HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXXII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,
Tirés des Registres de cette Académie.

A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXV.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

HISTOIRE NATURELLE DES ANIMAUX.

BOTANIQUE.

MINÉRALOGIE.

CHIMIE.

MÉTÉOROLOGIE.

ANALYSE.

ASTRONOMIE.

TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

TABLE.

TABLE.

FAUTES à corriger pour le Volume de 1781.

Page 366, ligne 11, diſtance périhélie 9,961013; *liſez* 0,961013.

Pour le Volume de cette année.

Page 7, ligne 5, à compter d'en bas, au lieu de $\int t^n \partial t . e^{-t^n}$; liſez $\int t^n \partial t . e^{-t}$.

Page 30, à la fin, ajoutez ce qui ſuit:

L'analyſe précédente ſuppoſe qu'en ſubſtituant dans la fonction $\log. \frac{y}{Y}$, au lieu de x, x^I, &c. leurs valeurs $a + \theta$, $a^I + \theta^I$, &c. cette fonction réduite en ſérie prend cette forme,

$$M . \theta^2 + M^I . \theta^{I^2} + \&c.$$

en ſorte que les termes multipliés par les produits $\theta . \theta^I$, $\theta . \theta^{II}$, $\theta^I . \theta^{II}$, &c. diſparoiſſent d'eux-mêmes; or, cela n'arrive pas toujours, mais on peut ſatisfaire à cette condition par une transformation convenable des variables x, x^I, &c. car ſi l'on ſuppoſe $x = u + p u^I + q u^{II} + \&c.$ $x^I = u^I + p^I u^{II} + \&c.$ $x^{II} = u^{II} + \&c.$ &c. y deviendra fonction de u, u^I, u^{II}, &c. & l'intégrale $\int y \partial x \; \partial x^I . \partial x^{II} . \&c.$ ſe changera dans $\int y\,\partial u.\partial u^{\mathrm{I}}.\partial u^{\mathrm{II}}$.&c. Si l'on nomme b, b^{I}, &c. les valeurs de u, u^{I}, &c. qui correspondent au *maximum* de y, que nous désignerons par Y; & que l'on suppose $u = b + \theta$; $u^{\mathrm{I}} = b^{\mathrm{I}} + \theta^{\mathrm{I}}$, &c. la fonction log. $\frac{y}{Y}$ pourra toujours être mise sous cette forme $M.\theta^2 + M^{\mathrm{I}}.\theta^{\mathrm{I}^2} +$ &c. car en déterminant convenablement les constantes p, q, p^{I}, q^{I}, il sera facile de faire disparoître les termes multipliés par $\theta.\theta^{\mathrm{I}}$, $\theta.\theta^{\mathrm{II}}$, $\theta^{\mathrm{I}}.\theta^{\mathrm{II}}$, &c.

Il est aisé de voir que l'on a

$$\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial u^2}\right) = \left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right);\ \left(\frac{\partial\partial Y}{\partial u^{\mathrm{I}^2}}\right) = \left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^{\mathrm{I}^2}}\right);$$

d'où il suit, que le théorème général que nous avons donné ci dessus, est vrai, indépendamment de la transformation des variables.

Page 51, ligne 12, au lieu de $x^{\mathrm{I}} = uQ$, Q étant une fonction de x; lisez $x^{\mathrm{I}} = Q$, Q étant une fonction de x & de u.

Ibid. ligne 15, au lieu de $y_{s,\,s^{\mathrm{I}}} = \int\int u^{\mathrm{I}s^{\mathrm{I}}}.Q^{s^{\mathrm{I}}}.x^s.\psi.\partial x.\partial u$; lisez $y_{s,\,s^{\mathrm{I}}} = \int\int Q^{s^{\mathrm{I}}}.x^s.\psi.\partial x.\partial u$.

Page 56, ligne 5, à compter du bas, au lieu de $n^{s^{\mathrm{I}}}.s^{\mathrm{I}} + \frac{m}{n} + \frac{1}{2}.c^{-s^{\mathrm{I}}}$; lisez $n^{s^{\mathrm{I}}}.s^{\mathrm{I}^{s^{\mathrm{I}} + \frac{m}{n} + \frac{1}{2}}}.c^{-s^{\mathrm{I}}}$.

Page 67, ligne 2, au lieu de $A + 1$; lisez $A + (1 + p)^m$.

Page 79, ligne 4, au lieu de $\left(\frac{i}{a}\right)^{i+2}$; lisez $\left(\frac{i}{a}\right)^{i+1}$.

Page 158, lignes 11, 12 & 13; effacez $-x^{\mathrm{II}}, -y^{\mathrm{II}}, -z^{\mathrm{II}}$.

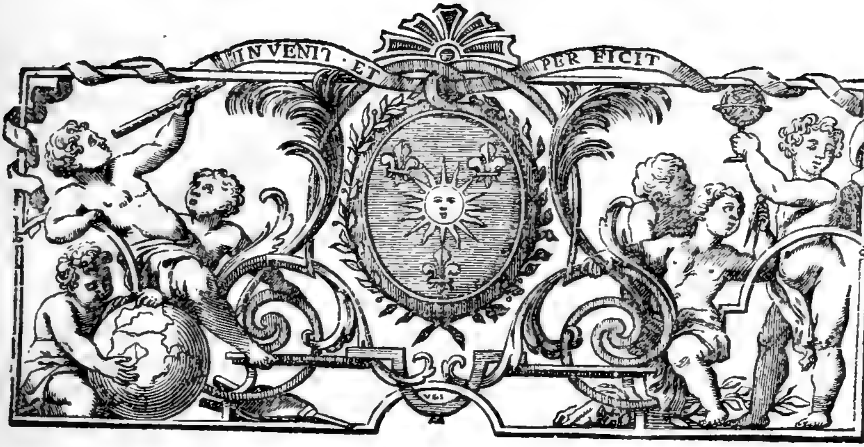
Ibid. ligne 20; effacez le terme $+\frac{S}{2s^3}.(x^{\mathrm{II}^2} + y^{\mathrm{II}^2} + z^{\mathrm{II}^2})$.

Ibid. ligne 3, à compter du bas; *effacez le même terme.*

Page 159, ligne 3, à compter du bas; *effacez le même terme.*

Page 160, ligne 11; effacez les termes $+\frac{2s^3}{S} + \frac{S^{\mathrm{I}}}{2s^{\mathrm{I}^3}} +$ &c

HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXXII.

L'ÉVÈNEMENT que nous allons rapporter n'appartient qu'à l'Histoire de l'année 1785, mais l'Académie a cru devoir s'empresser de publier les nouvelles marques qu'elle a reçues de la bonté du Roi. Depuis l'époque de son renouvellement en 1699, les Sciences ont fait des progrès immenses, & leurs applications se sont étendues & multipliées: on a vu dans toutes les classes de la Société, un plus grand nombre d'hommes se vouer plus exclusivement à la culture des Sciences, & cette occupation devenir par son influence sur le bien général, un état honorable, & en quelque sorte une fonction publique; il étoit naturel de penser que l'état des Sciences ayant changé, il pouvoit être utile de faire aussi quelques changemens dans la constitution d'un Corps dont l'étude & les progrès des Sciences sont l'unique occupation & le premier objet.

Le Règlement que nous allons rapporter, contient ces changemens, par lesquels l'Académie a vu avec reconnoissance s'établir entre ses Membres une plus grande égalité, & un partage moins inégal des avantages réservés aux plus anciens Académiciens, & destinés à être la récompense de leurs travaux.

DE PAR LE ROI.

LE ROI s'étant fait représenter les Règlemens & la Liste de l'Académie des Sciences, Sa Majesté a reconnu que la division des Classes, adoptée par les Règlemens des 26 Janvier 1699 & 3 Janvier 1716, n'embrassoit plus aujourd'hui l'universalité des Sciences dont l'Académie s'occupe; que l'Agriculture, l'Histoire Naturelle, la Minéralogie, la Physique, ne paroissent pas être entrées dans le plan de son institution, quoique ces Sciences ne soient pas moins dignes que les autres, de l'attention des Savans & de la protection du Gouvernement.

Que le Règlement du 3 Janvier 1716, en supprimant la classe des Élèves, & en établissant, à la place, celle des Adjoints, n'avoit fait que substituer une dénomination à une autre, mais qu'il en résultoit également une distinction au moins inutile.

Ces considérations ont déterminé Sa Majesté à instituer deux nouvelles Classes, à incorporer les Associés & les Adjoints, & à réduire à six, trois Pensionnaires & trois

Aſſociés, le nombre des Membres attachés à chaque Claſſe. Elle a vu avec ſatisfaction que ces diſpoſitions n'augmentoient que de ſix le nombre des places, & que cette augmentation tomboit entièrement ſur l'ordre des Penſionnaires; que par le plan qui lui avoit été propoſé, preſque tous les Académiciens obtiendroient, les uns une augmentation de penſion, les autres une eſpérance plus prochaine d'y arriver. Enfin, qu'elle pouvoit trouver dans le nombre même des Surnuméraires qu'Elle avoit nommés en différentes circonſtances, à la demande de l'Académie, de quoi remplir cinq des places de nouvelle création. Et Sa Majeſté voulant donner à l'Académie des Sciences, de nouvelles marques de ſon affection, ainſi que de la protection qu'Elle accorde aux Sciences & aux Arts, Elle a ordonné & ordonne ce qui ſuit:

ARTICLE PREMIER.

L'ACADÉMIE ſera à l'avenir composée de huit Claſſes; ſavoir, une de Géométrie, une d'Aſtronomie, une de Mécanique, une de Phyſique générale, une d'Anatomie, une de Chimie & de Métallurgie, une de Botanique & d'Agriculture, une d'Hiſtoire Naturelle & de Minéralogie.

2.

CHAQUE Claſſe demeurera irrévocablement fixée à ſix Membres; ſavoir, trois Penſionnaires & trois Aſſociés, indépendamment, tant des Secrétaire & Tréſorier perpétuels, des douze Honoraires, des douze Aſſociés-Libres & des huit Aſſociés-Étrangers, à l'égard deſquels il ne ſera rien innové, que de l'Adjoint-Géographe qui prendra, à l'avenir, le titre d'Aſſocié-Géographe.

3.

LESDITES huit claſſes ſeront remplies; ſavoir, celle de Géométrie, par MM. de Borda, Jeaurat & Vandermonde, comme Penſionnaires; MM. Couſin & Meuſnier, comme Aſſociés: celle d'Aſtronomie, par MM. le Monnier, de la

Lande & le Gentil, comme Penſionnaires; MM. Meſſier, de Caſſini & Dagelet, comme Aſſociés : celle de Mécanique, par MM. l'abbé Boſſut, l'abbé Rochon & de la Place, comme Penſionnaires: MM. Coulomb, le Gendre & Perrier, comme Aſſociés : celle de Phyſique générale, par MM. Leroy, Briſſon & Bailly, comme Penſionnaires; MM. Monge, Méchain & Quatremere, comme Aſſociés : celle d'Anatomie, par MM. Daubenton, Tenon & Portal, comme Penſionnaires; MM. Sabatier & Vicq-d'azir, comme Aſſociés: celle de Chimie & Métallurgie, par MM. Cadet, Lavoiſier & Beaumé, comme Penſionnaires; MM. Cornette & Bertholet, comme Aſſociés : celle de Botanique & d'Agriculture, par MM. Guettard, Fougeroux & Adanſon, comme Penſionnaires; MM. de Juſſieu, de la Marck & Desfontaines, comme Aſſociés: celle d'Hiſtoire naturelle & de Minéralogie, par MM. Deſmaretz, Sage & l'abbé de Gua *(a)*, comme Penſionnaires; MM. Darcet, l'abbé Haüi & l'abbé Teſſier, comme Aſſociés.

4.

IL ſera procédé en la forme ordinaire, à l'élection des trois places d'Aſſociés vacantes dans la claſſe de Géométrie, d'Anatomie & de Chimie & Métallurgie, lorſque Sa Majeſté aura donné à ce ſujet les ordres néceſſaires *(b)*.

5.

LA claſſe de Phyſique générale ſera partie des claſſes mathématiques, & la claſſe d'Hiſtoire naturelle & de Minéralogie ſera partie des claſſes phyſiques pour tous les cas où les places, ſoit d'Officiers, ſoit de Commiſſaires,

(a) M. l'abbé de Gua, Adjoint-Géomètre, en 1741, avoit demandé la Vétérance en 1745 : des occupations relatives aux Sciences, & en particulier à l'Hiſtoire Naturelle, l'avoient écarté pendant long-temps d'une carrière où il avoit obtenu & mérité une réputation diſtinguée, & ne lui ont permis d'y rentrer que depuis un petit nombre d'années.

(b) La place d'Aſſocié-Géomètre a été donnée depuis à M. Charles, celle d'Aſſocié-Chimiſte à M. de Fourcroy, & celle d'Aſſocié-Anatomiſte à M. Brouſſonet.

ſont affectées par les règlemens ou par l'uſage, à l'une de ces deux diviſions.

6.

POUR remplir les places d'Aſſociés, vacantes, il ſera préſenté par la claſſe, & à l'égard des Aſſociés libres & Étrangers, par les huit Commiſſaires élus dans chaque claſſe par l'Académie, au moins trois ſujets, & jamais plus de cinq, parmi leſquels les Académiciens ayant droit de ſuffrage pour les élections, en choiſiront deux à la pluralité des voix.

7.

SA MAJESTÉ déclare qu'à l'avenir, il ne ſera admis dans l'Académie aucun Surnuméraire, ſous quelque prétexte que ce ſoit.

FAIT à Verſailles le vingt-trois Avril mil ſept cent quatre-vingt-cinq. *Signé* LOUIS. *Et plus bas,* LE B.^on DE BRETEÜIL.

LEURS Alteſſes Impériales le Grand-Duc & la Grande-Ducheſſe de Ruſſie, qui voyageoient en France, ſous le nom de *Comte* & de *Comteſſe du Nord,* ont fait à l'Académie l'honneur d'aſſiſter à ſa Séance du 6 Juin 1782.

Le Secrétaire a ouvert l'Aſſemblée par la lecture du Diſcours ſuivant:

LE temps n'a pu affoiblir parmi nous la mémoire de ce jour où l'Académie vit pour la première fois un Souverain aſſiſter à ſes Aſſemblées, & s'intéreſſer au récit de ſes travaux; mais ce ſouvenir nous eſt encore plus cher dans ce moment où l'arrière-petit fils de ce Prince vient, après ſoixante-cinq ans, occuper la même place, & nous montrer, par ce témoignage d'un amour héréditaire pour les Sciences, qu'il eſt appelé à ſuccéder aux grands deſſeins de Pierre I.^er comme à ſon Empire.

Avant le Czar, aucun Souverain n'avoit joint le titre modeſte d'Académicien à ces titres réſervés au premier degré des grandeurs humaines. Le vainqueur de Charles XII parut flatté de voir ſon nom placé dans une liſte que décoroient alors les noms de Newton & de Fontenelle. *Il n'y a de rang dans les Sciences*, écrivoit-il, *que ceux qu'y donnent l'application & le génie.* Jaloux de paroître ne rien devoir qu'à lui-même, & ſur-tout d'en donner l'exemple, il voulut mériter ſes titres Littéraires par ſes travaux, comme il avoit voulu ne monter aux grades Militaires que par ſes ſervices. Il n'accepta le titre d'Académicien qu'après avoir envoyé à l'Académie un Mémoire ſur la Géographie de la mer Caſpienne, comme il n'avoit pris le titre de Vice-Amiral qu'après une victoire. On l'avoit vu rechercher avec empreſſement dans tous les pays, les hommes qui pouvoient lui donner des lumières utiles pour ſes Sujets, il ne ſe repoſait que ſur lui-même du ſoin de les inſtruire, comme du devoir de les gouverner; & dès-lors, il fut aiſé de prévoir que les bornes de l'Europe alloient ſe reculer, & que les Sciences avoient conquis un nouvel empire.

Cette époque d'une ſi grande révolution pour la Ruſſie, fut auſſi celle d'une révolution heureuſe pour les Sciences dans l'Europe entière. Juſque-là, pluſieurs Souverains les avoient protégées, ſoit par un goût naturel pour quelque genre de connoiſſances, ſoit par un deſir ardent de la gloire. Mais le Czar a montré le premier, par ſa conduite, qu'un Prince doit regarder la protection accordée aux Sciences, & comme une ſage politique dictée par ſon propre intérêt, & comme un véritable devoir, puiſque leurs progrès ſont une des ſources de la proſpérité des États & de la félicité des peuples. Cette opinion eſt devenue celle des Souverains de toutes les Nations policées. Des établiſſemens formés partout en l'honneur des Sciences, en ont répandu les principes & inſpiré le goût dans les Provinces comme dans les Capitales. Les heureux effets de cette protection ont été ſi prompts & ſi étendus, qu'elle a pour ainſi dire, ceſſé d'être néceſſaire. L'amour de l'étude, le ſentiment de l'utilité & de la dignité des Sciences eſt trop général, pour qu'elles aient déſormais besoin de secours étrangers; & l'on peut dire que le plus grand bienfait des Princes à leur égard, a été de les rendre indépendantes de leur puissance.

Mais parmi les travaux nécessaires au progrès des Sciences, il en est qui exigent, ou le concours de plusieurs générations ou le concert de plusieurs peuples. Si ceux qui se livrent à ces travaux pouvoient être témoins de l'utilité qui doit résulter de leurs efforts; s'ils pouvoient espérer pour récompense ou le plaisir de connoître des vérités nouvelles ou la gloire de les avoir découvertes; si le succès de ces travaux n'exigeoit point dans les observations un concert que la diversité des vues, ou peut-être l'amour-propre rendent si difficile, on pourroit tout attendre de l'activité & de la puissance du génie. Tant que le desir du bien des hommes, l'amour de la gloire & le plaisir de saisir une vérité peuvent être le prix du travail, les Sciences n'ont à demander aux Princes que la paix & la liberté. Mais pourroit-on espérer des Savans, même les plus modestes, que sans aucune autre récompense que cette froide estime qu'on accorde au travail, à l'exactitude ou au zèle, ils se dévoueront à préparer la gloire de leurs successeurs, à recueillir des matériaux pour la découverte de vérités qu'ils ne doivent jamais entendre, & dont l'utilité est réservée pour des générations qu'ils ne doivent jamais voir?

La vérité de ces réflexions deviendra plus frappante si l'on jette ses regards sur l'état des Sciences en Europe. D'un côté, on sera frappé des progrès rapides qu'elles ont faits depuis un demi-siècle, de cette immense collection de vérités ignorées de nos pères, du grand nombre des méthodes, &, pour ainsi dire, des Sciences nouvelles qui ont ajouté à la force de l'esprit humain & à ses richesses. On sera surpris de cette multitude d'hommes que de véritables découvertes ont placés dans cette première classe de l'humanité, celle des inventeurs; mais en même-temps on verra que plusieurs parties des Sciences se sont dérobées à cette impulsion générale, & on observera que ce sont précisément celles où le génie ſeul ne peut trouver en lui-même ni ſes moyens ni la récompenſe de ſes efforts, celles où une découverte importante ne peut-être le prix que des recherches de pluſieurs ſiècles & des travaux de pluſieurs peuples. Qu'il me ſoit permis de développer ici cette obſervation, & de l'appuyer par quelques exemples; parler en cette occaſion de ce que les Sciences ont droit d'attendre encore du ſecours des Souverains, c'eſt nous entretenir de nos eſpérances.

Tout concourt à prouver que la Nature entière eſt aſſujettie à des loix régulières; tout déſordre apparent nous cache un ordre que nos yeux n'ont pu apercevoir. Il ne peut être connu que par l'obſervation des faits, dont l'enſemble & la ſuite ſont néceſſaires pour rendre cet ordre ſenſible à notre foible vue; il faut donc que ces faits puiſſent ſe réunir ſous les yeux d'un obſervateur, ou que par des expériences il les force, pour ainſi dire, à ſe préſenter au gré de ſa volonté. Il faut encore que les loix auxquelles ils ſont aſſujettis ſe marquent par des révolutions dont la durée n'excède point ce court eſpace que la Nature a marqué à notre exiſtence. Si cette heureuſe réunion de circonſtances ne vient point au ſecours de notre foibleſſe, les efforts du génie peuvent reſter long-temps inutiles.

Cette foule de phénomènes que nous préſente l'atmoſphère, ſes variations ſi promptes qu'il nous eſt impoſſible de prévoir, ſuivent cependant des loix générales. Ces phénomènes dépendent de cauſes conſtantes, univerſelles ou locales; mais la nature de ces cauſes eſt à peine ſoupçonnée, & les loix qu'elles ſuivent nous ſont inconnues.

Soumis pour notre exiſtence, pour tous nos beſoins, à l'influence de ces phénomènes, en deviner les cauſes ſeroit preſque les maîtriſer. Si l'homme pouvoit prévoir les révolutions des ſaiſons, il deviendroit en quelque ſorte indépendant d'elles; car dans cette Science comme dans preſque toutes les autres, toute découverte eſt une conquête de l'homme ſur la Nature & ſur le haſard. Mais pour s'élever à cette connoiſſance, il faudroit connoître & la liaiſon qu'ont entr'eux les

phénomènes

phénomènes de l'atmoſphère dans les différentes parties de la Terre, & les loix de leurs périodes, dont les révolutions s'étendent peut-être à des ſiècles entiers; il faudroit embraſſer dans ſes recherches & tous les climats & une longue ſuite d'années.

La Terre que nous habitons, les révolutions qu'elle a eſſuyées, celles que les ſiècles futurs doivent y amener, nous ſont auſſi peu connues que le mouvement du fluide qui l'entoure & les phénomènes qui ſe produiſent dans ſon ſein. En vain nous avons parcouru la ſurface de la Terre, fouillé dans ſes entrailles, décrit, analyſé même les ſubſtances qu'elles renferment. Les cauſes qui ont hériſſé le globe de montagnes, qui l'ont ſillonné de vallées, qui ont creuſé les mers, élevé les Iſles, diſtribué ſur la Terre les combinaiſons ſi diverſes d'un petit nombre d'élémens; les loix qui ont préſidé à la formation de ces combinaiſons, à la fois ſi conſtantes & ſi variées, tous ces objets nous ſont inconnus. Nous avons créé des ſyſtèmes; mais à l'inſtant qu'on a fait un pas de plus ſur la ſurface de la Terre, qu'on s'eſt enfoncé quelques pieds plus avant dans ſon ſein, tous ces fantômes de l'imagination ſe ſont évanouis. Comment un être éphémère ſurprendra-t-il le ſecret des opérations que la Nature prépare dans des temps ſi longs pour notre durée? Comment un homme ſaiſira-t-il un enſemble dont les parties ſont répandues comme en déſordre ſur un eſpace ſi vaſte, qu'en y conſacrant ſa vie entière, il lui ſeroit impoſſible, non pas d'en obſerver toute l'étendue, mais de la parcourir; non de tout examiner, mais de tout voir?

Combien l'hiſtoire de l'homme même eſt-elle encore ignorée? La Terre qu'il habite, ſa température, ſon humidité, ſon élévation plus ou moins grande, les productions du ſol, les travaux de la culture, les différentes eſpèces d'occupation, la manière de vivre, de ſe vêtir, les uſages, les gouvernemens, les loix, toutes ces cauſes agiſſent ſur la durée de la vie, ſur la fécondité, ſur la force de l'homme, ſa ſanté, ſon activité, ſon induſtrie, ſon caractère, ſa morale même & ſon génie.

Ces causes sont en même temps liées entr'elles, dépendent l'une de l'autre, & peuvent encore être modifiées par l'effet des changemens même qu'elles ont produits. Nous n'avons sur ces objets que des observations générales, mais vagues, & dont la plupart sont même contestées. Ici l'homme, la terre, les influences du climat ont cédé à la force des loix & des opinions; là, au milieu des révolutions politiques, des changemens dans les préjugés, il a conservé le même caractère avec sa constitution & son climat. Ici, un peuple transplanté a changé de mœurs comme de pays. Là, il a porté avec lui son caractère; & ni le temps, ni les évènemens, ni les mélanges avec d'autres peuples n'ont pu en effacer l'empreinte. La liaison qui existe entre la constitution physique de l'homme, ses qualités morales, l'ordre social, & la nature du climat où il vit, du sol qu'il habite & des objets qui l'entourent, ne peut être connue que par une longue suite de recherches qui embrassent à la fois différens climats, différentes mœurs & différentes constitutions politiques. Il doit en résulter une Science importante, & cette Science ne sera véritablement créée qu'après qu'une collection immense d'observations constantes & précises aura permis d'assujettir au calcul, & les résultats des observations, & la certitude de ces résultats.

Dans ces diverses parties de nos connoissances, comme dans toutes celles qui nous auroient fourni des exemples semblables, il peut arriver sans doute qu'au bout d'une longue suite de siècles, un heureux hasard rassemble sous les yeux d'un homme de génie, les monumens épars & confus amassés par le temps. Les Souverains seuls ont entre leurs mains des moyens de rendre ces succès indépendans du temps & du hasard; eux seuls peuvent prescrire & faire exécuter sur un même plan, ces longs & pénibles travaux dont la gloire ne peut être le salaire. Qui formera ces grandes entreprises dont l'utilité ne peut être sensible que dans un avenir éloigné, si ce n'est un Prince qui sait mesurer ses projets, non sur la durée de la vie d'un homme, mais sur celle des Empires? Les Souverains seuls peuvent, en se réunissant, donner aux recherches des Savans, l'étendue qu'exige toute partie des Sciences dont la Nature a dispersé les élémens sur la Terre entière.

Jamais aucun moment n'a été plus favorable pour les desseins qu'on peut former en faveur des Sciences: jamais leur empire n'a embrassé un si grand espace, jamais elles n'ont réuni un aussi grand nombre de Disciples. Les Linnæus & les Bergman ont éclairé l'Europe du fond des mêmes climats où les Savans rassemblés par Christine, n'avoient excité que de l'indifférence & du mépris. Un Philosophe né sur ces bords où les Anglois n'avoient trouvé dans le siècle dernier que des Sauvages barbares, a su deviner la cause de la foudre, la soumettre à ses loix, & désarmer le Ciel de la même main qui devoit briser les fers du Nouveau-Monde; tandis que dans cette ville rivale de Rome & de Byzance, qui, presque de nos jours, s'est élevée du sein des marais de la Neva, on voit un homme d'un génie infatigable (M. Euler), produire des découvertes profondes avec une fécondité qui étonneroit dans les genres les plus futiles, sans que l'âge lui ait rien ôté de sa force, ni la perte de la vue, de son ardeur ou son incroyable facilité; semblable (si pourtant ce n'est point rabaisser de grands Hommes que de leur comparer des Héros fabuleux) semblable à ce Tiresias, que les Dieux privèrent de la vue pour le punir d'avoir pénétré leurs secrets, mais à qui le Destin les força de laisser cette Science divine dont ils avoient été si jaloux.

Si l'on a pu former l'espérance de voir les Princes se réunir pour accélérer les progrès de l'esprit humain, c'est sans doute dans l'époque où nous vivons. Ceux même que les connoissances qu'ils ont acquises & l'état florissant des Sciences dans leur Empire sembleroient dispenser de recourir à des lumières étrangères, s'empressent cependant, non de les appeler auprès d'eux, mais de les chercher, & mettent leur gloire à remporter dans leur pays ces trésors, les seuls qu'on puisse partager sans rien ôter à ceux qui les possèdent. Les

Souverains ſe hâtent de détruire à-la-fois les barrières élevées entre les Peuples par ces prétendus intérêts nationaux, fantômes créés par la cupidité & par l'ignorance, & celles que des préjugés de toute eſpèce mettoient entre les ſujets d'un même Empire. On ſait enfin que tous les hommes ne forment qu'une même famille, & n'ont qu'un ſeul intérêt. Le nom de l'humanité, de ce ſentiment qui embraſſe les hommes de tous les pays & de tous les âges, eſt dans la bouche des Rois comme dans celle des Philoſophes, & ſemble réunir dans les mêmes vues ceux dont l'ambition eſt d'éclairer les hommes, & ceux dont le devoir eſt de veiller à leur bonheur & de défendre leurs droits.

Le Czar a ſenti le premier qu'un des plus grands bienſaits d'un Prince envers ſes ſujets eſt de les éclairer. Puiſſe ſon petit-fils montrer un jour qu'un des plus grands biens que la Nature puiſſe accorder à une Nation, eſt de lui donner un Souverain qui ſache à-la-fois employer pour elle toutes les connoiſſances de ſon ſiècle, & préparant de nouvelles lumières pour les générations qui n'exiſtent point encore, leur ouvrir des ſources inconnues de proſpérité & de bonheur!

V. les Mém. p. 667.
M. DAUBENTON à lû un Mémoire *ſur les cauſes des herboriſations qu'on obſerve dans les Plantes.*

M. MACQUER a lû des Recherches *ſur les moyens chimiques de faire diſparoître pluſieurs eſpèces d'odeurs déſagréables.*

V. les Mém. p. 457.
M. LAVOISIER a fait pluſieurs expériences *ſur l'action du feu animé par l'air vital;* & il a fondu en très-peu de temps le cuivre, le fer & la platine.

M. l'Abbé ROCHON a lû des Obſervations *ſur le degré de chaleur des rayons diverſement colorés.*

M. PORTAL a lû un Mémoire *ſur des altérations ſingulières cauſées dans l'organe de la voix par différentes maladies.*

M. DE FONTANIEU a fait voir ſon Tour à portraits, & a exécuté celui du Roi.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LE MÉPHITISME DES FOSSES D'AISANCE.

IL eſt utile de conſerver dans les Recueils publiés par les Compagnies ſavantes, la mémoire de ces ſecrets merveilleux qui ſont pendant quelques jours l'objet de l'attention, & ſouvent de l'enthouſiaſme public, que les Savans ne peuvent combattre ſans encourir le reproche de partialité, & même d'envie, en faveur deſquels on cite des témoins au-deſſus du ſoupçon, des hommes dont l'autorité ſeroit impoſante dans tout autre genre, & qui finiſſent promptement par être oubliés pour faire place à d'autres merveilles. L'hiſtoire de ce qui s'eſt paſſé ſur ces prétendus ſecrets, eſt un des moyens les plus ſûrs de préſerver le Public d'être la dupe de ceux qui doivent reparoître, car ils ſe reſſemblent tous, quant à la manière de les annoncer, au ton que prennent leurs inventeurs, à l'enthouſiaſme de leurs premiers partiſans. V. les Mém. p. 197.

L'anti-méphitiſme fit beaucoup de bruit en 1782 ; il ne s'agiſſoit de rien moins que de détruire, avec quelques pintes de vinaigre, les exhalaiſons mal-faiſantes qui s'échappent des foſſes d'aiſance, & d'en faire en même-temps diſparoître l'odeur. L'importance de cet objet détermina le Gouvernement à charger des Commiſſaires de l'Académie & de la Société Royale de Médecine, d'examiner la nouvelle méthode: c'eſt du réſultat de leurs expériences que M. Fougeroux, l'un des Commiſſaires, rend compte dans ce Mémoire. Un des Ouvriers, frappé d'aſphixie, n'a pu être ſauvé ; pluſieurs autres, & même quelques-uns des Commiſſaires & quelques témoins, ont été incommodés, & cette expérience, malheureuſement trop déciſive, a fait diſparoître le prétendu ſecret.

Nous ne nous permettrons qu'une ſeule réflexion; avant cette épreuve, les hommes inſtruits dans les Sciences, étoient convaincus du peu d'efficacité de ce moyen; ainſi, ce n'eſt pas à eux, c'eſt à l'enthouſiaſme public qu'on doit imputer l'accident funeſte qui n'a que trop vérifié leurs conjectures.

Pendant que des épreuves en grand éclairoient le Public ſur le peu de réalité du nouveau ſecret, M. Lavoiſier crut devoir s'occuper de l'examen chimique des fluides aériformes qui ſe dégagent de ces matières en fermentation; il n'a point été rebuté par le dégoût qu'entraînent néceſſairement de pareilles expériences, il lui a ſuffi qu'elles fuſſent utiles. Si dans les Sciences on a ſouvent abuſé des expériences faites en petit, pour en tirer des concluſions précipitées, il n'en eſt pas moins vrai que dans beaucoup de circonſtances ce ſont les ſeules qui puiſſent donner des réſultats certains & précis.

V. les Mém. p. 560.

M. Lavoiſier a trouvé que les matières nouvelles produiſoient beaucoup plus de fluides aériformes que celles qui avoient ſubi une longue fermentation dans les foſſes; que dans les deux ce fluide étoit un mélange d'air inflammable & d'air fixe ou air gazeux, mais que dans les premières la proportion de l'air inflammable étoit de deux vingt-quatrièmes, & de neuf vingt-quatrièmes dans les autres, & M. Lavoiſier conjecture, d'après ſes expériences, que cette proportion de l'air inflammable devient continuellement plus forte.

Les acides développent une quantité conſidérable d'air gazeux, ſi on les mêle avec des matières anciennes; & les alkalis cauſtiques ou la chaux, arrêtent la production des fluides aériformes.

Tels ſont les réſultats des expériences, lorſque les matières ne ſont pas plongées dans l'air; M. Lavoiſier les a répétées en introduiſant une certaine quantité d'air atmoſphérique ou d'air vital ſous les bocaux, le réſultat a été le même, à cela près, qu'une petite partie de l'air vital a été détruite, vraiſemblablement parce qu'elle ſe combinoit avec une portion de l'air inflammable qui ſe dégageoit, enfin l'air devenoit moins ſalubre par la plus grande proportion d'air méphitique qui y étoit mêlée.

Il réſulte de ces expériences, que le mélange des acides avec les matières, loin de prévenir le danger du méphitiſme ne peut que l'augmenter. Les alkalis cauſtiques ou la chaux au contraire produiſent un effet utile, non-ſeulement en s'oppoſant au dégagement des fluides aériformes, effet qui n'eſt que momentané, mais en abſorbant une grande quantité d'acide craïeux; en effet cet air eſt le plus dangereux: comme plus peſant que l'air commun, il reſte dans le bas des foſſes, & y retient même l'air inflammable qui s'eſt mêlé avec lui; tandis que l'air inflammable ſeul traverſe promptement l'atmoſphère.

C'eſt d'après cette obſervation que M. Lavoiſier propoſe des moyens de s'oppoſer au méphitiſme, & qui conſiſtent à employer la chaux ou les leſſives alkalines, & à ouvrir un cours libre à l'air inflammable & léger qui alors eſt ſeul à craindre.

Il conjecture qu'en général on a peu à craindre le dégagement du gaz hépatique, il n'a rien trouvé qui en annonce la préſence, peut-être n'exiſte-t-il que lorſque l'acide vitriolique contenu dans les plâtras a pu agir ſur une partie des matières, & alors il eſt aiſé de voir que la production doit en être très-peu ſenſible, excepté dans un petit nombre de cas particuliers.

OBSERVATIONS

FAITES EN NORMANDIE.

CE Mémoire eſt le réſultat des obſervations que M. le Gentil a faites en Normandie pendant pluſieurs années. Il eſt diviſé en deux parties: dans la première, M. le Gentil prouve par ſa propre expérience & par le témoignage

V. les Mém. p. 345.

commun des habitans du pays, que ſur cette côte le temps des plus hautes marées répond à l'Équinoxe; de manière que la marée la plus haute eſt en général celle qui répond à la pleine Lune qui ſuit l'Équinoxe, & non à la pleine Lune qui le précède, même quand celle-ci en eſt plus voiſine: cette obſervation confirme celle que Jacques Caſſini avoit faite ſur le même objet.

La ſeconde partie contient la deſcription de pluſieurs bancs d'une eſpèce de ſable dépoſé ſur les bords de la mer, & que les cultivateurs du Cotentin emploient comme engrais. Ce ſable qui paroît à M. le Gentil n'avoir pas été apporté par la mer, mais avoir été plutôt dépoſé par les rivières, eſt formé de ſable quartzeux, & d'un amas de coquilles briſées ou de coquilles microſcopiques, dignes par leur forme & leur conſtruction de l'attention des Naturaliſtes. La proportion de ces deux ſubſtances varie, & plus la portion calcaire domine, plus ce ſable eſt propre à fertiliſer les terres.

HISTOIRE NATURELLE DES ANIMAUX.

SUR LES MOUCHES DE LA TRUFFE.

M. GEOFFROI le jeune a obſervé & décrit une des eſpèces de vers de la truffe, & la mouche qui en provient: M. de Réaumur avoit obſervé des vers différens de celui de M. Geoffroi, mais il n'avoit pu en décrire les mouches, tous ces vers ayant péri dans l'état de nymphe. La mouche que M. Morand a obſervée, eſt préciſément celle qui répond au ver de M. de Réaumur, & elle eſt très-différente de celle de M. Geoffroi : M. Morand ſe propoſoit de ſuivre ces obſervations, & de les étendre aux truffes de différens pays. L'hiſtoire des inſectes ainſi attachés plus ou moins excluſivement à certaines productions végétales, eſt un des phénomènes le plus curieux de cette partie de l'Hiſtoire Naturelle, elle eſt même très-utile lorſqu'il s'agit de productions végétales qui ſervent à nos beſoins, & que nous ſommes obligés de diſputer à ces animaux auxquels la Nature ſembleroit les avoir deſtinées. On peut ſans doute ne pas convenir que tout ce qui exiſte ſur ce globe, ait été fait pour nous, mais on ne peut nier que la Nature ne nous ait donné les moyens de nous en rendre propre une grande partie ; chaque jour nous étendons notre empire, chaque jour nous voyons diminuer les eſpèces qui nous le diſputoient ; & ſi la Terre ne nous a pas été donnée toute entière, du moins eſt-il vraiſemblable qu'un jour elle nous appartiendra par droit de conquête.

V. les Mém. p. 318.

La mort prématurée de M. Morand, nous a privés de la continuation de ſon travail, & c'eſt une raiſon de plus de le regretter.

SUR UN OS FOSSILE.

V. les Mém. p. 211.

On a trouvé en 1782, dans une des caves de la rue Dauphine, un os d'une grandeur extraordinaire, & même trop grand pour avoir appartenu à aucun animal terreſtre actuellement exiſtant ſur la partie connue du Globe; M. le Chevalier de Lamanon a donné une deſcription exacte de cet os, l'a fait graver, & en a même dépoſé un modèle en terre cuite dans le Cabinet de Sainte-Geneviève, moyen préférable à la gravure, quand il s'agit de conſerver exactement la forme de quelque individu extraordinaire.

M. Daubenton rend compte ici de ſes recherches pour déterminer à quel animal cet os a pu appartenir, & il le regarde comme une portion du bas du crâne d'un grand cachalot; opinion qu'il prouve par la comparaiſon de cet os avec l'os correſpondant d'un cachalot beaucoup plus petit, dont le ſquelette eſt au Cabinet du Roi.

Cet os n'eſt point vraiment foſſile, c'eſt-à-dire qu'il n'eſt pas formé d'une matière pierreuſe qui a pris la forme de l'os en s'infiltrant dans ſa ſubſtance & en détruiſant ſon organiſation, mais c'eſt l'os lui-même, très-peu altéré par ſon ſéjour dans la terre: c'étoit dans un dépôt de la rivière qu'il avoit été enterré, ſoit qu'il ait été entraîné par les eaux, ſoit que abandonné ſur le terrein, les dépôts ſucceſſifs l'aient couvert. Ces os de cétacées étoient aſſez communs autrefois dans les Tréſors des égliſes & des monaſtères, ſouvent on les ſuſpendoit à la voûte ou au-deſſous des arcades du portail, & ils paſſoient dans l'eſprit du peuple pour les os de quelque géant ou de quelque monſtre, dont l'hiſtoire faiſoit partie des fables particulières qui dans ces temps étoient répandues dans chaque canton: il eſt vraiſemblable qu'apportés d'abord comme une curioſité précieuſe, ils étoient devenus l'objet de la crédulité populaire, lorſque la trace de leur première origine s'étoit effacée.

BOTANIQUE.

SUR LE SAFRAN.

V. les Mém. pages 89 & 105.

LE Safran, production naturelle des pays Méridionaux de l'Europe, a été tranſporté en France, vers le temps des Croiſades, & la culture s'en eſt introduite dans le Gâtinois, à la fin du ſeizième ſiècle; les provinces plus ſeptentrionales ne l'ont pas adoptée, mais elle s'eſt établie depuis en Angleterre: ce commerce très-avantageux pour le Gâtinois, commence à y languir, & il ne faut pas s'en étonner; d'abord la conſommation du ſafran employé autrefois dans beaucoup de mets, a diminué avec le goût de cet aſſaiſonnement: toutes les fois qu'une culture s'étend, elle finit par ſe fixer dans les pays où elle eſt la plus avantageuſe, & ſe détruit peu-à-peu dans les autres; enfin, la facilité que donne un commerce plus ſûr & plus étendu, de tirer du ſafran des pays méridionaux, doit nuire à ſa culture dans une province auſſi ſeptentrionale que le Gâtinois. Mais d'autres cauſes ont ſervi encore à la diminuer; le ſafran y eſt ſujet à deux maladies qui le font périr, l'une eſt déſignée par le nom de *mort*, l'autre par celui de *tacon*: ce ſont les moyens de prévenir ces maladies que donne ici M. Fougeroux, d'après des expériences qu'il a faites dans ſes terres. Il propoſe de lever chaque année les oignons de ſafran qu'on ne lève que tous les quatre ans, de les dépouiller de leurs enveloppes, d'enlever les taches qui annonçoient le *tacon*, eſpèce de carie ſemblable à celle du blé, & qui attaque de même en particulier la partie amidonacée de ces oignons; de les tremper enfin dans une leſſive alkaline qui détruit cette carie comme celle du blé, & qui fait périr auſſi la Plante paraſite que M. du Hamel a prouvé être la cauſe de la maladie appelée *la mort :* cette opération ſeroit peu coûteuſe, & en plantant un peu plus d'oignons dans une même quantité de terrein, on auroit dès la première année, une recolte auſſi abondante que celle qui a lieu la ſeconde année dans la culture actuelle.

Les recherches de M. Fougeroux, l'ont conduit à des obſervations curieuſes ſur ce genre de Plantes; par exemple, il a vu que les caïeux qui chaque année naiſſent ſur l'oignon du ſafran, ſe nourriſſent, non de la terre, mais de la partie amidonacée de cet oignon qui n'eſt plus ſuſceptible de donner des fleurs, & ne ſert qu'à cet uſage.

V. les Mém. p. 205. Un autre Mémoire de M. Fougeroux a pour objet la deſcription d'une excroiſſance qu'on obſerve ſur l'épine blanche; cette eſpèce de loupe formée par la ſubſtance ligneuſe, ſert d'enveloppe à un ver, & a pour cauſe l'altération produite dans la ſubſtance encore ténue de la branche, par la piqûre de l'inſecte qui y dépoſe ſes œufs.

MINÉRALOGIE.

SUR LES HERBORISATIONS.

LES Naturalistes ont donné le nom d'*herborisations* à certains accidens qu'on observe dans différentes espèces de pierres transparentes ou opaques ; & qui représentent des plantes ou des parties de plantes. Les accidens de ce genre doivent-ils toujours ou quelquefois seulement leur origine à des corps étrangers du règne végétal enfermés dans la pierre? Cette question n'avoit point encore été résolue d'une manière précise, & M. Daubenton a cru devoir la soumettre à un nouvel examen. Ses observations lui ont fait découvrir trois sortes d'herborisations bien distinctes. V. les Mém. p. 667.

Dans les unes, & celles des agates sont du nombre, il a trouvé des parties de plantes assez bien déterminées pour reconnoître le genre de la plante à laquelle elles ont appartenu. Ainsi dans ce Mémoire il rapporte les herborisations observées par lui dans les agates, à neuf espèces de plantes connues.

La seconde espèce d'herborisation est dûe à une mine de fer déposée dans la pierre, & dont les grains sont disposés de manière à offrir des ramifications. Ces herborisations se trouvent dans un grand nombre d'espèces de pierres calcaires & de marbres.

Enfin on en voit dans le cristal de roche & dans le quartz; & celles-ci, suivant M. Daubenton, ne sont ordinairement formées que par de petits espaces restés vides au milieu de ces pierres, ce qui en trouble la transparence & en détruit l'homogénéité.

Outre ces herborisations, M. Daubenton a observé celles que présentent les pierres de Nagueza en Espagne, & les accidens des pierres de Florence; mais ses recherches sur cet objet seront le sujet d'un autre Mémoire.

Il a examiné avec la même attention les empreintes des plantes qu'on trouve sur les schistes, & il y a reconnu dix espèces de plantes dont les analogues se trouvent parmi les plantes du pays où les carrières de ces pierres sont situées.

Ces recherches peuvent conduire à des conséquences très-curieuses sur l'époque de la formation & sur l'origine des substances dans lesquelles on observe des corps étrangers. On voit, par exemple, que dès le temps de la formation de ces schistes, le même pays produisoit déjà les mêmes végétaux qu'il produit encore.

On voit qu'antérieurement à la formation des agates, il existoit des terres couvertes de produits du règne végétal. Les observations de ce genre se multiplient de jour en jour, il arrivera un temps où elles deviendront des matériaux utiles à la formation d'une théorie générale de la Terre, & en attendant elles servent à détruire les systèmes qu'on s'est trop hâté d'élever.

SUR LE BERIL.

V. les Mém. p. 311.

CETTE pierre qui est connue sous le nom *d'aigue-marine*, lorsque sa couleur approche plus du bleu, & de *beril*, quand elle tire plus sur le vert, se trouve presque par-tout en prismes striés & tronqués. On ne l'avoit point connue d'abord sous sa forme cristallisée, & seulement sous cette forme arrondie qui caractérise les pierres roulées; mais depuis que l'Histoire naturelle a été plus cultivée, & que les correspondances entre les Naturalistes, se sont étendues, on a eu occasion de se procurer ces pierres telles qu'elles se trouvent dans le lieu même dont elles sont originaires; & par-tout elles affectent une forme semblable.

Celles que M. Sage a présentées à l'Académie, viennent, les unes de Saxe, les autres des montagnes de la Sibérie.

CHIMIE.

DE L'ACTION QUE L'ACIDE PHOSPHORIQUE EXERCE SUR LES HUILES.

M. Cornette continue dans ce Mémoire le grand travail V. les Mém. p. 219. qu'il a entrepris ſur la combinaiſon des Huiles graſſes, ſiccatives ou eſſentielles, avec tous les Acides connus : après avoir développé les phénomènes qu'éprouvent ces huiles, lorſqu'on les ſoumet à l'action des acides minéraux, il conſidère ici l'action de l'acide phoſphorique ſur ces mêmes ſubſtances : cet acide n'agit que lorſqu'il eſt dans un grand degré de concentration, & cette action ſe borne ſur les huiles graſſes & les huiles ſiccatives, à les altérer, ſans former avec elles de combinaiſon durable ; mais les huiles eſſentielles, ou du moins quelques principes de ces huiles, ſe combinent avec l'acide phoſphorique. Ce même acide a de l'action ſur l'eſprit-de-vin, & M. Cornette eſt parvenu à former, par ce moyen, une liqueur éthérée, mais il n'a point pouſſé aſſez loin ſes expériences pour avoir un véritable éther phoſphorique, & il s'eſt contenté d'en prouver la poſſibilité, & d'indiquer les moyens de le produire.

SUR DIFFÉRENTES ESPÈCES DE MINES.

V. les Mém. p. 307. L'OBJET de ces quatre Mémoires eſt l'analyſe de pluſieurs eſpèces de Mines encore peu connues. La première eſt une mine de biſmuth ſulfureux, de laquelle l'on retire ſoixante livres de biſmuth par quintal : M. Sage la compare avec une combinaiſon artificielle de biſmuth & de ſoufre, qui préſente à peu-près les mêmes formes & les mêmes phénomènes que la mine naturelle.

Page 310. Dans le ſecond Mémoire, M. Sage examine une mine d'antimoine arſenicale, qui ſe trouve dans les mines d'Allemont en Dauphiné, qui contient une beaucoup plus grande quantité d'antimoine que d'arſenic, & ne s'altère point à l'air, comme la pyrite arſenicale.

Page 315. La deſcription d'une mine de fer rougeâtre, criſtalliſée en priſmes aſſez ſemblables à ceux du baſalte, eſt l'objet d'un troiſième Mémoire. Cette mine ſe trouve en Allemagne; elle agit ſur l'aiguille aimantée; ſoumiſe à l'action d'un feu aſſez vif, ſa forme ne change point, mais les priſmes perdent de leur volume, & ſe rapprochent; la couleur de la mine devient noire, & dans cet état elle eſt plus attirable à l'aimant.

Page 316. Enfin, M. Sage décrit une mine de mercure ſous forme de chaux ſolide, elle eſt tirée d'Itria dans le Frioul; le mercure y eſt combiné avec l'air vital, & forme une eſpèce de précipité *per ſe* naturel. Le quintal de mine donne, par la diſtillation, quatre-vingt-onze livres de mercure coulant, & il reſte une poudre griſe que M. Sage a trouvé contenir de l'argent.

SUR L'ACIDE SULFUREUX.

V. les Mém. p. 597. L'ACIDE ſulfureux, dont on doit la connoiſſance à Stalh, eſt également produit par la combuſtion du ſoufre, ou par la diſtillation de l'acide vitriolique ſur les matières charb onneuſes;

charbonneuſes; & juſque dans ces derniers temps les Chimiſtes l'ont regardé comme une combinaiſon de l'acide vitriolique avec le phlogiſtique.

M. Berthollet a tenté de nouvelles expériences ſur cet acide. En diſtillant la combinaiſon de l'acide ſulfureux avec l'alkali fixe végétal, il eſt parvenu à en ſéparer du ſoufre, & le réſidu s'eſt trouvé être du tartre vitriolé. Il réſulte de cette expérience, que l'acide ſulfureux n'eſt autre choſe qu'une combinaiſon d'acide vitriolique & de ſoufre, ou bien une ſubſtance particulière, dans laquelle la ſubſtance qui, unie à l'air vital, forme l'acide vitriolique, ſe trouve en plus grande proportion que dans cet acide.

SUR L'AUGMENTATION DE POIDS

Qu'éprouvent le Soufre, le Phoſphore & l'Arſenic, lorſqu'ils ſont changés en Acide.

M. BERTHOLLET a diſtillé des mélanges de nitre & de ſoufre, d'acide nitreux & de ce même minéral; la première expérience lui a donné du tartre vitriolé, la ſeconde de l'acide vitriolique qu'il a combiné avec la terre peſante; & ces deux expériences l'ont également conduit à trouver que pour former l'acide vitriolique, il s'étoit combiné avec le ſoufre environ moitié de ſon poids d'air vital. V. les Mém. p. 602.

En diſtillant l'acide nitreux ſur du phoſphore, on obtient de l'acide phoſphorique, & dans cette opération le phoſphore ſe charge d'une quantité d'air vital égale & même un peu ſupérieure à ſon poids. Cette proportion ſe rapproche beaucoup de celle que M. Lavoiſier a trouvée en produiſant l'acide phoſphorique par la combuſtion.

Par des expériences ſemblables, M. Berthollet a prouvé qu'en ſe convertiſſant en acide, l'arſenic blanc ſe combine avec environ un neuvième de ſon poids d'air vital.

SUR LA DÉCOMPOSITION SPONTANÉE DES ACIDES VÉGÉTAUX.

V. les Mém. p. 608.

LES Chimistes avoient observé depuis long-temps, que tandis que les acides minéraux paroissoient inaltérables dans un grand nombre d'expériences, & sur-tout n'éprouvoient, lorsqu'ils étoient seuls, aucune espèce de changement, les acides végétaux au contraire étoient susceptibles même d'une décomposition spontanée. M. Berthollet a cru que l'observation des phénomènes que présente cette décomposition, pourroit conduire à des connoissances utiles sur la nature des acides, & même sur ce qui constitue le principe de l'acidité. La crême de tartre dissoute dans l'eau, & abandonnée à elle-même, lui a donné, au bout d'un long temps, une quantité d'alkali à peu-près égale à celle que l'on auroit obtenue par la combustion de la même substance; ce qui confirmeroit, s'il en étoit besoin, l'opinion de M.rs Margraf & Rouelle, sur l'existence de l'alkali dans le tartre. L'acide a paru complétement détruit, & il n'est resté que quelques parties d'une substance huileuse mêlée avec l'alkali, & une mucosité très-abondante, mais très-légère, qui se réduit presque à rien par la dessiccation, & laisse, après sa combustion, une très-petite quantité de cendre alkaline. En traitant la terre foliée du tartre par un procédé semblable, la décomposition du vinaigre lui a offert les mêmes phénomènes que celle de l'acide de la crême de tartre: mais le sel d'oseille ne s'est point décomposé; aussi cet acide ne contient-il point à beaucoup près, ni autant d'huile, ni autant de matière charbonneuse que les deux autres. M. Berthollet a observé que ce même sel d'oseille avoit beaucoup plus que la crême de tartre, la propriété de suspendre les progrès de la putréfaction. Il étoit naturel de penser que la décomposition du vinaigre & de l'acide de tartre, ne pouvoit se faire sans qu'il s'échappât une quantité considérable d'air vital;

cependant cette même décompoſition a lieu, quoique plus lentement, dans les vaiſſeaux clos, ſans être accompagnée d'aucune production de fluides aériformes : mais M. Berthollet obſerve que les acides en ſe décompoſant peuvent laiſſer échapper à la fois de l'air vital & de l'air inflammable; & qu'il eſt vraiſemblable que ces deux airs ſe combinent pour former de l'eau à meſure qu'ils ſe produiſent.

SUR LA CAUSTICITÉ DE L'ALKALI ET DE LA CHAUX.

NOUS avons vu dans un Mémoire de l'année 1780, l'explication que M. Berthollet a donnée de l'action qu'exercent ſur les ſubſtances animales, les ſels ou les précipités métalliques. Cette explication ne peut s'appliquer à la cauſticité des alkalis ou à celle de la chaux, ſoit qu'on regarde l'altération qu'éprouve le métal lorſqu'il ſe combine avec un acide & qu'il paſſe à l'état de la chaux, comme une perte de phlogiſtique, ſoit qu'on ne voie dans ce changement qu'une combinaiſon du métal avec l'air vital. Pour découvrir la cauſe de cette cauſticité, M. Berthollet a examiné l'action des alkalis cauſtiques ſur les ſubſtances animales. Il ſe produit alors une véritable combinaiſon, les alkalis perdent leur cauſticité; ſi on les mêle avec les acides, il ne ſe fait point d'effervescence, ce qui prouve que ce n'eſt point en ſéparant l'acide crayeux des matières animales, qu'ils en détruiſent l'organiſation. La ſubſtance animale ſe précipite alors, & n'eſt plus ſuſceptible de putréfaction; ſi on précipite cette même ſubſtance animale en mêlant l'alkali avec des diſſolutions métalliques, les ſubſtances animales ſe combinent avec les métaux; mais ſi on emploie des diſſolutions calcaires, cette combinaiſon n'a pas lieu: d'où il réſulte que la chaux n'a point, comme les alkalis, une véritable tendance à ſe combiner avec les matières animales, & n'agit ſur elles que par ſon affinité avec l'eau. Cette

V. les Mém. p. 616.

obſervation paroît expliquer pourquoi la magnéſie qui, malgré pluſieurs propriétés communes avec la chaux, n'a pas celle de ſe diſſoudre dans l'eau, n'exerce aucune action ſur les matières animales. Si on précipite ces diſſolutions des matières animales dans l'alkali, en y verſant une diſſolution d'alun, on obtient une combinaiſon de ſa terre avec ces ſubſtances; ce qui peut expliquer la propriété qu'a la terre d'alun de fixer les couleurs ſur la laine & la ſoie, & celle qu'ont certaines terres argileuſes de conſerver les corps qui y ſont depoſés. Les alkalis n'ont paru à M. Berthollet former aucune combinaiſon avec des ſubſtances végétales, tels que l'amidon & le ſucre. On auroit pu ſoupçonner que cette combinaiſon des alkalis & des matières animales, ne différoit point de celle qui eſt connue ſous le nom d'*alkali pruſſien;* mais M. Berthollet a trouvé que ces deux combinaiſons étoient eſſentiellement différentes.

SUR UN NOUVEAU MOYEN

D'AUGMENTER L'ACTIVITÉ DU FEU.

V. les Mém. p. 457.

LES Chimiſtes ſentent depuis long-temps l'utilité de pouvoir donner au feu une activité plus grande que celle où l'on peut le porter dans les fourneaux ordinaires; on y eſt parvenu juſqu'à un certain point, en perfectionnant la forme & la conſtruction des fourneaux, mais les limites de cette augmentation ont été très-étroites. L'uſage des verres lenticulaires a donné d'abord de grandes eſpérances, mais ce moyen étoit très-borné en lui-même, par la difficulté extrême de ſe procurer & de travailler d'aſſez grandes maſſes de verre: les loupes à eau, connues depuis long-temps, offrent moins de difficultés, & celle que M. de Bernieres a exécutée pour M. Trudaine, dans de très-grandes dimenſions, a pu être employée à des expériences très-curieuſes; mais le prix de ces inſtrumens, la difficulté de les manier, la néceſſité d'employer une ſeconde loupe pour réunir les rayons, la crainte bien fondée de ne pouvoir en augmenter la grandeur fort au-delà de ce premier essai, ont fait craindre qu'on ne se bornât à les employer pour quelques expériences isolées, presque uniquement destinées à en constater les effets, & qu'elles ne devinssent jamais un instrument à la portée des Chimistes.

La loupe à échelons, proposée par M. de Buffon, exécutée & perfectionnée par M. l'abbé Rochon, seroit plus utile, sur-tout, si, comme on le peut, sans en diminuer beaucoup l'effet, on la construisoit de plusieurs pièces; en effet, on peut alors en augmenter ou en diminuer la grandeur à volonté, & suivant l'intensité de chaleur qu'on veut produire: mais cette loupe n'a point encore été entre les mains d'aucun Chimiste, & l'on ignore jusqu'à quel point elle peut être utile à des expériences qui exigent que l'on puisse recueillir les résultats sans peine, & les examiner avec précision.

Le moyen proposé par M. Lavoisier est d'une autre nature, il consiste à faire servir d'aliment au feu, non l'air commun, mais l'air vital: on sait que cet air qui n'est qu'environ un quart de celui de l'atmosphère, est la seule partie de ce dernier fluide qui serve d'aliment au feu. L'expérience a prouvé le succès de cette idée ingénieuse, & M. Lavoisier est parvenu le premier de tous les Chimistes, à fondre la platine, seulement en dirigeant sur un charbon dans lequel il avoit mis quelques grains de platine, un courant d'air vital contenu dans une vessie qu'on pressoit avec les mains: il ne s'agissoit donc plus que d'avoir un moyen moins grossier & plus commode de se procurer un courant de cet air, qu'on pût diriger & ménager à volonté. M. Lavoisier imagina une espèce de soufflet hydraulique, dans lequel une caisse pleine d'air vital, en descendant verticalement dans une caisse pleine d'eau, forçoit cet air à passer par un tuyau terminé comme le soufflet d'une lampe d'Émailleur. L'extrémité de ce tuyau étoit fermée d'un alliage de platine, d'argent & d'or, propre à résister à un degré de chaleur très-violent.

M. Meusnier a perfectionné ce soufflet, en y ajoutant un V. les Mém. p. 466.

appareil, au moyen duquel on peut à la fois mesurer avec exactitude & le volume d'air qui en sort, & la pression constante exercée sur cet air, ce qui en donne la densité; cette mesure a même une grande précision, ce qui rend cet instrument de la plus grande utilité dans la plupart des expérienes qu'on peut faire avec les fluides aériformes; on voit en effet combien cette méthode est plus expéditive, plus commode, plus applicable à des expériences en grand, que celle qu'on étoit réduit à employer, & qui consistoit à mesurer sous des cloches placées sur l'eau ou le mercure, la quantité d'air qu'on vouloit employer. M. Lavoisier ne donne dans ce volume que le résultat des expériences qu'il a faites avec cet agent sur les pierres précieuses, elles l'ont conduit à en distinguer quatre genres différens, sans y comprendre le diamant qui a, comme l'on sait, la propriété très-singulière de brûler en entier dans le feu.

V. les Mém. p. 476.

Les premières, comme le rubis & le saphir, s'amollissent au feu, assez pour se réunir & ne former qu'un seul corps, elles paroissent absolument fixes, leur couleur est altérée mais n'est pas détruite.

L'hyacinthe perd sa couleur, & du reste présente les mêmes phénomènes que le saphir & le rubis.

D'autres, comme les topazes, sont décolorées, & se fondent en globules blancs & sans transparence, comme la porcelaine ou le quartz blanc.

Un grand nombre enfin, comme les émeraudes & les grenats, perdent leur couleur propre & se changent en un verre opaque & coloré.

M. Lavoisier se propose de donner dans un autre Mémoire les détails de ses expériences sur les terres & les substances regardées comme les plus réfractaires, il se contente d'en présenter ici quelques quelques résultats.

L'or & l'argent soumis à l'action de ce nouveau feu, se volatilisent, tous les autres métaux y brûlent; les chaux métalliques donnent également de la flamme, ainsi que la terre pesante; ce qui confirme l'opinion de M. Bergman sur cette terre qu'il regarde comme métallique, quoique jusqu'ici on n'ait pu se procurer le régule qui y correspond.

La terre d'alun se vitrifie seule, mais aucune des terres alkalines n'a cette propriété, quoique toutes puissent servir de fondans : toutes les pierres silicées sont fusibles, le quartz même donne des signes de fusion, tandis que le cristal de roche reste absolument réfractaire. Enfin tous les sels se volatilisent lorsqu'ils sont soumis à cette action.

On sent que cette méthode doit être une mine féconde de découvertes & d'observations curieuses; c'est un moyen nouveau que la Chimie doit à M. Lavoisier, & par conséquent un nouveau droit qu'il acquiert à la reconnoissance de tous cenx qui cultivent cette Science. L'utilité même de ce moyen ne doit pas se borner aux découvertes théoriques qui en seront les suites. Le moyen lui-même, & les nouveaux produits qu'on pourra former en l'employant, ne peuvent manquer de devenir très-utiles dans un grand nombre d'opérations des Arts. Jusqu'ici à la vérité l'air vital est d'un prix qui semble éloigner de pareilles espérances, mais on sait qu'il existe en grande quantité dans l'eau & dans l'air; & à mesure que le besoin d'en avoir pour les expériences se fera plus sentir, on est en droit d'espérer que les méthodes de l'obtenir se multiplieront & se perfectionneront.

SUR LES MOYENS D'ÉPROUVER LA SALUBRITÉ DE L'AIR.

LE fluide de l'atmosphère ne contient qu'environ un quart de son poids d'air vital, c'est-à-dire, de celui qui est nécessaire à la conservation des animaux. Il étoit naturel de regarder la plus grande ou la plus petite proportion de cet air, comme une échelle propre à mesurer le plus ou le moins de salubrité de l'atmosphère ; ce n'est pas que l'on puisse supposer cette salubrité rigoureusement proportionnelle à la quantité d'air vital, ni qu'il soit bien sûr que l'air vital très-pur convienne mieux à l'économie

V. les Mém. p. 486.

animale, que ce même air altéré dans certaines proportions: il eſt même vraiſemblable que ce fluide très-actif pourroit avoir des effets dangereux, ſi on le reſpiroit pur pendant long-temps; mais on peut aſſurer que dans l'état commun de l'atmoſphère, la ſalubrité croît & decroît avec la proportion de cet air vital. On a donc avec raiſon donné le nom d'*eudiomètre*, à un inſtrument propre à meſurer la quantité réelle de cet air, contenue dans un volume donné d'air atmoſphérique; ce moyen conſiſte à mêler des quantités déterminées d'air atmoſphérique & d'air nitreux, & à obſerver la diminution cauſée par la combinaiſon de l'air nitreux avec l'air vital, qui produit alors de l'acide nitreux ſous forme fluide. Si l'on avoit de l'air nitreux abſolument pur, il ſeroit facile en ſaiſiſſant le point où ceſſe la combinaiſon, de déterminer avec exactitude, la quantité d'air vital, contenue dans celui qu'on examine; mais il s'en faut beaucoup qu'on puiſſe regarder l'air nitreux comme pur ni même comme altéré conſtamment au même degré.

Si l'on ne vouloit avoir que la proportion de l'air vital dans différens airs qu'on voudroit comparer, on la trouveroit facilement en mêlant avec une portion de chaque air, une égale portion d'air nitreux, toujours plus que ſuffiſante pour abſorber toute la partie d'air vital: la quantité de cet air dans les différens fluides que l'on compare, eſt alors en effet proportionnelle à la diminution qu'ils éprouvent.

Mais il eſt aiſé de voir que ſi l'on connoît une ſeule fois pour de l'air vital & de l'air nitreux très-purs, la proportion ſuivant laquelle ils ſe combinent, on parviendra, par un calcul très-ſimple, à s'aſſurer de la quantité réelle d'air vital contenue dans chaque air ſoumis à l'examen, pourvu que l'on emploie une quantité d'air nitreux plus que ſuffiſante; ou bien à connoître la quantité réelle d'air nitreux contenue dans une partie donnée de celui qu'on emploie, pourvu que l'on emploie une portion de cet air plus petite qu'il ne faut pour détruire la totalité de l'air vital.

D'après une ſuite d'expériences très-préciſes, M. Lavoiſier trouve

trouve qu'il faut de soixante-six à soixante-neuf parties d'air nitreux pur, pour absorber quarante parties d'air vital également dans l'état de pureté: ainsi l'on peut déjà connoître à un centième près, la quantité d'air vital contenue dans l'air que l'on examine; on détermine même avec plus de précision le rapport des quantités de cet air dans les différens fluides que l'on soumet aux expériences; & cette exactitude que M. Lavoisier se propose d'augmenter encore, peut déjà suffire à nos besoins; car il est vraisemblable que de plus petites différences dans la quantité d'air vital que contient l'air atmosphérique, n'en produiroient que d'insensibles dans la salubrité de l'air, & dans ses effets sur l'économie animale.

SUR LES DISSOLUTIONS MÉTALLIQUES.

JUSQUE dans ces derniers temps, on a regardé la dissolution d'un métal dans un acide, comme la combinaison immédiate du métal & de l'acide, de même que les dissolutions alkalines sont la combinaison de l'acide & de l'alkali; l'eau employée dans ces dissolutions, étoit regardée comme un simple véhicule indifférent dans la combinaison. L'examen des précipités métalliques qui pour la plupart, sont bien éloignés de présenter le métal dans l'état où il étoit avant la dissolution, faisoit seulement naître des doutes que les explications ingénieuses proposées par quelques Chimistes, n'avoient pas dissipés. Il étoit à la vérité bien difficile de pénétrer plus avant, tant que l'on n'avoit pas les moyens de recueillir & de soumettre à l'examen les fluides aériformes que les opérations chimiques dégagent ou absorbent: mais ces mêmes moyens une fois découverts, devoient inspirer aux Chimistes le desir d'analyser avec exactitude une opération dont les phénomènes & les résultats intéressent à la fois la Chimie & les Arts: tel est le but que M. Lavoisier s'est proposé, & voici la méthode qu'il a suivie.

V. les Mém. p. 492.

Prenons pour exemple la diſſolution du fer dans l'acide nitreux ; avant le mélange, l'on a du fer, de l'acide nitreux & de l'eau ; c'eſt-à-dire, du fer, de l'air nitreux, une portion de principe oxygine qui entre dans la compoſition de l'acide nitreux, une autre portion du même principe qui entre dans celle de l'eau ; enfin l'air inflammable qui s'eſt combiné avec le principe oxygine pour former de l'eau : & M. Lavoiſier détermine, par des méthodes très-préciſes, & dont la plus grande partie lui eſt dûe, quelle eſt, dans l'eſpèce d'acide nitreux employé dans une diſſolution, la quantité de l'acide & celle de l'eau, & quelle eſt la proportion des fluides aériformes qui compoſent ces deux ſubſtances.

En précipitant le fer de ſa diſſolution, par un alkali cauſtique, on a de l'éthiops martial pour lequel on détermine la quantité d'air vital ou de principe oxygine qu'il contient, & un ſel neutre ; & l'on cherche la quantité d'eau & celle d'acide nitreux qui ont contribué à le former.

On connoît avec exactitude par cette opération, la quantité d'eau, d'acide nitreux, d'éthiops martial dont la combinaiſon immédiate conſtitue la diſſolution métallique ; on ſait quelle partie du principe oxygine combiné avec le fer pour former l'éthiops martial, eſt dûe à la décompoſition de l'eau ou à celle de l'acide nitreux, & par conſéquent quelles quantités d'air inflammable & d'air nitreux ſe ſont dégagées pendant l'opération.

On voit aiſément comment la même analyſe s'applique aux autres diſſolutions métalliques. Il faut obſerver que toutes les opérations faites avec le même acide & le même métal, ne donnent pas des réſultats toujours ſemblables ; par exemple, le fer ſe combine avec une plus grande quantité de principe oxygine, ſi l'on donne au mélange un plus grand degré de chaleur. Une autre obſervation très-curieuſe, c'eſt que ſi on mêle du fer à cette diſſolution, le fer attaque encore l'acide nitreux & l'eau, les décompoſe, ſe diſſout dans l'acide nitreux ſous la forme d'éthiops martial, tandis que le fer qui a été diſſous le premier, ſe ſurcharge du principe oxygine, & eſt précipité ſous la forme d'ocre.

Dans cette analyſe, M. Lavoiſier a employé des formules algébriques qui lui ont paru propres à préſenter d'une manière plus nette, plus préciſe & plus ſenſible, les réſultats auxquels l'expérience l'a conduit; & nous devons ajouter qu'il n'en a point abuſé, mérite très-rare dans ceux qui tranſportent dans une Science, les expreſſions & les procédés d'une autre.

Il n'en eſt point auxquelles des formules telles que M. Lavoiſier les donne ici pour les opérations chimiques, ne ſoient très-utiles: en effet, les formules algébriques ne ſont autre choſe qu'une méthode ſimple, générale, & ſur-tout préciſe, d'exprimer des combinaiſons d'idées bien déterminées; c'eſt la ſeule langue qui ne laiſſe jamais rien de vague ou équivoque.

Nous rappellerons que M. Lavoiſier donne le nom de *principe oxygine,* à la partie de l'air vital qui entre dans la compoſition de tous les acides qui s'uniſſent aux métaux, les réduit à l'état de chaux, & produit l'air vital lorſqu'elle ſe combine avec le principe de la chaleur. Les faits nouveaux qui ont été obſervés depuis quelques années, ont obligé les Chimiſtes, ſinon à totalement abandonner, du moins à modifier la doctrine de Stalh, au point que la queſtion de ſavoir ſi le principe de la chaleur appartient aux corps combuſtibles ou à l'air vital, agent néceſſaire de la combuſtion, eſt preſque la ſeule qui puiſſe partager encore les partiſans des deux opinions; & cette queſtion eſt bien difficile à décider par des expériences immédiates.

SUR LES

QUANTITÉS DE PRINCIPE OXYGINE,

Combinées dans les Précipités métalliques.

V. les Mém. p. 512.

M. BERGMAN avoit trouvé un moyen très-ingénieux de meſurer la quantité de phlogiſtique contenue dans les différens métaux ; comme dans les diſſolutions par les acides ils ſont dans l'état de chaux, & que précipités par les autres métaux ils reprennent la forme métallique, on doit en conclure que la quantité de phlogiſtique dans un métal eſt à celle que contient une maſſe égale d'un autre métal, comme la quantité du ſecond néceſſaire pour précipiter une maſſe donnée du premier, eſt à cette même maſſe ; par exemple, ſi trente-une livres de cuivre précipitent cent livres d'argent, on peut dire que les quantités de phlogiſtique contenues dans l'argent & dans le cuivre, ſont entr'elles comme 31 eſt à 100.

Mais ce raiſonnement ſuppoſe que la calcination d'un métal conſiſte à le priver de ſon phlogiſtique ; auſſi M. Lavoiſier, qui eſt très-éloigné d'admettre ce principe, & qui l'a même combattu avec ſuccès, a-t-il cru devoir employer au contraire cette même méthode pour déterminer dans quelle proportion les métaux ſe chargent du principe oxygine dans ces mêmes opérations. Comme on peut varier les précipitations de pluſieurs manières différentes, on a néceſſairement l'avantage très-grand de pouvoir comparer les réſultats obtenus par des méthodes différentes.

Enfin on peut comparer ces réſultats avec ceux que donneroit immédiatement la calcination des ſubſtances métalliques.

On ſent qu'on ne doit pas s'attendre ici à une correſpondance parfaite, d'abord la plupart des métaux ſont ſuſceptibles de ſe charger d'une plus ou moins grande quantité de principe oxygine; & de plus il y en a plusieurs qui même sous la forme métallique en contiennent plus ou moins.

Mais malgré ces différences, la Table que M. Lavoisier publie dans ce Mémoire, est propre à donner une idée plus exacte des phénomènes qui se présentent dans ces opérations, & une mesure plus précise des quantités de principe oxygine dont les métaux peuvent s'emparer.

SUR LA COMBINAISON DU FER AVEC LE PRINCIPE OXYGINE.

ON a vu dans les Mémoires précédens, que la combinaison du fer avec le principe oxygine dans de certaines proportions, étoit précisément ce qu'on appelle l'*éthiops martial:* si on calcine l'éthiops à l'air libre, il se change en ocre jaune, & il augmente de poids. Dans cet état le fer est uni à une plus grande quantité de principe oxygine & à quelques parties d'air fixe ou air acide crayeux : poussé au feu dans les vaisseaux fermés, il perd ce dernier air & même une partie du principe oxygine, il redevient de véritable éthiops, & le feu cesse d'avoir aucune action sur lui. V. les Mém. p. 541.

C'est dans l'état d'éthiops martial que le fer est dissous dans les acides, mais plus cet éthiops est chargé de principe oxygine, moins les acides l'attaquent, il devient même presque inattaquable s'il en est surchargé jusqu'à devenir ce qu'on appelle *ocre,* & alors au contraire ce sont les alkalis qui ont une plus grande tendance à se combiner avec lui.

L'éthiops se forme également, soit qu'on mêle la limaille de fer avec de l'eau, du vinaigre, de l'acide nitreux, de l'acide vitriolique plus ou moins concentré; mais le principe oxygine qui s'unit au fer, est dû tantôt à l'eau, tantôt à l'acide qu'on emploie, tantôt aux deux ensemble: on observe même que si on emploie de l'acide vitriolique concentré, c'est à l'acide seul que le fer enlève ce principe; & que si cet acide est étendu dans l'eau, c'est alors de cette dernière substance qu'il le sépare.

Les différentes eſpèces de fer connues, ſont ſuſceptibles d'augmenter plus ou moins de poids par la diſſolution dans un acide ; or, cette différence paroît tenir à la quantité plus ou moins conſidérable d'éthiops déjà formé dans ces différentes eſpèces de fers, en ſorte que l'on aura un moyen très-ſimple de les eſſayer, & de connoître pour chacun, la portion d'éthiops qu'il contient, par les différentes augmentations de poids que les différens fers éprouveront dans la même opération.

C'eſt ſur-tout par la quantité d'air inflammable qui ſe dégage de la diſſolution du fer dans l'acide vitriolique étendu d'eau, que M. Lavoiſier propoſe de déterminer cette proportion ; en effet, le principe oxygine dont ſe charge le fer, eſt alors fourni par l'eau, & l'on connoît les proportions de ce principe & d'air inflammable qui entrent dans ce fluide.

En plongeant le fer rouge dans l'eau, il ſe dégage de l'air inflammable, & la ſuperficie ſe change en éthiops, ſubſtance plus dure & plus caſſante que le fer : la même transformation a lieu dans la trempe de l'acier, opération à laquelle il doit ſa dureté; auſſi ne réuſſit-elle pas ſi on emploie, au lieu d'eau, des fluides qui ne peuvent pas fournir au fer du principe oxygine en abondance : & de plus on obſerve que ſi on eſſaie de diſſoudre dans de l'acide vitriolique affoibli, un cylindre d'acier trempé, les premières couches, qui ſont de l'acier, dégagent moins d'air inflammable, & abſorbent moins de principe oxygine que les couches ſuivantes qui ſont reſtées dans l'état de fer. Le recuit ſert à unir plus étroitement la couche d'éthiops martial, le véritable acier, à celle qui eſt reſtée dans l'état de fer ordinaire : on voit auſſi pourquoi l'acier eſt moins ſujet que le fer à être attaqué par l'air & par l'eau. Ce qui eſt éthiops a de la dureté & de la roideur, mais ſe caſſe aiſément, le reſte a conſervé le liant & la malléabilité du fer, & cette conſidération a influé ſur la forme des inſtrumens d'acier deſtinés à différens uſages; ainſi les raſoirs très-épais par le dos, ſont terminés par un tranchant très-fin & aſſez large, & l'on a évité par ce moyen l'inconvénient d'avoir des inſtrumens trop faciles à ſe briſer,

& celui de les voir s'uſer trop promptement ; en effet, dans cette conſtruction toute la partie mince de la lame trempée dans toute ſon épaiſſeur, peut former ſucceſſivement le tranchant de l'inſtrument.

SUR LES AFFINITÉS DU PRINCIPE OXYGINE.

LES Tables d'affinités ſont deſtinées à repréſenter les loix conſtamment obſervées dans les phénomènes de la Chimie ; à la vérité ces loix varient quelquefois ſuivant les différens degrés de chaleur qu'on applique aux corps ; & de plus comme on a obſervé qu'en mêlant deux ou trois ſubſtances compoſées, ce n'étoit pas toujours à l'action de ces ſubſtances elles-mêmes, mais à celle de leurs principes conſtituans devenus libres, & agiſſans ou ſeuls ou par de nouvelles combinaiſons, qu'il falloit attribuer ces phénomènes ; on ſent combien il eſt difficile qu'une Table des affinités, les repréſente tous, en explique ou en faſſe deviner de nouveaux, & qu'elle ne ſoit pas ſujette à un grand nombre d'exceptions. V. les Mém. p. 530.

Mais ces difficultés n'ont pas rebuté les Chimiſtes, en au-lieu de renoncer aux Tables d'affinités, ils ont jugé avec raiſon qu'il ſeroit plus utile & plus philoſophique de chercher à les perfectionner, & de ne les employer qu'avec réſerve.

M. Lavoiſier préſente ici la Table des affinités du principe oxygine, elle contient les affinités de vingt-cinq ſubſtances avec ce principe. Une ſubſtance priſe dans cette colonne, ſépare du principe oxygine toutes celles qui ſont au-deſſous, & en eſt ſéparée par toutes celles qui ſont au-deſſus.

Une grande partie des expériences néceſſaires pour former cette Table, appartiennent à M. Lavoiſier & ſont expoſées dans les différens Mémoires qu'il a publiés.

MÉTÉOROLOGIE.

SUR LES COURANS D'AIR OPPOSÉS.

V. les Mém. p. 650.

L'OBSERVATION des nuages a fait connoître depuis long-temps, que les courans d'air suivoient, à différens degrés de hauteurs, des directions opposées, ou se croisant sous différens angles; mais comme la hauteur des nuages ne peut être déterminée avec exactitude; comme souvent même leur changement de forme empêche d'observer leur direction d'une manière certaine, on étoit borné à savoir que ces courans opposés existoient réellement, & qu'ils pouvoient quelquefois servir à prédire les variations de l'atmosphère. Les globes aérostatiques nous ont offert des moyens de faire ces observations avec plus de sûreté & de précision, puisqu'on peut connoître à peu-près par l'observation, leur hauteur, leur direction & leur vitesse: en même temps ces différentes directions de courans peuvent fournir aux observateurs qui s'élèvent dans ces machines, des moyens de diriger leur route, même en se bornant à profiter de ces courans: on a vu en effet dans l'expérience du 1.er Décembre 1783, deux globes partis du même lieu & à peu-près dans le même temps, mais dont l'un s'est élevé plus haut que l'autre, descendre l'un à Vincennes, & l'autre à Pontoise.

L'objet de M. le Monnier, dans ce Mémoire, est d'exposer en détail les observations faites, soit par lui-même, soit par M.rs l'abbé Rochon & Méchain, sur la direction & les différentes hauteurs de ces deux aérostats.

Nous

Nous n'avions eu jusqu'ici qu'à rendre un juste tribut d'éloge aux Auteurs de cette découverte, à nous occuper des moyens de la perfectionner, ou de l'employer aux progrès de quelques parties des connoissances humaines, à admirer enfin l'intrépidité & le succès des premiers Navigateurs aériens; mais nous avons de plus aujourd'hui à déplorer un accident funeste; le premier qui ait osé tenter cette entreprise hardie, en a été la première victime dans un troisième voyage, & a augmenté le nombre malheureusement trop grand, des martyrs de l'amour des Sciences, & du zèle pour leurs progrès. Une immortalité honorable doit être du moins le prix de leur dévouement; & l'Académie qui s'est occupée des aérostats, qui a senti toute l'utilité qu'on pouvoit espérer de cette découverte, prévu les dangers auxquels elle exposoit, & cherché les moyens d'en préserver, s'empresse de consacrer dans ses fastes le nom de M. Pilatre, & les regrets que doit causer sa perte à tous les amis des Sciences & de l'humanité.

ANALYSE.

SUR UN PROJET DE CADASTRE.

V. les Mém. p. 620.

L'ASSEMBLÉE provinciale de la haute Guyenne ayant demandé à l'Académie ſon avis ſur un Projet pour la réforme du Cadaſtre de cette Province, les Commiſſaires ont rendu compte de ce Projet à la Compagnie, & c'eſt leur Rapport qui a été inſéré dans ce volume.

Les objets les plus ſuſceptibles d'une diſcuſſion ſcientifique, étoient 1.° de ſavoir ſi la diviſion des différentes terres en claſſes, n'introduiſoit pas dans la proportion de l'impôt une erreur plus grande que celle qui eſt inévitable dans les eſtimations: 2.° d'examiner ſi par la méthode propoſée de faire partiellement la réforme du Cadaſtre, on pouvoit ſe flatter d'atteindre à l'exactitude néceſſaire; & l'Académie a jugé que ſur ces deux points les Auteurs du Projet avoient ſuivi une marche ſimple, & qui les mettoit à l'abri de toute erreur ſenſible.

On propoſoit dans ce même Projet de joindre aux eſtimations néceſſaires pour chaque terre, des détails phyſiques ſur l'expoſition, la nature du terrein, celle des pierres qui s'y trouvoient mêlées, des eſpèces de plantes qui y croiſſoient ſpontanément, &c. L'Académie a vu dans ces Obſervations un moyen de vérification, qui pouvoit être utile, & en même-temps celui d'obtenir un très-grand nombre d'obſervations importantes aux progrès de l'Agriculture, obſervations qu'il auroit été difficile de raſſembler par un autre moyen.

SUR UNE
NOUVELLE MÉTHODE D'APPROXIMATION.

PLUS l'analyſe s'eſt étendue, & à meſure qu'on a mieux ſenti de combien d'applications utiles ou curieuſes elle étoit ſuſceptible, on a dû ſentir auſſi tout l'avantage des méthodes d'approximation, ſouvent les ſeules qu'on puiſſe employer, toujours plus ſimples & d'un uſage plus prompt que les méthodes rigoureuſes, enfin preſque toujours dans les applications à des uſages réels, auſſi exactes que les méthodes même rigoureuſes, dont l'exactitude eſt alors néceſſairement du même ordre que celle des obſervations. Les méthodes d'approximation ne ſe bornent point à ſuppléer à celles qui manquent à l'analyſe, ſouvent elles ſont auſſi néceſſaires pour diſpenſer de calculs que leur longueur rendroit abſolument impraticables. Celles que propoſe ici M. de la Place, ont ce double avantage: elles ont pour objet de donner une valeur approchée des formules qui renferment de très-grands nombres dans leurs expoſans, ou qui ſont compoſées d'un très-grand nombre de facteurs; ſi ces formules ſont telles qu'on puiſſe avoir leur expreſſion rigoureuſe, alors la méthode rend le calcul praticable, permet d'appliquer les nombres à ces formules, & par conſéquent d'en faire un uſage utile; ſi les méthodes connues ne peuvent conduire à l'expreſſion rigoureuſe de ces formules, alors la méthode de M. de la Place donne à la fois une valeur approchée de la formule, & une expreſſion ſimple à laquelle il eſt poſſible d'appliquer le calcul numérique.

V. les Mém. p. 1.

Cette méthode s'applique également aux quantités exprimées par des intégrales, quel que ſoit le nombre des ſignes d'intégrations répétées, & celui des variables renfermées ſous ces ſignes, & aux quantités données par des équations linéaires quelconques. L'application de cette méthode au calcul des probabilités, eſt un des avantages les plus immédiats qu'elle préſente: en effet, des problèmes en apparence aſſez ſimples, y conduiſent à des formules analytiques auxquelles il ſeroit très-long, ſouvent même impoſſible d'appliquer des nombres, & la nouvelle méthode conduit alors à des formules approchées & ſuſceptiles d'être réduites en nombres avec beaucoup de facilité. M. de la Place ſe propoſe de donner dans les volumes ſuivans, pluſieurs applications de ce genre, propres à faire mieux ſentir l'utilité de ſa méthode, & à en faire mieux connoître l'eſprit & les procédés.

SUR L'ÉVALUATION DES DROITS ÉVENTUELS.

V. les Mém. p. 674.

CE Mémoire a pour objet de déterminer la valeur totale pour un moment donné, de ſommes qui peuvent être reçues un nombre indéfini de fois à des époques dépendantes d'évènemens, dont la probabilité n'eſt connue que par l'obſervation des évènemens ſemblables.

On s'eſt borné à donner les formules générales qui repréſentent ces valeurs, dans différentes hypothèſes, dont chacune, ſuivant la nature du droit qu'on veut évaluer, & celle des obſervations qui doivent ſervir de baſe au calcul, a paru propre à repréſenter plus exactement la valeur moyenne de ces droits.

Ces mêmes méthodes peuvent s'appliquer à d'autres queſtions ſemblables, il en eſt même un aſſez grand nombre dont la ſolution pourroit être utile, mais les différens principes, d'après leſquels on doit chercher à y appliquer les formules algébriques, ſont trop étrangers à l'Analyſe, & ces diſcuſſions auroient pu paroître déplacées.

ASTRONOMIE.

SUR
LA FIGURE DES PLANÈTES.

LA Théorie que donne ici M. de la Place, eſt une des parties les plus importantes du Syſtème du Monde, & elle préſentoit aux Géomètres des difficultés qui, heureuſement, ne leur ont inſpiré que le deſir de les vaincre. Pluſieurs hommes illuſtres dans les Sciences mathématiques, ont réſolu ſucceſſivement d'une manière plus ou moins complète, une partie de ces difficultés. Il reſtoit à terminer l'ouvrage qu'ils avoient heureuſement commencé, à employer à ces mêmes queſtions les nouvelles méthodes, dont l'Analyſe s'eſt enrichie, à préſenter, d'une manière méthodique, l'enſemble de ces travaux épars, & ce qu'il avoit fallu y ajouter pour compléter cette Théorie. Tel eſt l'objet que M. de la Place s'eſt propoſé, & qu'il a rempli dans ce Mémoire. V. les Mém. p. 113.

APPLICATION
DES
MÉTHODES ANALYTIQUES À L'ASTRONOMIE.

DANS ce dix-ſeptième Mémoire, M. du Séjour applique ſes méthodes à la détermination de la parallaxe de la Lune; cet élément important en Aſtronomie, étoit un des principaux V. les Mém. p. 321.

objets du voyage de M. l'abbé de la Caille, au Cap de Bonne-eſpérance; il regardoit, avec la plupart des Aſtronome, les obſervations correſpondantes de la Lune, faites à peu-près ſous le même Méridien, & à des latitudes fort différentes, comme le meilleur moyen de ſe procurer une détermination exacte de la parallaxe de cet Aſtre. C'eſt aux obſervations de ce célèbre Aſtronome, comparées à toutes celles qui ont été faites en Europe dans le même temps, que M. du Séjour applique l'analyſe, & il en déduit des valeurs de la parallaxe, dont l'accord entr'elles prouve la bonté de la méthode & l'exactitude des obſervations.

SUR LA DURÉE DE L'ANNÉE.

V. les Mém. p. 227.

SI la détermination de la durée de l'année ſolaire eſt une des queſtions les plus importantes de l'Aſtronomie, une de ces baſes fondamentales ſur leſquelles l'édifice de toute la Science eſt appuyée, l'hiſtoire des efforts qu'ont faits les hommes pour parvenir à connoître cette durée, eſt une des parties les plus curieuſes de celle de l'eſprit humain. Dès la naiſſance des Sociétés, on dut ſans doute connoître les jours, & obſerver l'égalité de leur durée; apprendre enſuite à meſurer le jour par l'eſpace écoulé entre deux paſſages du Soleil ou d'une Étoile au Méridien; obſerver de quel nombre de jours une lunaiſon eſt compoſée; reconnoître, par l'ordre des ſaiſons, par le retour du lever & du coucher du Soleil aux mêmes points de l'horizon, l'exiſtence d'une année ſolaire, comparer ſa durée avec celle des jours & des lunaiſons, s'en ſervir pour partager l'année en mois correſpondans à peu-près aux lunaiſons, & les mois en périodes de dix jours, parce que l'Arithmétique décimale s'eſt établie naturellement preſque par-tout, ou en ſemaines, à cauſe des quatre phaſes de chaque révolution lunaire. Mais comme l'année ſolaire contient plus de douze & moins de treize lunaiſons, cette diviſion de l'année offrit bientôt des irrégularités aſſez embarraſſantes, & il fallut, pour rétablir l'ordre, conſulter quelques hommes plus habiles que les autres. Preſque partout les premiers Aſtronomes ont été Prêtres, ſoit que ces Aſtronomes, réunis en Corps, aient eu l'idée de lier leur ſcience au culte religieux, pour augmenter leur crédit, ſoit que des Prêtres déjà établis, ſe ſoient emparés de l'Aſtronomie comme d'un moyen de plus de régner ſur l'eſprit des Peuples; car le mélange des idées aſtronomiques avec les dogmes & les cérémonies de preſque toutes les anciennes religions, rend l'une ou l'autre de ces opinions également probable. Cependant, dans les pays où l'eſpèce humaine a fait des progrès, l'Aſtronomie, en devenant une véritable ſcience, s'eſt peu-à-peu ſéparée du Sacerdoce, & a fini à n'avoir plus avec lui d'autre rapport que de ſervir à régler l'année religieuſe, comme elle règle l'année civile.

M. de la Lande commence le Mémoire ſur la durée de l'année, par examiner ſi, comme on l'a dit, elle n'a été long-temps que de trois cents ſoixante jours, & il prouve très-bien, que du moment où l'on a imaginé de comparer aux Étoiles le lever & le coucher du Soleil, on a dû très-promptement faire les années de trois cents ſoixante-cinq jours, puiſqu'il étoit impoſſible de ne pas s'apercevoir, au bout de très-peu d'années, d'une erreur ſi groſſière. Si donc on a continué de ſe ſervir pour l'année religieuſe ou civile, d'années de trois cents ſoixante jours, cela prouveroit ſeulement l'empire des anciens uſages ſur le Peuple, & le peu de crédit des Savans ſur ceux qui le gouvernent; c'eſt un double mal, mais l'origine en remonte à celle du genre humain, & on eſt ſans doute encore bien loin d'en voir diſparoître les dernières traces.

L'addition de ſix heures aux trois cents ſoixante-cinq jours, eſt très-moderne, ſuivant M. de la Lande, il ne lui croit guère qu'environ deux mille ans d'antiquité: le temps & des obſervations groſſières ſuffiſoient encore pour en ſentir la néceſſité.

Mais cette détermination eſt encore inexacte; & Hipparque, le premier qui ait porté quelque exactitude dans l'Aſtronomie, Hipparque qui en eſt pour nous le véritable fondateur, né chez ce peuple Grec ſi peu nombreux, & le ſeul de l'antiquité, qui ait eu le génie des Sciences, eſt auſſi le premier qui, par une méthode certaine & la même que l'on emploie encore aujourd'hui, ait fixé avec préciſion la durée de l'année tropique; il la donne, à un peu plus de ſix minutes près, telle que M. de la Lande la trouve dans ce Mémoire, en employant toutes les obſervations faites depuis Hipparque juſqu'à nous, & tout ce que la perfection des inſtrumens, l'exactitude des méthodes, les progrès de la théorie, lui donnoient d'avantages ſur l'Aſtronome Grec.

Cette année eſt de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$; les obſervations d'Hipparque, celles des ſeizième & dix-ſeptième ſiècles, celles des Aſtronomes de ces derniers temps, conduiſent à des réſultats ſi approchés de ce réſultat moyen, qu'on peut regarder cette durée comme rigoureuſement exacte, à quelques ſecondes près, & qu'on doit être aſſuré qu'elle n'eſt ſenſiblement altérée par aucune des équations du mouvement de la Terre.

OBSERVATIONS FAITES À L'OBSERVATOIRE.

V. les Mém. p. 663.

M. le Comte de Caſſini rend compte dans ce Mémoire, des obſervations qu'il a faites dans les derniers mois de 1782.

On a vu dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1778, que M. Caſſini avoit entrepris un grand travail pour déterminer avec exactitude l'obliquité actuelle de l'Écliptique, & la quantité dont cette obliquité diminue par ſiècle, du moins dans l'époque où nous nous trouvons: ſur l'une & l'autre de ces déterminations il ne s'eſt pas trouvé d'accord avec pluſieurs Aſtronomes, & cette différence d'opinions ne lui a paru qu'un motif de ſoumettre ſon travail à un nouvel examen, & de chercher ſi de nouvelles obſervations confirmeroient ſon premier réſultat, ou l'obligeroient à le changer.

Un

Un même inſtrument avoit ſervi aux anciennes obſervations, & devoit ſervir aux nouvelles, de manière qu'en ayant égard aux erreurs de l'inſtrument, en ayant ſoin de les déterminer avec exactitude, on pouvoit être ſûr de corriger les obſervations & les réſultats, avec la même préciſion: c'eſt ce que M. de Caſſini a exécuté, ſans être rebuté par le travail long, minutieux & pénible qu'exigeoit cette vérification, & il a trouvé qu'en fixant, dans les Mémoires de 1778, la valeur actuelle de l'obliquité, à $23^d\ 27'\ 55''$, il ne s'étoit écarté que d'environ une ſeconde en plus de la valeur conclue des obſervations de 1780 & 1782, & corrigée de l'erreur des inſtrumens: comme la quantité aſſignée par lui à la diminution de l'obliquité dans un ſiècle, avoit été déterminée d'après des obſervations faites avec le même inſtrument pendant trente-cinq ans, il a trouvé dans les mêmes vérifications, une nouvelle raiſon de regarder cette quantité comme déterminée avec exactitude.

On trouve dans ce même Mémoire des obſervations de l'oppoſition de Jupiter & de celle de Saturne, de Vénus dans le temps de ſon aphélie, d'éclipſes de Satellites, de la Lune comparée aux Étoiles : les obſervations de Vénus ont donné à M. Caſſini pour l'erreur des Tables, des réſultats différens, ſuivant les Étoiles auxquelles il a comparé cette Planète ; ce qui lui a fait ſentir la néceſſité de déterminer avec plus de préciſion la poſition des Étoiles, travail qu'il ſe propoſe d'entreprendre & de publier.

OBSERVATION D'UNE ÉCLIPSE DE SOLEIL.

CE fut le 17 Octobre 1781, que M. Meſſier obſerva cette Éclipſe; & le 6 Novembre ſuivant, il fit une chute dont les ſuites longues & cruelles ne lui ont permis de reprendre ſes travaux que le 12 Novembre 1782, jour du paſſage de Mercure. Cette interruption d'un an & ſix jours dans ſes Journaux d'obſervation, eſt la circonſtance de ſon

V. les Mém. p. 652.

malheur qui lui laiſſe le ſouvenir le plus pénible : s'il a ſupporté avec la réſignation la plus ſtoïque, les douleurs & la longue contrainte à laquelle il a été condamné, il n'a pu voir avec la même indifférence, qu'il étoit forcé de retrancher une année entière de ſa vie aſtronomique.

OBSERVATIONS DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL.

V. les Mém. pages 207, 576, 577, 657, 658 & 663.

ON trouve dans ce Volume, les obſervations du paſſage de Mercure ſur le Soleil, le 12 Novembre 1782, faites à Paris, par M.rs de la Lande, Méchain, le Monnier, Meſſier, de Caſſini; & à la Roche-Guyon, par M.rs le Duc de la Rochefoucauld, Deſmareſt & l'abbé Rochon.

Les Mémoires où ces obſervations ſont rapportées, renferment de plus un grand nombre d'obſervations faites en différens pays, par des Aſtronomes étrangers à l'Académie.

SUR LES COMÈTES DE 1781.

V. les Mém. pages 581 & 587.

CES deux Comètes ont été découvertes par M. Méchain, qui les a obſervées depuis leur apparition juſqu'au moment où elles ont ceſſé d'être viſibles. Il en a auſſi calculé les élémens, ceux de la première, ſuivant la méthode ordinaire, & ceux de la ſeconde, d'abord ſuivant cette même méthode, & enſuite d'après celle que M. de la Place a propoſée, & qui paroît réunir de plus en plus les ſuffrages des Aſtronomes.

SUR L'ASTRONOMIE DES INDIENS.

LES Peuples, comme les grandes familles, mettent une partie de leur orgueil dans l'antiquité de leur origine; & ceux qui ont étudié l'Histoire d'un Peuple, ou qui dans leurs voyages en ont observé les mœurs, sont quelquefois exposés, comme les Généalogistes, à s'identifier en quelque sorte avec ceux dont ils ont soutenu les prétentions. On pourroit même pousser encore plus loin ce parallèle; en effet, ces Peuples si fiers de leur origine, qui se vantent d'avoir subjugué & éclairé l'Univers, les Indiens, les Égyptiens, les Chaldéens, les Chinois, ont tous été soumis par une poignée de Barbares. La grandeur de leur origine forme avec leur état actuel un contraste plus humiliant qu'honorable, & l'on voit de même ceux qui attachent l'origine de leur famille au nom de quelque ancien Conquérant, tirer vanité d'obéir aux descendans des sujets ou des égaux de leurs ancêtres. V. les Mém. p. 368.

M. Dupuis avoit attribué l'invention du Zodiaque aux Égyptiens, & M. le Gentil croit devoir la réclamer en faveur des Indiens chez qui il a long-temps vécu, & qui, soumis aux Arabes, aux Tartares, aux Européens, & n'ayant conservé pour toute science, que quelques méthodes pratiques d'Astronomie, n'ont plus que le souvenir d'une grandeur dès long-temps abaissée, & d'une supériorité de lumières qui s'est évanouie.

On a regardé presque généralement les figures & les dénominations du Zodiaque, comme des allégories qui ont rapport aux travaux de l'Agriculture, mais aux travaux de quels Peuples peuvent-elles convenir? Comme le temps où elles ont été établies est inconnu, on a une entière liberté de placer dans tel signe qu'on voudra, les points équinoxiaux, & l'on n'est obligé que de conserver l'ordre des constellations. Cependant la Balance est si naturellement un signe de l'égalité des jours & des nuits, qu'il paroît nécessaire de faire répondre ce signe à l'un des Équinoxes. M. Dupuis a prouvé qu'en prenant la Balance pour le ſigne qui répond à celui du Printemps, le reſte des Signes répondoit très-bien aux travaux de la terre chez les Égyptiens. M. le Gentil ſe propoſe de montrer ici que dans la même hypothèſe ils ne répondent pas moins aux travaux de l'Agriculture Indienne ; ſi ce rapport eſt également frappant pour les deux Peuples, il paroît à M. le Gentil, que l'on doit plutôt attribuer la première invention aux Indiens, qui, par la nature de leur ſol doivent être plus anciens que les Égyptiens. On ſent que les preuves hiſtoriques doivent manquer ici, qu'il faut donc ſe contenter de conjectures plus ou moins plauſibles. Mais que l'on ſuive l'une ou l'autre de ces opinions, on trouve également que les ſignes du Zodiaque ſont très-vraiſemblablement des allégories rurales, qu'elles ont été établies dans le temps où l'écriture ſymbolique étoit en uſage, chez un peuple agriculteur, & que ce peuple habitoit un pays ſujet à des inondations périodiques qui commençoient vers le temps du Solſtice; tout peuple qui aura ces caractères peut être l'inventeur de notre Zodiaque, & il n'eſt guère poſſible d'en faire honneur à aucun autre. L'établiſſement des Malais dans un Archipel immenſe, prouve juſqu'à quel point peuvent s'étendre les communications d'un peuple, même dans l'état à demi-ſauvage: ainſi la communication réciproque de l'Égypte & des pays que baigne l'Océan indien, permet de ſuppoſer également que l'Inde a été inſtruite par l'Égypte, ou que l'Égypte doit à l'Inde ſes lumières, mais il ſeroit peut-être bien difficile de choiſir entre ces deux partis; cependant l'obſervation, que les Brames ſont une caſte étrangère à l'Inde, qu'ils y ſont arrivés avec une doctrine toute formée, un ſyſtème de fables tout préparé, & déjà exercés dans l'art d'avilir & de tromper les hommes, ſous prétexte de les inſtruire, ſemble donner à l'opinion favorable aux Égyptiens, une probabilité que l'unité plus grande de leur ſyſtème doit augmenter encore.

OUVRAGES
PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

PRIX.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour ſujet du Prix de 1782;

La Théorie de la Comète de 1661,

Il a été donné à la Pièce, *N.° 1*, ayant pour deviſe:

Altiora mundi ſecat & tum demùm apparet, cùm in imum curſûs ſui venit,

dont l'auteur eſt M. Méchain, depuis Membre de l'Académie.

Le Roi a chargé l'Académie, en 1775, de propoſer un Prix de quatre mille livres, ſur cette Queſtion:

Trouver les Moyens les plus prompts & les plus économiques de procurer en France, une production & une récolte de Salpêtre, plus abondante que celle qu'on obtient préſentement, & ſur-tout qui puiſſent diſpenſer des recherches que les Salpêtriers ont le droit de faire chez les Particuliers.

Ce Prix devoit être donné en 1778; mais aucune des Pièces n'ayant ſatisfait à l'objet propoſé, l'Académie l'a remis à l'année 1782, & a obtenu du Roi que le Prix ſeroit porté à huit mille livres, & que l'Académie diſtribueroit de plus quatre mille livres, à titre de Prix ou d'*acceſſit*, à ſon choix, entre ceux des Concurrens dont les Ouvrages lui paroîtroient mériter un encouragement ou une récompenſe.

Le premier Prix a été décerné à la Pièce, *N.° 10*, ſecond

Concours, ayant pour devise:

Après avoir lû & médité tout ce qui a été écrit sur cet important sujet, ne pourroit-on pas s'écrier avec le vieillard de Térence,
Incertior multò sum quàm dudum.

Les auteurs sont M. Thouvenel, Docteur en Médecine, Associé-Régnicole de la Société Royale de Médecine; & M. Thouvenel, Commissaire des Poudres & Salpêtres au département de Nanci.

Le second Prix a été donné au Mémoire, *N.° 26*, second Concours, ayant pour devise:

On ne doit ni s'assurer aisément de voir ce que les plus grands Hommes n'ont pas vu, ni en désespérer entièrement.

L'auteur est M. Lorgna, Colonel des Ingénieurs au service de la République de Venise, Directeur de l'École militaire à Vérone, Membre des Académies des Sciences de Péterſbourg, de Berlin, de Turin, de Bologne, Padoue, Mantoue, Sienne, &c. Correspondant de l'Académie des Sciences de Paris.

Et aux Mémoires, *N.° 33*, premier Concours, & *N.° 18*, second Concours, ayant tous deux pour devise:

Nec species sua cuique manet, rerumque novatrix
Ex aliis alias reparat natura figuras.

Le premier de ces Mémoires a été fait en commun, par M.rs Gavinet, Commissaire; & par M. Chevrand, Inspecteur des Poudres & Salpêtres dans la province de Franche-Comté.

Le second, par M. Chevrand, seul.

L'Académie a donné deux *Accessit;* le premier au Mémoire, *N.° 27*, premier Concours, ayant pour devise:

Credidimus spiritus acidos nitri nusquam in rerum naturâ extitisse antè inventum modum nitri parandi.

Par M. de Beunie, Médecin à Anvers, de l'Académie des Arts & Belles-Lettres de Bruxelles.

Et au Mémoire, *N.° 29*, premier Concours, ayant pour devise:

Sic materiis arte dispositis naturâ duce abundanter generabitur nitrum.

Par M. le Comte Thomassin de Saint-Omer.

Ces Mémoires sont tous imprimés dans le onzième volume des Savans Étrangers, qui va paroître.

Enfin, l'Académie a cru devoir faire une mention honorable des Mémoires suivans:

N.° 21, second Concours, ayant pour devise:

Utile au Gouvernement, funeste à l'Humanité,

dont l'auteur est M. Rome, Professeur royal de Mathématiques à Rochefort, Correspondant de l'Académie. Ce Mémoire a été jugé, comme les précédens, digne de l'impression.

N.° 12, premier Concours, ayant pour devise:

Sigillum veri simplex.

N.° 22, second Concours, ayant pour devise:

In pace robur & in bello, ros cœli & pinguedo terræ,

dont l'auteur est M. Forestier de Vereux, Chevalier de Saint-Louis, ancien Capitaine de Canonniers.

N.° 24, second Concours, ayant pour devise:

Observatio & experientiæ docent.

N.° 28, second Concours, ayant pour devise,

Tandis que tous s'empressent de concourir aux projets d'un Roi bienfaisant, je veux aussi rouler mon tonneau.

N.° 28, premier Concours, ayant pour devise:

Non fingendum aut excogitandum, sed inveniendum quid natura faciat aut ferat. Bacon.

L'Académie se propose de publier un Extrait détaillé de ces Mémoires, dans le onzième volume des Savans Étrangers.

LES Mémoires présentés à l'Académie en 1782, & destinés à être imprimés dans le Recueil qu'elle publie, sont au nombre de quinze.

Sur la Planète de Herschell : Par M. Klenkemberg.

Sur la Latitude de la Haie : Par le même.

Sur l'Histoire Naturelle des environs de Valognes : Par M. du Marais.

Observations astronomiques : Par M. Méchain, aujourd'hui Membre de l'Académie.

Sur le Coq sauvage : Par M. Sonerat.

Sur les Interpolations : Par M. Charles, aujourd'hui Membre de l'Académie.

Sur les Comètes observées à la Chine : Par M. de Guignes, Correspondant de l'Académie.

Sur les effets du Tonnerre : Par M. de Fougeroux de Blavau, Correspondant de l'Académie.

Sur le mouvement de l'aphélie de Saturne : Par M. Dagelet, aujourd'hui Membre de l'Académie.

Sur les Fers du royaume les plus propres à être convertis en acier : Par M. Grignon, Correspondant de l'Académie.

Sur le Calcul intégral : Par M. Trembley, Correspondant de l'Académie.

Sur les Nombres premiers : Par M. Genti, Correspondant de l'Académie.

Sur l'Histoire Naturelle de l'île de Corse : Par M. de Bavrel.

Sur les caveaux de Toulouse : Par M. de Puymorin.

ÉLOGE

ÉLOGE

DE M. PRINGLE.

JEAN PRINGLE, Chevalier-Baronnet, premier Médecin du Roi & de la Reine d'Angleterre, Docteur en Médecine de l'Université de Leyde, Membre des Colléges de Médecine de Londres & d'Édimbourg, Président de la Société Royale de Londres, Associé-étranger de l'Académie des Sciences, des Académies de Gottingue, de Harlem, de Naples & de Philadelphie; des Sociétés de Médecine de Paris & de Hanau, & de la Société des Antiquaires de Londres, naquit le 10 Avril 1707, à Sthitchel-house dans le comté de Koxburg, au nord de la Grande-Bretagne, de Jean Pringle de Sthitchel, Chevalier-Baronnet, & de Magdeleine Elliot de Stobs.

Le jeune Pringle se destina de bonne heure à la Médecine. En Angleterre, l'opinion permet à chaque Citoyen de choisir son état, non d'après celui qu'ont exercé ses pères, ou le degré d'orgueil que leurs titres peuvent inspirer, mais d'après son goût & ses talens. Cette liberté doit produire d'heureux effets, les particuliers moins contraints sont plus heureux, moins d'hommes sont hors de leur véritable place, & la Nation en est mieux servie.

M. Pringle ne borna point ses études à la Médecine aussi fut-il jugé digne, à l'âge de vingt-cinq ans, de remplir une Chaire de Métaphysique & de Morale dans l'Université d'Édimbourg; ces Sciences, comme celle de la Médecine, devroient ne se fonder que sur des observations; le goût des systèmes, l'habitude de se payer de mots, & la routine des Écoles, ont été les plus grands obstacles aux progrès de toutes trois; & l'importance dont les objets qu'elles traitent ſont pour les hommes, leur liaiſon avec nos intérêts les plus chers, ſont encore également une des cauſes qui y ont rendu plus puiſſante que dans les Sciences purement ſpéculatives, l'influence des paſſions & des préjugés populaires.

Milord Stairs, Général des troupes Angloiſes dans la guerre de 1741, crut que M. Pringle ſeroit plus utile à ſon pays à la tête des Hôpitaux de l'Armée, que dans une École de Métaphyſique, & le fit nommer Médecin de l'Armée de Flandre. M. Pringle fit avec le même Général la Campagne de 1743, ſur le Mein. Né avec ce ſentiment d'humanité, premier principe & ſeule baſe ſolide de toutes les vertus, il avoit vivement ſenti quelles devoient être les angoiſſes des bleſſés ou des mourans, lorſqu'un mouvement de l'Armée forçoit ou de les tranſporter à la hâte ou de les abandonner à la diſcrétion du Soldat ennemi. Pour éviter ce malheur on étoit ſouvent obligé de placer les hôpitaux loin de l'Armée, & de préférer dans le choix de leur emplacement la ſûreté à la ſalubrité. M. Pringle engagea Milord Stairs & le Maréchal de Noailles à convenir que ces aſiles du malheur ſeroient réciproquement reſpectés; ſon zèle obtint la récompenſe qui pouvoit le plus le toucher, puiſque ſes compatriotes furent les premiers qui profitèrent de cette convention. Après la bataille d'Étingue, un hôpital Anglois ſe trouva dans le terrein occupé par l'Armée Françoiſe, & le premier ſoin du Maréchal de Noailles fut de raſſurer les Soldats qui y étoient dépoſés, en leur annonçant que les troupes Françoiſes avoient ordre de ne pas les inquiéter; & que ceux qui les ſervoient auroient une liberté entière de remplir leurs fonctions: trait d'humanité auquel le malheur d'avoir été vaincu donne peut-être un mérite de plus.

On doit compter parmi les progrès que le genre humain a faits dans notre ſiècle, ces actions de bienfaiſance ou de juſtice exercées au milieu des horreurs de la guerre, avec une ſimplicité & une nobleſſe inconnues dans les ſiècles précédens, & ſur-tout dans ces temps antiques que l'ignorance ou l'envie s'efforce d'admirer. Les Militaires ſont peut-être la classe de la Société où les progrès de ce sentiment d'humanité ont été les plus sensibles. Si l'on veut trouver des hommes qui aient conservé toute la barbarie antique au milieu de l'adoucissement des mœurs de leur siécle & de leurs concitoyens, ce n'est pas dans les Camps qu'il faut les chercher, ce n'est point parmi les Guerriers, qui n'attaquent la vie des autres qu'en prodiguant la leur; c'est parmi ceux qui frappent leurs victimes de sang-froid & sans danger, & qui exercent des rigueurs auxquelles ils se croient sûrs de n'être jamais exposés.

En 1745, M. Pringle fut nommé Médecin en chef des Armées Britanniques, & repassa en Angleterre pour remplir ses fonctions auprès des Troupes destinées à combattre le Prince Édouard; elles restèrent en Campagne pendant le mois de Décembre, & cependant elles souffrirent peu. Une Société de Quakers leur avoit fait distribuer des gilets. Depuis environ un siécle & demi il n'y a pas eu dans l'Histoire d'Angleterre un évènement important, où ces hommes pacifiques n'aient donné quelque exemple éclatant de bienfaisance ou de générosité; & parmi tant de Sectes qui ont désolé la terre en déshonorant la raison humaine, celle des Quakers a été la seule jusqu'ici où le fanatisme ait rendu les hommes meilleurs & sur-tout plus humains.

La place qu'occupoit M. Pringle est peut-être la plus pénible & en même-temps la plus brillante qu'un Médecin puisse remplir. Au milieu de la dévastation & du carnage, lui seul exerce un ministère consolateur; citoyens, ennemis, tous également confiés à ses soins, ne sont pour lui que des frères. Entouré d'une multitude immense occupée à exécuter des projets destructeurs, il peut se livrer aux sentimens de son cœur & céder à toutes les impressions de la vertu. Les loix terribles de la guerre sont muettes pour lui, c'est à lui seul qu'il est permis d'écouter la voix de la Nature. Il paroît au milieu des hommes qui l'environnent, un être d'une espèce supérieure, ou plutôt lui seul est véritablement homme & en a pu conserver sans atteinte le caractère & la dignité.

En rempliſſant les fonctions de cette place, M. Pringle aperçut combien l'art de la Médecine, employé avec ſageſſe, pouvoit diminuer le nombre des victimes de la guerre. Il eut occaſion d'obſerver en grand ſur une multitude d'hommes obligés aux mêmes travaux, reſpirant le même air, ayant la même nourriture, le même habillement, le même logement, les mêmes vices & les mêmes habitudes, quels pouvoient être les effets des différentes conſtitutions de l'air, des ſaiſons, de la température, des logemens humides ou reſſerrés, des diverſes ſortes d'alimens & des différens régimes, ceux enfin de la négligence & de la mal-propreté. Il put examiner quelles maladies ces cauſes, ou ſéparées ou réunies, produiſent parmi les Soldats, les caractères qui diſtinguent les épidémies des armées, des épidémies ordinaires, & les maladies qui ſont vraiment épidémiques de celles que l'on confond avec les premières, parce quelles attaquent en même temps & dans un même lieu un grand nombre d'individus : il avoit étudié la marche & les ſymptômes du mal, les différentes méthodes que l'art peut employer, les avantages ou les dangers de ces méthodes, les effets des remèdes qui paroiſſent indiqués par la maladie, & de ceux que l'eſprit de ſyſtème ou la routine ont introduits.

Ces obſervations ſervirent de baſe à ſon Ouvrage ſur les maladies des armées : ce Traité réimprimé un grand nombre de fois, traduit dans preſque toutes les langues, a été regardé dans l'Europe comme un de ces livres fondamentaux, ſi rares dans les Sciences. Ce n'eſt point ſeulement un Ouvrage deſtiné à inſtruire les Médecins, tous les hommes y peuvent puiſer des leçons utiles ; & ceux qui ſont chargés, ou de l'adminiſtration d'un pays, ou de gouverner un grand nombre d'hommes, peuvent y apprendre à connoître les précautions néceſſaires pour la conſervation de ceux qui leur ſont confiés, & s'éclairer ſur des ſoins importans qui ſont une de leurs premières obligations.

M. Pringle fait voir combien le défaut de propreté, l'humidité des vêtemens ou des habitations, les lieux où l'air ne circule point, où les hommes ſont entaſſés, les terreins inondés, l'air infecté d'exhalaiſons marécageuſes, produiſent de maladies & font périr de victimes. Ce n'eſt point ici un de ces amis de l'humanité, qu'on accuſe de ſe plaire à en exagérer les maux, c'eſt un Phyſicien exact qui ne parle que de ce qu'il a vu, dont les obſervations répétées, faites ſur des corps nombreux, ne peuvent permettre le doute ſi commode pour les hommes puiſſans, lorſqu'ils ſont indifférens ou corrompus. M. Pringle eut le plaiſir de voir un de ſes Confrères à la Société royale, le Général Melvil, Gouverneur des îles de l'Amérique, mettre ſes préceptes en pratique, & conſerver les Soldats confiés à ſes ſoins, en plaçant ſes hôpitaux ſur les lieux hauts & aérés, en fixant le ſéjour de ſes troupes dans des terreins ſecs, & ſupérieurs aux exhalaiſons humides.

Mais cette utilité des vues de M. Pringle, n'a preſque été ſentie que par les guerriers: eux-ſeuls ſemblent regarder la conſervation des hommes comme un des devoirs du commandement. L'Europe eſt encore couverte de marais dont les exhalaiſons, ou écartent les hommes des terreins fertiles qu'elles infectent, ou les conduiſent à une mort plus prompte par une vie languiſſante ou douloureuſe. Les générations que les terreins rendus à la culture auroient nourries, ſont étouffées dans leur germe: dans la durée d'un ſiècle, plus d'un million d'hommes qui périſſent en Europe par cette ſeule cauſe, ſemblent accuſer, ou le peu de lumières, ou l'indifférence de ceux qui négligent de les préſerver de ce fléau: l'on eſt contraint même d'avouer avec douleur, que ce n'eſt pas à la Nature ſeule qu'on doit l'imputer, une partie du mal & la plus grande partie peut-être, eſt l'ouvrage des hommes; c'eſt à l'avidité du riche, que la ſanté, que la vie du pauvre eſt immolée, & tandis que l'utilité du commerce a fait délivrer les grandes rivières des obſtacles qui en gênoient la navigation, ces digues, ces chauſſées qui ne nuiſent qu'à la vie du peuple, ſont encore reſpectées.

Parmi les maladies que M. Pringle a décrites, & qu'il apprend à guérir & ſur-tout à prévenir, on doit remarquer la fièvre de priſon, maladie terrible que produit la réunion des hommes renfermés dans un eſpace trop petit, ſur-tout lorſque la misère & la mal-propreté augmentent les effets toujours dangereux de cette réunion: cette maladie s'étend quelquefois au-delà des murs où elle a pris naiſſance. Deux fois en Angleterre, les priſonniers apportèrent au milieu de leurs Juges la contagion & la mort, triſte vengeance qu'ils ſembloient tirer de ceux qui avoient ajouté à la misère de ces malheureuſes victimes des loix, des maux que les loix n'avoient point ordonnés. Les hôpitaux, les priſons militaires ſont expoſés aux mêmes maladies: ceux qui gardent ces demeures de ſouffrance & de déſeſpoir, ceux qui y exercent l'autorité, ne ſont point à l'abri du fléau, & s'ils manquent aux devoirs que la Nature leur a impoſés, elle a préparé leur ſupplice.

M. Pringle a obſervé que Londres eſt très-peu ſujet aux épidémies; on a fait la même obſervation ſur Paris: mais ces capitales ne ſont plus entourées de marais; ſi l'humanité n'avoit pu ſe faire entendre, l'intérêt ſeul les eût deſſéchés. La vie, les occupations des hommes y ſont moins uniformes, leur nourriture plus variée, la concurrence, la richeſſe raſſemblent de loin les alimens néceſſaires à un peuple nombreux, le vice que l'intempérie peut faire contracter à ceux d'un petit canton, nourriture néceſſaire de ſes habitans, ne peut infecter qu'une très-petite partie des vivres d'une capitale; ſi l'air y eſt moins ſain, ſes variations y ſont moins ſenſibles: aucune des cauſes qui produiſent les épidémies, ne peut agir ni avec aſſez de durée, ni ſur un aſſez grand nombre d'hommes à la fois, & c'eſt du moins un fléau qui leur a été épargné.

Les travaux de M. Pringle, ſur la putréfaction des matières animales, doivent être regardés comme une ſuite de ſon Traité ſur les maladies des Armées, puiſque ſon objet étoit de chercher par ces expériences, à mieux connoître les maladies putrides & les effets des remèdes dans ces maladies: il examine ſoigneuſement toutes les circonſtances qui accélèrent ou retardent les progrès de la fermentation putride de toutes les ſubſtances animales, ſoit ſeules, ſoit mêlées avec les différentes humeurs; l'effet que les ſels acides, alkalis ou neutres, les aſtringens, les amers, produiſent dans ces phénomènes: il prouve que preſque tous les ſels, les alkalis même, malgré une opinion preſque générale, contribuent à retarder la fermentation; que les abſorbans terreux l'accélèrent; que les ſels qui, employés à grande doſe, la retardent, la facilitent au contraire lorſqu'ils ſont en doſe très-petite, mais que les émanations putrides en ſont le ferment le plus prompt & le plus ſûr: il tire enfin de ces expériences les conſéquences pratiques où elles conduiſent. Il n'imaginoit pas ſans doute, que ces ſels, ces médicamens produiſiſſent ſur un corps vivant les mêmes effets que ſur les ſubſtances mortes, mais il croyoit que des médicamens qui accélèrent ou arrêtent la fermentation dans les ſubſtances animales privées de la vie, ont un effet analogue ſur les viſçères, ſur les humeurs d'un corps vivant, quoique cet effet doive être modifié par les forces organiques qui s'y exercent, par les opérations qui produiſent la digeſtion ou les diverſes ſecrétions des humeurs: il croyoit enfin que ſi dans ces effets combinés, la propriété antiſeptique des médicamens n'eſt pas conſervée toute entière, elle n'eſt pas non plus abſolument détruite.

Cette Diſſertation ſur les ſubſtances ſeptiques ou antiſeptiques, obtint en 1752, la médaille deſtinée par la fondation du Chevalier Cowlei, au Mémoire fait pendant l'année, qui, au jugement des Commiſſaires de la Société Royale, renferme les expériences les plus utiles; fondation qu'il ſeroit à deſirer que l'on vît ſe multiplier, non peut-être par des inſtitutions perpétuelles, mais par des établiſſemens qui, aſſurés ſeulement pour un certain nombre d'années ſe renouvellent s'ils ſont utiles, & ne peuvent jamais finir, comme tant de fondations anciennes, par devenir d'une éternelle inutilité.

M. Pringle servit encore dans les armées d'Allemagne pendant les trois premières campagnes de la guerre de 1755; à la fin de 1758, il quitta des fonctions devenues trop pénibles, & fixa son séjour à Londres, partageant son temps entre la pratique de la Médecine & la Société Royale. Il en étoit Membre depuis 1745, & elle le nomma son Président en 1772; cette dignité purement élective a été illustrée par Newton, qui la conserva long-temps. Trop modeste pour croire qu'on eût couronné en lui, comme en Newton, la supériorité du génie, M. Pringle, malgré tant de titres à l'estime des Savans, se crut obligé de se montrer digne de sa place, par le zèle avec lequel il en rempliroit les devoirs, il s'occupa sur-tout d'introduire dans les élections une forme plus rigoureuse, & d'exiger davantage des Concurrens, convaincu que si la réputation d'une Académie n'est dûe qu'aux noms illustres qui ornent sa liste, sa considération dépend de sa sévérité dans ses choix. Comme Président, il étoit chargé d'annoncer à qui la Société Royale donnoit chaque année ce prix des expériences les plus utiles que lui-même avoit remporté; non-seulement il exposoit dans une assemblée générale, à l'exemple de ses prédécesseurs, le détail des travaux qui avoient décidé le choix de la Société, mais ces discours imprimés sur le champ, distribués dans tous les pays, apprenoient à l'Europe quelle nouvelle obligation les Sciences & l'humanité avoient eue à la Nation angloise: la décision de la Société Royale étoit soumise au jugement des Savans de toutes les Nations; & les juges, pour leur propre honneur, comme pour celui de leur pays, si cher à tous les Anglois, n'auroient osé couronner des découvertes ou incertaines ou trop peu importantes, ou dont la propriété pût être contestée.

Ces discours de M. Pringle, prouvent une universalité de connoissances très-rare, & ce qui l'est encore au moins autant, une philosophie forte sans être exagérée, & modérée sans être timide; ses succès dans la pratique de la Médecine, lui avoient mérité la confiance de la Famille Royale, du Public de de Londres & des Étrangers. Il étoit ennemi des méthodes fondées ſur la Théorie qu'il regardoit comme trop vague & trop peu avancée; il paroiſſoit regarder l'Empiriſme, c'eſt-à-dire la pratique appuyée ſur la ſeule obſervation, comme la meilleure méthode: *il faut du moins que cet Empiriſme ſoit raiſonné*, lui diſoit un de ſes Confrères; *le moins qu'il ſe pourra*, répondit M. Pringle, *c'eſt en raiſonnant que nous avons tout gâté.*

En 1778, il quitta la préſidence de la Société Royale, une chute, qu'il regarda comme l'effet d'une attaque de paralyſie, lui parut un avertiſſement de ne plus ſonger qu'au repos; d'ailleurs, une diſcuſſion élevée dans le ſein de la Société, l'avoit vivement affligé: l'uſage des conducteurs électriques, conſtruits ſuivant les principes de M. Franklin, avoit été avidement adopté en Angleterre, dans le temps où M. Franklin étoit Anglois; il avoit ceſſé de l'être, il étoit devenu un des Chefs d'une révolution plus humiliante peut-être pour l'orgueil britannique que contraire aux véritables intérêts de la Nation: on parut ſe repentir d'avoir accueilli la découverte d'un ennemi; une queſtion ſur la forme des conducteurs électriques, devint une affaire de parti entre les ennemis de l'Amérique & les nombreux Partiſans qu'elle avoit conſervés en Angleterre. Ami de M. Franklin, plus ami de la vérité, M. Pringle ſoutint avec courage leur cauſe commune, & il l'emporta; mais il vit avec douleur la Société Royale ſe partager, & l'eſprit des factions politiques profaner le ſanctuaire des Sciences.

Après ſa retraite, M. Pringle réſolut de quitter Londres, & de terminer ſes jours à Édimbourg, où il avoit paſſé ſa jeuneſſe, & où le rappeloient des ſouvenirs que le temps n'efface jamais; mais après un eſſai infructueux, la rigueur du climat le força de revenir à Londres: avant de partir il laiſſa au collége des Médecins d'Édimbourg trois volumes *in-folio* de manuſcrits, avec la condition ſingulière qu'ils ne ſeroient jamais imprimés, ſoit qu'il redoutât, pour ſa mémoire, le zèle indiſcret de ſes diſciples ou de ſes amis, ſoit plutôt qu'il crût ses travaux trop imparfaits pour être utiles à ceux qui n'auroient pas assez approfondi la Médecine, & qu'il craignît de les égarer.

Peu de mois après son retour à Londres, il sentit ses forces s'affoiblir, sa mémoire l'abandonner; & le 14 Janvier 1782 il fut frappé d'une attaque de paralysie à laquelle il succomba quatre jours après: le roi d'Angleterre lui avoit donné le titre de *Baronnet* qui étoit déjà héréditaire dans la branche aînée de sa famille.

Les Chevaliers Baronnets sont les seuls qu'en Angleterre on puisse regarder comme formant un Corps de noblesse héréditaire, car la Pairie est plutôt une Magistrature ou une dignité Aristocratique, qu'un titre d'honneur; celui de Baronnet à la vérité ne donne aucun privilége utile; institué en faveur de la vanité, on a sagement établi qu'il ne pourroit flatter aucune autre passion.

Il avoit été nommé en 1778, à la place d'Associé-Étranger de cette Académie, vacante par la mort de M. de Linné, avec lequel il avoit une conformité bien glorieuse; leur réputation, leur âge, leurs places les avoient mis chacun à la tête des Savans de leur pays, un zèle égal pour le progrès des Sciences les animoit; & après la perte toujours si douloureuse d'un homme célèbre par ses travaux, leurs concitoyens ont eu encore à regretter celle d'un véritable ami des Sciences, occupé de former des Savans, d'encourager les talens, d'inspirer l'amour de l'étude, d'animer l'émulation, & de seconder les découvertes.

Toute la conduite de M. Pringle annonçoit une de ces ames formées pour l'exercice des vertus douces & paisibles; la première partie de sa vie avoit été employée dans les hôpitaux militaires, à prodiguer les consolations & les soins de l'humanité, plus encore que les secours de la Médecine, aux infortunés qui les habitoient; il consacra plusieurs années à donner des moyens de prévenir les maux dont le spectacle cruel lui avoit fait une impression profonde, le reste de sa vie fut partagé entre les soins de sa profession, l'étude & l'amitié.

Il avoit embrassé à la fois presque toutes les Sciences physiques, la Philosophie spéculative, l'Érudition, la Théologie même: il aimoit à rassembler autour de lui les Savans d'Angleterre les plus célèbres, les Étrangers, tous ceux, en un mot, de qui il espéroit apprendre quelque chose, ou qui pouvoient profiter de ses lumières; mais, excepté les jours destinés à ces assemblées, sa société se bornoit à quelques amis; on retrouvoit dans ses discours, dans ses procédés, cette candeur qu'il avoit montrée dans ses Ouvrages & dans ses opinions; l'amour de la vérité, le plaisir de faire le bien, étoient ses deux passions les plus chères, & même les seules qu'il ait jamais connues.

Il étoit très-pieux, c'est-à-dire, qu'il rendoit à un Dieu, Père commun de tous les hommes, un hommage libre & pur; mais sa religion étoit celle qu'il s'étoit formée d'après ses réflexions ou par la lecture de la Bible, & il n'adoptoit en entier la croyance d'aucune des Communions chrétiennes: suivant lui, les peines destinées aux méchans après la mort, n'étoient point éternelles; il croyoit que Dieu donne à la vertu les mêmes récompenses, de quelque religion qu'aient été ceux qui l'ont pratiquée: ces deux points de sa croyance, sur-tout le premier, étoient les seuls qu'il soutînt avec chaleur, & qu'il parût vouloir persuader aux autres; il avoit adopté, comme Newton, l'opinion des Unitaires rigides: on a imprimé une Lettre de lui, sur le sens de quelques Prophéties, & c'est encore une conformité qu'il a eue avec ce grand homme.

On lui destine un mausolée à Westminster, à côté du célèbre Hales son ami, dont la vie a été employée comme la sienne, à des études utiles, qui toutes avoient pour but la conservation des hommes. Si dans ce temple consacré à la mémoire des hommes illustres, ceux qu'anime l'enthousiasme des Sciences, s'empressent à chercher de plus grands noms, & portent leur hommage à des génies d'un ordre supérieur, du moins les amis de l'humanité s'arrêteront avec attendrissement au pied de la tombe de deux Savans modestes, vertueux, bienfaiteurs éclairés de leurs semblables.

Ainſi dans les triomphes de Rome ancienne, tandis qu'une jeuneſſe ambitieuſe contemploit avec avidité ces couronnes d'or, ces lauriers dont ſe paroient les Conquérans des villes & les Vainqueurs des Chefs ennemis, les mères, les épouſes arrètoient leurs yeux mouillés de larmes ſur ces Guerriers plus modeſtes, qu'une ſimple couronne de chêne annonçoit à la Patrie comme les conſervateurs ou les libérateurs des Citoyens.

ÉLOGE
DE M. D'ANVILLE.

JEAN-BAPTISTE BOURGUIGNON-D'ANVILLE, premier Géographe du Roi; de l'Académie des Inſcriptions & Belles-Lettres, de la Société des Antiquaires de Londres, Adjoint-Géographe de l'Académie des Sciences, naquit à Paris le 11 Juillet 1697, de Hubert Bourguignon & de Charlotte Vaugon.

Son goût pour la Géographie ſe montra dès ſa première jeuneſſe: dans le cours de ſes études il s'occupoit, en liſant les Auteurs anciens, à deſſiner les Cartes des pays dont ils parloient, à y placer les villes, les champs de bataille, à y tracer les marches des Généraux. A l'âge de vingt-deux ans il obtint un brevet de Géographe, & publia des Cartes qui méritèrent l'approbation de l'abbé de Longuerue, dont le ſuffrage, comme ſavant & comme naturellement déſapprobateur, étoit doublement honorable.

On jouit des travaux d'un Géographe, mais peu de perſonnes ſavent en quoi conſiſtent les difficultés & le mérite de ſon travail. Si la poſition de tous les points importans étoit connue par des obſervations aſtronomiques, ſi les lieux intermédiaires étoient déterminés par des opérations géométriques, la Géographie ne ſeroit plus qu'une partie de Mathématiques-pratiques, & ne demanderoit d'habileté que dans le choix de la manière de projeter ſur un plan des parties de ſphère; choix qui rend les Cartes plus propres à repréſenter l'étendue & la poſition des pays qu'elles renferment, & plus commodes pour l'uſage des Voyageurs. Mais la Géographie eſt bien éloignée de ce degré de perfection: la position d'une grande partie des villes, le cours des fleuves, la forme des côtes, tous ces objets ne sont connus souvent que par des observations grossières, des estimes de Voyageurs, des détails d'Itinéraires, des Cartes inexactes; c'est du milieu de ces déterminations incertaines qu'il faut chercher à tirer les véritables positions. Un Géographe doit donc connoitre toutes les méthodes d'observer, leur exactitude, leurs défauts, l'état de ces méthodes aux différentes époques, dans les différens pays; il faut qu'une critique sage l'éclaire sur le degré de confiance que mérite chaque Géographe, chaque Voyageur: ce n'est pas tout, après avoir rejeté ce que la critique lui montre comme trop incertain, il aperçoit encore des différences entre les déterminations qui ont pu lui paroître également assurées: ainsi, dans une foule de manières de former une Carte que ces données lui offrent, il reste à trouver celle qui s'accorde le mieux avec les points déterminés par des méthodes certaines, & qui ne suppose point, dans les observations ou dans les faits, qu'on ne peut rejeter, des erreurs qu'il est impossible d'y admettre. Il seroit inutile de chercher une méthode scientifique de résoudre ces difficultés, elle n'échapperoit point aux principes du calcul, mais elle lasseroit la patience & le courage du calculateur le plus laborieux; une sorte d'instinct doit y suppléer, & cet instinct est ce qui distingue le grand Géographe, c'est proprement le génie de cette Science. Il est impossible de marquer sur une Carte le degré de probabilité qu'on croit pouvoir assigner à la position de chaque point: il est donc important, pour la Géographie, de n'y placer que les objets dont l'existence est à peu-près certaine, dont on connoît la position avec une sorte d'exactitude, mais alors on est encore souvent exposé à laisser vides de grands espaces, & il faut du courage pour s'y résoudre, il faut être bien sûr qu'on les attribuera plutôt à l'imperfection de la Géographie qu'à l'ignorance du Géographe.

En disant ici ce qu'un Géographe doit être, nous avons dit ce qu'a été M. d'Anville; rien de ce qui pouvoit l'éclairer ne lui avoit échappé, on étoit sûr qu'il n'ignoroit que ce qu'il étoit impossible de connoître à l'instant où il composoit ses Cartes; on y vit disparoître une foule de fleuves, de royaumes, d'îles qu'il reléguoit dans le pays des chimères: de vastes espaces en blanc marquoient ce qui restoit à connoître, mais ils étoient une preuve de l'exactitude de tout ce qui étoit rempli.

A la Géographie moderne M. d'Anville avoit joint l'étude de la Géographie ancienne, & de celle du moyen âge, qui unit l'une à l'autre : Géographes, Philosophes, Historiens, Orateurs, Poëtes même, il avoit tout lû, tout étudié, mais uniquement dans leur rapport à l'objet de son travail : de nouvelles difficultés s'opposoient à cette partie de ses études, n'ayant pour guide que des observations astronomiques, en petit nombre , & presque toujours inexactes, sans aucune détermination géométrique des positions & des distances, il falloit faire d'immenses recherches pour s'assurer de la véritable valeur des mesures employées par les Anciens, tantôt les mêmes, sous des dénominations différentes, & tantôt, quoique sous les mêmes dénominations, variant suivant les pays & le siècle où elles étoient en usage.

Il falloit reconnoître les changemens que le temps a pu apporter dans le cours des rivières, dans la forme des terreins, dans celle des côtes; retrouver des villes dont la position a changé, quoiqu'elles aient conservé leur nom; celles qui, restées au même lieu, ont perdu leur nom & le souvenir de leur origine; celles enfin dont les ruines ont été ou dispersées ou ensévelies sous la terre. Il falloit assigner la place qu'ont occupée sur le Globe, des nations dont il ne reste plus que le souvenir, marquer les limites d'États détruits depuis un grand nombre de siècles, suivre ces limites au milieu de toutes les révolutions politiques, reconnoître leurs capitales, qui, démolies par des Conquérans, rebâties pour être détruites encore, changeant quelquefois de nom comme d'habitans ou de maîtres, semblent se dérober à toutes les recherches.

Enfin, outre les fautes & les contradictions des Écrivains dans le peu de détails qu'ils fourniſſent, on a encore à combattre les fables des ſiècles d'ignorance, les traditions fauſſes accréditées par la vanité des Nations ou des Villes, & les erreurs des Savans antérieurs à l'époque où la ſaine critique a pris naiſſance : tels étoient les obſtacles que M. d'Anville avoit à vaincre; une mémoire prodigieuſe, une ardeur infatigable pour l'étude, cet art qu'il avoit de ſaiſir dans toutes les combinaiſons poſſibles, les réſultats les plus vraiſemblables, l'en firent triompher; mais il ne nous appartient point d'apprécier cette partie de ſon mérite. L'Académie des Belles-Lettres, occupée de l'étude de l'antiquité dont elle a dans plus d'un genre percé les ténèbres, l'a choiſi pour un de ſes Membres. Les Recueils publiés par elle renferment un grand nombre de ſes Diſſertations, & c'eſt dans l'Éloge qu'elle lui a décerné que nous devons apprendre à le juger comme Érudit. Nous nous arrêterons ſeulement à une remarque ſingulière, c'eſt que ſouvent il trouva dans l'étude des Anciens, des lumières utiles pour la Géographie de notre temps. Une partie des corrections importantes qu'il fit dans la carte d'Italie, ſont dûes, non aux obſervations modernes, mais à la lecture des Auteurs Grecs ou Romains. L'Italie qui produiſit des Poëtes, dignes rivaux de ceux de l'antiquité, dans un temps où les autres Nations de l'Europe n'avoient que des chanſons groſſières, dont la langue étoit fixée lorſque les autres Peuples n'avoient encore que des jargons ſans règle comme ſans nobleſſe; qui créa l'analyſe mathématique dans un ſiècle où les élémens des Sciences étoient inconnus au reſte de l'Europe; l'Italie n'avoit pas également cultivé la Géographie : partagée en petits États long-temps troublés par des révolutions & par la guerre, le génie avoit pu s'y rallumer au milieu même de ces déſordres, mais les travaux tranquilles qui demandent la protection ſuivie d'un Gouvernement paiſible y avoient été négligés; il ſembloit que ſes habitans euſſent dédaigné de connoître une terre diſputée par des Maîtres étrangers.

Depuis

Depuis la publication de la Carte de M. d'Anville, on a fait en Italie des travaux géographiques bien combinés, & dont le résultat s'est trouvé conforme à ce qu'il avoit deviné; triomphe le plus grand qu'un Géographe puisse obtenir, & M. d'Anville l'a obtenu plus d'une fois. Ceux qui ont parcouru ou même mesuré les pays qu'il a décrits, ont été souvent surpris d'une précision à laquelle il paroissoit impossible que de simples conjectures pussent atteindre: tel est le témoignage que lui a rendu en particulier M. le Comte de Choiseul, qui, entraîné par un goût éclairé pour l'antiquité & pour les Arts, a parcouru, les Cartes de M. d'Anville à la main, les îles de la mer Égée, une partie de la Grèce, de l'Asie mineure & de la Syrie.

Nous n'entrerons ici dans aucun détail sur les Cartes qu'a publiées M. d'Anville, nous observerons seulement que dans celles qui ont pour objet la Géographie moderne, les deux hémisphères & les quatre parties du Monde, présentées sur une grande échelle, renferment tout l'Univers connu au moment où il les a publiées: elles sont à la fois & une description exacte d'une grande partie du Globe, & un monument précieux de l'état de la Géographie à cette époque.

Dans les Cartes anciennes, l'*orbis veteribus notus* présente l'ensemble de tous les pays qui ne purent échapper à la curiosité des Voyageurs ou des Philosophes, à l'ambition d'Alexandre, à la tyrannie des Romains, à l'avidité des Navigateurs phéniciens: l'*orbis Romanus* renferme tous les détails de cet Empire, dont le nom est encore si imposant pour les Nations mêmes qui l'ont détruit, & qui se sont élevées sur ses ruines, tandis que la Carte des Monarchies du moyen âge offre le tableau de cette destruction, le plus grand des évènemens dont l'Histoire nous ait transmis le souvenir.

Attaché à feu M. le Duc d'Orléans qui, retiré à Sainte-Geneviève, avoit conservé son goût naturel pour les Sciences, mais ne vouloit plus que les faire servir à ce qui étoit devenu l'unique objet de ses études; M. d'Anville fit pour ce Prince, une Carte de la Palestine.

L'ignorance dans laquelle les Juifs étoient plongés, le ſilence des Écrivains profanes ſur une petite province abîmée dans les empires des Aſſyriens, des Perſes, d'Alexandre, des Séleucides, des Romains, des Califes & des Turcs, la diſperſion de ſes habitans, la barbarie de ſes derniers maîtres; tout rendoit difficile à décrire un pays ſtérile où rien n'appelle le commerce, & qui, depuis dix ſiècles, n'a été parcouru que par des Croiſés ou par des Pélerins: Il ne put échapper cependant à la ſagacité de M. d'Anville, & l'on ne ſait ce qui doit étonner le plus, ou de l'immenſité du travail néceſſaire pour embraſſer dans la vaſte étendue de l'empire Romain, cette foule de nations, de colonies, d'établiſſemens militaires & civils qu'il renfermoit, ou de la critique délicate qu'il falloit employer pour retrouver quelques bourgades détruites par les mêmes Romains il y a ſeize ſiècles, dans un coin de l'Aſie.

Lorſque M. d'Anville donnoit une Carte importante, il y joignoit une analyſe de cette Carte; c'eſt-à-dire l'expoſé des raiſons d'après leſquelles il avoit déterminé la poſition des points les plus importans; c'étoit révéler en quelque ſorte le ſecret de ſon exactitude, mais il évitoit toute charlatanerie, il vouloit qu'il n'y eût rien de merveilleux dans ſes Ouvrages, que l'immenſe étendue de ſes connoiſſances, ſon obſtination au travail, & la ſagacité de ſa critique.

On croiroit qu'un Géographe ſi laborieux a parcouru quelques-uns des pays qu'il a décrits, qu'il avoit appris par ſes propres obſervations, à bien juger de celles des autres, que les connoiſſances de Géométrie & d'Aſtronomie ſur leſquelles la Géographie eſt fondée, lui étoient familières; cependant M. d'Anville n'avoit pas voyagé, il ſavoit très-peu de Géométrie & moins encore d'Aſtronomie.

Lorſque la queſtion de l'aplatiſſement de la Terre, partageoit les Aſtronomes, M. d'Anville eſſaya de la réſoudre par les connoiſſances géographiques alors acquiſes:

ſon Ouvrage étoit intitulé, *Meſure conjecturale de la Terre ſous l'Équateur ;* & ſon réſultat fut contraire à ce que donnèrent les obſervations aſtronomiques. Il ne faut pas s'en étonner; la différence des degrés eſt beaucoup plus petite que l'erreur d'une méthode fondée ſur la critique des obſervations d'après leſquelles M. d'Anville avoit été obligé de chercher la détermination la plus probable, & on ne doit regarder cet Ouvrage que comme un eſſai qui conſtate les bornes de l'exactitude à laquelle on peut eſpérer d'atteindre en Géographie, lorſque cette ſcience eſt privée du ſecours des meſures rigoureuſes.

L'Académie des Belles-Lettres avoit élu M. d'Anville non-ſeulement comme un Géographe très-ſavant, mais comme un des hommes de l'Europe qui avoit l'érudition la plus profonde & la critique la plus ſûre.

Celle des Sciences le nomma, en 1773, à la place d'Adjoint-Géographe, la ſeule qui y ait été créée pour cette Science; & quoique M. d'Anville eût traité la Géographie plus en Érudit qu'en Aſtronome ou en Géomètre, elle crut devoir ce titre à celui que toutes les Nations s'accordoient à regarder comme le premier Géographe de l'Europe: M. d'Anville, quoique déjà affoibli par l'âge, voulut donner à cette Compagnie une marque de ſon zèle & de ſa reconnoiſſance, en lui préſentant quelques Mémoires: dans le premier & le plus intéreſſant, il corrigeoit une erreur importante qui ſe trouvoit dans preſque toutes les Cartes, ſur la poſition de la Méſopotamie, erreur que l'examen des obſervations aſtronomiques des Arabes lui avoit fait découvrir.

Il avoit raſſemblé avec ſoin une immenſe collection de Cartes; la grande réputation dont il jouiſſoit dans les pays étrangers, ſes liaiſons avec les Savans, les Navigateurs, les hommes d'État les plus éclairés, le deſir que ceux qui cultivoient la Géographie, avoient d'obtenir ſon ſuffrage, le plaiſir ſi naturel de chercher à ſatisfaire le goût d'un homme célèbre & reſpecté, le mettoit à portée de recueillir en ce genre, des morceaux preſque uniques: cette collection étoit trop grande pour un particulier, on la plaçoit au nombre de ces choſes rares & précieuſes qui ſemblent appartenir de droit à la Nation; le Roi en fit donc l'acquiſition, en laiſſant M. d'Anville jouir, le reſte de ſa vie, d'un bien qu'il devoit à ſes travaux & à ſa réputation. Le travail néceſſaire pour mettre en ordre cette collection, pour la rendre utile, fut le dernier dont M. d'Anville put s'occuper; à peine fut-il terminé, que privé de ce grand & dernier intérêt, ſon eſprit perdit ſon activité & ſes forces; l'intervalle de deux ans qui s'écoula entre ce moment & ſa mort, ne fut rempli que par le dépériſſement de ſes organes, & il ſuccomba ſous le poids de l'âge & des infirmités le 28 Janvier 1782.

M. d'Anville eut toutes les bonnes qualités que doit avoir un homme laborieux, dont le plus grand plaiſir eſt l'étude; la Science qu'il cultive, la paſſion dominante; & la gloire d'y exceller, la ſeule ambition. On lui reprochoit de laiſſer apercevoir la bonne opinion qu'il avoit de lui-même, mais cette bonne opinion étoit excuſable, on ne conſacre point ſa vie à un objet, on ne lui fait point le ſacrifice entier de ſon temps & de ſes forces, ſans éprouver pour cet objet un véritable enthouſiaſme, ſans être pénétré de ſon importance, ſans l'exagérer même; heureux, lorſque l'objet de cet enthouſiaſme eſt une Science utile & difficile! M. d'Anville regardoit donc la Géographie comme une des connoiſſances les plus dignes d'occuper les hommes, & il ne pouvoit ignorer qu'il étoit, dans cette Science, le premier de ſes contemporains.

Il n'avoit jamais pu ſe réſoudre à rien négliger de tout ce qui pouvoit lui procurer quelque inſtruction, il étoit aſſuré que ſur chaque objet il avoit tout lû, tout étudié; ce n'étoit qu'après un travail opiniâtre qu'il prenoit un parti, qu'il embraſſoit une opinion; il étoit donc naturel qu'il y tînt fermement, qu'il la ſoutînt d'un ton tranchant, & ce ton pouvoit paroître dur, ſur-tout lorſque des hommes qui avoient penſé quelques heures à ce qui l'avoit occupé toute ſa vie, ſe croyoient en droit de diſputer avec lui & de le contredire: dans toute autre circonſtance, il étoit doux, gai, même très-modeste, comme le sont en général tous ceux dont l'amour-propre porte sur des objets qui intéressent peu les autres hommes; l'orgueil qui aspire à des distinctions ou à des succès dans le monde, comme celui de la naissance ou de l'esprit, se montre souvent & blesse dès qu'il se montre; mais il est très-possible de vivre long-temps avec un Savant très-convaincu d'avoir du génie dans une Science étrangère à ce qui occupe la Société, sans s'apercevoir qu'il ait de l'orgueil, & de l'apercevoir sans en être blessé.

M. d'Anville s'étoit marié en 1730, à M.lle Testard, il la perdit au bout de cinquante-un ans, & heureusement pour lui dans un temps où il ne pouvoit plus être sensible à cette perte; l'état où la Nature l'avoit réduit, lui épargnoit du moins le plus grand peut-être des malheurs auxquels une longue vie nous condamne, celui de survivre à ceux que l'on a chéris.

La constitution de M. d'Anville étoit délicate, & néanmoins elle suffit pendant près de soixante ans, à un travail de quinze heures par jour; mais la régularité de sa vie, une excessive sobriété, un genre de travail qui n'exigeoit point ces grands efforts, plus fatigans qu'une application continue, la douce habitude de succès toujours répétés, qui faisoit de son amour-propre même une source de plaisirs purs & continuels, destinée dont bien peu de Savans peuvent jouir, & que bien peu de Sciences peuvent procurer: toutes ces causes furent plus puissantes pour prolonger sa vie, pour le soutenir dans le travail, qu'une constitution plus forte, qui peut-être lui eût donné d'autres besoins & d'autres passions.

Il a laissé deux filles, l'une Religieuse, l'autre mariée à M. de Hauteclair, Trésorier de France, & honoré dans cette place, par des marques particulières de la confiance du Gouvernement.

La place d'Adjoint-Géographe, que remplissoit M. d'Anville, a été donnée à M. Buache, qui lui avoit déjà succédé dans le titre de premier Géographe du Roi.

ÉLOGE
DE M. BORDENAVE.

TOUSSAINT BORDENAVE, Profeſſeur Royal & Directeur de l'Académie de Chirurgie, Aſſocié-Vétéran de l'Académie des Sciences, Membre de l'Académie impériale de Florence, naquit à Paris le 10 Avril 1728, de Pierre Bordenave, Chirurgien, & d'Edmée Marguerite Hauterive.

Quoique ſon père le deſtinât à ſa profeſſion, qui étoit depuis long-temps celle de ſa famille, il lui fit ſuivre le cours des études ordinaires, afin qu'il pût entendre les langues dans leſquelles ont écrit les Anatomiſtes les plus célèbres des derniers ſiècles, & qu'il apprît, autant du moins qu'on pouvoit les apprendre au Collége, ces Sciences renfermées ſous le nom de *philoſophie*, & qui ſont le premier fondement de toutes les Sciences & de tous les Arts.

On ne convenoit point alors qu'un Chirurgien dût être lettré, &, ce qui peut-être étonnera un jour nos neveux, cette diſpute s'agitoit ſérieuſement chez un Peuple & dans un ſiècle éclairés. Il eſt vrai qu'à cette queſtion ſi ſimple on en joignoit d'autres qui pouvoient paroître plus compliquées; on demandoit s'il étoit utile ou dangereux qu'un même homme exerçât à la fois toutes les parties de l'art de guérir? & ce qui eſt encore une queſtion différente, ſi chacune de ces parties d'un même art doit appartenir à un Corps particulier, qui s'y conſacre ſpécialement, & jouiſſe du droit d'empêcher les malades de confier à qui ils veulent le ſoin de leur vie? Il avoit bien fallu confondre tous ces objets, pour occuper le Public, pendant pluſieurs années, d'une querelle dont les hommes inſtruits commençoient à rire dès la fin du ſeizième ſiècle. Heureuſement le père de M. Bordenave ne s'étoit pas trompé en prévoyant que du moins, pour cette fois, la raiſon finiroit par l'emporter. Son fils, placé à l'époque où la connoiſſance des langues ſavantes eſt devenue une des obligations d'un Chirurgien, eut à cet égard des avantages ſur un grand nombre de ſes Confrères plus anciens que lui, & il dut à la facilité avec laquelle il parloit le latin, non ſa réputation, mais la conſidération qu'il obtint avant l'âge, dans ſon Corps & dans les Écoles.

La place de Profeſſeur qu'il y occupoit, celle de Directeur de l'Académie de Chirurgie, celle encore de Commiſſaire aux Extraits dans la même Compagnie, enfin, une pratique très-étendue, ne ſuffiſoient point à l'activité de M. Bordenave; non-ſeulement il a donné dans les Mémoires de l'Académie de Chirurgie, des Obſervations ſur les faits extraordinaires que la Pratique lui offroit, des Mémoires ſur le traitement des plaies des armes à feu, & ſur pluſieurs queſtions chirurgicales; mais il s'eſt occupé encore de recherches purement anatomiques, il a fait des expériences pour éclaircir quelques points de la doctrine de Haller ſur la différence des parties ſenſibles ou irritables; il a compoſé un Ouvrage pour défendre l'opinion de ce célèbre Anatomiſte ſur la formation des os, contre celle de M. Duhamel: enfin, il a traduit pour ſes Élèves les élémens de Phyſiologie de Haller, & donné enſuite un nouveau Traité ſur la même Science, Ouvrage eſtimable par la préciſion, la méthode & la clarté.

M. Bordenave deſiroit depuis long-temps d'être de l'Académie des Sciences, lorſqu'il y entra en 1774, comme Aſſocié-Vétéran. Ce titre annonce qu'il n'avoit pu l'obtenir ſans faire violence à nos Règlemens, & que l'Académie n'avoit pas été libre en le choiſiſſant: il eſt vrai que cette irrégularité, loin d'être ſon ouvrage, étoit contraire à ſon vœu; c'étoit malgré lui qu'on lui avoit rendu ce triſte ſervice: l'Académie ne l'ignoroit pas, & la douceur, la modeſtie de M. Bordenave lui firent regagner bientôt l'amitié de ſes Confrères. Les fautes où la paſſion fait tomber, obtiennent facilement l'indulgence de ceux qui en ſont l'objet, du moins quand ils ſont bien ſûrs qu'elles n'ont que ce motif; & la conduite de M. Bordenave prouvoit que c'étoit par zèle, par respect même pour l'Académie, qu'il s'étoit exposé à lui déplaire : sans doute il falloit que ce sentiment fût bien vif, pour qu'un homme, jouissant d'une considération méritée, voulût bien se donner un tort à réparer, & se soumettre à ce que peut avoir de terrible le mécontentement d'un Corps qui croit ses droits blessés par un de ses Membres. D'ailleurs, & en cela M. Bordenave ne s'est pas trompé, il rendoit à l'Académie la justice de croire que son ressentiment n'étoit pas aussi à craindre que le seroit celui d'une Compagnie, qui, formée d'hommes sans lumières, & par conséquent dominés par l'esprit de Corps, ne se laisseroit désarmer ni par le zèle, ni par les services, & dont la haine seroit d'autant plus implacable, qu'elle auroit un motif plus frivole ou plus injuste, & que l'objet de cette haine auroit plus de vertus ou de talens.

Devenu Académicien, M. Bordenave a donné dans nos Recueils plusieurs Observations chirurgi ales & deux Mémoires, l'un sur le mouvement des côtes, pendant la respiration; l'autre sur la nécessité d'ouvrir les femmes mortes dans l'état de grossesse. On a observé en effet que souvent l'enfant survivoit assez long-temps à la mère, & que cette opération pouvoit le sauver : il est aisé de sentir combien cette question est délicate, & qu'il ne faut pas s'exposer à commettre un crime dans l'espoir incertain de prolonger de quelques instans, ou de quelques années, l'existence d'un individu que rien n'attache encore à la vie.

M. Bordenave étoit Échevin de Paris, & aucun Chirurgien avant lui, n'avoit été élevé à cette place. Les Échevins représentans & protecteurs du Peuple, exercent un ministère qui ressemble plus à l'autorité paternelle qu'à une Magistrature. Ce peuple dont ils sont les Chefs, semble leur dire : « Condamnés
» à travailler pour vivre, nous ne pouvons ni défendre nos
» intérêts, ni souvent même les connoître, mais vous y
» veillerez pour nous ; nous savons que des fléaux de toute
» espèce sont la suite nécessaire de la réunion d'un trop grand
» nombre d'hommes dans une seule ville, & nous ignorons
» les moyens de nous en garantir, mais votre sagesse saura
prévoir

prévoir ces fléaux ou les détourner. Dépoſitaires de fonds « conſacrés aux beſoins ou au bien-être du citoyen, vous « empêcherez que ce patrimoine du pauvre ne ſoit employé « à ſatisfaire le goût frivole des riches, ou à les diſpenſer de « payer leurs plaiſirs. Des hommes éclairés s'occupent en ſilence « des moyens de faire le bien ou du moins de ſoulager le « mal, nous n'avons ni les facultés, ni même l'inſtruction « néceſſaires pour profiter de leurs travaux; mais vous les « appellerez, vous les écouterez, vous peſerez leurs projets, « & rien de ce qu'on inventera d'utile pour nous ne pourra « échapper à vos lumières. Souvent l'avidité d'un Charlatan « prend le maſque du zèle pour le bonheur public, & ſi l'on « nous fait du mal, c'eſt toujours notre bien qui en eſt le « motif ou le prétexte; mais vous ſaurez auſſi nous défendre « de ces piéges. Ce n'eſt plus à la vérité par notre choix « que vous êtes appelés à nous protéger, mais la forme de « votre élection n'a pu rien changer ni à nos droits, ni à vos « devoirs ».

M. Bordenave y fut toujours fidèle, occupé par état de tout ce qui peut intéreſſer la ſalubrité, c'eſt particulièrement ſur cet objet qu'il porta la vigilance & la ſollicitude d'un Magiſtrat populaire.

La naiſſance d'un héritier du Trône, eſt par un uſage ancien & reſpecté, l'occaſion de répandre des graces extraordinaires. Cet évènement fit obtenir à M. Bordenave le cordon de l'Ordre de Saint-Michel, Ordre modeſte, ſpécialement conſacré à récompenſer les talens ou les ſervices; auſſi, comme tous ceux qui ont la même deſtination, eſt-il moins conſidéré dans l'opinion vulgaire, que ces Ordres dont les marques brillantes annoncent que celui qui en eſt décoré, a obtenu la faveur d'un Prince, & mérité le certificat d'un Généalogiſte.

M. Bordenave ne jouit pas long-temps de cet honneur, frappé d'apoplexie, il mourut le 12 Mars 1782, après huit jours de langueurs & de ſouffrances, laiſſant deux filles mariées, l'une à M. de Vallancourt, l'autre à M. Sorbet.

ÉLOGE DE M. BERNOULLI.

DANIEL BERNOULLI, Profeſſeur de Philoſophie, de Phyſique & de Médecine dans l'Univerſité de Baſſe; Aſſocié-Étranger de l'Académie des Sciences, de la Société Royale de Londres, de l'Inſtitut de Bologne, des Académies de Péterſbourg, de Berlin, de Turin & de Manheim, de la Société économique de Berne, nâquit à Groningue le 9 Février 1700, de Jean Bernoulli, alors Profeſſeur de Mathématiques dans l'Univerſité de cette ville; & de Dorothée Falkner, d'une des plus anciennes & des plus illuſtres familles de Baſſe.

Fils & neveu de deux Mathématiciens célèbres que la voix de leurs contemporains avoit placés à côté de Newton & de Léibnitz, on croiroit que le jeune Daniel Bernoulli, formé dès ſon enfance par ſon père, dans l'étude des Mathématiques, eſt devenu Géomètre pour ſuivre en quelque ſorte la vocation de ſa famille, & qu'heureuſement la Nature a ſecondé ce que le haſard de la naiſſance avoit préparé. Cependant on avoit d'abord deſtiné M. Daniel Bernoulli au commerce; mais ſes yeux étoient accoutumés dès l'enfance à l'éclat de la gloire, & on ne put le réſoudre à les abaiſſer ſur la fortune. Alors on l'obligea de ſuivre les études de Médecine, travail plus analogue du moins à ſon goût & à ſon génie. A la vérité on n'avoit pas négligé de lui donner quelques leçons de Mathématiques. Jean Bernoulli ſon père, regardoit ces Sciences comme le fondement de toutes les autres, comme un inſtrument utile dans toutes les profeſſions de la vie; mais ſa manière de les enſeigner eût rebuté tout enfant qui ne ſeroit pas né pour elles. Un jour, pour eſſayer les forces de ſon fils, il lui propoſa un petit problème, le jeune Daniel l'emporte dans ſon cabinet, l'examine, le réſout, revient palpitant de joie le rapporter à ſon père : il s'attendoit à des applaudiſſemens; *ne devois-tu pas l'avoir réſolu ſur le champ*, fut toute la réponſe qu'il reçut; cette réponſe, le ton, le geſte qui l'accompagnoient, conſternèrent le jeune homme, & jamais le ſouvenir de ce premier chagrin ne s'eſt effacé de ſa mémoire: enfin l'inſtinct naturel qui entraînoit M. Daniel Bernoulli, l'emporta ſur les projets de ſes parens, & ſa famille obtint malgré elle, l'honneur unique juſqu'ici, nous ne diſons point dans l'Hiſtoire des Sciences, mais dans les Annales du monde, de produire trois grands hommes en deux ſeules générations. Sans la mort prématurée du frère de M. Daniel Bernoulli, le prodige eût été plus étonnant encore, & l'Europe eût compté deux fois de ſuite deux frères du nom de Bernoulli, parmi ces génies du premier ordre, entre leſquels la génération qui jouit de leurs travaux, partage ſon admiration en laiſſant à la poſtérité ſeule le droit de marquer leur rang.

La vie de M. Bernoulli nous fournira peu d'évènemens: il paſſa quelques années en Italie où il alla pour ſe former dans les ſciences Médicales, ſous Michelotti & Morgagni, mais où il ne s'occupa que de Mathématiques, & il en partit comblé d'honneurs littéraires, après avoir refuſé à vingt-quatre ans, la préſidence d'une Académie que la République de Gènes ſe propoſoit d'établir. L'année ſuivante il fut appelé à Péterſbourg avec Nicolas ſon frère qu'il y perdit au bout de huit mois. Quoiqu'il jouît dans cette Académie naiſſante d'une fortune au-deſſus de ſes deſirs, il tournoit ſans ceſſe ſes regards vers ſa patrie, vers l'égalité républicaine, que la vue d'une Cour auſſi orageuſe que brillante lui rendoit plus chère encore. Il ſongeoit à quitter la Ruſſie, lorſque la Cour de Péterſbourg, qui vouloit le conſerver, augmenta ſes appointemens, & lui en accorda la moitié comme penſion, avec la liberté de ſe retirer. Cette manière de le retenir étoit trop noble pour ne pas lui enlever cette liberté qu'on paroiſſoit lui rendre. Il reſta encore trois ans à Péterſbourg, d'où il ne partit qu'après avoir terminé les travaux dont il vouloit faire hommage à ſes bienfaiteurs, & lorſque ſa ſanté ne lui permit plus de prolonger ſon ſacrifice. Ce ne fut qu'en 1733 qu'il revint ſe fixer dans ſa patrie, & y occuper dans l'Univerſité, d'abord une Chaire de Médecine, enſuite une Chaire de Phyſique à laquelle il réunit une autre Chaire de Philoſophie ſpéculative. Depuis ce moment l'hiſtoire de ſa vie n'eſt plus que celle de ſes travaux.

Le nombre de ſes Mémoires de Mathématiques, imprimés dans les Recueils des Académies dont il étoit Membre, eſt très-conſidérable : tous ſont très-courts, & il n'en eſt preſque aucun qui ne méritât un article particulier dans ſon Éloge, & qui, s'il étoit le ſeul ouvrage de ſon Auteur, ne ſuffît pour lui faire obtenir le titre d'homme de génie. Mais lorſqu'il s'agit de ces hommes rares qui ont marqué leur carrière par les progrès que les Sciences ont faits entre leurs mains, ce ſont ces progrès & non les détails de leurs travaux qui doivent nous occuper ; & au lieu de préſenter ici la liſte des Ouvrages de M. Bernoulli, nous nous bornerons à montrer quelles ont été ſes découvertes, & quelle influence elles ont eue ſur les différentes parties des Mathématiques dont il s'eſt occupé.

On a vu des Savans médiocres avoir le ridicule orgueil de régler les rangs entre les hommes de génie, & annoncer par-là qu'ils ſe placent dans le même ordre, en prouvant par cette témérité même, combien ils ſont éloignés d'avoir droit d'y prétendre. Si les égaux de ces grands hommes pouvoient avoir cette préſomption, ils ſeroient encore expoſés à ſe tromper : dans ce premier degré, les différences tiennent bien moins à une ſupériorité réelle qu'au caractère d'eſprit qui diſtingue ces hommes extraordinaires, & chacun d'eux (en le ſuppoſant impartial & de bonne-foi) doit néceſſairement prononcer en faveur de celui de ſes rivaux dont le génie a plus de rapport avec le ſien. En parlant de M. Bernoulli, je ne tenterai donc point de l'apprécier, & encore moins de prononcer entre lui & ses illustres Émules; je n'aurai point l'orgueil de m'ériger en juge de ceux dont je dois m'honorer d'être le disciple, & je chercherai seulement à faire observer dans les Ouvrages de M. Bernoulli, le caractère particulier de son génie, ce qui le distingue de ceux que la Renommée a placés à côté de lui. Cette manière de considérer un Grand-Homme, est à la fois la seule qui soit juste & la seule qui puisse être utile.

Le premier Ouvrage de M. Bernoulli parut en 1724, sous le titre d'*Exercitationes quædam mathematicæ*, c'est malgré lui qu'il fut publié; des Lettres particulières, écrites pour éclaircir & pour défendre quelques lignes des Ouvrages de son père & de son oncle, lui paroissoient trop au-dessous du nom dont il devoit soutenir ou augmenter la gloire: le Public en jugea autrement, & une solution de l'équation célèbre de Ricati, qu'on trouve dans ce Recueil, plaça, dès cette époque, le jeune Daniel Bernoulli au nombre des Géomètres inventeurs. Ces dissertations imprimées en Italie, parurent avec une approbation de l'Inquisiteur; une tel e cérémonie nécessaire alors dans toute cette partie de l'Europe, excepté à Naples, dut paroître bizarre à un Géomètre né libre & Protestant, & peut-être fut-elle cause, en partie, du refus constant que fit M. Bernoulli de s'établir en Italie. Dans le frontispice de son Ouvrage il n'avoit pris qu'un titre, le seul qu'il eût alors, celui de fils de Jean Bernoulli, & il continua de prendre ce même titre à la tête de tous ses Mémoires, dans un temps où il pouvoit y en ajouter de bien honorables, & où son nom n'avoit plus besoin de se parer d'aucun éclat étranger.

Ce même Ouvrage renfermoit des réflexions sur les séries récurrentes, dont peu d'années après il donna le premier une Théorie générale, elle le conduisit à une méthode d'approximation très ingénieuse & très-commode pour les équations déterminées, méthode qu'il étendit aux équations composées d'un nombre infini de termes, & aux problèmes dépendans du retour des Suites: ces théories, devenues preſque élémentaires par le progrès immenſe que les Sciences mathématiques ont fait de nos jours, réuniſſoient alors le mérite de la nouveauté à celui de l'élégance.

La théorie des Suites eſt plus féconde qu'aucune autre partie des Mathématiques, en paradoxes ſinguliers qui, offrant une contradiction apparente entre les réſultats du calcul & une propoſition évidente par elle-même, ſeroient le ſcandale de la Géométrie, ſi le calcul manié par des mains habiles, ne ſavoit faire ſortir la vérité de ces mêmes réſultats qui ſemblent la contredire. M. Bernoulli avoit remarqué quelques-uns de ces paradoxes dans ſes premiers travaux ſur les Suites, mais l'explication qui s'offrit à lui, étoit telle, que jeune encore, il n'oſa la propoſer; il attendit, pour la faire paroître, que ſon âge & ſa gloire lui euſſent donné plus d'autorité dans les Sciences, eſpèce de pudeur commune à tous les bons eſprits, lorſque la ſuite de leurs idées les conduit à des réſultats extraordinaires.

Il exiſte des ſéries dont la ſomme eſt périodique, & redevient la même au bout d'un certain nombre de termes; tant que ce nombre eſt déterminé, il eſt aiſé d'avoir cette ſomme, puiſqu'on ſait à quel terme de la période il répond; mais ſi le nombre des termes eſt infini, quelle doit alors être la ſomme de la ſérie? on ne peut ſuppoſer ce nombre infini plutôt d'une des formes qui répondent à un des termes de la période, que de toute autre forme, plutôt pair qu'impair; par exemple, M. Bernoulli tire de cette difficulté même le principe qui, ſelon lui, doit la réſoudre; « puiſqu'il n'y a,
» dit-il, aucune raiſon ſuffiſante de préférer une forme à une
» autre, il faut les ſuppoſer également poſſibles, & aſſigner à la ſérie la valeur moyenne qui réſulte de cette ſuppoſition; » c'eſt appliquer aux Mathématiques pures, non-ſeulement ce principe métaphyſique de la raiſon ſuffiſante, que Léibnitz a rendu ſi célèbre, mais même les principes du calcul des probabilités; & livrer, pour ainſi dire, au haſard, des réſultats qui doivent être d'une vérité néceſſaire; cette méthode

cependant réussit sur tous les exemples que M. Bernoulli s'est proposés, elle se trouve d'accord avec les résultats que donnent les méthodes directes; mais jusqu'ici cet accord n'est prouvé que par les faits: ainsi un Géomètre qui l'emploîroit pour des problèmes qui ne seroient point résolus d'ailleurs par une méthode rigoureuse, n'auroit (ce qui peut paroître bien singulier en Mathématiques) qu'une assurance probable d'avoir obtenu un résultat conforme à la vérité.

Dans le premier Mémoire que M. Bernoulli ait publié sur la Mécanique, & où il en examine les principes fondamentaux, il donne une démonstration simple & ingénieuse de la fameuse loi du parallélogramme des forces, démonstration qui consiste principalement à prouver l'absurdité de toute autre supposition.

On retrouve la même élégance dans un autre Mémoire sur la relation des centres de gravité d'oscillation & du centre des forces; il y démontre que les oscillations d'un corps sont les plus courtes qu'il est possible, lorsque le point de suspension coïncide avec le centre des forces qui possède cette propriété singulière, quelle que soit la figure du corps qu'on fait osciller autour de ce point.

M. Bernoulli s'occupa ensuite de questions plus nouvelles & plus importantes, il chercha quel devoit être le mouvement oscillatoire de deux corps attachés à un fil flexible, & faisant des oscillations autour d'un point fixe: pour déterminer ce mouvement il calcule d'abord celui du corps le plus voisin du point de suspension, & suppose que l'autre corps descend comme si rien n'altéroit son mouvement; puis il imagine dans le fil une force qui lui restitue sa longueur, & fait changer le lieu des deux poids: l'application de ce principe si simple le conduit à calculer le mouvement, non-seulement de deux poids, mais celui d'un nombre indéfini de poids égaux ou inégaux placés le long du fil, & enfin les oscillations d'une chaîne pesante, homogène, ou même inégalement épaisse.

