}{AP^2} \times \frac{AP \times G}{AD} = \frac{AD \times D \times G}{AP}$, &c. Donc leur somme $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AP} \times G$, divisée par le corps P , c'est-à-dire, par la somme $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AP}$ des partiels dont il est fait, don-

nera

nera $\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.} \times AP \times G$ pour la pesanteur qui

doit animer le corps total P . Or suivant le Lem. 7. si l'on prend AZ à AP comme la pesanteur naturelle G est à cette pesanteur imaginaire, c'est-à-dire, $AZ : AP :: G :$

$\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.} \times AP \times G$. L'on aura $AZ =$

$\frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.}$ pour la longueur d'un Pendule simple de pesanteur naturelle G , isochrone au simple imaginaire AP . Donc cet imaginaire venant d'être trouvé

(art. 16.) isochrone au composé naturel ACD dont il est

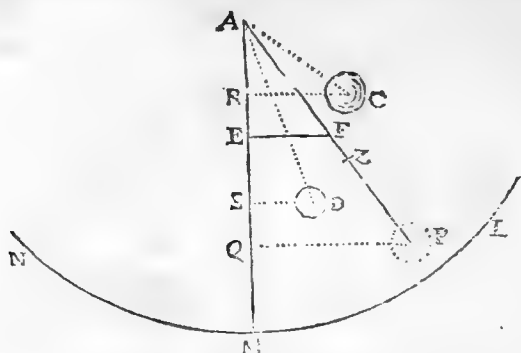
ici question, cette longueur $AZ = \frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{AC \times C + AD \times D + \&c.}$

fera aussi celle d'un Pendule simple naturel isochrone à ce composé ACD , lequel aura conséquemment Z pour son centre d'Oscillation. *Ce qu'il falloit 2°. trouver.*

XVIII. C'est-là ce que la Règle ordinaire que M. Hughens a donnée dans son *Traité de Horologio Oscillatorio*, part. 4. prop. 5. enseigne pour les Pendules composés de poids en ligne droite, ou (ce qui revient au même) tous placés dans un plan, le long duquel leur axe d'Oscillation passât. Voici présentement par mon principe une démonstration sûre, & désirée jusqu'ici, de la validité de cette Règle de M. Hughens pour lorsque les poids du Pendule composé ne seroient pas dans un tel plan. En ce cas il est visible que ces poids seront tous dans le plan d'Oscillation, c'est-à-dire, dans un plan perpendiculaire à l'axe d'Oscillation; ou qu'ils pourront être considérés comme s'ils y étoient tous, sçavoir dans les points où ce plan seroit rencontré par les perpendiculaires menées de ces poids à lui.

XIX. Concevons donc un plan vertical LMN sans pesanteur, lequel soit mobile autour du point fixe A , & auquel tant de poids quelconques $C, D, \&c.$ qu'on voudra, soient fixement attachés, de manière que dans le mouve-

Voyez la Figure suivante.



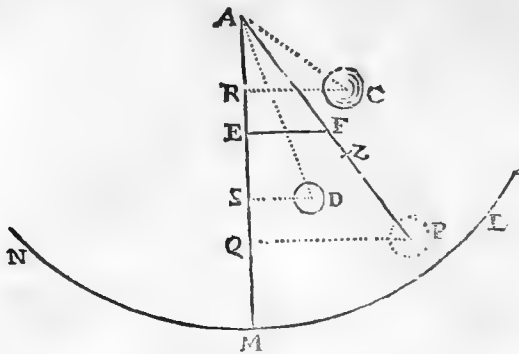
ment autour de l'axe A , qu'ils auront avec lui chargé d'eux, ils gardent toujours la même situation & la même distance entr'eux. Cela posé, il est manifeste que si après avoir éloigné de la verticale AM le centre commun de gravité de tous les poids $C, D, \&c.$ on abandonne ce plan à lui-même, ou plutôt à leur action; ce centre de gravité retomberoit aussi-tôt vers cette verticale AM avec une acceleration qui le feroit passer outre, & qui leur feroit faire & à ce plan des Oscillations en Pendule, précisément les mêmes que si ces poids $C, D, \&c.$ étoient appliqués aux extrémités de bras $AC, AD, \&c.$ de quelque Levier mobile autour de A , qui les eût fixés entr'eux; ce qui représenteroit le Pendule composé fait de ces poids attachés au plan vertical LMN .

XX. Pour trouver le centre d'Oscillation de ce plan vertical, c'est-à-dire, la longueur d'un Pendule simple d'Oscillations isochrones aux siennes, il est à remarquer touchant la situation de ce Pendule simple, que ç'a été gratuitement que mon Frere & d'autres l'ont supposé passer toujours, comme AF , par le centre commun F de gravité de tous les poids $C, D, \&c.$ Quoi-que cela soit vrai, il n'est pourtant pas assez évident, pour qu'il soit permis de le supposer sans preuve: Je le vas démontrer par ma méthode; ce qui fera voir (je croi) qu'elle est préférable aux autres.

XXI. Concevons notre plan d'Oscillation LMN en mouvement, & arrivé dans la situation que la Figure représente ; imaginons comme ci-dessus (*art. 16.*) que tous les poids dont nous l'avons supposé chargé, s'y anéantissent subitement, & qu'au lieu d'eux il en renaisse au même instant autant d'autres ensemble en quelque point P arbitrairement pris sur ce plan, chacun desquels équipole en vertu tant agitative qu'accéléorative de rotation à celui des autres auquel il est substitué, c'est-à-dire, desquels chacun soit de masse & de pesanteur propres à imprimer au plan balançant, à l'instant qu'on le substitue, la même quantité de force agitative & d'accélération instantanée que le poids auquel on le substitue, alloit en imprimer à ce plan en ce même instant de son annihilation.

XXII. Cette substitution fait évidemment voir que du moins pendant cet instant ou temps infiniment petit, le plan balançant doit continuer son mouvement précisément de la même manière que s'il fût resté chargé des poids $C, D,$ &c. sans aucun changement : je dis pendant un temps *infiniment petit*, parce qu'on va bien-tôt voir que dans les différentes situations de ce plan balançant les poids substitués en P , n'y doivent pas être de masses ni de pesanteurs invariables comme dans le cas du Pendule droit ; & qu'ainsi la masse totale P faite de toutes celles-là, n'y est pas d'une quantité invariable ni animée d'une pesanteur qui le soit pendant une Oscillation entière, excepté lorsque le poids P est dans la droite qui passe de A par le point qui étoit le centre commun de gravité des poids $C, D,$ &c. avant leur anéantissement. Ce qui nous fait déjà entrevoir la manière de déterminer la situation & la longueur du Pendule simple que nous cherchons.

XXIII. Puisque donc les points $P, C, D,$ &c. ne sont pas en ligne droite qui passe par A ; & qu'ainsi les directions des poids qui y sont appliquées au bras $AP, AC, AD,$ &c. de Levier, ne sont pas des angles égaux avec ces bras ; la mécanique fait voir que pour exprimer les forces agi-



tatives de ces poids, c'est par leurs distances $PQ, CR, DS,$ &c. à la verticale AM , & non pas par leurs distances au point A , qu'il les faut multiplier pour avoir leurs momens; parce que ces autres distances $AP, AC, AD,$ &c. ne sont entr'elles en raison de $PQ, CR, DS,$ &c. que lorsque $P, C, D,$ &c. sont en ligne droite qui passe par A , comme dans le cas du pendule rectiligne des art. 16. 17. dans lesquels au lieu des perpendiculaires $PQ, CR, DS,$ &c. nous avons pris leurs proportionnelles $AP, AC, AD,$ &c. Cependant (ce qui revient au même, & encore plus à nôtre dessein) on peut se servir ici comme là des distances $AP, AC, AD,$ &c. & des masses des corps $P, C, D,$ &c. en resolvant les forces de leurs pesanteurs en paralleles & en perpendiculaires aux bras $AP, AC, AD,$ &c. de Levier, & en prenant les forces perpendiculaires en $C, D,$ &c. exprimées par $\frac{RC \times G}{AC}, \frac{SD \times G}{AD},$ &c. pour celles dont les poids placés en ces points, y agissent perpendiculairement sur les bras $AC, AD,$ &c. de Levier, auxquels on les conçoit appliqués.

XXIV. Cela posé, on voit que les forces agitatives que les corps $C, D,$ &c. impriment au plan LMN , sont designées par les produits des distances de ces corps au point A , multipliées par les masses de ces mêmes corps, &c.

par leurs forces dérivées de leur pesanteur naturelle G perpendiculairement à ces distances, c'est-à-dire, par $AC \times C \times \frac{RC \times G}{AC}$, $AD \times D \times \frac{SD \times G}{AD}$, &c. ou par $RC \times C \times G$, $SD \times D \times G$, &c. Voici présentement quelles doivent être les pesanteurs & les masses des corps qu'il faut concevoir naître en P à l'instant de l'anéantissement de ceux-là, pour imprimer chacun en cet instant au plan LMN la même force agitative & le même accroissement instantané de vitesse de rotation qu'il auroit reçu de chacun de ces premiers corps C, D , &c. en ce même instant, s'ils n'y eussent pas été anéantis : je commence par les pesanteurs de ces corps à substituer en P pour un tel effet, lesquelles j'appelle M, N , &c. dont $\frac{QP \times M}{AP}$, $\frac{QP \times N}{AP}$, &c. expriment les forces dérivées en P perpendiculairement à AP .

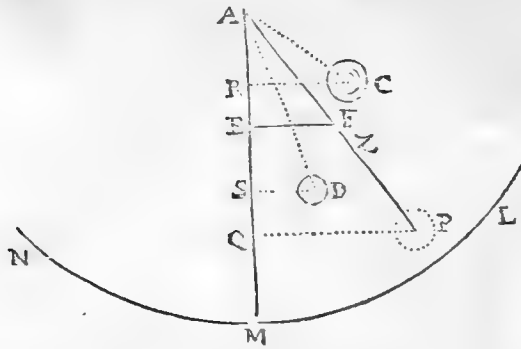
XXV. Pour cet effet ces pesanteurs imaginaires M, N , &c. devant être telles que les accroissemens instantanés de vitesses, que leurs forces dérivées $\frac{QP \times M}{AP}$, $\frac{QP \times N}{AP}$, &c. imprimeront au point P , soient en raison de AP à AC , AD , &c. à ce que les forces $\frac{RC \times G}{AC}$, $\frac{SD \times G}{AD}$, &c. dérivées (art. 23.) de la pesanteur naturelle G des corps C, D , &c. perpendiculairement à AC, AD , &c. en auroient imprimé aux points C, D , &c. si ces corps ne s'y fussent point anéantis ; il faudroit ici 1°. $\frac{QP \times M}{AP} \cdot \frac{RC \times G}{AC} :: AP \cdot AC$;

2°. $\frac{QP \times N}{AP} \cdot \frac{SD \times G}{AD} :: AP \cdot AD$; 3°. &c. Ce qui y donne

roit $M = \frac{AP^2 \times RC \times G}{AC \times QP}$, $N = \frac{AP^2 \times SD \times G}{AD \times QP}$, &c. pour les pesanteurs requises aux corps à substituer en P à l'instant

de l'anéantissement des donnés C, D , &c. pour imprimer en cet instant au plan LMN le même accroissement de vitesse que ces corps anéantis lui auroient alors donné s'ils ne l'eussent point été.

XXVI. Quant aux masses de ces corps à substituer



en P, lesquelles j'appelle $T, V, \&c.$ elles se déterminent par l'égalité qui doit être entre chaque force agitative que chacun des corps $C, D, \&c.$ auroit imprimée au plan LMN à l'instant de leur annihilation, & ce que chacun des corps $T, V,$ qui leur sont alors (*hyp.*) substitués en $P,$ en doit imprimer à ce plan en cet instant : puisque cette égalité donne (*art. 24.*) $RC \times C \times G = QP \times T \times M,$
 $SD \times D \times G = QP \times V \times N, \&c. \&$ que de-là il résulte
 $T = \frac{RC \times C \times G}{QP \times M}, V = \frac{SD \times D \times G}{QP \times N}, \&c.$ ce qui en substituant les valeurs de $M, N, \&c.$ trouvées dans l'art. 25. donnera

$T = \frac{AC^2 \times C}{AP}, V = \frac{AD^2 \times D}{AP}, \&c.$ pour les masses des corps $T, V, \&c.$ à substituer en P au lieu des anéantis $C, D, \&c.$

XXVII. Ayant ainsi trouvé les masses $T, V, \&c.$ des corps partiels dont la masse totale du corps à substituer en $P,$ doit être faite, si on les multiplie chacune par chacune des pesanteurs correspondantes $M, N, \&c.$ qu'on a trouvé dans l'art. 25. leur être requises pour suppléer en P aux corps anéantis $C, D, \&c.$ la somme $T \times M + V \times N + \&c.$ (*art. 25. 26.*) $= \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{QP} \times G$ de leurs produits, divisée par la somme $T + V + \&c.$

(art. 26.) = $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{AP^2}$ de leurs masses ,

c'est-à-dire , par le corps total P , donnera (Lem. 3.)

$$\frac{T \times M + V \times N + \&c.}{T + V + \&c.} = \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP}$$
 pour

la pesanteur totale qui doit animer ce corps total à substituer en P au lieu des anéantis $C, D, \&c.$ pour faire dans le plan LMN un Pendule simple AP isochrone au composé ACD qu'on y avoit supposé. Or suivant le Lem. 1, si l'on prend AZ à AP comme la pesanteur naturelle G est à cette pesanteur imaginaire, c'est-à-dire, $AZ . AP$.

$$\therefore G . \frac{RC \times C + SD \times D + \&c.}{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.} \times \frac{\overline{AP}^2 \times G}{QP} . \text{ L'on aura } AZ =$$

$$= \frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$$
 pour la longueur d'un Pen-

dule simple de pesanteur naturelle G isochrone au simple imaginaire AP qu'on vient de trouver isochrone au composé ACD . Donc cette longueur AZ sera celle d'un Pendule simple naturel isochrone à ce composé ACD .

XXVIII. Mais parce que cet Isochronisme ne dureroit (art. 22.) qu'un instant , ou temps infiniment petit , à moins que AP ne fût tellement placé entre $AC, AD, \&c.$

que cette longueur (art. 27.) $\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{RC \times C + SD \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP}$

de AZ ne devinst constante de variable qu'elle seroit autrement selon la variété de l'angle MAP ; voyons quelle doit être la position de AP entre $AC, AD, \&c.$ pour rendre constante cette valeur de AZ . Pour cela si l'on prend F pour le centre commun de gravité des corps $C, D, \&c.$ & qu'on mene FE perpendiculaire à AM ; la statique nous fera voir que $RC \times C + SD \times D + \&c. = \overline{C + D + \&c.} \times EF$; & qu'ainsi cette longueur de AZ (art. 27.) peut être exprimée par

$$\frac{\overline{AC}^2 \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{\overline{C + D + \&c.} \times EF} \times \frac{QP}{AP} ; \text{ ce qui nous fait voir}$$

qu'elle sera constante tant que $\frac{AP \times EF}{QP}$ le sera, tout le reste y étant constant. Or il est visible que cette dernière fraction sera constante tant que AP passera par le centre commun F de gravité des poids $C, D, \&c.$ puisque l'on aura pour lors la constante $AF = \frac{AP \times EF}{QP}$. Donc en substituant AF au lieu de $\frac{AP \times EF}{QP}$ dans la dernière valeur $\frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c.} \times \frac{QP}{AP \times EF}$ de la longueur de AZ , l'on aura $AZ = \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{C + D + \&c. \times AF}$ pour la longueur constante d'un Pendule simple naturel toujours isochrone au composé naturel ACD . *Ce qu'il falloit 3°. trouver.*

XXIX. Telle est la Règle générale que M. Hughs a donnée pour trouver le centre d'Oscillation de toutes fortes de Pendules composés de tant de poids quelconques qu'on voudra, placés à volonté. C'est dans la prop. 5. part. 4. de son *Traité de Horologio Oscillatorio* qu'il énonce cette Règle en ces termes: *Dato Pendulo ex ponderibus quotlibet composito, si singula ducantur in quadrata distantiarum suarum ab axe Oscillationis, & summa productorum dividatur per id quod fit ducendo ponderum summam in distantiam centri gravitatis communis omnium ab eodem axe Oscillationis; orietur longitudo Penduli simplicis composito isochroni, sive distantia inter axem & centrum Oscillationis ipsius Penduli compositi.* Je laisse présentement aux Lecteurs intelligens en ces matieres, à juger si cette Règle n'est pas ici établie sur un fondement beaucoup plus sûr qu'elle ne l'avoit été jusqu'ici: puisque non seulement je n'y ay point eu besoin de l'hypothese gratuite où M. Hughs suppose (part. 4. hyp. I.) *Si pondera quotlibet, vi gravitatis suæ, moveri incipiant; non posse centrum gravitatis ex ipsis compositæ altius, quam ubi incipiente motu reperiebatur, ascendere.* Mais aussi parce que je n'y ai point eu besoin non plus d'y supposer, comme mon Frere, que le centre d'Oscillation est toujours dans la ligne droite (appelée par M. Hughs

Hughens *linea centri*) qui passe par le point de suspension & par le centre commun de gravité de tous les poids : suppositions qu'ils ont prises pour des axiomes, & qui ne sont pas assurément assez évidentes pour cela.

XXX. De plus je remarque deux inconveniens dans la maniere dont mon Frere a démontré la Regle en question dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences de 1703. pag. 81. &c. de l'édition de Paris. Le premier est qu'il a employé un calcul analitique assez penible dans une chose où l'on voit que je n'ai presque eu besoin que de synthese telle que les démonstrations ordinaires la demandent. L'autre inconvenient est que mon Frere suppose les poids *C* & *D* (voyez sa Figure en l'endroit cité) qui composent la figure balançante, égaux entr'eux : ce qui fait que sa démonstration pour les figures qui balançent de côté, ne convient qu'à celles dont un diametre commun coupe les appliquées toutes par la moitié ; & non à aucune autre, telle que sont la demie-parabole, la demie-hyperbole, &c. non plus qu'au cône ou au cylindre coupé par l'axe, à moins que d'y employer un nouveau calcul qui seroit sans doute beaucoup plus difficile que celui qu'il a employé pour les corps *C*, *D*, qu'il a supposé égaux aux extremités d'une ligne soutenuë en son milieu sur le diametre de la Figure. On voit que j'ai aussi évité cet autre inconvenient par la maniere generalissime dont je viens de résoudre cette question : & que ma méthode s'étend aussi aisément à tel nombre de poids quelconques qu'on voudra, & placez comme l'on voudra qu'à des égaux entr'eux deux à deux placez à la maniere de mon Frere. Je dois pourtant avertir que, de même que M. Hughens & mon Frere, je considere ici les poids *C*, *D*, &c. comme des points, ou plutôt comme de petites masses chacune d'une étendue infiniment petite par rapport à tout le Pendulé.

XXXI. Voilà jusqu'ici pour trouver le Centre d'Oscillation de toutes sortes de Pendules considerez à l'ordi-

naire comme dans le vuide où leurs poids auroient les pesanteurs supposées. Je passe donc à la seconde partie de nôtre recherche, qui est de déterminer le centre d'Oscillation de tous ces Pendules, lorsqu'ils balancent dans des fluides ou dans des liqueurs. Pour cela je suppose des fluides parfaits, c'est-à-dire, composés de parties tellement destituées de tenacité entr'elles, qu'elles ne fassent de résistance au mouvement de ces Pendules que par la diminution de pesanteur que la leur causera à celle des poids dont ces Pendules seront faits. Cela posé, il est visible que cette diminution de pesanteur des poids d'un Pendule quelconque dans un fluide, y variera selon la différente densité de ces corps, les plus denses y en perdant moins que les plus rares; & que ce qui leur en restera, y aura le même effet que dans le vuide, s'ils n'y avoient chacun de pesanteur absoluë que le reste auquel celle du fluide les réduit, lequel reste pour chacun est sa *pesanteur relative*, ou l'excès dont sa pesanteur naturelle surpasse celle d'un égal volume de ce fluide. D'où l'on voit aussi que ce corps avec de telles pesanteurs relatives dans un fluide parfait, y balanceront précisément de même que dans le vuide, s'ils n'y étoient animés que de pesanteurs égales chacune à chacune de ces relatives, & non de leur pesanteur naturelle *G*.

XXXII. Soient donc $m \times G$, $n \times G$, &c. les pesanteurs relatives qu'auroient les corps *C*, *D*, &c. dans un fluide qui ne leur résisteroit qu'en ce qui ne leur laisseroit plus que ces parties $m \times G$, $n \times G$, &c. de leur pesanteur naturelle *G*, desquelles *m*, *n*, &c. expriment des parties de l'unité. En

ce cas les pesanteurs $M = \frac{\overline{AP}^2 \times RC \times G}{AC \times QP}$, $N = \frac{\overline{AP}^2 \times SD \times G}{AD \times QP}$

&c. trouvées dans l'art. 25. pour les requises aux masses

T, *V*, &c. dans le vuide, seront ici $M = \frac{\overline{AP}^2 \times RC \times m \times G}{AC \times QP}$,

tiers $C, D, \&c.$ mais de leurs parties $m \times C, n \times D, \&c.$ La
 statique donnant ici $\overline{m \times C + n \times D + \&c.} \times EF = RC$
 $\times m \times C + SD \times n \times D + \&c. = m \times RC \times C + n$
 $\times SD \times D + \&c.$ L'on y aura cette longueur $AZ =$
 $= \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP \times EF}$, laquelle (en supposant AP
 par ce centre F qui rendra $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$ constante comme
 dans l'art. 28.) fera $AZ = \frac{AC^2 \times C + AD^2 \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c. \times AF}$ constante.

XXXIII. De-là résulte la Règle que voici pour les
 Pendules composés balançans dans des fluides : *Un Pendu-
 le composé de tant de poids quelconques qu'on voudra, & placés
 comme l'on voudra, étant donné balançant dans une li-
 queur aussi donnée, si la somme des produits faits des masses
 entières de tous ces poids, multipliées chacune par le carré de
 sa distance à l'axe de balancement ou d'Oscillation, est divisée
 par le produit fait de la somme des parties que $m, n, \&c.$ de-
 signent de ces masses, multipliée par la distance du centre com-
 mun de gravité de ces parties à l'axe d'Oscillation ; le quo-
 tient de cette division fera la longueur d'un Pendule simple,
 qui agité dans le vuide, seroit isochrone au composé agité
 dans la liqueur donnée.*

XXXIV. Si l'on veut un Pendule simple qui balan-
 çant dans cette liqueur, fut isochrone au composé qu'on
 y suppose balancer, le Lem. 1. le donnera en faisant seu-
 lement cette analogie : comme le poids absolu de la ma-
 tiere dont on veut faire ce Pendule, est à son poids rela-
 tif dans la liqueur, ainsi sa longueur trouvée pour dans le
 vuide par la précédente Règle de l'art. 33. doit être à sa
 longueur cherchée pour dans le fluide supposé. Mais il
 faut prendre garde que lorsque ce Pendule simple com-
 mencera à s'y mouvoir, il faudra l'éloigner de la verticale
 AM d'un angle MAP qui soit égal à celui que cette ver-
 ticale fait alors avec la ligne du centre commun de gra-
 vité non des poids absolus des corps $C, D, \&c.$ dont le

Pendule composé est fait , mais des poids relatifs qui leur restent dans le fluide où on le suppose balancer : autrement les vibrations de ces deux Pendules ne seroient pas isochrones , celui auquel le plus grand de ces angles appartiendroit , les devant avoir de plus longue durée que l'autre.

XXXV. On voit encore de-là que ceux-là se trompent qui entreprenant d'expliquer la nature du centre d'Oscillation , supposent qu'un Pendule simple isochrone a un composé , & la ligne du Centre commun de gravité des poids de ce Pendule composé , doivent faire des angles égaux avec la verticale qui passe par le point de suspension : puisque cela n'est vrai pour les Pendules agités dans les fluides , que lorsqu'ils sont rectilignes , & que quoique vrai pour tous dans le vuide , il n'est pas assez évident pour y être regardé comme un axiome. Ainsi c'étoit une chose à démontrer plutôt qu'à supposer.

XXXVI. Je ne croi pas qu'il soit nécessaire de m'entendre ici davantage , pour faire voir que nôtre précédente formule (art. 32.) $\frac{\overline{AC} \times C + \overline{AD}^2 \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c. \times AF} = AZ$. convient à tout ce qu'on peut imaginer de cas d'Oscillations : par exemple , si les poids du Pendule composé étoient de matiere homogene , & que la liqueur dans laquelle on le suppose balancer , fut faite de couches heterogenes ; ou s'il étoit fait de parties heterogenes , & elle de couches heterogenes aussi : pour y appliquer nôtre précédente formule , il n'y auroit qu'à considerer combien il reste de son poids à chacune des parties du Pendule en chaque couche du fluide où il se trouve agité , c'est-à-dire , quelles parties de l'unité les quantités m , n , &c. y expriment.

XXXVII. Je ne croi pas non plus qu'il soit nécessaire de dire ce qu'il faudroit observer si quelques-uns des poids du Pendule agité se trouvoient hors le fluide pendant que les autres y demeureroient submergés : car il est trop visible pour être obligé d'en avertir , que l'air dans lequel quel-

ques-uns de ces poids se trouveroient, pourroit être regardé comme une couche appartenante au fluide, dans lequel tous les autres demeureroient submergés : en ce cas quelques-unes des quantités m , n , &c. seroient égales chacune à l'unité, sçavoir celles qui appartiendroient aux poids qui seroient dans l'air, lequel ne les diminueroit pas sensiblement.

XXXVIII. Il ne me paroît pas non plus qu'il y eut ici aucune difficulté quand quelques-uns des corps C , D , &c. seroient de même ou de moindre pesanteur spécifique que la liqueur dans laquelle ils devroient balancer, étant manifeste qu'en ces cas quelques-unes des quantités m , n , &c. s'évanouïroient ou deviendroient négatives: elles s'y évanouïroient pour les corps qui de même pesanteur spécifique que cette liqueur, n'y en auroient plus aucune; & elles y deviendroient négatives pour les corps qui de moindre pesanteur spécifique que cette liqueur, y seroient comme animés d'une legereté positive qui ne seroit qu'une pesanteur négative.

XXXIX. Tout ce que je viens d'expliquer, pourroit me fournir ici plusieurs Corollaires curieux & élégans que j'obtiens, content d'y avoir établi une Theorie très universelle des Centres d'Oscillation sur un principe aussi clair & aussi fécond qu'est celui d'où je la viens de déduire : il l'est à un point que je ne croi pas qu'il y ait rien de si obscur ni de si caché dans cette matiere, qui ne puisse s'y rapporter, & être découvert par son moyen; chose qui ne me paroît pas qu'on puisse espérer du principe de M. Hughens, ni d'aucun autre.

XL. Au reste j'ai plusieurs abregés très commodes; dont une partie a été démontrée par M. Hughens avec beaucoup d'embaras, pour diminuer la peine du Calcul dans la détermination du centre d'Oscillation de différentes figures geometriques, soit qu'elles balançent en plan ou de côté: Je les donnerai en quelqu'autre occasion plus commode, avec d'autres choses qu'on ne sçait point encore sur cette matiere.

*SPONGIA FLUVIATILIS, RAMOSA,
FRAGILIS ET PISCEM OLENS.*

*Eponge de Riviere, branchuë, cassante, qui a l'odeur
de Poisson.*

Par M. RENEAUME.

CETTE Plante qui ne paroît pas avoir de racine, a ^{22. Août.} pour base une espece de placque très large, dont elle ^{1714.} tapisse les corps sur lesquels elle croît, à peu-près de même que certaines especes de mousses : cette placque tient fortement à ces corps, elle y est collée par le moyen d'un mucilage dont toute la Plante est remplie; cette placque qui s'étend assez indifferemment de tous côtez, ne conserve autre regularité que celle de se terminer par des bords plats & arrondis; elle est plus ou moins grande : j'ai vû des espaces d'un pied en quarré qui en étoient entierement revêtus, & d'autres d'une moindre étenduë; elle a environ depuis trois lignes jusques à six d'épaisseur, particulièrement aux endroits où s'élevent les branches, car il sort de cette placque differents rameaux, lesquels en s'élevant font d'abord une tumeur ou élévation douce qui se termine à la branche, laquelle semble sortir du milieu de cette élévation.

Les branches de cette Plante sont ou divisées ou sans division; ces dernieres vont en diminuant jusques à un tiers de leur hauteur; se renflent tant soit peu vers leur extremité, & finissent en forme de mamelons. Ces branches ont environ la longueur de deux pouces, j'en ai trouvé qui étoient longues de 3. à 4. leur grosseur est à peu-près de deux lignes & demie ou trois lignes de diametre par le bas, & elles n'excèdent pas pour l'ordinaire la grosseur du petit doigt; elles ne sont pas exactement rondes, mais inégales & comme raboteuses, quoi qu'assez droites par rapport aux autres.

Les branches divisées sont très différentes, elles sont plus grosses, beaucoup plus longues & comme applaties dans la partie qui précède leur division. Cette division est si inégale qu'à peine trouvera-t'on deux branches qui se ressemblent, les unes se divisent à deux ou trois pouces du corps de la Plante, les autres dès le bas, quelquefois les divisions de ces dernières se réunissent à la distance d'un pouce ou deux, se collent ensemble, & ne sont plus qu'un corps plat de l'épaisseur de trois à quatre lignes, de la largeur d'un pouce ou plus, qui n'a que la hauteur de six ou sept lignes, puis la branche se subdivise encore tout de nouveau : aucun des rameaux de ces divisions n'est droit, ils ont une figure presque torse composée de courbures inégales ; & comme il n'est pas possible d'en bien exprimer la forme autrement que par le dessein, je me contenterai de les comparer au Corail dont elles approchent fort, excepté qu'il s'y trouve souvent des inégalités semblables à des vestiges de branches qui auroient été rompues.

La plus grande hauteur de toute la Plante est de 9. à 10. pouces environ. Je n'en ai point vû qui passât un pied. Je ne dois pas cependant en déterminer absolument la hauteur ; car outre que celle que je décris croissoit encore lorsque je l'ai observée, c'est que M. Marchant m'a dit qu'il croyoit avoir vû cette Plante d'une grandeur bien plus considérable. Pour l'ordinaire elle pousse ses branches suivant la ligne horizontale, perpendiculairement au plan vertical des pierres auxquelles elle est attachée : elle flotte dans l'eau, dont elle est entièrement cachée, toutes les branches de cette Plante ne sont point d'une longueur égale, les unes se divisent dès le bas, les autres au tiers de leur hauteur, & les autres se fourchent vers l'extrémité ; leur grosseur est pareillement inégale ; en general elles sont moins grosses que celles qui ne se divisent point, elles finissent en diminuant, ou par un bout rond, semblable à l'extrémité des premières non divisées, ou par un bout qui semble se vouloir diviser de nouveau. Je viens de dire
qu'elles

Hughens *linea centri*) qui passe par le point de suspension & par le centre commun de gravité de tous les poids : suppositions qu'ils ont prises pour des axiomes, & qui ne sont pas assurément assez évidentes pour cela.

XXX. De plus je remarque deux inconveniens dans la maniere dont mon Frere a démontré la Regle en question dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences de 1703. pag. 81. &c. de l'édition de Paris. Le premier est qu'il a employé un calcul analitique assez penible dans une chose où l'on voit que je n'ai presque eu besoin que de synthese telle que les démonstrations ordinaires la demandent. L'autre inconvenient est que mon Frere suppose les poids *C* & *D* (voyez sa Figure en l'endroit cité) qui composent la figure balançante, égaux entr'eux : ce qui fait que sa démonstration pour les figures qui balançent de côté, ne convient qu'à celles dont un diametre commun coupe les appliquées toutes par la moitié ; & non à aucune autre, telle que sont la demie-parabole, la demie-hyperbole, &c. non plus qu'au cône ou au cylindre coupé par l'axe, à moins que d'y employer un nouveau calcul qui seroit sans doute beaucoup plus difficile que celui qu'il a employé pour les corps *C*, *D*, qu'il a supposé égaux aux extremités d'une ligne soutenuë en son milieu sur le diametre de la Figure. On voit que j'ai aussi évité cet autre inconvenient par la maniere generalissime dont je viens de résoudre cette question : & que ma méthode s'étend aussi aisément à tel nombre de poids quelconques qu'on voudra, & placez comme l'on voudra qu'à des égaux entr'eux deux à deux placez à la maniere de mon Frere. Je dois pourtant avertir que, de même que M. Hughens & mon Frere, je considere ici les poids *C*, *D*, &c. comme des points, ou plutôt comme de petites masses chacune d'une étendue infiniment petite par rapport à tout le Pendule.

XXXI. Voilà jusqu'ici pour trouver le Centre d'Oscillation de toutes sortes de Pendules considerez à l'ordi-

naire comme dans le vuide où leurs poids auroient les pesanteurs supposées. Je passe donc à la seconde partie de nôtre recherche, qui est de déterminer le centre d'Oscillation de tous ces Pendules, lorsqu'ils balancent dans des fluides ou dans des liqueurs. Pour cela je suppose des fluides parfaits, c'est-à-dire, composés de parties tellement desituées de tenacité entr'elles, qu'elles ne fassent de résistance au mouvement de ces Pendules que par la diminution de pesanteur que la leur causera à celle des poids dont ces Pendules seront faits. Cela posé, il est visible que cette diminution de pesanteur des poids d'un Pendule quelconque dans un fluide, y variera selon la différente densité de ces corps, les plus denses y en perdant moins que les plus rares; & que ce qui leur en restera, y aura le même effet que dans le vuide, s'ils n'y avoient chacun de pesanteur absoluë que le reste auquel celle du fluide les réduit, lequel reste pour chacun est sa pesanteur relative, ou l'excès dont sa pesanteur naturelle surpasse celle d'un égal volume de ce fluide. D'où l'on voit aussi que ce corps avec de telles pesanteurs relatives dans un fluide parfait, y balanceront précisément de même que dans le vuide, s'ils n'y étoient animés que de pesanteurs égales chacune à chacune de ces relatives, & non de leur pesanteur naturelle G .

XXXII. Soient donc $m \times G$, $n \times G$, &c. les pesanteurs relatives qu'auroient les corps C , D , &c. dans un fluide qui ne leur résisteroit qu'en ce qui ne leur laisseroit plus que ces parties $m \times G$, $n \times G$, &c. de leur pesanteur naturelle G , desquelles m , n , &c. expriment des parties de l'unité. En ce cas les pesanteurs $M = \frac{AP^2 \times RC \times G}{AC \times QP}$, $N = \frac{AP^2 \times SD \times G}{AD \times QP}$ &c. trouvées dans l'art. 25. pour les requises aux masses T , V , &c. dans le vuide, seront ici $M = \frac{AP^2 \times RC \times m \times G}{AC \times QP}$,

tiers $C, D, \&c.$ mais de leurs parties $m \times C, n \times D, \&c.$ La statique donnant ici $\frac{m \times C + n \times D + \&c. \times EF = RC \times m \times C + SD \times n \times D + \&c. = m \times RC \times C + n \times SD \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c.} \times \frac{QP}{AP \times EF}$, laquelle (en supposant AP par ce centre F qui rendra $\frac{AP \times EF}{QP} = AF$ constante comme dans l'art. 28.) fera $AZ = \frac{AC \times C + AD \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c. \times AF}$ constante.

XXXIII. De-là resulte la Regle que voici pour les Pendules composés balançans dans des fluides : *Un Pendule composé de tant de poids quelconques qu'on voudra, & placés comme l'on voudra, étant donné balançant dans une liqueur aussi donnée, si la somme des produits faits des masses entieres de tous ces poids, multipliées chacune par le quarré de sa distance à l'axe de balancement ou d'Oscillation, est divisée par le produit fait de la somme des parties que $m, n, \&c.$ designent de ces masses, multipliée par la distance du centre commun de gravité de ces parties à l'axe d'Oscillation ; le quotient de cette division fera la longueur d'un Pendule simple, qui agité dans le vuide, seroit isochrone au composé agité dans la liqueur donnée.*

XXXIV. Si l'on veut un Pendule simple qui balançant dans cette liqueur, fut isochrone au composé qu'on y suppose balancer, le Lem. 1. le donnera en faisant seulement cette analogie : comme le poids absolu de la matiere dont on veut faire ce Pendule, est à son poids relatif dans la liqueur, ainsi sa longueur trouvée pour dans le vuide par la précédente Regle de l'art. 33. doit être à sa longueur cherchée pour dans le fluide supposé. Mais il faut prendre garde que lorsque ce Pendule simple commencera à s'y mouvoir, il faudra l'éloigner de la verticale AM d'un angle MAP qui soit égal à celui que cette verticale fait alors avec la ligne du centre commun de gravité non des poids absolus des corps $C, D, \&c.$ dont le

Pendule composé est fait , mais des poids relatifs qui leur restent dans le fluide où on le suppose balancer : autrement les vibrations de ces deux Pendules ne feroient pas isochrones , celui auquel le plus grand de ces angles appartiendroit , les devant avoir de plus longue durée que l'autre.

XXXV. On voit encore de-là que ceux-là se trompent qui entreprenant d'expliquer la nature du centre d'Oscillation , supposent qu'un Pendule simple isochrone a un composé , & la ligne du Centre commun de gravité des poids de ce Pendule composé , doivent faire des angles égaux avec la verticale qui passe par le point de suspension : puisque cela n'est vrai pour les Pendules agités dans les fluides , que lorsqu'ils sont rectilignes , & que quoique vrai pour tous dans le vuide , il n'est pas assez évident pour y être regardé comme un axiome. Ainsi c'étoit une chose à démontrer plutôt qu'à supposer.

XXXVI. Je ne croi pas qu'il soit necessaire de m'entendre ici davantage , pour faire voir que nôtre précédente

formule (art. 32.) $\frac{\overline{AC} \times C + \overline{AD} \times D + \&c.}{m \times C + n \times D + \&c. \times AF} = AZ$ convient

à tout ce qu'on peut imaginer de cas d'Oscillations : par exemple , si les poids du Pendule composé étoient de matiere homogene , & que la liqueur dans laquelle on le suppose balancer , fut faite de couches heterogenes ; ou s'il étoit fait de parties heterogenes , & elle de couches heterogenes aussi : pour y appliquer nôtre précédente formule , il n'y auroit qu'à considerer combien il reste de son poids à chacune des parties du Pendule en chaque couche du fluide où il se trouve agité , c'est-à-dire , quelles parties de l'unité les quantités $m, n, \&c.$ y expriment.

XXXVII. Je ne croi pas non plus qu'il soit necessaire de dire ce qu'il faudroit observer si quelques-uns des poids du Pendule agité se trouvoient hors le fluide pendant que les autres y demeureroient submergés : car il est trop visible pour être obligé d'en avertir , que l'air dans lequel quel-

ques-uns de ces poids se trouveroient , pourroit être regardé comme une couche appartenante au fluide , dans lequel tous les autres demeureroient submergés : en ce cas quelques-unes des quantités m , n , &c. seroient égales chacune à l'unité , sçavoir celles qui appartiendroient aux poids qui seroient dans l'air , lequel ne les diminueroit pas sensiblement.

XXXVIII. Il ne me paroît pas non plus qu'il y eut ici aucune difficulté quand quelques-uns des corps C , D , &c. seroient de même ou de moindre pesanteur spécifique que la liqueur dans laquelle ils devroient balancer , étant manifeste qu'en ces cas quelques-unes des quantités m , n , &c. s'évanoüiroient ou deviendroient négatives : elles s'y évanoüiroient pour les corps qui de même pesanteur spécifique que cette liqueur , n'y en auroient plus aucune ; & elles y deviendroient negatives pour les corps qui de moindre pesanteur spécifique que cette liqueur , y seroient comme animés d'une legereté positive qui ne seroit qu'une pesanteur négative.

XXXIX. Tout ce que je viens d'expliquer , pourroit me fournir ici plusieurs Corollaires curieux & élégans que j'obtiens , content d'y avoir établi une Theorie très universelle des Centres d'Oscillation sur un principe aussi clair & aussi fécond qu'est celui d'où je la viens de déduire : il l'est à un point que je ne croi pas qu'il y ait rien de si obscur ni de si caché dans cette matiere , qui ne puisse s'y rapporter , & être découvert par son moyen ; chose qui ne me paroît pas qu'on puisse espérer du principe de M. Hughsen , ni d'aucun autre.

XL. Au reste j'ai plusieurs abregés très commodes , dont une partie a été démontrée par M. Hughsen avec beaucoup d'embaras , pour diminuer la peine du Calcul dans la détermination du centre d'Oscillation de différentes figures geometriques , soit qu'elles balançent en plan ou de côté : Je les donnerai en quelqu'autre occasion plus commode , avec d'autres choses qu'on ne sçait point encore sur cette matiere.

*SPONGIA FLUVIATILIS, RAMOSA,
FRAGILIS ET PISCEM OLENS.*

*Eponge de Riviere , branchuë , cassante , qui a l'odeur
de Poisson.*

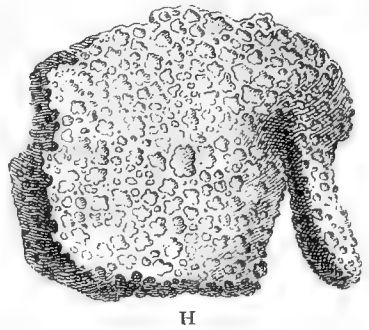
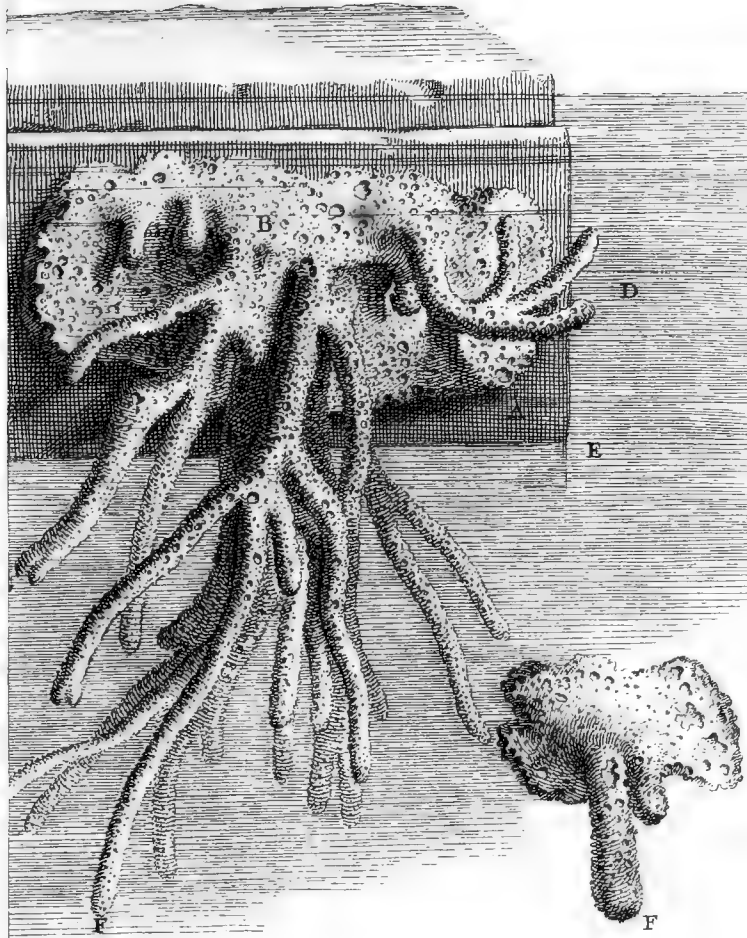
Par M. RENEAUME.

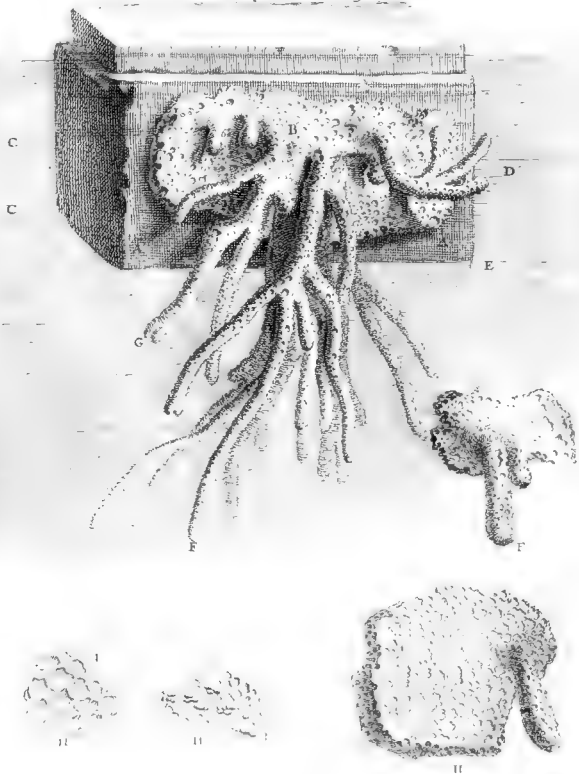
CETTE Plante qui ne paroît pas avoir de racine, a ^{22. Août.} pour base une espece de placque très large, dont elle ^{1714.} tapisse les corps sur lesquels elle croît, à peu-près de même que certaines especes de mouffes : cette placque tient fortement à ces corps, elle y est collée par le moyen d'un mucilage dont toute la Plante est remplie ; cette placque qui s'étend assez indifferemment de tous côtez, ne conserve autre regularité que celle de se terminer par des bords plats & arrondis ; elle est plus ou moins grande : j'ai vû des espaces d'un pied en quarré qui en étoient entierement revêtus, & d'autres d'une moindre étenduë ; elle a environ depuis trois lignes jusques à six d'épaisseur, particuliere-ment aux endroits où s'élevent les branches, car il sort de cette placque différents rameaux, lesquels en s'élevant font d'abord une tumeur ou élévation douce qui se termine à la branche, laquelle semble sortir du milieu de cette élévation.

Les branches de cette Plante sont ou divisées ou sans division ; ces dernieres vont en diminuant jusques à un tiers de leur hauteur ; se renflent tant soit peu vers leur extremité, & finissent en forme de mamelons. Ces branches ont environ la longueur de deux pouces, j'en ai trouvé qui étoient longues de 3. à 4. leur grosseur est à peu-près de deux lignes & demie ou trois lignes de diametre par le bas, & elles n'excedent pas pour l'ordinaire la grosseur du petit doigt ; elles ne sont pas exactement rondes, mais inégales & comme raboteuses, quoi qu'assez droites par rapport aux autres.

Les branches divisées sont très différentes, elles sont plus grosses, beaucoup plus longues & comme applaties dans la partie qui précède leur division. Cette division est si inégale qu'à peine trouvera-t-on deux branches qui se ressemblent, les unes se divisent à deux ou trois pouces du corps de la Plante, les autres dès le bas, quelquefois les divisions de ces dernières se réunissent à la distance d'un pouce ou deux, se collent ensemble, & ne font plus qu'un corps plat de l'épaisseur de trois à quatre lignes, de la largeur d'un pouce ou plus, qui n'a que la hauteur de six ou sept lignes, puis la branche se subdivise encore tout de nouveau : aucun des rameaux de ces divisions n'est droit, ils ont une figure presque torse composée de courbures inégales ; & comme il n'est pas possible d'en bien exprimer la forme autrement que par le dessein, je me contenterai de les comparer au Corail dont elles approchent fort, excepté qu'il s'y trouve souvent des inégalités semblables à des vestiges de branches qui auroient été rompues.

La plus grande hauteur de toute la Plante est de 9. à 10. pouces environ. Je n'en ai point vû qui passât un pied. Je ne dois pas cependant en déterminer absolument la hauteur ; car outre que celle que je décris croissoit encore lorsque je l'ai observée, c'est que M. Marchant m'a dit qu'il croyoit avoir vû cette Plante d'une grandeur bien plus considérable. Pour l'ordinaire elle pousse ses branches suivant la ligne horizontale, perpendiculairement au plan vertical des pierres auxquelles elle est attachée : elle flotte dans l'eau, dont elle est entièrement cachée, toutes les branches de cette Plante ne sont point d'une longueur égale, les unes se divisent dès le bas, les autres au tiers de leur hauteur, & les autres se fourchent vers l'extrémité ; leur grosseur est pareillement inégale ; en general elles sont moins grosses que celles qui ne se divisent point, elles finissent en diminuant, ou par un bout rond, semblable à l'extrémité des premières non divisées, ou par un bout qui semble se vouloir diviser de nouveau. Je viens de dire qu'elles





qu'elles pouffoient ordinairement leurs branches suivant la surface de l'eau, c'est-à-dire horifontalement, parce qu'il y en a quelques-unes qui se replient quelquefois sur le plan vertical, lesquelles en s'approchant ainsi de la placque ou corps de la Plante, s'y collent par le moyen du mucilage, de sorte qu'elles y sont attachées comme si elles ne faisoient plus qu'un corps un peu applati, gardant néanmoins la figure & le relief de leurs divisions.

La couleur de cette Plante, quand on la tire de l'eau, est d'un verd pâle tirant sur le jaune sale, j'ai néanmoins remarqué au commencement de Juillet que l'extrémité de routes les branches à la longueur d'environ 5. à 6. lignes étoit d'un blanc jaunâtre plus pâle que le citron, parce que cette Plante étoit apparemment en sève, & croissoit pour lors, comme j'ai lieu de le croire, car les extrémités quand la Plante a été hors de l'eau, étoient bien plus molles que le reste, & se sont bien-tôt fanées ou flétries, ayant diminué de plus de moitié de volume, & sont restées plus long-temps molles que le reste de la Plante. Je l'ai fait dessiner sur la fin de ce même mois, & je n'y ai plus trouvé ces différences. Quand cette Plante est desséchée, elle est de couleur jaune sale avec quelque luisant, comme si on avoit passé dessus un vernix, ce qui est l'effet du mucilage dont elle est remplie.

Lorsque cette Plante est sèche, elle est très-fragile, se casse aisément, & si friable, que si on la presse entre les doigts, ses parties semblent n'avoir aucune liaison que celle que leur donnoit le mucilage qui paroît sec, attaché aux petits filets brisés, à peu-près comme le suc medullaire qu'on observe sur les fibres osseuses des portions tendres & celluleuses des os des animaux. Extérieurement cette Plante est raboteuse & inégale, elle paroît comme chagrinée à la vûe simple, & montre quelques trous ou pores assez grands, dispersés sans arrangement, parfaitement ressemblans aux trous des grosses éponges : mais si on la regarde avec une Loupe, on la trouvera percée d'une infinité

de petits trous, dont la figure qui est curviligne ne peut être exactement déterminée, quoi-qu'ils semblent à peu-près d'une même grandeur & disposés dans une distance égale; les bords de ces trous qui sont remplis de mucilage sont ornés de petits poils presque imperceptibles tout autour de leurs bords. Pour la substance interieure, elle n'est composée que de petits filets courts, differemment posés les uns sur les autres, qui par leur arrangement irregulier forment un tissu fort inégal, duquel les espaces sont remplis de ce mucilage dont j'ai déjà parlé, & lorsque ce mucilage en est sorti, ce n'est plus pour ainsi dire qu'un simple squelet dans lequel on n'apperçoit autre chose que les filets. Cette Plante a une odeur marécageuse & sent très fort le Poisson; cette odeur s'augmente de plus en plus, si on garde quelque tems la Plante dans l'eau: si l'on remet cette Plante déjà sèche dans l'eau, elle reprend à peu de chose près son premier volume & sa premiere mollesse, & acquiere une couleur plus foncée que celle qu'elle a naturellement dans l'eau où elle végetoit, si l'on peut dire qu'un corps végete dans lequel on ne découvre aucuns organes. L'on peut exprimer l'eau dont elle est remplie comme des autres éponges; mais si on la presse trop, elle se brise: enfin lorsqu'après avoir été plusieurs fois remise dans l'eau & séchée, on la laisse sécher en dernier lieu, elle prend une couleur cendrée, & perd son odeur.

J'ai trouvé cette Plante dans la Seine attachée aux pierres d'une des piles du Pont Neuf. Je l'ai pareillement observée autrefois dans la Riviere de Loire, qui étoit adhérente aux Pilotis des Moulins du Pont de Blois. M. Marchant m'a assuré qu'il l'avoit trouvée dans la petite Riviere des Gobelins, & que l'ayant fait sécher, elle s'en étoit allée en poussiere; ce que je n'ai remarqué qu'à celle qui avoit été entierement dépouillée de son mucilage, apparemment parce que je ne l'ai point gardée assez long-tems.

Me souvenant qu'autrefois en se baignant, les jeunes gens, pour se faire piece, frottoient dans l'eau quelqu'unes

des parties nues de leurs camarades, avec une espece de Mousse verte, qu'ils prenoient à la partie des pilotis, des Moulins qui étoit dans l'eau; ce qui causoit à ceux qui en avoient été frottés, une cuisson fort incommode: je me suis imaginé que ce pouvoit être cette Plante qui faisoit cet effet. J'en ai donc essayé, & après avoir frotté mon bras de cette Plante, il s'y est fait une rougeur assez remarquable sans élévation sensible, accompagnée d'une cuisson legere, à peu-près semblable à l'ardeur que l'on ressent au bout d'une heure, lorsqu'on a touché à des feuilles d'Ortie, & que l'on a été assez patient pour ne se point grater. Cette démangeaison cuisante a duré près de 18. heures. J'ai réitéré cette experience qui s'est trouvée toujours la même. Cet effet paroît venir de l'insinuation des petits poils qui bordent exterieurement les pores de cette Plante, dans ceux de la peau.

Au lieu de racine cette éponge se colle sur la pierre, comme je l'ai dit, par le moyen de son mucilage; j'en ai trouvé dessous des grumeaux blanchâtres de la grosseur de quatre ou cinq grains de Millet joints ensemble, lesquels écrasés sous les doigts ressembloient parfaitement à de la colle, mais ils ont disparu par la sécheresse. On apperçoit facilement ce mucilage quand la Plante sort de l'eau qui forme à la surface des pores une petite peau mince & transparente, ce qui donne le luisant dont nous avons parlé.

Lorsque pour conserver à cette Plante sa mollesse naturelle, je l'ai laissée dans l'eau, le mucilage s'y est dissout & a formé à la surface de l'eau une pellicule, après quoi cette Plante, ainsi dépouillée de son mucilage, paroît d'un tissu très rare, quoique pour un corps spongieux, en la tirant de l'eau, elle parut d'un tissu assez solide & ferré. Enfin quand j'ai relevé cette Plante de l'endroit où je l'avois mis sécher, elle étoit adherante à la planche sur laquelle elle étoit posée, & l'ayant enlevée, l'humidité qui y restoit étoit gluante à peu-près comme de l'eau dans laquelle on auroit fait fondre de la Gomme Arabique.

Aucun de nos Auteurs, que je sçache, n'a fait mention qu'il eut observé cette Plante en France, aussi n'est-elle pas facile à trouver, car elle étoit près d'un demi pied enfoncée sous l'eau cette année, quoique la Riviere fut très-basse.

Deux Auteurs ont parlé d'une Plante fort semblable à celle-ci, M^{rs}. Ray & Pluknet; mais supposé que ce fût la même, il est certain qu'ils ne l'ont vûë que sèche, comme le prouve assez la courte description du premier & la figure du second. Le premier n'en parle qu'après M. Newton, qui l'a trouvée dans la Riviere d'Yare en Angleterre. Voici ce qu'il en dit. *Colore est per siccitatem magis cinereo quam præcedens (Spongia ramosa C. B.) ramulis digitorum minimum crassis, non nullis divisione sua digitos imitantibus, aliis in extremo dichotomis & velut cornutis, aliis variè & nullo ordine divisis.* Il faut remarquer que la *spongia ramosa C. B.* n'est point du tout de couleur cendrée à moins qu'elle ne soit sale & limoneuse.

*' *Istis fluvius* près d'Oxford, c'est une petite Riviere qui se jette dans la Tamise.

M. Sherard en a trouvé une semblable dans l'Ise*, dont il fit présent à M. Pluknet, qui en donne une figure assez mauvaise. Si elle est la même que celle dont je parle, je suis persuadé que celle de ces Auteurs n'est qu'une même Plante, ce qui est conforme au sentiment de M. Tournefort, qui n'en a fait qu'une seule espece citée sous ces noms, pag. 576. *Inst. rei herb. spongia ramosa, fluvialis. Newtoni Raii hist. 81. spongia fluvialis, amfractuosa, perfragilis ramosissima nostras.* Pluk. Phytog. tab. 112. fig. 3.

Il est encore fait mention d'une Plante qui approche de celle-ci dans le *Flora Prussica*; la figure qu'on en donne dans ce livre est très-mauvaise.

Ce qui me donne lieu de douter que ces Plantes soient les mêmes que la nôtre, c'est que la figure qu'en donne M. Pluknet represente les extremités pointuës, & la nôtre les a mouffes & rondes, que les extremités de sa figure sont presque toutes fourchuës, ce qui est assez rare dans celle-ci; d'ailleurs il represente la partie inferieure

comme un bulbe rond , au lieu que celle-ci forme une espece de placque étendue & assez mince ; de plus la nôtre a des branches solitaires & non divisés , ce qui est fort différent de la figure de M. Pluknet , & ne convient point avec la courte description de M^r. Ray , qui n'a d'autre convenance que la couleur cendrée qui seroit d'un grand poids , si l'Auteur avertissoit qu'elle ne l'a qu'après avoir trempé plusieurs fois dans l'eau où elle perd son mucilage , & après qu'elle a été séchée.

Les termes de la phrase de M. Pluknet *amfractuosa & perfragilis* conviennent assez , cependant aucun de ces Auteurs ne parle de l'odeur qui est très remarquable. Toutes ces raisons me tiennent en suspens , & font que je n'ose pas encore assurer que cette Plante n'est pas la même : ce que l'on peut seulement conclure , est que si elle étoit la même , ils ne l'ont vûe que sèche.

M. de Reaumur nous a donné dans les Memoires de l'année précédente la description d'une Plante qu'il nomme *Boletus ramosus* , *Coralloïdes fetidus* , dont la figure , quoique différente de l'éponge que je viens de décrire , y ressemble cependant mieux qu'aucune de celles des Auteurs que j'ai cités. Comme suivant sa description le tissu interieur approche fort de celui de cette éponge. J'aurois été embarrassé pour sçavoir à quel genre je devois rapporter cette Plante , si je n'avois pas remarqué d'ailleurs qu'il y en a quelques-uns qui ne sont pas déterminés d'une manière assez précise dans la nouvelle méthode.

Tel m'a parû , par exemple , celui dont il s'agit , comme on le peut voir par ce qui suit. Je vais rapporter les termes de M. de Tournefort *El. de Bot. p. 446*. Il faut établir le genre de l'éponge dans le port qui consiste dans une tiffure particuliere , qui rend ce corps poreux & mou. La définition Latine dans les *Inst. rei herb. p. 575*. est encore plus courte & moins précise : *Spongia est Plantæ genus in aquis nascens , molle & foraminibus pervium quale exhibitur* , tab. 342. c'est-à-dire l'éponge est un genre de

Plante qui croît dans l'eau, qui est mou & percé de trous; tel qu'il est représenté, &c. Sur ces définitions il faut faire attention.

1°. Que toutes les especes d'éponges décrites par les Botanistes ne sont pas molles; c'est ce que l'on peut prouver par l'espece qui est nommé *Spongia hircina imp.* J. B. Raii hist. 81. aussi-bien que l'espece ci-dessus décrite, qui n'est molle que lorsqu'elle est humidée, c'est pour cela que je crois qu'il faut retrancher cette qualité comme accidentelle.

2°. Quoique toutes les éponges soient poreuses, leurs pores sont de différentes grandeurs, de sorte que dans une même espece on trouve quelquefois des pores très sensibles & d'autres qui le sont peu; il y en a même qui ne paroissent pas toutes percées à la vue simple, à raison de la petitesse de leurs pores, telle est le *Spongia ramosa*, C. B.

3°. Le tissu des éponges est d'un arrangement très-bizarre & très-remarquable par son irregularité, mais ce tissu tout particulier qu'il est, n'est pas suffisant pour en définir le caractère.

4°. Le mucilage dont le tissu est rempli, peut bien entrer dans le caractère de ce genre, puisqu'on le trouve assez ordinairement dans les autres especes: sans doute que c'est sur ce fondement que M. Ray s'en est servi.