On savoit que si dans le choc de deux corps, leurs centres de gravité & leur point de contact ne ſont pas dans une même ligne droite, il en réſulte un mouvement composé, que le corps entier ſe meut dans l'eſpace, tandis que toutes ſes parties ont un mouvement de rotation; mais on ignoroit la méthode de décompoſer ces mouvemens, de réduire l'un au mouvement du centre de gravité, l'autre à une rotation uniforme autour d'un axe paſſant par ce même centre, & de déterminer la direction & la vîteſſe de ces deux mouvemens: c'eſt ce que développe M. Bernoulli. La théorie du mouvement des corps d'une figure quelconque, dont le principe général a été donné depuis par M. d'Alembert, eſt devenue, entre les mains de ce même Géomètre & de M.rs Euler & de la Grange, un des édifices les plus hardis que l'eſprit humain ait élevés dans ce ſiècle; mais on ne peut refuſer à M. Bernoulli la gloire d'en avoir poſé les premiers fondemens.

M. d'Alembert avoit réſolu en 1747 le problème des cordes vibrantes, en donnant le premier, ſous leur véritable forme, les équations intégrales de ce problème: cette ſolution avoit toute la généralité dont la nature de la queſtion la rend ſuſceptible. M. Euler, peu de temps après, en donna une, fondée ſur les mêmes principes, & où il eſt conduit aux mêmes réſultats, par une méthode ſemblable. Ces deux grands Géomètres ne différoient que ſur la manière d'aſſujettir à la loi de continuité les fonctions arbitraires que le calcul introduiſoit dans les intégrales. M. Bernoulli prétendit que la méthode de Taylor, qui, le premier, avoit réſolu le problème des cordes vibrantes, mais dans une hypothèſe particulière, étoit, par ſa nature, auſſi générale que la nouvelle méthode, & il réduiſoit par-là le mérite de la ſolution qu'elle donne, à celui d'avoir ſu employer une analyſe alors toute nouvelle, celle des équations aux différences partielles.

Il y avoit dans cette diſpute deux queſtions bien diſtinctes, l'une ſur la généralité des méthodes elles-mêmes, & ſur cette première queſtion peu de Géomètres ont été de l'avis de M. Bernoulli. L'autre ſur la véritable étendue de ces méthodes

appliquées

appliquées aux phénomènes qui peuvent ſe préſenter dans la Nature. Une ſimple hypothèſe de M. Bernoulli, la décompoſition du mouvement réel de la corde en vibrations iſocrones & régulières, de la corde totale, & de ſes parties aliquotes, lui ſervit pour donner à la ſolution Taylorienne toute l'étendue dont il avoit beſoin. Il employoit ce principe à expliquer les ſons différens qu'une même corde peut faire entendre ſucceſſivement ou à la fois, les tons plus ou moins graves que donne un même tuyau ſuivant que l'air y eſt pouſſé avec plus ou moins de force & de vîteſſe. M. Euler étendoit-il ſa ſolution aux oſcillations des corps ſonores, à celles de l'air, aux cordes inégalement épaiſſes; M. Bernoulli, à l'aide de ſon principe, donnoit des mêmes problèmes une ſolution qui, par ſa ſimplicité & ſon élégance, balançoit le mérite de la profonde analyſe de ſon illuſtre Confrère. M. Bernoulli avoit-il réſolu par ſon principe le problème des vibrations d'une lame élaſtique & ſonore, M. Euler y appliquoit ſon analyſe & elle lui en donnoit la ſolution. Enfin M. Bernoulli conſidéra les vibrations d'une corde compoſée de deux parties de groſſeur inégale, mais chacune d'une même épaiſſeur dans toute ſon étendue. Il parvint à déterminer ces vibrations en ſuppoſant d'abord que chaque partie vibrait ſeule, & qu'une de ſes extrémités étoit fixe, tandis que l'autre étoit contenue par un fil flexible & non élaſtique d'une longueur donnée. Il ne lui reſtoit plus qu'à déterminer la longueur que devoient avoir ces fils, pour que les cordes euſſent le même mouvement qu'en les ſuppoſant réunies l'une à l'autre. Si ce problème étoit une eſpèce de défi, M. Bernoulli l'avoit bien choiſi, la loi de continuité étoit rompue dans le point où les deux cordes étoient unies, & il étoit facile de prévoir qu'il en devoit réſulter une difficulté de plus pour une méthode purement analytique; cependant l'analyſe de M. Euler en triompha ſans peine.

Dans cette longue & glorieuſe lutte, on voit, avec un plaiſir mêlé d'étonnement & de reſpect, deux hommes de génie, l'un déployant toutes les forces de l'analyſe, l'autre employant pour s'en paſſer toute l'adreſſe & toute la ſagacité d'un eſprit inépuiſable en reſſources. L'un prodiguant les efforts & les calculs, parce qu'ils ne coûtoient rien à ſon génie également fécond & infatigable; l'autre, toujours ſimple, élégant & facile, mettant ſa gloire à faire beaucoup avec peu de forces, ſans avoir à craindre qu'on osât l'accuſer d'en manquer. Tous deux enfin également ſûrs, d'obtenir l'admiration du petit nombre de ceux qui pouvoient les entendre ou les juger, & dont ils partageoient les ſuffrages.

Cette méthode de réduire les mouvemens composés & irréguliers d'une corde à des vibrations iſochrones & régulières, fut étendue par M. Bernoulli aux mouvemens d'un fil chargé de poids; elle lui ſervit à déterminer avec exactitude la véritable longueur du pendule ſimple, dont les oſcillations répondent à celles d'un poids ſuſpendu à un fil flexible d'une longueur donnée. On ſuppoſoit la longueur de ce pendule égale à la diſtance du point de ſuſpenſion au centre d'oſcillation, & M. Bernoulli prouve que cette hypothèſe non-ſeulement n'eſt pas rigoureuſement exacte, mais qu'il en pourroit même réſulter des erreurs ſenſibles dans des déterminations délicates: c'eſt encore d'après ce principe qu'il trouve les loix du mouvement d'un pendule, en ayant égard aux vibrations qu'il communique à ſon appui & aux corps ſur leſquels il agit. M. Bernoulli démontre que moins une horloge reçoit de mouvement par les oſcillations de ſon pendule, plus le pendule ſimple qui leur eſt iſochrone augmente de longueur, en ſe rapprochant de ce qu'il ſeroit dans le cas d'une immobilité parfaite, & il explique par-là le retard aſſez conſidérable qu'on avoit obſervé dans une horloge uniquement, parce que dans l'intention d'en rendre la marche plus règulière, on l'avoit fixée ſur un appui plus ſolide.

On retrouve encore ce principe dans un Mémoire où M. Bernoulli détermine le mouvement d'une lame élaſtique, frappée perpendiculairement dans ſon milieu, le choc doit lui communiquer un mouvement dans le ſens de ſa direction; mais outre ce mouvement commun, il y en a un autre de vibration dans toutes les parties de la lame. En déterminant ces deux mouvemens, M. Bernoulli eſt conduit à cette concluſion ſingulière, que le mouvement donné par le choc au milieu de la lame, doit en produire un en ſens contraire dans ſes extrémités, en ſorte que pendant que le centre avance, les extrémités reculent au-delà du point où elles étoient avant le choc. Il confirme, par des expériences, ce phénomène que Mariotte & Léibnitz avoient déjà obſervé. Il réſulte de cette théorie, que les loix ordinaires du choc des corps élaſtiques, où l'on a fait abſtraction de ce double mouvement, ne ſont pas rigoureuſement d'accord avec la Nature, & l'expérience eſt encore ici conforme aux réſultats du calcul.

On voit enfin dans pluſieurs endroits de ſes Ouvrages, qu'il croyoit qu'on pouvoit expliquer, par ce même principe, les phénomènes les plus ſinguliers de la lumière ; mais il ſemble qu'il n'ait oſé toucher à cette matière ſi délicate, & il s'eſt borné à montrer de loin, à ſes ſucceſſeurs, une route où il a craint lui-même de s'engager.

Les Géomètres qui connoiſſent les Ouvrages de M. Bernoulli, s'apercevront que nous avons cru devoir nous étendre ſeulement ſur ceux qui peuvent le mieux faire connoître le caractère diſtinctif de ſon eſprit: ainſi, nous n'avons parlé ni de ſes applications du principe de la conſervation des forces vives au mouvement des corps attirés par des centres, ou s'attirant réciproquement, ni de ſes recherches ſur les oſcillations ou les trajectoires décrites dans un milieu réſiſtant; ni enfin de ſa découverte du principe de la conſervation du mouvement gyratoire, principe donné depuis avec de nouvelles applications, par M. d'Arcy, comme nous l'avons dit dans l'Éloge de ce dernier.

M. Bernoulli n'a publié ſéparément qu'un ſeul grand Ouvrage, ſon célèbre traité d'Hydrodinamique.

La théorie du mouvement des fluides avoit occupé les Géomètres les plus illuſtres du dix-ſeptième ſiècle, mais leurs efforts n'avoient preſque ſervi qu'à faire mieux connoître les phénomènes qu'il s'agiſſoit d'expliquer, les queſtions qu'il falloit réſoudre, ſur-tout les difficultés qu'elles préſentoient; & M. Daniel Bernoulli a eu la gloire d'avoir donné le premier cette théorie d'une manière générale, & d'après des principes, ſinon rigoureux, du moins fondés ſur des hypothèſes qui paroiſſoient devoir peu s'écarter de la vérité.

L'un de ces principes eſt celui de la conſervation des forces vives, principe qui ſouffre des exceptions, mais ſeulement pour les cas où la loi de continuité ceſſe d'avoir lieu dans les phénomènes. Le ſecond conſiſte à diviſer le fluide qui ſe meut en tranches parallèles, & à ſuppoſer à toutes les particules de chaque tranche, un mouvement commun, qui ait pour toutes la même vîteſſe & la même direction.

C'eſt à l'aide de ces deux principes que M. Bernoulli réſout tous les problèmes où il s'agit de connoître l'écoulement d'un fluide qui ſort d'un vaſe, ſoit par un orifice, ſoit par un ou pluſieurs tuyaux, ſoit que le vaſe ſe vide, ſoit qu'on l'entretienne toujours plein: il applique ces principes avec le même ſuccès au mouvement des fluides dans des vaſes de figure quelconque, à la preſſion de ces fluides en mouvement ſur les parois des canaux qui les contiennent, aux loix des oſcillations des fluides dans les ſiphons ou dans les vaſes qui ſe communiquent par des ouvertures, au choc des fluides contre les plans expoſés à leur action, à la théorie de l'air & des fluides élaſtiques, à l'examen de cette force ſingulière que l'eau qui s'écoule par un trou percé dans les parois d'un vaſe exerce ſur les parois oppoſées. Cette force de répulſion tend à faire mouvoir le vaſe en ſens contraire, & M. Bernoulli croyoit qu'on pouvoit l'employer avec avantage pour remonter les bateaux ou pour ſuppléer à l'action du vent ſur les grands Vaiſſeaux: depuis, il a déterminé encore par ſa méthode, les différens états d'équilibre, & les oſcillations infiniment petites des corps plongés dans les fluides.

Une partie des queſtions traitées par M. Bernoulli, ſemble devoir échapper aux principes qu'il emploie; mais avec une adreſſe qui ſouvent paroît tenir du prodige, il ſait les y ramener par des considérations physiques, & également ingénieuses & plausibles : d'ailleurs, les principes d'après lesquels on peut déduire les mouvemens des fluides de la nature des forces appliquées à chacune de leurs particules, qu'on suppose assujetties seulement à la loi, ou de conserver le même volume, ou d'en changer suivant une règle donnée ; ces principes directs n'avoient pas encore été découverts par M. d'Alembert, lorsque M. Bernoulli donna son hydrodinamique : aussi cet Ouvrage sera-t-il toujours regardé comme un de ces monumens qui font époque dans l'Histoire des Sciences. *

L'analyse des probabilités, par la nature piquante de ses résultats, par son utilité & sur-tout par la prise qu'elle donne à cette sagacité indépendante des méthodes de calcul, est une des parties des Mathématiques vers lesquelles M. Bernoulli devoit se sentir entraîner avec un attrait plus vif. Dans son premier Mémoire sur cette théorie, il examine une des règles fondamentales de ce calcul, qui prescrit, pour évaluer le sort de chaque intéressé, de multiplier la valeur de ses espérances par la probabilité de l'évènement ; il fait voir que cette règle appliquée à la pratique, à la conduite de la vie, mèneroit à des résultats absurdes, & il propose de la corriger, en substituant à la valeur absolue de l'espérance, une valeur qu'on pourroit appeler *l'espérance relative.* Selon lui, l'espérance de gagner une somme, ne seroit pas exprimée par la somme elle-même, mais par le rapport de cette somme à la fortune de celui qui doit la gagner. Il en résulte que dans les parties liées, les pertes successives, quoiqu'égales entr'elles, doivent être regardées comme plus grandes à mesure qu'elles

* Le nom même d'*Hydrodinamique* étoit alors nouveau, peut-être M. Bernoulli l'adopta-t-il pour ne pas donner à son Ouvrage le titre que portoit celui de son père, sur la théorie des fluides : depuis M. l'abbé Bossut a publié, sous le titre d'*Hydrodinamique*, un Ouvrage fait sur un plan plus étendu, où il traite plusieurs questions dont M. Bernoulli ne s'étoit point occupé, & en résout plusieurs autres avec plus de simplicité & de précision.

diminuent le bien de celui qui perd, tandis que les gains doivent être regardés comme plus petits, à meſure qu'ils augmentent la fortune de celui qui gagne.

Par cette méthode on trouve que ſi deux joueurs égaux en fortune, jouent à un jeu égal, la valeur de la perte de chacun eſt fort ſupérieure à celle du gain qu'il peut eſpérer: ainſi le calcul conduit M. Bernoulli à conclure que le gros jeu ne ſera jamais l'occupation d'un homme raiſonnable. Mais quelque ingénieuſe que ſoit l'idée de M. Bernoulli, elle ne ſuffit pas pour réſoudre toutes les objections auxquelles eſt expoſée cette règle propoſée par Fermat, par Paſcal, par Huyghens, par Jacques Bernoulli, & adoptée depuis ſans examen par un grand nombre de Géomètres. On doit à M. d'Alembert d'en avoir développé toutes les difficultés, & montré qu'il faut ou lui en ſubſtituer une autre, ou ne l'admettre qu'avec des reſtrictions, ou enfin l'employer d'une manière nouvelle.

En 1760, M. Bernoulli appliqua le calcul des probabilités à l'inoculation, il vit cette queſtion en homme public, & on ne peut nier qu'il n'ait établi d'une manière victorieuſe & par une analyſe très-fine les avantages de cette opération pour un État où elle ſeroit généralement adoptée; mais il ne l'enviſagea point relativement à chaque particulier. Sous ce point de vue, la queſtion change: en effet, ſi un grand nombre d'hommes ſe font inoculer en un jour, il importe peu à l'intérêt général qu'une petite partie de ces hommes riſque de perdre la vie au bout de quelques jours, puiſque l'État achette à ce prix une ſorte de certitude de conſerver plus long-temps ceux qui échapperont à ce léger péril. Il n'en eſt pas de même pour chaque particulier, il s'agit pour lui de comparer un riſque très-petit, mais prochain & reſſerré dans un eſpace de temps très-court, à un riſque plus grand, mais éloigné & répandu ſur toute la durée de la vie. Mais M. Bernoulli n'avoit calculé les effets de l'inoculation que comme un républicain, aux yeux duquel l'État eſt tout, & pour qui les hommes ne ſont que des citoyens.

Le calcul des probabilités conduit à des résultats très-compliqués lorsqu'il faut considérer l'ensemble d'un grand nombre de combinaisons, ce qui arrive presque toujours dans les applications de ce calcul aux évènemens naturels. M. Bernoulli propose de regarder alors comme infiniment petit le changement qu'introduit dans ces formules la substitution d'un nombre plus grand d'une unité, & d'employer l'analyse infinitésimale, au lieu du calcul des combinaisons. Il prouve par un grand nombre d'exemples, que cette supposition n'altère les résultats que d'une manière insensible.

C'est d'après cette méthode, qu'il détermine combien, après quelques années d'un nombre connu de mariages qu'on suppose faits le même jour entre des personnes d'un âge donné, il doit rester de mariages subsistans, & d'hommes ou de femmes dans l'état de viduité; il applique la même méthode à la détermination des limites dans lesquelles il est probable que restera la différence du nombre des garçons & des filles pour un certain nombre de naissances, en supposant tantôt que l'un de ces évènemens est aussi probable que l'autre, tantôt que leur probabilité est inégale, comme la plupart des registres de naissances paroissent le prouver.

Ces recherches apprennent à distinguer dans les Tables particulières, les articles qui, présentant des résultats trop improbables, forceroient de supposer que la Nature s'est écartée de ses loix; alors ces résultats doivent être rejetés, à moins que leur vérité ne soit établie sur une autorité presque invincible.

Les Astronomes, à qui leurs observations donnent des déterminations différentes, en forment ordinairement une valeur moyenne en divisant la somme des valeurs par leur nombre; M. Bernoulli les avertit que cette règle ne peut être juste qu'en supposant les observations également probables, & qu'une hypothèse si gratuite n'a pu s'établir que par l'opinion de l'impossibilité absolue de connoître les rapports des probabilités différentes que peuvent avoir des observations faites avec des précautions égales en apparence.

Il cherche enſuite à déterminer ce rapport d'après la ſeule connoiſſance de la différence plus ou moins grande des quantités obſervées.

Si les principes qu'il a employés, ont pu paroître un peu trop arbitraires, on lui doit du moins de la reconnoiſſance pour avoir fait ſentir aux Géomètres la néceſſité de ſoumettre à un nouvel examen, une règle admiſe juſqu'à lui par tous ceux qui avoient à réduire des obſervations de quelque genre que ce ſoit; & pluſieurs Mathématiciens célèbres n'ont pas trouvé ce ſujet indigne de leurs recherches.

Les horloges les mieux conſtruites, ſont expoſées à des dérangemens, les uns tiennent à des cauſes phyſiques, d'autres paroiſſent abſolument irréguliers, ceux-ci peuvent ſeuls être l'objet du calcul des probabilités; M. Bernoulli ſuppoſe que chaque vibration puiſſe également être altérée en plus ou en moins, & il examine quelle eſt la probabilité qu'au bout d'un jour ces erreurs ſe ſeront exactement compenſées, ou qu'elles n'auront point été au-delà d'un certain terme. Il prouve enfin par des exemples, que ces recherches ne ſont point une théorie inutile. Perſonne n'avoit ſongé à s'en occuper & il n'en eſt pas moins vrai qu'elles ſont néceſſaires pour que chaque Obſervateur puiſſe apprécier l'exactitude des horloges qu'il emploie. C'eſt par ce Mémoire qui contient une application ſingulière, neuve & utile du calcul des probabilités, que M. Bernoulli a terminé ſa glorieuſe carrière.

Dix fois il a remporté ou partagé, dans cette Académie, des Prix diſputés par ce que l'Europe a de plus illuſtres Géomètres. Un ſeul juſqu'ici a pu l'égaler & accumuler ſur ſa tête le même nombre de couronnes, M. Euler ſon compatriote, ſon diſciple, ſon rival & ſon ami. M. Bernoulli remporta ſon premier Prix à l'âge de vingt-quatre ans; le ſujet étoit la conſtruction d'une clepſydre qui pût meſurer le temps à la mer avec exactitude, & M. Bernoulli propoſoit des moyens ingénieux & ſimples de rendre la régularité de ces machines indépendante des mouvemens qu'elles éprouvent.

En

En 1734, il partagea le Prix avec ſon père : il s'agiſſoit d'expliquer la cauſe phyſique de l'inclinaiſon plus ou moins grande des orbites des Planètes ſur l'Équateur ſolaire; M. Bernoulli prouva d'abord par le calcul des probabilités, que les limites entre leſquelles les inclinaiſons des Planètes ſont contenues, donnent droit de ſuppoſer qu'une cauſe phyſique les a empêché de ſe mouvoir dans des plans plus inclinés les uns ſur les autres: il cherche enſuite cette cauſe encore inconnue, & il croit l'avoir trouvée dans l'effet de l'atmoſphère des Planètes; mais il faut avouer que cette explication n'eſt qu'ingénieuſe. Jean Bernoulli vit avec peine ſon fils devenir en quelque ſorte ſon égal, par le jugement d'une Compagnie dont il avoit lui-même tant de fois ambitionné & mérité le ſuffrage; l'amour paternel, ce ſentiment le plus fort & peut-être le moins perſonnel de tous ceux que les hommes peuvent éprouver, céda, dans ſon cœur, à ſa gloire indignée: peu touché de voir ſa famille obtenir par ce partage, un honneur encore ſans exemple, inſenſible au bonheur ſi doux pour un père, de ſentir que ſon fils étoit digne de lui, il ne vit dans ce fils qu'un rival, & dans ſon ſuccès qu'un manque de reſpect qu'il lui reprocha long-temps avec amertume. Cette humeur avoit peut-être encore d'autres cauſes, la Pièce de ſon fils étoit ſupérieure à la ſienne, M. Daniel Bernoulli avoit eu l'imprudence de laiſſer paroître qu'il le croyoit, & ſon père ne pouvoit ſe diſſimuler qu'il n'eût raiſon: enfin, le fils avoit oſé ſe montrer Newtonien, il abandonnoit le Cartéſianiſme que le nom de Bernoulli ſoutenoit ſeul encore; & cet aveu de M. Daniel Bernoulli étoit le dernier triomphe qui manquât à la gloire de Newton que ſon père avoit eu le malheur de combattre toute ſa vie.

En 1740, M. Bernoulli partagea le Prix ſur le flux & le reflux de la mer, avec M.rs Euler & Maclaurin; chaque Pièce avoit un mérite qui lui étoit propre, M. Bernoulli avoit traité toutes les parties de la queſtion propoſée, avec cette ſagacité, cette méthode qui caractériſent tous ſes Ouvrages; le Mémoire de M. Maclaurin renfermoit ce théorème célèbre sur l'équilibre des sphéroïdes elliptiques, qui porte son nom, & qui doit l'immortaliser: M. Euler avoit donné une méthode de Calcul intégral, nouvelle alors, & qui sert à résoudre l'équation fondamentale de presque tous les problèmes sur le mouvement des corps célestes.

L'Académie couronna en même temps une quatrième Pièce, dont tout le mérite étoit d'être Cartésienne, & c'est le dernier acte public du culte qu'elle avoit rendu, trop long-temps peut-être, au système des tourbillons.

M. Bernoulli obtint le Prix de 1743, sur les boussoles d'inclinaison. Le calcul de l'erreur que les différentes espèces de frottement peuvent causer dans l'inclinaison d'une lame mobile sur des tourillons, & assujettie à la force magnétique & à la pesanteur; le calcul plus délicat encore du changement que doivent produire dans le lieu du centre de gravité, l'inclinaison de la lame, & la courbure que son poids lui fait contracter; des moyens ingénieux de reconnoître avec exactitude par l'expérience aidée du calcul, la véritable inclinaison, tandis que l'aiguille observée immédiatement, en donneroit toujours une fausse: tels sont les objets traités dans cette Pièce, un des Ouvrages de M. Bernoulli, où il a déployé le plus de finesse & d'esprit, car il est impossible de se défendre d'employer, en parlant de lui, cette expression, qui paroît si étrangère aux objets qu'il traite.

Il partagea en 1747, avec un anonyme, un Prix, sur la manière de connoître l'heure à la mer, lorsqu'on n'aperçoit pas l'horizon; on trouve dans sa Pièce d'excellentes observations sur les moyens d'assurer la régularité des horloges, dont le régulateur est ou un pendule ou un balancier à ressort; l'Auteur y développe ce paradoxe singulier, que sans la résistance de l'air, le poids ou le ressort que l'on emploie, augmenteroit sans cesse les oscillations du balancier ou du pendule; & que cette résistance qui, à d'autres égards, nuit à la régularité du mouvement, est en même temps la véritable cause de la possibilité d'obtenir un mouvement régulier.

Proposer de connoître l'horizon, lorsqu'on ne peut l'obſerver, & que tous les corps placés ſous nos yeux, agités avec le Vaiſſeau, ne peuvent conſerver une direction conſtante, c'eſt, au premier coup-d'œil, propoſer une choſe rigoureuſement impoſſible, mais rien ne l'étoit à la ſagacité de M. Bernoulli; il part d'un principe général qu'il rappelle ſouvent dans ſes Ouvrages, & qu'il fonde ſur la théorie comme ſur l'expérience: les mouvemens alternatifs irréguliers, imprimés à un certain nombre de corps qui ſe communiquent, tendent à une ſorte de régularité, & finiſſent par ſe réſoudre en un ſyſtème de mouvemens iſochrones & ſimultanés qui ſubſiſtent ſans ſe nuire; ce phénomène eſt à la ſuite des règles du mouvement, & l'on voit avec quelque ſurpriſe l'ordre s'établir de lui-même par le ſeul effet de loix mécaniques & néceſſaires. Ce principe conduit ici M. Bernoulli à déterminer la véritable direction verticale, par l'obſervation de pluſieurs pendules de différente longueur & diverſement combinés; quoique le mouvement du Vaiſſeau altère continuellement & ſans aucune règle apparente l'effet de la peſanteur.

La Pièce de M. Bernoulli, ſur les courans, qui remporta un Prix double en 1751, eſt employée ſur-tout à montrer comment le mouvement de rotation de la Terre doit produire, ſous l'Équateur à la ſurface de la mer, un courant régulier, & comment ce premier courant arrêté par un continent produit un autre courant inférieur qui ſe meut en ſens contraire. C'eſt dans ce même Ouvrage qu'on trouve la première obſervation de la propriété qu'ont les fluides de ſe vaporiſer dans le vide, pendant que ces mêmes fluides (tant qu'ils ſont contenus par le poids de l'atmoſphère) reſtent fixes à un égal degré de chaleur.

L'Académie propoſa pour ſujet du Prix de 1753, la manière de ſuppléer à l'action du vent dans les grands Vaiſſeaux, & ce Prix fut encore remporté par M. Bernoulli. Renonçant au moyen qu'il avoit propoſé dans ſon Hydrodinamique, d'employer la réaction de l'eau, il ſoumet au calcul l'effet des rames. Il examine d'abord la force des hommes

& poſe ce principe nouveau, que l'effort total dont un homme eſt capable pendant une journée, eſt à-peu-près le même, ſoit qu'on lui faſſe exécuter un ouvrage en quelques heures, ſoit qu'on diminue l'intenſité du travail en le prolongeant à proportion, pourvu que l'on n'exige point un effort ou une vîteſſe, qui s'étende trop au-delà de certaines limites. Cette règle eſt d'accord avec la Nature, & c'eſt en quelque ſorte, comme le remarque M. Bernoulli, le principe de la conſervation des forces vives, appliqué à l'économie animale.

Si le corps qui ſe meut éprouve des réſiſtances proportionnelles au quarré de ſa vîteſſe, le travail néceſſaire pour en conſerver le mouvement, doit croître comme le cube de ces mêmes vîteſſes, ainſi il arrive un degré où l'augmentation du nombre des rameurs n'ajouteroit preſque rien à la vîteſſe du corps qu'on veut mouvoir : enfin toutes les fois que la force agit, non ſur un point fixe, mais ſur un corps mobile, la partie de cette force employée à donner le mouvement à ce corps eſt perdue pour l'effet qu'on ſe propoſe de produire. Il faut donc diſtinguer dans la force employée, la partie utile & la partie inutile. M. Bernoulli enſeigne à trouver le rapport de l'une à l'autre dans les différens cas, & il expoſe comment, en augmentant la ſurface des rames, on peut diminuer, tout le reſte étant égal, le rapport de la force inutile à la force utile.

Le dernier Prix remporté par M. Bernoulli, a pour objet les moyens de diminuer les roulis & le tangage des Vaiſſeaux ſans nuire à leurs autres qualités. Après avoir déterminé la forme qu'il convient de donner à un Bâtiment pour qu'il ait une ſtabilité plus grande, ſoit dans l'état de repos, ſoit pour les différens degrés d'inclinaiſon qu'il prend par l'effet du vent ou l'action de la lame, l'Auteur examine les moyens d'empêcher que les cauſes qui, comme les lames ou les coups de vent, agiſſent ſur lui par intervalles plus ou moins réguliers, n'augmentent continuellement ſes oſcillations & ne l'expoſent à être renverſé. Cette partie de la théorie étoit abſolument neuve, elle conduit à ce paradoxe, que dans le cas où les causes accidentelles qui tendent à donner de nouveaux mouvemens à un Navire se répéteroient avec de petits intervalles, on augmenteroit le danger de chavirer en augmentant la stabilité du Vaisseau. Mais ce danger n'existe que dans le cas où la distance d'une impulsion à l'autre seroit moindre que le temps de chaque oscillation du Navire; heureusement on ne peut guère redouter dans la pratique d'y être exposé, & dans toute autre circonstance il est utile d'augmenter la stabilité.

Ces détails beaucoup trop longs peut-être, suffisent pour faire connoître M. Bernoulli, on voit que son goût le portoit particulièrement à examiner les questions qui présentent plus de difficultés pour les soumettre au calcul que pour les résoudre quand elles y ont été soumises; on voit que dans celles qu'il se proposoit il cherchoit dans la nature de la question elle-même les moyens de la simplifier, de la réduire à ses moindres termes, ne laissant à faire au calcul que ce qu'il étoit impossible de lui ôter, on voit qu'il vouloit sur-tout employer la théorie pour pénétrer plus avant dans la connoissance de la Nature, en appliquant les Mathématiques, non-seulement à la Mécanique spéculative, aux loix du mouvement abstrait des corps, mais à la Physique, aux phénomènes de l'Univers dans l'état réel & tels que l'observation nous les présente. Personne n'a su trouver plus de ressources dans l'analyse pour soumettre à ses calculs toutes les circonstances d'un phénomène, personne n'a su mieux disposer une expérience pour la rendre propre, soit à confirmer les résultats de la théorie, soit à servir de base au calcul. Par-tout il est Philosophe & Physicien autant que Géomètre. La finesse semble être la qualité dominante de son esprit, mais il l'a portée à un si haut degré, il l'a si heureusement employée, & elle l'a si bien servi, que cette qualité prend chez lui un caractère de grandeur, & produit ce sentiment d'admiration & d'étonnement qui semble réservé aux prodiges qu'enfantent la force & la profondeur du génie.

En 1748, M. Daniel Bernoulli remplaça son père dans l'Académie des Sciences : M. Jean Bernoulli ſon frère lui a ſuccédé dans cette même place qui, depuis qu'elle a été créée, en 1699, c'eſt-à-dire, depuis quatre-vingt-ſix ans a été occupée par des Savans de ſon nom, eſpèce de ſucceſſion bien glorieuſe, puiſqu'elle prouve que dans cette famille vraiment reſpectable, les talens n'ont pas été moins héréditaires que les titres. Si l'orgueil de la naiſſance pouvoit n'être pas une foibleſſe puérile, on ſeroit tenté de l'excuſer lorſqu'il s'appuieroit ſur une pareille illuſtration, & non ſur ces liſtes généalogiques dans leſquelles une vanité ſans pudeur étale ſi ſouvent des prétentions fondées ſur des fables, de brillantes prérogatives achetées par des baſſeſſes, de grandes dignités avilies par des actions honteuſes, & cent titres d'honneur entaſſés à la ſuite d'un nom déshonoré.

M. Bernoulli étoit ſimple, ſans vanité, ſans fauſſe modeſtie; ſa ſociété étoit agréable, il n'y mettoit aucun art, excepté celui de faire parler les autres de ce qu'ils ſavoient le mieux; il ne ſe ſouvenoit de la ſupériorité de ſon génie & de ſa gloire que pour ſentir qu'il devoit chercher à ſe la faire pardonner, & dédaigner des ſuccès de ſociété, trop humilians pour les autres, & pour lui trop petits & trop faciles.

Il ne s'eſt point marié. Dans ſa jeuneſſe on lui propoſa un parti très-avantageux, mais l'extrême économie de la femme qu'on lui deſtinoit, l'eut bientôt décidé à rompre avec elle. Depuis ce temps il n'a plus penſé au mariage que pour ſe ſouvenir qu'il avoit été ſur le point de perdre en un jour ſa liberté & ſon repos, & pour ſe fortifier dans la réſolution de ne plus s'expoſer au même péril. Décent dans ſes mœurs ſans être auſtère, il ne fit pas à l'opinion l'honneur de la braver, mais il ne lui ſacrifia rien de ce qui pouvoit contribuer à la douceur de ſa vie.

Quoiqu'il reſpectât la religion de ſon pays dans ſes diſcours comme dans ſes Écrits & qu'il en ſuivît même les pratiques, à la vérité très-peu gênantes, il étoit fortement ſoupçonné de n'avoir pour elle qu'un reſpect extérieur, ſes Paſteurs ſur-tout l'accuſoient d'avoir porté très-loin la liberté de penſer. Il ne fit jamais rien qui pût les confirmer dans cette opinion ; mais auſſi ne fit-il jamais rien pour la détruire.

Dans tous les genres de plaiſirs, ceux qui promettent le plus, ne ſont pas ceux qui donnent davantage : ſouvent les jouiſſances d'amour-propre les plus piquantes qu'éprouve un homme célèbre ne ſont dûes ni à ſes grands travaux, ni à ſes ſuccès les plus brillans ; M. Daniel Bernoulli, aſſez ſincère pour convenir qu'il avoit connu ces plaiſirs, ſe plaiſoit à raconter à ſes amis deux petites avantures qui l'avoient, diſoit-il, plus flatté que les honneurs & les couronnes littéraires dont les Souverains & les Sociétés ſavantes l'avoient comblé. Sa converſation avoit piqué la curioſité d'un Savant avec lequel il voyageoit : ce Savant voulut ſavoir le nom de ſon compagnon de voyage : *Je ſuis Daniel Bernoulli*, répondit-il avec ſimplicité ; *& moi je ſuis Iſaac Newton*, repliqua l'inconnu qui crut que M. Bernoulli ſe moquoit de lui, & qui ne voulut croire que ſur des preuves bien authentiques, qu'un homme d'une figure ſi jeune & d'un extérieur ſi ſimple fût ce Daniel Bernoulli déjà ſi célèbre en Europe. Une autre fois Kœnig, Mathématicien habile, en dînant chez M. Bernoulli, lui parloit avec quelque complaiſance d'un problème aſſez difficile qu'il n'avoit réſolu qu'après un long travail : M. Bernoulli continua de faire les honneurs de ſon dîner, & avant de ſortir de table il préſenta, à Kœnig, une ſolution de ſon problème plus élégante que celle qui lui avoit tant coûté.

Quelques-uns de ces hommes prompts à juger de ce qu'ils connoiſſent le moins ont prétendu avoir remarqué qu'il eſt très-poſſible d'avoir beaucoup de talent pour les Sciences, & de manquer d'eſprit. Cette obſervation eſt peu fondée ; ou l'homme qui manque réellement d'eſprit, n'a, quoi qu'on en puiſſe dire, qu'un talent médiocre & une réputation uſurpée, ou ſi celui qui a poſſédé un véritable talent, paroît être ſans eſprit, c'eſt qu'il dédaigne d'en montrer, & qu'étranger aux objets dont la ſociété s'occupe, il y garde le ſilence ou y parle ſans intérêt. Cependant cette opinion a dû avoir des partisans nombreux; elle est également propre à décrier les gens d'esprit & à consoler ceux à qui la Nature a refusé le talent. Il nous doit donc être permis de remarquer ici que M. Bernoulli, quoiqu'il fût un homme de génie, avoit cependant beaucoup d'esprit, même pour ceux qui n'auroient pas été en état de sentir tout celui qui brille dans ses Ouvrages.

Comme tous les hommes, nés avec le talent de l'observation, il savoit démêler les ruses, pénétrer les petits secrets des passions ou des vices, mais il ne se servoit de cet art que contre les méchans; se faisant un devoir d'humanité & de justice de ménager les sots, excepté quand ils avoient la prétention de nuire: s'il se laissoit aller trop facilement à sa vivacité naturelle, il rachetoit ce défaut par un fonds de douceur & d'amabilité qui ne le quittoit pas, & sur-tout, par les formes agréables ou piquantes qu'il mettoit dans ses vivacités ou dans la manière de les réparer.

Les hommes qui cherchent à trouver des défauts à ceux dont les qualités brillantes les humilient, l'accusoient d'un vice bien indigne de cette grandeur dans l'esprit & dans le caractère, compagne presque inséparable du génie: ils prétendoient que M. Bernoulli étoit avare. Il est vrai que les dépenses inutiles, celles de la vanité, celles qui font perdre beaucoup de temps & procurent peu de plaisir, lui étoient inconnues; mais sa maison, sa table, ses habits avoient toute la recherche qui est compatible avec la simplicité; il étoit bienfaisant, & l'étoit sans faste, sans chercher à le paroître. Il a fait une fondation en faveur des pauvres Étudians qui passoient à Basle, & il l'a faite de son vivant: enfin, dans plusieurs circonstances où il a été forcé de choisir entre la fortune & sa liberté, son repos ou ses goûts, c'est toujours la fortune qu'il a sacrifiée.

Il aimoit la paix, & sa vie n'a point été troublée par des querelles littéraires. Il s'en élève rarement entre les Géomètres; ils ont peu de juges; ces juges ne peuvent être ni éblouis ni séduits, & ce qui est plus précieux encore, ils ne peuvent être

être injuſtes, on leur démontreroit bientôt qu'ils ſe ſont trompés dans leur jugement; ils partageroient la défaite de celui dont ils auroient favoriſé les prétentions, & l'intérêt de leur amour-propre les force à être équitables: auſſi n'y a-t-il eu de longues diſputes en ce genre, que ſur ces queſtions qui ſont placées ſur les limites de la Métaphyſique & de la Géométrie, & où la première de ces Sciences peut faire entrer, juſqu'à un certain point, les doutes, la ſubtilité, les nuages & l'incertitude qui l'accompagnent, moins peut-être par la nature des objets dont elle s'occupe, que par la faute de ceux qui l'ont cultivée. Dans les Mémoires de M. Bernoulli, qui ont rapport à ces diſcuſſions, on voit quelques traits d'humeur s'échapper comme malgré lui, trop rarement pour faire croire qu'elles aient pu nuire à ſon repos, mais aſſez pour prouver que s'il aimoit la paix, c'étoit moins par tempérament ou par inſenſibilité, que par raiſon & par philoſophie.

Les Membres de l'Univerſité de Baſle ſont exclus des places du Gouvernement, ce n'eſt pas (ainſi qu'on pourroit le croire dans certains pays où les préjugés gothiques ne ſont pas encore éteints) que ces ſages Républicains aient pu regarder la noble fonction d'inſtruire les hommes, comme un état abject; ce n'eſt pas non plus, que, ſuivant des idées non moins fauſſes, mais encore accréditées par l'ignorance & la crainte des réformes utiles, ils croient le talent pour les Sciences, incompatibles avec le talent de gouverner; comme ſi l'art de gouverner n'étoit pas auſſi celui de découvrir ou de diſcerner la vérité; comme ſi la méthode de la trouver, de la reconnoître, d'en préſenter les preuves, n'étoit point la même par-tout; comme ſi enfin les reſſources qu'offre le goût des Sciences, ne devoient pas donner au caractère de ceux qui les cultivent, une indépendance qu'on n'eſt pas en droit d'attendre de ces hommes qui, n'étant rien que par leurs places, perdent tout quand ils ſont forcés de les quitter. D'autres motifs ſans doute ont dicté cette diſpoſition, on a craint l'influence trop grande qu'auroit dans une République peu étendue, un Corps compoſé d'hommes éclairés, ſi une partie de ſes Membres occupoit les places du Gouvernement: on a craint, pour le maintien de l'égalité républicaine, l'eſpèce de ſupériorité qu'auroient dans les affaires, des hommes accoutumés à la réflexion & au travail, & qui joindroient au crédit de la Magiſtrature, l'empire qu'ils conſerveroient ſur leurs diſciples, & l'autorité de leurs lumières: mais quoique M. Bernoulli ne pût être Membre du Gouvernement de ſon pays, il ſut en être un citoyen utile; les plus éclairés, les plus ſages, les plus vertueux de ſes Compatriotes ſe faiſoient un honneur de l'avoir pour ami, & un devoir de le conſulter; ſon avis ſur les affaires étoit-il connu du Public, il donnoit au parti qu'il avoit embraſſé, l'autorité d'un nom révéré; ceux qui avoient des intentions coupables, n'ignoroient pas qu'il ſauroit les pénétrer; & la crainte du jugement d'un Grand-homme, l'honneur de ſa patrie, les effrayoit plus que celle de l'opinion publique qu'on ſe flatte toujours de ſéduire, de ramener, ou de forcer au ſilence.

M. Bernoulli jouiſſoit à Baſle d'une conſidération que l'homme de génie n'obtient qu'après avoir ſurvécu à la jalouſie des contemporains, apprivoiſé ou ſoumis l'orgueil des Grands, & triomphé de l'ignorance ou de l'inſenſibilité du Peuple. Quand il traverſoit les rues de la Ville, les citoyens de tous les ordres le ſaluoient avec reſpect, & ce devoir étoit une des premières leçons que les pères donnoient à leurs enfans.

Sa vie uniforme & réglée, exempte de paſſions & même de chagrins, ſi l'on excepte ceux qui ſont une ſuite néceſſaire de la condition humaine, lui procura une ſanté conſtante: malgré la délicateſſe de ſon tempérament, il conſerva, juſqu'à près de quatre-vingts ans, ſa tête toute entière; ſes derniers Ouvrages ſont dignes encore de lui, & ce qu'il a fait depuis l'âge où tant d'hommes ſont condamnés à l'inutilité, eût ſuffi pour faire la réputation d'un autre Géomètre. Quelques années avant ſa mort il avoit renoncé à la Société qui n'étoit plus que fatigante pour lui, mais il ſe faiſoit porter tous les ſoirs dans une maiſon où ſe raſſembloient cinq ou ſix perſonnes avec lesquelles il étoit lié depuis long-temps; ne recevant plus les Étrangers que la vaine curiosité amenoit chez lui, il ne faisoit d'exception qu'en faveur de ceux qui, célèbres dans l'Europe, excitoient en lui le même sentiment qu'il leur avoit inspiré. Dans ses dernières années une espèce d'asthme très-fatigant lui ôta le sommeil & les forces; au commencement de Mars 1782, ses infirmités redoublèrent, il n'eut plus qu'une existence pénible, jouissant à-peine de sa tête quelques heures de la journée; & le 17 au matin, son Domestique en entrant dans sa chambre, le trouva mort dans son lit; un sommeil paisible de quelques heures avoit précédé son dernier moment, & lui avoit épargné tout ce qu'il auroit pu éprouver de regrets ou de souffrances.

Pleuré de sa famille & de ses concitoyens qui s'honoroient de son génie & de ses vertus, il a laissé aux Sciences des monumens consacrés pour jamais dans leurs fastes; aux Savans des leçons utiles sur l'art de jouir de la gloire & d'y joindre le repos & la considération; à tous les hommes l'exemple de ce que peuvent pour le bonheur le goût de la retraite, l'amour de l'étude & la sagesse.

ÉLOGE
DE M. DE MONTIGNI.

ÉTIENNE MIGNOT DE MONTIGNI, Trésorier de France, Commissaire du Conseil aux départemens des Tailles, des Ponts & Chaussées, du Commerce & du Pavé de Paris; de l'Académie des Sciences, Associé-Étranger de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Prusse, naquit à Paris le 15 Décembre 1714, de Jean-François Mignot de Montigni, Trésorier de France; & de Louise Gaillard.

Il avoit annoncé dès l'enfance, un goût marqué pour la Géométrie & la Mécanique; souvent il employoit ses récréations à former des figures, il cherchoit à les tracer avec régularité & avec justesse, avant même d'en connoître le nom, & de savoir qu'il existât une Science dont elles fussent l'objet. S'étant cassé la jambe à l'âge de dix ans, on le trouva dans son lit, occupé à examiner les pièces de sa montre qu'il avoit démontée avec beaucoup d'adresse; on lui demanda ce qu'il avoit voulu faire, *j'ai voulu voir son ame*, répondit-il, il vouloit dire le principe de son mouvement, & c'étoit beaucoup pour un enfant, de s'être déjà formé de l'ame une idée si nette. Le succès des études qu'il fit au collège de Louis-le-Grand, fut assez brillant pour inspirer aux Jésuites le desir de l'attirer dans une Société où l'on estimoit les talens, du moins comme des instrumens utiles à la gloire de l'Ordre. Ils lui faisoient espérer dans cet Ordre une liberté entière de suivre ses goûts, liberté que sa famille, qui voudroit sans doute le condamner à prendre un état, ne lui laisseroit pas dans le monde: il devoit trouver dans une

Société religieuſe ce repos, cette indépendance des évènemens que l'homme le plus modéré dans ſes deſirs, le plus maître de ſes paſſions, a bien de la peine à conſerver; il mettoit ſon ſalut à l'abri de tous les dangers du ſiècle. Et quel emploi plus noble pouvoit-il faire de ſa vie que de la conſacrer au Dieu qui la lui avoit donnée, & de reconnoître tous ſes bienfaits en ſe dévouant à le ſervir. Ces inſinuations devoient facilement ſéduire un jeune homme qui, renonçant au monde pour le cloître, ſans connoître le cloître ni le monde, ne pouvoit ſentir encore toute l'étendue du ſacrifice qu'il vouloit faire & tout le poids de la chaîne dont il alloit ſe charger.

Le père de M. de Montigni ne voyoit pas les Jéſuites du même œil que ſon fils. A peine s'aperçut-il de ſes diſpoſitions, qu'il les combattit avec toute la force de l'autorité & de la tendreſſe paternelles, mais il trouva de la réſiſtance. Une correſpondance ſecrète que le jeune homme entretenoit avec le Père Tournemine, détruiſoit le fruit de tout ce qu'un père tendre & raiſonnable pouvoit eſſayer ſur le cœur de ſon fils. Il fut obligé de l'emmener à la campagne pour le ſouſtraire à ces inſinuations dangereuſes; alors les ſentimens naturels que ſes Maîtres avoient étouffés, rentrèrent facilement dans un cœur qui étoit fait pour en ſuivre, pour en chérir les douces impreſſions.

Il ſentit combien il auroit affligé ſon père, en lui enlevant les conſolations de ſa vieilleſſe, & les dernières eſpérances de ſa vie, combien il ſeroit doux pour tous deux de s'occuper chacun du bonheur de l'autre; il apprit qu'avec une fortune qui lui permettoit d'être indépendant, il ſuivroit ſon goût pour les Sciences avec plus de liberté dans le monde que chez les Jéſuites. Il comprit que Dieu n'exigeoit pas d'un fils qu'il abandonnât ſon père; d'un Savant, qu'il ſoumît ſes travaux & ſes penſées aux opinions de ſon Supérieur; d'un Citoyen, qu'il ſe donnât un maître étranger; & qu'enfin on pouvoit cultiver les Sciences, ſervir l'humanité, vivre en honnête homme, & être chrétien ſans ſe faire

Jésuite. Ainsi, pour conserver les expressions des Mémoires que nous avons reçus de la famille de M. de Montigni : *il revint à Paris, moins dévot, mais plus raisonnable & meilleur fils.*

Alors il ne songea plus qu'à cultiver ses dispositions pour les Sciences ; il se lia avec les Savans qui s'étoient illustrés par leurs travaux, & dont l'âge ne s'éloignoit pas trop du sien : tels que M. le Comte de Buffon, alors occupé des Mathématiques, qu'il abandonna bientôt après pour se livrer aux travaux d'un autre genre, par lesquels il a su se faire une si grande célébrité ; & M. Fontaine, que le caractère original de toutes ses productions avoit placé, malgré le petit nombre de ses Ouvrages, au rang des hommes de génie. Ces liaisons redoublèrent dans M. de Montigni, son goût pour l'étude, & en 1740 il fut élu par l'Académie, Adjoint dans la classe de Mécanique, mais il devoit être bientôt enlevé à l'Académie & à ses travaux. L'Abbé de Ventadour, avec lequel il avoit été lié au Collége, lui proposa de l'accompagner dans son voyage d'Italie, où il alloit assister à l'élection du Pape, en qualité de Conclaviste du Cardinal de Rohan son oncle. M. de Montigni accepta cette proposition, il crut que le spectacle d'un Conclave pouvoit intéresser un Philosophe, qu'il ne perdroit pas le temps qu'il emploîroit à étudier les mœurs des descendans dégénérés des Catons & des Antonins, & à observer les Chef-d'œuvres des Arts modernes, s'élevant sur les ruines des chef-d'œuvres de l'antiquité. Il vit l'installation de ce Pape Benoît XIV, que sa modération & sa sagesse ont rendu si respectable aux Nations même de l'Europe, auprès desquelles le titre de Souverain Pontife étoit un préjugé qu'il ne pouvoit vaincre que par ses vertus personnelles.

Il parcourut ensuite Naples, la Sicile, Venise, la Lombardie, observant les Gouvernemens & les mœurs, les productions des Arts & les Antiquités, les beautés de la Nature & les phénomènes qu'elle présente en foule dans ce pays, théâtre imposant de tant de révolutions dans la Physique comme dans l'Histoire.

La connoissance de la Langue italienne, celle des principes des Arts dont le goût ne l'abandonna jamais depuis, des lumières sur l'Histoire Naturelle, acquises par ses propres observations; & ce qui vaut mieux, peut-être, le développement de toutes ses facultés, cette instruction de détail si utile, & qu'avec de l'activité & de l'esprit on ne manque jamais d'acquérir, en voyant même rapidement beaucoup d'objets: tel fut le fruit de ce voyage.

Ce fut à son retour, en 1741, que M. de Montigni donna le seul Mémoire de Mathématiques qu'il ait imprimé. Ce Mémoire a pour objet de déterminer le mouvement d'une verge inflexible, chargée d'un nombre quelconque de masses animées de vîtesse aussi quelconques. La verge est supposée ne pouvoir que tourner autour d'un centre fixe, & glisser le long de ce même centre, ou ce qui revient au même, elle est assujettie à ce qu'un de ses points appartienne continuellement à un point fixe. Ce problème fut résolu par M. de Montigni, avec beaucoup d'élégance & de simplicité, par une méthode qui lui appartenoit. M. d'Alembert n'avoit point encore donné ce principe général de la Mécanique, à l'aide duquel on peut résoudre tous ces problèmes; celui de la conservation des forces vives qu'on employoit alors, ne suffit point seul, & il falloit en imaginer un second pour chaque question qu'on se proposoit.

M. de Montigni avoit succédé à son père dans sa charge de Trésorier de France, il s'étoit prêté sans répugnance à cet arrangement de famille, qui loin de contrarier son goût pour les Sciences, lui offroit dans plusieurs des fonctions de cette place, un moyen de consacrer ses lumières à l'utilité publique. M. Trudaine le père étoit lié avec lui depuis sa jeunesse, ce Magistrat éclairé sentit bientôt combien, pour le succès de ses vues patriotiques, il pouvoit trouver de ressources dans un Savant, qui, Membre d'une Cour souveraine, joignoit, à des connoissances très-étendues dans toutes les branches de la Physique, l'étude des loix & celle des principes de l'administration.

Toutes les fois que le Gouvernement s'occupe de la culture, de l'industrie, des manufactures, du commerce, des travaux publics, des moyens d'établir des communications, des effets que la forme ou la répartition des impôts peut produire, des loix qui règlent ces limites au-delà desquelles l'exercice de la propriété peut devenir contraire à la conservation ou aux droits des autres hommes, ce n'est que dans les Sciences physiques qu'il peut trouver la base de ses opérations. Mais un Savant qui ne connoîtroit que les principes de ces Sciences, & même leur application aux Arts, ne donneroit à l'Administration que des lumières incomplètes, il pourroit montrer où est le mal, mais non indiquer les moyens de le réparer; il sauroit à quel but on doit tendre, mais il ignoreroit par quelle route on peut espérer de l'atteindre, & deux hommes qui ne voient que la moitié d'un objet, ne peuvent, quelques lumières, quelques talens qu'ils aient, équivaloir à un seul homme capable de l'embrasser tout entier.

Le caractère de M. de Montigni, le rendoit propre aux travaux dont M. Trudaine vouloit le charger; il avoit à la fois de la modération & de la fermeté; ses opinions n'étoient point exagérées, il aimoit naturellement à agir avec sagesse & avec mesure, mais il savoit vouloir le bien avec constance, & résister au mal avec courage; doux, calme, indulgent même, il ne sembloit sortir de son caractère que lorsque l'utilité publique l'exigeoit, & que le spectacle de l'injustice ou de l'oppression excitoit son zèle.

Une circonstance singulière le mit à portée de rendre aux Manufactures de grands services.

Un jeune Anglois (M. Holker) qui avoit des connoissances très-étendues sur la fabrique des étoffes de toute espèce, ayant embrassé le parti du Prétendant, avoit été pris à la bataille de Culloden, avec un de ses amis. Il s'attendoit à périr du dernier supplice, traitement qu'une politique mal-

mal-adroite & cruelle pouvoit conſeiller, mais qui devoit paroître barbare aux yeux de la juſtice. En effet, la loi qui excluoit les Stuards du Trône, n'étoit (par la forme que l'eſprit de parti lui avoit fait donner) qu'une loi d'intolérance, & par conſéquent une loi injuſte, pour quiconque ne partageoit pas les préjugés perſécuteurs des Égliſes réformées. Cependant M. Holker, enfermé avec M. March ſon ami, trouva le moyen de percer le mur de leur priſon. M. March deſcendit le premier, mais le paſſage étoit trop étroit pour ſon ami, & il rentra dans la priſon pour préparer de nouveau leur évaſion commune, aimant mieux s'expoſer à la mort & à une mort ignominieuſe, du moins par ſon appareil, que de ſe ſauver ſeul. Arrivés en France, tous deux entrèrent au ſervice, mais M. Holker vit bientôt que ſi le zèle pour ſon Prince, avoit fait de lui un ſoldat, la Nature l'avoit formé pour d'autres occupations; il fit propoſer à M Trudaine de l'employer à établir en France quelques branches d'induſtrie que l'Angleterre poſſédoit ſeule, à en perfectionner d'autres où la France avoit une infériorité qui l'excluoit de la concurrence. C'étoit ſe venger de la Patrie qui l'avoit proſcrit, en ſervant celle qui l'avoit adopté, ou plutôt en ſervant l'humanité entière, car tout ſecret dans les arts, arraché à la politique fauſſe & mercantile d'un pays, eſt dans la réalité un ſervice rendu à toute l'eſpèce humaine.

M. Holker ne ſavoit pas le françois, & M. Trudaine ignoroit la Langue angloiſe, il chargea M. de Montigni d'examiner des projets dont il preſſentoit toute l'utilité & toute l'importance. Nous n'entrerons point ici dans le détail de tous les travaux que M. de Montigni fut obligé de faire & pour s'inſtruire des vues de M. Holker & pour en ſuivre l'exécution lorſqu'elles furent adoptées. Nous nous bornerons à dire qu'on doit à leurs travaux réunis, nos manufactures de drap & de velours de coton, l'uſage des cylindres pour calendrer les étoffes, une meilleure méthode de leur donner l'apprêt auquel elles doivent leur luſtre, la perfection actuelle de nos quincailleries & de nos fabriques de gaze, enfin l'établiſſement des machines à carder & à filer les cotons & les laines, machines utiles pour l'économie du travail & de la dépenſe, comme pour les progrès des manufactures qui approchent d'autant plus de la perfection, qu'elles laiſſent moins à faire à la main des hommes. Cependant ce dernier établiſſement avoit des préjugés à vaincre, on croyoit ces machines nuiſibles, préciſément par le même principe qui les rend ſi utiles, parce qu'elles font plus de travail avec moins de bras. Il eſt vrai que ce principe, qu'une fauſſe humanité oppoſoit à l'introduction de ces machines, auroit dû auſſi faire rejeter la charrue, les voitures de tranſport, les canaux, les moulins, l'imprimerie, preſque tous les Arts; d'ailleurs il n'eſt point difficile de ſentir que toute épargne dans la main-d'œuvre, loin de diminuer les moyens de travail pour le peuple, tend au contraire à multiplier ces moyens même, en augmentant pour tous les hommes, la maſſe des objets de conſommation, & par conſéquent celle de leurs jouiſſances & de leurs richeſſes. Enfin, dès qu'une Nation a une fois adopté des machines de ce genre, les autres n'ont plus la liberté du choix, il faut qu'elles l'imitent, ſous peine d'être condamnées dans tous les marchés de l'Europe, à une infériorité ruineuſe & humiliante.

Peu après, M. de Montigni s'occupa de perfectionner les teintures en fil & en coton, de rétablir les manufactures de Beauvais & d'Aubuſſon, qui étoient tombées dans la langueur; & d'établir dans cette dernière ville, une fabrique de tapis-de-pied, ſupérieurs, non pour la durée ou la ſolidité des couleurs, mais pour l'agrément & le bon goût du deſſin, aux tapis de Perſe & de Turquie.

En 1760, il fut chargé d'un travail d'un autre genre: on avoit répandu en Franche-comté, que le ſel de Montmorot gâtoit les fromages, objet d'une grande importance pour cette province, & qu'il empoiſonnoit les beſtiaux; les ſources de Montmorot, charioient, diſoit-on, de l'arſenic & de l'orpiment; ces bruits s'étoient accrédités parmi le peuple, & il ne faut pas s'en étonner; il s'agiſſoit d'une denrée néceſſaire, que la loi force d'acheter d'une ſeule Compagnie. Tout bruit populaire qui ſuppoſe dans une denrée de cette eſpèce, des qualités dangereuſes, favoriſe la haine du peuple, & l'impoſſibilité d'en acheter d'une autre main, rend cette rumeur effrayante, double raiſon pour qu'elle ſoit avidement adoptée. Les propriétaires de Franche-comté, forcés de vendre leurs bois à bas prix, pour l'exploitation des ſalines, ou partageoient la crédulité populaire, ou du moins ſe gardoient bien de la détruire: M. de Montigni fut envoyé pour examiner juſqu'à quel point ces plaintes pouvoient être fondées. Il ne ſuffiſoit pas, pour bien remplir cette commiſſion, d'avoir des connoiſſances chimiques, il falloit, dans ces conjonctures délicates, où la défiance du peuple ſe porte ſur celui même qu'on envoie pour le raſſurer, diſſiper cette défiance par une conduite ſimple & réſervée, proportionner ſes épreuves & ſes expériences aux lumières de ceux qu'on avoit à convaincre, ne point traiter avec mépris ou avec légèreté des opinions devenues générales, n'y point attacher une importance qui auroit pu les accréditer, examiner ſi ces ſels, même ſans avoir des qualités nuiſibles, étoient d'un uſage moins avantageux que les autres; & remédier enfin aux défauts qui pourroient exiſter dans leur fabrique, car il étoit aſſez vraiſemblable qu'il y avoit une cauſe réelle à ces plaintes exagérées.

M. de Montigni a rendu compte de ſon travail dans les Mémoires de l'Académie de 1768, il y montre que les ſources de Montmort ne contiennent aucune autre ſubſtance que celles qui ſe trouvent dans toutes les ſources voiſines, qu'aucune n'en renferme de malfaiſantes, que l'amertume & la cauſticité dont on ſe plaignoit, venoient des vices de la préparation; que des pains de ſel marin mêlé de ſel d'epſum, pétris avec des eaux graſſes qui renfermoient & des ſels marins à baſe terreuſe, & des matières ſuſceptibles de putréfaction, deſſéchés enfin ſans précaution, de manière à permettre la formation de quelques parties de foie de ſoufre, juſtifioient le dégoût du peuple, s'ils ne juſtifioient pas ſes alarmes. M. de Montigni proposa des moyens simples & peu dispendieux, de corriger ces défauts, & ces moyens ont été adoptés; on devoit s'attendre à ce résultat: dans les manufactures libres, l'intérêt du Commerçant suffit pour qu'il veille à la perfection de ses denrées, & cet intérêt est le meilleur & le plus sûr de tous les inspecteurs; mais lorsqu'une denrée nécessaire est soumise à un privilége exclusif, ceux qui exercent ce privilége, ne peuvent avoir d'autre barrière que ce sentiment naturel qui triomphe de l'intérêt même, & qui nous empêche de faire tout le mal qui est en notre pouvoir. Heureux le peuple lorsqu'il trouve, dans ces tristes circonstances, parmi les hommes éclairés, un défenseur intégre & courageux, qui sache à la fois & faire entendre la voix de la justice, & ménager des intérêts qu'on croit liés à ceux du Gouvernement!

Après avoir désabusé les Habitans de la Franche-comté, il falloit encore détromper les Suisses que les mêmes bruits dégoûtoient de nos sels, M. de Montigni s'en chargea: en exposant le vrai avec simplicité, en inspirant la confiance par sa franchise comme par ses lumières, il réussit sans peine auprès d'un Peuple, qui, respecté depuis long-temps en Europe, par sa candeur, a mérité de l'être dans ce siècle, par les hommes de génie qu'il a produits, & par le prix qu'il attache aux connoissances.

Pendant ce voyage M. de Montigni vit à Ferney M. de Voltaire, dont la sœur avoit épousé son oncle paternel. On sait que pendant sa longue carrière il n'avoit point existé en Europe un malheur public sur lequel M. de Voltaire n'eût répandu des larmes, qu'il n'eût essayé de réparer, que du moins il n'eût dénoncé à cette petite portion de l'humanité qui fait sa principale occupation du bien général de ses semblables, & dont il avoit mérité d'être en quelque sorte l'Orateur & le Chef; mais les malheurs des Peuples voisins de ses terres, étoient un tourment pour son cœur, en qui cet amour de l'humanité étoit devenu, par une longue habitude, une véritable passion.

Il proposa donc à M. de Montigni de se joindre à lui pour procurer au petit pays de Gex, séparé de la France par des montagnes, la liberté de racheter, avec un impôt facile à lever, des droits que sa position & sa pauvreté, lui rendoient insupportables par les frais qu'exigeoit en pure perte l'exercice de ces droits. M. de Montigni étoit digne de seconder de telles vues; pendant treize ans entiers, ni lui, ni M. de Voltaire, ne cessèrent de s'en occuper, & le pays de Gex obtint enfin sous le ministère de M. Turgot, cette grâce qui répandit la sérénité & le bonheur sur les dernières années d'un Grand-homme.

En 1763, M. de Montigni s'occupa d'un travail encore relatif aux contestations & aux plaintes, suites trop nécessaires de tout impôt sur les consommations. Il s'agissoit des droits sur l'esprit-de-vin, & de la manière d'avoir égard dans les droits d'entrées aux différens degrés de force de cette liqueur. Les Commerçans & les Fermiers généraux s'en étoient rapportés à sa décision, & si cette confiance des Négocians faisoit honneur à M. de Montigni, celle des Fermiers généraux ne leur en faisoit pas moins à eux-mêmes. Il proposa de se servir d'un aréomètre fort simple, d'une exactitude suffisante, & gradué d'après des mélanges artificiels d'eau & d'esprit-de-vin faits dans différentes proportions. Il est de l'intérêt public de mettre dans la perception des droits de ce genre, une précision physique, même minutieuse, & d'employer une méthode assez simple pour être saisie par ceux qui doivent les payer; c'est la seule digue que l'on puisse opposer à l'arbitraire qui fait briser ou éluder toutes les autres.

Tels ont été les principaux objets qui ont rempli la vie de M. de Montigni; il avoit été nommé Commissaire du Conseil pour le département du Commerce: cette place créée en 1735, pour M. Dufay, de cette Académie, a pour objet d'attacher à l'Administration un Savant qui, instruit de la partie scientifique des Arts, & de la partie des Sciences qui s'applique immédiatement à l'utilité publique, puisse éclairer les Administrateurs auxquels les fonctions importantes dont ils ont été chargés dès leur jeuneſſe, ne permettent pas toujours d'acquérir ces connoiſſances qu'autrefois même ils ont trop paru regarder comme inutiles. Souvent les queſtions qu'il faut réſoudre, ſont trop peu importantes, ne ſont pas ſuſceptibles d'une déciſion aſſez préciſe, n'appartiennent pas aſſez directement aux Sciences, & ſont mêlées à trop de conſidérations étrangères, pour que l'avis d'un corps de Savans puiſſe les décider; quelquefois même, dans les affaires plus importantes, il faut avoir des connoiſſances étendues pour déterminer quelle eſt préciſément la queſtion ſur laquelle on doit conſulter une Compagnie ſavante, pour juger ſi cette queſtion mérite ſon examen, ſi elle n'eſt pas déjà décidée, ou par cette Compagnie même, ou par l'accord de tous les hommes éclairés. Celui qui exerce cette place de Commiſſaire du Conſeil, eſt en quelque ſorte un intermédiaire entre les Savans & les Adminiſtrateurs; il doit parler également le langage des Loix & celui des Sciences. La conduite de M. de Montigni a prouvé qu'il avoit ſu remplir cette fonction importante & ſouvent délicate, avec autant d'intégrité que de lumières, avec autant de prudence que de courage.

S'il a donné peu de Mémoires à l'Académie, les occupations dont il a été chargé doivent être ſon excuſe. Ceux qui contribuent par leurs découvertes aux progrès des Sciences & ceux qui les font reſpecter en les rendant utiles, ont également droit à l'eſtime des hommes, & doivent nous être également chers.

En rendant compte au public des travaux des Confrères que nous regrettons, il doit nous être permis de lui expoſer les motifs plus particuliers de nos regrets. M. de Montigni étoit cher à la Compagnie par le zèle avec lequel il s'acquittoit de toutes les commiſſions dont elle le chargeoit, par l'exactitude & la préciſion avec leſquelles il lui rendoit compte de ces commiſſions. Dans toutes les affaires, dans toutes les diſcuſſions intérieures qui pouvoient la partager, les avis de M. de Montigni étoient toujours inſpirés par la modération & la ſageſſe, ſoutenus avec tranquillité, mais avec force,

& dictés par une raiſon lumineuſe appuyée de l'expérience que l'habitude des affaires lui avoit donnée : comme il étoit utile au Gouvernement par ſes lumières dans les Sciences, il l'étoit à l'Académie par celles qu'il avoit acquiſes dans la Magiſtrature & dans l'Adminiſtration.

M. de Montigni avoit toujours eu pour amis ceux de ſes Confrères qui, par leurs travaux & leurs découvertes, avoient obtenu une plus grande célébrité, il jouiſſoit de leurs ſuccès & prenoit part à leur gloire. Lorſque l'Académie, voulant honorer le génie d'un de ſes Membres moins ancien que lui, donna le titre de Penſionnaire ſurnuméraire à M. d'Alembert, M. de Montigni s'empreſſa d'applaudir au vœu de la Compagnie, & d'appuyer de ſon conſentement cette préférence accordée à ſon ami ſur lui-même. Il admettoit à partager cette amitié ſi précieuſe, ceux même qui ne pouvoient la mériter que par leur zèle & leurs efforts, & c'eſt à ce titre qu'il m'a été permis d'être placé dans une liſte ſi honorable.

M. de Montigni penſoit, & ſa conduite fut toujours conforme à ce principe, que des hommes qui n'ont qu'un même objet, la connoiſſance de la vérité ; qu'un même but, l'utilité de leurs ſemblables, doivent pour leur intérêt, comme pour le bien de leur cauſe, être unis entr'eux, & ſe contenter chacun de la portion de talent que la Nature lui a donnée, & du bien qu'elle l'a rendu capable de faire; ainſi l'on voit ces aſtres différens en éclat & en grandeur, mais également néceſſaires à l'ordre du monde, unis entr'eux par une force commune, ſuivre en paix leur marche éternelle, tandis que ces météores paſſagers, fruits impurs des exhalaiſons de la Terre, ſe pourſuivent, ſe combattent & diſparoiſſent enſemble.

M. de Montigni vivoit beaucoup dans le monde, il y ſavoit tempérer ſa gravité naturelle par de la douceur & de la gaieté, poli ſans affectation, conſervant toujours une ſorte de dignité qui repouſſoit la familiarité, mais inſpiroit les égards, & ne nuiſoit point à l'amitié, il rendoit les Sciences respectables par le ton qu'il avoit dans la société, comme par sa conduite, dans les fonctions de ses places.

Il ne s'étoit point marié, & ce lien n'avoit pas été nécessaire à son bonheur; assez heureux pour conserver sa mère très-long-temps, & pour lui rendre des soins dans une longue vieillesse; il aimoit, avec l'affection d'un père, ses deux nièces, M.me la comtesse de Mellet & M.me la comtesse de Sabran; il avoit trouvé en elles, une tendresse égale à la sienne, & tout ce qui pouvoit répandre des charmes sur sa vie, l'union des grâces & de la sensibilité de leur sexe, avec un caractère solide & une raison éclairée.

Sa santé qu'il avoit toujours ménagée, s'altéra l'hiver dernier: il sentit, par cet instinct que la Nature nous a donné, que sa fin étoit prochaine; mais ne voulant pas affliger les personnes qui lui étoient chères, il cachoit avec soin ce sentiment, les entretenoit d'espérances qu'il n'avoit plus, & parloit tranquillement de sa convalescence au moment même où il sentoit que la mort alloit terminer une existence devenue pénible; il jouissoit au milieu de ses maux, des soins de ses amis & des agrémens de leur société. *Voilà encore une bonne journée de passée, grâce à vous & à mes amis*, dit-il un jour à M.me la comtesse de Mellet lorsqu'elle le quittoit: *je me sens bien mal,* lui dit-il encore le jour de sa mort, & se reprenant bientôt; *c'est la faute du temps*, ajouta-t-il, *ne vous fait-il pas bien mal aussi!* quelques heures après, il dit adieu à ses nièces, & les pria de le quitter. Elles insistèrent pour rester auprès de lui; *non*, leur dit-il, *il est temps pour tout le monde de se retirer*, & il expira quelques instans après, le 6 Mai 1782.

Telle est la fin d'un homme de bien & d'un Sage qui, ne laissant après lui, ni des malheureux qu'il ait faits, ni des infortunés auxquels son existence soit nécessaire, termine sa vie sans inquiétudes comme sans remords.

Son testament porte le caractère de ses autres actions, il laissoit sa fortune telle qu'il l'avoit reçue; ses affaires étoient dans

dans cet ordre, si précieux aux hommes d'une probité scrupuleuse, ils savent que c'est le seul moyen sûr de ne pas s'exposer au malheur & au crime de manquer à leurs engagemens, crime d'autant plus honteux qu'il reste presque toujours impuni, & qu'il est souvent trop facile à ceux qui le commettent, de se soustraire aux loix ou même de les surprendre en leur faveur. Un partage égal de ses biens entre ses nièces, en laissant à chacune ce qui lui a paru le plus utile à sa situation, le plus conforme à ses goûts, des legs à ses domestiques, quelques présens à ses Confrères & à ses amis, la fondation d'un Prix sur une question de Chimie, immédiatement applicable à la pratique des Arts; (car il vouloit être encore utile aux Sciences & au Public après sa mort, comme il l'avoit été pendant sa vie, & l'être de la même manière, en répandant sur les Arts les lumières nouvelles dont les Sciences s'enrichissent) telles sont ses dispositions; il a cru devoir parler dans ce Testament de ses occupations, & il en parle avec simplicité, s'excusant d'avoir peu fait pour les Sciences, par l'utilité des travaux dont il avoit été chargé par le Gouvernement, s'applaudissant de n'avoir pas entraîné l'Administration dans des dépenses inutiles, & n'ambitionnant d'autre gloire que celle d'avoir rempli ses devoirs d'homme & d'Académicien, & d'avoir été cause d'un peu de bien, sans avoir fait jamais de mal à personne.

ÉLOGE
DE M. MARGRAAF.

ANDRÉ-SIGISMOND MARGRAAF, Directeur de la classe de Philosophie expérimentale dans l'Académie de Berlin, Membre de l'Académie Électorale de Mayence, Associé-Étranger de l'Académie des Sciences, naquit à Berlin le 3 Mars 1709, de Henneing Christian Margraaf, Apothicaire de la Cour, & d'Anne Kellner.

Les livres ne peuvent remplacer les leçons des Maîtres habiles, quand les Sciences n'ont pas encore fait assez de progrès pour que les vérités qui en forment l'ensemble puissent être distribuées & rapprochées entr'elles suivant un ordre systématique; & si la méthode d'en chercher de nouvelles, n'a pas été réduite à des procédés exacts & simples, à des règles sûres & précises. Avant cette époque, il faut être déjà consommé dans une Science, pour lire avec utilité les Ouvrages qui en traitent: & comme cette espèce d'enfance de l'Art, est le temps où les préjugés y règnent avec le plus d'empire, où les Savans sont les plus exposés à donner leurs hypothèses pour de véritables principes, on risqueroit encore de s'égarer si l'on se bornoit aux leçons d'un seul Maître, quand même on auroit choisi celui que la Renommée place au premier rang; car ce temps est aussi celui des réputations usurpées. Les voyages sont donc alors le seul moyen de s'instruire, comme ils l'étoient dans l'Antiquité & avant la découverte de l'Imprimerie. Le père de M. Margraaf le sentit, il envoya son fils étudier successivement sous Newman, sous Hoffman, sous Junker, sous Henkel, enfin sous Spielman, au fils duquel M. Margraaf a eu le plaisir de rendre les leçons qu'il avoit reçues de ſon père, en s'acquittant, mais avec uſure, de la dette qu'il avoit contractée.

C'eſt dans les laboratoires de ces ſavans Chimiſtes, c'eſt en ſuivant les détails de leurs manipulations, en ſaiſiſſant les traits de lumières qu'ils laiſſoient échapper, en épiant ces petits ſecrets de l'Art dont chaque Maître étoit alors jaloux de conſerver la poſſeſſion excluſive, que M. Margraaf parvint à raſſembler tout ce qu'il étoit alors poſſible de ſavoir. Il revint dans ſa Patrie au bout de dix ans, chargé d'une immenſe collection de faits & de procédés, mais bien convaincu de la néceſſité de les ſoumettre à un examen rigoureux, & depuis ce moment ſa vie entière a été partagée entre ſon Laboratoire & l'Académie de Berlin.

L'inventeur du phoſphore, quel qu'il ſoit, a mérité de ſe voir diſputer ſa découverte pour avoir voulu en faire un ſecret: c'eſt la ſuite ordinaire & la juſte punition de cette eſpèce de charlatanerie, dont pluſieurs exemples ſemblables ont preſque abſolument corrigé les Savans. Le phoſphore qui n'avoit été long-temps qu'un objet de curioſité, étoit devenu le ſujet de recherches plus ſérieuſes, & après en avoir admiré les propriétés phyſiques, après avoir appris le ſecret de le produire, il reſtoit à en découvrir la nature. M. Margraaf prouva le premier que le procédé très-compliqué employé pour faire le phoſphore, pouvoit ſe réduire à diſtiller avec une matière charbonneuſe, la ſubſtance qui, combinée avec l'alkali fixe, forme le ſel fuſible de l'urine. Cette ſubſtance eſt compoſée d'un acide & d'une eſpèce de terre particulière vitrifiable ſans addition, dans laquelle M. Prouſt a obſervé depuis des propriétés ſingulières, comme celle de ſe combiner avec les alkalis & quelques autres qui la rapprochent du ſel ſédatif. Mais l'acide & la ſubſtance charbonneuſe contribuent ſeuls à la production du phoſphore. Tel fut le réſultat du travail de M. Margraaf, & c'eſt tout ce qu'on pouvoit ſavoir dans un temps où les Chimiſtes n'obſervoient point encore les altérations que l'air éprouve dans leurs expériences.

Quoique la théorie des ſubſtances ſalines fût une des parties les plus avancées de la Chimie, il reſtoit encore beaucoup d'incertitude ſur la nature de quelques uns des ſels, même les plus communs.

M. Margraaf a prouvé le premier, que la baſe de l'alun eſt une terre argileuſe, que celle qui, dans l'eau-mère du ſel marin, reſte combinée avec ſon acide, qui eſt la baſe des ſels amers contenus dans pluſieurs eaux minérales, qui entre en très-grande quantité dans la ſerpentine de Saxe, & dans pluſieurs pierres du même genre, eſt une terre particulière, & qu'elle n'appartient à aucun des trois genres admis alors par les Chimiſtes, d'après l'autorité de Pott & de ſes nombreuſes expériences: c'eſt celle que l'on appelle aujourd'hui *terre magnéſienne*. On voit ſouvent dans la Chimie le nombre des ſubſtances, regardées comme ſimples, ſe multiplier, parce qu'une meilleure philoſophie, ou des obſervations plus exactes, détruiſent les hypothèſes, d'après leſquelles on s'étoit permis de confondre des ſubſtances ſéparées; & d'autres fois on voit ce même nombre diminuer, parce que la découverte de quelques vérités, l'emploi de nouveaux moyens, nous apprennent le ſecret de la compoſition de certains corps qui avoient conſtamment échappé à l'Analyſe.

M. du Hamel avoit montré le premier, que la baſe du ſel marin n'eſt ni une terre, ni un mélange d'alkali végétal & de terre, mais un véritable alkali, qui a toutes les propriétés communes à cette claſſe de ſels, & qui diffère de l'alkali fixe du tartre, par des propriétés conſtantes. M. Margraaf, en ajoutant de nouvelles preuves à celles de M. du Hamel, a fait connoître le premier pluſieurs des phénomènes que préſente cet alkali minéral. Une des raiſons de ne pas l'admettre au rang des ſels, étoit l'opinion que l'alkali fixe, tiré des cendres végétales, eſt le produit du feu; & M. Margraaf a encore prouvé que cet alkali exiſte tout formé dans le tartre & dans pluſieurs végétaux.

La chimie des Métaux ne doit pas moins à ſes recherches: il a donné de nouveaux moyens d'obtenir, dans un degré de pureté plus parfaite, l'argent, le zinc, le régule d'antimoine, & l'étain qu'il a trouvé ſouvent combiné avec une petite portion d'arſenic. Des Chimiſtes françois ont depuis perfectionné ce dernier travail, & montré que le mélange de ces deux ſubſtances métalliques eſt purement accidentel. M. Margraaf parvint auſſi à diſſoudre dans les acides du règne végétal, pluſieurs métaux qui réſiſtent à l'action de ces acides, ſous leur forme métallique, & y cèdent lorſqu'on les y ſoumet ſous celle du précipité. Il fit voir que la plupart des métaux, & l'or même, ſont attaqués par l'alkali fixe qui les diſſout; propriété ſingulière par laquelle les alkalis ſe rapprochent des acides ſi long temps regardés comme leurs implacables ennemis. Les travaux de M. Margraaf, ſur la platine, ont contribué à étendre les connoiſſances des Chimiſtes ſur cette ſubſtance, digne d'intéreſſer également & par le grand nombre d'uſages utiles, auxquels on peut l'appliquer, & par ſes propriétés ſingulières, faites pour conduire peut-être un jour à des découvertes importantes ſur la compoſition intime des métaux, & ſur la qualité qui les diſtingue eſſentiellement des autres corps de la Nature.

Enfin M. Margraaf a eu le mérite d'enrichir la Chimie d'un nouveau demi-métal, du régule de manganèſe, découverte d'autant plus importante qu'elle a confirmé ce qu'avoit fait préſumer l'exemple de la platine, en nous montrant que le nombre des ſubſtances métalliques eſt bien moins borné qu'on ne l'avoit cru; que l'opération par laquelle la Nature forme les métaux, eſt plus étendue, plus variée, & qu'ainſi nous avons une eſpérance mieux fondée de ſurprendre un jour ce ſecret important.

L'analyſe de la pierre, connue ſous le nom de *lapis Lazuli*, à laquelle M. Margraaf a joint depuis celle de la topaze de Saxe, eſt le premier modèle de l'analyſe complète d'une pierre dure, formée de pluſieurs élémens terreux aſſez exactement combinés pour que leur réunion préſente les apparences de l'homogénéité; cette partie de la Chimie a fait depuis des progrès immenſes, ſur-tout entre les mains de

M. Bergman; mais ces progrès ne doivent qu'augmenter la reconnoiſſance dûe à celui qui eſt entré le premier dans la carrière.

M. Margraaf, frappé du goût ſucré de pluſieurs ſubſtances végétales, chercha les moyens de reconnoître le principe auquel elles le doivent, de l'obtenir à part, enfin, de s'aſſurer s'il eſt le même dans toutes ces ſubſtances: il employa l'eſprit-de-vin pour diſſoudre le corps ſucré, & le ſéparer des parties gommeuſes & extractives, ce procédé lui réuſſit & le conduiſit à déterminer avec aſſez d'exactitude la quantité de ſucre abſolument ſemblable au ſucre ordinaire que chaque Plante peut contenir; le ſuc du bouleau, la fécule du chervi, les fleurs même du tilleul en produiſent des quantités très-ſenſibles. On ſait que cette même partie ſucrée eſt celle qui par la fermentation donne le plus d'eſprit ardent, & M. Margraaf parvint à obtenir de ces fleurs mêlées à l'eau, une eſpèce de vin qui, par la diſtillation, lui produiſit un véritable eſprit chargé de l'odeur agréable qui leur eſt propre.

L'analyſe des calculs de la veſſie, fit obſerver à M. Margraaf qu'ils ne ſont pas tous de la même nature; de deux pierres qu'il examina, l'une étoit preſque entièrement compoſée de ſubſtances volatiles, tandis que l'autre contenoit une quantité très-conſidérable d'une ſubſtance fixe & terreuſe: les cauſes qui ont formé deux produits ſi différens dans le même lieu & avec le même fluide, pouvoient-elles être les mêmes? s'il exiſte des moyens de diſſoudre ces calculs, ou du moins de les empêcher de croître, ces moyens ne doivent-ils pas être appropriés à la nature des différentes pierres, & varier comme elles? les ſymptômes de la maladie qu'elles produiſent ſont-ils exactement les mêmes? & n'y auroit-il pas des moyens d'apprendre à les diſtinguer avant l'extraction? Ces queſtions que fait naître la lecture du Mémoire de M. Margraaff, ſont intéreſſantes; les connoiſſances qui réſulteront un jour de l'application de la Chimie à l'étude des corps vivans & de leurs fonctions, nous offriront peut-être contre nos maux, des reſſources que nous n'oſerions prévoir aujourd'hui : mais cette application a été négligée juſqu'ici, ſoit parce qu'elle exige une réunion trop rare de connoiſſances, ſoit parce que le genre d'eſprit qui fait chercher & trouver des routes nouvelles, eſt encore plus rare que le talent de l'invention, avec lequel il ne faut pas le confondre.

La dernière de ces qualités ſemble n'exiger que la force de tête capable de raſſembler beaucoup d'idées, & d'en ſuivre les combinaiſons; mais lorſqu'il faut de plus créer à la fois, & les méthodes qu'on emploie, & juſqu'aux queſtions qu'on ſe propoſe de réſoudre, on a beſoin de réunir cette juſteſſe qui empêche de s'égarer, cette fineſſe qui démêle les plus petites nuances des objets, cette hardieſſe à laquelle la vue des difficultés n'inſpire que le deſir plus ardent de les vaincre, qualités rares en elles-mêmes, & qui dans les eſprits d'une trempe commune ſemblent s'exclure mutuellement.

Les Arts doivent auſſi quelques découvertes à M. Margraaf, celle de la compoſition d'une laque rouge pour la peinture, dont le ſecret étoit perdu; celle d'un moyen d'obtenir la fécule bleue de la guède, en la retirant d'un inſecte qui ſe nourrit des feuilles de cette Plante, & ſe charge de ſa couleur; enfin, pluſieurs compoſitions de pierres factices qui imitent la dureté & le brillant des pierres précieuſes, autant que le permet la différence des moyens employés à les produire : ce dernier objet conſidéré par rapport aux Sciences, n'eſt pas même ſans utilité; la comparaiſon des propriétés phyſiques des pierres naturelles & des pierres factices, avec leurs propriétés chimiques & les différences qu'elles préſentent dans leur analyſe, peut nous conduire à des connoiſſances importantes, ſur les loix d'après leſquelles la Nature exécute ces opérations dont elle a caché le ſecret dans le ſein de la terre.

On ne peut refuſer à M. Margraaf, la gloire d'avoir été un des Savans de ce ſiècle, qui ont le plus perfectionné l'analyſe chimique, ſoit celle qui fait démêler les principes des corps, en obſervant les phénomènes qui ſe préſentent, les combinaiſons qui ſe forment lorſqu'on les ſoumet aux opérations de l'Art, ſoit cette autre analyſe plus parfaite qui s'occupe de ſéparer ces principes & de les préſenter à part, chacun dans ſon état de pureté, ou du moins dans celui que nous pouvons regarder comme tel. En effet, des obſervations nouvelles, un examen plus approfondi, ſemblent nous avertir que dans preſque toutes les opérations de la Chimie nous ne ſéparons les principes conſtitutifs d'un mixte, qu'en les combinant en même-temps avec d'autres ſubſtances, & qu'il ne nous eſt pas donné d'en ſaiſir aucun, dans un état vraiment élémentaire.

M. Margraaf joint à cette gloire, celle d'avoir contribué par ſon exemple à introduire dans les Ouvrages de Chimie & dans les procédés de cette Science, une méthode claire, ſimple, vraiment ſcientifique; peut-être jamais aucun Phyſicien n'a porté à un ſi haut degré l'entière excluſion de tout ſyſtème, de toute hypothèſe, à peine ſe permet-il même quelque explication: ſi, par exemple, il admet la doctrine de Stalh ſur le phlogiſtique, on croiroit, par la réſerve avec laquelle il en parle, qu'il avoit quelque preſſentiment que cette doctrine, ſi généralement adoptée alors, ſeroit bientôt au moins ébranlée. Ses Mémoires ſe bornent à l'expoſition des faits, cette expoſition eſt claire; les procédés par leſquels il parvient à ces faits ſont ſimples, il ſait en exclure avec habileté tout ce qui pourroit laiſſer des doutes ſur la vérité à laquelle il eſt conduit: ſes réſultats ont une préciſion qui n'étoit pas connue avant lui, & qui depuis n'a été ſurpaſſée que par M. Bergman, & par un Chimiſte françois, que ſa modeſtie ne me permettroit pas de nommer ici. Mais on chercheroit vainement dans les Mémoires de M. Margraaf, ces idées, ces vues que d'autres Savans ſe plaiſent à prodiguer dans les leurs, & qui ſouvent leur font plus d'admirateurs, ou plutôt d'enthouſiaſtes qu'ils n'en auroient obtenu par de véritables découvertes: un lecteur ſuperficiel pourroit même croire que M. Margraaf n'étoit qu'un obſervateur exact & laborieux, mais en ſuivant ſes procédés & ſes méthodes, on voit que plus fécond en vues & en idées, que les

les inventeurs des plus brillans ſyſtèmes, il s'étoit fait une loi d'attendre, pour les expoſer au Public, qu'elles euſſent été vérifiées par le ſuccès, & de ſe borner à dire ce qu'il ſavoit, & non ce qu'il avoit ſoupçonné, ce qu'il avoit trouvé, & non ce qu'il ſe propoſoit d'examiner. Cette méthode de traiter les Sciences eſt celle d'un véritable ami de la vérité, qui la cherche pour elle-même, & qui l'aime pour le plaiſir de la trouver ou de la connoître.

Dans un temps où l'orgueil ne rougit même plus d'avouer le culte ſervile qu'il rend à l'opinion, peut-être n'eſt-il pas inutile d'obſerver qu'il eſt encore quelques hommes qui n'ont pas fléchi le genou devant cette idole, & qui n'ont pas cru que les jugemens d'autrui duſſent être le ſeul mobile de leurs travaux, le ſeul prix de leurs efforts. Comme ces jugemens ne ſont pas toujours juſtes, l'habitude de s'y ſoumettre n'eſt pas ſans danger, & ſi on réduiſoit la culture des Sciences aux travaux, dont l'opinion publique doit être la récompenſe, on verroit bientôt cette opinion s'égarer de plus en plus, & mettre à leurs progrès réels une limite que le temps & le génie pourroient à peine reculer.

M. Margraaf étoit né avec un tempérament foible, que le travail eut bientôt épuiſé. Des convulſions habituelles furent les premiers ſymptômes des infirmités qui le conduiſirent lentement au tombeau.

Lorſqu'en 1777, il fut nommé Aſſocié-Étranger de l'Académie, il étoit mourant, & il fut également ſenſible au plaiſir d'obtenir une place qu'aucun Chimiſte n'avoit encore occupée, & à la douleur de ne pouvoir plus exprimer ſa reconnoiſſance en juſtifiant par de nouveaux titres le choix de l'Académie. Cependant il reprit un peu de force, redevint capable de s'occuper, de ſuivre les travaux qu'il avoit commencés, & de paroître quelquefois à l'Académie de Berlin; mais ces momens de relâche furent très-courts, & il ſuccomba enfin à ſes maux le 7 août 1782.

A la fatigue d'un travail opiniâtre, à l'effet inévitable des ſubſtances actives ou même vénéneuſes ſur leſquelles il opéroit, ſe joignit peut-être un peu d'intempérance. Si la Nature l'avoit formé tempérant, il ne s'en fût pas écarté, mais les hommes vraiment occupés ne peuvent guère s'assujettir à ces attentions continuelles qu'exige un régime, à cette lutte éternelle contre leurs penchans, qui les fatigue & les détourne de l'objet de leurs pensées. D'ailleurs, si on traite avec sévérité ces penchans, ces défauts qui ne nuisent point à autrui, c'est sans doute parce qu'ils empêchent celui qui s'y livre, d'acquitter envers la société la dette imposée à tous par la Nature; ou parce qu'ils le rabaissent en diminuant l'énergie de ses facultés. Si donc un homme a rempli sa vie par des travaux utiles, si ses talens & l'usage qu'il en a fait, l'ont élevé au-dessus de la sphère ordinaire, l'indulgence à son égard n'est-elle pas un devoir que l'équité même exige? Et comme les juges les plus sévères, ne sont pas toujours ceux auxquels il seroit le plus permis de l'être, ne pourroit-on pas dire avec justice à ces détracteurs d'un homme supérieur, si avides de chercher ses défauts, *quel droit avez-vous de lui reprocher des fautes qui ne l'ont pas empêché de valoir encore mieux que vous!*

M. Margraaf étoit d'un caractère doux, facile & gai; une société peu nombreuse d'amis & d'hommes éclairés qui pouvoient l'entendre, & à qui il pouvoit dire ce qu'il pensoit, étoit sa seule distraction & son plaisir le plus doux après celui de l'étude. Quoiqu'il eût assez de talens pour exciter l'envie, on ne lui a pas connu un seul ennemi, ni parmi ses émules, ni parmi les Chimistes plus anciens que lui & qui pouvoient craindre sa concurrence. Peut-être la douceur de ses mœurs, sa réserve dans ses jugemens n'eussent pas suffi pour lui mériter cette bienveillance universelle que la médiocrité modeste est seule en possession d'obtenir; mais l'extrême simplicité qui règne dans ses Ouvrages a dû désarmer la jalousie; loin de chercher à fixer sur lui les regards, il sembloit éviter tout ce qui pouvoit les attirer, la gloire qu'il avoit obtenue s'étoit offerte d'elle-même, & ses rivaux ne pouvoient s'empêcher de voir avec une sorte de reconnoissance qu'il leur en avoit laissé tout ce qu'il ne lui avoit pas été impossible de leur abandonner.

ÉLOGE
DE M. DU HAMEL.

HENRI-LOUIS DU HAMEL DU MONCEAU, Inſpecteur général de la Marine, Penſionnaire-Botaniſte de l'Académie des Sciences, Membre de l'Académie de Marine, de la Société de Médecine, de la Société Royale de Londres, de l'Inſtitut de Bologne, des Académies des Sciences de Péterſbourg, de Stockolm, d'Édimbourg, de Palerme & de Padoue, des Sociétés d'Agriculture de Paris, de Padoue & de Leyde, naquit à Paris en 1700, d'Alexandre du Hamel, Seigneur de Denainvilliers, & d'Anne Trottier.

Il deſcendoit de Loth du Hamel, Gentilhomme Hollandois : Charles, fils de Loth vint en France vers 1400, à la ſuite de ce Duc de Bourgogne, dont les perfidies & les cruautés ont laiſſé une mémoire ſi odieuſe, & il aima mieux s'y établir que d'aider ſon chef à en dévaſter les provinces. On ne ſait rien de ſa famille avant cette époque, ſinon qu'elle étoit d'origine françoiſe.

M. du Hamel fit peu de progrès dans ſes études, il ne retint de tout ce qu'on avoit voulu lui enſeigner au collége d'Harcourt qu'une ſeule choſe, c'eſt que les hommes, en obſervant la Nature, avoient créé une ſcience qu'on appelle la Phyſique, & voyant que cette Science s'apprenoit mal dans les Écoles, il réſolut de ne profiter de ſa liberté que pour l'étudier.

Il ſe logea auprès du Jardin du Roi, le ſeul établiſſement public où l'on enſeignât alors, à Paris, ce qu'il deſiroit ſavoir. M.rs Dufay, Geoffroi, Lémeri, Juſſieu, Vaillant, furent les amis qu'il choiſit au ſortir du Collége. On peut prévoir aſſez ſûrement ce qu'un jeune homme doit être un jour, en le jugeant d'après ſes ſociétés; ſoit que l'influence de ces premières liaiſons s'étende ſur toute la vie, ſoit qu'elles ne faſſent qu'indiquer le caractère ou les penchans, & que celui qui choiſit mal ait déjà perdu ce qui reſte même quelquefois aux hommes vicieux, le goût de la vertu dans les autres.

Tandis que le plus grand nombre des hommes célèbres a pour premier mobile l'amour de la Renommée, quelques-uns dominés par le plaiſir de l'étude, ſemblent avoir oublié la gloire, du moins dans leurs premiers travaux, s'être étonnés qu'elle vînt enſuite les chercher, ne la deſirer que comme un témoignage qui les aſſure du ſuccès de leurs recherches, & ne regarder le plaiſir qu'on goûte en la méritant, que comme un tribut qu'ils payent à la foibleſſe humaine. Tel fut M. du Hamel.

A vingt-huit ans il n'avoit encore étudié que pour lui. Le ſafran, culture importante dans le Gâtinois, province où ſa Terre étoit ſituée, y étoit attaqué d'une maladie qui paroiſſoit contagieuſe; des oignons ſains, placés à côté d'oignons infectés, éprouvoient bientôt le même dépériſſement. Le Gouvernement conſulta l'Académie, & elle crut devoir charger de ſa réponſe M. du Hamel, qui cependant n'étoit pas encore Académicien.

Il trouva que la maladie étoit cauſée par une Plante paraſite qui s'attache à l'oignon de ſafran, ſe nourrit aux dépens de ſa ſubſtance, & s'étendant ſous terre d'un oignon à l'autre, infecte tout l'eſpace où on lui permet de ſe répandre. L'Académie vit dans ces recherches tout ce qu'elle devoit attendre des lumières, du zèle, de l'exactitude de M. du Hamel, & elle ſe hâta de l'adopter.

Depuis la renaiſſance des Lettres, la plupart des Savans, à l'exception des ſeuls Médecins, ſembloient ne s'être occupés de l'application des Sciences à l'uſage commun, qu'autant qu'il le falloit pour prouver qu'elles ne ſont pas inutiles; auſſi paroiſſoit-on les regarder comme des hommes qui servoient plus à la gloire qu'à l'avantage réel des Nations. Ce préjugé s'est dissipé dès que les Sciences, rendues plus communes, ont été mieux connues; & on a dû chercher à les rappeler vers la pratique, lorsque s'étant enrichies successivement des travaux de plusieurs générations, on a pu faire avec plus de facilité d'heureuses applications des vérités déjà établies, tandis que la découverte de nouvelles vérités devenoit de jour en jour plus difficile; M. du Hamel se trouva placé dans cette époque, & il n'hésita point à se consacrer à l'utilité publique, dût-il lui en coûter un peu de sa gloire.

Il est des hommes pour qui une méditation profonde est un besoin, tout ce qui est difficile leur paroît grand, & un penchant invincible les porte vers les difficultés avec d'autant plus de force qu'elles paroissent plus insurmontables. Jaloux d'ajouter par leurs découvertes à la masse des connoissances humaines, convaincus que de ce progrès successif des lumières, doit résulter un jour une utilité réelle; sûrs de travailler du moins pour l'avantage des générations futures, ils se laissent entraîner sans remords par l'amour de la gloire ou par l'attrait de l'étude. Mais M. du Hamel passoit une grande partie de sa vie à la campagne, il voyoit à quel point les connoissances physiques peuvent contribuer au bonheur des hommes simples qui l'habitent, & combien il est souvent facile de le procurer à peu de frais. Il voyoit qu'en renonçant au plaisir si vif de trouver une vérité après l'avoir long-temps poursuivie, il pouvoit s'assurer le plaisir plus touchant de sentir que chaque jour qu'il employoit au travail, étoit un jour consacré à faire le bien, & il y dévoua tous les momens.

Nous allons présenter ici moins le précis de ses Ouvrages que le tableau des services qu'il a rendus à l'Agriculture, aux Arts, à la science de la Navigation.

Une connoissance approfondie de la physique des végétaux doit être la première étude d'un Philosophe qui aspire à rendre les végétaux plus utiles; elle occupa d'abord M. du Hamel. Sa Physique des arbres ne parut cependant qu'en

1758, il ne voulut la publier qu'après une longue ſuite d'expériences qu'il avoit ſoumiſes preſque toutes au jugement du public en les faiſant imprimer dans nos Mémoires. Cet Ouvrage étoit alors & il eſt encore le Traité le plus inſtructif & le plus complet qui exiſte ſur cette matière importante.

On y voit M. du Hamel toujours timide à adopter une opinion, mais infatigable pour multiplier les expériences; ſupérieur à la petite vanité de ne placer dans ſes Livres que ce qu'il a découvert ou obſervé le premier, mais n'adoptant ce qu'il emprunte qu'après l'avoir confirmé par de nouveaux eſſais, portant l'amour déſintéreſſé de la vérité juſqu'à publier dans ſon Ouvrage même les expériences qui contrediſent ſes opinions, par exemple, celles de M. Ludot de Troies; laiſſant enfin aux autres le ſoin de remarquer ce qui pouvoit lui appartenir à lui-même, comme les loix de l'accroiſſement des Plantes, de la formation des écorces & du bois, l'Obſervation des phénomènes que préſente l'union de la greffe au ſujet, la manière dont les racines & les branches ſe transforment en branches & en racines, les preuves du double mouvement de la sève, & en grande partie du moins, l'influence de l'air, de la lumière & du ſol, ſur le développement, la vie & la nourriture des végétaux; cet Ouvrage, où il ne put s'empêcher cependant de répandre un grand nombre de remarques pratiques propres à éclairer les Cultivateurs, n'étoit que la partie ſcientifique de ſes Traités ſur les bois, ſur les plantations, ſur les arbres fruitiers, & de ſes travaux ſur l'Agriculture.

D'abord il porte ſes regards ſur tous ces arbres employés pour la Marine ou l'Architecture, pour les uſages communs de la vie, pour la fabrique des métiers & des inſtrumens néceſſaires aux Arts; il enſeigne à diſtinguer le terrein qui convient à chaque eſpèce, la méthode de la cultiver, les uſages auxquels elle eſt propre.

Des bois il paſſe aux arbres fruitiers qui fourniſſent l'une des nourritures de l'homme les plus ſaines, les plus abondantes; il trouve à combattre, & tous les préjugés d'un Art qui ne s'étoit alors perfectionné qu'entre des mains grossières, & tous les embarras d'une nomenclature immense, pour laquelle les caractères botaniques deviennent insuffisans. Il dissipe les préjugés, il oppose aux difficultés le travail & la patience. Il enseigne à bien connoître ces individus précieux, à les perpétuer par la greffe, à conserver ou à varier leurs espèces, à multiplier leurs fruits ou à les améliorer, à rendre leur fécondité plus assurée & plus constante, à conduire l'arbre & à le conserver. Il s'attache sur-tout aux espèces qui, propres à produire ces boissons spiritueuses devenues en quelque sorte pour l'homme un de ses premiers besoins, couvrent des Provinces entières, & dont la culture, employant l'industrie de tout un Peuple, devient le seul moyen de sa subsistance. Il ne traite pas avec moins de soin les arbres, qui, comme les pêchers, objet d'une industrie plus bornée, & cultivés pour les délices d'une grande Ville, font vivre par leur produit une partie du peuple industrieux qui l'environne.

L'Agriculture fut enfin l'objet de ses travaux, M. du Hamel soumit à des expériences & à des observations long-temps suivies, la manière de préparer les terres destinées à recevoir les grains, & la méthode de les semer; il s'occupa des moyens de préserver les blés des divers accidens qui s'opposent à leur conservation: il trouva qu'en exposant le grain dans des étuves à une chaleur assez forte pour faire périr les œufs ou les nymphes des insectes qui peuvent y être contenus, en le privant par cette même opération de son humidité, on le garantissoit à la fois des deux fléaux les plus destructeurs, la fermentation & les insectes. Il imagina & fit exécuter une étuve qui, donnant une chaleur graduée & égale dans toute son étendue, réunissoit à la certitude entière du succès, une économie suffisante dans la dépense. Il soumit l'art des engrais à des principes fondés sur la saine Physique; il établit dans ses terres la culture de la rhubarbe, celle des Prairies artificielles, celle enfin des pommes de terre; & il a eu le plaisir de voir de son vivant même ces productions inconnues en France dans sa jeunesse, se multiplier, se répandre, enrichir les cantons qui les ont adoptées, ou offrir une ressource à la misère. Mais c'est presque à l'introduction de ces nouvelles cultures que s'est borné jusqu'ici le fruit de ses travaux.

Il en est de l'art de cultiver, comme des Manufactures : toutes celles qui ne sont exercées que par des hommes à peine au-dessus du besoin, restent dans la médiocrité. Il n'y a point d'innovations sans avances, sans risques : l'Agriculture ne peut donc se perfectionner que lorsque des propriétaires riches, devenus cultivateurs, s'occuperont des progrès de l'art par curiosité, par intérêt, par ce sentiment naturel qui attache l'homme à l'objet de ses travaux, & qu'ils consacreront une partie de leur superflu & de leur loisir à tenter des expériences, à essayer des méthodes. Il faut ensuite que l'exemple de ces propriétaires, la vue de leurs succès, les encouragemens qu'ils peuvent donner, répandent de proche en proche ces nouveautés utiles, auxquelles l'ignorance & les préjugés du Peuple mettent moins d'obstacles que la crainte d'une dépense inutile, car cette crainte n'est point balancée par l'espérance d'un très-grand profit, quand la dépense est prise sur le nécessaire. D'autres préjugés s'opposent encore aux progrès de l'Agriculture; on ne fait d'avances que dans l'espoir d'en être dédommagé : si l'on emploie des soins dispendieux ou pénibles pour conserver une denrée plus long-temps, c'est seulement parce que l'augmentation du prix de la denrée doit récompenser de ces soins. La bienfaisance, le patriotisme, peuvent faire des sacrifices, mais leur activité est bornée; ces sentimens n'ont une force durable que sur un petit nombre d'ames, & quand il s'agit d'une méthode qui n'est utile que lorsqu'elle est générale, c'est de l'intérêt seul qu'il faut en attendre le succès. Cependant le propriétaire des grains, exposé plusieurs fois pour chaque récolte à tout perdre, par l'intempérie des saisons, forcé, pour conserver sa denrée, à des précautions souvent coûteuses, a de plus à craindre l'effet des restrictions mises trop souvent à la liberté de la vente,

entraves

entraves d'autant plus funeſtes aux Propriétaires & au Peuple, que cette denrée eſt plus néceſſaire. Auſſi M. du Hamel s'eſt-il écarté, dans ce ſeul point, du ſilence reſpectueux qu'il s'étoit impoſé ſur tout ce qui tient à la Légiſlation, il a oſé plaider la cauſe de la liberté du commerce des grains, parce qu'il la croyoit liée à la ſûreté des ſubſiſtances, à la proſpérité de l'Agriculture; & il l'a plaidée avec courage dans un temps où le préjugé qu'il attaquoit avoit des défenſeurs irrités & puiſſans, qui pouvoient trouver plus ſûr & plus facile de ſe venger que de répondre.

Dans les dernières années de ſa vie, il eut la conſolation de voir former un établiſſement deſtiné à perfectionner la pratique de la mouture & de la boulangerie; nommé Membre de ce comité qui vouloit ſe décorer d'un nom ſi célèbre, ceux qui le compoſoient lui témoignèrent la crainte de ne pas le voir auſſi ſouvent à leurs Séances qu'ils l'auroient deſiré, *je m'y ferai plutôt porter*, répondit-il. Il voyoit quels heureux effets devoient réſulter d'une Société où l'on s'occupoit de la ſubſiſtance du Peuple, non, comme il en avoit gémi ſi ſouvent, pour la rendre plus chère & plus incertaine, en multipliant des règlemens inutiles & dangereux, mais pour perfectionner la manière de la préparer, afin d'obtenir d'une même quantité de blé une nourriture plus ſaine, plus agréable, plus abondante; & par-là de procurer au peuple une ſubſiſtance moins coûteuſe & plus aſſurée.

M. du Hamel avoit été attaché au département de la Marine par M. de Maurepas, qui lui avoit donné le titre d'*Inſpecteur général;* la confiance du Miniſtre fit eſpérer au citoyen qu'il pourroit ſe rendre utile, & dès-lors il embraſſa toute l'étendue de la Science navale.

La conſtruction des Vaiſſeaux, la fabrique des voiles, des cordages, la connoiſſance & la conſervation des bois l'occupèrent ſucceſſivement, & furent l'objet de pluſieurs Traités qui, comme preſque tous ſes Ouvrages, ſont d'immenſes Recueils de faits & d'expériences : il cherche partout à bien conſtater quelle eſt la meilleure pratique, à la réduire à des règles fixes qui la ſéparent de la routine, à l'appuyer même ſur les principes de la Phyſique, mais s'abſtenant de toute théorie quand il ne pouvoit la fonder que ſur des hypothèſes: on voit qu'il ne veut plus être Savant dès que la Science n'eſt plus utile.

Il n'étend point ſes recherches ſur l'art de conſtruire les Vaiſſeaux, aux queſtions qui, ceſſant d'être à la portée des conſtructeurs, dépendent d'une géométrie profonde; il ſe contente d'adopter les principes que les Bouguer, les Euler ont donnés dans leurs Ouvrages, il renvoie à ces ſavantes théories, dont il avoue l'utilité, autant qu'il en admire la profondeur: trop inſtruit lui-même pour n'être pas ſupérieur à cette injuſtice ſi commune parmi les Praticiens, qui ne manquent guère de proſcrire comme inutile toute théorie qu'ils ne ſont pas en état d'entendre.

M. du Hamel fit établir une École pour les conſtructeurs, & par ce moyen il les ſépara pour jamais de la claſſe des ſimples ouvriers: les Artiſtes célèbres en ce genre, qu'a eus la France, ont été formés par lui & d'après ſes principes; & ſi dans cet Art important, les Nations étrangères ne nous accordent pas une ſupériorité dont l'orgueil national convient ſi rarement, du moins preſque toutes nous traitent comme les Généraux de la flotte grecque traitèrent Themiſtocle, elles nous placent au ſecond rang, & ne préfèrent à la conſtruction françoiſe que la méthode qu'elles ont adoptée.

Il perfectionna auſſi l'art de la Corderie, il prouva qu'en tordant moins les cables on avoit des cordages auſſi forts, plus durables, moins peſans, qui exigeoient & moins de matière & moins de main-d'œuvre: cette correction très-ſimple que l'expérience lui fit découvrir, réunit tous ces avantages qui ſembloient au premier coup-d'œil devoir ſe combattre & s'exclure.

Dans tous les genres, ceux qui ſe livrent à la pratique, ont pour la théorie une averſion qu'il ne faut pas attribuer uniquement à leur ignorance, & moins encore à l'inutilité de la théorie; mais ils voient avec un ſentiment douloureux cette eſpèce de ſupériorité qu'elle donne, & qui bleſſe d'autant plus qu'elle ſemble tenir à une ſupériorité perſonnelle : ſi la pratique a été accompagnée des dangers qui l'ennobliſſent, & de la gloire qui eſt la juſte récompenſe du courage, alors l'averſion pour les Théoriciens doit être plus forte encore, parce qu'on trouve leurs prétentions d'autant plus injuſtes que les connoiſſances pratiques ont plus coûté : auſſi M. du Hamel eut-il ſouvent de la peine à ſe faire écouter des Officiers de la Marine, ſur-tout dans ſes premières inſpeĉtions. Les Sciences moins cultivées qu'aujourd'hui, moins répandues dans les différentes claſſes de la ſociété, commençoient à peine à triompher des préjugés qui les avoient dégradées, & de ceux que l'ignorance avoit élevés contre elles; elles n'avoient alors ni autant de conſidération, ni autant de reſſources; elles étoient moins utiles, & leur utilité n'étoit pas ſi bien reconnue.

Dans les nombreux voyages que M. du Hamel fit dans les Ports pour exécuter des expériences en grand, pour examiner des queſtions relatives aux conſtruĉtions, ou aux établiſſemens de Marine, pour eſſayer des machines ou des inſtrumens, il trouva plus d'une fois des difficultés à eſſuyer; mais il en ſut triompher par les deux moyens les plus ſûrs peut-être pour déſarmer l'amour-propre, la modeſtie & cette pureté d'intentions & de conduite à laquelle cèdent à la longue & toutes les haines & toutes les paſſions.

Un jeune Officier cherchant peut-être à l'embarraſſer, lui fit un jour une queſtion, *Je n'en ſais rien* fut dans cette circonſtance comme dans bien d'autres, la réponſe du Philoſophe. *A quoi ſert-il donc d'être de l'Académie,* dit le jeune homme? Un inſtant après interrogé lui-même, il ſe perdoit dans des réponſes vagues qui déceloient ſon ignorance. *Monſieur*, lui dit alors M. du Hamel, *vous voyez à quoi il ſert d'être de l'Académie. c'eſt à ne parler que de ce qu'on ſait.*

Pendant ſon ſéjour à Toulon, il propoſa quelques innovations qu'il croyoit utiles, elles furent rejetées par tous ceux qu'il conſulta, & M. du Hamel ſentit que le moment de les établir n'étoit pas venu. Peu de temps après M. de Maurepas lui demanda son avis sur un Mémoire envoyé de Toulon, où un de ceux qui avoient combattu M. du Hamel, présentoit les mêmes projets, mais comme s'ils eussent été son ouvrage; *Monsieur,* dit M. du Hamel au Ministre, *il faut faire exécuter ce qu'on vous propose, mais laissons-en l'honneur à l'auteur du Mémoire, pourvu que le bien se fasse il importe peu qu'un autre ou moi en ayons la gloire.* C'est par de pareils moyens qu'il parvint à dissiper toutes les préventions; & il eut le plaisir de voir les mêmes hommes que l'idée de toute nouveauté avoit d'abord effrayés, s'unir à lui pour former une Académie de Marine, destinée spécialement à perfectionner toutes les parties de la Science navale, & sur-tout à en approfondir la théorie, établissement utile, & qu'il est à desirer pour le bien général de voir imiter par toutes les Puissances maritimes.

On a de M. du Hamel un Traité sur la conservation de la santé des Navigateurs. L'air qu'on respire à la mer est très-pur, & si le séjour des Vaisseaux est mal sain, il faut en accuser, non l'état naturel de l'air, mais la réunion d'un trop grand nombre d'hommes dans des lieux étroits où l'air extérieur pénètre difficilement; il faut l'attribuer moins à l'excès ou aux dangers du travail, qu'à la mal-propreté ou à la négligence des Équipages, enfin au peu de précautions que l'on prend pour la conservation de l'eau & de la nourriture, plutôt qu'à l'insalubrité réelle des alimens. A toutes ces causes, presque volontaires, se joint encore la trop grande quantité d'animaux qu'entasse sur les Vaisseaux le luxe qui s'introduit par-tout, & qui par-tout sacrifie la vie ou les besoins du foible & du pauvre, aux fantaisies du plus fort ou du plus riche. M. du Hamel cherche des remèdes contre tous ces maux; il décrit les ventilateurs de toute espèce qui étoient alors connus, & que la nouvelle théorie de l'air propre à la respiration doit nous apprendre à perfectionner un jour; il propose des moyens pour employer à renouveler l'air, le feu de la cuisine des Vaisseaux. Il indique les précautions qu'il faut prendre; la discipline qui doit être établie pour la propreté du Bâtiment & la santé de l'Équipage. Il donne des méthodes pour conserver l'eau ou les vivres & pour en préparer de plusieurs espèces qui soient à la fois sains, peu coûteux & d'une longue conservation. Il emploie toutes les ressources que la Botanique, la Chimie, la Physique peuvent lui offrir; & comme un intérêt d'humanité plus direct étoit le but de cet Ouvrage, on voit qu'il n'en est aucun des siens qu'il ait travaillés avec autant de soin, dont il se soit occupé avec autant de plaisir.

Tant de travaux n'empêchèrent pas M. du Hamel d'être un Académicien très-assidu, & l'un des plus exacts à payer dans nos Mémoires le tribut de travail que les règlemens nous prescrivent. Depuis 1740 jusqu'à sa mort, il a rédigé pour chaque année les observations météorologiques faites à Pithiviers, avec des détails relatifs à la direction de l'aiguille aimantée, à l'Agriculture, à la constitution médicale de l'année, à l'époque de la ponte ou du passage des oiseaux. Ce plan étoit plus vaste que ceux qui avoient été suivis avant lui: le zèle avec lequel M. du Hamel donna l'exemple de ces travaux, a tourné les yeux des Savans vers cet objet important mais trop négligé, & si la Météorologie touche à une révolution; si elle devient ce qu'elle doit être, une des branches à la fois les plus utiles & les plus curieuses des Sciences physiques, on n'oubliera pas sans doute que M. du Hamel s'en occupa constamment dans un temps, où n'ayant aucune espèce de gloire à attendre de ses recherches, il ne pouvoit être animé que par les vues absolument pures d'une utilité, dont lui-même n'espéroit pas d'être jamais le témoin.

Depuis son institution, l'Académie s'est occupée de la description des Arts, objet immense qui embrasse les principes de toutes les Sciences, où le Savant trouve à chaque pas des inventions heureuses, monument de ce que peut le génie, privé même du secours de l'étude; des faits qui ne sont point encore entrés dans le système des connoissances humaines; des problèmes singuliers résolus dans la pratique,

& dont la théorie eſt encore un myſtère inexplicable : tandis qu'au milieu de ces prodiges qui excitent ſon admiration il voit l'ignorance établir ou perpétuer des routines abſurdes, & les préjugés de toute eſpèce luttant contre l'induſtrie la plus ingénieuſe, oppoſer aux progrès des Arts une barrière que la théorie ſeule peut briſer.

La collection des deſcriptions des Arts en renferme vingt de M. du Hamel, en y comprenant la fabrique des cordages, la conſtruction des Vaiſſeaux, & l'art des pêches, art important, la première école des Marins, & qui fournit chez un grand nombre de Nations, la ſubſiſtance d'une partie du peuple.

Ses Mémoires, ſes Obſervations, inſérés dans nos Recueils, ſont au nombre de plus de ſoixante; les uns ont pour objet des remarques utiles ſur la phyſique des végétaux ou ſur la culture des Plantes qu'il a tenté avec ſuccès de naturaliſer en France ; quelques autres renferment des obſervations d'économie animale & de Médecine. Dans l'impoſſibilité de faire connoître, même par leurs titres, cette longue ſuite d'Ouvrages, nous nous arrêterons ſeulement ſur ſa Théorie de la formation des os, & ſur quelques-uns de ſes Mémoires de Chimie: nous avons montré juſqu'ici le citoyen zélé, l'Académicien laborieux, le Savant utile ; il nous reſte à faire connoître le Phyſicien occupé de pénétrer les ſecrets de la Nature, & d'agrandir la ſphère de nos connoiſſances.

L'étude profonde que M. du Hamel avoit faite de l'économie végétale, lui avoit montré entre les Plantes & les Animaux, une foule d'analogies frappantes; il étoit d'autant plus important de les obſerver, que ces deux claſſes d'êtres, également douées de l'organiſation, & de la faculté de ſe nourrir, de croître & de ſe reproduire, ne ſont ſéparées l'une de l'autre, ſur-tout dans les points extrêmes où elles ſemblent ſe toucher, que par des nuances à peine ſenſibles; tandis qu'un intervalle immenſe ſépare les êtres vivans de ces deux règnes, du reſte des corps naturels, où l'on ne voit plus aucune organiſation, où les individus ne jouiſſent point d'une force propre, & n'éprouvent d'action que par l'effet des causes générales qui, réglées par des loix mécaniques, agissent sur leurs molécules ou sur leurs masses.

M. du Hamel examina d'abord si l'endurcissement & la formation des os, si leur réparation ne suivoient pas des loix semblables à celles qu'il avoit assignées à l'accroissement des arbres; & il établit, d'après une suite d'expériences, que les os s'augmentent par l'ossification des lames du périoste, comme les arbres par l'endurcissement des couches corticales: les os, dans l'état de mollesse, s'étendent en tout sens, comme les jeunes branches des végétaux ; mais parvenus à leur état de dureté, ils ne croissent plus, ainsi que les arbres, que par l'addition de ces couches successives. Cette organisation étoit incompatible avec l'opinion de ceux qui croyoient que les os croissoient par l'addition d'une matière terreuse, déposée dans les mailles du réseau organisé qui en forme la texture : M. du Hamel combattit cette opinion par une expérience ingénieuse; il avoit appris par une Lettre de Hans Sloane, Président de la Société de Londres, que les os des jeunes animaux nourris avec de la garance, se coloroient en rouge; il imagina de les nourrir successivement avec des alimens mêlés de garance & avec leurs alimens ordinaires; en sciant les os de ces animaux dans le sens de leur largeur, il observa des couches concentriques alternativement rouges & blanches, qui correspondoient aux différentes époques pendant lesquelles ces animaux avoient été nourris avec de la garance ou sans garance ; lorsqu'ensuite on les scie dans le sens de leur longueur, on voit ces mêmes couches colorées plus ou moins épaisses dans les différentes parties de l'os, suivant le nombre des lames du périoste qui se sont ossifiées: quant aux portions encore molles ou susceptibles de s'étendre en tout sens, telles que les lames voisines de la moelle, dont le réservoir s'agrandit pendant une partie du temps de la croissance des animaux, la couleur rouge marque également les progrès de leur ossification par des points colorés plus ou moins étendus.

M. de Haller attaqua cette opinion, & M. de Fougeroux, neveu de M. du Hamel, se chargea de lui répondre; il sut concilier le respect dû au nom de M. de Haller, avec le zèle qui l'animoit pour la défense d'un oncle chéri, dont il regardoit la gloire comme une portion de son héritage. Il ne nous appartient point de prononcer sur le fonds de cette discussion, mais quand bien même la différence d'organisation qu'on ne peut s'empêcher de reconnoître entre les os & les lames du périoste, comme entre les couches de l'écorce & celles du bois, détruiroit également l'explication que M. du Hamel a donnée de la formation des couches ligneuses, & son opinion sur l'accroissement des os; quand bien même on reconnoîtroit un jour que ce Physicien si sage, si timide, n'a proposé qu'un système ingénieux: ne suffiroit-il point à sa gloire (puisqu'il s'agit d'une question d'Anatomie) d'avoir partagé quelque temps les Savans de l'Europe entre M. de Haller & lui?

M. du Hamel avoit observé dans ses recherches botaniques, que la greffe ne s'attache point sur la branche qui la porte, comme les Plantes parasites sur l'arbre dont elles tirent leur nourriture; qu'elle fait un même corps avec le sujet, que leurs organes ont entr'eux une véritable continuité, & que leur réunion se fait comme celle des plaies des arbres. Il essaya d'étendre ces observations aux animaux: d'abord il s'assura par une opération ingénieuse, mais cruelle, que la jambe d'un poulet pouvoit, en totalité, se souder au corps, après que toutes les parties, peau, muscles, nerfs, vaisseaux, os même, en avoient été successivement séparées; non-seulement il observa que la sensibilité & le mouvement subsistoient après cette opération, mais il vit s'établir une nouvelle communication des artères & des veines de la partie séparée, aux artères & aux veines du reste du corps.

Il voulut examiner ensuite les phénomènes que présente une expérience connue depuis long-temps dans les campagnes, mais que les Physiciens avoient ignorée ou dédaignée: on sait que l'ergot d'un jeune coq, placé sur la tête d'un autre

autre dont on vient de couper la crête, s'y attache, s'y nourrit, & croît souvent jusqu'à la longueur de plusieurs pouces; M. du Hamel observa qu'il devient alors une véritable corne formée de lames comme celle du bœuf, remplie de même par un noyau osseux, quelquefois adhérent à l'os du crâne, plus souvent ayant avec cet os une véritable articulation, & retenu par des ligamens qui unissent l'ergot étranger à l'individu auquel il s'est attaché. En examinant la manière dont croissent ces ergots, on aperçoit que c'est comme dans les cornes du bœuf, par l'addition des lames successives qui se forment entre le noyau osseux & la corne. Ce mécanisme est semblable à celui par lequel le bois & l'écorce d'un même arbre s'accroissent en même-temps par de nouvelles couches. On voit donc encore ici de nouveaux rapports entre les plantes & les animaux; & l'exemple d'une véritable greffe animale, qui, comme celle des végétaux, exige que les parties qui s'unissent soient douées chacune d'une force vitale.

M. du Hamel s'occupa long-temps de Chimie: il donna en 1737, un Mémoire où il démontra que la base du sel marin est un véritable sel alkali, mais différent à quelques égards du sel alkali qu'on retire des plantes terrestres, & semblable à celui que donne l'incinération des plantes marines. On est étonné aujourd'hui que ce fait, si simple, si élémentaire, fût alors ignoré ou combattu par les Chimistes françois; & plutôt indiqué que prouvé par Stalh & ses disciples. M. du Hamel porta plus loin ses recherches, il voulut savoir si la différence entre ces alkalis, tient à la différence spécifique des plantes qui les produisent, ou à la nature des terreins où elles croissent. Il fit semer du kali à Denainvilliers, & suivit ces expériences pendant un grand nombre d'années. Comme il avoit renoncé à la Chimie long-temps avant qu'elles fussent terminées, il pria M. Cadet d'examiner les sels que contenoient les cendres des kalis de Denainvilliers, & ce Chimiste habile prouva que la première année l'alkali minéral y dominoit encore, dans les années suivantes l'alkali végétal augmentoit rapidement, & enfin il ſe trouvoit preſque ſeul après quelques générations.

Les Mémoires de M. du Hamel, ſur l'éther, alors preſque inconnu, ſur les tartres ſolubles, ſur la chaux, renferment des faits curieux & bien obſervés, mais les découvertes nouvelles, auxquelles ces obſervations n'ont peut-être pas été inutiles, ont fait oublier tout ce qui les avoit précédées. Toutes les Sciences ſont ſujettes à ces eſpèces de révolutions; la gloire de l'auteur d'une découverte éclipſe celle des Savans qui l'ont préparée, & ne leur laiſſe de droits qu'à la reconnoiſſance publique.

M. du Hamel avoit une correſpondance très-étendue; il obſervoit ſans ceſſe tout ce qui ſe paſſoit ſous ſes yeux, & il avoit ſoin de conſigner dans nos Recueils tous les faits curieux qui s'offroient à lui ou qu'il recueilloit dans les Lettres de ſes Correſpondans.

Nous n'en citerons qu'un ſeul exemple. On trouve dans les Mémoires de 1757, les détails de l'embraſement ſpontané de groſſes toiles imbibées d'huile & fortement ſerrées; des toiles ainſi préparées avoient ſouvent cauſé des accidens, ſi l'on étoit aſſez heureux pour les prévenir, on les cachoit, moitié par ignorance ſur leur véritable cauſe, moitié dans la crainte de n'être pas cru & d'eſſuyer des reproches. Si l'incendie n'avoit pas été prévenu, alors la voix publique accuſoit la négligence de ceux qui étoient chargés de ces dépôts; plus ſouvent on ſoupçonnoit quelque crime, car le ſoupçon d'un crime eſt, chez le vulgaire, la première explication qui ſe préſente pour ſuppléer à l'ignorance des cauſes naturelles; & ſi ſouvent c'eſt une injuſtice, l'humanité ne l'a malheureuſement que trop méritée. L'obſervation de M. du Hamel étoit donc utile pour prévenir des ſoupçons injuſtes & pour engager à prendre des précautions; cependant plus de vingt ans après l'impreſſion de ſon Mémoire, deux accidens cauſés en Ruſſie par les embraſemens ſpontanés de toiles préparées, furent encore attribués à la trahiſon. L'Impératrice ſeule devina que la cauſe en étoit naturelle, & les expériences faites par ſes ordres, ont confirmé ce qu'avoit prouvé le Phyſicien françois.

On ſera étonné ſans doute qu'un ſeul homme ait ſuffi à tant de travaux, mais M. du Hamel avoit un frère qui, fixé dans la terre de Denainvilliers dont il portoit le nom, partageoit ſon temps entre les ſoins de la bienfaiſance & l'obſervation de la Nature, n'étoit occupé que de ſoulager les habitans de ſes Terres & d'aider ſon frère dans ſes travaux. Pendant que M. du Hamel compoſoit ſes Ouvrages, conſultoit les Savans, entretenoit une correſpondance avec les Hommes les plus éclairés de l'Europe, s'occupoit de nouvelles recherches ſur les Sciences, formoit le plan de ſes expériences & de ſes obſervations, M. de Denainvilliers ſuivoit, dans ſa retraite, les obſervations & les expériences dont ſon frère l'avoit chargé; toujours inconnu, ſatisfait de l'être, ſervant l'amitié, ſe rendant utile à ſa patrie, & ne demandant d'autre récompenſe que le plaiſir d'avoir fait du bien. Pour juger M. du Hamel, il falloit le voir à Denainvilliers; des campagnes couvertes de productions étrangères enrichiſſant les Cultivateurs dont les pères avoient ignoré juſqu'au nom de ces Plantes utiles ou ſalutaires: par-tout les terres du Seigneur préſentant les réſultats plus ou moins heureux, mais toujours inſtructifs, d'expériences ou de procédés nouveaux d'Agriculture; des forêts remplies d'arbres étrangers enlevés à toutes les contrées du Globe, offrant aux yeux un aſpect piquant par ſa variété, intéreſſant par l'eſpoir des richeſſes que ces plantations préparent: des vergers où ſont raſſemblés tous les fruits que l'induſtrie humaine a pu créer ou perfectionner dans nos climats: des fermes dont les plus petits détails renferment une foule de moyens de ſalubrité, de commodité ou de profit, moyens qui, ſuggérés par une Phyſique éclairée; ſont, pour les habitans de la campagne, des leçons & des modèles: une étuve pour les blés, unique en France, offerte gratuitement à quiconque veut ou eſſayer cette utile induſtrie, ou en profiter: tous les inſtrumens inventés pour obſerver la

Nature & pour en connoître les loix, répandus dans les châteaux, dans les jardins, dans les parcs; & au milieu de tous ces objets d'inſtruction, deux hommes réunis par l'amour du bien, différens par leur caractère comme par leurs occupations, l'un portant avec une infatigable curioſité ſur tous les objets utiles, la vue d'un obſervateur éclairé & d'un citoyen voué au bonheur public: l'autre, occupé de ſoulager les maux de l'humanité, d'empêcher ou d'appaiſer les querelles, de prévenir la misère en encourageant au travail, de répandre des lumières comme des bienfaits, d'inſpirer des vertus, & ſur-tout d'en donner l'exemple. Tel étoit le ſpectacle unique qu'offroit ce lieu célèbre par le ſéjour des deux frères, & qui, conſervé par les mains du digne héritier de leur Science & de leur vertu, en ſera le monument le plus touchant & le plus durable *.

Les Ouvrages de M. du Hamel forment un grand nombre de volumes; par-tout il eſt élémentaire, il compte peu ſur les connoiſſances de ſes Lecteurs, il ne veut pas exiger d'eux une attention qui, en les fatigant, pourroit les rebuter: ce n'eſt point pour les Savans qu'il écrit, c'eſt pour tous ceux qui veulent acquérir des lumières applicables à la pratique. Il ne ſe borne point à dire ce qu'il a obſervé de nouveau; il dit tout ce qu'il croit qu'ont beſoin d'apprendre ceux auxquels il s'adreſſe: il rend compte des expériences, des obſervations même qui ne l'ont conduit à aucun réſultat, afin d'épargner du moins aux autres des recherches ſuperflues: ainſi, ſes Ouvrages ont dû paroître longs & remplis de choſes connues. S'il ſe fût occupé de ſa gloire, il les eût réduits dans un eſpace plus reſſerré; il n'eût parlé que de ce qui étoit vraiment à lui, n'eût rapporté que celles de ſes expériences, de ſes obſervations qui l'avoient mené à des découvertes: on eût été plus frappé de ſes talens, de ſa ſagacité, on lui eût rendu plus de juſtice, mais il auroit été moins utile.

On lui a reproché d'être ſouvent diffus, & quelquefois

* M. Fougeroux, de l'Académie Royale des Sciences.

incorrect, mais son style étoit simple & clair: en le soignant davantage il eût sacrifié à son amour-propre une partie de son temps, & il vouloit le consacrer tout entier au bien de la Société. La diffusion nuit sans doute à la clarté, quand on parle à des hommes accoutumés à une attention soutenue, qui savent saisir des nuances fines, qui peuvent recevoir à la fois un grand nombre d'idées, & suppléer aux idées intermédiaires que l'on a supprimées: si on s'étend trop, leur attention, qui n'est plus réveillée, s'éteint, leur mémoire se lasse à retenir des idées qui ne les ont pas assez vivement frappés, & la marche plus lente à laquelle on les contraint, les fatigue, parce qu'ils ont pris l'habitude d'une marche plus rapide. Mais ce n'étoit pas à cette classe peu nombreuse de Lecteurs que s'adressoit M. du Hamel; il parloit à ceux qui ne voient dans un Ouvrage rien au-delà de ce que l'Auteur a exprimé, pour qui l'attention est un travail, qui enfin cherchent dans leurs lectures plutôt une instruction de détail que des idées nouvelles; & un Auteur écrit toujours bien quand il a le style qui convient à son sujet & à ses Lecteurs.

L'aversion naturelle de M. du Hamel pour les systèmes, s'étoit accrue avec l'âge, & elle paroissoit s'étendre jusqu'à toute espèce de recherches théoriques, quoique souvent lui-même eût développé dans ses Ouvrages la nécessité de ne point négliger la théorie: mais le zèle de l'utilité publique étoit en lui une véritable passion, & toutes les passions exagèrent: cette passion a nui quelquefois à sa gloire, à ses succès, à cette utilité même qui en étoit l'objet. En examinant les effets d'un coup de tonnerre qui avoit frappé un Sonneur à Pithiviers, M. du Hamel saisit une analogie si forte entre ces effets & les phénomènes de l'électricité, qu'il ne put s'empêcher de reconnoître l'identité de leur cause. Malheureusement M. de Réaumur donne à cette heureuse conjecture le nom si effrayant de *système;* aussitôt M. du Hamel sacrifie cette partie de son Mémoire, il efface comme une vaine opinion, ce qui, peu d'années après, devient un des faits les plus importans & les plus utiles dont la découverte ait honoré notre siècle.

En disant que M. du Hamel eut une probité sévère, un désintéressement que rien ne put altérer, & qu'il porta jusqu'à ne pas songer même aux intérêts de sa famille, que ses revenus étoient employés en expériences, en dépenses pour l'impression de ses Ouvrages, que toute espèce de faste & presque de vanité lui étoit étrangère, que sa vie fut toûjours simple comme ses discours & ses manières, je ne dirai rien que le récit de ses travaux n'ait fait deviner à tous ceux qui savent combien l'amour de l'étude est un excellent remède contre toutes ces passions qu'enfante l'oisiveté ou les préjugés.

Sa franchise avoit quelquefois de la dureté, sa vivacité pouvoit paroître de la brusquerie, mais il avoit un cœur droit, il étoit bon, ses défauts sembloient n'être que ses vertus même portées jusqu'à l'excès, on ne pouvoit s'empêcher de les lui pardonner, & on eût à peine osé desirer qu'il ne les eût pas.

Il avoit dans sa maison un ordre qu'il seroit dangereux d'imiter si on étoit moins sûr de soi; il savoit que jamais il ne seroit tenté de faire une dépense inutile, & en conséquence sa manière de vivre une fois décidée, il recevoit & dépensoit sans songer à tenir jamais aucun compte.

M. du Hamel étoit attaché à l'Académie par principes, par goût, par l'habitude, par la considération même que son assiduité, ses travaux, son zèle, ses vertus lui avoient méritée parmi nous. Quoiqu'il aimât beaucoup les innovations dans les Sciences & qu'il se fût appliqué toute sa vie à en introduire d'utiles dans les Arts, il ne les aimoit point en politique & encore moins dans le régime intérieur des Corps littéraires. Ce n'est pas qu'il crût que tout fût bien dans la constitution des États ou des Académies, mais il regardoit le temps que les changemens consomment, l'espèce d'agitation qu'ils causent nécessairement, comme une perte pour les progrès des Sciences physiques qu'il croyoit être celles dont les secours sont d'une utilité plus immédiate & plus sûre; d'ailleurs c'est un sentiment naturel à l'homme, de trouver bien les choses avec lesquelles le temps l'a familiarisé, de craindre tout changement parce qu'il lui donne la peine de s'accoutumer à des usages nouveaux, & les hommes même les plus éclairés ne sont pas à l'abri de ce pouvoir de l'habitude.

Il ne se maria point, n'en eut même jamais le desir ni le projet, & il voyoit avec peine les Savans prendre un état qui les obligeoit de sacrifier à de nouveaux devoirs leur temps & sur-tout leur indépendance. On a demandé si pour un homme de Lettres le célibat étoit préférable au mariage, & l'on a discuté cette question d'après les principes de la Médecine & d'après ceux de la Philosophie ; mais ne seroit-elle point du nombre de ces questions dont la solution générale est impossible, parce que la constitution, le caractère, le degré & l'espèce de sensibilité de chaque individu en sont des élémens nécessaires? la réponse doit-elle être ici la même pour toutes les espèces de travaux? pour l'Écrivain politique, comme pour le Géomètre, pour l'homme livré à des études sédentaires & pour le Savant qui veut soumettre à des loix générales des phénomènes dispersés sur toute la surface du Globe, pour celui qui suivant la marche lente & sûre des Sciences physiques, doit tout à la méditation, ou pour celui qui, dans la carrière des Lettres, attend tout de son imagination ou de son ame? Heureusement cette question est peu importante, heureusement quelque espèce de Sciences que l'on considère, soit qu'on veuille comparer la fécondité ou la profondeur, l'opiniâtreté dans le travail, ou la facilité, l'imagination ou la sagacité, on trouvera parmi les célibataires & parmi ceux qui se sont engagés dans le mariage, des hommes d'un génie égal, & qui ont porté ces qualités à un même degré. Il seroit donc injuste de blâmer un homme de Lettres, de vivre dans l'une ou dans l'autre de ces conditions; & nous devons respecter le plus celui qui fait, de la portion de talent qu'il a reçue, l'usage le plus étendu & le plus utile.

M. du Hamel conserva toute sa vie les principes de Religion qu'il avoit reçus dans son enfance, il pratiquoit les devoirs religieux avec exactitude, mais ſans faſte; comme tous ſes momens étoient employés d'une manière utile, il ne ſe croyoit pas obligé à donner à la religion plus de temps que ſes préceptes n'en exigent à la rigueur: ſervir les hommes, ſe pénétrer des merveilles de la Nature & les rapporter à leur Auteur, lui paroiſſoit l'exercice de piété le plus convenable à un Savant & à un citoyen. Quelques perſonnes, en liſant l'hiſtoire des Sciences, ont cru trouver parmi les Savans une diſpoſition plus ou moins grande à la piété, ſuivant les différens genres de connoiſſances qu'ils cultivent, & les Botaniſtes leur ont paru mériter d'être mis au premier rang; en effet, c'eſt dans le règne végétal qu'il ſemble que l'on découvre davantage une unité de deſſeins & de vues, & qu'on peut moins attribuer l'ordre que l'on aperçoit, à l'effet néceſſaire des loix de la Mécanique; les faits qui ne peuvent entrer dans cet ordre, ou qui ſemblent le contredire, frappent moins l'imagination, étonnent moins la raiſon, parce qu'il n'en réſulte point, comme dans le ſyſtème des êtres animés, un mal inévitable & direct pour nous-mêmes; ainſi l'obſervation du règne végétal ſemble rappeler plus fortement l'idée d'une cauſe première, nous entretenir plus ſouvent de ſes bienfaits, & porter plus naturellement notre ame à la reconnoiſſance. Une exiſtence douce & tranquille fut le prix des vertus de M. du Hamel; jouiſſant de la conſidération publique, de l'eſtime, du reſpect même de ſes Confrères, il avoit obtenu la gloire qu'il deſiroit, celle d'avoir beaucoup fait pour le bien de l'Humanité, occupé ſans relâche, mais ſans effort, récompenſé du travail de ſes recherches par le ſuccès ou par l'utilité de leur réſultat; il étoit débarraſſé des ſoins domeſtiques par l'amitié de ſon frère: aidé dans ſes travaux par un coopérateur ſi cher, avec lequel il n'avoit rien à diſputer, ni à partager, il vivoit entouré de neveux, dont les ſuccès, dans plus d'un genre, étoient encore pour lui une ſource de bonheur.

Il les aimoit avec la tendreſſe d'un père, mais d'un père ſévère, qui, en s'occupant de ſes enfans, ſuit plus ſa raiſon

que

que la leur, agit d'après ſon ſentiment plus qu'il ne conſulte leurs inclinations : il négligea leur fortune comme il avoit négligé la ſienne, & le prix de tous ſes travaux a été perdu pour ſa famille comme pour lui-même. Quelquefois il ſe plaignoit d'être oublié, & même il s'en plaignoit avec un peu d'humeur, parce qu'il trouvoit cet oubli injuſte & décourageant pour ceux qui, avec un zèle égal au ſien, n'auroient ni la même fortune ni la même philoſophie : mais il ne fit jamais rien pour que l'on réparât cette injuſtice, & il ne demandoit même point qu'on le dédommageât d'une collection très-coûteuſe de modèles de Vaiſſeaux & de machines de Marine, qu'il avoit raſſemblée à ſes frais, & donnée au Gouvernement, parce qu'il avoit cru qu'elle ſeroit plus utile étant dépoſée dans un lieu public que ſi elle reſtoit cachée dans la maiſon d'un particulier.

La mort de ſon frère vint troubler la paix dont il jouiſſoit, le condamner à s'occuper de ſoins domeſtiques, à faire ſeul ce qu'il lui avoit été ſi doux de partager avec un frère : ſes neveux n'oublièrent rien pour adoucir l'amertume de cette perte ; l'un d'eux, ſon Confrère dans cette Académie, & ſon diſciple, devint le compagnon de ſes travaux. Une nièce chérie lui prodigua, juſqu'à ſes derniers momens, ces ſoins conſolateurs, auxquels ſon ſexe fait mêler tant de douceur & un charme ſi touchant ; mais la chaîne, qu'une longue habitude lui avoit rendue ſi chère, s'étoit briſée, & rien ne l'attachoit plus à la vie.

Son ardeur pour l'étude n'étoit pas diminuée, mais il s'affaiſſoit peu-à-peu ſous le poids de l'âge ; il avoit l'air de faire les mêmes choſes, & avec la même activité, mais ſes forces ne répondoient plus à ſes deſirs. Au printemps dernier il oublia, pour la première fois, d'aller voir ces plantations, dont il avoit embelli ſes terres, & qui, par l'exemple qu'elles ont donné, étoient un de ſes Ouvrages les plus utiles. Quoiqu'il vînt avec la même aſſiduité à nos Séances, on s'apercevoit qu'il n'y aſſiſtoit plus avec le même intérêt. Enfin, le 22 Juillet dernier, il fut frappé d'une apoplexie preſque en ſortant de l'Académie, & mourut après vingt-deux jours d'aſſoupiſſement, ſans avoir éprouvé ni des douleurs vives, ni le ſentiment, ſouvent ſi pénible, de la néceſſité de mourir.

Telle fut la fin d'un des hommes de ce ſiècle qui ont le plus contribué à rendre les Sciences reſpectables, ſur-tout aux yeux de ceux qui ne peuvent en juger que par leurs effets immédiats ſur le bonheur des hommes. Sans avoir ces qualités brillantes qui forcent l'admiration, il jouit d'une réputation que ſes travaux & ſa conduite avoient méritée: les Étrangers le recherchoient avec empreſſement, & ſon nom étoit dans toute l'Europe, pour les Voyageurs, une des recommandations les plus honorables & les plus efficaces. Sa carrière utile, glorieuſe & paiſible eſt une des plus heureuſes que l'hiſtoire des Sciences puiſſe préſenter: il ſera époque dans cette Hiſtoire, parce que ſon nom s'eſt trouvé lié avec cette révolution dans les eſprits qui a dirigé plus particulièrement les Sciences vers l'utilité publique, & que perſonne n'y a plus contribué que lui.

Sans doute cette révolution ſera durable, l'idée du bien général des hommes ſera le guide des Savans dans leurs recherches, ils ſauront la préférer peut-être à leur gloire même, & les hommes plus éclairés ſauront auſſi diſtribuer la gloire, d'une manière plus utile à leurs intérêts. Mais il eſt rare qu'on puiſſe reſter dans de juſtes bornes, & qu'en renonçant à une erreur on ne tombe dans l'erreur oppoſée. Si les Sciences ſe ſont trop élevées vers le ciel, s'il a été avantageux de les rappeler vers la terre, il ne faut point les condamner à y ramper.

On ne fait pas une découverte parce qu'on en a beſoin, mais parce qu'elle eſt liée avec des vérités déjà connues, & que nos forces peuvent enfin franchir l'eſpace qui nous en ſépare. Si les Savans avoient borné leurs études aux objets qui préſentent une application immédiate, les branches des Sciences les plus importantes ne ſeroient peut-être point encore créées; & ſans cet inſtinct qui porte l'homme vers des recherches qui paroiſſent vaines aux yeux du vulgaire, jamais il n'eût employé, d'une manière ſi utile à ſes beſoins, ſon infatigable curioſité.

Craignons des opinions qui, ſous prétexte de réduire les Sciences à leur véritable deſtination favoriſeroient l'ignorance, le plus grand des fléaux de l'eſpèce humaine, puiſqu'étant la cauſe éloignée ou prochaine de preſque tous ceux qui nous accablent, c'eſt encore elle qui nous empêche de prévenir ou de réparer le petit nombre de maux qu'on ne peut l'accuſer de produire.

Des ignorans actifs, ſous prétexte de l'utilité qui réſulte de leurs médiocres connoiſſances, uſurperoient la gloire dûe aux talens ou au génie; la charlatanerie, eſpèce d'hypocriſie, qui, née du goût pour des Sciences, croît avec elles, & ſe multiplie à meſure qu'elles ſe répandent, régneroit à la place du véritable talent, avec d'autant plus de facilité qu'elle ſait plus ſe mettre à la portée des ignorans ou des demi-ſavans, ſe prêter à leurs préjugés comme à leurs intérêts, qu'elle eſt plus féconde en promeſſes, plus hardie en aſſertions, & ſur-tout qu'elle humilie moins ceux qu'elle ſe vante d'éclairer & qu'elle ne fait que ſéduire.

Perſonne ne fut plus éloigné de ce vice que M. du Hamel, & il faut bien ſe garder de penſer qu'avec des connoiſſances ſuperficielles il eût pu ſe croire digne de ſe rendre l'interprète des Sciences auprès du Peuple. Il étoit à l'âge de cinquante ans, un des hommes les plus inſtruits de l'Europe, dans toutes les différentes branches des Sciences dont il s'eſt occupé preſque uniquement depuis à faire des applications; ainſi la moitié de la vie de l'Apôtre de l'utilité des Sciences, a été conſacrée à étudier ces théories dont ceux qui vouloient abuſer de ſon exemple, l'ont accuſé d'avoir été l'ennemi; & ſi on l'a ſouvent cité avec juſtice, pour montrer quel uſage les Savans doivent faire de leurs connoiſſances, on peut auſſi prouver par ſon exemple, qu'il faut être très-ſavant pour avoir droit d'aſpirer à l'honneur de rendre les Sciences utiles.

ÉLOGE

DE M. DE VAUCANSON.

JACQUES DE VAUCANSON, Penſionnaire-Mécanicien, de l'Académie des Sciences, naquit à Grenoble le 24 Février 1709, de Jacques de Vaucanſon & de Dorothée la Croix.

Son goût pour la Mécanique ſe déclara dès ſa plus tendre enfance, & , ce qui eſt peut-être ſans exemple, ſon talent fut auſſi précoce que ſon goût.

Il faiſoit ſes études au Collège des Jéſuites, & ſa mère, femme d'une piété ſévère, ne lui permettoit d'autre diſſipation que de l'accompagner le Dimanche dans un Couvent, chez deux Dames qu'un zèle égal au ſien pour les exercices de dévotion, lioit avec elle. Pendant ces pieuſes converſations le jeune Vaucanſon s'amuſoit à examiner, à travers les fentes d'une cloiſon, une horloge placée dans la chambre voiſine; il en étudioit le mouvement, s'occupoit à en deviner la ſtructure & à découvrir le jeu des pièces dont il ne voyoit qu'une partie; cette idée le pourſuivoit par-tout: enfin un jour, au milieu de la Claſſe, dont ſes diſtractions l'empêchoient ſouvent de ſuivre les travaux, il ſaiſit tout d'un coup le mécaniſme de l'échappement qu'il cherchoit vainement depuis pluſieurs mois, & il éprouva pour la première fois ce plaiſir ſi vif & ſi pur, qui ſeroit le premier de tous ſi la Nature n'avoit attaché aux bonnes actions des charmes encore plus touchans.

Dès ce moment toutes les idées du jeune Vaucanſon ſe tournèrent vers la Mécanique; il fit en bois, & avec des inſtrumens groſſiers, une horloge qui marquoit les heures aſſez exactement. Le plaiſir d'arranger une petite chapelle étoit au nombre de ceux que ſa mère lui permettoit, bientôt il orna cette chapelle de petits Anges qui agitoient leurs aîles, & de Prêtres-automates qui imitoient quelques fonctions ecléſiaſtiques.

Sa Patrie lui auroit offert bien peu de reſſources pour cultiver ces premiers germes de ſon talent, heureuſement au ſortir du Collége le haſard fixa ſon ſéjour à Lyon. Les grandes Manufactures préſentent une foule d'inventions mécaniques que nous admirerions ſi l'habitude ne nous avoit familiariſés avec elles, & ſi leur uſage, ou l'état de ceux qui les exécutent ou qui les emploient, ne ſembloient les rabaiſſer aux yeux des préjugés ; mais elles étoient une ſource féconde d'inſtructions pour un homme né avec un véritable talent qui ſaiſiſſoit tout, & pour qui preſque tout étoit encore nouveau. On parloit alors à Lyon de conſtruire une machine hydraulique pour donner de l'eau à la Ville ; M. de Vaucanſon en imagina une, mais il ſe garda bien de la propoſer ; ce qu'il avoit déjà vû l'avoit trop convaincu de ſon ignorance, & le vrai génie n'a beſoin que d'une ſeule leçon de modeſtie tout au plus.

Il quitta bientôt la Province pour venir à Paris, & vit avec une joie, qu'il eſt difficile de ſe peindre, que la machine de la Samaritaine étoit préciſément celle qu'il avoit imaginée à Lyon ; cette conformité lui apprit, ce qu'il ignoroit encore, que ſon goût pour la Mécanique étoit accompagné de quelque talent, & il s'y livra avec toute l'ardeur qu'une juſte eſpérance de ſuccès peut ajouter à une grande paſſion. Quelques jours après, la Statue d'un Flûteur qui orne le jardin des Tuileries, plut à ſon imagination, & il ſe ſentit frappé de l'idée de faire exécuter des airs par une Statue ſemblable, qui imiteroit toutes les opérations d'un joueur de flûte.

Dominé par cette idée, il s'aperçut de tout ce qui lui manquoit de connoiſſances en Phyſique, en Anatomie, en Muſique, en Mécanique, & il employa pluſieurs années à étudier ces Sciences: malheureusement, quoiqu'il eût formé la résolution de garder le secret, il étoit trop plein de son objet pour ne pas laisser échapper quelque indiscrétion; un de ses oncles fut instruit de ce projet, & le prit si sérieusement pour une extravagance, qu'après avoir fait à son neveu les reproches les plus vifs, mais les plus inutiles, sur sa folie, il le menaça d'une Lettre de cachet qu'il vouloit absolument solliciter pour écarter de Paris un jeune homme qui alloit se perdre par un délire si singulier: en effet, tout ce qui s'écarte des idées communes, doit paroître folie à un esprit vulgaire, & quand l'opinion ne dirige pas ses jugemens, il lui est impossible de distinguer un fou d'un homme de génie, puisqu'il est également dans l'impuissance de saisir la chaîne qui lie leurs idées. M. de Vaucanson eut la prudence d'épargner cette démarche ridicule à son oncle, & peut-être une injustice au Gouvernement qu'on accusoit alors de ne pas connoître assez les bornes de l'autorité des familles & les droits de la liberté: le jeune Mécanicien se résolut par complaisance à voyager, il parcourut la Normandie & la Bretagne, toujours occupé de Mécanique, trouvant souvent l'occasion de faire quelques petites découvertes, & se confirmant dans l'opinion qu'il pouvoit espérer de plus grands succès.

Au bout de trois ans, passés dans cette espèce d'exil, il revint à Paris, ayant eu la délicatesse de refuser les places que son oncle vouloit lui procurer, parce qu'il sentoit que son goût lui en feroit négliger les devoirs; mais il revint toujours déterminé à exécuter le flûteur, & sur-tout à garder un secret plus rigoureux.

Une maladie cruelle vint encore l'interrompre, ses Médecins le condamnèrent à une diète de soixante jours, pendant laquelle il gardoit le lit; il profita de cette solitude forcée, pour s'occuper de son flûteur, & il en imagina les différens mécanismes avec tant de précision, il détermina avec tant d'exactitude la forme & les dimensions de chaque pièce, qu'en se relevant de son lit, il n'eut qu'à en donner le dessin à divers ouvriers chargés séparément d'exécuter les différentes parties de l'automate : sans aucune correction, sans aucun tâtonnement, la machine toute entière résulta de la combinaison de ces pièces. M. de Vaucanson cependant n'étoit pas sûr de la réussite, il n'osoit avoir de témoins de son premier essai, il écarta même, sous prétexte d'une commission, un ancien domestique qui lui étoit attaché depuis long-temps; mais ce domestique avoit vu des préparatifs, il avoit pénétré une partie du secret de son maître, il ne put se résoudre à obéir; caché auprès de la porte, il écoute avec attention, bientôt il entend les premiers sons de la flûte, à l'instant il s'élance dans la chambre, tombe aux genoux de son maître qui lui paroît alors plus qu'un homme, & tous deux s'embrassèrent en pleurant de joie.

Cette machine devint bientôt l'objet de la curiosité d'un monde plus avide de nouveauté que sensible aux grands talens, prodiguant au hasard l'enthousiasme ou le dédain, & passant rapidement de l'un à l'autre pour un objet qui n'a pas cessé d'être le même. Quelques-uns de ces hommes qui se croient fins, parce qu'ils sont soupçonneux & crédules, ne voyoient dans le flûteur qu'une serinette, & regardoient comme une charlatanerie les mouvemens des doigts qui imitoient ceux de l'homme. Enfin, l'Académie des Sciences fut chargée d'examiner l'automate, & elle constata que le mécanisme employé pour faire rendre des sons à la flûte, exécutoit rigoureusement les mêmes opérations qu'un véritable joueur de flûte, & que le Mécanicien avoit imité à la fois les effets & les moyens de la Nature, avec une exactitude & une perfection à laquelle les hommes les plus accoutumés aux prodiges de l'Art n'eussent pas imaginé qu'il pût atteindre.

A cette machine succéda bientôt un automate qui jouoit à la fois du tambourin & du galoubet, comme les successeurs de nos anciens Troubadours. Enfin, on vit deux canards qui barbotoient, mangeoient, alloient chercher le grain, le saisissoient dans l'auge; ce grain éprouvoit dans leur estomac une ſorte de trituration, il paſſoit enſuite dans les inteſtins, & ce n'étoit pas la faute de M. de Vaucanſon ſi les Médecins avoient mal deviné le mécaniſme de la digeſtion, ou ſi la Nature opéroit ces fonctions par des moyens d'un autre genre que ceux qu'il pouvoit imiter. Ces machines étoient des preuves ſuffiſantes de ſon génie, & il ne reſtoit plus à deſirer aux hommes éclairés que de le voir en faire un uſage utile.

On ſe forme en général des idées bien peu exactes de l'eſpèce de talent qui conſtitue un véritable Mécanicien; ce n'eſt point un Géomètre, qui, approfondiſſant la théorie du mouvement & l'ordre des phénomènes, crée des principes nouveaux de Mécanique, ou découvre dans la Nature des loix inconnues; ce n'eſt pas même le Phyſicien-Géomètre, qui, joignant la ſcience de l'obſervation & de l'expérience, à celle du calcul, fait de ces connoiſſances une application utile à la conſtruction des machines ou aux travaux des Arts.

Un Mécanicien eſt celui qui tantôt applique aux machines un moteur nouveau, tantôt leur fait exécuter des opérations qu'on étoit obligé, avant lui, de confier à l'intelligence des hommes; ou fait obtenir d'une machine des produits plus abondans & plus parfaits. Le génie dans cette partie des Sciences, conſiſte principalement à imaginer & à diſpoſer dans l'eſpace les différens mécaniſmes qui doivent produire un effet donné, & qui ſervent à régler, à diſtribuer, à diriger la force motrice. Il ne faut point regarder un Mécanicien, comme un Artiſte qui doit à la pratique ſes talens ou ſes ſuccès. On peut inventer des chef-d'œuvres en Mécanique ſans avoir fait exécuter ou agir une ſeule machine, comme on peut trouver des méthodes de calculer les mouvemens d'un Aſtre qu'on n'a jamais vu.

Dans la plupart des autres parties des Sciences, on trouve des principes conſtans, une foule de méthodes offrent au génie une ſource inépuiſable de moyens. Si un Savant ſe propoſe une queſtion nouvelle, il l'attaque avec les forces réunies de tous ceux qui l'ont précédé. Il n'en eſt pas ainſi de la de la Mécanique, sa véritable théorie dépend de cette Géométrie de situation dont Léibnitz a connu l'existence, mais qui n'a fait encore que peu de progrès. Aucun livre élémentaire ne contient les principes de la Science ; aucun ne peut même en apprendre l'histoire; les ateliers des Arts, les recueils des Machines, montrent ce qui a été fait; mais pour en tirer des résultats, il faut soi-même les former; pour entendre une machine, il faut la deviner: telle est la cause qui rend le talent pour la Mécanique, si rare, & sur-tout si prompt à s'égarer, voilà pourquoi il ne se présente presque jamais sans montrer à la fois la hardiesse & les écarts qui, dans l'enfance des Sciences, caractérisent le génie.

M. de Vaucanson étoit à l'abri de ces écarts, par son éducation, qui lui avoit donné assez de connoissances pour l'en préserver, & par son caractère qui le rendoit incapable d'un faux enthousiasme & d'une vaine présomption.

En 1740, il fut appelé par un jeune Roi qui venoit de monter sur le trône, & que depuis ses victoires, son génie pour la guerre, son zèle pour les progrès de la raison, & ses Ouvrages, ont mis au rang de ces hommes, dont un seul suffit pour illustrer le siècle qui l'a produit. Ce Prince eût voulut rassembler dans ses États tous les hommes illustres, dispersés alors en Europe; mais M. de Vaucanson croyoit se devoir à sa patrie; il résista non-seulement à des offres avantageuses, mais au desir si naturel d'être auprès d'un Prince, juge éclairé du mérite réel, & il garda le silence sur cette proposition honorable, sans chercher à faire valoir un sacrifice qui lui avoit peu coûté; mais il ne put se refuser la satisfaction d'en instruire le Cardinal de Fleury, & de lui montrer quelle estime les Princes étrangers savoient faire d'un talent qu'en France on avoit vanté & négligé.

Peu de temps après, ce Ministre attacha M. de Vaucanson à l'Administration, & lui confia l'inspection des Manufactures de soie, qui forment une des branches les plus importantes de notre Commerce: cet objet occupa depuis M. de Vaucanson, presque tout entier, & même il n'a pas étendu ses recherches au-delà des moyens de perfectionner les préparations que doit subir la soie avant d'etre employée ; il regardoit avec raison ces premiers travaux, comme la partie de l'Art la plus importante, la plus difficile, & jusqu'alors la plus défectueuse.

Il existoit pour ces différentes opérations des procédés ingénieux, mais ces procédés ne conduisoient ni à donner à volonté aux diverses espèces de soie le juste degré d'apprêt qu'on vouloit qu'elles eussent, ni à rendre cet apprêt égal pour toutes les bobines ou tous les écheveaux d'un même travail, & pour toute la longueur du fil qui formoit chaque bobine ou chaque écheveau : cette régularité dans le travail exigeoit une précision qui obligea M. de Vaucanson a imaginer non-seulement les machines en elles-mêmes, mais encore les instrumens nécessaires pour exécuter avec régularité, & d'une manière uniforme, les différentes parties de ces machines. Ainsi, par exemple, une chaîne sans fin donnoit le mouvement à son moulin à organsiner, & M. de Vaucanson inventa une machine pour former la chaîne de mailles toujours égales. Cette machine est regardée comme un chef-d'œuvre; toutes les courbures que peut avoir le fil de fer sont redressées, toujours coupé de la même longueur, il reçoit deux plis toujours égaux, à chaque extrémité un crochet toujours semblable est destiné à recevoir le fil qui formera la maille suivante, & lorsque la chaîne est faite dans toute sa longueur, une autre machine plus simple réunit les deux mailles extrêmes, & achève la chaîne sans fin ; si quelques mailles viennent à briser, la même machine sert à les remplacer, & à réunir cette partie nouvelle aux deux extrémités de ce qui reste de l'ancienne chaîne.

On n'a fait contre les machines de M. de Vaucanson, qu'une seule objection; on a dit que le prix de la soie préparée par sa méthode, ne dédommageoit point des dépenses qu'elle entraînoit ; quand même cette objection seroit fondée, elle ne nuiroit pas à sa gloire : il a vu les défauts des méthodes employées avant lui, il a donné les moyens, non-seulement de les corriger, mais de porter dans cette fabrique une égalité, une perfection supérieure à ce qu'on auroit à peine osé desirer, & dès-lors il a rempli tout ce qu'on doit attendre du génie d'un Mécanicien. C'est à ceux qui s'occupent de la pratique des Arts, à concilier, d'après les intérêts du Commerce, l'économie & la perfection, & à faire les sacrifices que ces intérêts exigent; le service rendu aux Arts par l'invention de M. de Vaucanson, n'en seroit pas moins réel, quand même on seroit forcé de faire dans la pratique ordinaire, des changemens à ses machines; il est toujours plus facile de descendre de la perfection que de trouver des moyens d'y atteindre, & de corriger une méthode que de l'inventer.

M. de Vaucanson croyoit que le tirage de la soie ne pouvoit se bien faire que dans de grandes Fabriques, cette opinion a été souvent combattue, même par des Écrivains estimables; mais, en général, tout ce qui dans les Arts approche de la perfection, tout ce qui peut être donné à bas prix, ne s'exécute que dans les fabriques en grand, parce que c'est-là seulement qu'on peut réunir tout ce qui est nécessaire pour la perfection & pour l'économie, le choix des matières, la bonté des instrumens, l'usage des machines, l'intelligence dans ceux qui président aux travaux, l'épargne dans l'emploi des forces motrices, des combustibles, des ingrédiens nécessaires pour la préparation, enfin la distribution du travail, qui fixant chaque ouvrier à une simple opération qu'il répète constamment, le met en état de faire mieux en moins de temps.

L'opinion contraire est fondée sur un motif respectable: on suppose que les petites fabriques emploient plus d'hommes, & répandent les richesses dans une plus grande étendue de pays; mais cette préférence donnée aux petites fabriques, nuiroit à la perfection des Arts, & même au bien général des hommes, à qui la Nature offrira toujours plus d'emploi utile de leur temps & de leurs forces, que leur industrie ne trouvera de moyens.

M. de Vaucanson fut consulté par le Gouvernement, dans une discussion où l'on faisoit valoir l'intelligence peu commune que devoit avoir un ouvrier en étoffe de ſoie, dans la vue d'obtenir en faveur de ces fabriques, quelques-uns de ces priviléges que l'ignorance accorde ſouvent à l'intrigue, ſous le prétexte ſi commun & ſi ſouvent trompeur, du bien public; il répondit par une machine avec laquelle un âne exécutoit une étoffe à fleurs: il avoit quelque droit de tirer cette petite vengeance de ces mêmes ouvriers qui, dans un voyage qu'il avoit fait à Lyon, le pourſuivirent à coups de pierre, parce qu'ils avoient ouï dire qu'il cherchoit à ſimplifier les métiers: car depuis la fabrique d'une étoffe, juſqu'aux objets les plus élevés, quiconque veut apporter aux hommes des lumières nouvelles, doit s'attendre à être perſécuté; & les obſtacles de toute eſpèce qui s'oppoſent à toute innovation utile, tirent leur principale force des préjugés de ceux même à qui l'on veut faire du bien. M. de Vaucanſon ne regardoit cette machine que comme une plaiſanterie, & en cela il étoit peut-être trop modeſte; le travail de veiller ſur de pareils métiers qu'on pourroit faire mouvoir par des moulins, & de renouer les fils qui ſe caſſent, demande moins de force, d'intelligence, un moins long apprentiſſage que n'en exigent les métiers actuels; & la plus ſévère économie des forces & de l'induſtrie des hommes, eſt à la fois & un excellent principe dans tous les Arts, & une des maximes les plus certaines d'une politique éclairée.

Au milieu de tous ſes travaux, M. de Vaucanſon ſuivoit en ſecret une idée qui l'occupa long-temps, & à l'exécution de laquelle le feu Roi s'intéreſſoit; c'étoit la conſtruction d'un automate dans l'intérieur duquel devoit s'opérer tout le mécaniſme de la circulation du ſang. D'après ſes premiers eſſais il oſoit preſque répondre de quelque ſuccès, & l'on ſait combien il étoit éloigné de promettre légèrement. Tout le ſyſtème vaſculaire devoit être de gomme élaſtique, mais il falloit pour cela qu'il fût exécuté dans le pays qui produit cette gomme; un Anatomiſte habile auroit été dans la Guyane préſider à ce travail; le Roi avoit approuvé le voyage, l'avoit même ordonné, mais les lenteurs qu'éprouva l'exécution de ſes ordres dégoûtèrent M. de Vaucanſon. Un homme qui a le ſentiment de ſon génie, s'indigne d'être réduit à ſolliciter comme une grâce la permiſſion de l'employer.

Chaque grand Mécanicien (& la même remarque peut s'appliquer dans les autres Sciences à tous les hommes d'un véritable génie) imprime à toutes ſes productions le caractère propre de ſon talent: c'eſt preſque toujours la même marche, la même méthode, la réunion d'une ou deux idées toujours les mêmes. En examinant les travaux de M. de Vaucanſon, on voit qu'il tendoit toujours à donner aux mouvemens des grandes machines la préciſion, l'uniformité & la régularité ſi néceſſaires pour la perfection de leurs effets, & en même-temps ſi difficiles à obtenir. L'exactitude dans les proportions des pièces étoit ſon principal moyen; ſes derniers travaux dirigés encore vers ce but, avoient un objet bien important pour la pratique des Arts, il vouloit ſubſtituer dans ſes moulins des pièces en bois à celles qu'il avoit été obligé de mettre en fer, mais de manière que cette ſubſtitution ne nuisît pas à la bonté du travail, & l'on ſent à combien de machines employées dans les Arts, l'application de ces moyens pouvoit s'étendre. Ainſi il s'occupoit en ſecret de cette recherche dont l'épargne étoit le motif principal, dans le temps où il étoit accuſé de ſacrifier l'économie à la perfection des produits, & même à ſa vanité, ſi nous pouvons nous permettre d'employer ici le langage de ſes ennemis.

Les travaux de M. de Vaucanſon contribuèrent à augmenter ſa fortune. Il croyoit que des ouvrages utiles à la Nation devoient être payés par elle, & il le diſoit avec franchiſe; ſi quelquefois on lui objectoit que ſa fortune étoit déjà ſuffiſante, il répondoit par l'exemple de gens au moins inutiles & beaucoup mieux payés: on ſent que cette réponſe n'étoit qu'une plaiſanterie. Les grands talens, comme les ſervices méritent des encouragemens plus nobles & ils ſavent s'en contenter; M. de Vaucanſon ſans ſe piquer de dédaigner ce qui étoit le juſte prix de ſes travaux, ſavoit encore être utile même quand ce prix étoit fort au-deſſous de ce qu'il croyoit mériter; & la fortune qu'il a laiſſée eſt telle qu'on ne peut ni l'accuſer d'avidité, ni reprocher à ſon pays de l'avoir négligé.

M. de Vaucanſon étoit entré à l'Académie en 1746, il a donné dans nos Recueils pluſieurs Memoires ſur ſon Moulin à organſiner, & la deſcription de quelques autres mécaniſmes utiles aux Arts.

Il poſſédoit à un degré très-rare le talent de décrire les machines avec clarté & préciſion. Ses deſcriptions lors même qu'elles ne ſont point accompagnées de Planches, ſont intelligibles pour quiconque a des idées de Mécanique, & jamais la maxime *ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement*, n'a été plus vraie que pour lui.

M. de Vaucanſon avoit un coup-d'œil ſûr dans le jugement des machines, & rarement ce premier coup-d'œil le trompoit. Il avoit droit d'être difficile, & il s'exprimoit avec ſincérité. Auſſi ſe plaignoit-on ſouvent de ſon jugement; & comme l'érudition en ce genre eſt très rare, que les principes de cette partie de la Mécanique n'exiſtent, comme nous l'avons dit, que dans la tète des Mécaniciens célèbres, qu'enfin la diſcuſſion des avantages que peut avoir une machine nouvelle, dépend d'une foule d'obſervations fines qui ne peuvent être ſuggérées que par l'habitude de voir & même de faire des machines, cette partie des Sciences eſt une de celles où les jugemens des Savans ſont le moins reſpectés. D'ailleurs la plupart des Mécaniciens, ceux même qui ſont nés avec du génie, ignorent les loix de la Mécanique & les principes de Phyſique; ils regardent la découverte qu'ils croient avoir faite, comme la baſe de leur gloire & de leur fortune; il ne faut donc pas s'étonner ſi ceux dont M. de Vaucanſon déſapprouvoit les machines, preſque toujours incapables d'entendre ſes motifs, l'accuſoient ſouvent de partialité & d'envie. Nous ne répondrons à cette accuſation que par des faits, il applaudit avec tranſport au nouveau métier propoſé par M. de la Salle: M Tillet ſon Confrère & ſon ami lui ayant demandé s'il étoit content de cette invention: *ſi j'en ſuis content*, répondit-il, *je donnerois ce que j'ai fait de mieux pour en être l'auteur.* Cependant il n'ignoroit pas que M. de la Salle avoit hautement approuvé le Moulin à organſiner du Père Peronnier, qu'on vouloit ſubſtituer au ſien. Nommé pour examiner ce Moulin, il avoit cru ne pas devoir l'approuver, parce qu'il ſentoit qu'en lui donnant une marque de confiance ſi ſingulière, on avoit ſuppoſé qu'il préféreroit la vérité, même à la gloire de prononcer contre lui dans ſa propre cauſe; mais il avouoit ſans peine que ce Moulin renfermoit une idée ingénieuſe, & que la difficulté d'une exécution aſſez parfaite étoit le ſeul motif de ſa ſévérité.

Il eſt impoſſible de concilier de pareils traits avec la paſſion qu'on lui ſuppoſoit; mais rien n'eſt plus commun que d'appeler envie le ſentiment involontaire qu'excitent les productions foibles ou défectueuſes dans l'ame de ceux qui ſont faits pour être frappés vivement de ce qui eſt bon, & il ne faut pas toujours croire qu'un homme d'un grand talent eſt jaloux, parce qu'il montre du mépris pour les talens médiocres.

Les vertus domeſtiques où tous les hommes peuvent prétendre, par leſquelles ils répandent la paix & la joie ſur tout ce qui les entourent, ſont peut-être celles qui contribuent le plus au bonheur de l'humanité, & dont les motifs ſont les plus purs, parce qu'elles ne peuvent trouver leur récompenſe que dans le plaiſir de les exercer. Elles deviennent bien plus touchantes dans ceux qui, livrés à des travaux d'une utilité plus générale, ſemblent pouvoir acquitter ſans elles la dette que tout homme eſt obligé de payer à la Société, & qui, nés avec de grands talens ou placés dans des poſtes importans, peuvent prétendre à des vertus plus éclatantes. M. de Vaucanſon poſſéda ces vertus domeſtiques, il fut bon ami, bon maître, & ſur-tout bon père; n'ayant qu'une fille qui avoit perdu ſa mère peu de tems après ſa naiſſance, il voulut ſuivre lui-même ſon éducation: il conſacroit tous les jours trois heures à remplir ce devoir, ne croyant pas avoir d'occupation plus importante & n'en connoiſſant point de plus chère. Il fut l'unique inſtituteur de ſa fille dans ces premières connoiſſances pour leſquelles on a preſque toujours l'imprudence de s'en rapporter à des Maîtres pris au haſard, comme ſi une funeſte expérience n'eût pas prouvé que ſouvent avant qu'un enfant ait achevé d'apprendre à lire, les préjugés ont déjà jeté dans ſon ame des racines que l'éducation la plus ſoignée ne détruira plus. A ces premières leçons il joignit toutes celles qu'il crut néceſſaires à une femme deſtinée par la Nature à être la première inſtitutrice de ſes enfans & le guide de leur jeuneſſe. M. de Vaucanſon obtint le prix que les parens qui ont le même courage manquent rarement de recueillir : il vit ſes ſoins récompenſés par le ſuccès & par la tendreſſe de ſa fille.

Attaqué depuis pluſieurs années d'une longue & cruelle maladie, il la ſupportoit avec ce courage tranquille qui adoucit les maux; conſervant toute ſon activité, il avoit la force de ſe diſtraire de ſes ſouffrances. Il s'occupoit encore dans les derniers jours de ſa vie à préparer la deſcription de la Machine qu'il avoit inventée pour compoſer ſa chaîne ſans fin, il expliquoit à des Ouvriers formés par lui & dignes d'un tel Maître, les moyens qu'il avoit imaginés pour exécuter en bois une partie des pièces qui formoient ſon moulin. *Ne perdez point de temps*, leur diſoit-il, *je ne vivrai peut-être pas aſſez pour expoſer mon idée en entier.* Il jouiſſoit, au milieu de douleurs violentes & preſque ſans relâche, des dernières marques de l'attachement de tout ce qui lui étoit cher, d'un petit nombre d'amis, d'une parente qu'une amitié reſpectable attachoit à lui depuis long-temps, & qui ne l'avoit point quitté depuis le mariage de ſa fille avec M. le Marquis de Salvert, ſur-tout des ſoins de cette fille chérie qui joignoit à la piété filiale le ſentiment d'une reconnoiſſance que ſon père avoit ſi bien méritée.

Enfin il termina ſa vie & ſes ſouffrances le 21 Novembre 1782, laiſſant un nom qui ſera long-temps célèbre chez le vulgaire par les productions ingénieuſes qui furent l'amuſement de ſa jeuneſſe, & chez les hommes éclairés, par les travaux utiles qui ont été l'occupation de ſa vie.

MÉMOIRES

MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXXXII.

MÉMOIRE
Sur les approximations des Formules qui ſont fonctions de très-grands nombres.

Par M. DE LA PLACE.

ON eſt ſouvent conduit dans l'Analyſe, & principalement dans celle des haſards, à des formules dont l'uſage devient impoſſible, lorſqu'on y ſubſtitue des nombres conſidérables. La ſolution numérique des Problèmes dont elles ſont la ſolution analytique, préſente alors de grandes difficultés que l'on n'eſt encore parvenu à vaincre que dans quelques cas particuliers, dont les deux principaux ſont relatifs au produit des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. & au terme moyen du binome élevé à une grande puiſſance. Si l'on ſuppoſe cette puiſſance paire & égale à $2s$, ce terme ſera, comme l'on ſait, $\frac{2s.(2s-1).(2s-2).(2s-3)\ldots(s+1)}{1.2.3.4\ldots\ldots\ldots\ldots s}$.

Quoique cette expreſſion ſoit fort ſimple; cependant ſi s eſt très-conſidérable, par exemple, égal à dix mille, il devient très-difficile de la réduire en nombres, à cauſe de la multiplicité de ſes facteurs. M. Stirling eſt heureuſement parvenu à la transformer dans des ſéries d'autant plus convergentes, que s eſt un plus grand nombre (Voyez ſon bel Ouvrage, *de ſummatione & interpolatione Serierum*). Cette transformation que l'on peut regarder comme une des découvertes les plus ingénieuſes que l'on ait faites dans la théorie des Suites, eſt ſur-tout remarquable en ce que dans une recherche qui ſemble n'admettre que des quantités algébriques, elle introduit une quantité tranſcendante, ſavoir, la racine carrée du rapport de la demi-circonférence au rayon. Mais la méthode de M. Stirling, fondée ſur l'interpolation des Suites, & ſur quelques théorèmes de Wallis, laiſſe à deſirer une méthode directe qui s'étende à toutes les fonctions compoſées d'un grand nombre de termes & de facteurs. J'ai donné dans nos Mémoires pour l'année 1778, *page 289*, un moyen général de réduire en ſéries convergentes, les intégrales des fonctions différentielles qui renferment des facteurs élevés à de grandes puiſſances: mais occupé d'un objet différent, je me ſuis alors contenté de tirer de cette méthode, les beaux théorèmes de M. Stirling, en me réſervant de la reprendre & de l'approfondir dans un autre Mémoire. De nouvelles réflexions m'ont conduit à l'étendre généralement aux fonctions quelconques de très-grands nombres, & à réduire ces fonctions dans des Suites d'autant plus convergentes, que ces nombres ſont plus confidérables, en forte que cette méthode eft d'autant plus approchée, qu'elle devient plus néceffaire. Je me propofe de la développer dans ce Mémoire, avec tout le détail dû à la nouveauté du fujet, & à fon importance dans les applications de l'analyfe.

La difficulté que préfente la réduction en nombres, des formules analytiques très-compofées, vient de la multiplicité de leurs termes & de leurs facteurs : on la fera donc difparoître, fi l'on parvient à réduire ces formules dans des Suites affez convergentes, pour que l'on n'ait befoin d'en confidérer que les premiers termes; & fi de plus, chacun de ces termes ne renferme qu'un petit nombre de facteurs qui peuvent d'ailleurs être élevés à de grandes puiffances. Il fera facile alors d'avoir ces facteurs & leurs produits, par les artifices connus pour obtenir au moyen des Tables, les logarithmes de très-grands nombres, & les nombres de très-grands logarithmes. La queftion fe réduit ainfi à transformer les fonctions compofées, en féries convergentes. Cela paroît impoffible lorfqu'on les confidère fous leur forme naturelle; mais pour peu que l'on foit verfé dans l'analyfe infinitéfimale, on a fouvent obfervé des fonctions différentielles d'une forme très-fimple, & qui renferment des facteurs élevés à de grandes puiffances, produire par leur intégration, des fonctions très-compofées : ce qui donne lieu de penfer que toute fonction compofée eft réductible à de femblables intégrales qu'il ne s'agira plus enfuite que de convertir en féries convergentes. Le Problème que nous nous propofons de réfoudre, confidéré fous ce point de vue, fe partage ainfi en deux autres, dont l'un confifte à intégrer par approximation, les fonctions différentielles qui renferment des facteurs très-élevés; & dont l'autre a pour objet de ramener à ce genre d'intégrales, les fonctions dont on cherche des valeurs approchées.

Dans l'*article I.er* de ce Mémoire, je donne la folution du premier Problème qui, par lui-même, eft très-utile dans cette branche de l'analyfe des hafards, où l'on fe propose de remonter des évènemens observés, à leurs causes, & de connoître par ces évènemens, la probabilité des évènemens futurs (*Voyez les Mémoires de l'Académie, pour l'année 1778*). Cette solution me conduit à différentes séries qui se servent de supplément les unes aux autres, les premières devant être employées pour les points de l'intégrale, éloignés du *maximum* de la fonction différentielle, & les secondes devant servir pour les points voisins de ce *maximum*: ces dernières suites renferment des quantités transcendantes qui, le plus souvent, se réduisent à celle-ci, $\int \partial t e^{-t^2}$, e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité; & comme cette intégrale prise depuis $t = 0$ jusqu'à $t = \infty$, est la moitié de la racine carrée du rapport de la demi-circonférence au rayon; il en résulte que la valeur approchée des intégrales déterminées des fonctions différentielles qui renferment des facteurs très-élevés, dépend presque toujours de cette racine, dans le cas même où ces intégrales sont algébriques; ainsi cette quantité transcendante que M. Stirling a le premier introduite dans la valeur approchée du terme moyen du binome, ne lui est pas particulière; mais elle entre également dans les valeurs approchées d'un grand nombre d'autres fonctions algébriques.

Je considère dans l'*article II*, le Problème qui consiste à ramener les fonctions dont on cherche des valeurs approchées, à l'intégration de fonctions différentielles multipliées par des facteurs élevés à de grandes puissances; pour y parvenir d'une manière générale, je représente par y_s, y_s^{1}, y_s^{11}, &c. des fonctions de s, très-composées, & dans lesquelles s est un grand nombre: je suppose ces fonctions données par des équations linéaires aux différences, soit finies, soit infiniment petites, dont les coéfficiens sont des fonctions rationnelles de s; en faisant ensuite dans ces équations, $y_s = \int x^s . \varphi \partial x$, $y_s^1 = \int x^s . \varphi' \partial x$, &c. & en les préparant d'une manière convenable, chacune d'elles se divise en deux parties dont l'une est affectée du signe intégral $\int$, & dont l'autre est hors de ce signe: l'égalité à zéro des parties sous le ſigne, donne autant d'équations linéaires aux différences infiniment petites, qu'il y a de variables φ, $\varphi^{\prime}$, $\varphi^{\prime\prime}$, &c. on peut conſéquemment déterminer à leur moyen, ces variables, en fonctions de x; quant aux parties hors du ſigne intégral, en les égalant à zéro, & en éliminant les conſtantes arbitraires des valeurs de $\varphi, \varphi^{\prime}, \varphi^{\prime\prime}$, &c. on parvient à une équation finale en x, dont les racines ſervent à déterminer les limites dans leſquelles on doit prendre les intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi^{\prime} . \partial x$, &c. Une remarque très-importante dans cette analyſe, & qui donne les moyens de l'étendre à des fonctions d'un fréquent uſage, eſt que les ſéries que l'on obtient pour y_s, $y_s^{\prime}$, &c. ont lieu généralement, en y changeant le ſigne des conſtantes qu'elles renferment, quoique par ce changement, l'équation finale en x, qui détermine les limites des intégrales, ceſſe d'avoir pluſieurs racines réelles. Le principal obſtacle que l'on rencontre dans l'application de cette méthode, vient de la nature des équations différentielles en φ, $\varphi^{\prime}$, $\varphi^{\prime\prime}$, &c. qui peuvent n'être pas intégrables: on pourra ſouvent obvier à cet inconvénient, en repréſentant les fonctions y_s, $y_s^{\prime}$, &c. par des intégrales multiples telles que $\int x^s . x^{\prime\, s} . \varphi \partial x . \partial x^{\prime}$, $\int x^s . x^{\prime\, s} . \varphi^{\prime} . \partial x . \partial x^{\prime}$, &c. on parviendra ainſi à déterminer $\varphi, \varphi^{\prime}$, &c. par des équations d'un ordre moins élevé, & ſuſceptibles d'être intégrées par les méthodes connues.

L'analyſe précédente appliquée aux équations linéaires à différences partielles, donne pareillement leurs intégrales en ſéries convergentes, en ſorte qu'elle s'étend généralement aux fonctions très-compoſées qui peuvent être repréſentées par des équations différentielles linéaires aux différences ordinaires ou partielles, finies ou infiniment petites, ou en parties finies, & en parties infiniment petites, ce qui embraſſe toutes les fonctions qui ſe rencontrent dans l'uſage ordinaire de l'analyſe.

Dans l'*article III,* j'applique la méthode précédente à diverſes équations différentielles; j'en tire les valeurs en ſéries très-convergentes, du produit des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. du terme moyen du binome, de celui du trinome, &c. des différences très-élevées, soit finies, soit infiniment petites des fonctions, ou d'une partie quelconque de ces différences. Enfin, dans l'*article IV*, je donne la solution de plusieurs Problèmes intéressans de l'analyse des hasards, qu'il seroit impossible de résoudre numériquement par les moyens connus.

ARTICLE PREMIER.

De l'intégration par approximation, des fonctions différentielles qui renferment des facteurs élevés à de grandes puissances.

I.

Si l'on désigne par u, u^{I}, u^{II}, &c. & φ, des fonctions quelconques de x, & par s, s^{I}, s^{II}, &c. des nombres considérables; toute fonction différentielle qui renferme des facteurs élevés à de grandes puissances, sera comprise dans cette forme, $u^s . u^{\text{I}\,s^{\text{I}}} . u^{\text{II}\,s^{\text{II}}}$. &c. $\varphi\,\partial x$. Pour avoir en série convergente, son intégrale prise depuis $x = \theta$ jusqu'à $x = \theta^{\text{I}}$, on fera $u^s . u^{\text{I}\,s^{\text{I}}}$.&c. $\varphi = y$, & en désignant par Y ce que devient y, lorsqu'on y change x en θ, on supposera $y = Y . e^{-t}$, e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité; on aura ainsi $\log. \dfrac{Y}{y} = t$. Si l'on considère x comme une fonction de t, donnée par cette équation, on aura, en supposant ∂t constant,

$$x = \theta + t . \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{t^2}{1.2} . \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{t^3 x}{1.2.3} . \frac{\partial^3 x}{\partial t^3} + \&c.$$

t devant être supposé nul, après les différentiations, dans les valeurs de $\dfrac{\partial x}{\partial t}$, $\dfrac{\partial^2 x}{\partial t^2}$, &c. or, on a généralement

$$\frac{\partial^n x}{\partial t^n} = \frac{1}{\partial t} . d . \frac{1}{\partial t} . d . \frac{1}{\partial t} \ldots d . \frac{\partial x}{\partial t},$$

la caractéristique différentielle d se rapportant à tout ce qui la suit, & ∂t pouvant varier d'une manière quelconque, dans le second membre de cette formule; de plus, si l'on différentie l'équation $\log. \frac{Y}{y} = t$, & que l'on désigne $-\frac{y.\partial x}{\partial y}$ par v, on aura $\partial t = \frac{\partial x}{v}$; partant on aura

$$\frac{\partial^n x}{\partial t^n} = \frac{v.d.v.d.v.\ldots\ldots.dv}{\partial x^{n-1}},$$

∂x étant supposé constant dans le second membre de cette équation; en nommant donc U, ce que devient v, lorsqu'on y change x en θ, la valeur de $\frac{\partial^n x}{\partial t^n}$, qui répond à $x = \theta$, ou, ce qui revient au même, à $t = 0$, sera égale à $\frac{U.d.U.dU\ldots dU}{\partial \theta^{n-1}}$; on aura ainsi

$$x = \theta + U.t + \frac{U.d.U}{1.2.\partial\theta}.t^2 + \frac{U.d.U.d.U}{1.2.3.\partial\theta^2}.t^3 + \&c.$$

d'où l'on tire

$$\partial x = U\partial t.(1 + \frac{dU}{\partial\theta}.t + \frac{d.U.d.U}{1.2.\partial\theta^2}.t^2 + \&c.)$$

& par conséquent,

$$\int y\partial x = U.Y.\int\partial t.e^{-t}.(1 + \frac{dU}{\partial\theta}.t + \frac{d.U.d.U}{1.2.\partial\theta^2}.t^2 + \&c.)$$

Si l'on prend l'intégrale depuis $t = 0$ jusqu'à $t = \infty$, on aura généralement

$$\int t^n.\partial t.e^{-t^n} = 1.2.3\ldots\ldots n;$$

partant,

$$\int y\partial x = UY.(1 + \frac{dU}{\partial\theta} + \frac{d.U.d.U}{\partial\theta^2} + \frac{d.U.d.U.d.U}{\partial\theta^3} + \&c.)$$

l'intégrale relative à x étant prise depuis $x = \theta$, jusqu'à la valeur de x, qui convient à t infini.

Nommons Y^{I} & U^{I}, ce que deviennent y & v, lorſqu'on y change x en θ^{I}; nous aurons pareillement

$$\int y\partial x = U^{I}Y^{I}.\left(1 + \frac{dU^{I}}{\partial\theta^{I}} + \frac{d.U^{I}.d.U^{I}}{\partial\theta^{I^{2}}} + \frac{d.U^{I}\,d.U^{I}.d.U^{I}}{\partial\theta^{I^{3}}} + \&c.\right)$$

l'intégrale relative à x étant priſe depuis $x = \theta^{I}$, juſqu'à la valeur de x, qui convient à t infini; en retranchant donc ces deux expreſſions, l'une de l'autre, on aura

$$\left.\begin{aligned}\int y\partial x = UY.\left(1 + \frac{dU}{\partial\theta} + \frac{d.U.d.U}{\partial\theta^{2}} + \frac{d.U.d.U.d.U}{\partial\theta^{3}} + \&c.\right)\\ - U^{I}Y^{I}.\left(1 + \frac{dU^{I}}{\partial\theta^{I}} + \frac{d.U^{I}.d.U^{I}}{\partial\theta^{I^{2}}} + \frac{d.U.d.U.d.U^{I}}{\partial\theta^{I^{3}}} + \&c.\right)\end{aligned}\right\};\ (A)$$

l'intégrale relative à x, étant priſe depuis $x = \theta$, juſqu'à $x = \theta^{I}$, en ſorte que la conſidération de t, diſparoît dans cette formule. Si θ & θ^{I} étoient primitivement renfermés dans y, il ne faudroit faire varier que les quantités θ & θ^{I} qu'introduiſent dans U & U^{I}, les changemens de x, en θ & en θ^{I} dans la fonction v.

La formule (A) ſera très-convergente, ſi v ou $-\frac{y\partial x}{\partial y}$ eſt une très-petite quantité; or y étant, par la ſuppoſition, égal à $u^{s}.u^{I\,s^{I}}.u^{II\,s^{II}}.\&c.\ \varphi$, on a

$$v = -\frac{1}{\frac{s.\partial u}{u\partial x} + s^{I}.\frac{\partial u^{I}}{u^{I}\partial x} + \&c. + \frac{\partial\varphi}{\varphi\partial x}};$$

ainſi dans le cas où s, s^{I}, s^{II}, &c. ſeront de très-grands nombres, v ſera fort petit; & ſi l'on fait $\frac{1}{s} = \alpha$, α étant un très-petit coéfficient, la fonction v ſera de l'ordre α, & les termes ſucceſſifs de la formule (A) ſeront reſpectivement des ordres α, α^{2}, α^{3}, &c.

Cette formule ceſſeroit d'être convergente, ſi la ſuppoſition de $x = \theta$, rendoit très-petit le dénominateur de l'expreſſion de v; ſuppoſons par exemple, que $(x - a)^{\mu}$ ſoit

soit un facteur de ce dénominateur, il est clair que les termes successifs de la série qui, dans la formule (A), multiplie UY, seront divisés respectivement par $(\theta - a)^{\mu}$, $(\theta - a)^{2\mu+1}$, $(\theta - a)^{3\mu+2}$, &c. & deviendront très-considérables, si θ est peu différent de a; la convergence de cette formule exige donc que $(\theta - a)^{\mu}$ & $(\theta' - a)^{\mu}$ soient plus grands que α; elle ne peut conséquemment être employée dans l'intervalle où $(x - a)^{\mu}$ est égal ou moindre que α; mais dans ce cas, on pourra faire usage de la méthode suivante.

II.

Si l'on nomme Y, ce que devient y, lorsqu'on y change x en a, il est visible que $(x - a)^{\mu}$ étant un facteur de $-\frac{\partial y}{y\partial x}$; ou, ce qui revient au même, de $\partial.\log.\frac{Y}{y}$, $(x - a)^{\mu+1}$ sera un facteur de $\log.\frac{Y}{y}$; soit donc

$$y = Y.e^{-t^{\mu+1}};$$

&

$$v = \frac{x - a}{[\log. Y - \log. y]^{\frac{1}{\mu+1}}};$$

on aura $x - a = v.t$, v ne devenant point infini par la supposition de $x = a$. Si l'on désigne ensuite par U, $\frac{\partial.U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2.U^3}{\partial x^2}$, &c. ce que deviennent v, $\frac{\partial.v^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2.v^3}{\partial x^2}$, &c. lorsqu'on y change x en a, après les différentiations, on aura

$$x = a + U.t + \frac{\partial.U^2}{1.2.\partial x}.t^2 + \frac{\partial^2.U^3}{1.2.3.\partial x^2}.t^3 + \&c.$$

d'où il est facile de conclure

$$\int y\partial x = Y.\int\partial t.e^{-t^{\mu+1}}.\left\{\begin{array}{l} U + \frac{\partial.U^2}{\partial x}.t + \frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2}.t^2 \\ + \frac{\partial^3.U^4}{1.2.3.\partial x^3}.t^3 + \&c. \end{array}\right\}; (B)$$

Cette formule pourra être employée dans tout l'intervalle où x diffère très-peu de a; elle peut conséquemment servir de supplément à la formule *(A)* du *numéro précédent ;* mais au lieu d'être ordonnée comme elle, par rapport aux puissances de α, elle ne le sera que relativement aux puissances de $\alpha^{\frac{1}{\mu+1}}$; car il est visible que dans ce dernier cas, v n'est que de l'ordre $\alpha^{\frac{1}{\mu+1}}$.

Pour déterminer plus facilement les quantités U, $\frac{\partial . U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . U^3}{\partial x^2}$, &c. supposons,

$$\log. Y - \log. y = (x-a)^{\mu+1} . [A + B.(x-a) + C.(x-a)^2 + \&c.];$$

nous aurons en changeant x en a, après les différentiations,

$$A = -\frac{\partial^{\mu+1} . \log. y}{1.2.3 \ldots (\mu+1) . \partial x^{\mu+1}};$$

$$B = -\frac{\partial^{\mu+2} . \log. y}{1.2.3 \ldots (\mu+2) . \partial x^{\mu+2}}; \&c.$$

nous aurons ensuite, quel que soit r,

$$v^r = [A + B.(x-a) + C.(x-a)^2 + \&c.]^{-\frac{r}{\mu+1}}$$

$$= A^{\frac{-r}{\mu+1}} - \frac{r}{\mu+1} . A^{\frac{-r-\mu-1}{\mu+1}} . B.(x-a)$$

$$+ \left.\begin{array}{l} \frac{r.(r+\mu+1)}{1.2.(\mu+1)^2} . A^{\frac{-r-2\mu-2}{\mu+1}} . B^2 \\ - \frac{r}{\mu+1} . A^{\frac{-r-\mu-1}{\mu+1}} . C \end{array}\right\} . (x-a)^2 + \&c.$$

Si l'on fait successivement dans cette formule, $r = 1$,

$r = 2$, $r = 3$, &c. il ſera facile d'en conclure les valeurs de U, $\frac{\partial . U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . U^3}{\partial x^2}$, &c. & la formule *(B)* ne préſentera plus d'autres difficultés que celles qui réſultent de l'intégration des quantités de cette forme, $\int t^n . \partial t . e^{-t^{\mu + 1}}$; or, on a

$$\int t^n . \partial t . e^{-t^{\mu+1}} = \frac{-e^{-t^{\mu+1}}}{\mu+1} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^{n-\mu} + \frac{n-\mu}{\mu+1} . t^{n-2\mu-1} + \frac{(n-\mu).(n-2\mu-1)}{(\mu+1)^2} . t^{n-3\mu-2} \ldots \\ \ldots + \frac{(n-\mu).(n-2\mu-1).(n-3\mu-2)\ldots(n-r\mu+\mu-r+2).t^{n-r\mu-r+1}}{(\mu+1)^{r-1}} \end{array} \right\}$$

$$+ \frac{(n-\mu).(n-2\mu-1)\ldots(n-r\mu-r+1)}{(\mu+1)^r} . \int t^{n-r\mu-r} . \partial t . e^{-t^{\mu+1}}$$

r étant égal au quotient de la diviſion de n par $\mu + 1$, ſi la diviſion eſt poſſible, ou au nombre entier immédiatement inférieur, ſi elle ne l'eſt pas. La détermination de l'intégrale $\int y \partial x$, dépend donc des intégrales de cette forme,

$$\int \partial t . e^{-t^{\mu+1}}, \int t \partial t . e^{-t^{\mu+1}} \ldots \int t^{\mu-} . \partial t . e^{-t^{\mu+1}};$$

il n'eſt pas poſſible d'obtenir exactement ces intégrales par les méthodes connues; mais il ſera facile dans tous les cas, d'avoir leurs valeurs approchées.

III.

Nous aurons principalement beſoin dans la ſuite, de la valeur de $\int y \partial x$, pour tout l'intervalle compris entre deux valeurs conſécutives de x, qui rendent y nul; nous allons conſéquemment expoſer les ſimplifications dont cette valeur eſt alors ſuſceptible. y ayant été ſuppoſé dans le *numéro précédent*, égal à $Y . e^{-t^{\mu+1}}$, il eſt viſible que les deux valeurs de x, qui rendent y nul, rendent pareillement nulle la quantité $e^{-t^{\mu+1}}$, ce qui ſuppoſe que $\mu + 1$ eſt un nombre pair, & que l'une de ces valeurs de x répond à $t = -\infty$, & l'autre à $t = \infty$; Y eſt donc alors le *maximum* de y, compris entre ces valeurs. Soit $\mu + 1 = 2i$, ſi l'on prend l'intégrale $\int t^{2n+1}.\partial t.e^{-t^{2i}}$ depuis $t = -\infty$ juſqu'à $t = \infty$, ſa valeur ſera nulle; car il eſt clair que les élémens de cette intégrale, qui répondent aux valeurs de t négatives, ſont égaux & de ſigne contraire à ceux qui répondent aux valeurs de t poſitives. L'intégrale $\int t^{2n}.\partial t.e^{-t^{2i}}$ ſera égale à $2.\int t^{2n}\partial t.e^{-t^{2i}}$, cette dernière intégrale étant priſe depuis $t = 0$ juſqu'à $t = \infty$, & dans ce cas, on a par le *numéro précédent*,

$$\int t^{2n}.\partial t.e^{-t^{2i}} = \frac{(2n-2i+1).(2n-4i+1)\ldots(2n-2ri+1)}{(2i)^r}.\int t^{2n-2r}.\partial t.e^{-t^{2i}},$$

r étant égal au quotient de la diviſion de n par i, ſi la diviſion eſt poſſible, ou au nombre entier immédiatement plus petit, ſi la diviſion n'eſt pas poſſible. Soit donc

$$\begin{aligned}
K &= \int \partial t.e^{-t^{2i}};\\
K^{(1)} &= \int t^2.\partial t.e^{-t^{2i}};\\
K^{(2)} &= \int t^4.\partial t.e^{-t^{2i}};\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
K^{(i-1)} &= \int t^{2i-2}.\partial t.e^{-t^{2i}};
\end{aligned}$$

la formule (B) du *numéro précédent* deviendra

$$\left.\begin{aligned}
\int y\partial x = {} & 2K.Y.\left\{U + \frac{1}{2i}.\frac{\partial^{2i}.U^{2i+1}}{1.2.3\ldots2i.\partial x^{2i}} + \frac{2i+1}{4i^2}.\frac{\partial^{4i}.U^{4i+1}}{1.2.3\ldots4i.\partial x^{4i}} + \&c.\right\}\\
& + 2K^{(1)}.Y.\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + \frac{3}{2i}.\frac{\partial^{2i+2}.U^{2i+3}}{1.2.3\ldots(2i+2).\partial x^{2i+2}}\\ &+ \frac{3.(2i+3)}{4i^2}.\frac{\partial^{4i+2}.U^{4i+3}}{1.2.3\ldots(4i+2).\partial x^{4i+2}} + \&c.\end{aligned}\right\}\\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\};(C)$$

. . . .

$$+ 2K^{(i-1)}.Y.\left\{\begin{array}{l}\frac{\partial^{2i-2}.U^{2i-1}}{1.2.3...(2i-2).\partial x^{2i-2}} + \frac{2i-1}{2i}.\frac{\partial^{4i-2}.U^{4i-1}}{1.2.3..(4i-2).\partial x^{4i-2}} \\ + \frac{(2i-1).(4i-1)}{4i^2}.\frac{\partial^{6i-2}.U^{6i-1}}{1.2.3..(6i-2).\partial x^{6i-2}} + \&c.\end{array}\right\}\Bigg\};(C)$$

Cette formule eſt la ſomme d'un nombre i de ſuites différentes, décroiſſantes comme les puiſſances de α, puiſque U eſt de l'ordre $\alpha^{\frac{1}{2i}}$, & multipliées reſpectivement par les tranſcendantes K, $K^{(1)}$, $K^{(2)}$, &c. qu'il eſt par conſéquent important de connoître. Voyons ce que l'analyſe nous apprend à cet égard.

I V.

CONSIDÉRONS généralement l'intégrale

$$\int \partial s.\partial x.\partial x^{(1)}.\partial x^{(2)}...\partial x^{(r-2)}.e^{-s.\left(1+x^n+x^{(1)^n}...+x^{(r-2)^n}\right)},$$

les intégrales ſuceſſives étant priſes depuis $s, x, x^{(1)}, x^{(2)}$, &c. égaux à zéro, juſqu'aux valeurs infinies de ces variables. En intégrant d'abord par rapport à s, on réduira l'intégrale précédente à celle-ci,

$$\int \frac{\partial x.\partial x^{(1)}.\partial x^{(2)}.................\partial x^{(r-2)}}{1+x^n+x^{(1)^n}+x^{(2)^n}........+x^{(r-2)^n}}.$$

Soit

$$\frac{x}{\left[1+x^{(1)^n}+x^{(2)^n}........+x^{(r-2)^n}\right]^{\frac{1}{n}}} = z,$$

on aura

$$\int \frac{\partial x}{1+x^n+x^{(1)^n}...+x^{(r-2)^n}} = \frac{1}{\left[1+x^{(1)^n}+x^{(2)^n}...+x^{(r-2)^n}\right]^{\frac{n-1}{n}}}.\int \frac{\partial z}{1+z^n},$$

l'intégrale relative à z étant priſe depuis $z = 0$ juſqu'à $z = \infty$. Soit encore

$$\frac{x^{(1)}}{\left[1 + x^{(2)^n} \ldots\ldots + x^{(r-2)^n}\right]^{\frac{1}{n}}} = z^{(1)},$$

on aura

$$\int \frac{\partial x^{(1)}}{\left[1 + x^{(1)^n} \ldots\ldots\ldots\ldots + x^{(r-2)^n}\right]^{\frac{n-1}{n}}}$$

$$= \frac{1}{\left[1 + x^{(2)^n} \ldots + x^{(r-2)^n}\right]^{\frac{n-2}{n}}} \cdot \int \frac{\partial z^{(1)}}{\left(1 + z^{(1)^n}\right)^{\frac{n-1}{n}}};$$

l'intégrale relative à $z^{(1)}$ étant priſe depuis $z^{(1)} = 0$ juſqu'à $z^{(1)} = \infty$. En continuant d'opérer ainſi, on trouvera

$$\int \partial s . \partial x . \partial x^{(1)} \ldots \partial x^{(r-2)} . e^{-s.\left(1 + x^n + x^{(1)^n} \ldots + x^{(r-2)^n}\right)}$$

$$= \int \frac{\partial z}{1 + z^n} \cdot \int \frac{\partial z}{(1+z^n)^{\frac{n-1}{n}}} \cdot \int \frac{\partial z}{(1+z^n)^{\frac{n-2}{n}}} \ldots \int \frac{\partial z}{(1+z^n)^{\frac{n-r+2}{n}}},$$

les intégrales relatives à z étant priſes depuis $z = 0$ juſqu'à $z = \infty$.

Intégrons préſentement d'une autre manière, la différentielle $\partial s . \partial x . \partial x^{(1)}$. &c. $e^{-s(1 + x^n + x^{(1)^n} + \&c.)}$, & au lieu de commencer les intégrations par s, terminons-les par cette variable; pour cela, nous obſerverons que l'on a

$$\int \partial x . e^{-sx^n} = \frac{1}{s^{\frac{1}{n}}} \cdot \int s^{\frac{1}{n}} . \partial x . e^{-sx^n} = \frac{1}{s^{\frac{1}{n}}} \cdot \int \partial t . e^{-t^n}$$

t étant ſuppoſé égal à $s^{\frac{1}{n}}.x$. L'intégrale relative à x, devant être priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$, l'intégrale relative à t, doit être priſe depuis $t = 0$ juſqu'à $t = \infty$; ſoit donc $\int \partial t . e^{-t^n} = K$, on aura

$$\int \partial x . e^{-sx^n} = \frac{K}{s^{\frac{1}{n}}};$$

on aura pareillement

$$\int \partial x^{(1)} . e^{-s.x^{(1)^n}} = \frac{K}{s^{\frac{1}{n}}}$$

& ainſi de ſuite; partant

$$\int \partial s . \partial x . \partial x^{(1)} \ldots \partial x^{(r-2)} . e^{-s.\left[1 + x^n + x^{(1)^n} \ldots + x^{(r-2)^n}\right]}$$

$$= K^{r-1} . \int \frac{\partial s . e^{-s}}{s^{\frac{r-1}{n}}} = n . K^{r-1} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n};$$

t étant ici égal à $s^{\frac{1}{n}}$, & l'intégrale relative à t, étant priſe comme l'intégrale relative à s, depuis la valeur nulle de cette variable, juſqu'à ſa valeur infinie. En comparant les deux expreſſions de

$$\int \partial s . \partial x . \partial x^{(1)} . \&c. \, e^{-s.(1 + x^n + x^{(1)^n} + \&c.)},$$

& en obſervant que $\int \frac{\partial z}{1+z^n} = \frac{\pi}{n . \text{ſin.} \frac{\pi}{n}}$, π étant le rapport de la demi-circonférence au rayon, on aura

$$n^2 . K^{r-1} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{ſin.} \frac{\pi}{n}} . \int \frac{\partial z}{(1+z^n)^{\frac{n-1}{n}}}$$

$$. \int \frac{\partial z}{(1+z^n)^{\frac{n-2}{n}}} \ldots \int \frac{\partial z}{(1+z^n)^{\frac{n-r+2}{n}}};$$

toutes les intégrales étant prises depuis les valeurs nulles des variables, jusqu'à leurs valeurs infinies.

Si l'on fait $1 + z^n = \frac{1}{1-u^n}$, on aura $\partial z = \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{n+1}{n}}}$;

la formule précédente deviendra ainsi,

$$\left.\begin{array}{l} n^2 . K^{r-1} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{fin.} \frac{\pi}{n}} . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{2}{n}}} \\ . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{3}{n}}} \ldots\ldots\ldots\ldots \int \frac{\partial n}{(1-u^n)^{\frac{r-1}{n}}} \end{array}\right\} ; (Z)$$

les intégrales relatives à u, étant prises depuis $u = 0$ jusqu'à $u = 1$, parce que la supposition de $z = 0$, donne $u = 0$, & que celle de $z = \infty$, donne $u = 1$. Il faut dans cette formule, prendre autant de facteurs affectés du signe intégral, qu'il y a d'unités dans $r - 2$.

La formule (Z) offre plusieurs corollaires intéressans que nous allons développer; si l'on y suppose $r = n$, l'intégrale $\int t^{n-r} \partial t . e^{-t^n}$ se changera en K, & l'on aura

$$\left.\begin{array}{l} n^2 . K^n = \frac{\pi}{\text{fin.} \frac{\pi}{n}} . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{2}{n}}} \\ . \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{3}{n}}} \ldots\ldots\ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{n-1}{n}}} \end{array}\right\} ; (V)$$

Ainsi K ou $\int \partial t . e^{-t^n}$ sera donné par cette équation, en fonctions d'intégrales algébriques, & la formule (Z) donnera la valeur de $\int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n}$ en fonctions semblables, r étant

r étant un nombre quelconque entier positif & moindre que n; ces valeurs dépendent des $n - 2$ intégrales algébriques

$$\int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{2}{n}}},\ \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{3}{n}}},\ \ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^n)^{\frac{n-1}{n}}};$$

mais on peut diminuer de moitié, le nombre de ces intégrales, par la méthode suivante.

Si dans la formule (Z), on fait $r = 2$, elle donnera

$$n^2 . \int \partial t . e^{-t^n} . \int t^{n-2} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{sin.}\, \frac{\pi}{n}}.$$

Cette équation est généralement vraie, quel que soit n, en le supposant même fractionnaire; partant si l'on y change n dans $\frac{n}{r-1}$, on aura

$$n^2 . \int \partial t . e^{-t^{\frac{n}{r-1}}} . \int t^{\frac{n}{r-1}-2} . \partial t . e^{-t^{\frac{n}{r-1}}} = \frac{(r-1)^2 \pi}{\text{sin.}\, \frac{(r-1)\pi}{n}},$$

& si dans cette nouvelle équation, on change t dans t^{r-1}, elle deviendra

$$n^2 . \int t^{r-2} . \partial t . e^{-t^n} . \int t^{n-r} . \partial t . e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{sin.}\, \frac{(r-1)\pi}{n}}; \ (T)$$

Si, dans cette équation, on suppose $r - 2 = n - r$, ce qui donne $r = \frac{n}{2} + 1$, on aura

$$n^2 \left[\int t^{\frac{n}{2}-1} . \partial t . e^{-t^n} . \right]^2 = \pi;$$

& si l'on change $t^{\frac{n}{2}}$ dans t, on aura ce résultat remarquable

$$\int \partial t . e^{-t^2} = \tfrac{1}{2} . \surd (\pi),$$

c'eſt-à-dire que l'intégrale $\int dt.e^{-t^2}$ priſe depuis $t = 0$ juſqu'à t infini, eſt la moitié de la racine carrée du rapport de la demi-circonférence au rayon.

Suppoſons maintenant n pair & égal à $2i$; ſi l'on fait $r = i + 1$ dans la formule (Z), elle donnera

$$4i^2.K^i.\int t^{i-1}.dt.e^{-t^{2i}} = \frac{\pi}{\text{ſin.}\frac{\pi}{2i}}.\int\frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{2}{2i}}}.\int\frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{3}{2i}}}\ldots\ldots\int\frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{1}{2}}};$$

or en changeant t^i en t, l'intégrale $\int t^{i-1}.dt.e^{-t^{2i}}$ deviendra $\frac{1}{i}.\int dt.e^{-t^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2i}$; on aura donc

$$2i.K^i = \frac{\sqrt{\pi}}{\text{ſin.}\frac{\pi}{2i}}.\int\frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{2}{2i}}}\ldots\int\frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{1}{2}}}; \quad (R)$$

ainſi K ſera donné en fonction des $i - 1$ premières intégrales algébriques de la formule (Z), & cette même formule donnera les valeurs de toutes les intégrales tranſcendantes $\int t^{2i-r}.\partial t.e^{-t^{2i}}$, en fonctions de ces mêmes intégrales, lorſque r ſera égal ou moindre que $i + 1$, ou, ce qui revient au même, lorſque l'expoſant $2i - r$ ſera égal ou plus grand que $i - 1$. Si cet expoſant eſt moindre, alors $r - 2$ ſera plus grand que $i - 1$, & la formule (T) donnant la valeur de l'intégrale $\int t^{2i-r}.\partial t.e^{-t^{2i}}$, au moyen de celle-ci $\int t^{r-2}.\partial t.e^{-t^{2i}}$, cette valeur ne dépendra que des $i - 1$ premières intégrales algébriques de la formule (Z); ainſi, toutes les valeurs de l'intégrale $\int t^{2i-r}.\partial t e^{-t^{2i}}$ ne dépendront, quel que ſoit r, que de ces i premières intégrales algébriques; & comme les valeurs correſpondantes à r plus grand que i, ſont données par la formule (Z) en fonctions de ces intégrales & des ſuivantes,

$$\int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{i+1}{2i}}},\ \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{i+2}{2i}}} \ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i})^{\frac{2i-1}{2i}}},$$

il en réſulte que chacune de ces dernières intégrales ſera donnée en fonction des $i - 1$ premières intégrales algébriques de la formule (Z).

Si n eſt impair & égal à $2i + 1$, la formule (Z) donnera en y faiſant ſucceſſivement $r = i + 1$, & $r = i + 2$,

$$(2i+1)^2 . K^i . \int t^i . \partial t\, e^{-t^{2i+1}} = \frac{\pi}{\text{ſin.} \frac{\pi}{2i+1}}$$

$$. \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{2}{2i+1}}} . \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{3}{2i+1}}} \ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i}{2i+1}}};$$

$$(2i+1)^2 . K^{i+1} . \int t^{i-1} . \partial t . e^{-t^{2i+1}} = \frac{\pi}{\text{ſin.} \frac{\pi}{2i+1}}$$

$$. \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{2}{2i+1}}} \ldots\ldots\ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+1}{2i+1}}};$$

en multipliant ces deux équations, l'une par l'autre, & en obſervant que l'équation (T) donne, en y faiſant $r = i + 1$,

$$(2i+1)^2 . \int t^{i-1} \partial t . e^{-t^{2i+1}} . \int t^i . \partial t . e^{-t^{2i+1}} = \frac{\pi}{\text{ſin.} \frac{i\pi}{2i+1}},$$

on aura

$$(2i+1)^2 . K^{2i+1} = \frac{\pi . \text{ſin.} \frac{i\pi}{2i+1}}{(\text{ſin.} \frac{\pi}{2i+1})^2}$$

$$. \left[\int \frac{\partial u}{(1+u^{2i+1})^{\frac{2}{2i+1}}} \ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i}{2i+1}}}\right]^2 . \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+1}{2i+1}}};$$

K ſera ainſi donné en fonction des i premières intégrales algébriques de la formule (Z), & cette même formule donnera les valeurs de $\int t^{2i+1-r}.\partial t.e^{-t^{2i+1}}$, en fonction des mêmes intégrales, lorſque r ſera égal ou moindre que $i + 2$; la formule (T) donnera enſuite les valeurs de cette intégrale tranſcendante, lorſque r ſera plus grand que $i + 2$; d'où l'on peut conclure que chacune des intégrales

$$\int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+2}{2i+1}}},\ \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{i+3}{2i+1}}} \ldots \int \frac{\partial u}{(1-u^{2i+1})^{\frac{2i}{2i+1}}},$$

ſera donnée en fonction des i premières intégrales algébriques de la formule (Z).

De-là il ſuit généralement que toutes les valeurs de $\int t^r \partial t.e^{-t^n}$ ne dépendront, quel que ſoit r, que de $\frac{n}{2} - 1$ intégrales algébriques priſes dans la formule (Z), ſi n eſt pair; ou de $\frac{n-1}{2}$ de ces mêmes intégrales, ſi n eſt impair.

V.

REPRENONS maintenant la formule (C) du *n.° 3*; ſi l'on y fait $i = 1$, elle ne renfermera que la ſeule tranſcendante K ou $\int \partial t.e^{-t^2}$, qui, par le *numéro précédent*, eſt égale à $\frac{1}{2}.\sqrt{\pi}$, ou à 0,886227.

Si l'on y fait $i = 2$, cette formule renfermera les deux tranſcendantes K & $K^{(1)}$, qui ſont reſpectivement égales à $\int \partial t.e^{-t^4}$ & à $\int t^2 \partial t.e^{-t^4}$: or la formule (R) du *numéro précédent*, donne, en y faiſant $i = 2$, & en obſervant qu'alors ſin. $\frac{\pi}{2i} = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$$4 \cdot (\int \partial t \,.\, e^{-t^4})^2 = \sqrt{(2\pi)} \,.\, \int \frac{\partial u}{(1-u^4)^{\frac{1}{2}}};$$

cette dernière intégrale repréſente la longueur de la courbe élaſtique que M. Stirling a trouvée égale à

$$1,31102877714605987;$$

en déſignant donc par π', cette valeur, on aura

$$K = \int \partial t \,.\, e^{-t^4} = \frac{1}{2} \,.\, \sqrt{[\pi' \,.\, \sqrt{(2\pi)}]};$$

la formule (Z) donnera enſuite, en y faiſant $n = 4$ & $r = 2$,

$$16 \,.\, \int \partial t \,.\, e^{-t^4} \,.\, \int t^2 \partial t \,.\, e^{-t^4} = \pi \,.\, \sqrt{(2)};$$

partant,

$$K^{(1)} = \int t^2 \partial t \,.\, e^{-t^4} = \frac{\pi^{\frac{5}{4}}}{4\sqrt{[2\pi' \,.\, \sqrt{(2)}]}}.$$

Nous ne pouſſerons pas plus loin cet examen des valeurs de K, $K^{(1)}$, &c. correſpondantes aux différentes valeurs de i, parce que les cas où i ſurpaſſe l'unité, ſont très-rares dans les applications de l'analyſe.

VI.

Le cas dans lequel $i = 1$ étant le plus ordinaire, nous allons expoſer ici les formules les plus ſimples pour déterminer dans ce cas, la valeur approchée de l'intégrale $\int y \partial x$.

Si l'on ſuppoſe $v = -\frac{y \partial x}{\partial y}$, & que l'on nomme Y & U, ce que deviennent y & v lorſqu'on y change x en θ, & Y' & U', ce que deviennent ces mêmes quantités lorſqu'on y change x en θ', on aura

$$\left.\begin{aligned} \int y\,dx = Y.U.\left(1 + \frac{dU}{\partial\theta} + \frac{d.U.dU}{\partial\theta^2} + \frac{d.U.dU.dU}{\partial\theta^3} + \&c.\right) \\ - Y'.U'.\left(1 + \frac{d.U'}{\partial\theta'} + \frac{d.U'.d.U'}{\partial\theta'^2} + \frac{dU'.d.U'.dU'}{\partial\theta'^3} + \&c.\right) \end{aligned}\right\}; (a)$$

la caractériſtique d ſe rapportant à tout ce qui la ſuit, & l'intégrale $\int y\partial x$ étant priſe depuis $x = \theta$ juſqu'à $x = \theta'$. Cette formule ſera très-convergente toutes les fois que $\frac{\partial y}{\partial x}$ ſera très-grand par rapport à y, ce qui a lieu lorſque les facteurs de y, étant élevés à de grandes puiſſances, l'intégrale $\int y\partial x$ eſt priſe dans des intervalles éloignés du *maximum* de y.

Pour avoir cette même intégrale dans les intervalles voiſins de ce *maximum*, ſuppoſons qu'il réponde à $x = a$, & nommons Y le *maximum* de y, ou ce qu'il devient lorſqu'on y change x en a; ſuppoſons encore, comme cela arrive le plus ſouvent, que la valeur a de x, ne faſſe diſparoître que la première différence de y; dans ce cas, on fera

$$t = \sqrt{(\log. Y - \log. y)};\ v = \frac{x-a}{\sqrt{(\log. Y - \log. y)}};$$

& en déſignant par U, $\frac{\partial U^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . U^3}{\partial x^2}$, &c. ce que deviennent v, $\frac{\partial v^2}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . v^3}{\partial x^2}$, &c. lorſqu'on y change x en a, on aura

$$\int y\partial x = Y.\int\partial t.e^{-t^2}.\left(U + \frac{\partial.U^2}{\partial x}.t + \frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2}.t^2 + \frac{\partial^3.U^4}{1.2.3.\partial x^3}.t^3 + \&c.\right);\ (b)$$

Si dans la formule (a), on ſuppoſe log. y, & par conſéquent $-\frac{y\partial x}{\partial y}$ très-petit de l'ordre α, cette formule ne pourra pas ſervir dans tout l'intervalle où $(x-a)^2$ eſt moindre que α; dans ce cas, on peut faire uſage de la formule (b) qui ceſſe elle-même d'être convergente, lorſque vt, ou, ce qui revient au même, $x - a$ n'eſt pas une quantité très-petite de l'ordre α^λ, λ étant poſitif; mais dans l'intervalle où cela n'eſt pas, la ſérie (a) peut être employée, en ſorte que ces deux ſéries ſe ſervent de ſupplément l'une à l'autre: Il y a même des intervalles où toutes les deux peuvent être d'uſage; car puiſque la convergence de la ſérie (a) exige que $x - a$ ſoit de l'ordre

$\alpha^{\frac{1}{2} - \lambda}$, λ étant poſitif; & que celle de la ſérie *(b)*, exige que $\frac{1}{2} - \lambda$ ſoit poſitif, ces deux ſéries peuvent ſervir à la fois pour toutes les valeurs poſitives de λ, moindres que $\frac{1}{2}$. La première ſera ordonnée par rapport aux puiſſances de $\alpha^{2\lambda}$, & la ſeconde le ſera par rapport aux puiſſances de $\frac{1}{2} - \lambda$; il faudra donc préférer la première ou la ſeconde, ſuivant que 2λ ſera plus grand ou moindre que $\frac{1}{2} - \lambda$, c'eſt-à-dire ſuivant que l'on aura $\lambda >$ ou $< \frac{1}{6}$.

La formule *(b)* donne en l'intégrant depuis $t = T$ juſqu'à $t = T'$,

$$\left.\begin{array}{l} \int y\partial x = Y.\left\{U + \frac{1}{2}.\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + \frac{1.3}{2^2}.\frac{\partial^4.U^5}{1.2.3.4.\partial x^4} + \&c.\right\}.\int \partial t.e^{-t^2} \\ \quad + \frac{Y}{2}.e^{-T^2}.\left\{\frac{\partial.U^2}{\partial x} + T.\frac{\partial^2 U^3}{1.2.\partial x^2} + (T^2+1)\frac{\partial^3 U^4}{1.2.3.\partial x^3} + \&c.\right\} \\ \quad - \frac{Y}{2}.e^{-T'^2}.\left\{\frac{\partial.U^2}{\partial x} + T'.\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + (T'^2+1).\frac{\partial^3.U^4}{1.2.3.\partial x^3} + \&c.\right\} \end{array}\right\}; (c)$$

l'intégrale $\int y\,dx$ étant priſe depuis la valeur de x qui convient à $t = T$, juſqu'à celle qui convient à $t = T'$.

Si l'on ſuppoſe $T = -\infty$ & $T' = \infty$, on aura généralement $T^r.e^{-T^2} = 0$, $T'^r.e^{-T'^2} = 0$; on a d'ailleurs dans ce cas *(n.° 4)*, $\int \partial t.e^{-t^2} = \sqrt{(\pi)}$: la formule précédente devient ainſi

$$\int y\partial x = Y.\sqrt{(\pi)}.\left\{U + \frac{1}{2}.\frac{\partial^2.U^3}{1.2.\partial x^2} + \frac{1.3}{2^2}.\frac{\partial^4.U^5}{1.2.3.4.\partial x^4} + \&c.\right\}; (d)$$

l'intégrale $\int y\,dx$ étant priſe entre les deux valeurs conſécutives de x, qui rendent y nul, & Y étant le *maximum* de y compris entre ces valeurs. Les différens termes de cette formule ſe détermineront facilement en obſervant que ſi l'on fait

$$A = -\frac{\partial^2.\log.y}{1.2.\partial x^2};\ B = -\frac{\partial^3.\log.y}{1.2.3.\partial x^3};\ C = -\frac{\partial^4.\log.y}{1.2.3.4.\partial x^4};\ \&c.$$

x étant changé en a, après les différentiations, on aura généralement

$$v^r = A^{-\frac{r}{2}} - \frac{r}{2}.A^{-\frac{r}{2}-1}.B.(x-a)$$

$$\left.\begin{array}{l} + \frac{r.(r+2)}{8}.A^{-\frac{r}{2}-2}.B^2 \\ - \frac{r}{2}.A^{-\frac{r}{2}-1}.C \end{array}\right\}.(x-a)^2 + \&c.$$

On a $\partial^2.\log.\, y = \frac{\partial\partial y}{y} - \frac{\partial y^2}{y^2}$; la ſuppoſition de $x = a$, fait diſparoître ∂y; on aura donc $\frac{\partial^2.\log.\, y}{\partial x^2} = -2A = \frac{\partial\partial Y}{Y.\partial x^2}$, Y & $\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}$ étant ce que deviennent y & $\frac{\partial\partial y}{\partial x^2}$, lorſqu'on y fait $x = a$; partant, ſi dans la formule (d), l'on ne conſidère que le premier terme de la ſérie, on aura à très-peu-près

$$\int y\partial x = \frac{Y^{\frac{3}{2}}.\sqrt{(2\pi)}}{\sqrt{\left(-\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right)}}, \text{ ou } \left(\int y\partial x\right)^2 = \frac{2\pi.Y^3}{-\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}},$$

l'intégrale $\int y\partial x$ étant priſe entre les deux valeurs conſécutives de x qui font diſparoître y, Y & $\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}$ étant les valeurs de y & $\frac{\partial\partial y}{\partial x^2}$ correſpondantes à la valeur intermédiaire de x, qui fait diſparoître ∂y; cette expreſſion de $\int y\partial x$ ſera d'autant plus approchée, que les facteurs de y ſeront élevés à de plus hautes puiſſances.

La formule (c) renferme l'intégrale indéfinie $\int\partial t.e^{-t^2}$ qu'il n'eſt pas poſſible d'obtenir en termes finis; mais on peut dans tous les cas, la déterminer d'une manière fort approchée,

approchée, par les méthodes connues. Si t est peu considérable, on pourra faire usage de la série suivante,

$$\int \partial t \,.\, e^{-t^2} = T - \tfrac{1}{3} \,.\, T^3 + \frac{1}{1.2} \,.\, \frac{T^5}{5} - \frac{1}{1.2.3} \,.\, \frac{T^7}{7} + \frac{1}{1.2.3.4} \,.\, \frac{T^9}{9} - \&c.$$

l'intégrale étant prise depuis $t = 0$ jusqu'à $t = T$.

Si t est considérable, on pourra se servir de cette série,

$$\int \partial t \,.\, e^{-t^2} = \frac{e^{-T^2}}{2T} \,.\, \left(1 - \frac{1}{2T^2} + \frac{1.3}{2^2.T^4} - \frac{1.3.5}{2^3.T^6} + \&c.\right)$$

l'intégrale $\int \partial t \,.\, e^{-t^2}$ étant prise depuis $t = T$ jusqu'à $t = \infty$, en sorte que pour avoir la valeur de cette intégrale, depuis $t = 0$ jusqu'à $t = T$, il faut retrancher la valeur précédente, de $\frac{1}{2} \,.\, \sqrt{(\pi)}$. Cette série est alternativement plus grande & plus petite que l'intégrale $\int \partial t \,.\, e^{-t^2}$, de manière que la valeur de cette intégrale prise depuis $t = T$ jusqu'à $t = \infty$, est toujours comprise entre la somme d'un nombre fini quelconque de ses termes, & cette même somme augmentée du terme suivant : ce genre de séries que l'on peut nommer *séries de limites*, a l'avantage de faire connoître avec précision, les limites des erreurs des approximations. Dans un grand nombre de cas, les formules *(a)*, *(b)*, *(c)* & *(d)*, conduisent à des séries de cette nature.

VII.

On peut facilement étendre l'analyse précédente aux doubles, triples, &c. intégrales; pour cela, considérons la double intégrale $\int y \,\partial x \,.\, \partial x'$, y étant une fonction de x & de x', qui renferme des facteurs élevés à de grandes puissances. Supposons que l'intégrale relative à x' doive être prise depuis une fonction X de x, jusqu'à une autre fonction X' de la même variable; en faisant $x' = X + u X'$, l'intégrale $\int y \,\partial x \,\partial x'$ se changera dans celle-ci, $\int y X' \,.\, \partial x \,.\, \partial u$, l'intégrale relative à u devant être prise depuis $u = 0$ jusqu'à $u = 1$; on peut donc ainsi réduire l'intégrale $\int y\,\partial x . \partial x'$ à des limites constantes & indépendantes des variables qu'elle renferme; nous supposerons conséquemment qu'elle a cette forme, & que l'intégrale relative à x est prise depuis $x = \theta$ jusqu'à $x = \varpi$, tandis que l'intégrale relative à x' est prise depuis $x' = \theta'$ jusqu'à $x' = \varpi'$. Cela posé, en nommant Y, ce que devient y, lorsqu'on y change x & x' dans θ & θ', on fera

$$y = Y . e^{-t-t'};$$

en supposant ensuite $x = \theta + u$, & $x' = \theta' + u'$, on réduira la fonction $\log. \frac{Y}{y}$, dans une suite ordonnée par rapport aux puissances de u & de u', & l'on aura une équation de cette forme,

$$M . u + M' . u' = t + t',$$

dans laquelle M est la partie du développement de $\log. \frac{Y}{y}$, qui renferme tous les termes multipliés par u, & M' est l'autre partie qui renferme les termes multipliés par u', & qui sont indépendans de u. On partagera l'équation précédente, dans les deux suivantes,

$$M . u = t; \; M' . u' = t';$$

d'où l'on tirera celles-ci, par le retour des Suites,

$$u = N . t; \; u' = N' . t';$$

N étant une Suite ordonnée par rapport aux puissances de t & de t', & N' étant uniquement ordonnée par rapport aux puissances de t', & indépendante de t. Ces deux Suites seront très-convergentes, si y renferme des facteurs très-élevés. Maintenant, on a $\partial x . \partial x' = \partial u . \partial u'$, & il est aisé de s'assurer que ce dernier produit est égal à $(\frac{\partial u}{\partial t}).(\frac{\partial u'}{\partial t'}).\partial t.\partial t'$, c'est-à-dire à $(\frac{\partial.Nt}{\partial t}).(\frac{\partial.N't'}{\partial t'}).\partial t.\partial t'$; partant,

$$\int y\partial x.\partial x' = Y.\int(\frac{\partial.Nt}{\partial t}).(\frac{\partial.N't}{\partial t'}).\partial t.\partial t'.e^{-t-t'}.$$

Il sera facile d'intégrer les différens termes du second membre de cette équation, puisqu'il ne s'agira que d'intégrer des termes de cette forme, $\int t^n\partial t.e^{-t}$, ou $\int t'^{n}\partial t'.e^{-t'}$.

Si l'on prend l'intégrale relative à t', depuis $t' = 0$ jusqu'à $t' = \infty$, & que l'on nomme Q le résultat de l'intégration, on aura $\int y\partial x' = Y.Q$, l'intégrale étant prise depuis $x = \theta'$ jusqu'à la valeur de x', qui convient à t' infini; si l'on change ensuite dans Y & Q, θ' dans ϖ', & que l'on nomme Y' & Q', ce que deviennent alors ces quantités, on aura $\int y\partial x' = Y'.Q'$, l'intégrale étant prise $x' = \varpi'$ jusqu'à la valeur de x', qui convient à t' infini; on aura donc

$$\int y\partial x = Y.Q - Y'.Q',$$

l'intégrale relative à x' étant prise depuis $x' = \theta'$ jusqu'à $x' = \varpi'$.

En nommant R & R', les intégrales $\int Q.\partial t$, & $\int Q'.\partial t$, prises depuis $t = 0$ jusqu'à $t = \infty$, on aura

$$\int y\partial x.\partial x' = Y.R - Y'.R',$$

l'intégrale relative à x' étant prise depuis $x' = \theta'$ jusqu'à $x' = \varpi'$, & l'intégrale relative à x étant prise depuis $x = \theta$ jusqu'à la valeur de x, qui convient à t infini. Si dans Y, R, Y', R', on change θ dans ϖ, & que l'on nomme Y_1, R_1, Y_1', R_1', ce que deviennent alors ces quantités, on aura

$$\int y\partial x.\partial x' = Y_1.R_1 - Y_1'.R_1',$$

l'intégrale relative à x' étant prise entre les limites θ' & ϖ',

& l'intégrale relative à x étant prife depuis $x = \varpi$ jufqu'à la valeur x, qui convient à $t = \infty$; partant

$$\int y \partial x . \partial x' = Y.R - Y'.R' - Y_1.R_1 + Y_1'.R_1',$$

l'intégrale relative à x étant prife entre les limites θ & ϖ, & l'intégrale relative à x' étant prife entre les limites θ' & ϖ'. Cette formule répond à la formule *(A)* du *n.° 1*, qui n'eft relative qu'à une feule variable. Elle a le même inconvénient, celui de ne pouvoir s'étendre aux intervalles voifins du *maximum* de y; il faut pour ces intervalles, employer une méthode analogue à celle du *n.° 2*; ainfi en fuppofant que dans l'intervalle compris entre θ & ϖ, y devienne un *maximnm*, & que la condition du *maximum* ne faffe difparoître que la première différence de y; au lieu de faire, comme précédemment, $y = Y.e^{-t-t'^2}$, on fera $y = Y.e^{-t^2-t'}$; & fi, dans l'intervalle compris entre θ' & ϖ', y devient un *maximum*, on fera

$$y = Y.e^{-t^2-t'^2}.$$

Comme nous aurons principalement befoin dans la fuite, de l'intégrale $\int y \partial x . \partial x'$ prife entre les limites de x & de x', qui rendent y nul, nous allons difcuter ce cas d'une manière générale.

Confidérons l'intégrale $\int y \partial x . \partial x' . \partial x'' .\&c.$ y étant une fonction des r variables x, x', x'', &c. qui renferme des facteurs élevés à de grandes puiffances. Si l'on nomme a, a', a'', &c. les valeurs de x, x', x'', &c. qui répondent au *maximum* de y, & que l'on défigne par Y ce *maximum*, on fera

$$y = Y.e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.};$$

en fuppofant enfuite $x = a + \theta$, $x' = a' + \theta'$, $x'' = a'' + \theta''$, &c. on fubftituera ces valeurs dans la fonction $\log. \frac{Y}{y}$; & en la développant dans une fuite ordonnée par rapport aux puissances de θ, θ', θ'', &c. on aura une équation de cette forme,

$$M.\theta^2 + M'.\theta'^2 + M''.\theta''^2 + \&c. = t^2 + t'^2 + t''^2 + \&c.$$

M étant la partie du développement de $\log. \frac{Y}{y}$, multipliée par θ^2; M' étant la partie de ce développement, multipliée par θ'^2, & indépendante de θ; M'' étant la partie multipliée par θ''^2, & indépendante de θ & de θ'; & ainsi du reste. On partagera cette équation dans les suivantes,

$$M.\theta^2 = t^2;\ M'.\theta'^2 = t'^2;\ M''.\theta''^2 = t''^2;\ \&c.$$

d'où l'on tirera celles-ci, par le retour des Suites,

$$\theta = N.t;\ \theta' = N'.t';\ \theta'' = N''.t'';\ \&c.$$

N étant une Suite ordonnée par rapport aux puissances de t, t', t'', &c. N' étant une Suite ordonnée par rapport aux puissances de t', t''; &c. N'' étant une Suite ordonnée par rapport aux puissances de t'', &c. Ces Suites seront d'autant plus convergentes que les facteurs de y, seront élevés à de plus hautes puissances.

Maintenant on a, $\partial x.\partial x'.\partial x''$ &c. $= \partial\theta.\partial\theta'.\partial\theta''.$&c. & il est facile de s'assurer que ce dernier produit est égal à $\left(\frac{\partial.Nt}{\partial t}\right).\left(\frac{\partial.N't'}{\partial t'}\right).\left(\frac{\partial.N''t''}{\partial t''}\right).\&c.\,\partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.$ Partant,

$$\int y\partial x.\partial x'.\partial x''.\&c. = Y.\int\left(\frac{\partial.Nt}{\partial t}\right).\left(\frac{\partial.N't'}{\partial t}\right).\left(\frac{\partial.N''t''}{\partial t''}\right).\&c.\,\partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.\ e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.}$$

les intégrales relatives à t, t', t'', &c. étant prises depuis ces variables égales à $-\infty$, jusqu'à ces variables égales à $+\infty$. Il sera facile d'avoir les intégrales des différens termes du second membre de cette équation, en observant que l'on a généralement

$$\int t^n.t'^{n'}.t''^{n''}.\&c.\,\partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.\ e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.} = 0$$

lorſque l'un quelconque des nombres n, n', n'', &c. eſt impair ;

& $\int t^{2i}.t'^{2i'}.t''^{2i''}.\&c.\ \partial t.\partial t'.\partial t''.\&c.\ e^{-t^2-t'^2-t''^2-\&c.}$

$$= \frac{1.3.5\ldots(2i-1).1.3.5\ldots(2i'-1).1.3.5\ldots(2i''-1).\&c.\ \pi^{\frac{r}{2}}}{2^{i+i'+i''+\&c.}}.$$

Si les puiſſances auxquelles les facteurs de y ſont élevés, ſont très-conſidérables, on aura à très-peu-près

$$M = -\frac{\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right)}{Y};\ M' = -\frac{\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right)}{Y};\ M'' = -\frac{\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right)}{Y};\ \&c.$$

$\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right)$, &c. étant ce que deviennent $\left(\frac{\partial\partial y}{\partial x^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial y}{\partial x'^2}\right)$, $\left(\frac{\partial\partial y}{\partial x''^2}\right)$, &c. lorſqu'on y change x, x', x'', &c. dans a, a', a'', &c. on aura ainſi à très-peu-près

$$\theta = \frac{Y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\left[-\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right)\right]}};\ \theta' = \frac{Y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\left[-\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right)\right]}};\ \theta'' = \frac{Y^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\left[-\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right)\right]}};\ \&c.$$

d'où l'on tire ce théorème général.

« L'intégrale $\int y\,dx.dx'.dx''$ &c. priſe entre les valeurs
» conſécutives de x, x', x'', &c. qui rendent y nul, eſt à
» très-peu-près égale à

$$\frac{(-2\pi)^{\frac{r}{2}}.Y^{\frac{r+2}{2}}}{\sqrt{\left[\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x^2}\right).\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x'^2}\right).\left(\frac{\partial\partial Y}{\partial x''^2}\right).\&c.\right]}}$$

» ſi les facteurs de y, ſont élevés à de grandes puiſſances.

ARTICLE II.

De l'intégration par approximation des équations linéaires aux différences finies & infiniment petites.

VIII.

Considérons l'équation linéaire aux différences finies,

$$S = A.y_s + B.\Delta.y_s + C.\Delta^2.y_s + \&c; \quad (1)$$

S étant une fonction de s; A, B, C, étant des fonctions rationnelles & entières de la même variable, & la caractéristique Δ étant celle des différences finies, en sorte que $\Delta.y_s = y_{s+1} - y_s$. Soit

$$A = a + a^{(1)}.s + a^{(2)}.s^2 + a^{(3)}.s^3 + \&c.$$
$$B = b + b^{(1)}.s + b^{(2)}.s^2 + b^{(3)}.s^3 + \&c.$$
$$C = c + c^{(1)}.s + c^{(2)}.s^2 + c^{(3)}.s^3 + \&c.$$
$$\&c.$$

& représentons la valeur de y_s, par l'intégrale $\int e^{-sx}.\varphi\partial x$, φ étant une fonction de x, indépendante de s, & l'intégrale étant prise entre des limites indépendantes de cette variable; on aura

$$\Delta.y_s = \int e^{-sx}.(e^{-x}-1).\varphi\partial x; \Delta^2.y_s = \int e^{-sx}.(e^{-x}-1)^2.\varphi\partial x; \&c.$$

De plus, si l'on désigne e^{-sx} par δy, on aura

$$s e^{-sx} = -\frac{\partial.\delta y}{\partial x}; \; s^2.e^{-sx} = \frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}; \; s^3.e^{-sx} = -\frac{\partial^3.\delta y}{\partial x^3}; \&c.$$

l'équation (1) deviendra ainsi

$$S = \int\varphi\partial x. \left\{ \begin{array}{l} \delta y.\{a + b.(e^{-x}-1) + c.(e^{-x}-1)^2 + \&c.\} \\ -\frac{\partial\delta y}{\partial x}.\{a^{(1)} + b^{(1)}.(e^{-x}-1) + c^{(1)}.(e^{-x}-1)^2 + \&c.\} \\ +\frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}.\{a^{(2)} + b^{(2)}.(e^{-x}-1) + c^{(2)}.(e^{-x}-1)^2 + \&c.\} \end{array} \right\}$$

Si l'on repréſentoit y_s par l'intégrale $\int x^s \, . \, \varphi \partial x$, on auroit, en déſignant x^s par δy,

$$s x^s = x \, . \, \frac{\partial \delta y}{\partial x}; \; s \, . (s - 1) \, . x^s = x^2 \, . \, \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2}; \; \&c.$$

on auroit enſuite

$$\Delta . y_s = \int \delta y . (x - 1) . \varphi \partial x; \; \Delta^2 . y_s = \int \delta y . (x - 1)^2 . \varphi \partial x; \; \&c.$$

Partant, ſi dans ce cas on met les valeurs de A, B, C, &c. ſous cette forme,

$$A = a + a^{(1)} . s + a^{(2)} . s . (s - 1) + a^{(3)} . s . (s - 1) . (s - 2) + \&c.$$
$$B = b + b^{(1)} . s + b^{(2)} . s . (s - 1) + b^{(3)} . s . (s - 1) . (s - 2) + \&c.$$
$$C = c + c^{(1)} . s + c^{(2)} . s . (s - 1) + c^{(3)} . s . (s - 1) . (s - 2) + \&c.$$
&c.

l'équation (1) deviendra

$$S = \int \varphi \partial x . \left\{ \begin{array}{l} \quad \delta y \, . \, \{a + b \, . (x - 1) + c \, . (x - 1)^2 + \&c.\} \\ + x \, . \, \frac{\partial \delta y}{\partial x} . \{a^{(1)} + b^{(1)} . (x - 1) + c^{(1)} . (x - 1)^2 + \&c.\} \\ + x^2 . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} . \{a^{(2)} + b^{(2)} . (x - 1) + c^{(2)} . (x - 1)^2 + \&c.\} \\ + \&c. \end{array} \right\}$$

En repréſentant généralement y_s par $\int \delta y \, . \, \varphi \partial x$, les deux formes précédentes que l'équation (1) prend dans les ſuppoſitions de $\delta y = e^{-sx}$ & de $\delta y = x^s$, ſeront compriſes dans la ſuivante,

$$S = \int \varphi \partial x . (M . \delta y + N . \frac{\partial \delta y}{\partial x} + P . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} + Q . \frac{\partial^3 \delta y}{\partial x^3} + \&c.)$$

M, N, P, Q, &c. étant des fonctions de x, indépendantes de la variable s qui n'entre dans le ſecond membre de cette équation, qu'autant que δy, & ſes différences, en ſont fonctions.

Maintenant,

Maintenant, pour y satisfaire, on intégrera par parties ses différens termes; or on a,

$$\int N.\varphi\partial x.\frac{\partial.\delta y}{\partial x} = \delta y.N\varphi - \int\delta y.\frac{\partial.(N\varphi)}{\partial x}.\partial x;$$

$$\int P.\varphi\partial x.\frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2} = \frac{\partial.\delta y}{\partial x}.P\varphi - \delta y.\frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} + \int\delta y.\frac{\partial^2.(P\varphi)}{\partial x^2}.\partial x;$$

&c.

l'équation précédente devient ainsi

$$\begin{aligned} S = {} & \int\delta y.\partial x.\left\{M\varphi - \frac{\partial.(N\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(P\varphi)}{\partial x^2} - \frac{\partial^3.(Q\varphi)}{\partial x^3} + \&c.\right\} \\ & + C + \delta y.\left\{N\varphi - \frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(Q\varphi)}{\partial x^2} - \&c.\right\} \\ & + \frac{\partial.\delta y}{\partial x}.\left\{P\varphi - \frac{\partial.(Q\varphi)}{\partial x} + \&c.\right\} \\ & + \frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}.\left\{Q\varphi - \&c.\right\} \\ & + \&c. \end{aligned}$$

C étant une constante arbitraire.

Puisque la fonction φ doit être indépendante de s, & par conséquent de δy, on doit séparément égaler à zéro la partie de cette équation affectée du signe $\int$, ce qui produit les deux équations suivantes,

$$0 = M\varphi - \frac{\partial.(N\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(P\varphi)}{\partial x^2} - \frac{\partial^3.(Q\varphi)}{\partial x^3} + \&c; \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} S = C & + \delta y.\left\{N\varphi - \frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(Q\varphi)}{\partial x^2} - \&c.\right\} \\ & + \frac{\partial.\delta y}{\partial x}.\left\{P\varphi - \frac{\partial.(Q\varphi)}{\partial x} + \&c.\right\} \\ & + \frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}.\left\{Q\varphi - \&c.\right\} \\ & + \&c. \end{aligned}\right\}; \quad (3)$$

La première équation sert à déterminer la fonction φ, & la seconde détermine les limites dans lesquelles l'intégrale $\int\delta y.\varphi\partial x$ doit être comprise.

On peut obſerver ici que l'équation (2) eſt l'équation de condition qui doit avoir lieu, pour que la fonction différentielle

$$\varphi \partial x . (M \delta y + N . \frac{\partial \delta y}{\partial x} + P . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} + \&c.)$$

ſoit une différence exacte, quel que ſoit δy, & dans ce cas, l'intégrale de cette fonction eſt égale au ſecond membre de l'équation (3); φ eſt donc le facteur en x ſeul, qui doit multiplier l'équation

$$o = M . \delta y + N . \frac{\partial \delta y}{\partial x} + P . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} + \&c.$$

pour la rendre intégrable. Si φ étoit connu, on pourroit abaiſſer cette équation d'un degré, & réciproquement, ſi cette équation étoit abaiſſée d'un degré, le coéfficient de δy, dans ſa différentielle, diviſé par $M \partial x$, donneroit une valeur de φ; cette équation & l'équation (2), ſont conſéquemment liées entre elles, de manière qu'une intégrale de l'une des deux donne une intégrale de l'autre.

IX.

CONSIDÉRONS particulièrement l'équation (3), & faiſons d'abord $S = o$; ſi l'on ſuppoſe que δy, $\frac{\partial . \delta y}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . \delta y}{\partial x^2}$, &c. deviennent nuls, au moyen d'une même valeur de x, que nous déſignerons par h, & qui ſoit indépendante de s; il eſt clair qu'en ſuppoſant $C = o$, cette valeur ſatisfera à l'équation (3), & qu'ainſi, elle ſera une des limites entre leſquelles on doit prendre l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$. La ſuppoſition précédente a lieu viſiblement dans les deux cas de $\delta y = x^s$ & de $\delta y = e^{-sx}$; car dans le premier cas, l'équation $x = o$, & dans le ſecond cas, l'équation $x = \infty$, rendent nulles les quantités δy, $\frac{\partial . \delta y}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 . \delta y}{\partial x^2}$, &c. Pour avoir d'autres limites de l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$, on obſervera que ces limites devant être indépendantes de s, par le *numéro précédent*, il faut dans l'équation (3), égaler séparément à zéro, les coéfficiens de δy, $\frac{\partial \delta y}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2}$, &c. ce qui donne les équations suivantes,

$$0 = N\varphi - \frac{\partial.(P\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(Q\varphi)}{\partial x^2} - \text{\&c.}$$

$$0 = P\varphi - \frac{\partial(Q\varphi)}{\partial x} + \text{\&c.}$$

$$0 = Q\varphi - \text{\&c.}$$

&c.

Ces équations seront au nombre i, si i est l'ordre de l'équation différentielle (2) ; on pourra donc éliminer à leur moyen, toutes les constantes arbitraires de la valeur de φ, moins une, & l'on aura une équation finale en x, dont les racines seront autant de limites de l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$; on cherchera au moyen de cette équation, un nombre de valeurs différentes de x, égal au degré de l'équation différentielle (1). Soient q, $q^{(1)}$, $q^{(2)}$, &c. ces valeurs, elles donneront autant de valeurs différentes de φ, puisque les constantes arbitraires de φ, moins une, sont déterminées en fonctions de ces valeurs; on pourra ainsi représenter les valeurs de φ, correspondantes aux limites q, $q^{(1)}$, $q^{(2)}$, &c. par $B.\lambda$, $B^{(1)}.\lambda^{(1)}$, $B^{(2)}.\lambda^{(2)}$, &c. B, $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, &c. étant des constantes arbitraires; & l'on aura pour la valeur complète de y_s,

$$y_s = B.\int \delta y . \lambda \partial x + B^{(1)}.\int \delta y . \lambda^{(1)} . \partial x + B^{(2)}.\int \delta y . \lambda^{(2)} . \partial x + \text{\&c.} \quad (4)$$

l'intégrale du premier terme étant prise depuis $x = h$ jusqu'à $x = q$, celle du second terme étant prise depuis $x = h$ jusqu'à $x = q^{(1)}$; celle du troisième terme étant prise depuis $x = h$ jusqu'à $x = q^{(2)}$, &c. & ainsi du reste. On déterminera les constantes arbitraires B, $B^{(1)}$, $B^{(2)}$, &c. au moyen d'autant de valeurs particulières de y_s.

X.

SUPPOSONS maintenant que dans l'équation (3) S ne ſoit pas nul ; ſi l'on prend l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$ depuis $x = h$ juſqu'à x égal à une quantité quelconque p, il eſt clair que l'on aura $C = 0$, & que S ſera ce que devient la fonction

$$\delta y . \{ N\varphi - \frac{\partial . (P\varphi)}{\partial x} + \&c. \}$$
$$+ \frac{\partial . \delta y}{\partial x} . \{ P\varphi - \&c. \}$$
$$+ \&c.$$

lorſqu'on y change x en p; ainſi, pour le ſuccès de la méthode précédente, il eſt néceſſaire que S ait la forme de cette fonction. Suppoſons par exemple, $\delta y = x^s$, &

$$S = p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s - 1) + l^{(3)} . s . (s - 1) . (s - 2) + \&c. \};$$

en comparant cette valeur de S à la précédente, on aura

$$l = N\varphi - \frac{\partial . (P\varphi)}{\partial x} + \&c.$$
$$l^{(1)} . p = P\varphi - \&c.$$
$$\&c.$$

x devant être changé en p dans les ſeconds membres de ces équations dont le nombre eſt égal au degré de l'équation différentielle (2) : on pourra donc à leur moyen, déterminer toutes les conſtantes arbitraires de la valeur de φ; & ſi l'on déſigne par ψ, ce que devient φ lorſqu'on a ainſi déterminé ſes conſtantes arbitraires, on aura

$$y_s = \int x^s . \psi \partial x.$$

De-là, & de ce que l'équation (1) eſt linéaire, il eſt facile de conclure que ſi S eſt égal à

$$p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s - 1) + l^{(3)} . s . (s - 1) . (s - 2) + \&c. \}$$
$$+ p_1^{\ s} . \{ l_1 + l_1^{(1)} . s + l_1^{(2)} . s . (s - 1) + l_1^{(3)} . s . (s - 1) . (s - 2) + \&c. \}$$
$$+ p_2^{\ s} . \{ l_2 + l_2^{(1)} . s + l_2^{(2)} . s . (s - 1) + l_2^{(3)} . s . (s - 1) . (s - 2) + \&c. \}$$
$$+ \&c.$$

en nommant ψ_1, ψ_2, &c. ce que devient ψ lorſqu'on y change ſucceſſivement p, l, $l^{(1)}$, &c. dans p_1, l_1, $l_1^{(1)}$, &c. p_2, l_2, $l_2^{(1)}$, &c. on aura

$$y_s = \int x^s . \psi \partial x + \int x^s . \psi_1 . \partial x + \int x^s . \psi_2 . \partial x + \&c.$$

la première intégrale étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = p$; la ſeconde intégrale étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = p_1$, &c. Cette valeur de y_s ne renferme aucune conſtante arbitraire; mais en la joignant à celle que nous avons trouvée dans le *n.° précédent*, pour le cas de $S = 0$, on aura pour l'expreſſion complète de y_s,

$$\begin{aligned} y_s = & B . \int x^s . \lambda \partial x + B^{(1)} . \int x^s . \lambda^{(1)} . \partial x + B^{(2)} . \int x^s . \lambda^{(2)} . \partial x + \&c. \\ & + \int x^s . \psi \partial x + \int x^s . \psi_1 \partial x + \int x^s . \psi_2 . \partial x + \&c. ; \end{aligned} \tag{4}$$

Il ſera facile, par les formules du *n.° 6*, d'avoir en ſéries convergentes, les différens termes de cette expreſſion, lorſque s ſera un nombre conſidérable.

XI.

Pour déterminer la fonction y_s de s, que l'on parvient ainſi à réduire en ſéries convergentes, reprenons l'équation (1) du *n.° 8*, & ſuppoſons qu'elle ſoit différentielle de l'ordre n; ſi l'on déſigne par u_s, ${}^1u_s$, ${}^2u_s$, &c. les n valeurs particulières qui y ſatisfont, lorſqu'on y fait $S = 0$, en ſorte que ſon intégrale complète ſoit alors

$$y_s = H . u_s + {}^1H . {}^1u_s + {}^2H . {}^2u_s \ldots\ldots + {}^{n-1}H . {}^{n-1}u_s;$$

ſi l'on forme enſuite les quantités ſuivantes,

$$u^1_s = u_s . \Delta . \left(\frac{{}^1u_{s-1}}{u_{s-1}}\right);$$

$${}^1u^1_s = u_s . \Delta . \left(\frac{{}^2u_{s-1}}{u_{s-1}}\right);$$

$${}^2u^1_s = u_s . \Delta . \left(\frac{{}^3u_{s-1}}{u_{s-1}}\right);$$

&c.

$$u^2_s = u^1_s . \Delta . \left(\frac{{}^1u^1_{s-1}}{u^1_{s-1}}\right);$$

$${}^1u^2_s = u^1_s . \Delta . \left(\frac{{}^2u^1_{s-1}}{u^1_{s-1}}\right);$$

$${}^2u^2_s = u^1_s . \Delta . \left(\frac{{}^3u^1_{s-1}}{u^1_{s-1}}\right);$$

&c.

$$u^3_s = u^2_s . \Delta . \left(\frac{{}^1u^2_{s-1}}{u^2_{s-1}}\right);$$

&c.

en continuant ainsi jusqu'à ce que l'on parvienne à former u_s^{n-1}; soit $u_s^{n-1} = \frac{1}{{}^{n-1}z_{x-n}}$, & nommons $\frac{1}{{}^{n-2}z_{x-n}}$, $\frac{1}{{}^{n-3}z_{x-n}}$, &c. ce que devient u_s^{n-1}, lorsqu'on y change successivement ${}^{n-1}u_s$ dans ${}^{n-2}u_s$, ${}^{n-3}u_s$, &c. & réciproquement ; enfin, désignons par L le coéfficient de $\Delta^n . y_s$ dans l'équation (1) ; l'intégrale complète de cette équation sera, comme je l'ai fait voir ailleurs, *(tome VI des Mémoires des Savans étrangers, page 56)*,

$$y_s = u_s . \left(H + \Sigma . \frac{S}{L} . z_x\right)$$

$$+ \quad {}^1u_s . \left({}^1H + \Sigma . \frac{S}{L} . {}^1z_x\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \; {}^{n-1}u_s . \left({}^{n-1}H + \Sigma . \frac{S}{L} . {}^{n-1}z_x\right),$$

la caractéristique Σ étant celle des différences finies ; on pourra donc toujours réduire en séries convergentes, toutes les fonctions de cette nature, pourvu que S ait la forme que nous lui avons assignée dans le *n.° précédent.*

XII.

CONSIDÉRONS généralement le cas où l'on a un nombre quelconque d'équations linéaires aux différences finies, entre un pareil nombre de variables y_s, $y_s{}^{1}$, $y_s{}^{11}$, &c. & dont les coéfficiens ſoient des fonctions rationnelles & entières de s. Si l'on ſuppoſe

$$y_s = \int x^s . \varphi \partial x; \; y_s{}^{1} = \int x^s . \varphi^{1} \partial x; \; y_s{}^{11} = \int x^s . \varphi^{11} . \partial x; \; \&c.$$

ces différentes intégrales étant toutes étendues dans les mêmes limites indépendantes de s; on aura

$$\Delta . y_s = \int x^s . (x - 1) . \varphi \, \partial x; \; \Delta^2 . y_s = \int x^s . (x - 1)^2 . \varphi \, \partial x; \&c.$$
$$\Delta . y_s{}^{1} = \int x^s . (x - 1) . \varphi^{1} \partial x; \; \Delta^2 . y_s{}^{1} = \int x^s . (x - 1)^2 . \varphi^{1} . \partial x; \&c.$$
&c.

On pourra donc mettre les équations dont il s'agit, ſous les formes ſuivantes,

$$S = \int x^s . z . \partial x; \; S^{1} = \int x^s . z^{1} . \partial x; \; S^{11} = \int x^s . z^{11} . \partial x; \; \&c.$$

S, S^{1}, S^{11}, &c. étant fonctions de s; & z, z^{1}, z^{11}, &c. étant des fonctions rationnelles & entières de la même variable, de x, φ, φ^{1}, φ^{11}, &c. dans leſquelles φ, φ^{1}, φ^{11} &c. ſont ſous une forme linéaire.

Conſidérons d'abord l'équation $S = \int x^s . z . \partial x$; on a

$$z = Z + s . \Delta . Z + \frac{s . (s - 1)}{1 . 2} . \Delta^2 . Z + \frac{s . (s - 1) . (s - 2)}{1 . 2 . 3} . \Delta^3 . Z + \&c.$$

Z, $\Delta . Z$, $\Delta^2 . Z$, &c. étant ce que deviennent z, $\Delta . z$, $\Delta^2 . z$, &c. lorſqu'on y ſuppoſe $s = 0$. Partant, on aura

$$S = \int x^s . \partial x . \left\{ Z + s . \Delta . Z + \frac{s . (s - 1)}{1 . 2} . \Delta^2 . Z + \&c. \right\}$$

Or ſi l'on fait $x^s = \delta y$, on aura $s . x^s = x . \frac{\partial \delta y}{\partial x}$; $s . (s - 1) . x^s = x^2 . \frac{\partial^2 . \delta y}{\partial x^2}$; &c. L'équation précédente deviendra ainſi

$$S = \int \partial x . \left\{ Z . \delta y + x . \Delta Z . \frac{\partial \delta y}{\partial x} + \frac{x^2 . \Delta^2 . Z}{1 . 2} . \frac{\partial^2 \delta y}{\partial x^2} + \&c. \right\}$$

d'où l'on tire en intégrant par parties, comme dans le *n.° VIII*, les deux équations suivantes,

$$o = Z - \frac{\partial.(x.\Delta Z)}{\partial x} + \frac{\partial^2.(x^2.\Delta^2 Z)}{1.2.\partial x^2} - \&c; \quad (a)$$

$$\left.\begin{aligned} S = C + \delta y.\left\{x.\Delta Z - \frac{\partial(x^2.\Delta^2 Z)}{1.2.\partial x} + \frac{\partial^2.(x^3.\Delta^3 Z)}{1.2.3.\partial x^2} - \&c.\right\} \\ + \frac{\partial.\delta y}{\partial x}.\left\{\frac{x^2.\Delta^2 Z}{1.2} - \frac{\partial(x^3.\Delta^3 Z)}{1.2.3.\partial x} + \&c.\right\} \\ + \frac{\partial^2.\delta y}{\partial x^2}.\left\{\frac{x^3.\Delta^3 Z}{1.2.3} - \&c.\right\} \\ + \&c. \end{aligned}\right\}; \quad (b)$$

L'équation $S' = \int x^s.z'.\partial x$, traitée de la même manière, donnera les deux suivantes,

$$o = Z' - \frac{\partial.(x.\Delta.Z')}{\partial x} + \frac{\partial^2.(x^2.\Delta^2.Z')}{1.2.\partial x^2} - \&c. \quad (a')$$

$$\left.\begin{aligned} S' = C' + \delta y.\left\{x.\Delta.Z' - \frac{\partial.(x^2.\Delta^2.Z')}{1.2.\partial x} + \&c.\right\} \\ + \frac{\partial.\delta y}{\partial x}.\left\{\frac{x^2.\Delta^2.Z'}{1.2} - \&c.\right\} \\ + \&c. \end{aligned}\right\}; \quad (b')$$

Les équations $S'' = \int x^s.z''\partial x$; $S''' = \int x^s.z'''\partial x$; &c. produiront des équations semblables que nous désignerons par (a''), (b''); (a'''), (b'''); &c.

Les équations (a), (a'), (a''), &c. détermineront les variables φ, φ', φ'', &c. en x; & les équations (b), (b'), (b''), &c. détermineront les limites dans lesquelles on doit prendre les intégrales $\int x^s.\varphi\,\partial x$, $\int x^s.\varphi'\partial x$; &c. pour cela, on supposera d'abord S, S', S'', &c. nuls; en faisant ensuite C, C', C'', &c. nuls dans les équations (b), (b'), (b''), &c. & en égalant séparément à zéro,

zéro, les coéfficiens de δy, $\frac{\partial . \delta y}{\partial x}$, &c. dans ces équations, on aura les suivantes,

$$o = x . \Delta Z - \frac{\partial (x^2 . \Delta^2 Z)}{1 . 2 . \partial x} + \&c.$$

$$o = \frac{x^2 . \Delta^2 Z}{1 . 2} - \&c.$$

&c.

$$o = x . \Delta Z' - \frac{\partial (x^2 . \Delta^2 Z')}{1 . 2 . \partial x} + \&c.$$

$$o = \frac{x^2 . \Delta^2 Z'}{1 . 2} - \&c.$$

&c.

On éliminera au moyen de ces équations, toutes les constantes arbitraires, moins une, des valeurs de φ, φ', φ'', &c. & l'on arrivera à une équation finale en x, dont les racines seront les limites des intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi' \partial x$, &c; on déterminera autant de ces limites, qu'il sera nécessaire pour que les valeurs de y_s, y_s', &c. soient complètes.

Supposons maintenant que S ne soit pas nul, & qu'il soit égal à

$$p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s - 1) + \&c. \};$$

en faisant $C = o$ dans l'équation *(b)*, & en y mettant x^s au lieu de δy, on aura

$$p^s . \{ l + l^{(1)} . s + l^{(2)} . s . (s - 1) + \&c. \} = x^s . \{ x . \Delta Z - \frac{\partial (x^2 . \Delta^2 Z)}{1 . 2 . \partial x} + \&c. \}$$
$$+ s . x^s . \{ \frac{x^2 . \Delta^2 Z}{1 . 2} - \&c. \}$$
$$+ \&c.$$

d'où l'on tire d'abord $x = p$, en sorte que les intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi' \partial x$, &c. doivent être prises depuis $x = o$ jusqu'à $x = p$. La comparaison des coéfficiens de s, $s . (s - 1)$, &c. donnera autant d'équations entre les constantes arbitraires des valeurs de φ, φ', φ'', &c; l'égalité à zéro, de ces mêmes coéfficiens dans les équations $(b^{\prime})$, $(b^{\prime\prime})$, &c. donnera de nouvelles équations entre ces arbitraires que l'on pourra conſéquemment déterminer au moyen de toutes ces équations. On aura ainſi les valeurs particulières de y_s, qui ſatisfont au cas où S^{I}, S^{II}, &c. étant nuls, S a la forme que nous venons de lui ſuppoſer, ou plus généralement, eſt égal à un nombre quelconque de fonctions de la même forme. Pareillement, ſi l'on ſuppoſe que S, S^{II}, &c. étant nuls, S^{I} eſt la ſomme d'un nombre quelconque de fonctions ſemblables, on déterminera les valeurs particulières de y_s, y_s^{I}, y_s^{II}, &c. qui ſatisfont à ce cas, & ainſi du reſte : en réuniſſant enſuite toutes ces valeurs à celles que nous avons déterminées dans le cas où S, S^{I}, S^{II}, &c. ſont zéro, on aura les expreſſions complètes de ces variables, correſpondantes au cas où S, S^{I}, S^{II}, ont la forme précédente.

XIII.

Il eſt facile d'étendre la méthode du *numéro précédent*, aux équations linéaires aux différences infiniment petites, ou en partie finies, & en partie infiniment petites, & dans leſquelles les coéfficiens des variables principales ſont des fonctions rationnelles & entières de s; car ſi l'on déſigne comme précédemment, par y_s, y_s^{I}, y_s^{II}, &c. ces variables principales, on fera

$$y_s = \int x^s . \varphi . \partial x ; \; y_s^{\mathrm{I}} = \int x^s . \varphi^{\mathrm{I}} \partial x ; \; y_s^{\mathrm{II}} = \int x^s . \varphi^{\mathrm{II}} . \partial x ; \; \&c.$$

ce qui donne

$$\frac{\partial y_s}{\partial s} = \int x^s . \varphi \partial x . \log. x ; \; \frac{\partial^2 y_s}{\partial s^2} = \int x^s . \varphi \partial x . (\log. x)^2 ; \; \&c.$$

$$\Delta . y_s = \int x^s . (x - 1) . \varphi \partial x ; \; \Delta^2 . y_s = \int x^s . (x - 1)^2 . \varphi \partial x ; \; \&c.$$

&c.

$$\frac{\partial y_s^{\mathrm{I}}}{\partial s} = \int x^s . \varphi^{\mathrm{I}} \partial x . \log. x ; \; \&c.$$

&c.

Les équations proposées prendront ainsi les formes suivantes,

$$S = \int x^s . z \partial x; \; S' = \int x^s . z' \partial x; \; S'' = \int x^s . z'' . \partial x; \; \&c.$$

z, z', z'', &c. étant des fonctions rationnelles de s, dans lesquelles φ, φ', φ'', &c. sont sous une forme linéaire. En les traitant donc comme dans le *numéro précédent*, on déterminera les valeurs de φ, φ', φ'', &c. & les limites des intégrales $\int x^s . \varphi \partial x$, $\int x^s . \varphi' \partial x$, &c. Ainsi la méthode exposée dans ce numéro, s'étend à toutes les équations différentielles linéaires dont les coéfficiens sont rationnels.

En faisant $y_s = \int e^{-sx} . \varphi \partial x$; $y_s' = \int e^{-sx} . \varphi' \partial x$, &c. on parviendroit à des résultats semblables. Dans plusieurs circonstances, ces formes de y_s, y_s', &c. seront plus commodes que les précédentes.

XIV.

La principale difficulté que présente l'application de la méthode précédente, consiste dans l'intégration des équations différentielles linéaires qui déterminent φ, φ', φ'', &c. en x. Le dégré de ces équations ne dépend point de celui des équations proposées en y_s, y_s', y_s'', &c; il dépend uniquement des puissances les plus élevées de s dans leurs coéfficiens : ainsi relativement à l'équation différentielle finie du premier ordre, $0 = A . y_s + B . \Delta . y_s$, dans laquelle A & B sont des fonctions rationnelles & entières de s, si l'on suppose $y_s = \int x^s . \varphi \partial x$, & que l'on détermine par le *n.° 8*, la valeur de φ en x; on parviendra à une équation différentielle d'un ordre égal au plus haut exposant de s, dans A & B.

On pourra dans ce cas particulier, obvier à cet inconvénient, en décomposant l'équation proposée aux différences finies. Pour y parvenir, on la mettra sous cette forme

$$y_{s+1} = \frac{q . (s + a) . (s + a') . (s + a'') . \&c.}{(s + b) . (s + b') . (s + b'') . \&c.} . y_s .$$

Si l'on ſuppoſe enſuite

$$z_{s+1} = q\cdot(s+a)\cdot z_s;\ z'_{s+1} = (s+a')\cdot z_s{}';\ z''_{s+1} = (s+a'')\cdot z_s{}'';\ \&c.$$

$$t_{s+1} = (s+b)\cdot t_s;\ t'_{s+1} = (s+b')\cdot t_s{}';\ t''_{s+1} = (s+b'')\cdot t_s{}'';\ \&c.$$

on aura

$$y_s = \frac{z_s\cdot z_s{}'\cdot z_s{}''\cdot \&c.}{t_s\cdot t_s{}'\cdot t_s{}''\cdot \&c.}$$

Il ſera facile d'avoir z_s, $z_s{}'$, $z_s{}''$, &c. t_s, $t_s{}'$, $t_s{}''$, &c. en ſéries convergentes, & l'on n'aura beſoin pour cela, que d'intégrer des équations linéaires aux différences infiniment petites du premier ordre. Toutes les fois que l'on pourra décompoſer ainſi une équation propoſée, en d'autres équations linéaires dans leſquelles la variable s ne paſſera pas le premier degré, on aura toujours en ſéries convergentes, la valeur de ſon intégrale, ſi s eſt un grand nombre.

Dans pluſieurs cas où l'on eſt conduit à une équation différentielle en φ, d'un ordre ſupérieur au premier, on pourra faire uſage des intégrales multiples, en repréſentant y_s par la double intégrale $\int x^s . x'^s . \varphi\,\partial x . \partial x'$, dans laquelle φ eſt une fonction de x & de x'; ou par la triple intégrale $\int x^s . x'^s . x''^s . \varphi\,\partial x . \partial x' . \partial x''$, φ étant fonction de x, x', x'', & ainſi de ſuite. On parviendra ſouvent à déterminer φ directement, ou par une équation du premier ordre : nous en verrons des exemples dans l'article ſuivant.

X V.

Le cas dans lequel l'équation qui détermine la valeur de φ, eſt différentielle du premier ordre, étant le ſeul qui ſoit généralement réſoluble, nous allons le développer ici, en y appliquant directement la méthode d'approximation de l'*article I.*

Suppoſons que l'on ait une équation linéaire d'un ordre quelconque aux différences finies ou infiniment petites, ou en partie finies & en partie infiniment petites, dans les coéfficiens de laquelle, la variable s ne passe pas le premier degré ; cette équation aura la forme suivante

$$o = V + s.T,$$

V & T étant des fonctions linéaires de la variable principale y_s & de ses différences. Si l'on y fait $y_s = \int \delta y . \varphi \partial x$, δy étant égal à x^s, ou à e^{-sx}, elle deviendra

$$o = \int \varphi \partial x . (M + N . \frac{\partial . \delta y}{\partial x}),$$

M & N étant des fonctions de x ; on aura donc par la méthode du *n.° 8*, les deux équations

$$o = M \varphi - \frac{\partial (N \varphi)}{\partial x};$$

$$o = C + \delta y . N \varphi.$$

La première donne, en l'intégrant,

$$\varphi = \frac{H}{N} . e^{\int \frac{M}{N} \partial x},$$

H étant une constante arbitraire. Supposons dans la seconde équation, $C = o$; si l'on désigne par a, la valeur de x donnée par l'équation $o = \partial . (N \varphi . \delta y)$; & par Q, ce que devient la fonction $N \varphi \delta y$, lorsqu'on y change x en a ; on fera $N \varphi \delta y = Q . e^{-t^2}$: on aura ainsi

$$t = \sqrt{[\log. Q - \log. (N \varphi) - \log. \delta y]}.$$

$\log. \delta y$ étant de l'ordre s, si l'on fait $\frac{1}{s} = \alpha$, α étant un très-petit coéfficient, la quantité sous le radical, prendra cette forme $\frac{(x - a)^2}{\alpha} . X$, X étant fonction de $x - a$; on aura donc par le retour des Suites, la valeur de x en t, par une série de cette forme ;

$$x = a + \alpha^{\frac{1}{2}} . h . t + \alpha h^{(1)} . t^2 + \alpha^{\frac{3}{2}} . h^{(2)} . t^3 + \&c.$$

Maintenant, y_s étant égal à $\int \delta y . \varphi \partial x$, si l'on substitue dans cette intégrale, au lieu de $\delta y . \varphi$, sa valeur $\frac{Q . c^{-t^2}}{N}$, elle deviendra $Q \int \frac{\partial x}{N} . e^{-t^2}$, & si dans $\frac{\partial x}{N}$, on met au lieu de x, sa valeur précédente en t, on aura y_s, par une suite de cette forme,

$$y_s = \alpha^{\frac{1}{2}} . Q . \int \partial t . e^{-t^2} . \{ l + \alpha^{\frac{1}{2}} . l^{(1)} . t + \alpha . l^{(2)} . t^2 + \alpha^{\frac{3}{2}} . l^{(3)} . t^3 + \&c. \}.$$

Les limites de l'intégrale relative à t doivent se déterminer par cette condition, qu'à ces limites, la quantité $N \varphi . \delta y$, ou son équivalente Qe^{-t^2}, soit nulle; d'où il suit que ces limites sont $t = -\infty$ & $t = \infty$; on aura donc, par l'*article I*,

$$y_s = \alpha^{\frac{1}{2}} Q . \sqrt{(\pi)} . \{ l + \tfrac{1}{2} \alpha . l^{(2)} + \tfrac{1 \cdot 3}{2^2} . \alpha^2 . l^{(4)} + \tfrac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2^3} . \alpha^3 . l^{(6)} + \&c. \}$$

Cette expression a l'avantage d'être indépendante de la détermination des limites en x, qui rendent nulle la fonction $N \varphi \delta y$, en sorte qu'elle subsisteroit toujours dans le cas même où cette fonction égalée à zéro, n'auroit pas plusieurs racines réelles : cette remarque est importante dans cette analyse, & donne les moyens de l'étendre à un grand nombre de cas auxquels elle semble d'abord se refuser.

La valeur précédente de y_s ne renferme qu'une constante arbitraire H, & par conséquent, si l'équation proposée est différentielle de l'ordre n, elle n'en sera qu'une valeur particulière. Pour avoir l'intégrale complète, il faudra chercher n valeurs différentes de x, dans l'équation $0 = \partial . (N \varphi \delta y)$. Soient a, $a^{\prime}$, $a^{\prime\prime}$, &c. ces n valeurs, on changera successivement dans l'expression précédente de y_s, a en $a^{\prime}$, $a^{\prime\prime}$, &c. & H en $H^{\prime}$, $H^{\prime\prime}$, &c. on aura ainsi n valeurs particulières de y_s, qui renfermeront chacune une constante arbitraire : leur somme sera l'expression complète de cette variable.

XVI.

On peut obtenir directement par la méthode précédente, la valeur de y_s dans l'équation différentielle $0 = V + s.T$, au moyen d'intégrales définies : pour le faire voir par un exemple très-général, considérons l'équation différentielle

$$0 = (a + bs).y_s + (a' + b's).\frac{\partial y_s}{\partial s}$$
$$+ (a'' + b''s).\frac{\partial^2.y_s}{\partial s^2} + (a''' + b'''s).\frac{\partial^3.y_s}{\partial s^3} + \&c.$$

si l'on y suppose $y_s = \int \delta y.\varphi \partial x$, δy étant égal à e^{-sx}, on aura

$$0 = \int \varphi \partial x. \left\{ \begin{array}{l} \delta y.(a - a'.x + a''.x^2 - a'''.x^3 + \&c.) \\ \quad - \frac{\partial \delta y}{\partial x}.(b - b'.x + b''.x^2 - \&c.) \end{array} \right\};$$

d'où l'on tire les deux équations

$$0 = \varphi.(a - a'.x + a''.x^2 - a'''.x^3 + \&c.)$$
$$+ \frac{\partial.[\varphi.(b - b'.x + b''.x^2 - \&c.)]}{\partial x};$$

$$0 = e^{-sx}.\varphi.(b - b'.x + b''.x^2 - \&c.)$$

Décomposons la fonction $b - b'.x + b''.x^2 - \&c.$ dans ses facteurs, & supposons qu'elle soit égale à

$$b.(1 - q.x).(1 - q'.x)(1 - q''.x).\&c.$$

la première équation donnera pour φ, une expression de cette forme,

$$\varphi = H.e^{lx}.(1 - qx)^r.(1 - q'.x)^{r'}.(1 - q''.x)^{r''}.\&c.$$

H étant une constante arbitraire; partant

$$y_s = H.\int e^{-(s-l).x}.\partial x.(1 - q.x)^r.(1 - q'.x)^{r'}.(1 - q''.x)^{r''}.\&c.$$

& l'équation qui déterminera les limites de l'intégrale, sera

$$0 = e^{-(s-l).x}.(1 - q.x)^{r+1}.(1 - q'.x)^{r'+1}.(1 - q''.x)^{r''+1}.\&c.$$

Ces limites seront conséquemment $x = \frac{1}{q}$ & $x = \infty$.

ou $x = \frac{1}{q^{1}}$ & $x = \infty$, &c. en ſorte que l'expreſſion complète de y_s ſera

$$y_s = \left.\begin{array}{l} H \,.\int e^{-(s-l).x} .\partial x . (1 - q . x)^{r} \\ \quad .(1 - q^{1} . x)^{r^{1}} .(1 - q^{11} . x)^{r^{11}} .\&c. \\ + H^{1} .\int e^{-(s-l).x} .\partial x . (1 - q . x)^{r} \\ \quad .(1 - q^{1} . x)^{r^{1}} .(1 - q^{11} . x)^{r^{11}} .\&c. \\ + H^{11} .\int e^{-(s-l).x} .\partial x . (1 - q . x)^{r} \\ \quad .(1 - q^{1} . x)^{r^{1}} .(1 - q^{11} . x)^{r^{11}} .\&c. \\ + \&c. \end{array}\right\}$$

la première intégrale étant priſe depuis $x = \frac{1}{q}$ juſqu'à $x = \infty$; la ſeconde intégrale étant priſe depuis $x = \frac{1}{q^{1}}$ juſqu'à $x = \infty$; la troiſième étant priſe depuis $x = \frac{1}{q^{11}}$ juſqu'à $x = \infty$, & ainſi de ſuite; H, H^{1}, H^{11}, &c. étant des conſtantes arbitraires.

Il peut arriver que les nombres $s - l$, $r + 1$, $r^{1} + 1$, &c. ſoient négatifs, & dans ce cas, l'équation

$$0 = e^{-(s-l).x} . (1 - qx)^{r+1} . (1 - q^{1}x)^{r^{1}+1} .\&c.$$

n'eſt pas ſatisfaite en y faiſant $x = \infty$, $x = \frac{1}{q}$, $x = \frac{1}{q^{1}}$, &c. mais on peut obſerver que les réſultats obtenus dans la ſuppoſition où ces nombres ſont poſitifs, ont également lieu lorſque ces mêmes nombres ſont négatifs. Ainſi en déſignant par S, l'intégrale ſoit finie, ſoit réduite en ſérie par la méthode de l'*article I*, de la fonction différentielle $e^{-(s-l)x} .\partial x . (1 - qx)^{r} . (1 - q^{1}x)^{r^{1}} .\&c.$ intégrée

intégrée depuis $x = \frac{1}{q}$ jusqu'à $x = \infty$, dans le cas où $s - 1$ & r sont positifs. Si l'on change dans S, r dans $-r$, & que l'on désigne par S', ce que devient S; la fonction $H.S'$ sera une valeur particulière de y_s, dans le cas où le nombre r au lieu d'être positif, est négatif & égal à $-r$; car il est visible que l'équation $y_s = H.S$ satisfaisant à l'équation proposée, r étant positif & quelconque, l'équation $y_s = H.S'$ doit pareillement y satisfaire, r étant négatif & quelconque. Ainsi nous ne balancerons point dans la suite, à étendre généralement à tous les cas possibles, les résultats obtenus dans le cas où l'équation qui détermine les limites des intégrales, est satisfaite.

Il est facile d'étendre la méthode précédente à l'équation aux différences finies,

$$o = (a + bs).y_s + (a' + b's).\Delta.y_s + (a'' + b''s).\Delta^2.y_s + \&c;$$

ou à l'équation aux différences en partie finies, & en partie infiniment petites,

$$o = \left.\begin{array}{l} (a + bs).y_s + (a' + b's).\Delta.y_s + (a''' + b'''s).\Delta^2.y_s + \&c. \\ \qquad + (a'' + b''s).\frac{\partial y_s}{\partial s} + (a^{\text{iv}} + b^{\text{iv}}.s).\Delta.\frac{\partial y_s}{\partial s} + \&c. \\ \qquad\qquad + \&c. \end{array}\right\}$$

On pourra toujours obtenir par la méthode précédente, l'intégrale de ces équations en intégrales définies, & sa valeur approchée, par des séries qui seront très-convergentes lorsque s sera un grand nombre.

XVII.

La même méthode peut être encore étendue aux équations linéaires aux différences partielles, soit finies, soit infiniment petites: Pour cela, considérons d'abord l'équation linéaire aux différences partielles dont les coéfficiens sont constans; en désignant par $y_{s,s'}$ la variable principale, s, s' étant les deux variables dont elle eſt fonction; on pourra repréſenter cette équation par celle-ci $o = V$, V étant une fonction linéaire de $y_{s,s'}$ & de ſes différences partielles, ſoit finies, ſoit infiniment petites. Suppoſons maintenant

$$y_{s,s'} = \int x^s . u^{s'} . \varphi \partial x;$$

en ſubſtituant cette valeur dans l'équation précédente, elle deviendra $o = \int M . x^s . u^{s'} . \varphi \partial x$, M étant une fonction de x & de u, ſans s ni s'; en l'égalant donc à zéro, on aura la valeur de u en x, & cette valeur ſubſtituée dans l'intégrale $\int x^s . u^{s'} . \varphi \partial x$ donnera l'expreſſion générale de $y_{s,s'}$, φ étant une fonction arbitraire de x, & les limites de l'intégrale étant indéterminées. Si l'équation propoſée $o = V$ eſt de l'ordre n, il faudra, au moyen de l'équation $M = o$, déterminer n valeurs de u en x, & la ſomme des n intégrales $\int x^s . u^{s'} . \varphi \partial x$ qui en réſulteront, ſera l'expreſſion complète de $y_{s,s'}$.

Conſidérons préſentement l'équation aux différences partielles,

$$o = V + s . T + s' . R,$$

dans laquelle V, T, R, ſont des fonctions quelconques linéaires de $y_{s,s'}$ & de ſes différences partielles finies & infiniment petites. Si l'on y ſuppoſe $y_{s,s'} = \int x^s . x'^{s'} . \varphi . \partial x$, x' étant une fonction de x qu'il s'agit de déterminer; on aura une équation de cette forme

$$o = \int x^s . x'^{s'} . \varphi \partial x . (M + N . s + P . s')$$

M, N, P, étant des fonctions de x & x', ſans s ni s'; or on a $\frac{\partial (x^s . x'^{s'})}{\partial x} = x^s . x'^{s'} . (\frac{s}{x} + \frac{s' . \partial x'}{x' \partial x})$; donc ſi l'on détermine x' par cette équation $\frac{\partial x'}{x'} = \frac{P . \partial x}{N . x}$, on aura

$$x^s . x'^{s'} . (N . s + P . s') = N . x . \frac{\partial . (x^s . x'^{s'})}{\partial x};$$

par conséquent, si l'on désigne $x^s . x'^{s'}$ par δy, on aura

$$o = \int \varphi \partial x . (M . \delta y + N x . \frac{\partial \delta y}{\partial x}).$$

Cette équation donne les deux suivantes,

$$o = M . \varphi - \frac{\partial . (N x . \varphi)}{\partial x};$$

$$o = N x . \varphi . \delta y;$$

la première détermine la fonction φ en x, & la seconde détermine les limites de l'intégrale $\int \delta y . \varphi \partial x$. Cette valeur de $y_{s,\, s'}$ ne renfermant point de fonction arbitraire, n'est qu'une intégrale particulière de l'équation proposée aux différences partielles: Pour la rendre complète, on observera que l'intégrale de l'équation $\frac{\partial x'}{x'} = \frac{P . \partial x}{N x}$ qui détermine x' en x, est $x' = u . Q$, Q étant une fonction de x, & u étant une constante arbitraire. En désignant donc par ψ, une fonction arbitraire de u, on aura

$$y_{s,\, s'} = \int\int u^{s'} . Q^{s'} . x^s . \varphi . \psi . \partial x . \partial u,$$

l'intégrale relative à x, étant prise entre les limites déterminées par l'équation $o = N x . \varphi \delta y$, & l'intégrale relative à u, étant prise entre des limites quelconques. Cette valeur de $y_{s,\, s'}$, sera, à cause de l'arbitraire ψ, l'intégrale complète de l'équation proposée, si cette équation est du premier ordre: mais si elle est d'un ordre supérieur, il faudra, au moyen de l'équation $o = N . x \varphi \delta y$, déterminer autant de valeurs de x en u, qu'il y a d'unités dans cet ordre; & la somme des expressions de $y_{s,\, s'}$ auxquelles on parviendra, sera la valeur complète de $y_{s,\, s'}$.

XVIII.

En considérant avec attention la forme des séries auxquelles la méthode précédente conduit pour déterminer y_s, on voit qu'elle peut toujours se réduire à la suivante,

$$H.p^s.s^{is+r}.(1 + \frac{q}{s^{r^1}} + \frac{q^1}{s^{r^{11}}} + \&c.),$$

H étant une constante arbitraire, & les nombres r^1, r^{11}, &c. étant positifs & formant une suite croissante. Si l'équation proposée en y_s, est aux différences infiniment petites, alors $i = 0$, parce que sans cela, les différences de y_s introduiroient les quantités logarithmiques $\log. s$, $(\log. s)^2$, &c. qui, par la supposition, ne se rencontrent point dans les coéfficiens de cette équation; on aura donc alors

$$y_s = H.p^s.s^r.(1 + \frac{q}{s^{r^1}} + \frac{q^1}{s^{r^{11}}} + \&c.);$$

& il sera facile par les méthodes connues, de déterminer les exposans r, r^1, r^{11}, &c. & les constantes p, q, q^1, q^{11}, &c.

Si l'équation proposée en y_s est aux différences finies, i peut n'être pas nul, & la détermination des quantités r, r^1, r^{11}, &c. p, q, q^1, &c. peut alors présenter quelques difficultés que nous allons résoudre.

Pour cela, nous observerons que

$$\log.(s+n)^{is+in+r} = (is+in+r).\{\log.s + \log.(1+\frac{n}{s})\}$$

$$= (is+in+r).(\log.s + \frac{n}{s} - \frac{n^2}{2s^2} + \frac{n^3}{3s^3} - \&c.);$$

ce qui donne

$$(s+n)^{is+in+r} = s^{is+in+r}.e^{in+\frac{in^2+2rn}{2s}+\&c.}.$$

On peut mettre le second membre de cette équation sous cette forme,

$$s^{is+in+r}.e^{in}.(1 + \frac{a^n}{s} + \frac{b^n}{s^2} + \&c.)$$

a_n, b_n, &c. étant des fonctions de n; on aura donc

$$y_{s+n} = H.p^{s+n}.s^{is+in+r}.e^{in}.\left(1 + \frac{a_n}{s} + \frac{b_n}{s} + \&c.\right).\left\{\begin{array}{l} 1 + \frac{q}{s^{r^1}}.\left(1 - \frac{r^1 n}{s} + \&c.\right) \\ + \frac{q^1}{s^{r^{11}}}.\left(1 - \frac{r^{11} n}{s} + \&c.\right) \\ + \&c. \end{array}\right\}$$

d'où il est facile de conclure les valeurs de y_{s+1}, y_{s+2}, y_{s+3}, &c. en faisant successivement dans cette expression, $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, &c. Maintenant, si l'on substitue ces valeurs dans l'équation proposée aux différences finies, on déterminera facilement par les méthodes connues, les exposans i, r, r^1, &c. & les constantes p, q, q^1, &c.

Cette nouvelle méthode a l'avantage d'être indépendante de toute intégration, & de s'étendre au cas où les coéfficiens de l'équation proposée en y_s seroient irrationnels: mais les constantes arbitraires H, H^1, &c qu'elle introduit, ne peuvent alors être déterminées qu'au moyen de valeurs données de y_s, lorsque s est déjà un grand nombre; au lieu que, suivant la méthode exposée dans les *numéros précédens*, ces constantes peuvent être déterminées au moyen des premières valeurs de y_s, ce qui donne les moyens de connoître ce que devient cette fonction, lorsque s est très-grand, ou même infini, en supposant qu'elle ait commencé d'une manière déterminée; c'est en cela que consiste le principal avantage de cette méthode.

ARTICLE III.

Application de la méthode précédente à l'approximation de diverses fonctions de très-grands nombres.

XIX.

PROPOSONS-nous d'intégrer par approximation, l'équation aux différences finies,

$$0 = (s + 1).y_s - y_{s+1}.$$

Si l'on y ſuppoſe $y_s = \int x^s . \varphi \partial x$, on aura, en déſignant x^s par δy,

$$0 = \int \varphi \partial x . \{ (1 - x) . \delta y + x . \frac{\partial \delta y}{\partial x} \};$$

d'où l'on tire par l'*article précédent*, les deux équations ſuivantes,

$$0 = \varphi . (1 - x) - \frac{\partial . (x \varphi)}{\partial x};$$

$$0 = \varphi . x^{s+1}.$$

La première équation donne en l'intégrant, $\varphi = A . e^{-x}$; & la ſeconde donne pour déterminer les limites de l'intégrale $\int x^s . \varphi . \partial x$,

$$0 = x^{s+1} . e^{-x};$$

ces limites ſont par conſéquent $x = 0$, & $x = \infty$; ainſi, l'on a

$$y_s = A . \int x^s . e^{-x} . \partial x,$$

l'intégrale étant priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$.

Pour avoir cette intégrale en ſérie, on fera ſuivant la méthode de l'*article I*,

$$x^s . e^{-x} = s^s . e^{-s} . e^{-t^2},$$

s étant la valeur de x, qui répond au *maximum* de la fonction $x^s . e^{-x}$; ſi l'on ſuppoſe enſuite $x = s + \theta$, on aura $(1 + \frac{\theta}{s})^s . e^{-\theta} = e^{-t^2}$; partant

$$t^2 = - s . \log . (1 + \frac{\theta}{s}) + \theta = \frac{\theta^2}{2s} - \frac{\theta^3}{3s^2} + \frac{\theta^4}{4s^3} - \&c.$$

ce qui donne par le retour des Suites,

$$\theta = t . \sqrt{(2s)} + \frac{2}{3} . t^2 + \frac{t^3}{9\sqrt{(2s)}} + \&c.$$

& conſéquemment,

$$\partial x = \partial \theta = \partial t . \{ \sqrt{(2s)} + \frac{4t}{3} + \frac{t^2}{3 . \sqrt{(2s)}} + \&c. \};$$

la fonction $\int x^s . \partial x . e^{-x}$ deviendra donc

$$s^s . e^{-s} . \int \partial t . e^{-t^2} . \{\sqrt{(2s)} + \frac{4t}{3} + \frac{t^2}{3 . \sqrt{(2s)}} + \&c.\}$$

l'intégrale étant prise depuis $t = -\infty$ jusqu'à $t = \infty$. En intégrant par la méthode de l'*article I*, on aura

$$\int x^s . \partial x . e^{-x} = s^{s+\frac{1}{2}} . e^{-s} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12 . s} + \&c.);$$

partant

$$y_s = A . s^{s+\frac{1}{2}} . e^{-s} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12 . s} + \&c.).$$

On déterminera la constante arbitraire A, au moyen d'une valeur particulière de y_s; en supposant par exemple, que s étant égal à μ, on ait $y_s = Y$, on aura $Y = A . \int x^\mu . \partial x . e^{-x}$, ce qui donne $A = \frac{Y}{\int x^\mu . \partial x . e^{-x}}$, & par conséquent

$$y_s = Y . \frac{s^{s+\frac{1}{2}} . e^{-s} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12 . s} + \&c.)}{\int x^\mu . \partial x . e^{-x}}; \quad (q)$$

si μ est un nombre considérable, on aura

$$\int x^\mu . \partial x . e^{-x} = \mu^{\mu+\frac{1}{2}} . e^{-\mu} . \sqrt{(2\pi)} . (1 + \frac{1}{12 . \mu} + \&c.),$$

ce qui donne

$$y_s = Y . \frac{s^{s+\frac{1}{2}}}{\mu^{\mu+\frac{1}{2}}} . e^{\mu-s} . (1 + \frac{\mu - s}{12 . \mu s} + \&c.); \quad (q')$$

ainsi dans ce cas, le rapport de la demi-circonférence au rayon disparoît, & il ne reste que la seule quantité transcendante e.

Voyons maintenant de quelle nature est la fonction y_s; pour cela, il faut intégrer l'équation aux différences finies, $0 = (s + 1) . y_{s+1}$; or on trouvera facilement que son intégrale est

$$y_s = Y . (\mu + 1) . (\mu + 2) . (\mu + 3) . \ldots\ldots\ldots . s.$$

On aura donc, en comparant cette expreſſion avec celle de la formule (q),

$$(\mu+1).(\mu+2).(\mu+3)\ldots s = \frac{s^{s+\frac{1}{2}}.e^{-s}.\sqrt{(2\pi)}.(1+\frac{1}{12.s}+\&c.)}{\int x^{\mu}\partial x.e^{-x}}; (q'')$$

Si l'on ſuppoſe $\mu = 0$, on aura $\int x^{\mu}.\partial x.e^{-x} = 1$; partant

$$1.2.3\ldots s = s^{s+\frac{1}{2}}.e^{-s}.\sqrt{(2\pi)}.(1+\frac{1}{12.s}+\&c.)$$

Si l'on fait $\mu = \frac{m}{n}$, m étant moindre que n, on aura $s = s' + \frac{m}{n}$, s' étant un nombre entier ; ainſi, $s^{s+\frac{1}{2}} = (s' + \frac{m}{n})^{s'+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}}$; or il eſt facile de s'aſſurer par le *numéro précédent*, que ſi s' eſt un grand nombre, on a

$$(s'+\frac{m}{n})^{s'+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}} = s'^{\,s'+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}}.e^{\frac{m}{n}}.(1+\frac{nm+m^2}{2n^2.s'}+\&c.)$$

On a d'ailleurs, en faiſant $x = t^n$,

$$\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x} = n.\int t^{m+n-1}.\partial t.e^{-t^n} = m.\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n},$$

l'intégrale relative à t, étant priſe depuis $t = 0$, juſqu'à $t = \infty$; la formule (q'') donnera donc

$$m.(m+n).(m+2n).(m+3n)\ldots\ldots\ldots(m+s'n)$$

$$= n^{s'}.\frac{s'^{\,s'+\frac{m}{n}+\frac{1}{2}}.e^{-s'}.\sqrt{(2\pi)}.(1+\frac{n^2+6nm+6m^2}{12.n^2.s'}+\&c.)}{\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n}};$$

en ſorte que la valeur approchée du produit de tous les termes de la progreſſion arithmétique, m, $m+n$, $m+2n$, $\ldots\ldots m+s'n$, dépend des trois tranſcendantes e, π, & $\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n}$.

XX.

X X.

LES expressions de y_s, données par les formules (q) & (q'), ont encore lieu suivant la remarque du *N.°* 16, dans le cas où s & μ sont négatifs, quoique dans ce cas, l'équation $0 = x^{s+1}.e^{-x}$ qui détermine les limites de l'intégrale $\int x^s.\varphi\,\partial x$, n'ait pas plusieurs racines réelles; on peut s'en assurer d'ailleurs, en supposant la fonction $x^{s+1}.e^{-x}$, qui doit devenir nulle aux deux extrémités de cette intégrale, égale à $Q.e^{-t^2}$, suivant la méthode du *N.°* 15; car alors on parviendroit à des expressions de y_s facilement réductibles aux formules (q) & (q'), & nous avons observé dans le *numéro* cité, qu'en suivant cette méthode, la considération des racines de l'équation $0 = x^{s+1}.e^{-x}$, devient inutile.

Maintenant, si dans la formule (q), on change s dans $-s$, & μ dans $-\mu$, on aura

$$y_{-s} = Y.\frac{\sqrt{(-1)}.e^s.\sqrt{(2\pi)}.\left(1-\frac{1}{12.s}+\&c.\right)}{(-1)^s.s^{s-\frac{1}{2}}.\int\frac{\partial x.e^{-x}}{x^\mu}}.$$

Y étant la valeur de y_s, qui répond à $s = -\mu$; toute la difficulté se réduit donc à intégrer la fonction différentielle $\frac{e^{-x}.\partial x}{x^\mu}$. Pour y parvenir, il faut suivre une méthode semblable à celle dont on a fait usage pour réduire en série, l'intégrale $\int\frac{\partial x.e^{-x}}{x^s}$; on fera donc

$$x = -\mu + \varpi\sqrt{(-1)},$$

$-\mu$ étant la valeur de x, donnée par la condition $0 = \partial.\frac{e^{-x}}{x^\mu}$ du *maximum* ou du *minimum* de $\frac{e^{-x}}{x^\mu}$;

on aura ainſi

$$\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}} = \frac{e^{\mu}.\sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}}.\int \frac{\partial \varpi . e^{-\varpi.\sqrt{(-1)}}}{[\mu - \varpi.\sqrt{(-1)}]^{\mu}}.$$

L'intégrale relative à x, devant s'étendre entre les deux limites qui rendent nulle la quantité $\frac{e^{-x}}{x^{\mu}}$, il eſt clair que l'intégrale relative à ϖ, doit s'étendre depuis $\varpi = -\infty$, juſqu'à $\varpi = \infty$: en réuniſſant donc les deux quantités $\frac{e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}}{[\mu - \varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu}}$, & $\frac{e^{\varpi.\sqrt{(-1)}}}{[\mu + \varpi.\sqrt{(-1)}]^{\mu}}$, qui répondent aux mêmes valeurs de ϖ, affectées de ſignes contraires; on aura

$$\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}} = \frac{e^{\mu}.\sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}}.\int \partial\varpi . \frac{\left\{\begin{array}{l} \text{coſ.}\varpi.\{[(\mu+\varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu} + [\mu - \varpi.\sqrt{(-1)}]^{\mu}\} \\ + \sqrt{(-1)}.\text{ſin.}\varpi.\{[(\mu - \varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu} - [\mu + \varpi\sqrt{(-1)}]^{\mu}\}\end{array}\right\}}{(\mu^2 + \varpi^2)^{\mu}}$$

l'intégrale relative à ϖ, étant priſe depuis $\varpi = 0$, juſqu'à $\varpi = \infty$. Si l'on développe les quantités ſous le ſigne $\int$, les imaginaires diſparoîtront, & il ne reſtera qu'une fonction réelle que nous déſignerons par $Q\partial\varpi$; on aura ainſi

$$\int \frac{e^{-x}.\partial x}{x^{\mu}} = \frac{e^{\mu}.\sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}}.\int Q\partial\varpi;$$

partant,

$$y_{-s} = \frac{Y.e^{s-\mu}.\sqrt{(2\pi)}.(1 - \frac{1}{12.s} + \&c.)}{(-1)^{s-\mu}.s^{s-\frac{1}{2}}.\int Q.\partial\varpi}.$$

Voyons préſentement quelle fonction de s, eſt y_{-s}: Pour cela, reprenons l'équation propoſée

$$0 = (s+1).y_s - y_{s+1};$$

en y changeant s dans $-s$, elle devient

$$o = (1 - s) . y_{-s} - y_{1-s}.$$

Soit $y_{-s} = u_s$; on aura $o = (s - 1) . u_s + u_{s-1}$;

équation dont l'intégrale est $u_s = \frac{(-1)^{s-\mu} . Y}{\mu . (\mu + 1) . (\mu + 2) \ldots (s - 1)}$,

Y étant égal à $y_{-\mu}$; on aura donc

$$y_{-s} = \frac{(-1)^{s-\mu} . Y}{\mu . (\mu + 1) . (\mu + 2) \ldots\ldots (s - 1)}.$$

Si l'on compare cette expression de y_{-s} à la précédente, on aura, en observant que $(-1)^{2s-2\mu} = 1$,

$$\frac{1}{(\mu + 1) . (\mu + 2) \ldots (s - 1)} = \frac{e^{s-\mu} . \mu . \sqrt{(2\pi)} . (1 - \frac{1}{12 . s} + \&c.)}{s^{s-\frac{1}{2}} . \int Q . \partial\varpi};$$

en divisant les deux membres de cette équation par s, & en les renversant, on aura

$$(\mu + 1) . (\mu + 2) \ldots s = \frac{s^{s+\frac{1}{2}} . e^{\mu - s}}{\mu . \sqrt{(2\pi)}} . (1 + \frac{1}{12 . s} + \&c.) . \int Q . \partial\varpi.$$

En comparant cette équation à la formule (q'') *du numéro précédent*, on aura ce résultat assez remarquable,

$$\int Q . \partial\varpi = \frac{2\pi . e^{-\mu} . \mu}{\int x^{\mu} . \partial x . e^{-x}};$$

supposons par exemple $\mu = 1$, on aura

$$\int Q . \partial\varpi = 2\int \partial\varpi . \frac{(\cos . \varpi + \varpi . \sin . \varpi)}{1 + \varpi^2} = 2 . \int \frac{\varpi . \partial\varpi . \sin . \varpi . (3 + \varpi^2)}{(1 + \varpi^2)^2},$$

ces intégrales étant prises depuis $\varpi = 0$, jusqu'à $\varpi = \infty$; partant,

$$\int \frac{\partial\varpi . \sin . \varpi . (3 + \varpi^2)}{(1 + \varpi^2)^2} = \frac{\pi}{e},$$

On peut obſerver encore que $\int \frac{e^{-x} . \partial x}{x^{\mu}}$, étant égal à $\frac{e^{-\mu} . \sqrt{(-1)}}{(-1)^{\mu}} . \int Q \partial \varpi$, on a

$$\int \frac{e^{-x} . \partial x}{x^{\mu}} = \frac{2\pi . \mu . (-1)^{\mu - \frac{1}{2}}}{\int x^{\mu} . \partial x . e^{-x}} = \frac{2\pi . (-1)^{\mu - \frac{1}{2}}}{\int x^{\mu - 1} . \partial x . e^{-x}};$$

l'intégrale du premier membre de cette équation, étant priſe entre les deux valeurs imaginaires de x, qui rendent nulle la quantité $\frac{e^{-x}}{x^{\mu}}$; & l'intégrale du ſecond membre étant priſe entre les deux valeurs réelles de x, qui rendent nulle la quantité $x^{\mu} . e^{-x}$, c'eſt-à-dire, depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$.

On pourroit facilement parvenir aux réſultats précédens, en conſidérant l'équation aux différences finies, $0 = y_s - s . y_{s+1}$; mais j'ai voulu faire voir par un exemple fort ſimple, que les mêmes expreſſions trouvées dans le cas de s poſitif, ſubſiſtent encore lorſque s eſt négatif.

XXI.

CONSIDÉRONS l'équation aux différences finies,

$$p^s = s . y_s - (m - s) . y_{s+1};$$

en y ſuppoſant

$$y_s = \int x^s . \varphi . \partial x, \quad \& \quad x^s = \delta y,$$

elle deviendra

$$p^s = \int \varphi \partial x . [- m x . \delta y + x . (1 + x) . \frac{\partial \delta y}{\partial x}];$$

d'où l'on tire les deux équations,

$$0 = m x . \varphi + \frac{\partial . [x . (1 + x) . \varphi]}{\partial x},$$

$$p^s = x^{s+1} . (1 + x) . \varphi.$$

La première donne en l'intégrant,

$$\varphi = \frac{A}{x.(1+x)^{m+1}},$$

ce qui change la seconde dans celle-ci,

$$\frac{A.x^s}{(1+x)^m} = p^s.$$

Supposons d'abord $p = 0$; on aura $x = 0$, & $x = \infty$, pour les limites de l'intégrale $\int x^s.\varphi \partial x$, s étant supposé moindre que m; ainsi dans ce cas, l'intégrale $\int x^s.\varphi \partial x$ doit s'étendre depuis $x = 0$ jusqu'à $x = \infty$, & l'on aura avec cette condition,

$$y_s = A.\int \frac{x^{s-1}\partial x}{(1+x)^{m+1}}.$$

A étant une constante arbitraire.

Si p n'est pas nul, les deux limites de x seront $x = 0$ & $x = p$; on aura ensuite $A = (1+p)^m$; partant

$$y_s = (1+p)^m.\int \frac{x^{s-1}\partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

l'intégrale étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à $x = p$. En réunissant cette valeur à celle que nous venons de trouver dans le cas de $p = 0$, on aura pour l'expression complète de y_s,

$$y_s = A.\int \frac{x^{s-1}.\partial x}{(1+x)^{m+1}} + (1+p)^m.\int \frac{x^{s-1}.\partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

l'intégrale du premier terme étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à $x = \infty$; & celle du second terme étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à $x = p$. On peut donner encore à l'expression de y_s cette forme,

$$y_s = A'.\int \frac{x^{s-1}.\partial x}{(1+x)^{m+1}} - (1+p)^m.\int \frac{x^{s-1}.\partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

l'intégrale du premier terme étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à $x = \infty$; & celle du second terme étant prise depuis

$x = p$, jusqu'à $x = \infty$; A' est une constante arbitraire, égale à $A + 1$.

Maintenant, l'intégrale de l'équation proposée, $p^s = s \cdot y_s - (m - s) \cdot y_{s+1}$, est

$$y_s = \frac{1.2.3 \ldots\ldots (s-1)}{m.(m-1).(m-2)\ldots(m-s+1)} \cdot \left[Q - \Sigma \frac{m.(m-1)\ldots(m-s+1).p^s}{1.2.3 \ldots\ldots s}\right].$$

Q étant une arbitraire, & Σ étant la caractéristique des intégrales finies, en sorte que $\Sigma \frac{m.(m-1)\ldots\ldots(m-s+1).p^s}{1.2.3\ldots\ldots s}$, est égale à

$$1 + mp + \frac{m.(m-1)}{1.2} \cdot p^2 \ldots + \frac{m.(m-1).(m-2)\ldots\ldots(m-s+2)}{1.2.3\ldots\ldots(s-1)} \cdot p^{s-1},$$

c'est-à-dire, à la somme des s premiers termes du développement du binome $(1 + p)^m$. Si l'on compare cette expression de y_s, avec celle que nous venons de trouver en intégrales définies, on aura

$$A' \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}} - (1+p)^m \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}} = \frac{1.2.3\ldots\ldots(s-1)}{m.(m-1)\ldots(m-s+1)} \cdot \left[Q - \Sigma \frac{m.(m-1)\ldots\ldots(m-s+1)}{1.2.3\ldots\ldots s}\right].$$

Si l'on fait $s = 1$ dans cette équation, on aura $A' = Q$; ainsi A' étant arbitraire, cette équation se partage dans les deux suivantes,

$$\frac{1.2.3\ldots\ldots(s-1)}{m.(m-1)\ldots\ldots(m-s+1)} = \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}},$$

$$\frac{1.2.3\ldots\ldots(s-1)}{m.(m-1)\ldots\ldots(m-s+1)} \cdot \Sigma \frac{m.(m-1)\ldots\ldots(m-s+1)}{1.2.3\ldots\ldots s} \cdot p^s = (1+p)^m \cdot \int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}};$$

d'où l'on tire

$$\Sigma \frac{m.(m-1)\ldots\ldots(m-s+1)}{1.2.3\ldots\ldots s} \cdot p^s = (1+p)^m \cdot \frac{\int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}}}{\int \frac{x^{s-1} \cdot \partial x}{(1+x)^{m+1}}};$$

l'intégrale du numérateur étant priſe depuis $x = p$, juſqu'à $x = \infty$; & celle du dénominateur étant priſe depuis $x = 0$, juſqu'à $x = \infty$. Il ſera facile de réduire en ſéries, ces deux intégrales, par la méthode de l'*article I;* on aura ainſi la ſomme des s premiers termes du binome $(1 + p)^m$, par une ſuite d'autant plus convergente que s & m ſeront de plus grands nombres.

XXII.

PROPOSONS-NOUS encore d'intégrer par approximation, l'équation aux différences finies,

$$0 = (2 + 4s) \cdot y_s - (s + 1) \cdot y_{s+1}.$$

Si l'on y fait $y_s = \int x^s \cdot \varphi \partial x$, & que l'on ſuppoſe $x^s = \delta y$, on aura

$$0 = \int \varphi \partial x \cdot [(2 - x) \cdot \delta y + (4x - x^2) \cdot \frac{\partial \delta y}{\partial x}];$$

d'où l'on tire les deux équations,

$$0 = (2 - x) \cdot \varphi - \frac{\partial \cdot [x\varphi \cdot (4 - x)]}{\partial x},$$

$$0 = x^{s+1} \cdot \varphi \cdot (4 - x).$$

La première équation donne en l'intégrant,

$$\varphi = \frac{A}{\sqrt{(4x - x^2)}};$$

la ſeconde devient ainſi

$$0 = x^{s+\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{(4 - x)};$$

Les limites de l'intégrale $\int x^s \cdot \varphi \partial x$, ou $A \cdot \int \frac{x^{s-\frac{1}{2}} \cdot \partial x}{\sqrt{(4 - x)}}$, ſeront par conſéquent $x = 0$ & $x = 4$. Soit $\sqrt{(4 - x)} = 2u$, on aura

$$y_s = A \cdot 2^{2s+1} \cdot \int (1 - uu)^{s-\frac{1}{2}} \cdot \partial u,$$

cette dernière intégrale étant priſe depuis $u = 0$ juſqu'à $u = 1$.

Pour la déterminer par approximation, nous ferons $\frac{1}{s-\frac{1}{2}} = \alpha$, & $1 - uu = e^{-\alpha t^2}$, ce qui donne $u = \sqrt{(1 - e^{-\alpha t^2})}$, & $\int (1 - uu)^{s-\frac{1}{2}} . \partial u = \int \partial u . e^{-t^2}$. Suppofons

$$\sqrt{(1 - e^{-\alpha t^2})} = \alpha^{\frac{1}{2}} . t . [1 + \alpha . q^{(1)} . t^2 + \alpha^2 . q^{(2)} . t^4 + \alpha^3 . q^{(3)} . t^6 + \alpha^4 . q^{(4)} . t^8 + \&c.];$$

en prenant les différences logarithmiques des deux membres de cette équation, on aura

$$\frac{1 + 3 . \alpha . q^{(1)} . t^2 + 5 . \alpha^2 . q^{(2)} . t^4 + 7 . \alpha^3 . q^{(3)} . t^6 + \&c.}{t + \alpha . q^{(1)} . t^3 + \alpha^2 . q^{(2)} . t^5 + \alpha^3 . q^{(3)} . t^7 + \&c.} = \frac{\alpha t . e^{-\alpha t^2}}{1 - e^{-\alpha t^2}}$$

$$= \frac{1 - \alpha t^2 + \frac{1}{1.2} . \alpha^2 t^4 - \frac{1}{1.2.3} . \alpha^3 t^6 + \&c.}{t - \frac{\alpha t^3}{1.2} + \frac{\alpha^2 t^5}{1.2.3} - \frac{\alpha^3 t^7}{1.2.3.4} + \&c.};$$

ce qui donne l'équation générale

$$0 = 2i . q^{(i)} - \frac{(2i-3)}{1.2} . q^{(i-1)} + \frac{(2i-6)}{1.2.3} . q^{(i-2)} - \frac{(2i-9)}{1.2.3.4} . q^{(i-3)} + \frac{(2i-12)}{1.2.3.4.5} . q^{(i-4)} - \&c.$$

$q^{(0)}$ étant égal à l'unité. Si l'on fait fucceffivement dans cette équation, $i = 1$, $i = 2$, $i = 3$, &c. on formera autant d'équations, au moyen defquelles il fera facile de déterminer les coéfficiens $q^{(1)}$, $q^{(2)}$, $q^{(3)}$, &c. Cela pofé, on aura

$$\int \partial u . (1 - uu)^{s-\frac{1}{2}} = \alpha^{\frac{1}{2}} . \int \partial t . e^{-t^2} . \{1 + 3 \alpha q^{(1)} . t^2 + 5 \alpha^2 . q^{(2)} . t^4 + 7 \alpha^3 . q^{(3)} . t^6 + \&c.\}.$$

L'intégrale relative à u doit être prife depuis $u = 0$ jufqu'à $u = 1$; ainfi, $- \alpha t^2$ étant égal à log. $(1 - uu)$, l'intégrale l'intégrale relative à t doit être prise depuis $t = 0$ jusqu'à $t = \infty$; or on a dans ce cas

$$\int t^{2r} . \partial t . e^{-t^2} = \frac{1.3.5 \ldots (2r-1)}{2^r} . \int \partial t . e^{-t^2} = \frac{1.3.5 \ldots (2r-1)}{2^{r+1}} . \sqrt{(\pi)};$$

donc

$$\int \partial u . (1 - uu)^{s - \frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2} . \sqrt{(\alpha\pi)} .$$

$$\left\{1 + \frac{1.3}{2} . \alpha . q^{(1)} + \frac{1.3.5}{2^2} . \alpha^2 . q^{(2)} + \frac{1.3.5.7}{2^3} . \alpha^3 . q^{(3)} + \&c.\right\}$$

& par conséquent,

$$y_s = A . 2^{2s} . \sqrt{(\alpha\pi)} . \left\{1 + \frac{1.3}{2} . \alpha . q + \frac{1.3.5}{2^2} . \alpha^2 . q^{(2)} + \&c.\right\}$$

Maintenant, si s est un nombre entier positif, l'intégrale de l'équation proposée

$$0 = (2 + 4s) . y_s - (s + 1) . y_{s+1},$$

est

$$y_s = \frac{y_1}{2} . \frac{(s+1).(s+2) \ldots 2s}{1.2.3 \ldots s};$$

mais l'équation $y_s = A . 2^{2s+1} . \int \partial u . (1 - uu)^{s - \frac{1}{2}}$ donne $y_1 = 8 A . \int \partial u . (1 - uu)^{\frac{1}{2}} = 2 A . \pi$, d'où l'on tire $A = \frac{y_1}{2\pi}$; en comparant donc les deux valeurs précédentes de y_s, on aura

$$\frac{2^{2s}}{\sqrt{[(s - \frac{1}{2}).\pi]}} . \left\{1 + \frac{1.3}{2} \alpha . q^{(1)} + \frac{1.3.5}{2^2} . \alpha^2 . q^{(2)} \right.$$

$$\left. + \frac{1.3.5.7}{2^3} . \alpha^3 . q^{(3)} + \&c.\right\}$$

$$= \frac{(s+1).(s+2).(s+3) \ldots 2s}{1.2.3 \ldots s}.$$

Cette dernière quantité est le terme moyen du binome $(1 + 1)^{2s}$; la formule précédente donnera donc ce terme, par une suite très-convergente, lorsque s sera un grand nombre. Il ſuit de-là, que le rapport du terme moyen du binome $(1 + 1)^{2s}$, à la ſomme de tous les termes, eſt égal à

$$\frac{1}{\sqrt{[(s - \frac{1}{4}).\pi]}} . \{1 + \frac{1.3}{2} . \alpha q^{(1)} + \&c.\}$$

& par conſéquent, lorſque s eſt très-conſidérable, ce rapport eſt à très-peu-près égal à $\frac{1}{\sqrt{(s\pi)}}$.

X X I I I.

On peut parvenir plus ſimplement aux réſultats précédens, de la manière ſuivante : pour cela, nommons y_s le terme moyen du binome $(1 + 1)^{2s}$; il eſt viſible que ce terme eſt égal au terme indépendant de $e^{\varpi\sqrt{(-1)}}$, dans le développement du binome $[e^{\varpi\sqrt{(-1)}} + e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}]^{2s}$; or, ſi l'on multiplie ce binome par $\partial\varpi$, & que l'on en prenne enſuite l'intégrale depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 180^d$, il eſt clair que cette intégrale ſera égale à $\pi . y_s$; on aura donc, en ſubſtituant $2 . \text{coſ.}\, \varpi$, au lieu de $e^{\varpi\sqrt{(-1)}} + e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}$,

$$y_s = \frac{2^{2s}}{\pi} . \int \partial\varpi . (\text{coſ.}\, \varpi)^{2s}.$$

Cette intégrale priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 180^d$, eſt évidemment le double de cette même intégrale priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 90^d$, ce qui donne

$$y_s = \frac{2^{2s+1}}{\pi} . \int \partial\varpi . (\text{coſ.}\, \varpi)^{2s},$$

cette dernière intégrale étant priſe depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 90^d$: ſi l'on y ſuppoſe $\text{ſin.}\, \varpi = u$, on aura

$$y_s = \frac{2^{2s+1}}{\pi} . \int \partial u . (1 - uu)^{s - \frac{1}{2}},$$

l'intégrale étant priſe depuis $u = 0$ juſqu'à $u = 1$, ce qui eſt conforme à ce que nous avons trouvé dans le *numéro précédent.*

Cette méthode a l'avantage de s'étendre à la détermination du terme moyen du trinome $(1 + 1 + 1)^s$, de celui du quadrinome $(1 + 1 + 1 + 1)^{2s}$, & ainsi de suite. Considérons le trinome $(1 + 1 + 1)^s$, & nommons y_s son terme moyen; y_s sera égal au terme indépendant de $e^{\varpi\sqrt{(-1)}}$, dans le développement du trinome

$$[e^{\varpi\sqrt{(-1)}} + 1 + e^{-\varpi\sqrt{(-1)}}]^s;$$

on aura conséquemment

$$y_s = \frac{1}{\pi} . \int \partial\varpi . (2 . \text{cos.}\, \varpi + 1)^s$$

l'intégrale étant prise depuis $\varpi = 0$, jusqu'à $\varpi = \pi$. La condition du *maximum* de la fonction $(2 . \cos. \varpi + 1)^s$ donne $\sin. \varpi = 0$, en sorte que les deux limites $\varpi = 0$ & $\varpi = \pi$, répondent aux deux *maxima* de cette fonction; on partagera donc l'intégrale précédente en deux autres,

$$\int \partial\varpi . (2 \,\text{cos.}\, \varpi + 1)^s \;\&\; (-1)^s . \int \partial\varpi\, (2 \,\text{cos.}\, \varpi - 1)^s,$$

la première de ces deux intégrales étant prise depuis $\varpi = 0$ jusqu'à la valeur de ϖ, qui rend nulle la quantité $2 \,\text{cos.}\, 2\varpi + 1$; & la seconde intégrale étant prise depuis $\varpi = 0$, jusqu'à la valeur de ϖ qui rend nulle la quantité $2 \,\text{cos.}\, \varpi - 1$.

Pour obtenir la première intégrale en série convergente, on fera

$$(2 . \text{cos.}\, \varpi + 1)^s = 3^s . e^{-t^2};$$

& en supposant $\alpha = \frac{1}{s}$, on aura

$$3 - \varpi^2 + \frac{\varpi^4}{12} - \&c. = 3 - 3\,\alpha t^2 + \frac{3 . \alpha^2 t^4}{2} - \&c.$$

d'où l'on tire par le retour des suites,

$$\varpi = \alpha^{\frac{1}{2}} . t . \sqrt{(3)} . (1 - \frac{\alpha t^2}{8} + \&c.);$$

partant,

$$\int \partial \varpi \,.\, (2 \,.\, \text{cof.}\, \varpi + 1)^s = \alpha^{\frac{1}{2}} \,.\, 3^{s+\frac{1}{2}} \,.\, \int \partial t \,.\, e^{-t^2} \,.\, (1 - \tfrac{3}{8} \,.\, \alpha t^2 + \text{\&c.}).$$

L'intégrale relative à t, devant être prife depuis $t = 0$ jufqu'à $t = \infty$, on aura

$$\int \partial \varpi \,.\, (2 \,.\, \text{cof.}\, \varpi + 1)^s = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} \,.\, 3^{s+\frac{1}{2}} \,.\, \sqrt{(\pi)}}{2} \,.\, (1 - \frac{3\alpha}{16} + \text{\&c.}).$$

on trouvera de la même manière

$$\int \partial \varpi \,.\, (2 \,.\, \text{cof.}\, \varpi - 1)^s = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} \,.\, \sqrt{(\pi)}}{2} \,.\, (1 - \frac{5\alpha}{16} + \text{\&c.}).$$

On aura donc

$$y_s = \frac{3^{s+\frac{1}{2}}}{2 \,.\, \sqrt{(s\pi)}} \,.\, (1 - \frac{3\alpha}{16} + \text{\&c.});$$
$$+ \frac{(-1)^s}{2 \,.\, \sqrt{(s\pi)}} \,.\, (1 - \frac{5\alpha}{16} + \text{\&c.}).$$

s étant un très-grand nombre, cette quantité fe réduit à très-peu-près à $\frac{3^{s+\frac{1}{2}}}{2\sqrt{(s\pi)}}$; le rapport du terme moyen du trinome $(1 + 1 + 1)^s$, à la fomme de tous les termes, eft donc alors à très-peu-près égal à $\frac{\sqrt{(3)}}{2\sqrt{(s\pi)}}$.

On pourra déterminer de la même manière, le terme moyen du polynome $1 + 1 + 1 + 1 +$ &c. élevé à une très-grande puiffance; nous nous contenterons de préfenter ici le premier terme de fa valeur en férie, auquel il fe réduit lorfque l'expofant de la puiffance eft infini.

Si le polynome eft compofé d'un nombre de termes, pair & égal à $2n$, il n'aura de terme moyen qu'autant que la puiffance à laquelle il eft élevé, fera paire; foit $2s$, cette puiffance, & y_s le terme moyen du polynome élevé à cette puiſſance; on aura à très-peu-près, en ſuppoſant n plus grand que l'unité,

$$y_s = \frac{(2n)^{2s} \cdot \sqrt{(3)}}{\sqrt{[(2n+1) \cdot (n+1) \cdot 2s \cdot \pi]}};$$

le rapport de ce terme à la ſomme de tous les termes, ſera conſéquemment à très-peu-près égal à

$$\frac{\sqrt{(3)}}{\sqrt{[(2n+1) \cdot (n+1) \cdot 2s\pi]}}.$$

Si le polynome eſt composé d'un nombre de termes, impair & égal à $2n + 1$; en nommant s, la puiſſance à laquelle il eſt élevé, & y_s, ſon terme moyen, on aura à très-peu-près,

$$y_s = \frac{(2n+1)^s \cdot \sqrt{(3)}}{\sqrt{[n \cdot (n+1) \cdot 2s\pi]}};$$

ainſi, le rapport de ce terme à la ſomme de tous les termes du polynome, eſt dans ce cas, à très-peu-près égal à $\frac{\sqrt{(3)}}{\sqrt{[n \cdot (n+1) \cdot 2s\pi]}}$.

XXIV.

PROPOSONS-nous maintenant de déterminer par approximation, les termes fort éloignés du développement d'une fonction quelconque de u. En repréſentant cette fonction développée, par la ſérie ſuivante,

$$y_0 + y_1 \cdot u + y_2 \cdot u^2 + y_3 \cdot u^3 \ldots + y_s \cdot u^s + y_{s+1} \cdot u^{s+1} + \&c,$$

on cherchera la loi qui exiſte entre les coéſficiens y_s, y_{s-1}, y_{s-2}, &c; & ſi cette loi peut être exprimée par une équation linéaire aux différences finies ou infiniment petites, dont les coéfficiens ſoient des fonctions rationnelles & entières de s, on aura, par l'*article II*, la valeur de y_s en ſérie très-convergente, lorſque s ſera un grand nombre.

Suppoſons, par exemple, que la fonction propoſée ſoit

$(a + bu + cu^2 + hu^3 + \&c.)^\mu$; en prenant les différences logarithmiques des deux membres de l'équation

$$(a + bu + cu^2 + hu^3 + \&c.)^\mu$$
$$= y_0 + y_1 . u + y_2 . u^2 + \&c. \ldots + y_s . u^s + \&c,$$

on aura

$$\frac{\mu . (b + 2cu + 3hu^2 + \&c.)}{a + bu + cu^2 + hu^3 + \&c.} = \frac{y_1 + 2y_2 . u + \&c. \ldots + s . y_s . u^{s-1} + \&c.}{y_0 + y_1 . u + y_2 . u^2 + \&c. \ldots + y_s . u^s + \&c.}.$$

Si l'on délivre cette équation de fractions, & que l'on égale à zéro les coéfficiens des puissances semblables de u, on aura l'équation générale

$$0 = a . s . y_s + b . (s - 1 - \mu) . y_{s-1} + c . (s - 2 - 2\mu) . y_{s-2} + \&c.$$

si l'on y suppose $y_s = \int x^{s-1} . \varphi \partial x$, & que l'on désigne x^{s-1} par δy, on aura

$$0 = \int \varphi \partial x . \left\{ \begin{array}{l} \left(a - \frac{\mu b}{x} - (2\mu + 1) . \frac{c}{x} - \&c.\right) \\ + \frac{\partial \delta y}{\partial x} . \left(ax + b + \frac{c}{x} + \&c.\right) \end{array} \right\}$$

d'où l'on tire les deux équations

$$0 = \varphi \partial x . \{a - \frac{\mu b}{x} - (2\mu + 1) . \frac{c}{x^2} - \&c.\}$$
$$- \partial . \{\varphi . (ax + b + \frac{c}{x} + \&c.)\};$$

$$0 = x^s . \varphi . (a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \&c.).$$

La première donne en l'intégrant,

$$\varphi = A . (a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{h}{x^3} + \&c.)^\mu,$$

en sorte que l'on aura φ, en changeant dans la fonction proposée, u dans $\frac{1}{x}$, & en la multipliant par une constante arbitraire A, ce qui est généralement vrai, quelle que soit cette fonction.

La seconde équation deviendra

$$o = x^s.(a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{h}{x^3} + \&c.)^{\mu+1};$$

d'où il suit que les limites de l'intégrale $\int x^{s-1}.\varphi\partial x$, sont $x = o$ & x égal à l'une quelconque des racines de l'équation

$$o = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \&c.$$

Le nombre de ces racines étant égal au degré de l'équation différentielle

$$o = a.s.y_s + b.(s - 1 - \mu).y_{s-1} + \&c,$$

on aura autant de valeurs particulières de y_s, qu'il y a d'unités dans ce degré, & leur somme sera l'expression complète de cette variable.

Cette méthode peut servir encore à déterminer les différences infiniment petites très-élevées, de la fonction $(a + b z + c z^2 + h z^3 + \&c.)^\mu$, prises relativement à z; car si l'on nomme s le degré de cette différence, on aura

$$\frac{\partial^s.(a+bz+cz^2+hz^3+\&c.)^\mu}{\partial z^s} = \frac{\partial^s.[a+b.(z+u)+c.(z+u)^2+h.(z+u)^3+\&c.]^\mu}{\partial u^s},$$

pourvu que l'on suppose $u = o$, après les différentiations dans le second membre de cette équation. Maintenant, si l'on désigne par y_s, le coéfficient de u^s, dans le développement de $[a + b.(z + u) + c.(z + u)^2 + \&c.]^\mu$, le second membre de l'équation précédente, sera évidemment égal à $1.2.3......s.y_s$; on aura donc

$$\frac{\partial^s.(a + bz + cz^2 + hz^3 + \&c.)^\mu}{\partial z^s} = 1.2.3.......s.y_s.$$

s étant un très-grand nombre, on aura par le *n.° 19*, le produit $1.2.3 \ldots\ldots s$, en ſérie très-convergente; on a d'ailleurs, par ce qui précède,

$$y_s = A.\int x^{s-1}.\partial x.\left[a + b\left(z + \frac{1}{x}\right) + c.\left(z + \frac{1}{x}\right)^2 + h.\left(z + \frac{1}{x}\right)^3 + \&c.\right]^\mu;$$

en prenant autant de termes ſemblables, qu'il y a d'unités dans le degré de la fonction $a + bz + c.z^2 +$ &c; & en les intégrant depuis $x = 0$ juſqu'à x, ſucceſſivement égal aux différentes racines de l'équation

$$0 = a + b.\left(z + \frac{1}{x}\right) + c.\left(z + \frac{1}{x}\right)^2 + \&c.$$

On aura facilement ces intégrales en ſéries convergentes, par la méthode de l'*article I.*

Déterminons par cette méthode, la différence $(s+1)^{\text{ième}}$ de l'angle dont z eſt le ſinus; ſi l'on nomme θ cet angle, on aura $\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{1}{\sqrt{(1-z^2)}}$; partant

$$\frac{\partial^{s+1}.\theta}{\partial z^{s+1}} = \frac{\partial^s.(1-z^2)^{-\frac{1}{2}}}{\partial z^s};$$

en développant cette différence, on a

$$\frac{\partial^{s+1}.\theta}{\partial z^{s+1}} = \frac{1.2.3\ldots\ldots s}{(1-z^2)^{s+\frac{1}{2}}}.\left\{\begin{array}{l} z^s + \frac{1}{2}.\frac{s.(s-1)}{1.2}.z^{s-2} + \frac{1.3}{2.4} \\ .\frac{s.(s-1).(s-2).(s-3)}{1.2.3.4}.z^{s-4} + \frac{1.3.5}{2.4.6} \\ .\frac{s.(s-1).(s-2).(s-3).(s-4).(s-5)}{1.2.3.4.5.6} \\ .z^{s-6} + \&c. \end{array}\right\}$$

La loi de cette expreſſion eſt facile à ſaiſir; mais le calcul en feroit impraticable, ſi s étoit un grand nombre tel que dix mille. Pour avoir dans ce cas, ſa valeur par une ſuite très-convergente, très-convergente, nommons y_s le coéfficient de u^s, dans le développement de la fonction $[1 - (z + u)^2]^{-\frac{1}{2}}$; on aura

$$\frac{\partial^s . (1 - z^2)^{-\frac{1}{2}}}{\partial z^s} = 1 . 2 . 3 \ldots\ldots s . y_s;$$

on a d'ailleurs par le *numéro précédent*,

$$y_s = A . \int x^{s-1} \partial x . [1 - (z + \tfrac{1}{x})^2]^{-\frac{1}{2}}$$
$$+ A' . \int x^{s-1} . \partial x . [1 - (z + \tfrac{1}{x})^2]^{-\frac{1}{2}};$$

la première intégrale étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à l'une des valeurs de x, qui rendent nulle la fonction $[1 - (z + \frac{1}{x})^2]^{-\frac{1}{2}}$; & la seconde intégrale étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à l'autre valeur de x, qui rend cette même fonction nulle. Ces deux valeurs sont $x = -\frac{1}{1+z}$, & $x = \frac{1}{1-z}$; en supposant donc $x = \frac{z + \text{cos.}\,\varpi}{1 - z^2}$, on transformera l'expression précédente de y_s dans celle-ci,

$$y_s = \frac{B}{(1-z^2)^s} . \int \partial \varpi . (z + \text{cos.}\,\varpi)^s + \frac{B'}{(1-z^2)^s} . \int \partial \varpi . (z + \text{cos.}\,\varpi)^s;$$

la première intégrale étant prise depuis $\varpi = 0$, jusqu'à la valeur de ϖ, dont le cosinus est $- z$; & la seconde intégrale étant prise depuis cette valeur jusqu'à $\varpi = \pi$. Pour déterminer les deux arbitraires B & B', on observera que

$$y_0 = \frac{1}{\surd(1 - z^2)} = B . \int \partial \varpi + B' . \int \partial \varpi,$$

$$y_1 = \frac{z}{(1 - z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{B}{1 - z^2} . \int \partial \varpi . (z + \text{cos.}\,\varpi)$$
$$+ \frac{B'}{1 - z^2} . \int \partial \varpi . (z + \text{cos.}\,\varpi);$$

d'où il est facile de conclure

$$B = B' = \frac{1}{\pi . \surd(1 - z^2)};$$

partant

$$y_s = \frac{1}{\pi.(1-z^2)^{s+\frac{1}{2}}}.[\int\partial\varpi.(z+\text{cof.}\,\varpi)^s$$
$$+(-1)^s.\int\partial\varpi.(\text{cof.}\,\varpi-z)^s];$$

la première intégrale étant prife depuis $\varpi = 0$, jufqu'à $z + \text{cof.}\,\varpi = 0$; & la feconde intégrale étant prife depuis $\varpi = 0$, jufqu'à $z - \text{cof.}\,\varpi = 0$. Soit $\frac{1}{s} = \alpha$,

$$\& \ (z+\text{cof.}\,\varpi)^s = (1+z)^s.e^{-t^2};$$

on aura

$$\varpi = \alpha^{\frac{1}{2}}.t.\sqrt{[2.(1+z)]}.\{1-\frac{\alpha(2-z)}{12}.t^2+\&c.\};$$

d'où il eft facile de conclure

$$\int\partial\varpi.(z+\text{cof.}\,\varpi)^s = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}.(1+z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2\pi)}}{2}.[1-\frac{\alpha(2-z)}{8}+\&c.].$$

En changeant z dans $-z$, on aura

$$\int\partial\varpi.(\text{cof.}\,\varpi-z)^s = \frac{\alpha^{\frac{1}{2}}.(1-z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2\pi)}}{2}.[1-\frac{\alpha(2+z)}{8}+\&c.];$$

partant,

$$y_s = \frac{1}{(1-z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2s\pi)}}.[1-\frac{\alpha(2-z)}{8}+\&c.]$$
$$+\frac{(-1)^s}{(1+z)^{s+\frac{1}{2}}.\sqrt{(2s\pi)}}.[1-\frac{\alpha(2+z)}{8}+\&c.].$$

En multipliant cette valeur par le produit $1.2.3\ldots.s$, qui, par le *n.°* 19, eft égal à

$$s^{s+\frac{1}{2}}.e^{-s}.\sqrt{(2\pi)}.(1+\frac{\alpha}{12}+\&c.),$$

on aura la valeur en férie, de $\frac{\partial^{s+1}.\theta}{\partial z^{s+1}}$, & l'on trouvera que s étant fort grand, cette valeur ſe réduit à très-peu-près à $\frac{s^s . e^{-s}}{(1 - z)^{s + \frac{1}{2}}}$. Il eſt remarquable que l'expreſſion que nous avons donnée ci-deſſus de cette différence, & qui devient très-composée lorſque s eſt un grand nombre, ſe réduiſe alors à une valeur approchée auſſi ſimple.

XXV.

VOICI maintenant une méthode générale pour avoir en ſéries convergentes, les différences & les intégrales fort élevées, ſoit finies, ſoit infiniment petites d'une fonction y_s. On commencera par réduire cette fonction, à des termes de l'une ou de l'autre de ces deux formes, $A . \int x^s . \varphi \partial x$, $A . \int e^{-sx} . \varphi \partial x$; on obſervera enſuite que la différence infiniment petite n.^{ième} de $A . \int x^s . \varphi \partial x$, eſt $A . \int x^s . \partial s^n . \varphi \partial x . (\log . x)^n$, & que ſa différence finie n.^{ième}, eſt $A . \int x^s . \varphi \partial x . (x - 1)^n$; on aura donc

$$\frac{\partial^n . y_s}{\partial s^n} = A . \int x^s . \varphi \partial x . (\log . x)^n + \text{\&c.}$$

$$\Delta^n . y_s = A . \int x^s . \varphi \partial x . (x - 1)^n + \text{\&c};$$

le ſigne $+$ étant relatif aux autres termes de la forme $A . \int x^s . \varphi \partial x$, qui peuvent entrer dans l'expreſſion de y_s. Si l'on fait uſage de la forme $A \int e^{-sx} . \varphi \partial x$, on aura

$$\frac{\partial^n . y_s}{\partial s^n} = (- 1)^n . A . \int x^n . \varphi \partial x . e^{-sx} + \text{\&c.}$$

$$\Delta^n . y_s = A . \int \varphi \partial x . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n + \text{\&c.}$$

Pour avoir les intégrales n.^{ièmes}, ſoit finies, ſoit infiniment petites de y_s, il ſuffira de faire n négatif dans ces expreſſions; on peut obſerver qu'elles ſont généralement vraies quelle que ſoit n, en le ſuppoſant même fractionnaire; en ſorte qu'elles offrent un moyen très-ſimple d'interpoler les différences & les intégrales des fonctions.

Comme on eſt principalement conduit dans l'analyſe des haſards, à des expreſſions qui ne ſont que les différences finies très-élevées des fonctions, ou une partie quelconque de ces différences, nous allons y appliquer la méthode précédente, & déterminer leur valeur en ſéries convergentes.

XXVI.

CONSIDÉRONS d'abord la fonction $\frac{1}{s^i}$; en la déſignant par y_s, elle ſera déterminée par l'équation aux différences infiniment petites,

$$0 = s \cdot \frac{\partial y_s}{\partial s} + i \cdot y_s.$$

Si l'on ſuppoſe dans cette équation,

$$y_s = \int e^{-sx} \cdot \varphi \partial x, \quad \& \quad e^{-sx} = \delta y,$$

elle deviendra

$$0 = \int \varphi \partial x \cdot \left(i \delta y + x \cdot \frac{\partial \delta y}{\partial x}\right);$$

d'où l'on tire les deux équations,

$$0 = i\varphi - \frac{\partial \cdot (x\varphi)}{\partial x}, \quad 0 = x \cdot \varphi \cdot \delta y.$$

La première donne en l'intégrant, $\varphi = A \cdot x^{i-1}$, & la ſeconde donne pour les limites de l'intégrale $\int e^{-sx} \cdot \varphi \partial x$, $x = 0$ & $x = \infty$; on aura donc ainſi

$$\frac{1}{s^i} = A \cdot \int x^{i-1} \cdot \partial x \cdot e^{-sx}.$$

Pour déterminer la conſtante arbitraire A, nous obſerverons que s étant 1, le premier membre de cette équation ſe réduit à l'unité, ce qui donne $A = \frac{1}{\int x^{i-1} \partial x \cdot e^{-x}}$; partant,

$$\frac{1}{s^i} = \frac{\int x^{i-1} \cdot \partial x \cdot e^{-sx}}{\int x^{i-1} \cdot \partial x \cdot e^{-x}};$$

on aura donc

$$\Delta^n . \frac{1}{s^i} = \frac{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-sx}.(e^{-x}-1)^n}{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-x}}; \quad (\mu)$$

les intégrales du numérateur & du dénominateur étant prises depuis $x = 0$ jusqu'à $x = \infty$. La considération de cette formule va nous fournir quelques remarques intéressantes sur cette analyse.

Pour la développer en série, supposons

$$x^{i-1}.e^{-sx}.(e^{-x}-1)^n = a^{i-1}.e^{-sa}.(e^{-a}-1)^n.e^{-t^2},$$

a étant la valeur de x qui répond au *maximum* du premier membre de cette équation: Si l'on fait $x = a + \theta$, on aura, en prenant les logarithmes de chaque membre, & en développant le logarithme du premier dans une suite ordonnée par rapport aux puissances de θ,

$$h.\theta^2 + h^{\text{I}}.\theta^3 + h^{\text{II}}.\theta^4 + \&c. = t^2,$$

les quantités a, h, h^{I}, h^{II}, &c. étant données par les équations suivantes,

$$0 = \frac{i-1}{a} - s - \frac{n.e^{-a}}{e^{-a}-1};$$

$$h = \frac{i-1}{2a^2} - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right) + \frac{n}{2}\left(.\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^2;$$

$$h^{\text{I}} = -\frac{(i-1)}{3a^3} + \frac{n}{6}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)$$

$$-\frac{n}{2}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^2 + \frac{n}{3}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^3;$$

$$h^{\text{II}} = \frac{i-1}{4.a^4} - \frac{n}{24}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)$$

$$+\frac{7n}{24}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^2 - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^3$$

$$+\frac{n}{4}.\left(\frac{e^{-a}}{e^{-a}-1}\right)^4;$$

&c.

On aura donc, par le retour des ſuites,

$$\theta = \frac{t}{\sqrt{(h)}} \cdot \left\{1 - \frac{h^{1} \cdot t}{2\,h \cdot \sqrt{(h)}} + \frac{5h^{1^2} - 4h \cdot h^{11}}{8 \cdot h^3} \cdot t^2 + \&c.\right\}$$

& cette ſuite ſera d'autant plus convergente que l'un des nombres n ou i, ſera plus conſidérable. En ſubſtituant cette valeur de θ dans la fonction $\int \partial\theta \cdot e^{-t^2}$, & en prenant l'intégrale depuis $t = -\infty$ juſqu'à $t = \infty$, on aura

$$\int x^{i-1} \cdot \partial x \cdot e^{-sx} \cdot (e^{-x} - 1)^n = a^{i-1} \cdot e^{-sa} \cdot (e^{-a} - 1)^n$$

$$\cdot \frac{\sqrt{(\pi)}}{\sqrt{(h)}} \cdot \left(1 + \frac{15h^{1^2} - 12\,hh^{11}}{16\,h^3} + \&c.\right);$$

on a d'ailleurs $\int x^{i-1}\,\partial x \cdot e^{-x} = \frac{1}{i} \cdot \int x^i \partial x \cdot e^{-x}$, & par le *n.*° *19*.

$$\int x^i \cdot \partial x \cdot e^{-x} = i^{i+\frac{1}{2}} \cdot e^{-i} \cdot \sqrt{(2\pi)} \cdot \left(1 + \frac{1}{12\,i} + \&c.\right);$$

en diviſant donc l'une par l'autre, les deux valeurs de $\int x^{i-1} \cdot \partial x \cdot e^{-sx} \cdot (e^{-x} - 1)^n$, & de $\int x^{i-1} \cdot \partial x \cdot e^{-x}$, on aura

$$\Delta^n \cdot \frac{1}{s^i} = \frac{\left(\frac{a}{i}\right)^{i-1} \cdot e^{i-sa} \cdot (e^{-a} - 1)^n}{\sqrt{(2hi)}} \cdot \left\{\begin{matrix} 1 + \frac{15 \cdot h^{1^2} - 12 \cdot hh^{11}}{16 \cdot h^3} \\ + \&c. \\ - \frac{1}{12\,i} + \&c. \end{matrix}\right\}.$$

XXVII.

POUR avoir la différence finie $n^{\text{ième}}$ de la puiſſance poſitive s^i, il ſuffit, *n.*° *16*, de changer dans cette équation i dans $-i$,

& l'on aura

$$\left.\begin{aligned}\Delta^n . s^i &= (s+n)^i - n.(s+n-1)^i \\ &+ \frac{n.(n-1)}{1.2}.(s+n-2)^i - \frac{n.(n-1).(n-2)}{1.2.3}.(s+n-3)^i + \&c. \\ &= \frac{(\frac{i}{a})^{i+2}.e^{sa-i}.(e^a-1)^n}{\sqrt{[\frac{i.(i+1)}{a^2} - ni.\frac{e^a}{(e^a-1)^2}]}}.(1 + \frac{15.l^{\mathrm{I}\,2} - 12 l l^{\mathrm{II}}}{16.l^3} + \frac{1}{12.i} + \&c.)\end{aligned}\right\}; (\mu^{\mathrm{I}})$$

a, l, l^{I}, l^{II}, &c. étant donnés par les équations suivantes,

$$o = \frac{(i+1)}{a} - s - \frac{n.e^a}{e^a-1},$$

$$l = -\frac{(i+1)}{2a^2} - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right) + \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^2,$$

$$l^{\mathrm{I}} = -\frac{(i+1)}{3a^3} + \frac{n}{6}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right) - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^2 + \frac{n}{3}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^3,$$

$$l^{\mathrm{II}} = -\frac{(i+1)}{4a^4} - \frac{n}{24}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right) + \frac{7n}{24}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^2 - \frac{n}{2}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^3 + \frac{n}{4}.\left(\frac{e^a}{e^a-1}\right)^4,$$

&c.

On arriveroit au même résultat, en résolvant directement, par la méthode du *n.°* 15, l'équation aux différences finies & infiniment petites,

$$o = \Delta^n.(iy_s - s.\frac{\partial y_s}{\partial s}),$$

ou celle-ci,

$$o = (s+n).\Delta.\frac{\partial y^{\mathrm{I}}_s}{\partial s} + n.\frac{\partial y^{\mathrm{I}}_s}{\partial s} - i.\Delta.y^{\mathrm{I}}_s,$$

dans laquelle $y^{\mathrm{I}}_s = \Delta^{n-1}.y_s$.