Ces reflexions m'ont fait conclure qu'il seroit à propos de définir ainsi le caractère de ce genre. L'éponge est un genre de Plante dont le tissu est formé par des fibres assemblées irregulierement, à peu-près semblable à de la laine ou des poils tassés qui s'écartent les uns des autres quand l'humidité penetre ce tissu, & s'affaissent ou se resserrent par la sécheresse, & dont les pores sont enduis de mucilage.

Cette définition paroît convenir à toutes les especes décrites par M. Ray. Je ne dois pas cependant dissimuler que M. de Tournefort, pour suivre ce qu'il a posé, ne range point sous ce genre l'espece ci-dessus rapportée,

Spongia hircina imp. J. B. comme l'a fait M. Ray parce qu'elle n'est pas molle.

EXPLICATION DE LA FIGURE.

*Q*uoiqu'il semble que la Figure soit contre les règles de la perspective, il est nécessaire d'avertir que cela a été fait à dessein, pour ne point réitérer une Figure, comme il a été plusieurs fois pratiqué par d'autres.

- A* Face verticale de la pierre.
- B* Base ou Plaque de la Plante.
- C* Rameaux non divisés.
- D* Rameaux divisés en plusieurs branches.
- E* Rameaux divisés & réunis.
- F* Extrémités mousses.
- G* Extrémités fourchuës.
- H* Partie vûë avec la Loupe.
- I* Poils qui bordent les pores.

SUR L'OBSERVATION

DES SOLSTICES

Par M. DELISLE le Cadet.

LE tems du Solstice est celui auquel le Soleil est le plus éloigné de l'Equateur; comme il s'en éloigne & s'en approche fort lentement aux environs des Solstices, c'est ce qui fait que ce tems est très difficile à déterminer. Les differens éloignemens du Soleil à l'Equateur & aux Tropiques, se connoissent par les hauteurs Meridiennes, car plus le Soleil paroît à midi élevé au-dessus de l'horison, & plus il est proche du Solstice d'Été, & au contraire plus il est bas & plus il est proche de celui d'Hiver. Il suit donc qu'en

21. Juillet
1714

observant plusieurs jours de suite aux environs des Solstices les hauteurs Meridiennes du Soleil, l'on connoîtra le jour du Solstice par celui auquel la hauteur aura été observée la plus grande ou la plus petite; mais s'il se trouve deux jours de suite auxquels la hauteur Meridienne du Soleil ait été observée la même, alors le Solstice pourra être rapporté ou à la fin du premier de ces deux jours, ou au commencement de l'autre.

La comparaison des différentes hauteurs Meridiennes du Soleil observées plusieurs jours devant & après le Solstice, ne donne pas seulement le jour du Solstice, mais l'on en peut aussi conclure l'heure assez exactement; car par la comparaison des différentes hauteurs Meridiennes observées plusieurs jours de suite, lorsque le Soleil s'éleve continuellement ou s'abaisse, l'on voit de combien il s'éleve ou s'abaisse par jour; ainsi lorsque par l'Observation l'on n'aura pas trouvé deux midis auxquels le Soleil soit revenu précisément à la même hauteur, l'on pourra cependant conclure par son mouvement entre deux midis, tous deux avant ou après le Solstice, quelle est l'heure à peu-près entre ces deux midis, auquel le Soleil a dû être revenu à la même hauteur qu'à un autre midi; ce qui suffit pour connoître le tems du Solstice que l'on sçait être précisément entre deux tems auxquels le Soleil sera revenu précisément à la même hauteur ou plus près de l'un que de l'autre d'une quantité connuë.

Mon dessein n'étant que de parler de la précision où l'on peut pousser l'Observation des Solstices, je n'expliquerai pas plus au long la maniere dont on a coûtume de conclure le tems des Solstices par l'Observation. Ce que j'en ai dit suffit pour faire voir que les hauteurs Meridiennes sont les seules Observations dont on a besoin pour déterminer les Solstices, & qu'ainsi toute la justesse de cette détermination de la part des Observations dépend de la précision avec laquelle on peut observer les hauteurs Meridiennes du Soleil.

L'on

L'on se fert pour cela de Quarts de Cercle, de Gnomons, & autres instrumens les plus grands & les plus justes que l'on peut avoir; mais la difficulté d'en avoir d'aussi grands que le demande la délicatesse de cette recherche, auroit toujours laissé quelque chose à désirer sur la précision de cette détermination, si l'on ne s'étoit heureusement apperçû que l'on pouvoit se passer de connoître les hauteurs absolûes du Soleil.

En effet, comme il ne s'agit pour déterminer le moment du Solstice, que de connoître deux instans auxquels le Soleil soit revenu précisément à la même hauteur, & que cela ne se fait, comme je viens de dire, que par la comparaison des différentes hauteurs Meridiennes, c'est-à-dire par leurs différences, il suit que si l'on peut observer immédiatement ces différences, l'on pourra se passer de connoître les hauteurs absolûes, puisqu'elles ne servent qu'à donner ces différences.

L'avantage qu'il y a à observer immédiatement les différences de déclinaison du Soleil plutôt qu'à les conclure des hauteurs absolûes, est que ces différences se peuvent observer avec une très petite portion de Cercle, au lieu que les hauteurs absolûes demandent une aussi grande portion de Cercle que la hauteur absolûe contient de degrés. Et comme les instrumens peuvent être plus aisément construits d'autant plus grands que la portion de Cercle qu'ils ont est petite, l'on peut esperer plus de précision à déterminer les Solstices par les Observations immédiates des différences de déclinaison que par celles des hauteurs absolûes.

Ce sont ces raisons qui ont apparemment persuadé M. Gregori que les Solstices se pourroient déterminer dans la suite, du moins aussi exactement que les Equinoxes, depuis que M. Halley a proposé une espece particuliere de Gnomon, pour observer immédiatement les différences de déclinaison du Soleil.

« Ce Gnomon n'ayant pas la sujettion des Gnomons
Mem. 1714. Hh

ordinaires, l'on pouvoit avec raison en esperer une plus grande précision par la détermination des Solstices ; mais ayant toujours l'inconvenient des Gnomons ordinaires, à sçavoir que l'image du Soleil y est d'autant moins terminée que le Gnomon est grand ; il falloit pour répondre plus pleinement aux esperances de M. Gregori & aux vœux de tous les Astronomes, que l'on trouva moyen d'observer immédiatement les différences de déclinaison avec plus d'évidence & de certitude que l'on ne le peut par un Gnomon, tel que l'avoit d'abord proposé M. Halley, puisque la pénombre de l'image du Soleil devoit toujours faire perdre une partie de la précision qu'auroit donné d'ailleurs la grandeur de cet instrument. Mais l'on a depuis trouvé le moyen d'avoir toute la précision que donne la grandeur d'un Gnomon, en se servant d'un objectif de longue Lunette que l'on arrête dans un mur, & en recevant sur un plan à la distance du Foyer de ce Verre l'image du Soleil formée par les rayons qui passent au travers de cet objectif. Comme cette image est incomparablement plus nette & mieux terminée que celle d'un Gnomon ordinaire, & qu'elle est presque aussi bien terminée avec de longs objectifs comme avec de plus courts ; l'on peut dire que l'on a par ce moyen sensiblement toute la précision que donne la longueur de l'objectif dont on se sert.

Mais si à cet objectif l'on ajoute un oculaire, & que l'on regarde au travers des deux ; comme par ce moyen l'image du Soleil sera en apparence augmentée de ce qu'elle se represente sur un plan par le moyen du seul objectif dans le rapport des longueurs des foyers de l'objectif & de l'oculaire ; il suit que si l'on met au foyer commun de ces deux Verres un Micrometre, comme le mouvement apparent des fils de ce Micrometre sera aussi augmenté dans le même rapport, si la construction de ce Micrometre ne fait rien perdre de cette augmentation, c'est-à-dire, si l'on aperçoit sur ses divisions toute la précision que

l'on apperçoit dans le mouvement des fils, ou ce qui est le même, si les divisions augmentent autant le mouvement réel des fils que la Lunette augmente les objets ; cette disposition donnera nécessairement une précision dans la détermination des Solstices qui sera à celle que l'on auroit en ne se servant que de l'objectif, dans le rapport de la longueur du foyer de l'objectif à la longueur du foyer de l'oculaire : & comme plus la Lunette dont on se servira sera longue, & plus ce rapport sera grand, le surplus de précision de la méthode qui employe l'oculaire & le Micrometre par-dessus celle qui n'employe que l'objectif, croîtra toujours à mesure que l'on employera de plus longues Lunettes.

Tout le monde connoît l'effet du Micrometre joint aux Lunettes ; mais comme ces instrumens doivent être pour les Solstices différemment employés que dans les Observations ordinaires, il me reste à expliquer plus particulièrement comment cet instrument doit être préparé pour ces Observations, en faisant voir en même temps comment par cette disposition il doit produire l'effet que j'ai dit.

L'objectif de la Lunette dont on se veut servir, doit être immobile & dirigé au Soleil dans le Meridien aux environs du Solstice. Au foyer de cet objectif il faut appliquer un Micrometre dont les divisions augmentent autant le mouvement réel des fils que la Lunette augmente les objets. Ce seroit perdre de l'avantage s'il l'augmentoit moins, & il seroit inutile qu'il l'augmentât plus. Le corps de ce Micrometre doit être immobile, & le fil qui se meut parallelement à soi-même doit être parallele au Tropique, & son mouvement doit avoir assez d'étenduë pour pouvoir suivre un des bords du Soleil, aussi loin du Solstice que l'on a coutume de l'observer. Il faut aussi à ce Micrometre un autre fil que l'on puisse placer dans le plan du Meridien, ou de quelqu'autre Cercle horaire connu qui ne soit pas fort éloigné du Meridien, & que l'on puisse arrêter dans cette situation. Enfin l'oculaire doit être mo-

244 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
bile, soit à la main, soit avec les mouvemens du Micro-
metre, enforte qu'il ait toûjours le fil mobile à son foyer
& au milieu de son champ.

Pour la maniere de se servir de cette machine, elle n'est pas fort difficile à appercevoir après ce que j'ai dit; car ayant tout disposé long-temps avant le Solstice, & ayant dirigé cette machine dans la situation qui lui convient par le moyen des étoiles que l'on sçait devoir passer à la même hauteur que le Soleil aux environs des Solstices, l'on attendra que le Soleil lui-même y vienne, & lorsqu'il y sera arrivé, l'on fera mouvoir le Micrometre jusqu'à ce que le fil mobile paroisse toucher l'un des bords du Soleil, & alors l'on remarquera la division qui indique la situation de ce fil: lorsqu'on aura fait la même chose tous les jours auxquels le Soleil devant & après le Solstice aura pû être observé de la même maniere, en comparant toutes ces différentes situations du Soleil; l'on aura des Observations suffisantes pour conclure le moment du Solstice, ce que l'on fera d'autant plus exactement, que l'on aura observé le Soleil un plus grand nombre de jours, parce que les petites erreurs inevitables dans les operations, étant partagées dans le grand nombre, en feront moins considerables.

Pour concevoir presentement l'effet de cette machine, il faut se représenter l'objectif dont on se sert comme centre d'une sphere dont la superficie concave, semblable à celle d'un scaphium, soit distante de ce Verre de la longueur de son foyer. Si l'objectif étoit une sphere entiere, l'image du Soleil auroit sur la superficie concave de ce scaphium tous les mêmes mouvemens que le Soleil nous paroît avoir dans le Ciel; enforte que ce scaphium pourroit servir à déterminer exactement tous les mouvemens apparents du Soleil, s'il y avoit sur la superficie concave autant de cercles tracés que l'on en conçoit dans la sphere, & que l'on observa avec un oculaire mobile, distant de la superficie de ce scaphium de la longueur de son foyer, que l'on observa, dis-je, les cercles que rencontreroit l'image du Soleil.

Mais ce scaphium au centre duquel seroit une sphere entiere de Verre, n'est pas pratiquable, à cause de la prodigieuse grosseur que devoit avoir ce Verre pour faire un scaphium d'une grandeur mediocre; car l'on sçait que le foyer absolu d'une sphere n'est qu'à un quart de diametre de distance de sa superficie; ainsi le diametre de la sphere du Verre dont on se serviroit, devoit être les deux tiers du diametre du scaphium que l'on voudroit faire.

Si au lieu d'une sphere entiere l'on suppose au centre du scaphium un objectif ordinaire d'une longue Lunette qui soit toujours directement exposé au Soleil, l'on pourroit de la même maniere que par le scaphium qui auroit une sphere entiere, observer tous les mouvemens apparens du Soleil, puisqu'ils se representeroient sur toute la superficie concave de ce scaphium, de même qu'ils se font dans le Ciel: mais comme l'on n'a besoin pour l'Observation des Solstices que de suivre le mouvement du Soleil dans un petit arc du Meridien, & que l'on sçait par la dioptrique que les differens points où se réunissent tous les rayons soit perpendiculaires soit obliques à un objectif ordinaire, sont tous dans la superficie d'une sphere dont le centre est quelque part sur l'objectif; il suit que si l'on prend un objectif ordinaire d'une longue Lunette, & qu'on l'arrête fixe dans le Meridien perpendiculairement au Soleil aux environs du Solstice, l'image du Soleil décrira sensiblement au foyer de cet objectif la superficie d'une sphere qu'elle parcourera réellement de la même maniere que le Soleil paroît se mouvoir dans le Ciel; c'est pourquoy si l'on suppose plusieurs fils tendus sur la superficie de cette sphere dans la situation des cercles de la sphere, l'un dans le plan du Meridien, & beaucoup d'autres fort près les uns des autres qui representent des paralleles, & que l'on reçoive avec un oculaire mobile l'image du Soleil & des fils à l'endroit où elle se peint sur ces fils inamovibles, l'on pourra par ce moyen reconnoître fort aisément & fort exactement, si le Soleil revient aux mêmes paral-

246 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
leles dans les temps que l'on l'observera : mais si au lieu de
tous ces fils paralleles l'on n'en suppose qu'un seul qui se
meuve sur des divisions immobiles parallelement à soi-
même, l'on pourra non seulement reconnoître, lorsque le
Soleil reviendra au même parallele, mais encore lorsqu'il
n'y reviendra pas précisément, l'on pourra mesurer de
combien il s'en trouvera éloigné.

Comme il arrive très rarement que le Soleil revienne
précisément à la même situation aux differens temps que
l'on observe, il faut employer tous ses soins à connoître
exactement la quantité du mouvement du Soleil entre les
differens jours où l'on observe, puisque c'est de-là que dé-
pend toute la justesse de la détermination des Solstices, &
c'est pour cela qu'il faut se servir d'un Micrometre dont
les divisions multiplient autant le mouvement réel des fils
que la Lunette grossit les objets, & alors l'on sera seur
d'avoir de la part des instrumens toute la justesse que l'on
peut esperer dans l'Observation des Solstices.

R E F L E X I O N S

*Sur des Nouvelles Observations des Marées faites
dans le Port de Brest.*

Par M. CASSINI.

4. Août
1714.

LES Observations sur les Marées qui ont été faites jus-
qu'à present en divers Ports de la France, nous ont
fait connoître le rapport qu'il y a entre les mouvemens
de la Lune & ceux de la Mer. Toutes les inégalités qu'on
observe dans cette Planete sur la Mer paroissent être repre-
sentées, & nonobstant l'agitation où elle se trouve presque
continuellement par l'impulsion des vents contre les Cô-
tes, dont la direction reflexit ses eaux en différentes ma-

nieres, on reconnoît toujours dans son mouvement une periode qui fuit les diverses situations de la Lune à l'égard de la Terre.

Il restoit encore à expliquer quelques-unes de ces inégalités qui ne paroissent pas d'abord susceptibles d'aucune regle, mais nous avons reconnu depuis qu'on pouvoit les attribuer à l'action du Soleil, enforte que les diverses combinaisons du mouvement de ces deux Planetes & de leur situation entr'elles & à l'égard de la Terre, produisent presque toutes les varieties qu'on observe dans les Marées.

Pour ce qui est du Soleil, il acheve son cours dans l'espace d'une année, après laquelle les inégalités qui se rencontrent dans ses mouvemens reviennent à peu-près dans le même ordre. Son Apogée se meut très lentement, de sorte que la direction de son Orbe ne varie pas sensiblement dans l'espace de plusieurs années. Il n'en est pas de même des mouvemens de la Lune; sa révolution est beaucoup plus prompte que celle du Soleil, & elle est sujette à un plus grand nombre d'inégalités. Son Apogée & par consequent la direction de son Orbe varient considerablement dans l'espace d'une année; ses nœuds ou l'intersection de son Orbe avec l'Ecliptique ont aussi un mouvement en sens contraire, ce qui produit dans sa situation à l'égard de la Terre des varieties qu'on ne peut observer que dans une longue suite d'années. Il étoit donc important d'avoir un grand nombre d'Observations des Marées, telles que nous avons eû jusqu'à present, & dont nous sommes redevables à M. le Comte de Pontchartrain, qui a donné ordre de les continuer à Brest, & à qui on a envoyé celles qui ont été faites dans ce Port pendant l'espace d'une année entiere depuis le 1. Avril 1713. jusqu'au 1. Avril 1714.

Nous avons donc presentement les Observations de près de trois années faites dans un même Port sans aucune interruption, & avec toutes les circonstances que l'Academie avoit demandées; ce qui nous met en état d'examiner

248 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
si elles se trouvent conformes aux regles que l'on avoit
dressées sur les premieres que nous avions reçûes.

Dans l'intervalle compris entre ces dernieres Observations, il y a 25 tant Nouvelles que Pleines Lunes, & un pareil nombre de Quadratures, & l'on y a observé les Marées de deux Equinoxes & de deux Solstices. Mais avant que de les examiner, il faut remarquer que le Cadran au Soleil dont on s'étoit servi jusqu'à present à Brest pour régler la Pendule, ne marquoit pas exactement le Midi, & que M. Coubard, Professeur d'Hydrographie dans ce Port, ayant tracé une ligne Meridienne avec beaucoup de soin, avoit trouvé qu'il avançoit sur l'heure veritable de 17 minutes qu'il faut retrancher de toutes les Observations qui nous ont été envoyées.

Cette difference qui est assez considerable, change l'heure moyenne de la haute Mer, que nous avions déterminée à Brest dans les Nouvelles & Pleines Lunes à 3^h 45', & dans les Quadratures à 8^h 57', mais elle ne cause aucune variation dans la methode que nous avions donnée pour déterminer l'heure de la Pleine Mer, ni dans la Progression avec laquelle les Marées augmentent ou diminuent. Car si on retranche 17 minutes de ces temps ainsi déterminés, on aura le temps moyen de la Pleine Mer à Brest dans les Nouvelles & Pleines Lunes à 3^h 28' ou 3 heures & demie, & dans les Quadratures à 8^h 40'; & supposant la règle qui a été prescrite dans les derniers Memoires, on trouvera le temps vrai de la Pleine Mer dans toutes les Phases de la Lune, avec autant de précision qu'on l'a fait jusqu'à present.

Par exemple, le 8 Juin 1713, jour de la Pleine Lune, qui arriva à 6^h 21' du soir, la Pleine Mer du matin fut observée à 2^h 53', temps corrigé, qui est une de celles qui est arrivée le plutôt dans l'espace de trois années. Supposant le temps moyen de la Pleine Mer à Brest à 3 heures & demie, on trouvera que cette Pleine Mer a dû arriver à 3^h 0' du matin à 7' près de l'Observation.

Pareillement

Pareillement le 2 Decembre 1713, jour de la Pleine Lune, qui arriva à 3 30' du matin, la Pleine Mer du soir fut observée à 4^h 0' tems corrigé. Elle a dû arriver suivant la regle à 3^h 54' à six minutes près de l'Observation.

Dans ces deux exemples le Calcul des Marées s'accorde avec l'Observation à 6 ou 7 minutes près, qui est une difference peu considerable, & qu'on peut aisément attribuer à la difficulté de déterminer précisément l'heure de la Pleine Mer. Il est vrai qu'il y a quelques Observations qui s'éloignent davantage du calcul; mais ces inégalités apparentes nè laissent pas d'être susceptibles de quelques regles, car nous remarquons que lorsque les Marées sont fort grandes, la Pleine Mer arrive de bonne heure & anticipe le calcul, & que tout au contraire elle arrive plus tard & retarde à l'égard du calcul, lorsque les Marées sont fort petites.

Par exemple, le 11 Janvier 1713, jour de la Pleine Lune, la hauteur de la Pleine Mer fut observée de 15. pieds 10 pouces 6 lignes, une des plus petites qu'on ait remarqué, aussi le tems de la Mer arriva à 3^h 46' du soir plus tard de 26 minutes que suivant le calcul.

Tout au contraire le 14 Fevrier 1714, jour de la Nouvelle Lune, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le matin de 18 pieds 5 pouces, une des plus grandes qui ait été remarquée, aussi les tems de la Pleine Mer arriva à 2^h 58', 10 minutes plutôt que suivant le calcul. Il en est de même de la plupart des autres Observations, de sorte qu'on peut employer une Equation pour corriger le tems des Marées, suivant qu'elles doivent être grandes ou petites, & trouver l'heure de la Pleine Mer avec plus d'exactitude qu'on ne l'avoit fait jusqu'à present.

On remarquera ici qu'au mois de Septembre de l'année 1713 la Pleine Lune étant marquée dans la Connoissance des tems & dans les Ephemerides de Beaulieu, le 5 à 5 heures du soir; on calcula pour ce jour-là la hauteur de la Marée du matin à 3^h 4', trente-sept minutes plutôt que

250 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
suivant l'Observation, & celle du soir à $3^h 28'$, quarante minutes plutôt que celle qui avoit été observée. Cette différence qui étoit plus grande qu'aucune de celles que nous avons remarquée, nous donna la curiosité de calculer le vrai tems de la Pleine Lune, & nous trouvâmes qu'elle devoit arriver le 4 Septembre sur les cinq heures du soir, un jour plutôt qu'elle n'avoit été marquée; de sorte que dans cette occasion les Marées ont servi à reconnoître l'erreur qui s'étoit glissée dans le calcul d'une Phase de la Lune.

A l'égard du tems de la Pleine Mer dans les Quadratures, on le trouvera de la même maniere que pour les sizygies, quoiqu'avec un peu moins de précision. Car le 17 Avril 1713, jour du dernier quartier, qui est marqué à $9^h 40'$ du soir, la Pleine Mer du matin arriva à $8^h 1'$ qui est une de celles qui a été observée le plutôt. Supposant le tems moyen de la Pleine Mer à Brest dans les Quadratures à $8^h 40'$, on trouvera qu'elle a dû arriver suivant le calcul à $8^h 7'$, six minutes plutôt que celle qui a été observée.

Le 17 Mai suivant, jour du dernier quartier, qui est marqué à $3^h 11'$ du matin, la Pleine Mer du soir arriva à $9^h 51'$ du soir; elle auroit dû arriver suivant le calcul à $9^h 24'$, de sorte que le tems de cette Marée se trouve représenté par le moyen de cette regle avec une différence seulement de 27 minutes, au lieu d'une heure, & onze minutes qu'il y avoit entre le tems moyen de la Pleine Mer dans les Quadratures & l'Observation.

Le tems moyen de la Pleine Mer étant à Brest dans les sizygies à $3^h 30'$, & dans les Quadratures à $8^h 40'$, il suit que la somme des retardemens des Marées depuis les Nouvelles & Pleines Lunes jusqu'aux Quadratures est de $5^h 10'$, moindre de $1^h 40'$ que la somme des retardemens des Marées depuis les Quadratures jusqu'aux sizygies qui est de $6^h 50'$. Ce phénomène que nous avons d'abord remarqué à Dunkerque & au Havre, & ensuite à Brest,

nous avoit parû jusqu'à present très difficile à expliquer. Cependant il semble qu'on en peut donner aisément la raison suivant les Principes reçûs de tous les Philosophes.

Nous supposons pour cela que plus les corps sont poussés avec effort, & plus ils ont de vitesse. Cela est constant dans les corps solides, & on en voit aussi les effets dans les corps liquides, tels que les flots de la Mer, qui plus ils sont agités par le vent, plus ils se meuvent avec impetuosité, en augmentant en même tems de volume. Il suit de-là que les plus grandes Marées qui sont causées par une plus grande pression, doivent arriver plutôt, & que les retardemens d'un jour à l'autre doivent être moindres que dans les petites Marées où la Mer est agitée par une pression moins forte. Cela s'observe en effet, conformément à ce que nous avons remarqué, que dans les sizygies où les Marées sont plus grandes, la Pleine Mer arrive de meilleure heure, & le retardement d'un jour à l'autre est moindre que vers les Quadratures où les Marées sont plus petites.

De-là il resulte que la somme des retardemens des Marées depuis une sizygie jusqu'à la Quadrature prochaine doit être moindre que la somme des retardemens depuis cette Quadrature jusqu'à la sizygie suivante. Car si l'on fait attention que le tems des plus grandes Marées arrive toujours dans l'intervalle compris entre la sizygie & la Quadrature, & que le tems de la plus petite Marée arrive toujours depuis la Quadrature jusqu'à la sizygie prochaine, on trouvera que depuis les sizygies jusqu'aux Quadratures, les Marées l'une portant l'autre sont plus grandes que depuis les Quadratures jusqu'aux sizygies, & qu'ainsi la somme des retardemens des Marées qui sont, comme on l'a dit ci-dessus, en raison réciproque des hauteurs, doit être moindre depuis la sizygie jusqu'à la Quadrature prochaine que depuis cette Quadrature jusqu'à la sizygie suivante, conformément à l'expérience. Ceci s'éclaircira par un exemple.

Le 10 Avril 1713, jour de la Pleine Lune, la hauteur

de la pleine Mer fut observée le soir de 16 pieds 9 pouces 8 lignes. Elle étoit le 11 de 17 pieds 1 pouce, le 12 de 17 pieds trois pouces, le 13 de 17 pieds 2 pouces, le 14 de 16 pieds 4 pouces, le 15 de 14 pieds 0 pouce, & le 16 de 14 pieds 3 pouces. La somme de toutes les hauteurs de ces Marées jusqu'à la Quadrature est de 112 pieds 11 pouces.

Le 17 Avril suivant, jour du dernier quartier, la hauteur de la pleine Mer fut observée le soir de 13 pieds 6 pouces 8 lignes. Elle étoit le 18 de 13 pieds 1 pouce, le 19 de 13 pieds 8 pouces, le 20 de 13 pieds 5 pouces, le 21 de 14 pieds 7 pouces, le 22 de 15 pieds 4 pouces, & le 23 de 16 pieds 7 pouces. La somme de toutes les hauteurs de ces Marées jusqu'à la Nouvelle Lune du 27 Avril est de 100 pieds 3 pouces, moindre de 12 pieds 8 pouces que depuis la Pleine Lune jusqu'à la Quadrature, & par conséquent la somme des retardemens des Marées depuis la Pleine Lune du 10 Avril 1713, jusqu'au 17 Avril jour du dernier quartier, a dû être plus petite que depuis le dernier quartier jusqu'à la Nouvelle Lune du 24 Avril conformément à l'expérience, le retardement de la Pleine Mer ayant été observé de 5^h 18' depuis le 10 Avril jusqu'au 17, & de 6^h 35' depuis le 17 jusqu'au 24 du même mois.

Il paroît donc que la différence qui se trouve entre les retardemens des Marées depuis les sizygies jusqu'aux Quadratures, & les retardemens des Marées depuis les Quadratures jusqu'aux sizygies, provient de ce que les termes des plus grandes & des plus petites Marées n'arrivent point dans les sizygies ni dans les Quadratures, mais pour l'ordinaire un ou deux jours après, ce qui a été reconnu dans presque toutes les Observations, & paroît être une preuve que la Lune est le principe & la cause des Marées. Car cette parfaite correspondance qui se trouve entre les mouvemens de la Lune & ceux de la Mer, ne peut être produite que par quelque mouvement dans la Terre qui soit le principe des mouvemens de la Lune, ou par quel-

qu'autre cause inconnüe qui influë en même tems sur la Terre & sur la Lune, ou enfin par la pression de la Lune. Si les Marées étoient produites par quelque mouvement de la Terre, l'effet devoit se faire sentir premierement sur la Mer & ensuite se communiquer à la Lune, ainsi bien loin que les grandes & petites Marées & tous les Phénomènes qu'on y observe suivissent les Phases de la Lune, elles devoient les précéder, ce qui est contraire à l'expérience. Si c'étoit une même cause qui agit en même tems sur la Lune & sur la Mer, les tems des Marées se feroient de concert avec les mouvemens de la Lune, & les differens changemens qu'on y observe s'appercevraient en même tems que les diverses Phases de cette Planette.

Il reste donc à conclure que c'est la Lune qui est le principe du mouvement des Marées, puisque la pression qu'elle y cause ne s'apperçoit point dans l'instant, mais quelque tems après, suivant les loix ordinaires du mouvement qui se communique d'un corps à l'autre par la succession du tems.

Pour revenir à nos Observations, nous remarquons dans celles-ci, de même que dans les précédentes, que les diverses distances de la Lune à la Terre contribuent beaucoup aux différentes hauteurs des Marées, & cette cause est si constante, que de plus de 140 Observations tant des sizygies que des Quadratures que nous avons examinées, il n'y en a pas une seule qui n'y soit conforme.

Par exemple, le 22 Juillet 1713, jour de la Nouvelle Lune, cette Planette étant près de son Apogée & sa distance à la Terre de 1064 parties dont la moyenne est 1000, on observa la hauteur de la Pleine Mer de 16 pieds un pouce, & le 25 Juillet au soir jour de la plus grande Marée, elle fut trouvée de 16 pieds 9 pouces, qui est une des plus petites qu'on ait observé à Brest. Le 6 Août suivant, jour de la Pleine Lune, cette Planete étant fort près de son Perigée, & sa distance à la Terre de 935, on observa la hauteur de la Pleine Mer de 19

pieds 6 pouces, & le lendemain au soir, jour de la plus grande Marée de 20 pieds 9 pouces, plus grande de 3 pieds 5 pouces que dans l'Observation précédente.

On trouve par la même raison que lorsque les distances de la Lune à la Terre sont à peu près égales entr'elles, les grandes Marées des Nouvelles & Pleines Lunes sont aussi de la même hauteur. Par exemple, le 10 Avril 1713, jour de la Pleine Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 1004 de même que le 24 Avril, jour de la Nouvelle Lune, on trouva le 12 Avril la hauteur de la plus grande Marée de 17 pieds 3 pouces, & le 25 Avril de 17 pieds 4 pouces, avec une différence seulement d'un pouce entre l'Observation du 12 & du 25 Avril.

Cette inégalité de hauteur dans les Marées causée par la diverse distance de la Lune à la Terre, n'est pas la seule qu'on y observe; car nous avons déjà remarqué que plus la Lune étoit près de l'Equinoxial, plus les Marées étoient grandes, & qu'elles diminoient de hauteur à mesure que sa déclinaison augmentoit. En effet le 15 Mars 1714, jour de la Pleine Lune, cette Planete étant près de l'Equinoxial, & sa distance à la Terre de 939, on observa le 17 Mars suivant au matin la hauteur de la plus grande Marée de 19 pieds 9 pouces 6 lignes au-dessus du point fixe, & celle de la basse Mer de 3 pieds six pouces au-dessous de ce point, de sorte que l'élevation de la Marée fut ce jour-là de 23 pieds 3 pouces 6 lignes, qui est une des plus grandes qui ait été observée à Brest; au lieu que le 8 Juillet 1713, jour de la Pleine Lune, sa déclinaison étant de 21 degrés meridionale, & sa distance à la Terre de 939, la même précisément que dans l'Observation du 15 Mars 1714 l'élevation de la Marée fut observée le 9 Juillet, jour de la plus grande Marée, de 20 pieds 5 pouces 8 lignes, moindre de près de 3 pieds que le 17 Mars de l'année suivante.

En examinant toutes les circonstances de l'Observation

du 17 Mars, nous trouvons que le Soleil étoit alors fort près de l'Equateur, sa déclinaison Meridionale n'étant que de deux degrés; de sorte que trois causes concouroient ensemble à la hauteur de cette Marée, sçavoir la distance de la Terre à la Lune qui étoit alors près de son Perigée, & la situation du Soleil aussi-bien que celle de la Lune à l'égard de l'Equinoxial dont ces deux Planetes déclinioient de peu de degrés. Il est vrai que le Soleil n'étoit pas alors dans son Perigée, sa distance à la Terre étant de 996 parties dont la moyenne est 1000, mais comme l'excentricité de l'Orbe du Soleil est fort petite, l'effet de la distance du Soleil à la Terre qui étoit plus grande seulement d'un soixante-dix-septième que lorsqu'il est dans son Perigée, ne pouvoit pas être fort sensible sur les Marées, ni en diminuer considérablement la grandeur. Car il faut remarquer que le Soleil dans son Apogée se trouve près du Solstice d'Été avec une déclinaison Meridionale; que vers les Equinoxes, il est à peu près dans sa moyenne distance sans déclinaison, & que dans le Solstice d'Hiver il se trouve près de son Perigée avec une déclinaison Septentrionale. L'effet du Soleil sur les Marées doit donc être le plus petit qui soit possible vers le Solstice d'Été. Il doit être plus grand vers le Solstice d'Hiver, à cause qu'il est dans son Perigée; mais comme la déclinaison du Soleil est alors fort grande, & que l'action qui résulte de ses différentes déclinaisons est plus forte que celle qui est causée par les diverses distances du Soleil à la Terre, l'effet sur les Marées doit être moindre que vers les Equinoxes où le Soleil se trouve à peu près dans les moyennes distances sans aucune déclinaison. Ainsi la Marée du 17 Mars de cette année devoit être fort grande, conformément à l'Observation.

Il suit de ce que nous venons de rapporter, que les Marées des sizygies doivent être les plus petites, lorsque le Soleil & la Lune sont près de leur Apogée, & que ces deux Planetes sont en même tems dans leur plus grande déclinaison à l'égard de l'Equinoxial, ce qui est conforme à

l'expérience. Car le 22 Juin 1713, jour de la Nouvelle Lune, la distance de la Lune à la Terre étant de 1055, & sa déclinaison Septentrionale de 23 degrés. Le Soleil étant aussi dans son Apogée avec une déclinaison Septentrionale de 23 degrés & demi, on observa le 23 & le 24 Juin au soir la hauteur de la plus grande Marée de 15 pieds 10 pouces, qui est une des plus basses qui ait été observée à Brest. Il est à remarquer que le 22 Juin, jour de la Nouvelle Lune, la hauteur de la Pleine Mer fut observée le matin de 15 pieds, & le soir de 15 pieds 8 pouces, plus basse qu'on ne l'a trouvée quelquefois le jour des Quadratures où les Marées sont les plus petites; ce qui fait voir de quelle importance il est de connoître les regles des différentes hauteurs des Marées, faute desquelles les Pilotes pourroient tomber dans l'inconvenient de trouver quelquefois la hauteur des Marées plus petite dans les sizygies que dans les Quadratures, & d'échoüer contre les Côtes, & en divers endroits de la Mer où il se rencontre des bancs de Sable.

Nous avons déjà remarqué que la déclinaison de la Lune causoit aussi quelque variété dans la hauteur des deux Marées qu'on observe dans un même jour. Que dans les sizygies de l'Été la Marée du soir étoit plus grande que celle du matin, & que dans celles de l'Hyver la Marée du matin étoit plus grande que celle du soir. Que dans les Quadratures qui sont vers l'Équinoxe du Printems les Marées du matin sont plus petites que celles du soir, & que tout au contraire vers l'Équinoxe d'Automne les Marées du soir sont plus petites que celles du matin.

Cela se trouve confirmé par ces nouvelles Observations, car le 8 Juin 1713, jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut trouvée de 16 pieds 4 pouces, plus petite d'un pied que le soir, & la plus grande Marée arriva le 10 Juin au soir. Le 22 Juin suivant, jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut trouvée de 15 pieds, plus petite de 8 pouces que le soir, & la plus grande Marée arriva le 23 Juin au soir.

Tout

Tout au contraire le 17 Decembre, jour de la Nouvelle Lune, la Marée du matin fut trouvée de 16 pieds 9 pouces 8 lignes plus grande d'un pouce 8 lignes que celle du soir, & la plus grande Marée arriva le 20 au matin.

Le 31 Decembre suivant, jour de la Pleine Lune, la Marée du matin fut trouvée de 16 pieds 2 pouces plus grande de 4 pouces 6 lignes que celle du soir, & la plus grande Marée arriva le 2 Janvier au matin.

On trouve aussi que le 12, le 28 Septembre & le 12 Octobre de l'année 1713, jours des plus petites Marées qui ont suivi les Quadratures, les plus petites Marées sont arrivées le soir, & que le 23 Fevrier, 10 Mars & 24 Mars de l'année 1714, jours des plus petites Marées qui ont suivi les Quadratures, les plus petites Marées sont arrivées le matin. Il est à remarquer que dans les sizygies de l'Hyver la difference entre la hauteur de la Marée du matin & de celle du soir est moins sensible que dans celles de l'Été, & que dans les Quadratures du Printemps la difference entre la Marée du matin & celle du soir est moindre que dans celles de l'Automne, ce qui provient de l'augmentation & diminution continuelle des Marées dont les termes sont un ou deux jours après les sizygies & les Quadratures.

Toutes les Observations que nous venons de rapporter ont des Perodes si réglées, qu'on ne peut point douter qu'elles ne soient produites par un principe certain. Il paroît même par les Memoires qu'on a donné ci-devant, que les regles qu'on a prescrites s'accordent aux Observations faites à Dunkerque & au Havre de Grace, à la reserve de ce qui est particulier à chaque Port, comme le temps de la Pleine Mer dans les Phases de la Lune, & l'élevation des Marées qui est beaucoup plus sensible dans de certains endroits que dans d'autres. Ainsi on ne doit pas restreindre ces régles au seul Port de Brest, & on peut donner une instruction generale aux Pilotes, qui servira à leur faire connoître les jours des plus grandes & des plus petites Ma-

258 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
rées, pourvû qu'on ait soin d'inserer dans les Ephemerides
le diametre apparent de la Lune pour le jour de chaque
Phase.

Ils remarqueront 1°. la grandeur du diametre apparent
de la Lune, qui plus il sera grand, plus les Marées seront
élevées.

2°. La déclinaison de la Lune qui plus elle est grande,
moins les Marées sont élevées, & dont nous trouvons à
Brest que l'action est environ la moitié de celle qui est
causée par les diverses distances de la Lune à la Terre.

3°. La déclinaison du Soleil qui fait le même effet que
celle de la Lune, quoi-qu'avec moins de force, que nous
jugeons être à peu-près la moitié de celle de la Lune.

4°. La grandeur du diametre apparent du Soleil dont
l'action est la moins sensible de toutes celles que nous avons
remarquées.

Lorsque toutes ces causes concourront ensemble, c'est-à-dire, lorsque les diametres du Soleil & de la Lune seront les plus petits qui soient possibles, & que ces deux Planetes auront leurs plus grandes déclinaisons à l'égard de l'Equinoxial, alors les Marées seront les plus petites. Mais lorsque la Lune sera dans son Perigée, que le Soleil & la Lune n'aient point de déclinaison, auquel cas le Soleil sera vers sa moyenne distance, alors la Marée doit être la plus grande qui soit possible.

Dans les autres situations de la Lune au Soleil, les Marées seront plus grandes ou plus petites, suivant une proportion qu'il est aisé de déduire des règles que l'on vient de prescrire, pourvû que l'on sçache dans chaque Port le temps de la Pleine Mer dans les sizygies & dans les Quadratures, & la plus grande ou la plus petite élévation des Marées.



S E C O N D M E M O I R E

Sur les Couleurs différentes des Précipités du Mercure.

Par M. L E M E R Y.

J'AI fait voir dans un Memoire lû en 1712. que les differens Sels absorbans, dont on a coûtume de se servir pour précipiter les métaux dissouts par une liqueur acide, n'operoient rien de particulier sur ces métaux, quant à la couleur du précipité; c'est-à-dire, que quand la dissolution étoit claire & limpide, & qu'en la faisant évaporer, la masse qui en resultoît étoit blanche, le précipité étoit aussi toujourns blanc; & que quand la dissolution avoit une couleur particuliere, soit que ce fut celle du métal, comme dans la dissolution de l'or, soit que c'en fut une autre procurée par le mélange de l'acide & du métal, comme dans la dissolution du cuivre & du fer, le précipité gardoit toujourns la couleur de la dissolution, quelques Sels absorbans qu'on employât pour cet effet.

24. Juillet
1714.

J'ai remarqué aussi que le Mercure dissout par l'Esprit de Nitre, ou réduit en sublimé corrosif, & fondu dans l'eau, s'éloignoit entierement de la régle qui vient d'être marquée; car quoi-qu'il ne donne aucune couleur à son dissolvant, qu'il y devienne parfaitement invisible, & qu'en faisant exhaler la partie aqueuse de la dissolution, la masse qui reste après l'évaporation soit blanche comme il arrive à l'Argent, à l'Etain, au Plomb; cependant au lieu de donner comme ces métaux un précipité blanc, il en donne un de telle ou telle couleur, suivant le Sel particulier dont on s'est servi pour la précipitation.

Comme le Mercure est dissoluble par plus d'un acide, & que les experiences faites sur une dissolution de ce mi-

neral, different souvent beaucoup des mêmes expériences faites sur une autre dissolution du même minéral ; Pour suivre un certain ordre , & ne pouvant d'ailleurs tout comprendre dans un seul Memoire , je n'ai d'abord examiné que le Mercure dissout par l'Esprit de Nitre , & j'ai essayé d'expliquer ce qui lui arrivoit de particulier de la part des differens absorbans dans chaque situation où il se presentoit à nos yeux sous différentes formes.

Le Memoire que je presente aujourd'hui à la Compagnie est la suite de celui dont je viens de parler ; car on employe dans l'une & dans l'autre la même dissolution de Mercure , & les mêmes liqueurs absorbantes ; mais au lieu que dans le Memoire précédent, nous examinions simplement l'effet de chaque liqueur absorbante sur différentes portions de la dissolution ; dans celui-ci nous versons successivement plusieurs liqueurs absorbantes sur une seule portion de la même dissolution ; ce qui y produit des changemens d'une couleur dans une autre , & cela suivant certaines circonstances que je rapporterai dans la suite , & sans lesquelles la premiere couleur ne seroit jamais détruite , & par consequent il n'en surviendroit point de nouvelle.

Avant que de rapporter les changemens de couleur dont il s'agit ; comme ce que j'ai à dire dans le present Memoire , suppose ce qui a été dit dans l'autre , & que la Compagnie auroit de la peine à s'en ressouvenir ; je vais faire une recapitulation succinte des faits essentiels qui ont donné lieu à mes conjectures , & j'y joindrai quelques expériences & observations que j'ai faites depuis sur le même sujet , & qui m'ont paru meriter quelque attention.

Comme notre dissolution est un mélange de Mercure & d'Esprit de Nitre , j'avois examiné séparément ces deux corps , & j'avois remarqué 1°. Que quand une grande quantité de parties de feu tient l'Esprit de Nitre en rarefaction , il devient rouge comme du sang , & qu'à mesure qu'il les perd , il reprend sa premiere couleur.

2°. Que le Mercure cru exposé pendant long-temps à l'action du feu devient fort rouge.

3°. Que quand on fait évaporer la partie aqueuse de notre dissolution, & qu'on calcine ensuite la matière restée après l'évaporation; de blanche qu'elle étoit alors, elle devient rouge, après avoir passé par toutes les nuances du jaune, & forme ce qu'on appelle communément le précipité rouge. Or quoique dans ce passage du blanc au rouge, le Mercure perde un grand nombre des acides qu'il avoit acquis, cependant on ne doit pas mettre ces changemens de couleur sur le compte de la perte de ses acides, puisqu'une grande quantité d'expériences prouvent évidemment que quoi-qu'il en perde, pourvû qu'il ne lui survienne rien de nouveau, il conserve toujours la blancheur qui lui est naturelle, tant qu'il contient assez d'acides pour avoir une forme saline ou celle d'un précipité.

Sçachant donc que la matière du feu est un fluide particulier, qui s'engage en plusieurs corps, comme les autres fluides, & qui y conserve comme eux ses propriétés essentielles; de plus l'expérience nous ayant fait connoître que le mélange de cette matière avec l'Esprit de Nitre & avec le Mercure cru, donnoit à chacun de ces corps une couleur fort rouge; nous avons crû pouvoir conjecturer de-là que le Mercure pénétré par les acides du Nitre, & poussé par la calcination, ne passe du blanc au jaune & du jaune au rouge, que par la matière du feu qui s'y introduit en place & à proportion des acides qui en ont été exclus; & en effet quand on rend alors au Mercure les acides qu'il a perdus, à mesure qu'ils y reprennent leur première place, ils en chassent à leur tour les parties de feu & la couleur rouge, & suivant la force des acides où la matière redevient blanche, où elle se redissout entièrement & n'a plus de couleur, comme il sera dit dans la suite.

J'ajouterai ici l'observation suivante, qui n'a point été rapportée dans mon premier Memoire, & dont la mécanique bien entendue est une preuve solide de mon sentiment.

J'avois déjà remarqué ailleurs que le précipité blanc ordinaire, poussé par une chaleur douce, perdoit sa couleur blanche, & après avoir passé par toutes les nuances du jaune, devenoit fort rouge, comme nous avons déjà dit qu'il arrivoit à la matiere du précipité rouge ordinaire, qui, commel'on sçait, est improprement appelé *précipité*: mais si au lieu de cette chaleur lente, on employe & on continuë même assez long-temps un feu plus fort & graduë pour faire sublimer dans un matras le précipité blanc dont il a été parlé, il conservera alors sa blancheur, malgré l'action du feu & la perte de ces acides qui est forr considerable, comme nous le prouverons incessamment, & qui peut même aller plus loin par des sublimations réitérées, sans que pour cela la blancheur de la matiere en soit alterée.

On peut tirer deux consequences de cette observation, l'une qui confirme ce qui a déjà été dit, sçavoir que quand le Mercure revêtu des acides nitreux ne reçoit d'autre alteration que celle de la perte de ses acides, il conserve toujours sa blancheur, & que ce n'est point à la quantité des acides qu'il a perdus qu'on doit attribuer la couleur rouge qu'il acquiert en certains cas, puisque si l'on examine bien le précipité blanc sublimé avec soin, on reconnoitra évidemment qu'il lui reste bien moins d'acides qu'au précipité rouge ordinaire dont nous venons de parler.

On voit encore par cette observation que la matiere du feu a beau frapper exterieurement le Mercure, quoi-qu'avec force, & pendant un espace de temps assez considerable; elle n'y excite jamais aucune couleur nouvelle, & qu'elle ne le fait qu'autant qu'on lui donne lieu de pénétrer dans l'interieur du Mercure, & de s'y engager dans une quantité suffisante; & en effet quand on ne pousse le précipité blanc que par une chaleur lente, le courant de matiere de feu qui passe au travers du vaisseau, & qui va droit au précipité, se trouve alors inferieur en forcé à la resistance ou au poids de ce précipité qu'il ne peut déplacer & élever; étant donc arrêté dans son chemin, & étant toujours poussé par der-

riere vers le précipité, il est obligé pour continuer sa route, de traverser les pores comme il a fait ceux du vaisseau, & il les traverse en effet, après les avoir dilatés, & il s'y engage, & y est retenu, comme nous l'avons clairement expliqué ailleurs; ce qui donne en cette occasion une couleur fort rouge à la matiere.

Mais quand au lieu de cette chaleur lente, on en fait agir une beaucoup plus forte sur le même précipité, ce n'est plus un simple courant de matiere de feu, comme dans la premiere experience, c'est un torrent superieur qui ne trouve plus de resistance, ni de réaction dans le poids de la matiere; il n'a pas besoin de passer au travers de ses pores pour continuer sa route, il la chasse devant lui, & il trouve alors d'autant moins de facilité à s'y engager, que bien loin d'être comme auparavant un point fixe & immobile qui s'offroit à tous les coups, elle fuit en quelque sorte devant lui, & esquivant par-là son action, elle demeure toujours blanche; cependant la matiere de feu qui dans cette operation ne trouve pas le moyen de pénétrer bien avant dans le Mercure, trouve bien celui de lui faire perdre beaucoup d'acides; ce qu'il est aisé de reconnoître 1^o. par la diminution considerable de sa vertu purgative & vomitive, que le mélange seul des acides lui avoit donnée en premier lieu, & qui s'évanoüiroit entierement, si l'on continuoit de faire exhaler de nouveaux acides par de nouvelles sublimations, ou par une autre voye propre à cet effet, 2^o. parce que cette matiere s'éleve, & se resublime de nouveau avec plus de facilité, & en moins de temps qu'avant sa premiere sublimation. Or comme il est certain que les acides répriment la volatilité naturelle du Mercure, & que plus il en a, moins il se sublime facilement; par une raison contraire, moins il en a retenu, & plus sa volatilité doit être grande.

Enfin, ce qui démontre clairement & démonstrativement que la sublimation enleve beaucoup d'acides au précipité, c'est qu'entre les parties de la matiere sublimée, on

trouve souvent plusieurs globules de Mercure révivifié ; c'est-à-dire , dégagé de tous les acides qu'il avoit acquis ; d'où l'on peut conclure que les autres parties du sublimé qui n'ont pas perdu tous leurs acides , en ont au moins perdu une bonne partie. En effet , quoi-que dans cette operation la matiere du feu n'atteigne gueres que la surface extérieure du Mercure qu'elle choque vigoureusement , néanmoins elle dilate toujours un peu ses pores , sur-tout au commencement de l'operation que la matiere n'a point encore eu le temps de s'élever ; ce qui facilite d'autant mieux la sortie des acides , que quand le torrent qui pousse & entraîne ensuite le précipité , l'a sublimé jusqu'à la hauteur qui convient à son poids , il le fait alors circuler au haut du vaisseau ; & par-là les différentes parties de ce précipité se rencontrant & se heurtant frequemment , & en differens sens, les acides qui sortent davantage de la surface du Mercure , & qui y sont alors moins resserrés qu'ils ne l'étoient auparavant , se trouvent dans la nécessité de céder au choc qui les ébranle , & qui les oblige de lâcher prise & d'abandonner la matiere.

Nous ferons encore une remarque qui est une suite & une confirmation de ce qui vient d'être dit ; c'est que comme le Mercure offre une résistance plus ou moins forte à l'action du feu , suivant la quantité des acides qu'il a acquis ; le même degré de feu appliqué à deux portions de Mercure inégalement chargées d'acides, doit y faire deux effets differens , c'est-à-dire , qu'il donnera une couleur rouge à celle dont il ne pourra pas surmonter le poids, tandis qu'il sublimerà l'autre , sans lui ôter sa blancheur. C'est aussi ce qui arrive à la masse blanche restée après l'évaporation de nôtre dissolution & au précipité blanc ordinaire, exposés au même feu ; car cette masse contenant beaucoup plus d'acides que le précipité , elle résiste par son poids à un degré de feu qui enleve bien-tôt le précipité blanc : mais quand cette masse est devenuë rouge , comme elle a perdu alors beaucoup d'acides , le même feu qui y trouvoit auparavant

travant un obstacle infurmontable, n'en trouve plus dans la fuite, & élève la matiere avec les parties de feu qu'elle a acquises pendant la calcination, ce qui produit un sublimé rouge.

Suivant le même raisonnement, quoi-que le dernier degré de feu que le précipité blanc est capable de supporter sans en être ébranlé, soit encore assez foible & de beaucoup inférieur à celui qu'on peut employer pour faire le précipité rouge ordinaire; cependant il a trop de force pour le Mercure cru, & il l'élève sans l'alterer, pendant qu'il donne au précipité une couleur rouge; & si l'on veut donner la même couleur au Mercure cru, il faut proportionner la force du feu au peu de résistance que fait la matiere, quand aucun mélange étranger d'acides n'a augmenté son poids naturel.

Mais il y a une reflexion curieuse à faire sur la calcination du Mercure cru, comparée à celle du précipité rouge ordinaire; c'est que quand le Mercure cru a été exposé pendant un certain tems au degré de feu qui lui convient, il devient ensuite capable de résister à un feu plus fort; au lieu que si l'on augmente le feu sous la matiere du précipité rouge, ou même qu'on le continuë tel qu'il étoit, la matiere ne peut plus le soutenir, & abandonne la place, en se sublimant comme il a été dit; ce qui vient de ce que le Mercure cru acquiert pendant l'opération de nouvelles parties qui augmentant son poids, lui font soutenir un plus grand effort du feu; au lieu que la matiere du précipité rouge, acquiert bien à la vérité de nouvelles parties, mais ce n'est qu'en place des acides qui s'en dissipent, & dont le poids est supérieur à celui de ces nouvelles parties.

Enfin, on voit assez par ce qui a été dit, pourquoi le Mercure cru demande un tems considérable pour être transformé en une poudre rouge; au lieu que le Mercure revêtu d'acides, ne demande que quelques heures, pour prendre la même forme. Car l'un ne peut soutenir qu'une très petite chaleur, & l'autre en soutient une beaucoup plus

forte, qui opere par consequent en bien moins de tems; Cependant le tems de deux & trois mois, requis pour réduire le Mercure cru en poudre rouge, étant exorbitant par rapport à celui qui est nécessaire pour la calcination du précipité rouge ordinaire; de plus comme sur la fin de la calcination du Mercure cru, on peut employer & on employe même un plus grand feu qu'auparavant quand on veut rendre la matiere aussi rouge qu'elle le peut devenir, & que ce feu gradué continué pendant un si long espace de tems, fait une somme plus grande que celle du feu, quoi-que plus fort, qui ne frappe que peu de tems le Mercure chargé d'acides; il faut que ce dernier Mercure outre son plus grand poids, qui le fait resister à un plus grand effort du feu, & qui favorise par-là, l'action de cet agent, offre encore un accès plus libre & plus facile aux parties du feu, ce qui contribuë de nouveau à abreger de beaucoup l'operation; or cet accès plus libre & plus facile, peut être vrai-semblablement attribué aux acides contenus dans le Mercure, & qui tiennent les parois de ses pores soulevées, en sorte que pour peu que le courant de la matiere du feu les souleve de nouveau, les acides qui y étoient referrez, s'échappent, & laissent les pores dilatées de tout le volume des acides qui y residoient, & de ce qu'il a fallu que ces pores le fussent de nouveau, pour laisser sortir les acides; la matiere du feu trouvant donc alors des portes tout ouvertes, & qu'on lui a sauvé la peine d'ouvrir au point où elles le sont, elle y entre beaucoup plus abondamment, & en bien moins de tems que dans le Mercure crû, où rien ne lui facilite son entrée, & où il faut qu'elle opere toute seule la dilatation dont il s'agit.

Et ce qui me paroît prouver bien clairement que les acides qui resident dans le Mercure, accelerent l'effet de la matiere du feu, ou la couleur rouge, par une autre raison que celle du nouveau poids qu'ils donnent à la matiere qui les contient; c'est que si on expose le précipité blanc au degré de feu, que le Mercure cru est capable de soutenir,

il deviendra plutôt rouge que le Mercure cru, dont il ne differe cependant que par les acides qu'il a retenus, & qui doivent par consequent être reputés la cause de l'acceleration de cet effet, de quelque maniere qu'on en imagine la mécanique:

Après avoir examiné dans mon premier Memoire l'action du feu sur le Mercure, j'y ai examiné aussi celle des differents sels absorbans sur nôtre dissolution; & j'ai reconnu 1°. Que les sels qui y operent une couleur jaune ou rouge, n'y produisent cet effet qu'autant qu'ils ont été exposés à une forte calcination, & qu'ils ont perdu par-là un grand nombre d'acides, en place desquels ils ont acquis des parties de feu, qui donnent à ces sels la propriété d'échauffer plus ou moins l'eau où on les dissout, suivant qu'ils en ont amassé une plus grande quantité. Or puisque ces sels n'échauffent l'eau que par les parties du feu qui s'en séparent, il est plus vrai-semblable que c'est par les mêmes parties qu'ils donnent au Mercure une couleur jaune, d'autant plus qu'avant leur calcination ils n'étoient capables, faute de ces parties, ni d'échauffer l'eau, ni d'exciter la couleur rouge dont il s'agit, & qui, de quelque part qu'elle vienne, soit des sels, soit du feu ordinaire, suppose toujours la même cause; aussi ai-je prouvé par un détail exact qu'il seroit trop long de rapporter, que le feu ordinaire & les sels puissamment alkalis agissoient sur le Mercure parfaitement de la même maniere, & avec toutes les mêmes circonstances; & que toutes les alterations particulieres que le Mercure recevoit du feu, il les recevoit aussi des sels.

J'ai remarqué en second lieu que les sels qui n'ont point été exposés à l'action du feu, & qui refroidissent l'eau où on les dissout, comme le Sel commun; ou qui ayant été calcinés, sont devenus peu alkalis, & par consequent n'ont amassé que peu de parties de feu en place du peu d'acides qu'ils ont perdus, ne font autre chose sur la dissolution, que d'enlever au Mercure des acides, sans lui rien commu-

niquer, du moins qui soit capable d'alterer sa blancheur ; & ce qui prouve la verité de mon raisonnement sur la nature de ces sels peu alkalis, c'est que si on rend au sel de Tartre qui est un puissant alkali, les acides qu'il a perdus de plus que ces sels, & que par le même moyen on en fasse sortir les parties de feu qu'il avoit amassées de plus à proportion de la perte de ces acides, il deviendra tout-à-fait semblable en nature & en effets à ces sels.

Enfin, j'ai fait voir, & je prouverai encore lorsqu'il s'agira du sublimé corrosif, que si les sels volatiles étoient bien purs, ils seroient toujours un précipité fort blanc ; mais que comme leurs pores sont toujours remplies d'une matiere huileuse, elle se détache de ces sels, & se répand sur le précipité à mesure que les acides du précipité passent dans ces sels, ce qui produit une couleur moyenne, composée du blanc naturel du précipité, & de la couleur particuliere de la matiere huileuse. Par exemple, lorsque les sels ont passé par le feu, leur matiere huileuse a été brûlée, & donne une teinture noirâtre au précipité qui devient d'un blanc sale. Quand au contraire on employe l'urine, comme la matiere huileuse qui accompagne ses sels n'a point été alterée par le feu, & qu'elle s'exalte & acquiert une couleur rouge, en fermentant avec la dissolution, elle devient telle qu'il est nécessaire pour produire avec le blanc naturel du précipité, une couleur de roses pâles, comme je l'ai plus amplement expliqué dans mon premier Memoire.

Voilà pour ce qui regarde l'action particuliere des differents sels absorbants, sur différentes portions de nôtre dissolution ; voyons presentement comment ils y agissent ; quand on en verse successivement plusieurs sur une seule portion de la même dissolution.

Quand on a donné à cette dissolution une couleur jaunâtre ou rougeâtre, par le mélange des sels fixes propres à cet effet, comme est le sel de Tartre ; si l'on y verse ensuite de l'esprit de sel ammoniac, ou d'autres sels volatiles

refouts dans du phlegme, & tirés par la distillation, la couleur jaunâtre ou rougeâtre dispaçoit d'abord, & la liqueur devient d'un blanc sale, & souvent noirâtre.

Mais quand on verse de l'huile de Tartre, ou d'autres sels fixes de même nature, c'est-à-dire fort alkalis, sur la dissolution teinte en blanc sale, par le moyen des sels volatiles; les sels fixes ne font point évanouir la première couleur, en substituant en place celle qu'ils ont coutume de produire; ils étendent seulement dans la liqueur la couleur noirâtre que les sels volatiles y avoient produite.

Voici d'autres expériences dans lesquelles les sels fixes dont on vient de parler, changent en rouge ou en jaune la blancheur produite par d'autres sels, qui ne peuvent pas à leur tour détruire la couleur jaune, qui s'étant emparée de la liqueur tient bon contre ces sels.

Si l'on verse du sel de Tartre, ou quelque autre sel de même nature, sur la dissolution blanchie par le Sel commun, ou par des sels fixes peu alkalis, la liqueur devient aussi-tôt jaune, & cette couleur est inalterable par rapport aux autres sels mêlés à la dissolution, après que le sel de Tartre y a fait son impression. Le sel de Tartre est donc en cette occasion à l'égard de ces autres sels, ce que les sels volatiles sont à l'égard du sel de Tartre, & en general des sels fixes qui ont la propriété de précipiter le Mercure sous une couleur jaune.