Suppoſons $i + 1$ aſſez grand relativement à $n + s$, pour que $e^{\frac{i+1}{n+s}}$ ſoit du même ordre que i; l'équation

$$0 = \frac{i+1}{a} - s - \frac{n\,e^a}{e^a - 1},$$

donnera à très-peu-près

$$a = \frac{i+1}{n+s} \cdot \left[1 - \frac{n}{n+s} \cdot e^{\frac{-i}{n+s}}\right];$$

& ſi pour abréger on fait $e^{\frac{-i}{n+s}} = q$, on trouvera en ne conſidérant que le premier terme de l'expreſſion de $\Delta^n . s^i$, & en faiſant toutes les réductions convenables, cette expreſſion fort ſimple,

$$\Delta^n . s^i = (n + s)^i . e^{-nq};$$

en ſorte que ſi i eſt infini relativement à $n + s$, ce qui donne $q = 0$, on aura $\Delta^n . s^i = (s + n)^i$; il eſt facile d'ailleurs de s'en aſſurer *à priori*, en conſidérant que la quantité $(s + n)^i - n . (s + n - 1)^i +$ &c. ſe réduit alors à ſon premier terme.

XXVIII.

La ſérie (μ^1) ceſſe d'être convergente, lorſque a eſt un très-petit nombre de l'ordre $\frac{1}{n}$; car alors il eſt viſible que les quantités l, l^1, l^{11}, &c. formant une progreſſion croiſſante, chaque terme de la ſérie eſt du même ordre que celui qui le précède. Pour déterminer dans quel cas a eſt très-petit, reprenons l'équation

$$0 = \frac{i+1}{a} - s - \frac{n \,.\, e^a}{e^a - 1};$$

on peut la transformer dans la ſuivante,

$$0 = \frac{i+1}{a} - s - \frac{n}{a} . \left[1 + \frac{a}{2} + \text{\&c.}\right];$$

d'où

d'où l'on tire à très-peu-près, dans la supposition de a peu considérable, $a = \frac{i+1-n}{s+\frac{n}{2}}$; ainsi a sera très-petit, toutes les fois que la différence $i - n$ sera peu considérable relativement à $s + \frac{n}{2}$; dans ce cas, on déterminera $\Delta^n . s^i$, par la méthode suivante.

Reprenons l'équation

$$\Delta^n . s^i = \frac{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n}{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-x}},$$

dans laquelle se change la formule (μ) du *n.° 26*, lorsqu'on y fait i négatif & égal à $-i$; on peut mettre le facteur $(e^{-x} - 1)^n$, sous cette forme

$$e^{-\frac{nx}{2}} . (e^{-\frac{x}{2}} - e^{+\frac{x}{2}})^n = (-1)^n . e^{-\frac{nx}{2}} . x^n$$
$$. [1 + \frac{1}{1.2.3} . \frac{x^2}{2^2} + \frac{1}{1.2.3.4.5} . \frac{x^4}{2^4} + \&c.]^n$$
$$= (-1)^n . e^{-\frac{nx}{2}} . x^n . [1 + \frac{nx^2}{24} + \frac{n.(5n-2)}{15.16..24} . x^4 + \&c.];$$

on aura donc

$$\int \frac{\partial x}{x^{i+1}} . e^{-sx} . (e^{-x} - 1)^n = (-1)^n . \int \frac{\partial x}{x^{i+1-n}}$$
$$. e^{-(s+\frac{n}{2}).x} . [1 + \frac{nx^2}{24} + \&c.].$$

Si l'on fait $(s + \frac{n}{2}) . x = x'$, on aura généralement

$$\int \frac{\partial x}{x^r} . e^{-(s+\frac{n}{2})x} = (s + \frac{n}{2})^{r-1} . \int \frac{\partial x' . e^{-x'}}{x'^r};$$

& par le *numéro 20*, on a

$$\int \frac{\partial x'.c^{-x'}}{x'^{r}} = \frac{2\pi.(-1)^{r-\frac{1}{2}}}{\int x'^{r-1}.\partial x'.c^{-x'}} = \frac{2\pi.(-1)^{r-\frac{1}{2}}}{(r-1).(r-2).(r-3).\&c.};$$

partant, on aura

$$\Delta^{n}.s^{i} = (i-n+1).(i-n+2)\ldots i.(s+\tfrac{n}{2})^{i-n}.\left\{\begin{array}{l} 1+(i-n).(i-n-1) \\ \times\dfrac{n}{24.(s+\frac{n}{2})^{2}} \\ +(i-n).(i-n-1) \\ \times(i-n-2) \\ \times(i-n-3) \\ \times\dfrac{n.(5n-2)}{15.16.24.(s+\frac{n}{2})^{4}} \\ +\ \&c. \end{array}\right\}; \quad (\mu'')$$

Cette série est très-convergente, si $i-n$ est peu considérable relativement à $s+\frac{n}{2}$; elle peut d'ailleurs être employée dans le cas où i est fractionnaire : quant au produit $(i-n+1).(i-n+2)\ldots\ldots i$, il sera facile de l'obtenir en série, par le *n.° 19*.

Dans le cas où $i=n$, la formule précédente donne $\Delta^{n}.s^{i} = 1.2.3\ldots\ldots i$, ce qui est conforme à ce que l'on sait d'ailleurs.

XXIX.

LES formules (μ') & (μ'') des deux *numéros précédens*, supposent n égal ou moindre que i; en effet, si l'on considère l'expression

$$\Delta^{n}.s^{i} = \frac{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}}.c^{-sx}.(c^{-x}-1)^{n}}{\int \frac{\partial x}{x^{i+1}}.c^{-x}},$$

dont le développement a produit ces formules, on voit que les limites des intégrales du numérateur & du dénominateur, étant déterminées en égalant à zéro les quantités sous les signes $\int$, ces limites seront toutes imaginaires, lorsque $i + 1$ sera plus grand que n; au lieu que dans le cas où $i + 1$ sera moindre que n, les limites de l'intégrale du numérateur seront réelles, tandis que celles de l'intégrale du dénominateur seront imaginaires ; il faut donc alors ramener ces dernières limites à l'état réel. Pour y parvenir, nous observerons que l'on a généralement

$$\int x^{i-1}.\partial x.e^{-x} = \frac{\int x^{i+r}.\partial x.e^{-x}}{i.(i+1).(i+2)\ldots(i+r)};$$

si l'on fait dans cette expression i négatif & égal à $-r-\frac{m}{n}$, m étant moindre que n, on aura

$$\int \frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}} = \frac{(-1)^{r+1}.\int x^{-\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}}{\frac{m}{n}.(1+\frac{m}{n}).(2+\frac{m}{n})\ldots i}.$$

Or, on a par le *n.° 19*,

$$(1+\frac{m}{n}).(2+\frac{m}{n})\ldots i = \frac{\int x^i.\partial x.e^{-x}}{\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}};$$

partant

$$\int \frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}} = \frac{(-1)^{r+1}.n.\int x^{-\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}.\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}}{m.\int x^i.\partial x.e^{-x}},$$

c'est l'expression de $\int \frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}}$, dont on doit faire usage dans le cas que nous examinons ici.

Si l'on fait $x = t^n$, on aura

$$\frac{n}{m}.\int x^{-\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x}.\int x^{\frac{m}{n}}.\partial x.e^{-x} = \frac{n^3}{m}.\int t^{n-m-1}.\partial t.e^{-t^n}.\int t^{n+m-1}\partial t.e^{-t^n}$$
$$= n^2.\int t^{n-m-1}.\partial t.e^{-t^n}.\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n},$$

& l'équation (T) du *n.*° 4, donnera, en y changent r dans $m + 1$,

$$n^2.\int t^{m-1}.\partial t.e^{-t^n}.\int t^{n-m-1}.\partial t.e^{-t^n} = \frac{\pi}{\text{fin.}\,\frac{m\pi}{n}};$$

on aura donc

$$\int\frac{\partial x.e^{-x}}{x^{i+1}} = \frac{(-1)^{r+1}.\pi}{\text{fin.}\,\frac{m\pi}{n}.\int x^i.\partial x.e^{-x}};$$

d'où l'on tire, en ſubſtituant cette valeur dans l'expreſſion précédente de $\Delta^n.s^i$,

$$\Delta^n.s^i = (-1)^{r+r}.\frac{\text{fin.}\,\frac{m\pi}{n}}{\pi}.\int x^i.\partial x.e^{-x}.\int\frac{\partial x}{x^{i+1}}.e^{-sx}.(e^{-x}-1)^n; \quad (\mu''')$$

les deux intégrales étant priſes depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$. Si i eſt un très-grand nombre, on aura la première en ſérie convergente, par le *n.*° *19*, & la méthode du *n.*° *26* donnera la ſeconde dans une ſérie pareillement convergente, lorſque la différence $n - i$ ſera conſidérable; dans le cas où elle ſera peu conſidérable relativement à $s + \frac{n}{2}$, la méthode du *n.*° *28* donnera pour l'expreſſion de $\Delta^n.s^i$, une ſuite convergente, analogue à la ſérie (μ''). On peut obſerver que ſi i eſt un nombre entier, on aura $m = 0$: la formule (μ''') donnera donc alors $\Delta^n.s^i = 0$, ce qui s'accorde avec ce que l'on ſait d'ailleurs.

Suppofons $i = \frac{m}{n} = 0$, on aura $r = 0$,

$$\text{fin.}\ \frac{m}{n}.\pi = \frac{m}{n}.\pi = i\pi, \ \&\ \Delta^n.s^i = \Delta^n.\left(\frac{s^i - 1}{i}\right) = \Delta^n.\log.s;$$

la formule (μ''') donnera donc

$$\Delta^n.\log.s = -\int \frac{e^{-sx}.\partial x}{x}.(e^{-x} - 1)^n;$$

d'où il eft aifé de conclure, par le *n.° 26*,

$$\Delta^n.\log.s = \log.(s+n) - n.\log.(s+n-1)$$
$$+ \frac{n.(n-1)}{1.2}.\log.(s+n-2) - \&c.$$
$$= \frac{e^{sa}.(e^a - 1)^n.\sqrt{(2\pi)}}{\sqrt{\left[\frac{na^2.e^a}{(e^a-1)^2} - 1\right]}}.(1 + \&c.)$$

a étant donné par l'équation

$$0 = \frac{1}{a} - s - \frac{ne^a}{e^a - 1}.$$

XXX.

On peut étendre la méthode des *numéros précédens*, à la détermination de la différence $n^{\text{ième}}$ d'une puiffance quelconque d'une fonction rationnelle de s; il fuffit pour cela de réduire cette fonction à la forme $\int x^s.\varphi.\partial x$; or, en la défignant par y_s, on aura entre y_s & fa différence ∂y_s, une équation de cette forme, $\frac{\partial y_s}{\partial s} = M.y_s$, M étant une fonction rationnelle de s; en appliquant donc à cette équation les méthodes de l'*article II*, on aura φ, par une équation différentielle, d'un degré égal au plus haut expofant de s dans M; cette dernière équation ne fera généralement intégrable, que dans le cas où l'expofant de s dans M ne furpaffe pas l'unité; mais on aura dans tous les cas la différence finie $n^{\text{ième}}$ de y_s, au moyen des multiples intégrales, de la manière fuivante.

Conſidérons la fonction $\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.}$, à laquelle on peut ramener toutes les puiſſances des fonctions rationnelles de s, & leurs produits; les expoſans i, i', &c. pouvant être ſuppoſés négatifs. Si dans l'intégrale $\int x^{i-1}.\partial x.e^{-(s+p).x}$, priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$, on ſuppoſe $(s+p).x = x'$; elle deviendra $\frac{1}{(s+p)^i}.\int x'^{\,i-1}.\partial x'.e^{-x'}$, l'intégrale relative à x', étant priſe pareillement depuis $x' = 0$ juſqu'à $x' = \infty$; en comparant ces deux intégrales, on aura

$$\frac{1}{(s+p)^i} = \frac{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-(s+p).x}}{\int x^{i-1}.\partial x.e^{-x}};$$

les intégrales du numérateur & du dénominateur étant priſes depuis $x = 0$ juſqu'à $x = \infty$.

Il ſuit de-là que

$$\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.}$$
$$= \frac{\int x^{i-1}.x'^{\,i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.\,e^{-px-p'.x'-\&c.-s(x+x'+\&c.)}}{\int n^{i-1}.x'^{\,i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.\,e^{-x-x'-\&c.}}.$$

les intégrales relatives à x, x', &c. étant priſes depuis les valeurs nulles de ces variables juſqu'à leurs valeurs infinies; on aura donc

$$\Delta^n.\frac{1}{(s+p)^i.(s+p')^{i'}.\&c.}$$
$$= \frac{{}^{i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.\,e^{-px-p'x'-\&c.-s(x+x'+\&c.)}.(e^{-x-x'-\&c.}-1)^n}{\int x^{i-1}.x'^{\,i'-1}.\&c.\partial x.\partial x'.\&c.\,e^{-x-x'-\&c.}}.$$

On réduira facilement en ſéries convergentes, le numérateur & le dénominateur de cette expreſſion, par la méthode du *n.° 7;* & ſi l'on change dans ces ſéries, les ſignes de i, i', &c. on aura les valeurs approchées de $\Delta^n.(s+p)^i.(s+p)^{i'}$, &c. ſur leſquelles on doit faire des remarques analogues à celles que nous avons faites dans les *numéros précédens,* ſur la valeur approchée de $\Delta^n.s^i$.

Si l'on ſuppoſe n, i, i', &c. de très-grands nombres, on trouvera facilement par le *n.*° 7, que l'on a à très-peu-près,

$$\Delta^n . (s + p)^i . (s + p')^{i'} . \&c.$$

$$= \frac{\left(\frac{i}{a}\right)^{i+1} . \left(\frac{i'}{a'}\right)^{i'+1} . \&c. . e^{(s+p).a+(s+p').a'+\&c.-i-i'-\&c.} . (e^{a+a'+\&c.}-1)^n}{\sqrt{\left\{ \left[\frac{i.(i+1)}{a^2} - \frac{ni.e^{a+a'+\&c.}}{(e^{a+a'+\&c.}-1)^2}\right] . \left[\frac{i'.(i'+1)}{a'^2} - \frac{ni'.e^{a+a'+\&c.}}{(e^{a+a'+\&c.}-1)^2}\right] . \&c. \right\}}}$$

a, a', &c. étant déterminés par les équations

$$o = \frac{i+1}{a} - s - p - \frac{n.e^{a+a'+\&c.}}{e^{a+a'+\&c.}-1},$$

$$o = \frac{i'+1}{a'} - s - p' - \frac{n.e^{a+a'+\&c.}}{e^{a+a'+\&c.}-1},$$

&c.

XXXI.

LA différence finie n.$^{\text{ième}}$ de $\frac{1}{(s+p)^i . (s+p')^{i'} . \&c.}$, eſt égale au produit de $(-1)^n$, par $\frac{1}{(s+p)^i . (s+p')^{i'} . \&c.}$ $- \frac{n}{(s+p+1)^i . (s+p'+1)^{i'} . \&c.} + \frac{n.(n-1)}{1.2.(s+p+2)^i . (s+p'+2)^{i'} . \&c.}$ $-$ &c;

on a ſouvent beſoin dans l'analyſe des haſards, de ne conſidérer que la ſomme d'un nombre quelconque des premiers termes de cette fonction; voyons donc comment on peut l'obtenir en ſérie convergente.

Nommons S, la ſomme des r premiers termes de la fonction précédente; il eſt facile de s'aſſurer par le *numéro précédent*, que ſi l'on nomme Q, la ſomme des r premiers termes du binome $(1 - e^{-x-x'-\&c.})^n$, on aura

$$S = \frac{\int x^{i-1} . x'^{i'-1} . \&c. \partial x . \partial x' . \&c. e^{-px-p'x'-\&c.-s.(x+x'+\&c.)} . Q}{\int x^{i-1} . x'^{i'-1} . \&c. \partial x . \partial x' . \&c. e^{-x-x'-\&c.}}.$$

On a par le *n.° 21.*

$$Q = \frac{(1 - e^{-x-x'-\&c.})^n . \int \frac{u^{r-1}.\partial u}{(1+u)^{n+1}}}{\int \frac{u^{r-1}.\partial u}{(1+u)^{n+1}}},$$

l'intégrale du numérateur étant prise depuis $u = -e^{-x-x'-\&c.}$ jusqu'à $u = \infty$, & celle du dénominateur étant prise depuis $u = 0$ jusqu'à $u = \infty$, en sorte que l'on pourra mettre cette expression de Q, sous la forme suivante,

$$Q = (-1)^{r-1} \frac{(1 - e^{-x-x'-\&c.})^n . e^{-rx-rx'-\&c.} . \int \frac{(1-u)^{r-1}.\partial u}{[1 - e^{-x-x'-\&c.}.(1-u)]^{n+1}}}{\int \frac{u^{r-1}.\partial u}{(1+u)^{n+1}}},$$

les intégrales du numérateur & du dénominateur étant prises depuis $u = 0$ jusqu'à $u = \infty$; on aura donc

$$S = (-1)^{r-1} . \left\{ \frac{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial u.\partial x.\partial x'.\&c..e^{-px-p'x'-\&c.-(s+r).(x+x'+\&c.)} .(1-e^{-x-x'-\&c.})^n . \frac{(1-u)^{r-1}}{[1-e^{-x-x'-\&c.+\&c.}.(1-u)]^{n+1}}}{\int x^{i-1}.x'^{i'-1}.\&c.\partial u.\partial x.\partial x'.\&c.e^{-x-x'-\&c.} . \frac{u^{r-1}}{(1+u)^{n+1}}} \right\}$$

toutes les intégrales étant prises depuis les valeurs nulles des variables jusqu'à leurs valeurs infinies. Il ne s'agit plus maintenant que de réduire par la méthode du *n.° 7*, le numérateur & le dénominateur de cette expression, en séries convergentes. Les applications que nous ferons dans l'article suivant, de ces recherches, à divers Problèmes sur les hasards, répandront un nouveau jour sur cette analyse.

La longueur de ce Mémoire, m'oblige d'en renvoyer la suite au volume suivant.

MÉMOIRE

PREMIER MÉMOIRE.

SUR LE SAFRAN*.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

PLINE a parlé fort au long du Safran & des pays où on le cultivoit de son temps; il cite ceux qui donnoient le safran le plus estimé; *lib. XXI, cap. 6 & 20.*

Olivier de Serre, qui en 1660 publia son théâtre d'Agriculture, y parle des pays où la culture du safran étoit le plus en vigueur. Il cite l'Allemagne, la Hongrie, & indique l'Albigeois pour la partie de la France où on cultivoit cette plante utile, mais ne parle nullement de la province du Gâtinois.

Les Alpes, les Pyrénées, les hautes montagnes d'Espagne & de Thrace, sont regardées comme les pays dont le safran est originaire; il y végète sans culture & de lui-même.

Comme l'Albigeois avoisine les Pyrénées, si l'on a confiance à ce qu'a écrit Olivier de Serre, on pourra conclure que de cette province la culture du safran aura passé dans le comtat d'Avignon & en Provence, dans l'Angoumois, le Gâtinois, la Normandie, & aura gagné l'Angleterre, &c.

M. de la Taille des Essarts, dans le Mémoire que j'ai cité, croit que ce fut un Gentilhomme de la maison des Porchaires, à qui appartenoit la terre de Boynes en Gâtinois, qui y apporta d'Avignon les premiers oignons de safran, sur la fin du XVI.e siècle; & il ajoute que le safran n'étoit cultivé dans aucune partie de la France avant les Croisades.

* *Voyez* le Mémoire sur le safran, publié par M. de la Taille des Essarts, Chevalier de Saint-Louis, &c. Membre de la Société Royale d'Agriculture d'Orléans. *A Orléans, chez Couret de Villeneuve, 1766.* *Voyez* aussi Encyclopédie, au mot *safran*, ce qui y est dit, d'après M. Duglas, Docteur en Médecine, & Membre de la Société Royale, sur la manière de cultiver le safran dans la province de Cambridge; les Élémens d'Agriculture de M. du Hamel, &c.

La reproduction de l'oignon de ſafran d'automne, *crocus ſativus autumnalis*, par conſéquent ſa multiplication, car on ne l'obtient pas ici de graines, a été très-peu examinée, & mal indiquée par les Auteurs qui ont traité de la culture de cette plante.

Cependant cette plante eſt ſi utile, qu'elle fait une branche de Commerce conſidérable, à cauſe des teintures, des médicamens dans leſquels elle entre, qu'elle ſert auſſi d'aſſaiſonnement dans les alimens, principalement en Eſpagne & en Italie, & qu'il s'en fait une grande exportation chez les Étrangers. N'étoit-il pas à croire qu'on auroit dû s'appliquer à connoître comment le ſafran ſe reproduit, afin d'étendre, s'il étoit poſſible, ſa culture, en la rendant moins diſpendieuſe, & ſa récolte moins fautive ?

Seroit-ce au peu d'attention que les Phyſiciens ont donné à la culture de cette plante, qu'on pourroit attribuer ſa perte preſque entière dans le Gâtinois & dans la Beauce, où ci-devant elle étoit très en vigueur, tandis qu'aujourd'hui non-ſeulement cette plante s'éloigne de ces provinces, mais ſe perd en France, & ſe concentre dans l'Italie, en Angleterre, enfin chez les Étrangers qui cultivent maintenant le ſafran pour leur conſommation, ou qui le tirent plutôt du Levant & de la Sicile, que du Gâtinois ?

Je ſais qu'on a apporté pluſieurs raiſons de cette tranſmigration : on a dit que les terres ſe laſſoient de porter du ſafran ; que les fraudes & ſophiſtications qu'avoient faites les Commiſſionnaires de ſafran, avoient dégoûté les Commerçans ; enfin, que le blé ſe ſoutenant à un prix marchand, cette conſidéartion engageoit à abandonner la culture du ſafran dont les terres étoient à un loyer trop conſidérable, & dont la récolte étoit plus ſujette à manquer que celle des grains.

Je me ſuis donc propoſé de ſuivre plus particulièrement qu'on ne l'a encore fait, la reproduction de l'oignon ou de la bulbe du ſafran ; j'ai ſuivi ce travail avec d'autant plus de ſatisfaction, que perſonne juſqu'ici n'avoit parlé des différences qui ſe rencontrent dans la multiplication des oignons

& celle des bulbes : ce qui eſt bien digne de former un Ouvrage particulier, curieux & utile.

M'étant occupé de ces recherches, j'ai cru trouver une reſſemblance aſſez complette entre une maladie qui attaque la bulbe du ſafran, & celle des blés, nommée *carie* ou *blés noirs.*

Le voiſinage du Gâtinois que j'habite pendant les vacances, m'a mis à portée de confirmer mon opinion, en conſidérant enſuite cette plante dans toutes les ſaiſons de l'année, & lorſqu'elle eſt attaquée de cette maladie à tous ſes périodes.

Je renvoie pour la culture de cette plante, aux Auteurs qui ſe ſont propoſé d'en parler particulièrement, & je ne citerai ici que celles des pratiques employées pour la multiplication de l'oignon, qui auront rapport à mon objet.

Tournefort, après avoir cité les caractères tirés de la fleur du ſafran, dit, en parlant de ſa racine ; *his notis, addenda eſt radix gemina tuberoſa, quarum altera quæ minor eſt, alteri majori carnoſæ & fibratæ inſidet ; utraque verò involucro membranaceo obducitur.*

On va voir que ce caractère qui appartiendroit au moins ſous quelques points au genre des orchis, ou plantes à deux bulbes, ne peut convenir au *crocus* ſafran.

Je ne dois pas avertir que je ne parle ici que de l'eſpèce de ſafran connu par les Botaniſtes, ſous la phraſe de *crocus ſativus autumnalis.*

Tout le monde connoît la ſingularité de cette plante automnale, qui ne fait aucun progrès pendant l'été, tandis que vers la mi-Octobre, lorſque la ſève commence à manquer à preſque toutes les autres, celle-ci au contraire, ſe réveille pour ainſi dire, de ſon engourdiſſement. Il s'élève de terre un bouton d'où percent comme d'une gaîne, une ou deux, trois, même quatre fleurs ; les feuilles leur ſuccèdent, la plante les garde tout l'hiver, au printemps d'après elles ſe fanent ; & ainſi chaque année paroît cette ſingulière végétation.

Quand un champ eſt couvert de ces plantes en fleurs, il offre un coup-d'œil fort agréable, parce que dans une ſafranière la terre doit être bien ameublie, dénuée de toutes pierres, & les oignons y ſont plantés très-ſerrés en ſillons également eſpacés.

Figure 1. D'ailleurs, la fleur de ſafran eſt belle par elle-même : elle approche, par ſa forme, de celle d'un lys, & eſt d'un gris-de-lin foncé, preſque violet, d'une ſeule pièce, en entonnoir aſſez évaſé, terminé par un tuyau étroit & long qui lui ſert de pédicule.

Figure 2. Trois étamines ſont attachées à la corolle, & le piſtil déborde le pétale, & ſe diviſe en trois parties, dont les extrémités ſont un peu renflées.

Figure 3. Ce piſtil gros comme un fil, ſéparé de la fleur, c'eſt-à-dire, du pétal & des étamines *(a)*, entre ſeul dans le commerce ſous le nom de *flèches de ſafran* ou ſimplement de *ſafran*. On fait ſécher ces filets de manière qu'il faut quatre à cinq livres de ſafran frais pour produire une livre de ſafran ſec.

Un arpent de ſafran mis en bonne terre, peut rapporter, la première année, vingt-cinq livres de ſafran verd, cent livres la ſeconde, ſoixante-quinze livres la troiſième. Les mauvaiſes terres donnent au plus cinquante livres de ſafran verd dans la meilleure année, & la plupart de nos terres qu'on cultive en ſafran, ſont de cette eſpèce.

Je crois néceſſaire de rappeler ceci pour me faire entendre, lorſque je parlerai de la manière dont l'oignon ſe reproduit.

Conſidérons-le vers le 10 Octobre, dans le moment où il ſort de la léthargie où il étoit depuis la fin de Février ou le commencement de Mars : il commence pour lors à végéter, & il offre un bouton ou un renflement à ſon extrémité ſupérieure, qui, en s'alongeant, traverſe la terre, & donne une ou pluſieurs fleurs.

Figure 4. Cette pouſſe nouvelle ſe trouve donc ordinairement à la partie ſupérieure de l'oignon, mais aſſez ſouvent il y en a deux, trois, quatre & même un plus grand nombre. Ces

---

(a) Les étamines, lorſqu'elles s'y trouvent, ſont toujours au détriment de l'acquéreur.

nouvelles pouſſes ſe placent ordinairement en couronne ſur le deſſus de l'oignon; mais lorſqu'elles ſont très-multipliées, & ſans doute ſuivant les circonſtances, elles ſont auſſi poſées ſur les parties latérales de l'oignon, & de quelque manière qu'elles ſoient placées, elles donnent toujours naiſſance aux nouveaux oignons; ainſi elles doivent ſixer ici notre attention.

Lorſque ces pouſſes ſont encore nouvelles & très-jeunes, on les voit, comme dans les vrais oignons, composées de feuilles qui s'enveloppent les unes les autres, qui s'élèvent en tuyaux, & ſurmontent l'ancien oignon, au moins le plus ſouvent.

Si on lève une lame mince de cet oignon, la coupe étant faite longitudinalement, & qu'on l'expoſe au foyer d'une foible lentille d'un microſcope, on diſtingue aiſément cet arrangement de feuilles qui conſtitue l'oignon, dont je viens de parler.

On voit ici la différente conformation de l'ancien & du nouvel oignon, dont l'un, ainſi que pluſieurs racines bulbeuſes, eſt mat, ſans aucun arrangement, au moins viſible, dans ſes parties, & donne par les lavages, l'amidon dont il eſt pourvu, tandis que le nouvel oignon annonce, à la vue ſimple, cette diſtribution de feuilles qui le conſtitue. *(Voyez fig. 5 & 6)*.

Peu de jours après que le nouvel oignon a été formé, il s'élève ſur l'ancien, le ſurmonte, s'en détache pour ainſi dire, & commence, par ſa forme, à indiquer qu'il deviendra ſemblable à celui auquel il doit ſon origine.

C'eſt à cette époque qu'on n'y reconnoît plus la diſpoſition des feuilles, qui étoit très-viſible auparavant; & l'oignon ne paroît plus composé que d'une ſubſtance dont les vaiſſeaux peu apparens contiennent la partie amidonacée.

Le jeune oignon, lorſqu'il eſt enclavé dans l'ancien, & quand on le voit composé de feuilles, ſe nourrit de la ſubſtance de l'ancien; ce dernier doit lui préparer, lui élaborer ſa nourriture, il fait pour le jeune oignon ce que les lobes opèrent dans une ſemence pour la plume & la radicule, &

ce qui équivaut, dit M. du Hamel, aux fonctions des mamelles des mères dans les animaux.

Le jeune oignon, peu de temps après sa formation, prend donc une consistance qui le rapproche de celui de qui il tient son existence: sa chair lui ressemble assez parfaitement, il devient farineux ainsi que l'ancien, & se charge d'amidon *(fig. 7 & 8)*; ce jeune caïeu pousse une tige herbacée qui se fane vers les mois d'Avril & de Mai.

La feuille est nécessaire pour l'entretien de l'oignon, ou plutôt pour la première formation du jeune caïeu; car c'est un fait constaté, que si l'on coupe la fane trop tôt, si, par exemple, les vaches, lapins ou lièvres, qui en sont très-friands, s'en sont nourris, ou pendant l'hiver, ou même au printemps, avant la formation complette des nouveaux caïeux, le vieil oignon périt & ne donne aucune nouvelle production.

Mais pour m'en convaincre d'une manière plus positive, j'ai coupé la fane à de vieux oignons, sur-tout celle où je voyois un commencement d'un nouveau caïeu, & je me suis assuré que je leur faisois d'autant plus de tort, que je la coupois à de plus jeunes caïeux, plusieurs même, comme je l'ai dit, ont péri sans avoir produit de caïeux.

Un de ces oignons fut conservé intact jusquà la seconde année; j'espérois qu'il me donneroit au bout de deux années des caïeux, mais il a péri.

Je pensois dans ce cas-ci avoir rendu une plante annuelle bisannuelle, ainsi qu'on y parvient sur d'autres Plantes, en coupant les tiges de la fleur à mesure qu'elles s'annoncent; pour lors ces Plantes passent l'hiver, ne fleurissent & ne fructifient qu'au printemps suivant.

Voici une expérience sur laquelle je ne pourrois compter qu'après l'avoir encore répetée: j'ai coupé la pousse d'un oignon de safran lorsque sa fleur étoit dans le tuyau, & qu'elle n'étoit pas encore développée; cet oignon a péri sans donner de caïeu.

Diroit-on, en comparant le caïeu aux œufs des volatiles, que l'oignon qui doit le produire, a besoin d'être fécondé lui-même par les ſexes que contient chaque fleur, pour donner enſuite des embryons?

Je ſens combien ceci eſt hypothétique, car pluſieurs autres raiſons très-naturelles, & qui ne s'écartent pas des principes connus relatifs à la végétation, ont pu faire périr mon vieil oignon, ſans qu'auparavant il ait donné des caïeux.

Il m'a paru que la fane étoit néceſſaire au jeune oignon pour ſon développement, & qu'il pourroit même ſe paſſer de la nourriture qu'il tire de l'ancien oignon, plutôt que de celle que lui fourniſſent les feuilles qui conſtituent la jeune pouſſe.

Car ayant cerné un oignon jeune, dans le temps où il commençoit à pouſſer une tige, & ne lui ayant laiſſé que la partie du vieil oignon, ſur laquelle ce jeune caïeu étoit implanté, la nouvelle production n'en eſt pas moins groſſie, & eſt parvenue à peu-près dans le même temps à ſa perfection, comme ſi la totalité de l'ancien oignon y fût reſtée.

J'ai auſſi coupé la tige d'un jeune caïeu qui a peu groſſi, ce qui m'a prouvé la néceſſité de la fane pour la perfection du caïeu; nous verrons plus bas ces deux faits confirmés par les cultivateurs de ſafran.

Voyons maintenant quelle eſt la partie de l'ancien oignon, qui contribue le plus à la nourriture de la jeune pouſſe; c'eſt, je crois, ce que l'obſervation m'a fait découvrir.

J'ai dit que l'ancien oignon étoit pourvu abondamment d'une ſubſtance qui a tous les caractères de l'amidon; on ſait que cette partie amidonacée ſemble être de la même nature dans toutes les Plantes, & ne varier qu'en ce qu'elle ſe trouve en quantité différente dans chaque plante.

Cet amidon eſt logé dans des vaiſſeaux ſi fins, qu'il eſt difficile de les voir diſtinctement dans la racine bulbeuſe dont nous parlons: mes obſervations réitérées m'ont prouvé que dans le temps où le vieil oignon ſe détruit, ces vaiſſeaux ſont vides & entièrement dépourvus de cette partie amidonacée.

J'ai vu, ainſi que je l'ai dit, de jeunes caïeux ſortir latéralement de l'ancien oignon qui leur ſervoit comme de mère;

j'ai auſſi la même certitude, que des pouſſes & même des racines, en ſe gonflant, ſe ſont changées en oignons. Il en eſt donc du ſafran comme de la pomme-de-terre & de toutes les plantes à tubercules, dont chaque partie eſt propre à reproduire la Plante entière, & peut contribuer à la multiplication de l'eſpèce. Comme cela arrive aſſez ſouvent à la plante de Safran, il eſt à propos de diſtinguer dans les ſafranières deux eſpèces de caïeux, l'un qui ſurmonte l'oignon ancien, & qui donne de la fleur dans la première année de ſa formation; le ſecond, plus petit, qui doit ſon origine à des racines, qui eſt plus de temps à parvenir à ſa groſſeur, & qui ne donne des fleurs qu'au bout de vingt-ſept mois.

Il ſuit de ce que nous venons de rapporter, qu'on ne peut pas dire généralement comme Tournefort, ce qu'ont copié preſque tous les Auteurs qui ont écrit depuis lui, que la racine du ſafran eſt compoſée de deux tubercules, dont l'un eſt plus petit que l'autre; que le plus gros ſe trouve placé au-deſſous du plus petit, & que ces deux tubercules ſont recouverts d'une enveloppe membraneuſe, puiſque le nouvel oignon, ou pluſieurs nouveaux ſe trouvent placés au-deſſus de l'ancien, ou en couronne ou latéralement, & que même les racines de ce vieil oignon peuvent donner de petits caïeux: c'eſt l'ancien oignon qui pouſſe des racines, & il ſemble n'être plus deſtiné pour lors par la Nature, qu'à élaborer la nourriture deſtinée aux nouvelles productions.

Il n'y aura que quelques-unes de ces productions nouvelles qui fourniront, l'automne d'après, des fleurs, des feuilles, & enſuite de nouveaux oignons, & ainſi continuellement d'année en année s'opère cette régénération.

Comme la reproduction chaque année eſt grande, ſurtout lorſque la ſaiſon eſt favorable, les oignons ſe multiplieroient beaucoup trop pour la terre qui doit les nourrir: & ces caïeux le plus communément s'arrangeant en couronne ſur la ſurface ſupérieure de l'ancien oignon, il arriveroit encore qu'ils gagneroient après peu d'années la ſuperficie de la terre; & pour peu que les gelées de l'hiver fuſſent rudes,

rudes, ils en seroient attaqués immanquablement, & périroient. On est donc contraint de lever tous les quatre ans les oignons d'un champ, pour diminuer le nombre des oignons, & on les replante en moindre quantité dans un autre champ.

D'après ce que nous venons de dire, on voit que le même oignon ne donne des fleurs qu'une seule fois, car aussi-tôt sa fleur passée, il ne sert plus qu'à la régénération d'autres oignons de la même espèce, & qui lui devant leur existence, amènent la destruction de l'ancien, jusqu'à ce que ceux-ci servent eux-mêmes à une nouvelle génération d'autres caïeux.

Passons maintenant à l'examen des maladies auxquelles le safran est le plus sujet; on connoît ces maladies sous deux noms différens, l'une la *mort*, l'autre le *tacon*.

Nous devons aux recherches de M. du Hamel *(Mémoires de l'Académie, année 1728)*, de nous avoir fait connoître la vraie cause de la mort du safran: l'origine de cette singulière maladie, dépend, suivant cet habile Physicien, d'une plante parasite, d'une espèce de trufle, d'une plante dans le genre de l'*aspergillus (nova genera plantarum,* Micheli*)*, qui s'attache à cette racine bulbeuse, qui vit à ses dépens, qui par ses ramifications se communique aux oignons voisins, & qui auroit bientôt détruit tout un champ de safran, si par de larges & profondes circonvallations on n'avoit pas songé à intercepter toute communication entre les plantes attaquées de cette peste, & celles qui sont encore saines & intactes.

La maladie commence par les racines qui noircissent & périssent; la pulpe de l'oignon ne tarde pas à être attaquée, aussi-bien que l'enveloppe; le tissu qui la compose se sépare, la trame manque, & elle n'offre pour lors que de longs filamens sans consistance: sous cette robe détruite, la terre se trouve glate, parce qu'elle est retenue par de longs filamens, entre lesquels on voit ces tubercules ou trufles; la plante nuisible gagne les racines de nouvelles bulbes, & le mal s'étend dans toute la safranière: la contagion dans le Fig. 9.

champ, fait un progrès plus rapide que celle produite par la ſeconde maladie appelée *tacon*, & dont nous allons bientôt parler; mais l'oignon du ſafran ſubſiſte plus de temps, quand il eſt attaqué de la mort, que lorſqu'il eſt pris du tacon.

Dès la première année que les oignons de ſafran ont été dépoſés dans la terre, s'il y a de la mort, les oignons qui en ſont attaqués, ne produiſent point d'herbes, ils ne pouſſent pas; ſi on fouille dans l'eſpace de terrein où la mort fait ſes ravages, on trouve l'oignon garni de fibres rouges, & la terre a pris aux environs cette même couleur.

Cette tubéroïde ou trufle ſe conſerve dans un champ de ſafran, parce qu'elle attaque, ainſi que l'a dit M. du Hamel, pluſieurs autres plantes, quoique d'un genre fort différent du ſafran.

M. du Hamel avoit déjà obſervé que la mort ſe conſervoit ſur l'*ebulus*, hieble, ſur le *coronilla flore vario*, ſur l'*anonis* arrête-bœuf, ſur le *muſcari*, &c. C'eſt un fait digne d'être obſervé, que dans le Gâtinois, lorſqu'on plante des aſperges dans un terrein où on a mis du ſafran, la mort attaque auſſi l'aſperge.

M. du Hamel avoit encore indiqué qu'en épluchant l'oignon, lui ôtant ſes enveloppes & tégumens, on détruiſoit en partie la tubéroïde ou mort du ſafran, parce qu'avec cette enveloppe on emportoit les ramifications de ces tubéroïdes qui ſe ſeroient étendues ſur d'autres plantes ſaines, & auroient communiqué la contagion & la mort.

Les Cultivateurs prétendent apercevoir qu'il y aura de la mort dans la terre qu'ils deſtinent à y mettre du ſafran, lorſqu'en la marrant l'été, avant d'y planter l'oignon, ils y trouvent les Plantes que nous venons de nommer, & quelques autres herbes, & lorſqu'aux environs la terre eſt rouge: ſi, après ces obſervations, on met des oignons de ſafran dans cette terre, on peut craindre, diſent-ils, que les oignons n'y périſſent de la mort.

Je dois ajouter à ce qu'a dit M. du Hamel, qu'ayant planté dans un nouveau terrein des oignons déjà vivement attaqués de la mort, ces oignons, après avoir été bien épluchés de leurs enveloppes, & nettoyés des filamens, ont poussé & donné de bons caïeux ou des fleurs la même année où je les avois replantés.

Cette maladie ayant été bien décrite par cet Académicien, il ne restoit, s'il étoit possible, que d'ajouter aux moyens qu'il avoit déjà donnés pour y apporter remède. Comme celui que nous allons indiquer pour remédier au tacon, peut aussi diminuer la maladie qu'on nomme *mort*, nous remettons à en parler lorsque nous aurons annoncé les symptômes de cette seconde maladie qui fait au moins autant de tort que la première.

Voici les caractères propres à reconnoître cette maladie que les habitans du Gâtinois nomment *tacon.*

On commence par apercevoir sur la pulpe de l'oignon, des taches brunes qui dénaturent sa substance; & quoique l'enveloppe de l'oignon paroisse saine, les taches au-dessous s'élargissent à mesure que le mal augmente, la substance de l'oignon se détruit; l'ulcère, car on peut nommer ainsi cette maladie, gagne, consomme la chair, l'oignon se dénature & se change en une poussière noirâtre, l'enveloppe même finit par changer de couleur, elle en prend une rougeâtre, l'oignon se pourrit, ou plutôt se réduit en une poussière semblable à du terreau.

Les progrès de la maladie sont rapides, le tacon se communique aussi aux safrans voisins; mais il faut ou que les oignons se touchent, ou que la poussière, en y séjournant, leur communique la maladie; & cette communication n'a lieu que par des degrés lents.

Si ce mal ne s'annonce que sur la fin de la saison, & que la partie de l'oignon qui doit donner de la fleur, ne soit pas encore attaquée, la fleur paroît, quelquefois même le nouveau caïeu se reproduit; mais jamais cela n'arrive que lorsque les parties sur lesquelles résident ou la pousse de la fleur ou celle du caïeu, sont saines, ou au moins lorsque

N ij

celle du nouvel oignon n'eſt pas aſſez viciée pour ne pouvoir pas lui procurer une nourriture dont il a beſoin dans les premiers temps de ſa formation.

Comme la maladie ſe communique par la pouſſière, s'il arrive qu'un caïeu ſe reproduiſe ſur un oignon taconné, ce jeune rejeton ſe reſſent du vice de famille, & il périt de la même maladie.

Il réſulte donc de-là, avec le temps, la perte preſque & ſouvent totale de toute une culture de ſafran; ce qui doit néceſſairement arriver ſi on eſt quatre années ſans relever les oignons.

Cette pouſſière eſt différente de celle qui eſt le réſultat d'une pourriture; elle m'a paru plutôt pouvoir être comparée à la carie des blés; & je ne me ſuis arrêté à cette comparaiſon, qu'après avoir cru voir dans l'une & l'autre maladie de ces deux plantes, une analogie des plus complètes.

Dans un ſecond Mémoire, je ferai voir en quoi & pourquoi il ſe trouve des différences entre la carie du ſafran & la carie des grains.

La carie des blés ſe communique, celle du ſafran ſe gagne auſſi; & l'une & l'autre par l'attouchement de la pouſſière noire. Dans les blés, c'eſt la partie amidonacée qui ſe dénature & ſe corrompt; c'eſt auſſi l'amidon que contient l'oignon, qui ſe détruit le premier; & l'oignon, ainſi que le blé, périt entièrement, en ſe réduiſant en une pouſſière noire & purulente.

Quelques perſonnes ont conclu, peut-être précipitamment, que le tacon avoit pour origine une humidité trop abondante, qui n'avoit pu ſe diſſiper: cependant l'origine de la carie du ſafran, étant dans ſon oignon, ainſi que le vice de la carie des blés réſide dans le grain ſemé, on ne peut pas donner pour origine à l'une & à l'autre de ces maladies, l'humidité de la terre. Mais quelle que ſoit la cauſe de cette maladie auſſi peu connue que celle de la carie des blés, n'y auroit-il pas des remèdes propres à guérir le mal lorſquil ne fait que commencer? ne peut-on pas en arrêter ou en diminuer les progrès? on emploie ordinairement le feu ou les caustiques pour pareille maladie, lorsqu'elle attaque les animaux; n'étoit-ce pas le cas de les tenter sur ces oignons?

J'ai cerné des taches qui étoient des indices certains de la maladie, l'oignon a fleuri & produit des caïeux. C'est encore une expérience que les Cultivateurs confirment par leur usage journalier, car ils ont pour méthode, lorsqu'ils voient des taches brunes sur les oignons, d'ôter avec l'ongle la partie ulcérée, & le mal fait moins de progrès, ils mettent l'oignon en état de reproduire; & si on l'éloigne de la contagion, le caïeu ne se ressent pas des maladies de celui qui lui a donné naissance.

Le moyen qui m'a le mieux réussi, a été de tremper ces oignons dans une liqueur alkaline: les expériences intéressantes & décisives que M. Tillet a faites sur les blés, devoient naturellement me conduire à tenter le même moyen sur les oignons de safran, puisque j'avois cru reconnoître une similitude entre la maladie qui attaque l'une & l'autre plante.

Je pris donc plusieurs oignons de safran, sur lesquels, au mois de Mars, lorsqu'on les levoit de terre, paroissoient des indices non équivoques de cette maladie naissante, je veux parler de ces taches brunes qui sont des preuves certaines de carie: je divisai le nombre de mes oignons, je ne plongeai qu'une moitié dans la lessive alkaline, & je plantai les uns & les autres: mais en des endroits marqués; au mois de Décembre, je levai & les uns & les autres; sur vingt-cinq qui avoient été lessivés, quatre seuls moururent de leur maladie; & de vingt-cinq qui ne reçurent pas cette préparation, six seulement réchappèrent.

J'ai aussi employé avec avantage, & comme remède à cette maladie, la chaux éteinte avec de l'eau; mais je crois devoir préférer la chaux aiguisée par la lessive alkaline, dans laquelle on laisse tremper au moins deux heures les oignons.

Je crois avoir remarqué qu'on diminue le noir des blés, feulement en les lavant dans de l'eau pure; & pouvoir affurer que cette maladie fe déclare en plus grande quantité dans les grains qui fe trouvent avoir été femés entre de groffes mottes, par conféquent plus fréquemment le long des chemins, ou dans des terreins qui ayant été battus par les voitures, &c. fe trouvant en guérets, fe font foulevés en groffes mottes lorfqu'on les a labourés, & dont l'humidité a eu de la peine à fe diffiper; de même auffi pour le fafran, lorfqu'on le plante en fillons dans une terre glate & humide, l'oignon eft plus fujet à cette maladie.

Ceci prouve bien que l'humidité contribue au développement de la maladie, mais n'annonce nullement qu'elle puiffe en être regardée comme étant la caufe première. J'ai bien remarqué encore, que quand un oignon commençoit à être taconné, & que je le laiffois expofé dans un lieu fec & fur une tablette, le mal faifoit des progrès plus lents que dans une terre humide; quelques oignons même fe font rétablis par ce feul moyen.

Je dois dire, & je crois que cela donne encore plus de confiance à mes expériences, & au moyen que je propofe pour guérir la maladie appelée *tacon*, que quelques perfonnes fe font bien trouvées, en mettant leurs oignons dans du marc de raifins, & les y laiffant féjourner pendant quelques jours.

Quoiqu'un oignon vicié dans une partie, donne, ainfi que je l'ai dit, naiffance à un caïeu fain, il ne faut pas en conclure que cette maladie ne fe communique pas, puifqu'ainfi que j'en ai déjà averti, fi ce caïeu porte fur la poudre de l'ancien oignon vicié, s'il en avoifine un autre qui foit carié, cela fuffit pour lui communiquer la maladie, & occafionner fa perte: ceci indique feulement, que la maladie ne fe communique pas par les vaiffeaux féveux, qu'elle femble n'affecter dans le grain, que la partie amidonacée, ainfi que dans l'oignon, mais nullement les tiges & les feuilles s'il y en a de pouffées, ou celles qui fe développent pendant la progreſſion de la carie; & je vois encore ici une ſimilitude marquée avec les blés noirs.

Revenons maintenant à la première maladie, appelée *la mort* par les Cultivateurs; nous avons déjà prévenu qu'on étoit obligé de lever tous les trois ou quatre ans les oignons d'un champ de ſafran, parce que leur multiplication dépendant des caïeux qui ſe forment chaque année au-deſſus ou autour de l'ancien, il s'enſuivroit que ſi on les laiſſoit plus de temps ſans les ſéparer, les oignons ſeroient trop proches les uns des autres, ils épuiſeroient la terre; d'ailleurs, ils ſe trouveroient placés ſans ordre, & la plupart trop près de la ſuperficie du terrein, & périroient. Ces conſidérations néceſſitent donc de les lever, de les ſéparer, & cela ſe pratique vers le mois d'Avril; on les replante enſuite, & en moindre nombre vers le mois de Septembre, & toujours dans un autre terrein.

Ayant trouvé dans le même champ des oignons de ſafran qui étoient taconnés, & en même temps attaqués de la mort, j'ai cru devoir eſſayer ce que feroit ſur eux la liqueur alkaline. Je voyois aiſément ſur ces oignons ces ramifications ou racines de cette tubéroïde ou plante paraſite qu'a décrite M. du Hamel; je commençai par dépouiller ces oignons de leurs enveloppes, & détruiſant les racines de la plante nuiſible, je m'oppoſai à ſa multiplication: cependant je crois pouvoir aſſurer que la liqueur alkaline s'oppoſoit avec autant d'efficacité à ſes progrès que cette opération.

Je propoſe donc, ſans rien changer autre choſe à la culture du ſafran, de lever tous les ans les oignons d'une ſafranière, ce qui ne fait pas une dépenſe conſidérable *(b)*, d'ôter toutes les enveloppes, & avant de les mettre en terre vers le mois de Septembre, de les examiner, de gratter les taches de tacon, de laiſſer tremper pendant deux ou trois heures ceux de ces oignons qui ſeront attaqués de l'une ou de l'autre de

(b) En quatre ou cinq jours, deux perſonnes peuvent lever les oignons de ſafran dans un arpent, & il en faut à peu-près autant pour les planter.

ces maladies, dans une forte leſſive alkaline, à peu-près telle que celle indiquée par M. Tillet, pour les blés de ſemence.

Il eſt aiſé de juger de l'avantage de ma méthode ſur celle uſitée juſqu'ici en Gâtinois. En levant tous les ans les oignons de ſafran, vous ôtez une partie des filamens, & par conſéquent des racines de la tubéroïde, ou mort. Vous viſitez chaque année les oignons, & vous enlevez ceux qui ſont gâtés abſolument par le tacon ou autrement.

On pourra placer chaque année un nombre ſuffiſant, & non excédant, d'oignons, ſuivant la nature & la force du terrein de la ſafranière: ainſi, comme on a vu *(page 92)* que la ſeconde année on recueilloit le plus de ſafran, la troiſième moins que cette ſeconde, & que la première année, c'étoit la plus foible récolte, il ſera poſſible de garnir la terre du même nombre d'oignons qu'elle doit avoir dans la ſeconde année, en les levant tous les ans; l'année d'enſuite on n'y laiſſera que ce même nombre d'oignons, & ainſi des autres: ceci a beſoin d'être expliqué.

Un quartier de terre peut rapporter la première année, ſix livres quatre onces de flèches vertes; la ſeconde année, vingt-cinq livres; la troiſième année, dix-huit livres douze onces: la ſeconde année eſt donc celle du plus grand rapport, & il ſera fort aiſé de s'aſſurer de la quantité d'oignons portant fleurs, qu'une ſafranière contient cette ſeconde année ſans excédant, & ſe règler ſur cette obſervation pour chaque année que je conſeille de relever le ſafran, mettre autant d'oignons dans ce quartier de terre qu'il en auroit contenu la ſeconde année où on l'auroit planté à la manière ordinaire; je ne donne ceci que comme des approximations, & je conſeille de ne pas forcer ſur la quantité d'oignons, étant très-perſuadé qu'en les diminuant, la récolte ſera au moins auſſi abondante: je n'ai pu faire ſur ceci que des expériences en petit, mais je fais mon poſſible pour me procurer la facilité de les répéter en grand, étant perſuadé qu'on ne peut parler poſitivement que de ce qu'on a fait exécuter ſous ſes yeux, & ceci

& ceci me paroissant, comme bien d'autres faits, de nature à ne pouvoir pas conclure du petit au grand. Les Curieux en fleurs de tulipes, de jacinthes, &c. tous les ans relèvent ces oignons, & les laissent sur des tablettes plusieurs mois: il est certain que c'est une opération avantageuse à la plupart des oignons, de les laisser hors de terre pendant quelques mois, & qu'elle l'est principalement à ceux de safran.

Je regarde comme fort aisé d'appliquer le moyen indiqué pour les grains, aux oignons de safran, pour prévenir de cette manière les suites de ces deux maladies si communes aujourd'hui dans les safranières de nos provinces, & qui y occasionnent une perte considérable. On diminuera certainement ainsi la mort; & lorsqu'on s'y prendra à temps, l'on remédiera efficacement au tacon, qui sont les plus cruels fléaux pour les cultivateurs de Safran.

SECOND MÉMOIRE.

SUR LA MALADIE DU SAFRAN, CONNUE SOUS LE NOM DE TACON.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

JE me propose dans ce second Mémoire, de rassembler les rapports que peut avoir le tacon, maladie du safran, avec la carie, maladie qui affecte les blés.

En considérant 1.° l'oignon du safran comme servant à multiplier son espèce, & relativement à la grande quantité d'amidon qu'il contient, on peut le comparer au grain de blé, qui est des grains celui le plus sujet à la carie.

J'aurois donc desiré m'assurer si des oignons de safran qui seroient attaqués de carie, auroient donné des semences cariées; mais cette plante qui fleurit au mois d'Octobre, & dont la graine ne murit point, ne m'a pas permis d'en faire l'expérience dans le climat que nous habitons. La semence dans le blé étant viciée, donne naiſſance à des plantes quelquefois vigoureuſes, mais dont les grains dans les épis ſont cariés : de même auſſi l'oignon de ſafran, quoique carié, ne laiſſe pas de produire des tiges ou pouſſes vigoureuſes.

Il paroît que dans le grain de blé, c'eſt la partie amidonacée qui eſt la première viciée, & qui communique le mal à toutes les autres parties qui conſtituent le grain ; c'eſt auſſi dans l'oignon de ſafran l'amidon qui eſt affecté le premier : mais enſuite le mal gagne, s'étend ſur la pulpe & ſur les organes conſtituans l'oignon ; il détruit tout juſqu'aux enveloppes ou tégumens de la bulbe, qui, dans les derniers périodes de la maladie, ſont auſſi affectés de la contagion : dans la carie des blés, les bâles même qui enveloppent les grains, ſont réduites en pouſſière ou en carie.

Dans le blé, la pouſſière ſeule du grain carié peut communiquer le mal à d'autres grains ſains, & qui ne donnent enſuite des plantes cariées, que parce que cette pouſſière a infecté ce grain. Il en eſt de même de l'oignon de ſafran : ſi la pouſſière d'un oignon carié vient à toucher un oignon ſain, elle lui communique la contagion ; voici les expériences ſur leſquelles j'ai cru pouvoir appuyer cette aſſertion.

J'ai enveloppé un vieil oignon d'une peau ou d'un détriment d'un oignon qui étoit péri du tacon, & qui conſervoit encore la pouſſière à laquelle ſe réduit un oignon de ſafran lorſqu'il eſt au dernier période de cette maladie, cette pouſſière étoit fraîche. Ce vieil oignon, au lieu de perdre par degrés ſa ſubſtance à meſure qu'il donne la nourriture & l'exiſtence au nouvel oignon ou caïeu, s'eſt détruit par parties qui annonçoient l'effet de la carie : cet oignon, avant d'être réduit en pouſſière brune, ainſi que nous l'avons annoncé en décrivant la maladie nommée *tacon,* a ſouvent communiqué le mal au jeune oignon, qui, avec le temps, a eu tous les ſymptômes de la maladie naiſſante, & a péri de la même manière.

L'expérience a été répétée, d'une façon différente.

Dans le temps où le jeune oignon tenoit encore à celui auquel il devoit ſon exiſtence; j'ai enveloppé le jeune caïeu de la coque ou du tégument d'un oignon qui avoit été réduit en pouſſière par la ſuite de la carie, & cet oignon carié venoit d'être tiré de la terre. La maladie a attaqué le jeune oignon; les taches rougeâtres ſe ſont fait apercevoir, le mal a fait des progrès, l'oignon étoit preſque péri avant que l'ancien fût parvenu à ſon dernier terme; car, comme je l'ai dit dans mon premier Mémoire, l'ancien contribue à l'accroiſſement du jeune oignon, & il ne lui donne la première nourriture qu'aux dépens de ſa propre ſubſtance: c'eſt, en empruntant le langage de la Fable, le jeune Phénix qui renaît des cendres de celui de qui il tient l'être; l'ancien périt lorſqu'il a fourni, autant qu'il étoit en lui, l'exiſtence & la première nourriture à celui deſtiné par la Nature à lui ſurvivre. C'eſt ici qu'on ne peut méconnoître cette chaîne qui réunit les êtres, & qu'on voit plus diſtinctement dans cet exemple, parce que ſes anneaux en ſont plus voiſins les uns des autres. Le vieil oignon, je peux le croire, s'eſt détruit auſſi plus promptement qu'il ne l'auroit fait, ſi le jeune ne lui eût pas, pour ainſi dire, inoculé la carie.

Je dois ajouter que les jeunes oignons m'ont paru moins ſuſceptibles de prendre promptement la maladie que les vieux, ce que j'attribue à ce que le jeune oignon eſt moins pourvu d'amidon que l'ancien. La carie du ſafran eſt donc contagieuſe, puiſqu'elle ſe propage par l'attouchement de la pouſſière cariée, lorſque cette pouſſière eſt fraîchement recueillie & appliquée ſur un oignon ſain; j'inſiſte ſur une pouſſière fraîchement ou nouvellement priſe, parce que voyant des contrariétés dans mes réſultats d'expériences, j'ai cru m'être trompé dans ma concluſion, juſqu'à ce que j'aie eu découvert les cauſes de ces différences.

J'ai répété cette expérience de l'une & de l'autre manière dont je viens de l'annoncer; mais l'obſervation connue des Cultivateurs de ſafran viendroit à l'appui de la conſéquence que je viens de tirer, que cette maladie eſt contagieuſe par le ſeul attouchement de la pouſſière ſur l'oignon, ſi on ne regardoit pas encore mes expériences comme déciſives.

Tous les Cultivateurs de ſafran conviennent que quand le tacon ſe met dans les ſafranières, il y fait d'autant plus de tort, que le champ eſt plus garni d'oignons, & que le tacon ſe trouve par canton, dont tous les oignons qui le garniſſent ſont attaqués. Je ſais que cette ſeule obſervation, ſans mes expériences, ne mèneroit pas à la concluſion que je viens de tirer; mais la regardant comme ſervant d'appui à mes expériences ſur le fait, elles ne laiſſeront plus maintenant le moindre doute.

Je dois dire encore, que m'étant ſervi au mois de Mars 1781, de la pouſſière des mêmes oignons cariés, qui aux mois de Septembre & Octobre 1780, avoit communiqué la carie à d'autres oignons, cette même pouſſière n'a plus agi en Mars 1781, ſur de nouveaux oignons qui m'ont ſervi d'épreuves. J'ai encore répété cette expérience en 1782; il faut que la pouſſière pour qu'elle communique la maladie de la carie, ſoit nouvelle. Cette pouſſière au bout d'un temps perd donc cette faculté deſtructive; c'eſt ce que je me propoſe d'examiner avec d'autant plus d'attention que ceux qui ont fait une étude particulière de la carie des blés, ne nous inſtruiſent pas, que je ſache, du temps où la pouſſière des blés cariés ceſſe de communiquer la maladie à des grains de ſemences.

J'ai donné dans mon premier Mémoire, comme remède curatif, après l'avoir employé avec ſuccès ſur des oignons de ſafran plus ou moins cariés, les préparations de chaux & de leſſives alkalines; mais après les avantages que tous les Cultivateurs reconnoiſſent dans ces préparations pour préſerver les blés de la carie, lorſqu'on les a exécutées avec ſoin ſur les ſemences, ſeroit-ce témérité que de regarder aujourd'hui, avant d'en avoir fait l'expérience, ces mêmes préparations employées ſur tous les oignons qu'on mettroit en terre, comme un moyen préſervatif contre la carie du ſafran?

Je crois être autoriſé à croire ces préparations très-avantageuſes, depuis que j'ai éprouvé la grande conformité qui ſe trouve entre la carie de l'oignon de ſafran & la carie des blés.

On ne peut pas croire que dans le grain qu'on sème & qui a le principe de la carie, ce ne ſoit pas la partie amidonacée qui commence à ſe vicier, puiſque la plante germe & pouſſe ſouvent avec la plus grande vigueur; c'eſt auſſi ce qui arrive à l'oignon de ſafran.

Je puis donc comparer la carie qui attaque un grain de blé qu'on jette en terre pour ſemence, & qui a déjà le principe de la maladie par l'approche & l'attouchement de la pouſſière de carie, avec la maladie du tacon de l'oignon de ſafran.

Je ſuis bien éloigné de penſer que la carie des blés n'ait point une origine qui lui ſoit propre, une cauſe première qui lui ſoit particulière quoiqu'elle ſoit encore inconnue à ceux même qui ont le mieux étudié & ſuivi avec le plus de détail les maladies des grains. Mais encore eſt-il certain que non-ſeulement ces préparations empêchent le germe naturel, s'il en eſt un, & quel qu'il ſoit, de ſe développer, mais auſſi qu'elles obvient à ce que cette maladie ſe propage par des ſemences viciées ſeulement par la pouſſière de grains cariés. Tant qu'on regardera comme utiles ou plutôt comme des moyens certains pour préſerver les blés de la carie, les préparations des ſemences telles que nous venons de les indiquer, on ne ſera pas tenté de regarder l'humidité comme cauſe première de la carie; & en ne conſidérant l'humidité que comme ſervant au développement du germe préexiſtant de la maladie, on fera le même raiſonnement pour la carie du ſafran dont juſqu'ici tous les Cultivateurs ont rejeté la ſource ſur le terrein glaiſeux & humide qui donnoit lieu au tacon, tandis que l'eau ne ſerviroit tout au plus, comme je viens de le dire pour le blé, qu'à développer le germe de la maladie. Ils prennent, je crois, l'effet pour la cauſe, l'humidité ne ſervant *peut-être* qu'à développer la maladie, & à lui faire étendre plus promptement ſes progrès. J'ajoute *peut-être*, car j'ai vu des oignons dans de pareils terreins, qui n'étoient pas plus ſujets au tacon que d'autres plantés dans des terreins ſecs : j'en ai élevé ſur des éponges que je tenois humides, qui n'ont point eu de carie, & d'autres qui étant déjà cariés, ne ſe ſont pas détruits plus promptement que ceux que je conſervois dans des terres très-sèches. Combien y a-t-il de maladies qui affectent le corps humain, dont nous ne ſommes pas en état d'aſſigner la première origine? Nous citons peut-être pour quelques-unes ſeulement ce qui peut contribuer à leur développement, comme étant la cauſe première, & ſervant d'origine au mal.

Ne nous flattons donc pas de deviner, ſur ce point de l'économie animale ou végétale, un ſecret que la Nature ſemble nous cacher; contentons-nous des faits, & de ceux qui peuvent nous être plus utiles.

Que nous reſteroit-il à deſirer ſi nous connoiſſions non-ſeulement un remède curatif, lorſque la maladie de la carie n'aura affecté les oignons de ſafran que juſqu'à un certain degré, mais encore un moyen préſervatif, ou au moins très-propre à diminuer beaucoup le nombre des ſujets qui en pourroient être attaqués?

1.° Ce ſont ces moyens que je crois avoir découverts, en conſeillant de lever les oignons de ſafran tous les ans, au lieu de les laiſſer trois ou quatre ans en terre, comme on en a la coutume.

2.° D'éplucher les oignons, c'eſt-à-dire, de leur ôter leur enveloppe.

3.° De gratter ceux qui ſont attaqués de la carie, & aux endroits où on voit les premiers ſymptômes de la maladie.

4.° De les laver tous dans une eau de chaux vive aiguiſée par une leſſive alkaline.

J'ai fait remarquer en outre, qu'on diminueroit ainſi une maladie à laquelle ſont très-ſujets les oignons de ſafran, & qu'on nomme *la mort*. Ces moyens aiſés à pratiquer ne ſont pas coûteux, & il s'agit de conſerver une plante qui exige un terrein qui lui ſoit approprié & convenable, qui ſe loue aujourd'hui fort cher, qui demande une culture pénible &

assidue, & qui hausse de prix, suivant la cherté de toutes les autres denrées & de la main-d'œuvre.

On a vu le prix du safran monter jusqu'à quatre-vingts francs la livre de seize onces; je l'ai vu tomber à quatorze & quinze francs, maintenant (Mars 1782) elle coûte quarante-deux à quarante-quatre francs.

Je travaille à m'assurer, 1.° si la carie n'est pas une maladie propre aux plantes bulbeuses lorsqu'elles sont amidonacées, comme au colchique, muscari, &c.

2.° Si la poussière d'un oignon de safran carié, peut communiquer la maladie à une bulbe de colchique. Les résultats de mes expériences, quels qu'ils soient, feront le sujet d'un autre Mémoire.

Enfin à l'utilité immédiate de mon travail pour les Cultivateurs de safran, j'ose espérer pouvoir en ajouter une seconde non moins réelle, ce sera de découvrir, sur l'oignon de safran, plus aisément qu'on ne l'a pu faire sur le blé, tous les degrés de la maladie appelée *carie;* d'en reconnoître les causes, & par conséquent les moyens les plus efficaces pour en préserver principalement ceux des grains qui sont pour l'homme d'une nécessité première.

EXPLICATION DES FIGURES
Des deux Mémoires.

Fig. 1. Le safran, au mois d'Octobre, où il donne sa fleur; l'oignon, la tige, la fane & sa fleur sont ici représentés.

Fig. 2. La corolle coupée, on y voit les trois étamines & la partie de cette corolle où les étamines sont attachées.

Fig. 3. Le pédicule de la fleur, l'ovaire & le pistil composés de trois stiles ou filets longs, seules parties de la fleur qu'on conserve, sous le nom de *flèches de safran,* & qui entrent dans le commerce.

Fig. 4. L'oignon ou bulbe de safran, recouvert de ses enveloppes.

Fig. 5. Ce même oignon dépouillé de ses enveloppes, coupé afin de faire voir le nouvel oignon qui se forme au bas de la pousse & sur la partie supérieure de la bulbe.

Fig. 6. Un autre oignon coupé, où l'on voit deux pouſſes & deux nouveaux oignons qui commencent à ſe former.

Fig. 7. Un oignon de l'année précédente, auquel ſont adhérens deux jeunes oignons, mais placés latéralement ſur l'ancien.

Fig. 8. Un jeune oignon coupé, dont une racine commence à ſe tuméfier & à produire une nouvelle bulbe.

Fig. 9. Un oignon de deux ans, & preſque détruit, ſurmonté d'un oignon de l'année précédente, qui lui-même donne naiſſance à un nouvel oignon,

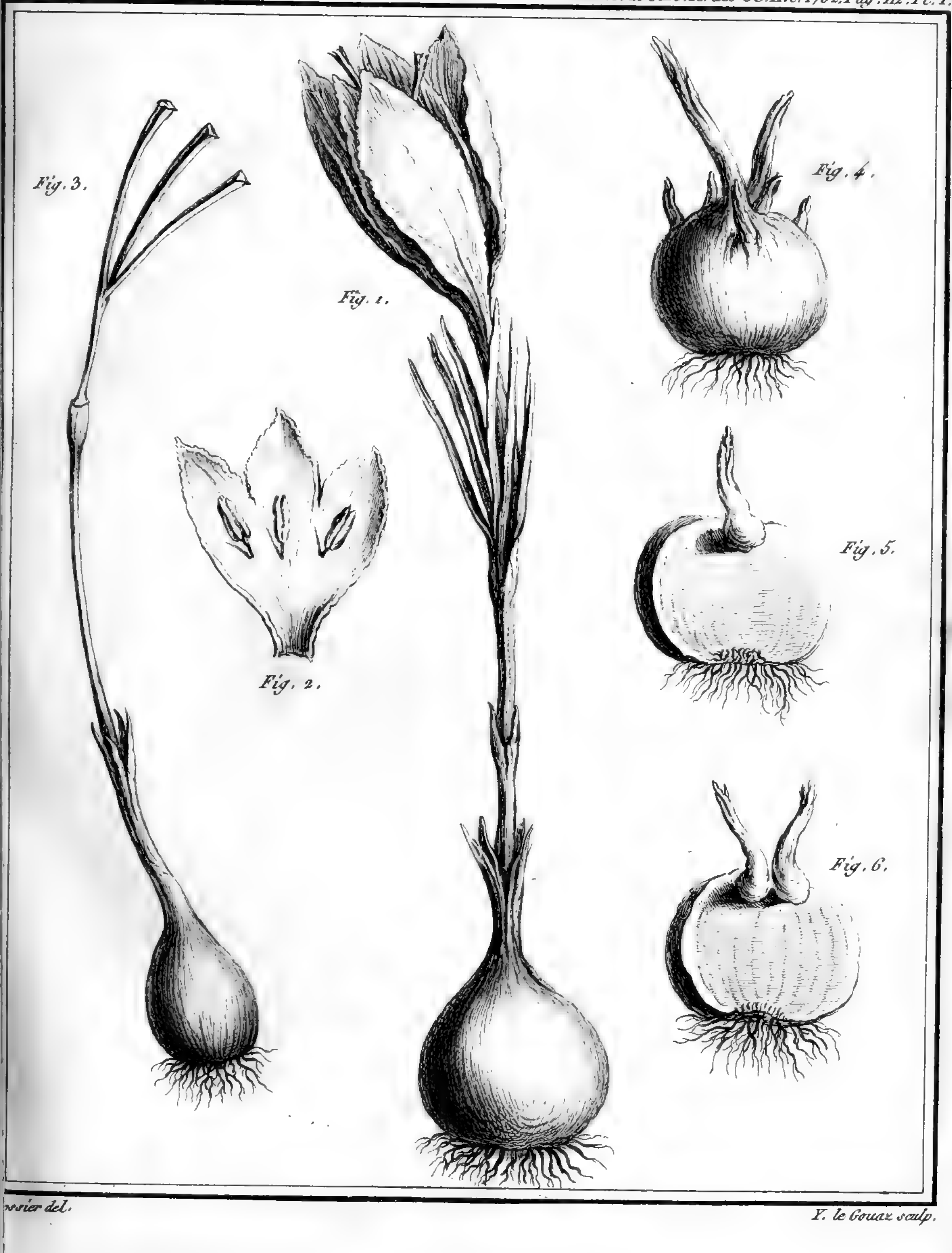
Fig. 10. Pluſieurs oignons de ſafran, détruits par la plante paraſite qu'on nomme *la mort.*

Fig. 11. Un oignon attaqué de la maladie qu'on nomme *tacon;* les cercles indiquent le mal dans ſon premier période.

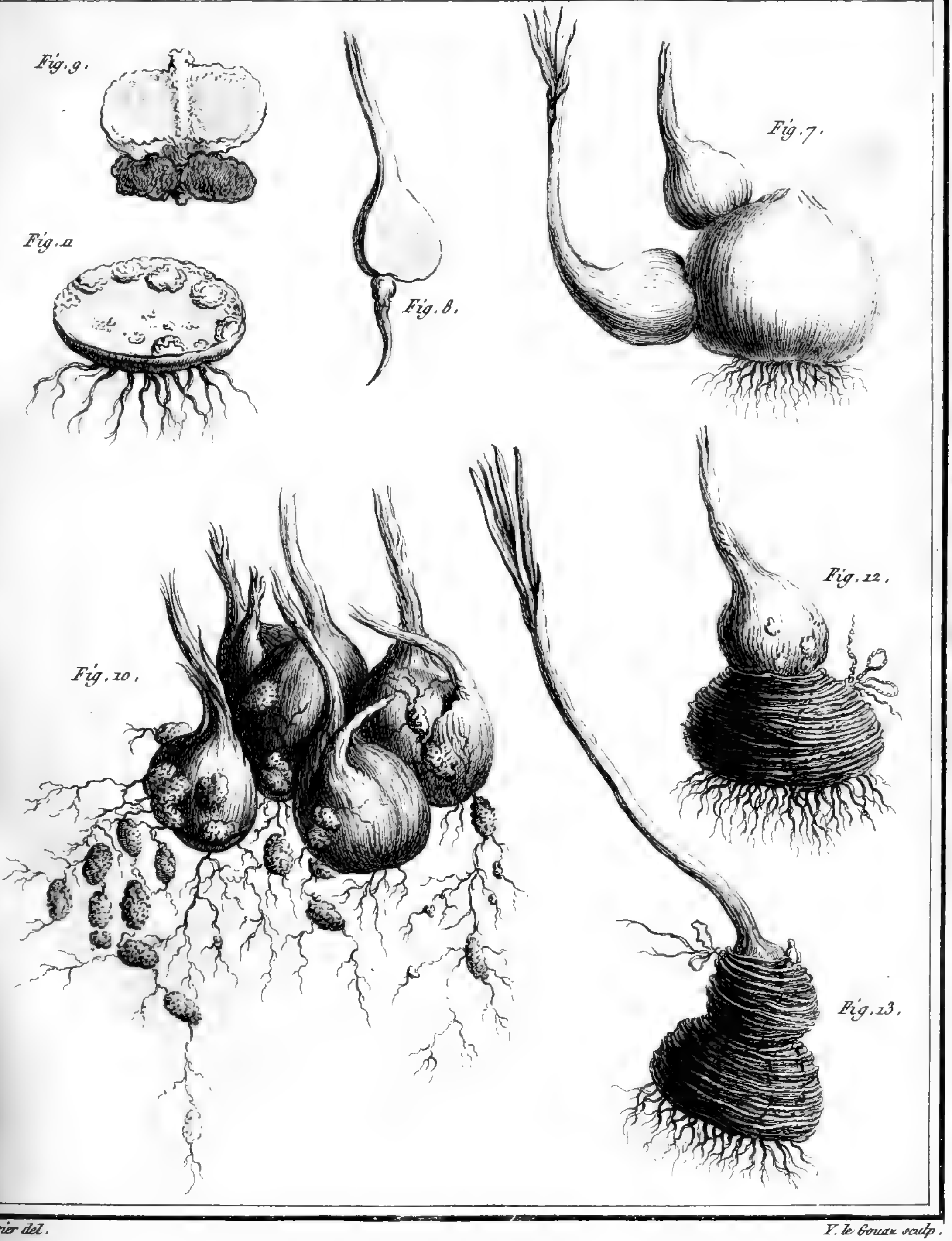
Fig. 12. Expérience faite en enveloppant un vieil oignon du détritus d'un oignon attaqué de carie ou du tacon

Fig. 13. Un jeune oignon de l'année paſſée, recouvert auſſi d'une enveloppe d'oignon péri de la maladie appelée *tacon.*

THÉORIE



ssier del. *Y. le Gouaz sculp.*



Fossier del.

Y. le Gouaz sculp.

THÉORIE
DES ATTRACTIONS DES SPHÉROÏDES
ET DE LA FIGURE DES PLANÈTES.

Par M. DE LA PLACE.

LA matière qui fait l'objet de ces Recherches, a depuis Newton, occupé un grand nombre de Géomètres, & les résultats auxquels ils sont parvenus, sont également intéressans, par l'analyse délicate qu'ils exigent & par leur importance dans le système du Monde. Mais en considérant attentivement les méthodes dont ils ont fait usage, on voit qu'elles laissent plusieurs choses à desirer encore; elles sont pour la plupart, restreintes à des sphéroïdes particuliers, & celles qui sont plus générales, manquent de cette simplicité si desirable dans la manière de traiter les objets compliqués: il m'a paru que sous ce point de vue, on pouvoit perfectionner cette branche importante de la Physique céleste, & j'ose me flatter de présenter aux Géomètres, dans cet Ouvrage, une théorie des attractions des Sphéroïdes, & de la figure des Planètes, plus générale & plus simple que celles qui sont déjà connues.

Il est partagé en cinq sections; dans la première, je donne une théorie complète des attractions des sphéroïdes terminés par des surfaces du second ordre; cette théorie a déjà paru dans l'Ouvrage que j'ai publié sur le mouvement & sur la figure elliptique des Planètes; mais elle est ici présentée d'une manière plus directe & plus simple.

Je considère dans la seconde section, les attractions des sphéroïdes quelconques, & je les fais dépendre d'une équation aux différences partielles du second ordre: cette équation est la base de mes recherches sur la figure des Planètes; elle me conduit d'abord à quelques résultats généraux sur l'expreſſion en ſérie, des attractions des ſphéroïdes; en ſuppoſant enſuite les ſphéroïdes fort approchans de la ſphère, & en combinant ces réſultats avec une équation différentielle qui a lieu à leur ſurface, & dont j'ai tiré autrefois les loix de la peſanteur ſur les ſphéroïdes homogènes en équilibre, je parviens à une expreſſion en ſéries, générale & ſimple, des attractions des ſphéroïdes quelconques très-peu différens de la ſphère, expreſſion qui ſe termine toutes les fois que l'équation de leur ſurface eſt finie & rationnelle. Il eſt aſſez remarquable que cette expreſſion qui par les méthodes ordinaires, exigeroit des intégrations très-compliquées, ſoit donnée ſans aucune intégration, & par la ſeule différentiation des fonctions. Ces recherches ſont l'objet de la troiſième ſection; toute la théorie de la figure des Planètes & de la loi de la peſanteur à leur ſurface, en eſt un ſimple corollaire; il en réſulte que ſi la Planète eſt homogène, elle ne peut être en équilibre que d'une ſeule manière, quelles que ſoient les forces qui l'animent, & qu'ainſi la Terre eſt néceſſairement, dans cette hypothèſe, un ellipſoïde de révolution; mais ce réſultat fondé ſur le développement en ſérie, des attractions des ſphéroïdes, pouvant laiſſer quelques doutes; je le démontre *a priori*, indépendamment des ſuites, & je fais voir en même temps, que dans un grand nombre de cas, un fluide qui recouvre une ſphère, eſt ſuſceptible de pluſieurs états d'équilibre. La méthode des ſéries conduit aux mêmes réſultats; d'où il ſuit que cette méthode a toute la généralité poſſible, & qu'il n'eſt point à craindre qu'aucune figure d'équilibre lui échappe.

Si la Planète eſt hétérogène, ſa figure dépend de celle de ſes couches & de la loi de leurs denſités; la peſanteur à ſa ſurface, dépend des mêmes données; mais en combinant les équations qui déterminent la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde, & ſa figure, je parviens à une relation entre ces deux quantités, indépendante de la conſtitution intérieure du ſphéroïde, & qui, lorſqu'on aura un nombre ſuffiſant d'obſervations ſur la grandeur des degrés terreſtres & ſur la longueur du pendule, pourra fournir une nouvelle confirmation du principe de la pesanteur universelle. Je fais voir que dans l'état actuel de nos connoissances, ce principe satisfait aussi-bien qu'on peut le desirer, à tous les phénomènes qui dépendent de la figure de la Terre.

Pour compléter cette théorie de la figure des Planètes, il reste à déterminer les conditions qui donnent un équilibre ferme; dans cette vue, je considère les oscillations d'un fluide de peu de profondeur, qui recouvre une sphère. M. d'Alembert en a fait l'objet de ses savantes Recherches sur la cause des vents; mais cet illustre Auteur n'a résolu que le cas où le fluide est tiré de l'état de repos, par l'attraction d'un astre immobile. Environ trente ans après, aidé des progrès que l'analyse & la théorie des fluides avoient faits dans cet intervalle, je repris le même problème, & j'en donnai la solution, en supposant à l'astre attirant, un mouvement quelconque dans l'espace; mais l'imperfection de la théorie des attractions des sphéroïdes, ne me permit pas alors de m'élever à la considération générale des oscillations du fluide, quels que fussent son état & son ébranlement primitifs. Les nouvelles recherches dont je viens de parler, m'ont conduit à une solution complète de ce problème; les conditions de la stabilité de l'équilibre du fluide, étant données par celles qui rendent ses oscillations périodiques, je trouve que cette stabilité exige que la densité du fluide soit moindre que celle de la sphère qu'il recouvre; condition différente de celle que les Géomètres ont donnée pour cet objet, mais qui s'accorde avec ce que j'ai trouvé dans nos Mémoires pour l'année 1776, en ayant égard au mouvement de rotation du sphéroïde. L'équilibre des eaux de la mer, que les vents & un grand nombre d'autres causes agitent d'une manière fort irrégulière, ne seroit donc pas ferme, si leur densité étoit égale ou plus grande que celle du globe terrestre; ainsi quand même les observations faites sur l'attraction des montagnes, ne nous auroient pas appris que cette densité est plus petite, la stabilité de l'équilibre de la mer, eût suffi pour nous en convaincre.

Cet Ouvrage est entièrement fondé sur le calcul aux différences partielles; j'ai montré dans nos Mémoires pour l'année 1777, son utilité dans le développement des fonctions en séries; les nouveaux usages que je présente ici de ce même calcul, serviront à faire voir de plus en plus son importance dans l'analyse.

PREMIÈRE SECTION.

Des attractions des Sphéroïdes terminés par des surfaces du second ordre.

I.

L'ÉQUATION générale des surfaces du second ordre, rapportées à trois coordonnées orthogonales, est

$$0 = A + Bx + Cy + E.z + Fx^2 + Hxy + Ly^2 + M.xz + N.yz + O.z^2.$$

Le changement de l'origine des coordonnées introduit trois arbitraires, puisque la position de cette nouvelle origine par rapport à la première, dépend de trois coordonnées arbitraires; le changement de la position des coordonnées autour de leur origine, introduit trois angles arbitraires; en faisant donc changer à la fois, dans l'équation précédente, les coordonnées, d'origine & de position, on aura une nouvelle équation du second degré, dont les coéfficiens seront fonctions des précédens & de six arbitraires; si l'on égale ensuite à zéro, les coéfficiens des premières puissances des coordonnées & de leurs produits deux à deux, on déterminera ces arbitraires, & l'équation générale du second ordre prendra cette forme très-simple,

$$x^2 + my^2 + nz^2 = k^2;$$

c'est sous cette forme que nous allons la considérer.

Nous n'aurons égard dans ces recherches, qu'aux solides terminés par des surfaces finies, ce qui suppose m & n positifs, & dans ce cas le solide est un ellipsoïde dont les trois demi-axes sont égaux aux variables x, y, z, lorsqu'on ſuppoſe deux d'entr'elles, égales à zéro ; on aura ainſi k, $\frac{k}{\surd(m)}$ & $\frac{k}{\surd(n)}$ pour ces trois demi-axes reſpectivement parallèles aux x, aux y & aux z; & la ſolidité de l'ellipſoïde ſera $\frac{4\,\pi.k^3}{3.\surd(mn)}$, en déſignant par π, comme nous le ferons toujours dans la ſuite, le rapport de la demi-circonférence au rayon.

I I.

Pour déterminer l'attraction d'un pareil ſphéroïde, ſur un point quelconque ; ſoit A l'attraction du ſphéroïde ſur ce point, décompoſée parallèlement à l'axe des x; B cette attraction décompoſée parallèlement à l'axe des y; & C cette même attraction décompoſée parallèlement à l'axe des z; ſoient encore a, b, c, les trois coordonnées du point attiré, parallèlement à ces axes ; x, y, z, celles d'une molécule ∂M du ſphéroïde ; r un rayon mené de cette molécule au point attiré ; p le complément de l'angle que forme ce rayon, avec le plan des y & des z; & q l'angle que forme la projection de ce rayon ſur ce plan, avec l'axe des y; on aura

$$x = a - r.\text{coſ.}\,p;$$
$$y = b - r.\text{ſin.}\,p.\text{coſ.}\,q;$$
$$z = c - r.\text{ſin.}\,p.\text{ſin.}\,q.$$

La molécule ∂M eſt égale au parallélipipède rectangle dont les trois dimenſions ſont ∂r, $r\partial p$ & $r\,dq.\text{ſin.}\,p$, & dont la maſſe eſt par conſéquent $r^2.\partial r.\partial p.\partial q.\text{ſin.}\,p$; pour avoir ſon attraction parallèlement aux axes des x, des y & des z, il faut la multiplier reſpectivement par coſ. p, ſin. p.coſ. q, ſin. p.ſin. q, & diviſer ces produits par r^2; on aura ainſi, en prenant la ſomme de toutes les attractions relatives à chaque molécule du ſphéroïde,

$$A = \iiint \partial r.\partial p.\partial q.\ \text{ſin.}\,p.\text{coſ.}\ p;$$
$$B = \iiint \partial r.\partial p.\partial q.\text{ſin.}\,p^2.\ \text{coſ.}\ q;$$
$$C = \iiint \partial r.\partial p.\partial q.\text{ſin.}\,p^2.\ \text{ſin.}\,q;$$

Les intégrations ſont faciles, relativement à r; mais elles ſont différentes, ſuivant que le point attiré eſt dans l'intérieur ou au dehors du ſphéroïde: dans le premier cas, la droite qui paſſant par le point attiré, traverſe le ſphéroïde, eſt diviſée en deux parties par ce point; & ſi l'on nomme r & r' ces deux parties, on aura

$$A = \int\int (r' + r) . \partial p . \partial q . \text{ſin}. p . \text{coſ}. p;$$
$$B = \int\int (r' + r) . \partial p . \partial q . \text{ſin}. p^2 . \text{coſ}. q;$$
$$C = \int\int (r' + r) . \partial p . \partial q . \text{ſin}. p^2 . \text{ſin}. q;$$

les intégrales relatives à p & à q, devant être priſes depuis p & q, égaux à zéro, juſquà p & q, égaux à 180 degrés. Dans le ſecond cas, ſi l'on nomme toujours r, le rayon r à ſon entrée dans le ſphéroïde, & r' ce même rayon à ſa ſortie, on aura

$$A = \int\int (r' - r) . \partial p . \partial q . \text{ſin}. p . \text{coſ}. p;$$
$$B = \int\int (r' - r) . \partial p . \partial q . \text{ſin}. p^2 . \text{coſ}. q;$$
$$C = \int\int (r' - r) . \partial p . \partial q . \text{ſin}. p^2 . \text{ſin}. q;$$

les limites des intégrales relatives à p & à q, devant être fixées aux points où l'on a $r' - r = 0$, c'eſt-à-dire, où le rayon r eſt tangent à la ſurface du ſphéroïde. Il ne s'agit plus maintenant que de ſubſtituer dans ces expreſſions, au lieu de r & de r', leurs valeurs en p & en q, données par l'équation du ſphéroïde.

Pour cela, nous obſerverons que ſi l'on met dans l'équation générale $x^2 + my^2 + nz^2 = k^2$, au lieu de x, y, z, leurs valeurs précédentes, on aura

$$\begin{aligned} &r^2 . (\text{coſ}.p^2 + m . \text{ſin}.p^2 . \text{coſ}.q^2 + n . \text{ſin}.p^2 . \text{ſin}.q^2) \\ &- 2r . (a . \text{coſ}.p + mb . \text{ſin}.p . \text{coſ}.q + nc . \text{ſin}.p . \text{ſin}.q) \\ &\qquad = k^2 - a^2 - mb^2 - nc^2, \end{aligned}$$

en ſorte que ſi l'on ſuppoſe

$$L = \text{coſ}.\ p^2 + m . \text{ſin}.\ p^2 . \text{coſ}.\ q^2 + n . \text{ſin}. p^2 . \text{ſin}.\ q^2,$$
$$I = a . \text{coſ}.p + m b . \text{ſin}.\ p . \text{coſ}.\ q + n c . \text{ſin}.\ p . \text{ſin}.\ q,$$
$$R = I^2 + (k^2 - a^2 - mb^2 - nc^2) . L,$$

on aura

$$r = \frac{I \pm \sqrt{(R)}}{L};$$

d'où l'on tire r' en prenant le radical en plus, & r en le prenant en moins; on aura donc $r' + r = \frac{2I}{L}$, $r' - r = \frac{2.\sqrt{(R)}}{L}$; ce qui donne relativement aux points intérieurs du ſphéroïde,

$$A = 2\int\int\frac{\partial p.\partial q.I.\text{ſin}.p.\text{coſ}.p}{L};$$

$$B = 2\int\int\frac{\partial p.\partial q.I.\text{ſin}.p^2.\text{coſ}.q}{L};$$

$$C = 2\int\int\frac{\partial p.\partial q.I.\text{ſin}.p^2.\text{ſin}.q}{L};$$

& relativement aux points extérieurs,

$$A = 2\int\int\frac{\partial p.\partial q.\text{ſin}.p.\text{coſ}.p.\sqrt{(R)}}{L};$$

$$B = 2\int\int\frac{\partial p.\partial q.\text{ſin}.p^2.\text{coſ}.q.\sqrt{(R)}}{L};$$

$$C = 2\int\int\frac{\partial p.\partial q.\text{ſin}.p^2.\text{ſin}.q.\sqrt{(R)}}{L};$$

ces trois dernières intégrales étant priſes entre les limites qui correſpondent à $\sqrt{(R)} = 0$.

Si l'on nomme V, la ſomme de toutes les molécules du ſphéroïde, diviſées par leurs diſtances à un point extérieur; on aura

$$V = \int\frac{\partial M}{r} = \int\int\int r\partial r.\partial p\partial q.\text{ſin}.p = \tfrac{1}{2}\int\int(r'^2 - r^2).\partial p\partial q.\text{ſin}.p,$$

& ſi l'on ſubſtitue au lieu de r & de r' leurs valeurs, on aura

$$V = 2\int\int\frac{\partial p.\partial q.\text{ſin}.p.I.\sqrt{(R)}}{L^2}.$$

III.

Les expreſſions relatives aux points intérieurs, étant les plus ſimples, nous allons commencer par les conſidérer. Nous obſerverons d'abord, que le demi-axe k du ſphéroïde, n'entre point dans les valeurs de I & de L; les valeurs de A, B, C, en ſont par conſéquent indépendantes; d'où il ſuit que l'on peut augmenter à volonté, les couches du ſphéroïde, ſupérieures au point attiré, ſans changer l'attraction du ſphéroïde ſur ce point, pourvu que les valeurs de m & de n ſoient conſtantes. De-là réſulte ce théorème,

Un point placé dans l'intérieur d'une couche elliptique, dont les ſurfaces intérieures & extérieures ſont ſemblables & ſemblablement ſituées, eſt également attiré de toutes parts.

Reprenons maintenant la valeur de A; ſi l'on y ſubſtitue au lieu de I & de L, leurs valeurs, elle devient

$$A = 2\iint \frac{\partial p . \partial q . \text{ſin.} p . \text{coſ.} p . (a . \text{coſ.} p + mb . \text{ſin.} p . \text{coſ.} q + nc . \text{ſin.} p . \text{ſin.} q)}{\text{coſ.} p^2 + m . \text{ſin.} p^2 . \text{coſ.} q^2 + n . \text{ſin.} p^2 . \text{ſin.} q^2};$$

Les intégrales relatives à p & à q étant priſes depuis p & q égaux à zéro, juſqu'à p & q égaux à 180 degrés; il eſt clair que l'on a généralement $\int P \partial p . \text{coſ.} p = 0$, P étant une fonction rationnelle de $\text{ſin.} p$ & de $\text{coſ.} p^2$; par ce qu'à égale diſtance de 90 degrés, les valeurs de $P . \text{coſ.} p$ ſont égales & de ſignes contraires; on aura donc

$$A = 2a . \iint \frac{\partial p . \partial q . \text{ſin.} p . \text{coſ.} p^2}{\text{coſ.} p^2 + m . \text{ſin.} p^2 . \text{coſ.} q^2 + n . \text{ſin.} p^2 . \text{ſin.} q^2};$$

& ſi l'on intègre par rapport à q, on trouvera par les méthodes connues,

$$A = \frac{2a\pi}{\sqrt{(mn)}} . \int \frac{\partial p . \text{ſin.} p . \text{coſ.} p^2}{\sqrt{[(1 + \frac{1-m}{m} . \text{coſ.} p^2) . (1 + \frac{1-n}{n} . \text{coſ.} p^2)]}};$$

l'intégrale devant être priſe depuis $\text{coſ.} p = 1$, juſqu'à $\text{coſ.} p = -1$. Si l'on fait $\text{coſ.} p = x$, & que l'on obſerve

observe que la masse M du sphéroïde étant $\frac{4\pi . k^3}{3\sqrt{(mn)}}$, on a $\frac{4\pi}{\sqrt{(mn)}} = \frac{3M}{k^3}$; on aura

$$A = \frac{3aM}{k^3} . \int \frac{x^2 \partial x}{\sqrt{[(1 + \frac{1-m}{m} . x^2) . (1 + \frac{1-n}{n} . x^2)]}};$$

l'intégrale étant prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$.

En intégrant de la même manière, les expressions de B & de C, on les réduiroit à de simples intégrales; mais il est plus facile de conclure ces intégrales, de l'expression de A; pour cela, on observera qu'elle peut être considérée comme une fonction des quatre quantités a, k^2, $\frac{k^2}{m}$, $\frac{k^2}{n}$; & qu'en nommant k'^2, le carré du demi-axe parallèle à b, & par conséquent $k'^2 . m$ & $\frac{k'^2 . m}{n}$, les carrés des deux autres demi-axes; B est pareille fonction de b, k'^2, $k'^2 . m$, $\frac{k'^2 . m}{n}$; il faut donc pour avoir B, changer dans l'expression de A, a en b, k en k' ou $\frac{k}{\sqrt{(m)}}$, m dans $\frac{1}{m}$, & n dans $\frac{n}{m}$; ce qui donne

$$B = \frac{3bM}{k^3} . \int \frac{m^{\frac{3}{2}} . x^2 \partial x}{\sqrt{\{[1 + (m-1)x^2] . (1 + \frac{m-n}{n} . x^2)\}}}.$$

Soit $x = \frac{t}{\sqrt{[m + (1-m) . t^2]}}$, on aura

$$B = \frac{3bM}{k^3} . \int \frac{t^2 . \partial t}{(1 + \frac{1-m}{m} . t^2)^{\frac{3}{2}} . (1 + \frac{1-n}{n} . t^2)^{\frac{1}{2}}};$$

l'intégrale relative à t devant être prise, comme l'intégrale relative à x, depuis $t = 0$ jusqu'à $t = 1$, parce que $x = 0$ donne $t = 0$, & que $x = 1$ donne $t = 1$;

il ſuit de-là, que ſi l'on ſuppoſe

$$\frac{1-m}{m} = \mu^2; \quad \frac{1-n}{n} = \mu'^2,$$

$$F = \int \frac{x^2 \partial x}{\surd[(1+\mu^2 . x^2).(1+\mu'^2 . x^2]},$$

on aura

$$B = \frac{3bM}{k^3} . (\frac{\partial F \mu}{\partial \mu}).$$

Si l'on change dans cette expreſſion, b en c, & μ en μ', on aura la valeur de C: les attractions A, B, C du ſphéroïde, parallèlement à ſes trois axes, ſeront ainſi données par les formules ſuivantes,

$$A = \frac{3a.M}{k^3}.F; \; B = \frac{3b.M}{k^3}.(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}); \; C = \frac{3c.M}{k^3}.(\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'}).$$

On doit obſerver que ces expreſſions ayant lieu pour tous les points intérieurs, & par conſéquent pour les points infiniment voiſins de la ſurface, elles ont lieu pour ceux de la ſurface elle-même. La détermination de ces attractions ne dépend que de la valeur de F; mais quoique cette valeur ſoit une intégrale définie, elle a cependant toute la difficulté de l'intégrale indéfinie, lorſque μ & μ' ſont indéterminés; car, ſi l'on repréſente l'intégrale définie priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = 1$, par $\varphi(\mu^2, \mu'^2)$; il eſt facile de s'aſſurer que l'intégrale indéfinie ſera $x^3 . \varphi(\mu^2 . x^2, \mu'^2 . x^2)$, en ſorte que la première étant donnée, la ſeconde l'eſt pareillement. L'intégrale indéfinie n'eſt poſſible que lorſque l'une des quantités μ & μ' eſt nulle, ou lorſqu'elles ſont égales; dans ces deux cas, l'ellipſoïde eſt de révolution, & k ſera ſon demi-axe de révolution ſi μ & μ' ſont égaux: on a dans ce dernier cas,

$$F = \int \frac{x^2 . \partial x}{1 + \mu^2 . x^2} = \frac{1}{\mu^3} . (\mu - \text{ang. tang. } \mu);$$

pour en conclure les différences partielles $\left(\frac{\partial . F\mu}{\partial \mu}\right)$ & $\left(\frac{\partial . F\mu'}{\partial \mu'}\right)$, qui entrent dans les expressions de B & de C, on observera que

$$\partial F = \left(\frac{\partial F}{\partial \mu}\right) . \partial \mu + \left(\frac{\partial F}{\partial \mu'}\right) . \partial \mu' = \frac{1}{\mu} . \left(\frac{\partial F \mu}{\partial \mu}\right) . \partial \mu + \frac{1}{\mu'} . \left(\frac{\partial F \mu'}{\partial \mu'}\right) - F\left(\frac{\partial \mu}{\mu} + \frac{\partial \mu'}{\mu'}\right);$$

or on a, lorsque $\mu = \mu'$, $\left(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}\right) = \left(\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'}\right)$; partant

$$\left(\frac{\partial F \mu}{\partial \mu}\right) . \partial \mu = \tfrac{1}{2} \mu \partial F + F \partial \mu = \frac{1}{2\mu} . \partial . F\mu^2.$$

En substituant au lieu de F sa valeur, on aura

$$\left(\frac{\partial F \mu}{\partial \mu}\right) = \frac{1}{2\mu^3} . \left(\text{ang. tang.}\, \mu - \frac{\mu}{1+\mu^2}\right);$$

on aura donc, relativement aux ellipsoïdes de révolution,

$$A = \frac{3a . M}{k^3 . \mu^3} . (\mu - \text{ang. tang.}\, \mu);$$

$$B = \frac{3b . M}{2k^3 . \mu^3} . \left(\text{ang. tang.}\, \mu - \frac{\mu}{1+\mu^2}\right);$$

$$C = \frac{3c . M}{2k^3 . \mu^3} . \left(\text{ang. tang.}\, \mu - \frac{\mu}{1+\mu^2}\right).$$

IV.

CONSIDÉRONS maintenant l'attraction du sphéroïde sur un point extérieur; cette recherche présente de plus grandes difficultés que la précédente, à cause du radical $\sqrt{(R)}$ qui entre dans l'expression des attractions, & qui rend les intégrations impossibles: il faut recourir alors à des artifices particuliers; celui dont je vais faire usage, m'a paru mériter l'attention des Géomètres, tant par sa singularité, que par l'utilité dont il peut être dans des circonstances semblables.

Si l'on désigne par V, la somme de toutes les molécules du sphéroïde, divisées par leurs distances respectives au point attiré; que l'on nomme x, y, z les coordonnées d'une molécule

∂M du ſphéroïde, & a, b, c, celles du point attiré; on aura

$$V = \int \frac{\partial M}{\sqrt{[(a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2]}}.$$

En déſignant enſuite par A, B, C, les attractions du ſphéroïde, parallèlement aux axes des x, des y & des z, on aura

$$A = \int \frac{(a-x).\partial M}{[(a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2]^{\frac{3}{2}}} = -\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right);$$

on aura pareillement $B = -\left(\frac{\partial V}{\partial b}\right)$; $C = -\left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)$; d'où il ſuit généralement que ſi l'on connoît V, il ſera facile d'en conclure par la ſeule différenciation, l'attraction du ſphéroïde, parallèlement à une droite quelconque a, en conſidérant cette droite comme une des coordonnées rectangles du point attiré.

La valeur précédente de V, réduite en ſérie, devient

$$V = \int \frac{\partial M}{\sqrt{(a^2+b^2+c^2)}} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{(2ax + 2by + 2cz - x^2 - y^2 - z^2)}{a^2 + b^2 + c^2} \\ + \frac{3}{8} \cdot \frac{(2ax + 2by + 2cz - x^2 - y^2 - z^2)^2}{(a^2 + b^2 + c^2)^2} \\ + \&c. \end{array} \right\};$$

cette ſuite eſt aſcendante relativement aux dimenſions du ſphéroïde, & deſcendante relativement aux coordonnées du point attiré; & ſi l'on n'a égard qu'à ſon premier terme, ce qui ſuffit lorſque le point attiré eſt à une très-grande diſtance, on aura $V = \frac{M}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}}$, M étant la maſſe entière du ſphéroïde. Cette expreſſion ſera plus exacte encore, ſi l'on place l'origine des coordonnées au centre de gravité du ſphéroïde, car on a par la propriété de ce centre, $\int x.\partial M = 0$, $\int y.\partial M = 0$, $\int z.\partial M = 0$; en ſorte que ſi l'on conſidère le rapport des dimenſions du ſphéroïde, à ſa diſtance au point attiré, comme une très-petite quantité du premier ordre; l'équation $V = \frac{M}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}}$, ſera exacte aux quantités près du troisième ordre. Nous allons présentement chercher une expression rigoureuse de V, relativement aux sphéroïdes elliptiques.

V.

POUR cela, reprenons les valeurs de V, A, B, & C de l'*article II.*

$$V = 2 \cdot \int\int \frac{\partial p . \partial q . \text{fin.} p . I . \sqrt{(R)}}{L^2}; \quad A = 2 . \int\int \frac{\partial p . \partial q . \text{fin.} p . \text{cof.} p . \sqrt{(R)}}{L};$$

$$B = 2 . \int\int \frac{\partial p . \partial q . \text{fin.} p^2 . \text{cof.} q . \sqrt{(R)}}{L}; \quad C = 2 . \int\int \frac{\partial p . \partial q . \text{fin.} p^2 . \text{fin.} q . \sqrt{(R)}}{L}.$$

Puisqu'aux limites de ces intégrales, on a $\sqrt{(R)} = 0$, il est clair qu'en prenant les premières différences de V, A, B & C, par rapport à l'une quelconque des six quantités, a, b, c, k, m & n, on peut se dispenser d'avoir égard aux variations des limites, en sorte que l'on a, par exemple,

$$\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right) = 2 \int\int \partial p . \partial q . \text{fin.} p . \left(\frac{\partial . \frac{I\sqrt{(R)}}{L^2}}{\partial a} \right);$$

cela posé, il est facile de s'assurer par la différenciation, que si pour abréger, on fait $aA + bB + cC = F$, on aura entre les quatre quantités F, B, C & V, l'équation suivante aux différences partielles,

$$0 = (a^2 + b^2 + c^2) . \left\{ \begin{array}{l} V - \frac{1}{2} . \left[a . \left(\frac{\partial V}{\partial a}\right) + b . \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right) + c . \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right) \right] \\ - F + \frac{1}{2} . \left[a . \left(\frac{\partial F}{\partial a}\right) + b . \left(\frac{\partial F}{\partial b}\right) + c . \left(\frac{\partial F}{\partial c}\right) \right] \end{array} \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} . k^3 . \left(\frac{\partial F}{\partial k}\right) - k^2 . \left\{ F - \frac{1}{2} . \left[a . \left(\frac{\partial V}{\partial a}\right) + b . \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right) + c . \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right) \right] \right\}$$

$$+ k^2 . \frac{m-1}{m} . b . \left[\left(\frac{\partial F}{\partial b}\right) - \frac{1}{2} . \left(\frac{\partial V}{\partial b}\right) - B \right]$$

$$+ k^2 . \frac{n-1}{n} . c . \left[\left(\frac{\partial F}{\partial c}\right) - \frac{1}{2} . \left(\frac{\partial V}{\partial c}\right) - C \right]$$

$$- k^2 . (m-1) . \left(\frac{\partial F}{\partial m}\right) - k^2 . (n-1) . \left(\frac{\partial F}{\partial n}\right).$$

On peut éliminer de cette équation, les quantités B, C & F, en y ſubſtituant leurs valeurs $-\left(\frac{\partial V}{\partial b}\right)$, $-\left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)$, & $-a.\left(\frac{\partial V}{\partial a}\right)-b.\left(\frac{\partial V}{\partial b}\right)-c.\left(\frac{\partial V}{\partial c}\right)$; on aura ainſi une équation aux différences partielles en V ſeul. Soit donc

$$V=\frac{4\pi.k^3}{3.\sqrt{(mn)}}.v=M.v,$$

M étant par l'*article I*, la maſſe du ſphéroïde elliptique; & au lieu des variables m & n, introduiſons celles-ci θ & ϖ, qui ſont telles que

$$\theta=k^2.\frac{1-m}{m};\ \varpi=k^2.\frac{1-n}{n};$$

nous aurons

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial k}\right)=\frac{2\theta}{k};\ \left(\frac{\partial\varpi}{\partial k}\right)=\frac{2\varpi}{k};\ \left(\frac{\partial\theta}{\partial m}\right)=-\frac{k^2}{m^2};\ \left(\frac{\partial\varpi}{\partial n}\right)=-\frac{k^2}{n^2};$$

ce qui donne

$$k.\left(\frac{\partial V}{\partial k}\right)=M.\left[2\theta.\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}\right)+2\varpi.\left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right)+3v+k.\left(\frac{\partial v}{\partial k}\right)\right];$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial m}\right)=-M.\left[\frac{k^2}{m^2}.\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}\right)+\frac{v}{2m}\right];$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)=-M.\left[\frac{k^2}{n^2}.\left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right)+\frac{v}{2n}\right].$$

Cela poſé, l'équation précédente deviendra en y ſubſtituant $\frac{k^2}{k^2+\theta}$, au lieu de m; $\frac{k^2}{k^2+\varpi}$, au lieu de n, & en ſuppoſant $Q=a.\left(\frac{\partial v}{\partial a}\right)+b.\left(\frac{\partial v}{\partial b}\right)+c.\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right)$,

$$\left.\begin{array}{l} 0 = (a^2+b^2+c^2).\left\{v+\tfrac{1}{2}.Q-\tfrac{1}{2}\left[a.\left(\frac{\partial Q}{\partial a}\right)+b.\left(\frac{\partial Q}{\partial b}\right)+c.\left(\frac{\partial Q}{\partial c}\right)\right]\right\} \\ \quad +\theta^2.\left(\frac{\partial Q}{\partial \theta}\right)+\varpi^2.\left(\frac{\partial Q}{\partial \varpi}\right)-\frac{k^3}{2}.\left(\frac{\partial Q}{\partial k}\right)+\tfrac{1}{2}.(\theta+\varpi).Q \\ \quad +b\theta.\left(\frac{\partial Q}{\partial b}\right)+c\varpi.\left(\frac{\partial Q}{\partial c}\right)-\tfrac{1}{2}.b\theta.\left(\frac{\partial v}{\partial b}\right)-\tfrac{1}{2}.c\varpi.\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right) \end{array}\right\}; \quad (1)$$

VI.

CONCEVONS maintenant la fonction v réduite dans une suite ascendante par rapport aux dimensions k, $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$ du sphéroïde, & par conséquent descendante relativement aux quantités a, b & c; cette suite sera de la forme suivante,

$$v = U^{(0)} + U^{(1)} + U^{(2)} + U^{(3)} + \text{\&c.}$$

$U^{(0)}$, $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. étant des fonctions homogènes de a, b, c, k, $\sqrt{(\theta)}$, $\sqrt{(\varpi)}$, & séparément homogènes relativement aux trois premières & aux trois dernières de ces six quantités; les dimensions relatives aux trois premières allant toujours en diminuant, & les dimensions relatives aux trois dernières croissant sans cesse. Ces fonctions sont toutes de la même dimension que v; or V étant la somme des molécules du sphéroïde, divisées par leurs distances au point attiré, & chaque molécule étant de trois dimensions, V est de deux dimensions; donc v étant égal à V divisé par la masse M du sphéroïde, il sera de la dimension -1.

Si l'on substitue dans l'équation (1), au lieu de v, sa valeur précédente en série; que l'on nomme s, la dimension de $U^{(i)}$ en k, $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$, & par conséquent $-s-1$, sa dimension en a, b, c; si l'on nomme pareillement s', la dimension de $U^{(i+1)}$ en k, $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$, & par conséquent $-s'-1$, sa dimension en a, b & c; si l'on considère ensuite que, par la nature des fonctions homogènes, on a

$$a.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial a}\right)+b.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial b}\right)+c.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial c}\right)=-(s+1).U^{(i)};$$

$$a.\left(\frac{\partial U^{(i+1)}}{\partial a}\right)+b.\left(\frac{\partial U^{(i+1)}}{\partial b}\right)+c.\left(\frac{\partial U^{(i+1)}}{\partial c}\right)=-(s'+1).U^{(i+1)};$$

on aura, en rejetant les termes d'une dimenſion en k', $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$, ſupérieure à celle des termes que l'on conſerve

$$U^{(i+1)}=\frac{\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2}.(s+1).k^3.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial k}\right)-(s+1).\theta^2.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \theta}\right)\\ -(s+1).\varpi^2.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \varpi}\right)-\left(\frac{s+1}{2}\right).(\theta+\varpi).U^{(i)}\\ -(s+\frac{1}{2}).b\theta.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial b}\right)-(s+\frac{1}{2}).c\varpi.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial c}\right)\end{array}\right\}}{s'.\frac{s'+3}{2}.(a^2+b^2+c^2)}; \quad (2)$$

Cette équation donne la valeur de $U^{(i+1)}$, au moyen de $U^{(i)}$, & de ſes différences partielles : or, on a

$$U^{(0)}=\frac{1}{(a^2+b^2+c^2)^{\frac{1}{2}}},$$

puiſqu'en n'ayant égard qu'au premier terme de la ſérie, nous avons trouvé dans l'*article IV*, $V=\frac{M}{(a^2+b^2+c^2)^{\frac{1}{2}}}$.

En ſubſtituant donc cette valeur de $U^{(0)}$ dans la formule précédente, on aura celle de $U^{(1)}$; au moyen de $U^{(1)}$, on aura $U^{(2)}$, & ainſi de ſuite; mais il eſt remarquable qu'aucune de ces quantités ne renferme k; car il eſt clair par la formule (2), que $U^{(0)}$ ne renfermant point k, $U^{(1)}$ ne le renfermera pas; que $U^{(1)}$ ne le renfermant point, $U^{(2)}$ ne le renfermera pas, & ainſi du reſte; en ſorte que la ſérie entière $U^{(0)}+U^{(1)}+U^{(2)}+U^{(3)}+$ &c., eſt indépendante de k, ou ce qui revient au même,

$\left(\frac{\partial v}{\partial k}\right) = 0$. Les valeurs de v, $-\left(\frac{\partial v}{\partial a}\right)$, $-\left(\frac{\partial v}{\partial b}\right)$, & $-\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right)$, font donc les mêmes pour tous les ſphéroïdes elliptiques ſemblablement ſitués, & qui ont les mêmes excentricités $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$; or, $-M\left(\frac{\partial v}{\partial a}\right)$, $-M\left(\frac{\partial v}{\partial b}\right)$, & $-M\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right)$, expriment par l'*article IV*, les attractions du ſphéroïde, parallèlement à ſes trois axes; donc les attractions de différens ſphéroïdes elliptiques qui ont le même centre, la même poſition des axes, & les mêmes excentricités, ſur un même point extérieur, ſont entr'elles comme leurs maſſes.

Il eſt aiſé de voir par l'inſpection de la formule (2), que les dimenſions de $U^{(0)}$, $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. en $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$, croiſſent de deux en deux unités, en ſorte que $s = 2i$ & $s^1 = 2i + 2$: on a d'ailleurs par la nature des fonctions homogènes,

$$\varpi.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \varpi}\right) = i.U^{(i)} - \theta.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \theta}\right);$$

cette formule deviendra donc

$$U^{(i+1)} = \frac{\left\{\begin{array}{l}(2i+1).\theta.(\varpi-\theta).\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \theta}\right) - (2i+\frac{3}{2}).b.\theta.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial b}\right) \\ -(2i+\frac{3}{2}).c.\varpi.\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial c}\right) - \frac{1}{2}.(2i+1).[\theta+(2i+1).\varpi].U^{(i)}\end{array}\right\}}{(i+1).(2i+5).(a^2+b^2+c^2)}; \quad (3)$$

on aura, au moyen de cette équation, la valeur de v, dans une ſérie qui ſera convergente, toutes les fois que les excentricités $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$ ſeront fort petites, ou que la diſtance $\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$ du point attiré au centre du ſphéroïde, ſera fort grande relativement aux dimenſions du ſphéroïde.

Si le ſphéroïde eſt une ſphère, on aura $\theta = 0$ &

$\varpi = 0$, ce qui donne $U^{(1)} = 0$, $U^{(2)} = 0$, &c. partant $v = U^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}}$, & $V = \frac{M}{\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}}$; d'où il ſuit que la valeur de V, eſt la même que ſi toute la maſſe de la ſphère étoit réunie à ſon centre, & qu'ainſi une ſphère attire un point quelconque extérieur, comme ſi toute ſa maſſe étoit réunie à ſon centre. Les Planètes s'attirent donc à très-peu-près, comme ſi leurs maſſes étoient réunies à leurs centres de gravité, non-ſeulement parce que leurs diſtances reſpectives ſont très-grandes par rapport aux dimenſions de leurs maſſes, mais encore parce que leurs figures ſont très-peu différentes de la ſphère.

VII.

La propriété de la fonction v, d'être indépendante de k, fournit un moyen de réduire ſa valeur ſous la forme la plus ſimple dont elle eſt ſuſceptible; car puiſque l'on peut faire varier à volonté k, ſans changer cette valeur, pourvu que l'on conſerve au ſphéroïde, les mêmes excentricités $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$; on pourra ſuppoſer k, tel que le ſphéroïde ſoit infiniment aplati, ou que ſa ſurface paſſe par le point attiré; dans ces deux cas, la recherche des attractions du ſphéroïde ſe ſimplifie; mais comme nous avons déterminé précédemment les attractions des ſphéroïdes elliptiques ſur des points placés à leur ſurface, nous ſuppoſerons k, tel que la ſurface du ſphéroïde paſſe par le point attiré.

Si l'on nomme k^1, m^1 & n^1, relativement à ce nouveau ſphéroïde, ce que nous avons nommé k, m, n, dans l'*article I*, par rapport au ſphéroïde que nous avons conſidéré jnſqu'ici; la condition que le point attiré eſt à ſa ſurface, & qu'ainſi a, b, c ſont les coordonnées d'un point de cette ſurface, donnera

$$a^2 + m^1 . b^2 + n^1 . c^2 = k^{1^2};$$

& puiſque l'on ſuppoſe que les excentricités $\sqrt{(\theta)}$ & $\sqrt{(\varpi)}$ reſtent les mêmes, on aura

$$k^{1^2} . \frac{1 - m^1}{m^1} = \theta; \; k^{1^2} . \frac{1 - n^1}{n^1} = \varpi,$$

d'où l'on tire

$$m'^2 = \frac{k'^2}{k'^2 + \theta}; \; n'^2 = \frac{k'^2}{k'^2 + \varpi};$$

on aura donc pour déterminer k', l'équation

$$a^2 + \frac{k'^2}{k'^2 + \theta} \cdot b^2 + \frac{k'^2}{k'^2 + \varpi} \cdot c^2 = k'^2; \; (4)$$

Il est aisé d'en conclure qu'il n'y a qu'un seul sphéroïde elliptique dont la surface passe par le point attiré, θ & ϖ restant les mêmes; car si l'on suppose, comme cela se peut toujours en choisissant convenablement l'axe k, que θ & ϖ soient positifs; il est clair qu'en faisant croître k'^2 dans l'équation (4), d'une quantité quelconque que nous pouvons considérer comme une partie aliquote de k'^2, chacun des termes du premier membre de cette équation, croîtra dans un rapport moindre que k'^2; donc si dans le premier état de k'^2, il y avoit égalité entre les deux membres de l'équation, cette égalité ne subsistera plus dans le second état; d'où il suit que k'^2 n'est susceptible que d'une seule valeur réelle & positive.

Maintenant, soit M' la masse du nouveau sphéroïde; A', B', C', ses attractions parallèlement aux axes des a, des b & des c; si l'on fait $\frac{1 - m'^2}{m'^2} = \mu^2$; $\frac{1 - n'^2}{n'^2} = \mu'^2$;

$$F = \int \frac{x^2 . \partial x}{\sqrt{(1 + \mu^2 . x^2) . (1 + \mu'^2 . x^2)}},$$

l'intégrale étant prise depuis $x = 0$, jusqu'à $x = 1$; on aura par l'*article III*,

$$A' = \frac{3a.M'}{k'^3} . F; \; B' = \frac{3b.M'}{k'^3} . \left(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}\right); \; C' = \frac{3c.M'}{k'^3} . \left(\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'}\right).$$

En divisant ces valeurs de A', B', C', par M'; & en les multipliant ensuite par M, on aura par ce qui précède, les valeurs de A, B, C, relatives au premier ſphéroïde; or on a $k'^2 \frac{1 - m^2}{m^2} = \theta$, $k'^2 . \frac{1 - n^2}{n^2} = \varpi$; $\sqrt{(\theta)}$, $\sqrt{(\varpi)}$ étant les excentricités des ſphéroïdes; d'où l'on tire

$$\mu^2 = \frac{\theta}{k'^2}; \mu'^2 = \frac{\varpi}{k'^2};$$

k'^2 étant donné par l'equation (4) que l'on peut mettre ſous cette forme,

$$0 = k'^6 - (a^2 + b^2 + c^2 - \theta - \varpi) . k'^4 - [(a^2 + c^2).\theta + (a^2 + b^2).\varpi - \theta.\varpi] . k'^2 - a^2.\theta.\varpi;$$

on aura donc

$$A = \frac{3aM}{k'^3} . F; B = \frac{3bM}{k'^3} . \left(\frac{\partial F\mu}{\partial \mu}\right); C = \frac{3cM}{k'^3} . \left(\frac{\partial F\mu'}{\partial \mu'}\right).$$

Ces valeurs ont lieu relativement à tous les points extérieurs au ſphéroïde, & pour les étendre aux points intérieurs ou à ceux de la ſurface, il ſuffit d'y changer k' en k.

Si le ſphéroïde eſt de révolution, en ſorte que $\varpi = \theta$, l'équation (4) donnera

$$2k'^2 = a^2 + b^2 + c^2 - \theta + \sqrt{[(a^2 + b^2 + c^2 - \theta)^2 + 4a^2.\theta]};$$

& l'on aura par l'*article III*,

$$A = \frac{3.a.M}{k'^3 . \mu^3} . (\mu - \text{ang. tang.} \mu);$$

$$B = \frac{3b.M}{2k'^3 . \mu^3} . \left(\text{ang. tang.} \mu - \frac{\mu}{1 + \mu\mu}\right);$$

$$C = \frac{3.c.M}{2k'^3 . \mu^3} . \left(\text{ang. tang.} \mu - \frac{\mu}{1 + \mu\mu}\right).$$

Nous voilà donc parvenus à une théorie complète des attractions des ſphéroïdes elliptiques; car la ſeule choſe qui reſte à desirer, est l'intégration de la valeur de F, & cette intégration est impossible, non-seulement par les méthodes connues, mais encore en elle-même. Je me suis assuré par une méthode qu'il n'est pas de mon objet d'exposer ici, que la valeur de F ne peut être exprimée en termes finis, au moyen de quantités algébriques, logarithmiques & circulaires, ou ce qui revient au même, par une fonction algébrique de quantités dont les exposans soient constans, nuls ou variables; or, les fonctions de ce genre étant les seules que l'on puisse exprimer indépendamment du signe $\int$; toutes les intégrales qui ne peuvent se ramener à des fonctions semblables, sont impossibles en termes finis.

Si le sphéroïde elliptique n'est pas homogène, mais qu'il soit composé de couches elliptiques variables de position, d'excentricités & de densité, suivant des loix quelconques; on aura l'attraction d'une de ses couches, en déterminant par ce qui précède, la différence des attractions de deux sphéroïdes elliptiques homogènes de même densité que cette couche, dont l'un auroit pour surface, la surface extérieure de la couche, & dont l'autre auroit pour surface, la surface intérieure de cette même couche; en sommant ensuite cette attraction différentielle, on aura l'attraction du sphéroïde entier.

DEUXIÈME SECTION.

Du développement en série, des attractions des Sphéroïdes quelconques.

VIII.

CONSIDÉRONS généralement les attractions des sphéroïdes quelconques; nous avons vu dans l'*article IV*, que l'expression V de la somme des molécules d'un sphéroïde, divisées par leurs distances à un point attiré, a l'avantage de donner par sa différenciation, l'attraction de ce sphéroïde, parallelement à une droite quelconque; nous verrons d'ailleurs, en parlant de la figure des Planètes, que l'attraction de leurs molécules, se présente sous cette forme dans l'équation de leur équilibre ; ainsi nous allons nous occuper particulièrement de la recherche de V. Soient comme ci-dessus, a, b, c, les coordonnées du point attiré ; x, y, z, celles d'une molécule du sphéroïde ; nommons de plus r, la distance $\sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)}$ du point attiré, à l'origine des coordonnées que nous supposerons dans l'intérieur du sphéroïde; θ, l'angle que forme le rayon r avec l'axe des x; ϖ, l'angle que forme le plan qui passe par l'axe des x & par le point attiré, avec un plan invariable passant par les axes des x & des y; nous aurons

$$a = r.\text{cof.}\,\theta;\ b = r.\text{fin.}\,\theta.\text{cof.}\,\varpi;\ c = r.\text{fin.}\,\theta.\text{fin.}\,\varpi.$$

Nommons ensuite R la distance $\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, de la molécule à l'origine des coordonnées ; & supposons que θ' & ϖ', soient ce que deviennent les angles θ & ϖ, relativement à cette molécule ; nous aurons

$$x = R.\text{cof.}\,\theta';\ y = R.\text{fin.}\,\theta'.\text{cof.}\,\varpi';\ z = R.\text{fin.}\,\theta'.\text{fin.}\,\varpi';$$

la distance

$$\sqrt{[(a - x)^2 + (b - y)^2 + (c - z)^2]},$$

de la molécule au point attiré, sera donc égale à

$$\sqrt{\{r^2 - 2rR.[\text{cof.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta' + \text{fin.}\,\theta.\text{fin.}\,\theta'.\text{cof.}\,(\varpi - \varpi')] + R^2\}};$$

d'ailleurs la molécule du sphéroïde est égale à

$$R^2.\partial R.\partial\theta'.\partial\varpi'.\text{fin.}\,\theta';$$

nous aurons donc

$$V = \int \frac{R^2.\partial R.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{fin.}\,\theta'}{\sqrt{[r^2 - 2rR.(\text{cof.}\,\theta.\text{cof.}\,\theta' + \text{fin.}\,\theta.\text{fin.}\,\theta'.\text{cof.}\,(\varpi - \varpi')) + R^2]}};$$

l'intégrale relative à R devant être prise depuis $R = 0$, jusqu'à la valeur de R à la surface du sphéroïde ; l'intégrale relative à ϖ' devant être prise depuis $\varpi' = 0$, jusqu'à

$\varpi' = 360$ degrés; & celle qui eſt relative à θ', devant être priſe depuis $\theta' = 0$, juſqu'à $\theta' = 180$ degrés.

J'ai obſervé dans nos Mémoires pour l'année 1779, que les intégrales des équations linéaires aux différences partielles du ſecond ordre, n'étoient ſouvent poſſibles qu'au moyen d'intégrales définies ſemblables à l'expreſſion de V; ainſi lorſqu'on a de ſemblables intégrales, il eſt facile dans un grand nombre de cas, d'en tirer des équations aux différences partielles, dont la conſidération peut fournir des remarques intéreſſantes, & faciliter la réduction des intégrales en ſéries. Dans le cas préſent, il eſt facile de s'aſſurer par la différenciation, que ſi l'on fait cof. $\theta = \mu$, on aura l'équation ſuivante aux différences partielles,

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial V}{\partial \mu})]}{\partial \mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial\partial V}{\partial \varpi^2})}{1-\mu\mu} + r.(\frac{\partial\partial.rV}{\partial r^2}); \quad (5)$$

nous verrons dans la ſection ſuivante, toute la théorie des attractions des ſphéroïdes très-peu différens de la ſphère, découler de cette équation fondamentale.

IX.

Supposons d'abord le point attiré, extérieur au ſphéroïde; ſi l'on réduit V en ſérie, elle doit être dans ce cas, deſcendante par rapport aux puiſſances de r, & par conſéquent de cette forme,

$$V = \frac{U^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \frac{U^{(2)}}{r^3} + \frac{U^{(3)}}{r^4} + \&c.$$

Si l'on ſubſtitue cette valeur de V, dans l'équation précédente aux différences partielles; on aura, quel que ſoit i,

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial \mu})]}{\partial \mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial\partial U^{(i)}}{\partial \varpi^2})}{1-\mu\mu} + i.(i+1).U^{(i)},$$

& il eſt viſible par la ſeule inſpection de l'expreſſion intégrale de V, que $U^{(i)}$ eſt une fonction rationnelle & entière de μ, $\sqrt{(1 - \mu^2)}$. ſin. ϖ & $\sqrt{(1 - \mu^2)}$. coſ. ϖ, dépendante de la nature du ſphéroïde. Voyons comment on peut la déterminer.

Nommons T, le radical

$$\frac{1}{\sqrt{[r^2 - 2rR.(\text{coſ.}\,\theta.\text{coſ.}\,\theta' + \text{ſin.}\,\theta.\text{ſin.}\,\theta'.\text{coſ.}(\varpi - \varpi')) + R^2]}};$$

nous aurons

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial T}{\partial \mu})]}{\partial \mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial\partial T}{\partial \varpi^2})}{1-\mu\mu} + r.(\frac{\partial\partial.rT}{\partial r^2});$$

cette équation ſubſiſteroit encore en y changeant θ en θ', ϖ en ϖ' & réciproquement, parce que T eſt une pareille fonction de θ' & de ϖ', que de θ & de ϖ. Si l'on réduit T dans une ſuite deſcendante relativement à r, on aura

$$T = \frac{Q^{(0)}}{r} + \frac{Q^{(1)}.R}{r^2} + \frac{Q^{(2)}.R^2}{r^3} + \frac{Q^{(3)}.R^3}{r^4} + \&c.$$

$Q^{(i)}$ étant, quel que ſoit i, donné par cette équation

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial Q^{(i)}}{\partial \mu})]}{\partial \mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial\partial Q^{(i)}}{\partial \varpi^2})}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Q^{(i)};$$

& de plus il eſt viſible que $Q^{(i)}$ eſt une fonction rationnelle & entière de μ, & $\sqrt{(1 - \mu^2)}$. coſ. $(\varpi - \varpi')$. $Q^{(i)}$ étant connu, on aura $U^{(i)}$ au moyen de l'équation

$$U^{(i)} = \int R^{i+2}.\partial R.Q^{(i)}.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{ſin.}\,\theta'$$

$$= \frac{1}{i+3}.\int R'^{\,i+3}.Q^{(i)}.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{ſin.}\,\theta',$$

R' étant le rayon R prolongé juſqu'à la ſurface du ſphéroïde; or on a, par la nature du ſphéroïde, R' en fonction de θ' & de ϖ': en ſubſtituant donc cette fonction dans la

valeur

valeur de $U^{(i)}$, il ne s'agira plus que d'exécuter par les méthodes connues, les intégrations relatives à ϖ' & θ'; mais pour cela il eſt néceſſaire de déterminer $Q^{(i)}$.

Développons cette quantité ſuivant les coſinus de l'angle $\varpi - \varpi'$, & de ſes multiples, & nommons $\mathcal{C}$, le coéfficient de cof. $n.(\varpi - \varpi')$; en ſubſtituant dans l'équation précédente aux différences partielles en $Q^{(i)}$, le terme $\mathcal{C}.\text{cof.}\, n\,(\varpi - \varpi')$, on aura pour déterminer $\mathcal{C}$, l'équation aux différences ordinaires,

$$0 = \left\{\frac{\partial.[(1-\mu\mu).(\frac{\partial.\mathcal{C}}{\partial\mu})]}{\partial\mu}\right\} - \frac{n^2.\mathcal{C}}{1-\mu\mu} + i.(i+1).\mathcal{C},$$

$\mathcal{C}$ étant une fonction rationnelle & entière de μ & de cof. θ', ſi n eſt pair ou zéro, & étant égal à une pareille fonction multipliée par ſin. $\theta'.\sqrt{(1-\mu^2)}$, ſi n eſt impair.

L'équation précédente ne renfermant point l'angle θ', il eſt clair que cet angle ne peut ſe trouver que dans les deux conſtantes arbitraires de l'intégrale; de plus, cette équation étant linéaire, elle a deux valeurs particulières qui étant reſpectivement multipliées par des conſtantes arbitraires, & enſuite ajoutées, donnent l'intégrale complète: or il n'y a qu'une ſeule de ces deux valeurs qui puiſſe être une fonction rationnelle & entière de μ; il n'y en a pareillement qu'une ſeule qui puiſſe être égale au produit de $\sqrt{(1-\mu^2)}$, par une fonction rationnelle & entière de μ; car ſi l'on ſubſtitue de pareilles fonctions pour $\mathcal{C}$ dans l'équation précédente, on verra facilement qu'en partant de la plus haute puiſſance de μ, tous les coéfficiens des puiſſances ſucceſſives de cette variable, ſeront entièrement déterminés par ceux qui précèdent, en ſorte qu'il ne reſtera que le premier d'arbitraire. En déſignant donc par λ, cette valeur particulière de $\mathcal{C}$, qui eſt rationnelle & entière en μ, ſi n eſt pair, ou celle qui eſt égale à $\sqrt{(1-\mu^2)}$ multiplié par une fonction rationnelle & entière en μ, si n est impair, on aura $\mathsf{G} = H.\lambda$, H étant une fonction de θ'. Pour la déterminer, on observera que les deux angles θ & θ' entrant de la même manière dans T; si l'on fait cos. $\theta' = \mu'$, les équations différentielles en $Q^{(i)}$ & G, subsisteront encore en y changeant μ en μ'; G est donc une pareille fonction de μ' que de μ; partant, si l'on désigne par λ', ce que devient λ lorsqu'on y change μ en μ', on aura $H = \gamma.\lambda'$, γ étant une fonction de i & de n, indépendante de μ & de μ'; on aura donc

$$\mathsf{G} = \gamma.\lambda.\lambda',$$

c'est-à-dire que G peut se décomposer en trois facteurs dont le premier est une fonction de i & de n, sans μ ni μ'; dont le second est fonction de μ; & dont le troisième est une fonction semblable en μ'.

X.

CHERCHONS d'abord la valeur de G lorsque $n = 0$. Pour cela, nous observerons que, si dans l'expression de T, on suppose sin. $\theta' = 0$, elle deviendra $\frac{1}{\sqrt{(r^2 - 2rR\mu + R^2)}}$; d'où l'on tire

$$Q^{(i)} = \frac{1.3.5\ldots\ldots(2i-1)}{1.2.3\ldots\ldots\ldots i} \times$$

$$\left\{\mu^i - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)}.\mu^{i-2} + \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)}.\mu^{i-4} - \&c.\right\}$$

& comme cette valeur de $Q^{(i)}$ est indépendante de l'angle $\varpi - \varpi'$, elle sera égale à ce que devient G lorsque $n = 0$, & lorsqu'on y fait d'ailleurs $\mu' = 1$. Maintenant si l'on prend pour la fonction λ, cette valeur même de $Q^{(i)}$; puisqu'elle est égale à $\gamma.\lambda.\lambda'$, lorsqu'on fait $\mu' = 1$ dans λ', il est clair que l'on aura dans ce cas, $\gamma\lambda' = 1$; or si, dans l'expression de T, on fait à la fois $\mu = 1$ & $\mu' = 1$, elle devient $\frac{1}{r - R}$;

partant $Q^{(i)}$ se réduit à l'unité, ou ce qui revient au même, on a $\gamma.\lambda.\lambda' = 1$; mais on a $\gamma\lambda' = 1$; donc λ se réduit à l'unité lorsqu'on y fait $\mu = 1$, ce qui a lieu également pour λ', lorsqu'on y fait $\mu' = 1$; on aura ainsi $\gamma = 1$, &

$$\lambda = \frac{1.3.5.7\ldots\ldots(2i-1)}{1.2.3\ldots\ldots i}\times$$

$$\left\{\begin{array}{l}\mu^i - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)}.\mu^{i-2} + \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)}.\mu^{i-4} \\ \quad - \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3).(i-4).(i-5)}{2.4.6.(2i-1).(2i-3).(2i-5)}.\mu^{i-6} + \&c.\end{array}\right\}.$$

En changeant μ en μ' dans cette valeur de λ, on aura λ'; on aura ensuite $\mathcal{C} = \lambda.\lambda'$; ce sera la partie de $Q^{(i)}$, indépendante de l'angle $\varpi - \varpi'$.

Cette partie est la seule à laquelle on doit avoir égard, relativement aux sphéroïdes de révolution dont l'axe des x, est l'axe même de révolution; car alors R' étant indépendant de ϖ', le terme $\mathcal{C}.\text{cos}.\, n\,(\varpi - \varpi')$ substitué pour $Q^{(i)}$ dans l'intégrale $\int R'^{\,i+3}.Q^{(i)}.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{sin}.\,\theta'$, donne un résultat nul, excepté lorsque $n = 0$; on aura donc alors

$$U^{(i)} = \frac{1}{i+3}.\int R'^{\,i+3}.\,Q^{(i)}.\,\partial\varpi'.\,\partial\theta'.\,\text{sin}.\,\theta'$$
$$= -\frac{2\pi.\lambda}{i+3}.\int R'^{\,i+3}.\,\lambda'.\,\partial\mu',$$

λ & λ' étant déterminés par ce qui précède, & l'intégrale relative à μ', devant être prise depuis $\mu' = 1$ jusqu'à $\mu = -1$. Il suit de-là que si l'on suppose

$$A^{(i)} = -\frac{2\pi}{i+3}.\int R'^{\,i+3}.\lambda'.\partial\mu',$$

& que l'on nomme $\lambda^{(0)}$, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, &c. les valeurs de λ, lorsqu'on y fait successivement $i = 0$, $i = 1$, $i = 2$, &c.

l'expreſſion de V relative aux ſphéroïdes de révolution, ſera

$$V = \frac{\lambda^{(0)}.A^{(0)}}{r} + \frac{\lambda^{(1)}.A^{(1)}}{r^2} + \frac{\lambda^{(2)}.A^{(2)}}{r^3} + \frac{\lambda^{(3)}.A^{(3)}}{r^4} + \&c.$$

Si l'on fait $\mu = 1$, on aura la valeur de V relative à un point placé ſur le prolongement de l'axe de révolution, à la diſtance r de l'origine des coordonnées ; & comme alors on a, par ce qui précède, $\lambda^{(i)} = 1$, on aura

$$V = \frac{A^{(0)}}{r} + \frac{A^{(1)}}{r^2} + \frac{A^{(2)}}{r^3} + \frac{A^{(3)}}{r^4} + \&c.$$

ainſi lorſqu'on aura déterminé en ſérie, la valeur de V relative à un point placé ſur le prolongement de l'axe de révolution; on aura cette même valeur, relativement à un point quelconque placé à la même diſtance de l'origine des coordonnées, mais ſur un rayon qui fait avec l'axe de révolution, un angle dont μ eſt le coſinus; en multipliant les termes de la première ſérie, reſpectivement par $\lambda^{(0)}$, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, &c.

Lorſque le point attiré eſt placé ſur le prolongement de l'axe de révolution, il eſt aiſé de voir qu'en nommant x l'abſciſſe, & y l'ordonnée du méridien du ſphéroïde, & en repréſentant par $y = X$, l'équation de ce méridien ; on aura

$$V = 2\pi.\int \partial x.\{x - r + \sqrt{[(r-x)^2 + X^2]}\},$$

l'intégrale devant s'étendre à l'axe entier de révolution; cette intégrale réduite dans une ſuite deſcendante par rapport aux puiſſances de r, donnera les valeurs de $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, &c.

X I.

CONSIDÉRONS maintenant l'expreſſion générale de ζ, lorſque n n'eſt pas nul. Si l'on fait dans l'expreſſion de T, coſ. $\theta' = 0$, on aura

$$T = \frac{1}{\sqrt{[r^2 - 2r.R\,\text{ſin.}\,\theta.\,\text{coſ.}\,(\varpi - \varpi') + R^2]}};$$

ce qui donne dans ce cas

$$Q^{(i)} = \frac{1.3.5 \ldots\ldots (2i-1)}{1.2.3 \ldots\ldots i} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2}} . \text{cof.} (\varpi - \varpi^{\prime})^{i} \\ - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)} . (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2} - 1} . \text{cof.} (\varpi - \varpi^{\prime})^{i-2} \\ + \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)} . (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2} - 2} . \text{cof.} (\varpi - \varpi^{\prime})^{i-4} \\ - \&c. \end{array} \right\}$$

en développant cette fonction, en cosinus de l'angle $\varpi - \varpi^{\prime}$, & de ses multiples, il est aisé de voir que l'on n'aura que des multiples pairs ou impairs, suivant que i sera lui-même pair ou impair; & que le coéfficient de cos. $n\,(\varpi - \varpi^{\prime})$ sera égal à

$$2 . \frac{1.3.5 \ldots\ldots (2i-1)}{2.4.6 \ldots\ldots (i+n).2.4.6 \ldots\ldots (i-n)} \times$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2}} - \frac{(i^2 - n^2)}{2.(2i-1)} . (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2} - 1} \\ + \frac{(i^2 - n^2).[(i-2)^2 - n^2]}{2.4.(2i-1).(2i-3)} . (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2} - 2} \\ - \&c. \end{array} \right\}$$

ce sera la valeur de $\mathfrak{C}$ ou de $\gamma . \lambda . \lambda^{\prime}$, lorsqu'on fait $\mu^{\prime} = 0$, dans $\lambda^{\prime}$. En prenant donc pour λ, la partie de ce coéfficient qui est comprise entre les deux parenthèses, on aura

$$\gamma \lambda^{\prime} = 2 . \frac{1.3.5 \ldots\ldots (2i-1)}{2.4.6 \ldots\ldots (i+n).2.4.6 \ldots\ldots (i-n)},$$

$\mu^{\prime}$ étant supposé nul dans $\lambda^{\prime}$. Cette équation donnera γ; mais on l'obtiendra plus simplement de cette manière.

Si l'on fait à-la-fois dans T, μ & $\mu^{\prime}$ égaux à zéro, on aura

$$T = \frac{1}{\left[r - R.e^{(\varpi - \varpi^{\prime})\sqrt{(-1)}}\right]^{\frac{i}{2}} . \left[r - R.e^{-(\varpi - \varpi^{\prime})\sqrt{(-1)}}\right]^{\frac{i}{2}}};$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité. Le coéfficient de

$$\frac{R^i}{r^{i+1}} . \left[\frac{e^{n.(\varpi - \varpi^{\prime})\sqrt{(-1)}} + e^{-n.(\varpi - \varpi^{\prime})\sqrt{(-1)}}}{2}\right],$$

ou, ce qui revient au même, de $\frac{R^i}{r^{i+1}} . \text{cof.}\, n . (\varpi - \varpi^{\prime})$, dans le développement de cette fonction, est égal à

$$2 . \frac{1.3.5 \ldots (i + n - 1).1.3.5 \ldots (i - n - 1)}{2.4.6 \ldots (i + n).2.4.6 \ldots (i - n)},$$

c'est la valeur de β ou de $\gamma\, \lambda . \lambda^{\prime}$, lorsqu'on y fait μ & $\mu^{\prime}$ nuls; or, on a dans cette hypotèse $\lambda = \lambda^{\prime}$; on aura donc ainsi la valeur de $\gamma\, \lambda^{\prime 2}$. En la combinant avec celle que nous venons de trouver pour $\gamma\, \lambda^{\prime}$, il est facile d'en conclure,

$$\gamma = \frac{2.(i+n+1).(i+n+3) \ldots (2i-1).(i-n+1).(i-n+3) \ldots (2i-1)}{2.4.6 \ldots (i + n).2.4.6 \ldots (i - n)};$$

la valeur générale de β, sera par conséquent

$$\beta = \frac{2.(i + n + 1) \ldots (2i - 1).(i - n + 1) \ldots (2i - 1)}{2.4 \ldots (i + n).2.4 \ldots (i - n)} \times$$

$$1 . \left\{ \begin{array}{l} (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2}} - \frac{(i^2 - n^2)}{2.(2i - 1)} . (1 - \mu\mu)^{\frac{i}{2} - 1} \\ + \text{\&c.} \end{array} \right\} \times$$

$$1 . \left\{ \begin{array}{l} (1 - \mu^{\prime}\mu^{\prime})^{\frac{i}{2}} - \frac{(i^2 - n^2)}{2.(2i - 1)} . (1 - \mu^{\prime}\mu^{\prime})^{\frac{i}{2} - 1} \\ + \text{\&c.} \end{array} \right\}$$

Si l'on fait successivement dans le terme

$\beta . \text{cof.}\, n\, (\varpi - \varpi^{\prime})$; $n = 1$, $n = 2 \ldots n = i$;

la ſomme de ces termes, ſera la partie de $Q^{(i)}$ dépendante de l'angle $\varpi - \varpi'$; en lui ajoutant la partie qui en eſt indépendante, & que nous avons déterminée dans l'*article précédent*, on aura la valeur entière de $Q^{(i)}$, d'où l'on tirera celle de $U^{(i)}$, & par conſéquent la valeur de V en ſérie.

XII.

CETTE valeur eſt relative aux points extérieurs; mais ſi le point attiré eſt placé dans l'intérieur du ſphéroïde, il faut alors développer l'expreſſion de V de l'*article VIII*, dans une ſuite aſcendante par rapport à r, ce qui donne

$$V = v^{(0)} + v^{(1)}.r + v^{(2)}.r^2 + v^{(3)}.r^3 + \&c.$$

Pour déterminer $v^{(i)}$, on obſervera que l'expreſſion de T, réduite dans une ſuite aſcendante par rapport à r, devient

$$T = \frac{Q^{(0)}}{R} + \frac{Q^{(1)}.r}{R^2} + \frac{Q^{(2)}.r^2}{R^3} + \frac{Q^{(3)}.r^3}{R^4} + \&c.$$

les quantités $Q^{(0)}$, $Q^{(1)}$, $Q^{(2)}$, étant les mêmes que ci-deſſus; on aura donc par l'*article VIII*,

$$v^{(i)} = \int \frac{Q^{(i)}.\partial R.\partial\varpi'.\partial\theta'.\text{ſin.}\,\theta'}{R^{i-1}};$$

mais comme l'expreſſion précédente de T en ſérie, n'eſt convergente qu'autant que R eſt plus grand que r; nous ne conſidérerons la valeur de $v^{(i)}$ que relativement à une couche dont la ſurface intérieure eſt ſphérique, & d'un rayon quelconque a plus grand que r, & dont le rayon de la ſurface extérieure eſt R'; ce qui revient à prendre l'intégrale relative à R, depuis $R = a$, juſqu'à $R = R'$. Nous aurons ainſi la valeur de V relative à cette couche, & pour avoir celle qui eſt relative au ſphéroïde entier, il ſuffit de lui ajouter la valeur de V relative à une ſphère du rayon a, valeur que l'on trouvera facilement être égale à $2\pi.a^2 - \frac{2}{3}\pi.r^2$.

Si le ſphéroïde eſt de révolution, il eſt aiſé de voir par l'analyſe de l'*article X*, que l'on aura la valeur de V relative à la couche dont nous venons de parler, en déterminant cette valeur lorſque le point attiré eſt ſitué dans l'axe de révolution, en la réduiſant dans une ſérie aſcendante par rapport aux puiſſances de r, & en multipliant ſes termes reſpectivement par $\lambda^{(0)}$, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, &c.

TROISIÈME SECTION.

Des attractions des ſphéroïdes très-peu différens de la ſphère.

XIII.

LES réſultats que nous venons de préſenter ſur les attractions des ſphéroïdes quelconques, ſe ſimplifient relativement aux ſphéroïdes très-peu différens de la ſphère, & donnent une théorie complette de leurs attractions, en les ſuppoſant même hétérogènes.

Conſidérons d'abord le cas où le point attiré eſt extérieur au ſphéroïde, & reprenons la formule de l'*article VIII.*

$$V = \int \frac{R^2 . \partial R . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin.}\, \theta'}{\sqrt{\{r^2 - 2rR . [\text{coſ.}\, \theta\, \text{coſ.}\, \theta' + \text{ſin.}\, \theta . \text{ſin}\, \theta' . \text{coſ.}\, (\varpi - \varpi')] + R^2\}}};$$

Suppoſons que le rayon R', mené du centre du ſphéroïde à ſa ſurface, ſoit très-peu différent de la conſtante a, en ſorte que l'on ait $R' = a.(1 + \alpha y)$, α étant un très-petit coéfficient dont nous négligerons le carré & les puiſſances ſupérieures, & y étant une fonction quelconque de μ ou de coſ. θ, & de l'angle ϖ. Cela poſé,

Si l'on conçoit une ſphère dont le centre ſoit celui du ſphéroïde, & dont le rayon ſoit $a.(1 + \alpha y)$, μ & ϖ étant ſuppoſés conſtans dans y; il eſt clair que la valeur de V relative au ſphéroïde, ſera égale à ſa valeur relativement à cette ſphère, plus à la valeur de V relative à l'excès du ſphéroïde ſur la ſphère. La première de ces deux valeurs étant,

par

par l'*article VI*, égale à la masse de la sphère divisée par r, sera $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3.(1+\alpha y)^3}{r}$. Quant à la seconde, on la déterminera en faisant dans l'expression intégrale de V, $R = a$, & $\partial R = \alpha a.(y' - y)$, y' étant ce que devient y, lorsqu'on y change θ & ϖ, en θ' & ϖ'; on aura ainsi, pour la valeur de V relative à un sphéroïde très-peu différent de la sphère,

$$V = \tfrac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3.(1+\alpha y)^3}{r}$$
$$+ \alpha a^3 . \int \frac{(y'-y).\partial\varpi'.\partial\theta'.\sin.\theta'}{\sqrt{[r^2 - 2ar.(\cos.\theta.\cos.\theta' + \sin.\theta.\sin.\theta'.\cos.(\varpi - \varpi')) + a^2]}}.$$

Si l'on différencie cette équation par rapport à r, on aura,

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \tfrac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3.(1+\alpha y)^3}{r^2} + \alpha a^3 \times$$
$$. \int \frac{(y'-y)\partial\varpi'.\partial\theta'.\sin.\theta'.[r - a(\cos.\theta.\cos.\theta' + \sin.\theta.\sin.\theta'.\cos.(\varpi - \varpi'))]}{[r^2 - 2ar.(\cos.\theta.\cos.\theta' + \sin.\theta.\sin.\theta'.\cos.(\varpi - \varpi')) + a^2]^{\frac{3}{2}}};$$

ce qui donne à la surface du sphéroïde où $r = a(1+\alpha y)$,

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \tfrac{4}{3}\pi . a(1 + \alpha y)$$
$$+ \alpha a \int \frac{(y'-y).\partial\varpi'.\partial\theta'.\sin.\theta'}{2^{\frac{3}{2}}.\sqrt{[1 - \cos.\theta.\cos.\theta'. - \sin.\theta.\sin.\theta'.\cos.(\varpi - \varpi')]}};$$

mais la valeur de V, devient dans ce cas

$$V = \tfrac{4}{3}\pi . a^2 .(1 + 2\alpha y)$$
$$+ \alpha a^2 . \int \frac{(y'-y).\partial\varpi'.\partial\theta'.\sin.\theta'}{2^{\frac{1}{2}}.\sqrt{[1 - \cos.\theta.\cos.\theta' - \sin.\theta.\sin.\theta'.\cos.(\varpi - \varpi')]}};$$

on a donc à la surface du sphéroïde, cette équation remarquable

$$-a.\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \tfrac{2}{3}\pi . a^2 + \tfrac{1}{2}V; \quad (6).$$

Reprenons maintenant la formule de l'*article IX*.

$$V = \frac{U^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \frac{U^{(2)}}{r^3} + \frac{U^{(3)}}{r^4} + \&c.$$

Puiſque le ſphéroïde diffère très-peu d'une ſphère du rayon a; il eſt évident que l'on aura aux quantités près de l'ordre α, $V = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{r}$; d'où il ſuit que dans la formule précédente, 1.° la quantité $U^{(0)}$ eſt égale à $\frac{4}{3}\pi \cdot a^3$, plus à une très-petite quantité de l'ordre α, & que nous déſignerons par $U'^{(0)}$. 2.° les quantités $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. ſont très-petites de l'ordre α. Si l'on différencie cette formule par rapport à r, on aura

$$-\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{r^2} + \frac{U'^{(0)}}{r^2} + \frac{2 \cdot U^{(1)}}{r^3} + \frac{3 \cdot U^{(2)}}{r^4} + \&c.$$

on aura par conſéquent à la ſurface où $r = a \cdot (1 + \alpha y)$,

$$-a\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{4}{3}\pi \cdot a^2 \cdot (1 - 2\alpha y)$$
$$+ \frac{U'^{(0)}}{a} + \frac{2 \cdot U^{(1)}}{a^2} + \frac{3 \cdot U^{(2)}}{a^3} + \&c.$$

La valeur précédente de V donne à cette ſurface,

$$\frac{1}{2} \cdot V = \frac{2}{3}\pi \cdot a^2 \cdot (1 - \alpha y) + \frac{U'^{(0)}}{2a} + \frac{U^{(1)}}{2a^2} + \frac{U^{(2)}}{2a^3} + \&c.$$

en ſubſtituant donc ces valeurs dans l'équation (6), on aura

$$4\alpha\pi \cdot a^2 \cdot y = \frac{U'^{(0)}}{a} + \frac{3\,U^{(1)}}{a^2} \quad \frac{5 \cdot U^{(2)}}{a^3} + \&c.$$

partant ſi l'on conçoit y, ſous cette forme

$$y = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + Y^{(3)} + \&c.$$

les quantités $Y^{(0)}, Y^{(1)}, Y^{(2)}$, &c. étant ainſi que $U'^{(0)}$, $U^{(1)}$, $U^{(2)}$, &c. aſſujetties à cette équation aux différences partielles,

$$0 = \left\{\frac{\partial \cdot (1 - \mu\mu) \cdot \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu}\right]}{\partial \mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2}\right]}{1 - \mu\mu} + i \cdot (i + 1)\, Y^{(i)};$$

on aura généralement, en comparant les fonctions semblables,

$$U^{(i)} = \frac{4\alpha\pi}{2i+1} \cdot a^{i+3} \cdot Y^{(i)};$$

d'où l'on tire

$$\left.\begin{array}{r} V = \frac{4}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{r} + 4\alpha\pi \cdot \frac{a^3}{r} \times \\ \left[Y^{(0)} + \frac{a}{3r} \cdot Y^{(1)} + \frac{a^2}{5r^2} \cdot Y^{(2)} + \frac{a^3}{7r^3} \cdot Y^{(3)} + \&c.\right] \end{array}\right\}; (7).$$

Il ne s'agit donc plus pour avoir V, que de réduire y, sous la forme que nous venons de lui supposer. Nous allons donner pour cet objet, une méthode fort simple, lorsque l'équation de la surface du sphéroïde, rapportée à trois coordonnées orthogonales, est une fonction rationnelle & entière de ces coordonnées.

XIV.

Si l'on nomme x'', y'', z'', ces coordonnées; l'équation de la surface du sphéroïde, pourra être mise sous cette forme,

$$x''^2 + y''^2 + z''^2 = a^2 \cdot \{1 + 2\alpha \cdot \varphi(x'', y'', z'',)\}$$

$\varphi(x'', y'', z'',)$ étant une fonction rationnelle & entière de x'', y'', z''. Soit i, le degré de cette fonction : comme elle est multipliée par α, on pourra y substituer au lieu de z'', sa valeur $\sqrt{(a^2 - x''^2 - y''^2)}$, qui est approchée aux quantités près de l'ordre α; elle sera ainsi composée de deux parties; l'une rationnelle & entière, en x'' & y'', de l'ordre i; & l'autre rationnelle & entière de l'ordre $i - 1$, & multipliée par $\sqrt{(a^2 - x''^2 - y''^2)}$. Le nombre des coéfficiens de la première partie, est $\frac{(i+1).(i+2)}{2}$; & celui des coéfficiens de la seconde, est $\frac{i.(i+1)}{2}$, en sorte que le nombre de coéfficiens de la fonction entière, est $(i+1)^2$. Cela posé.

Si l'on nomme, comme ci-dessus, $a.(1 + \alpha y)$ le rayon du sphéroïde; θ, l'angle que forme ce rayon avec l'axe des x''; ϖ, l'angle que forme avec le plan des x'' & des y'', celui qui passe par l'axe des x'', & par le point de la surface déterminé par les coordonnées x'', y'' & z''; on aura en faisant $\text{cos}.\ \theta = \mu$,

$$x'' = a.(1 + \alpha y).\mu;$$
$$y'' = a.(1 + \alpha y).\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{cos}.\ \varpi;$$
$$z'' = a.(1 + \alpha y).\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{sin}.\ \varpi;$$

l'équation précédente donnera donc, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$y = \varphi.\{a\mu,\ a.\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{cos}.\ \varpi,\ a.\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{sin}.\ \varpi\}.$$

Cette dernière fonction peut être mise sous la forme

$$Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} \ldots\ldots + Y^{(i)};$$

car $Y^{(i)}$ étant une fonction rationnelle & entière de μ, $\sqrt{(1 - \mu^2.)}\ \text{cos}.\ \varpi$, & $\sqrt{(1 - \mu^2)}.\text{sin}.\ \varpi$, qui satisfait à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \left\{\frac{\partial.(1 - \mu\mu).\left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu}\right]}{\partial \mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2}\right]}{1 - \mu\mu} + i.(i + 1).Y^{(i)};$$

il est visible qu'elle sera composée, 1.° d'une partie indépendante de ϖ, & qui aura un coéfficient indéterminé; 2.° de parties multipliées par

$$\text{cos}.\ \varpi,\ \text{cos}.\ 2\varpi,\ \text{cos}.\ 3\varpi, \ldots\ldots \text{cos}.\ i\varpi,$$

qui auront chacune un coéfficient indéterminé; 3.° de parties multipliées par

$$\text{sin}.\ \varpi,\ \text{sin}.\ 2\varpi,\ \text{sin}.\ 3\varpi \ldots\ldots \text{sin}.\ i\varpi,$$

& qui auront chacune un coéfficient indéterminé. Le nombre des coéfficiens indéterminés de $Y^{(i)}$ sera donc $2i + 1$,

& par conséquent celui des coéfficiens indéterminés de la fonction $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} \ldots + Y^{(i)}$ sera $(i+1)^2$; il sera donc le même que celui des coéfficiens de la fonction $\varphi\,[a\mu, a.\sqrt{(1-\mu^2.)}\,\text{cos.}\,\varpi, a.\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{sin.}\,\varpi]$; d'où il suit que l'on peut transformer la seconde de ces deux fonctions dans la première. Cette possibilité étant une fois démontrée, on pourra exécuter la transformation, de la manière suivante.

L'équation précédente aux différences partielles, donne celle-ci,

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\partial.[Y^{(0)}+Y^{(1)}\ldots+Y^{(i)}]}{\partial\mu^2}\right\} + \frac{\left\{\frac{\partial\partial.[Y^{(0)}+Y^{(1)}\ldots+Y^{(i)}]}{\partial\varpi^2}\right\}}{1-\mu\mu}$$
$$= -1.2.Y^{(1)} - 2.3.Y^{(2)} \ldots - i.(i+1).Y^{(i)},$$

ou, ce qui revient au même,

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).(\frac{\partial y}{\partial\mu})}{\partial\mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial^2 y}{\partial\varpi^2})}{1-\mu\mu}$$
$$= -1.2.Y^{(1)} - 2.3.Y^{(2)} - 3.4.Y^{(3)} \ldots - i.(i+1).Y^{(i)}.$$

En suivant ce procédé, il est aisé de voir que si l'on fait

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).(\frac{\partial y}{\partial\mu})}{\partial\mu}\right\} + \frac{(\frac{\partial^2.y}{\partial\varpi^2})}{1-\mu\mu} = y^{(1)},$$

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).[\frac{\partial.y^{(1)}}{\partial\mu}]}{\partial\mu}\right\} + \frac{[\frac{\partial^2.y^{(1)}}{\partial\varpi^2}]}{1-\mu\mu} = y^{(2)},$$

$$\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).[\frac{\partial.y^{(2)}}{\partial\mu}]}{\partial\mu}\right\} + \frac{[\frac{\partial^2.y^{(2)}}{\partial\varpi^2}]}{1-\mu\mu} = y^{(3)},$$

&c.

on aura les $i+1$ équations,

$$Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} \ldots\ldots + Y^{(i)} = y,$$

$$1.2.Y^{(1)} + 2.3.Y^{(2)} \ldots + i.(i+1).Y^{(i)} = -y^{(1)},$$

$$(1.2)^2.Y^{(1)} + (2.3)^2.Y^{(2)} \ldots + [i.(i+1)]^2.Y^{(i)} = y^{(2)},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(1.2)^i.Y^{(1)} + (2.3)^i.Y^{(2)} \ldots + [i.(i+1)]^i.Y^{(i)} = (-1)^i.y^{(i)};$$

On déterminera, au moyen de ces équations, les $i+1$, quantités $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, &c. ce qui sera d'autant plus facile, que chaque inconnue étant, dans ces diverses équations, multipliée par les puissances successives d'un même nombre, il existe des méthodes très-simples pour avoir dans ce cas, les inconnues.

Les expressions de $y^{(1)}$, $y^{(2)}$, &c. se présentent sous une forme fractionnaire; mais puisqu'elles sont égales à la somme des fonctions entières $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, &c. multipliées par des constantes; on voit *à priori*, qu'elles doivent être, ainsi que y, des fonctions rationnelles & entières de

$$\mu, \sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cos.}\varpi, \& \sqrt{(1-\mu^2)}.\text{sin.}\varpi.$$

Le nombre des quantités $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, &c. est fini, toutes les fois que l'équation du sphéroïde est une fonction finie & rationnelle de x'', y'', z''. Dans ce cas, la formule (7) de l'*article précédent*, se termine, & le nombre de ses termes est égal au degré de l'équation du sphéroïde, augmenté de deux unités. Si cette équation étoit telle que l'on eût $y = Y^{(i)}$; la valeur de V relative à l'excès du sphéroïde sur la sphère dont le rayon est a, ou, ce qui revient au même, à une couche sphérique dont le rayon est a, & l'épaisseur $\alpha a y$, seroit $\frac{4\alpha\pi.a^{i+3}}{(2i+1).r^{i+1}}.Y^{(i)}$; cette valeur seroit par conséquent proportionnelle à y, & il est visible que ce n'est que dans ce cas, que cette proportionnalité peut avoir lieu.

Lorsque la surface du sphéroïde est du second ordre, on peut, en déterminant convenablement l'origine des coordonnées, réduire ſon équation à cette forme $y = Y^{(2)}$; ainſi la valeur de V, relative à l'excès de ce ſphéroïde ſur une ſphère dont le rayon eſt a, eſt proportionnelle à l'excès du rayon du ſphéroïde ſur celui de la ſphère.

X V.

SUPPOSONS maintenant le point attiré, dans l'intérieur du ſphéroïde; nous aurons par l'*article XII*,

$$V = 2\pi . a^2 - \tfrac{2}{3}\pi . r^2 + v^{(0)} + v^{(1)} . r + v^{(2)} . r^2 + v^{(3)} . r^3 + \&c.$$

$v^{(i)}$ étant égal à $\int \frac{Q^{(i)}}{R^{i-1}} . \partial R . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin.}\, \theta'$, & cette valeur étant relative à une couche dont la ſurface intérieure eſt ſphérique & du rayon a, & dont le rayon de la ſurface extérieure eſt R'; en ſorte que ſi l'on fait $R' = a(1 + \alpha y')$, y' étant une fonction de ϖ' & de θ', ſemblable à celle de y en ϖ & θ, on aura aux quantités près de l'ordre α^2,

$$v^{(i)} = \frac{\alpha}{a^{i-2}} . \int y' . Q^{(i)} . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin.}\, \theta'.$$

Maintenant on a par l'*article XIII*, relativement aux points extérieurs,

$$V = \tfrac{4}{3} . \pi . \frac{a^3}{r} + \frac{U'^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \frac{U^{(2)}}{r^3} + \&c.$$

& il eſt clair que $\frac{4}{3}\pi . \frac{a^3}{r}$ étant la valeur de V, relative à une ſphère dont le rayon eſt a; la partie $\frac{U'^{(0)}}{r} + \frac{U^{(1)}}{r^2} + \&c.$ de l'expreſſion précédente de V, eſt relative à une couche dont le rayon intérieur eſt a, & dont le rayon extérieur eſt $a . (1 + \alpha y)$. Or on a, par l'*article IX*,

$$U^{(i)} = \int R^{i+2} . \partial R . Q^{(i)} . \partial \varpi' . \partial \theta' . \text{ſin.}\, \theta';$$

ainſi, pour que cette valeur ſoit uniquement relative à la couche dont nous venons de parler, il faut qu'en ne prenant l'intégrale relative à R, que depuis $R = 0$, juſqu'à $R = a$, on ait $U^{(i)} = 0$. On aura la partie de $U^{(i)}$ qui dépend de l'intégrale priſe depuis $R = a$, juſqu'à $R = R'$ ou $R = a(1 + \alpha y')$, en faiſant dans cette expreſſion, $R = a$, & $\partial R = \alpha a y'$; d'où l'on tire

$$U^{(i)} = \alpha a^{i+3} \int y' . Q^{(i)} \partial \varpi' . \partial \theta' . \sin. \theta':$$

partant,

$$v^{(i)} = \frac{U^{(i)}}{a^{2i+1}};$$

mais on a par l'*article XIII*, $U^{(i)} = \frac{4 \alpha \pi . a^{i+3}}{2i+1} Y^{(i)}$; donc

$$v^{(i)} = \frac{4 \alpha \pi}{(2i+1) . a^{i-2}} . Y^{(i)}.$$

La valeur de V, relative à un point intérieur, ſera ainſi,

$$\left. \begin{array}{l} V = 2\pi . a^2 - \frac{2}{3}\pi . r^2 + 4 \alpha \pi . a^2 \times \\ \left[Y^{(0)} + \frac{r}{3a} . Y^{(1)} + \frac{r^2}{5a^2} . Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a^3} . Y^{(3)} + \&c.\right] \end{array} \right\} ; (8).$$

X V I.

CETTE formule & la formule (7) de l'*article XIII*, embraſſent toute la théorie des attractions des ſphéroïdes homogènes; il eſt facile d'en tirer celle des attractions des ſphéroïdes hétérogènes, quelle que ſoit la loi de la variation de la figure & de la denſité de leurs couches. Pour cela, ſoit $a . (1 + \alpha y)$ le rayon d'une des couches d'un ſphéroïde hétérogène; & ſuppoſons que y ſoit ſous cette forme $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.$ les coéfficiens qui entrent dans les quantités $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, &c. étant des fonctions de a, & par conſéquent variables d'une couche à l'autre. Si l'on prend la différentielle en a, de la valeur de V donnée par la formule (7) de l'*article XIII*, & que l'on nomme ρ, la denſité de la couche dont le rayon eſt $a . (1 + \alpha y)$, ρ étant

ρ étant une fonction de a; la valeur de V correspondante à cette couche, sera pour un point extérieur,

$$\left.\begin{array}{r}\frac{4\pi}{3r}\,\rho\,\partial.a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r}.\rho\times\\ \partial.[a^3.Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r}.Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2}.Y^{(2)} + \&c.]\end{array}\right\};$$

cette valeur sera donc relativement au sphéroïde entier.

$$\left.\begin{array}{r}V = \frac{4\pi}{3r}.\int\rho\,\partial.a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r}\times\\ \int\rho\,\partial.[a^3.Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r}.Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2}.Y^{(2)} + \frac{a^6}{7r^3}.Y^{(3)} + \&c.]\end{array}\right\};(9).$$

les intégrales étant prises depuis $a = 0$, jusqu'à la valeur de a, qui a lieu à la surface du sphéroïde, & que nous désignerons par a.

Pour avoir la valeur de V relative à un point intérieur, on déterminera d'abord la partie de cette valeur qui est relative à toutes les couches dans l'intérieur desquelles ce point se trouve; on lui ajoutera ensuite l'autre partie de cette valeur, qui est relative à toutes les couches auxquelles ce point est extérieur.

On aura la première de ces deux parties, en différenciant la formule (8), par rapport à a; en multipliant ensuite cette différentielle par ρ, & en en prenant l'intégrale depuis $a = a$ jusqu'à $a = \mathrm{a}$, a étant la valeur de a, relative à la couche sur laquelle se trouve le point attiré. On aura ainsi pour cette première partie de V,

$$\left.\begin{array}{r}2\pi.\int\rho\,\partial.a^2 + 4\alpha\pi\times\\ \int\rho\,\partial.[a^2.Y^{(0)} + \frac{a.r}{3}.Y^{(1)} + \frac{r^2}{5}.Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a}.Y^{(3)} + \&c.]\end{array}\right\}.$$

La seconde partie de V, sera par ce qui précède

$$\frac{4\pi}{3r}.\int\rho\,\partial.a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r}.\int\rho\,\partial.[a^3.Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r}.Y^{(1)} + \&c.];$$

ces dernières intégrales étant prises depuis $a = 0$ jusqu'à $a = a$. On aura donc pour la valeur entière de V, relative à un point intérieur

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} V = 2\pi . \int \rho \partial . a^2 + 4\alpha\pi \times \\ \int \rho \partial . [a^2 . Y^{(0)} + \frac{a.r}{3} . Y^{(1)} + \frac{r^2}{5} . Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a} . Y^{(3)} + \&c.] \end{array}\right\} \\ \left.\begin{array}{r} + \frac{4\pi}{3r} . \int \rho \partial . a^3 + \frac{3\alpha\pi}{r} \times \\ \int \rho \partial . [a^3 . Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r} . Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2} . Y^{(2)} + \&c.] \end{array}\right\} \end{array}\right\} ; (10)$$

les deux premières intégrales étant prises depuis $a = a$ jusqu'à $a = a$, & les deux dernières étant prises depuis $a = 0$ jusqu'à $a = a$. Il faut de plus après les intégrations, substituer a au lieu de r, dans les termes multipliés par α, & $\frac{1 - \alpha y}{a}$ au lieu de $\frac{1}{r}$, dans le terme $\frac{4\pi}{3r} . \int \rho \partial . a^3$.

QUATRIÈME SECTION.

De la figure des Planètes.

XVII.

L'OBSERVATION nous apprend que les Planètes sont des sphéroïdes très-peu différens de la sphère, & l'analogie nous porte à penser que, semblables à la Terre, elles sont recouvertes, au moins en partie, d'un fluide en équilibre: ce sont les conditions de cet équilibre, qui déterminent leurs figures, & par cette raison nous allons rappeler ici l'équation générale de l'équilibre d'une masse fluide sollicitée par des forces quelconques.

Si l'on nomme ρ la densité d'une molécule fluide; Π la pression qu'elle éprouve; F, F', F'', &c. les forces dont elle est animée; ∂f, $\partial f'$, $\partial f''$, &c. les élémens des directions de ces forces; l'équation générale de l'équilibre de la masse fluide, sera, comme l'on sait,

$$\frac{\partial \Pi}{\rho} = F . \partial f + F' . \partial f' + F'' . \partial f'' + \&c.$$

Suppoſons que le ſecond membre de cette équation ſoit une différence exacte; Π ſera néceſſairement fonction de ς; ainſi relativement aux couches de denſité conſtante, on aura $\partial \Pi = 0$, & par conſéquent

$$0 = F.\partial f + F'.\partial f' + F''.\partial f'' + \&c.$$

équation qui indique que la réſultante de toutes les forces F, F', F'', &c. eſt perpendiculaire à la ſurface de ces couches, en ſorte qu'elles ſont en même temps *couches de niveau.* Π étant nul à la ſurface extérieure, ς doit y être conſtant, & la réſultante de toutes les forces qui animent chaque molécule de cette ſurface, lui eſt perpendiculaire; cette réſultante eſt ce que l'on nomme *peſanteur.* Les conditions générales de l'équilibre d'une maſſe fluide, ſont donc, 1.° que la direction de la peſanteur ſoit perpendiculaire à chaque point de ſa ſurface extérieure; 2.° que dans l'intérieur de la maſſe, les directions de la peſanteur de chaque molécule, ſoient perpendiculaires à la ſurface des couches de denſité conſtante. Comme on peut dans l'intérieur d'une maſſe homogène, prendre telles couches que l'on veut, pour couches de denſité conſtante; la ſeconde des deux équations précédentes de l'équilibre, eſt toujours ſatisfaite, & il ſuffit pour l'équilibre, que la première ſoit remplie, c'eſt-à-dire, que la réſultante de toutes les forces qui animent chaque molécule de la ſurface extérieure, ſoit perpendiculaire à cette ſurface.

Relativement aux Planètes, les forces F, F', F'', &c. ſont produites par l'attraction de leurs molécules, par la force centrifuge dûe à leur mouvement de rotation, & par l'attraction de corps étrangers. Il eſt facile de s'aſſurer que dans ce cas, la différence $F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.$ eſt exacte; mais on le verra clairement par l'analyſe que nous allons faire de ces différentes forces, en déterminant la partie de l'intégrale $\int (F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ qui eſt relative à chacune d'elles.

Si l'on nomme ∂M une molécule quelconque du ſphéroïde, & f ſa diſtance à la molécule attirée, ſon action ſur cette dernière molécule ſera $\frac{\partial M}{f^2}$; en multipliant cette action par l'élément de ſa direction, qui eſt $-\partial f$, puiſqu'elle tend à diminuer f; on aura relativement à l'action de la molécule ∂M, $\int F \partial f = \frac{\partial M}{f}$; d'où il ſuit que la partie de l'intégrale $\int (F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ qui dépend de l'attraction des molécules du ſphéroïde, eſt égale à la ſomme de toutes ces molécules diviſées par leurs diſtances reſpectives à la molécule attirée: nous repréſenterons cette ſomme par V, comme nous l'avons fait précédemment.

Dans la théorie de la figure des Planètes, on ne ſe propoſe point de déterminer leur équilibre dans l'eſpace abſolu, mais ſeulement l'équilibre de toutes leurs parties autour de leurs centres de gravité; il faut donc tranſporter en ſens contraire à la molécule attirée, toutes les forces dont ce centre eſt animé en vertu de l'action réciproque de toutes les parties du ſphéroïde; mais on ſait que par la propriété de ce centre, la réſultante de toutes ces actions ſur ce point, eſt nulle; il n'y a donc rien à ajouter à V, pour avoir l'effet total de l'attraction du ſphéroïde ſur la molécule attirée.

Pour déterminer l'effet de la force centrifuge, nous ſuppoſerons la poſition de la molécule, déterminée par les trois coordonnées x'', y'' & z'', dont nous fixerons l'origine au centre même de gravité du ſphéroïde; nous ſuppoſerons enſuite que l'axe des x'' eſt l'axe de rotation, & que g exprime la force centrifuge dûe à la vîteſſe de rotation, à la diſtance 1 de l'axe. Cette force ſera nulle dans le ſens des x'', & égale à gy'' & gz'' dans le ſens des y'' & des z''; en multipliant donc ces deux dernières forces, reſpectivement par les élémens $\partial y''$ & $\partial z''$ de leurs directions; on aura $\frac{1}{2}g.(y''^2 + z''^2)$, pour la partie de l'intégrale $\int (F\,\partial f + F'\,\partial f' + \&c.)$ qui eſt dûe à la force centrifuge du mouvement de rotation.

Si l'on nomme comme ci-dessus, r la distance de la molécule attirée au centre de gravité du sphéroïde; θ, l'angle que forme le rayon r avec l'axe des x''; & ϖ, l'angle que forme le plan qui passe par l'axe des x'' & par cette molécule, avec le plan des x'' & des y''; enfin si l'on fait $\cos.\theta = \mu$, on aura

$$x'' = r.\mu;\ y'' = r.\sqrt{(1-\mu^2.)}\cos.\varpi;\ z'' = r.\sqrt{(1-\mu^2.)}\sin.\varpi;$$

d'où l'on tire

$$\frac{1}{2}g.(y''^2 + z''^2) = \frac{1}{2}g.r^2.(1-\mu^2).$$

Nous mettrons cette dernière quantité sous la forme suivante, $\frac{1}{3}g.r^2 - \frac{1}{2}g.r^2.(\mu^2 - \frac{1}{3})$, pour assimiler ses termes à ceux de V, c'est-à-dire, pour leur donner la propriété de satisfaire à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \left[\frac{\partial(1-\mu\mu).(\frac{\partial P}{\partial\mu})}{\partial\mu}\right] + \frac{(\frac{\partial\partial P}{\partial\varpi^2})}{1-\mu\mu} + i.(i+1).P,$$

dans laquelle P est un terme quelconque, & i l'exposant de sa plus haute puissance en μ; car il est clair que chacun des deux termes $\frac{1}{3}g\,r^2$ & $-\frac{1}{2}g\,r^2.(\mu^2 - \frac{1}{3})$, satisfait à l'équation précédente. Il nous reste présentement à déterminer la partie de l'intégrale

$$\int(F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$$

qui résulte de l'action des corps étrangers.

Soit S la masse d'un de ces corps; f, sa distance à la molécule attirée; & s, sa distance au centre de gravité du sphéroïde. Son attraction sur la molécule sera $\frac{S}{f^2}$; en la multipliant par l'élément $-\partial f$ de sa direction, & en l'intégrant ensuite, on aura $\frac{S}{f}$. Ce n'est pas la partie entière de l'intégrale $\int(F\,\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ dûe à l'action de S; il faut encore transporter en sens contraire à la molécule, l'action de ce corps sur le centre de gravité du sphéroïde : pour cela, nommons v, l'angle que forme s, avec l'axe des x''; & ψ, l'angle que forme le plan qui passe par cet axe & par le corps S, avec le plan des x'' & des y''; l'action $\frac{S}{s^2}$ de ce corps, sur le centre de gravité du sphéroïde, décomposée parallèlement aux axes des x'', des y'' & des z'', produira les trois forces suivantes,

$$\frac{S}{s^3}.(s.\text{cos}.\,v - x'');$$

$$\frac{S}{s^3}.(s.\text{sin}.\,v.\text{cos}.\,\psi - y'');$$

$$\frac{S}{s^3}.(s.\text{sin}.\,v.\text{sin}.\,\psi - z'').$$

En les transportant en sens contraire à la molécule attirée, ce qui revient à les faire précéder du signe $-$, en les multipliant ensuite respectivement par les élémens $\partial x''$, $\partial y''$, & $\partial z''$ de leurs directions, & en les intégrant; la somme de ces intégrales sera

$$-\frac{S}{s^2}.(x''.\text{cos}.\,v + y''.\text{sin}.\,v.\text{cos}.\,\psi + z''.\text{sin}.\,v.\text{sin}.\,\psi) + \frac{S}{2s^3}.(x''^2 + y''^2 + z''^2) + \text{const}.$$

La partie entière de l'intégrale $\int(F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$ dûe à l'action du corps S, sera donc

$$\frac{S}{f} - \frac{S}{s^2}.(x''.\text{cos}.\,v + y''.\text{sin}.\,v.\text{cos}.\,\psi + z''.\text{sin}.\,v.\text{sin}.\,\psi) + \frac{S}{2s^3}.(x''^2 + y''^2 + z''^2) + \text{const}.$$

& comme cette quantité doit être nulle par rapport au centre de gravité du sphéroïde, que nous supposons immobile; &

que, relativement à ce point, f devient s, & x'', y'' & z'', sont nuls; on a, conſt. $= -\frac{S}{s}$.

Maintenant f eſt égal à

$$\sqrt{[(s.\text{cof.}\, v - x'')^2 + (s.\text{fin.}\, v.\text{cof.}\, \psi - y'')^2 + (s.\text{fin.}\, v.\text{fin.}\, \psi - z'')^2]},$$

ce qui donne en ſubſtituant pour x'', y'' & z'', leurs valeurs,

$$\frac{S}{f} = \frac{S}{\sqrt{[s^2 - 2sr.(\text{cof.}\,\theta.\text{cof.}\, v + \text{fin.}\,\theta.\text{fin.}\, v.\text{cof.}\,(\varpi - \psi)) + r^2]}}:$$

Si l'on réduit cette quantité dans une ſuite deſcendante par rapport aux puiſſances de s, & que l'on repréſente cette ſuite par la ſuivante,

$$\frac{S}{s}.[P^{(0)} + \frac{r}{s}.P^{(1)} + \frac{r^2}{s^2}.P^{(2)} + \&c.];$$

Il eſt aiſé de voir par l'*article X*, qu'en faiſant

$$\text{cof.}\,\theta.\text{cof.}\, v + \text{fin.}\,\theta.\text{fin.}\, v.\text{cof.}\,(\varpi - \psi) = \delta$$

on aura généralement

$$P^{(i)} = \frac{1.3.5\ldots\ldots(2i-1)}{1.2.3\ldots\ldots\ldots i} \times$$

$$1.[\delta^i - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)}.\delta^{i-2} + \frac{i.(i-1).(i-2).(i-3)}{2.4.(2i-1).(2i-3)}.\delta^{i-4} - \&c.]$$

Il réſulte d'ailleurs de l'*article IX*, que l'on a

$$0 = \left\{\frac{\partial(1-\mu\mu).[\frac{\partial P^{(i)}}{\partial\mu}]}{\partial\mu}\right\} + \frac{[\frac{\partial\partial P^{(i)}}{\partial\varpi^2}]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).P^{(i)};$$

en ſorte que les termes de la ſérie précédente, ont cette propriété commune avec ceux de V. On aura, cela poſé,

$$\frac{S}{f} - \frac{S}{s^2}.(x''.\text{cof.}\,v + y''.\text{fin.}\,v.\text{cof.}\,\psi + z''.\text{fin.}\,v.\text{fin.}\,\psi) + \frac{S}{2s^3}.(x''^2 + y''^2 + z''^2) - \frac{S}{s}$$

$$= \frac{S.r^2}{2s^3} + \frac{S.r^2}{s^3}.[P^{(2)} + \frac{r}{s}.P^{(3)} + \frac{r^2}{s^2}.P^{(4)} + \&c.]$$

S'il y a d'autres corps S', S'', &c. en déſignant par s', v',

ψ', P'; s'', v'', ψ'', P'', &c. relativement à ces différens corps; ce que nous avons nommé s, v, ψ, P, relativement au corps S; on aura les parties de l'intégrale

$$\int (F \partial f + F' . \partial f' + \&c.)$$

dûes à leur action, en marquant successivement d'un trait, de deux traits, &c. les lettres s, v, ψ, P, dans l'expression précédente de la partie de cette intégrale, qui est dûe à l'action du corps S.

Si l'on rassemble toutes les parties de cette intégrale, & que l'on fasse

$$\frac{g}{3} + \frac{S}{2s^3} + \frac{S'}{2s'^3} + \&c. = \alpha Z^{(0)}$$

$$\frac{S}{s^3} . P^{(2)} + \frac{S'}{s'^3} . P'^{(2)} + \&c. - \frac{g}{2} . (\mu^2 - \frac{1}{3}) = \alpha Z^{(2)}$$

$$\frac{S}{s^4} . P^{(3)} + \frac{S'}{s'^4} . P'^{(3)} + \&c. = \alpha Z^{(3)},$$

&c.

α étant un très-petit coéfficient, parce que la condition d'un sphéroïde très-peu différent de la sphère, exige que les forces perturbatrices soient très-petites; on aura

$$\int (F . \partial f + F' . \partial f' + \&c.) = V + \alpha r^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + r^2 . Z^{(4)} + \&c.]$$

$Z^{(i)}$ satisfaisant quel que soit i, à l'équation aux différences partielles

$$0 = \left\{ \frac{\partial (1 - \mu\mu) . [\frac{\partial Z^{(i)}}{\partial \mu}]}{\partial \mu} \right\} + \frac{[\frac{\partial \partial Z^{(i)}}{\partial \varpi^2}]}{1 - \mu\mu} + i . (i + 1) . Z^{(i)}.$$

L'équation générale de l'équilibre, sera donc

$$\int \frac{\partial \Pi}{\rho} = V + \alpha r^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + r^2 . Z^{(4)} + \&c.]; \quad (11)$$

Si les corps étrangers sont très-éloignés du sphéroïde, on pourra négliger les quantités $r^3 . Z^{(3)}$, $r^4 . Z^{(4)}$, &c. parce que les

les différens termes de ces quantités étant divisés respectivement par s^4, s^5, &c. s'^4, s'^5, &c. ces termes deviennent très-petits, lorsque s est très-grand par rapport à r. Ce cas a lieu pour les Planètes & pour leurs Satellites, à l'exception de Saturne dont l'anneau est trop près de sa surface, pour n'avoir pas égard aux termes précédens. Il faut donc dans la théorie de la figure de cette Planète, prolonger indéfiniment le second membre de la formule (11), qui a l'avantage de former une série toujours convergente ; & comme alors le nombre des corpuscules extérieurs au sphéroïde est infini, les valeurs de $Z^{(0)}$, $Z^{(2)}$, &c. seront données en intégrales définies, dépendantes de la figure & de la constitution intérieure de l'anneau de Saturne.

On peut observer que si le sphéroïde est formé d'un noyau solide de figure quelconque, recouvert par un fluide; l'équation (11) peut servir encore à déterminer la nature des couches de la partie fluide, en considérant que Π doit toujours être fonction de ρ, & qu'ainsi le second membre de cette équation doit être constant à la surface extérieure & à celle de toutes les couches de densité constante.

XVIII.

CONSIDÉRONS d'abord le cas où le sphéroïde est homogène. Nous avons vu dans l'*article précédent*, qu'il suffit alors que l'on ait à la surface extérieure,

$$V + \alpha r^2.(Z^{(0)} + Z^{(2)} + r.Z^{(3)} + r^2.Z^{(4)} + \&c.) = \text{const.}; \quad (12)$$

Si l'on substitue dans cette équation, au lieu de V, sa valeur donnée par la formule (7) de l'*article XIII*, on aura

$$\frac{4\pi.a^3}{3r} + \frac{4\alpha\pi.a^3}{r}.(Y^{(0)} + \frac{a}{3r}.Y^{(1)} + \frac{a^2}{5r^2}.Y^{(2)} + \&c.)$$
$$+ \alpha r^2.(Z^{(0)} + Z^{(2)} + r.Z^{(3)} + r^2.Z^{(4)} + \&c.) = \text{const.};$$

ce sera l'équation de la surface du sphéroïde, en y substituant au lieu de r, sa valeur à la surface $a.(1 + \alpha y)$, ou

$$a + \alpha a.(Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.)$$

On aura ainſi, en négligeant les quantités de l'ordre α^2,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3}\pi . a^2 + \frac{8\alpha\pi . a^2}{3} . [Y^{(0)} - \tfrac{1}{5} . Y^{(2)} - \tfrac{2}{7} . Y^{(3)} - \tfrac{3}{9} . Y^{(4)} - \&c.]$$
$$+ \alpha a^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + a . Z^{(3)} + a^2 . Z^{(4)} + \&c.].$$

On peut ſuppoſer a tel que $\frac{4}{3}\pi . a^2 =$ conſt., & comme les fonctions $Y^{(i)}$ & $Z^{(i)}$ ſont ſemblables, c'eſt-à-dire, aſſujetties à la même équation aux différences partielles; leur comparaiſon dans l'équation précédente, donnera généralement, i étant plus grand que l'unité,

$$Y^{(i)} = \frac{3}{8\pi} . \frac{2i+1}{i-1} . a^{i-2} . Z^{(i)},$$

équation que l'on peut mettre ſous cette forme

$$Y^{(i)} = \frac{3}{4\pi}\, a^{i-2} . Z^{(i)} + \frac{9}{8a\pi} . \int r^{i-2} . \partial r . Z^{(i)},$$

l'intégrale étant priſe depuis $r = 0$, juſqu'à $r = a$. On aura de plus $Y^{(0)} = -\frac{3}{8\pi} . Z^{(0)}$. De-là, il eſt facile de conclure que le rayon $a . (1 + \alpha y)$ du ſphéroïde, ſera donné par l'équation ſuivante

$$a . (1 + \alpha y) = \left\{ \begin{array}{c} a - \frac{3\alpha a}{8\pi} . Z^{(0)} + \alpha a . Y^{(1)} \\ + \frac{3\alpha a}{4\pi} . [Z^{(2)} + a . Z^{(3)} + a^2 Z^{(4)} + \&c.] \\ + \frac{9\alpha}{8\pi} . \int \partial r [Z^{(2)} + r Z^{(3)} + r^2 Z^{(4)} + \&c.] \end{array} \right\}; \quad (13)$$

Cette équation peut être miſe ſous une forme finie, en obſervant que, par l'*article précédent*, on a

$$\alpha . [Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + r^2 . Z^{(4)} + \&c.]$$
$$= - \tfrac{\varepsilon}{2} . (\mu^2 - \tfrac{1}{3})$$
$$- \frac{S}{s . r^2} - \frac{S . \delta}{s^2 . r} + \frac{S}{r^2 . \sqrt{(s^2 - 2sr . \delta + r^2)}}$$
$$- \frac{S'}{s' . r^2} - \&c.$$
$$- \&c.$$

en ſorte que l'intégrale $\int \partial r . [Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + \&c.]$, eſt facile à déterminer par les méthodes connues.

L'équation précédente du sphéroïde homogène en équilibre, renferme l'indéterminée a, & la fonction $Y^{(1)}$ qui devant satisfaire à l'équation aux différences partielles

$$0 = \left\{ \frac{\partial(1-\mu\mu).[\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial\mu}]}{\partial\mu} \right\} + \frac{[\frac{\partial\partial Y^{(1)}}{\partial\varpi^2}]}{1-\mu\mu} + 2Y^{(1)},$$

est de cette forme

$$H.\mu + H'.\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cos.}\,\varpi + H''.\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{sin.}\,\varpi;$$

H, H', H'', étant des coéfficiens indéterminés. On déterminera ces constantes, par la condition que l'origine des coordonnées, d'où nous supposons partir les rayons du sphéroïde, est à son centre de gravité; & par la masse M du sphéroïde, que nous supposons connue. Ces données fournissent les quatre équations suivantes

$$0 = \int y\mu.\partial\mu.\partial\varpi; \quad 0 = \int y.\partial\mu.\partial\varpi.\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cos.}\,\varpi;$$
$$0 = \int y\partial\mu.\partial\varpi.\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{sin.}\,\varpi; \quad \tfrac{4}{3}\pi.a^3 - \alpha a^3.\int y\,\partial\mu\,\partial\varpi = M;$$

l'intégrale relative à μ, étant prise depuis $\mu = 1$ jusqu'à $\mu = -1$, & l'intégrale relative à ϖ, étant prise depuis $\varpi = 0$ jusqu'à $\varpi = 360^d$.

Pour exécuter ces intégrations, nous allons démontrer un théorème très-général, sur les fonctions de la nature de $Y^{(i)}$.

« Si $Y^{(i)}$ & $U^{(i')}$, sont des fonctions rationnelles & entières de μ, $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{cos.}\,\varpi$, & $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{sin.}\,\varpi$, qui « satisfont aux deux équations suivantes, »

$$« 0 = \left\{ \frac{\partial.(1-\mu\mu).[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}]}{\partial\mu} \right\} + \frac{[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Y^{(i)};$$

$$« 0 = \left\{ \frac{\partial.(1-\mu\mu).[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial\mu}]}{\partial\mu} \right\} + \frac{[\frac{\partial\partial U^{(i')}}{\partial\varpi^2}]}{1-\mu\mu} + i'.(i'+1).U^{(i')};$$

» on aura généralement $\int Y^{(i)}.U^{(i')}.\partial\mu.\partial\varpi = 0$, lorsque i » & i' seront des nombres entiers, positifs & différens entre » eux ; les intégrales étant prises depuis $\mu = 1$ jusqu'à $\mu = -1$, & depuis $\varpi = 0$ jusqu'à $\varpi = 360^d$. »

Pour démontrer ce théorème, nous observerons qu'en vertu de la première des deux équations précédentes, on a

$$\int Y^{(i)}.U^{(i')}.\partial\mu.\partial\varpi = -\frac{1}{i.(i+1)}.\int U^{(i')}.\left[\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right].\partial\mu.\partial\varpi$$
$$-\frac{1}{i.(i+1)}.\int U^{(i')}.\frac{\left(\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu}.\partial\mu.\partial\varpi;$$

or, on a en intégrant par parties, relativement à μ,

$$\int U^{(i')}.\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\}.\partial\mu = \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}\right].(1-\mu\mu).U^{(i')}$$
$$-Y^{(i)}.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial\mu}\right]$$
$$+\int Y^{(i)}.\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\}.\partial\mu;$$

& il est clair que si l'on prend l'intégrale depuis $\mu = 1$ jusqu'à $\mu = -1$, le second membre de cette équation se réduit à son dernier terme. On a pareillement, en intégrant par parties, relativement à ϖ,

$$\int U^{(i')}.\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right].\partial\varpi = \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi}\right].U^{(i')}$$
$$-Y^{(i)}.\left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial\varpi}\right] + \int Y^{(i)}.\left[\frac{\partial\partial U^{(i')}}{\partial\varpi^2}\right].\partial\varpi,$$

& ce second membre se réduit encore à son dernier terme, lorsque l'intégrale est prise depuis $\varpi = 0$ jusqu'à $\varpi = 360^d$;

on aura donc ainsi

$$\int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial \mu . \partial \varpi = - \frac{1}{i.(i+1)} \int Y^{(i)} . \partial \mu . \partial \varpi \times$$

$$\left\{ \left\{ \frac{\partial . (1 - \mu\mu) . \left[\frac{\partial U^{(i')}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left[\frac{\partial \partial U^{(i')}}{\partial \varpi^2} \right]}{1 - \mu\mu} \right\}$$

d'où l'on tire, en vertu de la seconde des deux équations précédentes aux différences partielles,

$$\int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial \mu . \partial \varpi = \frac{i' . (i'+1)}{i.(i+1)} . \int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial \mu . \partial \varpi;$$

on aura donc, $0 = \int Y^{(i)} . U^{(i')} . \partial \mu . \partial \varpi$, lorsque i est différent de i'.

Les quantités μ, $\sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{cos.} \varpi$, $\sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{sin.} \varpi$, étant comprises dans la forme $U^{(1)}$; si l'on substitue dans les trois équations

$$0 = \int y \mu . \partial \mu . \partial \varpi;$$
$$0 = \int y . \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{cos.} \varpi;$$
$$0 = \int y . \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{sin.} \varpi;$$

au lieu de y, sa valeur $Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.$ elles se réduisent par le théorème précédent, aux trois suivantes,

$$0 = \int Y^{(1)} . \mu . \partial \mu . \partial \varpi;$$
$$0 = \int Y^{(1)} . \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{cos.} \varpi;$$
$$0 = \int Y^{(1)} . \partial \mu . \partial \varpi . \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{sin.} \varpi;$$

d'où il est aisé de conclure $Y^{(1)} = 0$.

L'equation $\frac{4}{3} \pi . a - \alpha a^3 . \int y \partial \mu \partial \varpi = M$, se réduit à celle-ci,

$$\frac{4}{3} \pi . a^3 - \alpha a^3 . \int Y^{(0)} \partial \mu \partial \varpi = M;$$

en substituant donc au lieu de $Y^{(0)}$, sa valeur $- \frac{3}{8\pi} . Z^{(0)}$,

on aura

$$a = (1 + \frac{3\alpha Z^{(0)}}{8\pi}) \cdot \sqrt[3]{(\frac{3M}{4\pi})}.$$

XIX.

L'ÉQUATION (12) de l'*article précédent*, a non-ſeulement l'avantage de faire connoître la figure du ſphéroïde, mais encore celui de donner par ſa différenciation, la loi de la peſanteur à ſa ſurface; car il eſt viſible que le premier membre de cette équation, étant l'intégrale de la ſomme de toutes les forces dont chaque molécule eſt animée à la ſurface, multipliées par les élémens de leurs directions reſpectives; on aura la partie de la réſultante qui agit ſuivant le rayon r, en différenciant ce premier membre par rapport à r; ainſi en nommant p, la force dont une molécule de la ſurface eſt ſollicitée vers le centre du ſphéroïde, on aura

$$p = -(\frac{\partial V}{\partial r}) - \frac{\alpha}{\partial r} \cdot \partial \cdot (r^2 Z^{(0)} + r^2 Z^{(2)} + r^3 \cdot Z^{(3)} + \&c).$$

Si l'on ſubſtitue dans cette équation, au lieu de $-(\frac{\partial V}{\partial r})$, ſa valeur à la ſurface, $\frac{2}{3}\pi a + \frac{V}{2a}$, donnée par l'équation (6) de l'*article XIII*; & au lieu de V, ſa valeur donnée par l'équation (12); ſi l'on obſerve enſuite que nous avons ſuppoſé a, tel que la conſtante de cette dernière équation eſt égale à $\frac{4}{3}\pi . a^2$; on aura

$$\left.\begin{array}{l} p = \frac{4}{3}\pi a - \frac{1}{2}\alpha a . \{Z^{(0)} + Z^{(2)} + a . Z^{(3)} + a^2 . Z^{(4)} + \&c.\} \\ \quad - \frac{\alpha}{\partial r} . \partial . \{ r^2 Z^{(0)} + r^2 . Z^{(2)} + r^3 . Z^{(3)} + \&c.\} \end{array}\right\} ; (14)$$

r devant être changé en a, après les différenciations, dans ce ſecond membre qui par l'*article précédent*, peut toujours ſe réduire à une fonction finie.

p ne repréſente pas exactement la peſanteur, mais ſeulement la partie de cette force dirigée vers le centre du ſphéroïde, en la ſuppoſant décompoſée en deux dont l'une ſoit perpendiculaire au rayon r, & dont l'autre p, ſoit dirigée ſuivant ce rayon. Le ſphéroïde différant très-peu de la ſphère, la première force ſera très-petite de l'ordre α; en la déſignant donc par $\alpha.\gamma$, la peſanteur ſera égale à $\sqrt{(p^2 + \alpha^2.\gamma^2)}$, quantité qui en négligeant les termes de l'ordre α^2, ſe réduit à p. Nous pouvons ainſi conſidérer p, comme exprimant la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde, en ſorte que les équations (13) & (14) déterminant & la figure des ſphéroïdes homogènes, & la loi de la peſanteur à leur ſurface; elles renferment une théorie complète de ces ſphéroïdes, dans la ſuppoſition où ils diffèrent très-peu d'une ſphère.

Si les corps étrangers S, S', S'', &c. ſont nuls, & que le ſphéroïde ne ſoit par conſéquent ſollicité que par l'attraction de ſes molécules, & par la force centrifuge de ſon mouvement de rotation, ce qui eſt le cas de la Terre & de toutes les Planètes premières, à l'exception de Saturne; on trouvera en déſignant par φ, le rapport de la force centrifuge à la peſanteur à l'équateur, rapport qui eſt à très-peu-près égal à $\dfrac{g}{\frac{4}{3}\pi}$,

$$a.(1 + \alpha y) = a.\{1 + \tfrac{1}{4}.\varphi - \tfrac{5}{4}.\varphi\mu^2\}$$

$$p = \tfrac{4}{3}\pi.a.\{1 - \tfrac{5}{4}.\varphi + \tfrac{5}{4}.\varphi.\mu^2\}$$

$$a = (1 + \tfrac{1}{6}.\varphi).\sqrt[3]{\left(\frac{M}{\frac{4}{3}\pi}\right)};$$

le ſphéroïde eſt donc alors un ellipſoïde de révolution, ſur lequel les accroiſſemens de la peſanteur & les diminutions des rayons, en allant de l'équateur aux pôles, ſont proportionnels au carré du ſinus de la latitude, μ étant à très-peu-près égal à ce ſinus.

XX.

Les déterminations précédentes ſont données directement par l'analyſe, & indépendamment de toute hypothèſe;

l'équation (14) a de plus l'avantage d'être indépendante des séries, puisque nous en avons éliminé V & $\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)$, au moyen des équations (6) & (12) des *articles XIII* & *XVIII;* il n'en est pas ainsi de l'équation (13), & cela peut faire craindre qu'elle ne renferme pas toutes les figures d'équilibre dont le sphéroïde est susceptible : nous allons ainsi déterminer ces figures, directement & indépendamment des suites.

Supposons d'abord que le sphéroïde soit de révolution, & que son rayon soit $a.(1 + \alpha y)$, y étant une fonction de cos. θ ou de μ, & θ étant l'angle que forme ce rayon avec l'axe de révolution. Si l'on nomme f, une droite quelconque menée de l'extrêmité de ce rayon dans l'intérieur du sphéroïde ; p, le complément de l'angle que forme cette droite, avec le plan qui passe par le rayon $a.(1 + \alpha y)$ & par l'axe de révolution ; q, l'angle formé par la projection de f sur ce plan, & par le rayon ; enfin si l'on nomme V la somme de toutes les molécules du sphéroïde, divisées par leurs distances à la molécule placée à l'extrêmité du rayon $a.(1 + \alpha y)$; chaque molécule étant égale à $f^2 \partial f . \partial p . \partial q . \text{fin.} p$, on aura, comme dans l'*article II*, $V = \frac{1}{2} \int\int f^{\prime 2} \partial p . \partial q . \text{fin.} p$; f' étant ce que devient f à la sortie du sphéroïde. Il faut maintenant déterminer f' en fonction de p & de q.

Pour cela, nous observerons que si l'on nomme θ' la valeur de θ, relative à ce point de sortie, & $a.(1 + \alpha y')$, le rayon correspondant du sphéroïde, y' étant une pareille fonction de cos. θ' ou de μ', que y l'est de μ; il est facile de s'assurer par la trigonométrie, que le cosinus de l'angle formé par les deux droites f', & $a.(1 + \alpha y)$ est égal à fin. p . cos. q, & qu'ainsi dans le triangle rectiligne formé par les trois droites f', $a.(1 + \alpha y)$ & $a.(1 + \alpha y')$, on a

$$a^2.(1 + \alpha y')^2 = f^{\prime 2} - 2af'.(1 + \alpha y).\text{fin.} p.\text{cof.} q + a^2.(1 + \alpha y)^2.$$

Cette

Cette équation donne pour f'^2 deux valeurs ; mais l'une d'elles étant de l'ordre α^2, elle est nulle lorsqu'on néglige les quantités de cet ordre, & l'autre devient

$$f'^2 = 4a^2 \cdot \text{sin.} p^2 \cdot \text{cos.} q^2 \cdot (1 + 2\alpha y) + 4\alpha . a^2 . (y' - y),$$

ce qui donne

$$V = 2a^2 \int\int \partial p . \partial q \cdot \text{sin.} p . [(1 + 2\alpha y) . \text{sin.} p^2 \cdot \text{cos.} q^2 + \alpha (y' - y)].$$

Il est visible que les intégrales doivent être prises depuis p & q, égaux à zéro jusqu'à p & q, égaux à 180 degrés ; on aura ainsi

$$V = \tfrac{4}{3}\pi . a^2 - \tfrac{4}{3}\alpha\pi . a^2 y + 2\alpha a^2 . \int\int \partial p . \partial q . y' . \text{sin.} p.$$

y' étant une fonction de cos. θ', il faut déterminer ce cosinus en fonction de p & de q ; on pourra dans cette détermination, négliger les quantités de l'ordre α, puisque y' est déja multiplié par α ; cela posé, on trouvera facilement

$$a . \text{cos.} \theta' = (a - f' . \text{sin.} p . \text{cos.} q) . \text{cos.} \theta + f' . \text{sin.} p . \text{sin.} q . \text{sin.} \theta;$$

d'où l'on tire en substituant pour f', sa valeur $2 a . \text{sin.} p . \text{cos.} q$,

$$\mu' = \mu . \text{cos.} p^2 - \text{sin.} p^2 . \text{cos.} (2q + \theta).$$

On doit observer ici relativement à l'intégrale $\int\int y' . \partial p . \partial q . \text{sin.} p$ prise par rapport à q, depuis $2q = 0$ jusqu'à $2q = 360^d$, que le résultat seroit le même, si l'on prenoit cette intégrale depuis $2q = -\theta$ jusqu'à $2q = 360^d - \theta$; parce que les valeurs de μ', & par conséquent celles de y', sont les mêmes depuis $2q = -\theta$ jusqu'à $2q = 0$, que depuis $2q = 360^d - \theta$ jusqu'à $2q = 360^d$; en supposant donc $2q + \theta = q'$, ce qui donne

$$\mu' = \mu . \text{cos.} p^2 - \text{sin.} p^2 . \text{cos.} q',$$

on aura

$$V = \tfrac{4}{3}\pi . a^2 - \tfrac{4}{3}\alpha\pi . a^2 . y + \alpha a^2 . \int\int y' . \partial p . \partial q' . \text{sin.} p,$$

les intégrales étant prises depuis $p = 0$ jusqu'à $p = 180^d$, & depuis $q' = 0$ jusqu'à $q' = 360^d$.

Maintenant, si l'on désigne par $a^2 . N$, l'intégrale de toutes les forces étrangères à l'attraction du sphéroïde, & multipliées par les élémens de leurs directions; on aura par l'*article XVII* dans le cas de l'équilibre,

$$\text{const.} = V + a^2 . N;$$

& en substituant au lieu de V, sa valeur, on aura

$$\text{const.} = \frac{4}{3} \alpha \pi . y - \alpha \int\int y' \partial p . \partial q' . \text{sin.}\, p - N,$$

équation qui n'est visiblement que l'équation (12) de l'*article XVIII*, présentée sous une autre forme. Cette équation étant linéaire, il en résulte que si un nombre quelconque de rayons $a.(1 + \alpha y)$, $a.(1 + \alpha v)$, &c. y satisfont, le rayon $a.(1 + \alpha y + \alpha v +$ &c.$)$, y satisfera pareillement.

Supposons que les forces étrangères se réduisent à la force centrifuge dûe au mouvement de rotation du sphéroïde, & nommons g, cette force à la distance 1 de l'axe de rotation; nous aurons par l'*article XVII*, $N = \frac{g}{2} . (1 - \mu^2)$; l'équation de l'équilibre sera par conséquent

$$\text{const.} = \frac{4}{3} . \alpha \pi . y - \alpha . \int\int y' \partial p . \partial q' . \text{sin.}\, p - \frac{1}{2} g . (1 - \mu^2).$$

En la différenciant trois fois de suite relativement à μ, & en observant que $\left(\frac{\partial \mu'}{\partial \mu}\right) = \text{cos.}\, p^2$, on aura

$$0 = \tfrac{4}{3} \pi . \left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu^3}\right) - \int\int \partial p . \partial q' . \text{sin.}\, p . \text{cos.}\, p^6 . \left(\frac{\partial^3 y'}{\partial \mu'^3}\right);$$

or, on a $\int\int \partial p . \partial q' . \text{sin.}\, p . \text{cos.}\, p^6 = \frac{4\pi}{7}$; on pourra donc mettre l'équation précédente sous cette forme

$$0 = \int\int \partial p . \partial q' . \text{sin.}\, p . \text{cos.}\, p^6 . \left[\tfrac{7}{3} . \left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu^3}\right) - \left(\frac{\partial^3 y'}{\partial \mu'^3}\right)\right].$$

Cette équation doit avoir lieu quel que ſoit μ, en ſorte que μ doit diſparoître après les intégrations; or, il eſt clair que parmi toutes les valeurs de μ compriſes depuis $\mu = 1$ juſqu'à $\mu = -1$, il en exiſte une que nous déſignerons par h, & qui eſt telle qu'abſtraction faite du ſigne, aucune des valeurs de $\left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu^3}\right)$ ne ſurpaſſera pas celle qui eſt relative à h; en déſignant donc par H, cette dernière valeur, on aura encore

$$o = \int\int \partial p . \partial q' . \text{ſin.}\, p . \text{coſ.}\, p^6 . \left[\tfrac{7}{3} H - \left(\frac{\partial^3 y'}{\partial \mu'^3}\right)\right].$$

La quantité $\frac{7}{3} H - \left(\frac{\partial^3 y'}{\partial \mu'^3}\right)$, eſt évidemment du même ſigne que H, & le facteur ſin. p . coſ. p^6 eſt conſtamment poſitif dans toute l'étendue de l'intégrale; les élémens de cette intégrale ſont donc tous du même ſigne que H; d'où il ſuit que l'intégrale entière ne peut être nulle, à moins que H ne le ſoit lui-même, ce qui exige que l'on ait généralement, $o = \left(\frac{\partial^3 y}{\partial \mu'^3}\right)$; d'où l'on tire en intégrant,

$$y = l + m . \mu + n \mu^2;$$

l, m, n, étant des conſtantes arbitraires.

Si l'on fixe l'origine des rayons au milieu de l'axe de révolution, & que l'on prenne pour a, la moitié de cet axe; y ſera nul, lorſque $\mu = 1$, & lorſque $\mu = -1$, ce qui donne $m = o$ & $n = -l$; y devient ainſi, $l . (1 - \mu^2)$. En ſubſtituant cette valeur dans l'équation de l'équilibre

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3} \alpha \pi . y - \alpha \int\int y' \partial p . \partial q' . \text{ſin.}\, p - \tfrac{1}{2} g . (1 - \mu^2);$$

on trouvera, $\alpha l = \frac{15 . g}{16 \pi} = \frac{5}{4} . \varphi$, φ étant le rapport de la force centrifuge à la peſanteur à l'équateur, rapport qui eſt à très-peu-près égal à $\frac{3 g}{4 \pi}$; le rayon du ſphéroïde ſera donc $a \,.\, [1 + \frac{5\varphi}{4} \,.\, (1 - \mu^2)]$; d'où il ſuit que ce ſphéroïde eſt un ellipſoïde de révolution, ce qui eſt conforme à ce qui précède.

Nous voilà ainſi parvenus à déterminer directement & indépendamment des ſuites, la figure d'un ſphéroïde homogène de révolution qui tourne ſur ſon axe, & à faire voir qu'elle ne peut être que celle d'un ellipſoïde qui ſe réduit à une ſphère lorſque $\varphi = 0$; en ſorte que la ſphère eſt la ſeule figure de révolution qui ſatisfaſſe à l'équilibre d'une maſſe fluide homogène immobile.

De-là on peut généralement conclure que ſi la maſſe fluide eſt ſollicitée par des forces quelconques très-petites, il n'y a qu'une ſeule figure poſſible d'équilibre, ou, ce qui revient au même, il n'y a qu'un ſeul rayon $a \,.\, (1 + \alpha y)$ qui puiſſe ſatisfaire à l'équation de l'équilibre,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3}\alpha\pi \,.\, y - \alpha \int\!\!\int y' \partial p \,.\, \partial q' \,.\, \text{ſin.}\, p - N,$$

y étant fonction de θ & de la longitude ϖ, & y' étant ce que devient y, lorſqu'on y change θ & ϖ en θ' & ϖ'.

Suppoſons, en effet, qu'il y ait deux rayons différens $a \,.\, (1 + \alpha y)$, & $a \,.\, (1 + \alpha y + \alpha v)$, qui ſatisfaſſent à cette équation; on aura,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3} \,.\, \alpha\pi \,.\, (y + v) - \alpha \,.\, \int\!\!\int . (y' + v') \,.\, \partial p \,.\, \partial q' \,.\, \text{ſin.}\, p - N.$$

En retranchant l'équation précédente de celle-ci, on aura,

$$\text{conſt.} = \tfrac{4}{3}\pi \,.\, v - \int\!\!\int v' \,.\, \partial p \,.\, \partial q' \,.\, \text{ſin.}\, p.$$

Cette équation eſt viſiblement celle d'un ſphéroïde homogène en équilibre, dont le rayon eſt $a \,.\, (1 + \alpha v)$, & qui n'eſt ſollicité par aucune force étrangère à l'attraction de ſes molécules. L'angle ϖ diſparoiſſant de lui-même, dans cette équation; le rayon $a \,.\, (1 + \alpha v)$ y ſatisferoit encore en y changeant ϖ ſucceſſivement dans $\varpi + \partial\varpi, \varpi + 2\partial\varpi$, &c. d'où il ſuit que ſi l'on nomme v_1, v_2, &c. ce que devient v, en vertu de ces changemens, le rayon

$$a.(1 + \alpha v . \partial \varpi + \alpha v_1 . \partial \varpi + \alpha v_2 . \partial \varpi + \&c.)$$

ou $a.(1 + \alpha \int v \partial \varpi)$ ſatisfera à l'équation précédente. Si l'on prend l'intégrale $\int v \partial \varpi$, depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^d$, le rayon $a.(1 + \alpha . \int v \partial \varpi)$ devient celui d'un ſphéroïde de révolution qui, par ce qui précède, ne peut être qu'une ſphère; voyons la condition qui en réſulte pour v.

Suppoſons que a ſoit la plus courte diſtance du centre de gravité du ſphéroïde dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha v)$, à la ſurface, & que le pôle où l'origine de l'angle θ ſoit à l'extrémité de a; v ſera nul au pôle, & poſitif par-tout ailleurs; il en ſera de même de l'intégrale $\int v \partial \varpi$. Maintenant, puiſque le centre de gravité du ſphéroïde dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha v)$, eſt au centre de la ſphère dont le rayon eſt a, ce point ſera pareillement le centre de gravité du ſphéroïde dont le rayon eſt $a.(1 + \alpha \int v \partial \varpi)$; les différens rayons menés de ce centre à la ſurface de ce dernier ſphéroïde, ſont donc inégaux entr'eux, ſi v n'eſt pas nul; il ne peut donc être une ſphère que dans le cas où $v = 0$: ainſi, nous ſommes aſſurés qu'un ſphéroïde homogène, ſollicité par des forces quelconques très-petites, ne peut être en équilibre que d'une ſeule manière, & que, par conſéquent, l'équation (13) de l'*article XVIII* épuiſe toutes les figures poſſibles d'équilibre.

XXI.

L'ANALYSE précédente ſuppoſe que N eſt indépendant de la figure du ſphéroïde; c'eſt ce qui a lieu lorſque les forces étrangères à l'action des molécules fluides, ſont dûes à la force centrifuge de ſon mouvement de rotation & à l'attraction des corps extérieurs au ſphéroïde; mais ſi l'on conçoit au centre du ſphéroïde, une force finie proportionnelle à une fonction de la diſtance, ſon action ſur les molécules placées à la ſurface du fluide, dépendra de la nature de cette ſurface, & par conſéquent, N dépendra de y. Ce cas eſt celui d'une maſſe fluide homogène, qui recouvre une ſphère d'une denſité différente de celle du fluide; car on peut conſidérer cette ſphère comme étant de même denſité que le fluide, & placer à ſon centre une force réciproque au carré des diſtances, de manière que ſi l'on nomme c le rayon de la ſphère, & ρ ſa denſité, celle du fluide étant priſe pour unité; cette force à la diſtance r ſoit égale à $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{c^3 \cdot (\rho - 1)}{r^2}$. En la multipliant par l'élément $-\partial r$ de ſa direction, l'intégrale du produit ſera $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{c^3 \cdot (\rho - 1)}{r}$, quantité qu'il faut ajouter à $a^2 \cdot N$; & comme à la ſurface on a $r = a \cdot (1 + \alpha y)$, il faudra dans l'équation de l'équilibre de l'*article précédent*, ajouter à N, $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{(\rho - 1) \cdot c^3}{a^3} \cdot (1 - \alpha y)$. Cette équation deviendra

$$\text{conſt.} = \frac{4\alpha}{3}\pi \cdot \left[1 + (\rho - 1) \cdot \frac{c^3}{a^3}\right] \cdot y - \alpha \cdot \int\int y' \partial p \cdot \partial q' \cdot \text{ſin.}\, p - N.$$

Si l'on déſigne par $a \cdot (1 + \alpha y + \alpha v)$, le rayon d'un ſecond ſphéroïde en équilibre; on aura pour déterminer v, l'équation

$$\text{conſt.} = \frac{4}{3}\pi \cdot \left[1 + (\rho - 1) \cdot \frac{c^3}{a^3}\right] \cdot v - \int\int v' \cdot \partial p \cdot \partial q' \cdot \text{ſin.}\, p,$$

équation qui eſt celle de l'équilibre du ſphéroïde, en le ſuppoſant immobile, & en faiſant abſtraction de toute force extérieure.

Si le ſphéroïde eſt de révolution, v ſera uniquement fonction de $\text{coſ.}\, \theta$ ou de μ; or, on peut dans ce cas, le déterminer par l'analyſe de l'*article précédent;* car ſi l'on différencie cette équation, $i + 1$ fois de ſuite, relativement à μ, on aura

$$0 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left[1 + (\rho - 1) \cdot \frac{c^3}{a^3}\right] \cdot \left(\frac{\partial^{i+1} \cdot v}{\partial \mu^{i+1}}\right)$$
$$- \int\int \left(\frac{\partial^{i+2} \cdot v'}{\partial \mu'^{i+1}}\right) \cdot \partial p \cdot \partial q' \cdot \text{ſin.}\, p \cdot \text{coſ.}\, p^{2i+2}.$$

Mais on a $\int\int \partial p . \partial q' . \sin. p . \cos. p^{2i+2} = \frac{4\pi}{2i+3}$; l'équation précédente peut donc être mise sous cette forme,

$$0 = \int\int \partial p . \partial q' . \sin. p . \cos. p^{2i+2} \times$$

$$. \{ \frac{2i+3}{3} . [1 + (\rho - 1) . \frac{c^3}{a^3}] . (\frac{\partial^{i+1} . v}{\partial \mu^{i+1}}) - (\frac{\partial^{i+1} . v'}{\partial \mu'^{i+1}}) \}$$

On peut toujours prendre i, tel qu'abstraction faite du signe, on ait $\frac{2i+3}{3} . [1 + (\rho - 1) . \frac{c^3}{a^3}] > 1$; en supposant donc que i soit le plus petit nombre qui rende cette quantité plus grande que l'unité, on s'assurera comme dans l'*article précédent*, que cette équation ne peut être satisfaite, à moins qu'on ne suppose $(\frac{\partial^{i+1} . v}{\partial \mu^{i+1}}) = 0$, ce qui donne

$$v = \mu^i + A . \mu^{i-1} + B . \mu^{i+2} + \&c.$$

En substituant dans l'équation précédente de l'équilibre, au lieu de v, cette valeur, & au lieu de v',

$$\mu'^i + A . \mu'^{i-1} + B . \mu'^{i-2} + \&c.$$

μ' étant, par l'*article précédent*, égal à $\mu . \cos. p^2 - \sin. p^2 . \cos. q'$; on trouvera d'abord $1 + (\rho - 1) . \frac{c^3}{a^3} = \frac{3}{2i+1}$, où $i = \frac{2a^3 + (1-\rho) . c^3}{2a^3 - 2 . (1-\rho) . c^3}$, ce qui suppose ρ égal ou moindre que l'unité: ainsi, toutes les fois que a, c & ρ ne seront pas tels que le second membre de cette équation soit un nombre entier positif, le fluide ne pourra être en équilibre que d'une seule manière. On aura ensuite $A = 0$, $B = -\frac{i . (i-1)}{2 . (2i-1)}$, &c. en sorte que

$$v = \mu^i - \frac{i . (i-1)}{2 . (i-1)} . \mu^{i-2} + \frac{i . (i-1) . (i-2) . (i-3)}{2 . 4 . (2i-1) . (2i-3)} . \mu^{i-4} - \&c.$$

Il y a donc généralement deux figures d'équilibre, puiſque $\alpha\, v$ eſt ſuſceptible de deux valeurs, dont l'une eſt donnée par la ſuppoſition de $\alpha = 0$, & dont l'autre eſt donnée par la ſuppoſition de v, égal à la fonction précédente de μ.

Si le ſphéroïde eſt immobile, & n'eſt ſollicité par aucune force étrangère à l'action de ſes molécules, la première de ces deux figures eſt une ſphère, & la ſeconde a pour méridien une courbe de l'ordre i. On doit cependant obſerver que ces deux figures coïncident lorſque $i = 1$, parce que le rayon $a.(1 + \alpha\, \mu)$ eſt celui d'une ſphère dans laquelle l'origine des rayons eſt à la diſtance α de ſon centre; mais alors il eſt aiſé de voir que $\rho = 1$, c'eſt-à-dire que le ſphéroïde eſt homogène, ce qui eſt conforme au réſultat de l'*article précédent*.

Lorſqu'on a les figures de révolution qui ſatisfont à l'équilibre, il eſt facile d'en conclure celles qui ne ſont pas de révolution, par la méthode ſuivante.

Au lieu de fixer l'origine de l'angle θ à l'extrémité de l'axe de révolution, ſuppoſons qu'elle ſoit à une diſtance γ de cette extrémité, & nommons θ' la diſtance à cette même extrémité, d'un point de la ſurface dont θ eſt la diſtance à la nouvelle origine de l'angle θ; nommons de plus $\varpi + \beta$, l'angle compris entre les deux arcs θ & γ; nous aurons par la trigonométrie ſphérique,

$$\text{coſ. } \theta' = \text{coſ. } \gamma \,.\, \text{coſ. } \theta + \text{ſin. } \gamma \,.\, \text{ſin. } \theta \,.\, \text{coſ. } (\varpi + \beta);$$

en déſignant donc par $\psi\,(\text{coſ. } \theta')$ la fonction

$$\text{coſ. } \theta'^{\,i} - \frac{i.(i-1)}{2.(2i-1)} \,.\, \text{coſ. } \theta'^{\,i-2} + \text{\&c.}$$

le rayon du ſphéroïde immobile en équilibre, que nous venons de voir être égal à $a + \alpha\, a \,.\, \psi\,(\text{coſ. } \theta')$, ſera $a + \alpha\, a \,.\, \psi\,\{\text{coſ. } \gamma \,.\, \text{coſ. } \theta + \text{ſin. } \gamma \,.\, \text{ſin. } \theta \,.\, \text{coſ. } (\varpi + \beta)\}$; & quoiqu'il ſoit fonction de l'angle ϖ, il appartient à un ſolide de révolution, mais dans lequel l'origine de l'angle θ n'eſt point à l'extrêmité de l'axe de révolution.

Puiſque

Puisque ce rayon satisfait à l'équation de l'équilibre, quels que soient α, β & γ; il y satisfera encore en changeant ces quantités en α', β', γ'; α'', β'', γ'', &c. d'où il suit que cette équation étant linéaire, le rayon

$$\left.\begin{array}{l} a + \alpha a . \psi [\text{cos.}\, \gamma . \text{cos.}\, \theta + \text{sin.}\, \gamma . \text{sin.}\, \theta . \text{cos.}\, (\varpi + \beta) \\ + \alpha' a . \psi [\text{cos.}\, \gamma' . \text{cos.}\, \theta + \text{sin.}\, \gamma' . \text{sin.}\, \theta . \text{cos.}\, (\varpi + \beta') \\ + \&c. \end{array}\right\}$$

y satisfera pareillement. Le sphéroïde auquel ce rayon appartient, n'est plus de révolution; il est formé d'une sphère du rayon a, & d'un nombre quelconque de couches semblables à l'excès du sphéroïde de révolution dont le rayon est $a + \alpha a . \psi (\mu)$, sur la sphère dont le rayon est a; ces couches étant posées arbitrairement les unes au-dessus des autres.

Si l'on compare l'expression de $\psi (\mu)$ avec celle de $Q^{(i)}$ de l'*article X*, on verra que ces deux fonctions ne diffèrent que par un facteur indépendant de μ; d'où il suit que l'on a

$$0 = \left\{ \frac{\partial (1 - \mu\mu) . \left[\frac{\partial \psi (\mu)}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + i . (i + 1) . \psi . (\mu).$$

Il est facile d'en conclure que si l'on représente par $\alpha Y^{(i)}$, la fonction

$$\left.\begin{array}{l} \alpha \psi . [\text{cos.}\, \gamma . \text{cos.}\, \theta + \text{sin.}\, \gamma . \text{sin.}\, \theta . \text{cos.}\, (\varpi + \beta) \\ + \alpha' . \psi [\text{cos.}\, \gamma' . \text{cos.}\, \theta + \text{sin.}\, \gamma' . \text{sin.}\, \theta . \text{cos.}\, (\varpi + \beta') \\ + \&c. \end{array}\right\}$$

$Y^{(i)}$ sera une fonction rationnelle & entière de

$$\mu, \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{cos.}\, \varpi, \sqrt{(1 - \mu^2)} . \text{sin.}\, \varpi,$$

qui satisfera à l'équation aux différences partielles,

$$0 = \left\{ \frac{\partial . (1 - \mu\mu) . \left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu} \right]}{\partial \mu} \right\} + \frac{\left[\frac{\partial \partial Y^{(i)}}{\partial \varpi^2} \right]}{1 - \mu\mu} + i . (i + 1) . Y^{(i)};$$

en choisissant donc pour $Y^{(i)}$, la fonction la plus générale de cette nature, la fonction $a.(1 + \alpha Y^{(i)})$ sera l'expression la plus générale du rayon du sphéroïde immobile en équilibre.

On peut parvenir au même résultat au moyen de l'expression de V en séries, de l'*article XIII;* car l'équation de l'équilibre étant, par l'*article précédent*,

$$\text{const.} = V + a^2 . N;$$

si l'on suppose que toutes les forces étrangères à l'action des molécules fluides, se réduisent à une seule force attractive égale à $\frac{4}{3}\pi . \frac{(\rho - 1).c^3}{r^2}$, placée au centre du sphéroïde; en multipliant cette force par l'élément $-\partial r$ de sa direction, & en l'intégrant ensuite, on aura

$$\tfrac{4}{3}\pi . \frac{(\rho - 1).c^3}{r} = a^2 . N;$$

comme à la surface, $r = a.(1 + \alpha y)$, l'équation précédente de l'équilibre deviendra

$$\text{const.} = V + \tfrac{4}{3}\alpha\pi . \frac{c^3}{a} .(1 - \rho).y.$$

En substituant dans cette équation, au lieu de V, sa valeur donnée par la formule (7) de l'*article XIII,* dans laquelle on mettra pour r, sa valeur à la surface, $a(1 + \alpha y)$; & en substituant pour y, sa valeur

$$Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c;$$

on aura

$$\begin{aligned} 0 = {} & \left[(1 - \rho) . \frac{c^3}{a^3} + 2\right] . Y^{(0)} + (1 - \rho) . \frac{c^3}{a^3} . Y^{(1)} \\ & + \left[(1 - \rho) . \frac{c^3}{a^3} - \tfrac{2}{5}\right] . Y^{(2)} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \ldots\ldots + \left[(1 - \rho) . \frac{c^3}{a^3} - \left(\frac{2i - 2}{2i + 1}\right)\right] . Y^{(i)} + \&c. \end{aligned}$$

la constante a étant supposée telle que const. $= \frac{4}{3}\pi . a^2$. Cette équation donne $Y^{(0)} = 0$, $Y^{(1)} = 0$, $Y^{(2)} = 0$,

&c. à moins que le coéfficient de l'une de ces quantités, de $Y^{(i)}$ par exemple, ne ſoit nul : ce qui donne

$$(1 - \varrho) \cdot \frac{c^3}{a^3} = \frac{2i - 2}{2i + 1},$$

i étant un nombre entier poſitif; & dans ce cas, toutes ces quantités ſont nulles, excepté $Y^{(i)}$; on aura donc alors $y = Y^{(i)}$, ce qui eſt conforme à ce que nous venons de trouver.

On voit ainſi que les réſultats obtenus par la réduction de V en ſérie, ont toute la généralité poſſible, & qu'il n'eſt point à craindre qu'aucune figure d'équilibre échappe à l'analyſe fondée ſur cette réduction.

XXII.

Examinons maintenant le cas où le ſphéroïde eſt hétérogène, & pour cela reprenons l'équation (11) de l'*article XVII.*

$$\int \frac{\partial \Pi}{\varrho} = V + \alpha r^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + \&c.];$$

ſi l'on y ſubſtitue pour V, ſa valeur donnée par la formule (10) de l'*article XVI*, on aura

$$\left.\begin{aligned} \int \frac{\partial \Pi}{\varrho} = 2\pi . \int \varrho \partial . a^2 + 4\alpha\pi . \times \\ \int \varrho . \partial \left[a^2 . Y^{(0)} + \frac{ar}{3} . Y^{(1)} + \frac{r^2}{5} . Y^{(2)} + \frac{r^3}{7a} . Y^{(3)} + \&c.\right] \\ + \frac{4\pi}{3r} \int \varrho \partial . a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r} . \times \\ \int \varrho . \partial \left[a^3 . Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r} . Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2} . Y^{(2)} + \&c.\right] \\ + \alpha r^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + r Z^{(3)} + \&c.] \end{aligned}\right\} ; (15)$$

les deux premières intégrales du ſecond membre de cette équation, étant priſes depuis $a = a$ juſqu'à $a =$ a, & les deux dernières étant priſes depuis $a =$ o juſqu'à

$a = a$; r devant être changé en $a(1 + \alpha y)$ après toutes les différenciations & les intégrations. On aura ainsi à la surface extérieure

$$\left.\begin{array}{l} \int \frac{\partial \Pi}{\rho} = \frac{4\pi}{3r} \cdot \int \rho \partial . a^3 + \frac{4\alpha\pi}{r} \times \\ \int \rho \partial . [a^3 Y^{(0)} + \frac{a^4}{3r} . Y^{(1)} + \frac{a^5}{5r^2} Y^{(2)} + \frac{a^6}{7r^3} . Y^{(3)} + \&c.] \\ + \alpha r^2 . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + r . Z^{(3)} + \&c.] \end{array}\right\} ; (16)$$

les intégrales étant prises depuis $a = 0$ jusqu'à $a = a$. Cette équation a l'avantage de donner par la différenciation de son second membre, la pesanteur à la surface du sphéroïde; car en nommant p, cette force, on aura p égal à la différentielle de ce second membre, prise par rapport à r, & divisée par $- \partial r$.

Si le sphéroïde est entièrement fluide, ou formé d'un noyau solide recouvert d'un fluide; l'équation (15) donnera les valeurs de $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, &c. relatives à chacune des couches de niveau du fluide; & si le fluide est homogène, il suffira de satisfaire à l'équation (16).

Il est aisé de voir par la nature de ces équations qui sont linéaires, que si l'on y a satisfait d'une manière quelconque; on aura leur solution complète, en ajoutant aux valeurs particulières de $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, &c. que l'on suppose connues, celles qui ont lieu dans le cas où $Z^{(0)}$, $Z^{(1)}$, &c. sont nuls; en sorte que la recherche de la figure d'équilibre des couches du fluide, se réduit 1.° à déterminer une figure particulière d'équilibre, lorsque le fluide est sollicité par les forces étrangères qui l'animent; 2.° à déterminer toutes les figures d'équilibre qui ont lieu lorsque ces forces sont nulles; car il est clair que la somme des valeurs de y, relatives à ces deux cas, sera la valeur complète de y.

La figure du sphéroïde donnée par l'équation (16), dépend de la figure & de la densité de ses couches intérieures, & si l'on compare les termes ſemblables, en faiſant pour plus de ſimplicité, $a = 1$, on aura à la ſurface extérieure

$$\int \frac{\partial \Pi}{\rho} = \frac{4\pi}{3} \cdot \int \rho \partial . a^3$$

& quel que ſoit i,

$$o = \frac{4\pi}{3} . Y^{(i)} . \int \rho \partial . a^3 - \frac{4\pi}{2i+1} . \int \rho . \partial \left[a^{i+3} . Y^{(i)}\right] - Z^{(i)},$$

pourvu que l'on ſuppoſe $Z^{(1)} = o$, parce que cette fonction manque dans l'équation (16). Les intégrales doivent être priſes depuis $a = o$ juſqu'à $a = 1$.

La peſanteur p ſera donnée par cette formule

$$\begin{aligned} p = \tfrac{4}{3}\pi . \int \rho \partial . a^3 &- \frac{8\alpha\pi}{3} . \left[Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.\right] . \int \rho \partial . a^3 \\ &+ 4\alpha\pi \int \rho . \partial \left[a^3 . Y^{(0)} + \frac{2a^4}{3} . Y^{(1)} + \frac{3a^5}{5} . Y^{(2)} + \&c.\right] \\ &- \alpha . \left[2 . Z^{(0)} + 2 . Z^{(2)} + 3 . Z^{(3)} + 4 . Z^{(4)} + \&c.\right] \end{aligned}$$

Si l'on élimine les termes

$$\int \rho . \partial (a^3 . Y^{(0)}),\ \int \rho . \partial . (a^4\, Y^{(1)}),\ \&c.$$

au moyen de l'équation précédente en $Y^{(i)}$, & que pour abréger l'on ſuppoſe

$$P = \frac{4\pi}{3} . (1 - \alpha\, Y^{(0)}) . \int \rho \partial . a^3 - 3\alpha . Z^{(0)},$$

on aura

$$\left.\begin{aligned} p = P &+ \alpha P . \left[Y^{(2)} + 2 . Y^{(3)} + 3 . Y^{(4)} \ldots + (i-1) . Y^{(i)} + \&c.\right] \\ &- \alpha\left[5 . Z^{(2)} + 7 . Z^{(3)} + 9 . Z^{(4)} \ldots + (2i+1) . Z^{(i)} + \&c.\right] \end{aligned}\right\} ;\ (17)$$

Cette expreſſion eſt remarquable, en ce qu'elle donne la loi de la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde, indépendamment de la figure & de la denſité de ſes couches intérieures; en ſorte que ſi par les meſures des Degrés des méridiens & des parallèles, on a le rayon $1 + \alpha . \left[Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.\right]$

du ſphéroïde; & ſi de plus on connoît les quantités $Z^{(2)}$, $Z^{(3)}$, &c. relatives à la force centrifuge du mouvement de rotation & aux attractions étrangères; on aura la variation $p - P$ de la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde; & réciproquement, ſi cette variation eſt donnée par les expériences ſur la longueur du pendule, on aura le rayon $1 + \alpha y$ du ſphéroïde; car quoique la valeur de p ne donne point $Y^{(0)}$ & $Y^{(1)}$; cependant comme $Y^{(0)}$ eſt conſtant, on peut le ſuppoſer compris dans la valeur de a, que nous avons priſe pour l'unité; & il eſt toujours poſſible, en plaçant convenablement l'origine des rayons, de faire diſparoître $Y^{(1)}$, & de réduire ainſi l'expreſſion du rayon du ſphéroïde à cette forme

$$1 + \alpha.[Y^{(2)} + Y^{(3)} + Y^{(4)} + \&c.]$$

Cette correſpondance entre la variation de la peſanteur & celle des rayons, n'étant aſſujettie à aucune hypothèſe ſur la figure & ſur la denſité des couches du ſphéroïde, elle offre un moyen très-ſimple de vérifier ſi la loi de la gravitation univerſelle qui s'accorde ſi bien avec les mouvemens des corps céleſtes, s'accorde pareillement avec leurs figures.

XXIII.

Le rayon oſculateur du méridien d'un ſphéroïde qui a pour rayon $1 + \alpha y$, eſt

$$1 + \alpha.\left(\frac{\partial.\mu y}{\partial \mu}\right) + \alpha.\left[\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial y}{\partial \mu}\right)}{\partial \mu}\right];$$

en déſignant donc par c, la grandeur du Degré d'un cercle dont le rayon eſt ce que nous avons pris pour l'unité, l'expreſſion du Degré du méridien du ſphéroïde ſera

$$c.\left\{1 + \alpha.\left(\frac{\partial.\mu y}{\partial \mu}\right) + \alpha.\left[\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial y}{\partial \mu}\right)}{\partial \mu}\right]\right\}.$$

Si l'on ſubſtitue au lieu du rayon $1 + \alpha y$, ſa valeur $1 + \alpha.[Y^{(2)} + Y^{(3)} + Y^{(4)} \ldots + Y^{(i)} + \&c.]$

& au lieu de $\left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}]}{\partial\mu}\right\}$, ſa valeur

$-i.(i+1).Y^{(i)}-\frac{[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}]}{1-\mu\mu}$; l'expreſſion précédente du Degré du méridien deviendra

$$c-6.\alpha c.Y^{(2)}-12.\alpha c.Y^{(3)}\ldots-i.(i+1).\alpha c.Y^{(i)}-\&c.$$
$$+\alpha c.\frac{\partial.[\mu.(Y^{(2)}+Y^{(3)}\ldots\ldots+Y^{(i)}+\&c.)]}{\partial\mu}$$
$$-\frac{\alpha c.\left\{\frac{\partial\partial.[Y^{(2)}+Y^{(3)}\ldots\ldots+Y^{(i)}+\&c.]}{\partial\varpi^2}\right\}}{1-\mu\mu}.$$

Relativement à la Terre, $\alpha Z^{(2)}$ ſe réduit à $-\frac{g}{2}.(\mu^2-\frac{1}{3})$ ou ce qui revient au même, à $-\frac{\varphi}{2}.P.(\mu^2-\frac{1}{3})$, φ étant le rapport de la force centrifuge à la peſanteur; de plus $Z^{(3)}$, $Z^{(4)}$, &c. ſont nuls : en nommant donc l & L les longueurs du Pendule à ſecondes, correſpondantes à p & P; l'expreſſion précédente de la peſanteur donnera relativement à la Terre,

$$l=L+\alpha L.[Y^{(2)}+2.Y^{(3)}+3.Y^{(4)}\ldots+(i-1).Y^{(i)}+\&c.]$$
$$+\tfrac{5}{2}.L\varphi.(\mu^2-\tfrac{1}{3}).$$

Si l'on compare ces trois expreſſions du rayon terreſtre, de la longueur du Pendule à ſecondes, & du Degré du méridien; on voit que le terme $\alpha.Y^{(i)}$ de l'expreſſion du rayon, eſt multipliée par $i-1$, dans l'expreſſion de la longueur du Pendule, & par $i.(i+1)$ dans celle du Degré du méridien; d'où il ſuit que pour peu que i ſoit conſidérable, ce terme ſera plus ſenſible dans les obſervations de la longueur du Pendule que dans celles de la parallaxe, & plus ſenſible encore dans les meſures des Degrés, que dans celles des longueurs du Pendule.

Ainſi en ſuppoſant le rayon de la Terre égal à

$$1 + \alpha Y^{(2)} + \alpha . Y^{(i)} + \alpha . Y^{(i+1)} + \&c.$$

i étant un nombre conſidérable & les coéfficiens de $Y^{(i)}$, $Y^{(i+1)}$ étant aſſez petits pour que ces fonctions & leurs produits par i, $i + 1$, &c. ſoient inſenſibles relativement à $Y^{(2)}$, mais tels cependant que les produits de ces mêmes fonctions par $i.(i + 1), (i + 1).(i + 2)$, &c. ſoient comparables à $6\ Y^{(2)}$; la variation de la longueur du Pendule ne dépendra ſenſiblement que de $Y^{(2)}$, & ſera à très-peu-près proportionnelle au carré du ſinus de la latitude, ſi $Y^{(2)}$ ne renferme point la longitude ϖ; tandis que la variation des degrés s'écartera de cette loi, d'une manière ſenſible. Ce réſultat eſt parfaitement conforme à ce que l'on obſerve ſur la Terre; les longueurs du Pendule à ſecondes, en allant des pôles vers l'équateur, diminuent à très-peu-près, comme le carré du ſinus de la latitude; mais la diminution des Degrés du méridien, paroît ſuivre une loi différente.

Cette remarque donne l'expreſſion du rayon terreſtre dont on doit faire uſage dans le calcul des parallaxes de la Lune; car, puiſque les variations de la longueur du Pendule à ſecondes s'éloignent très-peu de la loi du carré du ſinus de la latitude; il faut que dans l'expreſſion de l, la quantité

$$\alpha L.[2\ Y^{(3)} + 3\ Y^{(4)} \ldots + (i - 1).Y^{(i)} + \&c.]$$

ſoit fort petite, relativement à $\alpha L.Y^{(2)} + \frac{5}{2} L.\varphi.(\mu^2 - \frac{1}{3})$;

d'où il ſuit qu'à plus forte raiſon, dans l'expreſſion du rayon terreſtre, la quantité $\alpha\ (Y^{(3)} + Y^{(4)} \ldots + Y^{(i)} + \&c.)$ doit être négligée vis-à-vis de $\alpha . Y^{(2)}$; partant ſi l'on pouvoit par les obſervations de la parallaxe de la Lune, déterminer avec préciſion, la variation des rayons terreſtres; on la trouveroit encore plus approchante que celle des longueurs du Pendule, de la loi du carré du ſinus de la latitude.

Si

Si l'on désigne par $L.[1 + h.(\mu^2 - \frac{1}{3})]$, la longueur observée du Pendule à secondes; on aura

$$\alpha.Y^{(2)} + \frac{5}{2}.\varphi.(\mu^2 - \frac{1}{3}) = h.(\mu^2 - \frac{1}{3});$$

d'où l'on tire

$$\alpha Y^{(2)} = (h - \frac{5\varphi}{2}).(\mu^2 - \frac{1}{3}).$$

Les observations donnent à très-peu-près

$$h = 0{,}0055334;$$

en sorte que l'on peut représenter dans cette hypothèse, à un dixième de ligne près tout au plus, les observations faites avec soin sur la longueur du Pendule; d'ailleurs φ étant égal à $\frac{1}{289}$, on a $\frac{5}{2}.\varphi = 0{,}0086505$; le rayon $1 + \alpha\, Y^{(2)}$ du sphéroïde terrestre, sera donc

$$1 + \alpha.Y^{(2)} = 1 - 0{,}0031171.(\mu^2 - \frac{1}{3}).$$

Ainsi l'on peut dans le calcul des parallaxes & de la pesanteur, supposer que la Terre est un ellipsoïde de révolution dont l'ellipticité est $\frac{1}{321}$; mais cette supposition employée dans le calcul de la variation des Degrés du méridien, écarteroit sensiblement de la vérité.

Dans la théorie de la précession des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre, non-seulement l'influence des termes $\alpha\, Y^{(3)}$, $\alpha\, Y^{(4)}$, &c. de l'expression du rayon d'une couche quelconque du sphéroïde terrestre, est insensible, mais elle est nulle; ainsi l'on doit calculer ces phénomènes, dans l'hypothèse précédente d'un ellipsoïde de révolution. J'ai fait voir dans nos Mémoires pour l'année 1776, *page 257*, que pour satisfaire à ces phénomènes, l'ellipticité de la Terre doit être comprise entre les limites 0,001730, & 0,005135;

& comme l'ellipticité 0,0031171, donnée par les obſervations de la longueur du pendule, eſt entre ces limites; on voit que la loi de la peſanteur univerſelle ſatisfait auſſi-bien qu'on peut le deſirer dans l'état actuel de nos connoiſſances, aux divers phénomènes qui dépendent de la figure de la Terre.

CINQUIÈME SECTION.

Des Oſcillations d'un Fluide homogène de peu de profondeur, qui recouvre une ſphère.

XXIV.

APRÈS avoir donné une théorie générale de la figure des Planètes, il nous reſte à déterminer les conditions qui rendent cette figure ſtable. Pour cela, nous allons conſidérer les oſcillations d'un fluide très-peu profond qui recouvre une ſphère, en le ſuppoſant dérangé d'une manière quelconque de ſon état d'équilibre, & ſoumis à l'action d'un nombre quelconque de forces étrangères; & nous chercherons dans les conditions qui rendent ces oſcillations périodiques, les conditions relatives à la denſité & à l'ébranlement primitif du fluide, qui donnent un équilibre ferme.

Soit l, la profondeur du fluide dans l'état d'équilibre; 1, le rayon du ſphéroïde, & par conſéquent $1 - l$ celui du noyau ſphérique que le fluide recouvre, l étant ſuppoſé très-petit : nommons enſuite ρ la denſité de ce noyau, celle du fluide étant priſe pour unité; ſoit de plus θ, l'angle que forme un rayon quelconque du ſphéroïde, avec un rayon fixe que nous prendrons pour ſon demi-axe; & ϖ, l'angle formé par le plan qui paſſe par ces deux rayons, avec un méridien fixe; l'origine des rayons étant ſuppoſée au centre du noyau ſphérique. Suppoſons que le rayon du ſphéroïde, qui dans l'état de l'équilibre étoit égal à l'unité, ſoit $1 + \alpha y$ dans l'état de mouvement, & après un temps quelconque t, α étant un coëfficient très-petit; que l'angle θ devienne $\theta + \alpha u$,

& que l'angle ϖ devienne $\varpi + \alpha . v$; y, u, & v étant des ſonctions de θ, ϖ & t, qu'il s'agit de déterminer. Cela poſé.

Si l'on conçoit dans l'état d'équilibre, un parallélipipède rectangle fluide, dont les dimenſions ſoient l, $\partial\theta$, & $\partial\varpi . \text{ſin.}\, \theta$, & dont par conſéquent la maſſe ſoit $l . \partial\theta . \partial\varpi . \text{ſin.}\, \theta$; il eſt viſible que dans l'état de mouvement, ce parallélipipède changera de figure; mais les molécules voiſines ayant des mouvemens très-peu différens, il eſt facile de s'aſſurer que ſi l'on calcule la ſolidité de cette nouvelle figure, comme étant celle d'un parallélipipède rectangle dont les dimenſions ſeroient

$$l + \alpha y;\ \partial\theta . [1 + \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)];\ \partial\varpi . [1 + \alpha \left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right)] . \text{ſin.}\, (\theta + \alpha u);$$

on ne ſe trompera que de quantités de l'ordre α^2. On aura ainſi pour ſa maſſe,

$$(l + \alpha y) . \partial\theta . [1 + \alpha . \left(\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)] . \partial\varpi . [1 + \alpha . \left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right)] . \text{ſin.}\, (\theta + \alpha u);$$

en l'égalant à la précédente $l\, \partial\theta . \partial\varpi . \text{ſin.}\, \theta$; & en faiſant $\text{coſ.}\, \theta = \mu$, on aura

$$y = l . [\frac{\partial . u\sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial\mu}] - l . \left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right).$$

Cette équation eſt relative à la continuité du fluide, & il en réſulte que u & v ſont très-grands relativement à y, dans la raiſon de 1 à l; en ſorte que nous pourrons négliger y, par rapport à ces quantités.

Pour avoir les équations relatives au mouvement du fluide, nous reprendrons l'équation

$$\text{conſt.} = \int (F\, \partial f + F'\, \partial f' + \&c.)$$

qui, par l'*article XVII*, détermine les conditions de l'équilibre d'une maſſe fluide, à ſa ſurface extérieure; & nous obſerverons que ſi l'on nomme x', y', z', les trois coordonnées rectangles d'une molécule de cette ſurface, les trois vîteſſes partielles de cette molécule, feront

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right), \left(\frac{\partial y'}{\partial t}\right), \left(\frac{\partial z'}{\partial t}\right),$$

ou

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right);$$
$$\left(\frac{\partial y'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right),$$
$$\left(\frac{\partial z'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right) - \left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right).$$

Dans l'inftant fuivant, ∂t étant fuppofé conftant, les vîteffes de la molécule feront

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right),$$
$$\left(\frac{\partial y'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right),$$
$$\left(\frac{\partial z'}{\partial t}\right) + \left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right);$$

il faut donc ajouter aux forces qui animent la molécule, & en vertu defquelles elle feroit en équilibre; les forces néceffaires pour produire les incrémens de vîteffe

$$-\left(\frac{\partial\partial x'}{\partial t}\right), -\left(\frac{\partial\partial y'}{\partial t}\right), -\left(\frac{\partial\partial z'}{\partial t}\right),$$

forces que l'on obtient, comme l'on fait, en divifant ces incrémens de vîteffe, par l'élément du temps.

Il réfulte de l'*article XVII*, que l'intégrale $\int(F\,\partial f + F'\,\partial f' + \&c.)$ relative aux forces dont une molécule fluide eft follicitée à la furface, eft égale à

$$V + \alpha.[Z^{(0)} + Z^{(2)} + Z^{(3)} + \&c.]$$

V étant la fomme de toutes les parties du fphéroïde, divifées par leurs diftances à la molécule fluide; ainfi pour avoir la valeur entière de l'intégrale $\int(F.\partial f + F'.\partial f' + \&c.)$, il faut ajouter à la quantité précédente, l'intégrale du produit des forces $-(\frac{\partial\partial x'}{\partial t^2})$, $-(\frac{\partial\partial y'}{\partial t^2})$, $-(\frac{\partial\partial z'}{\partial t^2})$, par les élémens de leurs directions, c'est-à-dire, l'intégrale

$$-\int[\partial x'.(\frac{\partial\partial x'}{\partial t^2}) + \partial y'.(\frac{\partial\partial y'}{\partial t^2}) + \partial z'.(\frac{\partial\partial z'}{\partial t^2})];$$

les différentielles $\partial x'$, $\partial y'$, $\partial z'$, étant relatives aux variables θ & ϖ. On aura donc pour l'équation générale du mouvement du fluide,

$$\text{conſt.} = V + \alpha.[Z^{(0)} + Z^{(2)} + Z^{(3)} + Z^{(4)} + \&c.]$$
$$-\int.[\partial x'.(\frac{\partial\partial x'}{\partial t^2}) + \partial y'.(\frac{\partial\partial y'}{\partial t^2}) + \partial z.(\frac{\partial\partial z'}{\partial t^2})];$$

équation dans laquelle on doit obſerver que le ſphéroïde étant ſuppoſé ſans mouvement de rotation, il faut faire $g = 0$, dans les valeurs de $Z^{(0)}$ & de $Z^{(2)}$.

Maintenant, on a

$$x' = (1 + \alpha y).\text{coſ.}(\theta + \alpha u);$$
$$y' = (1 + \alpha y).\text{ſin.}(\theta + \alpha u).\text{coſ.}(\varpi + \alpha v);$$
$$z' = (1 + \alpha y).\text{ſin.}(\theta + \alpha u).\text{ſin.}(\varpi + \alpha v);$$

d'où il eſt aiſé de conclure, en négligeant les quantités de l'ordre α^2, & celles de l'ordre y relativement à u & à v,

$$-\int[\partial x'.(\frac{\partial\partial x'}{\partial t^2}) + \partial y'.(\frac{\partial\partial y'}{\partial t^2}) + \partial z'.(\frac{\partial\partial z'}{\partial t^2})]$$
$$= \alpha.\frac{\partial^2}{\partial t^2}.\int[\frac{u.\partial\mu}{\sqrt{(1-\mu^2)}} - (1-\mu^2).v.\partial\varpi];$$

l'équation précédente du mouvement du fluide deviendra ainſi

$$\text{conſt.} = V + \alpha.[Z^{(0)} + Z^{(2)} + Z^{(3)} + \&c.]$$
$$+ \alpha.\frac{\partial^2}{\partial t^2}.\int[\frac{u.\partial\mu}{\sqrt{(1-\mu^2)}} - (1-\mu^2).v.\partial\varpi],$$

& il eſt clair que la quantité ſous le ſigne $\int$ doit être une différence exacte.

Cette équation paroît ſuppoſer que le centre du noyau ſphérique, où nous fixons l'origine des coordonnées, eſt le centre même de gravité du ſphéroïde; puiſque c'eſt relativement à ce centre, que nous avons déterminé dans l'*article XVII*, les forces qui ſollicitent les molécules fluides: or l'état du fluide peut être tel que ces deux centres ne coïncident point, & alors il faut ajouter aux mouvemens précédens de la molécule fluide relativement au noyau ſuppoſé immobile, le mouvement du centre même de ce noyau; mais ſi l'on conſidère que ce centre ne peut faire autour du centre de gravité de la maſſe entière, que des oſcillations de l'ordre αy, on verra facilement que les forces qui en réſultent dans la molécule fluide, ſont de l'ordre $\alpha\left(\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}\right)$, & qu'ainſi nous pouvons les négliger vis-à-vis de $\left(\frac{\partial\partial u}{\partial t^2}\right)$; d'où il ſuit que l'équation précédente eſt vraie, quel que ſoit l'ébranlement du fluide.

Maintenant, ſi l'on différencie convenablement cette équation, & ſi l'on obſerve que l'on a

$$0 = \left[\frac{\partial(1-\mu\mu).\left(\frac{\partial Z^{(i)}}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right] + \frac{\left(\frac{\partial\partial Z^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Z^{(i)}$$

&

$$\frac{y}{l} = \left[\frac{\partial.u\sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial\mu}\right] - \left(\frac{\partial v}{\partial\varpi}\right),$$

on aura

$$0 = l.\left[\frac{\partial(1-\mu\mu)\left(\frac{\partial V}{\partial\mu}\right)}{\partial\mu}\right] + \frac{l.\left(\frac{\partial\partial V}{\partial\varpi^2}\right)}{1-\mu\mu}$$
$$-\alpha l.[6.Z^{(2)} + 12.Z^{(3)} \ldots + i.(i+1).Z^{(i)} + \&c.] + \alpha.\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right);$$

c'eſt l'équation d'après laquelle il faut déterminer y.

XXV.

L'ÉQUATION précédente aux différences partielles eſt d'un genre particulier, en ce que la variable principale y eſt enveloppée d'une manière déterminée ſous le ſigne intégral, dans la fonction V; en ſorte que pour avoir V en y, θ, ϖ & t, & pour ramener ainſi l'équation précédente, aux différences partielles ordinaires, il faudroit ſuppoſer y déjà connu. Cette équation paroît donc échapper à l'analyſe, & préſenter des difficultés preſque inſurmontables. Cependant ſi l'on obſerve que la valeur de V s'y préſente ſous une forme de différences partielles dont nous avons ſouvent fait uſage; on trouvera que cette conſidération jointe aux recherches précédentes ſur le développement de V en ſérie, donne un moyen fort ſimple d'avoir y auſſi complètement qu'il eſt poſſible.

Pour cela, nous remarquerons que V étant compoſé de deux parties dont l'une eſt relative au noyau ſphérique, & dont l'autre eſt relative au fluide qui le recouvre; on peut conſidérer cette fonction comme formée de deux autres parties dont la première eſt relative à un ſphéroïde fluide du rayon $1 + \alpha y$, & dont la ſeconde eſt relative à une ſphère du rayon $1 - l$ & de la denſité $\rho - 1$. Cette dernière partie eſt, par ce qui précède, égale à $\frac{4}{3}\pi \cdot \frac{(\rho - 1).(1 - l)^3}{1 + \alpha y}$, ou à $\frac{4}{3}\pi . (\rho - 1).(1 - l)^3.(1 - \alpha y)$. Pour avoir la première, il faut ſuppoſer dans la formule (7) de l'*article XIII*, $a = 1$ & $r = 1 + \alpha y$, ce qui donne pour cette partie de V,

$$\tfrac{4}{3}\pi.(1 - \alpha y) + 4\alpha\pi.[Y^{(0)} + \tfrac{1}{3}.Y^{(1)} + \tfrac{1}{5}.Y^{(2)} + \&c.];$$

en réuniſſant donc ces deux parties, & en faiſant pour abréger

$$p = \tfrac{4}{3}\pi.(\delta - 1).(1 - l)^3 + \tfrac{4}{3}\pi;$$

d'où l'on tire, en négligeant les quantités de l'ordre αl, $4\alpha\pi = \frac{3\alpha p}{\rho}$; on aura

$$V = p - \alpha p.y + \frac{3\alpha p}{\rho}.[Y^{(0)} + \tfrac{1}{3}.Y^{(1)} + \tfrac{1}{5}.Y^{(2)} + \&c.]$$

où l'on doit obſerver que p eſt la peſanteur à la ſurface du ſphéroïde en équilibre.

Si l'on ſubſtitue cette valeur dans l'équation précédente aux différences partielles, en obſervant que

$$y = Y^{(0)} + Y^{(1)} + Y^{(2)} + \&c.$$

& que l'on a

$$o = \left[\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right] + \frac{\left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).Y^{(i)};$$

on trouvera généralement, en comparant les fonctions ſemblables $Y^{(i)}$ & $Z^{(i)}$,

$$o = \frac{i.(i+1).(2i+1-\frac{3}{\rho})}{2i+1}.lp.Y^{(i)} - i.(i+1).l.Z^{(i)} + \left[\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial t^2}\right],$$

& cette équation aura lieu, quel que ſoit i, pourvu que l'on ſuppoſe $Z^{(1)} = o$, parce que cette fonction manque dans l'équation différentielle.

Pour intégrer cette équation, ſoit

$$\frac{i.(i+1).(2i+1-\frac{3}{\rho})}{2i+1}.lp = \lambda^2_i;$$

on aura

$$\begin{aligned} Y^{(i)} = {} & l.M^{(i)}.\text{ſin.}\ \lambda_i t + l.N^{(i)}.\text{coſ.}\ \lambda_i t \\ & + \frac{i.(i+1)}{\lambda_i}.l.\text{ſin.}\ \lambda_i t.\int Z^{(i)}.\partial t.\text{coſ.}\ \lambda_i t \\ & - \frac{i.(i+1)}{\lambda_i}.l.\text{coſ.}\ \lambda_i t.\int Z^{(i)}.\partial t.\text{ſin.}\ \lambda_i t. \end{aligned}$$

$M^{(i)}$ & $N^{(i)}$ étant des fonctions rationnelles & entières de μ, $(\sqrt{1-\mu^2}).\text{coſ.}\ \varpi$, $\sqrt{(1-\mu^2)}.\text{ſin.}\ \varpi$, qui ſatisfont aux équations à différences partielles,

$$o = \left\{\frac{\partial.(1-\mu\mu).\left[\frac{\partial M^{(i)}}{\partial\mu}\right]}{\partial\mu}\right\} + \frac{\left[\frac{\partial\partial M^{(i)}}{\partial\varpi^2}\right]}{1-\mu\mu} + i.(i+1).M^{(i)};$$

$$o = \left\{ \frac{\partial . (1 - \mu\mu) . [\frac{\partial N^{(i)}}{\partial \mu}]}{\partial \mu} \right\} + \frac{[\frac{\partial\partial N^{(i)}}{\partial \varpi^2}]}{1 - \mu\mu} + i . (i + 1) . N^{(i)};$$

L'équation différentielle en $Y^{(i)}$, donne en ſuppoſant $i = o$,

$(\frac{\partial\partial Y^{(o)}}{\partial t^2}) = o$, & par conſéquent

$$Y^{(o)} = l\, M^{(o)} . t + l\, N^{(o)};$$

on aura donc à cauſe de $y = Y^{(o)} + Y^{(1)} + \&c.$,

$$\begin{aligned} y = l M^{(o)} . t + l N^{(o)} & + l\, M^{(1)} . \text{ſin.}\, \lambda_1\, t + l\, N^{(1)} . \text{coſ.}\, \lambda_1\, t \\ & + l\, M^{(2)} . \text{ſin.}\, \lambda_2\, t + l\, N^{(2)} . \text{coſ.}\, \lambda_2\, t \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ & + l\, M^{(i)} . \text{ſin.}\, \lambda_i\, t + l\, N^{(i)} . \text{coſ.}\, \lambda_i\, t \\ & + \&c. \\ & + \frac{6\, l}{\lambda_2} . \text{ſin.}\, \lambda_2\, t . \int Z^{(2)} . \partial t . \text{coſ.}\, \lambda_2\, t \\ & - \frac{6\, l}{\lambda_2} . \text{coſ.}\, \lambda_2\, t . \int Z^{(2)} . \partial t . \text{ſin.}\, \lambda_2\, t \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ & + \frac{i . (i + 1) . l}{\lambda_i} . \text{ſin.}\, \lambda_i\, t . \int Z^{(i)} . \partial t . \text{coſ.}\, \lambda_i\, t \\ & - \frac{i . (i + 1) . l}{\lambda_i} . \text{coſ.}\, \lambda_i\, t . \int Z^{(i)} . \partial t . \text{ſin.}\, \lambda_i\, t \\ & + \&c. \end{aligned}$$

On déterminera les fonctions $N^{(o)}$, $N^{(1)}$, $N^{(2)}$, &c. au moyen de la figure initiale du fluide, & les fonctions $M^{(o)}$, $M^{(1)}$, $M^{(2)}$, au moyen de ſa vîteſſe initiale; ainſi l'expreſſion précédente de y, embraſſant toutes les figures & toutes les vîteſſes primitives dont le fluide eſt ſuſceptible, elle a toute la généralité que l'on peut deſirer.

XXVI.

Si la quantité $M^{(o)}$ n'étoit pas nulle, la valeur de y iroit en croiſſant ſans ceſſe, & l'équilibre ne ſeroit pas ferme, quel que fût d'ailleurs le rapport de la denſité du fluide à celle de la ſphère qu'il recouvre ; mais il eſt facile de s'aſſurer que les deux quantités $M^{(0)}$ & $N^{(0)}$ ſont nulles, par cela ſeul que la maſſe fluide eſt conſtante; car cette condition donne $\int y\, \partial\mu\, \partial\varpi = 0$, l'intégrale étant priſe depuis $\mu = 1$ juſqu'à $\mu = -1$, & depuis $\varpi = 0$ juſqu'à $\varpi = 360^d$; or, on a par l'*article XVIII*,

$$\int y\, \partial\mu\, \partial\varpi = 4\pi . Y^{(0)} = 4\pi . [M^{(0)} . t + N^{(0)}];$$

en égalant donc cette quantité à zéro, on aura $M^{(0)} = 0$, $N^{(0)} = 0$.

Il ſuit de-là que la ſtabilité de l'équilibre dépend du ſigne des quantités $\lambda^2_{\,1}$, $\lambda^2_{\,2}$, &c. car il eſt viſible que ſi l'une de ces quantités telle que $\lambda^2_{\,i}$, eſt négative, le ſinus & le coſinus de l'angle $\lambda_i\, t$ ſe changent en exponentielles, & ils ſe changent en arcs de cercle ſi $\lambda^2_{\,i} = 0$; ils ceſſent par conſéquent dans ces deux cas, d'être périodiques; condition néceſſaire pour la ſtabilité de l'équilibre. $\lambda^2_{\,i}$ étant égal à $\frac{i.(i+1).(2i+1-\frac{3}{\rho})}{2i+1} . lp$, cette quantité ne peut être poſitive, à moins que l'on n'ait $\rho > \frac{3}{2i+1}$; il faut donc pour la ſtabilité de l'équilibre, que l'on ait généralement $\rho > \frac{3}{2i+1}$, i étant un nombre entier poſitif, égal ou plus grand que l'unité : or, cette condition ne peut être remplie pour toutes les valeurs de i, qu'autant que l'on a $\rho > 1$, c'eſt-à-dire, que la denſité du noyau ſphérique ſurpaſſe celle du fluide. Voilà donc la condition générale de la ſtabilité de l'équilibre, condition qui, ſi elle eſt remplie, rend l'équilibre ferme, quel que ſoit l'ébranlement primitif; mais qui, ſi elle ne l'eſt pas, fait dépendre la ſtabilité de l'équilibre, de la nature de cet ébranlement.

Si, par exemple, l'ébranlement primitif eſt tel que le centre de gravité du ſphéroïde coïncide avec celui du noyau ſphérique, & n'ait aucun mouvement autour de lui dans le premier inſtant; il eſt aiſé de voir que cet coïncidence ſubſiſtera toujours; d'où il ſuit par l'*article XVIII*, que $Y^{(1)} = 0$, ce qui donne $M^{(1)} = 0$, $N^{(1)} = 0$. Dans ce cas, la ſtabilité de l'équilibre dépend du ſigne de $\lambda^2{}_2$. Pour que cette quantité ſoit poſitive, il faut que l'on ait $\rho > \frac{3}{5}$; c'eſt la condition que les Géomètres ont exigée pour la ſtabilité de l'équilibre. J'ai déjà remarqué dans nos Mémoires pour l'année 1776, *pages 227 & 228*, qu'elle eſt inſuffiſante; mais je n'ai pu m'aſſurer alors, que la condition de $\rho > 1$ étant ſatisfaite, l'équilibre eſt néceſſairement ſtable.

XXVII.

La valeur de y donne immédiatement celles de u & de v; en effet ſi dans l'équation

$$\text{conſt.} = V + \alpha . [Z^{(0)} + Z^{(2)} + Z^{(3)} + \text{\&c.}] + \alpha . \frac{\partial^2}{\partial t^2} . \int . \left[\frac{u . \partial \mu}{\sqrt{(1 - \mu\mu)}} - (1 - \mu^2) v . \partial \varpi \right],$$

on ſubſtitue au lieu de V ſa valeur, & que l'on obſerve que l'on a par l'*article XXV*,

$$Z^{(i)} + \frac{\left(\frac{3}{\rho} - 2i - 1\right)}{2i + 1} . p . Y^{(i)} = \frac{\left(\frac{\partial\partial Y^{(i)}}{\partial t^2}\right)}{i . (i + 1) . l},$$

on aura

$$\text{conſt.} = p + \frac{\alpha}{2 . l} . \left(\frac{\partial^2 . Y^{(1)}}{\partial t^2}\right) + \frac{\alpha}{6 l} . \left(\frac{\partial^2 . Y^{(2)}}{\partial t^2}\right) \dots \dots \dots + \frac{\alpha}{i . (i + 1) . l} . \left(\frac{\partial^2 . Y^{(i)}}{\partial t^2}\right) + \text{\&c.} + \alpha . \frac{\partial^2}{\partial t^2} . \int . \left[\frac{u . \partial \mu}{\sqrt{(1 - \mu\mu)}} - (1 - \mu\mu) . v . \partial \varpi \right];$$

d'où l'on tire,

$$u = G + H . t - \frac{\sqrt{(1 - \mu^2)}}{l} . \left\{ \frac{1}{2} . \left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial \mu}\right) + \frac{1}{6} . \left(\frac{\partial Y^{(2)}}{\partial \mu}\right) \dots \dots \dots + \frac{1}{i . (i + 1)} . \left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \mu}\right) + \text{\&c.} \right\}$$

$$v = K + L.t + \frac{1}{l.(1-\mu^2)} . \left\{ \frac{1}{2} . \left(\frac{\partial Y^{(1)}}{\partial \varpi} \right) + \frac{1}{6} . \left(\frac{\partial Y^{(2)}}{\partial \varpi} \right) \ldots\ldots \right.$$

$$\left. \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{i.(i+1)} . \left(\frac{\partial Y^{(i)}}{\partial \varpi} \right) + \&c. \right\}$$

Si l'on ſubſtitue les valeurs de y, u & v dans l'équation

$$y = l.\left[\frac{\partial . u \sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial \mu} \right] - l\left(\frac{\partial v}{\partial \varpi} \right);$$

on aura, en comparant ſéparément les termes multipliés par t,

$$o = \left[\frac{\partial . H \sqrt{(1-\mu^2)}}{\partial \mu} \right] - \left(\frac{\partial L}{\partial \varpi} \right);$$

en ſorte qu'en vertu des vîteſſes H & L, la ſurface du fluide reſteroit toujours ſphérique. Pour concevoir les mouvemens du fluide dans cette hypothèſe, imaginons qu'il ait un très-petit mouvement de rotation autour de l'axe du ſphéroïde; la figure ſphérique du fluide n'en ſera altérée que d'une quantité du ſecond ordre, puiſque la force centrifuge ne ſera que de cet ordre: dans ce cas, on aura $u = o$ & $v = k\, t . \sqrt{(1-\mu^2)}$, k étant un coéfficient indépendant de μ & de ϖ. Mais nous ſommes libres de faire tourner le fluide autour de tout autre axe; & de plus ces mouvemens étant ſuppoſés fort petits, le fluide mû en vertu de la réſultante d'un nombre quelconque de mouvemens ſemblables, conſervera toujours, aux quantités près du ſecond ordre, ſa figure ſphérique. Tous ces mouvemens ſont compris dans les formules

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = H; \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = L;$$

H & L étant des fonctions de μ & de ϖ, qui ont entr'elles la relation donnée par l'équation précédente: ils ne nuiſent point à la ſtabilité de l'équilibre, & d'ailleurs ils doivent être bientôt anéantis par les frottemens & par les réſiſtances en tout genre, que le fluide éprouve.

MÉMOIRE

Sur un Moyen proposé pour détruire le Méphitisme des Fosses d'aisance.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

LE sieur Janin a distribué au Public un Imprimé, ayant pour titre: *l'Anti-Méphitique*, ou *Moyen de détruire les exhalaisons pernicieuses & mortelles des Fosses d'aisance, l'odeur infecte des Égouts, celle des Hôpitaux, des Prisons, des Vaisseaux de guerre, &c. &c.* Lû à la Rentrée publique de Pâques 1782.

Il n'est point d'annonce plus générale; elle est dans le genre de celles qui offrent une utilité la plus immédiate, puisqu'elle tient à l'existence & au bien-être du Public.

La manière dont elle a été distribuée, peut lui donner beaucoup de confiance. Elle a été imprimée par ordre du Gouvernement, & à ses frais.

On donne, dans cet Imprimé, le résultat d'épreuves faites en présence de personnes respectables par leurs noms, leurs qualités, la place qu'elles occupent; & sans doute aussi, sans leur sanction, l'Auteur a cité les Commissaires & l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Lyon *(page 17)*.

L'Académie, qui a pour objet, dans son institution, le progrès des Sciences & des Arts, ainsi que tout ce qui peut avoir trait à l'utilité publique, d'après la lecture d'un Mémoire que lui avoit fait M. Cadet, l'un de ses Membres, avoit déjà nommé des Commissaires pour examiner la prétendue découverte du sieur Janin, lorsque Sa Majesté, toujours attentive à ce qui peut contribuer au bien de ses sujets, étant instruite de cette annonce, avant d'accorder à son Auteur la récompense qui seroit dûe à la découverte, a donné ses ordres à l'Académie des Sciences & à la Société Royale de Médecine, pour que ces deux Compagnies nommassent des

Commiſſaires, & s'aſſuraſſent ſi l'effet répondoit à ce que promettoit le ſieur Janin.

Les Commiſſaires nommés par l'Académie des Sciences, ſont M. le duc de la Rochefoucault, M.rs Macquer, le Roy, Lavoiſier & moi. L'Académie étoit en vacance lorſque les Commiſſaires qu'elle avoit nommés, ont vu opérer le ſieur Janin; ils s'étoient réunis avec ceux de la Société de Médecine: il s'agiſſoit ici du bien de l'humanité. La Société n'étant point ſéparée, a rendu compte au Roi du procès-verbal des faits, qu'ont auſſi ſigné les Commiſſaires de l'Académie des Sciences, *& il eſt imprimé.* Cette bonté qui caractériſe notre auguſte Monarque, permet aux deux Compagnies de prévenir le Public, & de lui déclarer le peu de confiance qu'il doit mettre dans l'annonce qui lui a été faite.

La journée du ſamedi 23 Mars, nous fournit des preuves malheureuſement trop convaincantes, de l'inſuffiſance du moyen propoſé par M. Janin, pour détruire le Méphitisme des foſſes d'aiſance. C'étoit cependant l'objet de ſa Diſſertation qui offroit une utilité plus immédiate, celui ſur lequel l'Auteur n'avoit laiſſé aucun doute ſur ſa réuſſite; & par conſéquent la partie que les Commiſſaires de l'une & de l'autre Compagnie ſe propoſoient auſſi de vérifier avec le plus d'attention.

Le moyen propoſé par le ſieur Janin, enlève-t-il la mauvaiſe odeur en neutraliſant ce qui la produit? ou ne fait-il que ſubſtituer à l'odeur déſagréable des latrines, la vapeur du vinaigre, celle des litières, & mieux encore l'odeur de la lavande, fleur-d'orange, &c? Les Commiſſaires traiteront ceci dans un rapport particulier qu'ils feront à leurs Compagnies *(a)*.

(a) Les épreuves faites à Verſailles, & dont M. Cornette, Membre de l'Académie Royale des Sciences, a rendu compte à cette Compagnie; celles faites par différentes perſonnes qui ont employé le moyen propoſé par M. Janin; enfin, le Procès-verbal des Commiſſaires, tant de l'Académie que de la Société, ſur la vidange d'une foſſe,

Nous nous bornons à prouver que le ſieur Janin n'eſt point parvenu à neutraliſer l'air méphitique des foſſes d'aiſance, que cet air méphitique perſiſte avec le vinaigre à être toujours pernicieux, ſouvent mortel. S'il en eût été autrement, il eût fait une découverte très-avantageuſe, objet des deſirs de tous les cœurs ſenſibles & humains. Pour s'aſſurer ſi ſon moyen étoit auſſi ſûr qu'il le prétendoit, il falloit abſolument l'employer ſur une foſſe où l'air méphitique fût connu. On avoit indiqué une foſſe de *mauvaiſe qualité* aux Commiſſaires des deux Compagnies: elle eſt ſituée rue de la Parcheminerie, hôtel de la Grenade, vis-à-vis la petite rue Boutebrie. Et le jour fut pris au 23 Mars. On avoit dit devant nous, au ſieur Janin, que cette foſſe contenoit de l'air méphitique; on lui en avoit même exagéré les effets, ainſi que nous l'allons dire. Quelle que ſoit l'origine de ce Méphitisme, dès que le ſieur Janin avoit déclaré qu'il le détruiſoit, ſans y avoir mis aucune reſtriction, il devoit employer ſon moyen ſur celle-ci, ou il eût laiſſé les doutes les mieux fondés ſur ſa découverte; & il l'accepta.

Le ſieur Janin opéroit ſous nos yeux : il avoit refuſé les ouvriers du Ventilateur, avoit accepté ceux de la Police, & pouvoit demander tout ce qui lui étoit néceſſaire : c'étoit le vinaigre qu'il avoit choiſi & apporté, qu'il employoit; enfin, nous n'étions que témoins de ſes opérations *(b)*.

Pour ne négliger aucunes précautions, & pour trouver du ſecours s'il étoit néceſſaire; les Commiſſaires des deux Compagnies avoient fait reſter à quelque diſtance du lieu où

---

quai Pelletier, prouvent que le moyen propoſé par M. Janin ne met pas même à l'abri des odeurs déſagréables qui s'exhalent dans l'opération des vidanges, & de l'incommodité de l'air volatil qui ſort par les lunettes des latrines.

(b) Le Magiſtrat qui veille à la Police, ne deſirant que l'exacte vérification d'une annonce qui, de la manière dont elle avoit été faite, feroit de la plus grande utilité, n'avoit rien laiſſé à deſirer au ſieur Janin, & d'un autre côté, avoit joint aux Commiſſaires des deux Compagnies, M. l'Aumonier, Commiſſaire au Châtelet, dont il connoiſſoit toute l'exactitude, ainſi que des Officiers prépoſés à la Police, pour conduire les Ouvriers, dans le cas où il en feroit beſoin.

l'on devoit opérer, un Inſpecteur de la Compagnie du Ventilateur, & pluſieurs de ſes ouvriers; & l'on verra par la ſuite combien cette précaution étoit néceſſaire.

Pour conſtater les effets de l'opération du ſieur Janin, il convenoit, avant de le laiſſer agir, de s'aſſurer de l'état où étoit la foſſe à ſon ouverture. On avoit dit aux Commiſſaires, & devant M. Janin, que des ouvriers avoient été aſphixiés ſeulement à l'ouverture de la foſſe. Les Commiſſaires n'ignoroient pas qu'ils pouvoient éprouver ces effets, & que dans ce moment ils n'en auroient pu rien conclure ni pour ni contre le moyen du ſieur Janin. Rien ne peut les détourner de cet ordre d'obſervations; &, après avoir pris les précautions pour ſecourir & les uns & les autres s'il y en avoit d'incommodés, ils deſcendent dans la cave, font lever la pierre de la foſſe ſans y trouver aucuns indices de ces effets pernicieux qu'on leur avoit annoncés.

La lumière y brûle, les animaux qu'on y laiſſe pluſieurs minutes, n'en reçoivent aucune atteinte : enfin, pour s'aſſurer des changemens qui pourroient arriver à la vidange, on en dépoſe une certaine quantité dans un vaſe ſur lequel on appoſe les ſcellés; on y deſcend une ſeconde fois la lumière & des animaux, & on ne voit aucun changement.

Le ſieur Janin commence ſon travail, & nous ne ſommes plus que témoins de ſes opérations. Je ne fais ici qu'un extrait du procès-verbal qu'a même ſigné le ſieur Janin.

Le ſieur Janin projette dans la foſſe le vinaigre affoibli avec de l'eau. Il met du vinaigre en évaporation dans pluſieurs capſules, & les diſtribue dans la cave : on ſe donne rendez-vous à trois heures après-midi.

Je n'entrerai pas dans le détail de toutes les opérations dont nous avons été témoins, puiſqu'on peut les trouver dans le rapport qui a déjà paru : il me ſuffit d'aſſurer que nous étions très-exacts à vérifier les moyens qu'employoit le ſieur Janin, à conſtater l'effet de ſes opérations, & les changemens qu'éprouvoit la matière.

Nous

Nous ſavions que cet air méphitique ſe raſſemble quelquefois dans une petite portion de la matière, d'un bouchon de foin, de paille; qu'il ſe niche ſouvent dans un angle de la foſſe; enfin, qu'il ſe manifeſte entre pluſieurs couches de matières non mal-faiſantes. A trois heures après-midi, environ, après avoir renouvelé le vinaigre en évaporation, &c. s'être aſſuré que la lumière dans la foſſe n'éprouve aucun changement, que les animaux y vivent; on tire une *vanne* liquide de couleur verdâtre, n'ayant pas une odeur très-vive, & qui n'annonce pas viſiblement des qualités mal-faiſantes. Le ſieur Janin fait interpoſer de la litière entre la vanne, qu'on dépoſe dans des *tinettes :* les Commiſſaires, avant qu'on les ferme de leur couvercle, s'aſſurent de l'odeur de chacune; on ſcelle le couvercle avec du plâtre; on les tire de la cave & on les dépoſe dans la rue.

La vapeur du vinaigre en évaporation maſque & ſurmonte l'odeur de la vidange. Après peu de temps de travail, les perſonnes qui ſont dans la cave, ſe reſſentent de chaleur à la gorge & aux yeux; chaque ſpectateur a le viſage enflammé; les boucles d'argent rougiſſent, même l'argent qui eſt dans la poche. A quoi attribuer ces effets? ſeroit-ce au vinaigre qui s'évapore, ou au foie de ſoufre qui exiſte dans la foſſe, & qui ſe décompoſe? Ce ſont des objets que nous examinerons dans le rapport particulier que nous ferons à nos Compagnies.

Les Commiſſaires, de temps à autre deſcendent dans la foſſe une lumière qui y brûle : on le conſtate au moment où un homme veut y deſcendre pour retirer le ſeau qui y eſt tombé : l'ouvrage ſe continue, non pas ſans qu'on ſe plaigne dans la cave de quelques incommodités dont j'ai déjà parlé, & qu'on ne ſavoit poſitivement à quoi attribuer. A cette époque, le ſieur Janin déclare aſſez hautement, pour que les ouvriers en ſoient témoins, que la matière de la foſſe ne changera pas de nature; qu'*il la tient :* ce ſont ſes expreſſions; & qu'il le ſignera, ſi l'on veut.

Je renvoie encore pour les détails des opérations au rapport qui eſt imprimé, & je paſſe au moment déciſif contre le ſieur Janin. Faut-il que les circonſtances qui en établiſſent la preuve, mettent même dans le récit de triſtes impreſſions? Le ſeau avec lequel on puiſoit la vanne tombe dans la foſſe: la matière eſt remuée par les efforts qu'on fait pour l'en retirer; lorſqu'un des ouvriers, ſans attendre l'épreuve de la lumière & des animaux, ſans vouloir être ſoutenu par une corde, quoiqu'un des Officiers de Police l'eût demandé, deſcend dans la foſſe à l'aide d'une échelle, & en un inſtant eſt aſphixié, & tombe dans la *vanne.*

Un ſecond y deſcend retenu par des cordes ſous les bras, & eſt remonté avec peine, étant aſphixié, un troiſième pris *du plomb,* ne peut ſecourir le premier tombé, un quatrième ſent la vapeur délétère, demande qu'on le remonte au-deſſus de la foſſe, reprend des forces, exige qu'on le redeſcende, ſaiſit l'ouvrier qui étoit tombé le premier, & donne lieu à ſes camarades de le remonter. Ce courageux ouvrier eſt le ſieur Verelle le cadet, de la compagnie du Ventilateur, digne ſans doute des récompenſes attachées à ceux qui ſe ſacrifient pour ſecourir leurs ſemblables.

Tandis qu'en plein air, M. l'Abbé Teſſier, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine & de la Société Royale *(c)*, employoit tous les moyens indiqués pour rappeler à la vie le premier aſphixié retiré de la foſſe, le ſieur Verville, Inſpecteur de la compagnie du Ventilateur, propoſe à M. l'Abbé Teſſier, de donner au malade de l'huile d'olive; & tandis qu'il la lui fait avaler, les aſſiſtans près des aſphixiés, ſentent une odeur à laquelle ils ſe méprennent; le ſieur Verville eſt le ſeul qui la reconnoît pour être celle qu'il nomme *du plomb.* Peu de minutes après, ce même homme qui n'étoit pas deſcendu dans la cave, qui n'avoit que reſpiré la vapeur qu'avoit exhalée l'aſphixié, tombe ſans connoiſſance, & paſſe par tous les degrés de l'aſphixie. M. Hallé, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine, l'un des Commiſſaires nommés

(c) Maintenant de l'Académie des Sciences.

par la Société, peut répondre des différens états par lesquels cet homme a passé, ne l'ayant pas quitté *(d)*.

Ces effets qui ne sont déjà que trop connus, prouvent la promptitude avec laquelle opère ce poison subtil, & combien il eût été à desirer qu'on eût détruit ses pernicieuses influences.

J'ai donc eu raison d'avancer que la journée du 23 Mars, détruisoit sans replique l'annonce du sieur Janin, & prouvoit que le titre qu'il a donné à sa Dissertation d'*Anti-Méphitique*, est absolument contraire à la vérité. Qu'il s'est donné mal-à-propos la gloire *(Avant-propos, page xxiv)* « d'avoir attaqué l'Hydre, qui lançoit sans cesse dans notre atmosphère des traits de corruption ». Qu'il a eu tort de dire « qu'avec le secours du vinaigre, il arrête la malignité de ces vapeurs « *(page xxvij)*. Que la vertu puissante du vinaigre & ses « salutaires effets, mettront la vie des hommes à l'abri des « irruptions *méphitiques* ; que la population sera en raison « centuple de cette heureuse découverte. *(Ibid.)* » & plusieurs autres assertions, avec les termes les plus emphatiques que n'emploie jamais le vrai Savant.

Le sieur Janin, cependant n'annonce dans sa Dissertation aucunes épreuves antérieures qui l'aient conduit à préférer le vinaigre, sachant même que l'acide vitriolique étoit entièrement contraire à l'objet qu'on desiroit obtenir.

Et ayant avancé que l'acide végétal étoit le vrai moyen, comment a-t-il conseillé la chaux, les fumiers de cheval? ignore-t-il les différences qui se trouvent entre les parties constituantes de ces substances & le vinaigre? Comment n'a-t-il pas su qu'avec la vapeur volatile & désagréable qui s'exhale des fosses, il y réside un air *hépatique* que l'acide du vinaigre, suivant même le sieur Janin, décompose, & qui, suivant son aveu *(page 45)*, devient pour lors plus

(d) Après ces quatre & même cinq personnes asphixiées, & qui n'ont que respiré la vapeur de cette fosse, imagineroit-on que le sieur Janin mettroit encore en question si l'ouvrier qui y est tombé, est mort, noyé ou asphixié; & cela dans le dessein seulement de jeter quelque louche sur l'épreuve faite du moyen qu'il avoit proposé.

désagréable & plus pernicieux? S'il eût connu cet air méphitique qui produit des effets si subits, si dangereux, eût-il prononcé aussi hardiment sur l'efficacité du vinaigre pour s'en mettre à l'abri? Combien faudra-t-il encore de recherches pour en corriger les malignes influences? Et certainement le hasard n'en offrira pas les moyens à des yeux qui n'en sauroient pas profiter. Ne devoit-il pas prévoir avant que l'expérience en eût convaincu, que quelques pintes de vinaigre ne pouvoient pas se combiner avec un air inégalement distribué dans les vidanges d'une fosse dont la continence seroit très-grande, & qu'il resteroit sur la croûte de la matière? Enfin, que pour que la neutralisation eût été complète, il eût fallu l'union intime & parfaite des deux substances qu'on se proposoit de combiner?

Nous nous serions étendus davantage sur l'objet qui nous occupe maintenant; mais notre intention s'est bornée à dire au Public ce qu'il peut penser de l'annonce du sieur Janin, & l'avertir qu'il doit persister à prendre les précautions qu'une prudence éclairée indique contre les effets du Méphitisme qui résulte de la vidange des fosses d'aisance, des égoûts, &c.

Il eût été plus agréable & plus satisfaisant pour les Commissaires désignés par les deux Compagnies, d'applaudir à cette découverte si elle eût été réelle. Outre leur avantage particulier, le bien qui en fût résulté pour l'humanité, la leur auroit fait annoncer avec les plus grands éloges : mais au contraire, la santé de ceux qui ont assisté l'après-midi du 23 Mars à cette épreuve, en a été plus ou moins affectée ; & tous ne peuvent perdre l'idée affligeante, qu'il en a coûté la vie à un ouvrier, que d'autres ont été dangereusement malades, pour avoir tiré le voile qui masquoit la vérité.

MÉMOIRE
SUR UNE
EXCROISSANCE DE L'ÉPINE BLANCHE.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

ON connoît depuis long-temps les excroiſſances monſtrueuſes auxquelles ſont ſujettes certaines Plantes. On a encore remarqué qu'elles ſe trouvent plus fréquemment ſur celles qui, étant placées dans un terrein gras & humide, prennent beaucoup de sève. Ces defectuoſités ſe trouvent ſur les fleurs, les feuilles, les fruits ou ſur les tiges : dans les fleurs, les feuilles du calice deviennent pareilles à celles de ſa plante, ou les feuilles prennent la couleur des pétales, ou enfin comme dans les fleurs doubles, les étamines ſe changent en pétales. Les fruits donnent auſſi des feuilles ; & dans certains arbres, ſouvent les jeunes pouſſes s'aplatiſſent, ſe contournent & forment des excroiſſances de formes ſingulières; ce qui arrive principalement au frêne & au noyer, lorſque la sève, comme je l'ai dit, s'y porte en abondance.

Lû à l'Académie le 24 Juillet 1782.

Outre ces pouſſes défectueuſes, des accidens produiſent ſur des arbres, des loupes dont l'organiſation ſingulière mérite d'être traitée dans un Mémoire particulier; car il en eſt qui ſemblent ne devoir l'origine qu'à un dépôt de ſuc ligneux dépoſé dans les parties conſtituantes de l'écorce; ainſi c'eſt un vrai bois placé dans les couches corticales. J'ai remarqué de ces loupes ſur des cèdres du Liban, & des ormes, &c. qui, comme je l'ai dit, me paroiſſent mériter une deſcription particulière : enfin la piqûre de certains inſectes produit ſur les feuilles, & principalement ſur les nervures, même ſur les tiges, des excroiſſances, des galles qui ſont encore bien dignes d'un examen ſuivi ; & je m'occupe depuis long-temps à les décrire. Voyez ce qu'en a dit le célèbre de Réaumur.

C'eſt de ce genre, c'eſt-à-dire, dans les défectuoſités occaſionnées par les piqûres d'inſectes, que je crois devoir ranger la production ſingulière que je mets aujourd'hui ſous les yeux de l'Académie *(Figure 1)*. Je l'ai trouvée ſur le *meſpilus oxyacantha* de Tournefort & de Linné, l'épine blanche. Dans ce cas, la jeune pouſſe de l'épine blanche ſe gonfle & ſe contourne. Cette partie renflée eſt garnie ſur toute la longueur, de petits cylindres de couleur jaunâtre, qui reſſemblent à un calice d'une ſeule pièce, ſurmonté de feuilles, & découpé par ſon extrémité en quatre ou cinq parties *(Figure 3)*. Sur toute cette partie de la branche renflée & contournée, il y a un duvet coloré. La couleur rougeâtre de l'écorce mêlée avec celle verdâtre ou violette des poils, celle jaunâtre des loges, la forme contournée de toute la partie monſtrueuſe, la feroit prendre pour une chenille velue & garnie de tubercules à peu-près comme celles que donne le grand paon : on y voit auſſi ces poils fins qui entrent dans la peau, & y produiſent des démangeaiſons. Si on ouvre une de ces tiges longitudinalement, on voit le canal médullaire beaucoup plus large qu'en aucune autre partie de la plante; ces loges ne pénètrent que dans la partie corticale & ligneuſe de la plante *(Figure 2)*.

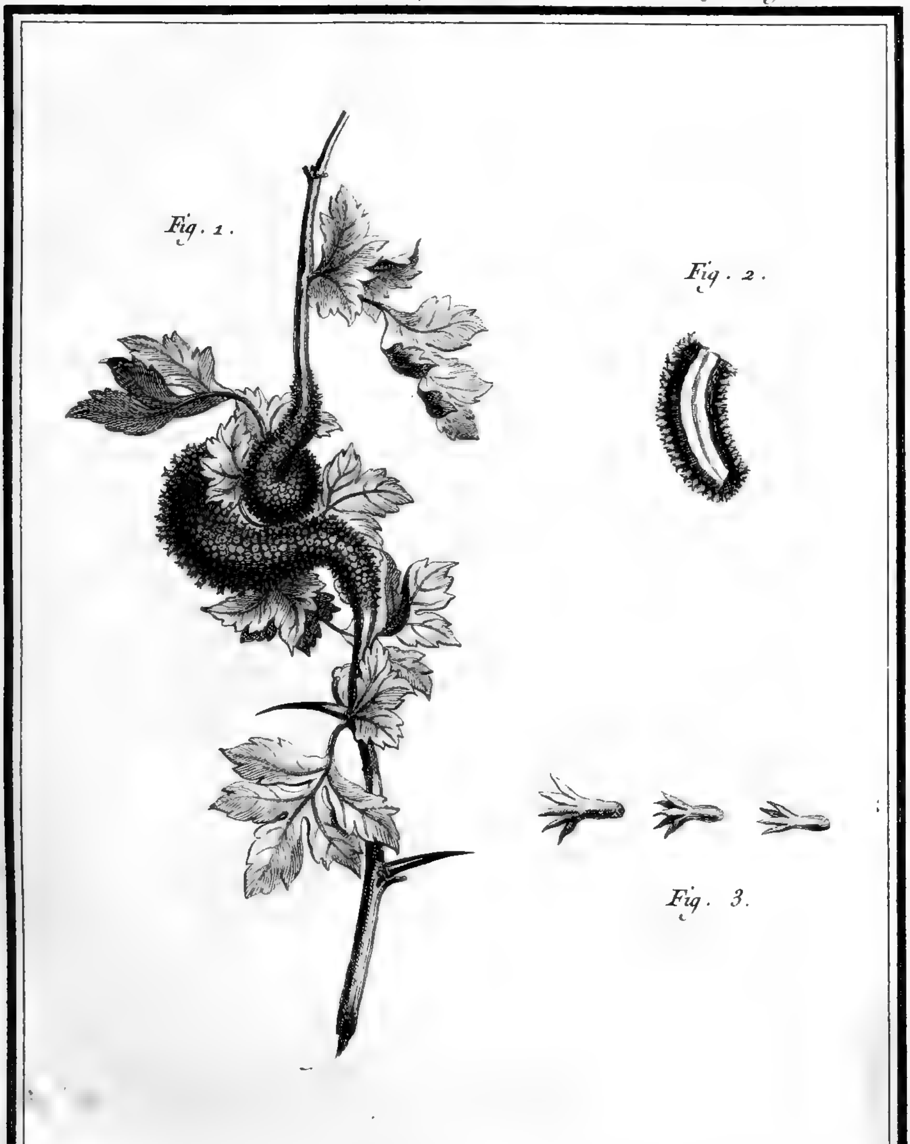
Enfin dans quelques-unes de ces loges, j'ai vu avec le ſecours de la loupe, un très-petit ver; de ſorte que je crois pouvoir aſſimiler cette excroiſſance monſtrueuſe à la galle de l'églantier ou roſier ſauvage qu'on connoît dans les boutiques ſous le nom de *Bedéguar*, & dont le ver ſe métamorphoſe en petit Ichneumon.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. Une branche de l'épine blanche avec la monſtruoſité dont il eſt ici queſtion.

Fig. 2. Cette monſtruoſité coupée ſuivant ſa longueur, on y voit le canal médullaire très-renflé.

Fig. 3. Une loge de l'inſecte, vue ſéparément, & très-groſſie à la loupe; elle eſt à quatre ou ſix découpures.



Y. Gouaz Sculp.

OBSERVATION DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL,

Arrivé le 12 Novembre 1782:

Avec les conséquences qui en résultent.

par M. DE LA LANDE.

LES Tables de Mercure que j'ai publiées en 1765, dans la *Connoissance des Temps* pour 1767, ont été parfaitement d'accord avec le passage de Mercure, observé le 9 Novembre 1769, en Amérique & aux Indes, comme je l'ai fait voir dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1772, *première partie, page 445*. J'étois persuadé que l'accord seroit le même en 1782, puisque c'étoit au même point de l'orbite; mais j'étois très-curieux d'en voir la vérification: je me transportai dans l'Observatoire du collége de Louis-le-Grand, où je pouvois espérer de voir l'entrée & la sortie; mais quoiqu'il fît assez beau temps, les vapeurs qu'il y a toujours vers l'horizon, dans cette saison-ci, ont rendu cette observation bien difficile à faire. 30 Nov. 1782.

Je ne fus assuré du contact intérieur des deux bords de Mercure & du Soleil, qu'à $3^h\ 4'\ 57''$ de temps vrai, tandis que M. Messier & M, l'abbé Marie l'ont jugé à $4'\ 38''$; M. le Gentil, à $4'\ 24''$; M. le comte de Cassini fils, à $4'\ 21''$; M. Dagelet, à $2'\ 32''$; M.rs le duc d'Ayen & Méchain, à $2'\ 8''$; M. le Monnier, à $1'\ 48''$; & M. Cagnoli, à $0'\ 21''$.

Le contact intérieur de la sortie, que j'ai manqué, à cause de mes fonctions au collége Royal, a été vu par M. Dagelet, à $4^h\ 16'\ 2''$; par M. Cagnoli, à $16'\ 24''$; par M. Cassini, à $17'\ 18''$; par M. Méchain, à $17'\ 46''$; par M. le Gentil, à 18′ 7″ : mais il étoit encore plus difficile à obſerver que le premier contact, parce que l'ondulation & la dentelure du bord du Soleil, étoient extrêmes. Au reſte, une minute de temps ne fait qu'une ſeconde ſur la diſtance de Mercure au Soleil; ainſi les différences que je viens de remarquer, n'empêchent pas que nous ne puiſſions très-bien déduire des obſervations de Paris, la poſition de Mercure.

Pour tirer des conſéquences de ces obſervations, j'ai ſuppoſé les deux contacts intérieurs à $3^h\ 4'\ 30''$ & $4^h\ 17'\ 40''$; la différence des demi-diamètres apparens du Soleil & de Mercure, 16′ 4″,27: j'ai trouvé l'inclinaiſon de l'orbite relative, $8^d\ 21'\ 41''$, & le mouvement horaire ſur cette orbite, 5′ 57″,24, la différence des parallaxes, 4″,01; l'accourciſſement cauſé par la parallaxe, 3″,89 pour le premier contact, & 3″,61 pour le ſecond. Les deux diſtances vraies, 968″,16 & 967″,88, avec le mouvement dans l'intervalle, 435″,64, ſuffiſent pour trouver la plus courte diſtance, 15′ 43″,20; le milieu du paſſage, $3^h\ 41'\ 11''$, & la conjonction, $4^h\ 4'\ 28''$, temps vrai; ou $3^h\ 48'\ 56''$, temps moyen, dans $7^f\ 20^d\ 26'\ 41''$ de longitude, avec 15′ 53″,3 de latitude géocentrique, ou 34′ 28″,2 de latitude héliocentrique. Un autre calculateur a trouvé la conjonction à 4^h 2′ 53″, & la latitude 15′ 55″. Suivant mes Tables de Mercure, en y appliquant la nutation, l'on auroit pour la longitude $7^f\ 20^d\ 26'\ 31''$, moindre de 10″ que par l'obſervation; la latitude héliocentrique, par mes Tables, 34′ 25″, eſt plus petite de 3″ que par l'obſervation. Ces erreurs ſont des quantités abſolument inſenſibles, & dont on ne peut répondre ni dans le calcul ni dans l'obſervation. Tout cela eſt auſſi conforme au calcul que j'avois donné dans mes *Éphémérides*, & qu'on avoit inſéré dans la *Connoiſſance des Temps de 1782*.

La latitude en conjonction, déduite de ces obſervations, s'accorde, à un dixième de ſeconde près, avec la diſtance au bord le plus proche, obſervée de $32''\frac{3}{4}$ dans le milieu du paſſage; c'étoit $32''\frac{1}{2}$ ſuivant M. Méchain, & 33″ ſuivant

M. le Monnier;

M. le Monnier: mais il faut employer pour le demi-diamètre du Soleil 3″ de plus que quand il s'agit des contacts observés, suivant ce que j'ai prouvé à l'occasion du passage de Vénus sur le Soleil (*Mémoires de l'Académie 1770, page 403. Astronom. art. 2159*); le diamètre du Soleil, mesuré avec des micromètres, est plus grand de 6 secondes que celui qu'on déduit de la durée d'un passage entre deux contacts de Vénus ou de Mercure; & à cet égard, M.rs de l'Isle & du Séjour ont trouvé à peu-près le même résultat; ainsi je crois que la latitude de Mercure en conjonction, déduite de ces deux sortes d'observations différentes, est certaine; d'où il résulte que le lieu du nœud de Mercure & le mouvement de ce nœud sont très-exactement représentés dans les Tables, & que depuis trente ans ce mouvement a continué d'être de 45 secondes par an; c'est la principale conclusion que l'on pouvoit tirer du passage de Mercure sur le Soleil.

Dans ces calculs, j'ai négligé l'aberration de Mercure, 18″,78 en longitude, & $4''\frac{3}{4}$ en latitude; & celle du Soleil, 20 secondes, comme je l'avois fait dans les passages précédens, sur lesquels mes Tables étoient fondées; mais si l'on y a égard on trouve qu'il faut ôter 6′ 35″ des phases observées, & par conséquent du temps de la conjonction; & en augmentant de 20 secondes le lieu apparent du Soleil, on a pour $3^h\ 52'\ 22''$, temps moyen, la longitude du Soleil, $7^s\ 20^d\ 26'\ 44''$, & celle de Mercure plus petite de 1′ 54″; c'est l'erreur de mes Tables, qui fait 53 secondes sur la longitude géocentrique. La latitude héliocentrique calculée, est 34′ 14″,7, plus petite de 13″,5 que la latitude déduite de l'observation, cela fait 6 secondes sur la latitude géocentrique; mais les Tables n'ayant point été faites avec ces conditions, il n'est pas naturel de les juger ainsi; je rapporte seulement ces résultats pour servir aux calculs qu'on pourra faire dans la suite, en employant une précision à laquelle on n'aspiroit pas avec les anciennes Tables.

J'ai reçu de M. Samuel Williams, Professeur de Mathématiques, une observation de ce passage, faite à Cambridge dans l'Amérique ſeptentrionale, avec une lunette achromatique groſſiſſant cent cinquante fois, la latitude du lieu eſt de 42^d 25$'$.

	PREMIER CONTACT.	SECOND CONTACT.
M.^{rs} Williams	10^h 12$'$ 7$''$ temps vrai.	11^h 23$'$ 8$''$.
James Winthrop	.... 13	11 23 5.
Elijah Paine	....	11 22 5.

Le téleſcope de M. Paine, ne groſſiſſoit que cinquante fois.

La diſtance des deux bords de Mercure & du Soleil, au milieu du paſſage, 22$''$,6, M. Williams en déduit le temps de la conjonction, 11^h 10$'$ 58$''$, la latitude 34$'$ 36$''$, & le lieu du nœud 1^f 15^d 44$'$ 37$''$

Le temps de la conjonction, comparé avec le mien, donne pour la différence des méridiens, 4^h 53$'$ 17$''$, au lieu de 4^h 53$'$ 38$''$ qu'on trouve dans les Tranſactions Philoſophiques. Il y a des éclipſes de Soleil qui donnent 4^h 53$'$ 35$''$.

A Newhaven, entre Philadelphie & Boſton, dans Gale collége, contact intérieur de la ſortie, 11^h 15$'$ 48$''$, temps vrai.

A Cremſmunſter, le P. Fixlmillner a obſervé le premier contact intérieur à 3^h 51$'$ 2$''$, mais il y avoit déjà une demi-minute qu'il étoit dans le doute; il ſe ſervoit d'une lunette de M. Dollond, qui a dix pieds; cet obſervatoire eſt à 48^d 3$'$ 29$''$ de latitude, & 47$'$ 8$''$ de temps à l'orient de Paris.

OBSERVATIONS
SUR
UN GRAND OS QUI A ÉTÉ TROUVÉ EN TERRE DANS PARIS;
Et sur la conformation des Os de la tête des Cétacées.

Par M. DAUBENTON.

EN travaillant, il y a quelques années, dans les fondemens d'une maison située à Paris près de la Seine, vis-à-vis l'extrémité méridionale du Pont-neuf, on découvrit un grand Os; il étoit enfoui dans une terre argileuse, jaunâtre, sablonneuse & humide. Lorsqu'on l'eut dégagé à moitié, on prit le parti de rompre à coups de masse avec des coins de fer, la partie saillante : depuis qu'elle a été détachée, on l'a fait voir à plusieurs personnes qui ont été émerveillées de l'énorme grandeur de cette portion d'os : elle a quatre pieds trois pouces de longueur, & quatre pieds & demi de circonférence à l'endroit le plus gros; elle pèse deux cents vingt-sept livres. Lû le 23 Janv. 1782.

M. de Lamanon l'a soigneusement observée, l'a décrite, en a donné la figure dans le Journal de Physique, & en a fait faire un petit modèle en terre cuite, qu'il a déposé au Cabinet de l'abbaye Royale de Sainte-Geneviève. M. de Lamanon a donné de plus la figure gravée de l'os entier, étant informé que la partie de l'os, qui étoit restée enfouie, avoit paru semblable à celle qui avoit été détachée, & que ces deux parties formoient par leur réunion à peu-près un angle droit. J'ai vu la partie détachée du grand os dont il s'agit; elle a été peu altérée dans la terre, ce n'est pas un os fossile dans la rigueur du terme, il n'est pas réduit à sa substance calcaire, au contraire, il diffère peu d'un os dans l'état naturel, par la partie osseuse.

Cet énorme fragment d'un os deux fois aussi grand, est d'une figure très-irrégulière. Après l'avoir bien examiné je ne sus à quel animal le rapporter, ni même à quel genre ni à quelle classe; mais je me proposai d'employer toutes les ressources de l'Anatomie comparée, pour reconnoître cet os qui me paroissoit aussi extraordinaire par sa figure que par sa grandeur. M. l'Abbé Mongès, Garde du Cabinet d'Histoire Naturelle de l'Abbaye de Sainte-Geneviève, a eu la complaisance de me prêter le modèle de la partie de l'os, qui a été détachée; avec ce modèle, & avec la description & la figure que M. de Lamanon a données de l'os entier, je commençai mon travail anatomique.

La figure de l'os qui formoit un angle, dont les deux branches étoient symétriques, fixa d'abord mon attention: cette réflexion simplifia beaucoup mes recherches. Un tel os devoit se trouver dans un milieu de la tête ou du bassin, l'une des branches à droite & l'autre à gauche. S'il avoit fait partie du bassin, il auroit formé le pubis; mais il a des sutures & quatre trous qui ne sont dans le pubis d'aucun animal.

J'ai cherché dans la base du crâne des plus grands animaux fissipèdes, à pied-fourchu & solipèdes, je n'y ai vu aucun os qui pût correspondre par sa figure à celui que je voulois connoître. D'ailleurs cet os est d'une grandeur trop disproportionnée à celle des os des plus grands animaux quadrupèdes, tels que la Giraffe, l'Hippopotame, le Rhinocéros & l'Éléphant, pour soupçonner qu'il pût leur appartenir. Il auroit donc fallu imaginer & supposer une espèce entière de quadrupèdes détruite, ou jusqu'à présent inconnue & d'une grandeur prodigieuse; mais on ne peut admettre cette supposition qu'après avoir épuisé toutes les ressources de l'Anatomie comparée. C'est pourquoi j'ai passé des animaux quadrupèdes aux cétacées pour continuer mes recherches.

Cette classe comprend les plus grands animaux qui soient dans la Nature. Il y a des Cachalots & des Baleines qui ont une si grande taille que l'on pouvoit espérer d'y trouver l'os qui étoit l'objet de mes recherches; mais les connoissances anatomiques sont très-peu avancées sur les Baleines, on ne connoît pas leurs squelettes, & les différens os de la tête des Cachalots n'ont pas encore été distingués les uns des autres, & décrits. J'aurois été obligé de renoncer à mon entreprise sur ces animaux, si je n'avois tiré de ce que j'ai pu voir sur les cétacées, des inductions pour ce qu'il ne m'a pas été possible d'observer.

Il y a un animal qui me paroît avoir des rapports avec les quadrupèdes & les cétacées, c'est le Lamantin. On n'en connoît la conformation intérieure que par la description anatomique d'un fœtus, que j'ai faite il y a plusieurs années: cet animal avoit été apporté de la Guiane, il ressembloit aux quadrupèdes par les parties antérieures, la tête, la poitrine & les bras; & aux cétacées par les parties postérieures: il n'avoit point de bassin ni de jambes de derrière, sa queue est large, plate & horizontale. Mais le Lamantin n'a point de jet d'eau qui sorte de sa tête comme de celle des vrais cétacées; sa conformation diffère peu de celle de ces animaux, & il n'est pas quadrupède puisqu'il n'a point de jambes ni de pieds de derrière.

On admet quatre genres de cétacées, sous les dénominations de *Narval*, de *Phocœnes*, de *Cachalots* & de *Baleines*.

Olaüs Wormius a donné la figure & quelque description des os de la tête du Narval.

On connoît les os de deux espèces de Phocœnes.

On a plusieurs descriptions de Cachalots, mais très-imparfaites. Il y a au Cabinet du Jardin du Roi un squelette de grand Cachalot, & la tête d'un autre beaucoup plus petit.

L'ostéologie des Baleines est inconnue.

Les os du bassin manquent dans les Dauphins & les Cachalots; tous les cétacées ont des canaux qui communiquent depuis la gueule jusqu'au dehors de la tête devant le front, & qui servent à ces animaux pour respirer & pour rejeter l'eau qui entre dans leur gueule avec leurs alimens, & qu'ils ne veulent pas avaler; ils la poussent avec tant de violence qu'elle s'élève au-deſſus d'eux comme un jet d'eau : c'eſt pourquoi on a donné à ces canaux la dénomination de *canaux hydrauliques.*

Les Baleines lancent des jets d'eau comme le Narval, les Cachalots & les Phocœnes ; il y a lieu de préſumer qu'elles leur reſſemblent par leur conformation intérieure, & qu'elles n'ont point de baſſin. C'étoit donc dans la tête des animaux cétacées qu'il falloit chercher à reconnoître le grand os que j'avois à trouver.

J'ai commencé par examiner la tête *(planche I)* d'un petit Cachalot ; elle n'avoit que deux pieds quatre pouces de longueur depuis le bout des mâchoires *A* juſqu'à l'occiput *B*, & un pied ſept pouces quatre lignes dans la plus grande largeur, priſe d'une pomette *C* à l'autre *D* ; tous les os étoient bien formés ; cette tête m'a paru venir d'un animal adulte: en ſuppoſant toutes proportions égales entre ce petit Cachalot & celui du grand ſquelette dont j'ai fait mention, & qui avoit cinquante pieds, le petit n'en auroit eu qu'environ huit. Je rapporte ce petit animal au genre des Cachalots ſeulement, parce qu'il eſt trop petit pour appartenir à celui des Baleines, car la moins grande de celles dont on a indiqué la longueur avoit 46 pieds. Cependant la tête du prétendu petit Cachalot, que j'ai obſervée, diffère de celle du grand, principalement en ce que celle-ci n'a que la baſe du crâne: la face ſupérieure de la tête du petit Cachalot forme un grand enfoncement comme une dépreſſion des os, depuis le ſommet juſqu'aux mâchoires. Il y avoit au-devant de l'os frontal deux grands trous, placés l'un à côté & fort près de l'autre. En examinant la baſe du crâne, j'ai vu que ſa conformation différoit beaucoup de celle des animaux quadrupèdes. Une des principales & des plus grandes différences eſt dans l'os ſphénoïde, j'ai reconnu dans cet os beaucoup de rapport avec celui qui a été trouvé en terre dans Paris.

L'os ſphénoïde des cétacées, ne reſſemble à ceux des quadrupèdes que par ſa ſituation entre l'os du front & l'os occipital ; ſa figure ſi étrange, en comparaiſon de celle des os ſphénoïdes des quadrupèdes, vient principalement de ce qu'il forme une portion des deux canaux hydrauliques, dont les orifices extérieurs paroiſſent au-devant du front. La même conformation eſt dans la tête des Phocœnes & du Narval; l'on ne peut guère douter qu'elle ne ſoit auſſi dans les Baleines; puiſque tous les cétacées jettent de l'eau, il faut qu'ils aient tous des canaux pour la conduire : cette conformation eſt ſi différente de celle de l'homme & des animaux quadrupèdes, qu'il eſt néceſſaire de la décrire pour en donner une idée juſte. Cependant j'emploîrai, autant qu'il me ſera poſſible, les termes uſités pour les os de l'homme.

Je commence par la deſcription du Phocœne à bec alongé, que l'on appelle *Dauphin,* pour le diſtinguer du Marſouin & des autres animaux du même genre. Le ſquelette de la tête vue par-deſſus *(planche II, figure 1)* & par-deſſous *(figure 2)* que je vais décrire, avoit un pied trois pouces & demi de longueur, depuis le bout de la mâchoire ſupérieure *A (figures 1 & 2)* juſqu'aux apophyſes condyloïdes qui ſe trouvèrent à la partie poſtérieure de l'occiput *B;* la mâchoire étoit longue d'un pied un pouce; ainſi il n'y avoit que deux pouces & demi pour le reſte de la tête; l'os frontal, les pariétaux, les orbites des yeux, les os temporaux & l'occipital étoient renfermés dans ce petit eſpace, & par conſéquent n'avoient chacun que peu d'étendue : au contraire les os du nez & du palais, & principalement l'os ſphénoïde & ceux de la mâchoire ſupérieure, étoient très-grands.

Les bords *C C (figure 1)* des orifices ſupérieurs des deux canaux hydrauliques, étoient formés par la partie poſtérieure des os du nez, & par de petits os qui ſont engagés comme des chevilles dans l'os frontal. Les canaux hydrauliques ont une courbure dont la convexité eſt en avant. Les parois de leurs cavités ont trois faces, une poſtérieure & en partie latérale externe, une antérieure & en partie latérale externe, & une latérale interne; la cloiſon *D* qui ſépare les deux canaux, eſt formée par l'os ethmoïde; l'os frontal fait les parois poſtérieures de la portion ſupérieure de ces canaux,

& en partie des parois latérales externes : les os de la mâchoire du dessus & les os du palais, forment les parois antérieures, & une partie des parois latérales externes de la même portion des canaux dont il s'agit ; leur portion inférieure *D D D D (figure 2)* est formée par l'os sphénoïde, les os du nez & de la mâchoire de dessus, & par l'os ethmoïde.

Il y a deux cavités placées chacune au-devant, & qui s'étendent au-dessous de la portion inférieure des canaux hydrauliques : ces cavités sont formées par l'os sphénoïde, les os de la mâchoire & les os du palais, autant que j'ai pu juger de ces derniers par leur situation relativement aux os maxillaires ; la face interne des parois latérales extérieures de ces cavités, est hérissée de tubercules & de pointes osseuses.

On voit par cette description, que les canaux hydrauliques s'ouvrent en bas entre l'os sphénoïde & l'os ethmoïde, & qu'ils se terminent en haut entre l'os frontal & les os du nez ; l'os ethmoïde *A (planche III, figures 1 & 2)* fait leur séparation d'un bout à l'autre. Comme ces canaux ont jusqu'à seize lignes de diamètre dans quelques endroits, leurs cavités causent de grandes différences dans la situation des os de la tête, si on les compare à ceux de l'homme & même des animaux quadrupèdes : aussi les orbites *E E (planche II, figure 1)* des yeux des Dauphins, sont placés plus en arrière, à une petite distance de l'os occipital, & les os temporaux sont au-dessous. Quoique les ailes de l'os sphénoïde, soient très-grandes, elles ne s'étendent pas entre les orbites & les os des tempes.

La tête de ce petit Cachalot, dont j'ai déjà rapporté les principales dimensions, forme au-devant du front une dépression encore plus forte que dans le Dauphin ; les os du nez & de la mâchoire du dessus sont beaucoup plus larges & plus grands : au reste, ces deux têtes m'ont paru avoir beaucoup de rapports l'une avec l'autre pour la situation des os & pour leur forme, quoique les parois antérieures & latérales des cavités *E E (planche I, & C C planche II, figure 2)* placées

placées au-devant de la portion inférieure des canaux hydrauliques *F F (planche I, & D D D D planche II, figure 2)* aient été cassées & manquent à la tête du petit Cachalot; les bords des canaux sont aussi un peu endommagés : cependant j'ai reconnu sur les faces intérieures & extérieures des parois antérieures & latérales externes de la partie inférieure du canal hydraulique, du côté droit, la portion du grand os dont j'avois le modèle.

Cette portion d'os est composée d'une partie de l'aile droite du sphénoïde, d'une petite partie de l'ethmoïde & de la mâchoire de dessus, & peut-être du vomer. On ne pourroit déterminer ce qui appartient à ces deux derniers qu'en faisant des coupes sur le grand os ; mais j'ai vu très-distinctement sur le modèle de ce grand os, la suture qui est entre l'ethmoïde & la partie antérieure de l'aile du sphénoïde. J'avois tout lieu de présumer que la partie postérieure de cette aile, étoit aussi comprise dans l'os modelé; cependant je n'en trouvois point de preuves convaincantes sur la tête du petit Cachalot. Alors j'examinai celle du grand Cachalot, & j'y trouvai la partie postérieure de l'aile du sphénoïde, bien exprimée; mais la partie antérieure ressembloit moins à celle du petit Cachalot qu'à celle du Dauphin.

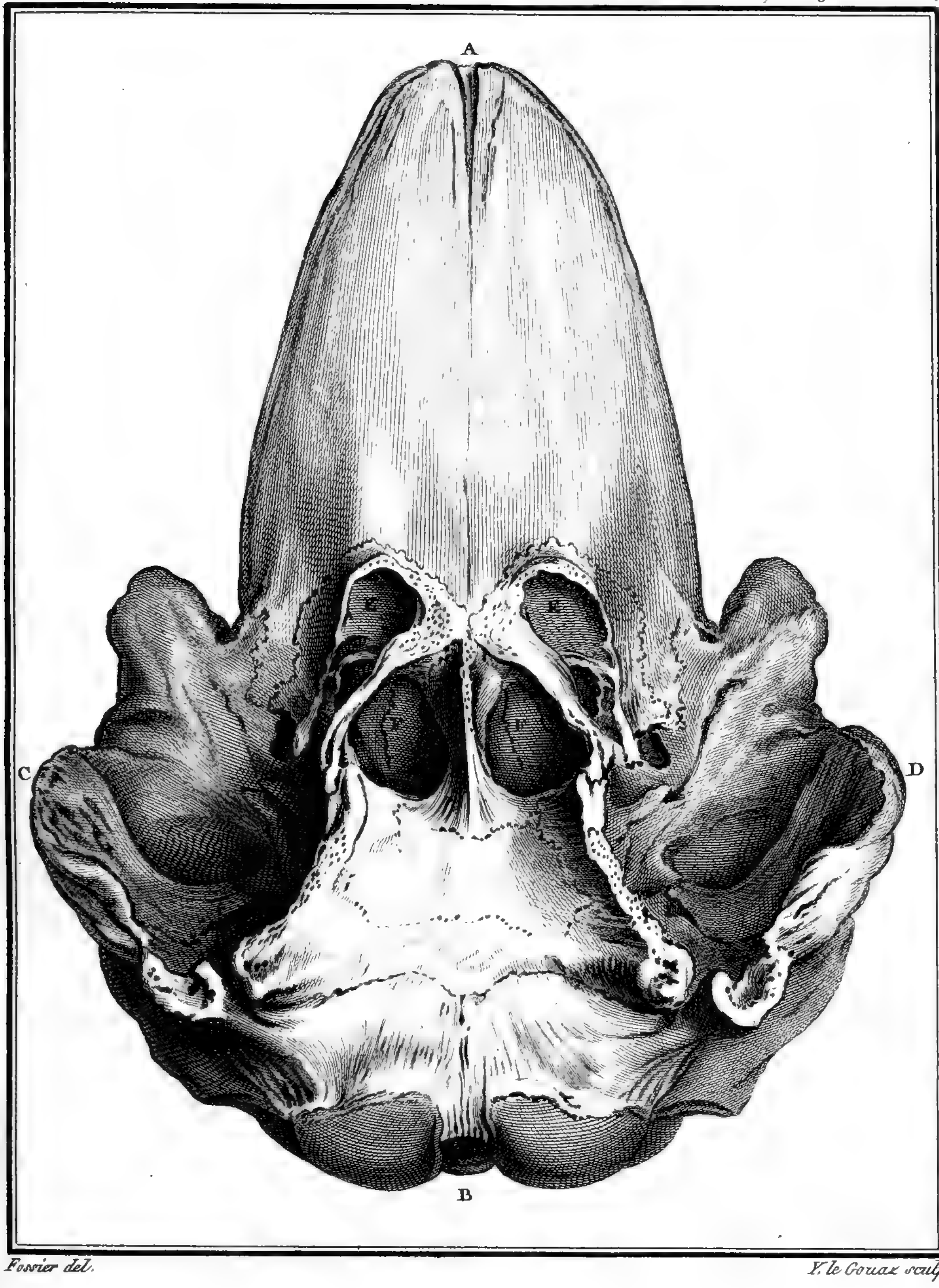
J'ai conclu de toutes ces observations, que la portion d'os, tirée de la terre dans Paris, est composée d'une grande partie de l'aile droite du sphénoïde, & d'une petite partie de l'ethmoïde & de la mâchoire du dessus: ce grand os dont il s'agit, me paroît venir d'un Cachalot plus grand que celui que j'ai observé, ou peut-être d'une Baleine.

Dans le Cachalot de cinquante pieds de longueur, dont j'ai examiné la tête, la partie correspondante au modèle du grand os, n'avoit que deux pieds de long; il auroit donc fallu un Cachalot de cent pieds pour avoir un os aussi long que celui qui a été modelé. On prétend qu'il y a dans l'Océan septentrional, un Cachalot à dents plates, qui est long de cent pieds & plus : mais sa conformation ne diffère-t-elle pas de celle du grand & du petit Cachalot que j'ai observé,

& qui ſont déjà fort différens l'un de l'autre par rapport à leurs canaux hydrauliques ? Ceux des Baleines reſſemblent-ils à ceux de ces Cachalots par leur partie inférieure ? On n'a pas aſſez de connoiſſances ſur l'Anatomie comparée pour répondre à ces queſtions : quoi qu'il en ſoit, je perſiſte à croire que ce grand os vient d'un Cachalot ou d'une Baleine.

Ayant appris que la partie de cet os, qui étoit reſtée enfouie dans l'argile, en avoit été tirée, je me ſuis empreſſé de la voir ; je l'ai trouvé caſſée en trois morceaux, quoiqu'ils ne fuſſent pas ſuffiſans pour former une branche pareille à celle qui étoit d'une ſeule pièce, parce qu'il y manquoit des fragmens qui avoient été employés dans la conſtruction d'un mur; cependant j'ai reconnu que les trois morceaux venoient d'une branche ſemblable à celle qui étoit entière. J'ai auſſi vu des indices des foſſes naſales & des cornets du nez. Ces obſervations m'ont confirmé dans l'opinion où je ſuis, que l'os dont il s'agit eſt une portion de la baſe du crâne d'un grand animal cétacée, & que cet os eſt composé de portions du ſphénoïde, de l'ethmoïde & des os maxillaires, & qu'il a fait partie de la portion inférieure des canaux hydrauliques d'un Cachalot ou d'une Baleine.

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1782 Pag. 218 Pl. IV.



Fossier del. *Y. le Gouaz sculp.*

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1782. Pag. 218. Pl. V.

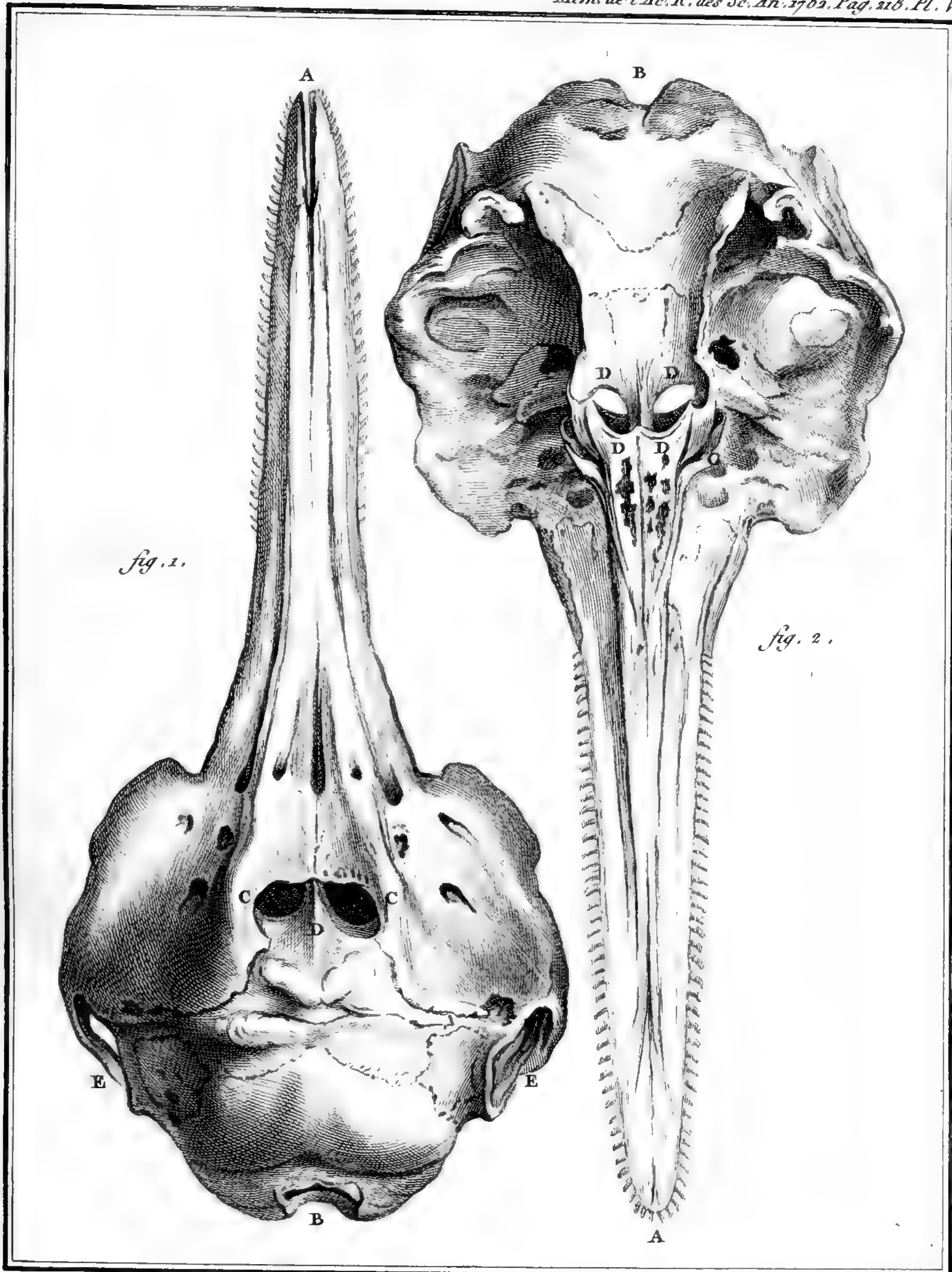
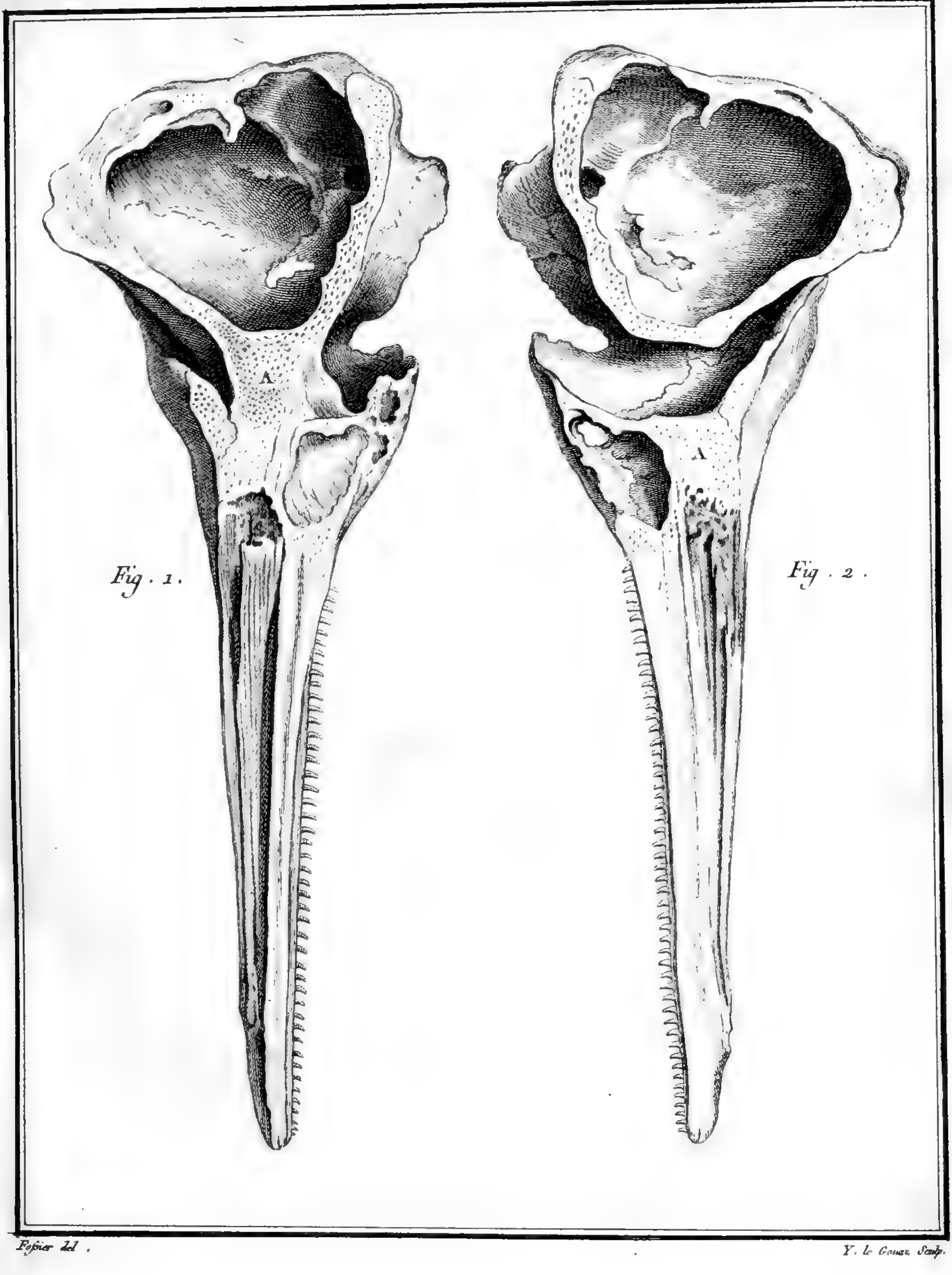


fig. 1.

fig. 2.

Fossier del. *Y. le Gouaz sculp.*



Fossier del. Y. le Gouaz Sculp.

MÉMOIRE

SUR L'ACTION DE L'ACIDE PHOSPHORIQUE SUR LES HUILES;

Et ſur la combinaiſon de cet Acide avec l'Eſprit-de-vin.

Par M. CORNETTE.

J'AI déjà examiné dans pluſieurs Mémoires, l'action des acides minéraux ſur les huiles; j'ai démontré que tous ces acides avoient plus ou moins d'action ſur ces ſubſtances, mais que l'acide vitriolique étoit le ſeul qui pût former avec elles de vrais ſavons. Il me reſtoit encore à faire connoître l'action de l'acide phoſphorique & des acides végétaux ſur les huiles eſſentielles & ſur les huiles graſſes, & à rendre compte des altérations qu'elles éprouvent par leur mélange avec ces différens acides; ce qui ſera le ſujet de deux Mémoires que je me propoſe de donner ſucceſſivement à l'Académie.

L'acide phoſphorique, lorſqu'il eſt concentré, agit ſur les huiles à peu-près comme l'acide marin; comme lui il les colore, il les noircit, & occaſionne par ſon mélange différens degrés de chaleur, ſelon l'eſpèce & la ténuité de l'huile que l'on emploie. Mais pour qu'il puiſſe produire cet effet, il eſt eſſentiel qu'il ſoit très-concentré, autrement il occaſionneroit à peine quelques légères altérations à ces ſubſtances. J'ai tenu en digeſtion, pendant pluſieurs jours, des mélanges d'acide phoſphorique affoibli, donnant au pèſe-liqueur 40 degrés, avec des huiles de lavande & de térébenthine; cet acide, auparavant clair, ſans couleur, prit par la longueur de la digeſtion une légère couleur jaune; mais les huiles ne me parurent point altérées, elles avoient conſervé leur odeur & la ténuité qui leur eſt particulière. D'après ces expériences, je penſai que pour obtenir quelques réſultats poſitifs ſur l'action de l'acide phoſphorique ſur les huiles, il convenoit de ne plus employer cet acide que dans le plus grand état de concentration. Celui dont je me suis servi étoit très-pur, il avoit été retiré du phosphore par *deliquium*, & rectifié ensuite dans une cornue de verre pour le concentrer & pour le dépouiller en même temps d'une portion de phosphore qu'il tient toujours en dissolution. Cet acide, ainsi rectifié, avoit une consistance assez épaisse; il répandoit, à l'ouverture du flacon, une forte odeur d'ail, & dans cet état il étoit à l'eau distillée comme 19 est à 8; c'est le même acide que j'ai toujours employé pour faire toutes les expériences dont je vais rendre compte.

Je ferai observer encore, que toutes les huiles que j'ai examinées, ont été refroidies au terme de la glace, & qu'avant de les mêler avec l'acide phosphorique, chacune d'elles étoit comme lui à la même température.

J'ai pesé dans six cylindres de verre, de quatre pouces de haut & d'un demi-pouce de diamètre, un gros de chacune des huiles essentielles désignées ci-après, savoir de romarin, de portugal, de bergamote, de lavande, de thim & de térébenthine. J'ai versé sur ces huiles une pareille quantité d'acide phosphorique refroidi, comme je l'ai déjà dit au même terme: cet acide, en tombant, a gagné le fond du vase, mais il n'a occasionné aucun changement à ces substances, car ces huiles n'ayant point été pénétrées par cet acide, n'ont pu être altérées. Ces mélanges ayant été agités, alors les huiles se sont épaissies, & il en est résulté les degrés de chaleur suivans; pour l'huile de romarin, la chaleur produite a été de 20 degrés, même effet pour celle de portugal, 10 pour celle de bergamote, 15 pour celle de lavande, 20 pour celle de thim, & 24 pour celle de térébenthine. Toutes ces huiles avoient été diversement colorées par cet acide; les unes, telles que celles de romarin, de portugal, de lavande & de térébenthine, étoient d'un brun-rougeâtre, tandis que celle de thim étoit très-noire, & celle de bergamote à peine colorée: le degré d'épaississement n'étoit pas aussi le même dans toutes, celles de bergamote & de portugal, n'avoient pris que très-peu de confiſtance, au lieu que les autres avoient celle de la térébenthine. De la plupart de ces mélanges il s'eſt ſéparé une portion d'une huile claire très-ténue & très-odorante; l'acide reſté au fond du vaſe, étoit auſſi très-coloré, il ſe trouvoit chargé d'une portion de réſine que contiennent ordinairement les huiles eſſentielles, cet acide huileux ſe diſſolvoit très-bien dans l'eau bouillante; il la rendoit blanche & laiteuſe, & ne laiſſoit paroître à la ſurface aucun globule d'huile; mais la grande quantité d'acide qui ſe trouvoit mêlée avec elle, prouve bien évidemment que l'acide phoſphorique ne pouvant ſe charger que d'une très-petite portion d'huile, il ne peut point former avec ces ſubſtances une combinaiſon auſſi intime que celle qui a lieu avec l'acide vitriolique; mais auſſi que cet acide concentré, a cependant ſur elles une action aſſez marquée pour pouvoir les diſſoudre en partie.

Nous avons fait voir juſqu'ici, que l'acide phoſphorique agiſſoit ſur les huiles eſſentielles avec chaleur, qu'il les altéroit dans leur principe, & qu'il les rendoit en partie ſolubles dans l'eau: nous allons prouver maintenant, que cette propriété ne s'étend pas également ſur les huiles ſiccatives, quoique celles-ci paroiſſent tenir le milieu entre les huiles eſſentielles & les huiles graſſes, l'acide phoſphorique les attaque avec moins d'action, occaſionne moins de chaleur, & produit ſur elles beaucoup moins d'altération. J'ai fait des mélanges d'un gros d'huile de lin tiré ſans feu, & autant d'acide phoſphorique, d'une pareille quantité d'huile de noix & autant du même acide; il ne s'eſt paſſé avec l'huile de lin que ſix degrés de chaleur, & pour l'huile de noix quatre ſeulement: ces deux huiles ſe ſont épaiſſies par l'agitation, & ont pris chacune une couleur verdâtre, celle de lin plus foncée que celle de noix; mais au bout de quelque temps une bonne portion d'huile s'eſt ſéparée de ces mélanges, & chacune d'elles avoit repris la couleur qui lui eſt particulière; l'acide ſeulement qui tenoit un peu d'huile en diſſolution, étoit reſté coloré, il ſe diſſolvoit dans l'eau, & la rendoit blanche & laiteuſe: ces deux eſpèces d'huile étoient un peu plus ténues, elles avoient conſervé leur odeur, & ſe diſſolvoient en partie dans l'eſprit-de-vin.

Les huiles graſſes n'éprouvent pas, à beaucoup près, les mêmes altérations par l'acide phoſphorique, que les huiles ſiccatives; la chaleur qui ſe paſſe eſt à peine ſenſible, & ces huiles ne ſont preſque pas colorées, elles reſtent ſeulement un peu plus épaiſſes, parce qu'il paroît que l'acide phoſphorique s'eſt emparé de leur eau conſtituante, auſſi la plupart reſtent-elles toujours figées. J'ai fait des mélanges d'huile d'olive, de béen & d'amandes douces avec l'acide phoſphorique, à la doſe d'un gros de chaque, la chaleur produite n'a pas été de plus de deux degrés; ces huiles ne ſe ſont point colorées, l'acide ſeulement avoit pris dans le moment une couleur fauve, couleur qu'il perdit en le délayant dans l'eau; elles avoient ſouffert ſi peu d'altération par cet acide, qu'elles n'étoient ſolubles ni dans l'eau ni dans l'eſprit-de-vin, propriété que leur communiquent les autres acides.

Comme dans toutes ces expériences & dans un grand nombre d'autres que j'ai faites, je n'avois pu obtenir de véritable ſavon, je crus devoir attribuer ce défaut de ſuccès à la trop petite quantité d'acide que j'avois employée ; & qui me parut ne pas devoir ſuffire pour opérer une combinaiſon réelle : d'après cette réflexion je me déterminai à répéter de nouveau ces expériences, dans la proportion de trois parties d'acide ſur une d'huile. Sur un gros d'huile tirée des trois claſſes; ſavoir, de térébenthine, de lin & d'olive, j'ajoutai trois gros d'acide phoſphorique, je fis triturer ces mélanges dans un mortier de verre pendant deux heures, afin que l'huile & l'acide fuſſent bien combinés; pendant cette agitation l'huile de térébenthine s'étoit très-épaiſſie, elle avoit pris une couleur noire plus foncée qu'à l'expérience précédente ; ce mélange expoſé à l'air, s'eſt couvert d'une pellicule blanche à la ſurface, qui ſe reformoit chaque fois que par une nouvelle agitation on venoit à la rompre: une partie ſeulement étoit ſuſceptible de ſe diſſoudre dans l'eau, ſans qu'il parût aucun globule d'huile; cette diſſolution conſervoit ſon opacité pendant aſſez long-temps, les alkalis, les terres abſorbantes la décompoſcient, & même quelques ſubſtances métalliques; la pellicule qui ſe formoit à la ſurface, que je regarde comme une vraie réſine, ne ſe diſſolvoit point dans l'eau, & n'avoit pu former aucune combinaiſon avec l'acide phoſphorique.

Le mélange de l'huile de lin s'étoit aſſez bien fait à froid, cette huile s'étoit très-épaiſſie, & avoit pris une couleur d'un brun-foncé; mais au bout de quelques jours une partie de l'huile ſe ſépara, ce qui n'étoit pas arrivé à l'expérience précédente: l'acide étoit auſſi très-coloré, il tenoit un peu d'huile en diſſolution, car il rendoit l'eau blanche & laiteuſe comme une véritable eau de ſavon; mais la liqueur ne conſervoit pas ſi long-temps ſon opacité que celle de térébenthine, une partie ſe précipitoit au fond du vaſe, tandis que quelques globules d'huile ſe raſſembloient à la ſurface: cette expérience répétée à une chaleur de près de 70 degrés, n'eut pas plus de ſuccès, car cette chaleur ne me parut pas favoriſer la combinaiſon d'une plus grande quantité d'huile de lin.

L'union de l'huile d'olive ſe fit très-bien à froid avec l'acide phoſphorique, cette huile ſe colora ſur le champ, elle s'épaiſſit tellement que l'agitation en devint difficile: ce mélange expoſé à une douce chaleur, l'huile ſe ſépara & gagna la ſurface, reſtant à peine colorée; l'acide avoit conſervé une couleur fauve, il tenoit une ſi petite quantité d'huile en diſſolution, qu'il rendit l'eau à peine laiteuſe, & même au bout de quelque temps l'huile ſe ſépara entièrement: il paroît que l'acide phoſphorique agit plutôt ſur l'eau contenue dans l'huile, que ſur le principe de l'huile même, car elle reſte toujours figée; cette huile ne ſe diſſout point dans l'eſprit-de-vin, propriété qu'elle acquiert toujours lorſqu'elle ſe trouve combinée avec tous les acides minéraux. Si l'on ſoumet à la diſtillation un pareil mélange, l'huile conſerve ſa liquidité, & elle ne ſe convertit point en matière butireuſe comme avec les autres acides.

Toutes ces expériences prouvent que l'acide phoſphorique ſe combine difficilement avec les huiles graſſes, que les huiles eſſentielles ſont celles ſur leſquelles il a le plus d'action, puiſqu'il les colore & les noircit, & qu'il forme avec elles des composés en grande partie ſolubles dans l'eau.

Les huiles ne ſont pas la ſeule ſubſtance ſur laquelle l'acide phoſphorique a de la peine à ſe combiner, l'eſprit-de-vin paroît éprouver la même difficulté; on verra bientôt que cette combinaiſon peut avoir lieu, mais que pour y parvenir il eſt eſſentiel d'ouvrir l'acide phoſphorique, & de le dépouiller en quelque ſorte d'une matière graſſe qui s'oppoſe à ſon action.

J'ai pris deux onces du même acide phoſphorique, que j'ai mêlé avec une pareille quantité d'eſprit-de-vin très-déphlegmé, rectifié ſur du ſel de tartre; cet eſprit-de-vin donnoit au pèſe-liqueur de M. Baumé 36 degrés $\frac{1}{2}$: ce mélange auſſi-tôt s'échauffa, & fit monter le thermomètre à près de 40 degrés, la température à 13 au-deſſus de la glace, phénomène déjà obſervé par M. Lavoiſier : il ſe développa dans l'inſtant une forte odeur d'ail, effet qui n'arrive pas, ou du moins d'une manière auſſi marquée, avec les liqueurs aqueuſes ou huileuſes; je ſoumis ce mélange à la diſtillation dans une cornue de verre, & je ſéparai en deux parties les produits; la première portion qui étoit paſſée dans le balon, avoit conſervé cette forte odeur d'ail dont nous venons de parler; & la ſeconde, quoique n'en étant pas entièrement exempte, me parut légèrement éthérée; cette liqueur avoit une odeur & une ſaveur différentes de l'eſprit-de-vin, elle avoit volatiliſé avec elle une portion de l'acide phoſphorique, car je ne fus pas long-temps à m'apercevoir qu'elle étoit très-acide.

L'acide reſté dans la cornue, étoit un peu coloré, ce qui me fit préſumer qu'il avoit agi ſur le principe huileux de l'eſprit-de-vin, & l'avoit décompoſé en partie; je conçus dès-lors qu'il étoit poſſible d'obtenir avec l'acide phoſphorique, une liqueur éthérée, comme avec les autres acides, mais

mais que la difficulté que j'avois à vaincre, étoit d'ouvrir assez cet acide pour qu'il pût se combiner plus immédiatement avec lui. Je pensai donc que des distillations réitérées de cet acide avec de nouvel esprit-de-vin, pouvoient me faciliter les moyens d'opérer cette combinaison; je soumis de nouveau à la distillation le même acide phosphorique que j'avois mêlé avec de nouvel esprit-de-vin, la liqueur que j'obtins, n'avoit plus cette odeur d'ail, comme celle de la première expérience, elle en avoit une très-suave, approchant de celle de l'éther: je répétai cette opération encore quatre fois, j'obtins toujours le même résultat, il me parut seulement que l'esprit-de-vin, dans les dernières distillations, étoit plus aromatique, & avoit une odeur plus éthérée, il avoit volatilisé, comme à la première expérience, une portion de l'acide phosphorique: toutes ces liqueurs réunies dans un même flacon, furent saturées avec de l'alkali fixe, il s'excita une effervescence vive avec beaucoup de dégagement d'air, & il se précipita au fond du vaisseau un sel que je nommerai *sel sulfureux phosphorique*, ou *sel phosphorique huileux*, pour le distinguer du sel phosphorique à base d'alkali fixe ordinaire; ce sel étoit roux, il étoit chargé d'une partie du principe huileux de l'esprit-de-vin, il se dissolvoit assez difficilement dans l'eau, & ne cristallisoit pas comme celui qui résulte de la combinaison de l'acide phosphorique avec l'alkali fixe; la liqueur ainsi saturée, étoit plus aromatique, je la soumis de nouveau à la distillation dans une cornue de verre bien sèche; la première portion qui passa dans le récipient, avoit une odeur très-suave, approchant beaucoup de celle de l'éther vitriolique; elle en différoit cependant à plusieurs égards, elle n'avoit point le frais de l'éther, ne s'évaporoit pas avec autant de facilité, elle avoit retenu quelque principe de l'acide phosphorique, car sa saveur en étoit absolument différente; cette liqueur se mêloit avec assez de peine dans l'eau distillée: la seconde portion, toujours éthérée, étoit un peu moins suave que l'autre, elle me parut être à la première ce que la liqueur d'Hoffman est à l'éther vitriolique, elle étoit plus miſcible à l'eau, & ſa ſaveur étoit nauſéabonde: je ne doute point que s'il m'eût été poſſible de me procurer une plus grande quantité d'acide phoſphorique, je n'euſſe pu obtenir un éther plus décidé, plus parfait; mais il me ſuffit de démontrer que quoique l'acide phoſphorique préſente quelques difficultés à ſe combiner avec l'eſprit-de-vin, il en eſt cependant ſuſceptible, & peut former avec lui une liqueur aromatique, & qui a beaucoup de rapport à celle de l'éther vitriolique.