Jusqu'ici nous avons bien observé que de deux sels versés l'un après l'autre sur la dissolution, l'un détruisoit la couleur de l'autre, & en substituoit en place une nouvelle; mais nous n'avons point vû que celui dont la couleur avoit été enlevée, pût la faire reparoître, quand l'autre sel avoit fait son impression sur le liquide; en un mot, entre ces deux sels, il y en a un plus fort & plus efficace, dont la couleur est toujours victorieuse, & après lequel l'autre sel n'a plus d'action sur la liqueur.

J'ai découvert un fait où tout le contraire arrive; c'est quand on verse alternativement de l'huile de Tartre & de

l'esprit de Sel sur la dissolution qui devient plusieurs fois tantôt jaune, tantôt blanche, suivant la dernière liqueur qui y a été versée; enforte que ces deux liqueurs antagonistes semblent avoir une force égale, & qu'elles ne l'emportent l'une sur l'autre qu'autant qu'elles viennent en dernier lieu, & que la plus grande quantité de la dernière liqueur, fait pancher la balance de son côté.

Dans les changemens de couleur qui viennent d'être marqués, nous n'avons employé que deux fortes de liqueurs absorbantes: on pourroit mettre en œuvre un plus grand nombre de ces liqueurs sur une même portion de la dissolution, & y exciter à chaque fois une nouvelle couleur; mais il faut pour cela que les liqueurs les plus foibles passent les premières, sans quoi il ne se fera point de changement, comme il sera expliqué dans la suite.

Pour entendre la mécanique de ces changemens de couleur, faisons attention à deux choses; La première, c'est que parmi les acides dont le Mercure se trouve revêtu dans notre dissolution, il y en a qui s'y sont plus profondément enfoncés que d'autres, & par conséquent qui y tiennent davantage; & en effet, si ces acides y étoient également engagés, il devoit arriver de deux choses l'une, quand on y verse une suffisante quantité de quelques absorbants; sçavoir, ou qu'aucun acide n'en seroit enlevé, ou qu'ils le seroient tous; or on remarque tout le contraire; car quand ces absorbants ont dérobé au Mercure tous les acides qu'ils sont capables de déraciner, ce métal après leur action reste encore chargé d'autres acides qui ne leur donnent plus de prise, & qui demeurent toujours attachés au Mercure, à moins qu'on ne joigne l'action du feu à celle de quelques-uns de ces absorbants. Ce qui marque combien ces derniers acides tiennent davantage que les autres au Mercure. On peut même dire que c'est à raison des acides qui sortent davantage de la surface du Mercure, & qui sont ceux sur lesquels les absorbants ont action, que le Mercure est en cet état un si puissant corrosif; car dès que ces acides

ont été livrés aux absorbans , le précipité qui en résulte n'est que vomitif ou purgatif, à cause des acides qui lui sont restés, & dont plusieurs sortent encore assez de la surface du précipité, pour produire l'irritation vomitive & purgative. Enfin, cette dernière qualité du Mercure peut être réduite à rien ou presque rien par plusieurs procédés assez connus, par lesquels on fait exalter la couche des acides purgatifs, & après cela le Mercure se trouve encore chargé d'autres acides, mais ils y sont si profondément enfoncés, qu'ils n'ont presque d'autre effet que de réprimer sa trop grande volatilité, comme on le remarque dans la Panacée.

De tout ce qui a été dit comme par une conséquence naturelle, on pourroit réduire les acides de nôtre dissolution sous trois ordres différents. Le premier est de ceux qui sont le moins engagés dans le Mercure, & qui par-là peuvent faire des trous plus profonds que les autres sur les corps qui s'offrent à leur action; ce qui fait la causticité; le second ordre est de ceux qui sont entrés plus avant dans le Mercure, mais cependant qui conservent encore à l'extérieur assez de force pour picoter & irriter. Enfin, ceux qui sont presque tous entiers dans le Mercure, & qui ne sortent presque point au dehors, sont nôtre troisième ordre d'acides.

Je remarquerai encore une chose curieuse qui vient assez bien à ce que j'ai avancé sur la causticité du Mercure; c'est que quoi-que l'esprit de Nitre soit un puissant corrosif, & que le Sel commun & le Vitriol ne le soient pas; cependant le Mercure herissé des acides du Nitre est alors beaucoup moins caustique que quand il est revêtu des parties du Sel & du Vitriol; & cela, parce que les acides du Nitre étant plus subtils, s'enfoncent d'avantage dans le corps du Mercure; les autres au contraire y entrent moins profondément à cause de leur grossièreté, présentent au-dehors des masses plus longues & plus épaisses, qui font aussi des trous plus larges & plus profonds.

Si les acides qui servent à tenir le Mercure en dissolution n'y sont pas tous également engagez, les differents absorbans dont il a été parlé, n'ont pas tous aussi la même facilité à les enlever ; en un mot, certains absorbans n'ont de prise & d'action que sur les acides d'un certain ordre, d'autres en ont sur ces mêmes acides, & sur d'autres encore plus profondément enfoncés dans les pores du Mercure ; en sorte que si l'on verse d'abord sur nôtre dissolution, les absorbans les moins efficaces, ils laisseront aux autres absorbans des acides à détacher ; ce qui n'arrivera point si les absorbans les plus efficaces entrent les premiers en action. Cette efficacité plus ou moins grande des differents absorbans paroît clairement dans l'Argent dissout par l'esprit de Nitre, & précipité ensuite par le Cuivre ; car dans cette operation l'Argent tombe sans presque avoir retenu aucuns acides, & quand on se sert des sels absorbans au lieu du Cuivre, l'Argent se précipite alors avec une quantité d'acides bien plus grande ; ce qui marque que le Cuivre non seulement absorbe en cette occasion plus d'acides que ces sels ; mais encore qu'il en enleve de tels sur lesquels les sels absorbans n'ont point d'action.

Le plus ou le moins d'efficacité dans les differents absorbans étant connu, je dis qu'ils n'operent successivement différentes couleurs sur une même portion de Mercure qu'autant que l'absorbant qui vient en second lieu trouve encore des acides à enlever, qui n'ont pû l'être par l'autre absorbant qui l'a précédé. Et en effet, nous avons déjà fait voir que quand un absorbant versé en premier lieu sur la dissolution claire & limpide lui procuroit une certaine couleur, il ne le faisoit qu'autant qu'il y produisoit un précipité ; or il ne fait ce précipité que par les acides qu'il absorbe ; par la même raison quand un second absorbant versé sur la même liqueur, en détruit la couleur, & en substitue une autre en la place, il y agit aussi par la maniere qui lui est propre & naturelle, sçavoir, en absorbant encore d'autres acides. D'ailleurs je n'ai besoin que de cette sup-
position

position pour faire entendre clairement tous les changemens de couleur qui arrivent successivement à une même portion de notre dissolution : & le détail des expériences suivantes levera toutes les difficultés qu'on pourroit avoir à ce sujet.

Nous avons déjà remarqué que les sels volatiles avoient la propriété de détruire la couleur jaunée ou rouge procurée par les fixes qui ne pouvoient pas rétablir ensuite la même couleur. Suivant notre supposition, les sels volatiles doivent être des plus puissans absorbans que les sels fixes, puisqu'ils trouvent encore à agir sur le Mercure après l'action des autres sels. Or ils ne lui peuvent dérober de nouveaux acides, sans faire disparaître la couleur rouge, c'est-à-dire, sans occasionner l'évasion des parties de feu communiquées auparavant par les sels fixes. Et en effet, les acides inserés dans le Mercure tiennent les pores où ils sont contenus, dans une dilatation & un écartement qui doit nécessairement comprimer plus fortement les pores voisins où sont enfermées les parties de feu : car ces deux pores étant séparés par une cloison moyenne, quand elle s'enfonce trop d'un côté, il faut que l'une des deux cavités augmente d'autant que l'autre diminuë. Cela étant, quand les acides sont sortis de leurs prisons, les pores trop dilatés se resserent de tout ce qu'ils avoient été étendus par la présence de ces acides ; les pores d'à côté se doivent donc dilater aussi de tout ce qu'ils avoient été resserés ; ce qui donne lieu à l'évasion des parties de feu : ainsi le même effort qui sert à l'expulsion des acides, sert aussi à celle des parties de feu.

Il y a même ici une reflexion à faire, c'est que la sortie des parties de feu se fait par deux mouvemens alternatifs, dont le premier en est un de resserement ou de contraction procuré par les acides qui résident à côté, & augmenté peut-être encore par l'effort que font ces acides pour s'échapper ; l'autre mouvement est celui de dilatation qui vient dans l'instant d'après que les acides se sont dégagés ;

Mem. 1714.

Mm

au lieu que quand les parties de feu s'engagent dans le Mercure, le mouvement de dilatation vient le premier, & ensuite celui de resserrement, car il falloit d'abord une porte ouverte pour l'entrée de ces parties, & qu'elle se refermât ensuite pour les retenir; mais ici le resserrement doit aller d'abord; car c'est un mouvement ou une compression continuée, qui jointe aux secousses produites par la sortie des acides, détermine puissamment les parties de feu à s'élaner au dehors, dès que la dilatation des pores leur aura ouvert une issue.

On peut dire aussi que comme un corps qui se débande, n'attrappe pas tout d'un coup le point du repos, & va un peu au de-là; de même aussi les pores trop dilatés par les acides, doivent se resserrer suivant cette règle, & par conséquent les pores d'à côté doivent s'étendre au de-là du point de leur dilatation naturelle, puisque c'est la même cloison qui produit en un sens le resserrement, & dans l'autre la dilatation. Les pores où étoient contenues les parties de feu étant donc dilatés de cette sorte, la matière du feu trouve encore par là plus de facilité à s'échapper.

Quand on verse de nouveau des sels fixes sur ce précipité après l'action des sels volatiles, les fixes ne peuvent plus y rétablir la couleur jaune ou rouge; car il faudroit pour cela qu'il s'en détachât encore des acides pour ouvrir comme la première fois une porte aux parties de feu contenues dans le sel, & pour les déterminer à enfiler les pores du Mercure au moment qu'ils sont assez dilatés pour cela; mais ce sel ne trouve plus alors d'acides sur lesquels il puisse agir, & qui entrent assez avant dans ses pores pour en chasser les parties de feu qu'il contient; il ne lui reste donc alors à agir que sur l'huile noire & brûlée que les sels volatiles avoient répandue sur le Mercure, & qu'il étend & fait paroître davantage; mais quand ces sels n'en répandent point, & qu'ils sont un précipité très-blanc, le sel fixe qui vient ensuite n'y produit aucun effet.

S'il est vrai que les sels volatiles ne détruisent la couleur

jaune produite par le sel de Tartre, ou par un autre sel fixe de même nature que parce qu'ils sont de plus puissans absorbans que ce sel; & si cet effet est une marque de leur plus grande efficacité absorbante, le sel de Tartre doit aussi détruire à son tour la couleur blanche, & faire paroître la couleur jaune, quand à la place des sels volatiles on se sert d'absorbans inferieurs au sel de Tartre, & propres à précipiter le Mercure sous une couleur blanche; toute la différence qui se rencontre entre ces deux operations, c'est que dans l'une les sels volatiles en absorbant de nouveaux acides, donnent lieu à l'expression des parties de feu, qui avoient été communiquées au Mercure par le sel de Tartre; & dans l'autre, le sel de Tartre, en absorbant les acides qui lui ont été laissés par les absorbans moins efficaces, doit inferer des parties de feu dans le Mercure, de même qu'il eut fait s'il eut été versé en premier lieu sur la dissolution; enfin ces sels moins efficaces versés de nouveau sur la liqueur, après que le sel de Tartre y a fait son impression, ne doivent plus rétablir la couleur blanche, de même que le sel de Tartre n'est plus en état de rétablir la couleur jaune quand elle a été détruite par les sels volatiles. Ce raisonnement est appuyé sur plusieurs experiences incontestables. Car, par exemple, il est très certain que le sel commun & les sels fixes peu alkalis sont bien moins absorbans que le sel de Tartre; aussi la couleur blanche que produisent les sels moins absorbans, fait-elle place à la couleur jaune qui a été excitée par le sel de Tartre, & qui demeure inalterable par rapport à ces autres sels. On ne peut encore disconvenir que quand le sel de Tartre a été plus ou moins faoulé d'acides, il ne soit alors moins absorbant qu'il ne l'étoit auparavant; aussi le sel de Tartre qui est pur & sans mélange d'acides l'emporte sur l'autre précifément de la même maniere & avec les mêmes circonstances qu'il le fait sur le Sel commun & sur les sels fixes peu alkalis.

Il reste presentement à expliquer pourquoi l'esprit de

Sel & l'huile de Tartre par défaillance versés alternativement sur une même portion de notre dissolution la colorent plusieurs fois de jaune & de blanc, sans que l'une des deux liqueurs serve d'obstacle à l'action de l'autre, & l'empêche d'operer dans la suite la couleur dont elle est capable. Pour concevoir la mécanique de ce phénomène, qui est formellement opposé à ce que nous avons observé jusques ici dans les expériences précédentes, faisons attention à deux choses; la première, c'est que le Mercure peut être dissout par l'esprit de Sel, comme M. Homberg l'a fait voir; d'ailleurs le sublimé corrosif n'est qu'un Mercure pénétré par les acides du Vitriol & du Sel; encore peut-on en faire simplement avec le Sel commun; mon Pere l'a démontré. La seconde chose que nous avons à remarquer, c'est que les parties de l'esprit de Sel absorbent les pointes de l'esprit de Nitre, comme font nos absorbants ordinaires. J'ai prouvé cette vérité dans un Memoire lû vers le commencement de cette année.

Cela étant quand on verse de l'esprit de Sel sur notre dissolution, comme le Mercure se trouve alors saoulé & revêtu par-tout des acides du Nitre, il ne peut admettre ceux de l'esprit de Sel; tout ce que fait donc alors cet esprit, c'est de s'unir aux acides le moins engagés dans le Mercure, & de les enlever à ce métal, qui par cette perte est obligé de se précipiter sous une couleur blanche; quand on verse ensuite de l'huile de Tartre, comme cet absorbant est supérieur à l'esprit de Sel, il change en jaune ce qui étoit blanc, par les raisons déjà alléguées; mais quand ensuite on verse de l'esprit de Sel, il n'agit plus dans cette occasion comme la première fois dans laquelle il a épuisé sa force d'absorbant, & il lui reste alors d'autant moins d'acides à déraciner que l'huile de Tartre qui est un plus puissant absorbant, a encore passé par dessus le précipité, & en a enlevé des acides qui étoient inaccessibles à l'esprit de Sel. On peut donc croire avec assez de fondement que cet esprit trouvant alors plusieurs pores vuides d'acides, &

qui ne l'étoient point quand il fut mis en œuvre pour la première fois ; il fait effort pour s'y introduire , il les dilate , & à mesure qu'il s'y enfonce , il en exprime les parties de feu de la même manière qu'il le fait , quand il s'insinué dans les pores d'un sel fixe alkali. Peut être aussi que les acides de l'esprit de Sel ne font que boucher extérieurement les pores où sont contenuës les parties de feu , sans les en faire sortir ; ce qui suffit pour faire disparaître la couleur jaune , comme je le ferai voir une autrefois par une expérience curieuse sur laquelle je ne puis m'étendre à présent. Quoi-qu'il en soit , quand on verse ensuite de l'huile de Tartre sur le mélange , elle absorbe les acides de l'esprit de Sel nouvellement attachés au Mercure , & elle rétablit par-là la couleur jaune , qui se détruit ensuite par l'esprit de Sel , & qui revient de même par de nouvelle huile de Tartre , en sorte que l'esprit de Sel a dans cette expérience une double action ; sçavoir une d'absorbant qu'il n'employe que la première fois , c'est-à-dire , quand étant versé avant tout autre absorbant sur la dissolution , il ne peut approcher du Mercure à cause des acides nitreux qui l'environnent de toutes parts ; & alors toute son action tombe sur les acides qui sortent davantage du corps du métal , & qui offrent plus de prise à cet esprit , que les autres acides. L'autre action qu'a toujours ensuite l'esprit de Sel , en est une de dissolvant ; car il ne peut plus s'approprier les acides nitreux qui restent au Mercure , parce qu'ils y sont trop enfoncés ; & comme ce métal se trouve à découvert en plusieurs endroits , à cause des acides qui lui ont été enlevés , il l'attaque & le pénètre par-là en qualité de dissolvant. Et ce qui prouve que c'est en agissant sur le corps du Mercure , & non pas sur les acides , que l'esprit de Sel détruit la couleur jaune produite par l'huile de Tartre , c'est que quand on substitué de l'esprit de Vitriol , ou de l'esprit de Nitre foible à l'esprit de Sel , la couleur jaune s'évanouit de la même manière ; or l'action de ces esprits n'est point équivoque comme celle de l'esprit de

Sel, car on ne dira jamais que l'esprit de Nitre par exemple puisse absorber les acides nitreux engagés dans le Mercure ; aussi quand on le verse d'abord , & avant toute autre liqueur sans la dissolution , il n'y opere ni précipité , ni aucun changement ; il ne peut donc agir que sur le Mercure , & il agit en effet quand le sel de Tartre en a emporté des acides que cet esprit remplace ; & c'est par ce commencement de dissolution que la couleur jaune est détruite ; c'est donc aussi en qualité de dissolvant que l'esprit de Sel produit le même effet ; puisque dans la circonstance presente il ne peut plus agir par sa propriété absorbante.

Au reste , on ne doit point être surpris de ce que malgré l'introduction des acides du Sel dans le précipité , il demeure toujours indissoluble dans la liqueur ; car quand l'esprit de Sel a été versé en premier lieu sur la dissolution , il a enlevé un certain nombre d'acides nitreux au Mercure qui dès-lors est devenu incapable de se soutenir dans le liquide ; l'huile de Tartre qui a été versée en second lieu , a encore dérobé au précipité d'autres acides ; mais comme il étoit indissoluble avant que d'avoir perdu ces derniers acides , supposé qu'il les regagnât par l'esprit de Sel qu'on employe ensuite , il seroit alors dans le même état où il étoit avant le mélange de l'huile de Tartre. Or on ne doit pas attendre de la part de l'esprit de Sel un plus grand effet de dissolution que celui qui vient d'être marqué ; car l'action de cet esprit est naturellement assez lente , & il ne dissout totalement le Mercure qu'en un tems fort considerable ; tout ce qu'il peut donc faire en cette occasion , & par rapport au tems qu'il a pour agir , & par rapport à la quantité qu'on en employe , c'est de commencer à dissoudre le précipité ; & si la dissolution s'achevoit parfaitement , toute couleur disparoîtroit entierement , parce que le précipité se remêleroit intimement à la liqueur qui reprendroit sa premiere limpidité ; de même qu'il arrive quand au lieu d'un esprit de Nitre foible qui ne dissout aussi le

Mercuré qu'imparfaitement, & qui par-là agit de la même manière que l'esprit de Sel, on se sert d'un esprit de Nitre plus fort & plus efficace qui remplace promptement tous les acides que le précipité avoit perdus; ce qui remet le Mercuré précisément dans la même situation où il étoit, avant qu'aucun absorbant y eut été mêlé.

De tout ce qui a été dit, on peut conclure 1°. Que le Mercuré revêtu de pointes acides, a naturellement une couleur blanche. 2°. Que quand il devient rouge ou jaune, c'est par le plus ou le moins de parties de feu qui s'y sont introduites. 3°. Qu'il ne passe du blanc au rouge, ou du rouge au blanc, que parce qu'il reçoit des parties de feu, ou parce qu'en perdant celles qu'il avoit, il rentre dans sa couleur naturelle. 4°. Que quand la dissolution acquiert d'abord une couleur, le Mercuré perd des acides. 5°. Que toutes les fois qu'il change de couleur, il perd encore des acides, ou il en gagne; & que cette perte ou cette acquisition d'acides est une condition sans laquelle les parties de feu ne pourroient entrer dans le Mercuré, ni n'en pourroient sortir. 6°. Que quand un absorbant ne fait autre chose sur la dissolution que d'enlever des acides sans rien communiquer au Mercuré, il produit toujours une couleur blanche, ou pour parler plus proprement, il fait paroître le précipité sous sa couleur naturelle. 7°. Qu'il produit une autre couleur, quand à la place des acides qu'il dérobe au Mercuré, il lui communique d'autres parties qui le colorent différemment suivant leur nature & leur quantité. 8°. Qu'entre plusieurs absorbants propres à faire différentes couleurs, le plus alkali doit détruire la couleur des autres; mais qu'il ne doit point arriver de changement de couleur, quand la liqueur la moins alkaliné vient à la suite d'une autre qui l'est davantage. 9°. Qu'une liqueur très alkaliné versée après une autre qui ne l'est que fort peu, ne produira point encore de changement dans le liquide, si elle ne fait qu'absorber au précipité, de nouveaux acides, & qu'en même tems elle ne lui apporte ou ne lui

280 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
enleve pas d'autres parties. 10°. Que les acides foibles peu-
vent faire passer le précipité du rouge au blanc ; mais que
les acides forts font disparoître toutes les couleurs.

S O L U T I O N

D'UN PROBLEME DE STATIQUE,

*Avec la maniere d'en résoudre une infinité d'autres
de la même espece.*

Par M. V A R I G N O N.

27. Juin.
1714.

CE Problème me fut proposé il y a quelque temps par un habile Mathematicien, en allant avec lui par la rue : il me demanda quatre puissances , qui appliquées à quatre cordons attachés ensemble par un seul & même nœud , feroient équilibre entr'elles suivant des directions données des quatre cordons. Ce Problème me parût d'abord indéterminé ; mais de retour en mon cabinet, j'y remarquai trois cas, dont un est effectivement indéterminé, un autre déterminé, & le troisième impossible : Le premier est lorsque les quatre cordons de directions données, sont tous en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle ; Le second, lorsqu'ils sont en plans differens, & répandus en plus d'une demi-sphere ; Le troisième enfin, lorsqu'ils ne sont point ainsi répandus. Voici la solution avec la démonstration que je trouvai sur le champ de ces trois cas, dont le détail m'a mené plus loin que je ne pensois d'abord : on pense bien plus en abrégé qu'on n'écrit. A cette occasion je vas faire voir que de tous les Problèmes de cette nature, il n'y a que le proposé à qui il puisse convenir d'être tantôt déterminé, tantôt indéterminé, & quelques-fois impossible ; que les Problèmes de deux ou de trois cordons de directions données, sont tous déterminés

ou

ou impossibles ; & que ceux de plus de quatre cordons de directions données, sont tous indéterminés ou impossibles : je parle de cordons attachés ensemble par un seul & même nœud commun ; parce que le cas de differens nœuds d'où partent différentes branches de corde, se réduira à celui-ci, lequel rendra celui-là toujours déterminé, ou impossible, à chaque nœud, d'où il ne partira que deux ou trois cordons ; toujours déterminé, ou indéterminé, ou impossible, par rapport à chaque nœud, d'où il n'en partira que quatre ; & toujours indéterminé, ou impossible, par rapport à chaque nœud, d'où il partira plus de quatre cordons, en quelque nombre qu'ils soient.

Pour démontrer tout cela, je vas employer les mouvemens composés précisément de la même maniere que je les ai employés dans le *Projet d'une nouvelle Mécanique*, que j'exposai en 1687. au jugement des connoisseurs : ne sçachant point de voye aussi simple ni aussi aisée que celle-là pour arriver aux solutions & aux démonstrations qu'on va voir, s'il est vrai qu'on y puisse arriver aussi généralement par quelqu'autre voye : Je ne le nie pas, mais j'en doute assez pour avouer qu'on me feroit plaisir de me le faire voir. En attendant, je vas donc suivre la voye des mouvemens ou forces composées ; & pour ne pas repeter la même démonstration à chacune de ces questions précédentes, & ne pas citer ennuyeusement le précédent *Projet de Mécanique* dans la fréquente application que nous ferons ici de quelques propriétés de ces forces composées : voici trois Lemmes qui satisferont à tout cela.

L E M M E I.

Lorsque deux forces ou puissances agissent à la fois, suivant des directions en angle quelconque, sur un point ou sur un corps libre & sans pesanteur, il en résulte toujours à ce point ou à ce corps une force ou impression suivant la diagonale d'un parallélogramme qui a ses côtés en raison de ces deux puissances sur leurs directions ; laquelle force résultante.

Mem. 1714.

Nn

282 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
de leur concours, est toujours à chacune d'elles comme cette diagonale à chacun de ces côtés correspondans : Et reciproquement.

Ce Lemme se trouve démontré non seulement dans le Projet de Mécanique de 1687. dont je viens de parler ; mais aussi dans plusieurs autres ouvrages, tant antérieurs que postérieurs à celui-là, dans lesquels il est parlé des mouvemens composés.

L E M M E I I.

FIG. I. Si plus de deux puissances B, C, D, E, F, G, &c. sont
II. appliquées à autant de cordons attachés ensemble par un seul & même nœud comme A que rien autre chose ne retienne ; l'équilibre est impossible entre ces puissances (quelles qu'elles soient, & quelqu'en soit le nombre) lorsqu'elles sont dirigées de manière qu'un plan RP puisse passer par le nœud commun A de leurs cordons sans passer entr'elles ou entr'eux, & sans qu'elles soient toutes dans ce plan : c'est-à-dire, sans diviser aucun des angles que ces cordons font entr'eux & sans qu'ils soient tous dans ce même plan.

DÉMONST. Il est visible qu'un plan RP qui rencontreroit ainsi en A tous les cordons des puissances supposées, auroit toutes ces puissances tirantes d'un seul côté par rapport à lui comme dans la Fig. 1. ou quelques-unes tirantes vers ce seul côté-là, pendant que toutes les autres tireroient suivant ce plan comme dans la Fig. 2. Donc (Lem. I.) de quelque manière qu'on combine toutes ces puissances, il ne resultera du concours de toutes qu'une impression totale vers le côté où il y aura des puissances hors le plan supposé. Donc il ne pourra y avoir alors d'équilibre entre toutes ces puissances auxquelles rien d'ailleurs (*hyp.*) ne s'oppose. Ce qu'il falloit démontrer.

COROL. I. Donc quelques soient les directions de plus de deux cordons (en quelque nombre qu'ils soient) attachés tous ensemble par un seul & même nœud ; & quelques puissances qu'on leur applique, une à chacun : l'équilibre entr'elles sera impossible,

1^o. Dans le cas de tous les cordons en même plan, si le prolongement de quelqu'un d'eux ne divise pas quelqu'un des angles que les autres cordons font entr'eux; puisqu'un autre plan que le leur, mené suivant ce cordon-là, les rencontreroit alors tous en leur nœud commun sans passer entr'eux, & sans qu'ils fussent tous dans ce plan.

2^o. Dans le cas des mêmes cordons en plans differens, si quelqu'un de ces plans prolongé ne passe pas non plus à travers des cordons des autres plans; puisque celui-là sera lui-même alors un plan qui rencontrera aussi tous ces cordons en leur nœud commun sans passer entr'eux, &c.

COROL. II. Il suit encore de ce Lemme-ci que, quelques soient les directions de plus de deux cordons (en quelque nombre qu'ils soient encore) attachés tous ensemble par un seul & même nœud qui soit regardé comme le centre d'un cercle ou d'une sphere; que si ces cordons ne sont pas répandus en plus d'un demi-cercle lorsqu'ils sont tous en même plan, ou en plus d'une demi-sphere lorsqu'ils sont en plans differens; quelques puissances qu'on leur applique, une à chacun, elles ne pourront jamais être en équilibre entr'elles suivant ces directions: puisqu'on pourra toujourns alors faire passer un plan par le nœud commun de ces cordons sans le faire passer entr'eux, & sans qu'ils soient tous dans ce plan.

Il est manifeste que chacun de ces deux corollaires suit aussi de l'autre, & qu'ils se prouvent mutuellement tous deux.

L E M M E III.

I. Lorsque tous les cordons issus d'un même nœud, sont dirigés suivant un même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle; il n'y en a aucun qui prolongé par de-là ce nœud commun ne passe entre les autres cordons, c'est-à-dire, à travers quelqu'un de leurs angles.

Car s'il n'y passoit pas, il seroit le diametre terminant d'un demi-cercle dans lequel seul lui & les autres cordons seroient alors tous répandus; ce qui est contre l'hypothese. Donc, &c.

II. *Dans la même hypothese de tous les cordons dirigés suivant un même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle ; quelque ligne droite qu'on mene ou qu'on imagine sur ce plan par le nœud commun de tous ces cordons, sans passer le long d'aucun d'eux ; elle passera toujours de part & d'autre de ce nœud, à travers deux des angles que ces cordons font entr'eux.*

Car si elle ne passoit à travers d'aucun de ces angles ; elle seroit le diametre terminant d'un demi-cercle dans lequel seul tous ces cordons seroient alors répandus ; ce qui est contre l'hypothese. Et si cette ligne droite ne passoit à travers que d'un des angles de ces cordons, les deux cordons voisins à droite & à gauche de cette ligne droite du côté où elle ne passeroit à travers d'aucun de leurs angles, seroient avec tous les autres dans un demi-cercle, ou en moins d'un demi-cercle ; ce qui est encore contre l'hypothese. Donc toute ligne droite menée sur le plan & par le nœud commun de tous ces cordons répandus (*hyp.*) en plus d'un demi-cercle, sans passer le long d'aucun d'eux, passera toujours à travers deux de leurs angles de part & d'autre de ce nœud. *Ce qu'il falloit démontrer.*

III. *Lorsque ces cordons sont dirigés suivant des plans differens, & répandus en plus d'une demi-sphere ; il n'y a aucun de ces plans, qui prolongé par de-là le nœud commun de ces cordons, ne passe entre les cordons des autres plans.*

Car s'il n'y passoit pas, il seroit le plan d'un grand cercle terminant une demi-sphere dans laquelle seule tous les cordons seroient alors répandus ; ce qui est contre l'hypothese. Donc, &c.

SCHOL. La raison qui vient de faire voir (*part. 2.*) que toute ligne droite menée par le nœud & sur le plan commun de plusieurs cordons qui y seroient tous répandus en plus d'un demi-cercle, sans la faire passer le long d'aucun de ces cordons ; passeroit toujours à travers deux de leurs angles de part & d'autre de leur nœud commun : cette rai-

son, dis-je, fera voir de même que tout plan mené par le nœud commun de plusieurs cordons répandus en plus d'une demi-sphere, sans le faire passer le long d'aucun d'eux; passeroit aussi toujours à travers deux de leurs angles de part & d'autre de leur nœud commun.

AVERTISSEMENT.

Dans la suite, en parlant de cordons de directions données, auxquels il faudra assigner autant de puissances (une à chacun) propres à faire équilibre entr'elles suivant ces directions; nous supposerons toujours tous ces cordons attachés ensemble par un seul & même nœud commun, jusqu'à ce que nous avertissions du contraire; & quand nous dirons que les donnés en plans differens sont ou ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphere, ou que les donnés en même plan sont ou ne sont pas répandus en plus d'un demi-cercle; leur nœud commun sera toujours supposé être le centre de chacune de ces deux figures, & le demi-cercle être sur le plan de ces cordons, ainsi qu'on a supposé l'un & l'autre au commencement de ce Memoire, & qu'on vient encore de le supposer dans le précédent Lem. 3. & dans le corol. 2. du Lem. 2.

PROBLEME PROPOSE.

Les directions AB, AC, AD, AE, de quatre cordons attachés ensemble par un seul nœud A, étant données; trouver quatre puissances B, C, D, E, qui appliquées à ces quatre cordons, feroient équilibre entr'elles suivant ces directions données.

FIG. III.
IV.

SOLUTION.

Je dis que ce problème peut être tantôt déterminé, tantôt indéterminé, & quelques-fois impossible. Car ou les quatre cordons de directions données sont en plans differens, ou tous en même plan. Or je vas faire voir que dans le premier de ces deux cas le problème est toujours déter-

286 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
miné ou impossible, & que dans le second il est toujours
indéterminé ou impossible. Donc, &c. Voici la démon-
stration de ces deux dernières propositions avec la solu-
tion du problème lorsqu'il est possible.

C A S I.

*Lorsque les quatre cordons de directions données, sont en
plans différens, le problème est toujours déterminé
ou impossible.*

Voici la démonstration de cette proposition en trois par-
ties, dans lesquelles je vas faire voir,

I. Que lorsque les quatre cordons de directions don-
nées en plans différens, sont répandus en plus d'une demi-
sphère, dont leur nœud commun soit le centre; le pro-
blème est toujours possible.

II. Qu'alors il est toujours déterminé.

III. Que lorsque ces quatre cordons de directions don-
nées en différens plans, ne sont pas répandus en plus d'une
demi-sphère; le problème est toujours impossible.

PART. I. Puisque (*hyp.*) les quatre cordons AB , AC ,
 AD , AE , de directions données, sont ici en plans diffé-
rens, & répandus en plus d'une demi-sphère, dont leur
nœud commun A est le centre; & que si deux ou trois de
ces cordons étoient dans un plan, & les deux autres ou le
quatrième hors de ce plan d'un seul côté de lui, ils ne se-
roient tous répandus que dans une demi-sphère terminée
par ce plan de deux ou de trois cordons: il est manifeste que
les quatre ne peuvent être ici que deux à deux dans cha-
que plan, & de manière (*Lem. 3. part. 3.*) que le plan de
deux de ces cordons, prolongé par de-là leur nœud com-
mun A , passera toujours ici à travers l'angle que les deux
autres cordons y font entr'eux. Donc le plan BAE des
deux cordons AB , AE , doit passer ici par de-là le nœud A ,
à travers l'angle CAD que les deux autres cordons AC ,
 AD , sont entr'eux; & réciproquement le plan CAD de

ces deux-ci doit passer de même à travers l'angle BAE des deux autres : de sorte que la section commune RAP de ces deux plans BAE , CAD , divisera toujours ici chacun des deux angles de ces noms en quelque rapport déterminé que ce soit. Cela posé,

SOLUT. I. D'un point quelconque F pris à volonté FIG. III. depuis A vers P sur la droite RAP , dans l'angle CAD ; soient menées trois autres droites FK , FL , FG , parallèles à AD , AC , AE , déterminées (*hyp.*) de position. Les deux premières FK , FL , formeront sur le plan CAD un parallélogramme $ALFK$, dont la diagonale AF prise (*hyp.*) à volonté, & déterminée aussi (*hyp.*) de position, déterminera de grandeur les côtés AK , AL , sur AC , AD ; & la troisième FG dans le plan BAE , déterminera aussi de grandeur AG sur BA prolongée vers Q : de sorte que GH parallèle à AE , déterminera pareillement AH de grandeur sur AE . Donc on aura aussi AK , AL , AG , AH , déterminées non seulement (*hyp.*) de position, mais aussi de grandeur; & par conséquent les rapports de ces quatre lignes entr'elles, seront ainsi déterminés & connus.

Cela étant, je dis que si l'on applique aux quatre cordons AB , AC , AD , AE , de directions données, autant de puissances B , C , D , E , qui soient entr'elles dans les rapports connus des lignes correspondantes AG , AK , AL , AH ; ces quatre puissances ainsi dirigées feront équilibre entr'elles, & retiendront ainsi en repos (les unes contre les autres) le nœud libre A qui tient tous leurs cordons attachés ensemble.

DEMONSTR. Puisque (*hyp.*) les deux puissances C , D , sont entr'elles comme les côtés correspondans AK , AL , du parallélogramme KL , il resultera (*Lem. I.*) de leur concours d'action sur le nœud A une force ou impression de A vers P suivant AP ou AF , laquelle sera à chacune de ces deux puissances C , D , comme cette diagonale AF du parallélogramme KL , est à chacun de ses côtés correspondans AK , AL : de sorte que si l'on appelle P cette nouvelle force

suivant AF ou AP , l'on aura ici $P . C :: AF . AK$. Or (*hyp.*) $C . E :: AK . AH$. Donc $P . E :: AF . AH$. c'est-à-dire, les deux forces P, E , entr'elles comme les côtés correspondans AF, AH , du parallelogramme $AFGH$. Donc (*Lem. I.*) du concours d'action de ces deux forces P, E , sur le nœud A , il lui en resultera aussi une de A vers G suivant la diagonale AG du parallelogramme FH , laquelle fera à chacune de ces deux-là P, E , comme cette diagonale AG à chacun des côtés correspondans AF, AH : de sorte qu'en appellant aussi Q cette nouvelle force suivante AG ou AQ , l'on aura ici $Q . E :: AG . AH$. Donc ayant aussi (*hyp.*) $B . E :: AG . AH$. L'on aura ici les deux forces Q, B , égales entr'elles: ainsi ces deux forces étant (*hyp.*) directement opposées, elles feront équilibre entr'elles. Or on vient de voir que la force Q suivant AG , est l'effort que les deux puissances E, P , font ensemble sur le nœud A contre la puissance B . Donc ces trois puissances E, P, B , feront pareillement ici en équilibre entre elles. Or on vient de voir aussi que la force P suivant AF , est l'effort que les deux puissances C, D , font ensemble sur le nœud A contre les deux puissances E, B . Donc les quatre puissances B, C, D, E , feront ici en équilibre entr'elles suivant les directions données AB, AC, AD, AE .
Ce qu'il falloit trouver & démontrer.

FIG. IV. SOLUT. II. Les directions des quatre cordons AB, AC, AD, AE , étant données ici les mêmes que dans la précédente solut. I. la section commune RAP des deux plans BAE, CAD , donnés (*hyp.*) de position, sera aussi de position déterminée ici comme là dans l'un & dans l'autre de ces deux plans, aussi-bien que (*hyp.*) les directions AB, AE , dans le premier BAE ; & AC, AD , dans le second CAD : de sorte que cette section commune RAP divisera ici comme là chacun des angles BAE, CAD , en quelque rapport déterminé que ce soit. Donc en prenant de part & d'autre depuis A vers P, R , deux parties égales quelconques AF, AM , sur cette section commune RAP ,
 autour

autour desquelles (comme diagonales) soient faits deux parallelogrammes KL sur le plan CAD , & GH sur le plan BAE ; leurs côtés AK, AL, AH, AG , qui sont autant de parties des directions AC, AD, AE, AB , de positions (*hyp.*) déterminées, seront aussi déterminées de grandeur; & conséquemment entr'eux en des rapports déterminés & connus.

Je dis presentement que si l'on applique aux quatre cordons AB, AC, AD, AE , donnés (*hyp.*) de position, autant de puissances B, C, D, E , qui soient entr'elles comme les quatre côtés connus AG, AK, AL, AH , des deux parallelogrammes GH, KL ; ces quatre puissances seront encore ici en équilibre entr'elles suivant ces directions données.

DEMONST. Le Lemme 1. fait encore voir que du concours d'action des deux puissances C, D , sur le nœud A , il resultera à ce nœud une force ou impression de A vers F suivant AF , équivalente à ce concours d'action de ces deux puissances sur ce nœud A , laquelle force suivant AF fera à chacune de ces deux puissances C, D , comme cette diagonale AF du parallelogramme KL , sera à chacun de ses côtés correspondans AK, AL ; & que du concours d'action des deux autres puissances B, E , sur le même nœud A , il resultera pareillement à ce nœud une force ou impression de A vers M suivant AM , équivalente aussi à ce concours d'action de ces deux autres puissances sur ce nœud A , laquelle force suivant AM fera de même à chacune de ces deux puissances B, E , comme cette diagonale AM du parallelogramme GH , sera à chacun de ces côtés correspondans AG, AH . Donc si de ces deux forces ou impressions directement contraires suivant AF ou AP , & suivant AM ou AR , l'on appelle la premiere P , & la seconde R ; l'on aura ici $P . C :: AF . AK$. Et $B . R :: AG . AM$. avec (*hyp.*) $C . B :: AK . AG$. Ce qui (en multipliant par ordre) donnera $P . R :: AF . AM$. De sorte qu'ayant ici (*hyp.*) AF égale à AM , & en ligne droite avec elle, l'on

y aura aussi les forces P, R , égales entr'elles, & directement opposées l'une à l'autre. Donc elles seront ici en équilibre entr'elles. Or on vient de voir que la force P suivant AF , est l'effort que les deux puissances C, D , font ensemble sur le nœud A ; & que la force R suivant AM , est pareillement l'effort que les deux autres puissances B, E , font aussi ensemble sur le même nœud A . Donc l'effort que les deux puissances C, D , font ensemble sur le nœud A , est ici égal & directement opposé à l'effort que les deux autres puissances B, E , font aussi ensemble sur ce nœud. Par conséquent ces quatre puissances B, C, D, E , seront encore ici en équilibre entr'elles suivant les directions données AB, AC, AD, AE . *Ce qu'il falloit encore trouver & démontrer.*

FIG. III. PART. II. Telle est (*part. I.*) la possibilité & la solution du Problème proposé, lorsque les quatre cordons de directions données en différens plans, sont répandus en plus d'une demi-sphère. Je dis présentement que ce Problème est alors déterminé aux rapports des puissances qu'on y vient d'assigner.

DEMONST. On vient de voir au commencement de la part. 1. que les quatre cordons AB, AC, AD, AE , de directions ici données, sont en deux plans différens BAE, CAD , dont la section commune RAP divise toujours chacun des angles BAE, CAD ; & que ces deux plans étant ainsi donnés de position l'un par rapport à l'autre, cette section commune RAP , qu'ils font entr'eux, est aussi déterminée de position par rapport aux côtés AB, AE, AC, AD , de ces deux angles, lesquels sont ainsi divisés par elle en parties déterminées, qui conséquemment déterminent les rapports des diagonales AF, AG , aux côtés de leurs parallélogrammes KL, FH , dans la part. 1. solut. 1. Fig. 3. ou des diagonales AF, AM , aux côtés de leurs parallélogrammes KL, GH , dans la même part. 1. solut. 2. Fig. 4. Donc ces directions AB, AC, AD, AE , données (*hyp.*) les mêmes dans l'une & l'autre de ces deux solutions, y

déterminent ainsi les rapports de leurs parties (employées à ces parallélogrammes) AG, AK, AL, AH , à être toujours les mêmes pour les mêmes directions. Par conséquent ces rapports étant (*part. 1. solut. 1. 2.*) les requis des quatre puissances B, C, D, E , qu'on vient de démontrer (*part. 1.*) devoir faire équilibre entr'elles suivant ces quatre directions données AB, AC, AD, AE ; les quatre puissances propres à faire équilibre entr'elles suivant ces directions, seront toujours déterminées à ces mêmes rapports, tant que ces directions seront les mêmes. Donc ce cas 1. de la question proposée, est un problème déterminé aux rapports des puissances qu'on vient d'assigner (*part. 1. solut. 1. 2.*) pour faire équilibre entr'elles suivant les directions données, sans qu'aucun autre rapport de puissances ainsi dirigées y puisse satisfaire : ces rapports des quatre grandeurs AG, AK, AL, AH , proportionnelles aux quatre puissances B, C, D, E , requises pour cela, étant les mêmes dans les solut. 1. 2. de la part. 1. dans lesquelles, si l'on prend AF la même de part & d'autre, ces quatre grandeurs seront aussi les mêmes. Donc en ce cas-ci de quatre cordons de directions données, & répandus en plus d'une demi-sphère dont leur nœud commun est le centre, le problème est toujours déterminé. *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

PART. III. Cette part. 3. est que lorsque les quatre cordons de directions données en differens plans, ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphère, le problème est impossible. Cela se trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2.

C A S II.

Lorsque les quatre cordons de directions données sont tous en même plan; le Problème est toujours indéterminé ou impossible.

Voici aussi la démonstration de cette proposition en trois parties, dans lesquelles je vas faire voir.

I. Que lorsque les quatre cordons de directions données en même plan, sont répandus en plus d'un demi-cercle, le problème est toujours possible.

II. Qu'alors il est toujours indéterminé.

III. Et que lorsque les quatre cordons de directions données en même plan, ne sont pas répandus en plus d'un demi-cercle, le problème est toujours impossible.

FIG. III. PART. I. Pour ne pas multiplier inutilement les figures, supposons presentement que les quatre cordons AB , AC , AD , AE , des Fig. 3. 4. regardés ci-dessus (cas 1.) comme en plans differens, sont ici tous de directions données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle. Suivant cette hypothese, la ligne RAP , qui étoit-là une section commune de deux plans, ne sera plus ici qu'une simple ligne droite, laquelle y soit menée au hazard sur le plan des cordons par leur nœud commun A , à travers quelque'un BAE de leurs angles, sans passer le long d'aucun de ces cordons. La part. 2. du Lem. 3. fait voir que cette droite RAP divisera encore quelque'autre angle CAD de ces mêmes cordons; & la part. 1. du même Lem. 3. fait pareillement voir que chacun de ces cordons prolongé par de-là leur nœud commun A , par exemple BA prolongé vers Q dans la Fig. 3. divisera aussi quelque'un DAE de leurs angles.

SOLUT. 1°. Cela posé, si dans la presente hypothese des Fig. 3. 4. l'on fait en même plan les parallelogrammes KL , FH , dans la Fig. 3. & KL , GH dans la Fig. 4. de la maniere qu'on les a faits en plans differens dans le solut. 1. 2. de la part. 1. du cas 1. & qu'on applique ici comme là aux quatre cordons AB , AC , AD , AE , de directions ici données, autant de puissances (une à chacun) B , C , D , E , qui soient encore ici entr'elles comme les parties correspondantes AG , AK , AL , AH , de leurs directions: on démontrera ici que ces quatre puissances y demeureront en équilibre entr'elles suivant ces directions ici données en même plan, & de cordons

répandus en plus d'un demi-cercle ; comme on a démontré là que les quatre puissances qu'on y a assignées, y devoient demeurer en équilibre suivant les directions qui y étoient données en plans differens, & de cordons répandus en plus d'une demi-sphere. Donc le problème est toujours possible ici comme là. *Ce qu'il falloit 1°. trouver & démontrer.*

2°. Si l'on veut que deux des quatre cordons de directions ici données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle, par exemple, les deux AC, AE , soient ici en ligne droite CE , qui divise (*Lem. 3. part. 1.*) l'angle BAD que les deux autres AB, AD , font entr'eux ; il n'y a qu'à faire sur une partie quelconque AK de AC , comme diagonale, un parallelogramme GL de côtés AG, AL , pris sur AB, AD ; & après avoir ajouté à cette diagonale AK une partie quelconque KH du même cordon AC , appliquer aux quatre cordons AB, AC, AD, AE , autant de puissances (une à chacun) B, C, D, E , qui soient entr'elles comme AG, KH, AL, AH . Cela fait, je dis que ces quatre puissances ainsi dirigées, seront encore ici en équilibre entr'elles.

FIG. V.

DEMONST. De ce que (*hyp.*) $B . D :: AG . AL$. il suit du Lem. 1. que du concours de ces deux puissances B, D , il resultera au nœud A une force ou impression de A vers C suivant AC , laquelle fera à chacune de ces deux puissances B, D , comme la diagonale AK du parallelogramme GL à chacun de ses côtés correspondans AG, AL ; & consequemment que si l'on appelle K cet effort commun des puissances B, D , suivant AK , l'on aura ici $K . B :: AK . AG$. Or (*hyp.*) $B . C :: AG . KH$. Donc $K . C :: AK . KH$. Et $K + C . C :: AK + KH (AH) . KH$. Or (*hyp.*) $C . E :: KH . AH$. Donc $K + C . E :: AH . AH$. c'est-à-dire, $K + C = E$. Or on vient de voir que K est l'effort que les deux puissances B, D , font ensemble de A vers C suivant AC sur le nœud A , dans le sens que la puissance C le tire ; d'où il resulte que $K + C$ est tout ce

que ces trois puissances B, D, C , font ensemble d'effort sur le nœud A contre la puissance E qui le tire directement (*hyp.*) à contre-sens de cet effort commun $K + C$. Donc ayant déjà $K + C = E$, cette puissance E sera ici directement contraire & égale à tout ce que les trois autres B, C, D , font ensemble d'effort sur le nœud A . Par conséquent ces quatre puissances B, C, D, E , doivent encore ici demeurer en équilibre entr'elles suivant les directions AB, AC, AD, AE , qui y sont données. *Ce qu'il falloit aussi démontrer.*

FIG. VI. 3°. Si les quatre cordons AB, AC, AD, AE , de directions ici données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle, étoient deux à deux en lignes droites, qui fussent, par exemple, BD, CE : il est visible qu'en appliquant deux puissances égales quelconques B, D , aux deux cordons AB, AD ; & deux autres aussi quelconques C, E , aux deux autres cordons AC, AE ; ces quatre puissances demeureroient ici en équilibre entr'elles, quelque fût le rapport de chacune des deux premières B, D , à chacune des deux dernières C, E . *Ce qui est tout ce qui restoit ici à faire voir.*

FIG. III. IV. V. VI. Donc (*art. 1. 2. 3.*) quelques soient les directions données de quatre cordons AB, AC, AD, AE , en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit sur ce plan, d'un centre qui seroit le nœud commun A de ces quatre cordons; le Problème proposé sera toujours possible & résolu comme dans ces *art. 1. 2. 3.* *Ce qui est tout ce qu'il falloit faire & démontrer dans cette part. 1. du cas 2.*

PART. II. Il s'agit présentement de faire voir que ce Problème de quatre cordons de directions données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit sur ce plan, de leur nœud commun comme centre, est toujours indéterminé. Pour cela il est à considérer que

FIG. III. IV. 1°. La liberté qu'on a eue dans l'*art. 1.* de la part. 1. Fig. 3. 4. de mener à volonté par le nœud A , sur le plan de ces quatre cordons AB, AC, AD, AE , la ligne droite

RAP à travers de leurs angles *BAE*, *CAD*, pouvant diversifier à l'infini les rapports entr'elles des quatre droites *AG*, *AK*, *AL*, *AH*; & conséquemment aussi ceux des quatre puissances *B*, *C*, *D*, *E*, qu'on vient de voir (*part. I. art. 1.*) devoir toujours demeurer en équilibre entr'elles suivant ces directions, tant que ces quatre puissances sont entr'elles en raison de ces quatre lignes correspondantes; il suit de-là qu'une infinité de puissances quatre à quatre, dans des rapports tout differens & variés à l'infini, pourront ici faire équilibre entr'elles, suivant les mêmes directions données; & conséquemment que le cas 2. de la question proposée, est ici un Problème indéterminé. *Ce qu'il falloit 1°. démontrer.*

2°. Quoique dans l'art. 2. de la part. 1. Fig. 5. le rapport de *AG* à *AL* soit déterminé par les positions données de *AB*, *AD*, & de la droite *CAE* en même plan; cependant la liberté qu'on a eüe d'y prendre *KH*, & conséquemment aussi *AH* à volonté, pouvant diversifier à l'infini non seulement le rapport de *AH* à *KH*, mais encore les rapports de ces deux parties du cordon *AC* aux deux *AG*, *AL* des cordons *AB*, *AD*; il suit de-là que les rapports entr'elles des quatre parties *AG*, *KH*, *AL*, *AH*, de ces cordons sont variables à l'infini; & conséquemment aussi les rapports des quatre puissances *B*, *C*, *D*, *E*, qu'on vient de voir (*part. I. art. 2.*) devoir toujours ici demeurer en équilibre entr'elles, tant qu'elles y feront entr'elles comme ces quatre parties correspondantes des cordons *AB*, *AC*, *AD*. Donc une infinité de puissances, quatre à quatre, pourront encore ici faire équilibre entr'elles suivant les mêmes directions *AB*, *AC*, *AD*, *AE*, qui y sont données en même plan, & de quatre cordons répandus en plus d'un demi-cercle. Par conséquent le cas 2. de la question proposée, est encore ici un Problème indéterminé. *Ce qu'il y falloit 2°. démontrer.*

3°. Dans l'art. 3. de la part. 1. Fig. 6. quoi-qu'il y soit requis pour l'équilibre entr'elles des quatre puissances *B*,

C, D, E , suivant les directions qui y sont données (*hyp.*) en lignes droites deux à deux, que les deux directement opposées de ces puissances, telles qui y sont (*hyp.*) B à D , & C à E , soient ainsi deux à deux égales entr'elles : sçavoir, $B = D$, & $C = E$; cependant chacun de ces deux couples de puissances égales y étant à volonté, le rapport de chacune du premier couple à chacune du second, y est encore variable à l'infini. Par conséquent une infinité de puissances, quatre à quatre, en des rapports différens à l'infini, pourront encore ici faire équilibre entr'elles suivant les quatre directions qui y sont données. Donc le cas 2. de la question proposée, est encore ici un Problème indéterminé. *Ce qu'il y falloit 3°. démontrer.*

Donc (*art. 1. 2. 3.*) quelques soient les directions données de quatre cordons AB, AC, AD, AE , en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit sur ce plan, d'un centre qui seroit le nœud commun A de ces quatre cordons; le Problème proposé sera toujours indéterminé. *Ce qui est tout ce qu'il falloit démontrer dans cette part. 2. du cas 2.*

PART. III. Cette part. 3. est que lorsque les quatre cordons de directions données toutes en même plan, ne sont pas répandus en plus d'un demi-cercle, le Problème est impossible. Cela se trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2.

CONCLUSION DES CAS I. II.

Donc quelques soient les directions données de quatre cordons attachés ensemble par un seul & même nœud, auxquels il s'agit d'appliquer quatre puissances (une à chacun) qui fassent équilibre entr'elles suivant les directions données; le Problème peut être tantôt déterminé, tantôt indéterminé, & quelques-fois impossible : sçavoir,

1°. Déterminé (*part. 1. 2. du cas 1.*) lorsque les quatre cordons de directions données sont en des plans différens, & répandus en plus d'une demi-sphère.

2°. Indéterminé (*part. 1. 2. du cas 2.*) lorsque ces quatre cordons sont tous en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle.

3°. Enfin impossible (*part. 3. des cas 1. 2.*) lorsque ces quatre cordons de directions données, sont en des plans différens sans être répandus en plus d'une demi-sphere, ou tous en même plan sans être répandus en plus d'un demi-cercle.

C'est-là tout ce qu'il s'agissoit de trouver & de démontrer dans le Problème proposé.

AUTRE PROBLÈME.

Soient à volonté les directions données de cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF, attachés tous ensemble par un seul & même nœud A : on demande cinq puissances, qui appliquées à ces cinq cordons, une à chacun, fassent toutes ensemble équilibre entr'elles.

FIG. VII.
VIII.
IX.

SOLUTION.

Je dis que ce Problème est toujours indéterminé ou impossible, soit que les directions données soient en plans différens, ou toutes en même plan.

CAS I.

Lorsque les cinq directions données sont en plans différens, le Problème est toujours indéterminé ou impossible.

Voici la démonstration de cette proposition en trois parties dans lesquelles je vas faire voir,

I. Que lorsque les cinq cordons de directions données en plans différens, sont répandus en plus d'une demi-sphere, dont leur nœud commun soit le centre ; le Problème est toujours possible.

II. Qu'alors il est toujours indéterminé.

III. Que lorsque ces cinq cordons de directions données en plans différens, ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphere, le Problème est toujours impossible.

PART. I. Puisque (*hyp.*) les cinq cordons AB, AC, AD,

Mem. 1714.

PP

AE, AF , sont ici en plans différens, & répandus en plus d'une demi-sphere; il n'y en peut avoir en même plan, d'un seul côté duquel tous les autres se trouvent: autrement ils ne seroient tous répandus que dans une demi-sphere terminée par ce plan; ce qui est contre l'hypothese. Donc de ces cinq cordons il y en aura toujours deux seuls en même plan, & les trois autres de part & d'autre de ce plan, qui prolongé passera entr'eux. Soient AB, AE , les deux qui se trouvent seuls dans un plan BAE : la part. 3. du Lem. 3. fait voir que quelque soit ici la disposition des trois autres cordons AC, AD, AF , ce plan BAE prolongé par de-là le noeud commun A de tous, passera toujours à travers ces trois-ci, par exemple, suivant AO ; & que ce plan $BEAO$ aura toujours d'un côté de lui (que j'appelle le *dessus*) deux AD, AF , de ces trois autres cordons, & de l'autre côté (que j'appelle le *dessous*) le troisième AC ; & soit que ce cordon AC soit, ou non, en ligne droite avec un des deux autres AD, AF ; ils feront toujours entr'eux pour le moins deux angles DAF, CAF , ou DAF, CAD . Cela posé.

SOLUT. Sur le plan DAF dans l'angle de ce nom, soit la droite AS de grandeur & de position arbitraires, laquelle fasse un angle quelconque SAC avec le cordon AC ; ce qui ne pourra être autrement, si les trois AC, AD, AF , sont en plans différens; & ce qui sera toujours possible, s'ils sont tous trois en même plan, puisque (*hyp.*) AD ou AF fait un angle avec AC . Autour de cette diagonale AS soit le parallelogramme LM , de côtés AL, AM , pris sur les cordons AD, AF , supposés au-dessus du plan $BEAO$, au-dessus duquel cette diagonale AS fera consequemment aussi. Ayant ainsi AS au-dessus de ce plan, & (*hyp.*) AC au-dessous; il est visible que le plan SAC coupera celui-là en quelque section AP qui sera ainsi dans ces deux plans $BEAO, SAC$. Donc ST parallele à AC , rencontrera cette section commune AP en quelque point T , duquel si l'on mene TK parallele à AS , elle rencontrera aussi le cordon AC en quelque point K , & achevera ainsi sur le plan $SACP$.

le parallélogramme SK dont la diagonale AT fera aussi dans le plan $BEAOP$ des deux cordons AB, AE ; desquels le cordon BA prolongé vers Q , fera conséquemment rencontré en quelque point G par TG parallèle à AE : de sorte que AE devant aussi être rencontrée en quelque point H par GH parallèle à AP , l'on aura enfin dans ce plan $BEAOP$ le parallélogramme HT dont la diagonale AG fera (*hyp.*) en ligne droite avec AB .

Cela fait, je dis que si aux cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , de directions ici données en plans différens, l'on applique autant de puissances (une à chacun) B, C, D, E, F , qui soient entr'elles comme les parties correspondantes AG, AK, AL, AH, AM , de leurs directions; ces cinq puissances demeureront ici toutes en équilibre entr'elles suivant ces mêmes directions données.

DEMONST. Puisque (*hyp.*) $F. D :: AM. AL$. Le Lem. 1. fait voir que du concours d'action de ces deux puissances F, D , il resultera au nœud A une impulsion ou force (que j'appelle S) suivant AS , équivalente à l'effort commun de ces deux puissances F, D , sur ce nœud A ; laquelle force S fera à chacune d'elles comme cette diagonale AS du parallélogramme ML fera à chacun de ses côtés correspondans AM, AL ; de sorte que l'on aura ici $S. C :: AS. AK$. Par conséquent (*Lem. 1.*) du concours d'action de ces deux forces S, C , sur le nœud A , il lui en resultera une (que j'appelle T) suivant AT , équivalente à l'effort commun des trois F, D, C , sur ce nœud A ; laquelle force T fera à la puissance C , comme cette diagonale AT du parallélogramme SK fera à son côté correspondant AK : c'est-à-dire $T. C :: AT. AK$. Or (*hyp.*) $C. E :: AK. AH$. Donc $T. E :: AT. AH$. Par conséquent (*Lem. 1.*) du concours d'action de ces deux forces T, E , sur le nœud A , il lui en resultera une (que j'appelle G) suivant AG , équivalente à l'effort commun des quatre puissances F, D, C, E , sur ce nœud A ; laquelle force G fera à la puissance E , comme cette diagonale AG du parallélogramme

TH sera à son côté correspondant *AH*: c'est-à-dire, $G.E::AG.AH$. Or on a aussi (*hyp.*) $B.E::AG.AH$. Donc $G=B$. Par conséquent ces deux forces égales G, B , étant (*hyp.*) directement opposées, il y aura ici équilibre entr'elles. Or on vient de voir que la première G est équivalente à tout l'effort que les quatre puissances C, D, E, F , font ensemble de *A* vers *G* suivant *AG* ou *AQ* sur le nœud *A*. Donc ces quatre puissances feront ici équilibre avec la cinquième *B*. *Ce qu'il falloit 1°. trouver & démontrer.*

PART. II. Si l'on considère que dans la précédente solution, part. 1. la diagonale *AS* du parallélogramme *LM*, a été prise de grandeur & de position indéterminées; on verra que les côtés *AL, AM*, de ce parallélogramme sont aussi indéterminés de grandeur & de rapport non seulement entr'eux, mais encore avec *AK, AH, AG*. Donc les rapports entr'elles de ces cinq lignes *AG, AK, AL, AH, AM*, sont variables à l'infini. Cependant on vient de démontrer (*part. 1.*) que cinq puissances B, C, D, E, F , en raison de ces cinq lignes, & appliquées, chacune à chacun de ces cinq cordons correspondans *AB, AC, AD, AE, AF*, ainsi dirigés, feroient toujours équilibre entr'elles suivant ces directions données. Donc une infinité de puissances, cinq à cinq, en des rapports différens à l'infini, feroient ainsi équilibre entr'elles suivant ces mêmes directions. Par conséquent le Problème est ici indéterminé. *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

Si un des deux cordons AF, AD, supposés au-dessus du plan BAE, est dans ce plan; on se servira encore d'eux comme l'on vient de faire dans la part. 1. pour prouver comme là que le Problème est ici possible; & un raisonnement semblable à celui de la part. 2. prouvera aussi comme là qu'il est encore ici indéterminé.

PART. III. C'est ainsi (*part. 1. 2.*) que le Problème de cinq cordons de directions données en plans différens, est toujours indéterminé tant que ces cinq cordons se trouvent répandus en plus d'une demi-sphère dont leur nœud.

commun soit le centre. Il s'agit présentement de faire voir que ce Problème est toujours impossible, lorsque ces cinq cordons de directions données en plans differens, ne sont pas répandus en plus d'une demi-sphere. C'est ce qui se trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2. & ce qu'il falloit ici 3°. faire voir.

C A S II.

Lorsque les cinq directions données sont toutes en même plan, le Problème est encore toujours indéterminé ou impossible.

Voici aussi la démonstration de cette position en trois parties, dans lesquelles je vas faire voir,

I. Que lorsque les cinq cordons de directions données toutes en même plan, sont répandus en plus d'un demi-cercle, le Problème est toujours possible.

II. Qu'alors il est toujours indéterminé.

III. Que lorsque les cinq cordons de directions données en même plan, ne sont pas répandus en plus d'un demi-cercle, le Problème est toujours impossible.

PART. I. Supposons présentement que les cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , des Fig. 7. 8. 9. regardez ci-dessus (*cas I.*) comme en plans differens, sont ici tous de directions données en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle dont leur nœud commun A soit le centre; soit que ces cinq cordons ayent autant de directions differentes sur le plan commun, ou qu'il s'y en trouve en lignes droites les uns avec les autres. Dans cette hypothese, où il n'y a plus de sections AO, AP , de plans differens comme dans la part. 1. du cas 1. soient seulement les simples droites AS, AP , qui en faisant entr'elles un angle quelconque SAP sur le plan de ces cordons, en divisent les angles FAD, DAC , dans les Fig. 7. 8. ou FAD, FAC , dans la Fig. 9. en tels rapports qu'on voudra, & dont AS soit aussi prise de grandeur arbitraire.

FIG. VII.
VIII.
IX.

SOLUT. I. Si dans la presente hypothese l'on fait en même plan les parallelogrammes ML, SK, TH , de la maniere qu'on les a faits en plans differens dans la part. 1. du cas 1. & qu'on applique ici comme là aux cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , de directions encore ici données; autant de puissances (une à chacun) B, C, D, E, F , qui soient entr'elles comme les parties correspondantes AG, AK, AL, AH, AM , de leurs directions: on démontrera ici que ces cinq puissances y demeureront en équilibre entr'elles suivant ces directions ici données en même plan, & de cordons répandus en plus d'un demi-cercle; comme on a démontré là que les cinq puissances qu'on y a assignées, y devoient demeurer en équilibre suivant les directions qui y étoient données en plans differens, & de cordons répandus en plus d'une demi-sphere. Donc le Problème est toujours possible ici comme là. *Ce qu'il falloit 1^o. démontrer.*

FIG. X. SOLUT. II. Quelques soient les cinq directions ici données en même plan, des cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , répandus en plus d'un demi-cercle, soit qu'il s'en trouve en lignes droites entr'eux, ou non; il est visible que des cinq il y en aura toujours quelqu'un qui ne sera en ligne droite avec aucun autre, & qui prolongé par de-là leur nœud commun A , en aura toujours deux de chaque côté de lui comme dans la Fig. 10. ou trois d'un côté, & un de l'autre comme dans la Fig. 11. Soit dans la Fig. 10. BA ce cordon qui prolongé vers Q ait ainsi AC avec AD d'un côté, & AE avec AF de l'autre, soit que ceux d'un côté soient en lignes droites, ou non, avec ceux de l'autre. Sur cette droite BAQ soient prises depuis A de part & d'autre, deux parties égales quelconques AG, AV : sur AV , & sur une partie quelconque AN de AG , comme diagonales, soient les parallelogrammes HL, MK , dont les côtés soient sur les cordons qui forment les angles que la droite BAQ divise en quelques rapports que ce soient. Cela fait, je dis que si aux cinq cordons $AB, AC, AD,$

AE, AF , de directions ici données, l'on applique autant de puissances (une à chacun) B, C, D, E, F , qui soient entr'elles comme les parties correspondantes NG, AK, AL, AH, AM , de leurs directions; ces cinq puissances demeureront ici en équilibre entr'elles suivant ces mêmes directions.

DÉMONSTR. Puisque (*hyp.*) $D. E :: AL. AH$. Et $C. F :: AK. AM$. Le Lem. 1. fait voir que du concours d'action des deux premières puissances D, E , sur le nœud A , il lui resultera une force ou impression (que j'appelle V) de A vers Q suivant AV ou AQ , laquelle force V fera à chacune de ces deux puissances D, E , comme cette diagonale AV du parallelogramme HL fera à chacun de ses côtés correspondans AL, AH ; & que du concours d'action des deux autres puissances C, F , sur le même nœud A , il lui resultera pareillement une autre force ou impression directement contraire (que j'appelle N) de A vers B suivant AB ou AN , laquelle force N fera aussi à chacune de ces deux autres puissances C, F , comme cette diagonale AN du parallelogramme MK fera à chacun de ses côtés correspondans AK, AM : de sorte que l'on aura ici $V. D :: AV. AL$. Et $C. N :: AK. AN$. Donc ayant (*hyp.*) $D. C :: AL. AK$. L'on aura aussi $V. N :: AV. AN$. Or venant de trouver $N. C :: AN. AK$. Et ayant (*hyp.*) $C. B :: AK. NG$. L'on aura de même $N. B :: AN. NG$. Et conséquemment $N. N + B :: AN. AN + NG (AG)$. Donc $V. N + B :: AV. AG$. De sorte qu'ayant ici (*hyp.*) $AV = AG$, l'on y aura aussi $V = N + B$. Donc $N + B$ étant (ci dessus) l'effort total de A vers B suivant AB , résultant du concours d'action des trois puissances C, F, B , sur le nœud A ; & V un effort directement contraire de A vers Q suivant AQ sur le même nœud A , résultant du concours d'action des deux autres puissances D, E , contre ces trois-là; ces cinq puissances demeureront ici en équilibre entr'elles suivant les directions qu'on y suppose données. *Ce qu'il falloit aussi démontrer.*

SOLUT. III. Ce Problème de cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , de directions données toutes en même plan, & répandues en plus d'un demi-cercle, se peut encore résoudre autrement, en menant au hazard sur le plan de ces cordons, & par le nœud commun A , les droites RAP, AS , dont la première RP divise deux $D\Delta E, B\Delta C$, de leurs angles en quelques rapports que ce soient, & la seconde AS divise un $E\Delta F$ de leurs autres angles en quelque rapport que ce soit aussi. Autour de AS (comme diagonale) prise de grandeur aussi arbitraire que sa position l'est dans l'angle $E\Delta F$, soit le parallélogramme HM des côtés AH, AM , pris sur ceux AE, AI , de cet angle. Du point S parallèlement à AD , soit menée SQ qui rencontre AR en Q ; duquel point Q soit aussi menée parallèlement à AS , la droite QL qui rencontre AD en L , & acheve ainsi le parallélogramme SL , dont AQ est la diagonale. Ensuite de l'autre côté de A sur la droite RAP , soit prise $AN = AQ$, & sur cette diagonale AN soit fait le parallélogramme GK de côtés AG, AK , pris sur AB, AC .

Cela fait, je dis que si aux cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , de directions ici données toutes en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle décrit sur ce plan, de leur nœud commun A comme centre, l'on applique autant de puissances (une à chacun) B, C, D, E, F , qui soient entr'elles comme les parties AG, AK, AL, AH, AM , de leurs cordons ainsi dirigés; ces cinq puissances feront encore ici équilibre entr'elles suivant ces mêmes directions données.

DÉMONSTR. Puisque (hyp.) $E . F :: AH . AM$. Le Lem. 1. fait encore voir ici qu'en y appellant S la force résultante du concours d'action de ces deux puissances E, F , au nœud A suivant AS ; l'on aura ici $S . E :: AS . AH$. Ainsi ayant (hyp.) $E . D :: AH . AL$. L'on aura pareillement ici $S . D :: AS . AL$. Par conséquent (Lem. 1.) du concours de ces deux forces S, D , c'est-à-dire, des trois puissances F, E, D , il resultera au nœud A une impression

ou

ou force de A vers R suivant AR , laquelle étant appelée Q , l'on aura ici $Q . D :: AQ . AL$. Il resultera de même (*Lem. I.*) du concours des deux autres puissances B, C , à ce nœud A une force de A vers P suivant AP en sens directement contraire, laquelle force étant appelée N , l'on aura aussi $C . N :: AK . AN$. Donc ayant (*hyp.*) $D . C :: AL . AK$. L'on aura enfin $Q . N :: AQ . AN$. De sorte qu'ayant (*hyp.*) $AQ = AN$, l'on aura pareillement ici $Q = N$. Ainsi ces deux forces égales Q, N , suivant AQ, AN , étant (comme l'on voit) directement contraires, feront ici équilibre entr'elles; & par conséquent aussi les cinq puissances B, C, D, E, F , du concours desquelles on voit que ces deux forces Q, N , resultent. *Ce qu'il falloit encore ici démontrer.*

PART. II. 1°. Si l'on considère que dans la solut. 1. FIG. VII.
VIII.
IX. de la part. 1. Fig. 7. 8. 9. La diagonale AS du parallélogramme LM , a été prise de grandeur & de position indéterminées comme dans la part. 1. du cas 1. Cette raison qui dans ce cas 1. a fait voir (*part. 2.*) que le Problème de cinq cordons de directions données en plans différens, & répandus en plus d'une demi-sphère, y étoit indéterminé, fera voir de même que celui-ci de cinq cordons de directions ici données toutes en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle, y est aussi indéterminé, & ce d'autant plus que la position de AP y est de plus indéterminée.

2°. Quant à la solut. 2. de la part. 1. Fig. 10. la liberté FIG. X. qu'on y a eue aussi de diviser AG en N , en tel rapport qu'on a voulu, rendant arbitraires non seulement les rapports de NG à AK, AL, AH, AM , mais aussi ceux de AK, AM , à AH, AL ; rend les rapports entr'elles de ces cinq lignes variables à l'infini, quoi-que ceux de AK à AM , & de AH à AL , soient constans, & qu'ils puissent quelques-fois être les mêmes comme lorsque CAE & DAF sont deux lignes droites. Donc aussi les rapports entr'elles des cinq puissances B, C, D, E, F , proportionnelles (*part. I. solut. 2.*) à ces cinq lignes NG, AK, AL, AH, AM ,

306 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 feroient ici variables à l'infini. Cependant on vient de voir
 (*part. I. solut. 2.*) que cinq telles puissances feroient tou-
 jours équilibre entr'elles suivant les directions ici données,
 desquelles ces cinq lignes sont autant de parties. Donc une
 infinité de puissances, cinq à cinq, en des rapports diffé-
 rens à l'infini, feroient ici équilibre entr'elles suivant ces
 mêmes directions données de cinq cordons $AB, AC, AD,$
 AE, AF , tous en même plan, & répandus en plus d'un
 demi-cercle. Par conséquent ce Problème est encore ici
 indéterminé.

FIG. XI. 3°. De ce que dans la solut. 3. *part. 1.* Fig. 11. les deux
 droites RAP, AS , sont encore indéterminées de position,
 & AS de grandeur, le tout comme dans la solut. 1. Fig. 7.
 8. 9. de la même *part. 1.* Cette raison qui dans l'art. 1. de
 la présente *part. 2.* vient de faire voir que le Problème dont
 il s'agit ici, y étoit indéterminé, fait voir de même qu'il
 l'est pareillement ici.

FIG. VII. 4°. Mais ce qui prouve cela tout d'un coup & à la fois
 VIII. pour toutes les solut. 1. 2. 3. de la *part. 1.* Fig. 7. 8. 9. 10.
 IX. 11. c'est que les deux puissances D, F , qui se réduisent à
 X. une S dirigée suivant AS dans les Fig. 7. 8. 9. *part. 1.* so-
 XI. lut. 1. comme sont les deux puissances E, F , dans la Fig. 11.
 de cette *part. 1.* solut. 3. & que les deux puissances D, E ,
 qui se réduisent aussi à une V dirigée suivant AV dans la
 Fig. 10. de la même *part. 1.* solut. 2. réduisant ainsi qua-
 tre en même plan, & en plus d'un demi-cercle, les cinq
 cordons de cette *part. 1.* Le cas 2. du Probl. 1. fait voir
 par cela seul que le Problème dont il s'agit ici, y est tou-
 jours indéterminé. *Ce qu'il falloit 2°. démontrer.*

PART. III. C'est ainsi (*part. I. 2.*) que le Problème
 de cinq cordons de directions données toutes en même
 plan, est toujours indéterminé tant que ces cinq cordons
 se trouvent répandus en plus d'un demi-cercle, dont leur
 nœud commun soit le centre. Il s'agit présentement de faire
 voir que ce Problème est toujours impossible, lorsque ces
 cinq cordons de directions données en même plan, ne sont

pas répandus en plus d'un demi-cercle : c'est ce qui se trouve démontré dans le corol. 2. du Lem. 2. & ce qu'il falloit ici 3°. faire voir.

CONCLUSION DES CAS I. II.

Donc quelques soient les directions données de cinq cordons attachés ensemble par un seul & même nœud, auxquels il s'agit d'appliquer autant de puissances (une à chacun) qui fassent équilibre entr'elles suivant les directions données; le problème est toujours indéterminé ou impossible : sçavoir,

1°. Toujours indéterminé (*part. 1. 2. des cas I. 2.*) tant que les cinq cordons de directions données, sont en plans différens, & répandus en plus d'une demi-sphere; ou lorsqu'ils sont tous en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle.

2°. Et toujours impossible (*part. 3. des cas I. 2.*) tant que ces cinq cordons de directions données, sont en plans différens sans être répandus en plus d'une demi-sphere, ou tous en même plan sans être répandus en plus d'un demi-cercle.

C'est-là tout ce qu'il s'agissoit de trouver & de démontrer dans le présent probl. 2.

REMARQUE GÉNÉRALE.

I. La solution du précédent probl. 2. de cinq cordons attachés ensemble par un seul nœud, & de directions donnés à volonté, fait assez voir comment on pourroit résoudre de même tout autre problème de tant de cordons qu'on voudra, attachés ainsi ensemble, & de directions données à volonté. Mais il n'est pas besoin d'entrer sur cela dans un plus grand détail pour voir ce que j'ai dit d'abord, que lorsque le nombre des cordons de directions ainsi donnés, est au-dessus de quatre, le problème est toujours indéterminé ou impossible; puisque tel est (*cas I. 2. du prob. 2.*) celui de cinq cordons, & que par la méthode précé-

FIG. VII.
VIII.
IX.

dente qui le fait voir, on réduira toujours à ce nombre de cinq tel autre plus grand nombre de cordons qu'on voudra, précisément de la même maniere que dans la part. 1. des cas 1. 2. de la solut. du Probl. 2. les cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , ont été réduits à quatre AB, AC, AE, AS , dans les Fig. 7. 8. 9. desquels AS pris ainsi pour un cordon tiré par une puissance S qui seroit à chacune des deux D, F , comme cette diagonale AS à chacun des côtés correspondans AL, AM , du parallélogramme LM , équivaldroit (*Lem. 1.*) aux deux cordons AD, AF , tirés par ces deux puissances D, F . Et comme ç'a été l'indétermination de position de ce nouveau cordon AS substitué au lieu des deux AD, AF , avec une telle puissance S , au lieu des deux D, F , qui a causé l'indétermination de ce Probl. 2. dans les part. 1. 2. de son cas 1. & l'a augmentée dans les part. 1. 2. de son cas. 2. On voit que plus il y aura de cordons de directions données au-dessus de cinq, plus il y aura aussi de nouvelles raisons d'indétermination dans tous les autres Problèmes; lesquels, comme les deux précédens, seront toujours possibles tant que les cordons y seront répandus en plus d'une demi-sphere ou en plus d'un demi-cercle, & toujours impossibles (*Lem. 2. corol. 2.*) dans tous les autres cas.

FIG. X. Ce qu'on vient de dire des cinq cordons AB, AC, AD, AE, AF , réduits à quatre AB, AC, AE, AS , dans les Fig. 7. 8. 9. part. 1. des cas 1. 2. de la solut. du Probl. 2. se dira pareillement de ces cinq cordons qui y ont été réduits de même à quatre AB, AC, AD, AS , dans la Fig. 11. & aussi à quatre AB, AC, AF, AV , dans la Fig. 10. pour faire encore voir que tel nombre de cordons qu'on voudra au-dessus de cinq, pourra toujours se réduire de même à cinq; & de cette maniere réduire au Probl. 2. chacun de tous ces autres Problèmes, qui par-là seront (comme lui) toujours indéterminés ou impossibles.

II. Quant aux Problèmes des deux ou trois cordons ainsi attachés ensemble par un seul nœud, & de directions aussi données à volonté; on voit assez 2

1°. Que lorsqu'il n'y a que deux cordons de directions données, le Problème est toujours déterminé à deux puissances égales entr'elles, lorsque ces cordons sont en ligne droite; & toujours impossible, lorsqu'ils font quelque angle entr'eux: ce cas est celui d'une simple corde aux extrémités de laquelle il faudroit appliquer deux puissances propres à faire équilibre entr'elles, lesquelles la rendroient toujours en ligne droite.

2°. Que lorsqu'il n'y a que trois cordons de directions données, le Problème est toujours aussi déterminé ou impossible.

Il est toujours déterminé lorsque les trois cordons AB , AC , AD , en sont donnés en même plan, & répandus en plus d'un demi-cercle. Car alors le prolongement de chacun d'eux, par exemple, le prolongement AQ du cordon AB , divisant toujours l'angle CAD des deux autres AC , AD , en raison déterminée, le parallélogramme KL d'une diagonale quelconque AG , prise à volonté sur AQ , & de côtés AK , AL , ainsi déterminés sur AC , AD , aura toujours cette diagonale en raison déterminée à chacun de ces côtés; & conséquemment les trois puissances B , C , D , requises aux trois cordons AB , AC , AD , pour faire équilibre entr'elles suivant ces directions ici données, devant être entr'elles comme les parties correspondantes AG , AK , AL , de ces directions, chacune de ces trois puissances sera toujours ici en raison déterminée à chacune des deux autres; & conséquemment aussi le problème y sera toujours déterminé.

Au contraire il sera impossible (*Lem. 2. corol. 2.*) en tout autre cas: sçavoir, lorsque les trois cordons en même plan, n'y seront pas répandus en plus d'un demi-cercle; & aussi lorsqu'ils seront en plans différens, n'y pouvant être répandus en plus d'une demi-sphère.

III. Joignons presentement ces deux articles avec les solutions des deux Problèmes précédens; & l'on verra pour tous les Problèmes imaginables où il s'agira d'assigner des puissances, qui appliquées chacune à chacun de tant de

cordons qu'on voudra , attachés ensemble par un seul nœud , & de directions données à volonté , feroient équilibre entr'elles suivant ces directions : on verra , dis-je ,

1^o. Que (*art. 2.*) le problème de deux ou de trois cordons , fera toujours déterminé ou impossible.

2^o. Que (*solut. du probl. 1.*) le Problème de quatre cordons fera tantôt déterminé , tantôt indéterminé , & quelques fois impossible.

3^o. Qu'enfin (*solut. du probl. 2. & art. 1. d'ici*) tous les autres Problèmes de plus de quatre cordons à l'infini , seront toujours indéterminés ou impossibles.

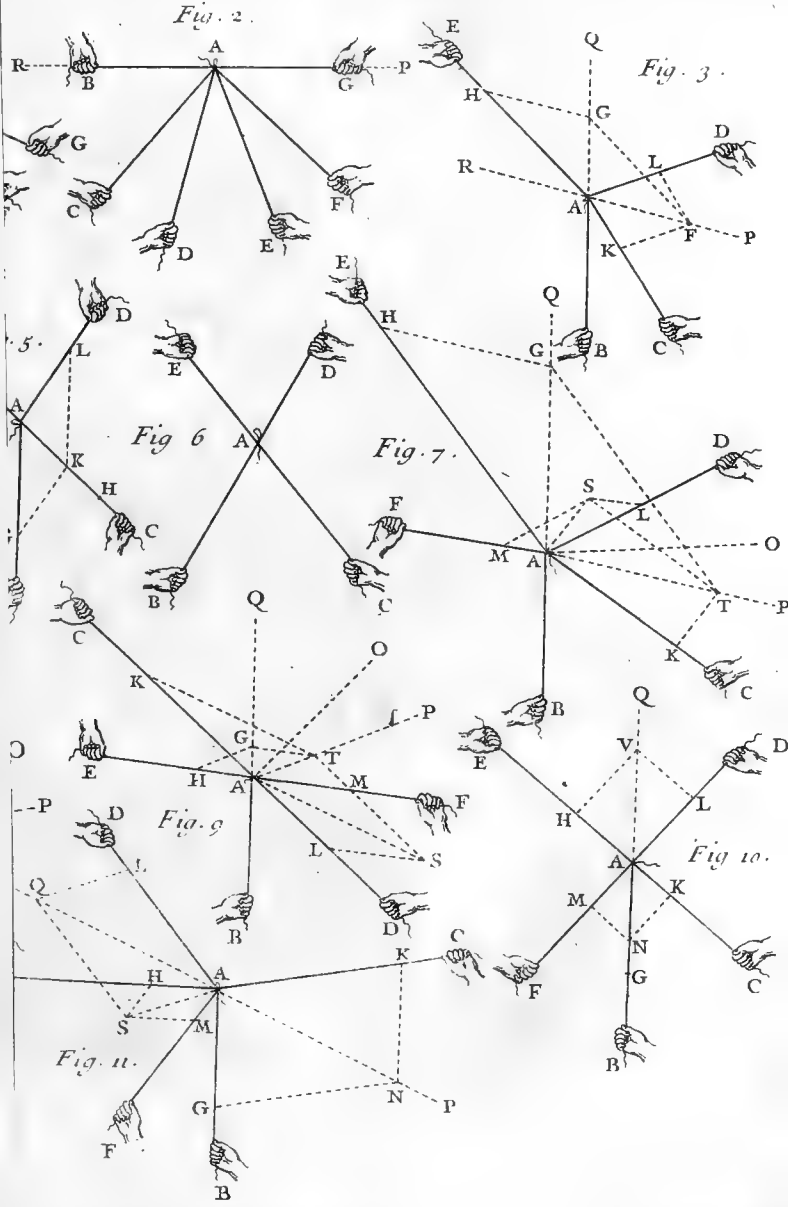
IV. Cela étant de tous les Problèmes de directions données de tel nombre de cordons qu'on voudra , attachés tous ensemble par un seul & même nœud , & auxquels on demanderoit d'appliquer autant de puissances (une à chacun) propres à faire équilibre entr'elles suivant ces directions données : Cela , dis-je , étant ainsi (*art. 3.*) de tous ces problèmes , il est aisé de voir que ceux de directions données de différentes branches de corde , issues de différents nœuds , se rapportant à quelqu'un de ceux-là en chaque nœud ; sont aussi tous déterminés , ou indéterminés , ou impossibles , selon le nombre des branches ou cordons de chaque nœud : sçavoir ,

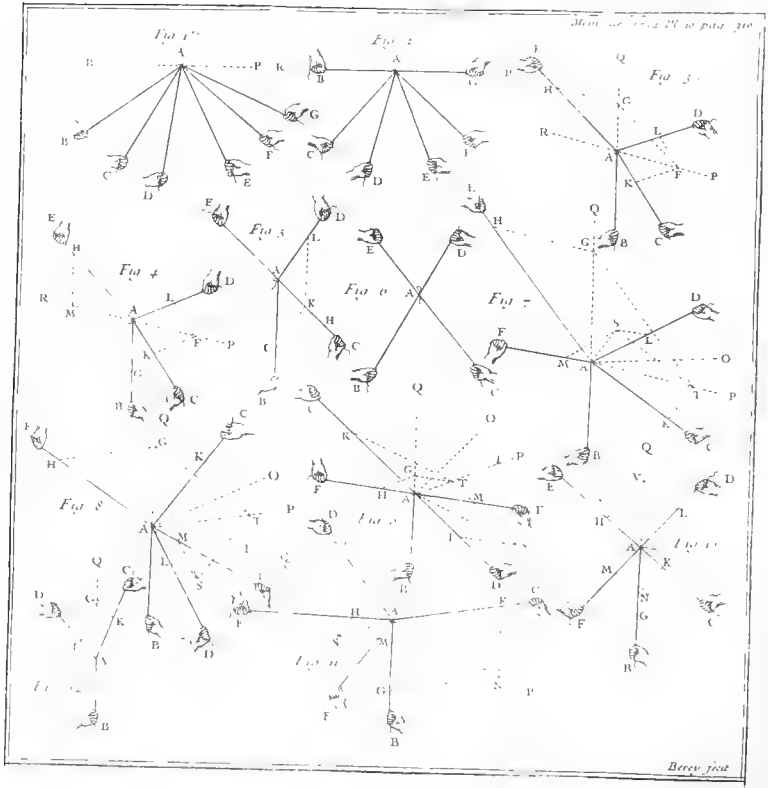
1^o. Déterminés ou impossibles (*art 3. nomb. 1.*) s'il ne part que trois cordons de chaque nœud ; ce qui est le moins qu'il en puisse partir : deux cordons seuls ne faisant qu'une simple corde ; outre qu'ils ne rendroient encore (*art. 3. nomb. 1.*) le Problème que déterminé ou impossible :

2^o. Il sera (*art. 3. nomb. 2.*) déterminé , ou indéterminé ; ou impossible , s'il y a des nœuds de quatre cordons , & aucun de davantage.

3^o. Enfin le Problème sera (*art. 3. nomb. 3.*) indéterminé , ou impossible , s'il y a des nœuds de plus de quatre cordons.

C'est-là tout ce que j'avois avancé au commencement de





ce Memoire ; & ce qui comprend tous les Problèmes qu'on peut faire à l'infini par rapport à tel nombre de cordons qu'on voudra, attachés ensemble par un seul ou plusieurs nœuds, & auxquels il faudroit appliquer autant de puissances (une à chacun) propres à faire équilibre entr'elles suivant les directions données de ces cordons : les solutions de tous ces Problèmes se trouveront précisément comme les précédentes des Probl. 1. 2. & du nomb. 2. de l'art. 2. de la Remarque qui les suit ; il n'y a aura de difficulté nouvelle que pour l'imagination à se démêler de l'embaras des lignes & des plans que la multiplicité des cordons & de leurs directions données à volonté, y exigera pour tous les parallelogrammes qui y seront necessaires, sur-tout lorsque les cordons y seront donnés de position en differens plans. C'est ce qui m'a empêché d'entrer ici dans un plus grand détail de ces Problèmes, outre que ce Memoire n'est peut-être déjà que trop long, vû la facilité de la méthode qu'on y a suivie, laquelle fait assez voir que si au lieu de directions données, c'étoient seulement autant de points donnés par où ces directions dussent passer, ces sortes de Problèmes seroient susceptibles d'un nombre infiniment plus grand de solutions que lorsque ces directions sont données ; puisqu'alors les puissances cherchées auroient leurs directions arbitraires qui prises à volonté par les points donnés, détermineroient ces puissances comme elles le viennent d'être par leurs directions données : ces Problèmes, dis-je, seroient tous alors indéterminés, excepté le seul de deux cordons seulement ou d'une simple corde, qui pour l'équilibre entre deux puissances appliquées à ces extremités, les exige toujours égales entr'elles ; au lieu que dans les Problèmes de trois cordons toujours en même plan, ou de quatre en plans differens, les rapports des puissances seroient aussi variables que leurs directions, & encore plus qu'elles dans le Problème de quatre cordons en même plan, & dans les autres d'un plus grand nombre de cordons attachés ensemble par un seul & même nœud : variabilité des rapports des puissances requises pour l'équilibre, laquelle augmenteroit avec le nombre de ces cordons.

DU CORDON OMBILICAL

Par M. ROUHAULT.

30. Juin.
1714.

LE Cordon Ombilical, selon la plûpart des Anatomistes, est un Canal membraneux, rond, médiocrement épais, composé de deux membranes, une externe, qu'ils disent être formée du pannicule charnu; l'autre interne, qui vient du peritoine, qui enveloppe les vaisseaux & renferme dans sa cavité une humeur blanche & laiteuse.

Cette définition ne paroît pas convenir au Cordon, elle donne l'idée d'un canal creux, & il ne l'est point, composé de deux membranes, & il n'y en a qu'une; enfin il y est parlé d'une humeur laiteuse, sans dire dans quelle partie elle est contenuë.

Ayant examiné le Cordon attentivement, j'ai trouvé qu'il n'avoit qu'une membrane, & qu'il n'étoit point creux; qu'il renfermoit les vaisseaux ombilicaux; que ces vaisseaux étoient séparés les uns des autres & recouverts par un corps que Hobokenus a nommé une substance fibreuse, membraneuse & humide. Quelqu'exacte qu'ait été cet Auteur dans la recherche des parties qui composent le cordon, il n'a pas examiné d'assez près cette substance qu'il appelle *fibreuse*, autrement il auroit reconnu comme moi que c'est un corps spongieux.

Pour donner une idée plus juste du Cordon ombilical, je dirai que c'est un lien membraneux, tortueux & inégal qui s'étend depuis le placenta jusques à l'Ombilic de l'Enfant qui renferme les vaisseaux ombilicaux; que ces vaisseaux sont maintenus dans leurs situations par un corps spongieux *aaa* qu'ils traversent dans toute leur route.

FIG. IX.
X.

Le Cordon ombilical est revêtu exterieurement & dans toute sa longueur par une membrane fine, forte & d'un

d'un tissu ferré qui lui vient de la membrane moyenne des enveloppes du Fœtus ; cette membrane est si adhérente , que l'on ne peut la séparer que difficilement des parties qu'elle recouvre.

Au-dessous de cette enveloppe est un amas de celules membraneuses inconnuës jusques à présent , au moins je ne sçache aucun Anatomiste qui les ait remarquées avant moi. Ces celules sont placées les unes sur les autres , communiquent entr'elles , & forment un corps que je nommerai *spongieux* , à cause qu'il ressemble à une éponge *aaa* ; ce corps s'étend depuis le nombril de l'Enfant jusques à la division des vaisseaux qui vont au Placenta. Il est difficile de gonfler ce corps plus loin , parce que l'Amnios qui s'y termine fait comme une espece d'anneau qui empêche que l'air ne passe facilement : que si l'on pousse l'air avec force pour surmonter cet obstacle , il arrive que la membrane du Cordon se rompt avec bruit dans cet endroit.

Quoique cet obstacle se rencontre très souvent , il se trouve cependant des Cordons où cet anneau fait moins de résistance , alors on peut souffler le corps spongieux jusques sur le Placenta. Je l'ai gonflé dans deux jusques à un pouce au-delà de l'endroit où le Cordon s'implante , mais du côté de l'Enfant le corps spongieux se termine à l'anneau ombilical & ne va pas plus loin. Le corps spongieux est percé dans toute sa longueur par trois vaisseaux ; sçavoir , deux arteres *bb* , & une veine *c*. Les arteres entrent plus profondément dans le corps spongieux que la veine qui n'en est recouverte que de la sixième partie d'une ligne (Fig. 10.) pendant que les arteres le sont de près d'une ligne (Fig. 10.) Quoique j'aye dit que la veine n'est recouverte que de la sixième partie d'une ligne du corps spongieux , il arrive quelquefois qu'elle l'est autant que les arteres , comme je l'ai remarqué dans un cordon où la veine *c* étoit autant qu'elles *bc*.

Le corps spongieux ne recouvre pas seulement les vaisseaux , mais encore il les écarte les uns des autres. Les ce-

Mem. 1714.

Rr

FIG. IX.
X.
XI.

FIG. IX.
& X. *bb*.

FIG. IX. *c*;

FIG. IX.

lules qui composent le corps spongieux sont remplies d'une humeur claire, visqueuse & gluante, que Warthon appelle de la *gelée*. Cette gelée est quelquefois si abondante, qu'elle sort avec l'air par l'ouverture par laquelle on a soufflé le corps spongieux, comme une petite écume blanche; quelquefois elle est en si petite quantité, que quelque pression que l'on fasse au corps spongieux après l'avoir soufflé, il n'en sort que très peu ou point du tout.

Les vaisseaux qui entrent dans la composition du Cordon ombilical sont deux artères *b* & une veine *c*. La veine

FIG. VI. vient du Placenta, & va porter le sang en passant par la scissure du foye au travers de la veine porte, par un conduit veineux, jusques dans la veine cave & de-là au cœur pour la nourriture du Fœtus. Les artères viennent des artères hypogastriques, & quelquefois des iliaques internes du Fœtus, pour reporter le sang, qui n'a pû être employé pour sa nourriture au Placenta. Ces vaisseaux ne traversent pas le corps spongieux en ligne droite, mais en serpentant autour du centre de ce corps qui en fait comme le noyau. Les contours que les vaisseaux font autour du centre de ce corps sont tantôt réguliers, tantôt ils ne le sont pas. Lorsque les contours que font les vaisseaux sont réguliers, le Cordon represente une colonne torse, alors

FIG. VIII. la veine *c* serpente autour des artères *b b*, & les artères autour de la veine. Ce qui n'arrive pas dans tous les Cordons, ni dans toute la longueur d'un même Cordon: il arrive même que les artères rampent sur la veine, & quelquefois que la veine se trouve placée entre les deux artères.

On remarque au Cordon des tâches & des éminences. Ces tâches sont appellées par les Anatomistes des nœuds

FIG. III. *ddd*; elles sont de différentes grandeurs & de différentes couleurs. Ces nœuds, selon Harvée, se trouvent à la veine: *Ejusdem funiculi venæ, variis locis nodos aliquot sive varices, quasi vesiculas sanguine plenas obtinent: quâ arte cautum est ne sanguis in Fœtum confertim ressuat.* Harveïus de Umbilico, p. 375.

Ce n'est pas seulement à la veine que j'ai trouvé ces tâches, j'en ai rencontré plus souvent & en plus grand nombre aux arteres, mais elles étoient plus petites. Hobokenus les a remarquées comme moi, comme il le témoigne dans son *Traité* qui a pour titre : *Anatomia secundina humanæ*, pag. 33. paragraphe 10. *Et in arteriis quousque fune comprehenderentur nodulos varios ad gemmularum speciem observavi. Quos dum perquirerem eos deprehendi ratione sanguinis referre maculas prænominatas.* Cet Auteur ne se contente pas de dire qu'il a trouvé des nœuds dans les arteres, mais encore il fait connoître la matiere qui les produit, qui est le sang arrêté dans leurs cavités par le moyen des valvules, *Et eos aperiens* (c'est des nœuds qu'il parle) *valvulas ex tunica laxioris plicatura orbiculari efformatas reperi, recursum sanguinis arteriosi a placenta versus Umbilicum Fetus inhibentes.* Hobokenus, pag. 33.

Mais quoique cet Auteur ait fait graver des valvules dans ces Figures, il n'y en a point; il a pris un enfoncement *b* des membranes de l'artere en dedans pour des valvules. S'il y en avoit, il seroit impossible d'injecter ou de souffler les arteres du côté du placenta. Mais soit que l'on les souffle, ou que l'on les injecte du côté du placenta ou du côté de l'Enfant, l'air ou l'injection passe également & avec la même facilité d'un côté que de l'autre, ce qui n'arriveroit pas s'il y avoit des valvules. De plus, j'ai soufflé les arteres & la veine de plusieurs Cordons auxquels j'avois remarqué beaucoup de ces tâches ou nœuds, & après les avoir fait sécher, je les ai ouverts, & je n'ai trouvé aucune valvule, soit dans la veine, soit dans les arteres, l'enfoncement des membranes des vaisseaux se fait en dedans, lorsqu'en tirant le Cordon pour délivrer la Femme, l'on le tourne dans un sens opposé à la route des vaisseaux; & comme le côté des arteres ou de la veine qui est au centre du Cordon, ne peut s'étendre à cause du corps spongieux qui le retient, le côté de l'artere ou de la veine qui est hors du centre, se trouve pressé selon sa longueur, ce qui

FIG. IV.

- FIG. IV. le fait enfoncer en dedans en differens endroits *bbb*, &
 V. former des replis qui y arrêtent le sang, de sorte que la Mere étant délivrée, le sang qui se trouve dans tout le reste du canal se vuide en partie par l'extremité du Cordon, & en partie par la surface du placenta qui regarde la matrice par le ressort des vaisseaux & par le poids d'une partie du Cordon, de maniere que celui qui est renfermé dans les espaces, que les plis de l'artere, ou de la veine ont formés, ne peut sortir, parce que les parois du reste du canal, soit veine, soit artere, se sont aissées, & lui ont fermé le passage. Pour m'assurer si la chose arrivoit ainsi que je viens de le dire, j'ai rempli les vaisseaux du Cordon alternativement d'eau & d'air, & ayant fait une forte ligature en deux bouts du Cordon, je l'ai étendu en le tournant dans un sens opposé à la route des vaisseaux, & j'ai vû que leurs membranes s'enfonçoient dans un endroit, & ensuite abandonnant un des bouts du Cordon, je voyois que ce qui s'étoit enfoncé se relevoit; puis reprenant le bout du Cordon que j'avois abandonné, je l'éten-
 dois comme auparavant, & il ne se faisoit plus d'enfoncements aux mêmes endroits où je les avois remarqués, mais en d'autres. Non content de cette experience, j'ai soufflé les vaisseaux de plusieurs Cordons où j'avois remarqué de ces tâches ou nœuds, & ils m'ont paru d'une même grosseur d'un bout à l'autre. Je les ai laissé sécher, & j'ai remarqué que les vaisseaux n'avoient pas plus de diametre dans un endroit que dans un autre, & qu'il n'y avoit aucune valvule. Néanmoins il a pû arriver que cet Auteur ait trouvé les vaisseaux plus dilatés à l'endroit de ces tâches, pendant que le sang y étoit renfermé, parce que le sang en cet endroit aura fait resistance, & aura empêché les vaisseaux de reprendre leur ressort, ou de s'affaïsser comme ils auront pû faire dans les autres endroits où il n'y avoit plus de sang. Il paroît par ce que je viens de dire, que ces tâches *dd* ou prétendus nœuds n'existent que par hazard, & qu'ils ont été produits lorsqu'en délivrant la

FIG. III.

femme on a tourné le Cordon dans un sens opposé à la route des vaisseaux. Cependant la plupart des Sages-femmes prétendent connoître par la couleur & par le nombre des nœuds la quantité d'Enfans qu'aura la Mere, & de quel sexe ils seront. Si ces nœuds sont près à près du côté du ventre de l'Enfant, elles disent que la Mere aura autant d'Enfans de suite qu'il y a de nœuds au Cordon. Si ces nœuds sont éloignés, qu'elle aura des Enfans loin à loin. Que s'il ne s'en rencontre point, que la Mere deviendra sterile. Enfin, si ces nœuds sont de couleur rouge, elle aura des Garçons: s'ils sont pâles, elle aura des Filles. Cette divination n'est pas nouvelle; Eucharius, Avicenne & Rhodion, au rapport de Rioland, ont été dans cette pensée. Du temps d'Harvée cette opinion regnoit parmi les Sages-femmes, comme il le témoigne dans son *Traité de Umbilico*, pag. 375. *Ex horum varicum copia superstitione obstetrices de futuræ sobolis numero divinare solent; & si nulli ejusmodi nodi d'adsuerint steriles in posterum fore pronuntiant; ex eorumdem quoque ad invicem distantia de puerperiorum intervallo; & ex colorum varietate de sexus discrimine hariolantur.* FIG. III.

Quoique je ne tombe pas d'accord que ces tâches soient des nœuds, je ne dis pas pour cela qu'il ne se trouve dans le Cordon des tumeurs que l'on peut prendre pour des nœuds; mais ces tumeurs ne sont pas en grand nombre. Le plus grand nombre que j'en aye trouvé, n'a pas passé trois; quelquefois il ne s'en trouve qu'une, & fort souvent point du tout.

Ces tumeurs ou nœuds sont produits par le retour d'artere fait sur elle-même; puis faisant une espece d'anneau, ou quelque chose d'approchant, elle continué sa route: tantôt il n'y a qu'une artere qui fait une tumeur, tantôt elles en font chacune une. Les espaces qui se trouvent dans ces tumeurs, sont remplis par le corps spongieux e. FIG. II.
VI.
FIG. XII.
FIG. XII.

Ces nœuds ne se trouvent pour l'ordinaire que dans

les cordons où les arteres ne serpentent pas autour de la veine, mais reimpent sur son corps à peu-prés en ligne droite. Lorsque les arteres, en entrant dans le Cordon, font leur chemin presqu'en ligne droite, il se trouve des nœuds au bout du Cordon du côté du placenta : au contraire, s'il se trouve des nœuds au bout du Cordon du côté de l'Enfant, les arteres vont presqu'en ligne droite jusques à l'extremité du Cordon du côté du placenta. Dans l'un de ces cas le sang ayant fait beaucoup d'effort pour traverser ces nœuds, la nature a fait descrire une ligne presque droite aux arteres, afin que le sang pût couler plus facilement dans le reste du canal. Dans l'autre cas le sang, ayant parcouru avec une extrême facilité les arteres dans le commencement du Cordon, est retardé en parcourant le contour de ces nœuds, parce que le sang y fait plus de frotements que dans un canal droit.

Pour finir ce qui regarde les vaisseaux, je dirai que le diametre de la veine est deux fois plus grand que le diametre de chaque artere.

J'ai injecté les vaisseaux de deux Cordons que j'ai fait sécher : l'un de ces Cordons avoit deux pieds de long, la veine avoit quatre lignes de diametre, & chaque artere avoit plus d'une ligne & demi de diametre.

L'autre Cordon avoit seize pouces de long, la veine avoit deux lignes deux tiers de diametre, & chaque artere avoit une ligne & un tiers.

Non content de cette experience, j'ai soufflé les vaisseaux de deux Cordons, l'un desquels avoit quatorze pouces, & l'autre un pied & demi de long, je les ai fait sécher. J'ai trouvé que la veine du Cordon de quatorze pouces avoit quatre lignes & un peu plus de diametre, & chaque artere deux lignes. La veine du Cordon d'un pied & demi avoit quatre lignes de diametre, & chaque artere avoit deux lignes & plus. Ainsi je crois pouvoir assurer que le diametre des deux arteres est au diametre de la veine, comme un est à deux, & par consequent la capacité

où l'ouverture de la veine est à l'ouverture d'une artère comme quatre est à un, & à celle des deux artères comme quatre est à deux. Voilà toutes les parties que j'ai remarquées dans le Cordon. Les Anciens y adjutoient l'oura-que, mais je n'y en ay trouvé aucun vestige, il ne passe pas l'Ombilic de l'Enfant. Je ne parlerai point de l'usage qu'ils lui donnoient, il seroit inutile de parler d'une partie qui n'existe point au moins pour l'ordinaire. Le Cordon n'est pas d'une même longueur, il y en a de deux pieds & plus, d'autres d'un pied & demi, d'autres enfin qui n'ont que douze à treize pouces de long. A l'égard du diametre, il se trouve des cordons qui ont quatre lignes, d'autres six lignes & plus de diametre : la difference de diametre des Cordons dans les Fœtus parfaits, dépend du plus ou du moins de cette gelée, que nous avons dit être contenue dans le corps spongieux.

Dans la plupart des Cordons le diametre est presque égal d'un bout à l'autre : néanmoins il s'en trouve qui sont plus gros vers leurs extremités du côté de l'Enfant, & cette grosseur va quelquefois jusques à deux lignes & plus de diametre en cet endroit qu'au reste du Cordon, de sorte qu'un Cordon qui aura quatre lignes de diametre dans la plus grande partie de sa longueur aura six lignes & plus de diametre vers son extremité. Cette grosseur ne vient point insensiblement, mais tout à coup, de sorte qu'il sembleroit que l'on auroit fait entrer un petit cordon dans un plus gros ; enfin pour donner une idée plus sensible, cette partie de Cordon ressemble à ces nœuds que l'on remarque aux Canes de Joncs. Cette grosseur subite ne vient que parce que les vaisseaux ayant traversé la plus grande partie du Cordon en rampant, sont dans cet endroit des contours très près les uns des autres. Cette grosseur de Cordon a quelquefois quatre à cinq pouces de longueur, & se termine au ventre de l'Enfant.

Le Cordon est d'une couleur d'un blanc grisâtre ; il paroît un peu tortillé ; on remarque dans sa longueur des

Le Cordon a deux usages, l'un pendant que l'Enfant est dans le sein de la Mere, l'autre après qu'il en est sorti.

Pendant qu'il est dans le sein de la Mere, il sert de moyen pour que le sang coule de la Mere à l'Enfant, & de l'Enfant à la Mere. Après que l'Enfant est sorti, il sert de lien propre à tirer le placenta, & par ce moyen délivrer la Mere.

Le corps spongieux tient les vaisseaux écartés, & empêche qu'ils ne se touchent immédiatement; il leur sert comme d'une enveloppe mole, capable de céder à la dilatation des vaisseaux. Par la gelée qu'il contient, il amoliti & assouplit les parties contenues dans le Cordon. Enfin il empêche que dans les mouvemens que l'Enfant fait dans le sein de sa Mere, le Cordon ne se tourne dans un sens opposé à la route des vaisseaux, ce qui lui causeroit infailliblement la mort.

SUR L'OBSERVATION DU SOLSTICE.

Par M. DE MALEZIEU.

14. Aoust
1714.

RIEN n'est plus important dans le Calcul Astronomique, que la connoissance de la durée précise de l'année Solaire moyenne, qui est la règle commune de toutes les autres durées; & c'est aussi ce qui a de tous temps engagé les plus habiles Astronomes à la déterminer le plus précisément qu'il leur étoit possible.

Cette détermination ne se peut faire que par la comparaison du lieu du Soleil observé deux fois au même point de l'Ecliptique. Mais comme ces Observations sont toujours sujettes à de petites erreurs; pour être plus sûr de son compte, il faut choisir des Observations très éloignées les unes des autres, afin que l'erreur, se distribuant également à chaque année intermediaire, devienne comme insensible dans chacune en particulier.

Les



Portion de Cordon revestue de sa membrane dont le corps spongieux est souflé.



Morceau du corps spongieux coupe selon la longueur du Cordon



fig. 2°



Portion de Cordon dont le corps spongieux n'a point esté souflé

fig. 6°



fig. 8°

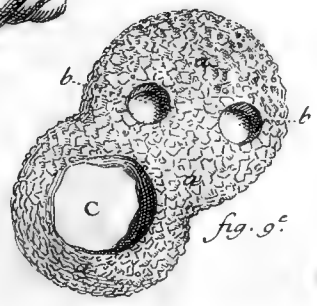
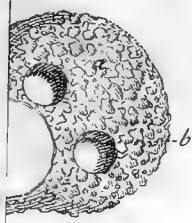


fig. 9°

Portion de Cordon depouillé de sa membrane

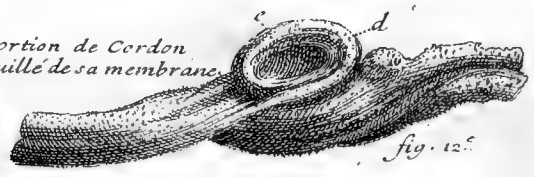
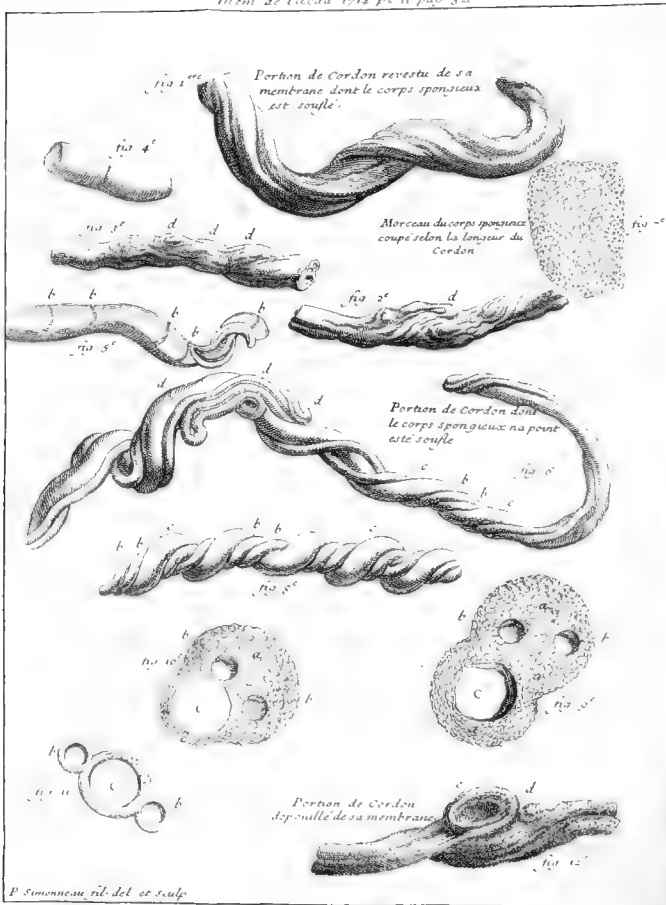


fig. 12°



Les Astronomes ont le plus souvent choisi les Equinoxes pour faire ces comparaisons, parce que la déclinaison du Soleil variant alors d'une minute de degré par heure, est en effet bien plus observable que dans le temps des Solstices où elle varie imperceptiblement.

Cependant je suis très persuadé que si nous avions un Solstice observé par Hipparcque avec les mêmes précautions, & avec un instrument pareil à celui que nous avons employé, M. Maraldi & moi, dans l'Observation du Solstice d'Été de la presente année 1714, nous pourrions prononcer avec bien plus de certitude sur le nombre des secondes qui composent l'année Solaire moyenne, qu'il n'est possible de le faire par la comparaison des anciens Equinoxes que ce grand Astronome nous a laissés.

L'exactitude de l'Observation Equinoxiale dépend de plusieurs élémens, dont chacun en particulier peut causer une erreur considerable.

Il faut connoître dans la dernière précision l'élevation du pole de l'Observateur. Une minute d'erreur retardera ou avancera d'une heure entiere l'entrée du Soleil dans le point Equinocial, & il n'y a que ceux qui n'ont jamais observé, qui se persuadent qu'on puisse, sans des précautions infinies, déterminer l'élevation du pole à 25 ou 30 secondes près.

Il faut être assuré que l'instrument dont on se sert pour faire l'Observation est si parfaitement divisé & disposé de telle sorte, qu'il donne l'élevation du Soleil précisément telle qu'elle est en effet : ce qui n'est pas une mediocre difficulté. Il m'est arrivé plus d'une fois d'avoir rectifié un fort excellent Quart de Cercle divisé par le S^r Butterfield, & d'avoir éprouvé le lendemain que le seul transport d'une chambre dans un autre, y causoit une variation de plus d'une minute. Il sera fort difficile de se contenter sur ce point, quand on y voudra chercher une certitude Mathématique; car quand on auroit rectifié l'instrument la veille de l'Observation, & qu'on le trouveroit le lendemain.

au même point , il ne seroit pas absolument impossible qu'il n'eût varié dans le temps de l'Observation même , & que le hazard l'eût remis ensuite , au point où il avoit été mis par la redification.

Ce n'est pas encore tout : il faut avoir une connoissance très exacte de la refraction , dans les tems & dans les lieux des Observations que l'on compare , & l'on n'est pas toujours sûr de les connoître exactement.

Nous avons remedié à tous ces inconveniens dans l'Observation du dernier Solstice.

J'ai dans ma maison de Chastenay un instrument qui n'est point sujet à variation , & dont les erreurs , s'il y en a , sont toujours les mêmes : ce qui suffit , comme l'on va voir , pour la certitude de la méthode dont nous nous sommes servis.

C'est une Colonne de Pierre de taille , de quinze pieds ou environ , posée sur un massif fait à chaux & à ciment sur le Roc , au pied de laquelle on a élevé un demi-pied hors de terre un petit mur long de cinquante pieds , entirant vers le Nord , dont les fondemens sont aussi posés sur le roc , & maçonnés à chaux & à ciment , comme le fondement de la Colonne. Sur ce petit mur regne une chaîne ou chapiteau de pierre de Liais , disposé horizontalement avec le niveau d'eau. Il y avoit trois ans que cette maçonnerie étoit faite , lorsque M. Maraldi voulut bien prendre la peine de mettre la dernière main à la construction de l'instrument : & nous attendîmes exprès ce temps , afin que la pesanteur de la Colonne & des pierres , eût fait son effet sur les fondemens. M. Maraldi a posé le long de ce chapiteau de pierre de taille , une Règle de Cuivre d'un demi-pouce en quarré , qui a été enchassée dans la pierre , & disposée horizontalement avec toutes les précautions imaginables. Il s'est servi de toutes ses connoissances & de toute son industrie pour tracer sur cette Règle une Meridienne divisée en parties aliquottes de la Colonne , avec laquelle elle fait un angle parfaitement droit. Au haut de

la Colonne est une plaque de Cuivre qui la déborde, & qui est placée horizontalement; elle est percée d'un petit trou de quatre lignes de diametre par où passent les rayons du Soleil. Elle est fort épaisse & attachée à la Colonne par des liens de fer & par des vis, en sorte qu'il est impossible qu'il y puisse arriver aucun changement. On peut se fier à l'habileté de M. Maraldi pour toutes les précautions qu'il a fallu prendre dans la construction de la machine. Il n'a pas oublié de faire élargir le trou en chamfrain suivant l'angle de la plus petite hauteur Meridienne.

Avec cet instrument dont la position est invariable, il nous a été facile d'avoir deux déclinaisons du centre du Soleil parfaitement égales entr'elles, l'une avant le Solstice, & l'autre après; & cela, indépendamment de l'élevation du pole, des refractions, & même de l'erreur qui pourroit être dans les divisions de la Meridienne, & dans la position de l'angle droit, qu'on suppose qu'elle forme avec la Colonne: car comme la machine est inébranlable si après avoir observé les deux points de la Regle de Cuivre, que coupent les deux bords de l'image du Soleil, précisément à midi, plusieurs jours avant le Solstice, on est attentif à observer après le Solstice quel jour les deux mêmes bords de l'image du Soleil ou couperont les deux mêmes points, ou les approcheront de plus près; on pourra s'assurer d'avoir deux hauteurs Meridiennes, ou parfaitement égales, ou qui differeront seulement d'une petite quantité connuë. Dans le premier cas on aura deux déclinaisons égales, & par consequent deux points également éloignés du Solstice; dans le second, l'on sçaura par la déclinaison journaliere, combien il faut ajouter ou ôter au midi de l'Observation, pour avoir le moment de la déclinaison égale à la premiere déclinaison Meridienne observée.

Cela posé, le reste est facile. Comme ces deux points de déclinaison égale sont également éloignés du Solstice; si le mouvement du Soleil étoit uniforme, il n'y auroit

qu'à prendre la moitié du temps écoulé entre les deux déclinaisons, & l'ajouter au premier temps, ou l'ôter du second, pour avoir le moment du Solstice, mais l'Apogée du Soleil n'étant pas dans le premier point du Cancer, il faut avoir égard aux Equations. Voici donc ce que nous avons pratiqué.

A prendre du centre du trou par où passent les rayons du Soleil, jusques au point qui lui correspond perpendiculairement sur la Meridienne, nous comptons cent mille parties ou divisions; & comme la Meridienne est divisée en aliquottes pareilles, le nombre des parties de la Meridienne comprises entre ce point situé perpendiculairement sous le trou de la placque, & ceux où l'image du Soleil coupe la Meridienne, est la tangente de l'angle qui mesure la distance du Zenith aux bords supérieur & inférieur du Soleil. Il faut avoir seulement la précaution d'ajouter le demi-diamètre du trou à la longueur de la tangente qui correspond au bord supérieur du Soleil, & de retrancher ce même demi-diamètre de la Tangente qui correspond au bord inférieur.

Le 3 Juin 1714 au Gnomon de Chastenay à midi, Tangente de l'angle qui mesure la distance du Zenith au bord supérieur du Soleil, corrigée par l'addition du demi-diamètre du trou 49225 parties.
Tangente corrigée de l'inférieur 50325 parties.

Le 9 Juillet à midi, Tangente correspondante du bord Supérieur du Soleil corrigée 48979 parties.

Il y a donc de différence entre les deux Tangentes correspondantes 246 parties d'un Rayon de 100000.

Ces 246 parties donnent 6' 47" de différence de déclinaison entre le midi du 3 Juin & le midi du 9 Juillet.

Alors en 24 heures la déclinaison change de 7' 16", & dans cette proportion 6' 47" demandent 22^h 24'.

Donc le 10 Juillet à 10^h 24' du matin, la déclinaison a été précisément la même que le 3 Juin à midi.

Le 3 Juin à midi, l'Equation du Soleil additive étoit:

50' 45'' que le Soleil par son mouvement moyen, parcourt en 20^h 35' 30''; & comme l'Equation est additive, la ligne du mouvement moyen suit celle du vrai. Ainsi ajoutant 20^h 35' 30'' au midi du 3 Juin, on a le tems auquel la ligne du mouvement moyen arrive à 2^s 12^d 22' 25'', où le Soleil étoit par son mouvement vrai, le 3 Juin à midi.

Donc le 4 Juin, à 8^h 35' 30'' du matin, la ligne du mouvement moyen touche le point de 2^s 12^d 22' 25''.

D'ailleurs le 10 Juillet à 10^h 24' du matin, la déclinaison étant précisément la même que le 3 Juin à midi, le Soleil selon son mouvement vrai doit avoir été à égale distance du point Solsticial. Donc son vrai lieu étoit 3^s 17^d 37' 35''.

Alors son Equation soustractive est 20' 31'', qu'il parcourt par son mouvement moyen en 8^h 19' 30'', qu'il faut ôter de 10^h 34'. Donc

Le 10 Juillet à 2^h 4' 30'' du matin, la ligne du mouvement moyen arriva au point de 3^s 17^d 37' 35''.

Or depuis le 4 Juin à 8^h 35' 30'' du matin jusqu'au 10 Juillet à 2^h 4' 30'' du matin, il y a 35 jours 17^h 29'. J'en prends la moitié qui est 17 jours 20^h 44' 30''. Je l'ajoute au 4 Juin à 8^h 35' 30'' du matin; il me vient le 22 Juin à 5^h 20' du matin pour le moment auquel la ligne du mouvement moyen arrive au point Solsticial: & comme l'Equation est alors additive, qu'elle est de 15' 51'', que le Soleil parcourt en 6^h 26' par son mouvement moyen, & que la ligne du mouvement vrai marche avant celle du moyen, il s'ensuit qu'il faut ôter ces 6^h 26', du moment auquel la ligne du mouvement moyen arrive au point Solsticial, pour avoir celui auquel la ligne du mouvement vrai y arrive. Donc la ligne du mouvement vrai y est arrivée à Chastenay l'an 1714 le 21 Juin à 10^h 54' du soir.

Mais comme ce n'est point assez de deux correspondantes, il en faut encore examiner d'autres.

Le 25 Mai.

Tangente du bord superieur corrigée . . . 52232.
 De l'inferieur 53400.
 Cela donne distance du centre au Zenith $27^d 50' 26''$;

Le 20 Juillet.

Tangente du bord superieur corrigée . . . 52660.
 De l'inferieur 53790.
 Cela donne distance du centre du Soleil
 au Zenith $28^d 1' 26''$.
 Difference de déclinaison entre le 25 Mai & le 20
 Juillet à midi, $11'$.