MÉMOIRE
SUR
LA DURÉE DE L'ANNÉE SOLAIRE.

Par M. DE LA LANDE.

LA détermination exacte de la durée de l'année solaire ou de la révolution périodique de la Terre, est une des plus importantes de l'Astronomie; car on détermine les distances de toutes les Planètes au Soleil, par le rapport de leurs révolutions périodiques comparées avec celle de la Terre; & l'on ne peut calculer aucune des anciennes Observations, soit d'Éclipses pour la Chronologie, soit de Planètes pour établir leurs mouvemens, soit des Étoiles pour déterminer leurs variations, que l'on ne soit obligé de supposer connus les lieux du Soleil pour des siècles éloignés : ainsi tout dépend de la véritable durée de l'année. Dans un Mémoire que j'ai donné en 1757, sur les moyens mouvemens de toutes les Planètes, je commençai à ébaucher cette matière; mais beaucoup de recherches postérieures, faites depuis vingt-cinq ans, m'ont donné lieu de perfectionner ce travail; j'y ai sur-tout employé des observations toutes nouvelles, faites avec un excellent mural de huit pieds, que M. Bergeret a fait faire en Angleterre, à ma sollicitation, & dont M. Dagelet fait un usage continuel pour le bien de l'Astronomie; ses observations comparées avec celles de tous les siècles m'ont fait voir que la durée actuelle de l'année solaire est de 365 jours $5^h\ 48'\ 48''$, sans qu'il puisse y avoir 2 secondes d'incertitude.

14 Novemb. 1782.

Mais pour présenter en même temps un Traité complet sur cette partie essentielle de l'Astronomie, j'ai cru devoir remonter à l'histoire des connoissances humaines, sur la révolution annuelle, avant que de parler des observations d'Hipparque, les premières dont nous puissions faire usage. Cela me donnera l'occasion de relever une erreur de critique accréditée dans la plupart des Hiſtoires de l'Aſtronomie, ſur l'ancienneté de l'année vague des Égyptiens.

Il paroît que les jours furent d'abord la ſeule manière de compter, & que les quatre cents ſoixante-treize mille années dont ſe vantoient les Babyloniens *(Aſtronomie, article 265)*, étoient ſeulement des jours ; cette hypothèſe s'accorde avec les dix-neuf cents trois années, dont parloit Calliſthène, ſuivant Simplicius. *Voy.* M. Bailly, *Hiſtoire de l'Aſtronomie, p. 373.*

Le mois lunaire, ou le retour des phaſes, étant très-remarquable pour tous les yeux, fut la première période ou la première année preſque chez tous les peuples du monde. *(Voyez* Diodore, *liv. I, page 30, édition 1745).* Varron, ſuivant Lactance, *(Inſt. liv. II, chap. 13, p. 169).* Pline, *l. VII, chap. 49.* Plutarque dans la vie de Numa, *p. 72, édition de 1624.* Eudoxe, ſuivant Platon dans ſon Timée, *p. 31 de l'édition de 1602.* Stobée, *Eclogæ Phyſic. pag. 21, édition de 1609.* Geminus, *pag. 34, édition du Pere Petau, 1630.* Suidas au mot Ηλιος, *tome II, page 54, édition de Cambridge, 1605.*

Dans la ſuite on diſtingua les temps par ſaiſons; & voilà pourquoi l'on trouve des années de trois mois, de quatre mois, de ſix mois. Diodore, *ibid.* Pline, *ibid.* Cenſorinus, *chap. 19.* S. Auguſtin : *De civitate Dei, liv. XII, chap. 10.* La diviſion de quatre mois étoit ſur-tout naturelle en Égypte, l'inondation faiſoit abandonner les terres pendant quatre mois. M. Bailly, *Hiſt. de l'Aſtronomie, page 159,* ne trouve pas cette raiſon vraiſemblable ; mais il en donne une autre que l'on peut voir dans ce ſavant Ouvrage.

Les habitans de l'île de Taïti, découverte depuis quelques années, comptent par lunes de vingt-neuf jours, & les treize lunes font une année ; ils déſignent chaque mois par un nom propre, & les treize mois par un nom collectif dont ils ne ſe ſervent qu'en parlant des myſtères de leur religion ; le jour eſt diviſé en douze parties, ſix pour le jour & ſix pour la nuit, ce qui eſt une ſuite naturelle des douze lunes qui ſe trouvent dans une année ſolaire ; & cependant ils comptent par dix dans leur numération ordinaire. *(Hydrographie de la mer du Sud*, par M. de Freville, 1774, *tome I, page 451).*

Indépendamment de la variété des saisons qui suivoient la période du Soleil, les peuples Pasteurs virent bientôt que les Étoiles se levoient & se couchoient deux heures plus tôt à chaque mois, & qu'au bout d'environ douze mois elles paroissoient & disparoissoient à la même heure; ils comprirent alors que le Soleil tournoit en douze lunes ou en douze mois, & parcouroit tout le Ciel; alors on examina les Étoiles dont il s'approchoit successivement, l'on en forma douze grandes divisions qui formèrent les douze signes du Zodiaque : cette invention parut une découverte admirable, on la chanta avec enthousiasme, on en fit les douze travaux du Dieu Hercule, les voyages de Bacchus, tels qu'ils sont dans le Poëme des Dionysiaques, de Nonnus, & une quantité d'autres fables, ainsi que l'a fait voir M. Dupuis, Professeur de Réthorique en l'Université de Paris, dans le Journal des Savans de 1779 & 1780, & dans son grand Mémoire sur l'origine des Constellations, qui fait partie du quatrième volume de mon Astronomie. Chaque signe se partagea en trois parties égales, qu'on appela Decans, parce qu'elles contenoient environ dix jours; les dix doigts de la main déterminèrent de toute ancienneté la division par dix, & voilà peut-être pourquoi l'on fit d'abord les années de trois cents soixante jours; mais il n'est pas certain qu'on ignorât même dans les commencemens qu'il y avoit cinq jours à ajouter. Cependant il paroît par le témoignage des Anciens, que les années comptées en Égypte depuis l'origine de la Monarchie, n'étoient pas de douze mois, mais que l'année fut augmentée par plusieurs Rois. *Voyez* Diod. Sic. *liv. I, p. 22, édition Hanov. 1604.* Pline, *liv. VII, ch. 48.* Plutarque, *in Numa.* Censorinus, corrigé par Saumaise, *in solin.* S. Augustin, *de civitate Dei, liv. XII, ch. 11; & liv. XV, chap. 12.* Riccioli, *Chron. reform. p. 31.*

Il y a des Auteurs qui pensent que du temps de Moyse, environ quinze cents ans avant Jésus-Christ, l'année n'avoit encore que trois cents soixante jours; ils se fondent sur le calcul que donne la Genèſe de la durée du Déluge, où il paroît que l'année dont l'hiſtorien fait uſage eſt de douze mois, chacun de trente jours; il ne dit rien qui puiſſe faire ſoupçonner qu'on connût alors la néceſſité d'ajouter quelques jours aux trois cents ſoixante, qui donnent douze mois de trente jours chacun, pour égaler la durée de l'année civile à la révolution du Soleil. En effet, dit M. Goguet, on voit *(Gen. ch. VII, v. 11 & 24; & chap. VIII, v. 3 & 4, ſelon l'Hébreu)*, que le déluge commença le dix-ſeptième jour du ſecond mois, l'an 600 de Noé, que les eaux s'accrurent & ſe ſoutinrent enſuite au même degré d'élévation pendant cent cinquante jours conſécutifs, juſqu'au dix-ſeptième du ſeptième mois, auquel l'arche s'arrêta ſur les montagnes; ainſi les cinq mois de l'année valoient cent cinquante jours, ces mois étoient donc de trente jours chacun, & l'année entière de trois cents ſoixante jours.

On ajoute à cela le témoignage des Auteurs, qui diſent que la plupart des Nations de l'antiquité, même les plus éclairées, n'ont connu pendant bien des ſiècles d'autre année que celle de trois cents ſoixante jours. *Voyez* la Diſſertation de M. Allin, inſérée dans la Théorie de la Terre de Wiſthon, *liv. II, pag. 144, édition de Londres, 1737.* On croit ſur-tout que l'année des Egyptiens étoit autrefois de trois cents ſoixante jours; on peut voir à ce ſujet Plutarque, *de Iſide,* Diod. de Sicile, Scaliger, Kircher, Golius ſur Alfragan. M. Goguet, *Origine des Loix, des Arts & des Sciences, tome I, pages 220 & 230; tome II, page 254, in-4.°* L'enceinte de Babylone avoit trois cents ſoixante ſtades; elle avoit été bâtie en un an, un ſtade chaque jour. Les Prêtres Aſtronomes de Memphis étoient au nombre de trois cents ſoixante, & chacun obſervoit un jour de l'année; enfin la diviſion du cercle en trois cents ſoixante degrés, en fournit une indication bien ancienne; mais ne pourroit-on pas dire que les trois cents ſoixante jours formoient les douze mois, & que les cinq derniers jours additionnels ou épagomènes étant hors de rang, on n'en tenoit pas compte dans certaines circonſtances, quoiqu'on les connût très-bien ? ne voit-on pas que même du temps de Ptolémée, cent ans après l'Ère vulgaire, on comptoit tous les mois de trente jours, quoique l'année en eût trois cents soixante-cinq ? J'ai peine à concevoir qu'on ait été long-temps à se tromper de cinq jours sur la durée de l'année, aussi-tôt qu'on eut observé les levers héliaques des différentes Étoiles.

Du moins les Égyptiens faisoient remonter jusqu'à une antiquité fabuleuse, l'origine de l'année de trois cents soixante-cinq jours : c'étoit Mercure qui avoit joué aux dés avec la Lune (Plutarque, *tome II, p. 355, édition de Paris, 1624.* Diodore, *liv. I, pag. 17, édition de 1745*). Le Syncelle, (*p. 123, édition de Paris, 1652*) dit qu'un Roi d'Egypte nommé Aseth, avoit réglé l'année égyptienne à trois cents soixante-cinq jours, & qu'avant lui elle n'en avoit eu que trois cents soixante; mais on ne peut savoir en quel temps vivoit Aseth.

Newton, dans sa Chronologie, prétend que l'année de trois cents soixante-cinq jours fut établie en Egypte, sous le règne d'Amenophis, huit cents quatre-vingt-quatre ans avant Jésus-Christ, soixante-douze ans après la mort de Sésostris; que c'étoit en mémoire de cet établissement, que l'on avoit placé dans le *Memnonium* un cercle d'or de trois cents soixante-cinq coudées de tour, dont chacune répondoit à un jour de l'année, & où pour chaque jour étoient marqués les levers des Étoiles, suivant Diodore de Sicile, *liv. I, page 30;* mais Fréret qui a si bien réfuté le systeme chronologique de Newton, soutient que Osimandyas, roi de Thèbes, dont le tombeau étoit environné par ce cercle dont il s'agit, étoit plus ancien que Sésostris (*Défense de la Chronologie, p. 387;* il fait Sésostris contemporain de Moyse, quinze cents soixante ans avant Jésus Christ (*ibid. page 247*). M. Goguet, *tome II, page 255,* estime qu'Osimandyas vivoit vers le temps de la guerre de Troie, douze cents quatre-vingt-quatre ans avant Jésus Christ; il y a donc apparence qu'à cette époque on avoit déjà fait l'année de trois cents soixante-cinq jours. Mais on fut ensuite bien long-temps avant que de penser à y ajouter un quart de jour, & avant que de connoître l'erreur de six heures : c'est ce que je vais discuter, en faisant voir que plusieurs Auteurs se sont trompés sur l'époque de cette découverte.

Le Syncelle nous dit que l'ancienne Chronique égyptienne comptoit trente-six mille cinq cents vingt-cinq ans depuis le règne du Soleil jusqu'à celui d'Alexandre ; les Égyptiens attribuoient à Mercure trente-six mille cinq cents vingt-cinq traités, & il est sûr qu'ils attachoient à ce nombre quelque signification cachée *(M. Fréret, page 230)*. M. Dupuis, Professeur de Rhétorique, croit que cela signifioit les trois cents soixante-cinq jours & un quart exprimés en décimales, & cela supposeroit la connoissance du quart de jour ; mais on ne peut pas savoir à quelle époque remontoit la fable des trente-six mille cinq cents vingt-cinq ans. Le Syncelle dit que ce nombre marquoit les années de la révolution des Étoiles par rapport aux équinoxes ; mais comme cet Auteur étoit fort ignorant en Astronomie, il n'est pas étonnant qu'il se soit trompé sur cet article. M. Baër croit que c'étoit des mois lunaires ; *Essai sur les Atlantiques ; Paris, 1765*. M. Boulanger croit cependant que ce n'étoit que le produit de 1461 par 25, ce qui donnoit trente-six mille cinq cents années solaires, c'est-à-dire, un cycle rond formé d'autant de siècles qu'il y a de jours dans l'année. Quoi qu'il en soit, ce nombre mystérieux ne prouve pas qu'on connût le quart de jour seulement six cents ans avant Jésus-Christ.

Le cycle caniculaire de quatorze cents soixante ans, ou la période sothiaque qui ramenoit les levers des Étoiles aux mêmes saisons de l'année, indique la connoissance du quart de jour ; mais ce cycle ne me paroît pas avoir été connu dans la haute antiquité. M. de la Nauze, qui a donné une histoire du Calendrier Égyptien, dans les *Mémoires de l'Académie des Inscriptions, tome XIV, page 334*, fixe cette découverte à l'année 1322, qui est celle où le lever de Sirius concouroit avec le premier jour du mois Thoth, & qui fut la première année du cycle caniculaire dont les années sont employées

employées par Cenſorinus; mais il a déjà été réfuté par M. Dupuy, Secrétaire de l'Académie des Inſcriptions, dans le *tome XXIX* des Mémoires de cette Académie. M. Goguet adopte le même ſyſtème, *tome II, page 256.* M. Fréret, *(Défenſe de la Chronologie, page 400),* eſt du même avis: il va même plus loin, & trouvant des indices du cycle précédent qui avoit dû commencer deux mille ſept cents quatre-vingt-deux ans avant Jéſus-Chriſt *(page 247)* il penſe que le cycle qui avoit commencé l'an 1322, ne fut pas le plus ancien ni celui au commencement duquel on avoit établi l'uſage de l'année vague de trois cents ſoixante-cinq jours; mais de ce que Manethon, Cenſorin, Clément d'Alexandrie, ſe ſervent de ce cycle, il ne s'enſuit pas qu'on le connût déjà treize cents vingt-deux ans avant Jéſus-Chriſt; & quant aux inductions que M. Fréret tire des livres de Moyſe, elles prouveroient tout au plus, que l'uſage de l'année de trois cents ſoixante-cinq jours, avoit lieu du temps de Moyſe, né, ſelon lui, l'an 1589. Les Juifs avoient une année civile ancienne, qui commençoit en automne comme celle des Égyptiens, & une année religieuſe, depuis l'Exode; celle-ci commençoit à la nouvelle Lune qui précédoit l'équinoxe du printemps; mais les équinoxes, les ſolſtices, le lever de Sirius, étoient des choſes aſſez faciles à obſerver pour qu'on en eut fait des époques, & cela ne prouve pas qu'on connût déjà la durée de l'année à quelques heures près, ni qu'on connût la différence de l'année vague de trois cents ſoixante-cinq jours, & de l'année ſydérale de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart. *Voyez* auſſi Pockocke dans ſes notes ſur Abulfaradge.

L'année vague étoit l'année religieuſe, qui ſervoit à régler les fêtes & les ſacrifices; l'année civile régloit la culture des terres & le payement des impôts. *(Vettius Valens, Anthol. liv. I)* Le commencement en étoit marqué par le lever héliaque de Sothis ou Sirius. *(Porphirius, de antro nympharum, Bainbrigius, de anno caniculari, c. IV, p. 26.* M. Fréret, *p. 393).* Mais on ignore à quelle époque la différence de ces deux années a été bien connue : les Auteurs d'après lesquels on fait remonter aussi haut la découverte du cycle caniculaire, sont des Auteurs de deux ou trois cents ans avant Jésus-Christ, qui s'en servoient, mais qui ne disent point qu'on s'en fût servi à l'époque à laquelle ils remontent par le calcul.

M. Dupuy, dans les *Mémoires de l'Académie des Inscriptions, tome XXIX, page 114*, fait voir qu'il est douteux que même au temps d'Hérodote, quatre cents cinquante ans avant Jésus-Christ, on connût d'autre année que celle de trois cents soixante-cinq jours, & qu'on sût en Égypte, la différence de l'année fixe à l'année vague, qui est d'environ six heures.

On voit dans Hérodote, *liv. I*, que Solon donnoit trente jours à chaque mois, & qu'il croyoit qu'en intercalant un mois tous les deux ans, on assignoit des limites au retour des Saisons. Cependant il y avoit neuf jours & trois quarts de trop dans cette méthode, connue sous le nom de *Trieteride*. L'on voit aussi dans Hérodote, qu'il ignoroit le quart de jour dont l'année fixe surpasse l'année vague *(Liv. II, page 57, édit. Henr. Steph. 1570)*. Ce n'est que Geminus, qui vivoit du temps de Cicéron, & Censorinus, l'an 238 après Jésus-Christ, qui parlent du cycle caniculaire de quatorze cents soixante-une années vagues ; les Égyptiens croyoient qu'elles faisoient quatorze cents soixante années, tant tropiques que sidérales, & que cette période devoit ramener le commencement de leur année civile au lever de la canicule, où ils avoient fixé le commencement de leur année tropique *(Censorinus, cap. 18)*. Mais il y avoit une erreur de trente-six ans ou de quarante-sept, dans cette grande année sidérale ou sothiaque, trente-six ans pour les levers des étoiles, & quarante-sept pour les saisons. L'année tropique avoit environ vingt jours d'avance sur l'année sidérale à la fin de leur prétendue période caniculaire de quatorze cents soixante-une années égyptiennes, civiles ou vagues ; car, en divisant trois cents soixante-cinq jours par $5^h\ 48'\ 48''$, & par $6^h\ 9'\ 10''$, on trouve 1506,9 & 1423,7 pour les deux périodes, c'eſt-à-dire, quarante-ſept ans de plus pour l'une, & trente-ſix ans de moins pour l'autre.

Ainſi, dans le temps même où l'on faiſoit uſage du cycle caniculaire, on en connoiſſoit fort mal la durée; ce qui n'annonce pas une haute antiquité pour la découverte du quart de jour.

Geminus *(page 19)* cite Ératoſthène, comme ayant donné la raiſon du cycle de quatorze cents ſoixante ans; on connoiſſoit donc alors le quart de jour; ainſi c'eſt vers le temps de Platon, quatre-vingts ans après Hérodote, ou trois cents ſoixante-dix ans avant Jéſus-Chriſt, qu'on a été certain de cette différence.

M. Fréret, dans ſa défenſe de la Chronologie *(pages 247 & 400)* entreprend de prouver que les Égyptiens connoiſſoient déjà la période ſothiaque. M. Bailly, dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie, dit auſſi que Manethon donne lieu de croire que la période ſothiaque remontoit à deux mille ſept cents quatre-vingt-deux ans, & il regarde l'obſervation du quart de jour comme prouvant dans les obſervations la plus haute antiquité *(page 182)*. Mais c'eſt parce que Manethon, deux cents quatre-vingts ans avant Jéſus-Chriſt, s'en étoit ſervi pour calculer ſon Hiſtoire d'Égypte; c'eſt comme ſi l'on vouloit prouver que le Calendrier Julien étoit connu il y a ſix mille ans, parce que nous comptons les années de la création du Monde ſur le Calendrier Julien; nous nous ſervons même de la période Julienne qui eſt encore plus moderne; mais il n'y a pour le quart de jour aucune autorité, puiſque les Auteurs les plus anciens, les plus inſtruits, comme Platon & Hérodote, n'en parlent point.

Cependant on a cité Platon à ce ſujet, mais il ne connut jamais cette période, ni même celle de la préceſſion des Équinoxes; & il ne parle qu'en général de la période inconnue, qui ramèneroit les Aſtres dans les mêmes circonſtances: c'eſt ce qu'on a appelé la *grande année Platonique;* voici ce qu'il en dit: *Eſt tamen intellectu facile quòd perfectus numerus temporis, perfectum tunc demum compleat annum cum* *octo ambitus confectis suis cursibus, quos orbis ille semper idem similiterque procedens metitur, ad idem se caput retulerunt.* (Plato in Timæo.)

Voyez encore Ciceron, *Somn. Scip.* Plutarque, *de Plac. Philos.* l. II, c. 32.

C'étoit une opinion générale qu'il y avoit une grande année qui renfermoit en elle le principe & la fin de tous les Etres, leur changement & leur renouvellement; cette idée physique, morale ou superstitieuse, fut mêlée avec des idées astronomiques, & forma cette grande année appelée *Platonique*, qui a lieu suivant Ciceron *(de Nat. Deor. liv. II)*, lorsque le Soleil, la Lune & les cinq Planètes reviennent à la même situation; quelques-uns disoient que tout ce qui arrive dans le monde recommenceroit alors dans le même ordre. Il y en a qui faisoient la grande année de 9 mille ans, de 12, de 15, de 24, de 36, de 49, de 100, de 300, de 470 mille, & même de 1 753 200, de 4 320 000 & de 6 570 000 ans. Voyez, au sujet de la grande année, Jos. Scaliger, *in Canon. Isagog. p. 252;* & M. de la Nauze, *Mémoires de l'Acad. des Inscriptions, t. XXIII.* M. Dupuis a expliqué d'une manière fort heureuse la période indienne de 4 320 000 ans, en faisant voir que ce n'étoit que l'expression des douze signes multipliés par les 360 jours de l'année, en mettant douze mille au lieu de 12, suivant l'usage des fables orientales. *Mercure de France du 14 Juin 1783.*

On croit que c'est cette grande année Platonique dont parle Virgile, *Égl. 4. v. 5 & 36.*

Magnus ab integro sæclorum nascitur ordo......
Atque iterum ad Trojam magnus mittetur Achilles.

D'autres croient que *magnus* signifie seulement illustre, & que la suite n'est qu'une manière de dire que le Siècle d'or naîtroit après la paix qui venoit d'être conclue à Pouzol, quarante ans avant Jésus-Christ, entre Octave & le fils de Pompée : mais il seroit possible que Virgile, d'après les traditions anciennes, eût voulu dire que les évènemens fabuleux recommenceroient dans le même ordre, puisque les évènemens, tels que le Siècle d'or, le Voyage des Argonautes, les Travaux d'Hercule, ne sont que des allégories tirées des situations des Étoiles, & doivent par conséquent recommencer quand ces situations, se retrouvant les mêmes au bout de 25 mille 750 ans, produiront les mêmes phénomènes, ainsi que M. Dupuy l'a fait voir assez au long dans le Mémoire que j'ai cité. On appliqua même ces idées de rénovation générale à la durée de l'année ordinaire qui renouvelle les saisons, & on lui donna aussi le nom de *grande année*, par comparaison avec la révolution lunaire d'un mois.

Interea magnum Sol circumvolvitur annum. Æn. III, 284.

Ainsi du temps même de Platon, on ne connoissoit ni le quart du jour, ni la période caniculaire, quoiqu'en disent plusieurs Savans.

Avant le temps d'Hipparque, il étoit très-difficile de déterminer la durée de l'année, parce qu'on n'observoit point les équinoxes, mais seulement les solstices qui sont difficiles à observer exactement. Pour le prouver, j'observe 1.° que Ptolémée ne put trouver des équinoxes plus anciens que ceux d'Hipparque, pour les comparer avec les siens; 2.° que Hipparque, dans un passage cité par Ptolémée, se sert d'un solstice plus ancien; 3.° Ptolémée lui-même se sert d'un solstice observé cinquante-sept ans avant lui, par Euctémon, l'an 432 avant Jésus-Christ, en convenant expressément de la difficulté d'observer les solstices; 4.° l'usage des gnomons étoit beaucoup plus ancien que celui des armilles, parce qu'il étoit plus naturel & plus simple; 5.° les gnomons donnoient facilement & directement les solstices: ainsi il est évident qu'on a dû se borner long-temps à ces observations; mais elles n'étoient pas susceptibles de précision, voilà pourquoi l'on ignora, jusqu'au temps d'Hipparque, la diminution qu'il y avoit à faire au quart de jour.

Il paroît donc qu'environ trois cents ans avant l'Ère chrétienne, on croyoit l'année de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart; Méton la crut même un peu plus grande, nous ignorons ſur quel fondement. Ce furent les obſervations faites à Alexandrie, qui commencèrent à donner le goût de la préciſion, & Hipparque vers l'an 160 avant l'Ére vulgaire, s'aperçut qu'il y avoit quelque choſe à ôter du quart du jour.

Ainſi la plus ancienne détermination que l'on ait de la durée de l'année, eſt celle d'Hipparque, rapportée dans l'Almageſte de Ptolémée *(liv. III, ch. 2)*. Dans un livre fait exprès ſur la grandeur de l'année, Hipparque comparoit un ſolſtice obſervé par Ariſtarque, deux cents quatre-vingts ans avant l'Ére vulgaire, avec celui qu'il avoit obſervé lui-même après un intervalle de cent quarante-cinq ans, & il trouva qu'il étoit arrivé douze heures plus tôt que ne l'exigeoit le quart de jour. Dans un autre livre ſur les mois & les jours intercalaires, il parloit de la durée de l'année qui étoit, ſuivant Méton & Euctémon, de trois cents ſoixante-cinq jours & un quart, avec quelque choſe de plus.

Suivant l'édition grecque, *page 63*, il y a οϛ' qui ſignifie $70\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire $\frac{1}{70\frac{1}{2}}$ de jour de plus : le P. Riccioli paroît avoir lû *76* au lieu de *70*. Dans l'édition de 1515 il y a 365 *dies & quarta & una pars 76 partium & medietas diei unius.* Dans l'édition de 1551, cette addition manque totalement. Mais ce qui éclaircit la différence entre ces trois éditions, c'eſt ce que dit Hipparque un peu plus bas, que Méton avoit cinq jours de plus en trois cents ans, & Calippus un jour ſeulement; ce paſſage eſt uniforme dans les trois éditions; or, un jour ſur trois cents ans, fait 4′ 48″ ſur chaque année, donc cinq jours font encore 20′ 12″ de plus : ainſi Méton la ſuppoſoit de $365^j\ 6^h\ 20'\ 12''$, il ſembleroit que cela ſe rapportât à l'année ſidérale, qui doit avoir 20 minutes de plus que l'année tropique; mais je doute que du temps d'Euctémon l'on connût cette différence. Cette quantité 20′ 12″ eſt $\frac{1}{71\frac{1}{4}}$ du jour; ainſi je crois qu'il faut lire plutôt $70\frac{1}{2}$ que $76\frac{1}{2}$, pour accorder le premier paſſage avec le ſecond.

Hipparque ajoutoit dans le même Livre ſur les mois & les jours : « Nous avons trouvé le même nombre qu'eux pour les mois ſolaires contenus dans dix-neuf ans ; mais nous avons « trouvé que l'année anticipoit de la trois centième partie d'un « jour : ſuivant Meton, il manque cinq jours en trois cents « ans ; ſuivant Calippus, c'eſt un jour ſeulement. J'ai écrit ſur « la durée de l'année, un Livre où je démontre que l'année « ſolaire, c'eſt-à-dire, le temps dans lequel le Soleil revient « au ſolſtice ou à l'équinoxe, ne contient pas trois cents ſoi- « xante-cinq jours & un quart, comme l'eſtiment les Mathé- « maticiens, mais qu'il s'en faut la trois centième partie d'un « jour. »

Ptolémée, après avoir rapporté le paſſage d'Hipparque, ajoute : ſi nous partageons un jour en trois cents parties, nous trouverons douze parties ſéxagéſimales ſecondes, qui étant ôtées de trois cents ſoixante-cinq jours & quinze parties premières, il reſtera pour la durée de l'année $365^j\ 14\ 48$. Cette quantité réduite en heures, minutes & ſecondes, ſuivant notre manière de compter, fait $365^j\ 5^h\ 55'\ 12''$. Ainſi Hipparque diminua l'année de $4'\ 48''$; mais il y a encore $6'\ 24''$ de trop dans ſa détermination. Cependant Ptolémée dit que c'eſt auſſi à très-peu-près ce qu'il a trouvé par beaucoup d'obſervations; mais il paroît que Ptolémée ſe ſervoit des obſervations d'Hipparque & de ſes réſultats, en ſorte que la détermination précédente tire toute ſa valeur de l'autorité d'Hipparque. Il paroît que la raiſon pour laquelle Ptolémée admit la durée de l'année établie par Hipparque, c'eſt qu'elle étoit commenſurable avec le cycle lunaire de Méton ; mais comme celui-ci étoit trop long, l'année ſe trouva auſſi trop longue de 6 minutes. Ptolémée rempli de reſpect & d'admiration pour Hipparque, & ſe défiant de lui-même, comme le dit Boulliaud *(Aſtronom. philolaica, pag. 73)*, ne crut pas pouvoir mieux faire que de s'en tenir aux déterminations d'Hipparque : mais pourquoi faire ſemblant de les avoir trouvées par ſes propres obſervations? c'eſt un reproche qu'on lui fera dans tous les temps, comme d'avoir quelquefois changé les temps des obſervations pour les accorder avec ſes hypothèſes.

On ne connut, pendant pluſieurs ſiècles, d'autre Aſtronomie que celle de Ptolémée, ni d'autre détermination de l'année, que celle dont nous venons de parler; mais enfin les Arabes furent à portée de reconnoître l'erreur, lorſqu'ils comparèrent leurs obſervations avec celles d'Hipparque: auſſi dans Albategnius qui vivoit en 880, on ne trouve plus que $365^j\ 5^h\ 46'\ 24''$, & dans les Tables alphonſines compoſées en 1252 par Iſaac Hazan, par ordre du Roi de Caſtille, Alphonſe X, ſurnommé *le Sage,* la durée de l'année eſt de $365^j\ 5^h\ 49'\ 16''$, ce qui approche beaucoup de ce que nous trouvons actuellement: c'eſt celle-ci qui fut adoptée par Copernic & par les réformateurs du Calendrier, ſous Grégoire XIII, en 1582, *Clavius Romani Calendarii explicatio, pag. 65, edit. 1612, in-folio.* Mais comme il n'y a pas une demi-minute de trop, le Calendrier Grégorien n'en eſt pas moins très-exact, relativement aux uſages de la ſociété, c'eſt-à-dire, propre à ramener les ſaiſons aux mêmes jours du mois.

Après avoir fait l'hiſtoire de nos connoiſſances dans cette partie de l'Aſtronomie, je paſſe à la recherche de la durée exacte de l'année.

Pour la déterminer par les plus anciennes obſervations, on ne peut rien trouver de mieux que les neuf équinoxes obſervés par Hipparque, & rapportés dans l'Almageſte de Ptolémée, *liv. III, c. I, p. 60 de l'édition grecque; p. 57 de l'édition de 1551;* & *fol. 27 de l'édition de 1515.* Tous les Auteurs s'en ſont ſervis, mais il me ſemble qu'on ne les a pas diſcutés dans toutes leurs circonſtances; on a préféré tantôt les uns, tantôt les autres, & je crois qu'il eſt néceſſaire de les examiner tous, de les comparer, de les rectifier les uns par les autres, & d'en tirer un réſultat qui les renferme tous; c'eſt ce que je vais faire, après avoir rapporté dans ſon entier

le

le passage de Ptolémée, je l'ai traduit d'une manière plus exacte & plus intelligible que George de Trebizonde, en rapprochant de l'édition grecque le texte rectifié par Boulliaud, dans son *Astronomia philolaica, pag. 61*, d'après les manuscrits de la Bibliothèque du Roi, & d'après la traduction faite sur l'Arabe, & imprimée en 1515; il y a dans celle-ci plusieurs phrases différentes, mais dont quelques-unes servent à l'intelligence du texte.

« La dix-septième année de la troisième période de Calippus, le 30 du mois Mesori, l'équinoxe arriva environ au coucher « du Soleil. Trois ans après, c'est-à-dire la vingtième année, il « arriva le premier des jours intercalaires, au matin; il auroit « dû arriver à midi, ainsi la différence fut d'un quart de jour; « mais l'année suivante, c'est-à-dire, la vingt-unième, il arriva « à six heures, ce qui s'accorde exactement avec l'observation « précédente. Onze ans après, c'est-à-dire, la trente-deuxième « année, ce fut le troisième des jours intercalaires, au milieu « de la nuit, & il auroit dû arriver le quatrième au matin, « ainsi la différence fut encore d'un quart de jour. L'année « suivante, qui étoit la trente-troisième, il arriva le quatrième « des jours intercalaires au matin, ce qui s'accorde encore « exactement avec l'observation précédente. Trois ans après, « c'est-à-dire, la trente-sixième année, ce fut le quatrième « jour intercalaire au soir; cet équinoxe auroit dû arriver au « milieu de la nuit: donc la différence fut encore d'un quart « de jour. »

Ptolémée rapporte ensuite des équinoxes de printemps, observés par Hipparque avec le même soin: « la trente-deuxième année de la troisième période de Calippus, le 27 « du mois Mechir, au matin, il dit que l'armille d'Alexandrie « fut éclairée également des deux côtés, environ à cinq heures, « & que cet équinoxe observé d'une autre manière, parut « différer d'environ cinq heures; il dit que toutes les obser- « vations suivantes, jusqu'à l'année 37, s'accordent, en y « ajoutant un quart de jour; mais il ajoute que onze ans après, « c'est-à-dire, la quarante-troisième année, & le 29 du mois «

» Mechir, l'équinoxe arriva après le milieu de la nuit qui » précèda le 30; ce qui s'accorde & avec l'obſervation de la » trente-deuxième année, & avec celles des années ſuivantes, » juſqu'à la cinquantième; car il arriva le 1.er du mois Fame- » noth, au coucher du Soleil, un jour & trois quarts environ » après celui de l'année 43, ce qui convient parfaitement à l'eſpace de ſept ans. »

Ces équinoxes que l'Auteur eſtimoit exacts à un quart de jour près, ne le ſont véritablement qu'à un demi-jour près, à cauſe de l'effet des réfractions; mais je vais diſpoſer ces neuf équinoxes par ordre de date, & je diſcuterai les circonſtances de chacun.

I. Le plus ancien de tous ces équinoxes, eſt celui de l'année 17 de la troiſième période Calippique, ou l'an 586 de Nabonaſſar, qui, rapporté au Calendrier Julien, tombe au 27 Septembre 161 avant l'ère vulgaire, ſuivant la manière de compter uſitée parmi les Aſtronomes, qui mettent une année de plus que les Chronologiſtes ordinaires: cet équinoxe arriva le ſoir, c'eſt-à-dire, vers les ſix heures, à Alexandrie; j'en ôte $1^h\ 52'$, pour réduire l'obſervation au Méridien de Paris, & 7 minutes pour l'équation du temps, & j'ai $4^h\ 1'$ pour le temps moyen réduit à Paris.

Cet équinoxe eſt cité une ſeconde fois dans le même chapitre de l'Almageſte, comme étant au nombre des obſervations les plus exactes d'Hipparque.

Cependant en calculant le lieu du Soleil pour ce mouvement-là, par les Tables de la Caille, qui ſuppoſent la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, on trouve $33'\ \frac{1}{2}$ de trop; auſſi M. Caſſini, comparant cet équinoxe avec un de ceux qu'il avoit obſervés, ne trouve que $365^j\ 5^h\ 48'\ 24''$, au lieu de $48''$; ce qui fait voir que cet équinoxe a été marqué trop tard par rapport aux autres.

La réfraction élevant le Soleil, doit en effet retarder les équinoxes d'automne, & avancer ceux du printemps; & comme la réfraction en déclinaiſon ſous la latitude d'Alexandrie, eſt d'environ 16 minutes $\frac{1}{2}$ à l'horizon, cela feroit ſeize heures de retard ; mais il paroît par le calcul de l'équinoxe cinquième qu'on verra ci-après, qu'on obſervoit une demi-heure avant le coucher du Soleil : alors l'effet de la réfraction n'eſt plus que 5 minutes $\frac{1}{2}$; le retard n'eſt que de 5 heures $\frac{1}{2}$, ce qui fait douze minutes $\frac{1}{2}$ ſur la longitude du Soleil au temps du véritable équinoxe. Ainſi en le ſuppoſant arrivé cinq heures & demie plus tôt, l'erreur des Tables ne ſeroit que 21 minutes, c'eſt-à-dire, que la correction à faire aux Tables, eſt de — 21 minutes; mais ſi le véritable équinoxe étoit arrivé 5 heures & demie plus tôt, on auroit dû le voir à midi. Il y a donc apparence que cette fois-là, on ne fut pas très-attentif pendant le cours de la journée ; peut-être qu'ayant vu le matin qu'il s'en falloit beaucoup que l'armille ne fût éclairée également des deux côtés, on négligea d'y regarder à midi ; & le ſoir on vit l'équinoxe trop tard à cauſe de la réfraction. Cet équinoxe diffère beaucoup du 7.^e qui fut obſervé dans les mêmes circonſtances; il diffère d'un jour entier des équinoxes 5, 8 & 9, l'on ne peut pas l'en rapprocher en ſuppoſant que les armilles étoient trop inclinées, comme nous rapprocherons ci-après le 3.^e du 5.^e, parce que vers l'horizon, cet effet n'eſt pas ſenſible ; on ne peut pas remédier à ce retard en ſuppoſant que l'armille étoit trop vers le midi du côté du couchant, parce que les équinoxes 2 & 6 auroient été vus beaucoup trop tard, & on augmenteroit leur diſcordance par rapport aux équinoxes 5, 8 & 9. Enfin cet équinoxe eſt le ſeul des équinoxes d'automne, qu'on ne peut par aucune conſidération rapprocher des autres ; & il me ſemble qu'il devroit être rejeté : mais il y a des équinoxes du printemps qui s'éloignent à peu-près autant; ce qui fait que je n'oſe exclure le premier de la comparaiſon générale que je vais faire.

II. L'équinoxe ſuivant, arrivé le matin, répond au 26 Septembre 158, à $16^h\ 1'$, temps moyen à Paris; & la correction des Tables eſt — 20 minutes; Ptolémée dit qu'il auroit dû arriver à midi, d'après l'équinoxe précédent :

ce devroit être plutôt 26 minutes avant midi ; mais comme il obſervoit, ſelon les apparences, une demi-heure avant le coucher du Soleil, celui-ci auroit dû arriver environ une heure avant midi. La différence peut venir en partie de ce que le premier fut obſervé plus près de l'horizon, où la réfraction étoit plus grande. Ce ſecond équinoxe ayant été obſervé le matin, auroit dû paroître réellement à minuit; il ſemble même d'après le ſixième équinoxe qu'on verra ci-après, qu'il étoit arrivé dès le ſoir précédent; mais alors la réfraction faiſoit paroître le Soleil trop au nord. Puiſqu'il ne s'accorde pas avec le ſixième, il y a apparence qu'il fut obſervé plus près de l'horizon: il y avoit plus long-temps que le vrai équinoxe étoit paſſé; il faut donc préférer le ſixième, faire ſur le ſecond une correction pour la réfraction, d'environ 15 minutes, ce qui réduira l'erreur des Tables à — 5 minutes.

Riccioli ſe ſert de cet équinoxe pour le comparer avec celui qu'il avoit obſervé en 1646 *(Almag. novum, I, p. 138)*; mais auſſi il trouve pour la durée de l'année, $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire une durée trop petite, comme on le verra bien-tôt.

III. L'équinoxe arrivé l'année ſuivante, à midi, ou le 26 Septembre 157, à $22^h\ 1'$, temps moyen, à Paris, donne pour la correction des Tables — 20 minutes; comme il n'étoit pas affecté de la réfraction, il a été choiſi par Boulliaud *(Aſtronom. philolaica, liv. II, cap. 2)*; & par Riccioli *(Almag. I, 138)*, qui le compare avec celui du 22 Septembre 1643, & il trouve 39 ſecondes, au lieu de $41''\frac{1}{2}$. Mais il faut remarquer que cet équinoxe s'accorde avec le précédent, quoique celui-ci fût affecté de la réfraction; il y a donc une erreur dans l'une des deux obſervations: or en comparant celui-ci avec le cinquième qui eſt un équinoxe de printemps, arrivé auſſi vers midi, on peut les rectifier l'un par l'autre; pour cela il ſuffit de ſuppoſer que les armilles étoient trop baſſes de 9 minutes, par ce moyen l'on aura l'équinoxe d'automne 9 heures plus tôt, & celui du printemps

9 heures plus tard, & ils feront presque d'accord: il est vrai qu'alors ils différeront beaucoup des équinoxes 8 & 9, qui cependant s'accordent entr'eux; mais ceux-ci ayant été observés près de l'horizon, ne sont pas aussi sûrs que ceux qui sont arrivés vers midi; & comme les équinoxes 8 & 9, sont des équinoxes de printemps, on ne peut pas les corriger l'un par l'autre: pour faire au troisième équinoxe la correction que je viens d'indiquer, il faut ôter $22' \frac{1}{2}$ de la longitude, & l'erreur des Tables deviendra $+ 2' \frac{1}{2}$.

Riccioli voyant que le second équinoxe qui tomba au lever du Soleil, s'accorde avec le troisième qui arriva vers midi, conjecture que Hipparque jugea par l'observation du 26, à midi, que l'équinoxe devoit arriver le 27, vers le lever du Soleil; il en conclut que Hipparque déterminoit ses équinoxes par les observations méridiennes; par exemple, le 26, il avoit vu la concavité boréale, trois fois plus éclairée à midi, que ne le fut le 27, la cavité australe; il jugea que par conséquent l'équinoxe du 27 devoit être trois fois plus près du midi que celui du 26. En effet, dit le P. Riccioli, s'il avoit déterminé l'équinoxe par l'observation faite vers l'horizon, le 27 au matin, la réfraction auroit retardé l'équinoxe de plus de 6 heures; le vrai équinoxe devroit être placé, le 26, à 12 heures, & l'année se trouveroit trop longue de 6 heures; c'est ainsi, dit le P. Riccioli, que nous avons établi cet équinoxe d'Hipparque par celui de l'année suivante *(Almag. novum I, pag. 139)*. Ce raisonnement n'étant fondé que sur l'accord de ces deux équinoxes, il est détruit par la discordance des autres que je viens de faire voir; d'ailleurs, Hipparque n'ayant aucune raison de soupçonner dans les observations horizontales, l'erreur de la réfraction, n'avoit pas de motif pour choisir de préférence les observations méridiennes.

Comme la réfraction horizontale pouvoit produire jusqu'à 16 heures d'erreur dans les équinoxes, elle sert à expliquer les différences d'un jour, plus ou moins, qu'il y a entre les trois équinoxes du printemps & les trois premiers équinoxes d'automne, & par conséquent on ne peut pas dire que l'on observât toujours à midi; si cela eût été, on auroit préféré l'usage des gnomons, qui étoit déjà très-ancien; & c'est au contraire vraisemblablement pour ne pas être borné aux observations de midi, qu'Ératosthène imagina les armilles d'Alexandrie.

IV. La trente-deuxième année de la troisième période Calippique, ou l'année 601 de Nabonassar, entre le troisième & le quatrième des jours intercalaires, l'équinoxe fut estimé à minuit, ce qui répond au 26 Septembre $10^h\ 1'$; l'erreur des Tables est — 10 minutes; cet équinoxe est employé de nouveau *(Almag. lib. III, p. 59)*, comme ayant été très-exactement observé, & l'on y trouve la date de l'année 178 de la mort d'Alexandre, elle est ainsi dans l'édition grecque & dans les manuscrits; mais Boulliaud *(page 64)* fait voir qu'il faut lire 177, parce que les années Calippiques commençoient au solstice d'été; il le prouve aussi par l'intervalle de cent soixante-dix-huit jours six heures, qu'il y a de cet équinoxe au suivant; il suppose que l'on avoit observé un quart d'heure avant le coucher du Soleil, & un quart d'heure après le lever, & il en conclut que le véritable équinoxe étoit arrivé une heure deux minutes avant le coucher du Soleil *(page 65)*, ou même deux heures *(page 67)*; mais dans le dernier passage il se sert d'une hypothèse sur le mouvement de l'apogée du Soleil.

Pour que Hipparque ait jugé l'équinoxe à minuit, il faut que le 26 au soir il ait vu le Soleil au nord des armilles, & le 27 au matin du côté du midi, de la même quantité; mais le soir il devoit être au nord en vertu de la réfraction. Supposant donc la hauteur du Soleil & la réfraction égales dans les deux observations, & le changement diurne du Soleil en déclinaison étant de 23 minutes, il s'ensuit qu'il avoit environ 6 minutes de réfraction dans chaque observation, ce qui suppose encore qu'on n'observoit qu'une demi-heure après le lever ou avant le coucher du Soleil. Je me contenterai donc de supposer la réfraction de 6 minutes, & j'ôterai

15 minutes de la longitude calculée, & l'erreur des Tables sera + 5 minutes.

V. Le cinquième équinoxe est remarquable en ce qu'il fut observé deux fois dans la même matinée, savoir après le lever du Soleil, & ensuite à la cinquième heure, ou à 11 heures du matin; cette double observation est désignée très-brièvement dans l'édition grecque; dans la version latine faite d'après l'arabe, *édition de 1515, fol. 27,* elle y est plus expliquée : *Equalitas vernalis fuit in 27 die mensis Mesir, in principio diei; jam enim tunc adhesit lumen duabus superficiebus armillæ æneæ in Alexandriâ utrinque equaliter in horâ quintâ a circulo ad circulum rubeum, anteque diceret considerationes positas. Vidit ergo quia considerationes erant in unâ duarum equalitatum, ad suam similem in considerationibus Mutaguetireti diversificari, quòd erat inter duas considerationes ferè per quinque horas.* On comprend par cette paraphrase, que l'équinoxe parut au commencement du jour & à la cinquième heure, c'est-à-dire à 11 heures du matin.

A la cinquième heure, la réfraction étoit de 30 secondes; en cinq heures le Soleil changeoit de 5 minutes en déclinaison; il faut donc que la réfraction fût de 5 minutes $\frac{1}{2}$ dans la première observation, pour cela il faut supposer que le Soleil étoit élevé de 5 degrés $\frac{1}{4}$, ce qui a lieu 24 minutes après son lever. Cela nous prouve encore que les observations ne se faisoient pas exactement vers l'horizon; je supposerai donc comme M. Cassini *(Élém. d'Astronom. pag. 212)* que l'équinoxe arriva le 23 Mars 145, à $23^h\ 55'$, ce qui fait $22^h\ 10'$ de temps moyen au Méridien de Paris : l'erreur se trouve par-là + 25 minutes; mais pour accorder cet équinoxe avec le troisième il faut relever les armilles de 9 minutes, comme je l'ai expliqué; ou ajouter 22 minutes $\frac{1}{2}$ à la longitude, & l'erreur sera de + 2 minutes $\frac{1}{2}$ seulement.

VI. La même année, l'équinoxe d'Automne fut observé le quatrième jour intercalaire au matin, ce qui revient au 26 Septembre 145 à $16^h\ 1'$, temps moyen. L'erreur des Tables eſt — 11 minutes; ainſi cet équinoxe s'accorde bien avec le quatrième, comme le dit Ptolémée; mais à raiſon de la réfraction il parut trop tard; il étoit arrivé dès minuit, cependant il ſe trouve être encore plus retardé que le ſecond, obſervé dans pareille circonſtance; la différence vient ſans doute de ce que le ſecond aura été obſervé plus matin, plus près de l'horizon; il y avoit plus de réfraction, il y avoit donc plus long-temps que le véritable équinoxe étoit paſſé; ainſi je ne retrancherai que 10 minutes pour le ſixième, & l'erreur ſera — 1 minute.

VII. Celui de la trente-ſixième année de la troiſième période Calippique, répond au 26 Septembre de l'an 142, à $4^h\ 1'$ de temps moyen, & l'erreur des Tables eſt + 3'. Ptolémée dit qu'il auroit dû arriver à minuit, ainſi il avança de ſix heures par rapport au ſixième; peut-être parce que le ſeptième fut obſervé avant que le Soleil fût près de l'horizon, où la réfraction l'auroit fait paroître trop tard; il paroît donc que celui-ci eſt exempt de réfraction. Cet équinoxe eſt comme le premier, mais il en différe de 16 heures; s'il étoit arrivé cinq heures plus tôt il s'accorderoit mieux avec le cinquième & le neuvième, au-lieu que le premier en diffère d'un jour entier; mais puiſque nous avons quelques raiſons de croire que le ſeptième étoit exempt de réfraction, nous n'y ferons aucune correction.

VIII. L'an 43, le 29 du mois Mechir, l'équinoxe arriva vers le milieu de la nuit. C'eſt le 23 Mars 134 à $10^h\ 15'$, & l'erreur des Tables eſt + 34 minutes. Ptolémée dit que cet équinoxe s'accorde avec le cinquième; & il n'y a en effet que 3 heures & demie de différence. Pour juger que l'équinoxe étoit arrivé à minuit, il faut que le 23 au ſoir on ait vu le Soleil trop au midi, & le 24 au matin trop au nord, de la même quantité ou de 6 à 7 minutes; pour cela il faut que l'équinoxe ſoit arrivé réellement le 24 au matin, car alors il aura été le 23 au ſoir de 12 minutes au midi, & par la réfraction de 5 minutes au nord: c'eſt-à-dire, qu'il aura paru 7 minutes au midi des armilles; il faut donc

donc ajouter 15 minutes à la longitude, & l'erreur ſera ſeulement + 19 minutes.

Mais, malgré ces corrections, le 8.^{e} diffère beaucoup du 4.^{e} quoiqu'obſervé dans les mêmes circonſtances, & puiſque le 4.^{e} eſt cité comme très-bien obſervé, il y a lieu de croire que le 8.^{e} mérite moins de confiance.

IX. Le dernier équinoxe d'Hipparque, rapporté à la 50.^{e} année de la 3.^{e} période, s'accorde avec le précédent, & tombe au 23 Mars 127, 4^h $15'$, temps moyen, au méridien de Paris. L'erreur des Tables eſt + 31 minutes; mais comme il fut obſervé le ſoir, je puis augmenter la longitude de 15 minutes; l'erreur ſera + 16 minutes, & il s'accordera avec le précédent.

Si on le compare avec le 5.^{e} en prenant l'obſervation du matin, ſans correction de réfraction, on voit qu'ils ne diffèrent que de $3^h \frac{1}{2}$, & comme le 9.^{e} fut obſervé le ſoir, cela prouve que les armilles étoient bien orientées; car le 5.^{e} arrivé le matin, auroit paru plus tôt; & le 9.^{e} obſervé le ſoir, auroit paru plus tard ſi la partie orientale des armilles eût été trop au midi, & la partie occidentale trop au nord.

Si l'on raſſemble les erreurs des Tables pour les neuf équinoxes, ſans y faire aucune correction, on trouve la ſomme des erreurs poſitives à peu-près égale à la ſomme des erreurs négatives; en ſorte que la durée de l'année ſuppoſée 365^j 5^h $48'$ $49''$, ſatisfait à ces neuf obſervations : mais il en faut ôter 3 ſecondes pour l'inégalité dont nous parlerons bien-tôt, & l'on aura 46 ſecondes ſeulement pour le ſiècle où nous ſommes.

En retranchant le premier équinoxe, on trouveroit 50 ſecondes.

Si l'on fait uſage de toutes les corrections que nous avons indiquées dans la diſcuſſion de chaque obſervation, on trouvera l'erreur moyenne + $2'\frac{1}{3}$; alors le mouvement ſéculaire devra être diminué de 37 ſecondes, & la durée de l'année augmentée de 2 ſecondes, c'eſt-à-dire que l'on aura 48 ſecondes.

Si l'on ne prend que trois équinoxes de printemps & trois équinoxes d'automne pour compenser les erreurs, on trouvera 51 secondes.

Si l'on considère les équinoxes 3 & 5, observés à midi, & indépendamment des réfractions, on a l'erreur moyenne des Tables $+$ $2' \frac{1}{2}$; ce qui donne 48 secondes.

Si l'on compare les équinoxes 1 & 9, observés tous les deux le soir, on ne trouvera que 45 secondes; mais si au lieu du premier on prend le septième, on trouvera 59 secondes; le milieu est 52 secondes.

Ainsi je trouve par les discussions les plus vraisemblables, 48 secondes, & le milieu entre mes différentes combinaisons est encore à peu-près 48 secondes. Je crois donc pouvoir dire que la durée de l'année qui résulte des observations d'Hipparque, est pour ce siècle-ci de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Je dis pour ce siècle-ci, parce qu'il y a deux causes qui font paroître la durée de l'année plus longue dans les siècles éloignés, en supposant que la véritable révolution soit la même. On sait que l'attraction de Jupiter & de Vénus, en déplaçant l'orbite de la Terre, change la précession des équinoxes & l'obliquité de l'Écliptique : ayant déterminé par les observations les plus exactes, comparées avec celles du dernier siècle, la variation séculaire de l'obliquité de l'Écliptique de 33 secondes, j'en ai conclu que la précession des équinoxes, produite par l'action des Planètes, est de $7'',8$ dans ce siècle-ci, mais qu'elle étoit de $34'',4$ dans le premier siècle de notre Ére, la différence est de $26'',6$, qui font $6'',5$ sur la durée de l'année & $7'',3$ pour le temps d'Hipparque; c'est la quantité dont l'année étoit plus longue qu'elle n'est actuellement.

Mais il y a dans la précession des équinoxes, une petite variation qui produit un effet contraire; l'obliquité de l'Écliptique est plus petite actuellement d'environ 9 minutes, qu'elle n'étoit dans le premier siècle : or la précession luni-solaire est comme le cosinus de l'obliquité de l'Écliptique; de-là il suit qu'elle est moindre dans ce siècle-ci, de 6 secondes, & que la durée de l'année tropique eſt plus grande de 1 ſeconde & demie, ce qui fait 1",7 pour le temps d'Hipparque.

En raſſemblant ces deux effets, on a 5",6, dont l'année eſt plus courte qu'au temps d'Hipparque; il faut donc ôter 2",8 de la durée moyenne déduite des obſervations d'Hipparque, comparées avec les nôtres, ſi l'on veut avoir la durée de l'année dans ce ſiècle; voilà pourquoi j'ai ôté ci-devant 3 ſecondes en nombres ronds, de la durée que j'avois trouvée immédiatement par les obſervations d'Hipparque.

Après avoir vu tout ce que l'on peut tirer des obſervations d'Hipparque, il faudroit faire uſage de celles de Ptolémée; mais les trois équinoxes de Ptolémée, rapportés aux années 132, 139 & 140 de l'Ere vulgaire, ne s'accordent point du tout avec ceux d'Hipparque, c'eſt ce que l'on a remarqué bien des fois, ſpécialement Boulliaud qui les a rejetés, dans ſes Recherches ſur la Théorie du Soleil. *Cum Hipparchi obſervationibus non eſt operæ pretium conferre Ptolemaicas, nam a Ptolemæo eadem anni quantitas eſt retenta . . . cùm Ptolemæus tam ſecurè acquieverit Hipparcho qui in anni definitione errore non vacat, obſervationes Ptolemæi quæ Hipparchi inventis accommodatæ ſunt, ſinè veritatis detrimento & citra contemptum viri tam excellentis dimitti poſſunt.* (Bullialdi, Aſtronomia Philolaica, 1645, *pag. 64, 70, 73).* M. Caſſini trouvoit par les obſervations de Ptolémée, une minute de moins pour la durée de l'année, que par celles d'Hipparque *(Élémens d'Aſtronomie, page 219).*

C'eſt cette différence qui fit croire à M. Euler, qu'il pouvoit y avoir une accélération dans le mouvement de la Terre; & il employa en effet dans ſes Tables une équation ſéculaire de 41 ſecondes pour le temps de Ptolémée. *(Euleri opuſcula, 1746, pag. 137).*

Dans la ſuite, M. Euler penſa qu'il pouvoit y avoir un jour d'erreur dans la réduction du Calendrier de Ptolémée. *Philoſophical tranſactions for the Years, 1749, 1750, vol. XLVI, pag. 356.* Ce ſyſtème fut étendu par un de ſes diſciples : *Examen temporum mediorum, &c. ab Henr. Gugl.*

Clemm. Berolini, 1752. Mais cette explication n'eſt pas admiſſible, parce que les lieux de la Lune, rapportés par Ptolémée, fixent inconteſtablement les dates dont il ſe ſert; d'ailleurs on a reconnu de pluſieurs manières différentes l'inexactitude des obſervations que Ptolémée dit avoir faites. *Voyez* M. le Monnier, *Inſtitutions Aſtron. préface, p. xix* & *xxviij;* La Hire, *Mémoires de l'Académie, 1716, p. 295;* M. Caſſini, *pages 196, 467;* Halley, *prefatio ad Obſ. Jac. Pound.* & ce que j'en ai dit dans les *Mémoires de 1757, page 420.* Il faut donc abſolument rejeter les trois équinoxes de Ptolémée; alors tout rentre dans l'ordre, & il n'y a plus de différence ſenſible entre les obſervations des différens ſiècles; elles donnent toutes $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$ à peu de choſe près, comme on le verra par la ſuite de ce Mémoire.

Ce furent les obſervations de Ptolémée qui obligèrent Thébit, Auteur Arabe, à imaginer le mouvement de *trépidation*, par lequel il faiſoit parcourir de petits cercles aux points équinoxiaux; il expliquoit ainſi le changement de l'année, en même temps que celui de l'obliquité de l'Écliptique; mais cette hypothèſe eſt devenue inutile pour l'un comme pour l'autre.

Après Ptolémée, nous ne trouvons point d'obſervations poſitives des équinoxes avant celle d'Albategnius, rapportée dans ſon livre *de Scientiâ ſtellarum, cap. XXVII, p. 67, édit. Bonon. 1645;* il obſervoit à Racah ou Aracta en Syrie, près de l'ancienne Ninive, à 36^d de latitude & 40 minutes de temps à l'orient d'Alexandrie; ſon obſervation réduite au Calendrier Julien, tombe au 18 Septembre 882 de l'Ere vulgaire, $10^h\ 36'$, temps moyen au méridien de Paris. Il compare cette obſervation avec un des équinoxes de Ptolémée de l'an 139, & il trouve $365^j\ 5^h\ 46'\ 24''$; il eût trouvé davantage s'il ſe fût ſervi d'une obſervation d'Hipparque.

On ne trouve dans Albategnius, ni la méthode ni les détails de cette obſervation, elle eſt d'ailleurs unique; auſſi pluſieurs Auteurs l'ont rejetée, comme le remarque Riccioli

(Aſtron. refor. p. 9.) Mais ayant vu dans le *Chapitre XXVIII* d'Albategnius, de quoi conclure un ſecond équinoxe qui ſert à diſcuter le premier, j'ai cru qu'on pouvoit en tirer une conſéquence certaine. Boulliaud conjecturant que c'étoit par des hauteurs méridiennes qu'Albategnius avoit déterminé cet équinoxe, y fait une correction pour la parallaxe, & ajoute $1^h\ 6'$ au temps de l'équinoxe indiqué par cet Auteur; mais en prenant un équinoxe de printemps & un équinoxe d'automne ils ſe rectifieront l'un par l'autre, la détermination ſera beaucoup plus ſûre, & je ne ſerai point obligé d'employer la réfraction ni la parallaxe. Albategnius nous dit donc qu'entre cet équinoxe & le ſuivant il y avoit $178^j\ 14^h\ 30'$; d'où il ſuit que le dernier arriva le 16 Mars 883, à $1^h\ 13'$. Or, en calculant le lieu du Soleil pour les deux équinoxes, je trouve la correction des Tables $+\ 0'\ 24''$ & $+\ 8'\ 23''$; l'erreur moyenne eſt $4'\ 24''$, ce qui donneroit pour la durée actuelle de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 52''$, c'eſt-à-dire 4 ſecondes de plus que nous n'avons trouvé par les obſervations d'Hipparque.

Mais l'erreur de $4'\ 24''$ en ſuppoſe une d'une minute & un quart ſur les hauteurs du Soleil, car il y a d'abord 43 ſecondes de réfraction moins 5 ſecondes de parallaxe, qui devoient faire paroître l'équinoxe du printemps 38 minutes trop tôt & celui d'automne 38 minutes trop tard; c'eſt $1^h\ 16'$ qu'on doit ajouter à l'intervalle des deux équinoxes aſſigné par Albategnius. La différence qui reſte ne paſſe pas les bornes de la préciſion qu'on pouvoit eſpérer dans ce temps-là.

En effet, on voit par le même chapitre d'Albategnius, qu'il ne pouvoit pas s'aſſurer d'une plus grande exactitude; car à la *page 69*, il dit qu'il a trouvé l'intervalle entre l'équinoxe du printemps & celui d'automne $186^j\ 14^h\ \frac{3}{4}$, & cet intervalle ajouté au précédent, donne 34 minutes de moins que la durée de l'année, ce qui ſuppoſe 34 ſecondes d'erreur ſur une des hauteurs qui auroient ſervi à trouver l'intervalle, de plus que ſur l'autre, quoique chacune fût le réſultat ou le milieu de beaucoup d'obſervations faites avec ſoin. Il eſt cependant plus facile d'avoir l'égalité des hauteurs que d'avoir une hauteur abſolue, telle que nous ſommes forcés de l'employer pour l'équinoxe du 18 Septembre 882. Il eſt donc très-poſſible qu'il y ait eu une erreur d'une minute dans cette hauteur, & cela ſuffit pour produire la différence de 4 ſecondes que je trouve par les obſervations d'Albategnius, de plus que par les obſervations d'Hipparque.

Il y a auſſi des obſervations de Cocheou-King, faites à la Chine, qui ſont rapportées par le P. Gaubil, dans ſon *Hiſtoire de l'Aſtronomie Chinoiſe, p. 107;* & M. de la Caille ayant comparé deux ſolſtices des années 1279 & 1280, avec les ſiens, trouve la durée de l'année $365^j\,5^h\,48'\,49''$, (*Mémoires de l'Académie, 1757, page 140*); il en faut ôter une ſeconde pour la réduire à ce ſiècle-ci, & l'on trouve 48 ſecondes, comme par les obſervations d'Hipparque.

Après les Obſervations arabes & chinoiſes, nous trouvons celles de Waltherus, le premier reſtaurateur de l'Aſtronomie, après les ſiècles d'ignorance: ces obſervations furent faites depuis 1477 juſqu'en 1503, & elles ont été diſcutées pluſieurs fois. M. Caſſini, dans ſes *Élémens d'Aſtronomie, page 222,* a calculé onze équinoxes, qui lui donnent 51 ſecondes. M. l'abbé de la Caille, dans les *Mémoires de 1749, p. 58,* a calculé avec ſoin les ſolſtices des 12 Décembre 1487, 11 Juin 1488, 12 Juin & 12 Décembre 1503; il les déduit de quarante obſervations de hauteurs égales du Soleil, priſes dans les circonſtances les plus favorables, diſcutées avec le ſoin & la ſagacité que cet habile Aſtronome mettoit dans tous ſes Ouvrages, & il trouve 46 ſecondes; le milieu eſt 48 ſecondes $\frac{1}{2}$.

Enfin, dans les *Mémoires de 1757, page 139,* ayant diſcuté de nouveau ces ſolſtices, & les comparant à un plus grand nombre de nouvelles obſervations, il trouve 49 ſecondes; il en faut ôter une demi-ſeconde pour la réduction à ce ſiècle-ci, & l'on a $365^j\,5^h\,48'\,48''\frac{1}{2}$.

Les vingt-deux équinoxes obſervés par Tycho-Brahé, depuis 1584 juſqu'à 1597, ſont encore plus déciſifs, &

je les regarde comme un des meilleurs fondemens sur lesquels on puisse établir la véritable durée de l'année. M. Cassini, dans ses *Élémens d'Astronomie, page 228*, rapporte les comparaisons de dix-neuf équinoxes observés par Tycho, avec huit équinoxes observés à Paris, depuis 1713 jusqu'à 1717; le milieu entre ces dix-neuf comparaisons lui donne 47 secondes, & c'est aussi le dernier résultat de toutes ses comparaisons anciennes & modernes *(page 232)*, quoiqu'il ne l'ait pas employée ainsi dans ses Tables. Mais par la manière dont M. Cassini emploie les équinoxes de Tycho, il n'a que le résultat de dix-neuf combinaisons faites deux à deux, & non pas le milieu entre toutes les observations anciennes, comparées à toutes les observations modernes; au lieu qu'en prenant l'erreur moyenne des Tables pour les premières, & ensuite l'erreur moyenne pour les autres, l'on a véritablement le résultat moyen de toutes les combinaisons possibles, & c'est le parti que j'ai pris pour avoir le résultat des équinoxes de Tycho, en y ajoutant ceux que M. Cassini n'avoit pas calculés, savoir, un de 1591, & deux de 1593; j'ai tiré ceux-ci des Manuscrits de Tycho, dont j'ai une copie complète: les observations de l'année 1593 n'ont jamais été imprimées, si ce n'est en partie dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, pour 1757 & 1763.

Le 10 Mars 1593, la déclinaison du Soleil, par un milieu entre quatre observations, fut observée de $3' 55''$, d'où je conclus que l'equinoxe arriva à $4^h 44' \frac{1}{2}$, temps moyen, au méridien de Paris.

Le 13 Septembre 1593, la déclinaison, par un milieu entre quatre observations, parut de $5' 42''$; d'où je conclus l'équinoxe le 12 Septembre à $16^h 6'$.

Les observations de 1591 sont dans le Recueil imprimé; il est vrai qu'il n'y en a que pour le 8 Septembre, cinq jours avant l'équinoxe, mais cela suffit pour le calculer, en tenant compte du mouvement du Soleil, dans cet intervalle: la déclinaison apparente, déduite de six observations, est $2^d 3' 58''$, ce qui donne l'équinoxe au 13 Septembre à $4^h 57'$.

J'ai auſſi calculé les équinoxes de 1584, qui, dans M. Caſſini, s'écartoient trop des Tables. Le 14 Mars, la déclinaiſon apparente fut obſervée de $1^d\ 34'\ 30''$, d'où il ſuit que l'équinoxe étoit arrivé le 10 Mars à $0^h\ 38'$; de même, le 12 Septembre, la déclinaiſon parut de $13'\ 5''$, ce qui donne l'équinoxe à $11^h\ 29'$.

Les quatre équinoxes de 1584 & de 1593, dont deux de printemps & deux d'automne, donnent pour la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$.

Mais pour faire uſage des vingt-deux équinoxes, j'ai calculé le lieu du Soleil, par les Tables pour chacun, ainſi qu'on le voit dans la Table ſuivante. J'ai trouvé l'erreur moyenne — $12''$; elle répond à cent ſoixante ans qu'il y a juſqu'à 1750; & puiſqu'il faut ôter 12 ſecondes de la longitude des Tables pour les accorder avec les obſervations, il faut augmenter de 7 ſecondes $\frac{1}{2}$ le mouvement ſéculaire des Tables, ce qui donneroit pour la durée de l'année 47 ſecondes. Si l'on retranche les équinoxes, où l'erreur paſſe deux minutes, on trouvera 48 ſecondes; mais il y aura pour lors ſept équinoxes de printemps, & dix d'automne, ce qui n'établit pas une exacte compenſation des erreurs dans les inſtrumens, dans les réfractions & dans la hauteur du Pôle.

Au contraire, ſi, ſur les vingt-deux équinoxes, dont douze d'automne & dix de printemps, on en ôte deux d'automne, pour que les nombres ſoient égaux, ſavoir les équinoxes deux & dix qui s'écartent le plus des autres, on trouve 45 ſecondes. Enfin, ſi l'on ne prend que dix équinoxes, cinq de printemps & cinq d'automne, en retranchant ceux où l'erreur eſt la plus grande, on trouve l'erreur moyenne des Tables — 20 ſecondes, ce qui donne 46 ſecondes. Il paroît donc que par les obſervations de Tycho, on trouve la durée de l'année $365^j\ 5^h\ 48'\ 46''$, c'eſt 2 ſecondes de moins que par les anciennes obſervations: voilà à peu-près l'incertitude que nous laiſſent les obſervations d'Hipparque & de Tycho.

TABLE des Équinoxes observés par Tycho-Brahé, pendant quinze ans, réduits au Méridien de Paris, & comparés avec les Tables.

DATES des ÉQUINOXES.				ERREUR des TABLES.	
		H.	*M.*	*M.*	*S.*
1584.	10 Mars.	0.	47.	− 1.	55.
1584.	12 Sept.	11.	12.	+ 1.	50.
1585.	10 Mars.	6.	52.	− 2.	35.
1585.	12 Sept.	17.	4.	− 0.	36.
1586.	10 Mars.	12.	42.	− 2.	37.
1586.	12 Sept.	23.	7.	+ 1.	49.
1587.	10 Mars.	17.	56.	− 1.	13.
1587.	13 Sept.	5.	38.	+ 0.	5.
1588.	10 Mars.	0.	17.	− 2.	30.
1588.	12 Sept.	10.	36.	+ 2.	10.
1589.	10 Mars.	5.	6.	− 0.	2.
1589.	12 Sept.	16.	50.	+ 1.	8.
1590.	10 Mars.	11.	15.	− 0.	53.
1590.	12 Sept.	22.	53.	+ 0.	32.
1591.	13 Sept.	4.	57.	− 0.	5.
1592.	12 Sept.	10.	30.	+ 0.	34.
1593.	10 Mars.	4.	44.	− 0.	58.
1593.	12 Sept.	16.	6.	+ 1.	5.
1594.	10 Mars.	11.	25.	− 0.	38.
1594.	12 Sept.	22.	27.	− 0.	12.
1595.	13 Sept.	13.	34.	+ 1.	29.
1597.	10 Mars.	4.	14.	− 1.	41.

Cette Table des observations de Tycho-Brahé fait voir en même temps le degré d'exactitude qu'elles comportent;

car on voit que les erreurs vont rarement jusqu'à deux minutes & demie sur la longitude, ce qui ne fait pas une minute sur les hauteurs observées.

Nous allons maintenant examiner des Observations du dernier siècle & de celui-ci, dont l'accord avec les anciennes, donnera le dernier degré de certitude à notre détermination de l'année.

Les observations du dernier siècle, méritent autant de considération que les anciennes, à raison de leur exactitude qui compense le peu d'intervalle : celles d'Hévélius sont en très-grand nombre ; mais comme il ne se servoit point de lunettes sur ses instrumens, je n'ai pas entrepris de les discuter, ayant un grand nombre d'observations de Flamstéed.

Le P. Riccioli rapporte plusieurs équinoxes observés à Bologne, dans son *Astronomia, refor. pag. 13;* mais comme il n'y en a que deux d'automne je n'en prendrai que quatre, & j'en ajouterai deux de Dominique Cassini.

		T. vrai à Bol.	*T. moyen à Paris.*	
1641.	22 Sept.	9^h 30′	8^h 47′	— 3′ 1″
1642.	20 Mars.	0. 38.	0. 9.	+ 2. 23.
1643.	20 Mars.	6. 30.	6. 1.	+ 2. 50.
1643.	22 Sept.	21. 20.	20. 37.	— 3. 56.
1655.	22 Sept.	18. 43.	18. 0.	— 2. 56.
1656.	19 Mars.	9. 51.	9. 22.	+ 3. 20.

L'erreur moyenne est de — 13 secondes, elle répond à un siècle ; ce qui donne 3 secondes à ôter de la durée de l'année, & l'on aura $365^j\ 5^h\ 48'\ 46''$.

Nous n'avons point d'équinoxes déterminés dans le dernier siècle avec plus d'exactitude & avec de plus grands instrumens, que ceux de 1672 & 1673, à Cayenne, par Richer, dans le fameux Voyage qui fit connoître pour la première fois l'effet de la pesanteur pour l'aplatissement de la Terre, par l'accourcissement du Pendule, & qui procura les premiers élémens certains pour la Théorie du Soleil.

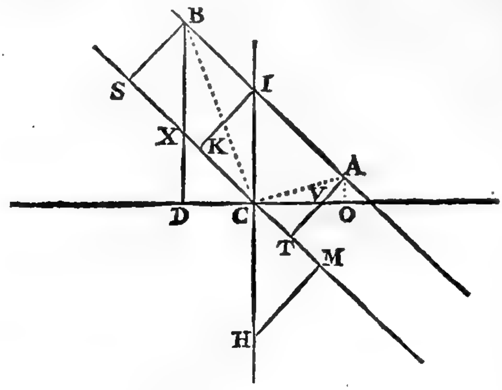
Le premier de ces équinoxes arriva le 21 Sept. 1672, à $16^h\ 2'\frac{1}{2}$ de temps moyen, ſuivant M. Caſſini, ou $19^h\ 41'$ à Paris; le ſecond arriva le 19 Mars 1673, à $13^h\ 24'$. Je trouve l'erreur des Tables pour l'un 3 ſecondes, & pour l'autre + 17″; l'erreur moyenne eſt donc + 7 ſecondes pour ſoixante-dix-ſept ans qu'il y a juſqu'à 1750, ce qui donne 9 ſecondes à ôter du mouvement ſéculaire; en ſorte que la durée de l'année ſeroit 51 ſecondes : ainſi le milieu entre les obſervations de Bologne & celles de Cayenne, approche de 48 ſecondes, en donnant autant à celles-ci à cauſe de leur exactitude, qu'aux autres à cauſe de leur nombre.

Dans le même temps, Picard, Roëmer & la Hire, obſervoient à Paris, & l'on trouve une partie de ces obſervations dans l'Hiſtoire Céleſte, publiée par M. le Monnier, en 1746; mais il ne diſſimule pas l'imperfection des diviſions des inſtrumens dont on ſe ſervoit alors à Paris; auſſi chercha-t-on à s'en garantir, ainſi que de l'incertitude des réfractions, par des méthodes particulières dont il me reſte à parler.

La méthode de déterminer les équinoxes, indépendamment des réfractions, ou même de la hauteur du Pôle, a occupé pluſieurs Aſtronomes habiles, tels que Picard, Roëmer, de l'Iſle & Horrebow; ainſi, je dois examiner ici quel avantage on peut en eſpérer, & ſi l'on a des obſervations de cette eſpèce, dont on puiſſe faire uſage avec ſuccès.

Roëmer fut le premier qui entreprit de déterminer les équinoxes, indépendamment des réfractions, en obſervant les paſſages du Soleil par des verticaux connus à l'orient & à l'occident; M. Horrebow l'explique dans ſon Ouvrage, intitulé *Baſis aſtronomiæ, art. 261 & ſuiv.* à l'occaſion de la lunette contre-pointée, dont Roëmer ſe ſervoit pour cet effet *(amphioptra, tubus anceps, ſeu reciprocus)*; mais je vais rendre cette méthode plus ſimple, en l'appliquant à des exemples; on verra qu'elle ne ſuppoſe que la hauteur du Pôle & l'heure des obſervations, en ſorte qu'il ſuffit d'un quart-de-cercle très-commun, ſans qu'on ait beſoin de la grandeur du rayon, ou de l'exactitude des diviſions.

Soit *D O* l'horizon, *S T* l'équateur, *I H* le premier vertical, faiſant avec l'équateur l'angle *I C K* ou *H C M*,



égal à la hauteur du Pôle, ſuppoſée connue : ſuppoſons que le Soleil ait paſſé par ce premier vertical, en quelques points, comme en *I* ou en *H;* ſi par ces points l'on imagine les cercles de déclinaiſon *I K, H M*, qui coupent ſur l'équateur les arcs *C K, C M,* depuis le point *C* du véritable orient ou du véritable occident, il eſt évident que, comparant le temps vrai du paſſage du centre du Soleil aux points *I* ou *H,* avec 6 heures du matin ou du ſoir, l'on en conclura la valeur des arcs de l'équateur *C K* ou *C M;* ainſi, dans les triangles *C K I, C H M*, connoiſſant les arcs *C K, C M,* & les angles en *C,* égaux à la hauteur du Pôle, l'on en pourra conclure *K I* ou *M H*, déclinaiſon du Soleil, ſeptentrionale ou méridionale, ſuivant que le point *C* repréſentera le véritable orient ou le véritable occident, & ſuivant que le temps vrai du paſſage en *I* & *H* ſera arrivé avant ou après 6 heures.

On peut auſſi obſerver le Soleil aux points *A* & *B,* dans deux verticaux *B D, A O,* également diſtans du premier vertical *I C;* l'on en conclut la déclinaiſon du Soleil *A T* ou *B S,* pourvu que l'on connoiſſe la hauteur du pôle & les temps vrais des paſſages du Soleil par les deux verticaux.

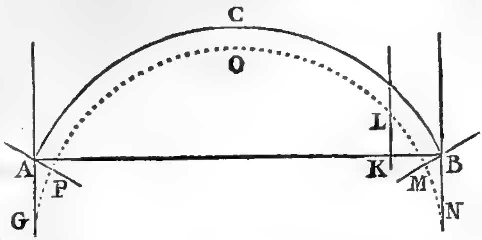
En effet, concevons par les points *A, B* les cercles de déclinaiſon *A T, B S,* qui retranchent de l'Équateur les arcs *C T, C S,* leſquels ſeront connus, en comparant avec 6 heures le temps où le Soleil paſſe par ces verticaux; ſi *A* eſt le point qui répond au premier de ces momens, l'on ſuppoſera que le Soleil ait une certaine déclinaiſon *A T,* approchante de la véritable; dans le triangle *A T C,* rectangle en *T* connoiſſant les deux côtés de l'angle droit, on pourra en conclure l'hypothénuſe *AC* & l'angle *ACI;* cet angle *ACI,* étant comparé avec l'angle *O C T,* qui fait l'équateur avec l'horizon, l'on aura l'angle *A C O;* ainſi dans le triangle *A C O,* rectangle en *O,* connoiſſant l'angle en *C* & l'hypothénuſe *A C,* l'on pourra trouver la baſe *C O* qui eſt la diſtance du vertical *A O* au premier vertical *C H;* l'on ſuppoſera enſuite la déclinaiſon *B S* du Soleil, plus grande ou plus petite que *AT,* de la quantité dont on ſait que le Soleil a changé de déclinaiſon dans l'intervalle de ſon paſſage du point *A* au point *B;* la déclinaiſon *B S* étant donc ſuppoſée connue de même que l'arc *S C,* ſi l'on imagine le triangle *B C S* rectangle en *S,* on pourra trouver l'hypothénuſe *B C* & l'angle oblique *B C S.* Cet angle étant comparé avec l'angle *S C D* que fait l'équateur ſur l'horizon, il en réſultera l'angle *B C D;* ainſi dans le triangle *B C D* rectangle en *D,* connoiſſant l'hypothénuſe *B C* & l'angle *B C D,* l'on pourra calculer *C D,* diſtance du vertical *B D* au premier vertical *I C;* l'on comparera cet arc *C D* avec l'arc *C O* trouvé ci-devant, pour voir s'ils ſont égaux; s'ils le ſont, les déclinaiſons *AT, B S* que l'on a ſuppoſées, ſont véritablement celles qui conviennent aux momens des paſſages du Soleil par les points *A, B;* mais ſi les arcs *C D, C O,* ne ſont pas égaux, il faudra ſuppoſer les déclinaiſons *A T* & *B S,* plus grandes ou plus petites que l'on ne les avoit ſuppoſées d'abord. L'inſpection ſeule de ces figures fait voir que prenant une déclinaiſon plus grande ſur *A T,* l'arc *C O* doit être plus grand; & qu'en prenant de même la déclinaiſon *B S* plus grande, ſans changer l'heure ou la ſituation de *B S,* l'arc *C D* eſt plus petit; ainſi la déclinaiſon qui doit rendre égaux les deux arcs *CO*, *CD*, eſt déterminée.

Si l'on connoît par la meſure actuelle, les diſtances égales *OC*, *CD*, au premier vertical, le problème en ſera plus ſimple, il ne faudra qu'une ſeule obſervation du paſſage du Soleil par un vertical, pour en conclure la déclinaiſon du Soleil dans ce temps-là; car ſoit *A* le point de ce paſſage, *CT* l'arc de l'équateur connu par le temps auquel le Soleil eſt en *A*; que le cercle de déclinaiſon *AT*, prolongé s'il eſt néceſſaire, rencontre l'horizon au point *V*; dans le triangle *CVT*, rectangle en *T*, connoiſſant le côté *CT* & l'angle en *C*, l'on pourra conclure l'angle *CVT*, l'hypothénuſe *CV*, & le troiſième côté *VT*; mais ſi de *OC*, que je ſuppoſe connu, l'on retranche *CV*, que l'on vient de trouver, il reſtera *VO*. Que l'on conſidère préſentement le triangle *AVO*, rectangle en *O*, dans lequel on connoît, outre le côté *VO*, l'angle *AVO*, égal à l'angle *CVT*, l'on pourra connoître l'hypothénuſe *AV*, qui, étant ajoutée à *VT*, donnera *AT*, déclinaiſon cherchée, d'où l'on concluroit le temps de l'équinoxe, par le moyen du mouvement diurne en déclinaiſon.

Roëmer ayant fait de ces ſortes d'obſervations, à Paris, en 1675, en avoit conclu la déclinaiſon du Soleil de 45′ 18″, pour le 24 Septembre 1675, à 12 heures de temps vrai; ainſi, l'équinoxe dut arriver le 22 Septembre 1675, à 13^h 40′. M. Horrebow a déduit de la même obſervation la déclinaiſon du Soleil, de 45′ 20″ (*Baſis aſtronomiæ, n.° CCLXXII, page 111*), ce qui donne l'équinoxe à 13^h 38′, ou 13^h 30′ $\frac{1}{2}$ de temps moyen.

Picard s'occupa auſſi de pareilles obſervations: je vais rapporter celles de 1675, d'après ſon Journal manuſcrit, & j'en donnerai le calcul pour les comparer avec celles de Roëmer.

Le 19 Mars 1675, au Soleil couchant, Picard obſerva le paſſage des bords du Soleil, par un vertical *AG*, diſtant de 91^d 4′ 10″ d'un point connu, & déterminé ſur le village de l'Hay, au midi de Paris; le Soleil paſſa à 5^h 57′ 47″ 49‴ de temps vrai. Je ſuppoſe que *BN* eſt la partie opposée du vertical *AG*, à 180 degrés de distance, *ACB* l'équateur, *GON* le parallèle du Soleil. Le 20 Mars, le Soleil levant passa par un vertical *KL*, distant du même point du village de l'Hay, de $88^d 12' 55''$, il étoit



$6^h 0' 13'' 16'''$. La distance des verticaux est de $179^d 17' 5''$, c'est-à-dire que *KB* est de $42' 55''$; & comme l'angle *L* est de $48^d 50'$, il s'ensuit que *LN* est $57' 1''$; la différence des temps est de $11^h 57' 36'' 27'''$; en sorte que la somme *GOL* des angles horaires est de $179^d 24' 7''$; ainsi *GON*, somme de *GOL* & de *LN*, est de $180^d 21' 8''$; & *GP*, moitié de l'excès de *GON* sur le demi-cercle *POM*, est de $10' 34''$; d'où il suit, que *AP* est de $12' 5''$, c'est la déclinaison méridionale du Soleil, pour le temps qui est intermédiaire entre les deux observations, ou pour minuit à très-peu-près.

Picard fit de pareilles observations le 21 Mars, au lever & au coucher du Soleil, & le 22, à son lever. Voici toutes les observations.

1.	Mars 19.	$5^h\ 57'\ 49''\ 49'''$
2.	19.	18. 0. 13. 16.
3.	20.	17. 58. 30. 46.
4.	21.	5. 59. 9. 47.
5.	21.	17. 54. 59. 54.

En comparant les observations 3 & 4, on trouve $BK = 38' 20''$, $LN = 50' 55''$, $PG = 20' 35''$, & $AP = 23' 32''$; c'est la déclinaison pour le 21 Mars à midi.

En comparant les observations 4 & 5, on a $BK = 1^d 33' 20''$, $LN = 2^d 3' 59''$, $PG = 30' 45'' \frac{1}{2}$, & $AP = 35' 11''$, déclinaiſon à minuit. Par le moyen de ces trois déclinaiſons obſervées, & du changement diurne en déclinaiſon 23′ 40″, il eſt facile de trouver à quelle heure le Soleil dut paſſer dans l'équateur; les réſultats diffèrent de 4 & de 11 minutes de temps; mais, en prenant un milieu, je trouve l'équinoxe le 20 Mars à 0^h 15′ de temps vrai, ou 0^h 18′ $\frac{1}{2}$ de temps moyen. En comparant cet équinoxe avec celui qu'obſerva Roëmer, & que j'ai rapporté ci-deſſus, je trouve la différence égale à 186^j 13^h & 24′ de temps vrai, ou 12 minutes de temps moyen: l'erreur des Tables eſt + 2′ 10″ pour l'équinoxe du printemps, & — 1′ 26″ pour celui d'automne; ainſi l'erreur moyenne eſt + 22 ſecondes, ce qui diminueroit de 5 ſecondes la durée de l'année ſuppoſée dans les Tables.

Pour accorder ces deux équinoxes, il faudroit changer la hauteur de l'équateur; mais il eſt plus naturel de croire que la différence vient de ce que l'angle des deux verticaux du matin & du ſoir, n'étoit pas aſſez exactement déterminé; cela eſt en effet très-difficile, & je penſe que par cette raiſon l'on ne doit pas préférer ces ſortes d'obſervations, indépendamment de l'irrégularité des réfractions aux environs de l'horizon, qui pourroit bien affecter la ſituation des verticaux comme elle affecte la figure des objets terreſtres dans certains cas.

Ce fut dans l'intention d'éviter l'incertitude ſur la hauteur du pôle, que M. Bernoulli & M. Euler donnèrent, dans les *Mémoires de Péterſbourg, pour 1729*, des méthodes pour trouver la déclinaiſon d'un Aſtre & la hauteur du Pôle, en obſervant trois fois la hauteur, avec les intervalles de temps entre les trois obſervations.

Mayer *(Fred. Criſt.)* donna, dans le *volume de 1730*, une méthode pour obſerver les déclinaiſons & la hauteur du Pôle, par les différences de paſſages de deux Étoiles à deux verticaux & almicantarats inconnus.

M. de l'Iſle avoit fait beaucoup d'obſervations à Péterſbourg avant ſon voyage de Sibérie, en 1740, pour déterminer les déclinaiſons du Soleil indépendamment des réfractions. M. G. Henſius continua d'obſerver, pour le même objet,

objet, les passages de Sirius & de la Lyre, où il les faisoit observer le plus souvent par M. Milh; j'ai lû dans les Manuscrits de M. de l'Isle, qu'après son départ pour la Sibérie, on enleva, comme par force, de son cabinet, une copie qu'il avoit commencé de faire faire de toutes ces observations, & on la remit à M. Heinsius, qui donna pour lors une Dissertation : *De declinationum siderum determinatione absque exactâ elevationis equatoris cognitione. Comment. Petropol. 1740, pag. 352.* Mais je ne vois pas qu'il y ait fait usage de toutes ces observations; d'ailleurs il suppose dans sa méthode une différence de réfractions qui feroit perdre l'avantage de la méthode précédente.

Mais il y auroit un autre avantage de cette méthode employée dans les pays septentrionaux qui sont vers 60 degrés de latitude, on y trouveroit un moyen de tripler l'effet de la réfraction, & de déterminer ensemble, & la latitude & la réfraction à 30 degrés de hauteur, si l'on avoit déterminé le moment de l'équinoxe par les amplitudes ortives & occases, indépendamment des hauteurs, en suivant les méthodes que j'ai expliquées.

Je suppose qu'on observe près du zénith, une Étoile qui a 60 degrés de déclinaison boréale; 12 heures après, elle doit avoir 30 degrés de hauteur méridienne au-dessous du Pôle: c'est aussi celle du Soleil le jour de l'équinoxe. Connoissant le moment de l'équinoxe par les amplitudes, indépendamment des réfractions, l'on aura la distance apparente du zénith à l'équateur, affectée d'une réfraction; quand l'Étoile sera sous le Pôle, on aura la même distance affectée de deux réfractions, & la somme contiendra trois fois la réfraction; ce qui donne un moyen de la connoître avec plus d'exactitude. Supposons le Soleil observé à $30^d\ 2'$ du zénith, dans le méridien, au moment du véritable équinoxe, & l'Étoile qui a passé précisément au zénith, observée ensuite sous le Pôle à $30^d\ 2'$ de hauteur apparente; la distance apparente de l'Étoile à l'équateur, est de $59^d\ 58'$, quand l'Etoile passe au zénith; mais sous le Pôle elle est égale à $119^d\ 56'$; celle-ci eſt affectée de deux réfractions, & la première ne l'eſt que d'une ſeule: ainſi le ſupplément $60^d\ 4'$, & le complément de la hauteur obſervée, qui eſt $59^d\ 58'$ diffèrent de $6'$ qui eſt le triple de la réfraction cherchée.

La ſeule erreur d'une pareille méthode, eſt celle de la diviſion de l'inſtrument; & cette erreur eſt triplée parce qu'on emploie ici trois obſervations.

On comprend bien qu'il n'arrivera jamais que le Soleil paſſe au méridien, préciſément au moment de l'équinoxe, & que l'Étoile paſſe préciſément au zénith; mais quand les différences ſont petites, on y ſupplée par des réductions qui ne produiſent point d'erreur, parce qu'elles ſont ſuffiſamment connues.

La meilleure manière d'employer la méthode que je viens d'expliquer pour les équinoxes, conſiſteroit à comparer le Soleil à une Étoile fixe, par le moyen de l'inſtrument tranſitoire du célèbre Roëmer; on trouveroit le temps où le Soleil a été dans des ſituations oppoſées ou différentes de 180 degrés, & en même temps à égale hauteur dans le méridien: or ces temps de l'année ſont néceſſairement ceux des équinoxes. On ne ſauroit trouver deux autres points de l'Écliptique, oppoſés de 180 degrés, & qui paſſent à la même hauteur apparente au-deſſus de l'horizon. Ces obſervations peuvent ſe ſuivre non-ſeulement dans le méridien, mais encore dans tout autre vertical où l'on auroit fixé une lunette invariable pour y attendre le Soleil deux fois l'année.

Mais je crois que la méthode la plus générale conſiſte à déterminer les lieux du Soleil, en le comparant avec la même Étoile, quand il eſt au même parallèle dans les ſignes aſcendans & dans les ſignes deſcendans, ainſi que l'ont fait Flamſtéed, dans les prolégomènes de ſon Hiſtoire Céleſte, M. le Monnier, dans ſon Hiſtoire Céleſte, & M. de la Caille, dans ſes fondemens de l'Aſtronomie, & dans les Mémoires de l'Académie. Par ce moyen l'on a l'équation de l'orbite du Soleil, indépendamment de la hauteur du Pôle & des réfractions; cette équation étant connue, on peut par les ſeules hauteurs méridiennes du Soleil, priſes au printemps & en automne, trouver ſa longitude autant de fois que l'on veut; & comme les erreurs que l'on auroit commiſes ſur la hauteur du Pôle, ſur les réfractions & même ſur l'équation de l'orbite Solaire, ſe compenſeroient & ſe détruiroient mutuellement dans les deux ſaiſons oppoſées, on n'en auroit pas moins exactement l'époque de la longitude moyenne du Soleil dans une année quelconque.

Faiſant les mêmes calculs pour deux années très-éloignées, on aura la longueur de l'année ſolaire, avec toute la préciſion qu'il eſt poſſible d'atteindre actuellement.

Je vais donc m'arrêter ſpécialement aux obſervations de Flamſtéed, comme les plus nombreuſes & les plus exactes que nous ayons du dernier ſiècle; je les crois bien plus propres à déterminer la longueur de l'année, que celles d'Hipparque. Elles ſont, à la vérité, trente fois moins éloignées, mais elles ſont ſoixante fois plus exactes, puiſque nous trouvons des différences de 24 minutes ſur les hauteurs dans les anciennes, tandis qu'elles ne ſont le plus ſouvent que de 24 ſecondes dans celles de Flamſtéed.

Ainſi le Mural de Flamſtéed, avec lequel il commença, le 19 Septembre 1689, une ſuite d'obſervations, donne une préciſion plus grande que les obſervations d'Hipparque; d'ailleurs l'incertitude eſt plus que compenſée par la multitude des obſervations.

Flamſtéed employant ſes nouvelles obſervations à déterminer toutes les circonſtances des mouvemens céleſtes, trouva la durée de l'année $365^{j}\ 5^{h}\ 48'\ 57''\ \frac{1}{2}$, & Halley la diminua de 2 ſecondes ſeulement. Les obſervations de Tycho-Brahé, dont il ſe ſervoit principalement, étoient trop peu éloignées des ſiennes : c'eſt probablement la raiſon qui fit trouver à Flamſtéed, la durée de l'année trop longue; mais ſes propres obſervations nous ſerviront à réformer ſes déterminations.

Les premières obſervations exactes qu'on ait faites par l'excellente méthode de Flamſtéed, pour la détermination des équinoxes, ſont calculées dans le troiſième volume de ſon Hiſtoire Céleſte, *pag. 137 — 140*, où l'Auteur les emploie comme des poſitions choiſies pour en déduire la longueur de l'année : je vais les rapporter ici avec l'erreur des Tables pour chacune. Les temps ſont pour Paris.

1690. 17 Mars. 0^h 17′ 42″	11^f 27^d 21′ 47″	+ 28″
1690. 25 Sept. 0. 0. 41.	6. 2. 45. 37.	— 31.
1691. 19 Mars. 0. 17. 10.	11. 29. 6. 14.	+ 49.
1693. 25 Sept. 0. 0. 35.	6. 3. 1. 0.	— 90.

Si l'on ne conſidère que les deux premières obſervations, l'erreur moyenne des Tables ſera nulle, mais il s'enſuivra qu'il faudroit ajouter environ 30 ſecondes à la plus grande équation du Soleil, qui eſt employée dans les Tables de Mayer & de la Caille, pour ſatisfaire à ces deux obſervations; auſſi Flamſtéed la faiſoit-il plus grande de 49 ſecondes, peut-être d'après les mêmes obſervations; mais comme cette équation a été déterminée avec beaucoup d'exactitude par un grand nombre d'excellentes obſervations, vers 1750, il eſt naturel de croire qu'il y avoit 30 ſecondes d'erreur dans ces premières obſervations, ce qui n'eſt pas extraordinaire, puiſque Flamſtéed trouvoit quelquefois des différences d'une minute dans ſes longitudes, comme il en convient *(page 147)*; en ne conſidérant que ces deux obſervations de 1690, on trouveroit la durée de l'année de 365^j 5^h 48′ 49″.

Si on les emploie toutes les quatre, on aura pour l'erreur moyenne des Tables, — 11 ſecondes, ce qui fait 18 ſecondes pour le mouvement ſéculaire, & cela diminueroit l'année de 4 ſecondes.

Mais dans les Tables de Flamſtéed, publiées dans les Inſtitutions aſtronomiques, en 1746, on trouve l'époque des longitudes moyennes pour 1690, exactement comme par les Tables de la Caille, ce qui me donne lieu de croire qu'un plus grand nombre d'équinoxes qui ne ſont pas rapportés dans Flamſtéed, lui avoient fait trouver la longitude telle qu'il l'emploie dans ses Tables, & que par conséquent la durée de l'année est en effet, par ses observations, de $365^{j}\ 5^{h}\ 48'\ 49''$.

Pour m'en assurer encore mieux, j'ai pris le parti de réduire cinquante observations de Flamstéed, faites avant & après les deux équinoxes; je les ai calculées par les Tables, & je vais les rapporter avec l'erreur des Tables pour chacune: ces observations sont tirées de l'Histoire céleste, *liv. II, pages 1 — 101;* j'y ai appliqué la réfraction & la parallaxe; mais comme il y a autant d'observations de printemps que d'observations d'automne, l'erreur qui pourroit résulter de ces élémens, est compensée, ainsi que celles de la hauteur de l'équateur & de la situation du premier point de la division, c'est-à-dire, de l'erreur de son mural.

Observations de Flamstéed, réduites au nouveau style, & comparées avec les Tables.

NUM. des OBS.	ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS moyen à PARIS.	DÉCLINAIS. VRAIE.	LONGITUDE OBSERVÉE.	CORR. des TABLES.
			H. M.	D. M. S.	S. D. M. S.	S.
1.	1689.	22 Sept.	0. 2	0. 1. 34	0. 0. 3. 56	+ 25.
2.	1689.	24 Sept.	0. 1	0. 48. 39	6. 2. 2. 8	+ 42.
3.	1689.	28 Sept.	0. 0	2. 22. 29	6. 5. 58. 9	+ 31.
4.	1689.	29 Sept.	23. 59	3. 9. 7	6. 7. 55. 56	− 3.
5.	1689.	18 Oct.	23. 54	10. 20. 32	6. 26. 46. 47	+ 36.
6.	1689.	21 Oct.	23. 54	11. 24. 49	6. 29. 46. 48	+ 54.
7.	1690.	15 Févr.	0. 24	12. 24. 40	10. 27. 21. 20	+ 6.
8.	1690.	18 Févr.	0. 24	11. 21. 31	11. 0. 22. 36	− 19.
9.	1690.	28 Févr.	0. 23	7. 40. 36	11. 10. 24. 40	− 3.
10.	1690.	17 Mars.	0. 18	1. 3. 13	11. 27. 21. 17	− 42.
11.	1690.	21 Mars.	0. 16	0. 31. 41	0. 1. 19. 31	+ 28.
12.	1690.	22 Mars.	0. 16	0. 55. 10	0. 2. 18. 23	− 1.
13.	1690.	23 Mars.	0. 16	1. 18. 51	0. 3. 17. 58	+ 17.
14.	1690.	24 Mars.	0. 15	1. 42. 17	0. 4. 16. 54	− 6.
15.	1690.	25 Mars.	0. 15	2. 5. 50	0. 5. 16. 11	+ 5.
16.	1690.	5 Avril.	0. 12	6. 20. 26	0. 16. 5. 31	+ 5.

Suite des Observations.

NUM. des OBS	ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS moyen à PARIS.	DÉCLINAIS. VRAIE.	LONGITUDE OBSERVÉE.	CORR. des TABLES.
			H. M.	D. M. S.	S. D. M. S.	S.
17.	1690.	6 Avril.	0. 11	6. 43. 8	0. 17. 4. 34	+24.
18.	1690.	7 Avril.	0. 11	7. 5. 38	0. 18. 3. 23	+12.
19.	1690.	13 Avril.	0. 10	9. 17. 54	0. 23. 55. 27	0.
20.	1690.	17 Avril.	0. 9	10. 43. 2	0. 27. 49. 20	−12.
21.	1690.	20 Avril.	0. 8	11. 45. 16	1. 10. 45. 0	+ 1.
22.	1690.	23 Avril.	0. 7	12. 45. 41	1. 3. 40. 10	+25.
23.	1690.	24 Avril.	0. 7	13. 5. 13	1. 4. 37. 54	− 7.
24.	1690.	17 Août.	0. 13	13. 16. 7	4. 24. 50. 38	+33.
25.	1690.	18 Août.	0. 13	12. 56. 48	4. 25. 47. 3	−42.
26.	1690.	26 Août.	0. 11	10. 14. 20	5. 3. 30. 16	+ 3.
27.	1690.	31 Août.	0. 9	8. 27. 10	5. 8. 21. 3	−45.
28.	1690.	1 Sept.	0. 9	8. 5. 22	5. 9. 19. 5	−56.
29.	1690.	2 Sept.	0. 8	7. 43. 10	5. 10. 17. 53	+28.
30.	1690.	4 Sept.	0. 8	6. 59. 0	5. 12. 14. 0	−49.
31.	1690.	7 Sept.	0. 7	5. 51. 45	5. 15. 8. 46	−75.
32.	1690.	12 Sept.	0. 5	3. 57. 20	5. 20. 1. 48	−34.
33.	1690.	17 Sept.	0. 3	2. 1. 30	4. 24. 54. 44	−40.
34.	1690.	20 Sept.	0. 2	0. 50. 59	5. 27. 52. 1	+23.
35.	1690.	21 Sept.	0. 2	0. 27. 42	5. 28. 50. 28	0.
36.	1690.	24 Sept.	0. 1	0. 42. 30	0. 1. 46. 41	−28.
37.	1690.	25 Sept.	0. 1	1. 5. 56	0. 2. 45. 32	−38.
38.	1690.	26 Sept.	0. 0	1. 29. 45	6. 3. 45. 24	+ 4.
39.	1690.	29 Sept.	23. 59	3. 3. 30	6. 7. 41. 43	− 3.
40.	1690.	30 Sept.	23. 59	3. 26. 43	6. 8. 40. 30	−17.
41.	1690.	1 Oct.	23. 58	3. 50. 3	6. 9. 39. 42	−15.
42.	1690.	12 Oct.	23. 55	8. 2. 30	6. 20. 33. 20	−20.
43.	1691.	8 Mars.	0. 20	4. 41. 18	11. 18. 9. 40	− 2.
44.	1691.	12 Mars.	0. 19	3. 7. 20	11. 22. 8. 35	− 3.
45.	1691.	13 Mars.	0. 19	2. 43. 51	11. 23. 7. 56	+40.
46.	1691.	18 Mars.	0. 17	0. 45. 29	11. 28. 5. 58	− 9.
47.	1691.	19 Mars.	0. 17	0. 21. 53	11. 29. 5. 5	−19.
48.	1691.	20 Mars.	0. 17	0. 1. 52	0. 0. 4. 41	−24.
49.	1691.	22 Mars.	0. 16	0. 49. 9	0. 2. 3. 23	−10.
50.	1691.	23 Mars.	0. 16	1. 12. 53	0. 3. 3. 0	+15.

On voit que les observations d'automne s'accordent moins bien que celles du printemps, & les erreurs en ſont principalement négatives; auſſi l'erreur moyenne des cinquante obſervations, eſt — 3 ſecondes; mais en ne choiſiſſant que les trente-quatre dont les erreurs ne vont pas à 40 ſecondes, autant dans les ſignes aſcendans que dans les ſignes deſcendans, on a + 1 ſeconde ; il y en a dix-huit ou vingt dont les erreurs ſont moindres que 15 ſecondes, & par conſéquent inſenſibles; mais comme il y en a deux fois plus dans les ſignes deſcendans, on ne peut pas ſe borner à celles-là.

Ainſi nous pouvons ſuppoſer l'erreur des Tables à peu-près nulle : la longueur de l'année, que ſuppoſent les Tables, ſera conforme à ces obſervations, c'eſt-à-dire $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, ce ſeroit 53 ſecondes en les comparant aux obſervations de Mayer, que je vais rapporter, mais ſeulement 48 ſecondes en employant celles de 1780, que l'on verra ci-après.

M. Caſſini rapporte *(page 209)* une ſuite d'équinoxes obſervés à Paris, depuis 1680 juſqu'en 1739; mais les inſtrumens de l'Obſervatoire de Paris, dans ce temps-là, étoient moins exacts pour les diviſions que ceux d'Angleterre, ils ne peuvent fournir une détermination plus rigoureuſe que celle qui réſulte des obſervations de Flamſtéed; d'ailleurs je vois que les obſervations de la Hire, calculées par la Caille, lui ont donné le même réſultat, puiſque la durée de l'année eſt la même en employant les obſervations de Flamſtéed.

Après avoir montré tout ce que l'on peut tirer des obſervations anciennes pour la durée de l'année, je vais examiner les obſervations modernes. J'ai pris pour terme de comparaiſon, dans ce ſiècle-ci, les Tables de M. de la Caille, faites vers 1750; elles ont été calculées ſur un grand nombre d'obſervations qui ſe trouvent dans ſon livre intitulé : *Aſtronomiæ fundamenta;* ainſi je n'ai pas beſoin d'examiner les obſervations même, il me ſuffit des Tables qui en contiennent le réſultat. Mais vers le même temps, Tobie Mayer faiſoit auſſi d'excellentes obſervations à Gottingen, pour dreſſer ſes Tables du Soleil & ſon Catalogue d'Étoiles; ſes obſervations du Soleil ne ſont pas imprimées, mais il m'en envoya cinquante-six peu avant sa mort; je vais les rapporter ici avec la comparaison des Tables de la Caille & de celles de Mayer même, imprimées en 1767, mais publiées seulement en 1770, & réimprimées à Paris dans la Connoissance des Temps de 1783, *pag. 298 & suivantes.*

Observations du Soleil, faites à Gottingen, par Tobie Mayer, pendant un an, calculées sur les Tables de la Caille, & sur celles de Tobie Mayer.

Le signe — signifie ce qu'il faut ôter du calcul pour l'accorder avec les Observations.

1756.	TEMPS moyen à PARIS.	LONGITUDE du SOLEIL observée.	ERREURS des Tables de la CAILLE.	ERREURS des Tables de MAYER.
	H. M. S.	*S. D. M. S.*	*S.*	*S.*
Août 7	23. 34. 56	4. 16. 11. 18,0	— 7,7	— 30,0.
15	23. 33. 35	4. 23. 52. 43,3	+ 7,2	+ 13,2.
27	23. 30. 52	5. 5. 27. 55,4	+ 9,9	+ 18,6.
28	23. 29. 18	5. 6. 25. 52,2	+ 4,3	+ 12,3.
29	23. 30. 0	5. 7. 23. 55,7	— 1,7	+ 4,9.
Sept. 2	23. 28. 45	5. 11. 16. 36,3	+ 7,9	+ 3,3.
8	23. 26. 46	5. 17. 6. 30,6	+ 4,5	+ 7,4.
10	23. 26. 4	5. 19. 3. 12,2	— 4,5	— 2,6.
14	23. 24. 41	5. 22. 57. 20,6	— 5,9	— 0,4.
15	23. 21. 20	5. 23. 55. 57,7	— 8,0	— 1,1.
23	23. 21. 35	6. 1. 46. 14,0	— 13,5	— 6,3.
24	23. 21. 15	6. 2. 45. 17,5	— 7,1	— 2,6.
26	23. 20. 35	6. 4. 43. 13,2	— 11,3	— 5,1.
29	23. 19. 37	6. 7. 40. 39,6	+ 0,6	+ 7,7.
Oct. 1	23. 18. 59	6. 9. 38. 43,1	— 9,7	— 7,5.
8	23. 17. 0	6. 16. 33. 46,4	— 3,5	— 3,2.
9	23. 16. 45	6. 17. 33. 10,8	— 4,2	+ 15,6.
10	23. 16. 30	6. 18. 32. 38,1	— 6,4	— 3,9.
15	23. 15. 24	6. 23. 30. 29,0	— 7,4	— 3,2.

Suite

Suite des Observations du Soleil.

1756.	TEMPS moyen à PARIS.	LONGITUDE du SOLEIL observée.	ERREURS des Tables de la CAILLE.	ERREURS des Tables de MAYER.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	S.
Oct. 26	23. 13. 52	7. 4. 29. 5,3	— 8,1	— 1,9.
27	23. 13. 48	7. 5. 29. 5,8	— 10,7	— 5,0.
28	23. 13. 45	7. 6. 29. 11,3	— 11,2	— 5,5.
29	23. 13. 42	7. 7. 29. 16,5	— 11,2	— 6,8.
Nov. 7	23. 13. 55	7. 16. 31. 22,3	— 15,9	— 0,3.
12	23. 14. 32	7. 21. 33. 40,9	— 13,1	— 6,5.
13	23. 14. 42	7. 22. 34. 17,7	— 9,4	— 2,9.
14	23. 14. 53	7. 23. 34. 47,2	— 15,1	— 7,7.
Déc. 10	23. 23. 51	8. 19. 57. 16,0	— 18,3	— 8,5.
11	23. 24. 19	8. 20. 58. 22,0	— 22,8	— 7,6.
23	23. 30. 15	9. 3. 12. 13,8	— 24,2	— 6,7.
1757.				
Janv. 1	23. 34. 37	9. 12. 22. 58,7	— 22,4	— 8,3.
2	23. 35. 5	9. 13. 24. 11,0	— 19,9	— 10,1.
27	23. 43. 22	10. 8. 50. 51,2	— 39,2	— 22,8.
29	23. 43. 42	10. 10. 52. 53,6	— 22,7	— 6,9.
Fév. 11	23. 44. 30	10. 24. 2. 4,8	— 21,6	— 4,5.
14	23. 44. 22	10. 27. 3. 42,8	— 20,1	— 6,9.
18	23. 44. 2	11. 1. 5. 31,8	— 20,0	— 6,6.
19	23. 43. 55	11. 2. 5. 56,5	— 20,2	— 5,4.
23	23. 43. 21	11. 6. 7. 12,6	— 20,1	— 3,7.
24	23. 43. 12	11. 7. 7. 27,1	— 19,8	— 2,9.
Mars 5	23. 41. 19	11. 16. 7. 54,7	— 20,6	+ 0,7.
8	23. 40. 33	11. 19. 7. 27,2	— 19,9	+ 1,9.
9	23. 40. 19	11. 20. 7. 15,9	— 17,6	+ 3,1.
26	23. 35. 14	0. 6. 59. 8,8	— 8,1	+ 8,5.
27	23. 34. 55	0. 7. 58. 23,0	— 1,2	+ 13,9.
Avril 5	23. 32. 11	0. 16. 49. 16,7	— 16,1	+ 2,3.

Suite des Obſervations du Soleil.

1757.	TEMPS moyen à PARIS.	LONGITUDE du SOLEIL obſervée.	ERREURS des Tables de la CAILLE.	ERREURS des Tables de MAYER.
	H. M. S.	S. D. M. S.	S.	S.
Avril 6	23. 31. 53	0. 17. 48. 9,9	— 12,7	+ 6,8.
8	23. 31. 19	0. 19. 45. 44,5	— 11,1	+ 7,8.
18	23. 28. 47	0. 29. 32. 3,1	+ 0,1	+ 11,2.
19	23. 28. 34	1. 0. 30. 22,9	— 8,0	+ 3,8.
27	23. 27. 4	1. 8. 16. 49,1	— 12,8	+ 3,2.
Juin 16	23. 30. 11	2. 26. 17. 43,5	— 6,9	+ 1,6.
20	23. 31. 2	3. 0. 6. 33,3	— 17,1	— 2,1.
Août 5	23. 35. 12	4. 14. 1. 56,2	+ 1,2	+ 1,9.
12	23. 34. 12	4. 20. 45. 20,9	+ 1,8	+ 4,3.
24	23. 31. 29	5. 2. 19. 22,0	+ 3,2	+ 0,5.

Ayant additionné toutes les erreurs poſitives & négatives des Tables de la Caille, qui ſont à côté des obſervations, je trouve l'erreur moyenne — 10 ſecondes, en retranchant ſeulement celle où l'erreur eſt de 39 ſecondes : cette différence de 10 ſecondes eſt aſſez bien d'accord avec les différences des époques dans les Tables de ces deux Auteurs, car celles de Mayer ſont plus petites de 7 ſecondes ; d'ailleurs l'équation eſt exactement la même, le lieu de l'aphélie eſt plus petit de 27 ſecondes dans Mayer, ce qui ne peut produire qu'une ſeconde dans le lieu du Soleil ; ainſi, la différence ne doit venir que de l'époque des longitudes moyennes.

Les 10 ſecondes que l'on trouve de plus dans les obſervations de Mayer, ſuppoſent que les équinoxes ſont arrivés plus tard, & que la durée de l'année eſt plus longue. L'erreur moyenne étant de 10 ſecondes, il faudroit ajouter 1 ſeconde & demie à la durée de l'année, déduite des obſervations de Tycho, & 4 ſecondes à celle qui eſt déduite des obſervations de Flamstéed, comparées à celles de la Caille ; ainsi l'on auroit par celle-ci $365^j\ 5^h\ 48'\ 53''$; mais les Tables de la Caille me paroissent préférables, comme ayant été déduites d'un plus grand nombre d'observations, & toutes par des hauteurs correspondantes : on va voir d'ailleurs que ce résultat est encore confirmé par des observations postérieures.

En effet, les observations faites en 1780, m'ont fourni une dernière preuve de l'exactitude des déterminations précédentes. Le grand quart-de-cercle de M. Bergeret, construit par Bird, en Angleterre, le dernier & le meilleur instrument de ce célèbre Artiste, a été placé à l'École Royale-militaire de Paris, en 1778 ; M. Dagelet y a fait un grand nombre d'observations ; il m'a communiqué ses Journaux, & j'en ai extrait cinquante-six hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, observées en 1780, tant dans les signes ascendans que dans les signes descendans ; j'en ai déduit les déclinaisons du Soleil en supposant l'erreur de la lunette $+ 3'\ 39''$; j'ai calculé les longitudes, je les ai comparées avec les Tables de la Caille, & j'ai trouvé les différences marquées dans la Table suivante, où je me suis contenté de mettre les quarante observations qui s'accordent le mieux.

Observations faites à l'École Militaire, par M. Dagelet, Professeur de Mathématiques.

DATES des OBSERV. de 1780.	DISTANCES du bord supérieur du SOLEIL au Zénith.	LONGITUDE déduite de la HAUTEUR.	CORR. des TABLES.
	D. M. S.	S. D. M. S.	S.
Fév. 4	64. 44. 7	10. 15. 23. 14	+ 47.
5	64. 26. 2	10. 16. 23. 18	+ 4.
10	62. 51. 51	10. 21. 26. 43	— 10.
17	60. 30. 5	10. 28. 30. 43	— 2.
20	59. 26. 25	11. 1. 31. 51	— 3.
23	58. 21. 12	11. 4. 32. 48	— 7.
24	57. 58. 49	11. 5. 33. 57	+ 47.

Suite des Observations faites à l'École Militaire.

DATES des OBSERV. de 1780.		DISTANCES du bord supérieur du SOLEIL au Zénith.			LONGITUDE déduite de la HAUTEUR.				CORR. des TABLES.
		D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.
Mars	3	54.	57.	52	11.	13.	34.	54	+ 40.
	4	54.	34.	59	11.	14.	34.	22	+ 5.
	14	50.	40.	30	11.	24.	32.	39	— 27.
	18	49.	5.	46	11.	28.	31.	7	+ 2.
	19	48.	42.	5	11.	29.	30.	40	+ 6.
	21	47.	54.	35	0.	1.	29.	11	— 10.
	23	47.	7.	54	0.	3.	27.	25	— 43.
	28	45.	10.	30	0.	8.	23.	51	— 31.
	29	44.	47.	12	0.	9.	23.	0	— 31.
Avril	4	42.	28.	56	0.	15.	17.	27	— 32.
	17	37.	44.	0	0.	28.	0.	46	— 43.
	18	37.	23.	10	0.	28.	59.	15	— 43.
	29	33.	47.	5	1.	9.	40.	49	— 27.
Août	16	35.	0.	30	4.	24.	5.	24	+ 14.
	17	35.	19.	46	4.	25.	3.	13	+ 18.
	26	38.	21.	50	5.	3.	44.	5	— 2.
	30	39.	47.	20	5.	7.	36.	40	+ 24.
Sept.	6	42.	21.	56	5.	14.	24.	12	+ 21.
	7	42.	44.	28	5.	15.	22.	31	+ 21.
	13	45.	1.	25	5.	21.	12.	55	+ 25.
	15	45.	47.	43	5.	23.	10.	8	+ 26.
	16	46.	10.	52	5.	24.	8.	39	+ 18.
	22	48.	30.	55	6.	0.	1.	3	+ 17.
	23	48.	54.	21	6.	0.	59.	58	+ 15.
	25	49.	41.	15	6.	2.	57.	51	+ 21.
	28	50.	51.	27	6.	5.	54.	43	— 0.
Oct.	6	53.	57.	20	6.	13.	48.	7	+ 6.
	8	54.	43.	15	6.	15.	46.	51	+ 10.
	9	55.	6.	5	6.	16.	46.	16	+ 12.
	13	56.	36.	22	6.	20.	43.	58	+ 1.
	14	56.	58.	45	6.	21.	43.	42	+ 19.
	16	57.	43.	3	6.	23.	42.	59	+ 21.
	24	60.	34.	17	7.	1.	41.	12	+ 15.

Ces quarante observations donnent pour l'erreur moyenne des Tables + 3″ ½, celles de Flamſtéed donnent + 1″, en choiſiſſant les trente-quatre qui s'accordent le mieux; ainſi il n'y a ſur le mouvement du Soleil, en quatre-vingt-dix ans, que 2″ ½ à ajouter; c'eſt une demi-ſeconde à ôter de la durée de l'année, qui ſera par conſéquent 365ʲ 5ʰ 48′ 48″ ½. J'ai trouvé 49 ſecondes par les obſervations de la Caille, 53 ſecondes par celles de Mayer; mais celles de M. Dagelet, ayant trente ans d'intervalle de plus, doivent avoir l'avantage: le milieu donne 50 ſecondes, tandis que les obſervations d'Hipparque m'ont donné 48 ſecondes, celles de Walterus 50 ſecondes, celles de Tycho & celles de Bologne 46 ſecondes; en s'en tenant à 48 ſecondes, on ne court pas riſque de ſe tromper de 2 ſecondes.

Il eſt donc ſuffiſamment prouvé par les meilleures obſervations du dernier ſiècle, de même que par les plus anciennes, que la durée actuelle de l'année eſt de 365ʲ 5ʰ 48′ 48″.

Riccioli, dans ſon Aſtronomie réformée, trouvoit déjà la même choſe; & M. Caſſini une ſeconde de plus *(Élémens d'Aſtronomie, page 232)*. L'accord des obſervations anciennes & modernes, éloigne toute idée d'accélération dans le mouvement de la Terre, ou d'équation ſéculaire qu'on voudroit introduire dans les Tables du Soleil, à l'exemple de M. Euler, dans ſes Opuſcules, en 1746, & de M. Clemm; ainſi l'on doit être raſſuré de plus en plus, ſur la menace de deſtruction, que M. Euler nous faiſoit dans les *Tranſactions philoſophiques de 1749, vol. XLVI, page 203,* & à laquelle j'ai déjà répondu dans les *Mémoires de l'Académie pour 1757, page 413;* les équinoxes de Ptolémée l'avoient induit en erreur, mais j'ai fait voir ci-devant qu'il falloit abſolument les rejeter.

Cependant M. le Gentil avoit auſſi jugé aſſez vraiſemblable que l'année étoit devenue plus courte, & cela pour une cauſe fort différente, tirée de la période de ſix cents ans *(Mémoires de l'Académie, 1756, page 75;* & M. Bailly *(Mém. 1773, page 170),* en paroît perſuadé. Josèphe, dans ſes Antiquités judaïques *(liv. I, chap. 3, article 15)*, nous dit que ce n'eſt qu'après la révolution de ſix ſiècles que s'accomplit la grande année: M. Caſſini regarde cette période comme une des plus belles qu'on ait eues *(anciens Mémoires, tome V, page 5)*; mais il ne dit pas que cette période ait jamais été rigoureuſement exacte; M. le Gentil dit auſſi qu'il ne doute point de l'accélération de la Terre, ſoit d'après ce que l'on trouve dans les Mémoires de l'Académie pour 1750, où la choſe eſt établie par des obſervations peu éloignées à la vérité les unes des autres, mais en même temps très-exactes, ſoit d'après les recherches qu'il a faites ſur la grandeur & la forme de l'année chez les anciens Égyptiens, comparée à celle que nous ſuivons aujourd'hui : examinons ces trois raiſons. Pour que la période de ſix cents ans eût ramené autrefois le Soleil & la Lune au même point du ciel, il faudroit que la durée de l'année eût été plus longue de $2' 50''$; car ſix cents années ſolaires, chacune de $365^j 5^h 48' 48''$, font $18934156800''$, & ſept mille quatre cents vingt-un mois lunaires, chacun de $29^j 12^h 44' 2'', 8921$ font $18934257702''$; la différence eſt de $1^j 4^h 31' 42''$, cette différence eſt trop grande pour qu'on puiſſe ſuppoſer, ſans preuve, que cette période de ſix cents ans ramenoit autrefois le Soleil & la Lune exactement au même lieu; s'il eſt permis de ſuppoſer qu'elle étoit très-exacte autrefois, il eſt permis auſſi de ne croire ni à l'ancienneté de cette période ni à ſon exactitude. Ce que M. de la Caille dit dans les Mémoires de 1750, *p. 27*, c'eſt que la durée de l'année eſt actuellement plus petite que celle qui a été employée par Caſſini, Flamſtéed, Halley & Newton; cela ne ſignifie pas qu'elle a diminué, mais ſeulement qu'on l'avoit mal déterminée.

A l'égard de l'année des anciens Égyptiens, on n'a là-deſſus que des notions trop imparfaites pour qu'on puiſſe en tirer aucune conſéquence; ainſi les trois raiſonnemens de M. le Gentil ne ſuffiſent point du tout pour faire croire à l'accélération du Soleil.

L'année tropique étant bien connue, il faut en déduire l'année ſydérale, & pour cela il faut connoître exactement la préceſſion des équinoxes; car une augmentation de 10 ſecondes ſur la préceſſion d'un ſiècle, augmente de $2'',38$ la différence entre l'année tropique & l'année ſydérale : mais j'ai fait voir dans mon Mémoire ſur la préceſſion des Équinoxes *(Mém. 1781)*, par un grand nombre de comparaiſons, que la préceſſion eſt de $1^d\,23'\,45''$ dans ce ſiècle-ci ; & cela me donne la durée de l'année ſydérale $365^j\,6^h\,9'\,11'',56$.

La durée de l'année employée dans la réformation du Calendrier Grégorien, étoit de $365^j\,5^h\,49'\,16''$, c'eſt-à-dire, trop grande de 28 ſecondes ; on ne put faire mieux pour lors que d'adopter les Tables Alphonſines, & le mouvement du Soleil y avoit été fixé avec une exactitude qui paroît ſurprenante pour ce temps-là.

La petite erreur de 28 ſecondes eſt peu ſenſible pour l'uſage civil ; car je trouve que pour repréſenter exactement la durée que je viens de déterminer, il faudroit réellement omettre ſept biſſextiles en neuf cents ans, c'eſt-à-dire, qu'en trois mille ſix cents ans, il en faudroit retrancher 28, au lieu de 27 que l'on retranche : ainſi l'erreur du Calendrier Grégorien ne ſera ſenſible qu'en l'an 5200 ; on pourroit alors omettre une biſſextile ſéculaire, en ſorte qu'il n'y en auroit point depuis l'année 4800 juſqu'à l'année 5600.

Au reſte, cette différence eſt plus petite que celle qu'il y a entre l'année moyenne dont je viens de déterminer la longueur, & l'année ſolaire vraie, qui eſt toujours plus ou moins longue ſuivant le point d'où l'on part : ſi ces différences méritoient d'être conſidérées dans le Calendrier, il y en auroit une plus digne d'attention, ce ſeroit celle des différens mois de l'année, qui pourroient être d'accord avec le mouvement du Soleil, en faiſant de trente-un jours ceux où le Soleil eſt du côté de ſon apogée, & les autres de trente, comme l'a remarqué M. Carouge, dans le *Journal des Savans de 1776* & de *1779.* Alors le Soleil entreroit dans chaque ſigne le premier jour de chaque mois, & les intercalations que je viens de propoſer conſerveroient pendant bien des ſiècles une conformité exacte entre l'année civile & l'année ſolaire : mais enfin le mouvement de l'apogée du Soleil, produit par les attractions de Vénus & de Jupiter, dérangeroit encore dans la ſuite cette harmonie.

Entrée du Soleil dans les douze signes, avec le temps qu'il emploie à parcourir chaque signe.

1781.	20 Déc.	21h 39′	29j 10h 22′
1782.	19 Janv.	8. 1	29. 14. 51.
	17 Fév.	22. 52	30. 0. 27.
	19 Mars	23. 19	30. 12. 49.
	19 Avril	12. 8	30. 17. 24.
	20 Mai	5. 22	31. 16. 8.
	20 Juin	21. 30	31. 10. 50.
	22 Juillet	8. 20	31. 6. 21.
	22 Août	14. 41	30. 20. 27.
	22 Sept.	11. 8	30. 7. 53.
	22 Oct.	19. 1	29. 20. 11.
	21 Nov.	15. 12	29. 12. 10.
	21 Déc.	3. 32	29. 10. 25.
1783.	19 Janv.	13. 57	

On voit par cette Table, que le Soleil est plus long-temps dans notre hémisphère que dans celui du midi, & que la différence est de $7^j\ 17^h\ 44'$. On voit aussi qu'il s'en faut de six heures seulement que la demeure du Soleil, dans les six signes méridionaux, ne fasse les cent soixante-dix-neuf jours, que donneroient les six mois de trente jours, en ôtant un jour de Février. L'intervalle de Mars en Septembre surpasse de douze heures la durée des six mois qui auroient trente-un jours chacun ; il n'y auroit donc entre ces deux intervalles, qui doivent différer de six heures, à cause de la durée de l'année, $365^j\ 6^h$, qu'une différence de douze heures; ainsi la méthode popofée donneroit fort bien la correspondance des signes célestes avec les mois civils. Mais il n'y a pas d'apparence qu'on entreprenne une nouvelle réformation du Calendrier, & il me suffit d'avoir indiqué la manière dont on pourroit l'exécuter.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS

FAITES À L'OBSERVATOIRE ROYAL,

Au mois de Juin de l'année 1782.

Et particulièrement des Hauteurs méridiennes du Soleil au solstice d'été des années 1779, 1780 & 1782.

Par M. CASSINI fils.

SI les cinq premiers mois de cette année ont été les plus défavorables à l'Astronomie, que l'on ait peut-être vus depuis long-temps, il faut convenir que l'on ne pouvoit en être mieux dédommagé qu'on ne l'a été par le beau temps qui a régné dans le mois de Juin, au moment le plus intéressant par le grand nombre d'observations importantes qui ont eu lieu pendant ce mois. L'entrée du Soleil dans le Tropique; l'opposition des deux Planètes supérieures, Jupiter & Saturne, avec le Soleil; celles de la Lune; la plus grande digression de Mercure; le passage de Vénus par son aphélie: plusieurs éclipses des Satellites de Jupiter; tels sont les objets qui ont dû occuper les Astronomes pendant ce mois, & sur lesquels nous allons rapporter dans ce Mémoire, nos observations & leurs résultats.

31 Juillet 1782.

Nous commencerons par les hauteurs solsticiales, en y joignant celles de quelques années précédentes, pour servir de suite à un ancien Mémoire dont nous allons parler tout-à-l'heure.

§. I.

Observations des Hauteurs méridiennes du Soleil au solstice d'Été des années 1779, 1780 & 1782.

AVANT de rapporter ici les observations que nous avons faites cette année, de la hauteur méridienne du Soleil aux environs du solstice, nous croyons devoir rappeler les principaux résultats d'un long travail dont nous avons fait part à l'Académie en 1778, dans un Mémoire lû le 29 Août de la même année.

L'objet de ce Mémoire étoit de rechercher & de faire connoître ce que les observations modernes les plus exactes pouvoient nous apprendre sur la grandeur de l'obliquité de l'Écliptique & sur ses variations.

Pour y parvenir, nous avons rassemblé, discuté & calculé près de trois cents observations faites dans l'espace de trente-cinq ans, dans le même lieu, en partie par les mêmes Observateurs, & toutes avec le même quart-de-cercle de six pieds de rayon, qui existe encore à l'Observatoire, ce qui nous a donné les résultats suivans:

Obliquité vraie de l'Écliptique { vers 1743. . 23^d 28′ 24″,5
vers 1778. . 23. 27. 54.

A la confirmation de ces résultats, nous avons appelé d'autres Observations faites avec un instrument ou secteur également de six pieds de rayon, & qui nous ont donné pareillement,

Obliquité vraie de l'Écliptique vers 1739. . . . 23. 28. 26.

Ayant ensuite comparé les observations des différentes années où les circonstances nous paroissent avoir été les plus favorables à l'exactitude des résultats, voici ce que nous en avons conclu:

1.° Nous avons reconnu qu'en général une diminution réelle avoit lieu dans l'obliquité de l'Écliptique:

2.° Nous avons soupçonné que cette diminution n'avoit pas toujours une marche égale:

3.° Enfin en variant nos calculs de toutes les manières, & employant non-seulement les observations du Soleil, mais même celles de plusieurs Étoiles, nous avons été frappés d'un accord dans les résultats, qui nous a porté à croire que la diminution totale pouvoit aller, dans l'espace d'un siècle, au moins à une minute.

Mais, ajoutions-nous dans ce Mémoire (page 485), *Nous ne dissimulerons pas que quelque bien faites que l'on suppose les Observations, elles sont encore trop peu nombreuses, & ne peuvent donner qu'un à peu-près dans la présente recherche.* Et plus loin (p. 502) *quarante années d'Observations faites, pour la plupart, avec toutes les circonstances que l'on peut desirer, ne sont pas encore suffisantes pour décider la question.*

Tel est le précis du Mémoire que nous lûmes en 1778; nous devions nous attendre que sur une matière aussi délicate, les avis seroient partagés; nous savions même déjà que, quant à la quantité absolue de l'obliquité de l'Écliptique, nous ne nous trouvions nullement d'accord avec M. Dagelet.

Selon lui, l'obliquité vraie de l'Écliptique, en 1778, étoit de	$23^d\ 28'\ 12''$
Selon nous	23 27. 55,2.

L'année dernière, M. de la Lande lut un Mémoire dans une de nos Séances, où il établit la diminution de l'obliquité de l'Écliptique par siècle, de 33 secondes, tandis que selon nous elle doit être d'environ 60 secondes: M. le Monnier, de son côté, par les Observations faites au gnomon de Saint-Sulpice, trouve cette variation nulle.

En remarquant une différence aussi considérable entre nos résultats & ceux qu'ont tirés de leurs Observations, des Astronomes dont les autorités sont pour nous très-respectables, nous avons pensé qu'au lieu de chercher à soutenir notre opinion, & à la faire prévaloir sur celle d'autrui, il falloit sacrifier notre amour-propre à la recherche de la vérité; & soupçonnant l'erreur plutôt de notre côté que d'un autre, chercher de bonne foi si nous pourrions la découvrir; enfin d'ajouter de nouvelles Observations faites avec un nouveau soin, pour obtenir de nouveaux résultats: nous ne doutons pas que ces Messieurs n'en agissent de même, & ne rendent compte des nouvelles Observations qu'ils ont été & seront dans le cas de faire, & cela avec les mêmes détails que ceux où nous allons entrer.

Ne pouvant soupçonner aucune erreur dans les calculs que nous avions faits, vérifiés & variés de toutes les manières; doutant encore moins de l'attention & de l'exactitude avec lesquelles ont été faites les anciennes Observations; ayant enfin, pour autoriser notre confiance dans celles qui nous sont propres, le témoignage d'un très-grand accord dans les résultats d'opérations, multipliés & variés, il ne nous restoit à jeter notre incertitude que sur l'instrument même; & en effet dans notre premier travail, nous n'avions eu (& nous n'avions pu avoir, faute de données) aucun égard à l'erreur qui pouvoit avoir lieu dans la division de l'instrument.

Quoique cette erreur ne pût être raisonnablement soupçonnée assez forte pour produire la différence susdite entre les résultats, il étoit néanmoins très-important de s'éclaircir sur ce point; en conséquence, nous résolumes de nous livrer à cette recherche; & pour y parvenir par le moyen le plus simple & le plus court, nous primes le parti de porter sur ce quart-de-cercle une nouvelle division qui, en laissant subsister l'ancienne, offriroit sans cesse à l'avenir, un point de comparaison & de vérification.

Cette opération fut exécutée au mois de Mai de l'année 1779, par le sieur Lennel, qui, travaillant avec nous & sous nos yeux, y apporta toute l'attention, les précautions & l'adresse nécessaires dans un travail aussi délicat; il seroit trop long de rapporter ici le procès-verbal très-détaillé que nous dressames jour par jour de cette opération, on le trouvera dans un autre Ouvrage, il nous suffira de dire qu'ayant porté à plusieurs reprises, dans différens momens, le rayon du cercle de l'ancienne division, sur les points 0^d & 60^d, nous trouvames constamment cet arc de 60 degrés, trop court d'une quantité qui fut évaluée de la manière que nous allons l'expliquer.

Nous eumes soin de porter notre nouvelle division sur un cercle concentrique, & seulement éloigné d'environ

$\frac{3}{10}$ de ligne au-dessous du cercle de la division du sieur Langlois, de manière que dans le même microscope on aperçût en même temps l'ancien & le nouveau point l'un au-dessus de l'autre; on peut en conséquence amener le fil à plomb à volonté, ou sur l'une ou sur l'autre division, & estimer à peu-près d'un même coup-d'œil la différence qu'il y a entre les deux. Nous avons donc commencé, en amenant le fil-à-plomb sur chaque point de notre nouvelle division, par déterminer à peu-près à l'estime & en parties de point de l'ancienne division, les différences respectives; cela fait, nous avons cherché à déterminer la valeur de ces différences par l'observation directe, & voici comment nous y avons réussi: de deux Observateurs qu'il falloit pour cette opération, l'un ayant toujours l'œil au microscope, plaçoit le fil-à-plomb sur l'ancienne division, lors du passage au méridien d'une Étoile quelconque; l'autre Observateur ayant l'œil à la lunette, prenoit avec le micromètre la hauteur de cette Étoile, environ 8 secondes avant son passage au fil vertical: cela fait, le premier changeoit doucement le fil, & le ramenoit sur la nouvelle division; & le second prenoit de nouveau avec le micromètre la hauteur de la même Étoile, 8 secondes après son passage au vertical; la différence qui n'étoit jamais que de quelques parties de micromètre, donnoit ainsi très-directement l'évaluation de la différence des deux divisions. C'est par cette opération répétée & faite avec tout le soin & l'adresse qu'elle exige, que nous sommes parvenus à reconnoître que la différence des divisions à la hauteur du solstice, est entre 8 & 9 secondes; voilà donc établie pour cette hauteur la limite de l'erreur de l'ancienne division: une erreur, ou plutôt une différence de 8 secondes dans les arcs de 60 degrés, en a dû produire une de 12 secondes entre les arcs de 90 degrés; en effet, l'Observation nous a donné 15 secondes; on voit que cette méthode demande le concours de deux Observateurs, & la circonstance rare d'un grand calme, sans lequel l'ouverture de la trappe donne lieu à l'agitation du fil-à-plomb; cette opération ne peut même se faire que sur les Étoiles, encore faut-il choisir celles qui par la grandeur de leur diamètre apparent par rapport au diamètre du fil, sont les plus faciles à couper par le curseur de la même manière, les Étoiles de la première grandeur sont trop fortes, celles de la cinquième trop petites. Il faudra un temps considérable pour déterminer ainsi directement toutes les différences des deux divisions, aussi ne les avons-nous encore déterminées qu'environ sur une trentaine de points; mais nous nous sommes attachés principalement à ceux sur lesquels tombent plus communément nos observations.

L'opération de la nouvelle division de notre quart-de-cercle fut achevée dans les premiers jours de Juin; on se doute bien que nous nous hâtames de le remonter. Il fut remis en place le 12 Juin au soir, & dès le 13 nous commençames à en faire usage, ce qui nous donna les résultats suivans.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, prises à la nouvelle division.

1779.	HAUTEURS OBSERVÉES.			RÉDUCTION au SOLSTICE.		HAUTEUR solsticiale du bord supér. du SOLEIL.		
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin 13.	64.	40.	34,8	13.	48,8	64.	54.	23,6.
15.	64.	46.	25,7	7.	53,3	64.	54.	19,0.
18.	64.	52.	23,2	2.	5,3	64.	54.	28,5.
19.	64.	53.	25,3	0.	59,1	64.	54.	24,4.
23.	64.	53.	48,2	0.	41,9	64.	54.	30,1.
25.	64.	51.	13,8	3.	0,9	64.	54.	14,7

Supposons	Le demi-diamètre.............	0^d	15′	47″,2.
	La parallaxe..............	0.	0.	3,4.
	La réfraction..............	0.	0.	27,0.
	L'angle de la Lunette..........	90.	0.	23,0.
	La hauteur de l'Équateur.......	41.	9.	48,0.
	La nutation...........		—	3,0.

On aura

L'obliquité de l'Écliptique	Apparente	23^d	$28'$	$3'',3$
	Vraie.	23.	28.	0,3.

De ces six observations, rejetant celle du 25, qui s'écarte trop des autres, le milieu entre les cinq autres, nous donne

Pour la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, telle que l'a donnée notre instrument	64^d	$54'$	$25'',1$.
Et corrigée de l'erreur de la lunette	64.	54.	2,1.

D'où l'on conclut une obliquité plus grande seulement de 5 secondes que celle que nous avions trouvée en 1778. Mais nous avouerons que nous donnons peu de confiance à ce résultat, quoiqu'il nous soit favorable, d'autant que nous nous aperçumes que le fil curseur n'étoit pas bien horizontal, il fallut même y retoucher, aussi nos Observations n'ont-elles pas le même accord qu'elles ont coutume d'offrir; la vérification de l'angle de la lunette ne put être faite qu'environ six semaines après, par le renversement; enfin le ciel ne fut pas des plus favorables, nous fumes plus heureux l'année suivante 1780: voici ce que nous donnèrent nos Observations.

Hauteurs méridiennes du bord ſupérieur du Soleil, priſes à la nouvelle diviſion.

1780.	HAUTEURS obſervées à la LUNETTE horizontale.	RÉDUCTION au SOLSTICE.	HAUTEUR ſolſticiale du bord ſupérieur du SOLEIL.
	D. M. S.	*M. S.*	*D. M. S.*
Juin 15	64. 48. 13,5	6. 4,0	64. 54. 17,5.
17	64. 51. 50,5	2. 25,1	64. 54. 15,6.
18	64. 52. 58,9	1. 12,7	64. 54. 11,6.
19	64. 53. 53,5	0. 25,2	64. 54. 18,7.
24	64. 51. 39,8	2. 39,1	64. 54. 18,9.
25	64. 50. 0,0	4. 19,9	64. 54. 19,9.
26	64. 47. 53,0	6. 27,1	64. 54. 20,1.
	à la lunette du milieu, vers l'orient.		
27	24. 10. 51,5	8. 56,2	24. 19. 47,7.
28	24. 7. 58,5	11. 51,1	24. 19. 49,6.
29	24. 4. 38,0	15. 10,9	24. 19. 48,9.

Suppoſant { L'angle de la lunette horizontale.. 90^d 0′ 16″,5.
L'angle de la lunette du milieu... 49. 25. 51,4.
La nutation........... — 5,6.

Et le reſte, comme ci-deſſus.

On aura

L'obliquité de l'Écliptique { Apparente ...... 23. 28. 1,9.
Vraie *(lun. horiz.)* 23. 27. 56,3.

On voit par la Table précédente, combien nous avons cherché à multiplier & à varier nos Obſervations ; notre inſtrument à deux lunettes, fixées, l'une vers le quatre-vingt-dixième degré de la diviſion, & que nous appelons *lunette horizontale ;*

horizontale; l'autre vers le quarante-neuvième degré, nous appelons celle-ci *lunette du milieu.* Nous avons déterminé les hauteurs folsticiales séparément par chacune de ces lunettes: en conséquence, depuis le 15 Juin jusqu'au 26 inclusivement, nous avons pris les hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil avec la lunette horizontale. Ces sept jours d'observations, dont les résultats, à l'exception de celui du 18, s'accordent parfaitement, donnent

Pour la hauteur folsticiale du bord supérieur du Soleil, telle que la donne la lunette . . . . $64^d\ 54'\ 18'',0.$

Et en corrigeant de l'erreur de cette lunette ($0'17'',3$). $64.\ 54.\ 0,7.$

Pendant les trois jours suivans, nous avons pris les hauteurs méridiennes du Soleil avec la lunette du milieu; les trois résultats très-d'accord entr'eux, ont donné

Pour la hauteur observée . . . . $24^d\ 19'\ 48'',7.$

Ce qui donne la hauteur folsticiale du bord supérieur du Soleil, ayant égard à l'angle de la lunette ($49^d\ 25'\ 51'',4$) . . . . $64.\ 53.\ 57,3.$

C'est, comme l'on voit, à $3'',4$ près, le même résultat qu'avec l'autre lunette; d'où l'on conclura, si l'on prend un milieu entre les résultats des deux lunettes,

L'obliquité vraie de l'Écliptique . . . . $23.\ 27.\ 54,6.$

c'est à $5'',7$ près ce que nous avions trouvé l'année précédente.

En 1781, nous ne pumes faire aucune observation, ayant été obligés de déplacer notre quart-de-cercle pour la construction du nouveau Cabinet, qui nous a interdit pendant plus d'une année l'usage de nos principaux instrumens. Passons donc aux observations de cette année, qui sont sans doute les plus exactes & les plus concluantes par leur multiplicité, leur accord, & toutes les circonstances que l'on pouvoit desirer.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil, prises à la nouvelle division, avec la lunette du milieu.

1782.	HAUTEURS OBSERVÉES.			RÉDUCTION au SOLSTICE.		HAUTEUR solsticiale du bord supérieur du SOLEIL.		
	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.
Juin 13	24.	7.	11,1	12.	52,5	24.	20.	3,6.
15	24.	12.	46,4	7.	11,2	24.	19.	57,6.
17	24.	16.	57,6	3.	8,0	24.	20.	5,6.
Juillet 5	23.	39.	13,5	40.	47,5	24.	20.	1,0.
Avec la lunette horizontale.								
Juin 18	64.	52.	39,2	1.	44,0	64.	54.	23,2.
19	64.	53.	34,6	0.	45,1	64.	54.	19,7.
20	64.	54.	6,5	0.	10,0	64.	54.	16,5.
22	64.	54.	3,6	0.	15,3	64.	54.	18,9.
23	64.	53.	24,0	0.	55,2	64.	54.	19,2.
Juillet 1	64.	33.	24,0	21.	0,0	64.	54.	24.0.
3	64.	24.	19,7	30.	5,7	64.	54.	25,4.

Supposant l'angle de la lunette horiz. $\begin{cases} 90^d\ 0'\ 16''\tfrac{1}{2}, & \text{nouv. division.} \\ 90.\ 0.\ 33,3, & \text{anc. division.} \end{cases}$

L'angle de la lunette du milieu..... 49. 25. 58,6.

La nutation............... — 8,8.

Le reste comme ci-dessus.

On aura

Obliquité de l'Écliptique.... $\begin{cases} 23.\ 28.\ 5,4, & \text{apparente.} \\ 23.\ 27.\ 56,6, & \text{vraie.} \end{cases}$

Les quatre hauteurs des 13, 15, 17 Juin & 5 Juillet, ont été prises à la lunette du milieu & à la nouvelle division; prenant un milieu entre leurs résultats, elles donnent

Pour la hauteur observée	24^d	$20'$	$2'',0$.
D'où l'on conclut la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, ayant égard à l'angle de la lunette ($49^d\ 25'\ 58'',6$)	64.	54.	3,4.

Les sept observations qui ont été faites avec la lunette horizontale, & encore à la nouvelle division, donnent par un milieu

La hauteur solsticiale, telle que la donne la lunette ..	64.	54.	21,0.
Et en corrigeant de l'erreur de cette lunette ($0'\ 16'',5$)	64.	54.	5,0.

Les deux lunettes s'accordent donc à donner la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil à $1'',6$ près, en employant la nouvelle division; d'où prenant un milieu entre les deux résultats, on conclut

L'obliquité vraie de l'Écliptique .... $23^d\ 27'\ 56'',6$.

Ayant ainsi déterminé la hauteur solsticiale par onze observations, faites à deux lunettes différentes & sur la nouvelle division, nous avons fait encore trois nouvelles observations les 24, 25 & 26 Juin avec la lunette horizontale, & sur l'ancienne division; mais ces trois observations étant peu d'accord entr'elles, nous les avons rejetées.

Voilà donc une obliquité de l'Écliptique conclue pendant trois années d'observations, avec deux lunettes différentes, sur différens points du limbe, & qui toutes concourent non-seulement à donner cette obliquité au-dessous de $23^d\ 28'$, mais encore viennent confirmer le dernier résultat que j'avois donné dans mon ancien Mémoire, où j'avois établi la grandeur de cet angle vers 1778, de $23^d\ 27'\ 55''$. Il nous reste actuellement, pour ne rien laisser à desirer, & apprécier l'exactitude de ces résultats, que de justifier de la vérification de l'erreur des lunettes & de celle de la division; car il est naturel que l'on nous fasse cette question, laquelle des deux divisions, portée sur votre instrument, doit être préférée? c'est sur quoi nous espérons ne laisser bientôt aucun doute.

Vérification de l'angle des Lunettes.

Nous avons déjà dit qu'en 1779, la vérification de la lunette horizontale fut faite par le renverſement : en effet, le 2 Août, à quatre heures du matin, ayant pointé la lunette ſur la tour de l'Hay, éloignée de l'Obſervatoire de 3425 toiſes, & ayant pris la hauteur de cette tour & celle d'une cheminée dans la poſition droite & dans la poſition renverſée de l'inſtrument, & ayant appliqué une correction de 50",7 pour une différence de 5 [pieds] 1 [pouce] de hauteur de la lunette dans les deux opérations, nous avons trouvé par un milieu

L'angle de la lunette horizontale, par rapport au premier point de la diviſion, de........................ 90^d 0' 23",0.

En 1780, la même opération du renverſement fut faite le 23 Mars, & donna

L'angle de la lunette horizontale de............ 90. 0. 23,2.

Nous eumes de plus l'attention de faire la vérification des deux lunettes par le retournement, en Janvier & en Juin : voici les obſervations rapportées telles qu'elles ont été faites.

α de Persée; lunette horizontale.

1779.		
Déc. 23.	90d 13′ 50″,5.	à l'Or.
1780.		
Janv. 22.	59,5.	
Par un milieu.	90. 13. 55,0.	
1780.		
Janv. 4.	89. 46. 39,3.	à l'Occ.
8.	34,4.	
Par un milieu.	89. 46. 36,8.	
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 16,0.	

η de la grande Ourse; lunette horiz.

1780.		
Mai 28.	91d 35′ 15″,1.	à l'Or.
Juin 9.	16,7.	
21.	16,1.	
25.	17,0.	
Par un milieu.	91. 35. 16,2.	
1780.		
Juin 10.	88. 25. 19,7.	à l'Occ.
12.	15,4.	
13.	18,9.	
Par un milieu.	88. 25. 18,0.	
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 17,1.	

α de Persée ; lunette du milieu.

1779.		
Déc. 25.	$49^d\ 39'\ 36'',5$	à l'Or.
1780.		
Janv. 14.	38,9.	
31.	33,8.	
Par un milieu.	49. 39. 33,1.	
1779.		
Déc. 31.	49. 12. 9,2.	à l'Occ.
1780.		
Janv. 7.	13,3.	
12.	5,2.	
13.	7,2	
Par un milieu.	49. 12. 8,7.	
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 25. 51,0.	

η de la grande Ourse ; lunette du milieu.

1780.		
Juin 28.	$51^d\ 0'\ 45'',7$.	à l'Or.
Juillet 13.	44,1.	
Par un milieu.	51. 0. 45,0.	
1780.		
Juillet 7.	47. 50. 58,7.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 25. 51,8.	

En 1782, nous nous sommes particulièrement appliqués à déterminer l'angle des lunettes sur chacune des deux divisions, par l'opération du retournement : voici ce que nous ont donné nos observations.

η de la grande Ourse; lunette du milieu.

Nouvelle division.		
1782.		
Juin 11.	51d 0' 11",0.	à l'Or.
13.	9,0.	
14.	9,8.	
Par un milieu.	51d 0' 10",0.	
1782.		
Mai 29.	47. 51. 43,4.	à l'Occ.
Juin 2.	44,3.	
6.	48,7.	
7.	52,7.	
Par un milieu.	47. 51. 47,2.	
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 25. 58,6 *.	

Arcturus; *lunette du milieu.*

Ancienne division.		
1782.		
Juin 24.	20d 55' 53",7.	
25.	48,3.	
Par un milieu.	20. 55. 51,0.	
1782.		
Juin 28.	77. 56. 23,0.	à l'Occ.
29.	18,6.	
Par un milieu.	77. 56. 20,8.	
Donc, angle de la lunette du milieu.	49. 26. 6,0.	

* L'angle de la lunette *M*, déterminé cette année, est plus grand de 7 secondes qu'en 1780, & l'on ne doit point en être étonné, lorsqu'il a fallu déplacer l'instrument en 1781, pour la construction des nouveaux Cabinets, quelque précaution qu'on ait prise, cette lunette se trouvant au milieu de la carcasse, a dû souffrir un peu dans le transport.

η de la grande Ourse; lunette horiz.

Nouvelle division.		
1782.		
Juin 15.	91^d 34′ 30″,0.	à l'Or.
16.	28,9.	
Par un milieu.	91. 34. 29,0.	
1782.		
Juin 17.	88. 26. 4,0.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 16,5.	

η de la grande Ourse; lunette horiz.

Ancienne division.		
1782.		
Juin 25.	91^d 34′ 42″,9.	à l'Or.
30.	40,6.	
Par un milieu.	91. 34. 41,7.	
Juin 28.	88. 26. 20,8.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 31,0.	
1782.		
Juill. 20.	91. 34. 42,0.	à l'Or.
27.	88. 26. 42,4.	à l'Occ.
Donc, angle de la lunette horizontale.	90. 0. 32,2.	

Nous aurions pu nous dispenser cette année de vérifier l'instrument par le renversement, puisque les observations de η de la grande Ourse, nous prouvoient que la lunette *H* n'avoit point varié depuis 1780, où cette opération avoit été faite : néanmoins nous ne voulumes rien négliger ni rien omettre pour la plus parfaite justification de nos résultats. Il y a plus, il nous restoit quelque scrupule sur la manière dont nous faisions anciennement cette opération. Nous avons dit plus haut que nous avions coutume de renverser l'instrument, en pointant la lunette sur le château de l'Hay; mais nous remarquames principalement cette année, que la pousse d'une nouvelle remise, plantée dans la direction, interceptoit souvent le rayon visuel de l'Observatoire au château de l'Hay; que

que ce rayon après avoir parcouru librement un espace d'environ 2400 toises, venoit raser cette remise & le sol d'un côteau intermédiaire, dont les vapeurs pouvoient faire éprouver à ce rayon des variations très-inégales & subites, pendant l'observation. Nous résolumes, pour lever tout scrupule, de parer à cet inconvénient : en conséquence, nous avons pris le parti de faire établir à demeure, au bord de la susdite remise, sur le côteau, & à environ 1000 toises de l'Observatoire, un poteau, portant quatre points de mire, tous distans entr'eux de 5 pieds 1 pouce, quantité égale à la différence de l'élévation de notre lunette, dans la position droite & dans la position renversée : de cette manière nous n'avons plus aucune correction à faire aux hauteurs observées, ce qui rend la vérification plus directe & plus exacte. Notre nouveau poteau a été mis en place ces jours derniers, & nous avons aussi-tôt répété l'opération du renversement avec le plus grand soin ; nos Observations nous ont donné avec le plus grand accord, par les différentes mires, l'angle de la lunette, par rapport au premier point de divisions, de $90^d\ 0'\ 21'',5$, c'est-à-dire, à $1'',5$ près, le même qu'en 1779 & 1780 : nous le supposerons donc de $90^d\ 0'\ 22''$, & ne croyons pas pouvoir mieux établir un pareil résultat : reste donc, d'après ces données, à décider notre choix entre les deux divisions.

Examen & comparaison de l'ancienne & de la nouvelle Division.

Nous avons déjà dit que vers le point de 65 degrés, les deux divisions différoient d'environ 8 à 9 secondes, dont l'ancienne division donne les hauteurs plus grandes que la nouvelle ; & que vers 90 degrés, cette différence, toujours dans le même sens, va jusqu'à 15 à 16 secondes, tels sont les principaux points qu'un grand nombre d'Observations & de comparaisons répétées, nous a fait connoître ; c'est ce qu'on voit d'ailleurs par les hauteurs de η de la grande Ourse, ci-dessus rapportées, & prises aux deux divisions.

De plus, en comparant au microscope, l'un après l'autre, chacun des points correſpondans de chaque diviſion, nous avons reconnu que généralement parlant, les deux diviſions ſe confondent ou ne diffèrent que d'une quantité inſenſible, depuis zéro degré juſqu'au quarante-ſeptième degré; que depuis le quarante-ſeptième degré juſque vers 70 degrés, la différence devient de plus en plus ſenſible; qu'enfin, depuis 70 juſqu'à 92 degrés, elle eſt la plus conſidérable. Nous avons quelques points, mais en très-petit nombre, où l'ancienne diviſion donne moins que la nouvelle : mais, de combien de ſecondes eſt la véritable différence entre chacun de ces points, voilà ce qu'il eſt important d'établir, ce que nous avons déjà heureuſement déterminé pour pluſieurs des points où tombent nos obſervations; mais le reſte n'eſt point encore déterminé: & quoique depuis deux ans nous nous ſoyons aſſidument occupés de l'examen de ces diviſions, que nous ayons ſaiſi toutes les occaſions de déterminer ces différences par des Obſervations directes, la réunion des circonſtances favorables eſt ſi rare, ſur-tout dans un climat tel que celui-ci, que nous ne pouvons nous flatter, d'ici à quelque temps, d'avoir achevé ce travail; mais pour ce qui regarde la queſtion dont il s'agit ici, nous avons des données ſuffiſantes.

En effet, nous remarquerons premièrement, que l'opération du renverſement, répétée dans trois années, nous a donné conſtamment l'angle de la lunette horizontale, avec le premier point de la diviſion, de $90^d 0' 22''$: cet angle eſt néceſſairement le même pour les deux diviſions qui partent du même point, & ſe confondent abſolument dans les premiers degrés.

D'un autre côté, l'opération du retournement nous a donné ce même angle, ſur la nouvelle diviſion, de $90^d 0' 16'',5$, & ſur l'ancienne, de $90^d 0' 32'',0$: cet angle, déterminé par rapport au dernier point de la diviſion, & qui eſt affecté de l'erreur totale qui peut ſe trouver répandue ſur l'arc de 90 degrés, ſe trouve plus grand de 10 ſecondes ſur l'ancienne diviſion, & plus petit de $6'',0$ ſur la nouvelle diviſion, que l'angle de la lunette avec le premier point 0 degrés.

Voilà donc les erreurs de l'arc total, déterminées pour chacune des divisions, d'où l'on voit, 1.° que les divisions s'accordent & se confondent depuis 0 degrés jusqu'au quarante-septième; c'est depuis ce point jusqu'à 90 degrés, que doivent être réparties les dix secondes d'erreur de l'ancienne division, soustractives des hauteurs, & les 6",0 d'erreur de la nouvelle division, additives aux hauteurs; 2.° que la différence des deux divisions à la hauteur du solstice, étant de 8 secondes, il faut ajouter 3 secondes à la hauteur solsticiale déterminée sur la nouvelle division, & retrancher 5 secondes de celle qui est déterminée sur l'ancienne division; 3.° cette correction faite, on doit employer constamment pour les deux divisions, l'angle de la lunette horizontale de $90^d\ 0'\ 22''$, déterminé par le renversement, & par conséquent indépendant de l'erreur des divisions; 4.° qu'il n'y a aucune correction à faire à la hauteur solsticiale prise avec la lunette du milieu, puisque le fil-à-plomb tombe sur le point de $24^d\ 20'$ où les divisions se confondent, mais que, dans la détermination de l'angle de cette lunette par le retournement, il faut avoir égard à l'erreur de la division, si dans les points sur lesquels est tombée la hauteur de la même Étoile observée dans les deux sens, il y a quelque différence entre les divisions; par exemple, en 1780, l'angle de la lunette *M* a été déterminé à la nouvelle division par α de Persée, dont la hauteur dans les deux sens, est tombée sur les points $49^d\ 40'$ & $49^d\ 10'$, où la différence entre les divisions est de 5 secondes, dont 2 secondes appartiennent à l'erreur de la nouvelle division, & qu'il faut ajouter aux hauteurs de α de Persée; ce qui donnera l'angle de la lunette de $49^d\ 25'\ 52'',9$. En 1782, je trouve pareillement qu'il faut ajouter 3 secondes aux hauteurs de $\varkappa$ de la grande Ourse à la nouvelle division; ce qui donne l'angle de la lunette de $49^d\ 26'\ 1'',5$, au lieu de $49^d\ 25'\ 58'',6$ que je l'avois trouvé avant de connoître ou d'employer cette correction.

Appliquons de même la correction sur l'ancienne division,

& voyons ce qui en résultera: on a employé l'étoille Arcturus à déterminer ce même angle de la lunette du milieu avec l'ancienne division; or il n'y a aucune correction à faire à la hauteur qui tombe sur $20^d\ 50'$; mais il y a 10 secondes à ôter de la hauteur qui tombe sur le point de $78^d\ 0'$, où la différence des deux divisions est de 16 secondes; ce qui donne l'angle de la lunette corrigé de l'erreur de l'ancienne division, de $49^d\ 26'\ 1''$ à 5 dixièmes de seconde près, le même que nous l'avons trouvé par une autre Étoile, & sur la nouvelle division corrigée. Un pareil accord confirme bien complétement l'existence des erreurs que nous avons établies pour chaque division.

En appliquant la correction de ces erreurs aux Observations que nous avons rapportées ci-dessus, on a les résultats suivans,

ANN.	HAUTEUR OBSERVÉE.	ERR. de DIVIS.	ANGLE de la LUNETTE corrigée.	HAUTEUR apparente du SOLEIL.	OBLIQUITÉ VRAIE.
	D. M. S.	S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
1780.	64. 54. 18,0	+ 3	90. 0. 22,0	64. 53. 59,0	23. 27. 53,5.
1780.	24. 19. 48,7	+ 0	49. 25. 52,9	64. 53. 55,8	
1782.	24. 20. 2,0	+ 0	49. 26. 1,5	64. 54. 0,5	23. 27. 54,1.
1782.	64. 54. 21,0	+ 3	90. 0. 22,0	64. 54. 2,0	

D'où l'on voit que, de quelque manière que nous nous y prenions, nos Observations concourent toujours à nous donner une obliquité au-dessous de $23^d\ 28'$.

Après les détails dans lesquels nous venons d'entrer, que l'on admette ou que l'on rejette nos résultats, au moins ne pourra-t-on s'empêcher de reconnoître que nous n'avons négligé aucun moyen pour démêler la vérité, & que nous l'avons cherchée de bonne foi: nous pouvons assurer qu'en commençant cette Critique de notre ancien travail fait en

1778, nous y avons apporté l'esprit d'impartialité qu'y auroit pu mettre la personne la plus étrangère; nous avouerons même que nous eussions été plus satisfaits si la conclusion de ce Mémoire, nous eût, par l'application des nouvelles corrections, rapprochés du résultat de ces Messieurs; la quantité absolue de l'obliquité de l'Écliptique eût été par cet accord, bien connue & déterminée, & voilà ce que nous desirions sincèrement & uniquement; au lieu qu'il y reste encore une incertitude au moins de 12 secondes, qu'il est fâcheux pour le bien de la chose de ne pouvoir lever. Je crois cependant que si Messieurs les Astronomes qui ont travaillé à la recherche de cet élément, veulent multiplier leurs Observations autant que nous l'avons fait, & se donner les mêmes soins que nous avons pris pour la vérification des instrumens qu'ils emploient, il ne sera pas difficile de juger bien-tôt le procès.

Et nous assurons d'avance, que si après avoir ainsi satisfait à tous les genres d'épreuves, le plus grand nombre s'accorde à donner un résultat différent du nôtre, nous serons des premiers à rejeter le nôtre pour reconnoître le leur.

Nous croyons en avoir assez dit sur cette matière, passons aux autres Observations que nous avons annoncées.

Opposition des deux Planètes supérieures, Jupiter & Saturne.

Jupiter & Saturne devant se trouver presque en même temps en opposition avec le Soleil, n'y ayant entre l'un & l'autre qu'environ 5 degrés de différence en ascension droite, ayant d'ailleurs à 36 minutes près la même déclinaison australe, nous les avons comparés tous les deux à la même étoile du Scorpion, qui se trouvoit infiniment proche de leur parallèle. Nous avons supposé l'ascension droite apparente de cette Étoile de $236^d\ 52'\ 49'',2$, sa déclinaison de $21^d\ 59'\ 23''$ australe. Les hauteurs de ces astres sur l'horizon, n'excédant pas pour la plus grande $19^d\ 13'$, nous n'avons pas jugé devoir employer les hauteurs correſpondantes très-déſavantageuſes en pareil cas : nous avons donc préféré d'obſerver les paſſages à la lunette méridienne de 3 pieds, que nous venions tout récemment d'établir dans les nouveaux Cabinets, & dont nous avions déjà eu le temps de déterminer aſſez exactement la poſition. Quant aux hauteurs méridiennes, nous les avons priſes avec notre quart-de-cercle mobile de 6 pieds: pour mieux déterminer l'heure & le lieu de l'oppoſition, nous avons pris ſept jours d'obſervations, & comparé pour chaque jour le lieu géocentrique, déterminé par obſervation avec celui des Tables, ce qui nous a donné, de la manière la plus exacte, l'erreur des Tables de chaque Planète, & c'eſt de ce lieu des Tables, corrigé de l'erreur moyenne, dont nous avons conclu le lieu & l'heure de l'oppoſition; cette méthode, quoiqu'un peu longue par la quantité de calculs qu'elle exige, eſt cependant la ſeule que l'on doive employer lorſqu'on veut obtenir une très-grande exactitude dans les réſultats. Le Tableau de ces calculs & de leurs réſultats eſt expoſé dans les Tables ſuivantes.

Oppoſition de Jupiter.

JUIN.	TEMPS MOYEN.	ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. AUSTRALE.	LONGIT. OBSERVÉE.	LATIT. obſervée BORÉALE.	ERREURS DES TABLES EN LONG.	ERREURS DES TABLES EN LATIT.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
14.	12. 1. 0,2	263. 38. 12,5	22. 56. 24,7	264. 8. 30,0	0. 23. 50	— 4. 15,0	— 1. 2.
15.	11. 56. 30,8	263. 29. 48,6	22. 56. 12,6	264. 0. 46,5	0. 23. 42	— 4. 17,5	— 1. 0.
16.	11. 52. 0,7	263. 21. 20,2	22. 56. 3,7	263. 52. 57,5	0. 23. 30	— 4. 26,5	— 1. 4.
17.	11. 7. 32,5	263. 13. 0,8	22. 55. 47,7	263. 45. 18,5	0. 23. 25	— 4. 26,5	— 1. 1.
18.	11. 43. 3,6	263. 4. 55,0	22. 55. 31,7	263. 37. 51,0	0. 23. 19	— 4. 16,0	— 0. 59.
19.	11. 38. 34,8	262. 56. 46,0	22. 55. 16,7	263. 30. 19,5	0. 23. 12	— 4. 11,5	— 0. 58.
20.	11. 34. 6,3	262. 48. 34,1	22. 55. 1,7	263. 22. 46,0	0. 23. 5	— 4. 10,0	— 0. 56.
Suppoſant l'erreur moyenne des Tables ſouſtractives......						— 4. 18,0	— 1. 0.

On aura

L'heure de l'opposition le 14 . . . . 17h 26′ 1″,5 t. vrai.

Longitude en opposition . . . . 264d 6. 43,0.

Latitude . . . . 0. 23. 50,0 boréale.

Avec un héliomètre appliqué à une lunette achromatique à trois verres de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, & de 42 lignes d'ouverture, nous avons trouvé

Diamètre de Jupiter vertical . . . . 45″,0.

Dans l'erreur des bandes . . . . 46,6.

Opposition de Saturne.

JUIN.	TEMPS MOYEN.	ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. AUSTR.	LONGIT. OBSERVÉE.	LATIT. observée BOR.	ERREURS DES TABLES EN LONG.	ERREURS DES TABLES EN LATIT.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
14.	12. 18. 49,2	268. 6. 12,7	22. 19. 37	268. 14. 48	1. 7. 43	— 10. 38	+ 0. 11.
15.	12. 14. 34,3	268. 1. 26,9	22. 19. 37	268. 10. 27	1. 7. 39	— 10. 35	+ 0. 10.
16.	12. 10. 18,5	267. 56. 33,7	22. 19. 37	268. 5. 57	1. 7. 36	— 10. 42	+ 0. 12.
17.	12. 6. 3,5	267. 51. 47,9	22. 19. 37	268. 1. 28	1. 7. 33	— 10. 47	+ 0. 14.
18.	12. 1. 49,6	267. 47. 12,6	22. 19. 37	267. 57. 18	1. 7. 28	— 10. 33	+ 0. 13.
19.	11. 57. 34,1	267. 42. 22,3	22. 19. 37	267, 52. 48	1, 7. 24	— 10. 38	+ 0. 13.
20.	11. 53. 10,8	267. 37. 30,5	22. 19. 37	267. 48. 18	1. 7. 20	— 10. 43	+ 0. 14.
	Supposant l'erreur moyenne des Tables					— 20. 40	+ 0. 12.

On aura

Heure de l'opposition le 18 . . . . 17h 35′ 37″,7 t. vrai.

Longitude en opposition . . . . 267d 56. 18,0.

Latitude . . . . 1. 7. 26,0 boréale.

Avec le même héliomètre que ci-dessus, nous avons trouvé

Grand axe de l'anneau de Saturne . . . . . . 44″,0.

Petit axe . . . . 21,2.

Observations de Vénus.

Nous avons déterminé, par observation, quatorze lieux de Vénus, que nous avons comparés aux Tables insérées à la suite de l'Astronomie de M. de la Lande: Vénus a été comparée à δ du Serpent, du 13 au 18 Juin; à α d'Hercule, du 19 au 25; à γ du Serpent, du 28 Juin au 2 Juillet. Voici la position de ces Étoiles, telle que nous l'avons supposée.

	Ascension droite app.	*Déclinaison apparente.*
δ du Serpent....	231^d. 6′ 39″....	11^d 17′ 5″,4 boréale.
γ du Serpent....	236. 36. 24....	16. 24. 1,0.
α d'Hercule....	256. 11. 18....	14. 39. 20,2.

1782.		TEMPS VRAI.	ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. BORÉALE.	LONGIT.	LATIT. AUSTR.	ERREURS DES TABLES EN LONG.	ERREURS DES TABLES EN LATIT.
		H. M. S.	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*S.*
Juin	13	20. 56. 1,0	36. 41. 49,5	11. 45. 46,9	38. 12. 20	2. 38. 6	1. 2 *add.*	*soustr.* 30.
	14	20. 55. 55,0	37. 42. 50,2	12. 4. 54,9	39. 15. 5	2. 38. 54	1. 7	25.
	15	20. 55. 50,1	38. 44. 0,6	12. 23. 57,9	40. 17. 52	2. 39. 32	1. 3	25.
	16	20. 55. 46,4	39. 45. 26,0	12. 43. 3,9	41. 20. 52	2. 39. 53	1. 7	32.
	18	20. 55. 44,3	41. 49. 35,0	13. 20. 33,4	43. 27. 37	2. 40. 39	0. 50	21.
						par milieu.	1. 2	0. 26,6.
	19	20. 55. 44,5	42. 52. 7,0	13. 39. 11,0	44. 31. 18	2. 40. 46	0. 41	20.
	21	20. 55. 51,5	44. 58. 32,0	14. 16. 13,0	46. 39. 26	2. 40. 28	0. 37	29.
	22	20. 55. 57,0	46. 1. 58,3	14. 34. 13,5	47. 43. 41	2. 40. 24	0. 31	18.
	23	20. 56. 4,1	47. 6. 19,0	14. 52. 16,0	48. 48. 32	2. 40. 5	0. 48	14.
	24	20. 56. 13,2	48. 10. 43,0	15. 10. 16,7	49. 53. 22	2. 39. 26	0. 50	24.
	25	20. 56. 22,4	49. 15. 40,8	15. 27. 47,0	50. 58. 30	2. 39. 2	0. 47	13.
						par milieu	0. 42,3	0. 19,6.
	28	20. 57. 1,7	52. 31. 45,0	16. 20. 2,0	54. 14. 20	2. 35. 52	1. 0	58.
	29	20. 57. 18,3	53. 38. 11,0	16. 36. 32,3	5[illegible]. 20. 13	2. 35. 7	1. 11	43.
Juillet	2	20. 58. 15,8	56. 58. 13,7	17. 25. 4,5	58. 37. 43	2. 31. 14	0. 37	59.
						par milieu	0. 56	0. 53.

D'où

D'où l'on voit que l'erreur moyenne des Tables est sensiblement différente, selon celle des trois Étoiles que l'on emploie, qu'il seroit par conséquent bien important de vérifier la position des Étoiles qui servent à la détermination du lieu des Planètes; c'est ce que nous avons entrepris par rapport aux déclinaisons, & dont nous espérons pouvoir, d'ici à quelque temps, faire part à l'Académie.

Observations de la Lune.

Nous avons observé la Lune pendant trois jours, & l'avons comparée aux étoiles ν du Scorpion, φ du Sagittaire, & ρ du Scorpion, dont voici les positions que nous avons supposées.

	Asc. droite apparente.	*Déclinaison apparente.*
ν du Scorpion	$239^d\ 50'\ 55{,}0$	$18^d\ 52'\ 58'',4$.
φ du Sagittaire	278. 1. 24,0	27. 11. 29,3.
ρ du Scorpion	235. 52. 46,8	28. 33. 51,6.

	PASSAGES au Méridien, 1.er bord de la LUNE.		ASCENS. DROITE.	DÉCLIN. AUSTRALE.	LONGIT.	LATIT. AUSTR.	ERREURS des Tables soustr. En long	En latit.
☽	*H. M.*	*S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*
21.	8. 32.	13,2	218. 48. 37,6	17. 47. 44,5	222. 2. 42	2. 26. 57	0. 33	0. 18.
23.	10. 32.	23,9	251. 1. 51,4	26. 43. 4,0	253. 4. 14	4. 21. 45	1. 20	0. 21.
24.	11. 38.	13,1	268. 34. 53,4	28. 19. 41,3	268. 44. 49	4. 52. 2	0. 16,5	0. 24.

Éclipses des satellites de Jupiter.