Par le calcul, déclinaison du 19 Juillet . . $20^d 56' 30''$.
 Déclinaison du 20 Juillet $20^d 45' 30''$.
 Difference de déclinaison $11'$ égale à la difference de
 déclinaison, entre le midi du 25 Mai & le midi du 20
 Juillet.

Donc en supposant le mouvement du Soleil uniforme ;
 & coupant en deux, le temps intermediaire viendrait le
 21 Juin à minuit par le temps du Solstice. Voici comme
 M. Maraldi fait les Equations, & c'est un abrégé de la mé-
 thode dont je me suis servi ci-dessus.

Le 25 Mai à midi, Equation du Solstice
 additive $66' 9''$.
 Le 19 Juillet à midi, Equation soustractive . . . $37' 50''$.
 La difference $28' 19''$.
 La moitié $14' 9''$.
 Comparée avec l'Equation Solsticielle $15' 51''$.

Vient la difference $1' 42''$ qui est en temps $43'$ qu'il
 faut soustraire du minuit entre le 21 & 22 Juin. Donc
 par ces deux correspondantes à Chastenay 1714.

Le Solstice à $11^h 17'$ du soir.

Les correspondantes du 6 Juin & du 6 Juillet, du 8
 Juin & du 4 Juillet, qui sont entre celles que nous ve-
 nons de calculer, donnent le Solstice vers les onze heures

du soir. Ainsi, nous pouvons en toute sûreté prendre un Solstice moyen entre $10^h 54'$ & $11^h 17'$ du soir, & le déterminer à $11^h 5' 30''$ le 21 Juin 1714.

On est assuré par cette détermination d'avoir un Solstice qui n'est pas éloigné du véritable de $12'$ de temps. Ce qui est une précision plus grande que celle qu'on peut espérer de la détermination des Equinoxes, & d'autant plus préférable, qu'elle est fondée sur des principes qu'on ne peut contester. On est assuré par conséquent d'avoir le vrai lieu du Soleil, à moins de $30''$ de degrez près de la vérité; de quoi je doute fort qu'on puisse s'assurer par aucune autre méthode.

Le Meridien de Chastenay est plus occidental que celui de Paris de $10''$ de temps.

L'élevation du Pole est de $48^d 45' 55''$.

SUR DES VAISSEAUX PARTICULIERS *observés dans des Corps morts de perte de sang.*

Par M. LITTRÉ.

Les pertes de sang viennent ou du côté des vaisseaux sanguins, ou du côté du sang qui y est contenu. Elles viennent du côté des vaisseaux sanguins en deux manières, ou par la solution de leur continuité, ou sans qu'il y arrive de solution de continuité. Les pertes, qui dépendent de la solution de continuité des vaisseaux sanguins, sont faites, ou par des causes externes, ou par des causes internes. On comprend par les causes externes, des instrumens tranchans, piquans, contendants & rongeurs. On entend par les internes les humeurs du corps, lorsqu'elles pèchent en quantité ou en qualité.

Les pertes de sang qui arrivent sans qu'il y ait solution de continuité dans les vaisseaux sanguins, viennent encore ou de côté des vaisseaux sanguins, ou du côté du sang.

Du côté des vaisseaux, lorsque leurs pores sont trop dilatés, ou que le diametre de la cavité des conduits secretoires, ou excretoires est extraordinairement agrandi. Les pertes qui viennent du côté du sang, quoi-qu'il n'y ait point de solution de continuité dans les vaisseaux sanguins, arrivent lorsque le sang est extraordinairement fin & délié. Car alors le diametre ordinaire des pores des veines & des arteres, & celui de la cavité des conduits secretoires & excretoires se trouvent assez grands pour lui donner passage.

Toutes les pertes de sang peuvent devenir mortelles, si elles continüent jusqu'à ce qu'il ne reste plus assez de sang dans les vaisseaux pour l'entretien & la conservation de la vie. Je suis persuadé qu'il est rare qu'ils en perdent jusqu'à ce point-là. Dans toutes ces pertes, lorsque la quantité de sang, est soit diminuée; d'un côté les parois des vaisseaux s'affaissent & se retrecissent; & de l'autre le sang qui y reste devient grossier, épais & compacte, & coule lentement dans leur cavité. Pour lors ce sang n'a ni assez de force pour écarter & soulever les parois des vaisseaux, ni assez de finesse pour s'échapper par de petites ouvertures.

Le sang qui s'échappe des vaisseaux, ou il fort hors du corps à mesure, ou il y reste. Si le sang reste dans le corps, ou il est placé entre ses parties, ou dans les intestices de leurs fibres, ou bien il tombe dans quelque une des cavités du corps.

Le sang fort hors du corps à mesure qu'il s'échappe des vaisseaux, lorsque ces vaisseaux sont dans les parties exterieures du corps, & que rien ne s'oppose à sa sortie. Pour lors il n'y a à craindre ni fièvre ni inflammation ni abscess, &c. & la vie est en sureté, à moins que la perte ne soit grande, & que le Malade ne soit point secouru. D'autant qu'on a la liberté de mettre en usage les moyens propres pour l'arrêter.

Le sang extravasé s'arrête entre les parties ou dans les intervalles

intervalles de leurs fibres, lorsqu'il ne trouve point d'issue libre pour sortir hors du corps. Ce sang alors ou se dissipe par la voye de l'insensible transpiration, ou il rentre dans les vaisseaux par la voye des pores, & ne cause point d'accident ou du moins fâcheux, ou bien il reste à l'endroit où il s'est épanché, où se corrompant par son séjour, il allume la fièvre, & y produit de l'inflammation, un abcès, &c.

Enfin si le sang qui sort des vaisseaux, tombe dans quelque une des cavités du corps, principalement dans celle du crâne, de la poitrine & du ventre, il cause la mort pour l'ordinaire, sur-tout s'il y en tombe beaucoup. Ce n'est pas pourtant parce qu'il ne reste pas encore assez de sang dans les vaisseaux pour l'entretien & la conservation de la vie.

J'ai vû plusieurs personnes de l'un & de l'autre sexe, qui ont perdu dans l'espace de 12 à 15 heures environ un seau de sang, qui non-seulement ne sont pas mortes, mais qui dans 3. ou 4. mois de tems se sont aussi-bien portées qu'avant la perte.

Or il n'y a point de cavité dans notre corps, qui à beaucoup près, soit naturellement capable de contenir une pareille quantité de sang; aussi est-ce par d'autres endroits que ces fortes d'épanchemens de sang sont funestes. Le sang épanché par exemple dans la cavité du crâne, comprime le cerveau. Par cette compression il empêche la filtration & la distribution des esprits animaux, & il interrompt la circulation du sang dans les vaisseaux de cette partie. D'où il peut s'en ensuivre la Paralysie, l'Apoplexie, la Léthargie, la Fièvre, des Inflammations, des Abscès, la Gangrene, & enfin la mort. Les épanchemens de sang faits dans les autres cavités peuvent produire une grande partie des mêmes accidens, & conséquemment la mort.

Les fréquentes ouvertures que j'ai faites ou que j'ai fait faire de corps, qui sont morts en peu de tems après de grandes pertes de sang, m'ont donné occasion de faire les Observations que je vais rapporter.

Premiere Observation. En ces sortes de cadavres, on ne trouve point de sang dans les ventricules du cœur; au lieu qu'on en trouve pour l'ordinaire dans les corps morts de quelqu'autre espece de maladie, sur-tout dans le ventricule droit:

Seconde Observation. On ne trouve pas non plus de sang dans les arteres de ces mêmes cadavres; & on en remarque dans les arteres des corps qui ne sont pas morts de perte de sang. Cependant les arteres vuides de sang ont leurs parois peu affaïssées, & leur cavité peu diminuée.

Troisième Observation. Le sang, qu'on observe dans ces cadavres, est renfermé dans leurs veines, principalement dans celles, qui sont proches du cœur, & ce sang est grossier, épais & compacte.

Quatr. & dern. Observat. Ce que j'ai remarquai de plus particulier dans les corps morts de perte de sang, ce sont quantité de vaisseaux transparens de differente grosseur, que l'on apperçoit en diverses parties du corps, sur-tout dans celles qui sont éloignées du cœur. Les premieres fois que j'ai remarqué ces vaisseaux, je les ai pris pour des vaisseaux lymphatiques. Mais dans la suite les ayant soigneusement examinés, j'ai été convaincu qu'ils en étoient entierement differents.

Premierement, la surface exterieure de ces vaisseaux est uniforme, je veux dire, qu'ils ne sont pas faits en chapelier comme les lymphatiques. Secondement il n'y paroît point de valvules, qui cependant sont en grand nombre dans les lymphatiques. Troisièmement, leurs tuniques sont beaucoup plus épaïsses. Quatrièmement, j'ai suivi ces vaisseaux, & les ai conduit tous jusqu'à des veines dont j'ai reconnu qu'ils étoient de vraies ramifications. Je les ai comparés aux autres veines, & je n'y ai point remarqué de difference. Enfin j'ai ouvert ces vaisseaux, au lieu de lymphes, que je m'attendois d'y trouver, je n'y ai trouvé que de l'air.

Il reste à present à examiner d'où peut venir tout cet

air. On ne sçauroit disconvenir qu'il n'y ait de l'air dans les vaisseaux, soit qu'il soit porté par la voye de l'œsophage, ou par la voye de la trachée artère; & qu'il n'y soit exactement mêlé avec le sang, du moins pendant qu'il est fluide & coulant, & que ses parties sont fines & déliées.

Or dans les derniers momens de la vie principalement; le sang ne doit pas être en grande quantité dans les vaisseaux à cause de la perte. Il y doit couler lentement, y être épais, grossier & compacte, & être difficile à pousser. Et ce sang ne sçauroit devenir épais, grossier & compacte, que ses parties ne s'approchent les unes des autres; elles ne sçauroient s'approcher sans se presser & se ferrer; & elles ne sçauroient se presser & se ferrer les unes & les autres, qu'elles n'expriment & ne chassent de leurs interstices les parcelles d'air qui y sont logées. D'autant que l'air, qui est de sa nature un corps liquide, fait continuellement effort pour s'échapper & se mettre en liberté.

L'air ainsi dégagé d'entre les parties du sang dans les veines, peut être une des sources de celui dont les vaisseaux transparens sont remplis. En effet, cet air étant alors libre, peut se porter d'un côté & d'autre dans les veines, & principalement aux endroits où il n'y a point de sang, & où par consequent il rencontre peu de résistance.

On peut regarder la trachée artère comme une autre source du même air. Pendant que l'homme vit, il passe à chaque respiration de l'air de ce conduit dans la veine pulmonaire: il s'y mêle avec le sang & circule avec lui, tant que le sang est fluide & coulant, & que ses parties sont fines & déliées. Mais s'il devient épais, grossier & compacte, comme il arrive dans les pertes de sang. Pour lors ce sang est plus propre à chasser d'entre ses parties l'air qui y est contenu, qu'à en recevoir de nouveau & à se mêler avec lui. C'est pourquoi l'air, qui est porté dans ce tems-là de la trachée artère dans la veine du poulmon, n'étant plus contraint par aucun mélange, peut facilement passer de

cette veine dans le ventricule gauche du cœur. Le passage est libre, parce que ce vaisseau contient alors peu de sang, & que ce sang est condensé & laisse par conséquent de la place pour l'air. D'ailleurs l'air est un corps qui est composé de parties fines, legeres & élastiques. Il peut donc parvenir jusqu'à ce ventricule, son ressort & celui qui reste encore aux parties qui composent le pōumon & à celles qui sont destinées à resserrer la poitrine suffisent pour l'y pousser, tandis qu'ils sont insuffisants pour y pousser le sang à cause de son épaisseur, de sa grossiereté & de sa pesanteur.

L'air reçu dans le ventricule gauche du cœur peut par des pareilles causes être poussé de ce ventricule dans les arteres & des arteres dans les veines, où il doit être arrêté tant par le sang que par l'air, qui y sont contenus, & par conséquent remplir les espaces qui y sont vuides de sang. La possibilité y est, & le systēme du plein dans la nature le demande.

Enfin, on peut inferer de ces vaisseaux transparens, qu'un des usages de l'air enfermé dans les vaisseaux de notre corps, est d'empêcher que leur cavité ne s'efface ou ne diminue, de sorte qu'ils soient hors d'état de faire leur fonction, ou de la faire fort imparfaitement. Les parois de nos vaisseaux sont composées de fibres, qui tendent toujours à se ferrer & à s'approcher les unes des autres, & par conséquent à effacer, ou à diminuer extraordinairement la cavité qu'elles forment. Les parties solides, dont nos vaisseaux sont entourés de toutes parts; de même que l'air qui environne exterieurement notre corps, tendent toujours aussi à la même fin.

Il falloit donc qu'il y eut toujours dans la cavité de nos vaisseaux quelque corps qui s'opposât continuellement à l'effort de toutes ces causes, & qui tint lieu d'un vrai antagoniste à leur égard. Or ce corps ne peut être autre que l'air enfermé dans cette cavité. En effet, l'air par son ressort tend toujours en se rarefiant à écarter & tenir écartées

les parois des vaisseaux, & par conséquent à conserver leur cavité dans l'état où elle doit être pour qu'ils soient toujours en état de faire leur fonction.

L'état où on trouve les arteres des corps morts, principalement de perte de sang, confirme cet usage de l'air. On remarque dans ces vaisseaux, que leurs parois, quoi-que la cavité soit vuide de sang & d'autre corps sensible, sont peu affaïssées. Il faut donc que ces arteres contiennent de l'air dans leur cavité, & que cet air par son ressort en écarte & soutienne les parois. Au reste il n'y a pas lieu de douter que l'air, dont la cavité des arteres est remplie, n'ait les mêmes sources que celui qu'on trouve dans les vaisseaux transparens.

REMARQUES

SUR LA CHEUTE DES CORPS DANS L'AIR.

Par M. DE LA HIRE.

JE crois qu'une des principales occupations de l'Académie doit être de rectifier & de perfectionner autant qu'il est possible les Observations qui ont été faites par les Academiciens qui nous ont précédé, lesquels on doit toujours estimer beaucoup de nous avoir frayé le chemin pour pousser nos découvertes plus loin qu'ils n'ont fait, en suivant autant qu'on le trouve à propos, les mêmes vûes qu'ils ont eües d'abord, mais en ne s'attachant pas servilement à leurs idées, lorsqu'on y trouve des difficultés qui pourroient nous jeter dans l'erreur.

22. Août.
1714.

M. Mariotte qui avoit un genie tout particulier pour la Physique, & qui étoit infatigable pour toutes les experiences qu'il faut faire pour avancer dans cette science,

334 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
trouvoit bon que je fusse témoin de ce qu'il faisoit, & même il me fit par son Testament dépositaire de tous ses Ecrits pour les donner au Public; ce que j'ai executé pour le mouvement des Eaux, qui étoit celui auquel il travailloit l'orsqu'il mourut.

Et comme il y a beaucoup à profiter dans la lecture de ses ouvrages, lorsque je suis venu dernièrement à examiner avec attention ce qu'il rapporte à la fin de son Traité de la Percussion au sujet de la Chûte des corps dans l'air, dont nous avons fait ensemble les Observations dans l'ouverture qui perce à plomb du dessus de la Plate-forme de l'Observatoire jusqu'au fond des Carrieres, & dont la hauteur est de 168 pieds, j'ai voulu examiner la regle qu'il donne pour déterminer la perte du chemin qu'un corps, comme une bale de plomb, fait en tombant dans l'air par la résistance qu'il y trouve dans les differens tems & à différentes hauteurs de sa chûte par rapport au chemin que ce même corps parcoureroit dans le vuide.

Il suppose d'abord que cette bale qui est de six lignes de diametre, tomberoit dans le vuide dans la premiere seconde de tems de 15 pieds de hauteur, mais que dans l'air tel qu'il est sur la terre où nous sommes, elle ne tomberoit que de 14 pieds, d'où il conclut que la résistance de l'air lui fait perdre un pied dans cette premiere seconde.

Il ajoûte ensuite que cette bale dans le vuide doit parcourir 60 pieds en deux secondes, & 135 pieds en trois secondes, & ainsi de suite; mais la résistance de l'air qui lui fait perdre un pied dans la premiere seconde, lui feroit perdre plusieurs pieds dans les secondes suivantes, suivant la proportion des quarrés des tems de la chûte, si l'air ne résistoit pas plus à une grande vitesse qu'à une petite; mais par cette cause cette diminution des pieds sera plus grande que selon la proportion des quarrés des tems, & parce que suivant la doctrine de Galilée la vitesse acquise à la fin de la deuxième seconde doit être double de celle qui est acquise à la fin de la premiere, & que celle

qui est acquise à la fin de la troisième en doit être triple, «
 & ainsi de suite, la résistance de l'air sera double à la fin de «
 la deuxième, mais elle ne sera que simple en son com- «
 mencement, & elle augmentera par des degrés égaux : il «
 faudra donc prendre celle qui sera dans le milieu de cette «
 deuxième seconde pour la résistance moyenne, c'est-à-dire, «
 que comme on n'ôteroit pas assez, si on n'ôtoit que 4 pieds «
 de 60 pieds qui doivent être parcourus dans les deux se- «
 condes, & qu'on en ôteroit trop, si on en ôtoit 8 pieds, «
 puisque la résistance n'est double qu'à la fin des deux se- «
 condes, on peut prendre l'unité pour la première seconde, «
 & $\frac{1}{2}$ pour la suivante, dont la somme $1 \frac{1}{2}$ multipliant 4, «
 le produit qui est 6 pieds sera la quantité qu'il faudra ôter «
 de 60 pieds que le mobile devoit passer en deux secon- «
 des ; & suivant cette règle, il ne fera que 54 pieds. «

On fera de même pour le tems de trois secondes, & «
 on ôtera de 135 pieds qui est le produit de 15 par 9 «
 quarré de 3, 18 pieds qui est le produit de 9 par le nom- «
 bre 2, lequel est composé de la première unité pour la «
 première seconde, & d'une autre unité pour la moitié des «
 deux autres secondes, & ce nombre 18 étant ôté de 135, «
 il restera 117 qui sera le nombre des pieds que la bale de «
 Plomb fera en 3 secondes. «

Pour le tems de 4 secondes on prendra $2 \frac{1}{2}$ qui est un «
 nombre composé de la première unité & de la moitié des «
 trois autres unités, & l'on multipliera par ce nombre le «
 quarré de 4 qui est 16, le produit sera 40 qu'il faudra «
 ôter de 240 produit de 16 par 15, le reste 200 sera le «
 nombre des pieds que la bale parcourra de haut en bas «
 en 4 secondes & ainsi de suite. «

Ce sont les propres paroles de M. Mariotte, où l'on voit
 la règle qu'il établit pour trouver la perte ou la diminution
 du chemin qu'une bale de plomb de 6 lignes de diame-
 tre fait en tombant dans l'air par la résistance que cet air
 lui fait, en lui comparant sa chute dans le vuide. Mais il
 me semble qu'il y a plusieurs remarques à faire sur tout ce
 qu'avance ici M. Mariotte.

Il dit d'abord que la perte de l'espace parcouru doit être suivant la proportion des quarrés des temps de la chute par la cause de la résistance de l'air. Mais il n'en demeure pas là, & il ajoute, Si l'air ne résistoit pas plus à une grande vitesse qu'à une petite, & par consequent il joint ensemble deux résistances de l'air pour n'en composer qu'une.

Ensuite pour déterminer la seconde résistance de l'air dont il parle, il dit qu'à la fin de la deuxième seconde du temps de la chute de la bale, il faut prendre toute la résistance de l'air à la fin de la première seconde, & y joindre la résistance de la moitié entre la fin de la première & de la deuxième, c'est ce qui est $1\frac{1}{2}$ de résistance, & le multiplier par le quarré de la première résistance qu'il a posée, qui est 4 pour la fin de la deuxième seconde, ce qui donnera 6 pieds de perte qu'il faut ôter aux 60 pieds, car il dit que si l'on n'ôtoit que 4 pieds de 60, on n'ôteroit pas assez, & que si on en ôtoit 8, on ôteroit trop; mais ce trop peu & ce trop n'est que relatif à ce qu'il faut ôter qui est donné par l'expérience, & ainsi pour les autres secondes.

Il paroît dans ce que dit ici M. Mariotte, qu'il cherchoit à établir une règle qui pût satisfaire aux expériences; mais quoi-que ces expériences fussent faites sur des hauteurs bien plus grandes que toutes celles qu'on avoit faites auparavant, elles n'étoient pas pourtant encore suffisantes pour confirmer sa règle dans laquelle il employe celle de Galilée. Il laisse à juger que celle de Galilée n'étoit que pour le vuide, quoique Galilée ne l'eût établie que sur les expériences qu'il avoit faites dans l'air, mais sur de petites hauteurs.

M. Mariotte s'appercevoit bien qu'en supposant la règle de Galilée pour la chute d'un corps dans le vuide, lorsqu'on vouloit déterminer le chemin que ce corps faisoit dans l'air, en y tombant dans des temps déterminés, il falloit y employer la résistance de l'air, qui est un corps
liquide;

liquide ; mais de plus il faut encore observer que ce corps de l'air n'est pas homogène par-tout, mais qu'il devient plus dense à proportion de ses hauteurs ou de ses charges, & à quoi il ne paroît pas que M. Mariotte ait fait attention. On dira peut-être que cette condensation de l'air pouvoit être négligée dans les expériences que nous fîmes, mais elle ne doit pas l'être dans l'établissement de la règle, car elle devient très-considérable dans de grandes hauteurs ; & dans celles où nous observâmes, il est certain qu'au bas du lieu où nous étions, l'air y étoit plus pesant, & par conséquent plus condensé, d'un douzième environ de toute la pesanteur qu'il avoit ; ce qui devoit retarder la descente de la bale vers le bas.

On entend ordinairement par le mot de *vide* une espace qui est vide des particules de l'air, tel qu'il est sur la surface de la terre ; c'est aussi ce qu'on nomme *Eter* ou *matiere subtile*. Cette matiere subtile pénètre tous les corps & même les plus durs, en passant au travers de tous leurs pores les plus déliés sans aucune difficulté. Il semble de-là que cette matiere doit être indifférente au mouvement des corps qui la traversent ; aussi l'on n'a pû attribuer les loix de leur mouvement qu'à la puissance qui les pousse, & ce sont celles que M. Mariotte a suivies en les tirant de Galilée.

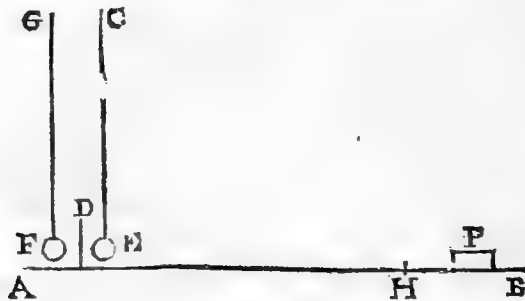
On ne sçauroit douter que l'air ne fasse de la résistance aux corps qui s'y meuvent, & que cette résistance ne soit comme les carrés de la vitesse de ces corps. Mais pour déterminer la quantité de cette résistance par rapport à une certaine vitesse, on ne le peut faire que par des expériences qui ne peuvent pas avoir une grande justesse.

M. Mariotte suppose que la bale de Plomb tombe dans le vide pendant la première seconde de temps, de 15 pieds de hauteur, dont il n'avoit aucune certitude, & que dans l'air elle tombe dans le même temps de 14 pieds seulement, comme nos Observations lui avoient fait connoître ; & supposant la règle de Galilée pour la chute des corps

338 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 dans le vuide, il donne la sienne qui s'accorde avec les
 Observations dans les quatre premieres secondes de temps
 de la chute, qui étoit ce que nous avions pû faire, ainsi
 cette règle ne peut pas être beaucoup écartée de la verité.
 Mais comme j'avois quelque lieu de douter que nos Ob-
 servations ou Experiences n'eussent pas toute la justesse
 que j'aurois souhaité, je les ai refaites comme il suit d'une
 maniere differente & moins sujette à erreur que celles
 que nous fimes autrefois.

EXPERIENCES.

J'ai pris une petite Planchette fort mince de 15 pouces
 de long sur 2 pouces de large représentée en *AB* & vers



son extrémité *A*, y ayant attaché perpendiculairement une
 petite piece *D* de la même planche qui la traversoit à l'é-
 quaire & qui n'avoit de hauteur que $1\frac{1}{2}$ pouce, j'ai fait de
 la planche *AB* une balance, ayant arrêté ferme vers *H* aux
 trois quarts de *AB* vers *B* un fil de Fer en travers qui lui
 servoit d'aisseau pour tourner, & qui débordoit d'un pou-
 ce au-delà de la planche par les deux côtés. Mais comme
 la partie *ADH* étoit plus pesante que le reste *HB*, j'ai
 ajouté sur *HB* un poids *P*, pour la mettre en équilibre sur
 son appuy *H*. Ensuite j'ai ajusté cette balance sur un pied
 qui portoit l'aisseau *H*, & j'ai attaché ce pied contre un
 mur, en sorte que la planche où la balance demeurait

par-tout à même distance du mur en se mouvant, & elle pouvoit rester de niveau, mais de telle sorte, que le moindre petit effort d'un côté ou d'autre de *H* pouvoit l'emporter.

Ensuite j'ai suspendu contre le même mur un Pendule simple *CE* fait d'une bale de Plomb de 9 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, & dont la longueur du fil qui étoit fort délié, depuis sa suspension *C* jusqu'au centre d'oscillation de la bale, étoit de 36 pouces $8\frac{1}{2}$ lignes, lequel fait ses vibrations en une seconde de temps, & ses demi-vibrations en une demi-seconde. La bale *E* étant en repos, étoit tout proche de la petite planche *D* de la balance, en sorte que quand le Pendule étoit mis en mouvement pour lui faire décrire un arc parallèle au mur, il rencontreroit la pièce *D* à la moitié de sa vibration, c'est-à-dire, en une demi-seconde de temps depuis qu'on l'avoit laissé aller.

De plus, j'ai planté contre le même mur, à la hauteur de 4 pieds depuis l'extrémité *A* de la planchette, un fil de Fer bien poli, & j'ai fait passer par dessus ce fil de Fer un fil très délié qui soutenoit une bale de Plomb *F* de même grosseur que la bale *E*, & la bale *F* étant élevée par le moyen de son fil, elle pouvoit tomber sur l'extrémité *A* de la balance; mais ayant élevé cette bale *F*, en sorte que son centre fût élevé au-dessus de la balance *AB* placée de niveau de la hauteur de 3 pieds 6 pouces, qui est le quart de 14 pieds, j'ai écarté la bale *E* du Pendule d'environ 7 pouces de sa situation verticale, & tenant cette bale entre le pouce & le doigt index, & à même temps l'extrémité du fil de la bale *F* contre la bale *E*, & en lâchant ensuite la bale *E* & l'extrémité du fil de la bale *F* dans le même instant, en ouvrant les deux doigts, la bale *E* pouvoit frapper dans le même temps la planchette *D*, & la bale *F* la partie *A* de la balance, & je pensois que si cela arrivoit ainsi, je connoîtrois que la bale *F* employoit justement une demi-seconde à tomber de la hauteur de 3 pieds 6 pouces; mais si la bale *F* employoit un temps

Vu ij

plus court à parcourir cet espace, elle rencontreroit la balance en *A*, & la faisant tourner, la bale *E* qui ne viendroit qu'ensuite dans la ligne verticale *CE*, ne rencontrant pas la partie *D*, elle passeroit outre en achevant sa vibration.

J'ai répété plusieurs fois cette experience, & j'ai toujours remarqué que la bale *E* du Pendule retournoit en arriere, & que la bale *F* poursuivoit son chemin en tombant, & par consequent je pouvois conclure que la bale *E* arrivoit plutôt contre *D* que la bale *F* n'arrivoit sur la balance en *A*, d'où il s'ensuivoit que la chute de la bale *F* de 3 pieds 6 pouces de hauteur étoit trop grande pour une demi-seconde de temps. J'ai donc encore répété cette experience, n'ayant élevé la bale que de 3 pieds 5 pouces & de 3 pieds 4 pouces, & j'ai toujours observé la même chose : il est vrai que 2 ou 3 pouces sont parcourus bien vite par la bale qui tombe de cette hauteur. Mais je n'ai pas continué ces experiences, car il m'est venu en pensée qu'elles étoient sujettes à erreur. Car lorsque la bale *F* rencontre en tombant la balance en *A*, elle la choque fortement; & quoi-que cette balance soit très facile à être mise en mouvement, l'air qui lui résiste par dessous l'empêche d'être emportée aussi-tôt qu'elle est frappée, & la bale *E* a le temps de rencontrer la partie *D* qui la repousse en arriere, & j'ai déjà dit que par le bruit que font ces deux bales en rencontrant la balance, on ne sçauroit juger laquelle des deux frappe la premiere. J'ai donc pensé à faire une autre experience.

J'ai supprimé la balance, & le Pendule demeurant dans l'état où il étoit, éloigné du mur de trois pouces, j'ai approché le fil de Fer, par dessus lequel passoit le fil de la bale *F* vers le Pendule, en sorte que le Pendule étant en repos, & la bale *F* y étant aussi, & étant soutenuë par son filet qui passoit par dessus le fil de Fer, ils commençassent à se toucher, afin que lorsque je lâcherois la bale *E* du Pendule, & le fil de la bale *F* dans le même temps, ils

pussent se rencontrer, si la hauteur d'où la bale *F* tomboit, convenoit au temps marqué par le Pendule qui étoit d'une demi-seconde, & la bale *F* étant élevée de 3 pieds 6 pouces; cette experience m'a toujours très-bien réüssi, étant répétée plusieurs fois; car la bale *F* rencontroit toujours la bale *E* du Pendule, & en rompoit le fil, quoi-qu'elle ne fît que l'effleurer.

Mais comme la bale *F* ne tomboit que de $3\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, j'ai voulu la faire tomber de 14 pieds, en me servant toujours du Pendule à seconde, & lui faire rencontrer la bale *E* de ce Pendule à la fin de sa vibration entiere; mais j'ai pensé que cette bale *E* va dans cet endroit fort lentement, & qu'elle pourroit être rencontrée par la bale *F* un peu plutôt ou un peu plus tard qu'elle ne devoit par rapport à la hauteur de la bale *F*; c'est pourquoi j'ai jugé à propos de faire le Pendule à double seconde, & d'en faire rencontrer la bale dans le milieu de sa vibration, qui est l'endroit où elle va le plus vite, & où elle doit marquer la seconde entiere. J'ai donc fait l'experience comme dans le cas précédent, & ayant écarté la bale *E* de ce Pendule de 20 pouces de son point de repos où elle touchoit la bale *F* quand elle étoit aussi en cet endroit, & ayant élevé la bale *F* de 14 pieds par le moyen de son fil, je les ai laissé aller ensemble, & dans plusieurs répétitions de cette experience, j'ai toujours remarqué que les deux bales se choquoient en se rencontrant, car la bale du Pendule étoit toujours rejetée par l'autre un peu en arriere ou à côté, ce qu'on pouvoit aussi connoître par l'impression qu'elles faisoient l'une contre l'autre.

On doit prendre garde dans ces experiences que le fil de Fer sur lequel passe le filet de la bale *F* doit être poli, & que ce filet soit placé presqu'à l'extremité du fil de Fer, afin qu'il s'en dégage aussi-tôt qu'on le lâche, & qu'il ne retarde pas le mouvement de la bale *F* en coulant & frottant sur ce fil de Fer.

J'ai aussi observé que dans le temps de ces expériences le Barometre étoit à la hauteur de 27 pouces 9 lignes dans l'endroit où je les faisois, car s'il y avoit une différence considerable de hauteur d'air, & par consequent de condensation, on pourroit trouver des différences entre les observations. Mon Fils m'a toujours aidé dans ces expériences.

Puisque cette Experience de la Chûte de la bale de Plomb de 14 pieds de hauteur dans l'air, s'accorde avec celle que j'avois faite autrefois avec M. Mariotte, je puis aussi supposer que celles que nous fîmes alors pour différentes hauteurs, comme il les rapporte, sont autant approchantes de la verité qu'il est possible de les faire; car pour les différentes grosseurs des bales, comme de 6 & de 9 lignes, elles ne peuvent apporter aucune variété dans ces observations, comme nous l'éprouvâmes alors pour des hauteurs telles que nous les avons, & même il me semble que j'ai encore entre les mains celle dont nous nous servîmes, qui est beaucoup plus grosse que de 6 lignes de diametre.

La supposition que fait M. Mariotte, que la bale de Plomb qui tomberoit dans le vuide, perd un pied de son chemin dans la premiere seconde, si elle tombe dans l'air à cause de sa résistance, n'a aucun fondement par les expériences, & que si l'on ôte 4 pieds des 60 qu'il suppose que la bale feroit dans le vuide dans le temps des deux premieres secondes, ce qui seroit le quarré de la vitesse 2. ce ne seroit pas assez, à cause qu'il faut avoir égard à la résistance de l'air; mais que si l'on en ôtoit 8 pieds, qui seroit le cube de cette même vitesse, ce seroit trop, & de même pour les autres temps ou vitesses, dont il ne donne point de raison, & l'on ne voit pas qu'il en ait eu une autre que celle de faire convenir les expériences avec l'hypothese de la premiere perte d'un pied; cependant c'est sur cela qu'il établit sa règle. Mais s'il avoit fait attention qu'en supposant toutes les pertes du chemin de la bale

dans la raison des cubes des vitesses, il pouvoit fort bien rendre les experiences, au moins celles que nous avons faites, car il n'y avoit qu'à supposer que dans la premiere seconde de temps la perte du chemin de la bale n'étoit que de $\frac{2}{3}$ de pied, au lieu d'un pied comme il a fait, & par consequent puisque l'on connoissoit que le chemin de la bale en tombant dans l'air étoit de 14 pieds, elle devoit être dans le vuide de $14\frac{2}{3}$ de pieds, & que ces $\frac{2}{3}$ de pied étoient une quantité cubique, d'où il s'ensuivoit que dans le temps des deux premieres secondes la bale auroit perdu huit fois $\frac{2}{3}$ de pied, car 8 est le cube de 2, ce qui auroit donné la perte de $\frac{16}{3}$ ou de 5 pieds $\frac{1}{3}$, & dans le temps des trois premieres secondes ce seroit 27 fois $\frac{2}{3}$, car 27 est le cube de 3, ce qui donneroit 18 pieds de perte, & pour les quatre premieres secondes on trouveroit de même la perte de 42 pieds $\frac{2}{3}$, & c'est tout ce qu'on pouvoit comparer aux observations.

Maintenant suivant la règle de Galilée, si la bale dans le vuide est tombée de 14 pieds $\frac{2}{3}$ de hauteur dans le temps de la premiere seconde, elle doit tomber dans le temps des deux premieres de quatre fois cette hauteur qui sera 58 pieds $\frac{2}{3}$, & pour les trois premieres secondes de neuf fois la premiere qui sera 132 pieds, & dans les quatre premieres de 234 pieds $\frac{2}{3}$. Si l'on ôte donc les pertes qu'on vient de trouver, de chacun de ces espaces, il restera pour la premiere seconde de temps, la perte étant déduite, 14 pieds, pour les deux premieres secondes 53 pieds $\frac{1}{3}$, pour les trois premieres secondes 114 pieds, & pour les quatre premieres 192 pieds.

Nos Observations, comme M. Mariotte les a fait imprimer, & peut-être un peu accommodées à sa règle, donnent pour la premiere seconde 14 pieds; pour les deux premieres 54 pieds, pour les trois premieres 117 pieds, & pour les quatre premieres 200 pieds. Il y a si peu de difference entre ces nombres & ceux que je viens de trouver, qu'on peut les regarder comme veritables, puisqu'au-

si-bien il y a assez d'apparence que nos anciennes Observations ne peuvent pas avoir une extrême justesse, si l'on considère qu'il n'étoit pas possible de sçavoir le temps de la chute de la bale à quelques tierces près, & qu'à la fin de la troisième seconde la bale ayant parcouru dans l'Éter ou dans le vuide 132 pieds, elle a acquis en cet endroit une vitesse telle qu'elle peut parcourir dans le même temps de 3 secondes 264 pieds, qui est le double de 132 d'un mouvement uniforme, & 88 pieds en une seconde, ce qui donneroit pour une tierce de temps un pied & près d'un tiers.

Enfin les Observations que j'ai rapportées ici pourront servir à ceux qui ont travaillé sur cette matiere, pour voir si leurs hypotheses s'accordent avec ce que nous avons trouvé pour les hauteurs que nous avons.

DES EFFETS QUE PRODUIT
le Poisson appelé en François Torpille, ou Tremble,
sur ceux qui le touchent; Et de la cause dont
ils dépendent.

Par M. DE REAUMUR.

14 No-
vembre
1714

IL n'y a guere de Naturalistes qui n'ayent dit quelque chose de l'effet que produit, sur ceux qui le touchent, le Poisson appelé en Latin *Torpedo*. Les sciences ont toutes certains points éclatans sur lesquels on entre volontiers en lice, & ce n'est pas ce qu'elles ont de mieux éclairci: tels sont en Physique le Flux & le Reflux de la Mer, les propriétés de l'Aimant, & tel est dans l'histoire Naturelle l'effet du *Torpedo*. Les uns, & sur-tout quelques Anciens, l'ont raconté avec des exagerations qui n'ont pas trouvé croyance, & on n'a pas eu tort de ne la leur pas donner: d'autres au contraire qui ont vû & manié ce Poisson dans certaines circonstances sans en ressentir d'engourdissement

difsement, en ont parlé comme d'un fait fabuleux. Il n'y a pourtant plus eu lieu d'en douter depuis que des Physiciens tels que Redy & Borelly ont attesté au public, qu'ils l'avoient expérimenté. Mais le fait ayant été bien établi pour certain, la cause n'en a pas paru telle : ce qui n'est pas rare en Physique.

M'étant trouvé sur les Côtes de Poitou, dans une saison où l'on pêche cette espece de Poisson assez communément, je me proposai de l'examiner, non par rapport à sa structure : nous avons sur cette matiere un petit traité de M. Lorenziny, imprimé à Florence en 1678. qui laisse peu à souhaiter. Mais ce que je me proposai d'examiner, c'est la cause d'où dépend l'engourdissement qu'il produit dans ceux qui le touchent, & en quoi consiste précisément cet engourdissement ; quelles sont les circonstances qui l'accompagnent ; car les Auteurs qui conviennent du fait, conviennent peu de ses circonstances ; les uns font imaginer l'engourdissement beaucoup plus fort, les autres beaucoup plus foible ; les uns veulent que le Poisson ne l'opere que lorsqu'on le touche immédiatement ; d'autres prétendent que sa vertu soit même à craindre de loin. Je rapporterai naturellement ce que j'en ai expérimenté ; j'en dirai même scrupuleusement les circonstances, elles contribueront peut-être à découvrir la vraye cause de cet effet.

Le Poisson appelé en Latin *Torpedo*, est nommé *Tremble* sur les Côtes de Poitou, d'Aunis & de Gascogne ; c'est sous ce nom que Belon en parle. Rondelet le nomme *Torpille* ; aussi est-ce le nom qu'on lui donne sur les Côtes de Provence, & celui dont nous nous servons le plus dans la suite comme du plus usité. Il y en a de plusieurs especes, nous ne nous arrêterons point à les caractériser, Rondelet a pris ce soin. Il suffiroit pour donner une idée grossiere de la Figure de la Torpille, à ceux qui ne la connoissent point du tout, de dire que c'est un Poisson plat, qui ressemble assez à une Raye. Il est représenté en tant

d'endroits, que nous avons hésité de donner une Figure de son extérieur ; nous nous sommes pourtant déterminés à faire graver un dessin de ce Poisson, vû du côté du dos, en faveur de ceux qui n'ont point les Traités des Poissons, & pour épargner la peine de consulter des Figures qui ne sont pas toujours aussi exactement ressemblantes que celle-ci, que M. Aubriet a dessiné sous nos yeux. Vuillugbei & les autres Auteurs de l'histoire des Poissons, placent les Torpilles à la suite des Rayes, ou du moins après les Tares, *Pastinaca*, qui sont des Poissons peu différens des Rayes. Il y en a de différentes grandeurs. On en trouve communément sur les Côtes du Royaume, qui ont un pied & demi de long : on y en pêche quelquefois de plus grandes.

Je chargeai des Pêcheurs de me conserver en vie les Torpilles qu'ils prendroient. J'étois dans une maison éloignée de la Mer d'une lieue, lorsqu'ils m'en apportèrent deux en vie, & en apparence assez vigoureuses. Cependant j'eus beau les toucher en différens endroits & en différentes circonstances ; je ne ressentis pas même le moindre engourdissement. Pour ranimer leur vigueur je les mis dans des vases pleins d'eau de Mer ; elles y nagerent, elles s'y donnerent tous les mouvemens que les Poissons se donnent dans l'eau, mais elles ne me firent rien ressentir d'extraordinaire.

La puissance qu'a ce Poisson d'engourdir me paroissoit néanmoins averée par des témoignages trop authentiques, pour que j'osasse la révoquer en doute. Tout ce que je crus devoir conclure de cette première expérience, c'est que mes Torpilles étoient affoiblies, & qu'en s'affoiblissant elles perdoient leur vertu. Le parti le plus sûr me parût être de les examiner dans la Mer même. J'engageai les Pêcheurs à m'y conserver celles qu'ils prendroient, ce qu'ils executerent fidèlement.

Mais il me sembloit que les Torpilles vouloient me faire douter de leur vertu. La première que je touchai dans la

Mer, quoi-que grande, quoi-que vigoureuse, car elle avoit toujours resté dans l'eau, se laissa manier à diverses reprises, sans me faire rien sentir d'extraordinaire. Il ne me manqua qu'un peu de vivacité à juger, pour traiter de fables tout ce qu'on nous en a rapporté. La Torpille enfin fatiguée de mes attouchemens réitérés, me fit voir ce qu'elle sçavoir faire : je sentis une espece d'engourdissement, qui subitement s'empara de tout mon bras depuis la main jusqu'à l'épaule, & qui étonna même la tête : il étoit fort différent des engourdissemens ordinaires, il étoit accompagné d'une douleur considerable, quoi-que sourde. J'étois hors d'état de remuer la main & le bras ; je sentois dans toute l'étendue de mon bras une espece d'étonnement qu'il n'est pas possible de peindre, les sentimens ne peuvent gueres se faire connoître même par comparaison. Celui-ci pourtant avoit quelque rapport, avec le sentiment douloureux que l'on sent dans les bras, lorsqu'on s'est frappé le coude rudement contre quelque corps dur ; c'est aussi la comparaison qu'ont employé M^{rs}. Lorenziny, Borelli, & quelques autres. Elle ne donne pourtant encore que peu d'idée de la douleur qui accompagne cet engourdissement, mais elle fait du moins entendre que cet engourdissement ne ressemble point du tout à ceux que l'on a quelquefois aux pieds ou aux mains que l'on a tenu longtemps dans une même situation. Dans le même instant l'engourdissement s'étendit de la main à l'épaule. Enfin j'avouërai ingénüement que l'espece de douleur qui l'accompagna fut telle, qu'elle rallentit un peu mon ardeur à faire par moi-même des experiences sur la Torpille.

Il ne faut point être Physicien pour aimer à s'assurer des faits extraordinaires. J'avois avec moi cinq à six personnes qui eurent toutes, pour toucher la Torpille, le même empressement que j'avois eu. Elles voulurent faire essai de sa vertu, au peril de la douleur dont elles étoient menacées. La curiosité de presque tous ceux qui touchèrent le Poisson fut récompensée comme la mienne, il étoit

en humeur de faire usage de ses forces, il en faisoit usage frequemment; aussi la plûpart s'en tinrent à un premier essai, sur-tout ceux qui comme moi ressentirent l'engourdissement jusqu'à l'épaule. Car il y en eût deux ou trois de mieux traités; la douleur n'alla que jusqu'au coude.

Au reste la douleur de cet engourdissement n'est pas de longue durée; insensiblement elle diminuë; au bout de quelques instans elle est entierement dissipée. Quand mon bras fut revenu dans son premier état, l'envie de faire de nouvelles experiences, ne manqua pas de renaître. Le naufrage évité, on se remet sur Mer pour courir de nouveau après la fortune, les richesses d'un Physicien sont les experiences, & le nouveau risque qu'il y avoit à courir n'alloit qu'à une douleur de bras; je retouchai donc la Torpille, & je m'enhardis à la toucher frequemment. L'engourdissement qu'elle me causa n'alla plus aussi loin que la premiere fois, aussi ressentis-je beaucoup moins de douleur. Apparemment que la Torpille étoit affoiblie, & peut-être que celle que M. Lorenziny toucha l'étoit aussi; car elle ne lui causa jamais de douleur par de-là le coude. Redi assure au contraire que l'engourdissement que lui causa celle dont il éprouva la vertu, alla jusqu'à l'épaule; celle de Redi étoit aussi vigoureuse que la mienne l'étoit d'abord.

Un sçavant Anatomiste Anglois en auroit rencontré une bien plus propre à engourdir que les nôtres, si on peut compter sur ce qu'il en rapporta devant le Grand Duc de Toscane, ou si quelques circonstances particulieres ne servirent pas à rendre la force du Poisson plus efficace. Cet Anatomiste assura que l'attouchement de la Torpille avoit causé à son bras une douleur qui avoit duré deux jours. Borelli soupçonne que l'imagination aüroit bien pû augmenter le mal: mais ne pourroit-on pas soupçonner aussi que cette augmentation de mal dépendoit de l'état de celui qui avoit fait essai de la force du Poisson; Borelli lui-

même nous avertit que l'Anatomiste en question étoit attaqué d'un tremblement paralytique.

Quoi-qu'il en soit du degré de force qu'à la Torpille pour engourdir, il est certain au moins, que l'engourdissement qu'elle cause s'empare quelquefois de tout le bras jusqu'à l'épaule. Mais comment le Poisson opere-t'il cet engourdissement? C'est ce qui étoit naturel d'approfondir après s'être assuré de sa réalité.

On a entrepris jusques ici d'en rendre raison par deux explications différentes; car je ne compte pour rien la troisième & la plus ancienne, qui se contente de donner à la Torpille une vertu torporifique, si on la peut compter pour quelque chose; ce n'est qu'en cas qu'on veuille la faire revenir au même que la première des deux opinions; je veux dire en cas qu'on la confonde avec celle qui prétend que l'effet que produit la Torpille, dépend d'une infinité de corpuscules qui sortent continuellement de ce Poisson, mais qui en sortent plus abondamment dans certaines circonstances que dans d'autres. C'est l'opinion la plus généralement reçûe; M^{rs}. Redi, Perault, Lorenziny l'ont adoptée: ils croyent que comme le feu envoie quantité de corpuscules propres à nous échauffer, c'est la manière dont ils expliquent leur sentiment, que de même la Torpille envoie quantité de petits corps propres à engourdir la partie dans laquelle ils s'infinuent; soit parce qu'ils y entrent en trop grande quantité, soit parce qu'ils trouvent des routes peu proportionnées à leurs figures.

La seconde explication est de Borelli, sur son simple exposé, elle sera plus du goût des Mécaniciens; il regarde l'émission de tous ces corpuscules comme imaginaire: il dit que lorsqu'on touche ce Poisson, qu'il est agité lui-même d'un si violent tremblement, qu'il cause dans la main qui touche un engourdissement douloureux. *Hæc Torpedo, digitis compressa tremore adeo vehementi concutitur ut manum contractantis molesto torpore dolorifico affi-*

ciat. Je ne sçai si l'idée que me firent naître les paroles de Borelli, est celle qu'il a voulu donner ; mais elles me firent imaginer que l'on appercevoit une agitation très-sensible dans la Torpille prête à produire son effet, peut-être semblable à l'ondulation qui se fait dans les cordes tendues horizontalement, lorsqu'on les retire de cette position ; *tremore adeo vehementer concutitur.* Il se sert encore un peu plus bas de la même expression : *si tangatur piscis, eo ipso tempore quo concutitur.* Et pour mieux marquer qu'il y a une différence visible entre le temps où il est agité, il dit, *si tangatur tempore quo quiescit.*

Je considèrai attentivement la Torpille, pour tâcher de démêler à laquelle de ces deux opinions je devois me ranger, mais j'eus beau l'observer, j'eus beau l'examiner, je ne vis jamais qu'elle fût agitée elle-même d'un tremblement lorsqu'elle étoit prête à engourdir ; peut-être que le Poisson de Borelli, moins tranquille que le mien, se donnoit des mouvemens auxquels ce celebre Auteur crût devoir attribuer toute sa force.

Après avoir bien observé la Torpille, je parvins à connoître assez précisément l'instant où elle étoit prête à produire l'engourdissement ; je le predisois d'une manière sûre à ceux qui la touchoient, & il me parût qu'en même temps j'avois deviné tout le mystère d'où dépend sa vertu. La Torpille, comme tous les Poissons plats, n'est pas néanmoins absolument plate, son dos, ou plutôt tout le dessus de son corps est un peu convexe ; je remarquai que pendant qu'elle ne produisoit, ou ne vouloit produire aucun engourdissement dans ceux qui la touchoient, que son dos gardoit la convexité qui lui est naturelle ; mais vouloit-elle se disposer à agir insensiblement elle diminueoit la convexité des parties de son corps, qui sont du côté du dos, vis-à-vis de sa poitrine* ; elle aplatissoit ces parties ; quelquefois même, de convexes qu'elles sont, elle les rendoit concaves. Alors l'instant étoit venu où l'engourdissement alloit s'emparer du bras ; le coup étoit prêt à

* FIG. I.
AAA A.

partir; le bras se trouvoit engourdi; les doigts qui pressent le Poisson étoient obligés de lâcher prise; toute la partie du corps de l'animal qui s'étoit aplatie, redevenoit convexe. Mais au lieu qu'elle s'étoit aplatie insensiblement, elle devenoit convexe si subitement, qu'on n'apperçoit point le passage de l'un à l'autre état; peut-être que le mouvement d'une bale de Mousquet n'est gueres plus prompt que celui des chairs qui reprennent leur première situation, l'un du moins n'est pas plus aisé à appercevoir que l'autre. C'est de ce coup si subit que naît l'engourdissement qui saisit le bras; aussi semble-t'il véritablement à celui qui commence à le ressentir, que ses doigts ont été frappés fortement, quoi-qu'il ne leur ait point vû donner de coup; mais le coup étant donné & un peu avant qu'il se donne, non-seulement on n'apperçoit pas que la Torpille soit agitée par un violent tremblement, comme le veut Borelli, on ne voit même aucun mouvement sur toute la surface de son corps; on sçait qu'il y a eu du mouvement, parce que des chairs applaties sont redevenues convexes, mais c'est un mouvement si prompt, qu'il est impossible aux yeux les plus attentifs de l'appercevoir.

C'est la seule vitesse de ce coup qui produit l'engourdissement; il ne sera pas difficile de faire voir que l'émission des corpuscules torporifiques n'y a aucune part, mais auparavant considérons le merveilleux arrangement des parties, ou plutôt des ressorts que la nature a employés pour le produire. Une percussion aussi prompte faite par des parties dures auroit brisé les corps qui auroient touché la Torpille, soit que ceût été trop faire, soit que la structure du Poisson ne comportât pas des corps durs à ressorts; des corps mous sont destinés à cet usage: un seul coup d'un corps mou n'auroit peut-être pas produit assez d'effet; il y a un nombre prodigieux de pareils coups donnés dans un instant. Pour développer toute cette admirable mécanique, il faut faire connoître les parties dont elles dépendent.

Cette mécanique dépend de deux muscles fort singuliers, qui ont été décrits par ceux qui ont donné l'anatomie de la Torpille : Redi & Lorenziny après lui les nomment *musculi falcati* *, ils sont faits en quelque façon en croissants; ensemble ils occupent près de la moitié du volume du corps du Poisson; l'un est à droit, l'autre est à gauche; ils ont pour épaisseur presque toute celle de la Torpille; leur origine est un peu au-dessus de la bouche & des yeux; ils sont séparés l'un de l'autre par les bronches qui ont dix ouvertures en dehors, rangées sur deux lignes, comme l'a bien remarqué Ray, & non quatre comme le dit Redi. Du côté opposé aux bronches, chaque muscle suit le cartillage * auquel sont attachées les fibres charnuës du Poisson. Comme ces cartillages sont recourbés en arc, les muscles ont aussi une pareille courbure de ces deux côtés, ils finissent à la dernière des bronches.

* FIG. I.
A A A A.
FIG. II.
D D D D,
E E E E.

* FIG. II.
I L.

* FIG. III.
M M.

Ce qu'ils ont l'un & l'autre de plus singulier, ce sont leurs fibres, si pourtant nous pouvons donner le nom de fibres avec les Auteurs ci-devant, à des muscles gros comme des plumes d'Oye*, dont l'assemblage forme les deux grands muscles dont nous avons déterminé la place. Quelque nom que nous leur donnions, ces petits muscles ou ces grosses fibres sont des cylindres gros comme des plumes d'Oye; leur longueur est égale à peu près à l'épaisseur du Poisson; ils sont tous rangés les uns à côté des autres, & tous perpendiculaires aux surfaces supérieures & inférieures du Poisson, si on veut regarder ces deux surfaces comme deux plans à peu-près parallèles.

La structure de chacun de ces cylindres mérite d'être connuë. Leur surface extérieure est formée de fibres blanches, dont la direction est la même que celle de la longueur du cylindre; mais ces fibres ne forment qu'une espèce de tuyau creux dont les parois n'ont pas plus d'épaisseur qu'une feuille de Papier un peu épaisse; le creux du tuyau est rempli d'une matière molle, d'une consistance semblabl

semblable à celle de la bouillie & de même couleur. Lorsqu'on fait cuire cette matière, elle devient semblable à une bouillie très-épaisse, ou à la colle pâte froide.

La matière molle, l'espece de bouillie qui remplit le creux du tuyau, ne fait pourtant pas une seule masse. Elle est divisée en vingt-cinq à trente masses, ou en vingt-cinq à trente parties différentes par autant de petites cloisons parallèles à la base du cylindre. Des fibres transversales forment ces cloisons, de sorte que le cylindre entier est en quelque façon composé de vingt-cinq à trente cylindres plus petits posés les uns sur les autres, & chacun de ces cylindres plus petits, ou parties du grand, sont des cellules remplies de la matière molle.

M. Lorenziny, qui comme nous, donne une figure cylindrique à ces petits muscles, prétend néanmoins que leurs extrémités ne sont pas rondes; qu'elles ont des figures irrégulières que l'on voit marquées sur la peau du Poisson. J'ai pourtant toujours trouvé leurs extrémités circulaires, soit que je les aye examinées crues ou cuites. Il est vrai que lorsqu'on laisse sécher la Torpille, il paroît sur sa peau des impressions de figures irrégulières vis-à-vis les deux grands muscles composés de nos grosses fibres cylindriques, mais ces figures ne sont point celles des bouts des cylindres, elles y sont imprimées par les mailles de deux rézeaux*, dont l'un recouvre les muscles du côté du dos, & dont l'autre les recouvre du côté du ventre; les mailles de ces rézeaux sont de figures irrégulières, pressées contre la peau, quoi-que par des cylindres, elles y laissent des impressions qui ne sont pas circulaires.

* FIG. II.
DDDD.

Qu'on se souvienne à présent que lorsque la Torpille se prépare à engourdir, qu'insensiblement elle applatit la surface extérieure de son corps; que de convexe, elle la rend concave, & on verra la mécanique d'où dépend toute sa force. Par cette contraction lente, elle bande, pour ainsi dire, tous ses ressorts; elle rend plus courts tous les cylindres; elle augmente en même temps leurs bases, ou, ce

qui revient au même, elle étend toutes les petites cloisons qui divisent la matiere molle, & peut-être que les grosses fibres perdent dans ce moment un peu de leur figure cylindrique, pour remplir les vuides qui restent naturellement entr'elles. La contraction s'est-elle faite jusqu'à un certain point, tous les ressorts se débloquent, les fibres longitudinales s'allongent, les transversales, ou celles qui forment les cloisons se raccourcissent; chaque cloison tirée par les fibres longitudinales qui s'allongent, pousse en haut la matiere molle qu'elle contient, à quoi aide encore peut-être le mouvement d'ondulation, qui se fait dans les fibres transversales lorsqu'elles se contractent. Si un doigt touche alors la Torpille; dans un instant il reçoit un coup, ou plutôt il reçoit plusieurs coups successifs de chacun des cylindres sur lesquels il est appliqué: comme la matiere molle est distribuée entre diverses cloisons, il y a apparence que tous les coups ne s'en donnent pas précisément en même temps; enfin, quand même il n'y auroit pas de cloisons qui séparassent cette matiere, son impression donneroit des coups en quelque façon successifs; toutes les parties des corps mous ne frappent pas en même temps, l'impression des dernieres ne se fait que lorsque les premieres ont cessé d'agir, mais ces différentes cloisons servent de plus à augmenter le nombre des ressorts, & par conséquent la vitesse & la force de l'action.

Ces coups vistes & réitérés, donnés par une matiere molle, ébranlent les nerfs; ils suspendent ou changent le cours des esprits animaux, ou de quelque fluide équivalent; ou si l'on aime mieux encore, ces coups produisent dans les nerfs un mouvement d'ondulation, qui ne s'accorde pas avec celui que nous devons leur donner pour mouvoir le bras. De-là naît l'impuissance où l'on se trouve d'en faire usage, & le sentiment douloureux.

Il est vrai qu'il semble suivre de cette explication, que la Torpille n'est en état d'engourdir que lorsqu'on la touche vis-à-vis les deux grands muscles composés des grosses

fibres cylindriques ; aussi ai-je expérimenté, & M^{rs}. Borelli, Redi, Lorenziny l'ont expérimenté comme moi, que c'est vis-à-vis de ces muscles que se font les engourdissemens les plus considerables. Plus les endroits où on la touche en sont éloignés, & moins la force du Poisson est à craindre. On peut hardiment le prendre par la queue. Et c'est ce que les Pêcheurs sçavent bien, ils ne manquent pas de le saisir par-là : il faut pourtant avouer qu'à quelque distance des muscles en question, on peut encore être attaqué d'un foible engourdissement, mais qui ne va pas même jusqu'au coude. Après tout il n'y a en cela rien de contraire à nôtre explication ; la peau du Poisson doit se ressentir du coup des muscles ; elle reçoit un ébranlement qu'elle communique aux parties qui la touchent, du moins si elle est touchée près de l'endroit où elle reçoit l'impression.

Les Auteurs qui ont fait dépendre la vertu de la Torpille des corpuscules torporifiques, n'ont pû s'empêcher dans leur explication d'avoir recours à ces deux grands muscles ; ils les ont regardés comme les reservoirs dans lesquels sont renfermés les petits corps propres à engourdir. M. Lorenziny même, qui comme moi a observé la contraction, prétend que cette contraction sert à exprimer ces petits corps dedans les muscles où ils sont emprisonnés : mais l'émanation de ces corpuscules admise par la plus grande partie des Auteurs, me paroît évidemment détruite par les experiences suivantes. 1°. Pour peu que la main ou le bras soient distants de la Torpille, ils ne ressentent aucun engourdissement, comme M. Lorenziny lui-même en convient. Or pour me servir de la comparaison qu'il a employée, si les corpuscules torporifiques engourdissoient comme les parties du feu échauffent, la main un peu éloignée du Poisson s'engourdirait, comme la main éloignée du feu s'échauffe ; l'éloignement rendroit seulement l'engourdissement plus foible.

2°. Si cet engourdissement étoit causé par des corpus-

cules torporifiques que la contraction exprime des muscles dont nous avons parlé, l'engourdissement se feroit pendant que les parties du Poisson sont contractées, au lieu qu'il ne commence que quand la contraction cesse: j'ai vu durer long-temps cette contraction, sans que j'en ressentisse aucun effet, & sans que d'autres personnes qui comme moi touchoient la Torpille, s'en ressentissent.

3°. Enfin si l'engourdissement étoit l'effet des corpuscules torporifiques, il se feroit par degrés; comme la main s'échauffe par degrés, ou comme les pieds s'engourdissent par degrés; il croitroit à mesure que les corpuscules s'infinoüeroient dans le bras, il seroit foible au commencement & deviendroit ensuite très violent. Tout au contraire l'engourdissement n'est jamais plus fort que lorsqu'il commence, comme le sont toutes les douleurs produites par des coups subits, & il va toujours en diminuant depuis qu'on a commencé à le ressentir; quand il commence, il est toujours tel, qu'on est obligé de cesser de toucher le Poisson.