Nous avons observé les immersions & émersions des satellites de Jupiter, avec la nouvelle lunette achromatique de 3 pieds ½ de foyer, & 42 lignes d'ouverture, acquise par l'Académie, à l'inventaire de M. de Pange, pour l'Observatoire.

1782.		
Avril 9	$16^h\ 7'\ 13''$	Immersion du premier Satellite; beau temps.
25	14. 25. 47	Immersion du premier Satellite; de légères vapeurs le font plusieurs fois disparoître.
Juin 3	12. 51. 7	Immersion du premier Satellite; beau temps: le Satellite très-proche du disque de Jupiter.
7	13. 48. 9 13. 54. 22	M. Wallot qui a fait cette observation, est persuadé que le Satellite eût été visible tout le temps que devoit durer l'Éclipse, sans un nuage léger qui de temps en temps obscurcissoit les autres Satellites.
24	8. 21. 24	Émersion du quatrième Satellite; beau temps: les bords de Jupiter bien terminés; mais il fait grand jour (par M. Nouet).
Juillet 13	9. 5. 22	Émersion du deuxième Satellite; beau temps: l'ombre du premier Satellite sur le disque, est arrivé au milieu vers $9^h\ 30'$.
20	9. 14. 23	Émersion du troisième Satell. les bords de Jupiter très-ondoyans.
	11. 39. 19	Émersion du premier Satellite. *Idem.*
21	9. 48. 46	Émers. du premier Satellite: on croit l'avoir vu 12 secondes plustôt.
27	10. 29. 46	Immersion du troisième Satellite; Jupiter mal terminé.

Telles sont les observations nombreuses que nous avons rassemblées dans un assez court intervalle de temps, & qui nous ont dédommagés en partie de l'inaction où nous avoit réduit le mauvais temps qui a régné la moitié de l'année; nous avons été aidés dans toutes nos opérations & nos calculs, par Dom Nouet, Religieux plein de zèle & de talens pour l'Astronomie. M. Wallot s'est aussi joint à nous pour plusieurs de ces Observations.

ANALYSE
DE LA
MINE DE BISMUTH SULFUREUSE.

Par M. SAGE.

LA mine de bismuth sulfureuse diffère de celle qui est arsenicale, par son tissu & sa couleur; cette mine rare, dont nous devons la connoissance à M. Cronstedt, n'a encore été trouvée qu'en Suède & en Saxe, elle est grise & brillante, son tissu est lamelleux ou strié. Lû le 3 Juillet 1782.

La mine de bismuth lamelleuse, est désignée sous le nom de *galena wismuthi tessularis*, par Wallerius; cette mine ne s'altère point à l'air, elle ne contient ni cobalt ni arsenic: la mine de bismuth de Bastnaès à Riddarhittan en Suède, a ordinairement pour gangue un schorl fibreux vert, parsemé de pyrites cuivreuses.

La mine de bismuth sulfureuse étant exposée au feu de torréfaction dans un têt, décrépite comme la galène, si elle n'est pas réduite en poudre; lorsqu'elle commence à rougir, le soufre s'enflamme & s'exhale en acide sulfureux; par un feu un peu plus fort, la mine de bismuth sulfureuse fond, elle produit par le refroidissement une masse grise & striée.

La chaux obtenue par la torréfaction de la mine de bismuth sulfureuse, ayant été fondue avec trois parties de flux noir, a produit soixante livres de bismuth, lequel ayant été coupellé, a fourni une minicule d'argent.

On obtient du bismuth sulfureux, semblable à la mine que je viens de décrire, en fondant ensemble dans un creuset, un mélange de deux parties de bismuth & d'une de fleur de soufre, la portion de cette dernière substance, qui est surabondante à la combinaison, brûle & s'exhale en acide sulfureux: en donnant un degré de feu propre à faire rougir le creuset, le bismuth sulfuré fond & devient fluide, c'est dans cet état qu'il faut le couler dans un têt enduit de craie; lorsqu'il est refroidi, on en sépare facilement la mine de bismuth sulfureuse artificielle; celle-ci ressemble à la mine d'antimoine cristallisée de Hongrie, sa forme & sa couleur sont les mêmes, l'une & l'autre offrent des prismes hexaèdres; c'est dans les cavités des masses de mine de bismuth sulfureuse artificielle, que sont ces cristaux réguliers; ces cavités sont dûes à un boursouflement qui me paroît produit par l'humidité de la craie; car lorsque je verse la mine de bismuth sulfureuse dans une lingotière, elle offre des masses striées sans cellules.

Après un laps de trois ou quatre ans, la mine de bismuth sulfureuse artificielle se ternit à l'air, où elle s'irise en bleu ou en vert.

Si on laisse trop long-temps exposée à l'action du feu, la mine de bismuth sulfureuse artificielle, le soufre qui minéralisoit ce demi-métal, s'exhale en partie; si alors on la coule dans un moule, la masse qu'on obtient est formée de bismuth sous forme métallique, & d'une portion de ce demi-métal combiné avec le soufre.

Si l'on fait éprouver à la mine de bismuth sulfureuse artificielle, un degré de feu propre à la tenir rouge, le soufre & le demi-métal s'exhalent ensemble, & produisent une fumée verte où l'on distingue du bleu & du jaune.

Desirant constater combien le bismuth retenoit de soufre pour constituer la mine de bismuth sulfureuse artificielle, & ayant reconnu par expérience, que les substances métalliques ne retenoient que la quantité de soufre qui leur étoit nécessaire pour se minéraliser, & que cette opération pouvoit se faire d'une manière exacte dans les vaisseaux fermés, dans lesquels le soufre surabondant à la combinaison, se sublimoit; j'ai mêlé deux onces de bismuth en poudre très-fine, avec une once de fleur de soufre; ce mélange a été fait dans un mortier de porcelaine, il s'en est dégagé une odeur hépatique & vireuse, semblable à celle qui s'exhale d'un mélange de soufre & de fer.

J'ai introduit ce mélange de bismuth & de soufre dans une cornue de verre lutée, j'ai procédé à la distillation par un feu gradué *, il s'est dégagé d'abord une odeur de foie de soufre intolérable, accompagnée de vapeurs d'un blanc-jaunâtre, qui ont tapissé le récipient, il a passé ensuite de l'acide sulfureux; peu après, le soufre surabondant a distillé, la cornue ayant été tenue rouge pendant une heure, j'ai trouvé dedans, après qu'elle fut refroidie, une masse grise & striée, une véritable mine de bismuth sulfureuse artificielle, qui pesoit deux onces & demie: cette expérience fait connoître que le bismuth retient un cinquième de soufre pour se minéraliser; c'est dans cette même proportion qu'entre le soufre pour minéraliser l'antimoine, ce que j'ai fait connoître dans un Mémoire que j'ai lû à l'Académie, le 5 Décembre 1781.

L'acide sulfureux qui se dégage dans la distillation du bismuth & du soufre, fait connoître qu'il y a eu du soufre de décomposé; mais comment s'est formé le foie de soufre qu'on obtient dans cette opération? il me paroît résulter de la combinaison de la terre métallique du bismuth avec le soufre.

* Si l'on n'est pas attentif à bien graduer le feu, la cornue se rompt avec une explosion bruyante.

ANALYSE
DE
LA MINE D'ANTIMOINE ARSENICALE;
RÉGULE D'ANTIMOINE NATIF,
mêlé avec très-peu d'Arsenic.

Par M. SAGE.

WALLERIUS & Cronstedt, ont écrit que l'Antimoine rouge étoit minéralisé par l'arsenic & le soufre; *Antimonium sulphure & arsenico mineralisatum rubrum.* Wall. *Antimonium auripigmento mineralisatum; antimonium solare.* Cronst. Ce Minéralogiste ajoute que toutes les mines d'antimoine sont aussi arsenicales, mais la rouge plus que les autres *(a)*.

La mine d'antimoine rouge de Braunsdorff en Saxe, de même que celle de Hongrie, ne se trouvant que rarement & en petits morceaux, il y a lieu de présumer que les Minéralogistes que je viens de citer, ne l'ont point essayée, car ils auroient reconnu qu'elle ne contient point un atome d'arsenic, & que cette mine ordinairement striée, dont les morceaux sont souvent moitié gris & moitié rouges, ne doit sa couleur qu'à une espèce de foie de soufre; en effet, les mines rouges d'antimoine de Saxe & de Hongrie, de même que celles de Toscane, sont des soufres dorés natifs. J'ai rendu compte à l'Académie, en 1772, des expériences comparées, qui m'ont mené à cette vérité : voyez mes Mémoires de Chimie, *page 172.*

La mine d'antimoine arsenicale, dont je vais donner

(a) *All antimonial ores are Somewhat arsenical, but red antimoni ore is more.* Cronst. syst. Min. *page 223.*

Les mines d'antimoine sulfureuses de Hongrie, de Toscane, d'Auvergne, du Limosin, &c. ne m'ont point paru contenir un atome d'arsenic.

l'Analyse, ne contient point de soufre; elle est à larges facettes grises & brillantes; un quartz d'un gris verdâtre, sert de gangue à cette nouvelle espèce de mine; on trouve quelquefois, dans les cavités de ce quartz, des petits faisceaux d'antimoine gris & rouges, striés & palmés. Cette mine m'a été envoyée d'Allemont en Dauphiné, sous le nom de *Pyrite arsenicale (b)*, par M. Schréberg, habile Métallurgiste Saxon, Directeur des Mines de *Monsieur*.

La mine d'antimoine arsenicale ne perd point son brillant à l'air; le régule d'arsenic y devient très-promptement noir; la pyrite arsenicale s'y altère aussi, & devient terne & plombée.

La torréfaction ou grillage d'un minéral, est l'opération qui précède en général l'essai; la mine d'antimoine arsenicale, y étant soumise, se fond très-promptement; elle entre aussi-tôt en bain blanc, & brillant comme de l'argent, il en sort, par explosions successives, une fumée blanche abondante, ayant l'odeur d'arsenic; mais ici la plus grande partie de cette fumée est de la neige ou chaux blanche d'antimoine: si on laisse refroidir ce têt, lorsque la mine n'est qu'à moitié calcinée, on trouve une masse poreuse grisâtre, dans les cavités de laquelle sont des fleurs d'antimoine blanches, demi-transparentes en prismes tétraèdres. Quoique l'arsenic ne soit qu'en très-petite quantité dans cette mine d'antimoine, il y est si singulièrement engagé, que les dernières portions ne s'en séparent que lorsque la mine est réduite à l'état de verre d'antimoine; six cents grains de cette mine ont été tenus trente-six heures en fusion dans le têt avant d'être réduits en verre; ce résidu pesoit cent quatre-vingts grains, ayant été fondu avec du flux noir, il n'a produit qu'un émail blanchâtre.

Une partie de ce résidu ayant été coupellé avec douze parties de plomb, a rejeté circulairement sur les bords de

(b) Je lui avois aussi donné ce nom impropre dans mes Mémoires de Chimie, & dans la deuxième édition de mes Élémens de Minéralogie.

la coupelle, un cercle élevé & frangé d'un blanc jaunâtre; le régule d'antimoine produit le même effet.

J'ai distillé une partie de ce résidu vitreux avec huit parties de sel ammoniac, qui se sont sublimées sans antimoine, parce que ce demi-métal étoit à l'état de chaux, & qu'il est resté au fond de la cornue sous la forme d'une poudre grise.

Cette mine d'antimoine arsenicale est quelquefois entremêlée d'arsenic testacé, qui contient du cobalt, du fer & beaucoup de régule d'arsenic; c'est pourquoi il faut être attentif de n'employer pour objet d'analyse, de mine d'antimoine arsenicale, que les morceaux qui sont à larges facettes grises & brillantes; la mine d'arsenic testacé offre de plus petites facettes d'un gris noirâtre.

Ayant reconnu que la méthode ordinaire d'essayer les mines, étoit insuffisante pour faire apprécier la nature & la quantité des deux substances métalliques à l'état de régule, qui constituent la mine d'antimoine arsenicale, j'imaginai que le soufre pourroit être l'intermède le plus propre à séparer ces deux substances métalliques, parce que le soufre étant combiné avec l'arsenic, forme une mine volatile connue sous les noms d'*Orpin* & de *Réalgar*, tandis que le régule d'antimoine saturé de ce même soufre, forme une mine qui n'est point volatile. Je mêlai donc ensemble une demi-once douze grains ou trois cents grains de mine d'antimoine arsenicale, & une once de fleur de soufre; je distillai ce mélange dans une cornue de verre lutée, il passa d'abord quelques gouttes d'acide sulfureux, le soufre distilla dans le récipient dans lequel j'avois mis de l'eau, les parois du col de la cornue restèrent tapissées d'orpin recouvert d'une belle couche de réalgar.

Ce produit pesoit environ un gros, & en supposant que l'arsenic s'y trouve combiné avec un tiers de soufre, il en résulte que l'arsenic se trouve dans cette mine d'antimoine dans la proportion de seize livres par quintal.

Pour déterminer la quantité de soufre dont le régule d'antimoine se charge pour se minéraliser, j'ai distillé ensemble

ensemble une once de régule d'antimoine pulvérisé, & autant de fleurs de soufre; il a d'abord passé de l'acide sulfureux, en suite la plus grande partie du soufre a distillé & s'est condensée dans le récipient dans lequel j'avois mis de l'eau. J'ai trouvé dans le fond de la cornue, une masse grise striée qui pesoit dix gros; ce qui fait connoître qu'il ne faut qu'environ un cinquième de soufre pour minéraliser le régule d'antimoine, & que lorsque ce demi-métal en est saturé, on peut volatiliser le surplus du soufre dans les vaisseaux fermés.

Il résulte de ces expériences, que la mine rouge d'antimoine ne contient point d'arsenic, & que, dans la véritable mine d'antimoine arsenicale, les deux demi-métaux y sont sous forme de régule; que l'antimoine domine dans cette mine, puisque l'arsenic ne s'y trouve qu'environ dans la proportion de seize livres par quintal de minéral; aussi la cassure & le brillant de cette mine sont-ils semblables au régule d'antimoine.

Ces expériences font aussi connoître que la mine d'antimoine sulfureuse, est formée d'un cinquième de soufre & de quatre parties de régule d'antimoine.

OBSERVATIONS

SUR

LE BERIL OU AIGUE-MARINE (a).

Par M. SAGE.

LE Beril d'un bleu-vert ou d'un vert-de-mer céladon, eſt nommé *Aigue-marine ;* ſi la couleur de cette pierre gemme eſt plus verte que bleue, on la nomme *beril.* Cronſtedt admet ces deux diviſions dans ſa Minéralogie, & dit qu'on ne trouve le beril que roulé.

Le beril de Saxe, de même que ceux que M. Romme m'a envoyés des montagnes granitiques, dites *Adont-Cholo*, entre les rivières Onon & Ononborza en d'Aourie, contrée de la Sibérie, ſur les frontières de la Tartarie chinoiſe, offrent des priſmes héxaèdres tronqués & ſtriés, dont le tiſſu eſt lamelleux, la couleur plus ou moins foncée.

Le beril criſtalliſé des montagnes granitiques d'Aourie, offre des priſmes ſtriés & tronqués de différentes grandeurs & diamètres, quelques-uns de ces criſtaux ont un pouce de diamètre ſur dix-huit lignes de hauteur, d'autres ſont grouppés & couverts d'ocre martiale.

Si l'on expoſe à un feu violent un criſtal de beril pur, il éclate un peu & perd de ſa tranſparence, les ſurfaces du priſme conſervent une teinte bleue, tandis que le ſommet & les caſſures tranſverſales ſont d'un blanc opaque, & produiſent un effet chatoyant & ſatiné comme la nacre de perle;

(a) *Bluish green topaz or the beryll this varies in its colours, and is called when of a ſea green colour, the aqua marina, when more green, the beryll; they are found in Round pieces.* Cronſt. Min. pag. 503.

Wallerius, dans ſa Minéralogie, définit le beril : *Gemma pellucida duritie decima, colore thalaſſino igne liquabilis, beryllus, thalaſſius marinus ; aqua marina, augites.* Plin.

cette pierre est alors en bleu, pour l'effet, ce que l'aventurine rougeâtre est au quartz.

Le beril de Saxe affecte la même forme que celui d'Aourie, ses cristaux sont un peu plus petits & grouppés, souvent ils ont pour gangue du quartz, leur teinte bleue est très-foible, ces cristaux prismatiques héxaèdres sont tronqués, & s'altèrent au feu de même que le beril d'Aourie.

J'ai fait mention dans le premier volume de mes Élémens de Minéralogie, d'une espèce de Saphir d'un blanc-bleuâtre, du Cabinet du Roi, qui peut être une espèce particulière de beril, ce cristal est cassé à peu-près dans le milieu de la longueur du prisme, qui m'a paru avoir neuf pans, il est terminé par une pyramide tronquée.

On trouve dans les mines d'étain de Saxe, des berils blancs, verdâtres ou violets; c'est cette dernière variété que j'avois désignée sous le nom d'*Amethyste-gemme.*

OBSERVATIONS

SUR UNE ESPÈCE DE MINE DE FER ARGILEUSE ROUGEÂTRE, PRISMATIQUE ARTICULÉE.

Schindelnageleisenstein *des Allemands.*

Par M. SAGE.

Cette espèce de mine de fer argileuse, est composée de prismes hexagones appliqués les uns contre les autres, comme ceux des basaltes, ces prismes sont souvent tors ou contournés; quelques morceaux de cette mine de fer, offrent des couches ou lits qui se séparent facilement, les prismes qui s'en détachent, laissent des cavités dans la couche inférieure, le fond en est rond & les cavités hexagones.

Cette mine de fer argileuse prismatique, de Bohème, a la propriété de dévier l'aiguille aimantée; si on expose cette mine au feu dans un creuset, une partie des prismes s'en détache, les autres laissent des interstices entr'eux: par un feu violent, les prismes se sont rapprochés & ont diminué de volume sans perdre de leur poids, ils ont acquis de la solidité, & ont pris une couleur noire, dans cet état ils sont attirables à l'aimant.

Cette mine de fer argileuse a produit par quintal dix-sept livres de fer.

ANALYSE

D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DE MINE DE MERCURE,

Sous forme de chaux solide, *d'Idria dans le Frioul.*

Par M. SAGE.

LA mine de mercure en chaux solide, est d'un rouge-brun, elle se casse difficilement, & est granuleuse dans sa fracture qui est plus rouge que la mine qui a été exposée à l'air; on découvre dans son intérieur des globules de ce demi-métal, qui partent de divers points de sa surface, & rentrent dans l'intérieur du morceau, à mesure qu'il reprend la température de l'atmosphère.

J'ai exposé au feu dans une cuiller de fer, de la mine de mercure solide, sa couleur rouge s'y est avivée, & elle a conservé la même intensité, tant qu'elle est restée chaude; par le refroidissement elle a pris une couleur jaunâtre.

La mine de mercure en chaux solide, se revivifie par la seule distillation, en adaptant à la cornue un appareil hydro-pneumatique, on en retire de l'air déphlogistiqué, mais un quart de moins que du mercure *précipité per se*, parce que cette chaux naturelle contient du mercure fluide.

Ayant rassemblé le mercure que j'ai obtenu par la distillation de la chaux native de ce demi-métal, j'ai reconnu qu'elle produisoit, par quintal, quatre-vingt-onze livres de mercure.

Une once de cette mine de mercure en chaux solide, ayant été revivifiée par la distillation, a laissé au fond de la cornue une poudre grise pesant un quart de grain; la partie du verre sur laquelle elle posoit, étoit pénétrée d'une couleur jaune, semblable à celle que la chaux d'argent fondue produit sur du verre blanc.

Afin de constater si la poudre grise qui étoit au fond de la cornue, étoit de la chaux d'argent, je l'ai coupellée avec deux gros de plomb, ayant eu soin de la mettre dans un papier dont le charbon a restitué du phlogistique à la chaux d'argent; le témoin du même plomb ayant été pesé en opposition avec le grain de retour, l'excès de pesanteur de celui-ci a démontré que cette poudre grise contenoit réellement de l'argent.

MÉMOIRE SUR LES VERS DE TRUFFES ET SUR LES MOUCHES QUI EN PROVIENNENT.

Par M. MORAND.

8 Juin 1782.

LES Naturalistes savent que les têtes de quelques chardons, les bois pourris, les champignons ont leurs insectes particuliers qui s'y forment: les truffes sont dans le même cas. M. Geoffroy le jeune (*Mémoires de l'Académie pour l'année 1781*); M. de Réaumur, dans ses Mémoires pour l'Histoire des Insectes *(a)*, font mention de cet accident de la truffe; le premier de ces Savans, en désignant d'une manière générale, tant le ver, que la mouche qui provient de ce ver; le second, M. de Réaumur, en Naturaliste exercé à ce genre de recherches, a suivi dans tous les détails, & le ver de la truffe, & sa transformation en coque; mais il n'a pas été plus loin, divers contre-temps dont il n'a pu connoître les causes, ce sont ses expressions, *ont fait périr les mouches dans leur coque;* néanmoins dans la description du ver qu'il a observé, & dans celle de sa transformation, il y en a assez pour juger que les mouches qui en seroient venues, auroient été différentes de la mouche désignée par M. Geoffroy le jeune. M. de Réaumur ajoute à sa description, que l'espèce de ver qu'il a remarqué, n'est pas le seul qui s'attache aux truffes; il en a vu souvent sortir de la troisième classe, semblables à ceux qui mangent les champignons, & qui pouvoient être, selon lui, de la même espèce.

On voit clairement dans ce résumé, qu'il est bien constant, comme l'avoit pensé M. de Réaumur, que la

(a) Tome IV.

truffe est sujette à différentes espèces de vers; mais des mouches qui en proviennent, il n'y en a qu'une seule connue, savoir celle désignée par M. Geoffroy le jeune, qui étoit bleue & violette; les différentes autres espèces sont donc encore à reconnoître. En m'arrêtant l'année dernière dans le Quercy, j'avois projeté quelques observations sur ce point: une promenade que je desirois faire avec un Ecclésiastique de Cahors, qui passe pour être très-instruit sur beaucoup de circonstances de la production végétale dont il s'agit, ne put avoir lieu; les truffes noires que je rapportai pour quelques observations, arrivèrent dans un état qui ne me parut point propre à en tirer parti.

J'ai eu occasion de m'en procurer au mois de Mars dernier, elles étoient encore toutes gâtées; mais ce temps étoit favorable pour observer les dernières métamorphoses des insectes; avant de les jeter, je les examinai, j'en ouvris, je m'aperçus que quelques-unes contenoient un ver blanc.

Je renfermai dans un bocal couvert, toutes les truffes que je jugeai malades, & de temps en temps j'examinai le ver qui sortoit de chacune, & qui y rentroit; de cet instant, je le reconnus très-différent de celui désigné par M. Geoffroy, & je jugeai en conséquence que j'aurois une mouche autre que celle qu'il avoit observée; je me confirmai encore dans mon idée, lorsque les vers, pour se transformer, au lieu de rester dans la truffe, l'abandonnoient & se transformoient en coque sur le fond du bocal; mais ce ver m'a paru se rapporter en tout à celui observé par M. de Réaumur, dont il n'avoit pu observer la mouche, il m'a paru aussi se comporter de même pour sa transformation, avec la seule différence très-petite qu'il n'a pas eu besoin de terre pour aller se former en coque.

Le 19 Mai, plusieurs mouches étoient écloses; ne pouvant les examiner à l'aise sans risquer qu'elles ne s'échappent du bocal, il m'a fallu attendre qu'elles soient mortes; aucune n'est bleue tirant sur le violet comme celle observée par M. Geoffroy: c'est une mouche de couleur fauve, à deux ailes tiquetées, à derrière très-alongé, de l'espèce connue sous le nom de *trupanea*.

Elles sont renfermées dans le flacon, avec les coques dont elles sont sorties.

Je me propose de renouveler ces expériences sur les truffes de la même Province, & sur celles d'autres cantons, & de déterminer par-là les différentes espèces de mouches qui proviennent de la truffe ; j'en rendrai compte à l'Académie.

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR RÉSOUDRE DIFFÉRENTES QUESTIONS ASTRONOMIQUES.

DIX-SEPTIÈME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la détermination de la constante de la parallaxe de la Lune, les Formules analytiques démontrées dans les Mémoires précédens.

Par M. DIONIS DU SÉJOUR.

Exposition du Sujet.

(1.) DANS les *Mémoires précédens*, j'ai donné des formules pour calculer avec la plus grande généralité la constante de la parallaxe de la Lune; j'ai fait voir que par la manière dont ces calculs sont présentés, les résultats ne sont liés à aucun système particulier sur le rapport des axes de la Terre; je me propose, dans le présent Mémoire, de donner l'application de ces méthodes, aux Observations faites en 1751 & 1752. La généralité de ces calculs, l'importance du sujet, l'indépendance des résultats de toute espèce de système sur l'ellipticité de la Terre, pourront faire paroître ce travail intéressant.

(2.) Qu'il me soit permis de présenter en peu de mots, l'état des questions que les Astronomes se proposoient de résoudre en 1751. Deux problèmes principaux fixoient alors l'attention des Savans; la détermination de la distance de la Lune à la Terre, dans tous les points de son orbite; la détermination du rapport entre sa parallaxe & son demi-diamètre horizontal. L'on connoissoit déjà par la Théorie, le rapport entre les différentes distances de la Lune, mais les Astronomes n'étoient nullement d'accord sur la constante de la parallaxe.

L'Académie sentit toute l'importance de cet élément; elle pensa qu'on ne pouvoit employer de méthode plus directe & plus exacte que celle des déclinaisons apparentes de la Lune, observées en même temps dans des méridiens peu différens, mais à de très-grandes distances en latitude; elle choisit le cap de Bonne-Espérance, pour y faire les Observations correspondantes à celles qui devoient être faites en Europe. Elle crut ne pouvoir mieux confier ces Observations importantes, base de tous les résultats, qu'à M. l'abbé de la Caille, dont la mémoire sera long-temps chère aux Sciences. Son attente n'a point été trompée; & si l'on considère le travail de M. l'abbé de la Caille, les ressources qu'il a déployées pour assurer aux Observations, l'exactitude dont elles étoient susceptibles, le zèle qui animoit en même temps tous les Astronomes de l'Europe, on conviendra sans peine que jamais opération astronomique n'a mérité à plus juste titre la confiance du monde Savant.

M. l'abbé de la Caille a rendu compte de son travail dans un Mémoire publié en 1761. Il y discute les Observations faites par lui depuis le 9 Juin 1751, jusqu'au 31 Janvier 1752; il les compare aux Observations faites les mêmes jours dans les meilleurs Observatoires de l'Europe; il calcule la constante de la parallaxe polaire pour chacune de ces Observations; il additionne ces résultats, & il conclut que la constante de la parallaxe polaire est de 56′ 56″. Quant au rapport entre la parallaxe horizontale polaire de la Lune & son demi-diamètre horizontal, il le conclut par le résultat moyen des différentes mesures du diamètre de la Lune, comparées aux parallaxes qui avoient lieu lors des Observations.

Suivant M. de la Lande, la constante de la parallaxe polaire est de 56′ 54″; elle est de 56′ 52″, suivant M. Grischow, de l'Académie de Pétersbourg. Au reste, loin de s'étonner de cette petite différence entre les résultats, on doit au contraire être étonné de l'accord de ces déterminations. En effet, si l'on considère la distance des temps, des lieux, la diversité des instrumens, des réfractions, des Étoiles auxquelles la Lune a été comparée, l'inégalité des hauteurs, la complication & le nombre des réductions, on ne peut être que surpris de trouver de si petites différences dans les résultats. La surprise sera sans doute moins grande, si l'on fait attention que toutes les Observations faites dans l'hémisphère austral, ont été confiées à un seul Observateur, & que cet Observateur étoit M. l'abbé de la Caille.

(3.) Pour avoir une idée nette des résultats que je vais mettre sous les yeux du Lecteur, on se rappellera que j'ai démontré dans les précédens Mémoires, que si l'on nomme

q le demi-petit axe de la Terre;
ρ le demi-grand axe;

Observation du Cap.

l la latitude corrigée du Cap;
δ la déclinaison apparente du limbe de la Lune observée au Cap;
π' la parallaxe horizontale polaire correspondante à l'instant de l'Observation du Cap, tirée des anciennes Tables de M. Clairaut;
$R = \text{cos.}\ \delta\ \text{sin.}\ l - \rho\ \text{sin.}\ \delta\ \text{cos.}\ l$;
$P = \frac{1}{2}\ \text{sin.}\ 2\ l\ \text{cos.}\ (l - \delta) + \text{sin.}\ \delta\ \text{cos.}\ l$.

Observation correspondante faite en Europe.

l' la latitude corrigée du lieu;
δ' la déclinaison apparente du limbe de la Lune observée en Europe;
$R' = \text{cos.}\ \delta'\ \text{sin.}\ l' - \rho\ \text{sin.}\ \delta'\ \text{cos.}\ l'$;
$P' = \frac{1}{2}\ \text{sin.}\ 2\ l'\ \text{cos.}\ (l' - \delta') + \text{sin.}\ \delta'\ \text{cos.}\ l'$;

l'on a

$$\text{const. de la parall. horiz polaire} = \frac{3402\ \gamma}{(R' - R)\ \pi'};$$

$$d\ (\text{constante de la parallaxe}) = \frac{\pi'}{\gamma}(P' - P)\ d\rho \times 3402''.$$

On se rappellera également que j'ai supposé,

γ = Déclinaison app. du limbe de la Lune, lors de l'observ. du Cap
— déclin. appar. du même limbe, lors de l'obs. faite en Europe
+ variation de la déclin. ☾ dans l'intervalle des deux observations
+ R' × variat. de la parall. ☾ dans l'intervalle des deux observations.

C'est avec ces formules que j'ai calculé les observations.

(4.) La quantité γ est donnée en partie par les Obſervations & en partie par les Tables. M. l'abbé de la Caille, dans ſon Mémoire de 1761, l'a définie *ſomme des parallaxes.* Son exactitude dépend de l'exactitude des Obſervations, de la connoiſſance des réfractions, des erreurs des diviſions des inſtrumens, de la latitude du lieu, &c. Je n'entrerai point dans l'examen critique des différentes valeurs que les Aſtronomes ont données à γ, ſouvent d'après la même Obſervation. Cette diſcuſſion eſt un des principaux objets du Mémoire de M. l'abbé de la Caille, publié en 1761; on voit que cet Aſtronome attachoit un grand prix à ce travail. Au lieu de conclure la valeur de γ ſimplement, de la hauteur obſervée du limbe de la Lune, il conclut cette quantité, des différences des hauteurs obſervées du limbe de la Lune, & d'une Étoile bien connue, ſituée à peu-près ſous le même parallèle. Par-là toutes les erreurs dépendantes de la latitude du lieu, des réfractions, des diviſions de l'inſtrument, diſparoiſſent, puiſque ces erreurs affectent également les deux hauteurs. Quant à moi je me contenterai de donner l'expreſſion de la conſtante de la parallaxe horizontale polaire en valeur de γ, & je donnerai pour chaque Obſervation la valeur de γ, que M. l'abbé de la Caille regardoit comme la plus probable.

(5.) Comme les Obſervations que j'ai comparées à celle de M. l'abbé de la Caille; ont toutes été faites à Bologne, Paris, Gréenwich, Berlin & Stockolm, voici les latitudes que j'ai employées dans les calculs.

	Latitudes vraies.
Cap de Bonne-Eſpérance	$33^d\ 55'\ 13''$ auſtrale.
Bologne	44. 26. 36 boréale.
Paris	48. 50. 14.
Gréenwich	51. 28. 40.
Berlin	52. 31. 30.
Stockolm	59. 20. 30.

Cap de Bonne-Espérance.

$$l = -33^d\ 48'\ 19''.\qquad \log.\begin{cases}\text{sin. } l = 9{,}7493685.\\ \text{cos. } l = 9{,}9195647.\\ \rho\ \text{cos. } l = 9{,}9214370.\\ \tfrac{1}{2}\ \text{sin. } 2l = 9{,}6649332.\end{cases}$$
$$2l = -67.\ 36.\ 38.$$

Bologne.

$$l = 44^d\ 19'\ 7''.\qquad \log.\begin{cases}\text{sin. } l = 9{,}8442647.\\ \text{cos. } l = 9{,}8545827.\\ \rho\ \text{cos. } l = 9{,}8564750.\\ \tfrac{1}{2}\ \text{sin. } 2l = 9{,}6988464.\end{cases}$$
$$2l = 88.\ 38.\ 14.$$

Paris.

$$l = 48.\ 42.\ 50.\qquad \log.\begin{cases}\text{sin. } l = 9{,}8758852.\\ \text{cos. } l = 9{,}8194252.\\ \rho\ \text{cos. } l = 9{,}8213175.\\ \tfrac{1}{2}\ \text{sin. } 2l = 9{,}6953103.\end{cases}$$
$$2l = 97.\ 25.\ 40.$$

Gréenwich.

$$l = 51.\ 21.\ 23.\qquad \log.\begin{cases}\text{sin. } l = 9{,}8926712.\\ \text{cos. } l = 9{,}7955225.\\ \rho\ \text{cos. } l = 9{,}7974148.\\ \tfrac{1}{2}\ \text{sin. } 2l = 9{,}6881742.\end{cases}$$
$$2l = 102.\ 42.\ 46.$$

Berlin.

$$l = 52.\ 24.\ 20.\qquad \log.\begin{cases}\text{sin. } l = 9{,}8989164.\\ \text{cos. } l = 9{,}7853785.\\ \rho\ \text{cos. } l = 9{,}7872708.\\ \tfrac{1}{2}\ \text{sin. } 2l = 9{,}6842949.\end{cases}$$
$$2l = 104.\ 48.\ 40.$$

Stockolm.

$$l = 59.\ 13.\ 57.\qquad \log.\begin{cases}\text{sin. } l = 9{,}9341234.\\ \text{cos. } l = 9{,}7088822.\\ \rho\ \text{cos. } l = 9{,}7107745.\\ \tfrac{1}{2}\ \text{sin. } 2l = 9{,}6481055.\end{cases}$$
$$2l = 118.\ 27.\ 54.$$

Passons maintenant au calcul des Observations.

Observation du 9 Juin 1751.

(6.) Le 9 Juin 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Bologne & à Paris. Le même jour, l'Étoile fut comparée à l'étoile δ du Scorpion, dont la déclinaison étoit de $21^d\ 53'\ 35'',8$ australe.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile δ du Scorpion, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*	*Paris.*
$0^d\ 19'\ 39'',2$ limbe moins aust.	$0^d\ 40'\ 48'',3$ limbe plus aust.	$0^d\ 40'\ 46'',9$ limbe plus aust.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, à l'instant du passage au Méridien.

$21^d\ 33'\ 56''$ australe.	$22^d\ 34'\ 24''$ australe.	$22^d\ 34'\ 23''$ australe.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 54'\ 18'',3\ ;$$

donc

Cap & Bologne.	*Cap & Paris.*
Const. de la parall. pol. $= 0,92175\ \gamma$.	Const. de la parall. pol. $= 0,90009\ \gamma'$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 3699'',7\ ; \quad \gamma' = 3792'',9\ ;$$

donc

Constante de la parallaxe $= 58'\ 50'',2$. Constante de la parallaxe $= 56'\ 53'',2$.

$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = 2047''\ d\rho.$$

Observation du 4 Juillet 1751.

(7.) Le 4 Juillet 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile δ du Scorpion, dont la déclinaison étoit de $21^d\ 53'\ 35'',8$ australe.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile δ du Scorpion, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Gréenwich.*
1ᵈ 7′ 22″,8 limbe moins austral;	0ᵈ 1′ 32″,7 limbe moins austral.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, à l'instant du passage au Méridien.

20ᵈ 46′ 13″ australe; 21ᵈ 52′ 13″ australe.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi = 53' 50'',8 ;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Constante de la parallaxe horizontale polaire = 0,89030 7.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\alpha = 3838'',1 ;$$

donc

Constante de la parallaxe horizontale polaire = 56′ 57″,0.

d (constante de la parallaxe) = 1876″ $d\varrho$.

Observation du 2 Août 1751.

(8.) Le 2 Août 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Bologne & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile π du Sagittaire, dont la déclinaison étoit de 21ᵈ 23′ 31″,4 australe.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile π du Sagittaire, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*	*Paris.*
0ᵈ 28′ 59″,8 limbe plus aust.	1ᵈ 39′ 17″,8 limbe plus aust.	1ᵈ 31′ 35″,6 limbe plus aust.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, à l'instant du passage par le Méridien.

21^d 52′ 31″ australe. 22^d 53′ 49″ australe. 22^d 55′ 7″ australe.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 54' \ 16'',2 ;$$

donc

Cap & Bologne.	Cap & Paris.
Const. de la parall. polaire = 0,92374 γ.	Const. de la parall. polaire = 0,90410 γ′.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 3687'' ; \quad \gamma' = 3778'',4 ;$$

donc

Const. de la parall. = 56′ 53″,1. Const. de la parall. = 56′ 56″.

d (constante de la parallaxe) = 2040″ $d\rho$.

Observation du 2 Septembre 1751.

(9.) Le 2 Septembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Bologne & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile β du Capricorne, dont la déclinaison étoit de 15^d 32′ 31″,7 australe.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile β du Capricorne, dépouillée de la réfraction.

Cap.	Bologne.	Gréenwich.
0^d 41′ 39″,6 limbe moins aust.	0^d 21′ 10″ limbe plus aust.	0^d 16′ 56″,9 limbe plus aust.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, à l'instant du passage par le Méridien.

14^d 50′ 52″ australe. 15^d 53′ 42″ australe. 15^d 49′ 29″ australe.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

donc

Cap & Bologne.	*Cap & Greenwich.*
Conſt. de la parall. polaire $= 0,84630\,\gamma$;	Conſt. de la parall. polaire $= 0,80981\,\gamma'$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4032'',7; \quad \gamma' = 4222'',7;$$

donc

Conſt. de la par. pol. $= 56'\ 58'',8$.	Conſt. de la parall. pol. $= 56'\ 59'',6$.

$$d\ (\text{conſtante de la parallaxe}) = 2004''\ d\,\varrho.$$

Obſervation du 3 Octobre 1751.

(10.) Le 3 Octobre 1751, la diſtance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du paſſage par le méridien, fut obſervée au Cap & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile γ de la Baleine, dont la déclinaiſon apparente étoit de $2^d\ 10'\ 45'',3$ boréale.

Diſtance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile γ de la Baleine, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*
$1^d\ 2'\ 33'',4$ limbe plus boréal.	$0^d\ 1'\ 34'',3$ limbe moins boréal.

Déclinaiſon apparente du limbe boréal de la Lune, à l'inſtant du paſſage par le Méridien.

$3^d\ 13'\ 18'',7$ boréale ;	$2^d\ 9'\ 11''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 58'\ 55'',2;$$

donc

Cap & Paris.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,72470\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4736'',7.$$

donc

$$\text{Conſtante de la parallaxe polaire} = 57'\ 11'',3;$$

$$d\ (\text{conſtante de la parallaxe}) = 1691''\ d\,\varrho.$$

Cette observation est celle dans laquelle je m'éloigne le plus de la parallaxe moyenne. Je dois prévenir que M. l'abbé de la Caille a averti lui-même qu'il n'a pas employé la valeur de γ telle qu'on la déduiroit des Observations consignées dans son registre.

Observation du 10 Octobre 1751.

(11.) Le 10 Octobre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ des Gémeaux, dont la déclinaison apparente étoit de $20^d\ 54'\ 34'',5$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile ζ des Gémeaux, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Gréenwich.*
$0^d\ 22'\ 16'',8$ limbe moins boréal.	$1^d\ 41'\ 10''$ limbe moins boréal.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, à l'instant du passage par le Méridien.

$20^d\ 32'\ 18''$ boréale.	$19^d\ 13'\ 24''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 58'\ 35'',2;$$

donc

Cap & Gréenwich.

$$\text{Constante de la parallaxe horizontale polaire} = 0,71966\ 7.)$$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4749'';$$

donc

$$\text{Constante de la parallaxe} = 56'\ 51'',2,$$

$$d(\text{constante de la parallaxe}) = 1,08''\ d\gamma.$$

Observation du 3 Novembre 1751.

(12.) Le 3 Novembre 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Bologne & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile γ du Bélier, dont la déclinaison étoit de $18^d\ 4'\ 21'',8$ boréale.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile γ du Bélier, dépouillée de la réfraction.

Cap,	*Bologne.*	*Gréenwich.*
$1^d\ 39'\ 6''$ limbe plus boréal.	$0^d\ 26'\ 0''$ limbe plus boréal.	$0^d\ 26'\ 14''$ limbe plus boréal.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, lors du passage par le Méridien.

$19^d\ 43'\ 28''$ boréale.	$18^d\ 30'\ 22''$ boréale.	$18^d\ 30'\ 36''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$z' = 60'\ 50'',6\,;$$

donc

Cap & Bologne.	*Cap & Gréenwich.*
Const. de la paral. $= 0{,}75164\,\gamma$.	Const. de la parall. $= 0{,}69190\,\gamma'$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4545'',1. \qquad \gamma' = 4940'',4.$$

donc

Const. de la parall. $= 56'\ 55'',2$. Const. de la parall. $= 56'\ 58'',3$.

$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = 1842''d\rho.$$

Observation du 4 Novembre 1751.

(133) Le 4 Novembre 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ des Gémeaux, dont la déclinaison apparente étoit de $20^d\ 54'\ 33'',1$ boréale.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile ζ des Gémeaux, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*
$1^d\ 9'\ 31'',4$ limbe plus boréal.	$0^d\ 9'\ 48'',8$ limbe moins boréal.

Déclinaison apparente du limbe boréal de la Lune, lors du passage par le Méridien.

$22^d\ 4'\ 4''$ boréale. $20^d\ 44'\ 45''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 60' 47'',7;$$

donc

Cap & Paris.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,719067\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 4760'',2.$$

donc

$$\text{Constante de la parallaxe} = 57'\ 2'',9.$$
$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = 1622''d\rho.$$

(14.) Je n'ai point calculé l'Observation du 5 Novembre 1751, parce que la notice qu'en a donnée M. l'abbé de la Caille, dans les Mémoires de l'Académie, contient évidemment quelque inexactitude. Il s'ensuivroit en effet, de cette notice, que la déclinaison boréale du limbe de la Lune, étoit plus petite au Cap qu'à Stockolm; ce qui n'a pu avoir lieu.

Observation du 2 Décembre 1751.

(15.) Le 2 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Paris & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaison étoit de $20^d\ 57'\ 58'',2$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*	*Greenwich.*
$0^d\ 48'\ 32'',1$ limbe plus bor.	$0^d\ 14'\ 16''$ limbe plus aust.	$0^d\ 31'\ 13''$ limbe plus aust.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune à l'instant du passage par le Méridien.

$21^d\ 46'\ 30''$ boréale. $20^d\ 43'\ 42''$ boréale. $20^d\ 26'\ 45''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi = 60'\ 57'',6$$

donc

Cap & Paris.	*Cap & Gréenwich.*
Const. de la parall. $= 0,71823\ \gamma$.	Const. de la parall. $= 0,69276\ \gamma'$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 19'\ 30'',4. \qquad \gamma' = 1^d\ 21'\ 55'',5.$$

donc

Const. de la parall. $= 57'\ 6'',3$. Const. de la parall. $= 56'\ 45'',3$,

d (constante de la parallaxe) $= 1644''d\rho$.

Observation du 3 Décembre 1751.

(16.) Le 3 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap, à Bologne & à Berlin. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaison étoit de $20^d\ 57'\ 58'',2$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*	*Berlin.*
$0^d\ 55'\ 28'',7$ limbe plus bor.	$0^d\ 30'\ 55''$ limbe plus aust.	$0^d\ 28'\ 20''$ limbe plus aust.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, à l'instant du passage par le Méridien.

$21^d\ 53'\ 26'',9$ boréale. $20^d\ 27'\ 3'',2$ boréale. $20^d\ 29'\ 38'',2$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi = 60'\ 54'',5$$

donc

Cap & Bologne.	*Cap & Berlin.*
Conſt. de la parall. $= 0{,}75620\,\gamma$.	Conſt. de la parall. $= 0{,}68700\,\gamma'$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 15'\ 8'',9. \qquad \gamma' = 1^d\ 22'\ 55'',1.$$

donc

Conſt. de la parall. $= 56'\ 56'',8$. Conſt. de la parall. $= 56'\ 57'',7$.

$$d\,(\text{conſtante de la parallaxe}) = 1823''\,d\,\gamma.$$

Obſervation du 6 Décembre 1751.

(17.) Le 6 Décembre 1751, la diſtance du limbe auſtral de la Lune au Zénith, lors du paſſage par le méridien, fut obſervée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α du Taureau, dont la déclinaiſon étoit de $15^d\ 59'\ 22'',4$ boréale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile α du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Gréenwich.*
$0^d\ 8'\ 25'',7$ limbe plus auſtral;	$1^d\ 42'\ 56'',4$ limbe plus auſtral.

Déclinaiſon apparente du limbe auſtral de la Lune, à l'inſtant du paſſage par le Méridien.

$15^d\ 50'\ 56'',8$ boréale;	$14^d\ 16'\ 26''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 58'\ 35'',8\,;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire $= 0{,}70868\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 20'\ 30'',8\,;$$

donc

$$\text{conſtante de la parallaxe} = 57'\ 3'',5,$$

$$d\,(\text{conſtante de la parallaxe}) = 1519''\,d\,\gamma.$$

Observation du 27 Décembre 1751.

(18.) Le 27 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Berlin. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α, du Taureau, dont la déclinaison étoit de $15^d\ 59'\ 22'',4$.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile α du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	Berlin.
$0^d\ 42'\ 16'',1$ limbe plus austral.	$1^d\ 50'\ 47'',4$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune à l'instant du passage par le Méridien.

$15^d\ 17'\ 6''$ boréale.	$14^d\ 8'\ 35'',6$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59'\ 8'',0\ ;$$

donc

Cap & Berlin.

$$\text{Constante de la parallaxe} = 0,69720\ \gamma.$$

D'après M. l'Abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 22'\ 1'',8,$$

donc

$$\text{Constante de la parallaxe} = 57'\ 11'',4\ ,$$

$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = 1515''\,d\,\rho.$$

M. l'abbé de la Caille annonce quelqu'incertitude sur cette Observation.

Observation du 28 Décembre 1751.

(19.) Le 28 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Berlin. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α du Taureau, dont la déclinaison étoit de $15^d\ 59'\ 22'',4$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile α du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Berlin.*
$2^d\ 55'\ 11'',7$ limbe plus boréal.	$1^d\ 35'\ 33'',7$ limbe plus boréal.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

$18^d\ 50'\ 34'',1$ boréale.	$17^d\ 34'\ 56'',1$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

[illegible] $= 59'\ 53'',5$;

donc

Cap & Berlin.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,69307\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 22'\ 12'',1\ ;$$

donc

$$\text{Constante de la parallaxe polaire} = 56'\ 58'',2\ ,$$
$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = 1515''\,d\delta.$$

Observation du 29 Décembre 1751.

(20.) Le 29 Décembre 1751, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par le méridien, fut observée au Cap & à Paris. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaison étoit de $20^d\ 57'\ 57'',9$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*
$0^d\ 21'\ 17'',7$ limbe plus boréal.	$0^d\ 53'\ 17'',8$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

$21^d\ 19'\ 15''$ boréale.	$20^d\ 4'\ 40''$ boréale.

D'après

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

donc

Cap, & Paris.

Constante de la parallaxe polaire $= 0{,}72125\ r.$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$r = 1^d\ 18'\ 57'',3\,;$$

donc

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 56'\ 56'',8$,

$$d\ (\text{constante de la parallaxe}) = 1631''\ d\ \rho.$$

Observation du 31 Décembre 1751.

(21.) Le 31 Décembre 1751, la distance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du passage au méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaison étoit de $20^d\ 57'\ 57'',9$ boréale.

Distance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Gréenwich.*
$0^d\ 53'\ 40'',4$ limbe plus boréal.	$0^d\ 33'\ 35''$ limbe plus austral.

Déclinaison aparente du limbe boréal de la Lune, lors du passage au Méridien.

$21^d\ 51'\ 38'',3$ boréale.	$20^d\ 24'\ 22'',9$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$x' = 60'\ 46'',0\,;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0{,}69607\ x.$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

donc

$$\text{Constante de la parallaxe} = 56'\ 57'',5$$
$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = 1489''\ d\,\rho.$$

Observation du 4 Janvier 1752.

(22.) Le 4 Janvier 1752, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage au méridien, fut observée au Cap & à Bologne. Le même jour, le limbe fut comparé à *Procyon*, dont la déclinaison étoit de $5^d\ 50'\ 18'',7$ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à Procyon, *dépouillée de la réfraction.*

Cap.	*Bologne.*
$0^d\ 30'\ 59'',9$ limbe plus austral.	$1^d\ 51'\ 18'',7$ limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

$5^d\ 19'\ 19''$ boréale.	$3^d\ 59'\ 0''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 57'\ 54'',9\,;$$

donc

Cap & Bologne.

$$\text{Constante de la parallaxe horizontale polaire} = 0{,}76647\,\gamma.$$

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 14'\ 20''\,;$$

donc

$$\text{Constante de la parallaxe} = 56'\ 58'',4,$$
$$d\,(\text{constante de la parallaxe}) = 1897''\ d\,\rho.$$

Observation du 25 Janvier 1752.

(23.) Le 25 Janvier 1752, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage par la méridien, fut observée au Cap, à Paris & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile ζ du Taureau, dont la déclinaison étoit de 20^d 57′ 58″,5 boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile ζ du Taureau, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Paris.*	*Gréenwich.*
0^d 39′ 21″,9 limbe plus aust.	1^d 51′ 6″,6 limbe plus aust.	1^d 52′ 39″,8 limbe plus aust.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

20^d 18′ 36″,6 boréale.	19^d 6′ 51″,9 boréale.	19^d 5′ 18″,7 boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59' \, 13'',3 \, ;$$

donc

Cap & Paris.	*Cap & Gréenwich.*
Const. parall. $= 0{,}73393\,\gamma$;	Const. parall. $= 0{,}71215\,\gamma'$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d \, 17' \, 42'',7 \, ; \quad \gamma' = 1^d \, 20' \, 6'',2 \, ;$$

donc

Const. de la parall. $= 57' \, 2'',0$; Const. de la parall. $= 57' \, 2'',7$,

d (constante de la parallaxe) $= 1911'' \, d\rho$.

Observation du 26 Janvier 1752.

(24.) Le 26 Janvier 1752, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage au méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile *i* du Taureau, dont la déclinaison étoit de 21^d 12′ 34″ boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile i *du Taureau, dépouillée de la réfraction.*

Cap.	*Gréenwich.*
0^d 38′ 0″,5 limbe plus boréal ;	0^d 39′ 56″,9 limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

21^d 50′ 34″,5 boréale; 20^d 32′ 37″,1 boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59' \, 40'',1\,;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Constante de la parallaxe horizontale polaire $= 0{,}71010\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d \, 20' \, 14'',4\,;$$

donc

Constante de la parallaxe $= 56' \, 58'',7$,
d (constante de la parallaxe) $= 1489'' \, d\gamma$.

Observation du 27 Janvier 1752.

(25.) Le 27 Janvier 1752, la distance du limbe austral de la Lune au Zénith, lors du passage au méridien, fut observée au Cap & à Gréenwich. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile η des Gémeaux, dont la déclinaison étoit de 22^d 39′ 9″,6 boréale.

Distance apparente du limbe austral de la Lune à l'étoile η des Gémeaux, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Gréenwich.*
0^d 43′ 10″,8 limbe plus austral.	2^d 6′ 20″,9 limbe plus austral.

Déclinaison apparente du limbe austral de la Lune, lors du passage au Méridien.

21^d 55′ 58″,8 boréale. 20^d 32′ 48″,7 boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59' \, 57'',6\,;$$

donc

Cap & Gréenwich.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire de la Lune $= 0{,}70617\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 20'\ 30'',0.$$

donc

$$\text{Conſtante de la parallaxe} = 56'\ 52'',3.$$

$$d\,(\text{conſtante de la parallaxe}) = 1489''\,d\rho.$$

Obſervation du 30 Janvier 1752.

(26.) Le 30 Janvier 1752, la diſtance du limbe boréal de la Lune au Zénith, lors du paſſage au méridien, fut obſervée au Cap & à Bologne. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α de l'Écreviſſe, dont la déclinaiſon étoit de $12^d\ 47'\ 56'',5$ boréale.

Diſtance apparente du limbe boréal de la Lune à l'étoile α de l'Écreviſſe, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*
$0^d\ 44'\ 48''$ limbe plus boréal.	$0^d\ 36'\ 8'',6$ limbe plus auſtral.

Déclinaiſon apparente du limbe boréal de la Lune, lors du paſſage au Méridien.

$13^d\ 32'\ 44'',5$ boréale.	$12^d\ 11'\ 47'',9$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 59'\ 22'',9;$$

donc

Cap & Bologne.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire de la Lune $= 0{,}75339\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 15'\ 31'',7.$$

donc

$$\text{Conſtante de la parallaxe} = 56'\ 54'',1.$$

$$d\,(\text{conſtante de la parallaxe}) = 1823''\,d\rho.$$

Obſervation du 31 Janvier 1752.

(27.) Le 31 Janvier 1752, la diſtance du limbe auſtral de la Lune au Zénith, fut obſervée au Cap & à Bologne. Le même jour, le limbe fut comparé à l'étoile α d'Orion, dont la déclinaiſon étoit de $7^d\ 20'\ 10'',9$ boréale.

Diſtance apparente du limbe auſtral de la Lune à l'étoile α d'Orion, dépouillée de la réfraction.

Cap.	*Bologne.*
$0^d\ 46'\ 28'',2$ limbe plus boréal.	$0^d\ 34'\ 52'',9$ limbe plus auſtral.

Déclinaiſon du limbe auſtral de la Lune, lors du paſſage au Méridien.

$8^d\ 6'\ 39'',1$ boréale.	$6^d\ 45'\ 18''$ boréale.

D'après les Tables de M. Clairaut, on avoit

$$\pi' = 58'\ 43'',1\ ;$$

donc

Cap & Bologne.

Conſtante de la parallaxe horizontale polaire $= 0,75567\,\gamma$.

D'après M. l'abbé de la Caille, on avoit

$$\gamma = 1^d\ 15'\ 18'',8.$$

donc

Conſtante de la parallaxe $= 56'\ 54'',7$.

d (conſtante de la parallaxe) $= 1882''\,d\gamma$.

(28.) Je viens de mettre ſous les yeux du Lecteur, toutes les Obſervations d'Étoiles que M. l'abbé de la Caille a diſcutées dans ſon Mémoire de 1761, & dont il a donné les réductions. Si l'on prend le milieu entre les différentes valeurs de la conſtante de la parallaxe horizontale polaire, l'on aura, en admettant toutes les Obſervations

Conſtante de la parallaxe polaire $= 56'\ 57'',6$.

Et ſi l'on rejette les Obſervations des 3 Octobre &

27 Décembre 1751, ſur leſquelles M. l'abbé de la Caille annonce quelque incertitude, on aura

Conſtante de la parallaxe polaire $= 56' \, 56'',5$.

(29.) Les réſultats précédens ſuppoſent que les axes de la Terre, ſont dans le rapport de 229 à 230. Si l'on prend la valeur moyenne de d (conſtante de la parallaxe) on aura

d (conſtante de la parallaxe) $= 1750'' \, d\rho$.

Mais l'on a les valeurs ſuivantes de $d\rho$.

Rapport des axes de la Terre.	*Valeurs de* $d\rho$.
Comme 320 à 321,	$d\rho = -0,00123$.
299 à 300,	$d\rho = -0,00103$.
229 à 230,	$d\rho = 0,00000$.
200 à 201,	$d\rho = +0,00062$.
177 à 178,	$d\rho = +0,00127$.

On voit par-là que, ſi l'on admettoit le rapport de 320 à 321, il faudroit, en partant des mêmes Obſervations, diminuer de 2'',152 la conſtante de la parallaxe.

Si l'on admettoit le rapport de 299 à 300, il faudroit diminuer la conſtante de 1'',760.

Si l'on admettoit le rapport de 200 à 201, il faudroit augmenter la conſtante de 1'',080,

Si l'on admettoit enfin le rapport de 177 à 178, il faudroit augmenter la conſtante de 2'',170.

Remarque ſur la méthode connue en Aſtronomie, ſous le nom de méthode des plus grandes latitudes.

(30.) La méthode des plus grandes latitudes a été employée autrefois par Ptolémée, pour déterminer la parallaxe de la Lune. Tycho-Brahé s'en eſt ſervi pour le même uſage, & M. Halley la propoſa aux Aſtronomes en 1679. Elle conſiſte à obſerver les hauteurs méridiennes de la Lune dans ſes plus grandes diſtances de l'Écliptique, lorſque le nœud aſcendant de cette Planète eſt ſitué vers le premier point d'Ariès. Comme alors la Lune a environ $28^d\ 30'$ de déclinaiſon boréale lorſque ſa longitude eſt de 3 ſignes, & $28^d\ 30'$ de déclinaiſon auſtrale lorſque ſa longitude eſt de 9 ſignes; ces deux obſervations, quoique faites dans le même Obſervatoire, équivalent néanmoins à deux obſervations qui ſeroient faites par des Obſervateurs éloignés l'un de l'autre, de 57 degrés en latitude. Ce ſimple énoncé doit faire ſentir que la queſtion ſe réſout par les formules du *§. 3;* nous remarquerons ſeulement que, comme la diſtance des obſervations eſt d'environ quinze jours, & que l'on eſt obligé d'emprunter des Tables aſtronomiques, la variation de la déclinaiſon de la Lune & de la parallaxe pendant cet intervalle, les réſultats peuvent paroître précaires. Il eſt donc évident que la meilleure méthode pour déterminer la parallaxe de la Lune, eſt celle employée en 1751.

Note ſur une petite erreur qui s'eſt gliſſée dans le Mémoire ſur la parallaxe du Soleil, inſéré dans le volume de 1781.

(31.) DANS ce Mémoire, nous avons ſuppoſé *(§. 4)* que la parallaxe horizontale du Soleil, lors du paſſage du 6 Juin 1761, étoit de 8",600; & *(§. 5)* que cette parallaxe étoit de 8",620, le 3 Juin 1769. Comme la variation de la parallaxe horizontale du Soleil, dans l'intervalle des deux paſſages, n'étoit réellement que de 0",003, il faut augmenter de 0",017, la parallaxe du 6 Juin 1761, pour rendre les calculs parfaitement cohérens entr'eux. L'on aura alors 8",637 pour le terme conſtant de l'expreſſion de la parallaxe du Soleil du *§. 24*, correſpondante au paſſage du 6 Juin 1761; & *(§. 28)* 8",707 pour la parallaxe du Soleil, lors du même paſſage, dans les ſuppoſitions de ce paragraphe.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE

FAITES EN 1781,

Dans un Voyage sur les côtes de basse Normandie.

Par M. LE GENTIL.

PENDANT quatre mois de séjour, en 1781, à Coûtances, je m'y suis occupé des objets suivans : 1.° des marées; 2.° de l'examen d'une espèce de terre ou plutôt de sable, que les laboureurs vont chercher sur le bord de la mer; ce sable m'a paru être en grande partie une espèce de falun; 3.° de l'examen de quelques Eaux des environs de Coûtances, qui passent pour minérales, je veux dire ferrugineuses; 4.° enfin, de la description de quelques pierres & terres des environs de la ville de Coûtances. Je m'étois proposé d'y observer l'éclipse de Soleil du 17 Octobre, les nuages m'en ont empêché.

ARTICLE PREMIER.

Sur les Marées.

Dans cet article, mon but unique a été d'examiner une opinion dans laquelle j'ai été nourri jusqu'à l'âge de plus de vingt ans, que j'ai quitté ma patrie pour venir à Paris, & dans laquelle j'ai persisté depuis; savoir que les marées sont plus fortes (sur nos côtes) dans les équinoxes, toutes choses d'ailleurs égales, que dans les solstices.

L'été de 1781 fut des plus favorables pour cette observation, les vents furent presque toujours, à la côte, très-foibles, & du nord & nord-est, incapables d'arrêter ou de suspendre le soulèvement des eaux de la mer; les vents d'ouest, quand ils soufflèrent, furent également si foibles qu'ils ne furent point capables d'amonceler ses eaux sur nos côtes.

Enfin, j'ai consulté tous les gens du pays, habitant les bords de la mer, sur un phénomène aussi important, & ils m'ont tous assuré unanimement, que les plus grandes marées de l'année arrivent dans les équinoxes ou aux environs; c'est un fait généralement attesté dans le pays, & qui s'observe très-constamment depuis la Hougue, Carentan, Cherbourg, Port-bail, Pirou, Blainville, Agon, Hugueville, Renéville, Briqueville sur la mer; Saint-Martin-le-vieux, Grandville, Avranches, & aux grèves du Mont-Saint-Michel. J'ai eu des avis certains de tous ces différens endroits, je suis resté plusieurs jours à Isigny (en 1773), & à Carentan, où tous les marins & gens de côtes, que j'ai interrogés, m'ont assuré ce fait.

Mais le lieu où j'ai le plus rassemblé de témoignages, concernant ce phénomène, est à Saint-Martin-le-vieux, entre Coûtances & Grandville, à trois lieues de l'un & de l'autre, chez M. Potier mon beau-frère, où j'ai passé quelque temps en différentes fois. Saint-Martin est à une petite demi-lieue du bord de la mer, & en est séparé par un marais à peu-près d'égale largeur, & qui s'étend jusqu'aux environs de Grandville, à deux lieues & demie au sud; ce marais est traversé par une petite rivière, qui forme à son embouchure un petit havre, dans lequel on entre à la faveur de la marée, & qu'on nomme le *havre de Briqueville;* je n'y ai vu que des espèces de barques ou bateaux. Dans les grandes marées, la mer entre & vient se répandre dans le marais, & pousse ses flots jusque contre le fossé du jardin de mon beau-frère, qui, depuis près de huit ans qu'il habite Saint-Martin, a été bien à portée de jouir de ce beau spectacle & d'en observer les changemens. Il y a, de temps immémorial, pour le pays, un corps-de-garde établi sur le bord de la mer, où se retirent des Gardes-côtes pour empêcher la contrebande; ils sont obligés d'être en allerte à toutes les marées; & personne ne les connoît par conséquent mieux qu'eux: or, voici le fait qu'ils m'ont assuré:

Savoir, que la mer n'entre pas dans leur havre ni par conféquent dans le marais, à toutes les nouvelles & pleines lunes; qu'on ne l'y voit point en Mai, en Juillet, ni même au commencement d'Août, quelque violens que foient les vents d'oueft qui puiffent régner: les marées font alors fi foibles, en comparaifon des marées de l'équinoxe, que dans le pays les gens de la côte, les pêcheurs fur-tout, les appellent *mouille-cu*, pour les diftinguer des grandes marées; ces marées, felon eux, commencent à croître à la fin d'Août, elles augmentent fenfiblement à chaque fyzygie jufqu'au mois d'Octobre; en forte que la plus grande marée eft toujours celle qui arrive le plus près de l'équinoxe, non pas dans le mois de Septembre, mais dans le mois d'Octobre, c'eft-à-dire, que fi la nouvelle ou pleine lune arrive dans les cinq ou fix premiers jours d'Octobre, la marée qui fuit feroit plus forte que celle de la nouvelle ou pleine lune qui feroit arrivée, par exemple, cinq à fix jours avant l'équinoxe: ce dernier fait mérite attention, & il paroît avoir été connu de M. Caffini (Dominique). Depuis cette dernière époque, les marées diminuent jufqu'au folftice de Décembre, & elles ne recommencent à devenir plus fortes qu'à la fin de Février ou au commencement de Mars jufqu'à la fin d'Avril, ou vers l'entrée de Mai que reviennent enfuite peu-à-peu les *mouille-cu*.

Ces faits, qui me paroiffent d'accord avec le fyftème de Newton, m'ont encore été confirmés par plus de cent perfonnes peut-être, tant pêcheurs que laboureurs: ces derniers vont en troupe pendant l'été dans le marais dont je viens de parler, y chercher, pour engraiffer leurs champs, une efpèce de terre ou d'engrais, dont je parlerai dans l'article fuivant, nommée *tangue* dans le pays, & *tente* à Avranches. Les grèves du Mont-Saint-Michel font encore une preuve de ce fait, car on n'y va guère à pied fec que quand la fin de Juillet eft venue; c'eft alors que les marées commencent à augmenter au point de laiffer les grèves affez à fec pour y aller commodément. C'eft ce que m'affurèrent les gens du pays en 1778: ce fut en effet dans les premiers jours d'Août que je vifitai cet fameux Monaftère.

A Grandville le même phénomène a lieu, & les habitans de ce port, si c'en est un, me le confirmèrent en 1778. Je ne me suis pas contenté de leur témoignage; je retournai à Grandville en 1781; je visitai le port avec plus d'attention. Il y avoit alors plusieurs corsaires sur les chantiers: *Madame*, corsaire de trente-six canons, étoit en armement. Nous allames à bord par curiosité: je fis aux Officiers les mêmes questions que je venois de faire aux Ouvriers qui travailloient dans le port & le chantier: tous m'assurèrent unanimement qu'à Grandville & aux environs, les plus fortes marées arrivoient toujours dans les temps des équinoxes.

C'est donc un fait attesté unanimement dans toute la basse Normandie, que sur les côtes maritimes de cette Province, depuis l'embouchure de la rivière de Vire, qui forme les deux veys, jusqu'aux grèves du Mont-Saint-Michel, les marées sont les plus fortes aux temps des équinoxes, toutes choses d'ailleurs égales.

A ces témoignages je vais joindre les observations que j'ai faites moi-même cette même année 1781, à l'embouchure de la rivière de Sienne, & sur les côtes voisines, à deux ou trois lieues de la ville de Coûtances. Pour une plus grande intelligence de cet article, j'ai fait graver deux Cartes, calquées sur la Carte de M. Cassini, qui renferment la partie des côtes de basse Normandie, comprise entre Coûtances & Avranches: on y remarque la rivière de Sienne, qui à son embouchure forme deux petits havres, dans lesquels on ne peut entrer qu'à la faveur des marées; l'un de ces havres est Renéville, l'autre Agon. Les personnes du pays font monter, en temps de paix, à cent mille écus le seul commerce d'Agon, ce qui doit être bien exagéré; ce seroit même beaucoup encore pour les deux endroits. Les paroisses d'Agon & de Renéville sont à la vérité séparées l'une de l'autre par une demi-lieue ou trois quarts de lieue de distance; mais la rivière passe entr'elles; & les navires ayant tous pour rempart contre la mer la digue d'Agon, les deux havres n'en doivent former véritablement qu'un. Il peut entrer dans ce havre des navires à trois mâts ; du moins j'y en ai vu quelques-uns, c'est-à-dire, cependant d'environ deux cents tonneaux.

La paroisse de Renéville est à 2000 toises à peu-près de la mer, dont les eaux remontent, dans les grandes marées, le long de cette rivière, à près de 8000 toises de son lit, jusqu'à un endroit nommé *Yenville*, en faisant un coude considérable devant Agon.

A 3000 toises environ du port d'Agon & de Renéville, en remontant la rivière, on trouve sur sa rive gauche, la paroisse de Montchaton. En cet endroit de la rivière, est un pont, nommé le *pont de la Roque*, à onze arches si je me le rappelle bien : la mer monte fort haut à ce pont dans les grandes marées, puisqu'elle va encore près de deux lieues au-delà. Comme les côtes des deux côtés sont assez élevées à Montchaton, on pourroit si on vouloit, barrer la mer à ce pont, comme on a fait à Carentan, & l'empêcher par-là de se répandre plus loin ; cette barrière mise à la mer, procureroit l'avantage d'un petit port en cet endroit, & pourroit rendre le pays plus commerçant, s'il étoit vrai qu'il pût jamais le devenir. Cet objet mériteroit bien un examen à part, mais il n'est point du ressort de l'Académie, & je me réserve d'en parler dans mon essai sur l'Histoire du Côtentin, dont je m'occupe dans mes momens perdus. Je me contente ici de dire deux mots sur la digue d'Agon, relativement à la hauteur actuelle de la mer sur ces côtes & aux environs.

Agon, séparé, comme je viens de le dire, de Renéville par la rivière, jouit des avantages du même havre ; le premier de ces villages est séparé de la mer par une longue langue de sables, & de dunes également de sables, visiblement amoncelés & fort relevés du côté de la mer. Cette langue de sables, de plus de 1000 toises de largeur & de 1500 de longueur, en avançant dans le sud, y forme une pointe qui écarte le lit de la rivière. On nomme cette langue, je le répète, la *digue d'Agon*. Or, on pense dans ce pays que si cette digue étoit coupée, la mer auroit alors un passage libre jusqu'à la ville de Coûtances, dans une partie basse qu'elle inonderoit, appelée le *pont de Soule*, dénomination prise de la rivière de même nom, qui traverse ce fauboug. Mais outre qu'il m'a paru impossible de détruire cette digue ou espèce d'isthme, il n'est pas vrai qu'en la supposant coupée, la mer pût se répandre dans le pays, & jusqu'à Coûtances; il faudroit pour le faire, que son niveau actuel en avant de la digue d'Agon, fût de plus de douze pieds plus élevé qu'il n'est en dedans des havres de Renéville & d'Agon. Or, la passe de la rivière est trop large pour que cette inégalité de niveau puisse avoir lieu dans aucun cas; ce dont je me suis bien assuré par les examens que j'ai faits sur les lieux en 1781, & tout récemment en 1784, que je suis allé passer deux jours à Renéville pendant la marée du 15 Septembre, exprès pour y faire de nouvelles observations sur cet objet. J'ai vu que, soit que la digue existe, soit qu'elle n'existe pas, la mer ne sera jamais plus haute au pont de la Roque qu'elle n'y est actuellement dans les grandes marées: elle ne pourroit donc pas remonter la rivière de Soule plus haut qu'elle ne fait aujourd'hui.

Je me rappelle d'avoir lû autrefois dans Strabon, un trait qui a quelque rapport à celui-ci; savoir, que plusieurs Rois d'Égypte avoient commencé avant Darius à creuser un canal pour communiquer la mer Rouge avec la Méditerranée par l'isthme de Suès; que Darius avoit entrepris de terminer cet ouvrage, mais qu'il l'abandonna au moment où il touchoit à sa fin, parce qu'on lui persuada fort *ignoramment* que la mer Rouge étoit beaucoup plus élevée que la Méditerranée; en sorte que si l'isthme étoit coupé par un canal, la mer engloutiroit la *basse* Égypte. *Postea Darium primùm in operis absolutionem successisse, is opus penè absolutum deseruit, falsò enim ei erat persuasum rubrum mare Ægypto esse sublimius: ideòque si intermedius isthmus incideretur, Ægyptum a mari obrutum iri.* (Strab. Geogr. lib. XVII, p. 931.)

Me seroit-il permis de comparer pour un instant les petites choses aux grandes? S'il étoit vrai que la mer pût venir jusqu'à Coûtances, la digue d'Agon supposée détruite, ce ne ſeroit que parce qu'elle ſeroit plus haute à la tête de la digue qu'en dedans, de 10 à 12 pieds au moins. En ce cas, tous les terreins bas, à droite & à gauche de la rivière de Soule, ſeroient inondés : or, ces terreins ſont conſidérables & très-précieux.

Cette invaſion de la mer s'étendroit également le long de la rivière de Sienne, dévaſteroit des terreins plus immenſes encore, parce que cette partie eſt beaucoup plus baſſe que celle où coule la rivière de *Soule*, depuis Coûtances juſqu'au pont de la Roque. En effet, la mer, dans l'état actuel des choſes, remonte déjà la rivière de Sienne à plus d'une lieue du pont de la Roque, juſqu'à un pont, nommé le *pont d'Yenville*, où eſt un moulin que les eaux arrêtent dans les marées : elles s'étendent bien au-delà encore, au lieu que la mer ne remonte pas la Soule bien au-delà du même pont de la Roque. Que l'on ſuppoſe maintenant un nouveau volume d'eau de 10 à 12 pieds d'élévation à la place de la digue d'Agon, & que ce volume vienne ſe répandre ſur cette première couche, que de terreins précieux en ſeroient couverts, inondés & détruits ! un commerce imaginaire ne répareroit jamais une pareille perte.

Je reviens aux marées : à la tête du pont de la Roque, du côté de Montchaton, le ſeigneur du lieu a un fermier qui eſt bien à portée de voir très-ſouvent la mer, & toutes les fois qu'elle vient au pont, s'il le juge à propos, puiſqu'il a la permiſſion d'y pêcher ; j'y allai le 17 de Juillet, pour y prendre des éclairciſſemens, j'y paſſai une partie de la journée, je dînai chez ce fermier, à qui je fis mille queſtions ſur les marées : la nouvelle Lune devoit arriver dans quatre jours, ſavoir ; le 21 du même mois, & j'avois cru, en allant le 17 au pont de la Roque, que je pourrois être témoin des premières oſcillations de la mer ; mais cet homme m'aſſura qu'il étoit fort inutile que je me donnaſſe la peine de venir voir la marée qu'elle ne ſeroit guère plus grande que les précédentes, qui étoient toutes des petites marées ; que ſi j'étois bien curieux de voir une grande & belle marée, il falloit attendre à la fin d'Août, ou mieux encore à la fin de Septembre.

Ces gens-là sont si au fait des différens effets des marées, qu'ils en annoncent toutes les circonstances, souvent quelques jours d'avance, conformément aux vents qu'ils remarquent, & qu'ils sont à portée de voir tous les jours, ils vous diront l'heure de la marée, sa force, c'est-à-dire jusqu'où elle montera, si celle du matin sera plus ou moins forte que celle du soir; ils assurent qu'elles sont rarement égales.

Quoique cette marée du 21 de Juillet, ne dût pas être forte, selon le fermier que j'avois consulté, j'y retournai cependant le 24, qui devoit être le jour de la plus grande marée occasionnée par la nouvelle Lune du 21.

J'attendis la mer au pont, elle vint assez exactement à l'heure que je l'avois espéré, d'après le passage de la Lune par le Méridien, pour ce lieu-là, combiné avec son retard en vingt-quatre heures; je marquai l'endroit du pont où elle s'arrêta, pour y comparer les marées suivantes. La marée qui arriva quinze jours après, & que je visitai encore, fut également foible; dans tous ces cas, il fit le plus beau temps du monde, & les vents toujours au nord-est, très-foibles.

Je trouvai dans ces voyages une foule de Laboureurs, dont je connoissois une grande partie; je questionnai les uns & les autres, ils s'accordèrent à me dire que si je voulois prendre la peine de retourner en Septembre, je verrois de plus grandes marées: ces paysans viennent de tous les environs, comme je le dirai plus amplement dans l'article suivant, au pont de la Roque, pour en enlever de la tangue; la plus grande partie étoit alors occupée à tirer cette tangue des bords de la rivière, & à la transporter hors de la lisière; là ils en font des tas, parce que dans les grandes marées de Septembre & d'Octobre, la mer qui est souvent au pont de la Roque, & qui mouille deux fois par jour le lit de la rivière, ne leur permet pas d'aller chercher cet engrais précieux; c'est alors qu'ils ont recours à ces amas qu'ils ont eu soin de former d'avance dans les terreins dépendans du fermier, & où la mer ne va point; & ils payent à ce fermier quelque légère rétribution pour en avoir la permission.

J'allai

J'allai voir la marée de la pleine Lune d'Août, le 4 de ce mois, à Agon, pour y prendre quelques connoissances nouvelles relatives à mon objet : j'avois chargé au pont de la Roque, le fermier qui y réside, de marquer au pont, l'endroit où la mer monteroit à cette pleine Lune : à Agon, je suivis les pêcheurs fort avant dans la mer, & j'eus le courage d'aller jusqu'à *basse eau*, comme ils disent, terme qui étoit à plus d'une lieue du bord ; ils m'assurèrent qu'ils me mèneroient encore bien plus loin, si je voulois prendre la peine d'entreprendre le même voyage à la marée de l'Équinoxe, qu'ils jugeoient par la marée actuelle, qu'à celle-là la mer reculeroit plus d'une lieue encore au-delà du terme où je la voyois alors, qu'il y avoit même grande apparence que le grand rocher nommé *Rantqui*, découvriroit comme il le fait d'ordinaire dans les Équinoxes.

Ce fut au retour d'Agon que je fis ce voyage de Grandville, dont j'ai parlé un peu plus haut, pour me confirmer dans mon opinion, ou plutôt pour prendre de nouvelles informations au sujet de ce phénomène qu'il est important de bien constater.

La première grande marée de Septembre devoit arriver les 3, 4 & 5 du même mois ; je retournai coucher à Agon le 3 au soir, pour y passer la journée du 4 ; d'Agon à la grève il y a encore trois grands quarts de lieue, d'une marche assez pénible au travers des sables & des dunes qui fatiguent beaucoup : je fis porter nos provisions sur le bord de la mer, & nous y dînames en attendant les pêcheurs, qui ne se rendent à la mer qu'à l'heure qu'ils savent, par une longue expérience dans laquelle ils ont été élevés, que la mer sera assez retirée pour pouvoir pêcher à leur aise ; lorsque je les aperçus de loin dans les dunes, affluer de tous les côtés, la mer s'étoit déjà retirée à trois quarts de lieue de moi ; j'allai à sa suite, dans l'intention de prendre assez les devans sur ces pêcheurs, pour arriver en même temps qu'eux jusqu'au terme de la basse-mer ; mais il y avoit cette fois-ci beaucoup plus loin qu'à la dernière marée, ils alloient beaucoup mieux que moi, ils m'eurent bientôt atteint, & même dépassé; je craignis, pour le retour, que la fatigue ne me fît trop rester de l'arrière; car ces gens-là ne commencent souvent à revenir qu'au moment où l'eau leur a gagné le haut des cuisses: voici d'ailleurs une circonstance qui ralentit ma marche; toute la grève s'étoit insensiblement couverte, à perte de vue, de charrettes qui des environs étoient venues au varech; sur quoi il est bon que je fasse observer qu'on trouve en mer, dans ces parages, un gros rocher, à près de trois mille toises d'Agon, nommé *Ramqui*; les charrettes vont aussi à ce rocher chercher du varech, parce qu'il y est très-abondant; mais elles ne peuvent y aller qu'aux marées de Mars ou de Septembre, parce que ce n'est que dans ces deux saisons de l'année que la mer est assez basse pour permettre aux charrettes d'approcher de ce rocher qui découvre bien alors son sommet, mais dont le pied est toujours baigné des eaux de la mer: or, tous ceux de ces gens que je questionnai, m'assurèrent que la marée du mois d'Octobre prochain, la plus voisine de l'Équinoxe, seroit bien plus forte encore que celle que je voyois.

Le 5, nous partîmes d'Agon à six heures du matin, la mer montoit & étoit déjà dans le havre; nous revînmes par Montchaton, afin de pouvoir observer la marée au pont de la Roque, & la comparer au terme de celle du mois d'Août, que j'y avois observée: on côtoie toujours la rivière d'Agon jusqu'à Montchaton, & nous avions le plaisir de voir, à notre droite, la mer remonter la rivière; nous arrivames au pont en même temps que la haute-mer, fort exactement à l'heure que j'avois calculée pour celle de la marée. La mer parut immobile pendant quelques minutes, après quoi elle commença à reculer; or, le point où je la vis, étoit d'environ huit pieds plus haut qu'à la marée de la fin de Juillet, & le fermier me dit que la marée de la fin d'Août, quoiqu'elle eût monté au-dessus du terme que j'avois marqué le 21 de Juillet, n'avoit pas été si forte que celle-ci; la marée du 21 de Septembre fut encore de plus d'un pied au-dessus de ce terme : mes affaires me contraignirent de rester à Coûtances pendant la marée du commencement d'Octobre ; celle-ci arriva le 4 & le 5 de ce mois, & selon le rapport qui m'en fut fait, la mer monta, au pont de la Roque, plus haut qu'elle n'avoit fait le 21 de Septembre, quoique celle-ci fût plus voisine de l'équinoxe : au reste, je ne l'assurerai pas pour l'avoir vu, mais si ce phénomène a véritablement eu lieu, il s'accorde parfaitement avec ce que j'ai trouvé depuis dans un manuscrit de M. Cassini (Jacques), sur les marées, que M. Cassini fils m'a communiqué depuis mon retour ; ce fait, au reste, est vraisemblablement consigné dans nos volumes : quoi qu'il en soit, je ne crois pas inutile de le rapporter ici.

Le fait est que les marées les plus grandes arrivent bien, selon M. Cassini, dans les temps des équinoxes, mais la plus grande de toutes n'est pas la plus voisine de l'Équinoxe ; car, par exemple, la marée qui fut observée à Brest le 11 Octobre 1711, *fut plus forte que celle du 26 Septembre précédent, quoique celle-ci fût, comme l'on voit, plus voisine de l'équinoxe.*

Je donne ici la position de la Lune par rapport à son apogée, relative aux circonstances dans lesquelles j'ai considéré les marées ; je donne également son diamètre horizontal & sa déclinaison, pour servir de comparaison à ceux qui voudront prendre la peine de répéter ces observations.

				A midi.		A midi.		
Juillet	21.	Nouv. Lune. Périgée le 26.	diamètre	31′	59″	déclin. bor.	24ᵈ	11′
Août	4.	Pleine Lune. Apogée le 9.	diamètre	30.	22.	déclin. aust.	22.	0.
	19.	Nouv. Lune. Périgée le 22.	diamètre	32.	41.	déclin. bor.	17.	0.
Sept.	3.	Pleine Lune. Apogée le 5.	diamètre	29.	58.	déclin. aust.	13.	0.
	18.	Nouv. Lune. Périgée le 19.	diamètre	33.	22.	déclin. aust.	0.	30.
Octob.	2.	Pleine Lune. Apogée le 3.	diamètre	29.	33.	déclin. bor.	3.	0.

Conclusion.

Il paroît évident par tous les témoignages réunis, rapportés dans l'article précédent, que dans la Manche, à compter depuis Isigny jusqu'aux grèves du Mont-Saint-Michel, sur toutes les côtes de la basse Normandie, les marées sont, toutes choses d'ailleurs égales, plus grandes dans les équinoxes que dans les solstices; que la question est au moins décidée pour l'embouchure de la rivière de Sienne & pour les côtes voisines; que le fait du rocher nommé *Rantqui*, à deux lieues de la côte, & qui jamais ne découvre que dans les marées des équinoxes, c'est-à-dire à la fin de Mars & de Septembre; que ce rocher, dis-je, en est, si je ne me trompe, la démonstration la plus complète & la plus évidente.

ARTICLE II.

Sur une espèce de Falun qu'on trouve le long des côtes de basse Normandie.

Les habitans des environs de Coûtances, vont prendre sur les côtes voisines de la mer, une espèce de terre légère, qu'ils nomment *Tangue;* & *Tente* à Avranches; la mêlent avec le fumier de leurs bestiaux, principalement avec celui des bœufs & vaches, & ils assurent que de ce mélange il provient un engrais qui fertilise admirablement leurs terreins; dans quelques circonstances, ils se contentent de la répandre sur la surface de leurs champs, comme ils feroient de la cendre, après quoi ils y mettent la charrue.

Cette terre, par sa légèreté ou plutôt divisibilité, ressemble assez à du sable; c'en est en effet un, mais composé, en grande partie, de coquilles microscopiques & de débris de grandes coquilles. C'est ce que m'a offert l'examen que j'ai fait de ce sable, à un excellent microscope, &, par cette raison, je lui ai donné le nom de *Falun;* les endroits où l'on va le prendre ne sont pas précisément les bords ou les rivages de la mer, ce n'est que dans des espèces de marais, à la vérité qui tiennent à la mer, mais qui sont traversés par quelques rivières, & sur les bords des rivières ; en sorte qu'il sembleroit que ce sable y auroit été anciennement voituré & apporté par ces rivières, & déposé à droite & à gauche dans les débordemens principalement.

C'est une espèce de dépôt de cette nature, qu'on rencontre vers l'embouchure de la rivière de Sienne, à une lieue à l'ouest de Coûtances, à ce même pont de la Roque, dont il a été question dans l'article précédent *(voyez la carte)*, c'est-là où tous les laboureurs des environs vont dans la belle saison, en foule, chercher cet engrais précieux : c'est un concours prodigieux pendant l'été, de plus de cinq lieues à la ronde. Les uns y vont avec des charrettes, d'autres avec le secours seul de leurs chevaux. Autrefois, il n'y a encore pas plus de vingt à vingt-cinq ans, l'affluence n'y étoit pas si grande, on n'y pouvoit aller qu'avec des chevaux ; mais les chemins qu'on a rendus praticables depuis pour des voitures, y attirent actuellement tant de monde, que rien ne m'a paru plus agréable dans ce pays, que de voir cette grande affluence ; il semble que le pays soit devenu plus animé, tant l'émulation paroît avoir gagné les laboureurs de ces cantons.

Au reste, ils ont, au sujet de cette tangue, une opinion qui m'a paru un préjugé, c'est que la falunière ne diminue point ; que la mer, en venant la couvrir deux fois par mois dans les marées, répare les brèches qu'on y fait, en rapportant autant de tangue qu'on en enlève ; en sorte que la source ne tariroit jamais : ce préjugé peut être favorable à entretenir l'émulation, & si j'en fais ici l'examen & la critique, ce n'est qu'en Physicien qui cherche toujours à découvrir la cause & l'origine des faits.

Or, ayant examiné la question sans préjugé, j'ai vu évidemment que ce banc falun est un dépôt qui est là de temps immémorial ; qu'il a même diminué depuis trente ans ; j'ignore la profondeur dont il peut être, mais il a beaucoup baissé depuis vingt-cinq ans, & même depuis cinq à six ans. On en a déjà enlevé au moins sept à huit pieds ; & il ne faudra pas fouiller maintenant bien des pieds encore pour se trouver au niveau de la rivière, & alors la fouille cessera nécessairement. Au-dessous du pont de la Roque, à cent toises, plus ou moins, sous les buttes de Montchaton, on voit encore actuellement une espèce de petit islot rond, de peu de toises de diamètre, coupé à pic & recouvert d'un peu d'herbe, il peut avoir huit à dix pieds au-dessus du niveau de la rivière; cet islot ne m'a paru être que de la tangue. A un quart de lieue au-dessus du pont, en suivant le cours de la rivière, on trouve, sur sa rive gauche, sous la butte d'Urville, un espace de terrein très-considérable, ou une plaine qui n'a point été fouillée, & qui par conséquent est plus élevée que l'endroit dont je viens de parler, qui est près du pont; la mer par conséquent ne le couvre que très-rarement. Il s'y est nourri une pelouse, où l'on voit quelquefois de beaux & superbes troupeaux de moutons qui sont d'un goût excellent: cette plaine, l'islot, & les endroits où sont les fouilles journalières qui se trouvent actuellement presque au niveau de l'eau, ne m'ont paru avoir fait anciennement qu'une plaine unie & de même niveau à peu-près par-tout; le banc auroit donc baissé d'environ huit à neuf pieds.

La mer, comme je l'ai déjà dit, vient au pont de la Roque dans les nouvelles & pleines lunes, alors elle couvre la falunière deux fois par jour.

J'ai bien suivi & examiné les marées, ainsi que les choses ou corps marins que la mer charie avec elle; j'ai examiné également les côtes avec la plus scrupuleuse attention; je crois pouvoir oser assurer que la mer, quoiqu'elle entre deux fois par jour dans cette embouchure ou espèce de golfe, n'y apporte aucunes parties semblables à celles qui composent la tangue, si ce n'est peut-être quelque peu de sable; & si elle tiroit la tangue de son sein pour la porter ensuite dans ce golfe, pourquoi n'en répandroit-elle pas à droite & à gauche également à l'endroit de son embouchure, des deux côtés sur le rivage, & sur les deux pointes ou digues de sable qui forment son entrée à la mer?

Il est vrai que la mer chariant beaucoup de choses, comme goêmon, sur-tout du sel, & encore un peu de sable, principalement dans les grands vents, elle en dépose toujours quelque peu pendant son très-court repos sur ces lieux; de plus, son mouvement forcé trouble & agite la surface du banc; en sorte que les petites inégalités, causées par les fouilles de l'été & de l'automne, se trouvent aplanies par les marées de l'hiver, car ces fouilles ne vont pas à plus de six à huit pouces de profondeur. Souvent même pendant l'été les fortes marées font le même effet.

De-là, il arrive que les laboureurs qui n'ont jamais examiné le niveau du terrein ni de la rivière, sont dans le préjugé que la mer à chaque marée apporte autant de tangue qu'ils en enlèvent dans l'intervalle; en sorte que par ce moyen elle ne tariroit jamais : mais je crois avoir assez d'expérience & de raisons pour être convaincu du contraire. Je crois donc que ce banc est un dépôt précieux qui est là de temps immémorial, sans que je puisse assigner d'où il provient; que par la fouille continuelle qu'on y fait, il diminue insensiblement; & qu'il lui arrivera ce qui arrive à toutes les mines ou carrières qu'on est enfin obligé d'abandonner, parce que s'épuisant, elles ne fournissent plus ou presque plus & si l'affluence de ceux qui cherchent à se procurer cet engrais, continue à l'avenir, on ne sera pas long-temps encore sans s'apercevoir d'une diminution très-considérable.

Les paysans ont encore, au sujet de cette tangue, une opinion que je crois également un préjugé : ils disent que plus on s'éloigne des bords de la mer, moins il faut user de cet engrais; qu'il en faut moins pour fertiliser un champ qui en seroit à trois lieues, qu'un autre champ qui n'en seroit qu'à une lieue; mais si ce falun ressemble à celui de Touraine, c'est-à-dire, si, comme le falun de Touraine, la vertu qu'a la tangue de fertiliser les terres, est dûe en grande partie à son sel alkali qui fermente avec les acides, je ne vois pas pourquoi cette tangue demanderoit d'être employée en moindre quantité à une plus grande distance de la mer, qu'à une plus petite. Les paroisses qui bordent cet engrais, telles que Montchaton, Urville, & plusieurs autres qui sont plus à portée, de cette espèce de falun, sèment, exactement parlant, tous leurs grains dans la tangue même; ils en répandent chaque année, en si grande profusion de nouvelle, que leur terrein s'est élevé au point que, dans plusieurs endroits que j'ai fouillés exprès, il m'a fallu creuser à près de trois pieds avant de trouver la terre, qui est une espèce de gros sable rougeâtre: le fond de leurs champs est donc la tangue même. Ces paroisses ont les plus beaux blés du monde: la farine est bien plus blanche; le pain est de même bien plus beau, plus blanc, & meilleur que celui des paroisses plus éloignées de la mer, qui mettent la plus grande économie dans la répartition qu'ils font de la tangue entre leurs différentes pièces de terre. Cette différence est sur-tout très-sensible dans le pain fait avec de l'orge, dont se nourrissent en très-grande partie les habitans du diocèse de cette basse province; elle se remarque également dans cette espèce de grain noir, connu sous le nom de *Sarrasin*, qui fait près de la moitié de la nourriture des paysans. L'aliment qu'on tire de ce grain qui a crû ainsi au milieu de la tangue, pour ainsi dire, est beaucoup plus blanc & de bien meilleur goût que dans les autres cantons plus éloignés de la mer, & sur-tout dans le Bocage.

De plus, la récolte se fait dans toutes ces paroisses, quinze jours environ plus tôt que dans les Bocages; il est vrai que je dois ajouter que le pays est tout-à-fait découvert, ce qui contribue, sans doute, à la fermentation de la terre, parce que les rayons du Soleil n'y sont point interceptés comme dans le Bocage: ces cantons ont presque toujours de très-belles récoltes; cependant la trop grande sécheresse, & d'une trop longue durée, leur est quelquefois nuisible. Je les vis en 1781, dont l'été fut très-sec & très-brûlant, semblables aux terreins arides & brûlés de la Zone torride; le sol en étoit comme si c'eût été de la cendre; aussi la récolte de ces cantons fut médiocre cette année-là. Mais je les vis en 1784, & j'y allai exprès passer une journée, & m'y promener, quelques jours avant qu'on qu'on eût mis la faulx dans la moisson; je n'avois jamais vu la terre couverte d'aussi beaux blés; je crus être transporté dans un nouveau climat: toutes les tiges des différentes espèces de fruits que je vis, étoient de la même force & de la même longueur à très-peu-près, & tous ces blés étoient très-garnis par le pied; les épis annonçoient également la force de la végétation de ce climat; car on peut dire que, sans changer de latitude, ces terreins, qui ne sont cependant qu'à deux lieues du Bocage, jouissent d'un climat tout différent. Je pris au hasard un de ces épis, je le trouvai de cinq pouces neuf lignes & plus de longueur, & fourni à proportion; enfin les tiges les plus courtes avoient des épis plus beaux que ne l'étoient les plus beaux épis de nos Bocages; c'est que dans les cantons que je visitai, des pluies étoient venues à propos, & qu'elles furent accompagnées d'une chaleur convenable.

C'est ici le plus grand obstacle que les Cultivateurs théoristes trouveront toujours dans leurs routes, & qu'ils ne pourront jamais vaincre.

Il est certain qu'avec une certaine quantité d'eau donnée, & une certaine quantité de chaleur également donnée, on fera produire les sables: les exemples en sont frappans dans la Zone torride, où les chaleurs & les pluies sont réglées; & où l'on ne connoît ni les engrais, ni les termes de *terreins vieux & usés*, qu'il est besoin de rappeler, pour ainsi dire à la vie, par toutes sortes de moyens imaginables; j'en ai dit quelque chose dans mon Voyage; & en cela je suis d'accord avec *Wallerius*, & avec les expériences que M. Tillet, de cette Académie, a faites pendant ces dernières années aux Chartreux de Paris.

Dans nos climats au contraire, que l'inconstance semble gouverner, & qui sont en effet placés à une latitude trop grande pour que les saisons y soient réglées, & reviennent chaque année les mêmes à peu-près, comme elles sont dans l'Inde; dans nos climats, dis-je, les chaleurs & les pluies ne vont pas régulièrement ensemble.

Il eſt par conſéquent comme impoſſible de preſcrire des règles fixes ſur la manière d'employer les engrais, en plus ou moindre quantité: car j'ai vû que la même quantité d'engrais qui produiſoit un très-bon effet dans une année qui aura été favorable; cette même quantité, dis-je, produira un effet tout contraire dans un autre année où les circonſtances des pluies venues à propos, & le concert de la chaleur, ne ſe ſeront pas rencontrées.

Pour revenir à la tangue; cette eſpèce de falun eſt également connue à Avranches; on le nomme *tende*, une grande partie des grèves du Mont-Saint-Michel, eſt une falunière de cette eſpèce. On m'aſſura en 1778 à Avranches & au Mont-Saint-Michel, qu'on avoit mis en valeur une partie de ces grèves; que les récoltes y étoient ſuperbes & magnifiques; & que les propriétaires de ces précieux terreins, ſeroient peut-être encore plus de dix ans, ſans être obligés de les aider en leur donnant de nouveaux ſucs.

L'opinion des Laboureurs dont je viens de parler, ſur une moindre quantité de tangue, à meſure qu'on s'écarte de ſa ſource, s'accorde très-bien avec la diſtance reſpective dont ils peuvent être des bords de la mer; car quelque diligence qu'ils emploient les uns & les autres, il eſt certain qu'à moyens égaux, ceux qui ne ſont qu'à une ou deux lieues des bords de la mer, enlèveront une plus grande quantité de tangue que ceux qui en ſont à cinq à ſix lieues n'en pourront enlever: elle devient donc plus précieuſe pour ceux-ci que pour ceux-là; & n'en tirant qu'une ou deux charretées, pendant que les premiers en enlèvent le double & le triple, cette proportion rend la même quantité de tangue plus chère & plus précieuſe à cinq à ſix lieues de diſtance: cela ſeul peut avoir donné naiſſance au préjugé.

Voici maintenant les expériences que j'ai faites ſur cette eſpèce de terre; je l'ai d'abord ſoumiſe à l'épreuve de l'acide nitreux; & ayant vu qu'il s'étoit fait une forte ébullition, & qu'il étoit reſté un petit dépôt qui n'étoit qu'un ſable pur, & par conſéquent vitreſcible, j'ai voulu voir dans quelle proportion ce ſable étoit dans la tangue. J'ai en conſéquence répété l'expérience chez M. le Préſident Saron; & ayant ſoumis huit petites meſures à l'action de l'acide nitreux, nous en avons retiré ſeulement deux meſures & environ un huitième de ſable pur ou vitreſcible; d'où l'on voit que la tangue, c'eſt-à-dire, celle de la rivière de Sienne, ſur quatre parties, en contient trois & plus de matières calcaires qui, fermentant avec les acides, doivent aider à la végétation; pendant que la quatrième partie, en tant qu'elle eſt de ſable pur, facilite encore la végétation en diviſant les terres qui ſont preſque par-tout trop fortes dans ces cantons: on voit en même temps que les trois parties calcaires ſe réduiſent, par la fermentation, à bien peu de choſe, & que la partie de ſable pur reſte toute entière dans la terre.

Outre cette obſervation, j'ai examiné au microſcope cette tangue; la partie calcaire m'a paru compoſée, pour la plus grande partie, de petites coquilles microſcopiques de différentes eſpèces, & fort curieuſes. On y voit de petits nautiles ſur-tout, qui m'ont paru tout-à-fait ſemblables aux nautiles papiracés qui nous viennent des mers de l'Inde.

Mais la plus curieuſe de toutes ces parties calcaires, eſt, à mon avis, celle que l'on voit dans la *ſeconde planche* ſous la forme d'une étoile de mer, qui n'a que trois rayons, formant entr'eux des angles égaux pour la plupart, mais ſans qu'il paroiſſe qu'il y ait d'articulations ni de jointures, comme en ont les étoiles de mer; ces rayons paroiſſent au contraire continus, & le tout ne fait qu'un corps. Ces petits corps ſont deſſinés dans l'état qu'ils paroiſſent, vus avec le microſcope (de M. Dellebart), qui appartient à l'Académie; j'ai jugé que c'étoient des corps calcaires, car une goutte d'eau-forte que j'appliquai à quelques-uns lorſque je les faiſois deſſiner par le deſſinateur de l'Académie, les détruiſit dans un inſtant avec ébullition: mais quelle eſpèce de corps marin eſt-ce?

Le marais de Brehal, que l'on trouve entre Coûtances & Grandville, à trois lieues de l'une & de l'autre, renferme auſſi une eſpèce de tangue, ſur-tout le long d'un petit ruiſſeau qui n'a que quelques pas de largeur ; mais cette tangue, vue au microſcope, ne renferme guère de cette eſpèce de coquilles microſcopiques que je donne ici dans mes *deux planches*, non plus que les eſpèces de madrépores que l'on voit deſſinés à côté des coquilles; je n'y ai vu que le corps conformé en étoile, & encore il y eſt fort rare en comparaiſon de la tangue du pont de la Roque ; on y trouve, à la vérité, beaucoup de fragmens de coquilles de limaçons, &c. mais ces coquilles ne ſont point microſcopiques, & de plus ces fragmens y ſont en petite quantité; puiſque ſur huit parties de cette tangue, ſoumiſes à l'épreuve de l'eau-forte, j'en ai encore retiré ſix & un peu plus de ſable pur, telle qu'on le trouve ſur les bords de la mer : cette eſpèce-ci ne peut pas, à mon avis, être pour les terres auſſi bonne que la première ; auſſi je n'ai pas ouï dire que dans l'emploi qu'on en fait dans ces cantons, elle produiſît un effet auſſi conſidérable que celui que produit celle que l'on prend vers l'embouchure de la rivière de Sienne.

Dans ces deux tangues-ci, l'on voit que la proportion du ſable & des parties calcaires y eſt très-différente, puiſque la première renferme trois parties de matière calcaire ſur quatre; & la ſeconde, ſur quatre parties, n'en renferme qu'une quatrième partie, ce qui eſt dans la proportion de 2 à 6 ou de 1 à 3. Il y a donc bien de l'apparence que les autres tangues dont j'ai parlé, c'eſt-à-dire, d'Avranches & des grèves du Mont-Saint-Michel, ne ſe reſſemblent pas parfaitement pour la quantité, non plus que celles de Brehal & de la rivière de Sienne; c'eſt ce qui m'a engagé dans de nouvelles obſervations que j'ai faites tout récemment en 1784, étant ſur les lieux.

J'allai le 3 d'Août (c'étoit un temps de marée), à la falunière de la rivière de Sienne, la mer la couvroit encore lorſque j'y arrivai ; mais la plaine de pelouſe, à un quart de lieue en deſcendant, dont j'ai parlé, étoit à ſec ; car la marée avoit été trop foible pour la couvrir en entier, excepté en quelques parties baſſes ; cette plaine, appelée *Canada* dans le pays, doit avoir 7, 8 ou même 10 pieds dans quelques endroits, au-dessus du niveau de la rivière & de la lisière où l'on prend communément la tangue : nous trouvâmes dans cette plaine (j'étois avec un de mes fermiers), assez près du bord de la rivière, plusieurs fosses carrées, de quatre pieds & demi environ de profondeur & autant en largeur, coupées perpendiculairement dans la terre, qui n'est, en apparence, qu'un sable très-blanc & très-luisant, mais une vraie tangue; c'étoient, à ce qu'on nous assura, des fosses ou espèces de retraites à Commis, qu'ils se faisoient, & qui s'y cachoient de façon qu'ils ne pouvoient point être vus, mais pouvoient voir les bateaux de contrebande qui manquent rarement d'entrer ou de passer à la faveur de la nuit & des marées; je trouvai dans quelques-unes de ces fosses un à deux pouces d'eau un peu saumâtre, & qui provenoit de l'infiltration de la mer au travers des sables; je pris de la tangue de ce fond, j'en pris également à sept à huit pouces seulement au-dessous du niveau du sol : à cette légère profondeur le terrein est brun, & me parut être une sorte de terre grasse dans laquelle la pelouse a enfoncé ses racines, & qui nourrie en grande partie des parties de cette pelouse, qui se dissolvent journellement, est plus terre végétable que calcaire.

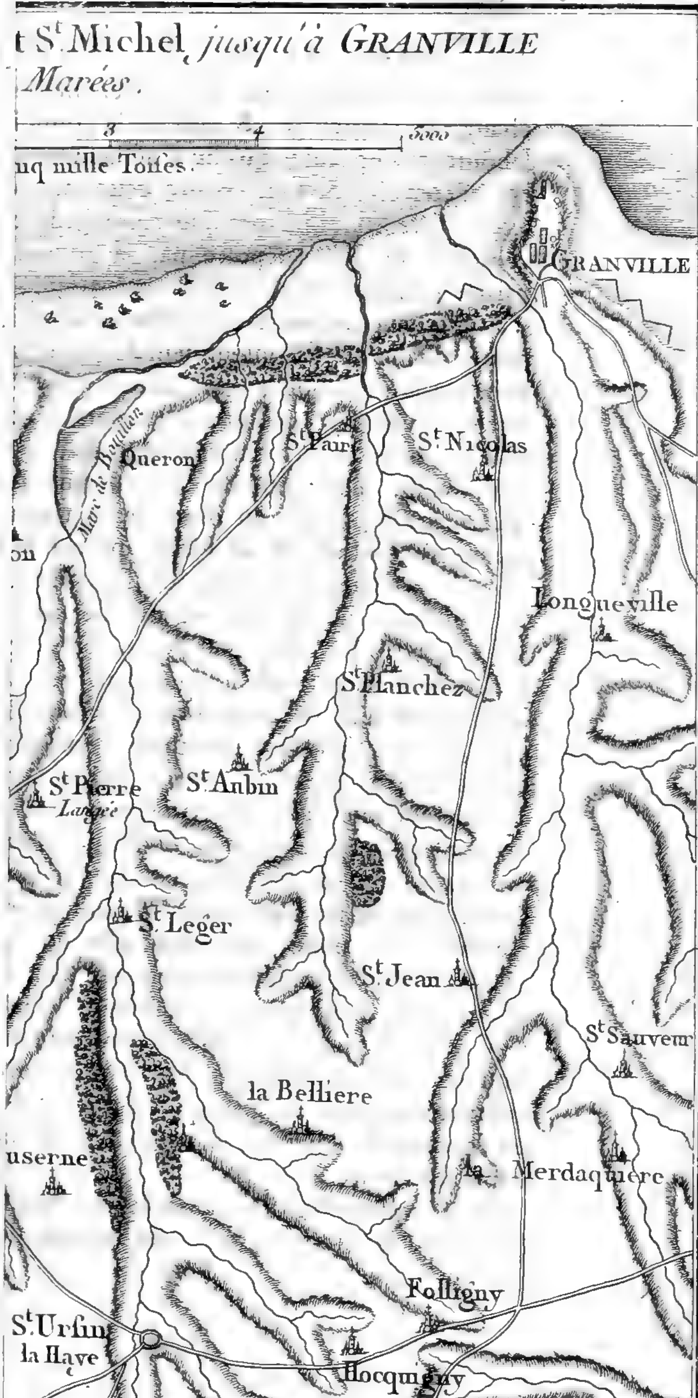
La terre du fond des fosses, soumise à l'épreuve de l'acide nitreux, ne m'a donné que six parties & demie à sept parties de matières calcaires, sur douze soumises à l'essai; le reste étoit du sable pur & vitrescible. La terre brune, prise dans ces mêmes fosses, à sept à huit pouces au-dessous du terrein, sur douze parties, n'en a guère perdu plus d'une demi-partie par l'effet de l'acide nitreux; celle-ci ne contenoit donc qu'environ une vingt-troisième ou une vingt-quatrième partie de matière calcaire; les vingt-deux & vingt-troisième n'étoient qu'une espèce de limon très-gras ou de vase.

Cette différence constitue les deux espèces de tangue de la rivière de Sienne, appelées par les gens du pays, la *morte* & la *vive*. La morte est donc celle qui contient le plus de parties valeuses; on la prend à côté & fort près de la vive, à un endroit qui eſt l'ancien lit de la rivière qui a changé cet ancien lit, & cela de la connoiſſance des anciens laboureurs, en celui qu'elle a actuellement. On fouille auſſi cet ancien lit, & l'on en tire cette tangue que l'on nomme *morte ;* elle eſt noire preſque comme du charbon, & eſt un composé de vaſe déposée par la rivière, & de quelques parties calcaires & de ſable.

J'obſervai ce même jour des laboureurs qui, lorſque la mer fut retirée du marais, ſe contentoient de gratter la ſurface qu'ils enlevoient à la profondeur d'un à deux pouces au plus; ils appeloient cela *écrêmer* ou prendre la crême; c'etoit en effet tout le ſel & l'écume que la mer avoit apportés, & avoit laiſſés en s'en retournant : cette méthode eſt conforme avec ce qui ſe paſſe quatre à cinq lieues au nord de la rivière de Sienne, au marais de Géfoſſe & de Pirou, proche le bourg de l'Eſſay; la mer va dans ce marais, où l'on m'a dit auſſi qu'il paſſe un ruiſſeau : je me ſuis procuré de ces tangues, & il m'a paru, d'après les eſſais que j'en ai faits, que la plus grande partie de la vertu qu'elles ont dans ces cantons, car ils en diſtinguent auſſi de deux ſortes, la *forte* & la *légère ;* il m'a paru, dis-je, que leur principale vertu eſt dûe au ſel marin que la mer y dépoſe à chaque marée : en effet, lorſqu'il a conſidérablement plu, les laboureurs, à ce qu'on m'a aſſuré, ne vont point à la tangue; & lorſqu'ils en ont amaſſé, par un beau temps & ſec, des tas dans leurs champs, ils ont grand ſoin de les bien couvrir, dans la crainte qu'il ne ſurvienne de la pluie, car alors elle ne leur ſeroit d'aucun uſage, ou du moins elle n'auroit plus tant de vertu à ce qu'ils diſent; c'eſt que l'eau en entraîneroit le ſel & le diſſoudroit.

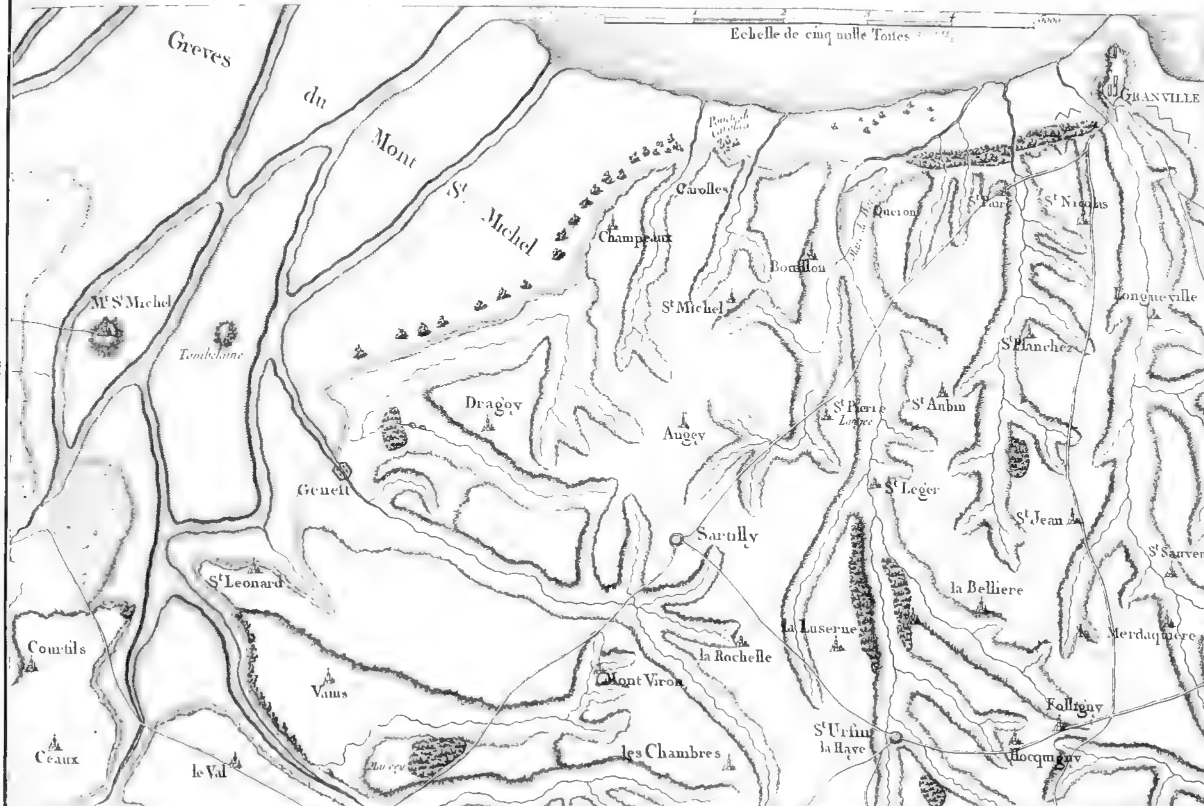
Ces deux dernières eſpèces de terre ne diffèrent guère entr'elles; elles ne ſont que des vaſes ou terres fort graſſes qui contienennt peu de parties calcaires; la forte en contient un douzième environ; la légère en a davantage, huit & demi ſur douze.

Il eſt très-certain que le ſable qui contiendra le plus de dépouilles de corps marins, ſera toujours le plus convenable

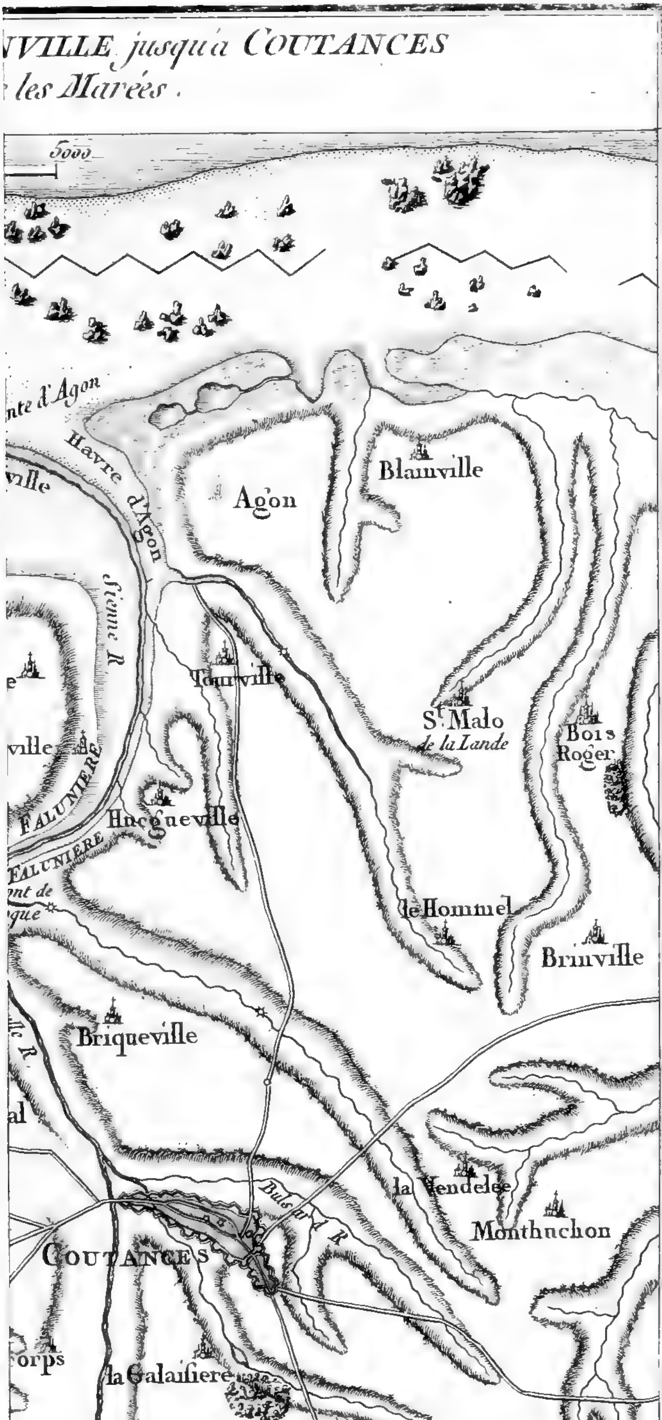

t St. Michel, jusqu'à GRANVILLE
Marées.
3
4
5000
uq mille Toises.
GRANVILLE
Queron
Mare de Bouillon
St. Pair
St. Nicolas
Longueville
St. Planchez
St. Aubin
St. Pierre
Langrie
St. Leger
St. Jean
St. Sauveur
la Belliere
la Merdaquiere
userne
Folligny
St. Ursin
la Haye
Hocquigny
NORD

Y. le Gouaz sc.

CARTE *des Costes Maritimes de* **BASSE NORMANDIE** *depuis les Greves du* Mont S.t Michel *jusqu'à* **GRANVILLE**
pour l'intelligence du Memoire de M.R LE GENTIL *sur les Marées*



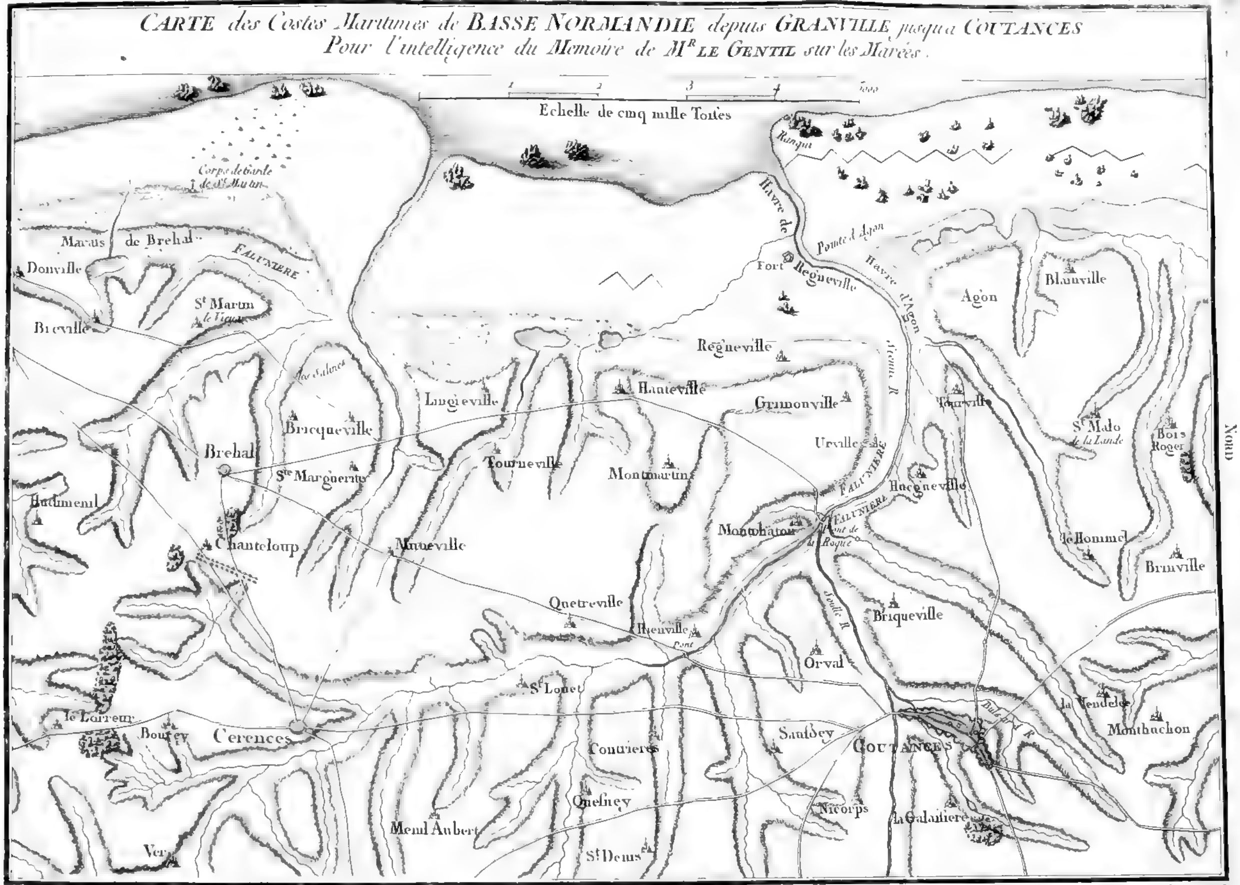
Fossier del. · *F. le Gouaz sc.*



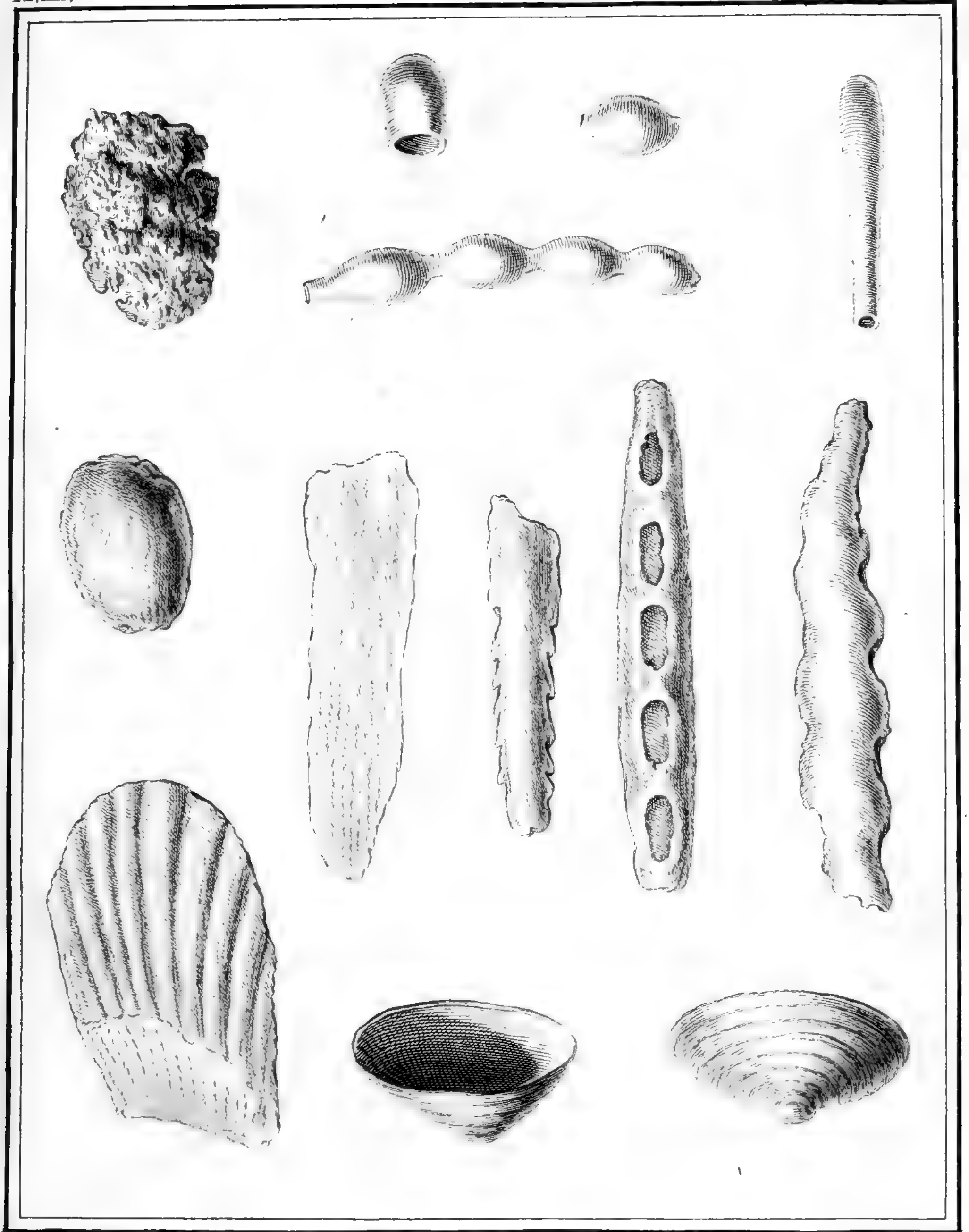
F. le Gouax sculp.

OUEST

SUD

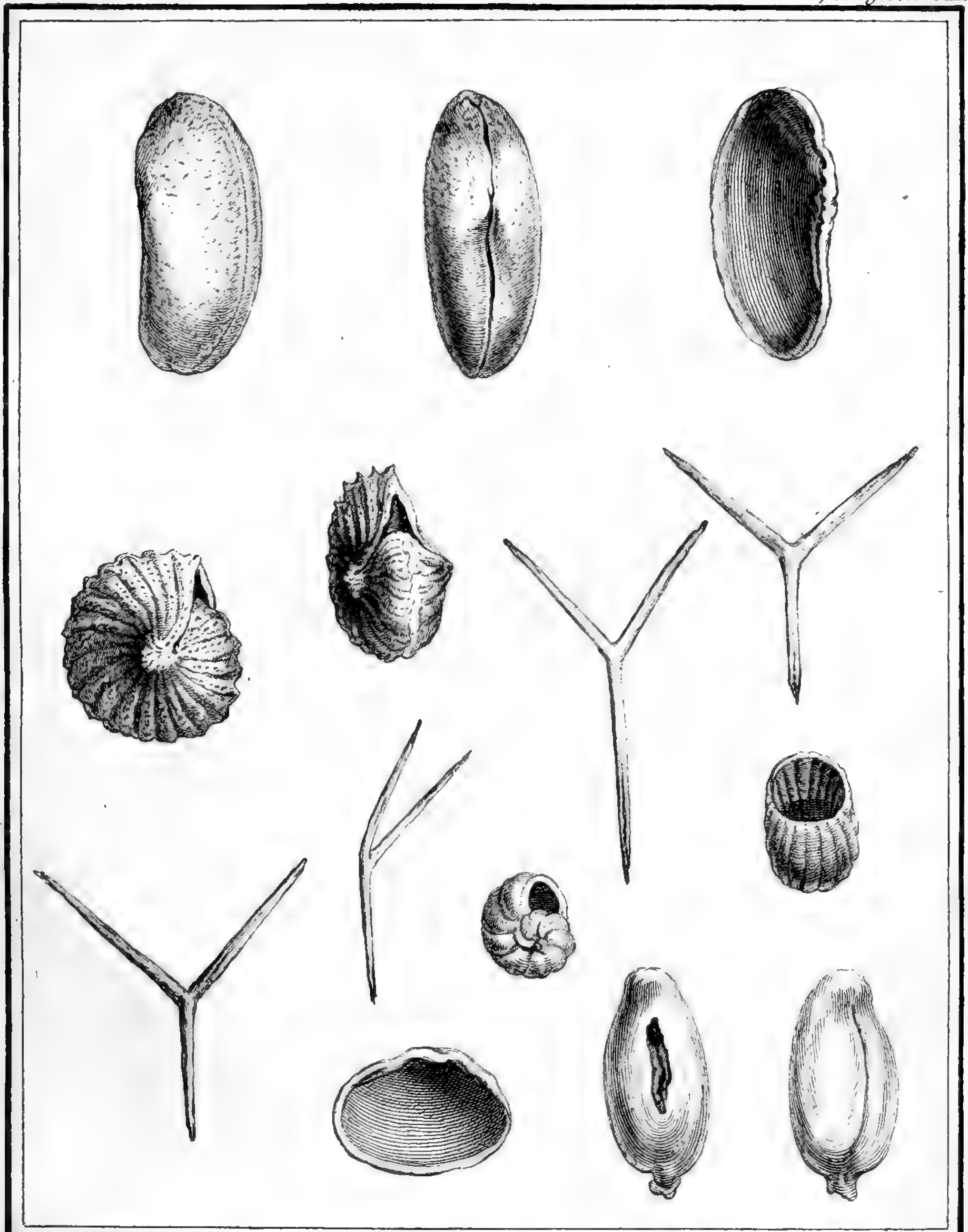


NORD



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.



Fossier del. Y. le Gouax sc.

... chons ... la baie de Manille ... répandoit
sur la terre ... cette terre; & que
les légumes ... étoient superbes
& de très-b... Grandville & aux environs, voici ce
qui se pratiqu... consommation étonnante
d'huîtres ... en maint beau-
coup ; fait ... coquilles brisées ou
entières ... perdu,
les laboureurs ...
ces coquilles ... les brisent & elles leur
servent ...

pour engraiſſer les terres. J'ai rapporté dans mon Voyage *(tome II, pages 106 & 107)*, qu'aux Philippines, aux environs de Manille, les Indiens n'avoient pas d'autres moyens pour engraiſſer leurs jardins, qu'un petit poiſſon plat & circulaire, fort abondant dans la baie de Manille; qu'ils le répandoient ſur la terre; qu'ils labouroient après cela cette terre; & que les légumes qui provenoient de ce labour, étoient ſuperbes & de très-bon goût. A Grandville & aux environs, voici ce qui ſe pratique : on y fait une conſommation étonnante d'huîtres, de petites & de grandes, dont on en marine beaucoup; ſans compter la grande quantité de coquilles briſées ou entières que la mer y apporte; or, tout cela n'eſt point perdu, les laboureurs ſoigneux, des environs, enlèvent par charretées ces coquilles, les pilent & les briſent, & alors elles leur ſervent d'engrais.

DISSERTATION
SUR L'ORIGINE DU ZODIAQUE*,
ET SUR
L'EXPLICATION DES DOUZE SIGNES.

Par M. LE GENTIL.

Lû le 18 Déc. 1782.

DEUX Parties, comme l'on voit, diviseront ce Discours: or, voici ce qui y a donné occasion.

On trouve dans le quatrième Tome de l'Astronomie de M. de la Lande, un Mémoire de M. Dupuis, Avocat en Parlement, & Professeur de Rhétorique au Collége de Lisieux en l'Université, sur l'origine des Constellations & sur l'explication de la Fable : ce Mémoire, qui n'est qu'un abrégé d'un Ouvrage considérable que M. Dupuis nous annonce, contient cependant toute la théorie de son système sur cette origine.

On ne peut rien imaginer de plus ingénieux que ce système, que M. Dupuis développe dans son Mémoire sur l'origine du Zodiaque, &c. les Fables & la Mithologie des Égyptiens & des Grecs y sont expliquées de la manière la plus heureuse; & j'avouerai que je me suis senti plus d'une fois un penchant secret qui m'entraînoit vers cette opinion : mais après l'avoir lû plus d'une fois dans son Auteur, & même approfondi, j'y ai trouvé, ou du moins j'ai cru y voir des difficultés que je n'ai pu surmonter : ce sont ces difficultés qui font l'objet de ma Dissertation.

M. Dupuis me fait l'honneur de me citer souvent dans son Ouvrage, en faveur de son opinion, quand l'occasion s'en présente : on ne peut pas assurément être plus flatté que je le suis de voir mon nom dans un si bel Ouvrage : mais je ne croirois pas mériter l'estime de M. Dupuis, si cette considération

* Voyez aussi M. Bailly, dans son Histoire de l'Astronomie.

pouvoit

pouvoit m'arrêter, en m'empêchant de propoſer mes doutes, & même ma propre opinion ſur l'origine du Zodiaque.

On trouvera le germe de tout ce que je vais dire ici ſur cette origine, dans le premier Tome de mes Voyages: il y eſt tout répandu, & je citerai les endroits où il ſe trouve. Certainement lorſque j'écrivois cet Ouvrage, je n'avois pas la moindre idée des conſéquences que j'en tirerois un jour, & j'étois bien éloigné de penſer que M. Dupuis me feroit naître aujourd'hui celle de m'en ſervir à ſoutenir, ſur l'origine du Zodiaque, une opinion contraire à la ſienne. Je dois cependant dire ici que je n'eus pas plutôt un peu connu le pays où j'étois, & dans lequel j'écrivois, que je vis que tout y portoit l'empreinte de la plus haute antiquité. Avant de pourſuivre, je dois prévenir mes lecteurs ſur trois points.

Je déclare donc premièrement que mon intention n'eſt point de faire la critique du Mémoire de M. Dupuis, ni de conteſter à ce Savant l'explication des Fables & des Divinités payennes qu'il dévoile de la manière la plus ingénieuſe: cette diſcuſſion d'ailleurs n'étant point du reſſort de l'Académie, m'entraîneroit hors de mon ſujet; ce ſeroit donc mettre la faulx dans la moiſſon d'autrui. Je dois me borner à parler du Zodiaque dont M. Dupuis attribue l'invention aux ſeuls Égyptiens excluſivement à tous les autres Peuples de la Terre. Ces Égyptiens ont tout fait en Aſtronomie, ſelon notre ſavant Auteur, & tout inventé; en ſorte que les autres Peuples n'auroient été, ſelon lui, que des eſpèces de plagiaires ou de ſimples copiſtes. Je donnerai les raiſons qui m'ont fait abandonner cette opinion.

Secondement, lorſque je me ſers ici du terme de *ſyſtème*, je ne prétends pas chercher à diminuer en rien le mérite de l'Ouvrage de M. Dupuis, ni de ſa découverte, ſi les Aſtronomes jugent qu'il en a fait une. Le Syſtème du monde, du Chevalier Newton, eſt certainement une grande découverte, cependant cette belle découverte conſerve toujours le nom de *ſyſtème*.

Troiſièmement enfin, je trouve, ou je me trompe bien, le germe du système de M. Dupuis, dans *Syncelle;* je suppose qu'une opinion à peu-près pareille a été en vogue chez les Grecs, probablement après la fondation de l'École d'Alexandrie : elle aura vraisemblablement pris naissance dans les premiers siècles de cette École célèbre, après la confirmation de la découverte de la précession des Équinoxes par Ptolémée. Quoi qu'il en soit, il me paroît, par le passage de *Syncelle*, qu'Eusèbe s'étoit attaché à détruire cette opinion; savoir, que le Bélier s'étoit déjà trouvé à la place qu'occupoit alors la Balance: voici ce passage qu'il est bon de mettre sous les yeux des lecteurs; il s'agit de la valeur du Sare chaldaïque de Bérose, que cet auteur dit, comme l'on sait, être de trois mille six cents ans; & de quelques Historiens qui conjecturoient que ces années n'étoient que des jours, & qui étoient partis de cette supposition, pour faire le procès à Eusèbe, parce que, disoient-ils, il ne s'étoit pas aperçu que les années des Sares étoient des jours; & Syncelle ajoute, « cependant ils ne l'accusent pas de mauvaise foi. » Eusèbe si savant, & d'ailleurs si rempli d'érudition, auroit-» il assuré une chose qui ne seroit pas? Eusèbe, dis-je, qui a » savamment reconnu, & avec la meilleure foi du monde, » la fausseté de l'opinion des Grecs, sur le grand nombre de » siècles, & les myriades innombrables & incroyables d'années » qu'ils prétendoient attribuer à l'existence du monde; opinion » qu'ils avoient fondée sur une fable (reçue chez eux) au » sujet de la division du Zodiaque; savoir que les différentes » parties de cette division, s'étoient déjà trouvées dans un » ordre inverse à celui qu'elles occupent maintenant, ayant » déjà fait le tour entier; que le Bélier, dis-je, avoit déjà » parcouru, depuis la naissance du monde, une révolution » entière autour du Zodiaque, &c. *Nullo tamen consilio inscitiæ* » *accusant. Qui namque quòd non erat, vir alioquin eruditus* » *assereret! Vir ille, dico, qui Græcorum sententiam, plura* » *sæcula professam annorumque portentosas myriadas ex fabulosâ* » *Zodiaci per partes adversas in idem signum conversione, ab* » *arietis, inquam, termino ad eandem metam revolutione,* *jàm a mundi natalibus præteriisse asserentem probè dignosceret!* &c. »

J'ai un peu étendu le passage sans m'astreindre à la traduction littérale, afin de mieux présenter le sens & l'idée de Goar, dont le latin est un peu embarrassé: on convient cependant généralement que Goar a bien traduit Syncelle. J'aurois donc pu m'en tenir là; mais pour n'avoir rien à me reprocher, j'ai eu recours à l'original grec même, & j'ai consulté M.[rs] l'abbé Brottier & de Villoison, de l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres, qui ont bien voulu m'aider de leurs lumières. Voici le passage littéral tel que le premier de ces Savans me l'a donné, *frustra illum in hoc accusant. Quomodo enim vir multâ litteraturâ præditus, cogitare potuit quòd non erat, & cognoscens græcam doctrinam multa secula professam, annorum suuè myriadas (decem millia) præteriisse a mundi generatione juxta fabulosam apud illos receptam Zodiaci per partes adversas conversionem ab initio arietis, & iterum in idem initium revolutione.*

Quoique cette seconde Traduction de Syncelle renferme la même idée que la première, elle présente cependant un sens plus net, plus précis & plus intelligible. Voici ce que M. de Villoison m'a écrit à ce sujet, & la réponse qu'il m'a faite.

« M. & savant Confrère, j'aurois eu l'honneur. . . . & je m'empresse de vous envoyer l'explication du passage qui vous occupe; voici à peu-près comme je l'entends.

« C'est bien à tort qu'on lui fait ce reproche sur ce point; & comment auroit-il pu se tromper, lui qui étoit « très-savant & instruit de l'opinion des Grecs qui reconnoissoient « que plusieurs siècles ou *myriades* (dix milliers) « d'années s'étoient écoulées depuis l'origine du Monde, selon « leur fabuleuse révolution rétrograde du Zodiaque, dont les « constellations, disoient-ils, revenoient sur leurs pas, parcouroient « le même espace en sens contraire, & partoient du « commencement du Bélier, pour retourner ensuite au même « point. «

» La lecture de l'extrait de votre Mémoire, m'a fait le » plus grand plaisir; je desire fort que vous ne perdiez pas de » vue ce sujet intéressant; j'ai l'honneur d'être, &c. *Signé* de Villoison. »

Ne paroît-il pas évident, d'après un pareil témoignage de *Syncelle*, que l'on retrouve chez les anciens Grecs, le germe & les fondemens de l'opinion ou du système de M. Dupuis. J'en laisse le Public juge, & j'entre en matière.

PREMIÈRE PARTIE.

L'INVENTION, ou plutôt l'origine du Zodiaque, est tellement confondue dans les ruines des siècles, & ces ruines sont tellement couvertes par la nuit des temps, qu'on ne sait où allumer le flambeau pour se conduire dans la recherche de cette origine, & pour la débrouiller du cahos où elle est enveloppée: & en effet, si cette origine a suivi de près celle de l'Astronomie, comme je le pense, & comme il paroît que c'est l'opinion de plusieurs Astronomes; qui ne voit l'impossibilité d'en fixer l'époque?

Deux peuples dont on cherche aussi vainement les premiers Fondateurs, les Chaldéens & les Égyptiens, se disputent, comme l'on sait, l'honneur de l'invention de l'Astronomie; mais malgré les plus grands efforts, les Savans n'ont point encore pu lever le voile qui couvre les premiers pas que ces peuples ont faits vers cette science; & les élémens que l'on en retrouve chez eux, sur-tout chez les Chaldéens, quelle que puisse être l'époque de l'origine de ces élémens, reculent encore les commencemens de l'Astronomie, puisque ces élémens ne peuvent avoir été empruntés que des Observations astronomiques, preuve sans replique, que la source est infiniment plus loin encore.

Un troisième peuple moins connu que les Chaldéens & les Égyptiens, parce qu'il est trop loin de nous, comme le dit Strabon *(Strab. Géog. l. XV)* peut-être encore parce qu'il a toujours été plus philosophe que les Égyptiens & les Chaldéens; peuple qui paroît cependant aussi ancien qu'eux, & également digne de nos regards, ce troisième peuple, dis-je, ne leur dispute rien; mais qu'à juste titre il pourroit, je pense, entrer en lice avec eux! je veux parler des Indiens.

Ils n'ont pas l'avantage d'avoir d'anciens Historiens, comme en ont les Chaldéens, les Phéniciens & les Égyptiens; on ne trouve chez eux ni de Bérose, ni de Sanchoniaton, ni de Manéthon; leurs Sages ont toujours vécu & vivent encore retirés, passant leur vie dans le sein de leur famille, y cultivant en paix & en silence, l'Astronomie, la Métaphysique & la Morale; ne cherchant point à se communiquer au-dehors, se cachant même très-soigneusement aux Étrangers.

Ces Sages, qui sont les Brames, fiers de leur caste ou tribu, & de leur origine qui, si on les en veut croire, remonte à des millions d'années d'existence, c'est-à-dire, avant qu'il y eût la moindre chose, conservent, de temps immémorial, des débris d'Astronomie très-curieux & très-intéressans: à la côte de Coromandel, les Indiens m'ont dit que ces Sages qui y sont établis, y sont venus du nord *(Voyage aux Indes, tome I, page 91).*

Cette espèce de tradition ne peut certainement pas regarder l'Égypte, car les Indiens ne m'ont pas dit que les Brames étoient venus du couchant: or, le nord, par rapport à Pondichéry, sont, selon moi, les bords du Gange, à son embouchure, pays de délices, pays heureux, un vrai paradis terrestre, & que par cette raison l'on peut regarder comme un des premiers habités de la Terre.

La façon dont vivent les Brames, façon qu'on peut regarder comme étant l'image de la manière dont ils ont toujours vécu, est un puissant préjugé en leur faveur, qu'ils n'ont point emprunté leur Astronomie des Égyptiens. Je ne puis donc point me persuader qu'un peuple de ce caractère ait tiré son Zodiaque des Égyptiens; il faudroit, pour m'en faire seulement naître le soupçon, que l'on pût m'assigner une époque à laquelle il y eût eu une révolution dans les mœurs, coutumes & usages de ces Philosophes; car ce n'est pas chez ces peuples orientaux, comme chez nous, où les révolutions en ce genre ont été fréquentes depuis un petit nombre de ſiècles, même d'années; on ne peut me faire voir aucuns veſtiges ni les moindres traces d'une pareille révolution chez les Indiens *(Voyage dans l'Inde, tome I, pages 96 & ſuiv.).*

J'ai dit, il eſt vrai, qu'il y a eu chez eux une eſpèce de réforme dans leur Aſtronomie *(tome I, page 214)*; mais cette révolution ne remonte pas plus haut que l'année 78 ou 79 de Jéſus-Chriſt : au reſte, cette révolution n'en fut point une dans les coutumes & les mœurs du pays; & de plus, l'époque à laquelle on ſuppoſe que les Indiens ont pris leur Zodiaque des Égyptiens, devroit être bien antérieure à cette dernière époque, de ſoixante-dix-huit ans : or, à l'époque de Salivaganam, qui eſt celle de la réforme dans l'Aſtronomie des Indiens, ils étoient, tels qu'ils le ſont aujourd'hui, retirés chez eux, & ne voulant rien emprunter des Étrangers; ils vivoient ainſi, dis-je, bien des ſiècles avant cette époque: Holwell, après tous les Hiſtoriens, tant anciens que modernes, Holwell, je le répète, qui les connoiſſoit bien mieux encore que moi, leur rend cette juſtice *(Évènemens hiſtoriques, II.^e^ partie, page 3).*

« Les premiers Conquérans, dit-il, qui envahirent cet » Empire, trouvèrent les peuples qui l'habitoient, puiſſans, » riches, civiliſés, ſages & ſavans; unis ſous un même Chef, & » profeſſant la même religion, qui leur défendoit, entr'autres » choſes, d'avoir commerce avec les Étrangers. . . . . Quoique » je n'ajoute pas une foi implicite (dit-il *page 28*) à ce que » les Bramines rapportent touchant l'antiquité de leurs écritures, » il me paroît que les dogmes des Brames ſont très-anciens, » qu'ils n'ont point été puiſés dans aucun autre ſyſtême de » Théologie; & j'eſpère prouver dans le cours de cet Ouvrage, » que la plupart des autres ſyſtèmes de ce genre ont été formés » ſur celui-ci. Je laiſſe à ceux qui ont plus d'eſprit & de capacité » que moi pour ces ſortes de recherches, à décider ſi mes » conjectures ſont bien ou mal fondées.

» On prétend généralement (continue-t-il, *page 29*) que » les Gentous ont reçu leur doctrine & leur culte des Perſes

& des Égyptiens; mais cette opinion me paroît mal fondée, vu que la raison & les faits prouvent le contraire.

Il n'est pas douteux (poursuit-il) qu'il y a eu autrefois une communication entre la Perse, l'Egypte & l'Indostan; la première confine avec celui-ci; & quoique l'Égypte en soit plus éloignée, cela n'empêche pas qu'on ne pût aisément aller par mer de la mer rouge dans l'Inde; j'ose donc avancer, sans crainte de me tromper, que les Mages de ces deux nations ont connu les Bramines long-temps avant que Zoroastre & Pythagore liassent commerce avec eux; il est vrai que la religion défendoit aux Bramines *(page 30)* de voyager chez les Nations étrangères, & de lier connoissance avec elles; mais ils étoient si renommés par la pureté de leurs mœurs, par la sublimité de leur sagesse & de leur doctrine, que tous les Philosophes, & tous ceux qui aimoient la science & la vérité, s'empressoient de les connoître. Le portrait que je viens d'en faire, est fondé sur le témoignage de l'antiquité.

On n'est point d'accord sur le temps dans lequel Zoroastre & Pythagore furent dans l'Indostan; je supposerai avec la plupart des Savans, que ce fut vers le temps de Romulus; mais on sait, à n'en pouvoir douter, que ces Philosophes voyagèrent bien plus dans le dessein de s'instruire que d'instruire des autres; & qu'ils ne furent point ensemble dans l'Indostan; comme ils séjournèrent long-temps chez les Bramines qui sont au N. O. du Gange, il est parlé de Zardhurst & de Pythagore dans les Annales des Gentous; il y a lieu de croire qu'ils apprirent la langue samscrit, & qu'ils s'instruisirent des dogmes de la religion établie par le Chartah, & Augh-Torrah-Bhades.

Il est bon d'observer que la Métempsycose, de même que les trois grands principes qu'on enseignoit dans les grands mystères d'Éleusine: savoir, l'unité de Dieu, sa providence générale sur toute la création, les châtimens & les récompenses de l'autre vie, sont les dogmes fondamentaux du Chartah de Brama; & que les Bramines les ont prêchés de temps immémorial dans l'Indostan, non point comme des mystères,

» mais comme des articles de religion qui étoient reçus de tout
» le monde, ſans en excepter les Gentous les plus ignorans. Si
» ce fait eût été connu de celui qui a fait tant de recherches ſur
» les myſtères d'Éleuſine, il n'auroit pas avancé, comme il l'a
» fait, que les nations de l'Orient avoient reçu leur doctrine
» des Égyptiens . . . Et comme ces dogmes (du Polythéiſme &
» de la Métempſicoſe), de même que celui de la Préexiſtence
» de l'ame, ont toujours été & ſont encore la baſe de la religion
» des Gentous, il y a tout lieu de croire, vu le commerce
» dont j'ai parlé, & les raiſons que j'ai données, que les
» Égyptiens ont emprunté ces dogmes des Bramines.

» Il eſt certain que Pythagore a puiſé ſon dogme de la
» Métempſicoſe chez les Bramines, & ſi on le lui a attribué
» dans la ſuite, ce n'a été que parce qu'on a ignoré ſa vraie
» origine. En quelque temps que les deux Philoſophes dont
» j'ai parlé ci-deſſus, aient été dans l'Indoſtan, on ſait que
» Pythagore entreprit ce voyage quelques années plus tard que
» Zoroaſtre; au ſortir de l'Inde il fut dans la Perſe où il
» converſa avec les Mages du pays, & s'inſtruiſit de leurs
» myſtères; on prétend même, & la choſe eſt aſſez vraiſem-
» blable, qu'il eut pluſieurs conférences avec Zoroaſtre au
» ſujet des doctrines des Bramines; ils avoient été tous deux
» initiés dans les myſtères des Égyptiens; & la ſeconde fois
» que Pythagore fut en Égypte, avant de retourner en Grèce,
» & en reconnoiſſance de ce que les Mages lui avoient appris,
» il les inſtruiſit plus à fond de la Théologie, de la Coſmogonie
» & de la Mythologie des Bramines, dont il s'étoit mis au
» fait par la lecture du Chartah.

» Si l'on ſe donne la peine de comparer les différentes
» eſpèces de culte inſtituées par le Chartah, avec ceux des
» Égyptiens, des Grecs & des Romains, on ſe convaincra
» que ces derniers ne ſont que la copie de ceux des Bramines;
» le lecteur ſera à même d'en juger par ce que je dirai dans
» la ſuite de la Mythologie des Gentous, de leurs fêtes, &
» de leurs jeûnes.

» C'eſt une loi établie chez les Gentous, que quiconque
reçoit

reçoit un Prosélyte, & l'admet à sa communion, doit être «
aussi-tôt chassé de sa Tribu, & cette disgrâce est telle qu'il «
n'y en a aucun qui n'aimât mieux souffrir la mort que de «
l'encourir; quoique cette défense rende le peuple esclave «
des Bramines, elle a cependant cet avantage d'entretenir «
leur union, & d'empêcher les mariages qu'ils pourroient «
contracter avec les Étrangers. Ce sont-là les circonstances qui, «
autant que j'ai pu m'en souvenir, distinguent les Gentous «
de tous les autres peuples du Monde, & prouvent leur «
ancienneté de même que celle de leurs Écritures. «

Une autre chose qui mérite notre attention, est la perpétuité «
des Doctrines des Gentous, lesquelles n'ont jamais reçu la «
moindre altération dans l'espace de plusieurs milliers de «
siècles, & n'ont jamais varié quant au fond *(page 35)* ».

Ces témoignages de Holwell, c'est-à-dire, d'un homme de très-bon sens, qui a vécu trente ans au milieu des Brames, sont plus que suffisans ici. Si on en vouloit cependant un plus grand nombre, qu'on ouvre tous les Ouvrages qui ont parlé des Indiens; que l'on consulte sur-tout le livre des Cérémonies réligieuses des différens peuples de la Terre, on y trouvera une foule de passages qui attestent tous que les Indiens sont, de temps immémorial, tels que je les peints ici & dans le premier tome de mes Voyages; & comme il n'y a nulle trace de changement chez eux, il ne peut y avoir même le plus léger soupçon qu'ils aient rien emprunté des Égyptiens.

Pourquoi ne me seroit-il pas permis, en matière de Littérature, telle qu'est celle dont il est ici question; pourquoi, dis-je, ne me seroit-il pas permis de citer M. de Voltaire? Dans le parallèle qu'il fait de l'Égypte & de l'Inde, il me paroît prouver sans replique, que le Bengale & les bords du Gange doivent avoir été peuplés, civilisés & policés bien long-temps avant l'Égypte *(Essai sur les mœurs des Nations, &c.)*

Voici comment M. Dupuis établit son systême.

« L'inventeur du Zodiaque, dit-il, *(page 357)* sera celui

» à qui le Calendrier conviendra tellement que, dans aucun » siècle, il n'a jamais pu convenir à aucun autre. Il ne suffira » pas que quelqu'un s'en puisse appliquer une partie, il faut » que tout lui convienne, & que l'état du Ciel & celui de la » Terre s'accordent ensemble à l'époque d'où l'on voudra partir ».

D'après ce principe, M. Dupuis passe en revue tous les différens Peuples de l'Europe & de l'Asie, qui ont le même Zodiaque que les Égyptiens, Perses, Indiens, Grecs, Romains: il n'en trouve aucun, pas même parmi les Indiens, à qui le Zodiaque comme Calendrier convienne parfaitement, à l'exception des Égyptiens; d'où il conclut que le Calendrier a pris naissance en Égypte. Or, comme M. Dupuis conjecture « que le Zodiaque des Indiens a une » origine commune avec celui d'Égypte *(page 536)* par la » grande ressemblance des animaux symboliques tracés dans le Zodiaque de ces deux peuples; » c'est assez pour lui faire regarder les Indiens comme ayant pris leur Zodiaque des Égyptiens; mais outre que j'ai déjà fait voir qu'il n'y a nulle apparence, nulle vraisemblance que les Indiens aient rien emprunté des Égyptiens, je me flatte encore de pouvoir prouver que M. Dupuis n'a pas assez consulté le climat de l'Inde, quand il a assuré que le Zodiaque est dû aux Égyptiens exclusivement à tout autre peuple; & qu'il est pour le moins aussi probable qu'il doit son origine à ces très-anciens Indiens contemplatifs dont je défends ici la cause à si justes titres, « que tout leur convient, & que l'état du Ciel & » celui de la Terre s'accordent ici ensemble à l'époque d'où l'on part; » condition qu'exige M. Dupuis, & que je trouve parfaitement remplie pour l'Inde.

M. Bailly *(histoire de l'Astronomie moderne, page 273)* s'exprime ainsi en parlant du système de M. Dupuis: « nous ne dirons point si ces explications sont les seules qui » soient vraisemblables; si un pareil travail pour un autre » climat que celui de l'Égypte, n'offriroit pas des idées aussi » plausibles. » M. Bailly croit donc qu'il seroit peut-être possible d'appliquer le système de M. Dupuis à un autre climat que celui de l'Égypte; & c'eſt ce que j'ai eſſayé de faire pour l'Inde dans cette Diſſertation ſur le Zodiaque.

M. Dupuis prétend que les Égyptiens ont anciennement pouſſé des Colonies juſque ſur les bords du Phaſe; « & d'ailleurs, dit-il, les empires des Aſſyriens s'étendoient juſque-là: les Chinois s'en diſent originaires *(page 461).* »

Je veux bien que les Égyptiens aient eu autrefois des Colonies juſque ſur les bords du Phaſe; mais s'enſuit-il de-là que les Indiens aient pris leur Zodiaque des Égyptiens?

Deux Auteurs aſſez modernes (Pline & Solin) diſent à la vérité qu'il y avoit autrefois un commerce entre l'Égypte & l'Inde, & décrivent fort en détail le chemin qu'on tenoit toutes les années pour aller de l'Égypte dans l'Inde: mais quand cela ſeroit vrai, il ne prouveroit rien en faveur des Égyptiens *(Voyage, &c. tome I, pages 165 & 166).* Quant aux Chinois, qui ſe diſent ſortis des Égyptiens, je n'en ſais rien; je n'ai point conſulté les Chinois que j'ai vus, ſur leur origine: je crois d'ailleurs qu'ils en ſavent auſſi peu que moi ſur ces premiers temps; mais j'aurois peut-être autant de raiſons pour penſer que les Égyptiens ſont une Colonie Chinoiſe, que pour croire que ceux-ci ſortent des Égyptiens; & voici ſur quoi je me fonderois.

Les Tamoults m'ont aſſuré *(Voyage, &c. tome I, page 147)* que du temps de Baouth, ancienne, & très-ancienne Divinité Indienne *(idem, pages 99, 146, 149)*, les Chinois venoient commercer à la côte de Coromandel; qu'ils avoient une Colonie à l'endroit où eſt actuellement Negapatnam. Ce qu'il y a de très-vrai, c'eſt qu'à Negapatnam on trouve encore une tour que l'on nomme *tour des Chinois*, faite dans le même goût que les tours chinoiſes que tout le monde connoît. Au reſte, cet établiſſement des Chinois à la côte de Coromandel peut être regardé très-probable par le trait ſuivant.

Les Naturels de la province de Gales, dans l'île de Ceylan, ſe nomment *Cingla* ou *Chingla*: ils portent les cheveux longs

& retroussés avec un peigne d'écaille, à peu-près comme les Cochinchinois & les Japonois. Or, la tradition du pays porte que ce peuple descend des Chinois établis à la côte de Coromandel; qu'ils envoyoient leurs malfaiteurs en exil dans l'île qui se nommoit *Gales.* C'est de-là, disent-ils, qu'est venu le mot de *chingla*, qui, à ce que prétend la tradition, signifie *Chinois exilés à Gales.* Il est vrai que l'Auteur de qui je tiens ce fait, Auteur digne de foi, qui a vû les *Chinglas* & les *Chinois*, m'a assuré que les *Chinglas* ne lui ont paru avoir aucune ressemblance avec les Chinois. Le Chingla paroît lourd & épais, mais doux: ses traits sont plus développés que ceux des Chinois, dont l'œil est bridé; sa couleur est d'un noir tant soit peu plus clair que celle des Malabars: sa taille est ordinaire; il est fort paresseux: mais le climat ne peut-il pas avoir altéré l'espèce? Et ces Chinois, soi-disant sortis d'Égyptiens, ou d'une Colonie égyptienne, ressemblent-ils beaucoup aujourd'hui aux Égyptiens de nos jours? y ressembloient-ils même il y a deux mille ans?

Cette tradition des Tamoults me fait donc croire que les Égyptiens pourroient bien être une colonie Chinoise; car s'il est hors de doute, comme il le paroît, que les Chinois sont venus anciennement commercer à la côte de Coromandel & au Maduré, & qu'ils y aient eu une espèce de ville & de colonie, à peu-près comme nous autres Européens en avons aujourd'hui à la même côte, ces Chinois ne pourroient-ils pas avoir poussé leur commerce jusqu'au golfe Arabique? le plus difficile n'étoit-il pas fait en venant de Chine au Maduré? Ceux qui connoissent ces voyages en conviendront sans peine. Le voyage de Chine à la côte de Coromandel demande bien plus de précautions, à cause des détroits qu'il faut franchir. Or, je puis assurer qu'il n'existe à cette côte aucune tradition que les Égyptiens y aient jamais paru, ni commercé par mer. *(Voyage, tome I, p. 148.)*

Voici en deux mots, si je l'ai bien conçue, l'idée de M. Dupuis.

Il suppose que l'Astronomie est née dans l'Égypte, sous le tropique du Cancer, ou à 23 degrés de latitude ; ensuite, au moyen de la précession des équinoxes, telle qu'elle est aujourd'hui, & en remontant quelques mille ans avant l'ère chrétienne, douze à treize mille environ, M. Dupuis parvient à une époque, qu'il prend pour celle où a commencé la division du Zodiaque en douze signes. A cette époque la constellation du Capricorne étoit dans le signe du Cancer : cette hypothèse, en renversant tout, remet les signes du Zodiaque à leur place, selon M. Dupuis ; en sorte qu'il dut y avoir à cette époque, d'après cette hypothèse de M. Dupuis, un travail immense pour former un Calendrier, le plus beau peut-être qui ait jamais existé, un chef-d'œuvre de l'esprit humain & de ses connoissances en Astronomie, dans un temps où M. de la Lande n'accorde cependant à ces mêmes Égyptiens la connoissance de l'année solaire qu'à un quart de jour près. Quelle ignorance grossière jointe à un si beau travail! Mais sans pousser plus loin les réflexions sur l'union singulière d'un si brillant savoir & d'une si profonde ignorance sur deux objets aussi dépendans l'un de l'autre, selon moi ; sans dire qu'on ne voit chez les Égyptiens aucunes traces, aucuns vestiges, aucune tradition sur un tel Ouvrage ; sans nous arrêter actuellement à faire voir qu'il est plus que vraisemblable qu'à cette époque de M. Dupuis, l'Égypte n'existoit même pas ; si M. Dupuis peut supposer que l'Astronomie & le Zodiaque sont nés en Egypte à 23 degrés de latitude, ou environ, je ne vois pas pourquoi je ne pourrois pas supposer de mon côté que ces connoissances sont orignaires d'Asie, de l'Inde, par exemple ; car en partant de l'Égypte, & en suivant à l'est le parallèle de 23, de 24 & de 25 degrés, je rencontre l'embouchure du fleuve Indus, je rencontre encore la province du Bengale à l'embouchure du Gange ; là, je vois plusieurs lieux célèbres encore, & sur-tout Benarès, célèbre Académie des Brames qui subsistent de temps immémorial dans le Bengale, qui gardent de temps immémorial des débris très-précieux d'Astronomie, dont on ne voit nulle trace chez les Égyptiens.

M. Dupuis veut que l'Astronomie soit née à 23 degrés, c'est-à-dire, sous le Tropique: or si, comme on a lieu de le présumer, l'obliquité de l'Écliptique diminue de 33 secondes par siècle, & même de 40 secondes, selon quelques Astronomes, il s'ensuit que si le Monde eût existé il y a quatorze à quinze mille ans, cette obliquité eût été à cette époque, qui est celle de M. Dupuis, de $1^d\ 40'$ ou de 2^d plus grande qu'elle n'est aujourd'hui, ce qui feroit 25 degrés & demi environ pour le Tropique: or, la latitude de Benares est à peu-près de cette quantité; en effet on la trouve, dans les Cartes que Holwell nous a données de cette partie du Bengale, de 26 degrés & quelques minutes, & M. d'Anville la donne à très-peu-près de même; je peux donc supposer jusque-là, que si l'Astronomie est née sous le Tropique, elle a pu prendre naissance sur les bords du Gange, à Benares.

Je parle de Benares, à cause de la célébrité de cette ville; mais les Brames sont en très-grand nombre dans tout le Bengale, qui passe pour leur patrie: or, je trouve encore sur les bords du Gange, une autre ville très-célèbre, qui a cela de particulier, que j'ai une observation de la longueur de l'ombre équinoxiale du gnomon, faite en cette ville par les anciens Brames même: cette ville, connue des Indiens de la côte de Coromandel, sous le nom d'*Ouchilipatnam,* sur une des bouches du Gange, est vraisemblablement celle que nous nommons *Ougly,* sur nos Cartes, & que Holwell appelle *Hughley,* car les Indiens ajoutent le mot *patnam* à la fin de tous les mots des villes.

La longueur du gnomon étant supposée de 12 doigts par les Brames, ils ont trouvé la longueur de l'ombre à *Ouchilipatnam,* de 5 doigts 20 minutes *(Mém. de l'Académie des Sciences, année 1772, 2.ᵉ partie, pages 179 & suivantes, Voyage, &c. tome I, pages 222 & 230);* d'où j'ai conclu la latitude de cette ville, de $23^d\ 19'\ 25''$: selon Holwell, cette ville est à $22^d\ 48$ à $50'$, & M. d'Anville la met à très-peu-près sous le Tropique; ces déterminations diffèrent assez peu les unes des autres, elles prouvent en même temps l'exactitude des obſervations des anciens Brames, & placent *Ouchilipatnam* ſous le Tropique ou environ ; je peux donc encore une fois ſuppoſer que l'Inde eſt le berceau de l'Aſtronomie.

Une choſe annonce, à mon avis, le berceau de l'Aſtronomie chez les Brames ; c'eſt la ſingularité du Zodiaque indien que j'ai rapporté, diviſé en vingt-ſept conſtellations ; c'eſt un fait frappant, & l'unique qui nous reſte, à ce que je penſe, des premiers pas des hommes dans l'Aſtronomie, qu'on ne retrouve point chez les Chaldéens, encore moins chez les Egyptiens ſi vantés. Ce Zodiaque me paroît, comme à M. Bailly *(Hiſt. de l'Aſtron. moderne, p. 304)*, une démonſtration évidente que ceux qui ont inventé l'Aſtronomie, ont commencé par obſerver le mouvement de la Lune avant celui du Soleil. En effet, le mouvement de la Lune eſt le premier phénomène ſenſible qui ſe préſente d'abord à l'obſervateur, le plus aiſé à ſaiſir en apparence, à obſerver & à meſurer ; il paroît en même-temps le plus commode pour régler l'uſage de la vie civile. Le mouvement rapide de la Lune dans le ciel, aiſé à comparer jour par jour, même d'un moment de la nuit à l'autre, à des Etoiles remarquables, l'a dû faire diſtinguer le premier *(Voyage &c. t. I, p. 255 & ſuiv.)* ; au lieu qu'on a dû d'abord être fort embarraſſé pour le Soleil. Il ne laiſſe aucune trace de ſon mouvement d'un jour à l'autre, d'ailleurs bien plus lent que celui de la Lune ; pendant que ſi on a vu aujourd'hui la Lune proche l'œil du Taureau, par exemple, on aura été frappé de la voir le lendemain, bien plus dans l'Eſt, répondre à d'autres Étoiles éloignées de la première d'une quantité très-conſidérable, puiſqu'il y auroit plus de treize degrés d'un point à l'autre : pendant une ſeule nuit même on peut faire cette obſervation. Il reſte donc comme démontré que le premier Zodiaque a été celui de la Lune ; & ce Zodiaque n'eſt autre choſe, ſelon moi, que les vingt-ſept conſtellations des Brames, dont je crois avoir aſſigné ici la véritable origine.

Une autre choſe qui me paroît encore appartenir au berceau de l'Astronomie, qu'on ne trouve point chez les Égyptiens, est la détermination des points équinoxiaux & même solsticiaux; aucuns vestiges de cette détermination chez les Égyptiens; aucune trace d'Équateur chez ces anciens Peuples. Les Indiens connoissent l'Équateur, & paroissent l'avoir connu de temps immémorial; les Indiens savent tracer la ligne méridienne, & jamais ils n'en traçent que lorsque le Soleil occupe l'Équateur *(Voyage, &c. tome I, page 218)*: ils appellent cette position du Soleil, *être au milieu du Monde;* ils ont en effet raison, car lorsque le Soleil est dans l'équinoxe & au méridien, il est bien censé être au milieu du Monde, puisqu'il est alors également éloigné de tous les points de l'horizon. Je parle comme les Brames, pour le lieu où répond le Soleil le jour de l'équinoxe; dans cette position le Soleil pèse le jour & la nuit, pour ainsi dire, & les balance; il les équilibre en quelque sorte; ce qui me porte à penser que les Brames, lorsqu'ils eurent bien constaté ces points du milieu du Monde, qui balancent alors le jour & la nuit, en les rendant égaux; les Brames, dis-je, auront bien pu imaginer de représenter cette égalité par une Balance: ainsi je pense que la Balance est le premier signe; le premier qui ait été trouvé, & les autres signes ne seront venus qu'après.

Cette Balance n'aura vraisemblablement été assignée d'abord à aucun équinoxe, & les aura représentés tous les deux; car pourquoi la placer à l'équinoxe d'automne plutôt qu'à l'équinoxe du printemps, ou à celui-ci plutôt qu'à l'autre? ce n'aura été que par la suite, lorsqu'on aura pu déterminer les points solsticiaux, & qu'on aura été en état de commencer une division de la route apparente du Soleil dans le Ciel; on aura pour lors placé la Balance à un équinoxe de préférence à l'autre, selon l'idée qu'on vouloit attacher aux signes du cercle qu'on divisoit.

Les Indiens attendent donc que le Soleil soit au milieu du Monde pour tracer la méridienne: la longueur de l'ombre des corps qu'ils observent ce jour-là à midi. *(Voyage, &c. tome I* (*tome I, pages 218 & suiv.*), leur sert à calculer, pour le milieu du monde, c'est-à-dire pour l'équateur, une Table qui suppose l'obliquité de l'Écliptique de vingt-cinq degrés environ. Cette Table, par cette raison, doit remonter à la plus haute antiquité; car les Brames de nos jours n'observent point, & il y a bien de l'apparence que depuis un temps très-éloigné, ils se servent des observations de leurs pères. Le changement d'obliquité de l'Écliptique ne peut en avoir apporté dans ces observations, car la longueur de l'ombre du gnomon, le jour de l'équinoxe, une fois bien connue, est toujours la même; les Brames le savoient & le savent encore, puisqu'ils le disent en enseignant leur méthode de tracer la méridienne (*Voyage, &c. tome I, page 219*).

Il est donc vrai que les Auteurs de la Table que je cite, que je suppose être les ancêtres des Brames de nos jours, avoient observé, outre l'ombre équinoxiale des corps, les deux points solsticiaux, c'est-à-dire, de combien le Soleil s'écartoit de part & d'autre, du point du milieu du monde & par conséquent de la balance des jours & des nuits; car les termes d'Équateur, de Solstices & d'obliquité de l'Écliptique, n'étoient vraisemblablement pas connus de ces premiers Philosophes Indiens: ces termes n'étoient point alors en usage, les Brames ne s'en servent pas même encore de nos jours.

Ainsi, un peuple qui de temps immémorial paroît avoir fait attention au mouvement de la Lune, avoir divisé sa route en vingt-sept constellations, avoir fixé la longueur de l'ombre équinoxiale des corps; qui a découvert que là où étoit le Soleil à midi, les corps ne faisoient point ombre le jour de l'équinoxe: je dis découvert, car cela dut faire en effet une découverte, dans le sens que les Brames l'entendent; un peuple qui paroît avoir déterminé, même avec quelque précision, l'obliquité de l'Écliptique; un peuple qui, comme je vais le dire, a des révolutions reconnues des Étoiles en vingt-quatre mille ans; un peuple qui conserve ces dépôts précieux & plusieurs autres encore de temps immémorial; dans une Université ou École célèbre, établie, je le répète encore, de temps immémorial, à

Benarès, précisément à l'endroit par où auroit passé le tropique il y a quatorze à quinze mille ans, si le monde eût alors existé; ce peuple, dis-je, me paroît avoir autant de droits à l'invention du Zodiaque, que peuvent en avoir les Égyptiens.

J'ajouterai ici un fait qui m'a paru mériter la plus grande attention ; c'est que les Brames sont exactement le seul peuple qui compte encore aujourd'hui la longitude du Soleil & de la Lune, non du premier degré du signe du Bélier, mais de la constellation du Bélier : or, il me paroît que cela vient de ce que dans l'origine on ne distingua point de Zodiaque fixe & de Zodiaque mobile ; & que les Brames, qui ne varient point dans leurs usages, ont conservé cette première méthode, quoiqu'ils reconnoissent une précession des équinoxes, & qu'ils s'en servent dans leurs calculs astronomiques *(Voyage, &c. tome I, page 301)*, & ils l'appellent *Ayanangsam*, Course, Atome.

Je trouve bien étonnant qu'un peuple ayant autant de génie pour l'Astronomie que M. Dupuis veut que les Egyptiens en aient eu, n'ait cependant chez lui aucun trait qui fasse seulement soupçonner qu'il ait remarqué la précession des équinoxes; ils paroissent absolument l'avoir ignorée jusqu'à Hipparque qui la remarqua le premier.

Quand les Égyptiens ont-ils formé leur Zodiaque ? il faut que ce soit précisément à l'époque où les étoiles de la Balance étoient dans le signe du Bélier : il faut donc qu'ils eussent depuis long-temps observé le Ciel ; autrement ils n'auroient point été en état de se faire un si magnifique Calendrier; car de supposer que ces Astronomes aient fait un chef-d'œuvre sans observations préliminaires; & qu'ils se soient mis à former le Zodiaque précisément à l'époque dont nous parlons, sans que ce grand travail ait été précédé d'un nombre d'Observations astronomiques, & sans qu'ils aient vu la précession ; une pareille supposition, dis-je, me paroît hors de toute vraisemblance. Or la précession des équinoxes a dû être connue même avant la division du Zodiaque. Nous ne pouvons porter de jugement sur l'antiquité, que d'après les monumens qui nous restent; mais il n'existe dans l'antiquité aucun monument qui dise que les Égyptiens aient connu, avant Hipparque, le mouvement des Étoiles en longitude; il existe au contraire des monumens que l'Égypte est un terrein très-nouveau, en comparaison de la Chaldée & de l'Inde: or on trouve chez les Indiens, le mouvement des Étoiles en longitude connu; & je peux faire voir qu'on en trouve des traces chez les Chaldéens.

Je crois être le premier Astronome qui ait remarqué que la précession des équinoxes étoit connue de temps immémorial dans l'Inde; c'est une connoissance que j'ai rapportée de la côte de Coromandel, & dont aucun Voyageur, que je sache, n'a parlé avant moi.

Je vais faire voir ici, d'après Bérose, cet auteur si connu & si estimé de tous les Anciens, qu'on trouve chez les Chaldéens, des monumens concernant la précession des équinoxes, ou le mouvement des Étoiles en longitude.

Une chose de fait, & qu'il faut bien observer, c'est que les Brames ont de nos jours, pour quatrième âge du monde, la même durée ou le même nombre d'années que les Chaldéens, d'après Bérose, attribuoient au premier âge; savoir, quatre cents trente-deux mille ans *(Voyage, &c. tome I, page 329)*.