Diverses fois je fis tous mes efforts pour ne point lâcher prise, ayant un de mes doigts en dessus & l'autre en dessous, je les pressois fortement l'un contre l'autre: je redoublas même mes efforts, quand je voyois la Torpille prête à agir. Tout cela étoit inutile. J'étois obligé de lâcher prise; ma main s'ouvroit dès-lors que l'engourdissement commençoit. Il sembleroit peut-être que lorsque je pressois ainsi mes deux doigts l'un contre l'autre, que le Poisson devoit être hors d'état de me donner des coups: je le pensois de même avant d'en avoir fait l'expérience, & avant d'avoir pris garde que la partie du doigt qui est proche de celle qui presse le plus fortement, presse peu le Poisson; que celle qui est un peu plus loin ne fait que le toucher, & que par consequent il y a toujours plusieurs parties du doigt exposées à la percussion subite. J'ajouteroi pourtant que l'engourdissement a été accompagné de moins de douleur, & a été plus foible, lorsque je tenois de

la forte la Torpille fortement pressée, que lorsque je posois nonchalemment le bout de mes doigts sur son corps.

Au reste, quoi-que nous n'ayons parlé que de l'engourdissement du bras, on voit bien qu'il peut de même se faire sentir à d'autres parties. Il engourdit les jambes lorsqu'on marche dessus à pieds nus: je n'en ai pas fait l'expérience, le froid m'en empêcha; ma Torpille ne vouloit agir que dans l'eau. Mais les Pêcheurs assurent unanimement que lorsqu'ils marchent dessus à pieds nus, ce qui arrive quelquefois à ceux qui pêchent à la Seine, qu'elle leur engourdit la jambe, & même que ce coup les renverse.

Pour ce qui est de la force qu'on lui donne, d'engourdir même lorsqu'on la touche avec un long bâton, je ne puis ni l'assurer ni la nier. En touchant une Torpille avec une canne de longueur ordinaire, il m'a pourtant semblé que j'avois ressenti, mais très légèrement, l'action de ce Poisson. Peut-être y en a-t'il d'assez vigoureux pour la faire ressentir au bout d'un long bâton, mais il n'y en a pas apparamment qui (comme le veut M. Perault) engourdisent les mains des Pêcheurs qui tiennent les filets où elles sont prises.

Il n'est pas mal-aisé d'appercevoir pourquoi son action ne se fait point, ou presque point sentir lorsqu'on la touche avec un bâton. L'engourdissement naît d'un coup donné avec une extrême vitesse. Par la loi de la communication des mouvemens, la vitesse avec laquelle une canne, ou un bâton long de plusieurs pieds, vient frapper la main, est beaucoup moindre que la vitesse avec laquelle la Torpille l'eût frappée; par conséquent la canne poussée par la Torpille ne doit pas exciter la même sensation que la Torpille eût excitée. Par la même raison, plus la canne sera longue, & moins elle pourra agir contre la main; mais si entre le doigt & la Torpille il n'y a qu'un corps mince, alors ce corps prend assez de vitesse pour engourdir. Ce qui est encore un surcroît de preuve pour démontrer que l'émanation des corpuscules torporifiques ne contribué en

rien à l'engourdissement. Le doigt distant du Poisson d'une ligne, n'en reçoit jamais aucune impression, si l'espace qui est entre le doigt & lui n'est rempli que par un liquide, comme de l'eau ou de l'air ; mais si cet espace est occupé par un corps solide, alors la Torpille fait impression sur le doigt. D'où vient cela, si ce n'est que le corps solide communique l'impression qu'il a reçue ? Il auroit été curieux de sçavoir de quelle épaisseur doit être le corps placé entre la main & la Torpille, pour la mettre à l'abri de l'action du Poisson : mais comme il agit tantôt plus, tantôt moins, selon qu'il lui plaît, il ne m'a pas été possible de le découvrir.

Ce Poisson ne feroit pas un grand usage de la faculté qu'il a d'engourdir, si elle ne lui seroit qu'à se défendre des Pêcheurs ; il est rare qu'elle le sauve de leurs mains. Aussi Aristote, Pline & la plupart des Naturalistes assurent qu'elle lui est utile pour attraper des Poissons. Ce qui est de sûr, au rapport des Pêcheurs, c'est qu'il se nourrit de Poisson, qu'on en rencontre frequemment dans son estomach. Cependant la Torpille, comme la plupart des Poissons plats, se tient ordinairement sur le sable, ou sur la vase. N'y est-elle point en quelque maniere à l'affût ? Sa force seroit très à redouter aux Poissons qui la toucheroient. Lorsque j'ai eu des Torpilles en vie, je n'avois point d'autres Poissons en vie, mais je sçai que ces coups redoublés peuvent faire mourir des animaux plus forts, ce semble, que de petits Poissons.

Au défaut d'un Poisson, je pris un des animaux terrestres qui en tient le plus : ce fut un Canard. Je mis la Torpille & le Canard dans un même vase plein d'eau de Mer, ayant seulement recouvert le vase d'un linge, afin que le Canard ne pût s'envoler. Au bout de quelques heures je trouvai le Canard mort. Il avoit apparemment touché trop frequemment la Torpille, il lui en couta la vie.

Si nous voulions croire ce qu'on nous dit des Torpilles

dans l'histoire de l'Abiffynie , si elles font capables de faire mourir des Poiffons en vie , elles semblent rendre la vie aux Poiffons morts. Les Poiffons morts , dit-on , s'agitent , fi on les met avec elles dans le même vase. Mais n'en est-ce point trop d'avoir rapporté un pareil conte ? Rapportons-nous encore un fait de l'histoire du même pays : on y assure que l'on s'y sert des Torpilles pour guerir la fièvre. Voici , nous dit-on , comment les Abiffins usent de ce remede. Ils lient le malade fort ferré sur une table ; ensuite ils appliquent le Poiffon successivement sur tous ses membres , ce qui met le malade à une cruelle torture , mais qui le délivre sûrement de la fièvre.

Bellon rapporte que l'on prétend que nos Torpilles appliquées mortes contre la plante des pieds , appaisent l'ardeur de la fièvre.

L'Amerique a aussi des Torpilles semblables aux nôtres par leurs effets , & de figures différentes. Dans les Memoires de l'Academie de M. du Hamel , dans l'année 1677. il est fait mention d'une espece qu'on compare aux Congres , c'est-à-dire , qui est d'une figure approchante de celle des Anguiles. M. Richer, de qui est cette relation, assure qu'elle engourdit le bras , lorsqu'on la touche même avec un bâton , & que ses effets vont jusqu'à donner des vertiges : ce qu'il assure avoir experimenté : dès-lors qu'il n'y va que du plus au moins , nous n'avons pas de peine à donner croyance aux faits de Physique.

Quand la Torpille est morte , nos Pêcheurs ne la craignent plus , ils la mangent comme un autre Poiffon : sa chair n'est pourtant pas d'un goût fort agréable , & ils en retirent peu ; ils jettent les deux beaux muscles , dont nous avons tant parlé ; ils ne contiennent presque qu'une matiere molle d'un goût fade. Ce qu'ils conservent sur-tout de ce Poiffon , c'est son foye , qui est gros & semblable à celui des Rayes.

EXPLICATION DES FIGURES.

L A Fig. I. represente une Torpille vûë du côté du dos.

La ligne ponctuée *AAAAA* montre à peu-près le contour d'un des deux muscles d'où dépend l'effet extraordinaire de ce Poisson. C'est la surface renfermée par la même ligne qui s'applatit, quand le poisson se prépare à engourdir. De l'autre côté il y a un muscle d'égale étendue, mais qui comme toutes les autres parties de ce côté, sont raccourcies ici par la perspective.

La Fig. II. est le Poisson vû du côté du ventre, dont on a mis à découvert un des muscles qui engourdissent.

B est la bouche du Poisson.

CCCC ses ouïes.

DDDD, *EEEE* est un des deux muscles qui produit l'engourdissement. En *DDD* il est encore couvert d'un rézeau. En *EEE* ce rézeau est enlevé, & on ne voit que les fibres du muscle. Le muscle paroîtroit de la même manière, si on l'eût découvert du côté du dos.

FFF peau, qui recouroit le muscle, qu'on a relevée.

GG muscle charnu, ou chair du Poisson.

HH paquet de vaisseaux qui portent une matiere visqueuse qui enduit le dessus du corps du Poisson.

II cartilage le long duquel les vaisseaux précédens prennent leur route.

K, K, K, K, K, diverses branches de vaisseaux à matiere visqueuse, dont les ouvertures se terminent à la surface extérieure de la peau, comme on le voit en *LLL*.

La Fig. III. est une masse de grosses fibres qui composent le muscle, dessinées à peu près de grosseur naturelle.

MM est la longueur d'une de ces fibres. Les lignes circulaires paralleles à leurs bouts sont des couches de fibres, qui divisent chacune des grosses en plusieurs parties.

NOUVEL-

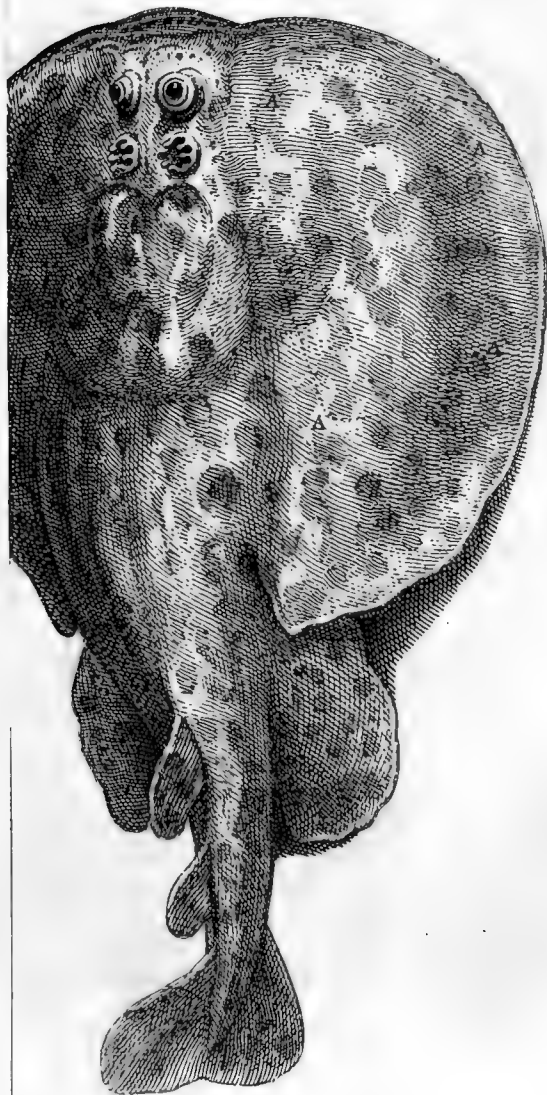
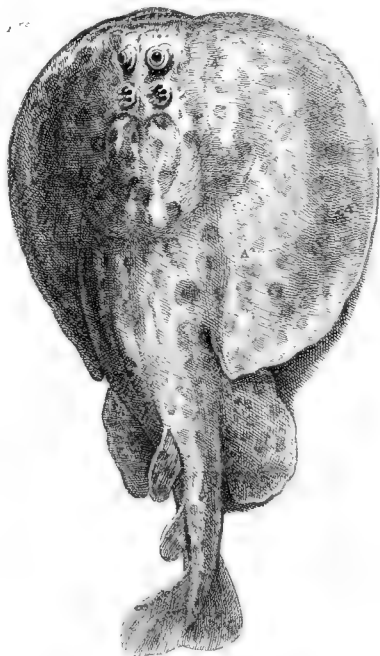


FIG. 1^{re}



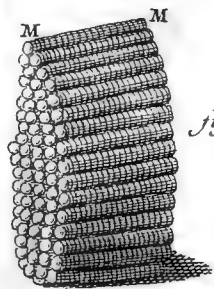
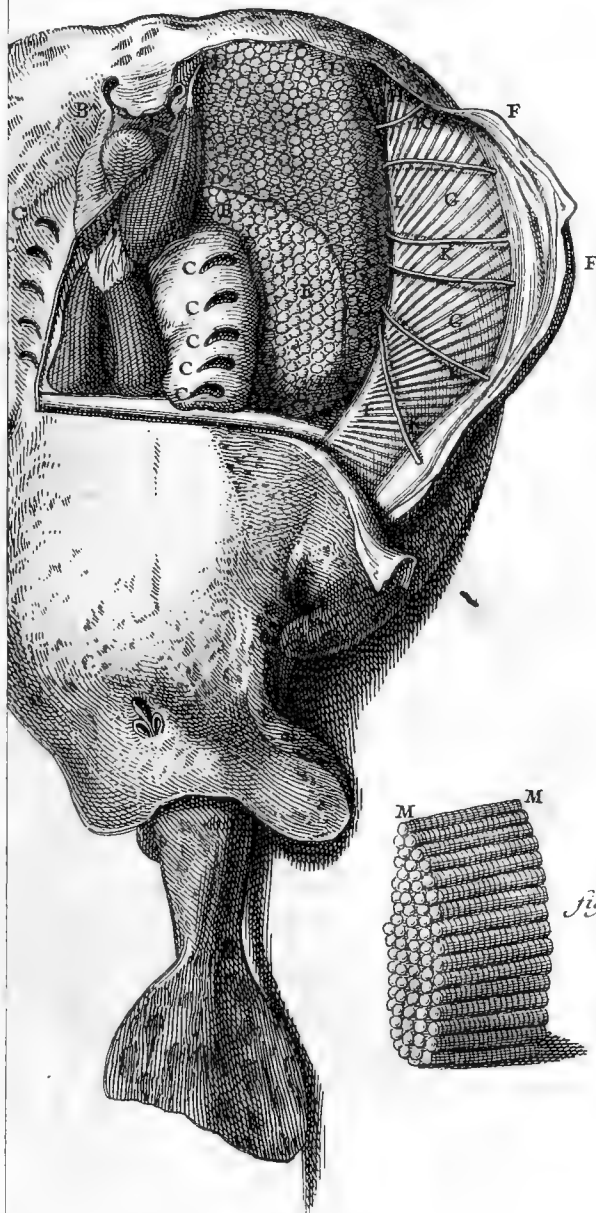
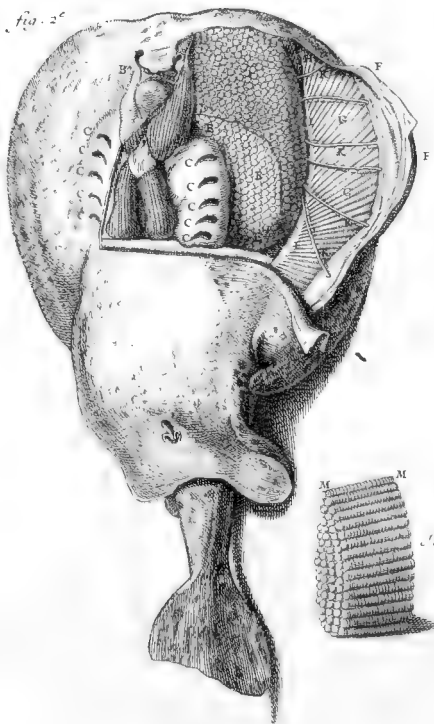


fig. 3^e



NOUVELLES DECOUVERTES
SUR LES MOUVEMENS
DES SATELLITES DE SATURNE.
Par M. CASSINI.

DEPUIS l'invention des Lunettes, l'Astronomie a fait une infinité de découvertes, qui non-seulement ont contribué à perfectionner cette science, mais nous ont en même temps fait connoître les richesses infinies de l'univers, qui se trouve composé d'un nombre d'Etoiles sans comparaison plus grand que celui qui avoit été apperçû jusqu'alors à la veüe simple. Plusieurs de ces découvertes nous ont déjà procuré des avantages très considerables, & nous devons à la Theorie des Satellites de Jupiter la détermination exacte des Longitudes sur Terre, qui ont servi à mettre la Geographie & la Navigation dans l'état de perfection où elles se trouvent presentement.

14. N^o3
vembre
1714.

C'est aussi par le secours des Lunettes qu'on a reconnu l'admirable structure de l'Anneau de Saturne, Phénomene qui n'a point son semblable dans aucun corps celeste, lequel a été découvert par M. Hughens en 1655. avec un Satellite qui l'accompagne.

Les Lunettes ayant été ensuite perfectionnées par Campani, à qui il réussit de faire des Verres excellens jusqu'à 136 pieds de Foyer, mon Pere découvrit en 1671 & 1672 le Cinquième & le Troisième Satellite de Saturne; & en 1684 il apperçût deux autres Satellites interieurs, qui joints à ceux que l'on avoit reconnus, font le nombre de Cinq que l'on observe presentement autour de cette Planete.

On avoit admiré le Ciel de Jupiter préférable au nôtre,
Mem. 1714.

Zz

en ce qu'au lieu d'une Lune qui fait sa révolution autour de nous, Jupiter en a quatre qui l'éclairent presque continuellement pendant la nuit, & dont les mouvemens beaucoup plus rapides que celui de la Lune, forment à l'égard de cette Planete des aspects très-agréables par leur variété & leurs différentes configurations.

Mais le Ciel de Saturne se trouva encore beaucoup plus orné que celui de Jupiter. Car outre que le nombre de ses Satellites est plus grand, son Anneau éclairé du Soleil & vû de Saturne en forme d'un arc lumineux, y doit causer une apparence qui semble dédomager cette Planete de l'éloignement où elle se trouve du Soleil.

Nous ne nous arrêterons point ici à représenter tous les avantages que ces Planetes peuvent recevoir de ces corps lumineux qui les environnent; cette matiere a déjà été traitée suffisamment par d'excellens Auteurs. Nous nous renfermerons seulement dans nôtre dessein, qui est de les considerer de la Terre, pour en tirer toute l'utilité qui sera possible.

Jusqu'à present on n'a pas pû faire d'usage considerable des Satellites de Saturne, à cause de la difficulté qu'il y a de les observer. Le premier qui a été découvert, lequel se trouve le Quatrième suivant l'ordre de sa distance à Saturne, est le seul qu'on puisse appercevoir avec des Lunettes de 10 ou 12 pieds, le Troisième & le Cinquième se voyent aisément avec une Lunette de 34 pieds, mais on distingue difficilement par une Lunette de cette longueur les deux interieurs qui demandent des Lunettes d'un très long foyer, pour pouvoir les reconnoître lorsqu'ils sont fort près de Saturne. Ces Lunettes sont très-difficiles à manier, de sorte qu'on n'a pû jusqu'à present qu'ébaucher la Theorie de ces Satellites, sans laquelle il est impossible d'en faire aucun usage.

Il étoit donc nécessaire de trouver des Lunettes plus excellentes que celles dont on s'est servi jusqu'à present, & qui étant courtes, fissent le même effet que celles qui.

font d'un plus grand foyer, ou bien, ce qui revient à peu près au même, d'employer les grandes Lunettes avec autant de facilité qu'on se sert des plus petites.

Ce fût dans ce dessein que mon Pere essaya de se servir de Lunettes sans tuyau, plaçant le Verre Objectif sur le haut de la Terrasse de l'Observatoire, & tenant l'Oculaire à la main à la distance du foyer dans la direction de l'Astre & de ces deux Verres.

Mais comme les Etoiles varient continuellement de hauteur apparente sur l'horizon, on ne pouvoit observer Saturne par ce moyen que dans de certaines heures, principalement à son passage par le Meridien, où il est quelque temps sans hauffer ou baiffer sensiblement; encore étoit-il nécessaire d'avoir des Verres Objectifs dont le foyer s'accorda précisément à la hauteur de l'Observatoire & à l'élevation de l'Astre, dont la hauteur Meridienne varie continuellement suivant sa différente situation dans l'Ecliptique, ce qui étoit d'une très grande sujettion.

Pour remedier à cet inconvenient, on fit transporter de Marly en 1685 une Tour de bois de 20 toises de hauteur qui avoit servi à élever les Eaux, & qui fut placée sur la Terrasse inferieure de l'Observatoire. On y fit divers balcons en dehors, & on plaça aux deux côtés des montants de bois; le long desquels on élevoit le Verre Objectif placé sur son support après l'avoir dirigé à l'Astre.

On employa aussi pour porter le Verre, une machine Armillaire composée de Cercles de la Sphere, avec un mouvement à ressort, semblable à celui d'une Horloge qui la détermine à suivre l'Astre & à lui être toujours exposée. Cette machine a un index sur le plan de l'Equateur, qui marque la distance de l'Astre au Meridien, & un autre index sur le plan du Meridien mobile qui marque sa déclinaison.

Ces méthodes eurent le succès que l'on attendoit, & nous avons un grand nombre d'Observations qui y ont été faites pendant plusieurs années. Mais cette Tour ayant

364 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
été endommagée par le tems, on fût obligé de les interrompre, & de se contenter des occasions rares où on peut observer Saturne par le moyen d'un Verre placé sur le haut de la Terrasse de l'Observatoire.

M. Bianchini, de cette Academie & Camerier d'honneur du Pape, nous ayant apporté en 1712 une Machine très-ingenieuse pour observer sans Tuyau, nous résolûmes d'essayer si on pourroit l'employer pour des Verres d'un aussi grand foyer que ceux dont nous nous servons pour les Observations de Saturne. Cette machine est composée de plusieurs tuyaux de Sapin hexagones qui entrent l'un dans l'autre, & qui forment en se déployant une espece de mâit de 25 à 30 pieds de hauteur, au sommet duquel est placé le Verre Objectif. Nous ne nous arrêterons pas à donner le détail de cette machine, qui a été décrite par M. de Reaumur avec une très-grande exactitude dans les Memoires de 1713, & qui est très-propre pour observer avec des Verres de 40 à 50 pieds de foyer. Mais comme nous avions besoin d'en employer de beaucoup plus grands, nous trouvâmes à propos d'y faire quelques changemens, & de nous servir de l'avantage du terrain, sans quoi nous n'en aurions pas pû retirer l'utilité que nous nous étions proposée.

Nous fîmes construire dans ce dessein un tuyau de Fer blanc semblable à ceux des Lunettes ordinaires, composé de plusieurs tuyaux de cinq pieds de longueur, & fortifiés à leur collet par des cercles de fil de Fer. Après avoir arrêté l'exterieur de ces tuyaux sur un pied fixe dans une situation verticale; on déploye tous les tuyaux, & on les arrête à la hauteur que l'on souhaite par le moyen d'un coin de bois, & même avec des chevilles de Fer qui les traversent de part en part, de peur que leur poids ne les fasse rentrer avec précipitation les uns dans les autres. On place dans le tuyau interieur un cylindre de bois (*Voyez Fig. 1.*) avec une tête carrée au-dessus qui le retient dans le Tuyau, & lui laisse la liberté de tourner horizon-

ralement. La tête de ce cylindre a une fente perpendiculaire de 8 à 10 lignes de largeur, capable de recevoir le support de l'Objectif. Ce support consiste en une règle de bois de 6 pieds de longueur & de 8 à 10 lignes d'épaisseur (*V. Fig. 2.*) large de 5 pouces à une de ses extrémités, & se terminant en pointe à l'autre extrémité. On place à mortoise sur le champ de cette règle à son extrémité la plus large une Planche quarrée perpendiculaire à la direction de la règle & percée d'un trou rond de 5 à 6 pouces de diamètre. Cette Planche a aux quatre coins des tourniquets pour pouvoir y arrêter un Objectif, & en changer avec facilité. On place ce porte-Objectif ainsi construit dans la fente de la tête du cylindre, en sorte qu'il soit dans un parfait équilibre, & on l'arrête dans cet état par une cheville qui la traverse horizontalement, & lui laisse la liberté de se mouvoir perpendiculairement.

Le support de l'Oculaire (*V. Fig. 3.*) est construit de même que celui de l'Objectif, à la réserve qu'au lieu de la planche placée à équaire, il y a un tuyau de Fer blanc de 6 pouces de longueur, fendu en long par le haut, qui peut s'élargir & se retressir & recevoir des Oculaires de différens diamètres placés dans leur tuyaux. Ce porte-Oculaire est placé sur un pied construit de trois pièces de bois quarrées qui entrent l'une dans l'autre, qu'on arrête à la hauteur que l'on souhaite par le moyen de quelque vis. On attache à la queue des deux supports une corde de la longueur précise du foyer de la Lunette, & on dirige par ce moyen les deux Verres à l'Astre avec une très grande facilité.

Ayant essayé cette machine, j'ai trouvé qu'à moins que le temps ne fût trop tranquille, il y avoit du risque de l'élever au de-là de 30 pieds, le vent causant à son sommet quelque ébranlement. Ainsi je songeai aux moyens d'employer cette machine pour de plus grands Verres, en la plaçant sur un lieu qui fût déjà élevé & disposé de sorte, qu'on pût faire les Observations nécessaires d'un en-

droit moins élevé. Je fis donc transporter ma machine sur le haut de l'Observatoire, qui est élevé de 84 pieds au dessus du réz-de-chauffée, & l'ayant appuyée contre un des murs de la Terrasse, on l'arrêta dans cette situation.

Il me vint aussi en pensée une autre machine, que j'ai fait exécuter depuis, & qui a eu tout le succès qu'on en peut esperer. Elle consiste en un mât quarré, à peu-près de même épaisseur dans toute sa longueur. (*V. Fig. 4.*) Elle pourroit être ronde ou de quelqu'autre figure, pourvû qu'elle fût par tout uniforme. Ce mât est embrassé par une espede de Cage de Fer (*V. Fig. 5.*) qui a à chaque côté opposé deux barres de Fer l'une sur l'autre, qui faillent en dehors à la distance de 7 à 8 pouces du mât. Ces barres de Fer portent chacune à leur extremité un anneau de Fer horizontal situés l'un sur l'autre à la distance d'un pied. On place dans ces anneaux de côté ou d'autre, suivant que l'Astre est à l'Orient ou à l'Occident, le cylindre de bois, ou tourrillon du porte-Objectif, qui est semblable à celui qu'on a expliqué ci-dessus, & on élève la Cage avec l'Objectif par le moyen d'une poulie placée au haut du mât. L'Objectif ainsi élevé, tournant horizontalement autour de l'anneau, & ayant un mouvement perpendiculaire sur son support, se dirige très-exactement à l'Astre par le moyen d'une corde tendue & attachée à la queue des deux supports à la distance des deux foyers, & cela s'exécute avec tant de promptitude & de facilité, qu'on peut assurer qu'il n'y a gueres de méthode plus simple dans la construction, & en même temps plus commode dans la pratique : deux avantages très-importants pour le progrès de l'Astronomie.

Cette machine est très propre pour demeurer fixe dans un même lieu : mais lorsqu'on veut observer en differens endroits, il faut se servir de celle de Fer blanc que j'ai proposée, qui est d'autant plus commode, que les personnes qui sont déjà pourvûs d'une Lunette de tuyaux de Fer blanc, peuvent les placer sur une terrasse, un balcon, ou

autre lieu élevé, & employer des Verres d'un très grand foyer dans leurs observations.

Pour revenir à notre Machine, dressée sur le haut de la Terrasse de l'Observatoire, nous y plaçâmes un Verre de 114 pieds de foyer, & l'ayant élevé à la hauteur convenable, nous le dirigeâmes à Saturne, & il nous réussit de distinguer parfaitement bien cette Planete avec les Quatre Satellites qui sont les plus près de lui, dont trois étoient à l'Occident & un à l'Orient. L'anneau de Saturne paroissoit en forme d'une Ellipse fort étroite, dont la partie inferieure, qui est exposée à nos yeux, & la plus proche de nous, regardoit le Nord, & la partie superieure qui est la plus éloignée de nous, regardoit le Midi. Les Satellites de Saturne qui sont censés à peu-près dans le plan de cet anneau, paroissoient aussi décrire des Ellipses qui lui étoient semblables. On les voyoit dans la partie superieure aller de l'Occident vers l'Orient suivant la suite des signes avec une déclinaison Meridionale à l'égard du globe de Saturne; & dans la partie inferieure ils paroissoient aller de l'Orient vers l'Occident avec une déclinaison Septentrionale.

Nous observâmes ces apparences dans les quatre premiers Satellites les jours suivans qui furent fort serains, & nous les distinguâmes les uns des autres, non seulement par leurs mouvemens, mais aussi par leurs distances à l'égard de Saturne, lorsqu'ils sont dans leurs plus grandes digressions, ce que l'on reconnoît lorsqu'ils se rencontrent dans la ligne qui passe par le centre & par l'extrémité des anses, sans aucune déclinaison de part & d'autre.

Enfin le 4 Avril à 10 heures du soir nous aperçûmes les cinq Satellites tous ensemble.

Le premier étoit à l'Orient de Saturne vers sa plus grande digression. Le second étoit à l'Occident avec un peu de déclinaison Meridionale. Le troisième étoit dans la partie inferieure de son Orbe en conjonction avec l'extrémité de l'anse Occidentale de Saturne. Le quatrième

étoit aussi à l'Occident vers sa plus grande digression, & le cinquième étoit du même côté avec une déclinaison Septentrionale encore plus éloigné de Saturne que le quatrième d'environ deux diametres de l'anneau.

On pouvoit aisément les reconnoître par leur situation à l'égard de Saturne, & par les Observations des jours précédens, mais nous eûmes encore la satisfaction de les appercevoir tous cinq le lendemain 5 Avril à 9 heures du soir.

Le premier avoit passé de l'Orient à l'Occident, & paroïssoit près de sa plus grande digression éloigné de l'extrémité de l'anneau de la moitié de son plus grand diametre. Le second avoit passé de l'Occident vers l'Orient & paroïssoit avoir un peu de déclinaison Meridionale; il étoit à la même distance de Saturne que le jour précédent, éloigné de l'extrémité de l'anneau d'un peu moins de trois quarts de son diametre. Le troisième étoit près de sa digression Occidentale, & paroïssoit éloigné de l'extrémité de l'anneau d'un diametre & un quart de l'anneau. Le quatrième étoit encore vers sa plus grande digression, éloigné de l'extrémité de l'anneau d'un peu plus de trois de ses diametres. Le cinquième étoit du même côté, plus éloigné que le jour précédent de la longueur d'un des diametres de l'anneau, ce qui faisoit juger qu'il alloit vers sa digression Occidentale.

Cette Observation des Cinq Satellites vûs deux jours de suite est très rare, parce qu'il s'en trouve souvent quelques-uns cachés dans les rayons de Saturne, & elle est fort utile pour les reconnoître & distinguer les uns des autres, sans qu'il y ait aucun soupçon qu'on ait pris à la place des Satellites quelques Etoiles fixes qui se rencontrent souvent ensemble, ce qu'on ne peut reconnoître que par leurs mouvemens.

Ayant par le moyen de ces Observations & des suivantes déterminé exactement la situation de ces Satellites dans leurs Orbes, nous les avons comparés aux plus anciennes

ciennes & à celles qui ont été faites en divers temps depuis leurs découvertes, & nous avons trouvé que le premier Satellite de Saturne acheve sa révolution en un jour 21 heures 18 minutes & 27 secondes; le second en deux jours 17 heures 41 minutes & 22 secondes; le troisième en quatre jours 12 heures 25 minutes 12 secondes; le quatrième en 15 jours 22 heures 41 minutes 12 secondes; & le cinquième en 79 jours 7 heures 47 minutes.

Ayant comparé les révolutions de ces Satellites à leurs distances au centre de Saturne, nous avons trouvé qu'elles suivent assez exactement la propriété que Kepler a trouvée entre les révolutions des Planetes & leurs distances au centre du Soleil. Que le premier Satellite de Saturne s'éloigne du centre de cette Planete d'un peu moins d'un diametre de l'anneau; le second d'un diametre & un quart; le troisième d'un diametre & trois quarts; le quatrième de quatre diametres, & le cinquième de près de douze diametres de l'anneau.

La distance de ces Satellites au centre de Saturne qui est si petite à notre égard, à cause du prodigieux éloignement de la Planete qu'ils environnent, ne laisse pas d'être réellement fort grande. Car nous trouvons que le premier Satellite de Saturne est éloigné du centre de cette Planete de 43 demi-diametres de la Terre, ou 64500 lieuës. Le second de 83000 lieuës, à peu près de même que la Lune l'est de la Terre, lorsqu'elle est près de son Perigée. Le troisième en est éloigné de 116000 lieuës. Le quatrième de 266000 lieuës. Et le cinquième de près de 900000 lieuës, ce qui surpasse neuf fois la distance de la Lune à la Terre.

En comparant les demi-diametres des Orbes des Satellites au temps qu'ils employent à faire leurs révolutions, on voit que le cinquième est celui dont le mouvement se fait avec moins de vitesse. Il employe 40 jours à passer de sa conjonction supérieure avec Saturne à sa conjon-

tion inferieure, & c'est alors le temps le plus propre pour déterminer sa révolution ; car lorsqu'il s'éloigne de cette Planete, son mouvement apparent se rallentit, & il n'est pas aisé de mesurer exactement sa situation. Mais ce qui rend son mouvement plus difficile à regler, est qu'il y a des temps où il cesse entierement de paroître, de même qu'on l'observe en diverses Etoiles fixes.

Cette apparence a été remarquée par mon Pere dès le commencement de la découverte de ce Satellite ; il en attribua la cause à quelque Tache considerable sur le globe de ce Satellite, qui, lorsqu'elle se rencontre du côté qu'il est exposé à la Terre, le dérobe entierement à nos plus excellentes Lunettes. On trouva même que ce Satellite cessoit de paroître lorsqu'il se trouvoit dans la partie Orientale de son Orbe. Cependant on l'a observé depuis dans cette situation, & principalement dans l'année 1705. où on le distingua pendant toute sa révolution, ce qui donne lieu de juger que ces Taches ne sont point permanentes, & sont à peu-près de la même nature que celles de Jupiter qu'on voit pendant plusieurs mois, après quoi elles cessent entierement de paroître.

Ce Phénomene qui a été observé depuis plus de 40 années, & dont on n'a pas pû encore déterminer la Periode, n'est pas le seul qu'on reconnoît dans le cinquième Satellite. Nous en avons découvert un autre cette année, qui n'est pas moins singulier, & qui forme une apparence dont nous n'avons aucun exemple dans le mouvement des corps celestes. Nous avons observé plusieurs fois que les quatre premiers Satellites décrivoient des Ellipses, & passoient dans leurs conjonctions superieures à l'égard de Saturne avec une déclinaison Meridionale, & nous nous attendions à voir le cinquième Satellite prendre la même route, & passer le 6 Mai dans sa conjonction superieure avec une déclinaison semblable. Cependant ayant observé Saturne tous les jours depuis le 2 Mai jusqu'au 7 du même mois par un temps fort serein & avec un Verre de

114 pieds, il nous a été impossible d'appercevoir auprès de cette Planete vers sa partie Meridionale, aucun vestige de ce Satellite, quelque attention que nous y ayons faite.

Comme dans nos Observations nous sommes fort attentifs à décrire la configuration des Etoiles fixes qui se voyent autour de Saturne, ce qui sert à déterminer non seulement son mouvement apparent & celui de ses Satellites, mais même à découvrir s'il n'y auroit point quelque nouveau Satellite inconnu jusqu'alors, nous remarquâmes le 2 Mai (*V. Fig. 6.*) à 9 heures du soir une petite Etoile à l'Occident de Saturne, éloignée de l'extrémité de l'anneau d'environ quatre de ses diametres avec une déclinaison Septentrionale contraire à celle que devoit avoir le cinquième Satellite. Le 3 Mai cette même Etoile étoit plus près de Saturne de la longueur d'un diametre de l'anneau. Elle parût le 4 s'en être approchée de la même quantité, ayant un mouvement de l'Occident vers l'Orient directement contraire à celui des autres Satellites, qui avoient de même que cette Etoile une déclinaison Septentrionale. Car le quatrième Satellite étant le 2 Mai presqu'en conjonction avec l'extrémité Occidentale de Saturne dans la partie inferieure de son cercle, avoit de même que l'Etoile une déclinaison Septentrionale à l'égard du centre de Saturne, & avoit passé en conjonction le 4 Mai, allant de l'Orient vers l'Occident d'un sens qui lui étoit contraire. Le lendemain 5 Mai nôtre petite Etoile se trouva fort près de Saturne, en étant éloignée d'un peu moins du diametre de l'anneau, & conservant toujours un peu de déclinaison Septentrionale.

Le chemin que cette Etoile paroïssoit décrire, nous fit juger qu'elle seroit le 6 & le 7 jointe à Saturne près du centre duquel elle devoit passer sans pouvoir y être apperçûe. En effet nous la perdîmes alors de vûe, & le mauvais temps qui survint interrompit nos Observations.

Il ne nous vint pas d'abord dans la pensée que cette

Etoile pût être le cinquième Satellite que nous cherchions ailleurs. Elle avoit une déclinaison Septentrionale à l'égard de Saturne, au lieu que le cinquième Satellite étant alors dans la partie supérieure de son cercle, auroit dû avoir une déclinaison Meridionale. Son mouvement se faisoit aussi dans un sens contraire à celui des autres Satellites qui avoient la même déclinaison, contre l'ordre observé jusqu'à présent non seulement dans les Satellites de Saturne, mais même dans ceux de Jupiter. Cependant nous avons reconnu depuis que cette Etoile étoit véritablement le cinquième Satellite : car Saturne étoit alors stationnaire, de sorte qu'une Etoile fixe auroit dû rester plusieurs jours à peu-près dans la même situation à son égard, au lieu que notre Etoile avoit un mouvement égal à celui du cinquième Satellite, lorsqu'il est près de sa conjonction qui arriva assez exactement dans le temps marqué par les Tables.

Nous avons même trouvé des exemples d'une apparence semblable, à laquelle on n'avoit pas fait d'attention, & qui prouvent d'une manière incontestable que cette Etoile étoit le cinquième Satellite. Nous les rapporterons ici pour éclaircir un fait si singulier.

Le 9 Mars de l'année 1685, le cinquième Satellite parut à l'Occident de Saturne fort éloigné de cette Planete, à l'égard de laquelle il avoit une déclinaison Septentrionale. Saturne étoit alors à $13^{\text{d}} 7'$ de la Vierge, éloigné seulement de 8^{d} & demi du lieu où il étoit dans l'Observation du mois de Mai de cette année. L'anneau nous presentoit de même qu'à présent sa partie Septentrionale, les Satellites qui étoient dans son plan paroissoient aussi dans la partie supérieure de leur Orbe, aller de l'Occident vers l'Orient avec une déclinaison Meridionale, & on les voyoit dans la partie inférieure aller de l'Orient vers l'Occident avec une déclinaison Septentrionale.

Ayant calculé pour ce temps le vrai lieu du cinquième Satellite, nous avons trouvé qu'il devoit être alors vers sa

plus grande digression sans aucune déclinaison, au lieu qu'il en avoit une Septentrionale. Les jours suivans ce Satellite étant dans la partie supérieure de son Orbe, devoit avoir une déclinaison Meridionale, & cependant il conserva toujours une déclinaison Septentrionale, ayant un mouvement directement opposé à celui des autres Satellites qui se trouvoient avoir la même déclinaison que lui. Le 29 Mars à 8^h du soir, ce Satellite s'étoit approché de sa conjonction, n'étant éloigné du centre de Saturne que d'un diametre & demi de l'anneau. Le 30 fut couvert. Le 31 il avoit passé la conjonction, & étoit dans la partie Orientale de son Orbe éloigné du centre de Saturne d'un diametre de l'anneau. Il conserva toujours une déclinaison Septentrionale jusqu'au 4 Avril qu'on l'observa à peu-près dans la ligne qui passe par les extrémités des anses sans aucune déclinaison sensible, ce qui fait voir que la route qu'il avoit décrite, avoit une direction inclinée à celle du plan de l'anneau, de même que dans les Observations du mois de Mai de cette année, avec la différence que dans celle-ci, la route du cinquième Satellite étoit presque en ligne droite, & passoit par le centre de Saturne, au lieu que dans celle de 1685 elle avoit la figure d'une Ellipse fort étroite, le cinquième Satellite ayant passé par sa conjonction supérieure avec une déclinaison Septentrionale contraire à celle des autres Satellites qui étoient dans la partie supérieure de leurs Orbes.

Ce Satellite, après avoir été vers sa digression Orientale, passa ensuite dans la partie inférieure de son cercle, & on l'aperçût le 4 & le 6 Mai avec une déclinaison Meridionale contraire à celle qu'il avoit eue dans les Observations précédentes.

Le 7 Mai 1685 à 10^h 30' il n'étoit plus éloigné du centre de cette Planete que d'un diametre & demi. Il devoit passer par sa conjonction inférieure le 9 Mai, mais on ne put l'apercevoir que le 10 Mai à 10^h 30' du soir qu'il étoit déjà dans la partie Occidentale de son

Orbe, éloigné du centre de Saturne d'un peu plus d'un diametre & demi. Il conserva toujours sa déclinaison Meridionale jusqu'au 16 Mai qu'on l'observa dans la ligne qui passe par la direction des anses sans aucune déclinaison sensible. Ainsi la route de ce Satellite étoit inclinée à la direction du plan de l'anneau, & sensiblement parallele à la route qu'il avoit décrit vers sa conjonction supérieure, ce qui fait voir que l'Orbe du cinquième Satellite avoit dans cette révolution la figure d'une Ellipse fort étroite inclinée au plan de l'anneau & des Orbes des quatre autres Satellites.

Cette Observation comparée à celle du mois de Mai de cette année 1714. sert parfaitement à découvrir la Theorie du mouvement de ce Satellite, & à expliquer d'une maniere très simple toutes les apparences qu'on vient de représenter.

Dans l'Observation dernière le cinquième Satellite a paru décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne, ce qui fait voir que le plan de son Orbe vû de la Terre, coupoit l'Ecliptique environ au cinquième degré de la Vierge, qui étoit alors le vrai lieu de Saturne, d'où l'on trouve par le moyen de la Theorie de cette Planete que l'interfection du plan de l'Orbe du cinquième Satellite avec l'Ecliptique est au quatrième degré de la Vierge, éloignée vers l'Occident de 17 degrés des nœuds de l'anneau, & des Orbes des quatre autres Satellites qui ont été déterminés au vingt-unième degré du même signe.

Suivant les Tables Astronomiques les nœuds de l'Orbite de Saturne sont presentement à 22 degrés de l'Ecreviffe, ainsi les nœuds de l'Orbe du cinquième Satellite sont placés entre les nœuds de Saturne & ceux de l'anneau & des quatre premiers Satellites.

A l'égard de l'inclinaison de l'Orbe du cinquième Satellite par rapport à l'Ecliptique & à l'Orbite de Saturne, elle se trouve aussi fort différente de celle des autres. Pour

la déterminer nous avons comparé son mouvement & celui de Saturne à une Etoile fixe qui fut apperçûë le 29 Mai 1714 à 9^h $\frac{1}{2}$ du soir à l'Orient de Saturne dont elle étoit éloignée de douze diametres de l'anneau avec un peu de déclinaison Septentrionale. Cette même Etoile fut observée les jours suivans, & le 3 Juin elle étoit perpendiculaire à l'extrémité Orientale de l'anneau dont elle étoit éloignée de cinq de ses diametres avec une déclinaison Septentrionale.

Ayant représenté ces Observations dans la figure où l'on a décrit le cours du cinquième Satellite, nous avons tiré par le centre de Saturne une ligne droite parallele à la route apparente de l'Etoile fixe. Cette ligne represente une portion de l'Orbite de Saturne qui se trouve inclinée de 17 à 18 degrés à la route du cinquième Satellite. Dans cette situation l'Orbite de Saturne est inclinée à l'Ecliptique du même sens d'environ deux degrés, d'où il résulte que l'Orbe du cinquième Satellite est inclinée à l'Ecliptique de 15 à 16 degrés. On a trouvé par diverses Observations que le plan de l'anneau, de même que celui des Orbes des quatre premiers Satellites est inclinée à l'Ecliptique de 31 degrés. Ainsi l'Orbe du cinquième Satellite est incliné aux Orbes des autres Satellites d'environ 15 à 16 degrés.

Il résulte de ces Observations que Saturne étant au treizième degré de la Vierge comme dans l'année 1685, précisément au milieu entre les nœuds du cinquième Satellite & ceux des quatre premiers, le rayon visuel qui va de nôtre œil au centre de Saturne, se trouve situé entre le plan de l'Orbe du cinquième Satellite & le plan des Orbes des quatre autres Satellites, qu'on doit par conséquent appercevoir en forme d'Ellipses inclinées l'une à l'autre, dont les demi-circonferences qui se presentent à nous, ont des déclinaisons différentes à l'égard de Saturne qui est leur centre commun.

Saturne arrivant ensuite au vingtième degré de la

Vierge dans les nœuds de l'anneau & des quatre premiers Satellites , alors son anneau qui est fort mince doit cesser de paroître , & les quatre Satellites qui sont dans le même plan doivent décrire des lignes droites.

Cette apparence s'observe presentement. Car l'anneau ayant disparu au mois d'Octobre dernier , Saturne paroît rond , & on n'y distingue qu'une bande obscure qui traverse cette Planete par le milieu , & qui est formée par l'ombre de l'anneau sur son disque.

Lorsque Saturne se fera avancé de quelques degrés dans le Zodiaque , alors l'anneau commencera de reparoître , en nous montrant sa surface qui avoit été cachée pendant quinze années. Les Orbes des quatre premiers Satellites changeront de déclinaison , & leur mouvement apparent se fera du même sens que celui du cinquième Satellite , qui continuera de former par sa révolution une Ellipse inclinée à celles des autres Satellites qu'on verra s'élargir & se retressir suivant que Saturne sera direct ou retrograde , & qui sera dans sa plus grande largeur lorsque Saturne arrivera au quatrième degré du Sagittaire à la distance de trois signes des nœuds du cinquième Satellite.

On verra ensuite cette Ellipse se retressir & se transformer en une ligne droite , lorsque Saturne sera au quatrième degré des Poissons , qui est le nœud opposé.

Les mêmes apparences s'observeront dans l'anneau , & les Orbes des quatre premiers Satellites , & reviendront dans le même ordre tous les quinze ans , avec la seule différence que l'Orbe du cinquième Satellite sera également inclinée aux Orbes des autres Satellites d'un sens contraire , & c'est ainsi qu'on peut rendre raison d'une Observation rapportée par mon Pere , imprimée dans le Traité de la découverte de ce Satellite , où il remarque qu'il avoit dans les dernières Observations un peu de latitude Meridionale à l'égard des anses de Saturne qu'il n'avoit pas observé lorsqu'il étoit plus près de cette Planete , ce qui lui fit conjecturer que le cercle de ce Satellite pouvoit avoir

avoir quelque déclinaison à l'égard du cercle du quatrième Satellite qui avoit été découvert auparavant.

A l'égard de la largeur apparente de l'anneau & des Orbes des Satellites ; comme l'Orbe du cinquième n'est incliné à l'Ecliptique que de 15 à 16 degrés, au lieu que les autres le sont de 31 degrés, l'Ellipse que ce Satellite paroît décrire doit être à proportion de sa longueur de moitié plus étroite que celle de l'anneau & des quatre premiers Satellites, ce qui est conforme aux Observations. Car le cinquième Satellite n'a jamais paru dans ses conjonctions avec Saturne éloigné de plus de trois diamètres de l'anneau, au lieu que le quatrième qui est trois fois plus proche, s'en éloigne à la distance de plus de deux diamètres.

La situation des nœuds du cinquième Satellite & l'inclinaison de son Orbe, qui sont si différentes de celles des autres, semble déranger l'économie du système des Satellites qu'on avoit crû jusqu'à présent avoir tous les mêmes nœuds & être à peu près dans un même plan.

Cependant il paroît qu'on peut en rendre aisément la raison Physique, si l'on fait attention à la grande distance de ce Satellite au centre de Saturne. Car l'effort qui entraîne les Satellites suivant la direction du plan de l'anneau, s'affoiblit en s'éloignant de Saturne, & est obligé de céder en partie à un autre effort qui emporte Saturne & toutes les Planetes suivant l'Ecliptique.

Ces deux efforts agissans sur le cinquième Satellite suivant des directions inclinées l'une à l'autre de 31 degrés, il résulte qu'il doit faire son cours suivant une direction moyenne entre le plan de l'anneau & celui de l'Ecliptique.

Il paroît même que selon ce raisonnement les plans des Orbes des autres Satellites doivent un peu décliner du plan de l'anneau, quoi-que beaucoup moins que celui du cinquième Satellite, ce qui nous a paru s'accorder à quelques Observations, & dont nous tâcherons de nous éclaircir dans la suite.

La commodité que nous avons presentement d'observer Saturne avec des Verres d'un très grand foyer dans tous les temps qu'il paroît sur nôtre horizon , nous donne l'esperance non seulement de perfectionner ce qui est déjà connu , mais même de découvrir dans la suite ce qui pourroit être encore caché dans le systême de cette Planette.

D E S C R I P T I O N
DE DEUX ESPECES DE CAILLE-LAIT.

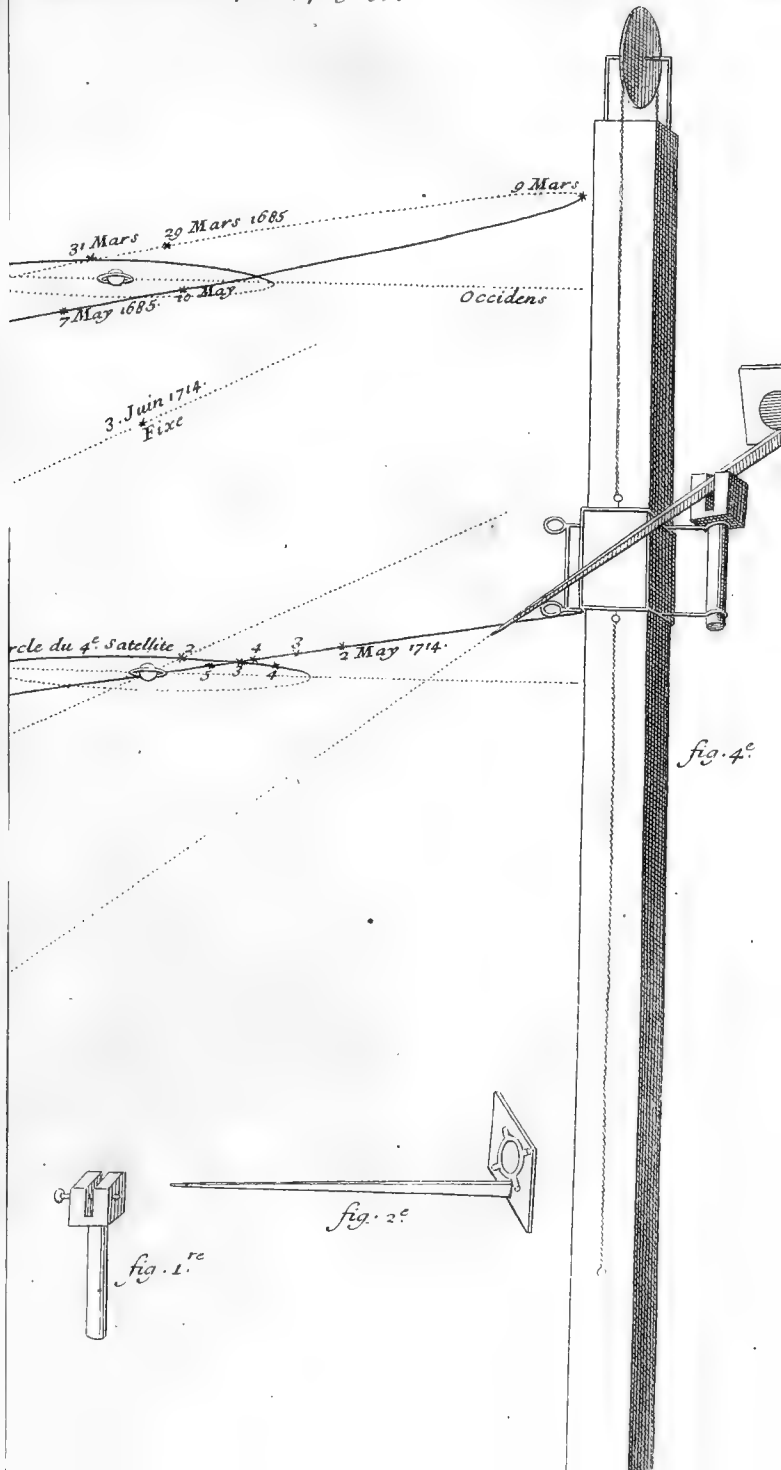
Par M. DE JUSSIEU.

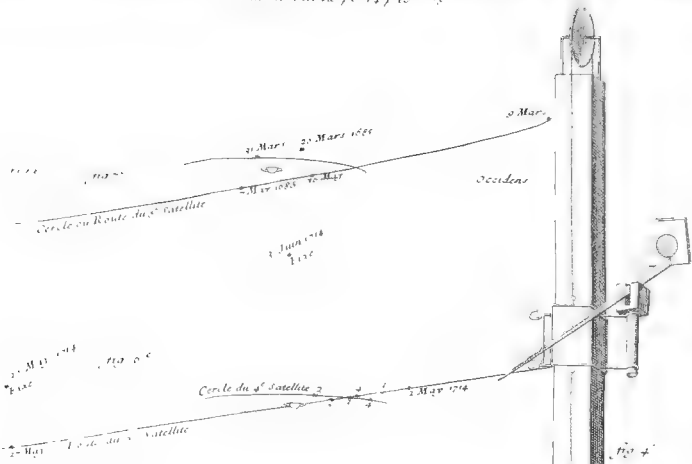
5. Septem.
1714.

PERSUADE' que je suis que ceux qui font leur étude de la Botanique , ont une obligation essentielle de s'attacher principalement à la connoissance des Plantes de leur pays , je me suis déterminé à décrire celles du nôtre préférablement aux étrangères , quelque facilité que le Jardin Royal me présente pour en choisir de plus specieuses & même d'un caractere nouveau. Sans donc négliger celles-ci , dont je me propose de donner les caracteres & les descriptions , lorsque la découverte de quelques-unes de leurs vertus nous en aura rendu la connoissance plus interessante , ou que je me serai appercû qu'elles peuvent servir à mieux caracteriser des genres de Plantes déjà établis ; je commence par celles de France ou de ses limites , dont nous n'avons , ni descriptions ni figures , telles que sont les deux suivantes. Et si chaque Botaniste se bornoit ainsi à décrire celles de sa patrie , qui n'ont point été décrites , cette partie de l'Histoire Naturelle auroit acquis dans peu de temps plus de perfection que toutes les autres.

Gallium saxatile , minimum , supinum & pumilum. Inst. R. Herb. 115.

Cette Plante est vivace , & s'éleve tout au plus à la hauteur de quatre pouces. Elle donne pour racine quelques





fibres qui s'étendent obliquement, dont les plus longues n'ont à peine qu'une ligne d'épaisseur, & sont chargées dans leur longueur, qui est ordinairement de trois à quatre pouces, de plusieurs autres fibres rameuses & cheveluës. La couleur de ces racines, comme celle des autres especes de Caille-lait, tire sur le rouge. Du collet de ces racines naissent une infinité de tiges qui forment un petit gazon touffu; leur hauteur n'excede guere cinq pouces, il s'en trouve des pieds où elles sont beaucoup moins hautes. Celles de la circonference du gazon se coudent un peu avant que de se lever, & jettent quelques racines cheveluës, qui partent des nœuds des tiges. Elles se ramifient ordinairement dès leur naissance, & leurs rameaux portent toujours des feuilles qui y sont disposées par étage & en rayons au nombre de quatre, cinq ou six, dont les plus longues n'ont que quatre lignes de longueur sur moins d'une ligne dans le fort de leur largeur qui est vers leur milieu; leurs deux bouts étant pointus, & sur-tout le supérieur, qui se termine par une pointe blanchâtre, fort fine & fort aiguë. Elles sont lisses, glabres, d'un vert gai, ainsi que les tiges qui sont à quatre faces. L'extrémité des tiges & des rameaux est terminée par un petit bouquet, composé de trois à quatre fleurs blanches d'une seule piece évafée & découpée pour l'ordinaire en croix, dont le diametre en tous sens n'est que d'une ligne, ou tout au plus d'une ligne & demie.

Quatre étamines fort courtes à sommets, d'un blanc sale ou verdâtres, naissent autour de l'embouchure du petit tuyau de cette fleur, lequel est enfilé par un stile fourchu qui part d'un embryon que couronne la fleur. Cet embryon devient par la suite un fruit à deux semences ovoïdes, appliquées l'une contre l'autre dans toute leur longueur, & qui noircissent en meurissant. Ce fruit est du volume à peu-près de celui du Caille-lait ordinaire à fleurs blanches. Toute la Plante machée n'a qu'un goût d'Herbe, & devient luisante en se séchant.

Elle fleurit en Juillet & Aoust. Je l'ai trouvée au sommet du Mont-Ventou, sur-tout en descendant du haut de cette montagne vers Bedoin.

Boccone nomme *Rubeola saxatilis*, *Alpina*. Mus. part. 2. 145. & tab. 101. une espece de Caille-lait qui a beaucoup de rapport avec celle-ci; cependant il y a lieu de douter que ce soit la même, parce qu'il assure que la sienne s'éleve quelquefois à la hauteur d'un pied, lorsqu'elle se rencontre dans de la bonne terre, ce qui n'arrive point à celle qu'on cultive depuis près de trois ans au Jardin Royal, où elle n'a point changé.

Gallium saxatile, *supinum*, *molliore folio*.

Celle-ci differe de la précédente 1°. par ses tiges, qui sont toujours couchées & tapies contre terre, 2°. par ses feuilles qui sont une fois plus larges, quoi qu'aussi courtes, moins dures, d'un vert plus pâle, plus molasses, & ordinairement arrondies par leur extrémité, sur laquelle on n'apperçoit pas la pointe blanche qui se remarque aux feuilles de la précédente, 3°. par ses fleurs qui sont presque de moitié plus grandes & d'un blanc sale. Elle fleurit en Aoust & Septembre.

Elle est attachée en forme de gazon sur les pentes humides des Rochers de la Vallée de Barcelonette.

On ne sçauroit rapporter ces deux especes de Caille-lait à aucune de celles que l'on trouve décrites dans le troisième volume de l'histoire des Plantes de Rai, parce que les descriptions qu'il en donne sont pour la plupart ou imparfaites, ou trop peu circonstanciées.





Inp R. herb.



*Gallium saxatile, supinum
molliore folio.*



*Gallium saxatile, minimum, supinum et pumilum
Inp R. herb.*

E X P E R I E N C E S

S U R D E S C O R P S

P L O N G E Z D A N S U N T O U R B I L L O N .

Par M. SAULMON.

LE mouvement circulaire des fluides produit des effets considerables en la nature, tels que sont la pesanteur & les révolutions periodiques des Planettes. Les experiences sont un moyen des plus sûrs pour en reconnoître la cause. J'en ai fait quelques-unes, que je rapporte en ce Memoire.

14 No-
vembre
1714.

J'ai fait construire un grand vase de Cuivre cylindrique, droit, de dix-huit pouces & demi de diametre en sa base au dedans, & de quinze pouces de hauteur. Je l'emplis d'eau d'Arcueil jusqu'à la hauteur d'onze pouces & demi, & le laissant immobile sur un plan horizontal, je fais tourner l'eau avec une canne, le plus vîte qu'il m'est possible. La canne étant retirée, l'on voit un tourbillon qui s'éleve d'abord jusqu'aux bords du vase, & qui diminuant peu à peu de hauteur, persevere fort long-temps avec une espece de regularité, semblable en quelque sorte à celle qu'il auroit, s'il avoit été produit par des machines dont le mouvement fût uniforme & régulier. Car si le tourbillon étoit produit par de telles machines, & qu'on mit des corps nager sur sa surface, ils devroient alors achever leurs révolutions autour de l'axe du tourbillon plus vîte, lorsqu'ils seroient plus proches de cet axe. L'experience le confirme dans le tourbillon qui se forme. Car si j'y mets en même temps deux corps égaux & semblables qui nagent sur sa surface, l'un près des bords du vase, & l'autre à une distance moyenne entre les bords & l'axe du tour-

billon, le corps le plus proche de l'axe fait à peu-près deux révolutions autour de l'axe, pendant que l'autre corps n'en fait qu'une; ce qui arrive quand le tourbillon est devenu régulier. Sa régularité commence lorsqu'il s'est abaissé environ d'un pouce & demi.

Ce Phénomene important, conforme à la Geometrie; ne peut pas se former en un vase que l'on feroit tourner sur un pivot comme faisoit M. Huguens. Car alors toutes les parties de l'eau & les corps plongés dedans achevent leur révolution autour de l'axe à peu-près en un même temps. Le tourbillon que je forme a encore deux avantages sur celui de M. Huguens. Car son vase étant fort étroit, fort court, & fermé par en haut d'une glace de verre, ne permet pas de faire aucune experience sur la surface de l'eau, ni au milieu. Au contraire le vase dont je me sers étant fort large, fort haut & ouvert, permet de faire avec assez de précision trois sortes d'experiences, les unes sur la surface de l'eau, les autres entre deux eaux, & les dernieres au fond de l'eau, qui feront les trois parties de ce discours. Je commence par les experiences faites sur la surface de l'eau, dont voici la cause generale.

La surface du tourbillon est toujours un peu concave, & elle forme une pente des bords vers le milieu, cette pente devient continuellement plus douce, & elle approche de plus en plus d'un plan horizontal. Quand un corps est emporté circulairement sur cette surface, cette pente tend à le faire approcher de l'axe du tourbillon; au contraire la force centrifuge que ce même corps acquiert par son mouvement circulaire, tend à l'éloigner du même axe, ce qui doit produire des Phénomenes fort differens en des corps de masses diverses, & c'est la cause generale des premieres experiences que je vais rapporter.

Des coques d'œuf posées sur la surface du tourbillon, s'approchent fort vite de l'axe du tourbillon, & elles y perséverent. Si j'y infere quelques grains de Plomb, elles s'en approchent encore, mais beaucoup plus lentement.

Si les grains de Plomb sont en grand nombre, les coques s'éloignent de l'axe du tourbillon, elles s'en éloignent plus vite à mesure qu'elles sont plus chargées, & vont heurter les bords du vase. J'en ai qui s'approchent de l'axe, & font plus de soixante révolutions autour de lui avant que d'y arriver. J'en ai au contraire qui s'éloignent de l'axe, & font aussi plus de soixante révolutions autour de lui, avant que de parvenir aux bords du vase. Si des corps un peu gros nagent à fleur d'eau & sont près de l'axe, ils s'en écartent fort vite : à peine ont-ils fait autour de lui trois ou quatre révolutions, qu'ils heurtent rudement les bords du vase.

J'ai un globe creux de Leton, de deux pouces dix lignes de diamètre, il pèse une once 7 gros 12 grains. Si je le charge de cinq onces deux gros & demi, il s'éloigne tout d'un coup de l'axe, & à peine a-t'il fait cinq ou six révolutions autour de lui, qu'il heurte les bords du vase. Mais si ce globe est vuide, il fait plus de quatre-vingt révolutions avant que d'y arriver. J'en ai compté une fois quatre-vingt-cinq.

Une boule de Buis & une d'Erable, chacune de même grosseur que ce globe, donnent un semblable Phénomène. Celle de Buis nage presque à fleur d'eau. Celle d'Erable est beaucoup plus légère. Celle de Buis touche les bords du vase, après avoir fait quatre ou cinq révolutions seulement autour de l'axe, & celle d'Erable fait plus de quarante révolutions avant que d'arriver à ces bords.

J'ai encore formé un semblable Phénomène avec des balles de Cire. J'en ai mises de trois sortes sur la surface du tourbillon ; les unes sont des balles de Cire simple sans aucun mélange, soit blanche, soit jaune ; les autres sont des balles de Cire, mêlées d'un quart de Terebentine ; & les troisièmes sont des balles de Cire diversément chargées de grains de Plomb. Les balles mêlées d'un quart de Terebentine, & les balles chargées de grains de Plomb se sont écartées fort vite de l'axe du tourbillon, & elles ont

bien-tôt heurté les bords du vase : mais les balles de Cire simple où il n'y avoit aucun mélange ni aucun poids ajoûté, sont restées sensiblement à la même distance de l'axe presque pendant toute la durée du tourbillon, néanmoins, ce qui est singulier, quand son mouvement a été très considérablement ralenti, & qu'il étoit presque éteint, ces balles ont commencé à s'écarter aussi de l'axe ; elles s'en sont écartées de plus en plus, & elles ont enfin heurté les bords du vase. Ce Phénomene donne lieu de penser que si le fluide celeste qui emporte les Planettes autour du Soleil, venoit à perdre une partie considerable de son mouvement circulaire, les Planettes commenceroient alors à s'écarter du Soleil, & qu'elles continueroient de s'en écarter de plus en plus.

J'ai réitéré l'expérience des balles de Cire, mais quand elles ont commencé à s'éloigner de l'axe, j'ai appliqué une plaque de verre sur la surface de l'eau horizontalement, de telle sorte que ces balles fussent entièrement plongées dans l'eau, & aussitôt elles se sont toutes rassemblées en l'axe du tourbillon, en décrivant des spirales, qui sont plus sensibles dans les balles mêlées d'un quart de Terebentine, à cause que leurs frottemens contre la plaque sont plus petits. Si quelqu'une d'entre elles est beaucoup plus grosse que les autres, elle les déplace de l'axe, & s'y fixant, elle tourne autour de son propre centre, pendant que les autres sont emportées circulairement autour d'elle par le liquide environnant, à peu-près comme des Satellites sont emportés autour d'une grande Planette par le fluide celeste.

Ces expériences font voir que les globes les plus massifs, qui nagent sur la surface du tourbillon, s'écartent le plus vite de l'axe. Mais ne peut-on pas donner à un corps aussi massif une figure qui le fasse approcher de l'axe, pendant que ces globes s'en éloignent ? En voici l'artifice. J'ai fait un grand disque de Cire blanche, mêlée d'un quart de Terebentine, de quatre pouces de diametre & d'une ligne d'épaisseur. J'y ai inferé deux grains de Plomb, pour

pour le rendre encore plus massif. Il nage à fleur d'eau comme fait la boule de Buis. Néanmoins si je le mets à plan sur la surface du tourbillon, quelque soit l'endroit où je le place, il s'approche tout d'un coup de l'axe, & il y arrive avant que d'avoir fait la moitié d'une révolution autour de lui; ce qui est de singulier, c'est qu'il s'en approche encore semblablement, lors même que le mouvement du tourbillon est très-considérablement ralenti, & que sa surface paroît comme si elle étoit plane & parallèle à l'horison. Je ne m'arrêterai point à rapporter en particulier toutes les causes de ces phénomènes, un chacun les voit assez de soi-même: je passe aux expériences du second ordre, faites entre deux eaux.

L'on exécute aisément les expériences sur la surface d'un tourbillon: mais il n'en est pas de même de celles que l'on y veut faire entre deux eaux. L'on peut bien avoir des corps qui soient en équilibre avec l'eau quand elle est en repos, mais l'expérience ne m'a pas encore fait connoître aucun corps, qui étant mis entre deux eaux, reste en équilibre avec l'eau dans ces tourbillons. L'une des causes de ce phénomène est une chute d'eau qui se fait continuellement en la surface du tourbillon des bords vers l'axe; elle produit un changement continuel en la pesanteur des filets d'eau ou des colonnes perpendiculaires à l'horison. Cependant de toutes les expériences que l'on peut faire en un tourbillon, celles qui peuvent contribuer le plus à la découverte de la pesanteur, sont les expériences qui peuvent se faire entre deux eaux. C'est pourquoi j'ai employé divers corps & divers poids, pour menager des chûtes très-lentes dans l'eau, afin d'observer quel genre de corps s'approche ou s'éloigne de l'axe, & quelles sont les figures les plus propres à produire cet effet. Tout corps qui descend dans l'eau est plus pesant qu'un pareil volume d'eau, & il est par conséquent plus massif. Cependant tout corps qui descend dans l'eau ne s'éloigne pas de l'axe; mais quelques-uns s'en approchent

pendant que d'autres s'en éloignent. Ce qui démontre une différence considerable dans les experiences faites entre deux eaux , dont voici la cause generale.

Un corps qui chancelé pendant sa chute dans un tourbillon , reçoit en même tems deux impressions fort différentes. L'une le fait tourner en lui-même ou balancer autour de son propre centre ; l'autre le fait tourner circulairement autour de l'axe du tourbillon ; & par conséquent la force centrifuge qu'il acquiert pour s'éloigner de l'axe du tourbillon , est moindre qu'elle seroit , si toute l'impression que ce corps reçoit par l'eau , s'employoit à le faire circuler autour de ce même axe ; donc la force centrifuge d'un pareil volume d'eau pourroit être plus grande que n'est la force centrifuge de ce corps , & par conséquent elle pourroit le déterminer à s'approcher de l'axe. Or de toutes les figures , celles qui sont les plus irregulieres , reçoivent les impressions les plus inégales ; donc elles sont les plus propres à occasionner des balancemens dans les corps & des chancelemens , & par conséquent elles sont les plus propres à les faire approcher de l'axe ; & si toutes choses sont d'ailleurs semblables , cette approche doit être la plus sensible dans les corps les moins massifs. Cette loi est la cause generale de toutes les experiences du second ordre que je vais rapporter.

J'ai mis dans le tourbillon une lampe d'étain d'une figure fort irreguliere ; elle est en forme de conoïde creux parabolique , un peu applati par en haut , son axe est de deux pouces dix lignes , égal au diametre du cercle de la base , deux petits cercles paralleles à sa base forment sa pointe , du milieu de cette base s'éleve un tuyau creux de treize lignes de hauteur , & de neuf de largeur ouvert par en haut : le conoïde n'a aucune ouverture , si ce n'est au bec de la lampe , par où l'eau entrant dans le corps de la lampe , la fait balancer ; ce bec est creux , il a deux pouces de longueur sur huit lignes de largeur & autant de profondeur : la lampe pese sept onces trois gros. Elle chan-

cele considerablement pendant sa chute en l'eau, & alors elle s'approche brusquement de l'axe; arrivée au fond du vase, elle touche l'axe, & elle y persevere, en tournant continuellement autour de lui, & formant de grands balancemens. J'ai laissé tomber successivement six balles d'Yvoire de diverses grosseurs, leurs diametres sont en progression geometrique, celui de la plus petite est d'un demi-pouce, & celui de la plus grosse est de deux pouces & demi. Leur chute étoit si rapide, que je n'ose affirmer qu'elles se soient alors éloignées de l'axe, mais une chose certaine, c'est qu'elles ne s'en sont pas approchées. Une balle de Cire d'Espagne d'un demi pouce de diametre, ayant été mise à un pouce des bords du vase, quand le tourbillon étoit fort rapide, elle s'est manifestement écartée de l'axe pendant sa chute, car elle a heurté les bords du vase avant que d'arriver au fond. Au contraire si de la Cire d'Espagne concassée & réduite en des grumeux de figures irregulieres, est jettée dans un semblable tourbillon, elle s'approche de l'axe dès le commencement, & elle continuë de s'en approcher pendant sa chute. Un bâton de Cire d'Espagne, tel que sont les bâtons ordinaires, s'écarte aussi quelquefois de l'axe pendant sa chute, & quelquefois il s'en approche selon la varieté de ses balancemens & l'obliquité de la face qu'il presente au choc de l'eau. J'ai pris de la poix blanche ou de Bourgogne & de la poix noire. J'en ai fait des globes, des cylindres, des cônes & d'autres figures diverses, & je les ai jettés dans le tourbillon. Tous ces corps se sont toujours approché de son axe pendant leur chute, & leur approche est fort sensible.

Je trouve un phénomene semblable en deux boules de Buis, qui sont un peu plus pesantes que l'eau. L'une a deux pouces huit lignes de diametre, & l'autre un pouce neuf lignes: le poids de la premiere est six onces trois gros; le poids de la seconde est un once neuf gros & demi. Si on les met dans le tourbillon, lors même qu'il est encore

rapide, elles s'approchent toutes deux de l'axe très sensiblement pendant leur chute. Je conçois deux causes de ce phénomène dans les boules de Buis; l'une est la pente de la surface de l'eau, l'autre est l'inégalité de pesanteur dans les parties d'une même boule. Car tous les Arbres ont toujours quelques-unes de leurs parties exposées au Septentrion, & quelques autres exposées au midi. La partie qui regarde le Septentrion est toujours plus pesante que celle qui regarde le midi. Cette inégalité de pesanteur produit des balancemens dans les boules pendant leur chute, & elle peut les faire approcher de l'axe. J'ai vérifié cette inégalité de pesanteur dans les Arbres par un disque d'Erable de deux pouces de largeur sur trois pouces de hauteur. Etant mis à plan sur la surface de l'eau, il ne demeure point parallèle à l'horison, mais il s'incline environ de 45 degrés.

J'ai voulu imiter par l'art cette expérience tirée de la nature. J'ai mis de la Cire jaune & du Liege dans un globe creux de Leton, de deux pouces de diamètre; ce globe ainsi chargé, est plus léger que l'eau, mais un grain de menu plomb de surcroît le rend plus pesant qu'elle. Je le laisse tomber en l'air de trois ou quatre lignes de hauteur sur la surface du tourbillon, il arrive fort près du fond du vase, sans parvenir à toucher ce fond. Il s'approche un peu de l'axe pendant sa chute, mais il s'en éloigne en remontant, car je l'ai vu heurter alors les bords du vase, lorsqu'il étoit encore entre deux eaux. Il est aisé de reconnoître les causes de ces deux phénomènes contraires en ce globe. Les unes sont les mêmes que celles qui approchent du même axe les boules de Buis pendant leur chute; l'autre au contraire est la même que celle qui en éloigne les balles de Cire simple, quand elles nagent sur la surface du tourbillon vers la fin du mouvement; car les parties d'un corps dur étant en repos les unes à l'égard des autres, elles ne perdent sous cette vue aucune partie de leur mouvement circulaire autour de l'axe du tourbil-

lon, & par consequent elles ne perdent aussi sous cette veüe aucune partie de leur force centrifuge; au contraire les parties d'un pareil volume du tourbillon achevent leur révolution autour de l'axe, chacune en des temps inégaux; elles ont ainsi des mouvemens respectifs, & elles se causent par consequent des frottemens mutuels; ces frottemens mutuels des petites parties de l'eau du tourbillon détruisent une partie de leur mouvement circulaire autour de son axe, & par consequent ils détruisent aussi une partie de leur force centrifuge. C'est de-là que des corps durs, tels que sont les balles de Cire, en conservent une plus grande. Ce globe reste long-tems entre deux eaux, & il y fait jusqu'à douze révolutions. Je finis cette seconde partie par les racines bulbeuses, qui étant dépotillées de leurs peaux, tombent fort lentement dans le tourbillon, & s'approchent toutes de son axe; en lui présentant leur tête; cela est fort sensible dans les Echalottes. Je passe aux expériences du dernier ordre, que j'ai faites au fond du vase, & dont voici la cause generale.

Tous les corps emportés circulairement au fond du vase par le tourbillon, subissent des frottemens, & par consequent des balancemens & des tournoyemens autour d'eux-mêmes: or la force employée à faire balancer ou tourner un corps autour de lui-même, n'est pas employée à le faire circuler autour de l'axe du tourbillon, & tout corps qui circule moins vite autour de l'axe du tourbillon, doit avoir moins de force centrifuge à l'égard de cet axe, toutes choses d'ailleurs étant semblables, donc un corps qui s'écarte de l'axe pendant sa chute, pourra s'en approcher quand il touchera le fond du vase, & s'il s'en approche pendant sa chute, il s'en approchera encore plus vite quand il touchera ce fond. C'est ce que l'expérience confirme. Tous les corps qui s'approchent de l'axe pendant leur chute, s'en approchent encore plus vite quand ils touchent le fond du vase, & la bale de Cire d'Espagne d'un demi pouce de diametre qui s'écartoit de l'axe pen-

dant sa chute, s'en approche quand elle touche ce fond; & vers la fin du mouvement elle se fixe en l'axe. Je trouve un semblable phénomène en des balles de Cire blanche chargées de grains de Plomb & devenues quelque peu plus pesantes que l'eau. Car pendant leur chute elles s'éloignent de l'axe, mais elles s'en approchent quand elles touchent le fond.

Cette variété de phénomènes m'a donné lieu de rechercher avec plus d'exacritude quelles figures étoient les plus propres pour faire approcher de l'axe des corps qui touchent le fond du vase, & quelles étoient les figures les plus propres pour les en faire éloigner; & afin que l'art parût moins, j'ai pris des corps dont les figures sont travaillées par la seule nature; ce sont des Cailloux de Mer que l'on appelle des *gaults*. Le vase étant à demi-plein d'eau, j'en ai mis sur le fond dans un tourbillon rapide successivement, les posant doucement avec la main, & faisant un tourbillon nouveau pour chaque cailloux, afin qu'ils ne se fissent aucun obstacle. Les uns se sont approchés de l'axe, & les autres s'en sont éloignés. Ceux qui s'en sont éloignés étoient à peu-près des cylindres, des cylindroïdes, des globes, des sphéroïdes allongés & bien arrondis, des pyramides dont l'axe est fort court & la tête fort grosse; ceux qui se sont approchés de l'axe étoient à peu-près des disques fort plats; des sphéroïdes aplatis, des sphéroïdes allongés, mais fort plats; des conoïdes aplatis, des corps taillés à facettes, fort inégales & fort obliques les unes à l'égard des autres; des pyramides dont l'axe est fort long par rapport au diamètre de leur base. J'en ai vû quelques-uns arriver des bords du vase en l'axe avant même que d'avoir fait la moitié d'une révolution autour de cet axe. Ils ressembloient à des conoïdes un peu longs, & ils étoient revêtus d'une escorce blanchâtre, âpre & rude, qui se trouve dans tous les cailloux lorsqu'ils sont en leur matrice, & que l'agitation des vagues de la Mer n'avoit pas encore usée par les frottemens.

Mais voici d'autres corps où l'art a réuni les deux phénomènes contraire des cailloux.

Une balle d'Yvoire d'un pouce & demi de diametre étant posée sur le fond du vase à un demi-pouce de l'axe, s'est écartée jusqu'aux bords sans se rapprocher de l'axe. J'ai mis autour de cette balle de la Cire jaune mêlée d'un quart de Terebentine, & j'ai fait du total un globe dont le diametre est un pouce onze lignes & demie, & le poids trois onces trois gros, l'eau en repos étant à la hauteur de trois pouces huit lignes. J'ai mis ce globe dans un tourbillon rapide au fond du vase à un pouce de l'axe, le posant doucement. Il a fait d'abord deux révolutions autour de cet axe, en s'en approchant un peu; ensuite il s'en est écarté, & est allé heurter les bords du vase. Il a fait six révolutions autour de l'axe, en les heurtant continuellement; ensuite il s'est approché de l'axe, en décrivant des spirales, & il s'y est fixé. Mais ce qu'il est important de remarquer, c'est que le fond du vase est fort uni en son milieu par toute la surface d'un cercle d'un demi-pied de diametre, le reste de ce fond a un peu de pente vers les bords. Néanmoins le globe s'est allé fixer en l'axe, nonobstant la résistance que pouvoit faire l'inclinaison de ce plan. La singularité de ces phénomènes me les a fait considérer avec plus de soin, & elle m'a donné lieu de former une autre expérience qui renferme les trois précédentes.

Une balle de Plomb de six lignes de diametre, telle que sont les balles de Mousquet ordinaires, pesoit quatre gros quatre grains, étant mise auprès de l'axe, elle s'en écartoit sans jamais s'en rapprocher, & elle alloit heurter les bords du vase; ensuite j'ai couvert cette même balle de Cire jaune mêlée d'un quart de Terebentine, & j'ai fait du total un globe dont le diametre est d'onze lignes, & le poids cinq gros & demi dix-sept grains; j'ai mis ce globe dans un tourbillon rapide à un pouce de l'axe, l'eau en repos étant encore à la hauteur de trois pouces huit lignes, il s'est d'abord approché de l'axe fort vite, & il s'y est tout d'un

coup fixé, y demeurant immobile. Je l'ai retiré presqu'aussi-tôt, & je l'ai mis à deux pouces environ de distance de l'axe, il s'en est éloigné jusques vers le milieu du rayon de la base, ensuite il s'est approché de l'axe, & il s'y est fixé. J'ai formé encore un tourbillon fort rapide, & j'ai mis ce globe environ à trois pouces de distance de l'axe, il s'en est éloigné fort vite, & il a heurté les bords du vase, & après avoir un peu circulé, il s'est approché fort vite de l'axe, & il s'y est fixé brusquement. Ce qui est de singulier, c'est que j'ai mis successivement toutes les balles d'Yvoire sur le fond du vase à des distances semblables de l'axe dans un tourbillon rapide, & je n'en ai jamais vu aucune s'approcher d'abord de l'axe, bien-loin de s'y fixer. Elles se font toutes éloignées aussi-tôt jusqu'aux bords du vase, & les plus petites seulement se font un peu rapprochées de l'axe vers la fin du mouvement. J'ai réitéré ces expériences dans un tourbillon dont l'eau en repos avoit quatre pouces de hauteur, elles ont réussi de meme.

J'ai formé encore un tourbillon rapide, & voulant vérifier la diversité des mouvemens qui résultent en de grands corps & en de petits de même matiere, j'y ai jetté en même temps des balles de Plomb de six lignes de diametre, & des grains de Plomb d'une ligne de diametre, la masse des balles est ainsi deux cens seize fois plus grande que celle des grains. Toutes les balles de Plomb se font éloignées de l'axe jusqu'aux bords du vase sans s'en rapprocher, & au contraire tous les grains de Plomb se font approché de l'axe sans jamais s'en éloigner. Je finis par une expérience qui pourroit bien paroître d'abord en quelque sorte incroyable, si elle ne pouvoit être réitérée, & qui semble contraire à celle-ci.

J'ai mis des grains de Plomb dans un globe creux de Cuivre de deux pouces de diametre: ce globe étoit alors un peu plus pesant que l'eau, & touchant le fond du vase, il s'est allé fixer en l'axe. J'y ai mis ensuite un surcroît de grains de Plomb, & il s'est encore approché de l'axe du
tourbillon,

tourbillon, mais plus vite qu'auparavant. J'y ai encore mis des grains de Plomb de furcroît, & il s'est encore approché plus vite de l'axe; que s'il est trop chargé, il demeure immobile à l'endroit où on le place. Mais pourquoi les balles s'éloignent-elles de l'axe, pendant que les grains de Plomb si petits, s'en approchent, & qu'au contraire le globe de Cuivre seize fois plus gros que la balle, s'en approche, lors même qu'il est plus chargé qu'il ne l'étoit d'abord? Un chacun voit assez que la cause de ces Phénomènes dépend des balancemens & de la diminution du mouvement du tourbillon, toujours plus grande aux endroits plus proches de l'axe qu'en ceux qui en sont plus éloignés. Ce qu'il suffit d'indiquer en general, supposant le tourbillon en sa plus grande régularité, qui subsiste, tandis que les temps de la révolution periodique des parties du fluide autour de son axe, sont entre-eux à peu-près comme la distance de ces parties à l'axe. Si je compare alors toutes les expériences que je viens de rapporter, j'en tire quatre conséquences generales.

La premiere : Toutes choses d'ailleurs étant semblables, les corps qui s'approchent de l'axe du tourbillon sont moins massifs que ceux qui s'en éloignent.

La seconde : Toutes choses d'ailleurs étant semblables parmi les corps qui s'approchent ou s'éloignent de l'axe sur la surface du tourbillon, les moins massifs s'en approchent plus vite, & les plus massifs s'en éloignent plus vite.

La troisième : Toutes choses d'ailleurs étant semblables, si des corps touchent le fond du vase, les plus petits s'approchent de l'axe, pendant que de plus gros s'en éloignent.

La quatrième : Toutes choses d'ailleurs étant semblables, les corps qui ont le plus d'inégalité en leur figure, s'approchent de l'axe, pendant que d'autres, qui ont moins d'inégalité, s'en éloignent, ou s'en approchent moins vite. Ces loix sont presque toutes contraires à celles que l'on observe en la pesanteur des corps vers la terre, ce que M.

Huguens n'avoit pas apperçû, quand il a cru la représenter par son expérience faite dans un tourbillon, qui ressemble beaucoup moins que celui-ci au tourbillon de la terre, à cause qu'en un tourbillon dont le mouvement est uniforme, la force des couches fluides antérieures & postérieures, c'est-à-dire, des couches plus proches ou plus éloignées de l'axe est à peu-près égale. C'est pourquoi bien loin que les expériences que j'ai faites ici me déterminent à décider de cette pesanteur, elles ne font au contraire que me rendre plus attentif pour en rechercher la cause.

L'épaisseur des feuilles métalliques qui forment le corps de la lampe & ceux des globes creux de Leton est environ d'une demi-ligne. La canne dont je me suis servi est de Noyer, elle a six lignes d'épaisseur en son milieu & cinq au petit bout. Des cannes beaucoup plus grosses, ou d'un bois plus léger, font des tourbillons moins réguliers.

COMPARAISON
DU PIED ANTIQUE ROMAIN
A CELUI
DU CHATELET DE PARIS,
Avec quelques Remarques sur d'autres Mesures.
Par M. DE LA HIRE.

x. Decem.
1714.

J'E donnai à l'Académie en 1701. des Remarques que j'avois faites sur la capacité de notre Pinte, suivant l'Étalon qui est à l'Hôtel de Ville de Paris, & sur la pesanteur de l'eau qui y est contenuë; & je rapporterai maintenant des Observations sur la grandeur du Pied antique Romain comparé avec le notre, tel qu'il est en usage à

présent, c'est-à-dire, avec celui du Châtelet de Paris, qui est la sixième partie de la Toise.

M^{rs}. Picard & Auzout avoient fait plusieurs remarques sur ces mêmes Mesures, que j'ai fait imprimer dans le Recueil des Ouvrages posthumes de nos Academiciens.

On ne doit pas s'étonner si l'on trouve quelque différence dans l'examen que l'on fait de ce qui nous reste des Anciens, pour en conclure la grandeur du pied antique Romain, puisqu'il n'y a pas long-temps qu'à Paris les Architectes & les Maçons se servoient encore d'un pied qui étoit plus grand d'une ligne environ que celui qui est au Châtelet par rapport à la Toise qui sert d'Etalon pour toutes nos Mesures.

La réformation du pied des Maçons fut faite en 1668 dans le même temps qu'on rétablit la Toise du Châtelet, telle qu'on la voit aujourd'hui à l'entrée & sous le grand escalier; car l'ancienne Toise qu'on voit encore est appliquée en dehors dans la Cour contre un des Piliers du bâtiment, mais cette Toise est toute faussée par le haut, par le défaut du Pilier qui a ployé en cet endroit. J'ai encore entre les mains un très ancien instrument de Mathématique qui avoit été fait par l'un de nos plus habiles ouvriers avec un très grand soin, où le pied est marqué, & qui a servi à faire le rétablissement de la Toise du Châtelet, suivant ce que j'en ai appris de nos anciens Mathematiciens.

Pour le pied antique Romain, on voit encore à présent à Rome sur deux Sepultures de Marbre de deux Architectes ou Arpenteurs la figure de ce pied en bas relief; les extrémités en sont un peu usées tant par le temps que par la mesure que tous les curieux en ont faite; cependant quoiqu'ils soient faits fort grossièrement, l'un a encore 10 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ de notre mesure, & l'autre 10 pouces 11 lignes & $\frac{1}{10}$, d'où l'on pourroit juger qu'ils étoient d'abord de 11 pouces, car un quart de ligne de chaque côté est peu de chose pour un Sculpteur en Marbre. L'un de ces pieds est fort mal divisé en ses 16 doigts, & l'autre n'est point divisé.

Cependant l'Etalon de Bronze du Conge antique du temps de Vespasien, & qui est conservé fort entier au Palais Farnese à Rome, donne la mesure du pied antique dans ce temps-là de 11 de nos pouces & une ligne, suivant ce qu'en rapporte Villalpandus; car le Conge qui étoit chez les Romains la mesure des liqueurs, comme ici notre Pinte, devoit contenir la huitième partie de leur pied cubique; mais il y a toujours beaucoup de difficulté à mesurer la capacité d'un vase par le moyen des liqueurs, sur-tout lorsque le vase a son ouverture fort large comme celui-là.

C'est pourquoi j'ai voulu voir si les mesures des bâtimens antiques qui sont encore sur pied, nous pourroient donner quelque connoissance de la grandeur du pied Romain; & comme le Pantheon ou la Rotonde est un des plus entiers & des plus beaux de toute l'Antiquité, j'ai trouvé que la hauteur du fût des colonnes du portique, lesquelles sont de Granite d'Orient, est de 36 pieds 7 pouces $\frac{1}{3}$ ou de 439 pouces $\frac{1}{3}$ de notre mesure, & supposant que les Anciens ayent voulu faire ces colonnes de 40 de leurs pieds, car il y a apparence qu'Agrippa qui fit décorer ce Temple, y avoit apporté tous les soins possibles, nous trouverons que le pied Romain étoit de 10 pouces 11 lignes $\frac{3}{4}$ de notre pied; & réduisant de même le diamètre de ces colonnes par le bas, nous trouverons qu'elles ont 5 pieds Romains de la même mesure & un peu plus, mais elles ne sont pas toutes exactement de la même grosseur, ce qu'on peut attribuer à la grande difficulté de travailler le Granite d'Egypte dont elles sont faites, à cause de sa dureté.

La largeur de l'ouverture de la porte de ce même Temple est de 220 pouces $\frac{1}{3}$ de notre mesure, & la posant de 20 pieds Romains, on les trouvera chacun de 11 pouces & $\frac{1}{10}$ de ligne. Pour la hauteur de cette porte, on n'en peut rien conclure de juste, car l'Architecte a été assujéti par la hauteur du Portique.

La longueur du Portique de ce Temple, qui est ce qu'on commence à planter d'abord, en la prenant de dehors en dehors des murs, auroit été de 110 pieds Romains, en les posant de 11 de nos pouces.

Si l'on vouloit en demeurer là, on voit qu'en prenant un milieu entre les mesures que je viens de rapporter, on doit estimer que le pied antique Romain étoit de 11 de nos pouces.

Mais en poussant cet examen plus loin, nous trouverons que le Temple rond de Bacchus devoit avoir son diametre de 75 pieds Romains, en les supposant de 11 pouces chacun, & la largeur des bas côtés entre la face extérieure du mur & les colonnes se trouve de 25 pieds, qui est le tiers de tout le diametre.

Le Temple de Faune, qui est aussi de figure circulaire, a son diametre exactement de 216 pieds de 11. pouces chacun. de notre mesure.

Si l'on suppose que la largeur de la porte du Temple de Vesta à Tivoli fut de 10 pieds antiques, ce pied sera de 10 pouces 11 lignes $\frac{2}{3}$ de notre mesure, & posant les colonnes de ce même Temple de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de diametre, le pied antique sera de 11 pouces $\frac{2}{3}$ de la ligne.

Si les colonnes du Temple d'Antonin & de Faustine ont eu leur diametre de 5 pieds antiques, le pied aura dû être de 10 pouces 11 lignes des nôtres.

Ces dernières remarques concourent avec les premières à faire connoître que le pied antique Romain étoit de 11 des pouces de notre pied.

On sçait que le pied antique Romain étoit au Grec comme 24 à 25, car le stade Romain étoit au Grec comme 600 à 625 pieds Romains, & par conséquent le pied Grec auroit été de 11 pouces $\frac{1}{2}$ de notre mesure à très peu près.

Pour les mesures modernes, le Palme Romain d'à present contient 8 pouces $\frac{1}{4}$ de notre pied, mais le Palme chez les Anciens étoit les $\frac{3}{4}$ du pied; c'est pourquoi le pied

398 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
auroit dû être de 11 pouces, si ce Palme a été formé sur le pied antique, comme il y a grande apparence. La Canne des Architectes contient 10 Palmes, c'est pourquoi elle est de 6 pieds 10 pouces $\frac{1}{2}$ de notre mesure. Mais la Canne des Marchands à Rome n'est que de 6 pieds un pouce $\frac{1}{2}$ de notre mesure; ils la divisent en 8 Palmes, qui sont plus grands que le Palme des Architectes. La sixième partie de cette Canne seroit fort peu différente de notre pied.

Les mesures de l'Aulne dont on se sert à Paris son différentes chez differens corps de Marchands, car il y en a qui la font plus courte que les autres de près de 4 lignes. J'ai trouvé entre les mains d'un de nos faiseurs d'instrumens de Mathematique une grosse règle de Leton qui étoit ancienne, & qu'il disoit être la mesure de l'Aulne; elle avoit justement 44 de nos pouces. Mais on a imprimé depuis quelque temps à Paris un Traité du Negoce, dont l'Auteur est fort estimé, & il rapporte que l'Aulne des Marchands Merciers est de 44 pouces moins 4 lignes, suivant l'Etalon que ces Marchands conservent dans leur Bureau. J'ai voulu voir par moi-même ce qui en étoit, & ayant mesuré cette Aulne fort exactement, j'ai trouvé qu'elle avoit 44 pouces moins une demi-ligne seulement. Cette mesure est facile à faire, car cet Etalon est une grosse règle de Fer qui porte vers ses extremités deux saillies de Fer qui y sont attachées perpendiculairement, entre lesquelles on peut appliquer la règle qu'on veut mesurer: au dos de cette règle on a gravé en grosses lettres capitales, que c'est l'Aulne des Marchands Merciers & Grossiers, 1554.

On voit que cette Aulne est très approchante de 4 pieds antiques Romains, comme nous les avons déterminés ci-devant. On pourroit donc croire que lorsque les Romains furent maîtres de ces pays-ci, ils y introduisirent leur mesure pour les Marchands, & qu'ils en firent l'Aulne de 4 de leurs pieds, laquelle s'est un peu alterée chez

différens Marchands, car les Drapiers la font un peu plus petite que les Merciers, & les Marchands de Toile ne la font que de 44 pouces moins 4 lignes, qui est la plus petite qui soit en usage.

J'ajouterai encore ici une remarque que j'ai faite sur le mot de *demi-sextier*, lequel je croi nous être venu des Romains, aussi-bien que la mesure des liquides à très-peu-près. Car ce mot de demi-sextier n'a aucun rapport à notre pinte, puisque la chopine seroit le sextier, qui n'est point la sixième partie de nos mesures; mais le sextier des Romains étoit la sixième partie de leur conge, qui étoit la huitième partie de leur pied cubique, & leur demi-sextier qu'ils appelloient aussi *hemine*, se trouve presque égal à notre demi-sextier, lequel doit contenir 12 de nos pouces cubiques, la pinte en contenant 48 suivant la mesure ordinaire.

Si les anciens Romains nous avoient laissé par écrit la mesure exacte de quelques parties de leurs principaux édifices, après qu'ils ont été parfaits, nous aurions à présent la juste grandeur de leur pied, en comparant ces mesures avec les nôtres, ce que nous ne pouvons faire que par conjecture; c'est pourquoi je rapporterai ici les grandeurs exactes de quelques parties de nos principaux bâtimens, afin qu'on puisse y avoir recours, si la mesure dont nous nous servons à présent se changeoit ou s'alteroit par quelque accident.

J'ai mesuré exactement avec notre Toise & notre pied dans le bâtiment de l'Observatoire au rez-de-chaussée, la largeur de la porte du côté du Nord entre ses Tableaux & au-dessus du seuil, & je l'ai trouvée de 8 pieds 0 pouces 8 lignes; & de même la largeur de celle qui regarde le midi & qui donne sur la Terrasse, est de 7 pieds 11 pouces 8 lignes.

La longueur de la grande salle de ce même bâtiment entre les murs de dedans en dedans est de 15 toises 3 pieds 0 pouces 6 lignes, & sa largeur de même entre les murs

400 MEMOIRES DE L'ACADEMTE ROYALE
de dedans en dedans sans y comprendre les renfoncemens,
& vis-à-vis la porte qui donne sur le grand escalier est de
7 toises 5 pieds 2 pouces.

A l'Eglise du Val-de-Grace au Fauxbourg S. Jacques,
la largeur de la grande porte entre les Tableaux par le bas
sur le seuil est de 9 pieds 9 pouces 3 lignes. La largeur du
corps des Pilastrs du portail qui sont aux côtez de la por-
te par le dehors est 3 pieds 3 pouces. La largeur de la Nef
de cette Eglise à l'entrée entre les soques posez sous les
premiers pilastres & mesurée sur le pavé de l'Eglise est de
4 toises 5 pieds 4 pouces 3 lignes.

Au Louvre dans la Cour, la largeur de la porte quar-
rée qui est vers Saint Germain de l'Auxerrois ou vers le
Levant, prise entre ses Tableaux & sur le seuil, est de 12
pieds 0 pouces 6 lignes.

La largeur de l'autre porte carrée qui est vers les Thui-
leries ou vers le Couchant, mesurée de même entre ses
Tableaux & sur le seuil, est de 10 pieds 2 pouces 6 lignes.

La maniere de mesurer exactement des grandeurs, est
d'avoir deux Toises bien justes & ferrées par les bouts,
dont l'une au moins soit divisée par pieds & par pouces,
& de les appliquer en droite ligne sur la place qu'on veut
mesurer, en les plaçant bout à bout l'une contre l'autre, &
d'observer de n'en point relever une que l'autre ne soit ar-
rêtée à sa place, car de prétendre faire ces mesures avec
une seule Toise ou pied, en marquant où se termine son
extremité, on tombera toujours dans quelque erreur.



COMPARAISON

*Des Observations de l'Eclipse de Lune du mois de
Decembre 1713 à Paris & à Lima.*

Par M^{rs}. DELA HIRE.

Monseigneur le Comte de Pontchartrain nous a communiqué les Observations de l'Eclipse de Lune du mois de Decembre 1713, lesquelles lui avoient été envoyées, & faites à Lima, capitale du Perou, par Dom Pedro de Peralta. 1. Decem:
1714.

J'ai trouvé que cette Eclipsé avoit été autant bien observée qu'il étoit possible, vû le défaut des instrumens nécessaires pour y réussir dans l'exactitude ordinaire. L'Observateur n'a envoyé que des Immersions & Emerfions des Taches de la Lune, car il dit qu'il n'étoit pas fourni de ce qui étoit nécessaire pour observer les doigts.

J'ai comparé ses Observations avec les mêmes que nous avions faites ici. J'en ai trouvé quelques-unes qui s'écartoient beaucoup, mais ayant pris un milieu entre les plus proches entr'elles, j'ai conclu que Lima étoit plus Occidental que l'Observatoire de 5 heures 22 minutes. Nous pourrons voir comment cela s'accorde avec les Observations des Satellites de Jupiter qui y auront été faites à ce que je crois, par le P. Feuillée.

Mais en general on ne peut rien conclure de juste de toutes ces fortes d'Observations, à moins qu'on ne soit bien instruit en détail de la maniere dont elles ont été faites, & de quels instrumens on s'est servi.



E X P E R I E N C E S

Sur la diversité des Matieres qui sont propres à faire un Phosphore avec l'Alun.

Par M^r. L E M E R Y le Cadet.

5. Decem.
1714.

MR. Homberg ayant donné dans les Memoires de 1711. la description d'un Phosphore nouveau, fait avec l'Alun & la matiere fecale, qui étant exposé à l'air s'allume aussi bien le jour que la nuit, & met le feu à tous les corps combustibles qu'on en approche, sans qu'il soit nécessaire de le froter ni de l'échauffer auparavant, comme on a besoin de faire à celui qu'on retire de l'urine par la distillation; Ce phenomene m'a paru si beau & si facile à executer, qu'il m'a fait naître le dessein d'examiner s'il n'y auroit point quelqu'autre matiere sulphureuse capable de produire le même effet avec l'Alun, ou avec quelqu'autre sel substitué à l'Alun, ce qui pourroit servir à étendre & éclaircir davantage cette découverte, & faueroit en même tems à l'artiste le desagrément de travailler sur la matiere dont M. Homberg s'est servi.

Dans cette veüe j'ai travaillé sur différentes matieres huileuses & sur différens Sels, & comme ces experiences souvent réiterées m'ont donné lieu d'observer plusieurs particularités assez curieuses; je vais d'abord les rapporter le plus exactement qu'il me sera possible.

Pour suivre un certain ordre dans mes operations, j'ai examiné 1°. Differentes matieres animales mêlées avec différentes proportions d'Alun.

J'ai passé ensuite aux matieres vegetales & minerales que j'ai aussi mêlées avec les mêmes proportions d'Alun, pour pouvoir comparer plus exactement toutes ces experiences.

En troisième lieu, après avoir connu & déterminé la dose d'Alun qui est nécessaire pour faire le Phosphore aussi vif qu'il le peut être avec ces différentes matières dont il a été parlé ; j'ai essayé si d'autres sels que l'Alun mêlés avec les mêmes matières qui ont réussi dans les expériences précédentes, réussiroient aussi de la même manière avec ces sels.

Avant que d'entrer dans le détail de mes expériences, il est à propos d'avertir que je me suis servi du procédé de M. Homberg; j'ai seulement remarqué que pour faire un bon Phosphore avec les matières que j'ai employées il suffisoit de faire rougir le mélange, & qu'il n'étoit pas nécessaire de continuer le feu plus long-tems.

J'ai travaillé d'abord sur l'urine, dont je croyois avec M. Homberg, & dont il étoit vrai-semblable de croire qu'on tireroit une plus grande quantité de Phosphore par cette voye que par la manière connue.

J'ai donc fait évaporer une bonne quantité d'urine jusqu'à consistance de miel épais ; j'en ai pris quatre onces que j'ai mêlées avec autant pesant d'Alun de roche pulvérisé ; j'ai mis le tout dans une poëlle de fer pour en faire consumer toute l'humidité à petit feu, en le remuant toujours, & l'écrasant jusqu'à ce qu'il fût parfaitement sec ; quand la matière a été en cet état, & qu'elle a été refroidie, je l'ai réduite en poudre & l'ai gardée dans un lieu sec.

J'en ai mis ensuite dans un petit matras, en sorte que la matière n'en occupa qu'environ le tiers ; j'ai bouché le col du matras avec un bouchon de papier, puis j'ai pris un creuset de la hauteur de quatre à cinq doigts, dans le fond duquel j'ai mis un peu de sable ; j'ai placé le matras dessus, & j'ai entouré le reste du matras de sable. Après quoi j'ai placé le creuset dans un petit fourneau, j'ai fait autour du creuset un feu du premier degré, pendant environ une demi-heure ; & quand le vaisseau a été échauffé, j'ai augmenté le feu jusqu'à faire rougir la matière, ce

qui demande environ l'espace de cinq quarts d'heures; ensuite j'ai laissé éteindre le feu, j'ai bouché exactement le matras avec un bouchon de Liege, observant pourtant de le laisser refroidir petit à petit avant que de le bien boucher, parce que sans cette précaution le vaisseau casseroit, & en effet il m'est arrivé qu'ayant bouché mon matras trop tôt, la vapeur rarefiée qui s'élevoit encore de la matiere, n'ayant pû trouver d'issuë par le col, avoit fait un trou au fond du matras, & avoit même détruit en quelque façon, la forme du vaisseau, qui étant assez mince, cedoit d'autant mieux à l'effort de la vapeur.

Quand la matiere a été suffisamment refroidie; je l'ai versée sur du Papier, & elle ne l'a brûlé, ni même échauffé, elle étoit d'une couleur grise.

Je me suis servi du même procedé pour toutes les matieres dont il sera parlé dans la suite. Le sang avec parties égales d'Alun a fait un Phosphore qui brûloit assez vite.

Le jaune d'Oeuf traité de la même maniere, en a aussi donné un fort bon, mais le blanc d'Oeuf n'a rien fait du tout.

Les Mouches Cantarides, les Vers de terre, m'ont fort bien réussi.

La chair de Bœuf, celle de Mouton, de Veau hachées & pilées assez de tems pour qu'elles puissent passer au travers d'un tamis, & mêlées avec autant pesant d'Alun, ont donné un Phosphore semblable à celui du sang.

Parmi les matieres animales que j'ai employées, l'Urine & le blanc d'Oeuf étant les seules qui n'avoient pû faire un Phosphore avec parties égales d'Alun, j'ai essayé si le double de ce sel ne les feroit point agir, mais ma tentative a été inutile.

J'ai examiné ensuite si les Phosphores qui avoient réussi avec parties égales d'Alun réussiroient de même avec le double du même sel, & de cette maniere le sang, le jaune d'Oeuf, les chairs, les mouches & les vers ont fait un Pho₃

phore qui m'a paru s'enflammer plus vite que quand on n'employe que parties égales d'Alun; ce qui m'a donné la curiosité de refaire les mêmes expériences, en augmentant par degrés la dose de l'Alun.

J'ai remarqué que quand on mêloit six parties d'Alun sur une partie des matieres sulphureuses rapportées ci-dessus, le Phosphore qui en resultoit, brûloit plus vivement que dans les expériences précédentes; il m'a même paru qu'il étoit aussi vif à sept parties d'Alun qu'à six; mais à huit il n'a presque plus de force, il ne s'enflamme que quand il est encore chaud & nouvellement tiré du feu, & deux ou trois heures après qu'il a été fait, il ne produit plus rien, au lieu que les autres conservent leur vertu pendant plus de huit jours, pourvû qu'on les tienne exactement bouchés.

Quand j'ai employé dix parties d'Alun sur une des matieres sulphureuses dont il a été parlé, je n'ai jamais fait de Phosphore, & j'ai remarqué que l'Urine & le blanc d'Oeuf n'en ont point fait aussi avec aucune des proportions d'Alun qui avoient réussi avec les autres matieres.

Les animaux m'ayant fourni plusieurs matieres propres à faire un Phosphore, j'ai passé à l'examen des Vegetaux, pour voir s'ils m'en pourroient donner un semblable ou approchant avec les mêmes proportions d'Alun.

J'ai d'abord commencé mes expériences sur les semences; les farines de Segle, de Froment, d'Orge, & plusieurs autres, ne se sont point enflammées avec parties égales d'Alun, à la différence des matieres animales qui avoient fait un Phosphore avec pareille dose de ce sel; mais depuis le double d'Alun jusqu'à sept parties, le Phosphore s'est toujours de mieux en mieux allumé, & même presque aussi vivement que celui du sang & du jaune d'Oeuf.

Le Miel a eu le même sort que toutes les autres matieres vegetales dont il a été parlé, il n'a rien fait à poids égal, & il a fait beaucoup à six parties d'Alun.

Les feuilles de Romarin, de Beaume, de Senné ont fait

un Phosphore à deux, trois & quatre parties d'Alun, mais ils n'ont plus rien fait à cinq ni à six, ce Phosphore même ne dure pas long-tems, & ne fait bien son effet qu'étant encore un peu chaud; celui du Senné m'a paru plus fort que celui des autres feuilles.

Les fleurs à trois & quatre parties d'Alun se sont bien enflammées, les Roses principalement.

Les bois de Sassafras, de Gayac m'ont donné un Phosphore, mais il faut observer, pour en tirer de ces bois, de ne point faire aussi grand feu qu'aux autres matieres, car sans cette précaution il ne se feroit rien du tout.

Les racines d'Iris, la Rhubarbe ne se sont bien allumées qu'à deux & trois parties d'Alun, ils ne réussissent pas quand on y en met davantage.

Comme c'est par la matiere huileuse que ces corps contiennent que le Phosphore se fait, j'ai cru que les huiles séparées des autres principes pourroient faire un Phosphore comme les autres matieres déjà rapportées, mais j'ai trouvé beaucoup de difference, car elles n'ont rien fait au simple, au double, ni au triple d'Alun, & quoi-qu'en continuant par degrés, cinq parties d'Alun sur une de ces huiles ayent produit un Phosphore, il n'est pas à beaucoup près aussi vif que celui qu'on tire des animaux & des semences.

Ce que j'ai remarqué de particulier, c'est qu'elles se sont enflammées à dix parties d'Alun, ce qui n'étoit point arrivé aux autres matieres; il est vrai que la proportion de dix parties d'Alun sur une, ne fait pas en cette occasion un aussi bon Phosphore que celle de cinq.

Les huiles dont je me suis servi, sont l'huile d'Amandes douces, d'Olives, de Gayac, & de Corne de Cerf: celles de Gayac & de Corne de Cerf ont mieux fait que les deux premières.

Après avoir fait des Phosphores avec des matieres tirées des animaux & des vegetaux, comme je viens de le rapporter, j'ai travaillé sur beaucoup de matieres minera-

les & metalliques, comme le fer, le Soulfre commun, l'Antimoine, le Soulfre doré d'Antimoine, & quelques autres, je les ai mêlées avec différentes proportions d'Alun, aucune ne m'a jamais paru produire de flamme, ni même de chaleur.

D'où l'on voit que pour faire un Phosphore semblable à celui de M. Homberg, c'est particulièrement aux matieres vegetales & animales qu'il faut avoir recours.

Il est tems d'examiner maintenant s'il n'y auroit point quelqu'autre sel qui pût être substitué à l'Alun pour la formation du Phosphore dont il s'agit.

Par les différentes analyses qui ont été faites des sels que nous connoissons, on sçait que les acides du Vitriol, du Soulfre commun & de l'Alun, sont d'une même nature; j'ai donc voulu voir si l'on pourroit substituer les uns à la place des autres, & comme M. Homberg marque que le Colcothar lui avoit réussi rarement, j'ai crû que le Vitriol qui est beaucoup plus chargé d'acides pourroit faire plus d'effet. Je l'ai donc employé de la même façon que l'Alun, mais mon épreuve a été inutile; je n'ai même jamais réussi avec le Colcothar, quelque tentative que j'en aye faite; peut-être ay-je manqué à quelques circonstances, ayant éprouvé plusieurs fois que la réussite de quelques-unes des operations que j'ai rapportées sur les vegetaux dépendoit souvent, ou d'un peu trop de feu, ou de la quantité d'Alun.

Le Vitriol n'ayant rien fait, j'ai essayé le Sel de Soulfre, qui, comme l'on sçait, n'est qu'un sel artificiel composé de l'acide du Soulfre incorporé dans les pores du sel de Tartre, celui-ci n'a pas eû plus de succès.

Quoique je sçeusse bien que d'autres sels, dont nous allons parler, seroient incapables de produire l'effet de l'Alun sur les matieres vegetales & animales; cependant pour n'avoir rien à me reprocher, je les ai examinés les uns après les autres.

Le sel Marin, le crystal de Tartre, le Borax, le sel

408 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
Polychreste, le Tartre vitriolé, le sel de Tartre mêlés en
différens poids avec ces matieres n'ont rien fait.

Le Salpêtre a fait dans notre operation ce qu'il a cou-
tume de faire quand il est mêlé avec des matieres huileu-
ses; c'est-à-dire, que quand la matiere a été échauffée,
elle est sortie du matras avec grand bruit & détonation,
& par conséquent le Phosphore a manqué.

Mais si vous ajoutez à la matiere d'un Phosphore fait
avec l'Alun & mis au point de s'enflammer, du Salpêtre
bien sec, à peu près deux gros sur une demi-once de la
matiere; que vous le mêliez exactement dans le matras
après l'avoir bien bouché, vous voyez qu'étant versé sur
du papier, le Phosphore brûle avec beaucoup plus de
force qu'il ne faisoit auparavant que d'être mêlé avec le
Salpêtre.

Enfin, j'ai voulu voir si les acides degagés de leurs par-
ties terreuses ou metalliques, comme ils le sont dans les
esprits de Nitre, de Sel, de Vitriol, ne réussiroient pas
mieux que les sels concrets d'où ces esprits avoient été ti-
rés; mais ils n'ont pas eû plus de succès, & même l'es-
prit d'Alun, que tous les sels dont on vient de parler.

Ce seroit ici le lieu de faire des reflexions physiques
sur les experiences qui viennent d'être rapportées; mais
comme ces reflexions pour être suffisamment confirmées
demandent & supposent même d'autres experiences que
je n'ai point encore tout-à-fait achevées, la Compagnie
me permettra de remettre ce détail à une autre fois.



T R A I T E
DE LA CUBATURE DE LA SPHERE,
OU
DE LA CUBATURE DES COINS
ET
DES PYRAMIDES SPHERIQUES,

Que l'on démontre égales à des Pyramides Rectilignes.

Par M. DE LAGNY.

LEs Geometres du dernier siecle regarderent comme une grande découverte la Cubature du Coin cylindrique. Elle fut trouvée presque en même temps, quoiqu'en différentes manieres, par feu M. Pascal, par le P. Lalouberé, par le P. Gregoire de S. Vincent, le Docteur Wallis & quelques autres.

Ce Coin cylindrique est la somme d'une infinité de Triangles rectilignes & rectangles semblables qui décroissent en même raison que les Quarrés des Ordonnées dans le Cercle. Cette somme est les deux tiers du Prisme rectiligne & triangulaire circonscrit au Coin cylindrique, de même que la Sphere est les deux tiers du Cylindre circonscrit. C'est précisément la même démonstration pour ces deux Théoremes.

Personne, que je sçache, ne s'étoit appliqué avant moi à chercher la cubature du Coin spherique : accoutumés à regarder la Cubature de la Sphere entiere comme un corollaire de la Quadrature du Cercle, & même comme un Problème un peu plus composé, les Geometres ne se sont point avisés de chercher directement la Cubature exacte d'aucune de ses parties. Cependant les ouvrages d'Archi-

mede sur la Sphere font assez voir qu'il est plus aisé de trouver exactement le rapport de ses parties que celui des parties du Cercle. Car il a été déterminé geometriquement le rapport des segmens de la Sphere coupée, comme que ce soit, par un plan, aussi-bien que le rapport des surfaces spheriques de ces segmens, au lieu que ni lui, ni aucun Geometre depuis n'a pû déterminer exactement ni en nombres, même irrationnaux, ni par l'interfection de quelques lignes décrites par un mouvement réglé & continu, le rapport de deux segmens inégaux d'un même Cercle, ni le rapport des arcs de ces segmens. On a seulement exprimé ces rapports par des Series indéfinies, c'est-à-dire, par des especes d'approximation qui sont plus ou moins estimables, à proportion que la méthode est plus ou moins prompte & facile. Mais quand même il seroit impossible de trouver rien de mieux sur ce sujet que ces méthodes d'approximation, il y auroit toujours une distance infinie entre l'exactitude entiere & geometrique des Theoremes d'Archimede & la simple approximation des nouveaux Geometres.

La Quadrature des Lunules est encore plus aisée à trouver que la Cubature du Coin cylindrique. Cette Quadrature se réduit à trouver un rayon multiple en puissance d'un rayon donné, c'est-à-dire, à trouver une moyenne proportionnelle entre les deux lignes données, dont l'une est précisément multiple de l'autre. On fait ensuite une exacte compensation d'un segment de grand Cercle retranché, & de deux ou plusieurs segmens de moindre Cercle ajoutés à une même surface plane, rectiligne, commune, le grand segment étant semblable, & lui seul égal aux deux ou à plusieurs segmens de petit Cercle.

La Cubature des Coins & des Pyramides spheriques n'a rien de commun, comme on le verra par la suite, ni avec la Cubature des Coins cylindriques, ni avec la Quadrature des Lunules.

Il s'agit d'abord de couper en raison donnéé l'aire d'un

Triangle spherique par un arc de grand Cercle, & de déterminer ensuite entre l'infinité de manieres différentes de resoudre ce Problème, la seule qui reduit à une Pyramide spherique le Coin tronqué qui peut être cubé. Il est encore infiniment plus difficile de déterminer le cas du Coin spherique parfait. Voici en général l'esprit de ma méthode.

I. J'appelle secteur spherique primitif, tout secteur de sphere compris sous deux grands quarts de Cercle, & sous un troisiéme secteur quelconque aussi de grand Cercle, & sous un Triangle spherique birectangle. J'appelle ce secteur *primitif*, parce qu'il est le plus simple, le plus regulier & le plus parfait entre l'infinité de secteurs qui peuvent lui être égaux.

II. Ce secteur primitif, de même que tout autre secteur, peut être regardé comme une Pyramide dont la pointe est au centre de la Sphere, dont la base est le Triangle spherique, & dont la hauteur est le rayon de la Sphere.

III. Si l'on coupe un secteur de Sphere primitif $ABCD$ (Fig. 1.) compris sous les deux quarts de grand Cercle ABC , ACD sous un troisiéme secteur quelconque ABD , & sous le Triangle spherique isoscele & birectangle BCD . Si, dis-je, on coupe ce secteur primitif par un plan EFG , parallele à la base ABD & perpendiculaire au rayon AC ; & que le rayon AC soit a , la partie AE soit x , & la partie $EC = y$.

Il est aisé de démontrer que le secteur entier $ABCD$ est à son segment superieur $CEFG$, comme $2a^3$ est à $3ayy - y^3$, & à son segment inferieur $ABDFEG$ comme $2a^3$ est à $3aax - x^3$, & par consequent que le segment superieur est au segment inferieur comme $3ayy - y^3$ est à $3aax - x^3$.

Car le carré de toute ordonnée EG est $aa - xx$, leur nombre est x & $x = 0 = 1 = 2 = 3 = 4, \&c. = x = a$. Donc leur somme est $aax - \frac{1}{3} x^3$, & lorsque

leur nombre est a , la somme est $a^3 - \frac{1}{3}a^3$ ou $\frac{2}{3}a^3$, donc le secteur entier peut être représenté par $\frac{2}{3}a^3$ & le segment inférieur par $aa x - \frac{2}{3}x^3$, ils sont donc entre eux comme $2a^3$ est à $3aa x - x^3$, le reste est aisé en substituant $a - x = y$, & l'on trouve le rapport du secteur au segment supérieur comme $2a^3$ est à $3ayy - y^3$.

En nombres entiers si l'on suppose le rayon AC successivement égal à 2, 3, 4, 5, &c. & les parties AE , EC , aussi successivement chacune égale à 1, 2, 3, 4, 5, &c. on trouvera les rapports marqués dans la Table suivante qu'on peut continuer à l'infini.

Rayon.	Partie de Rayon.	Partie de Rayon.	Segment supérieur.	Segment inférieur.	Secteur entier.
$AC \dots$	$AE \dots$	$CE \dots$	$CEGF \dots$	$ABDEFG \dots$	$ABCD$
2	1	1	5	11	16
3	2	1	8	46	54
3	1	2	26	28	54
4	1	3	47	81	128
4	2	2	40	88	128
4	3	1	11	117	128
5	1	4	176	74	250
5	2	3	108	142	250
5	3	2	52	198	250
5	4	1	14	236	250
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.
8	3	5	549	475	1024
8	5	3	835	189	1024
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	&c.
$a \dots$	$x \dots$	$y \dots$	$3ayy - y^3 \dots$	$3aa x - x^3 \dots$	$2a^3$
ou $a - x$ ou $2a^3 - 3aa x + x^3$ ou $2a^3 - 3ayy + y^3$					

IV. Pour couper par un plan parallèle à la base un secteur primitif en raison donnée de $2a$ à b , je forme cette analogie $2a^3 : 3aa x - x^3 :: 2a : b$, qui me donne l'équation réduite $3aa x - x^3 = a^2 b$, & c'est une équation

à la triffection de l'arc d'un Cercle dont le rayon est a , la corde de l'arc simple x , & la corde de l'arc triple est b , d'où je tire la construction suivante.

V. Soit encore le secteur primitif $ABCD$, (Fig. 1.) qu'il faille diviser par un plan EFG parallele à la base ABD , enforte que le secteur entier soit au segment inferieur $ABDEFG$, comme 16. à 11. je décris à part (Fig. 2.) avec le rayon de la Sphere AB le demi-cercle $BEFC$; je divise le diametre BC en 16. parties égales dont je prends BD égale à 11. j'applique à la circonférence la droite BF égale à BD , & je prends BE corde du tiers de l'arc BEF . Enfin je prends dans la Fig. 1. la ligne AE égale à BE & le plan EFG passant par le point E & parallele à la base ABD coupera le secteur $ABCD$ en raison donnée de 16. à 11. la ligne AE est en ce cas précisément la moitié du rayon AC , ce qui est évident par l'Article précédent.

Si l'on avoit proposé de couper ce secteur en raison donnée de 13. à 14. pour les segment superieur & inferieur, on auroit pris $BC = 54$.

$$= BD = BF \ 28.$$

& l'on auroit trouvé $BE = AE = 9$. tiers du rayon de la Sphere AB .

Remarquez l'analogie merveilleuse qui se trouve entre la methode d'Archimede pour diviser la surface de la Sphere en raison donnée, & celle-ci pour diviser de même sa solidité. L'une & l'autre de ces methodes dépend de la division du diametre en même raison. Ce grand Geometre, après avoir resolu si simplement le premier Problème, n'a pu resoudre le second que d'une maniere très obscure & très embarassée par une longue suite de propositions très difficiles, au lieu que l'analyse nous fournit la solution la plus simple & la plus élégante qu'il soit possible de trouver.

VI. Lorsqu'on commence par diviser le rayon AC en raison donnée au point E (Fig. 1.) & qu'on divise le sec-

teur par le plan EFG , on trouve aisément le rapport des deux segmens par les formules ci-dessus, $2a^3$ pour le secteur entier, $3aax - x^3$ pour le segment inférieur, &c. Si au contraire on commence par vouloir diviser le secteur en raison donnée, l'on trouvera le point E ou la ligne AE par l'équation $3aax - x^3 = aab$. Car le rayon étant a & $AE = x$, la petite valeur d' x est ce qu'on cherche. Cette équation est du troisième degré dans le cas irréductible, on sçait la résoudre géométriquement, & on la résoudra arithmétiquement par les méthodes que j'ai données dans mes Elemens d'Algebre & dans les Memoires de l'Academie.

VII. Si après avoir divisé le secteur $ABCD$ (Fig. 3.) en raison donnée par exemple de 5 à 11 par la bisection du rayon AC en E , l'on peut diviser l'aire du grand Triangle spherique BCD par l'arc du grand cercle OH en même raison de 5 à 11, c'est-à-dire, en sorte que le Triangle spherique COH soit au triangle spherique CBD comme 5 à 16, & que par le centre de la Sphere A & par les points O & H on imagine le plan du secteur de grand Cercle AOH qui coupe le plan EFD dans la ligne IM , commune section de ces deux plans, il est évident que le secteur spherique $ACOH$ sera les $\frac{5}{16}$ du secteur spherique $ABCD$, de même que le segment supérieur $CEFG$ est les $\frac{5}{16}$ du même grand secteur $ABCD$. Donc le secteur $ACOH$ sera égal au segment $CEFG$, & ôtant de part & d'autre ce qu'ils ont de commun, qui est le solide $CEMHOI$, il restera du côté du secteur la Pyramide purement rectiligne $AEIM$ égale au Coin spherique tronqué $FGHOIM$, portion de Sphere comprise sous les cinq surfaces suivantes.

1°. Le Quadrilatere spherique $FGHO$ formé par l'arc de grand Cercle HO par l'arc de petit Cercle FG , & par les deux arcs de grand Cercle opposés FO & GH .

2°. & 3°. Les deux Triangles plans mixtilignes FIO & GHM .

4°. & 5°. Les deux Quadrilateres plans & mixtilignes *HMIO* & *GMI*.

VIII. Si le point *O* (Fig. 4.) s'abaisse au point *F* (Fig. 4.) enforte que le Triangle spherique *CFH* soit égal (comme il peut toujours l'être) au Triangle spherique *COH* (Fig. 3.) & que *CFH* soit les $\frac{x}{y}$ de *CBD*, on aura une Cubature plus simple & plus élégante, car la Pyramide rectiligne *AEFM* sera égale à la Pyramide spherique *FMGH* comprise seulement sous les quatre surfaces triangulaires suivantes.

1°. Le Triangle spherique *FGH*, formé des deux arcs de grand Cercle *GH*, *FH*, & de l'arc du petit Cercle *FG*.

2°. 3°. & 4°. Les trois Triangles plans & mixtilignes *MGH*, *HMF* & *FGM*.

IX. Enfin, si au lieu de prendre pour base le quart de grand Cercle *ABD*, on prend un secteur plus grand, les points *O* & *H* de la Figure 3. s'abaisseront toujours vers *F* & *G*, & si l'on prend cette base *ABD*, (Fig. 5.) de $121^{\circ}.32'$. — & le point *O* tombera précisément en *F*, & le point *H* en *G*, & l'on aura la Cubature de toutes, la plus simple & la plus parfaite. Car la commune section *IM* (Fig. 3.) deviendra (Fig. 5.) la corde commune de l'arc de grand Cercle *OH* & de l'arc du petit Cercle *FG*, ainsi la Pyramide *AEIM* de la Fig. 3. qui étoit devenuë (Fig. 4.) la Pyramide *AEFM* deviendra (Fig. 5.) la Pyramide *AEFG*, & cette dernière Pyramide sera égale au Coin spherique parfait *FGH*, compris seulement sous trois surfaces.

1°. Le biligne spherique formé par l'arc de grand Cercle *FHG*, & l'arc de petit Cercle *FG*.

2°. Le segment de grand Cercle *FHG*.

3°. Le segment de petit Cercle *FG*. Ces deux segmens ayant la même corde *FG*.

X. Toute la difficulté consiste à construire les Triangles spheriques *COH* pour le Coin spherique tronqué, *CFH*

416 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
pour la Pyramide spherique, & *CFG* pour le Coin spheri-
que parfait.

XI. Il y a une infinité de secteurs de Sphere primitifs differens, suivant que le secteur de la base *ABD* est plus ou moins éloigné du demi-Cercle, qui est son asymptote de grandeur. Chaque secteur primitif peut être coupé par une infinité de plans paralleles à la base, & dans chaque section faite d'un même secteur primitif par un même plan, on peut varier à l'infini la section par le plan de grand Cercle *AOH*, en sorte par exemple que le Triangle spherique *COH* soit toujours les $\frac{x}{7}$ du Triangle spherique *CBD*, mais que le point *H* tombe depuis le point *H* (Fig. 4.) jusques au point *G* (Fig. 5.) & ainsi l'arc *GH* (Fig. 4.) est le lieu geometrique de tous ces Triangles par rapport à l'arc *CH*.

Il s'ensuit que par rapport aux Coins spheriques tronqués, il y en a une infinité d'infinités d'infinités qu'on peut cuber, & que leur nombre est un infini du troisième degré; j'en donnerai deux exemples les plus simples qu'il soit possible. Le premier dans le cas du secteur de Sphere primitif, qui a pour base le quart de Cercle, & le second dans le cas où cette base est le tiers du même Cercle.

XII. La Pyramide spherique comme plus parfaite & plus simple que le Coin spherique tronqué, est aussi plus difficile à cuber; il n'y en a qu'une dans chaque section de chaque secteur, il y en a par consequent une infinité d'infinités, & leur nombre est un infini du second degré: j'en donne un seul exemple dans le secteur primitif qui a pour base le quart de Cercle.

XIII. Enfin le Coin spherique parfait est de toutes ces portions de Sphere le plus difficile à cuber, comme c'est aussi la Cubature de toutes, la plus simple & la plus parfaite.

Il n'y a qu'un seul Coin spherique parfait qu'on puisse cuber dans chaque secteur spherique, qui doit être plus grand que la $\frac{1}{8}$ & plus petit que le $\frac{1}{4}$ de la Sphere, ou
(ce

(ce qui revient au même) sa base doit être plus grande que le quart de Cercle & moindre que le demi-Cercle. Le nombre de ces Coins spheriques parfaits est un infini du premier degré. J'en donne deux exemples, le premier dans le cas de la biffection du rayon AC , & le second dans le cas de la biffection du fecteur.

XIV. Je trouvai en 1682. le premier cas de la Cubature du Coin tronqué dans le fecteur primitif compris sous trois grands quarts de Cercle & coupé par un plan qui coupe le rayon en deux également.

XV. En 1693 je démontrai dans l'Academie ce premier cas, & celui de la Pyramide spherique, avec le lieu geometrique des Coins tronqués.

XVI. En 1703. je donnai le calcul Trigonometrique, & le calcul exact & analytique de ce même premier cas.

XVII. En 1712. au mois de Septembre, je donnai dans la derniere assemblée de l'Academie, la Cubature du Coin spherique parfait. Je ne fis que prendre datte pour cette découverte, & j'apportai l'exemple qui se presente le premier naturellement à l'esprit. C'est celui de la biffection du rayon, le Problème se reduit à une équation du 27^{me}. degré qu'on abaisse au 13^{me}. irreductiblement. Cette équation a tous ses termes moyens; & la plupart des coefficients sont des nombres exprimés par six ou sept chiffres, quoique le rayon de la Sphere soit seulement supposé égal à 1.

Je donnerai donc en tout cinq cubatures, mais qui serviront pour tous les cas possibles.

Deux Cubatures pour le Coin spherique tronqué.

Une pour la Pyramide spherique.

Et deux pour le Coin spherique parfait.

XVIII. Lorsque le fecteur spherique est donné geometriquement, sans qu'on connoisse en nombre le rapport de sa base au quart de Cercle, on ne peut trouver la Cubature du Coin spherique parfait que par une équation

418 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
transcendante qui comprenne la suite infinie de tous les
degrés.

Car ayant supposé le rayon $= a$ & la distance du centre de la Sphere au plan coupant égale à x , on aura pour secante de l'arc du segment superieur $\frac{aa}{x}$.

Il faut ensuite supposer l'angle du secteur de la base divisé en autant de parties égales que $4a^3$ contient d'unités.

Ensuite supposant la Tangente d'une de ces parties $= y$ il faut élever le binome $a + y$ à deux puissances, l'une dont l'exposant soit $2a^3$, & l'autre dont l'exposant soit $3aax - x^3$.

Ces deux puissances étant formées, on trouvera par la methode des termes alternatifs que j'ai donnée dans les Memoires de 1708. les formules des deux Tangentes des deux angles, dont l'une est multiple de celui qui a y pour Tangente selon l'exposant $2a^3$, & l'autre est le complement du multiple selon l'exposant $3aax - x^3$, & multipliant ces deux Tangentes l'une par l'autre & le produit par x , ce dernier produit sera égal à a^3 ; & c'est l'équation qu'il faut résoudre.

La grandeur y est regardée comme connue, parce que a & par consequent $4a^3$ étant connus, la Tangente y de l'angle $\frac{1}{4a^3}$ est aussi regardée comme connue.

Cette équation est transcendante & indéfinie, étant mêlée dans ses exposants de tous les termes moyens des exposants de la grandeur connue a , de la grandeur supposée connue y , & de l'inconnue x .

Les deux exemples suivans vont éclaircir cet Article.

C A L C U L

*Pour la Cubature du Coin spherique parfait formé par la
bissection du rayon.*

XIX. Je suppose la chose faite.

Soit le secteur spherique primitif compris sous les deux grands quarts de Cercle ACB , ACD , sous le Triangle

spherique birectangle BCD , & sous un troisieme secteur ABD qui sert de base, & dont l'angle obtus BAD est inconnu, mais qu'il soit tel, que divisant le rayon AC perpendiculaire à la base BAD en deux également au point E , & faisant passer par ce point E un plan $EFGH$ parallele à la base ABD , il coupera le secteur primitif en deux segments, dont le superieur $CEFHG$ sera à l'inférieur $ABDFEGHF$ comme 5 à 11 , c'est-à-dire, que le segment superieur sera au secteur primitif entier comme 5 à 16 .

Or l'angle BAD est supposé tel que faisant passer un second plan de grand Cercle par le centre A & par les points F, G , de commune section du plan FEG & des quarts de grands Cercles BC, CD , le Triangle spherique CFG est aussi les $\frac{5}{11}$ du Triangle spherique birectangle BCD : d'où il s'ensuit que le Coin spherique parfait FH GIF est égal à la Pyramide rectiligne $AEFG$. Il s'agit de trouver & de déterminer cet angle plan BAD , ou son égal, l'angle spherique BCD .

Je divise ce dernier angle en deux également par le grand quart de Cercle CHK , qui coupe perpendiculairement & en deux également les arcs FHG en H , & BKD en K .

Ensuite supposant les propriétés déjà conuës des Triangles spheriques par rapport à leurs angles, à leurs côtés & à leurs aires.

Je suppose que l'angle BAK est $16y$ aussi-bien que l'angle spherique BCK .

L'aire du Triangle BCK sera representée par $16y$, il faut que l'aire du Triangle spherique CHG soit representée par $5y$, c'est-à-dire, que l'angle CHG étant droit par construction, & l'angle GCH étant $16y$ par hypothese, la somme des deux angles obliques doit surpasser un angle droit de $5y$. Il faut donc que l'angle oblique CGH soit de $90 - 11y$, afin qu'y ajoutant $16y$, la somme soit $90 + 5y$.

J'appelle x la Tangente de l'angle y , qui est la 32^{me} .

Ggg ij

420 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 partie de l'angle plan BAD , & appellant a le rayon de la
 Sphere, j'exprime universellement le rapport des Tangentes
 des angles $16y$ & $11y$, & ayant exprimé cette dernière
 Tangente, il est aisé d'exprimer la Tangente de son comple-
 ment $90 - 11y$.

Donc je puis exprimer par a & x & leurs puissances les
 Tangentes de l'angle GCH & de l'angle CGH .

Enfin dans le Triangle spherique CGH , je connois,

1°. L'angle droit CHG .

2°. Le côté ou arc CG de 60. degrés qui sert d'hypo-
 thenuse..

3°. Les Tangentes des angles obliques CGH & GCH
 sont exprimées par les puissances de a & de x . Donc on
 peut former une équation dont le terme connu ou l'ho-
 mogene de comparaison est le sinus, la Tangente ou la
 Secante de l'hypothénuse connue CG , ou de son comple-
 ment BG , & l'autre membre de l'équation est formé des
 puissances d' a & de x , on trouvera donc la valeur d' x ,
 tangente de l'angle y , on connoitra donc y & $32y$, c'est-
 à-dire, l'angle BAD , & le Problème est resolu, comme
 on le verra dans le calcul suivant.

Soit le rayon $= a = 2$.

Donc $4a^3 = 32$. Soit l'angle $BAD = 32y$.

Soit la Tangente de $\frac{1}{4a^3}$ ou de $\frac{1}{32}$ de l'angle $BAD = x$.

Il faut exprimer la Tangente de $11y$ & celle de $16y$,
 & pour cela je me fers de la méthode que j'ai donnée dans
 les Memoires de 1705.

J'éleve le binome $a + x$ à la 11^{me}. & à la 16^{me}. puis-
 sances; & pour le faire de la maniere la plus simple & la
 plus élégante, voici ma méthode:

Pour la onzième puissance d' $a + x$.

J'écris d'abord a^{11} , $a^{10} x^1$, $a^9 x^2$, $a^8 x^3$, &c. $a^1 x^{10}$, x^{11} .
 & pour trouver les multiplicateurs, qu'on confond mal-à-
 propos avec les coefficients, comme 11 est un nombre im-
 pair, j'en ôte 3 par règle generale, il reste 8, dont la moitié 4.

donne le nombre de ces multiplicateurs qu'il faut chercher : car on ne doit pas compter les multiplicateurs du premier ni du second terme, ni ceux du penultième & du dernier, parce que les multiplicateurs du premier & du dernier termes sont toujours 1 par analogie, & les multiplicateurs du second & du penultième termes sont toujours égaux chacun à l'exposant même de la puissance qui est supposé = 11 dans cet exemple. Lorsque cet exposant de la puissance est un nombre pair comme 16, il auroit fallu par règle générale en ôter 2, & du reste 14 en prendre la moitié, qui est 7, & 7 est le nombre des multiplicateurs qu'il faut trouver.

Le premier des quatre multiplicateurs cherchés dans la 11^{me}. puissance se trouve ainsi : j'ôte 1 de 11, il reste 10 dont je prends la moitié, c'est 5 ; je multiplie 11 par 5 le produit 55 est le premier multiplicateur cherché.

Pour avoir le second multiplicateur j'ôte 2 de 11, il reste 9 dont je prends le tiers, c'est 3, je multiplie le premier multiplicateur trouvé 55 par 3, le produit est 165, C'est le second multiplicateur cherché.

Pour avoir le 3^{me}. multiplicateur, j'ôte 3 de 11, il reste 8 dont je prends le quart, c'est 2, & je multiplie le second multiplicateur trouvé 165 par 2, le produit 330 est le 3^{me}. multiplicateur cherché.

Enfin pour avoir le 4^{me}. & dernier multiplicateur cherché, j'ôte 4 de 11, il reste 7 dont ne pouvant prendre en entier la 5^{me}. partie, je prends la 5^{me}. de 330, troisième multiplicateur trouvé, ce 5^{me}. est 66 que je multiplie par 7, le produit est 462, & c'est mon 4^{me}. & dernier multiplicateur cherché, ayant donc ces quatre multiplicateurs & les deux premiers 1 & 11, je les écris par ordre & ensuite en ordre contraire, comme il suit.

$$1a^{11} + 11a^{10}x^1 + 55a^9x^2 + 165a^8x^3 + 330a^7x^4 + 462a^6x^5 + 462a^5x^6 + 330a^4x^7 + 165a^3x^8 + 55a^2x^9 + 11a^1x^{10} + 1x^{11}.$$

C'est la onzième puissance cherchée d' $a + x$.

Or suivant mon Theoreme inferé dans les Memoires de 1705. le rayon étant a , & la Tangente de l'angle simple étant x , la Tangente de l'angle multiple par II est une fraction dont le numerateur est formé du 2^d. du 4^{me}. du 6^{me}. du 8^{me}. termes, &c. c'est-à-dire, de tous les termes en lieux pairs de la 11^{me}. puissance de $a+x$, & le denominateur est formé du 1^{er}. du 3^{me}. du 5^{me}. du 7^{me}. termes, &c. c'est-à-dire, de tous les termes en lieux impairs de cette même puissance, divisez par le rayon a , en observant de mettre alternativement les signes + & - dans le numerateur & dans le dénominateur, ainsi la Tangente cherchée de l'angle IIy est

$$\frac{10 \ 1 \quad \quad \quad 8 \ 3 \quad \quad \quad 6 \ 5 \quad \quad \quad 4 \ 7 \quad \quad \quad 2 \ 9 \quad \quad \quad 11}{IIa \ x - 165a \ x + 462a \ x - 330a \ x + 55a \ x - Ix}$$

$$\frac{10 \quad \quad \quad 8 \ 2 \quad \quad \quad 6 \ 4 \quad \quad \quad 4 \ 6 \quad \quad \quad 2 \ 8 \quad \quad \quad 10}{Ia - 55a \ x + 330a \ x - 462a \ x + 165a \ x - IIx}$$

Et divisant le carré du rayon $=aa$ par cette Tangente, on aura la Tangente du complement 90° . — IIy à la Tangente de l'angle CGH , qui sera par consequent

$$\frac{11 \quad \quad \quad 10 \ 2 \quad \quad \quad 8 \ 4 \quad \quad \quad 6 \ 6 \quad \quad \quad 4 \ 8 \quad \quad \quad 2 \ 10}{a - 55a \ x + 330a \ x - 462a \ x + 165a \ x - IIa \ x}$$

$$\frac{10 \ 1 \quad \quad \quad 8 \ 3 \quad \quad \quad 6 \ 5 \quad \quad \quad 4 \ 7 \quad \quad \quad 2 \ 9 \quad \quad \quad 11}{IIa \ x - 165a \ x + 462a \ x - 330a \ x + 55a \ x - Ix}$$

Pour la seizième puissance de $a+x$ & la Tangente de l'angle sedecuple ou 16 y.

Je trouve par la même methode que la Tangente de l'angle GCH est

$$\frac{16 \ 1 \quad \quad \quad 14 \ 3 \quad \quad \quad 12 \ 5 \quad \quad \quad 10 \ 7 \quad \quad \quad 8 \ 9 \quad \quad \quad 6 \ 11 \quad \quad \quad 4 \ 13 \quad \quad \quad 2 \ 15}{16a \ x - 560a \ x + 4368a \ x - 11440a \ x + 11440a \ x - 4368a \ x + 560a \ x - 16a \ x}$$

$$\frac{16 \quad \quad \quad 14 \ 2 \quad \quad \quad 12 \ 4 \quad \quad \quad 10 \ 6 \quad \quad \quad 8 \ 8 \quad \quad \quad 6 \ 10 \quad \quad \quad 4 \ 12 \quad \quad \quad 2 \ 14 \quad \quad \quad 16}{a - 120a \ x + 1820a \ x - 8008a \ x + 12870a \ x - 8008a \ x + 1820a \ x - 120a \ x + Ix}$$

Enfin suivant cette analogie connuë dans les Triangles spheriques rectangles.

Comme le rayon
est à la Tangente d'un angle oblique,
ainsi la Tangente de l'autre angle oblique
est à la secante de l'hypothénuse.

La secante de l'hypothénuse CG est $=2a$, donc en

multipliant les deux Tangentes ci-dessus des angles $16y$ & $90^\circ - 11y$, & divisant le produit par a , le quotient sera égal à $2a$, ce qui donne l'équation suivante en supposant, pour abréger le rayon $= a = 1$. & $xx = 1 \times z$.

$$z^{13} + 4350z^{11} + 5542z^9 + 4344084z^7 + 3258855z^5 + 222222z^3 + 765z = 875z^{12} + 74250z^{10} + 2110581z^8 + 5,016,060z^6 + 1,171,665z^4 + 20,058z^2 + 3.$$

x est la Tangente de l'angle $y = 3^\circ. 47'. 52''$. &c. & l'angle cherché BAD est de $121^\circ. 32'$. — &c. & le Problème est résolu arithmétiquement ; & pour le résoudre géométriquement, on peut suivre la méthode ordinaire d'employer l'intersection de deux lignes courbes des genres ou degrés supérieurs pour trouver la valeur ou les valeurs de z dans l'équation ci-dessus, $z^{13} + 4350z^{11}$, &c. $= 875z^{12}$, &c. $+ 3$. Mais cette méthode est impraticable par sa difficulté & sa longueur dans cet exemple. Il suffit de l'indiquer.

C A L C U L

Pour la Cubature du Coin spherique parfait formé par la bisection du secteur.

XX. Soit dans la Figure 7. le rayon $AC = a = 1$. & la distance AE du centre de la Sphere A , au plan coupant EF parallele à la base $ABD = z$, en sorte que le secteur soit coupé par ce plan en deux parties égales.

On aura l'équation du 3^{me}. degré dans le cas irréductible & à la trisection de l'angle $3aaz - z^3 = a^3$.

Donc z est la corde de la $\frac{1}{3}$ de la circonference du cercle, ou de 20. degrez, & prenant cette corde pour sinus, z sera le sinus d'environ 20. degrez $10' \frac{1}{3}$, ce qui étant regardé comme connu, je suppose l'angle cherché & inconnu de la base $BAD = 4y$, parce que $a = 1$. & $4a^3 = 4$.

Dans le Triangle spherique BCK , l'aire est représentée

424 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 par l'angle à la pointe $BCK = 2y$. Donc comme le Triangle spherique CHG doit être la moitié du Triangle spherique CBK , l'aire du Triangle CHG sera représenté par y . Soit donc x la Tangente de l'angle y ou du quart de l'angle de la base BAD , on aura pour Tangente de l'angle double $\frac{2aa x}{aa - xx}$, c'est la Tangente de GCH , & comme l'angle CGH doit être $= 90$. degrez y ou le complement de l'angle $= y$ dont la Tangente est x , il s'en suit que la Tangente de cet angle CGH est $= \frac{aa}{x}$ le produit de ces deux Tangentes $\frac{2aa x}{aa - xx}$, & $\frac{aa}{x}$ étant divisé par le rayon, le quotient sera $\frac{2a^3}{aa - xx}$. Ce quotient doit être égal à la secante de l'hypothénuse CG complement de l'arc BG dont le sinus $= y$, donc cette secante est $\frac{aa}{y}$. On a donc cette équation $\frac{2a^3}{aa - xx} = \frac{aa}{y}$, d'où il resulte $xx = aa - 2ay$, & comme y est connu, le Problème est resolu.

Si l'on suppose $a = 100, 00$, on aura $y = 3473$ — & par consequent $x = 5526$. Tangente d'environ $28^\circ. 55'$. donc l'angle cherché de la base sera d'environ $115^\circ. 40'$.

La construction geometrique pour trouver $AE = y$ dépend de l'interfection du Cercle & d'une des trois sections coniques, dont la plus simple est la parabole.

CALCUL ET CONSTRUCTION GEOMETRIQUE.

De la Cubature du Coin spherique tronqué, formé par la bisection du rayon dans le cas le plus simple du secteur primitif, compris sous trois grands quarts de Cercle & sous le Triangle spherique trirectangle & équilatéral.

XXI. Soit le secteur spherique $ABCD$ (Fig. 3.) compris sous les trois grands quarts de Cercle ABC , ACD , ABD , & sous le Triangle spherique trirectangle & équilatéral BCD , & soit le rayon AC coupé en deux également

ment au point E par le plan EFG parallele à la base ABD .

Il est évident suivant ce qui a été démontré ci-dessus, que le segment superieur $CEFG$ est au secteur entier $ABCD$, comme 5 à 16 .

Il s'agit de couper l'air du Triangle spherique & trirectangle BCD par un arc de grand Cercle OH , de maniere que l'aire du Triangle spherique COH soit les $\frac{5}{16}$ de l'aire du grand Triangle spherique trirectangle & équilatéral BCD .

Entre l'infinité de manieres possibles de refoudre ce Problème, la plus simple est de faire que le Triangle COH rectangle en C soit isoscele, enforte que les arcs CO , CH soient égaux. Or dans cette supposition, comme la mesure de l'aire de tout Triangle spherique est l'excès de ses trois angles sur deux angles droits, la mesure du grand Triangle BCD qui est trirectangle, sera un angle droit, & appellant x un des angles à la base du Triangle cherché COH rectangle & isoscele, la somme de trois angles 90 degrés $+ 2x$ doit surpasser un angle droit des $\frac{5}{16}$ d'un angle droit, c'est-à-dire, suivant l'expression ordinaire que $2x = 90^d. + 28^d. 7' 30'' = 118^d. 7' 30''$.

Donc $x = 59^d. 3' 45''$. Ce qu'il falloit premierement trouver. Je connois donc les trois angles du Triangle spherique COH rectangle en C , après quoi il est aisé de connoître les arcs égaux CO , CH . Si l'on suppose l'angle droit $= 1$, on aura l'angle $COH = \frac{21}{32}$, $= CHO$. Car suivant ce Theoreme ordinaire de la Trigonometrie spherique démontré par Stevin, liv. 3. de sa Cosmographie prop. 37.

*Comme le sinus total
est au sinus de l'angle à la base,
ainsi la secante de ce même angle
est à la secante du côté.*

*Or comme le sinus total
est au sinus d'un angle,*

Mem. 1714.

Hhk

426 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
*ainsi la secante de même angle
 est à sa Tangente.*

Donc dans le cas du Problème la Tangente de l'angle connu COH est égale à la secante du côté cherché CH ou CO , & le Problème est résolu.

CONSTRUCTION GEOMETRIQUE.

Décrivez à part (Fig. 7.) le quart de Cercle ABC égal au quart de Cercle ABC (Fig. 3.) & ayant divisé l'arc BC en 32 parties égales, prenez BE égal à 21 de ces parties, & ayant élevé au point B la perpendiculaire ou Tangente BD , tirez du centre A par le point E , la secante AED ; décrivez du point A comme centre, & d'un intervalle égal à BD un arc de Cercle qui coupe la Tangente BD au point F ; tirez AF , qui coupe le quart de Cercle au point G ; prenez dans la Fig. 3. les arcs CH , CO égaux chacun à l'arc BG (Fig. 7.) & par les points H & O faites passer l'arc de grand Cercle OH . Je dis que le Triangle sphérique COH sera les $\frac{c}{16}$ du Triangle sphérique BCD .

DÉMONSTRATION.

Chacun des angles sphériques COH , CHO , vient d'être démontré égal aux $\frac{21}{32}$ d'un angle droit, l'angle HCO est droit par hypothèse, donc la somme des trois angles du Triangle sphérique COH surpasse deux angles droits de $\frac{1}{32}$ ou $\frac{c}{16}$ d'un angle droit. Donc l'aire du Triangle sphérique COH est les $\frac{c}{16}$ du Triangle sphérique BCD . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

COROLLAIRE I.

Si l'on imagine le secteur de grand Cercle AHO , coupant le plan EFG dans la commune section IM , on aura le Coin sphérique tronqué $MGHOFI$ égal à la Pyramide rectiligne $AEIM$.

Car le secteur sphérique $ACOH$ sera les $\frac{c}{16}$ du secteur

sphérique entier $ABCD$, puisque ce sont deux Pyramides qui ont pour hauteur commune le rayon de la Sphere, & pour bases, l'un le Triangle COH , l'autre le Triangle BCD , qui sont entr'eux comme 5. à 16. Donc le secteur sphérique $ACOH$ est égal au segment supérieur $CEGF$, & étant de part & d'autre ce qu'ils ont de commun, il reste le Coin sphérique tronqué $MGHOFI$ égal à la Pyramide rectiligne $AEIM$.

COROLLAIRE II.

De quelque maniere qu'on suppose le Triangle sphérique COH , ou même quelque polygone sphérique qu'on voudra, dont tous les côtés soient des arcs de grand Cercle, & que le Triangle ou le Polygone sphérique soit tout entier au-dessus du plan EGF , & qu'il y ait même raison du Triangle COH , ou du Polygone sphérique au grand Triangle BCD que du segment supérieur $CEFG$ au secteur entier $ABCD$, on aura toujours une portion de Sphere égale à une Pyramide rectiligne, parce que le secteur $ACGH$, où la Pyramide à base sphérique en général sera égale au segment supérieur du grand secteur entier, & étant ce qu'il y a de commun, il restera une Pyramide rectiligne égale à une portion de Sphere.

COROLLAIRE III.

Le reste étant comme ci-dessus, si l'on construit sur le côté donné CF le Triangle sphérique CFH rectangle en C (Fig. 4.) en sorte que la somme des deux autres angles CFH , CHF soit les $\frac{21}{70}$ d'un angle droit, & que par les points F , H , & le centre A , on mene le plan AH , on aura, au lieu d'un Coin sphérique tronqué, la Pyramide sphérique $FHGM$ égale à la Pyramide rectiligne $AEFM$, c'est la même démonstration que pour le Coin sphérique tronqué.

La construction du Triangle sphérique CFH est un Problème du second degré à résoudre. L'arc cherché

Hh h ij

428 MEMOIRÉS DE L'ACADEMIE ROYALE
CH est d'environ 46. degrés 54. minutes. L'arc *GH* est
le lieu geometrique de tous les Coins spheriques qu'on
peut cuber dans cette hypothese.

COROLLAIRE IV.

Conservant le même point de section *E* dans le rayon
AC, mais changeant à l'infini la grandeur de la base *ABD*,
en faisant l'angle *BAD* ou *BCD*, plus grand ou plus pe-
tit à discretion, la même raison, par exemple, de 5 à 16
subsiste toujours; mais les portions de Sphere que l'on
cube changent à l'infini.

COROLLAIRE V.

Si l'on divise le rayon *AC* en 2. 4. 8. 16. 32. &c. par-
ties égales, & que par quelque point que ce soit de ces di-
visions, on mene des plans, comme *EGF* paralleles à la
base *ABD*, les raisons du segment superieur au secteur
entier auront pour dénominateurs les nombres 16, 128,
1024, 8192, &c. doubles des Cubes de 2, 4, 8, 16, &c.
on pourra donc toujours construire geometriquement par
le cercle & la ligne droite, & par la seule bissection ré-
petée du Quart de Cercle, les Triangles spheriques cor-
respondants comme *COH*, en resolvant des équations du
second degré. On pourra aussi déterminer exactement la
solidité des portions de Sphere cubées par des Polynomes
du second degré, ou dérivés du second degré, comme du
4^{m.} du 8^{m.} du 16^{m.} &c. degrés purs par rapport au
Cube du rayon de la Sphere.

Mais si l'on divise le rayon *AC* en 3. parties égales, &
qu'on fasse passer le plan *EGF* par un des points de cette
division, les raisons du segment superieur au secteur en-
tier, auront pour dénominateur le nombre 27, cube de
3, & pour construire le Triangle spherique *COH*, il
faudra diviser l'angle *BAD* en 27. parties égales. Ce qu'il
se peut faire par le cercle & la ligne droite; mais seu-
lement avec une des trois sections coniques, en resolvant

une équation du 3^{me}. degré dans le cas irréductible. Ainsi l'on ne pourra exprimer exactement le rapport des Coins tronqués au Cube du rayon que par des Polynomes qui enferment des nombres imaginaires.

Si l'on divise le rayon *AC* en 5 parties égales, il faudra diviser l'angle *BAD* en 125 ou 250 parties égales, ce qui ne se peut faire que par des lignes plus composées d'un degré que les sections coniques, & l'on ne peut exprimer exactement en nombre irrationnaux d'aucune maniere connuë la solidité des portions de Sphere cubées.

Enfin le point *E* étant pris à discretion sur le rayon *AC*, pour construire le Triangle spherique *COH* correspondant, il faut diviser un angle en raison donnée de ligne à ligne, ce qui ne se peut faire qu'avec une Courbe mécanique, comme la Cicloïde, la Spirale, la Quadratrice, &c. & en general avec une Courbe qui soit elle seule équivalente à toutes les Courbes analytiques ensemble. Enfin si au lieu de supposer l'angle *BAD* droit, on le suppose obtus & égal aux $\frac{4}{3}$ d'un droit ou de 120 degrés, les angles cherchés *COH* ou *CHO*, seront chacun les $\frac{2}{3}$ de 120 degrés, ou de 78 degrés 45', & le Problème se réduit à construire un Triangle spherique rectangle moitié du Triangle *COH*, dont un angle oblique soit de 60 degrés, & l'autre de 78 degrés 45', ce qui est en un sens plus simple & plus aisé pour le calcul Trigonometrique que la construction cy-dessus, où l'un des angles obliques doit être de 59 degrés 3 minutes 45 secondes.

COROLLAIRE VI.

Le Cube du rayon étant 1. 000. 000. la solidité du Coin spherique tronqué (Fig. 3.) ou de la Pyramide *AEIM* sera entre 37157. & 37158.

Car la solidité de cette Pyramide est égale au produit du tiers de la hauteur connue *AE*, par la moitié du quarrié de *EM*. Or *EM* est la moitié de la Tangente de l'arc

430 MEMOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
 CH (Fig. 3.) & cette Tangente est par construction égale
 à la ligne BF (Fig. 7.) Or le carré de BF joint au carré
 du rayon AB est égal au carré de AF égale à BD Tan-
 gente des $\frac{2}{3}$ d'un angle droit, il suffit donc pour connoître
 la solidité de la Pyramide AEIM ou du Coin spherique
 tronqué qui lui est égal, il suffit, dis-je, de trouver
 cette dernière Tangente BD, c'est-à-dire, la Tangente
 de $59^{\circ} 3' 45''$, ôter de son carré le carré du rayon = I.
 & la $\frac{1}{8}$ du reste fera la solidité cherchée.

Or le rayon étant I.

La Tangente de $\frac{1}{2}$ droit est aussi = I.

La Tangente de $\frac{1}{4}$ de l'angle droit est $\sqrt{2} - I$.

La Tangente de $\frac{1}{8}$ est $\sqrt{4+2\sqrt{2}} - I - \sqrt{2}$.

La Tangente de $\frac{1}{16}$ est $\sqrt{8+4\sqrt{2+2\sqrt{20+14\sqrt{2}}}}$
 $- I - \sqrt{2} - \sqrt{4+2\sqrt{2}}$.

Enfin la Tangente de $\frac{1}{32}$ de l'angle droit est

$$\sqrt{16+8\sqrt{2}+4\sqrt{20+14\sqrt{2}+2\sqrt{168+116\sqrt{2}+30\sqrt{20+14\sqrt{2}+16\sqrt{40+28\sqrt{2}}}}}$$

$$- I - \sqrt{2} - \sqrt{4+2\sqrt{2}} - \sqrt{8+4\sqrt{2+2\sqrt{20+14\sqrt{2}}}}$$

& il est aisé de continuer cette progression à l'infini.

Soit presentement pour abreger la Tangente de $\frac{1}{8}$ de
 l'angle droit égale à b, celle de $\frac{1}{32}$ = c & b + c = d,
 la Tangente des $\frac{2}{32}$ de l'angle droit sera $\frac{I+d-bc}{I-b-d}$, & en-
 fin le Cube du rayon sera à la solidité du Coin spherique
 tronqué (Fig. 3.) comme douze fois le carré de I - d
 - bc est à d - bcd. Ce qu'il falloit trouver.

R E M A R Q U E I.

Il y a une analogie merveilleuse entre la maniere de
 mesurer les aires des Triangles spheriques & celle de mes-
 surer les aires des Triangles rectilignes.

Car de même que l'aire de tout Triangle rectiligne
 rectangle est la moitié du rectangle qui a même hauteur

& même base, & que l'air de tout Triangle rectiligne obliquangle a pour sa mesure un Triangle rectangle égal de même hauteur & de même base, ou la moitié de ce même parallélogramme rectangle qui a même hauteur & même base, & qu'on peut trouver directement l'aire de ces Triangles obliquangles, en ajoutant ensemble les trois côtés, prenant la moitié de la somme, en ôtant séparément chacun des trois côtés, &c.

De même aussi dans les triangles spheriques quelconques l'aire en est égale à celle d'un Triangle spherique birectangle, & par consequent isoscele, dont l'angle à la pointe est égal à l'excès des trois angles du Triangle spherique donné sur deux angles droits.

Ce Triangle spherique birectangle compris par deux grands Quarts de Cercle, & un troisième arc quelconque moindre que la circonference entiere, est, en matiere de Triangles spheriques, ce qu'est le Triangle simplement rectangle en matiere de Triangles rectilignes. Ils servent de commune mesure comme les plus simples de leur espece.

L'aire du Biligne spherique compris par deux grands demi-cercles, tient lieu du parallelogame rectangle; & comme de toutes les surfaces rectilignes la plus aisée à connoître & à mesurer est celle du parallelogramme rectangle qui comprend le quarré comme son espece subalterne la plus simple; de même aussi de toutes les surfaces spheriques la plus simple & la plus aisée à connoître & à mesurer est celle du biligne spherique, dont il suffit de connoître l'angle, parce que comme cet angle est à quatre droits, ainsi l'aire du biligne spherique est à l'aire de la surface entiere de la Sphere; & comme le parallelogramme rectangle rectiligne est le double de l'aire du Triangle rectiligne de même hauteur & base, aussi le biligne spherique est le double de tout triangle spherique, qui a le même angle que le biligne pour sa mesure, c'est-à-dire, l'angle égal à l'excès de ses trois angles sur deux droits.

Enfin, l'aire des Triangles spheriques dépend uniquement & directement de la connoissance de leurs trois angles, comme la connoissance de l'aire des Triangles rectilignes dépend uniquement & directement de la connoissance de leurs trois côtés, aussi la méthode est la même dans les uns comme dans les autres. Ajoutez ensemble les trois côtés, prenez la moitié de la somme, & ôtez-en séparément chacun de trois côtés, &c. pour avoir les angles cherchés, & par consequent l'aire du Triangle spherique.

R E M A R Q U E I I.

Pour connoître facilement & démonstrativement toutes ces propriétés des aires des Triangles spheriques, il n'y a qu'à se mettre devant les yeux une Sphere armillaire, & élevant un des poles & un des points des Equinoxes sur l'horizon, on trouvera aisément la démonstration des trois propositions fondamentales suivantes.

1°. L'aire de tout biligne spherique primitif compris par deux grands demi-Cercles, est à l'aire ou surface entière de la Sphere, comme l'angle de ce biligne est à 4. droits. Car supposant l'angle compris par l'Equateur & l'Ecliptique de $23^{\circ}. 29'$, il est évident que l'aire comprise par ces deux grands demi-Cercles est à la surface entière de la Sphere, comme $23^{\circ}. 29'$ est à 360. de même que l'angle compris par les deux colures, étant de 90° . ou le quart de quatre droits, l'aire comprise par les deux demi-colures est le quart de la surface de la Sphere.

2°. Le triangle spherique formé, comme que ce soit au dessus de l'horizon par un arc de l'Equateur, un arc de l'Ecliptique, & un arc quelconque de l'horizon se mesurera de cette maniere.

En prolongeant les deux angles de ce Triangle sur l'horizon, jusqu'à ce que les deux côtés qui les forment fassent chacun un demi-cercle, & en prolongeant de même l'angle opposé par la pointe à l'angle du Triangle au dessus
de

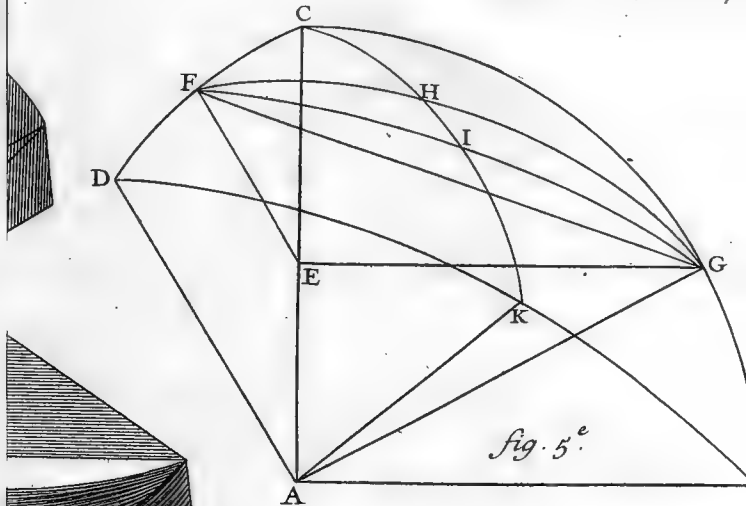


fig. 5^e.

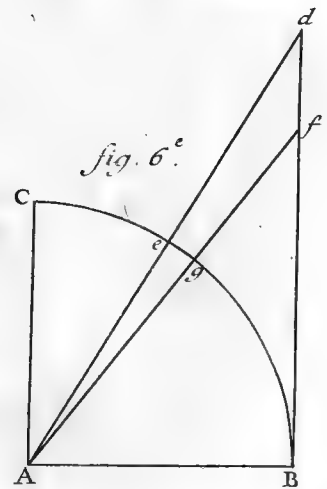
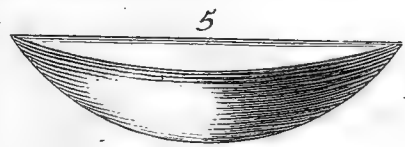
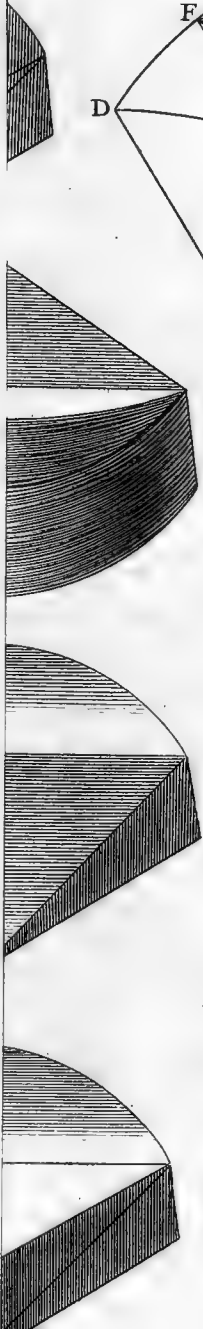
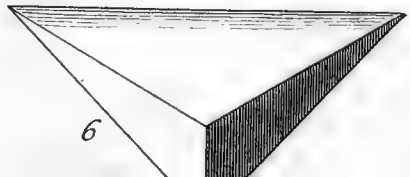
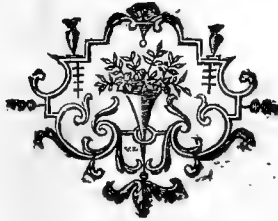


fig. 6^e.



Sur de l'horizon, on formera trois grands bilignes spherique qui occuperont toute la surface de l'hemisphere, passeront deux fois sur le Triangle donné, & formeront au dessous de l'horizon un autre Triangle spherique égal, semblable au Triangle donné sur l'horizon. Donc l'aire de ces trois bilignes connus ou supposés connus par les trois angles du Triangle, sera aussi connuë; & comme l'aire de ces trois bilignes surpasse l'hemisphere du double de l'aire du Triangle spherique, on connoitra aussi l'aire de ce Triangle spherique, puisqu'elle est la moitié de l'excès de l'aire des trois bilignes sur l'hemisphere.

3°. Donc comme l'angle droit est à l'excès des trois angles de tout Triangle spherique sur deux droits, ainsi l'aire du grand Cercle est à l'aire du Triangle, & la mesure de ces aires est cet angle d'excès ou l'aire d'un Triangle spherique birectangle formé par deux grands Quarts de Cercle & par cet angle d'excès, de même que la mesure de tout angle spherique est la base de ce même Triangle spherique birectangle.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'Union intime qui doit être entre elles; comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roy au mois de Fevrier 1706.

DISSERTATION BOTANIQUE

SUR

L'ORIGINE ET LA NATURE

DU KERMES.

Par M. NISSOLLE.

COMME la recherche de tout ce qui peut servir à l'Histoire Naturelle de cette Province est une des principales occupations de la Société Royale des Sciences. J'ai crû que je ne pouvois pas choisir de matiere plus propre à ce dessein que celle que me fournit le Kermes. Mais comme elle a été si souvent rebattuë, on sera sans doute surpris de ce que j'ai voulu entreprendre de la retoucher, ne croyant pas qu'il soit possible d'y rien ajouter de nouveau, après tout ce que tant d'Auteurs si celebres & beaucoup plus éclairés que je ne le suis, en ont déjà dit. Et

il est constant que je ne l'aurois point entrepris, si dans les differens examens que j'en ai fait, je n'avois découvert des particularités qui n'ont point été touchées par aucun de ceux qui en ont écrit, comme on le pourra voir dans la suite de ce discours.

Le Kermes est une petite coque ronde, membraneuse, fort fine, lisse & luisante, de couleur d'un rouge brun mêlé de blanc cendré, d'environ trois lignes de diametre, divisée ordinairement en deux cavités inégales, dont la plus grande est remplie d'un nombre presque infini des petits œufs ovales fort rouges & fort vermeils, & la plus petite d'une espece de liqueur mucillagineuse pareillement rouge, qui ne ressemble pas mal à du sang.

Ceux qui en ont parlé dans leurs écrits lui ont donné differens noms. Les Arabes l'ont appelé *Kermes*, & j'ai préféré ce nom à tous les autres, parce qu'il lui avoit été déjà consacré par ce celebre electuaire qu'on débite en ce pays, sous le nom de *Confection Alkermes*. Quelques-uns l'appellent *coccus baphica*, nom qu'ils ont tiré des Grecs, & quelques autres *coccus infectoria*, *coccum squarlatinum*, *granum tinctorium*, vermillon & graine d'écarlatte

On le cueille ordinairement vers la fin du Printemps, c'est-à-dire depuis la fin du mois de Mai jusques environ la S. Jean, & même quelquefois lorsque la récolte en est abondante, jusqu'à la fin du mois de Juin; & c'est sur cette espece de Chêne-vert que Caspar Bauhin appelle *Ilex aculeata cocci-glandifera*; Jean Bauhin son frere, *Ilex cocci-gera*. L'Auteur de l'Histoire des Plantes de Lyon, après Pline, *Ilex aquifolia*, & Valerius Cordus dans ses Annotations sur Dioscoride, Lobel dans ses adversaires, Castor Durantes, & Taberna l'appellent *coccus infectoria*. Mais ce dernier nom ne lui convient en aucune maniere; puisque c'est proprement celui du Kermes, & non pas de l'arbusste sur lequel il se trouve.

Cet arbusste s'éleve à la hauteur d'environ deux pieds; sa racine qui est ligneuse & couverte d'une écorce de la

couleur du terrain qu'elle occupe, car elle est tantôt noire & tantôt rougeâtre, trace beaucoup; elle est de différente grosseur, car en quelques pieds elle a plus d'un demi-pouce de diamètre, dans d'autres elle n'a pas plus de trois ou quatre lignes. Elle est garnie de quelques fibres en certains pieds, & il en est qui n'en ont point du tout. Elle pousse plusieurs tiges dont l'écorce est fort mince, de couleur d'un blanc cendré, qui se divisent en plusieurs ramifications, dont les branches sont chargées de feuilles rangées sans ordre, onnées sur leurs bords, & armées autour de quelques piquants, de sorte qu'elles ne ressemblent pas mal aux feuilles du Houx, mais elles sont beaucoup plus petites, car elles n'ont ordinairement que huit à dix lignes de long sur six ou sept lignes de large, elles y sont attachées par un fort petit pedicule, qui n'a pas plus d'une ligne de long; elles sont d'un vert gai. Ses fleurs sont des Châtons à peu près semblables à ceux du Chêne vert ordinaire, qui sont composés de plusieurs fleurs en godet découpé en pointe, du fonds duquel s'élevaient quelques étamines; & les fruits sont des glands assez gros pour la petitesse de l'arbuscule qui les porte, ils sont presque entièrement renfermés dans une espèce de calotte raboteuse & hérissée de petites pointes assez rudes. Il s'en trouve une autre espèce dans nos campagnes, que Lobel dans ses adversaires appelle *Ilex media coccifera Ilici plane suppar. foliis aquifolii*, & qu'il est très-difficile de distinguer du précédent, avant qu'il soit chargé de fruit. Mais comme les glands de celui-ci sont beaucoup plus longs & plus évasés que ceux de l'autre, alors on les peut aisément distinguer. Je n'ai point encore observé s'il s'y trouve du Kermes, mais comme il y a beaucoup d'apparence que la récolte en sera cette année abondante, j'aurai occasion de l'examiner.

Il y a presque autant de différens sentimens sur l'origine du Kermes, qu'il y a des Auteurs qui en ont écrit. Quelques-uns ont crû que certaine espèce de vermineux

piquant cet arbusse pour en tirer sa nourriture, y faisoit naître une coque ou vescie qui se remplissoit ensuite d'un suc qui devient rouge en murissant, & que cet insecte s'enveloppoit aussi dans la coque, & ce qui les confirme dans cette opinion, c'est, à ce qu'ils prétendent, que lorsqu'on fait sécher le Kermes, il en sort une si grande quantité des vermisseaux & des moucherons presque imperceptibles, que toute sa substance intérieure semble s'être convertie en ces petits insectes, & qu'il ne reste qu'une peau vuide & legere, & que ces vermisseaux & moucherons sont venus des œufs que les premiers vers qui sont entrés dans la coque y ont produit.

Quelques autres ont avancé que les vermisseaux qu'ils supposent comme les premiers qu'on trouve dans le Kermes, doivent leur naissance à l'arbusse sur lequel on les trouve. Car ils prétendent qu'au Printems cet arbusse pousse en dehors quelques gouttes de liqueur, qui venant à se condenser par les ardeurs du Soleil, forme une pellicule qui la renferme, de sorte qu'étant parvenu à un certain degré de perfection, il la rend propre à se transformer en vermisseaux; lesquels voulant après sortir de la coque où ils ont pris naissance, succent & tirent des pores de cet arbusse cette humidité que la nature leur avoit fourni pour leur entretien; & que c'est par cette humidité qu'ils sont conservés, comme un embryon dans sa matrice, jusqu'à ce qu'ils soient arrivés à cet état de perfection qui leur fournit des aîles pour s'envoler.

Il en est enfin qui ont voulu que le Kermes dût son origine à quelque portion de semence ou petits œufs que certains petits animaux, qui habitent ordinairement à ce qu'ils prétendent sur l'arbusse où il se trouve, y avoient déposé.

Ce dernier sentiment que M. Stobelberger, dans le Traité qu'il a fait de la Confection alkermes, attribué à Brassavole, & qu'il rejette en même tems, m'a paru le plus vrai semblable, & je le préfere aux deux précédens, parce

qu'il s'accorde mieux à ce que j'ai observé sur cette matière dans les différens examens que j'en ai fait.

On trouve vers le commencement du mois de Mai sur différens endroits de l'*Ilex aculeata cocci glandifera*, tant à la tige qu'aux branches, à leurs aiselles, & même aux feuilles des très petits points blancs, qui n'ont pas plus de demi-ligne de diametre dans leur commencement, ridés & veloutés, qui lorsqu'on les écrase, rendent une liqueur rouge tout-à-fait semblable à du sang. Ces petits points grossissent insensiblement, & deviennent en grossissant une coque blanchâtre placée sur une espece de duvet blanc, & lorsqu'elle est parvenue à sa juste grosseur, on la trouve remplie d'un nombre presque infini des petits œufs fort rouges & fort vermeils, dont la coque est une pellicule très déliée & très blanche. Chaque œuf renferme un petit animal fort rouge, qui a six pieds, trois de chaque côté, deux cornes, & une queue faite presque en forme de croissant.

Cette coque se sépare très facilement du duvet sur lequel il semble qu'elle ait pris sa naissance; & le duvet même se peut aussi séparer sans peine de l'endroit de l'arbuscule où il est attaché, sans qu'on y puisse appercevoir la moindre laceration, piqueure, ou tuberosité, pas même avec le secours de la loupe: ce qui doit évidemment nous convaincre que des œufs qui avoient été déposés dans ces différens endroits, ont commencé à y éclore, & que l'insecte qui en est sorti, travaille à s'y bâtir une loge pour y pondre des œufs à son tour, qu'on trouve après renfermés dans cette coque que nous appellons ordinairement Kermes; & ce qui doit nous confirmer encore de plus en plus dans cette opinion, c'est que lorsque la récolte en a été fort abondante, on est pendant quelques années sans en recueillir, parce qu'il n'a pas resté assez des insectes pour déposer des œufs en suffisante quantité pour les années suivantes.

Dès que ces petits animaux sont éclos, ils sortent de

leur coque, courent d'un côté & d'autre pour chercher de quoi se nourrir, & quelque endroit commode à pouvoir y déposer leurs œufs. Mais il n'est pas véritable qu'ils prennent jamais des ailes comme presque tous ceux qui en ont parlé, se le sont imaginés. Il arrive pourtant quelque fois qu'on trouve quelques moucherons qui voltigent parmi ces insectes; mais ces moucherons doivent leur naissance à certains vermisseaux qu'on trouve, quoi-que fort rarement, dans la coque du Kermes; & il y a beaucoup d'apparence que ces vers sont sortis de certaine espece de tumeur qui se trouve quelquefois aux branches de l'*Ilex aculeata cocci glandifera*, dont les œufs y ont été portés avec quelque portion de liqueur grossiere & indigeste qui s'étant mêlée avec la sève, n'a pas pû circuler librement dans les fistules de l'arbuste, & y ayant été arrêtée, les a dilatées extraordinairement & donné occasion à cette tumeur; où ces œufs étant éclos par la chaleur du Printemps, il en est sorti ces vers qui se glissent après insensiblement dans la coque du Kermes pour s'y nourrir de cette liqueur qui y est contenuë & des œufs qui y sont renfermés. J'en ai trouvé de tout-à-fait semblables, & même avec leurs moucherons dans plusieurs têtes des Chardons, Ambrettes, Jacées & autres Plantes de même nature, & je n'y trouvois point alors de semence, parce que ces vers ont coûtume de les manger.

Dès que les coques du Kermes sont arrivées à leur état de perfection, on les cueille, & quand on les a recueillies, on leur donne différentes préparations, à raison des différents usages auxquels on veut les employer. Ceux qui ont dessein de s'en servir pour la Confection Alkermes, en tirent la pulpe, & la réduisent en sirop. A cet effet, ils en prennent telle quantité qu'ils trouvent à propos, & des plus recentes; ils les nettoient bien des feuilles & autres ordures, s'il y en a, après quoi ils les pilent dans un mortier de marbre avec un pilon de bois, & lorsqu'elles sont entièrement pilées, ils passent la pulpe sur un tamis de

crin renversé avec une espatule de bois, & lorsqu'elle est toute passée, ils la pesent & y mêlent parties égales de sucre fin en poudre; ils font ce mélange à froid, qu'ils renferment ensuite dans des vaisseaux de fayance, ou autre espece de terre plombée pour s'en servir au besoin. Ils ont soin de le remuer de tems en tems jusqu'à ce que le sucre soit bien lié avec la pulpe. Que si l'on veut les conserver pour s'en servir dans d'autres occasions, on a soin de les étendre sur des toiles qu'on a préparé pour cela dans une chambre aérée, observant de les remuer de tems en tems, & de secouer les extremités de la toile, pour faire ramasser dans le milieu les œufs & les insectes qui en sortent, où l'on les trouve en maniere de poudre fort rouge, qu'on passe ensuite à travers un crible, & qu'on paitrit entre les mains pour les réduire en pastilles, & les coques qui ont resté sur le crible se trouvent entierement vuides, mais on ne laisse pas pourtant de les conserver, car elles font de quelque utilité.

Le Kermes est d'un grand usage dans la Medecine, c'est un de ses meilleurs cordiaux; il est la base de cette Confection qui en porte le nom. Il entre encore dans celle de Hyacinthe, dans laquelle on employoit autrefois les coques, mais on leur substitué à present les pastilles dont je viens de parler, & c'est avec bien de raison, parce qu'elles sont beaucoup plus efficaces. L'on s'en sert aussi avec succès pour fortifier le Fœtus dans la matrice, & empêcher l'avortement. Il nous fourniroit bien d'autres remedes si l'on vouloit se donner la peine de le travailler & le mettre en usage; car Messieurs nos Chimistes qui en ont fait divers essais, qui leur ont parfaitement bien réussi, & qui doivent incessamment nous en donner un Memoire, assurent qu'il leur a fourni tout autant de sel volatile que les animaux qui en donnent le plus.

Si le Kermes est si utile pour la Medecine, il ne l'est pas moins pour la Teinture; il est fort recherché des étrangers pour cela, & nos Marchands qui ont accoutumé de
le

le leur envoyer, le préparent de la même maniere que j'ai déjà dit, avec cette difference qu'ils mettent les coques déjà vuides dans des corbeilles ou paniers d'ozier, pour les tremper dans du bon Vinaigre qu'ils ont préparé pour cela dans quelques chauderons, & après qu'ils les y ont trempées plusieurs fois, ils les laissent bien égoutter; ils les étendent sur les toiles pour les y laisser dessécher. Le Vinaigre leur donne une couleur plus rouge & plus éclatante, & c'est ce qui a imposé à certain Auteur, qui dans la description qu'il en donne, dit qu'elles sont naturellement de cette couleur, mais apparemment il n'en avoit point vû de recentes. Quant aux œufs & aux insectes qui sont sortis de ces coques, & qui sont restés sur les toiles en forme de poussiere rouge, qu'ils appellent en langue du pays *Pouffet*; ils le mettent dans des terrines, l'arrosent avec du Vinaigre, le remüent doucement avec les mains jusqu'à ce qu'il soit réduit en forme de paste, qu'ils étendent sur des peaux, où ils le laissent bien dessécher, & le mettent ensuite dans des sacs de même nature, pour l'envoyer dans les Pays étrangers, principalement en Levant & du côté du Nord.

On ne s'en sert que très rarement dans ce pays, depuis qu'on a découvert la Cochenille, qui donne une Ecarlatte plus vive & plus éclatante que celle que donne le Kermes, qui est plus foncée, & qui approche plus de la Pourpre Romaine. On l'appelle en ce pays *Ecarlatte de graine*, elle a pourtant cet avantage par dessus celle de la Cochenille, qu'elle ne change point de couleur quand il y tombe de l'eau par dessus, comme il arrive à celle-là, qui devient noirâtre à l'instant. L'emploi s'en fait même différemment, car pour la Cochenille il faut une composition d'esprit de Nitre, au lieu que pour le Kermes il ne faut que des eaux sures faites avec le Tartre ou l'Alun. Mais comme c'est une matiere qui regarde principalement les Teinturiers, on n'a qu'à les consulter, si on souhaite d'en sçavoir davantage.

Mem. 1714.

Kkk

EXPLICATION DES FIGURES.

- A. Arbuſte chargé de Kermes.
- B. Branche de l'Arbuſte qui porte le Kermes chargée de Fleurs.
- C. Branche de l'Arbuſte qui porte le Kermes chargée de fruit.
- D. Coque du Kermes vûë avec le Microſcope.
- E. Animal contenu dans les œufs qui ſont dans la coque.
- F. Ver qu'on trouve quelquefois dans la coque du Kermes.
- G. Mouches qui doivent leur origine à ce Ver.
- H. Coque du Kermes.
- I. Oeuſs contenus dans la coque du Kermes.

F I N.

Faute à corriger dans les Memoires de 1714.

*Pag. 103. lig. 31. & 32. au lieu de celui de e milieu ;
liſés , celui e du milieu.*