Or ce nombre d'années représente chez les Brames de nos jours, un nombre fixe de révolutions de l'équinoxe, à raison de 54 secondes par année, comme supposent les Brames eux-mêmes *(Voyage, &c. p. 236)*; d'où il me semble qu'on peut en inférer que ce même nombre de quatre cents trente-deux mille ans, représentoit aussi la même chose chez les Chaldéens; & conséquemment qu'ils avoient remarqué ce mouvement *(Voyage, tome I, pages 42 & 335)*.

Ce sentiment me paroît aussi être celui de l'Historien de l'Astronomie. « Il n'est pas possible (dit-il, *page 76*) que dans cette application à l'étude du Ciel, les Anciens aient par- « tagé le Zodiaque, sans reconnoître le mouvement par lequel «

» les Étoiles s'avancent le long de l'Écliptique : indépendam-
» ment de ce que cette connoissance est répandue dans toute
» l'Asie, se retrouve chez les Chinois, les Indiens, les Chal-
déens & les Perses » : (remarquons que M. Bailly ne cite point les Égyptiens) « & que cet usage général, suivant
» notre principe, doit remonter à une source commune, nous
» sommes fondés à le penser, par une tradition des Indiens, que nous avons recueillie » : étendons un peu cette difficulté. Voici la marche que M. Dupuis fait suivre aux Égyptiens; ils paroissent se comporter tout différemment de ce qu'ont dû faire, ces anciens Astronomes, qui, les premiers, ont observé les Étoiles & divisé le Zodiaque. En effet, ils font, selon M. Dupuis, un chef-d'œuvre en Astronomie, classent les étoiles du Zodiaque, en composent un beau Calendrier rural, & cela, sans qu'il soit fait mention, en aucune façon, de mouvement des Étoiles en longitude, auquel cependant ils auroient dû faire attention par des observations préliminaires. Ils établissent la belle étoile du grand Chien *(Syrius)* pour annoncer le solstice d'été : cependant, les années, les siècles même s'écoulent; les Étoiles s'en vont dans l'est, entraînées par la précession; elles leur passent en revue devant les yeux, emmènent *Syrius* avec elles : alors, cette Étoile-ci ne pouvant plus leur servir, il s'en présente une autre, que la précession leur amène à la place de *Syrius*, c'est la bouche du Poisson austral *(Phamalhut)*, ils voient donc que leur Calendrier ayant besoin de réforme, ils ne peuvent mieux faire que de remplacer *Syrius* par *Phamalhut.* Ils font donc la réforme qu'exige le Calendrier, & tout cela sans voir la précession; c'est-à-dire, que c'étoient de très-grands Astronomes & Observateurs, qui étoient aveugles.

Lorsque les premiers degrés du Lion répondoient au solstice d'été, la précession des équinoxes éloignant *Syrius* du solstice, les Égyptiens le remplacèrent par le Poisson austral, qui devint, dit M. Dupuis *(p. 533)*, une indication plus précise du solstice; cette époque dut donc être très-célèbre chez les Égyptiens. Comment donc ne fit-elle pas découvrir la préceſſion des équinoxes ? le Lion répondoit aux premiers degrés du Cancer, deux mille cinq cents ans environ avant Jéſus-Chriſt *(p. 480)*; la Balance avoit donc déjà parcouru environ cinq Signes par la préceſſion, depuis l'époque qu'aſſigne M. Dupuis à l'origine du Zodiaque ; il s'étoit donc écoulé dix mille quatre cents ans environ : cet intervalle ne devoit-il pas donner la quantité très-préciſe de la préceſſion ?

Pourquoi donc n'en voit-on aucune trace en Égypte, & qu'on en trouve en Aſie ? C'eſt que vraiſemblablement les Égyptiens ne ſont pas les inventeurs du Zodiaque, & qu'ils ſont trop modernes pour avoir fait cette découverte.

Une réforme dans le Calendrier, pareille à celle dont on parle ici, auroit dû certainement faire ſenſation, même grand bruit dans toute l'Égypte ; la raiſon en eſt évidente, c'étoit *Sirius* la plus belle étoile du Ciel, qui s'en étoit allée dans le Levant ; toute l'Égypte dut être témoin qu'on lui ſubſtituoit le Poiſſon auſtral qui étoit venu à point nommé. Quelle étoit alors la poſition du Ciel ? Toute l'Égypte devoit voir encore que c'étoit le Lion qui occupoit le ſolſtice d'Été. Cette grande & importante réforme dans un Calendrier ou Almanach qui devoit être la règle du peuple Égyptien dans ſes travaux d'Agriculture eût fait une eſpèce de tradition qui certainement ſe ſeroit conſervée, & dont très-vraiſemblablement il ſeroit encore reſté quelques veſtiges confuſes au temps d'Hipparque & de Ptolémée. Ces Aſtronomes qui ont ſans doute ramaſſé tout ce qu'ils avoient trouvé de fait avant eux ſur les étoiles, n'auroient pas laiſſé échapper cette circonſtance ; Hipparque, ſur-tout, qui n'étoit pas trop aſſuré de ſa découverte, & auquel il importoit par conſéquent de faire valoir les moindres preuves, eût dit ſans doute : *ce mouvement ſe trouve confirmé par une tradition du pays, qui dit que le Lion occupoit anciennement la place où eſt aujourd'hui le Cancer.* On ne trouve rien de pareil ni dans Hipparque, ni dans Ptolémée, d'où il me paroît très-vraiſemblable que les Égyptiens ne ſont point les inſtituteurs du Zodiaque ; mais qu'ils l'ont tiré des

Asiatiques, & qu'ils l'ont reçu d'eux sans se douter que ce Zodiaque avoit un mouvement selon l'ordre de ces mêmes signes qu'ils venoient d'introduire chez eux; telle est du moins mon opinion.

Si les Égyptiens avoient eu réellement du génie pour l'Astronomie, il est très-vraisemblable que leur période caniculaire de quatorze cents soixante ans leur auroit fait voir le mouvement des Étoiles en longitude, & que leur année de trois cents soixante-cinq jours & un quart étoit trop longue (Bailly, *Hist. de l'Astronomie ancienne, pages 165 & 166).*

Mais, me dira-t-on, si nous accordons à M. Bailly & à vous, que la période caniculaire ne fit pas découvrir aux Égyptiens la précession des équinoxes, parce que la différence n'est pas assez sensible pour des yeux, tels que vous supposez qu'étoient les yeux Egyptiens, peu exercés à pénétrer dans les plus petits mouvemens des corps célestes, & parce que les erreurs se compensoient à peu-près, il est au moins certain, & vous serez forcé de nous l'accorder de votre côté, qu'il y avoit chez eux cette espèce de tradition confuse du mouvement apparent des Étoiles, dont vous parlez tant, il y a plus de deux mille ans; puisque nous pouvons vous représenter un Zodiaque fait chez eux il y a à peu-près ce temps-là, dans lequel Zodiaque « les Égyptiens, comme inventeurs,
» ont conservé le Zodiaque primitif, ou celui qui faisoit partir
» leur année solsticiale du Capricorne, lorsqu'il coïncidoit avec
» le solstice d'été; que le Capricorne, dans ce Zodiaque nou-
» veau, est réellement appelé *le premier Signe*, & que c'est par
« lui que commence la division des douze maisons du Soleil
» *(*M. Dupuis, *page 386).* Qu'il est naturel de supposer que
« dans ce nouveau Zodiaque, les Égyptiens commencèrent à
» ce point leur division en douze signes, puisqu'on sait qu'ils
» y commençoient leur année & leur grande période; que voilà
» un Zodiaque égyptien fait dans un temps auquel le Lion ou
» le Cancer occupoit le solstice d'été, & que cependant on
» y fixe le commencement de la division au Capricorne:
» n'est-il pas évident que c'est l'époque primordiale qu'on a
» voulu perpétuer? *(*M. Dupuis, *page 387)* ».

J'avoue que cet argument, ſi on pouvoit le faire, ſeroit très-fort en faveur des Égyptiens : mais je répète ici ce que j'ai déjà dit ailleurs, *ou je me trompe bien*, ou ce Zodiaque, dont parle M. Dupuis, ſeroit plutôt contre que pour ſon ſyſtème; du moins il me ſemble que bien apprécié, il ne fait rien du tout à ſa cauſe.

En effet, ce planiſphère, fait à ce qu'il me paroît dans le temps où les conſtellations étoient dans les ſignes même qui les repréſentent aujourd'hui, a été envoyé dans le dernier ſiècle au Père Kircher, pour ainſi dire en morceaux ou lambeaux, dont pluſieurs encore étoient mutilés; & il paroît que le Père Kircher a recouſu les pièces & en a ajouté d'autres où il en manquoit, qu'il a aſſorties comme il a pu, & auſſi-bien que ſa grande habileté lui en a pu ſuggérer les moyens, car je conviens avec M. Dupuis, du profond & prodigieux ſavoir du Père Kircher; mais il ne pouvoit pas reproduire ce qui étoit anéanti : voici la preuve de ce que j'avance.

Lorſque je mettois la dernière main à ce Diſcours pour le faire paſſer à l'impreſſion, & que je repaſſois en même temps la partie de l'Ouvrage de M. Dupuis, qui y a rapport, je fus curieux de conſulter le Père Kircher, & l'ayant d'abord ouvert, préciſement à la *page 206*, citée par M. Dupuis, j'avouerai que je fus auſſi ſéduit à la première inſpection du Planiſphère égyptien que j'y vis; mais après un court examen, je commençai à douter que ce planiſphère dît véritablement ce qu'il paroiſſoit dire au premier abord; car les chiffres qu'on y voit ſont des chiffres arabes & romains; & je penſai dès-lors, que ſi des Égyptiens avoient fait ce planiſphère, tel que je le voyois, ils ne ſe ſeroient vraiſemblablement pas ſervis de chiffres arabes, ni ſur-tout de romains, & le Père Kircher me paroiſſoit avoir un trop grand fond d'érudition, de connoiſſances, & trop de goût, pour ne pas avoir laiſſé ſubſiſter l'original, tel qu'il l'auroit reçu : il ſe ſeroit contenté de nous en expliquer le ſens. Je conclus donc que quelque main étrangère, autre que celle d'un Égyptien, avoit poſé les chiffres arabes & romains que je voyois.

En réfléchissant davantage, j'eus bientôt le plaisir de voir ma conjecture réalisée; & qu'en effet, tous ces chiffres arabes & romains, qui, dans ce Planisphère, indiquent l'ordre dans lequel marchent les signes du Zodiaque, ne désignent pas la position primitive de ces signes, mais sont au contraire une Addition du Père Kircher lui-même, qui me paroît le dire formellement: en sorte que les nombres *(1)* & *(X)*, par exemple, qu'il applique au Capricorne, y sont de son invention pour désigner le chiffre; *(X)*, que le Capricorne est le dixième signe, à commencer du Bélier; le chiffre *(1)*, que les Égyptiens partoient du point du solstice d'hiver, où ils plaçoient l'ascension des Dieux, & que ce n'étoit par conséquent point au Capricorne, comme constellation, qu'il avoit appliqué ce chiffre *(1)*, mais au solstice d'hiver, où se trouvoit le Capricorne: il ajoute que c'est en suivant les initiés aux mystères des Égygtiens, qu'il a observé dans son Planisphère l'ordre qu'on y remarque.

Astronomi omn s ferè signorum ordinem incipiunt ab ariete; quòd & Ægyptii faciunt: unde mirari forsan quis posset, cur nos primum signum sive dodecamorium attribuerimus Capricorno seu Anubi. Respondeo, dupliciter nos signorum ordinem hoc loco considerare posse, vel astronomicè, vel mysticè. Signa itaque Astronomicè considerantes, exordium ab illo verni temporis puncto, quod dies noctibus æquat, sumebant; quod & in hunc usque diem ab Astronomis observatum; mysticè verò considerantes, sive in quantum Geniorum, Deorumque in mundanâ æconomiâ administrationem concernit, a brumæ solstitialis puncto, quod Deorum ascensum nominabant, signorum, Deorumque ordinem sumebant ne si ab æquinoxio verno initium sumerent dispositionis domuum Geniorum, ordo ascendentium Deorum interturbaretur. Atque hæc est causa, cur nos mystas Ægyptiorum secuti hunc ordinem servaverimus, &c. (Œdip. Tome II, partie 2, pages 164 & 165).

En effet, le Copte qui lui a envoyé ce planisphère, l'avoit trouvé dans le monastère de Saint-Mercure, & l'avoit tiré

tiré du fond, vraiſemblablement poudreux, d'une ancienne Bibliothèque, ſans doute rongé par les vers en partie; ce qu'il y a de vrai, c'eſt que le Père Kircher avoue lui-même que ce planiſphère étoit mutilé, imparfait; qu'il y manquoit plusieurs choſes; que d'autres étoient obſcures, mais qu'à force d'étude & de ſoins, & à l'aide de l'intelligence des hyéroglyphes, qu'il avoit acquiſe, il étoit venu à bout de tout éclaircir.......... *In quâ tametſi multa fuerint mutilata & imperfecta, continuo tamen ſtudio & diligentiâ factum eſt ut quæ vel deeſſent, aut obſcuriora exiſterent, ex hyerogliphicorum fonte dædaleæ mentis limâ expolitâ dilucidarentur.* (Idem, p. 205).

Il répète la même choſe quelques pages après, lorſqu'il a donné les explications des figures; explications qu'il a encore tirées de ſon immenſe & propre magaſin d'érudition; car il a ſoin de nous prévenir, & de la meilleure foi du monde, que ſon Copte ne lui avoit envoyé que de ſimples figures détachées & même très-imparfaites; que cependant il les avoit accommodées au génie égyptien, autant qu'il avoit pu les comprendre par les lettres que ce Copte lui avoit écrites en Arabe; qu'il les avoit en conſéquence réparties en certaines ſtations de divinités ou de dieux; afin de faire voir plus à découvert l'intention des Égyptiens dans l'inſtitution de ces divinités...... *Nota lector, a ſupracitato Michaële Schatta figuras ſolummodò, eaſque admodum imperfectas eſſe miſſas, quas tamen quantùm ex litteris ipſius Arabicè ad me ſcri tis colligere potui, ad rectam Ægyptiorum mentem reduxi, & in certas quaſdam Deorum ſtationes diſpeſcui, ut Ægyptiorum in illis inſtituendis intentio luculentiùs pateret.* (Idem, p. 213).

J'avois beaucoup de choſes à ajouter ici, mais j'ai craint que ma Diſſertation déjà bien longue, ne le devînt trop par rapport au volume de l'Académie, où elle a bien voulu me permettre de la placer parmi ſes Mémoires. Je me contenterai de tirer la conclusion ſuivante: ſavoir, que les recherches que j'ai faites à la Bibliotheque de Sainte-Geneviève de

Paris, au ſujet de Saint-Mercure, m'ont donné lieu de douter qu'il y ait jamais eu en Égypte un Monaſtère de ce nom. Que Saint-Mercure, Officier de Troupes ſelon les uns, Soldat ſelon les autres, a été martyriſé en Arménie, en 253, ſous l'empereur Dèce; que ſon corps y fut enterré, & que l'on y vit bientôt ſur ſa tombe s'opérer pluſieurs miracles éclatans; qu'il y a tout lieu de croire qu'il ſe forma au même endroit un Monaſtère; que le Copte, qui a ſervi au Père Kircher, comme il le dit, d'Interprète à Rome, de la langue Copte, ſachant auſſi l'Arabe, & chargé par ce Père de lui envoyer les antiquités qu'il pourroit trouver dans ſa route & ailleurs, lorſqu'il ſeroit de retour en Égypte; il ſe peut, dis-je, que ce Copte ait voyagé en Syrie & en Arménie, & qu'il ait trouvé dans un Monaſtère de Saint-Mercure, bâti ſans nul doute dans ces cantons, ce Zodiaque dont il eſt ici queſtion; & qu'avec des figures de Divinités égyptiennes, qu'il aura envoyées en même temps à ſon retour en Égypte, le père Kircher aura compoſé ce Zodiaque ou planiſphère dans lequel M. Dupuis a trouvé cette époque primordiale que je cherche & que je n'y vois point; que ſans chercher à me ranger du côté de ceux qui ont regardé comme ſuſpect le planiſphère égyptien donné par le père Kircher, je peux au moins avancer que ce planiſphère eſt en partie un Ouvrage de cabinet de ce ſavant homme; & qu'il n'y a dedans aucune trace de l'époque primordiale: que par conſéquent il ne me paroît rien prouver en faveur du ſyſtème de M. Dupuis, qui part en partie de ce planiſphère, pour attribuer aux Égyptiens l'honneur de l'invention du Zodiaque.

M. Dupuis explique la fable du Poiſſon auſtral, en faveur des Égyptiens; il inſinue, au moins à ce qu'il m'a paru, que les Syriens l'ont pris d'eux. Mais pourquoi les Syriens, & les Egyptiens même, ne le tiendroient-il pas des Chaldéens & des Indiens? Je peux faire voir que tout ce que les Égyptiens ont dit du Poïſſon auſtral, les Chaldéens l'ont dit auſſi, & même en ont dit bien davantage, & d'une manière à faire entendre qu'ils peuvent être les Auteurs de cette fable, avec autant & plus de vraisemblance, qu'on pourroit en attribuer l'invention aux Égyptiens; car je trouve au moins autant de probabilités pour les uns que pour les autres.

Il est encore ici question de la prétendue réforme faite dans le Calendrier égyptien, deux mille cinq cents ans avant Jésus-Christ, de *Syrius* qui servoit à annoncer le solstice, & que la précession des Équinoxes dérangea; & de la substitution qu'on fit alors du Poisson austral *(Phamalhut)*.

Cette belle Étoile fut donc désignée pour indiquer le solstice d'une manière plus précise; elle se levoit au Sud-est de l'Égypte, avec environ cinquante degrés d'amplitude; c'est à peu-près, dit M. Dupuis, l'endroit où doit être placée la mer rouge, par rapport à Memphis, & tous les soirs il retournoit à cette mer. Mais je trouve la même chose chez les anciens Chaldéens; car, si *Phamalhut* ou bien *Oannes* (car c'est ici la même chose), se levoit, vu de *Memphis*, dans la mer rouge (selon M. Dupuis), Bérose me dit qu'*Oannes* étoit sorti de la mer, & que tous les jours il s'y couchoit: or cela est vrai par rapport à Babylone.

Pour l'intelligence de tout ce que je vais dire ici sur la bouche du Poisson austral, sous le nom d'*Oannes*, je ferai observer, en faveur de ceux auxquels la Géographie ancienne ne seroit pas assez familière, que sous le nom de *mer Rouge*, les Anciens comprenoient toute la partie de l'océan Indien ou Asiatique, au sud de l'Arabie, & compris entre le golfe Arabique, qui a pris depuis & conservé seul le nom de *mer Rouge*, & le golfe Persique; en sorte que le Tigre & l'Euphrate se rendoient dans la mer Rouge *(Voyez Hérodote, Strabon, Ptolémée, Pline, Mela & Arrian)*. On doit même ajouter que la mer Rouge alloit jusqu'à la presqu'île de l'Inde, selon Paul Orose; car il dit que le fleuve Indus se jetoit dans la mer Rouge. *In his finibus India est, quæ habet ab occidente flumen Indum, quod Rubro mari accipitur.*

Revenons à Bérose & au fragment que Syncelle nous a conservé de cet Auteur, au sujet d'*Oannes*. Ce fragment est très-précieux, comme contenant les premiers élémens de la Théologie des anciens Chaldéens. Je suis étonné que M. Dupuis ne nous ait rien dit touchant ce fragment. Il est vrai que M. Dupuis, en tirant du Poisson austral tout le parti qu'il peut, en faveur des Égyptiens, avoue *(pages 541 & 542)* que les Chaldéens avoient aussi quatre *Oannes;* mais il se contente de cette seule remarque, & il ne va pas plus loin : rempli de l'idée de son système, il ne voit sur tout le Globe entier d'inventeurs que les Égyptiens. Mais si je peux faire voir qu'*Oannes* est pour le moins aussi ancien chez les Chaldéens qu'il peut l'être chez les Égyptiens, que conclure en faveur de ceux-ci ? Je vais rapporter en entier ce fragment de Bérose qui parle d'*Oannes*, & qui est favorable aux Chaldéens: on le trouve, comme je l'ai déjà dit, dans Syncelle, que M. Dupuis paroît avoir consulté, aussi-bien que moi *(édition du Louvre, grand in-folio, année 1652, pages 28 & suivantes)*. C'est Alexandre Polyhistor qui parle d'après Bérose, & qui fait l'énumération des dix Rois des Chaldéens avant le déluge, selon cet Auteur, & qui parle aussi du déluge. On trouve encore dans Syncelle *(page 38)* un autre fragment d'Abidene, qu'il assure également avoir puisé dans Bérose, sur le règne des Chaldéens avant le déluge, & qui parle aussi d'*Oannes*.

« La première année il sortit, selon Bérose, des flots de la » mer rouge, & il parut sur le rivage contigu à la Babylonie, » un animal sans raison, nommé *Oannes;* & comme l'a » rapporté Apollodore, ayant tout le corps d'un Poisson; » au-dessous de sa tête de poisson, il en sortoit une autre » (d'homme); on lui voyoit des pieds d'homme, qui partoient » des deux côtés de la queue; il avoit aussi le cri & la voix » d'un homme: on conserve encore à Babylone, dit Bérose, » son image peinte. Cet animal resta quelque temps, pendant » le jour, parmi les hommes, sans prendre aucune nourriture, » & conversa de temps en temps avec eux; il leur enseigna » les Lettres & les Humanités; il leur montra les Arts; leur apprit à bâtir des villes; à élever des Temples à la Divinité; à faire des Loix; à ne pas négliger la Géométrie; la manière ou façon de confier à la terre les ſemences des fruits, & d'en faire la récolte; & en général tout ce qui peut contribuer à adoucir & à policer les mœurs. Depuis ce temps on n'a plus rien entendu dire de lui: après le coucher du Soleil, cet animal *Oannes* s'avançoit vers la mer, & ſe précipitoit dedans, & paſſoit la nuit dans les eaux. Il parut dans la ſuite, d'autres animaux pareils à celui-ci, dont Béroſe avoit promis de révéler beaucoup de choſes dans ſon hiſtoire des Rois.» Voilà ce qu'Alexandre Polyhiſtor rapporte, d'après Béroſe, dans ſon premier livre *(Syncelle, pages 28, 30).*

Abidene cité encore par Syncelle, dit d'après Béroſe, qu'Alorus eſt le premier qui a régné à Babylone (avant le déluge); qu'il régna dix ſares: Or le ſare eſt de trois mille ſix cents ans, le néros de ſix cents, & le ſoſſos de ſoixante; qu'après Alorus, vint Alaparus qui régna trois ſares; qu'Amillarus lui ſuccéda & régna treize ſares; qu'il étoit de la ville de Pantybiblos; que de ſon temps, il ſortit de la mer un ſecond *Oannes (Syncelle, page 38).* Voici comme Apollodore rapporte les choſes: « Béroſe raconte, dit-il, qu'Alorus a été le premier roi de Babylone, natif de cette ville, & qu'il régna dix ſares; qu'enſuite étoient venus Alaſparus & Amelonus du pays de Pantibiblos; puis le Chaldéen Amménonus, ſous le règne duquel, on vit ſortir de la mer rouge cet *Oannes* qu'Alexandre Polyhiſtor, par anticipation des temps, a placé la première année, & que nous mettons ici après quarante ſares écoulés; Abidene a placé le ſecond *Oannes* après vingt-ſix ſares écoulés». *(Syncelle, page 39).*

Helladius, auteur du quatrième ſiècle, cité par Photius *(Biblioth. page 194)*, raconte auſſi qu'un certain homme, nommé *Oën*, fut vu dans la mer rouge; qu'il avoit tout le corps d'un poiſſon, hormis la tête, les pieds & les mains qui étoient d'un homme; qu'il avoit enſeigné l'uſage des Lettres & l'Aſtronomie; que quelques-uns diſoient qu'il étoit né du premier père, qui eſt l'Œuf; (l'Œuf, ſelon les Anciens, étoit la figure du Monde, comme renfermant en ſoi tout ce qui à vie).

Helladius ajoute qu'Oën étoit tout-à-fait homme; & qu'il ne paroiſſoit poiſſon, que parce qu'il étoit couvert d'une peau de poiſſon).

Sans examiner ſi Helladius qui étoit Égyptien, a voulu parler dans ſon récit, de l'*Oannes*, connu des Égyptiens, ou de celui des Chaldéens, ou de tous les deux, faiſons quelques réflexions ſur les fragmens que venons de rapporter de Béroſe; ces paſſages ou fragmens, ſont, comme l'on voit, bien formels, & prouvent, à ce qu'il me ſemble, que l'*Oannes* étoit très-connu à Babylone; Syncelle accuſe, à la vérité, Béroſe d'avoir mêlé des fables à ſon Hiſtoire; pour nous, qui croyons avoir trouvé la clé des nombres employés par Béroſe dans ſon hiſtoire des Chaldéens, nous penſons que l'hiſtoire d'*Oannes* eſt allégorique, & renferme un véritable ſens moral; puiſqu'elle tend évidemment à la civiliſation des peuples chez leſquels cette allégorie a pris naiſſance: ne ſait-on pas que les Orientaux ont de tout temps parlé allégoriquement & par figures?

Béroſe commence ſon récit à peu-près comme a fait Moyſe, ſans paroître fixer d'abord aucune époque; car ſi Moyſe a dit *au commencement,* Béroſe dit *la première année;* c'eſt ce qui a fait penſer à quelques Auteurs que Béroſe avoit puiſé ſon Hiſtoire dans celle de Moyſe, & qu'il l'avoit falſifiée (Syncelle, *pag. 31 & ſuiv.)* Mais en ſéparant & en admettant ce que nous ſavons être indubitablement inſpiré dans les livres de Moyſe; ſur-tout pour la création, ne ſe pourroit-il pas que l'Auteur ſacré & Béroſe euſſent puiſé dans une même ſource, c'eſt-à-dire, dans les antiquités chaldaïques, le fond de leur Hiſtoire; puiſqu'ils avoient tous les deux à faire l'Hiſtoire d'un peuple Chaldéen? il me paroît que quelques Savans ont penſé ainſi. Quoi qu'il en ſoit, cette première année de Béroſe me paroît devoir être conſidérée & priſe pour une véritable époque du temps auquel on a commencé à dater à Babylone, d'*Oannes* ou du Poiſſon auſtral: ſelon cet Hiſtorien, cette première apparition doit être priſe de la première année du règne d'Alorus, premier roi de Babylone avant le déluge ſelon lui. Cette première date remonteroit donc auſſi haut & plus à Babylone qu'en Égypte; car l'époque des Égyptiens ne remonte pour *Oannes* qu'à deux mille cinq cents ans au plus avant Jéſus-Chriſt.

Si nous ſavons ſi peu de choſe touchant l'antiquité la plus reculée, c'eſt que les Prêtres des faux Dieux ont toujours parlé d'une manière enveloppée de myſtères; & qu'ils ne levoient le voile qui ſervoit à les cacher, que vis-à-vis de leurs initiés: c'eſt ce que nous obſerverons ici de Béroſe, Prêtre de Jupiter-Bel qui étoit adoré à Babylone: Béroſe a tiré ſon hiſtoire, malheureuſement perdue, des archives des Chaldéens, il nous le dit formellement, & il le pouvoit, puiſqu'il en étoit un des Prêtres; or il eſt certain que les nombres dont il ſe ſert pour exprimer la durée des temps d'avant le déluge, tout invraiſemblables qu'ils paroiſſent, ont cependant une conformité digne d'attention, avec ceux dont les Indiens ſe ſervent encore aujourd'hui pour calculer les époques du Soleil, de la Lune & de leurs éclipſes, je l'ai déjà dit, & je dois le répéter: voici encore une choſe fort remarquable que je découvre dans ces nombres, au ſujet de la fable du Poiſſon auſtral; c'eſt qu'il paroît en effet avoir été obſervé par les Chaldéens avant le déluge, à l'époque préciſément de la poſition de *Phamalhut* (la bouche du Poiſſon): dans le colure des ſolſtices, c'eſt-à-dire, à la date de Béroſe, & voici mon calcul.

La bouche du poiſſon auſtral, *Phamalhut,* avoit en 1720, ſelon le Catalogue de M. Halley, environ 60 degrés de longitude, puiſqu'elle étoit dans le premier degré des Poiſſons, à 6 minutes près; or, les Étoiles avançant d'un degré en ſoixante-douze ans, il ſe trouve que cette étoile étoit dans le colure des ſolſtices, deux mille ſix cents ans avant J. C.

Mais nous venons de voir que Béroſe raconte que la première année du règne d'Alorus à Babylone, premier Roi de cette ville avant le Déluge, *Oannes,* qui est *Pham-al-hut*, parut sur les bords de la mer Rouge, & sortant de cette mer; or, Alorus commença à régner à Babylone, selon Bérose, quatre cents trente-deux mille ans avant le Déluge; cela, comme l'on voit, est très-positif.

J'ai fait voir que ces quatre cents trente-deux mille ans de Bérose & des Brames, renferment une période astronomique, arrangée & cachée dans ces nombres, avec beaucoup d'art & de finesse, pour leur faire renfermer en même-temps un certain nombre fixe de révolutions de l'équinoxe; ce que l'Auteur n'a pu faire qu'en supposant l'année divisée en mille parties égales; qu'il y a par cette raison tout lieu de présumer que le nombre 432,000, quoique divisible par 24,000, & indiquant par cette raison que la révolution des fixes est de vingt-quatre mille ans; que ce nombre, dis-je, considéré sous ce rapport, n'est pas seulement un nombre entier; mais qu'il doit en même-temps être regardé comme un nombre fractionnaire, indiquant aussi des millièmes d'années; qu'ainsi, au lieu de quatre cents trente-deux mille ans, ce sera $\frac{432000}{1000.^e}$ d'années; que par conséquent, en retranchant les trois zéros de la droite, il ne me reste plus que quatre cents trente-deux ans *(Tome I, page 336.)*

J'ai ouvert le père Petau, le seul Chronologiste qui soit dans ma bibliothèque, & lequel en vaut bien un autre; j'y ai vu qu'il fixe le Déluge à l'an 2329 avant Jésus-Christ, y ajoutant les quatre cents trente-deux ans dont je viens de parler, il me vient deux mille sept cents soixante-un ans, ou deux mille six cents dix-sept avant Jésus-Christ, si l'on suit la version d'Apollodore, pour la première apparition d'*Oannes;* mais j'ai trouvé que cette Étoile avoit été dans le colure des Solstices deux mille six cents ans avant Jésus-Christ. L'accord de ces nombres a quelque chose de fort remarquable, selon moi: j'en infère avec beaucoup de vraisemblance que les Chaldéens d'avant le Déluge, ont observé le Poisson austral, & tenu compte dans leurs registres de sa position

actuelle,

actuelle, quatre cents trente-deux ans avant le Déluge, lorsque cette Étoile étoit précisément au solstice méridional, & par conséquent dans le colure; circonstance qu'il faut bien observer: & que les registres de ces peuples font en même temps foi qu'ils connoissoient à cette époque, la précession des Équinoxes; & qu'ils la faisoient alors de vingt-quatre mille ans, ou de 54 secondes par an, comme les Brames de nos jours.

Que l'on me cite quelque chose d'aussi frappant chez les Égyptiens.

Si la clé que j'ai trouvée, & que j'emploie ici pour pénétrer dans les nombres & les mystères des anciens Chaldéens, ne paroît pas aux Savans la véritable clé; du moins je me flatte que la plus grande partie conviendra que toutes celles dont on s'est servi avant moi, ne nous ont rien montré d'aussi approchant du vrai, & par conséquent d'aussi probable. M. Fréret, par exemple, de l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres, ce Savant dont j'ai cru pouvoir combattre l'opinion en cette matière, a pensé que les cent vingt sares de Bérose, ou ses quatre cents trente-deux mille ans de date antérieure au Déluge, devoient s'entendre de deux mille deux cents vingt-deux ans; mais outre les preuves au contraire que j'ai apportées *(Tome I, page 331)* je dirai encore ici que, si cela étoit vrai, il s'ensuivroit qu'en ajoutant à ces deux mille deux cents vingt-deux ans, l'époque 2329 de l'année du Déluge avant Jésus-Christ, on auroit quatre mille cinq cents cinquante-un ans avant Jésus-Christ, pour l'époque que nous cherchons de l'observation du Poisson austral au solstice d'hiver; mais cette époque n'est réellement que de deux mille six cents ans avant Jésus-Christ, d'après les calculs les plus rigoureux: l'hypothèse de M. Fréret se trouve donc réellement en erreur de dix-neuf cents cinquante-un ans au moins, qui font près de trente degrés ou un signe entier sur la position de *Phamalhut.*

A cette époque dont je viens de parler, selon Bérose, conforme à nos calculs les plus rigoureux, *Phamalhut* avoit la plus grande déclinaison possible : car cette Étoile ayant 21d 5' de latitude australe, selon M. Halley, & l'obliquité de l'Écliptique pouvant être en même-temps supposée de 24 degrés, on aura 45 degrés pour la déclinaison de *Phamalhut*. Or, selon la Géographie de Varenius, la latitude de Babylone est de 33d 50'; d'où il suit qu'au temps où la bouche du Poisson austral avoit 45 degrés de déclinaison, cette Étoile étoit élevée de 11d 10', ou à peu-près, à son passage par le Méridien de Babylone, sans avoir égard à la réfraction. Cette Étoile se levoit donc, par rapport à la Babylonie, dans la mer Rouge, comme le dit Bérose, d'*Oannes*, avec une fort grande amplitude, & il étoit un temps dans l'année où elle se précipitoit dans la mer peu de temps après le coucher du Soleil.

M. Dupuis convient aussi que c'est dans le Poisson austral que l'ame du monde ou *vischou* place le siége de sa puissance dans sa troisième métamorphose, selon le Père Kircher *(id. page 542)*. Or, cette troisième métamorphose, selon le Père Kircher, est la première selon moi, cela est indifférent; mais ce qui n'est point indifférent, c'est que les métamorphoses de *Vischnow*, rapportées par le Père Kircher, sont du Père Roth, Missionnaire; c'est que la métamorphose dont il est ici question, & la figure qu'en donne le Père Kircher, d'après le Père Roth, n'a aucun rapport à l'explication qu'en donne le même Père Roth, & qui est cependant l'explication qu'a suivie M. Dupuis : (lisez à ce sujet les Cérémonies religieuses de tous les Peuples du monde, *tome VI, deuxième partie)*.

Si nous passons de Babylone dans l'Inde, nous y trouvons aussi un monument où l'on peut remarquer effectivement quelques caractères qui ne peuvent guère appartenir qu'à *Oannes*.

Je pense qu'il seroit à desirer que du temps de ces premiers Historiens dont le nom est célèbre, tels que Bérose, Manéthon, Josèphe, Helladius, &c. on eût eu l'usage que l'on suit de nos jours, qui est de joindre des figures aux narrations : il seroit, dis-je, à desirer que Bérose nous eût donné la figure d'*Oannes*, qu'il dit que l'on conservoit à Babylone & qu'elle ne fût pas perdue; peut-être y remarqueroit-on des traits de ressemblance & de conformité avec le Withnou des Brames, comme j'en ai trouvé entre l'Astronomie de ces deux peuples : du moins il me paroît très-probable que l'un a été calqué sur l'autre; car à considérer une des incarnations, selon eux, de ce Withnou, & en la comparant avec la narration de Bérose & d'Helladius il n'y a, je pense, personne qui ne croye voir l'image d'*Oannes*, dont on conservoit le portrait à Babylone : selon les incarnations de Withnou, rapportées par le Père Kircher, celle dont je parle est la troisième. La figure que j'ai fait graver ici, les Indiens me l'ont donnée avec beaucoup d'autres de leurs Divinités, comme étant la première ; elle n'a aucun des attributs que l'on remarque à celles rapportées par le Père Kircher, & en cela je la crois originale & beaucoup plus ancienne qu'elles, & plus conforme à celle que Bérose dit que l'on conservoit à Babylone, de son temps; car tous ces attributs que l'on voit dans celle du Père Kircher; tels que la tête de Géant coupée; un livre & un anneau dans les deux mains droites; la coquille dans laquelle Withnou trouva le livre, dans une des mains gauches; le sabre dans l'autre; quatre adorateurs Indiens; & enfin Brama assis sur une fleur des Indes : tous ces attributs, dis-je, n'y ont sans doute été mis qu'après coup, & sont relatifs au miracle que les Indiens m'ont conté; ce fut, m'ont-ils dit, pour retirer le Védam du fond de la mer, où l'avoit jeté un mauvais génie; que Withnou s'incarna, selon eux, c'est-à-dire, se métamorphosa en poisson, comme on le voit dans la figure.

Or, il faut bien observer ici que le Védam, ce livre précieux, comme l'on sait, pour les Indiens, leur enseigne à peu-près tout ce que Bérose dit qu'*Oannes* enseigna aux Chaldéens. Voilà encore un grand trait de ressemblance.

Le système de M. Dupuis nous présente une assez haute antiquité ; car il faut encore dater avec lui de près de quinze mille ans d'ancienneté. En effet, si l'on convient avec lui qu'il ait deviné le vrai mot de l'énigme, c'est-à-dire, si le Capricorne, le Verseau & les Poissons sont évidemment symboles de l'eau, comme il le dit ; & qu'il soit par-là même évident que le Capricorne a occupé la place où est le signe du Cancer, il faut pour tout cela près de quinze mille ans. Je ne me propose point ici de justifier cette date ; mais M. Dupuis s'est lui-même fait cette objection, & il y répond, en disant « que lors du Déluge, une secousse que la Terre » éprouva peut-être, aura pu produire une inclinaison dans » l'axe, qui l'aura reporté sur les points du Cercle polaire, » auxquels il ne seroit arrivé que plusieurs siècles après (c'est- » à-dire, dans le vrai, sept à huit mille ans), s'il n'eût pas éprouvé ce dérangement ». J'ignore si cette réponse satisfera les Astronomes. Pour moi, je ne conçois pas, 1.° comment le Déluge, puisqu'il faut en parler ; je ne conçois pas, dis-je, comment le Déluge a pu donner une secousse à la Terre, capable de déranger la précession, au point qu'il a fallu qu'elle l'ait été pour la faire anticiper au moins de trois signes, c'est-à-dire, de 90 degrés, ou de sept mille ans : car enfin quelque volume d'eau que l'on puisse supposer avoir alors inondé la Terre, cette masse ne pouvant pas excéder de beaucoup la hauteur des plus hautes montagnes, se sera nécessairement & successivement répandue par-tout à mesure qu'elle tomboit ; elle se sera donc nécessairement mise en équilibre d'elle-même tout autour du Globe, & y sera restée, en prenant nécessairement encore la figure de la Terre. Je ne crois donc pas vraisemblable que l'axe en ait été dérangé : & quand il en eût été dérangé, il me semble que cet axe eût dû revenir à sa première place après la retraite des eaux ; car le poids qui lui avoit fait perdre son équilibre, étant enlevé, je ne vois pas pourquoi il n'auroit pas repris cet équilibre ; & qui nous assurera que cette secousse, s'il y en a eu une, ait été dans le sens de la précession ou dans l'ordre des Signes ? pourquoi ne se seroit-elle pas faite dans le sens opposé à la précession, & retarder au lieu d'avancer les Etoiles? Je ne vois pas de raison pourquoi supposer l'un plutôt que l'autre, à moins que ce ne soit le besoin d'une supposition plutôt que d'une autre.

En effet, je crois que nous ne savons point comment les eaux du Déluge ont inondé la Terre & ont agi sur son axe, ni comment elles se sont retirées; & que l'on peut par conséquent dire là-dessus à peu-près tout ce qu'on veut. On ne peut donc point assurer qu'il y ait eu de secousse ni de dérangement dans l'axe de la Terre, en un sens plutôt qu'en un autre: j'ai entendu dire plus d'une fois à M. d'Alembert, que si quelque dérangement s'en est suivi, il aura été tout au plus de la quantité de la précession, c'est-à-dire, de 50 secondes de degré environ, ce qui est bien loin de la quantité qu'il nous faudroit supposer ici.

2.° Une telle secousse, capable d'occasionner dans l'axe un changement assez considérable de parallélisme, pour produire une anticipation subite de *plusieurs siècles*, c'est-à-dire, dans le vrai, de soixante-dix au moins, auroit certainement été remarquée par Noé & par sa famille, & il en seroit resté quelque tradition confuse. Il paroît au contraire que le sentiment unanime des Anciens, est que le Déluge arrivé du temps de Noé, n'a rien changé dans les mouvemens célestes. *(Voyage, &c, tome I, p. 321).* C'est aussi l'opinion de M. Cassini.

Je suis très-persuadé que la précession des équinoxes a été connue dès avant le Déluge: l'intervalle de plus de deux mille ans, qui s'est écoulé, selon Josèphe & les Septante, depuis Adam jusqu'à cette triste catastrophe, est beaucoup plus que suffisant pour avoir donné le temps d'observer ce mouvement, quoique lent. Je suis également persuadé que cette connoissance Astronomique est une de celles que Noé & sa famille auront transmise à leurs descendans; ce sentiment me paroît aussi être celui de M. Cassini. ... « Il ne faut pas s'étonner, dit-il *(de l'origine & du progrès de l'Astronomie,* « *tome VIII des anciens Volumes de l'Académie, page 4)* que « la mémoire des Observations astronomiques, faites pendant «

» le premier âge du Monde, ait pu se conserver même après
» le Déluge, puisque Josèphe rapporte que les descendans de
» Seth, pour conserver à la postérité la mémoire des Observa-
« tions célestes qu'ils avoient faites, engravèrent les principales
« sur deux colonnes, l'une de pierre, l'autre de brique; que
« celle de pierre résista aux eaux du déluge, & que de son
temps même on en voyoit encore des vestiges dans la Syrie. »

Donc si la quantité d'eau qui tomba sur la terre lors du Déluge, eût fait perdre à la Terre son équilibre, au point de déplacer les points équinoxiaux, & de les placer plus en avant de 90 degrés environ, est-il probable que les hommes échappés au naufrage, ne se fussent pas aperçus d'un si subit & si énorme changement ?

Je ne pense donc pas que l'objection de M. Bailly, *sur le temps énorme que demande la transposition des constellations reportées d'une extrémité du Ciel à l'autre, &c.* (histoire de l'Astronomie moderne, *page 281*); je ne pense pas, dis-je, que cette objection puisse être détruite par la supposition d'un changement subit de parallélisme dans l'axe de la Terre, lors du Déluge.

Pour moi je ne me mettrai point en peine de répondre à cette objection, par la raison très-simple qu'elle ne me regarde pas; je ne prétends point décider ou fixer le temps auquel on a formé le Zodiaque: cette époque est tout-à-fait indifférente ici pour moi; j'ai reçu le Zodiaque de mes Maîtres, tel qu'ils l'avoient, & je m'en sers comme eux pour mes calculs astronomiques, sans m'embarrasser ni d'où il vient, ni quel en fut l'inventeur; mon but unique, comme on le voit assez, est de montrer que les Indiens peuvent l'avoir trouvé à aussi justes titres que les Égyptiens, quels que soient l'époque & l'auteur de cette invention: c'est ce que je vais achever de faire voir par l'explication que j'en donne, & que je joins ici.

SECONDE PARTIE.

M. Dupuis observe (*page 536*) « qu'il n'y a aucune différence entre le Zodiaque indien & le Zodiaque égyptien;

qu'on peut conjecturer avoir une origine commune, par la «
grande ressemblance des animaux symboliques tracés dans le «
Zodiaque de ces deux peuples, &c. Le Zodiaque indien, «
dit-il encore *(idem, page 398)*, publié dans les Transactions «
Philosophiques de 1772, prouve aussi d'une manière assez «
naturelle, quoiqu'indirecte, que le Capricorne a dû occuper «
anciennement le solstice d'été, &c. » pourquoi donc, après cet aveu de M. Dupuis, & après tout ce que je viens de dire en faveur des Indiens, ces peuples ne pourroient-ils pas avoir été les premiers inventeurs du Zodiaque? le voici :

« Il est impossible (dit M. Dupuis) qu'un Calendrier rural qui convient au peuple Égyptien, puisse convenir à quelque autre peuple que ce soit » *(idem, page 377)*. Mais je ne sais si M. Dupuis ne s'est pas un peu trop laissé entraîner ici par son système; & je doute qu'il ait suffisamment consulté le climat de l'Inde: je crois pouvoir oser assurer que le Zodiaque, considéré comme Calendrier rural, soi-disant d'origine égyptienne, convient parfaitement aussi au peuple Indien; peuple que les Brames trompent & conduisent à leur gré, au moyen de leur Religion & de l'Astronomie qui, comme je l'ai dit, sont liées ensemble dans l'Inde; en sorte que la Religion y paroît être la fille de l'Astronomie, aussi-bien qu'elle pouvoit l'être en Égypte, selon M. Dupuis: j'expliquerai, pour le climat de l'Inde, les douze signes du Zodiaque, peut-être aussi heureusement que l'a pu faire M. Dupuis, pour le climat de l'Égypte.

Je vais encore plus loin: j'ose assurer que le Calendrier rural qui conviendroit à l'état actuel de l'Egypte, en supposant que la constellation du Capricorne pût occuper aujourd'hui le solstice d'Été; par la raison, dis-je, qu'il conviendroit actuellement à l'Égypte, il n'auroit pas pu s'y appliquer à l'époque dont parle M. Dupuis; pour s'en convaincre, il suffit de lire *Hérodote*; la Géographie de Varenne *(Varenius)*; & encore un petit Ouvrage de *Vossius*, Ouvrage peu connu à la vérité, mais qui m'a paru très-bien fait; il est intitulé *(de Nili & aliorum fluviorum origine)*;

& eſt dédié à Louis XIV. Nous détaillerons cette difficulté à l'article du ſigne du Taureau. Je ne parle pas du Sagittaire, ſur lequel on peut encore former une aſſez forte difficulté dans le ſyſtème de M. Dupuis, comme nous verrons ci-après.

Je vais rapprocher, pour cet effet, des yeux du lecteur, le Zodiaque indien, tel que je l'ai donné dans mon Voyage; & comme M. Dupuis convient qu'il n'y a nulle différence entre ce Zodiaque & le Zodiaque égyptien, je donnerai l'explication de chaque ſigne conformément à mon opinion & au climat de l'Inde; à côté de mon explication je rapporterai celle de M. Dupuis, par-là le lecteur jugera d'un coup-d'œil, ſans être obligé d'avoir recours à deux Ouvrages conſidérables à la fois: il verra que ſi l'explication de M. Dupuis peut convenir à l'Égypte, elle peut également s'appliquer à l'Inde; car j'emploîrai l'explication même de M. Dupuis.

NOMS des douze ſignes du Zodiaque, dans la langue des Brames. (Voyage, &c. tome I, page 247.)

Mécham, (eſpèce de chien marron)...	4.ᵉ ſigne...	*Bélier.*
Vrouchabam, (bœuf)............	5.ᵉ ſigne...	*Taureau.*
Mitounam....................	6.ᵉ ſigne...	*Gémeaux.*
Carcallakam..................	7.ᵉ ſigne...	*Écreviſſe.*
Simham......................	8.ᵉ ſigne...	*Lion.*
Canni, (fille)................	9.ᵉ ſigne...	*Vierge.*
Tolam.......................	10.ᵉ ſigne...	*Balance.*
Vrouchikam..................	11.ᵉ ſigne...	*Scorpion.*
Dhanouſſou..................	12.ᵉ ſigne...	*Flèche.*
Macaram, (eſpèce de poiſſon)......	1.ᵉʳ ſigne...	*Capricorne.*
Coumbam, (cruche)............	2.ᵉ ſigne...	*Verſeau.*
Minam, (poiſſon)...............	3.ᵉ ſigne...	*Poiſſons.*

EXPLICATION

EXPLICATION des trois premiers signes, le Capricorne, *le* Verseau, *les* Poissons.

LES trois premiers Signes, dit M. Dupuis, sont évidemment symboles de l'eau. *(p. 361.)*

Le premier est le Capricorne, mais un Capricorne amphibie, à queue de poisson, ou uni au corps d'un poisson. Manilii *(lib. IV, p. 271)*, l'appelle *ambiguum sidus terræque marisque:* le second, une urne, ou un homme penché sur une urne, de laquelle s'écoule un fleuve: le troisième, deux poissons enchaînés, ou, suivant quelques sphères, un seul poisson. Ces trois symboles aquatiques, qui ne signifient rien dans cette saison pour les autres climats, peignent de la manière la plus claire l'état de l'Égypte dans les trois mois qui suivent le solstice d'été.

Tous les Voyageurs, anciens & modernes, conviennent que peu de jours après le solstice, le Nil inonde toute l'Égypte pendant trois mois, & ne rentre dans son lit qu'après l'équinoxe d'automne. *In totum autem revocatur intra ripas in Librâ centesimo die (* Pline, *l. V, chap. 9).* Cet intervalle de trois mois, durée de l'inondation, ne pouvoit donc être désignée d'une manière plus naturelle que par les emblèmes aquatiques, tracés dans les constellations que le Soleil parcouroit durant tout ce temps. Le Capricorne occupe, dans notre hypothèse, un des solstices, mais c'est le solstice d'été, & le point le plus élevé de la course du Soleil

JE suivrai donc ici M. Dupuis dans l'ordre qu'il a mis pour son Explication. Il a commencé par le Capricorne, parce que, dans son hypothèse, le Capricorne est le premier signe du Zodiaque: en effet, il a dû répondre, dans l'origine, au premier degré du Cancer, & les Égyptiens commençoient, selon M. Dupuis, l'année à l'entrée du Soleil dans ce Signe.

M. Dupuis, dans son Explication, se sert du Zodiaque indien, quand il en trouve l'occasion, pour les étymologies, paroissant vouloir se faire un appui de ces significations en faveur de son système, comme si la ressemblance parfaite qu'il voit entre ces deux Zodiaques, l'indien & l'égyptien, étoit une raison pour en donner l'invention aux Égyptiens, à l'exclusion de tout autre peuple de la Terre; & comme si des peuples qui font vœu, de temps immémorial, d'être originaux, de vivre seuls, & sans communiquer, de manière quelconque, avec les Étrangers, pouvoient être sensés avoir pris de ces mêmes Étrangers qu'ils méprisent au ſouverain degré, leur Aſtronomie & leur Zodiaque. Ceci va paroître encore plus évident, lorſque j'aurai fait voir, comme je l'eſpère, que le Zodiaque, ſoit qu'il ſoit d'origine indienne, ſoit qu'il ſoit d'origine égyptienne, ſoit qu'il ait été trouvé par les Arabes, ſoit enfin que les Chaldéens en ſoient les inventeurs; que le Zodiaque, dis-je, que je rapporte ci-deſſus, convient aux Indiens de la preſqu'île compriſe entre l'Indus & le Gange, comme M. Dupuis s'eſt flatté d'avoir fait voir, qu'il a convenu aux ſeuls Égyptiens.

En repaſſant, en effet, les remarques que j'ai faites ſur le climat de Pondichéry, ſes productions, ſa fertilité, j'ai vu, avec la plus grande ſatisfaction, que je pouvois les appliquer le plus heureuſement du monde au Zodiaque, ſoi-diſant égyptien, ſans ſortir des latitudes de 12 & de 13 degrés.

Ce n'eſt pas ſeulement à cette latitude que peut s'appliquer mon explication du Zodiaque. Le parallèle entre la côte de Coromandel & l'Égypte, ne ſeroit peut-être pas aſſez parfait aux yeux de quelques perſonnes: fut aſſigné à l'animal qui, comme le remarque Macrobe, broute ſur les rochers les plus eſcarpés, & ſe plaît à vivre de préférence ſur la cime des montagnes: *pendent in rupe capellæ*, dit Virgile. Le chef des troupeaux le devient auſſi des animaux qui ſont peints dans le Zodiaque; & le quadrupède qui gravit où les autres ne peuvent atteindre, ſe trouve naturellement mieux placé au Zénith des habitans de Thèbes & de Syène, & au terme le plus élevé du mouvement aſcendant du Soleil, qu'au point le plus bas de ſa courſe annuelle. . . . . Nous trouvons dans notre nouvelle hypothèſe un nouvel avantage, celui de pouvoir expliquer pourquoi dans toutes les ſphères anciennes, le Capricorne eſt repréſenté, ou uni à un poiſſon, ou terminé par un poiſſon. Ce Capricorne, demi-poiſſon, annonçoit le débordement du Nil, qui commençoit ſous ce Signe. La réunion du corps du Capricorne avec celui de poiſſon, n'eſt que des ſiècles poſtérieurs, & nous vient des Calendriers ſacrés ou des Calendriers des Génies, dans leſquels ces réunions monſtrueuſes étoient familières; mais dans le Calendrier rural ou primitif, on peignit un double ſymbole, un Capricorne & un Poiſſon. C'eſt ſous cette forme qu'on le trouve dans un planiſphère Indien, imprimé dans les Tranſactions philoſophiques de 1772, planiſphère qui remonte à la plus haute antiquité. L'idée du débordement, ſi intéreſſant pour le peuple

Égyptien, & conſéquemment celle du Poiſſon ſymbolique, ſemble avoir fait oublier le Capricorne, ou l'emblème ſolſticial ; de manière que les Indiens, en recevant cette Aſtronomie, ont conſervé la dénomination de Poiſſon à l'aſtériſme du Poiſſon. M. le Gentil croit apercevoir ici une différence entre le Zodiaque Indien & l'Égyptien. Je n'ai, dit-il, remarqué de différence entre leur Zodiaque & celui des Égyptiens, que dans le Capricorne que les Brames n'ont point. Le mot *Mecharam*, de la langue Brame, qui répond au Capricorne, ſignifie *poiſſon (Voyage aux Indes, tome I, page 247)* ; & effectivement, M. le Gentil, en nous donnant le nom des douze Signes dans la langue des Brames, traduit *mecharam* par eſpèce de poiſſon ; mais dans le Zodiaque Indien l'on trouve le Capricorne auſſi-bien que le Poiſſon. Ainſi cette différence n'eſt qu'apparente ; & comme nous avons retenu le nom de Capricorne & oublié le Poiſſon, les Brames ont retenu le nom de Poiſſon & oublié le Capricorne, quoique ces deux emblèmes aient été inſéparablement unis dans l'origine, & placés dans la diviſion où nos ſphères peignent le Capricorne amphibie ; ſouvent même les Perſes l'appellent, comme nous, Capricorne, en Pelhvi *Nahi*, ſuivant M. Anquetil : d'autres l'ont peint amphibie. *Capricornus eſt διφυες & διμορφον nam pars Caper eſt ; pars piſcis (Scaliger in apoteleſm.* Manilii, in lib. IV, v. 254).

j'ai dit qu'à cette côte on m'avoit aſſuré que les Brames y étoient venus du nord : j'ai ſuppoſé, & avec aſſez de vraiſemblance, je penſe, que ce nord pouvoit être le Bengale, où en effet les Brames ſont de temps immémorial, & qu'ils regardent comme leur patrie. Nous entendrons donc ici par le Bengale, les rives du Gange, à ſon embouchure, pays de délices, pays enchanté, d'où les Brames ont pu porter à la côte de Coromandel, & dans tout le ſud de cette vaſte péninſule, les premières connoiſſances aſtronomiques. Le Bengale eſt peut-être le premier pays de l'Univers pour les productions propres à la vie, telles que le riz & le blé ; leur qualité ſupérieure les fait rechercher de toutes les parties des mers de l'Inde : je ſais le cas que j'en ai vu faire dans nos colonies des îles de France & de Bourbon, & ſur-tout à la côte de Coromandel. Enfin, j'oſe aſſurer que l'Égypte n'a jamais joui d'une réputation ni ſi étendue ni ſi méritée, pour les productions de ſon ſol, propres à la vie ; car je paſſe ici ſous ſilence ſes autres objets propres au Commerce, qui ne font rien à mon ſujet.

Cette belle province, la plus fertile de tout l'Indostan, est arrosée par un des plus beaux fleuves du monde, & beaucoup plus large que le Nil, ce fleuve est le Gange ou Ganga; saint fleuve, aussi révéré, & plus des Indiens, que le Nil l'est des Égyptiens. J'ai vu à Pondichéry, qui est à plus de deux cents lieues de ce fleuve, de pauvres Bramines qui y avoient apporté sur leurs épaules dans deux petits seaux, des eaux du Gange; & des Indiens à Pondichéry, qui achetoient cette précieuse & sainte marchandise pour en boire par dévotion *(Voyage, &c. t. I, pag. 202)*.

Le Gange se déborde tous les ans, dans le même temps que le Nil se déborde; & je vais faire voir que c'est par la même cause. Ainsi voilà déjà une grande ressemblance entre ces deux fleuves; mais comme ces débordemens ne seroient point capables de féconder toutes les terres de la province, ni en général celles de toute cette immense presqu'île appelée *Indostan*, & que sans eau il n'y auroit point de riz; il semble que la Nature y ait pourvu, en fournissant à ce beau pays les moyens d'être cultivé avec avantage; c'est la mousson

Je dis plus, le nom *mecharam* n'est point un nom de la langue Brame, c'est un nom Grec, altéré par les Brames; en voici la preuve. Le Poisson qui est uni au Capricorne, est celui que les Égyptiens honoroient sous le nom d'*Oxirinque*, ou le Poisson, comme le dit Plutarque, *acuto rostro:* c'est lui qui, en Égypte, étoit regardé comme le Génie précurseur des eaux & la cause du débordement, comme on peut le voir dans ma première Lettre *(Journal des Savans, 2.^e Vol. Juin 1779)*.

Or, cette espèce de Poisson est celui que les Latins appellent *gladiolus*, & les Grecs *Macaira* ou *épée*. C'est le theut dont parle Plutarque. Cet Auteur *(Apophthegmes, page 185)* compare les habitans d'Eretrie à ce poisson qui a une épée & qui n'a pas de cœur. Telle est précisément la forme du Poisson peint avec le Capricorne dans le Zodiaque Indien des Transactions philosophiques: l'inspection seule du monument prouve la vérité de mon étymologie. Ce n'est pas le seul mot de la langue Brame que j'aie reconnu pour une altération manifeste de noms grecs & latins, ou plutôt d'une langue primitive d'où ces deux langues ont été formées: ainsi l'union du Poisson au Capricorne n'a rien de bizarre: elle a dû être, conséquemment à nos principes & à l'origine primordiale que nous supposons à la sphère.

Pendant le second mois, ou lorsque le Soleil parcourt le signe qui suit immédiatement le signe solsticial, l'inondation augmente & arrive à son plus haut degré d'intumescence. Le débordement du Nil fut représenté dans les Cieux par un Génie à figure humaine, tel qu'on peignoit les Dieux des fleuves, appuyé sur une urne d'où sort un fleuve.

Ille quoque inflexâ fontem qui projicit urnâ,
Aquarius.

Manil. l. IV, v. 256.

C'est ainsi que dans nos sphères on peint le Verseau, & le caractère abrégé de ce Signe fut un courant d'eau, & eut cette forme ≈. Dans d'autres planisphères, tel que le planisphère Égyptien, conservé dans l'Œdipe de Kircher: on voit, au lieu de l'homme ou du Verseau, une urne percée de mille trous, & d'où l'eau s'échappe abondamment de toute part; image assez naturelle d'un débordement. Aussi dans la distribution qui fut faite de la Terre par aspects célestes, le signe solsticial, ou le Cancer, sous lequel le Nil commençoit à déborder dans les derniers âges, fut affecté à l'Égypte, comme nous l'avons vu plus haut: *Nilusque tumescens in cancrum;* mais on lui attribua aussi le Verseau comme génie tutélaire.

Sed juvenis nudos formatus mollior artus,
Ægyptum ad....vicina & aquarius arva,
......................recedit.

Manil. l. IV, v. 293.

Dans le Zodiaque indien des Transactions philosophiques, on du sud & les pluies qu'elle occasionne, car sans pluies, point de riz, & sans les moussons qui sont réglées, il n'y auroit point de pluies périodiques dans l'Inde.

Il est inutile que je rapporte ici une foule de témoignages, qui attestent tous que cette partie du Bengale, comme le reste de la presqu'Isle, doit sa fécondité à ces pluies de mousson dont je parle; que dans cette saison les pluies ne ressemblent point aux pluies de notre France, quelque abondantes qu'elles puissent être: dans ces climats il semble qu'on la verse avec une infinité de seaux; ce qui est très-bien exprimé par le mot *cumbam,* de la langue des Brames, qui veut dire *cruche,* douzième signe du Zodiaque Indien de nos jours. *La Flèche,* neuvième signe, & qui précède le Capricorne, peut très-bien encore désigner l'arrivée de cette mousson bienfaisante; comme je le ferai voir ci-après. J'ai dit *(V. &c. t. I, p. 655 & suiv.)* que la mousson de l'ouest se déclare du 15 au 20 de Mai, semblable à un trait lancé avec la plus grande force: les vents qui avoient été calmes pendant plus d'un mois se déchaînent subitement, élèvent des tempêtes dont on n'a point d'idées. Les Vaisseaux n'osent se montrer; & quoique le Soleil soit alors dans la partie du nord, & par conséquent le plus voisin possible du Zénith de ces climats, cette saison de la mousson de l'ouest jusqu'en Septembre, s'appelle *hiver :* les pluies sont presque continuelles, sur-tout en Juillet & Août; de sorte que cette saison pourroit bien s'appeler *déluge*, puisqu'il tombe sur la côte de Malabar, sept à huit pieds d'eau, à ce qu'on m'a assuré: le fleuve *Indus*, dont l'embouchure est sous le tropique comme celle du Gange, se déborde comme le Gange, inonde les campagnes voisines & les fertilise de même. Ces deux fleuves produisent les mêmes effets dans le même temps; car la même cause agit en même temps sur leurs eaux, c'est-à-dire les pluies de mousson.

Ces vents de mousson s'étendent du côté de l'est jusqu'au Japon, aux Philippines & aux Moluques, où elles semblent s'arrêter de ce côté-là, comme l'Afrique est leur terme du côté de l'ouest.

Les hautes montagnes des

voit simplement une urne : ce symbole revient au même. En effet, un vase destiné à contenir l'eau, put être très-bien pris pour le symbole du débordement chez les Égyptiens, suivant le témoignage d'Hor-Apollo; *Nilum exuudantem Ægyptii pingentes pingunt tres hydras, liv. I, chap. 21*. Le même Auteur dit qu'on le peignoit aussi sous l'emblème d'un lion, à cause que l'inondation arrivoit sous ce Signe : & Plutarque *(de Iside, pag. 366)* dit que les Égyptiens adoroient le Lion, & peignoient sa figure sur les portes de leurs Temples, parce que le débordement du Nil arrivoit sous le signe du Lion. Il est évident que ce dernier emblème est celui des âges postérieurs, ou du temps auquel le Lion se trouvoit près du solstice d'été; mais si la constellation du Lion, signe que parcouroit le Soleil lors du débordement, fut prise pour le symbole de ce même débordement, l'Astronomie égyptienne fut donc liée avec l'état de la Terre & du Nil en Égypte; & lorsque dans l'origine on établit ces rapports entre le Ciel & la Terre, il n'est pas étonnant qu'on ait dessiné un homme qui verse un fleuve, une urne percée, ou dont l'eau se répand, ou même simplement ce qu'ils appeloient *vas aquarium*, pour en faire la division du Zodiaque, où étoit le Soleil pendant le fort de l'inondation. Les Grecs l'appellent *calpe*, l'urne : les Latins, *amphora & urna :* les Indiens, *coumbam*, cruche ; & en

Pelhvi, *del* ou *dol*, le ſeau. C'eſt le *delu* des Arabes, le *dolium* des Latins, &c. Les trois vaſes dont parle ici *Hor-Apollo*, ſont aux trois décans du Signe.

Quas partes decimas dixere decania gentes.
Manil. l. IV, v. 294.

C'eſt ainſi que ſur les obéliſques qui ſont à Rome, le Taureau équinoxial ſe trouve répété ſouvent trois fois pendant le troiſième mois: le cultivateur oiſif, forcé de ſe retrancher ſur ſes digues, vit au milieu des eaux, & l'Égypte préſente alors l'image d'une vaſte mer, au milieu de laquelle s'élèvent des villes qui ſemblent flotter au ſein des ondes, ou, pour me ſervir des termes de Diodore, qu'on prendroit pour les îles Cyclades. Les Égyptiens comparèrent naturellement l'état d'inaction de cette vie aquatique à celui des poiſſons, & peignirent dans le Ciel un poiſſon, ou même deux poiſſons enchaînés, tels que nous le voyons dans nos ſphères. Le ſigne céleſte que parcouroit tous les ans le Soleil à cette époque, étoit l'emblème ſimple & le plus naturel de leur ſituation, &c.

Philippines arrêtent donc les vents d'oueſt, ce qui forme dans la partie de l'oueſt de ces Iſles un hiver effroyable comme dans l'Inde, quoique le Soleil ſoit le plus voiſin du Zénith: cette ſaiſon s'appelle *ſaiſon des vents d'aval, (vendavales)*; il y pleut à peu-près autant qu'à la preſqu'île de l'Inde, entre les deux fleuves *Indus* & le *Gange*; toutes les rivières ſe débordent & inondent les campagnes: les environs de Manille reſſemblent alors à une vaſte mer: on va ſur des chauſſées d'un lieu à l'autre, & l'on rencontre à droite & à gauche, au milieu des champs, des paillotes d'Indiens au milieu des eaux, ſur des eſpèces de pilotis, & qui communiquent aux grands chemins ou aux chauſſées par un mauvais pont fait de pilotis de bambous, & recouverts de la même matière: c'eſt la même choſe dans toute la partie de l'oueſt de ces Iſles (*Voyage, &c. tome II, pages 9, 44, 336 & ſuiv.*)

Du côté de l'oueſt, les mouſſons s'arrêtent à l'Afrique; & il en doit être de la côte orientale de ce vaſte continent comme des Philippines; comme étant les limites des mouſſons du côté du couchant; car les vents de mouſſon doivent partir des montagnes d'Abiſſinie: M. Halley, dans ſon excellente Diſſertation ſur la cauſe phyſique des Vents aliſés & des Mouſſons, fait entrer dans ſes conſidérations les vaſtes déſerts de la Libie, que l'on fait s'étendre à la gauche du Nil ; & il regarde en général l'Afrique & ses hautes chaînes de montagnes, avec la nature de son sol comme les deux principales causes des variations du vent, & par conséquent des moussons. Il est donc très-vraisemblable que les pluies de l'Abissinie sont aussi occasionnées par la mousson de l'ouest; ce seroit donc aussi la mousson ou les pluies de mousson, qui occasionneroient le débordement du Nil, comme elles occasionnent celle du Gange & de l'Indus: trois fleuves qui ont cela de commun, qu'ils débordent dans le même temps.

Varenius, en faisant l'énumération des fleuves de la terre qui sont sujets aux débordemens, met à la suite du Nil l'Indus & le Gange.

« Le cinquième, dit-il, le Gange; le sixième, le fleuve Indus.
» Ces deux fleuves sortent de leur lit pendant les mois des
» pluies de ces régions, savoir Juin, Juillet & Août, se répan-
» dent dans les terres; les habitans recueillent ces eaux dans
» des étangs qu'ils se sont faits, afin de s'en servir le reste de
» l'année qu'il ne pleut presque pas *(remarquez que c'est ici*
» *comme en Égypte)*; cette inondation fertilise beaucoup les
» campagnes: *quintus, Ganges; sextus, Indus fluvius : hi duo*
» *pluviis mensium illarum regionum, nempe Junio, Julio, Augusto,*
» *extra alveos suos in terras se effundunt, ubi tunc incolæ factis*
» *stagnis aquam colligunt, ut reliquis anni mensibus, cum nullæ*
» *ferè pluviæ, indè aquam petant. Magnam agris fæcunditatem*
hæc inondatio affert. (Varen. Geogr. lib. I, p. 178) ».

A la côte de Coromandel, l'influence de la mousson se fait sentir d'une manière un peu différente; mais qui revient toujours à la même chose: la presqu'île est partagée du Nord au Sud par une chaîne de montagnes, nommées *les Gattes*, cette disposition du terrein change l'état de l'air, en sorte que tout le mauvais temps ne se fait pas sentir avec cette même force à la côte de Coromandel; mais les vents d'Ouest, nommés *vents de terre* à Pondichery, & qui ne sont que les vents de la mousson, peut-être un peu détournés de leur direction par les montagnes, y règnent, & y sont de de la plus grande violence; & tous les jours, pendant plus de trois mois que ces vents violens durent, on a des pluies d'orages qui inondent tout. *(Voyage, &c. tome I, p. 481 & 491)*. J'ai vu très-souvent qu'on auroit été en bateau dans les rues de Pondichery. Je trouve dans mon Journal, qu'il m'étoit arrivé plusieurs fois à dix heures du soir, d'être obligé, pour m'en retourner chez moi, du Gouvernement où j'allois souper, d'ôter mes bas & mes souliers, de marcher pieds nus comme les Indiens, & d'avoir de l'eau jusqu'à mi-jambe. Le lendemain tout étoit fini, tout étoit sec; car comme tout est sable à cette côte, les pluies n'y sont point incommodes, & n'y gâtent point les chemins comme dans le Bengale. Dans cette saison, ce qui peut y avoir de rivières dans le pays, grossissent & s'enflent.

Nous avons donc ici deux choses à considérer:

1.° La mousson, 2.° les pluies & les orages qu'elle occasionne; ce sont ces deux causes qui sont la source de la fécondité des terres de l'Inde.

Je pourrois bien m'en tenir à ce que je viens de dire, que mes propres observations & remarques m'ont suggéré; mais j'ajouterai ici quelques témoignages qu'on ne sera peut-être pas fâché d'y voir; & d'ailleurs, une Dissertation de la nature de celle-ci, exige qu'on ne néglige rien de ce qui peut contribuer à éclaircir le sujet qu'on y traite, & qu'on ne renvoie pas toujours son Lecteur à des Ouvrages, en s'épargnant la peine de rapporter les passages des Auteurs qu'on cite.

M. Daprès, si connu, & qui mérite à tant d'égards de l'être; qui connoissoit bien les moussons, & à qui nous devons un Ouvrage immortel sur l'Inde *(le Neptune oriental)*, s'exprime ainsi dans son Routier *(page 27)*.

« On avertira avant tout qu'il y a dans ces climats deux moussons, mousson de l'Ouest, mousson de l'Est. «

Pendant qu'à la côte de Coromandel (mousson de l'ouest) « on jouit alors d'un assez beau temps, il pleut en abondance « dans le fond du golfe de Bengale, à Balassor, Chatigan, « Aracam, &c. Les vents du sud-ouest sont forts dans cette «

» saison, en rade de Balalsor, ils empêchent les Pilotes du » Gange de venir à bord des Vaisseaux.

» Le mois de Septembre, quoiqu'inconstant, est cependant » plus sujet au vent d'ouest qu'à tout autre; il varie depuis le » sud-ouest jusqu'au nord; les brises du jour viennent quel- » quefois du nord-est, mais plus ordinairement du sud-est & » sud-sud-est: en général, de quelque côté que ce vent souffle, » il est très-modéré, si on en excepte les orages.

» Dans le fond du golfe de Bengale, ce même vent est » doux depuis la mi-Août jusqu'en Septembre, mais les pluies » continuent avec abondance.

» A Bengale, les pluies finissent ordinairement du 10 au » 12 d'Octobre, mais les débordemens du Gange continuent » jusqu'à la fin de ce mois qui est plus sujet aux tempêtes & » aux orages, qu'à la côte de Coromandel ».

Voyons encore ce que dit Bernier, de l'Indostan; & en particulier du Bengale, du Gange, de l'Indus & du Nil.

« L'Émir ne put sortir de quelques jours, mais se vit obligé » d'y passer l'hiver (à Nage-Mehalle dans le Bengale), à » cause des pluies qui sont excessives dans ce pays-là, & rendent » les chemins si incommodes pendant plus de quatre mois; » savoir, Juillet, Août, Septembre & Octobre, que les armées » n'y sauroient marcher (Bernier, *t. I, p. 117 & 118*).

» Ce lac étant dans le pays de Dumbia, à trois petites jour- » nées de Gonder, & à quatre à cinq journées de la source » du Nil; & qu'enfin il sortoit (le Nil) de ce grand lac chargé de » beaucoup d'eau, des rivières & des torrens qui y tombent » principalement dans la saison des pluies qui commencent » régulièrement comme dans les Indes; ce qui est tout-à-fait » considérable & convaincant pour l'inondation du Nil, sur » la fin de Juillet, pour s'en aller passer par Sonnar, ville » capitale du roi des Fonges, tributaire du roi d'Éthiopie, » & de-là se jeter dans les plaines de Mesva qui est l'Égypte, &c. » (*id. p. 190*).

» Le royaume de Bengale est le meilleur de tout l'Indostan, » &c. (*id. p. 226*).

Cependant, pour ſon malheur, la ſaiſon des pluies ſurvint plus tôt qu'à l'ordinaire; & comme elles ſont exceſſives en ce pays, & qu'elles couvrent toute la terre pendant plus de trois mois, hormis les villages, qui ſont ſitués ſur les éminences, &c. *(Bernier, p. 229).*

Vous conſidérerez s'il vous plaît enſuite, que de ces vaſtes étendues de terres, il y en a quantité qui ſont fort fertiles, comme tout ce grand royaume de Bengale, qu'elles ſurpaſſent celles de l'Égypte, non-ſeulement à raiſon de l'abondance des riz, des fromens, &c. *(id. p. 272).*

La ville de Benares, qui eſt ſituée ſur le Gange, dans un beau & riche pays, & dans un très-bel endroit, eſt l'école générale, & comme l'Athènes de toute la gentilité des Indes, où les Brames & les Religieux qui ſont ceux qui s'appliquent à l'étude, &c. *(id. p. 146).*

Leur première étude eſt le hanſcrit, qui eſt une langue tout-à-fait différente de l'indienne ordinaire, & qui n'eſt ſue que des Pendets, &c. elle s'appelle *hanſcrit,* qui veut dire *langue pure;* & parce qu'ils tiennent que ce fut dans cette langue que Dieu, par le moyen de Brahma, leur publia les quatre Beths, qu'ils eſtiment livres ſaints, ils l'appellent *langue ſainte & divine:* ils prétendent même qu'elle ſoit auſſi ancienne que Brahma dont ils ne comptent l'âge que par lacs ou centaines de mille ans; mais je voudrois caution de cette étrange antiquité; quoi qu'il en ſoit, on ne ſauroit nier, ce me ſemble, qu'elle ne ſoit très-ancienne, puiſque leurs livres de religion, qui l'eſt ſans doute beaucoup, ne ſont écrits que dans cette langue: elle a ſes auteurs de Philoſophie, la Médecine en vers, quelques autres poëſies, & quantité d'autres livres dont j'ai vu une grande ſale toute pleine à Benares *(id. p. 147 & 148).*

Je vis que la religion des Indiens eſt de temps immémorial, qu'elle eſt écrite dans la langue hanſcrit qui ne peut être que très-ancienne, puiſqu'on ignore ſon commencement, & que c'eſt une langue morte qui n'eſt ſue que des Savans, & qui a ſes poëſies; que tous leurs livres de Sciences ne

» ſont écrits que dans cette langue, qui ſont tout autant de » marques d'une très-grande antiquité *(Bernier, p. 156)*.

» Le ſoleil eſt ſi vif & ſi violent dans les Indes toute l'année, » & principalement pendant huit mois, qu'il brûleroit tout & » rendroit la terre ſtérile & inhabitable, ſi la Providence n'y » avoit pourvu particulièrement, & diſpoſé les choſes d'une » façon ſi admirable, qu'au mois de Juillet, dans le plus fort » de la chaleur, il ſurvient réglément des pluies qui durent » trois mois de ſuite, couvrent la terre, la rendent très-fertile, » & tempèrent l'air; de ſorte qu'il n'eſt pas inſupportable.

» Dans le Bengale, ce ſont des pluies à verſe de quatre » mois, qui durent quelquefois huit jours & huit nuits ſans » ceſſer; au lieu qu'à Delhi & Agra, elles ne ſont pas ſi » abondantes *(id. p. 318 & ſuiv.)*

» Tous les ſiècles ont parlé de l'Égypte comme du meilleur » & du plus fertile pays du monde; nos Écrivains ne veulent » pas qu'il y ait de terre qui lui ſoit comparable; mais ſelon » ce que j'ai pu reconnoître du royaume de Bengale, dans deux » voyages que j'y ai faits, je crois que cet avantage lui eſt » bien plutôt dû qu'à l'Égypte; il porte des fromens, des » orges & du riz, en ſi grande abondance, que non-ſeulement » il en fournit ſes voiſins, mais même des pays fort éloignés; » on en fait remonter le Gange juſqu'à Patna, & il s'en tranſ- » porte par mer à Mazulipatnam & pluſieurs autres ports » de la côte de Coromandel: on en tranſporte encore dans les » Royaumes étrangers, & principalement en l'iſle de Ceylan » & aux iſles de Maldives. Il eſt vrai que le pays de Bengale » n'a pas tant de froment que l'Égypte; mais ſi c'eſt un défaut, » on le doit imputer à ſes habitans, qui mangent très-peu de » pain, & beaucoup plus de riz que les Égyptiens: néanmoins » il en porte toujours aſſez pour ce qu'il en faut dans le pays, » & pour fournir d'excellens biſcuits & à bon marché aux » Équipages des navires de nos Européens Anglois, Hollan- » dois & Portugais, &c, *(id. p. 329 & 330)*.

» Dans la province des . . . . . & dans celle de Dombia, » & dans les circonvoiſines (en Afrique), il y pleuvoit

beaucoup pendant deux mois les plus chauds de l'été, & «
dans le même temps qu'il pleuvoit dans les Indes, &c. «
(Bernier, p. 345 & 346). «

Toutes ces particularitês, que j'avois déjà apprises en « passant par Moka, sont considérables pour faire juger que le « Nil ne croît que par le moyen des pluies qui tombent hors « de l'Égypte vers sa source; mais les observations particulières « que j'ai faites sur deux accroissemens du Nil, le sont, à mon « avis, bien davantage; car au regard de tous ces contes qu'on « en fait; qu'il est, par exemple, un certain jour déterminé qu'il « commence à croître . . . . . . & qu'il y a des causes particu- « lières & secrètes du débordement du Nil; au regard, dis-je, « de tous ces sortes de contes, j'ai reconnu pendant ces deux « débordemens que j'ai observés, que ce ne sont que des fables « imaginées & amplifiées par le peuple égyptien, enclin natu- « rellement à la superstition, & étonné de voir croître un « fleuve en été dans un pays où il ne fait point de pluies; & « j'ai trouvé qu'il n'en étoit point autrement du Nil que des « autres fleuves qui grossissent & débordent par le moyen des « pluies *(id. p. 347).* Je l'ai vu accrû de plus d'un pied, & « déjà fort trouble près d'un mois avant ce jour déterminé de « son accroissement, & avant que les canaux fussent ouverts; « qu'après qu'il avoit crû pendant quelques jours d'un pied ou « deux, il décroissoit ensuite peu-à-peu, & puis se remettoit à « croître tout de nouveau, & qu'ainsi il alloit croissant & « décroissant sans aucune règle que celle des pluies qui tombent « plus proche de sa source, & justement comme fait quelque- « fois notre rivière de Loire, selon qu'il tombe dans les mon- « tagnes d'où elle vient, des pluies en plus grande abondance « ou moins; & des jours ou des demi-jours de beau temps; « *(id. p. 348).* «

Je me suis encore soigneusement enquis de ces Noirs de « Sonnar qui viennent servir au Caire, & dont le pays tributaire « du roi d'Éthiopie, comme j'ai dit, est situé sur le Nil, entre ces « montagnes au-delà de l'Égypte, & ils m'ont assuré que dans « le temps que le Nil est gros & déborde en Égypte, il est «

» gros & furieux chez eux, à cause des pluies qu'il fait alors
» dans leurs montagnes, & plus haut dans le pays de Habeche
» ou Éthiopie *(Bernier, p. 350)*.

» Les observations que j'ai faites dans les Indes, sur les
» pluies réglées qu'il y fait dans le même temps que le Nil
» s'enfle en Égypte, sont encore très-considérables sur ce sujet,
» & vous doivent faire imaginer l'Indus, le Gange, & tous
» les autres fleuves de ces quartiers, comme autant de Nils,
» & les terres qui sont à leurs embouchures, comme autant
» d'Égyptes; ce fut la pensée qui m'en vint dans le Bengale,
» & voici mot à mot ce que j'en écrivis:

» Cette grande quantité d'îles qui se trouvent dans le golfe
» de Bengale à l'embouchure du Gange, & dont les unes
» se joignent aux autres par succession de temps, & puis enfin
» avec le Continent, me font souvenir des embouchures du
» Nil, où j'ai remarqué qu'il se fait à proportion la même
» chose; en sorte, comme on dit après Aristote, que l'Égypte
» est l'ouvrage du Nil; ainsi pourroit-on dire que le Bengale
» seroit l'ouvrage du Gange, avec cette différence seulement,
» que comme le Gange est incomparablement plus grand que
» le Nil, & qu'ainsi il entraîne & charie vers la mer une bien
» plus grande quantité de terre, aussi forme-t-il de plus grandes
» îles, & en plus grand nombre que le Nil; & que les îles
» du Nil sont sans arbres, au lieu que celles du Gange s'en
» trouvent incontinent toutes couvertes, à cause de ces quatre
» mois de pluies réglées & excessives qu'il y fait dans le cœur
» de l'Été; & qui sont cause qu'il n'est pas nécessaire de tirer
» des canaux dans le Bengale pour arroser & engraisser la
» terre, comme on fait en Égypte; ce qu'on pourroit néanmoins
» faire s'il n'y pleuvoit point; car il en est du Gange & des
» autres fleuves de l'Indostan, justement comme du Nil: celui-ci
» & ceux-là croissent dans l'été par le moyen des pluies qui
» réglément surviennent en ce temps-là; il n'y a que cette dif-
» férence qu'on ne voit point alors, ni presque jamais de pluie
» en Égypte, si ce n'est un peu vers la mer; & qu'il ne pleut
» que vers la source du Nil en Éthiopie; au lieu que dans les

Indes, le long du pays par où passent les fleuves, on y voit « les pluies réglées; quoique cela ne soit néanmoins pas général, « car dans le royaume de Scyndi, vers le sein persique, où « est l'embouchure de l'Indus, il est des années qu'il ne pleut « point du tout, & qu'on ne laisse pas d'y voir l'Indus gros « & enflé, & qu'on arrose même les campagnes par le moyen « des kalis ou canaux, tout de même comme en Égypte *(id)* ».

Je n'ai garde de passer ici sous silence le témoignage de Holwel, il a habité ce paradis terrestre pendant trente années & tout ce qu'il nous a laissé sur cet intéressant pays, respire la candeur & la vérité la plus naïve; c'est aussi l'idée qu'avoit prise de cet Auteur judicieux, M. de Voltaire; & c'est dans ces termes à peu près qu'il me l'a peint dans la lettre qu'il me fit l'honneur de m'écrire de Ferney, le 14 Juin 1776 *(Voyage, &c. t. II, p. 842)*. M. Holwel, dis-je, d'après une étude réfléchie des livres des Indiens, dit qu'il s'étoit aperçu à la première lecture de ces livres, que les Égyptiens, les Grecs & les Romains, avoient emprunté leur Mythologie, leur Cosmogonie, & même leurs Cérémonies religieuses & leurs Idoles, des Brames, encore qu'ils les aient défigurées & mutilées de la manière la plus grossière. *(Holwel, à la fin de la deuxième Partie, chap. VII, page 166).*

Après avoir rapporté les fêtes & les jeûnes des Gentils, il ajoute : « Je laisse aux Savans à rechercher si l'on ne pourroit pas trouver l'origine des jeûnes & des fêtes des « Égyptiens, des Grecs & des Romains, dans le Chartah & « Anghtorrah - Bhade - Shastahs ».

Enfin, dans ce même Chapitre *VII*, on trouve *(p. 147)* une fête appelée *Syon* (c'est - à - dire, sommeil, repos), cette fête tombe le onzième jour de la Lune de Juin: c'est un jour de jeûne solennel. Les Indiens prétendent que Jaggrenaut ou Bisnow, dort pendant quatre mois; ce qui signifie simplement, *que les pluies survenant dans ce temps-là, & durant quatre mois, on n'a plus besoin de Bisnow* (le Conservateur), *vu que les pluies assurent la récolte des grains.*

Il est donc évident, d'après ce dernier trait tiré du Calendrier des Indiens, que c'est la pluie de l'Été qui fait la fécondité des récoltes ; aussi les récoltes manquent quand il ne pleut pas ; & c'est, à mon avis, la raison pour laquelle les Indiens sont si religieux ; leurs jeûnes & leurs fêtes ne tendent presque toutes qu'à demander au ciel cette pluie bienfaisante & annuelle ; qui les alimente en quelque sorte, en leur fournissant les moyens d'avoir du riz, la seule chose qu'ils ambitionnent ; c'est dans les mêmes vues que se fit la cérémonie religieuse de la fête du feu, que je vis célébrer à Pondichery le 28 d'Avril 1769 *(Voyage, &c. tome I, page 175)*.

Je prie le lecteur de juger actuellement si le peuple Indien ne peut pas être censé un peuple agriculteur, aussi-bien que peut l'être le peuple Égyptien *(idem, t. I, pages 347 & 535)* ; si l'état rural de l'Inde, & sur-tout du Bengale, ne ressemble pas parfaitement à celui de l'Égypte : Si cela est, le Calendrier rural qui conviendroit à l'Égypte, conviendroit donc aussi au climat de l'Inde, & dès-lors le Zodiaque égyptien conviendroit aux Indiens.

Sans accumuler donc ici un plus grand nombre de témoignages, ceux que je viens de citer, me semblent suffisans pour faire voir que les pluies de mousson dans l'Inde, & sur-tout dans le Bengale & les côtes adjacentes de cette presqu'Isle comprise entre l'Indus & le Gange, sont une espèce de déluge qui dure trois à quatre mois, sur-tout trois dans la plus grande abondance ; & qui revient tous les ans dans la même saison, & dans le temps qu'il pleut en Abissinie, & que le Nil se déborde ; & comme ces déluges ou inondations commencent ordinairement vers la fin de Juin, les trois premiers signes, c'est-à-dire, le *Capricorne* ou *espèce de poisson ;* le *Verseau* ou la *Cruche ; les Poissons* ou *Poisson*, qui sont évidemment symboles de l'eau, selon M. Dupuis, peuvent très-bien convenir à ce déluge annuel de l'Inde, & au débordement du Gange & de l'Indus : je puis donc dire ici de ces trois signes pour l'Inde, les mêmes choses que leur applique M. Dupuis pour l'Égypte.

Je ferai ici une observation à l'occasion du premier Signe, (le (le *Capricorne*) c'eſt que j'ai en effet rendu le terme *mecharam*, de la langue des Brames, par ceux-ci *eſpèce de poiſſon ;* mais je n'ai point traduit ce mot comme le dit M. Dupuis *(ibidem, p. 363)*, attendu que je ne ſais pas la langue des Brames : cette traduction, dis-je, eſt celle de mon Interprète, qui entendoit & parloit bien le françois ; ne ſoupçonnant pas alors la moindre choſe de toute cette origine, je lui marquai pluſieurs fois ma ſurpriſe de l'interprétation qu'il me donnoit du mot *mecharam*, il me répondoit toujours à me faire entendre que le mot *mecharam* ou *mecaram* ſignifioit une eſpèce d'animal, qu'il ne pouvoit pas mieux me figurer, qu'en diſant qu'il reſſembloit plus à un poiſſon qu'à tout autre animal ; enfin, *eſpèce de poiſſon*, me diſoit-il toujours. Quant à l'étymologie de ce mot, que M. Dupuis dit venir du grec *macaïra*. Je ne lui conteſterai pas que le mot *mecharam* de la langue brame, peut être le même que *macaïra* de la langue grecque ; mais je ne pourrai jamais me perſuader que les Brames aient pris leur mot *mecharam* des Grecs, peuple qui eſt d'une origine très-moderne, en comparaiſon de celui dont nous parlons, qui avoit le Zodiaque long-temps avant l'exiſtence des Grecs : au ſurplus, que ces deux mots aient ou non une origine commune, cela eſt fort indifférent à mon objet. Je me contenterai d'ajouter que M. Dupuis n'eſt pas le premier, comme il le croit, qui ait remarqué qu'il y a dans la langue des Brames beaucoup de mots qui paroiſſent dériver du latin : je ſuis bien trompé, ſi je ne l'ai pas dit, ou du moins fait entendre ; ce n'eſt pas que je cherche à revendiquer cette petite remarque, la choſe eſt trop peu importante en ſoi ; mais l'exactitude m'oblige ici à dire que mon Interprète Tamoults me l'a fait obſerver pluſieurs fois. Cet Indien avoit fait de fort bonnes études chez les Pères Jéſuites de Pondichéry, qui avoient de leur côté fait l'impoſſible pour l'engager dans la Société *(Voyage, &c. tome I, page 208)*. Cet Indien, dis-je, en me dictant & m'expliquant la méthode indienne de calculer le lieu du Soleil, nommé *ſouria ſthoutam* dans cette langue, ajouta, *id-eſt*, mot à mot, *ſolis-ſtatus* *(tome I, page 269)* ; il me dit alors qu'il ſe trouvoit dans le latin beaucoup de termes communs aux deux langues, la latine eſt celle des Brames ; & il me fit entendre que ſon opinion étoit que ces mots latins venoient originairement de l'Inde, ce qui vouloit dire que les Occidentaux les auroient pris des Orientaux, & il en tiroit même une petite vanité.

EXPLICATION des trois ſignes ſuivans, le Bélier, *le* Taureau, *les* Gemeaux.

LES trois premiers Signes dont nous venons de donner l'explication, étoient dans le principe, ſelon M. Dupuis, attachés à la ſaiſon de l'été ; le Bélier, le Taureau, les Gemeaux, répondoient à la ſaiſon que nous appelons *automne.*

Les chaleurs ſont ſi fortes dans l'Inde pendant ces trois premiers mois & plus, que les beſtiaux ont de la peine à trouver de quoi pâturer : les campagnes ſont d'une aridité ſi grande qu'il ſembleroit que le feu eût paſſé ſur la terre *(Voyage, &c. t. I, p. 133)* ; pas le moindre brin d'herbe verte : les orages qui viennent régulièrement tous les jours dans l'après-midi, & qui répandent l'eau en profuſion ſur la terre, paroiſſent n'être d'aucune reſſource pour la végétation, ils ne tempèrent l'ardeur de l'air qu'un inſtant, c'eſt-à-dire, le temps ſeulement qu'ils durent. Les vents de terre qui ſuccèdent, ou plutôt qui

VERS l'équinoxe d'automne, pourſuit M. Dupuis, *p. 367*, le Nil ſe retire & rentre peu de temps après entièrement dans ſon lit ; mais les eaux qu'il a laiſſées dans les endroits bas, ſéjournent dans pluſieurs lieux, & le ſol nouvellement découvert ne préſente qu'un limon gras, qui n'a point encore aſſez de conſiſtance pour qu'on y imprime le ſoc de la charrue : auſſi laiſſe-t-on la terre s'affermir après la retraite des eaux, ſuivant Diodore ; & pendant ce temps l'Égyptien voyoit croître l'herbe verte, & les troupeaux pouvoient déjà y trouver une abondante pâture *(Diod. liv. I, p. 32)*. On lâchoit donc les troupeaux, & leur entrée au pâturage eſt marquée par l'image d'un Bélier, ou du chef du troupeau.

Ce n'eſt que dans le cinquième mois, c'eſt-à-dire en Novembre, que commencent le labourage & les premiers travaux du peuple agriculteur. Diodore nous dit qu'on jette en Novembre le blé ſur le limon que le Nil a laiſſé dans les plaines, & qu'on le couvre en y traçant un ſillon ſans profondeur avec une charrue très-légère. Pline confirme également ce témoignage *(liv. XVII, ch. 47)*, en réfutant l'opinion de ceux qui assuroient qu'on se bornoit à faire remuer le limon humide par des pourceaux. Cela, dit-il, a pu être autrefois, mais aujourd'hui, *inarari certum est, abjecta priùs semina in limo digressi amnis: hoc est Novembri mense incipiente*; à l'époque où nous considérons la sphère, le Soleil, en Novembre, parcouroit le Taureau céleste, & cet emblème ne fut placé dans les Cieux que comme le symbole du commencement des travaux d'un peuple agricole. Non-seulement c'est l'idée que fait naître l'image du Bœuf agriculteur; mais il est certain, par le témoignage d'Hor-Apollo, rapporté ci-dessus, que le Bœuf fut choisi en Égypte pour être le symbole des travaux: *Bovis masculi cornu depictum opus designat*. Manilius, *Astronom. l. IV, v. 142*, regarde aussi le Taureau céleste comme le signe hiéroglyphique des travaux rustiques:

. . . . Submittit aratris
Colla jugumque suis poscit cervicibus ipse:
Ille suis Phœbi portat cum cornibus orbem
Militiam indicit terris, & segnia rura
In veteres revocat cultus, dux ipse laboris.

Les Égyptiens, qui dans la suite abrégèrent ces symboles, au lieu de peindre un Bœuf en totalité, en peignirent seulement la corne, qui suffisoit pour leur rappeler l'idée totale.

subsistent presque toujours; le Soleil qui reparoît le matin, & dont on ne peut supporter la présence une demi-heure après qu'il est levé (*Voyage, &c. t. I, p. 675*), ont bientôt desséché ces sources. Les campagnes continuant donc d'être la proie de ce Soleil ardent & de ces vents brûlans, la terre ne peut rien faire sortir de son sein: l'herbe qui veut se montrer est brûlée à l'instant. Vers l'équinoxe, & en Octobre, les grandes chaleurs de 30 & 35 degrés, étant tombées, les campagnes ne tardent pas à offrir de la verdure, la température de l'air est plus douce, & il tombe de temps en temps quelque peu de pluie; les bestiaux commencent à trouver de quoi brouter. Ainsi on aura bien pu mettre, à la côte & dans le Decan, pour Signe à ce mois, une espèce d'animal fort commun dans l'Inde, & que l'on nomme *chien marron (Voyage, &c. t. I, p. 315)*. Cet animal a quelque ressemblance extérieure avec le chien, mais sa chair ressemble à celle du mouton, & on le mange: il n'est pas absolument mauvais lorsqu'il est gras, ce qui arrive après le temps dont nous parlons. Il a le même goût que notre mouton, & j'en ai mangé que j'aurois préféré aux trois quarts & plus des moutons de Paris.

Il est bon de faire remarquer ici que le mouton proprement dit, celui que nous connoissons en Europe, est totalement inconnu dans l'Inde, c'est-à-dire, dans la partie du sud; & sur-tout à la côte, *le chien marron* y supplée. J'ai cependant mangé du mouton chez le Gouverneur de Pondichéry, mais il y étoit apporté d'Abissinie & de Bengale par les Vaisseaux qui vont à Moka & à Chandernagor. Or ceci me paroît une grande vraisemblance, que le Zodiaque que j'ai apporté de l'Inde pourroit bien en effet avoir pris naissance à la côte ou aux environs; car pourquoi trouve-t-on ici ce *chien marron*, & non un Bélier! c'est que le *chien marron* est connu sans doute de temps immémorial dans l'Inde, qu'il supplée au mouton qui y étoit & y est encore inconnu; & il est naturel de penser que les autres peuples chez lesquels je suppose que le Zodiaque est passé, qui ont pris ce *chien marron* pour un mouton, & qui avoient des moutons, en auront mis un dans leur Zodiaque. Ce *chien marron* est sans doute le même animal dont parle M. de Fréville dans son Histoire des nouvelles découvertes faites dans la mer du Sud *(tome I, pages 397 & 398)*. « La principale nourriture, dit-il, des Indiens de l'île » Otahiti, ne consiste guère qu'en fruits, légumes, & quelques » autres végétaux; les seuls animaux privés qu'ils élèvent pour » leur table, sont les cochons, les chiens & les poules. Les » Anglois n'ont pas trouvé que les volailles fussent d'un goût bien » délicat, mais ils conviennent que les chiens de la mer du Sud » ne sont pas inférieurs aux moutons de la Grande-Bretagne, ils » pensent qu'ils ne font un si excellent mets que parce qu'on ne les nourrit que de végétaux ». *(Voyage, &c. tome I, page 316)*. Voilà la réponse, si elle se fût alors offerte à moi, que j'aurois faite à la question que me proposa M. de Voltaire dans sa Lettre *(Voyage, &c. tome II, page 814)*.

Le Taureau s'explique aussi naturellement que le signe précédent, & me paroît au contraire faire une difficulté contre le systême de M. Dupuis, que je n'ai pas pu résoudre, comme nous allons le dire.

Les pluies, comme nous avons vu, font la fécondité des terres de l'Inde. A la côte de Coromandel, il y a une saison de pluies qui vient avec la mouſſon du nord-eſt, & qui eſt de peu de durée; cette petite ſaiſon eſt abſolument néceſſaire, car les orages que nous avons vu arriver preſque tous les ſoirs à Pondichéry ou dans les environs, pendant l'été, ne feroient pas capables de fertiliſer les terres : cette ſaiſon des pluies arrive, dit-on, en Octobre, & dure environ ſix ſemaines; en ſorte que tout eſt fini vers la fin de Novembre, temps des premiers labours, ou plutôt des premières ſemailles. J'ai vu deux années de ſuite cette ſaiſon des pluies, elle ne commença que dans les premiers jours de Novembre, & ne dura que vingt jours au plus : le temps fut pendant ces vingt jours ou pluvieux ou couvert, & très-ſombre, encore qu'il ne plût pas, il ſemble que tout le ciel va ſe diſſoudre en eau; mais c'eſt principalement pendant la nuit qu'arrive la plus grande abondance de pluie; il ſemble que le ciel ſe réſerve ce temps pour en verſer une plus grande quantité, car il eſt incroyable ce qu'il en tombe dans la nuit. Pendant cette ſaiſon à peine a-t-on un jour paſſable, le temps eſt continuellement variable, orageux & menaçant; on entend ſouvent le tonnerre, & on eſſuie quelques orages; on eſſuie auſſi quelques coups de vent, qui décident preſque toujours la ſaiſon; mais le 26 & le 27 de Novembre au plus tard, tout eſt fini, le temps ſe nettoie, & prépare la ſaiſon enchantée dans laquelle on va entrer *(Voyage, &c. t. I, p. 497 & 521)*.

Ces pluies étant paſſées, les Indiens conſervent l'eau dans des étangs, & ils en ont pour quatre à cinq mois *(Voyage, &c. tome I, page 529)*.

Cette ſaiſon eſt très-propre à préparer la terre & à faire les ſemailles; les Indiens ne ſe ſervent point de charrue, qui les embarraſſeroit infiniment dans des champs d'une terre graſſe & détrempée par les pluies, & qui ſurnagent ſouvent par-tout; un peuple d'ailleurs qui vient à bout des plus grands travaux ſans preſqu'aucun inſtrument ni outil, ſe trouveroit fort en peine de manœuvrer une charrue dans ces eſpèces de marais, tels que ſont les champs dans la ſaiſon dont nous parlons : les Indiens font donc remuer la terre

par les bœufs. « Le riz n'eſt pas de ces plantes qui deman-
» dent peu de ſoin (*Voyage aux Indes, tome I, page 546*),
» la culture en eſt au contraire très-pénible, l'on pourroit
» même douter ſi le blé donne plus de peines & de fatigues
» à nos laboureurs, que le riz n'en donne aux Indiens.
» Les champs de riz ſont tous creuſés d'environ un pied,
» & par conſéquent entourés par une eſpèce de levée ou de
» digue, large d'un pied plus ou moins, & qui ſert auſſi
» à diſtinguer les terreins des différens propriétaires; la terre
» eſt une terre graſſe comme de l'argile, & qui retient l'eau.
» Les Indiens n'ont point de charrue, les pieds des bœufs ou
» des buffles préparent cette terre en la pétriſſant, pour ainſi
» dire; ces animaux & l'Indien qui les conduit, enfoncent
» ſouvent juſqu'à mi-jambe dans cette terre & dans l'eau;
» lorſqu'elle eſt bien détrempée & pétrie, ils y plantent le riz
» brin à brin, comme on fait ici les poireaux qu'on a eu ſoin
de ſemer auparavant dans un endroit préparé exprès ».

Voilà ce que j'ai vu pratiquer à la côte de Coromandel, dans le mois de Novembre.

Ce que les Indiens font dans l'Inde avec les bœufs, il paroît que les Égyptiens le faiſoient anciennement avec les pourceaux; & c'eſt en cela que j'ai cru apercevoir une difficulté dans le ſyſtème de M. Dupuis; je ne ſais pas s'il ne s'en eſt pas aperçu le premier, comme on peut le voir; mais quoi qu'il en ſoit, il paſſe outre. Voici le paſſage de Pline dont M. Dupuis ſe contente de rapporter un très-court extrait.

On croyoit communément que lorſque le Nil étoit retiré, les Égyptiens étoient dans l'uſage de ſemer; qu'enſuite ils lâchoient des pourceaux qui avec leurs pieds enfonçoient la ſemence dans ce fonds bourbeux, & je crois qu'on l'a fait anciennement; à préſent ils n'ont guère plus de peine; mais cependant il eſt certain qu'on laboure la terre, après qu'on a répandu la ſemence ſur le limon que le fleuve a laiſſé en ſe retirant (*Lib. decimus octavus*, page 333.) *Vulgò credebatur, ab ejus deceſſu ſerere ſolitos, mox ſues impellere veſtigiis ſemina deprimentes in madido ſolo; &*

credo antiquitùs factitatum. Nunc quoque non multò graviore opera : sed tamen inarari certum est abjecta priùs semina in limo digressi amnis, &c.

En effet, j'ai ouvert Hérodote, de la traduction de Pierre Saliat (*édition de Paris, 1556*), & j'y ai lû avec surprise ces propres paroles d'Hérodote (*feuille 39*), qui avoit voyagé en Égypte, qui en parle avec beaucoup de connoissance, & qui en fait un parallèle curieux avec la Grèce.

« C'est chose certaine, dit-il, en parlant des Égyptiens, qu'ils sont ceux de tous les hommes qui recueillent les « fruits de la terre avec moins de labeur; car ils n'ont peine « d'ouvrir les sillons avec la charrue, de fouir, ne labourer « & cultiver la terre en sorte aucune, comme font toutes les « Nations; mais le fleuve de soy-même vient arrouser leurs « terres, & après s'être retiré, ne leur reste que semer & « mettre les pourceaux dedans pour fouiller & enterrer la « semence, & sur ce attendre la moisson ».

Y a-t-il passage plus précis que celui-là ? Or, on sait qu'Hérodote écrivoit près de quatre cents cinquante ans avant Jésus-Christ, donc quatre cents cinquante ans encore avant Jésus-Christ, les Égyptiens se servoient de pourceaux. L'usage de la charrue & des bœufs leur étoit donc inconnu alors, quoiqu'ils eussent dans leur Zodiaque un Taureau, comme tous les autres peuples astronomes, depuis peut-être deux mille ans. Pline que je viens de citer, qui est venu cinq cents ans après Hérodote, croit qu'en effet on s'étoit servi de pourceaux en Égypte, mais que de son temps on employoit la charrue & les bœufs; cela me suffit, & j'en conclus que l'usage des bœufs est très-moderne en Égypte, & que ces peuples peuvent bien le tenir des Romains; je conclus encore qu'il y a bien apparence qu'au temps d'Hérodote les Égyptiens se servoient, depuis leur origine, de pourceaux pour leurs labours, encore bien, je le répète, qu'ils eussent alors un Taureau dans leur Zodiaque. On ne voit donc pas la raison pourquoi les Égyptiens, lorsqu'ils formèrent leur Calendrier rural, à l'époque de M. Dupuis, s'ils ne l'ont pas pris des Indiens, pourquoi, dis-je, ils mirent un Taureau dans le Zodiaque? un Taureau, dis-je, dont ils ne se servoient point; & non un pourceau, dont ils tiroient un si grand service? puisque leur grain étant jeté sur le limon, & les pourceaux lâchés, ils n'avoient plus rien à faire qu'à se reposer, & à attendre la récolte, comme le dit Hérodote.

Cette difficulté m'a paru d'autant plus mériter attention que le Taureau est un des principaux emblèmes que M. Dupuis a cru très-important de bien expliquer, & un de ceux qui sont, selon lui, le plus favorable à son système, & dont le sens est très-clair & très-naturel. *Tel est le bœuf*, dit-il, *placé à l'ouverture des travaux rustiques (p. 377).* Mais il me paroît, par ce que je viens de dire, que le bœuf, comme emblème, est très-moderne en Égypte, à moins qu'on ne suppose, mais gratuitement, que dans le principe, à l'époque dont parle M. Dupuis, les Egyptiens aient commencé à se servir du bœuf & de la charrue; puis qu'ils l'aient abàndonné pour employer les pieds des pourceaux; puis enfin qu'ils soient retournés ou revenus à leur première méthode, à la charrue: mais ces sortes de changemens ne sont guère vraisemblables. J'ai plus de droit de supposer que les Égyptiens ont d'abord reçu des Asiatiques le Zodiaque, sans savoir à quoi il a pu servir dans le principe; c'est-à-dire, sans soupçonner qu'il fût dans l'origine un calendrier rural, & que les Grecs ou les Romains leur ont montré l'usage de la charrue.

Je ne peux quitter cet article. M. Dupuis n'a égard qu'à l'état actuel de l'Égypte, quand il prétend que le bœuf y a été choisi pour symbole de l'agriculture à l'époque où il devoit répondre au mois de Novembre, comme si cette terre étoit de la première antiquité: mais qui nous assurera qu'à cette époque l'Égypte existoit? pendant que toute l'antiquité s'accorde à regarder l'Égypte comme une terre très-moderne, & une production très-récente du Nil: Varenius même dans sa Géographie, prétend que le débordement du Nil fixé au 17 de Juin, que cette époque, dis-je, est celle qui

convient

convient au seizième siècle, & que du temps d'Hérodote, il y a plus de deux mille ans, le débordement commençoit quelques semaines plus tôt; savoir, dès le commencement de Juin; & il me paroît le prouver (Varen. *Geogr. lib. I, p. 178*): car il est certain que les inondations annuelles du Nil, c'est-à-dire, d'un fleuve qui est au vrai un grand torrent avant qu'il ait gagné la basse Égypte; les terres & les limons qu'il y dépose, ont successivement haussé ses bords & généralement tous les terreins où il se répand; il est donc plus encaissé aujourd'hui, par conséquent plus profond qu'il n'étoit du temps d'Hérodote; les débordemens doivent donc arriver plus tard aujourd'hui, & on ne peut pas douter, conclud Varenius, qu'après un plus grand nombre de siècles encore, le Nil ne se déborde plus en aucune façon; car au moyen des alluvions continuelles, les bords se hausseront à un point qu'ils seront un jour assez élevés pour contenir toutes ses eaux quelqu'enflées qu'elles puissent devenir chaque année.

Les différens progrès que fait le terrein de l'Égypte, en s'exhaussant continuellement, peut donner la raison de la diversité des opinions des Anciens sur la durée des inondations du Nil; car plus le terrein s'exhaussera, plus tard arriveront les inondations ou débordemens.

L'Égypte doit donc être une terre très-moderne. Hérodote qui y a voyagé, & qui nous dit l'avoir bien examinée, ne pense pas qu'il ait fallu plus de dix mille ans de travail au Nil, pour avoir formé l'Égypte: or Hérodote nous a dit ce qu'il pensoit véritablement; & on ne peut pas le soupçonner d'avoir rabaissé son estime, & de l'avoir accommodée à l'opinion de son siècle, puisqu'on sait que les Anciens faisoient le monde infiniment plus ancien qu'il n'est en effet.

Or ces dix mille ans d'Hérodote, qu'il attribue d'ancienneté à l'Égypte, sont encore bien loin de l'époque de M. Dupuis. Donc, selon l'opinion de cet Historien, qui étoit idolâtre, & par conséquent nullement suspect pour cette matière; l'Égypte n'existoit pas encore à l'époque de la formation du Zodiaque, selon M. Dupuis, par les prétendus Égyptiens: que sera-ce donc encore, si on remonte avant cette époque? car, comme nous avons déjà fait observer, cette époque de la formation du Zodiaque, suppose déjà de très-grandes connoissances en Astronomie, qui n'ont pu s'acquérir qu'à la suite d'un grand nombre d'observations célestes.

Si nous considérons donc l'état de l'Égypte dans ses commencemens, on ne pourra disconvenir que, dans ces premiers siècles, elle n'ait été pendant très-long-temps un marais impraticable, aussi peu propre à être habité qu'à être cultivé. A cette époque, qui, d'après l'observation d'Hérodote, ne peut pas remonter à plus de dix mille ans avant lui, ni le Bélier ni le Taureau ne pouvoient être emblèmes de quelque chose en Égypte; le Bélier, car cet animal n'aime pas les marais, la trop grande humidité le fait périr; ni le Taureau, car un marais n'est guère propre à être ensemencé; (& lorsqu'il put l'être à la façon dont les Indiens ensemencent leurs champs, ayant de l'eau souvent jusqu'à mi-jambe, la charrue ne convenoit guère, & les pieds des pourceaux auroient fait beaucoup plus de service.

« Au reste ils racontent (dit Hérodote en parlant des » Égyptiens & de l'Égypte) que Menès a été le premier régnant » chez eux, & que de son temps toute l'Égypte étoit un » palus horsmis la province de Thèbes; finalement que rien » n'apparoissoit de tout le pays qui est au-dessus de l'étang » Meris, jusqu'auquel on compte huit journées de navigage » depuis la mer, en cinglant à mont le Nil. Et me sembloient » fort bien parler, quant à la région, car il se trouve mani- » feste, non pour l'écoutant, mais pour le voyant, s'il est » homme d'esprit, que toute l'Égypte où naviguent les Grecs, » est terre sur-acquise, & don du fleuve, comme tout le pays » qui est au-dessus de cet étang, &c.

» La grande partie donc de cette région, suivant le propos » des Prêtres de léans, m'a semblé sur-acquise par les Égyptiens; » & m'étoit avis que la ville au-dessus de Memphis, autrefois » a été un Golfe de mer.

J'ai opinion qu'en dix mille ans avant moi, si aucun « Golfe a été rempli, que cettui voire plus grand l'a pu être « par si grand & si besougnant fleuve, comme est le Nil. « Outre, les Prêtres me racontoient une chose qui porte grand « témoignage de l'Égypte : c'est qu'au temps que régnoit Meris, « le fleuve en son débord ne montoit que de huit coudées, « & si arrousoit le pays qui est au-dessus de Memphis; ce « néanmoins il n'y avoit huit cents ans que Meris étoit mort « quand les Prêtres me faisoient ce recit. Aujourd'hui si le » débord ne monte qu'à quinze à seize coudées, il ne peut « aller celle part. ..... Sans nul doute, suivant ce propos, « nous montrerons que les Égyptiens n'ont par ci-devant eu « région aucune » *(Hérod. Clio).*

Voici le calcul que j'établis d'après ces observations d'Hérodote, conformes à ce que pensoit toute l'antiquité : Dix mille ans avant Hérodote, l'Egypte basse n'existoit pas; à la place Hérodote dit qu'il devoit nécessairement y avoir un golfe. Depuis cette époque, les limons des terres de l'Abissinie, ont peu-à-peu comblé ce golfe; pour cela il a fallu encore bien des siècles, peut-être plusieurs milliers.

En effet, quatre cents cinquante ans environ avant Jésus-Christ, les bords du Nil, à l'endroit où il se débordoit, avoient seize coudées, & il inondoit jusqu'à l'Arabie; du temps de *Meris*, huit cents ans avant Hérodote, c'est-à-dire, douze cents cinquante ans avant Jésus-Christ, ces mêmes bords n'avoient que huit coudées, le terrein avoit donc haussé de huit coudées environ, en huit cents ans; cela posé, je peux conjecturer que deux mille cinquante ans environ avant Jésus-Christ, la basse Égypte devoit être toute couverte du Nil, & le Nil n'avoit point ou presque point de bords au-dessus de son niveau. Je peux donc supposer que la basse Égypte n'a guère été habitable que deux mille, ou au plus deux mille cinq cents ans avant l'Ére chrétienne.

Ainsi, en supposant que les Égyptiens aient reçu leur Zodiaque des Asiatiques, deux mille cinq cents ans environ avant Jésus-Christ, c'est leur assigner, je crois, toute l'antiquité qui leur convient dans les grandes connoissances astronomiques.

Voici à présent l'idée que le lecteur peut se faire de l'Égypte & de l'Inde. En réfléchissant sur les monumens qui nous restent de l'antiquité, les traditions, les écrits des anciens Historiens; il paroît très-sensible que les Égyptiens tout antiques qu'ils prétendent être, n'ont pu être rassemblés en corps, civilisés, policés, industrieux, puissans, que très-long-temps après les Chaldéens, Babyloniens, Persans, Syriens, Phéniciens, Scythes, Arabes, Indiens & Chinois. La raison en est évidente: l'Égypte, jusqu'au Delta, est resserrée par deux chaînes de rochers, entre lesquels le Nil se précipite en descendant d'Éthiopie, du Midi au Septentrion; il n'y a, des cataractes du Nil à ses embouchures en ligne droite, que cent soixante lieues; & la largeur n'est que de dix à quinze & vingt lieues, jusqu'au Delta, partie basse de l'Égypte qui embrasse une étendue de cinquante lieues d'Orient en Occident; à la droite du Nil, sont les déserts de la Thébaïde; & à la gauche, les sables inhabitables de la Libie.

Les inondations du Nil dûrent, pendant des siècles, écarter tous les Colons, d'une terre submergée quatre mois de l'année; ces eaux croupissantes s'accumulant continuellement, dûrent long-temps faire un marais de toute l'Égypte.

Il n'en est pas ainsi des bords de l'Euphrate, du Tigre, de l'Inde, du Gange & d'autres rivières qui se débordent aussi presque chaque année en été; leurs débordemens ne sont pas si grands, & les vastes plaines qui les environnent, donnent au Cultivateur toute la liberté de profiter de la fertilité de la terre *(Essai sur les mœurs & l'esprit des Nations, &c.)* S'il m'est donc permis, comme à M. Dupuis, de faire des conjectures, les Indiens, sur-tout vers le Gange, sont peut-être les hommes les plus anciennement rassemblés en corps de peuple.

Il est certain que le terrein où les animaux trouvent la pâture la plus facile, est bientôt couvert de l'espèce qu'elle peut nourrir; or il n'y a, que je sache, aucune contrée au monde, où l'espèce humaine ait sous ses mains des alimens plus sains, plus agréables & en plus d'abondance que vers le Gange, & généralement dans toute la presqu'Isle; le riz y croît sans peine, l'ananas, le coco, la datte, le figuier, sans culture, & présentent de tous côtés des mets délicieux; l'oranger, le citronnier fournissent à la fois des boissons rafraîchissantes avec quelque nourriture; les cannes de sucre sont sous la main, les palmiers, les figuiers à larges feuilles donnent le plus épais ombrage; on respire un printemps & un été qui se succèdent perpétuellement; on ne tue point les animaux pour les écorcher, & se couvrir de leur peau pendant l'hiver, puisqu'il n'y en a point, dans le sens que nous l'entendons.

Les hommes se seront donc facilement rassemblés dans ce climat heureux, & s'y seront formés en société *(idem)*.

Je sais que M. Dupuis va me dire « que quand il est question de fixer l'époque de l'invention du Zodiaque, on doit toujours « entendre par l'Égypte la partie qui est au-dessus de Thèbes; « que c'étoit aussi vers Sienne qu'étoit véritablement l'ancienne « Égypte; que les provinces inférieures, ainsi que la basse « Égypte, étoient moins anciennes; que les Égyptiens eux- « mêmes appeloient celle-ci un don du Nil; qu'il a nommé « les Égyptiens, parce qu'ils sont plus connus, & ont laissé le « plus de monumens dans les derniers âges, & que c'est de « l'Éthiopie que sont sortis les inventeurs de l'Astronomie établis « en Égypte *(page 393)* ». Mais outre que M. Dupuis prétend dans son système, que le Zodiaque comme Calendrier rural, convient généralement à toute l'Égypte haute & basse, à l'époque où le Taureau répondoit en Novembre; ce qui me paroît impossible par les raisons qu'on vient de voir; qu'il est dans ce système autant question & plus de Memphis, qui étoit dans la basse Égypte à 30 degrés de latitude, que de Sienne qui étoit sous le tropique : je crois que la difficulté ne fait que changer de local, en considérant Thèbes & l'Éthiopie pour le lieu où le Zodiaque, comme Calendrier rural, auroit pris naissance.

Établissons d'abord un fait d'après Vossius; savoir que le Nil commence à croître en Abissinie avant qu'il ne croisse en Égypte. En Égypte il commence un peu après le solstice, vers la fin de Juin : ses accroissemens sont d'abord très-peu de chose, car à peine monte-t-il de trois doigts en vingt-quatre heures; tant que le Soleil reste dans le Cancer, ses augmentations d'un jour à l'autre ne sont guère plus considérables, ses grandes crûes se font lorsque le Soleil entre dans le signe du Lion; d'abord, d'une grande palme, bientôt d'une demi-coudée, ensuite de près d'un pied dans un jour, jusqu'à ce que la crûe soit à son comble; alors il se répand à trois cents stades de ses bords; il iroit même bien au-delà, si les montagnes de droite & de gauche ne le retenoient; lorsqu'il est à ce point, l'accroissement est à son période, cet état arrive le plus souvent le Soleil étant au quinzième degré du Lion, ou un peu plus tard encore; il reste dans cette position pendant plus de vingt jours, & lorsque le Soleil est entré dans la Vierge, le fleuve commence à se ralentir & à diminuer peu-à-peu; mais les champs de la haute Égypte, qui confine à l'Ethiopie, se découvrent les premiers, ensuite les parties les plus élevées de la basse Égypte.

Quoique les accroissemens annuels du Nil soient très-différens les uns des autres, selon que les pluies sont plus ou moins copieuses en Éthiopie, cependant pour l'ordinaire tous les champs sont débarrassés, & le fleuve est rentré dans son lit avant le 6 ou le 7 d'Octobre, le Soleil occupant le quinzième degré de la Balance : pour lors on commence à préparer la terre, en y faisant entrer le soc de la charrue, pour la mettre en état de recevoir la semence à la mi-Octobre ou quelques jours plus tard; lorsque le Soleil est dans le commencement du Scorpion, on jette la semence sur la terre. Voilà ce qui arrive en Égypte, selon Isaac Vossius (*De Nili, & aliorum fluviorum origine.* cap. XIII, p. 40).

Si nous nous transportons actuellement en Éthiopie, nous verrons des temps différens; car comme nous avons observé ci-dessus que le Nil fait ses crûes au moins vingt jours, &

quelquefois un mois entier en Éthiopie avant qu'il les fasse en Égypte, il faut que les champs en Éthiopie soient pareillement délivrés des eaux un mois avant ceux d'Égypte : par cette raison, le temps des semailles en Éthiopie, anticipe d'un mois entier le labourage en Égypte (Vossius, *cap. XIV*, *p. 47*).

Je conclus de tout ceci, que le Bœuf ou Taureau n'a pu être choisi en Éthiopie pour symbole du labourage, car il faut absolument qu'il réponde au mois de Novembre. La Balance qui, dans le système de M. Dupuis, se trouve nécessairement à l'équinoxe, le Cancer de même au solstice d'hiver, & pareillement le Capricorne au solstice d'été, ne donnent aucun lieu de placer le Taureau ailleurs que dans le mois de Novembre ; mais si on laboure en Éthiopie au moins vingt jours avant qu'on le fasse en Égypte, & qu'en Égypte on laboure dès la mi-Octobre, il faut de toute nécessité qu'on fasse les semailles en Éthiopie dès la fin de Septembre ; ce sera donc un mois avant que le prétendu symbole du Taureau indique ces semailles : donc, en nous transportant en Éthiopie, la difficulté n'a fait que changer de lieu.

Si le Taureau céleste forme une difficulté en Égypte & en Éthiopie, dans le système de M. Dupuis, je sais encore moins où placer le Bélier dans ce système. En effet, toujours par une suite nécessaire de la position de la Balance, du Cancer & du Capricorne, il faut que le Bélier se trouve avant le Taureau, c'est-à-dire dans l'équinoxe d'automne ; mais c'est le temps des premières préparations de la terre en Éthiopie, & par conséquent du labourage ; & quant à l'Égypte, il ne paroît pas, d'après ce que je viens de dire, qu'on attende inutilement pour mettre le soc dans la terre, que la prétendue herbe, dont M. Dupuis fait couvrir l'Égypte en Octobre, soit venue ; c'est pour donner le temps au limon de se consolider, me dira-t-on. Mais aucun Historien, que je sache, n'a dit qu'on attend un mois après la retraite du Nil à faire les préparatifs des semailles en Égypte, ni qu'on attende que l'herbe ſoit venue aſſez forte & aſſez grande pour y lâcher les troupeaux avant les ſemailles: d'ailleurs, quels troupeaux auroit l'Égypte, qui ne pourroit avoir de pâturages que pendant trois ſemaines au plus dans l'année?

En Éthiopie, les pluies qui occaſionnent le débordement du Nil ceſſent vers la fin d'Août (Voſſius, *cap. VIII, p. 27*), & le temps des ſemailles y arrive à la fin de Septembre (*id. p. 40*): il me paroît donc bien difficile dans ce ſyſtème de placer le Bélier; ce ſeroit le Taureau qu'il eût fallu y placer, comme ſymbole des premiers travaux agricultes.

Enfin, j'ai voulu auſſi conſulter de mon côté Diodore de Sicile, de l'autorité duquel ſe ſert M. Dupuis dans ſon explication; je l'ai ouvert, & j'y ai vu qu'il étoit auſſi très-favorable à mon opinion; en effet, ſelon cet Hiſtorien lui-même, qui vivoit du temps de Jules Céſar & d'Auguſte, un peu avant l'Ère chrétienne, c'eſt-à-dire quatre cents ans environ après Hérodote: ſelon, dis-je, Diodore de Sicile, la charrue n'étoit pas encore généralement adoptée en Égypte de ſon temps. La plus grande partie des laboureurs ſuivoient encore l'ancien uſage dont parle Hérodote, tant la coutume a de force; ils répandoient la ſemence ſur le limon après la retraite du Nil, y mettoient des animaux (*Pecora*) pour enfoncer enſuite cette ſemence, puis faiſoient la récolte ou moiſſon quatre à cinq mois après.

Exundatio ejus (Nili) *a ſolſtitio incipiens æſtivo, ad æquinoxium uſque autumnale augetur, interim novum ſubinde limum importans, tam ignava quàm frugibus & plantis culta ſola, quandiù velint agricolæ, humectat. Aquas enim leniter accedentes modicis facilè aggeribus avertunt, iiſque apertis, ſi ex uſu videatur, non magno labore iterum inducunt. Adeòque tantùm laboribus compendii, & hominibus emolumenti affert ut pars ruſticorum maxima ſeminibus in exſiccatos telluris agros conjectis pecora ad conculcandum inducant, & poſt quatuor aut quinque menſes ad demetendum revertantur. Aliqui levibus aratris ſummo terræ dorſo poſt humectationem obiter proſciſſo ingentes frugum acervos, abſque magnis impendiis & laborum ærumnis, indè*

tollunt.

tollunt. Nam tota omnino apud gentes cæteras agricultura magnis sumptibus & molestiis administratur. Soli verò Ægyptii minimis cùm expensis & laboribus fruges colligunt ex ubertate.

J'ai vu encore dans Diodore, qu'il y étoit question de deux espèces de campagnes ou de champs, l'une qui servoit à la culture, qu'on ensemençoit, & qu'il nomme *culta sola;* l'autre qui ne servoit qu'à la pâture des troupeaux, qu'on ne mettoit point en valeur, & que par cette raison il appelle *rura inculta.*

Si les Égyptiens se fussent en effet contentés de mettre leurs troupeaux dans leurs champs avant que de les labourer, comment la terre, je le répète, auroit-elle eu le temps en trois semaines de s'affermir, & de produire en même temps assez d'herbes pour nourrir d'immenses troupeaux? ils n'auroient pas eu à la rigueur plus de quinze jours à rester dans ces pâturages; & comment un si court espace de temps auroit-il pu produire un miracle? car c'en eût été un bien grand, que si peu de nourriture, quelque bonne qu'on la puisse supposer, eût été capable de faire porter deux fois par an les brebis, & de leur faire également donner à leur maître deux toisons par année.

Qui post inundationem rura gregibus inculta permittunt ad pastum, hunc ex ubertate fructum recipiunt, ut bis pariant oves, bis tondeantur (Diodore, *liv. I, page 32*).

Les Égyptiens, d'après ce passage, avoient donc nécessairement des pâturages ou des champs destinés pour les troupeaux; des espèces de savannes ou de prairies que le Nil inondoit aussi, & que vraisemblablement on ne mettoit jamais en valeur, étant des champs de réserve pour les troupeaux.

La végétation en Égypte, poursuit M. Dupuis, est extrêmement prompte, suivant le témoignage de Diodore & de tous les Voyageurs modernes. La Terre, un mois après être ensemencée, ouvre son sein, & montre au Laboureur l'espérance de ses récoltes. Les

Si la végétation est très-prompte en Égypte, elle ne l'est pas moins dans l'Inde: j'ose même assurer qu'elle l'est encore davantage qu'en Égypte. Après la saison des pluies, en Décembre, les campagnes enchantent; les riz naiſſans dont elles paroîſſent couvertes, offrent le plus bel aſpect du monde, & le plus raviſſant; ce mois enfin reſpire la gaieté la plus animée; il pleut à la vérité quelquefois encore, ſurtout pendant les quinze premiers jours du mois; mais la quantité d'eau qu'il tombe eſt peu conſidérable & de peu de durée; ces pluies donc, loin de rendre la ſaiſon déſagréable, donnent au contraire un nouvel éclat aux jours qui la ſuivent, en développant & accélérant la végétation; chaque jour la Nature s'embellit; en ſorteque deux Gémeaux naiſſans peuvent être ici, comme en Égypte, l'emblème ou l'image de cette végétation naiſſante & raviſſante qui reſſemble parfaitement à l'enfance. *(Voyage aux Indes, tome I, pages 483, 484, 546).*

productions nouvelles & l'état d'enfance de la Nature, ne pouvoient être mieux peints que par l'emblème de deux enfans naiſſans, ou même, ſuivant les ſphères orientales, par deux jeunes chevreaux qu'une mère vient de mettre bas. *(Hyde, de rel. p. 397).*

EXPLICATION des trois ſignes ſuivans, le Cancer, *le* Lion, *la* Vierge.

Ces trois Signes répondoient à la ſaiſon que nous appelons *hiver* en Europe; ſavoir, Janvier, Février & Mars; en ſuppoſant l'hypothèſe de M. Dupuis, le Cancer, ou l'Écreviſſe, put être dans l'Inde, comme en Égypte, le ſigne de la rétrogradation du Soleil vers le climat de l'Inde; le Soleil entroit donc dans le Cancer le 1.er Janvier, & commençoit l'année civile des Indiens, différente de l'année aſtronomique qui commence le 1.er d'Avril *(Voyage, &c. tome I, p. 181).*

LE Soleil, continue M. Dupuis *(p. 368)* après avoir parcouru ce Signe, arrivoit au terme de ſon plus grand éloignement: il avoit paru au mois de Juin ſur la tête du peuple Égyptien; mais enſuite il n'avoit ceſſé de s'en éloigner, comme s'il eût voulu fuir ce climat, & menacer la Terre d'une nuit éternelle. Arrivé enfin au ſolſtice, il ceſſe de s'abaiſſer, il revient ſur ſes pas pour regagner le point d'où il eſt parti, par un retour vers nos climats, qui le ramène au commencement de ſa carrière annuelle. Ce phénomène dut frapper ſingulièrement les premiers Obſervateurs, & mérita d'être exprimé par un ſymbole imitatif, l'Écreviſſe fut l'emblème le plus naturel de cette marche rétrograde, & son image fut tracée à la division du Zodiaque, où le Soleil entroit lorsqu'il cessoit de fuir, & rapportoit la lumière & la vie en parcourant en sens contraire les mêmes degrés de hauteur qu'il avoit parcourus d'abord en descendant du haut des Cieux.

Cette époque du mouvement annuel du Soleil, fut la plus observée en Égypte, & le retour de cet Astre vers le trône céleste, y donna même naissance à des fêtes. Achilles Tatius nous dit que les Égyptiens autrefois, voyant le Soleil quitter le solstice d'été, descendre jusqu'au solstice d'hiver, & par sa retraite diminuer la longueur des jours, avoient craint que le flambeau du Monde ne les abandonnât pour toujours. Ils se livroient en conséquence à la douleur & aux larmes; mais qu'aussi-tôt qu'ils le voyoient s'arrêter dans sa fuite pour remonter vers eux & leur accorder plus long-temps le bienfait de la lumière, ils célébroient son retour en prenant les habits de fête, & se couronnoient de fleurs (*Isag. ad arati phæn. chap. 23*). Il n'est donc pas étonnant que ce retour, qui formoit l'objet de leur impatience, ait été spécialement désigné dans les Cieux, & ils ne pouvoient même choisir de symbole plus sensible que celui qu'ils y ont placé.

Un mois après que le Soleil a quitté le solstice d'hiver, & qu'il commence à se rapprocher du peuple Égyptien, il reprend alors parce que, selon les Indiens, l'entrée du Soleil dans chaque Signe, tombe toujours les premiers du mois: le Soleil arrivant donc au solstice d'hiver, revient sur ses pas, va se rapprocher du climat de l'Inde, ce qui semble annoncer qu'il va accélérer la végétation déjà commencée, & qui ne demande que la présence immédiate de cet astre bienfaisant, auteur de toute fécondité, selon les Indiens; aussi célèbrent-ils alors une grande fête en son honneur: cette fête est le Pongol; en sorte que si le retour du Soleil vers le trône céleste, c'est-à-dire, le Tropique d'été, donna naissance à des fêtes en Égypte, je peux dire ici la même chose du retour du Soleil vers le climat de l'Inde, car la fête du Pongol peut être considérée sous ce même point de vue.

Il est parlé de cette fête dans les cérémonies religieuses des différens peuples de la terre; j'en ai fait le détail dans mon Voyage, telle que je l'ai vue pratiquer à la côte de Coromandel (*Voyage, &c. t. I, page 180*); je crois nécessaire d'en rapporter ici quelques passages.

« Pongol, selon mon Interprète, veut dire *bonne année*, «

» *bon an:* cet usage & la céré-
» monie qui se pratique ce jour-là
» chez les Indiens, tout revient
» sans doute à l'usage que nous
» avons de nous souhaiter la bonne
» année, & de partager le gâteau;
» c'est en réjouissance de ce que
» le Soleil remonte vers l'Inde,
» & qu'il va ramener la fécondité,
» que les Indiens célèbrent l'en-
» trée de cet Astre dans le Capri-
» corne. Les préparatifs du Pongol
» commencent trente jours avant
» le premier jour de l'année civile;
» les Gentils disent faire *Pongol*,
» comme nous disons faire les
Rois, &c. » *(Voyage, &c. t. I, page 181).*

« Le jour du Pongol venu,
» les familles s'assemblent entre
» elles; elles font cuire du riz
» au feu, avec des bouses de
» vaches qu'on a exposées pen-
» dant trente jours au soleil pour
» les sécher, & qu'on couronnoit
» en même temps, ou qu'on
« ornoit avec des fleurs de ci-
» trouilles; ce riz se cuit dans du
» lait, on le mange, & il passe
pour très-sain ce jour-là » *(idem, page 182).*

Le Lion, dans l'hypothèse de M. Dupuis, répondoit au mois de Février; le Lion est autant & plus connu des Indiens, qu'il peut l'être des Égyptiens; la force qu'il avoit perdue; les productions de la Terre acquièrent cette vigueur qui précède la maturité: déjà les campagnes jaunissantes attendent la faulx du Moissonneur. On peignit dans les Cieux un Lion, soit comme le symbole de la force que la végétation a déjà acquise, soit parce que la couleur de cet animal est celle des moissons dorées. *Fulvi leones, flavæ aristæ.*

Il ne s'écoule tout au plus que quatre mois en Égypte entre les semailles & les moissons; c'est ce qu'attestent Diodore *(liv. I)* & tous les autres Voyageurs. Les blés sont semés dans la haute Égypte dès le mois de Mars ou au commencement d'Avril. Dans notre système, le signe de la Vierge répondoit alors à la plus grande partie du mois de Mars, & les moissons commençoient tous les ans sous ce Signe, éloigné précisément de quatre Signes du commencement de l'année rurale, ou du temps des semailles. On ne crut pouvoir mieux déterminer cette époque intéressante de l'agriculture égyptienne, qu'en peignant dans le Ciel trois épis, nombre égal à celui des décans, ou en y dessinant une jeune Moissonneuse, qui tenoit en sa main un épi. Voilà donc encore un des emblèmes les plus sensibles des opérations agricoles qui trouve ici sa place naturelle. Le défaut d'accord de la Moissonneuse avec l'état de l'Égypte dans les derniers âges, avoit fait refuser à ce peuple l'honneur de l'invention du Zodiaque & de l'Astronomie, quoique la voix presque unanime de toute l'antiquité lui en eût attribué la gloire, & qu'il ait, plus qu'aucun autre peuple, laissé des monumens de sa grandeur & de ses connoissances astronomiques. Dans notre nouvelle hypothèse, chaque Signe reprend sa place, & le peuple Egyptien trouve la justification de ses droits dans les titres même qu'on lui opposoit.

la force est par-tout le caractère distinctif de cet animal; le mois de Février est sans contredit le plus beau mois de l'année dans l'Inde *(Voyage, &c. tome I, pages 484, 525, 546)*; la végétation acquiert chaque jour des forces nouvelles; les riz qui sont superbes, seront en maturité dans un mois; or, je demande si le Lion ne peut pas ici, aussi-bien qu'en Égypte, être le symbole de la force que la végétation a déjà acquise, &c.

La végétation est si forte à la côte de Coromandel & sur les bords du Gange, à son embouchure sous le Tropique, & aux environs, que les récoltes y commencent de très-bonne heure, aussi-bien qu'en Égypte; on fait même plusieurs récoltes par an. Ainsi un Lion ayant été placé en Février, pour désigner la force de cette grande végétation; une Vierge ou Fille aura été mise au mois de Mars, pour présider à la récolte, ou comme emblème de l'ouverture des moissons.

« Dans les campagnes de Pondichery, on fait deux récoltes par an, & souvent trois. En Mars, on voit tout à-la-fois « préparer la terre, semer & planter le riz; on en voit d'autre « naissant; d'autre en herbe; d'autre qui entre en maturité; & « à côté vous voyez faire la récolte. *(Voyage, &c. tome I, « page 547)* ».

Ces deux ou trois récoltes que l'on fait par an dans l'Inde, ne forment pas la plus légère objection contre mon explication; car il suffit que le mois de Mars soit le premier mois de l'année qui ouvre les moissons; & dans l'Égypte même, il doit y avoir plusieurs récoltes: ce que Pline semble confirmer dans son Histoire naturelle *(Pline, lib. XVII, p. 306; & lib. XVIII, p. 333)*.

EXPLICATION des trois derniers signes, la Balance, *le* Scorpion, *le* Sagittaire.

CE que j'ai dit plus haut au sujet de l'Equinoxe & de la Balance, est suffisant pour faire voir que cet emblème peut convenir aux Indiens comme aux Égyptiens, & qu'il est très-vraisemblable que son origine vient de l'Inde. C'est de ce Signe, c'est-à-dire de l'équinoxe du printemps, que les Brames commencent à compter le départ du Soleil, de la Lune & de tous les Astres en général.

On me fera ici une question, ou, si l'on veut, une objection.

Les Indiens, me dira-t-on, ont tout inventé, selon vous; nous le voulons bien: aussi-bien eux que d'autres. Ils ont la précession des équinoxes, cela est incontestable, & nous vous l'accordons: ils ont déterminé la balance des jours & des nuits: ils ont commencé leur année d'après votre système, vraisemblablement de tout temps au 1.er d'Avril, & ils ont dû se régler sur cette loi dans le temps où la Balance occupoit l'équinoxe du printemps. Vous assurez encore que les usages de ces Sages n'ont point changé; qu'ils ont vraisemblablement

LE signe de la Balance, dit M. Dupuis *(page 373)*, qui suit la Vierge, annonce une époque aussi importante dans l'année astronomique, que les épis symboliques dans l'année rurale; & il s'accorde encore de la manière la plus heureuse avec l'état du Ciel dans l'époque que nous assignons à l'origine du Zodiaque: l'égalité des jours & des nuits, la division égale de la lumière & des ténèbres, ne peut être désignée par un symbole plus naturel & plus simple que par celui d'une Balance. On plaça cet emblème dans la division du Zodiaque, qui répondoit à l'équinoxe de printemps, celui des deux équinoxes qui, dans tous les siècles, a semblé fixer de préférence l'attention de tous les peuples. La place que nous lui assignons ici lui convient donc au moins autant que celle où l'on avoit supposé qu'il fut mis originairement; supposition qui devient chimérique quand on fait attention que l'Astronomie étoit inventée long-temps avant que les astérismes de la Balance pussent répondre à l'équinoxe d'automne.

Quelques personnes ont cru que la figure de la Balance étoit une invention moderne & l'ouvrage des flatteurs d'Auguste; mais la Balance se trouve dans les monumens Égyptiens & Indiens, qui précèdent de bien des siècles l'âge d'Auguste: on la voit sur le Zodiaque indien qui se trouve dans les Transactions philosophiques ; tous ceux qui nous ont donné les noms des douze signes du Zodiaque, chez ces peuples, y nomment la Balance. *Tolam,* dit M. le Gentil, désigne une Balance Romaine (*Voyage aux Indes, tome I, page 247*) : la même constellation s'appelle, en Pelhvi, *Tarason,* qui signifie aussi Balance, suivant M. Anquetil. . . . . Ce Signe portoit ce nom même chez les Romains avant Auguste ; & Cicéron, qui traduisit à dix-huit ans le Poëme d'Aratus, l'appelle *Jugum,* traduction de Ζυγος, Balance, nom qu'elle portoit chez les Grecs, & dans Geminus, qui écrivoit du temps de Sylla, suivant le P. Petau. Cet Auteur emploie aussi le mot de χηλαι comme Ptolémée : il paroît qu'on disoit l'un & l'autre. La raison de cette double dénomination vient de ce que les Étoiles du Scorpion s'étendent jusque dans la division qui appartient à la Balance, mais originairement la Balance y étoit placée dans les mains d'une femme, semblable à celle qui occupe le signe de la Vierge. C'est ainsi qu'on la trouve dans une foule de monumens anciens : *Humana est facies libræ*, dit Manilius, liv. II, v. 527 ; *libripens enim*, ajoute Scaliger, *in astrothesiis figurabatur: alii tamen a Virgine gestari volunt.* Aussi quelquefois la Balance fut peinte seule & séparée des serres du Scorpion.

Achilles Tatius dit positivement, que le nom de *Balance* étoit celui que les Égyptiens donnoient à ce compté de tout temps, comme ils font encore aujourd'hui, la longitude du Soleil dans les constellations du Zodiaque, & non dans les Signes, comme nous faisons. D'après cette supposition & ces principes, comment se fait-il qu'ils comptent aujourd'hui comme tous les autres peuples, à partir du premier point du Bélier, & non point à partir du premier degré de la Balance, comme ils devroient faire, c'est-à-dire compter 6 Signes lorsque nous comptons o o ; puisque les Étoiles de la Balance sont en effet de 6 Signes en avant du point qu'elles occupoient dans l'origine que vous lui assignés ?

Voici la réponse que je crois pouvoir avancer. Il y a eu une réforme quelconque dans l'Astronomie indienne, du temps de Salivaganam : c'est une affaire de fait qu'on ne peut me contester ; qu'on trouve dans Holwell & dans la grammaire Tamulaire dont j'ai parlé dans mon Voyage ; c'est un fait qui m'a été confirmé & attesté par les Indiens (*Voyage, &c. tome I, page 214*).

Je peux donc supposer que cette réforme regarda le Calendrier ; que Salivaganam fixa irrévocablement le commencement de l'Année astronomique au 1.er Avril; la mort de ce Prince qui fait époque dans l'Inde, est arrivée l'an 78 de Jésus-Christ. Cette année, la constellation du Bélier répondoit à l'équinoxe du printemps depuis trois à quatre siècles: on aura donc pu alors faire ce qu'on fit en Europe, lors de la réformation du Calendrier Julien; c'est-à-dire qu'on aura pu ajouter six Signes à la longitude du Soleil; ce qui revient au même que si on eût compté 0o Signe, & ordonner que l'on continuât ainsi de compter la longitude du Soleil, en observant cependant de toujours la mesurer selon l'ordre des Constellations, & non des Signes.

Quant au Scorpion, j'avouerai que je n'ai pas trouvé la même facilité à l'expliquer, que j'ai fait les onze Signes précédens. Voici donc l'explication que je hasarde.

C'est naturellement vers le milieu, la fin d'Avril & le commencement de Mai, à mesure que le Soleil, en se rapprochant du climat de l'Inde, anime la Nature, &

Signe: *chelæ*, dit-il, *ab Egyptiis vocatæ jugum (Uranol. Petav. p. 96)*: ce symbole appartenoit donc à la sphère égyptienne, de beaucoup antérieure au siècle d'Auguste. Hipparque, qui vivoit plus d'un siècle avant ce Prince, l'appelle aussi Ζυγός *(Uranol. Petav. liv. III, p. 134)*. Il est donc incontestable que la Balance est un symbole astronomique aussi ancien que les autres; & que s'il a été inconnu à quelques peuples, ce ne fut certainement pas au peuple Égyptien, à qui nous rapportons ces emblèmes astronomiques. Il étoit important de bien constater l'antiquité de ce symbole, parce qu'il est un des plus expressifs: l'image d'une Balance, mise précisément à trois signes de l'Écrevisse, est un des argumens les plus forts de notre système sur la position primitive des douze signes du Zodiaque.

Le Signe qui suit la Balance, est le Scorpion, & il répondoit alors au mois d'Avril & au commencement de Mai, ou du second mois qui suivoit l'équinoxe du printemps. L'idée que présente naturellement cet emblème, est celle du venin, ou de quelque maladie; & il est assez vraisemblable que les Anciens, dont tous les Calendriers étoient météorologiques, après avoir peint dans les Cieux les principales époques de l'année astronomique & rurale, auront aussi tracé les phénomènes périodiques de leur climat.

Les Calendriers de Geminus & de Ptolémée, réglés sur des levers d'Étoiles, ne contiennent que les annonces

annonces de la pluie, du vent, & en général de toutes les variations de l'air, qui semblent se renouveler tous les ans. Comparons donc le Scorpion symbolique avec l'état de l'air en Égypte dans ces mois-là, pour trouver le sens de cet emblème. Pluche, dans son Histoire du Ciel *(tome I, page 37)*, appuyé de l'autorité de Drapper, de Maillet & de Wansleb, nous dit que presque tous les ans il souffle en Égypte un vent d'Éthiopie, furieux & pestilentiel, qui porte par-tout le ravage. Il semble assez simple de regarder le Scorpion, reptile malfaisant, comme l'emblème naturel de ces vents, chargés de vapeurs dangereuses.

Il ne nous reste plus qu'à chercher le sens du dernier Signe, celui du Sagittaire, dans lequel on avoit peint seulement un arc & un trait prêt à lancer, comme il paroît par le Zodiaque Indien, & par le nom que les Perses donnent à ce Signe, qu'ils appellent l'*arc (Zind-Avesta, tome II, page 349)*. Les Indiens le nomment *la flèche* ou *vimasp* (M. le Gentil, *tome I, page 247)*, ou *d'hanoussou*. Il me semble que la rapidité du trait fut l'image la plus naturelle de celle des vents, & qu'on voulut désigner par-là le retour des vents étésiens, qui commencent à souffler dans le mois qui précède le solstice d'été & le débordement du Nil, dont on les croyoit la cause. Le débordement, dit Pluche *(tome I, page 40)*, étoit toujours précédé par un vent étésien, qui, soufflant du Nord au lui donne une nouvelle vie; c'est, dis-je, en ce temps que les reptiles les plus nuisibles à l'homme, acquièrent de la force & de la vigueur, & qu'on les rencontre plus fréquemment dans les champs; tels sont ces couleuvres capèles, espèce de vipère très-dangereuse dont j'ai parlé dans mon Voyage *(t. I, p. 114 & suiv.)* & dont j'ai vu sur-tout un exemple très-tragique à Pondichery; les serpens sonnettes; les scorpions, très-dangereuse espèce encore. Ne se pourroit-il pas que les Indiens aient voulu marquer cette saison par un scorpion placé dans le Ciel, pour signe qu'il falloit se donner de garde de ces animaux.

Cela me paroît d'autant plus vraisemblable, que l'Indien, par sa constitution, est un être très-timide; & que le préjugé de sa religion, le tient toujours sur la défensive, ou plutôt sur ses gardes vis à-vis tous les animaux qui peuvent lui être nuisibles, puisqu'il lui est défendu par sa loi d'en tuer aucun de quelque espèce qu'il puisse être.

Je me rappelle qu'un matin, à mon réveil, mon domestique en entrant chez moi, aperçut le premier une longue couleuvre & très-déliée, qui rampoit le long de mon mur au-dessus de mon lit: ce n'étoit pas une espèce dangereuse; aussi la prit-il fort respectueusement, & la porta-t-il dehors sans lui faire le moindre mal.

Si l'explication que je viens de donner, ne satisfait pas, je suis obligé d'avouer que je n'en ai pas de meilleure à proposer.

Au reste, M. Dupuis, lui-même, n'exige pas qu'on satisfasse parfaitement à tout; & l'insuffisance de l'explication de quelques signes, ne peut point ébranler, selon lui, le systême (*Voyez* sa conclusion ci-après, à la suite de son explication des douze Signes).

Le Scorpion, selon M. Dupuis, est signe de maladies; & il nous assure qu'il en règne effectivement tous les ans en Égypte, dans la saison dont nous parlons; mais à la côte & dans la partie de l'Inde que j'ai vue & habitée, on ne connoît point de maladies, si ce n'est à *Gingy*, à quinze à vingt lieues à l'ouest de la côte; il y en a beaucoup aussi dans le Bengale, & de très-mortelles comme à *Gingy*; elles arrivent

Sud vers le temps du passage du Soleil sous les Étoiles de l'Écrevisse, pressoit les vapeurs vers le midi, & les amassoit au cœur du pays d'où venoit le Nil, ce qui y causoit des pluies abondantes, grossissoit l'eau du fleuve, & portoit ensuite l'inondation dans toute l'Égypte. Pluche n'a fait presque ici que traduire Plutarque *(de Iside & Osiride, page 336)*, & le fragment d'un ancien Auteur, imprimé à la suite d'Hérodote *(page 607)*.

Mais on pourroit donner encore un autre sens à ce symbole. Chez un peuple guerrier, tel que fut le peuple Égyptien, & qui après ses récoltes n'avoit plus rien à faire, parce que le Nil alloit inonder tout le pays, n'est-il pas vraisemblable qu'on aura pu destiner à porter la guerre chez l'Étranger, un temps pendant lequel la nature même de leur climat les eût réduits à l'inaction! C'est l'idée que pourroit faire naître un arc & un trait, symbole usité chez ce peuple pour désigner la guerre: *armatus homo sagittam jaculans*, dit Hor-Apollon, *tumultum significat (lib. I, cap. 8)*: d'autres en effet y peignoient un faisceau de traits, ou un carquois *(Scaliger ad Manilium, p. 437)*. Cette dernière interprétation s'accorde assez avec ce que dit Manilius *(lib. III, v. 625 & suiv.)* sur les travaux de l'homme aux approches du solstice d'été.

Cancer ad æstivæ fulget fastigia Zonæ . . .
Tunc & bella fero tractantur marte cruenta

Nec Scythiam deffendit hiems. Germania ficca
Jam tellure fugit, nilufque tumefcit in arva.
Hic rerum ftatus eft, cancri cum fidere Phœbus
Solftitium facit, & fummo verfatur Olympo.

Ces idées fur le Sagittaire ont été adoptées par les Aftrologues, & fous ce Signe naiffoient les Guerriers.

Nec non arcitenens prima cum vefte refurgit,
Pectora clara dabit bello, magnifque triumphis
Confpicuum patrias victorem ducet ad arces.
Manilius, liv. IV, v. 559.

après la faifon des pluies, lorfque les chaleurs commencent à fe faire fentir.

Enfin le douzième & dernier figne eft le Sagittaire. Tout le long de la côte de l'Inde, il règne des vents de terre d'une force inexprimable, & qui durent quelquefois trente jours de fuite fans interruption; ils font très-brûlans. *(Voyage, &c. tome I, pages 475 & fuivantes).*

Ces vents fe déclarent pour l'ordinaire du 15 au 20 de Mai, & leur plus grande force eft en Juin; ils ne foufflent prefque jamais que par raffales : c'eft-à-dire, qu'il fe fait toujours une efpèce de calme d'un inftant, ou de peu de minutes, puis le vent vient fubitement comme un trait lancé avec la plus grande force; je n'ai point vu les vents étéfiens, mais je ne peux pas me figurer que le trait de ces vents foit comparable à l'efpèce de fureur des vents de terre de la côte de l'Inde; ainfi une flèche aura paru très-propre aux Bramès pour exprimer la rapidité de ces vents furieux & impétueux.

Il eft bon de faire obferver que les vents étéfiens ne oufflent pas tous les ans en Égypte; c'eft la raifon dont fe fert Hérodote, pour réfuter ceux de fon temps qui difoient que ces vents étoient la caufe du débordement du Nil: les vents de terre, au contraire, foufflent régulièrement tous les ans à la côte de l'Inde, avec cette feule différence d'une année à l'autre, qu'ils arrivent quinze jours environ plus tôt ou plus tard, & ils ne font pas toutes les années également forts ou brûlans; ni de la même durée. *(Voyez fur ces vents le premier tome de mon Voyage, pag. 475 & fuiv.)*

Ces vents doivent en effet plus régulièrement revenir chaque année que les vents étéfiens, la caufe qui les produit eft conftante, & agit néceffairement toutes les années dans le même temps; c'est le Soleil, en se rapprochant de l'Inde, qui cause la mousson du sud ou du sud-ouest, qui ne manque jamais: cette mousson se fait sentir dans toute la presqu'Isle, comme je l'ai dit plus haut; les vents de terre de la côte orientale de cette presqu'Isle, sont des vents d'ouest, & par conséquent ne sont autre chose que les vents de mousson, qui se précipitant par-dessus la chaîne des gates dans les campagnes, & qui passant ensuite par-dessus des terreins arides & de sable, parviennent à la côte sous la forme d'un air enflammé, & par conséquent très-brûlant; car à la côte de Malabar, où ces mêmes vents arrivent de l'Afrique par-dessus cinq cents lieues environ de mer: ces vents, dis-je, sont bien plus frais; & même à la côte orientale les pluies qui les précèdent quelquefois, en tempèrent l'ardeur. (*Voyage, &c. tome I, page 477*).

Ainsi la flèche, comme je l'avois déjà remarqué ci-dessus, peut bien avoir été imaginée par les Indiens pour désigner la venue subite & furieuse de la mousson du sud. Cette explication me paroît également bien amenée, & convenir au sujet aussi-bien & mieux encore que les vents étésiens de M. Dupuis; car si Pluche dit que les vents étésiens commencent à souffler dans le mois qui précède le débordement du Nil, j'ose assurer qu'il se trompe: cependant il paroît que c'est sur la foi de Pluche que M. Dupuis établit son explication du Sagittaire. D'après le passage de Pluche, il me sembleroit au contraire à moi, que cet Auteur met l'arrivée des vents étésiens en Égypte, non dans le mois qui précède le solstice d'été, mais dans le mois même du solstice; car c'est le sens que m'ont présenté ces paroles de Pluche, rapportées par M. Dupuis . . . *qui soufflent du nord au sud vers le temps du passage du Soleil sous les étoiles de l'Écrevisse, &c.*

En effet, outre que, selon Hérodote, les vents étésiens ne soufflent pas tous les ans en Égypte, il paroît, selon le même Hérodote, que plusieurs personnes attribuoient dans son siècle la cause du débordement du Nil aux vents étésiens; or, le débordement du Nil commençoit vers le solstice, &

il ne devenoit bien ſenſible qu'un mois après, c'eſt-à-dire vers la fin de Juillet; mais le premier degré du Sagittaire devoit répondre au 21 de Mai : c'eſt donc à dire que les vents éléſiens ne devoient commencer, d'après Hérodote, que le mois d'après que le Soleil avoit quitté le Sagittaire; le Sagittaire n'a donc pas pu être choiſi comme ſymbole des vents étéſiens, puiſqu'ils répondent au temps où le Soleil entroit alors dans le Capricorne.

Ce que je dis là eſt ſi vrai, & la difficulté que je propoſe ici me ſemble ſi réelle, que *Varenius*, dans ſa Géographie, nomme, d'après les Grecs, ces vents *caniculaires*; il cite même Ariſtote, qui dit, *qu'ils commencent à ſouffler après le ſolſtice d'Été;* mais il le blâme de n'avoir pas donné le véritable temps auquel ils commencent à ſouffler; il ajoute que ceux qui ont fait des obſervations ſur ces vents, & ſur la ſaiſon qu'ils ſoufflent, ont remarqué qu'on en voyoit des avant-coureurs le 6 de Juillet, ou le 15 du même mois; que leurs premiers ſouffles tombent au lever de la canicule, & qu'ils ſoufflent pendant les quarante jours caniculaires.

Ariſtoteles cùm poſt ſolſticium æſtivum eos ſpirare dixiſſet, nihil addidit de vero tempore, magnâ certè negligentiâ, quam auxit deinde, ubi ornithiarum mentionem faciens tam tempus quàm ventorum horum plagam omiſit; cæterùm qui annotârunt eteſiarum tempus, illi prodromos illorum vel ad ſextum Julii menſis, vel ad 15 Julii, initium ſpirandi facere cùm caniculæ ortu annotârunt, flare autem illos per quadraginta dies caniculares. (Varen. Geog. lib. I, p. 275).

Mais dans notre hypothèſe ils devroient commencer vers le 21 de Mai; cela fait donc près de deux mois de différence : donc le Sagittaire, conſidéré à l'époque de M. Dupuis, n'a pu, je le répète, être ſymbole des vents étéſiens.

La ſeconde explication que donne M. Dupuis, du même ſigne, lui conviendroit peut-être mieux; mais j'ignore ſi un peuple, qui de temps immémorial a été ſubjugué ſans peine par le premier venu; qui a de tout temps été la proie du premier conquérant qui s'eſt préſenté : j'ignore, dis-je, ſi ce peuple a jamais bien ſu manier l'arc & la flèche, pour porter la guerre chez les autres? d'ailleurs où l'auroit-il portée cette guerre? ce peuple belliqueux, ſelon l'expreſſion de M. Dupuis, n'auroit eu qu'un mois ou ſix ſemaines au plus pour ſes expéditions & exploits militaires; le Nil ſe débordant bientôt, il ne pouvoit porter ſes armes ni à droite ni à gauche, ni en remontant, puiſqu'il n'auroit trouvé que des déſerts, des ſables brûlans & inhabitables, & le Nil débordé par tout; or, la vie de poiſſon qu'il étoit obligé de mener alors, pour ainſi dire, *(p. 366)* eſt bien éloignée de celle des militaires, & lui convenoit en effet mieux.

Si on veut parler des Éthiopiens, les pluies commençant chez eux à la fin de Mai, & le pays devant être noyé en Juin & Juillet, ainſi qu'en Abiſſinie, ce n'étoit guère un temps propre aux expéditions militaires. On doit donc avoir de la peine à ſe figurer que le Sagittaire ait pu être choiſi en Égypte pour ſymbole des vents étéſiens, ou pour celui des expéditions militaires des Égyptiens.

CONCLUSIONS.

TELLE eſt l'explication que j'ai cru pouvoir haſarder des douze ſignes du Zodiaque; par où l'on voit que le Calendrier, ſoi-diſant Égyptien, convient parfaitement auſſi au climat de l'Inde, & que ſi cette convenance ſeule pouvoit ſuffire pour déceler l'inventeur, je ne vois pas pourquoi le peuple Indien ne le ſeroit pas. En raſſemblant donc ce que j'ai dit ci-deſſus des connoiſſances des Indiens dans l'Aſtronomie, & le rapprochant de l'ignorance, du moins apparente, des Égyp-

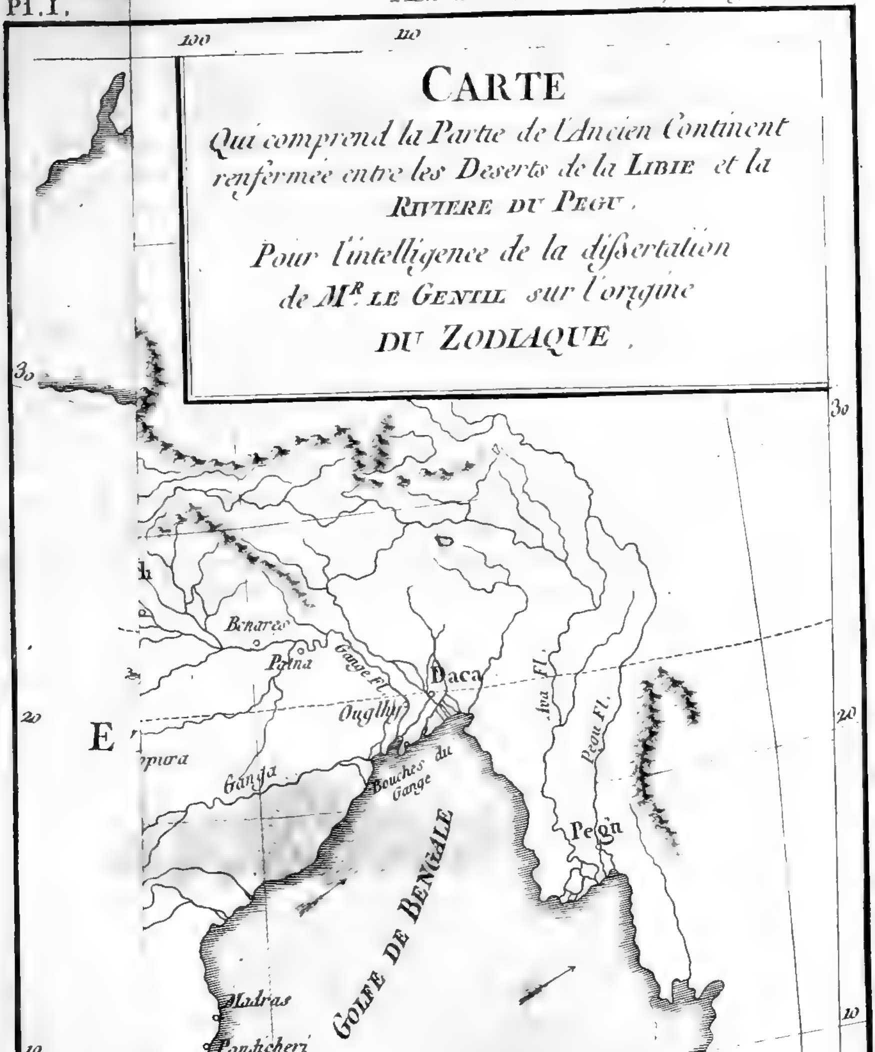
QUOI qu'il en ſoit, ajoute M. Dupuis *(p. 376 & 377)* quand même nous ne ſaiſirions pas toujours au juſte l'idée qu'on a voulu préſenter par ces douze emblèmes, il ſuffit qu'il s'en trouve pluſieurs dont le ſens ſoit ſi naturel, qu'il ne puiſſe ſouffrir d'équivoque, car, comme nous l'avons fait obſerver, la place d'un ſeul, bien déterminée, fixe néceſſairement celle de tous les autres. Tout ce qu'on pourroit conclure de l'inſuffiſance de l'explication de quelques-uns de ces Signes, c'eſt que l'intelligence du ſens qu'ils renferment, dépend de l'Hiſtoire Naturelle de ce pays, ou des occupations de ces peuples, ou du préjugé qui leur faiſoit attribuer certaines qualités à tels ou tels animaux : mais il est plusieurs de ces emblêmes dont le sens est très-clair & l'application très-naturelle ; telle est la Balance placée à un équinoxe ; l'Écrevisse, ou l'animal rétrograde à un solstice ; *le Bœuf à l'ouverture des travaux rustiques ;* une fille qui porte un épi, placée au mois des moissons ; trois Signes aquatiques, répondant aux trois mois du débordement ; en voilà beaucoup plus qu'il n'en faut pour déterminer la position primitive des astérismes, ou constellations du Zodiaque, considérée comme le Calendrier astronomique & rural d'un peuple savant & agricole tout ensemble. Ce qu'il y avoit de plus essentiel à prouver, c'est qu'il s'accorde parfaitement avec l'agriculture de l'Égypte ; tandis qu'il est aussi d'accord avec la position des points solsticiaux & équinoxiaux dans le Ciel à une certaine époque. Il résulte de-là, que non-seulement il convient à l'Égypte, *mais encore qu'il ne convient qu'à elle seule ; par la raison que les opérations agricoles de ce pays, suivent presque l'ordre inverse de celui qui a lieu dans les autres climats ; de manière qu'il est impossible qu'un Calendrier rural, qui convient au peuple Égyptien, puisse convenir à quelque autre peuple que ce soit.* Nous concluons donc que c'est avec raison que les anciens Écrivains font honneur à l'Égypte de l'invention des Sciences astronomiques.

tiens dans cette Science : joignant à cela la convenance, ou le rapport que le Zodiaque & ses Signes ont avec le climat de l'Inde ; qui pourra refuser aux Indiens d'avoir autant de droits, & plus, à cette belle invention que n'en peuvent avoir les Égyptiens ? Au reste, je n'ai pas, je le répete, la prétention d'avoir décidé la question. Savoir, *De qui nous tenons l'invention du Zodiaque !* j'ai plaidé la cause des Indiens, & je crois avoir fait voir que ces peuples, quoique peu connus, en comparaison des Chaldéens & des Égyptiens, peuvent malgré cela avoir autant de part à cette belle invention que les Chaldéens ou les Égyptiens : & si M. Dupuis s'est déterminé pour ces derniers, c'est qu'il a cru qu'il n'y avoit dans l'Univers entier, que le climat de l'Égypte à qui le Zodiaque, comme calendrier rural & astronomique, pût convenir ; car, selon ce Savant lui-même, on verra que je n'ai pas soutenu une cause dénuée de vraisemblance & de probabilité. En effet, voici comme lui-même s'explique *(page 353)* « plusieurs peuples semblent prétendre à la gloire de l'invention : les Chaldéens «

» & les Égyptiens ont paru dans l'antiquité, y avoir le plus » de part; & M. de la Lande se détermine pour les Chal» déens (*Astr. article 280*). On a voulu aussi leur associer » les Indiens & même les Chinois; effectivement on trouve » chez ces derniers peuples, des traces d'une Astronomie au » moins aussi ancienne que celle des Chaldéens & des Égyptiens, &c. »

Ces paroles sont formelles & bien précises, & l'on voit que M. Dupuis convient déjà avec nous, d'une Astronomie au moins aussi ancienne chez les Indiens que chez les Chaldéens & les Égyptiens: il ne me restoit donc plus qu'à faire voir qu'il n'y a nulle apparence que les Indiens aient jamais rien pris aux Égyptiens; & que le Zodiaque soi-disant d'origine égyptienne, selon M. Dupuis, parce qu'il convient au climat de l'Égypte, peut aussi être censé, selon moi, d'origine indienne, parce qu'il convient au climat de l'Inde; c'est ce que je me flatte d'avoir montré.

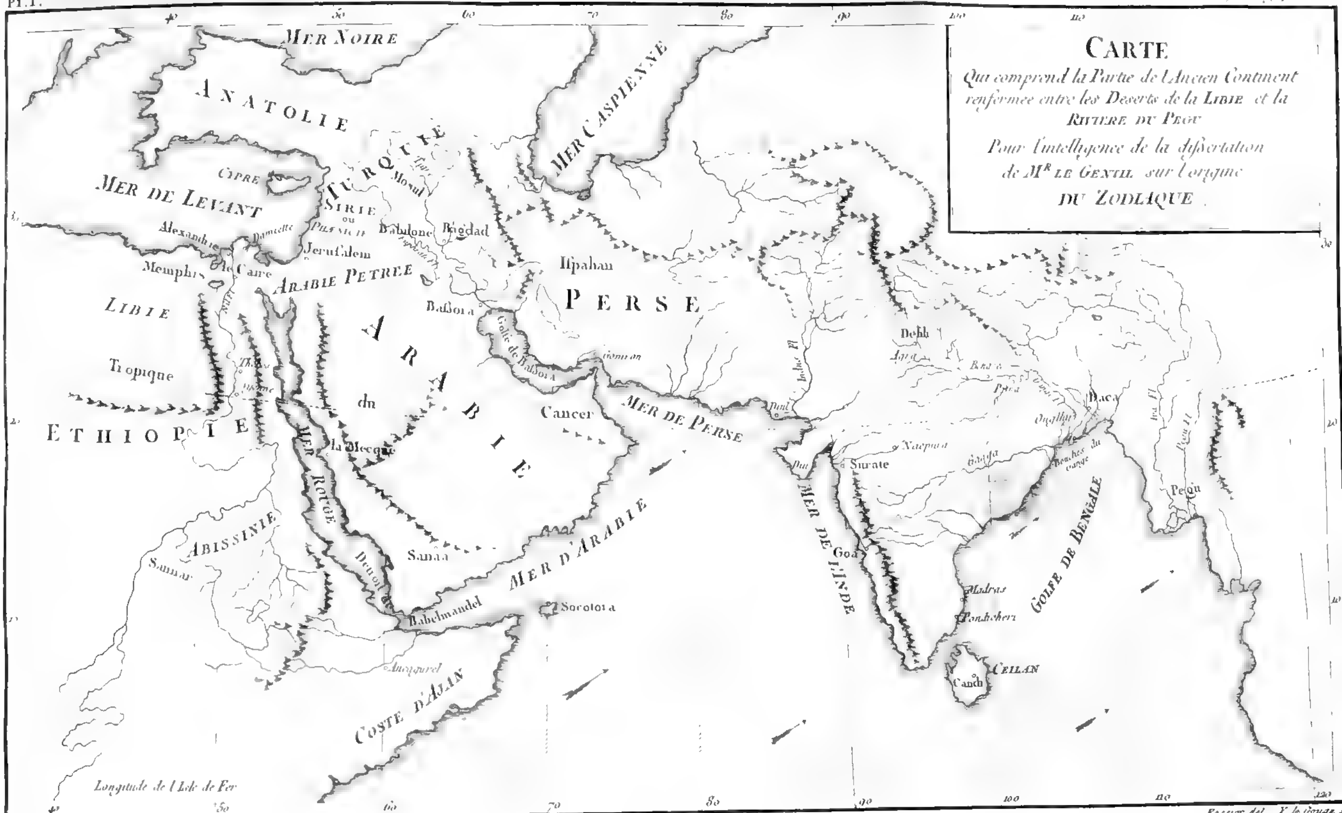
MÉMOIRE



Fossier del. Y. le Gouaz sc.

NORD

Mem de l'Ac R des Sc An 1782 Pag 400 Pl XI



SUD

Nta Les Traits et les Fleches indiquent les Vents de la Mousson de l'Ouest

Fossier del Y le Gouaz sc

PREMIERE INCARNATION
DE VIXNOU.
Selon les Indiens de la
Côte de Coromandel
Pour l'intelligence du Mémoire
de Mr. Legentil sur l'origine
du Zodiaque

Y. G. Sculp

MÉMOIRE

Sur un Moyen d'augmenter considérablement l'action du Feu & de la Chaleur, dans les Opérations chimiques.

Par M. LAVOISIER.

LES grands verres ardens de Tchirnausen, en procurant aux Chimistes un agent plus fort que le feu des fourneaux, leur ont appris qu'un grand nombre de corps regardés comme infusibles ou comme fixes, cédoient à l'action d'une chaleur plus forte: les épreuves faites par M. le comte de Lauraguais & par M. d'Arcet, au fourneau de porcelaine, ont confirmé cette même vérité ; & la grande loupe de M. Trudaine, construite par M. de Bernieres, sous l'inspection des Commissaires de l'Académie, a achevé de prouver que la qualité de *fixes* ou de *réfractaires*, attribuée à de certains corps, n'étoit que relative au degré du feu employé.

Novembre 1782.

Mais en même temps que les grands verres de Tchirnausen & la grande loupe de M. Trudaine, ont conduit à conclure qu'il étoit possible d'augmenter, pour ainsi dire, à volonté, les effets de la chaleur & du feu, ils ont fait voir que les difficultés de pratique & d'exécution croissoient dans une proportion beaucoup plus forte que les effets. La loupe de M. Trudaine, qui a quatre pieds de diamètre, ne produit pas beaucoup plus de chaleur que les verres de Tchirnausen, & les frais nécessaires pour l'établir, ont monté à plus de quinze mille livres ; les dépenses deviendroient peut-être dix fois plus grandes, si on vouloit seulement en doubler les dimensions; encore ne seroit-on pas certain si l'aberration de sphéricité & de réfrangibilité des rayons, si le changement de figure des glaces, quand elles seroient chargées d'une colonne très-considérable de liqueur; enfin, si le défaut de diaphanéité du milieu, ne feroient pas perdre la plus grande partie des avantages qu'on obtiendroit par l'augmentation du diamètre.

Je n'ignore pas que la loupe de verre maſſif à échelle, que M. l'abbé Rochon a fait conſtruire, & dont la première idée eſt dûe à M. de Buffon, ſemble promettre des effets plus conſidérables que ceux obtenus juſqu'ici; mais indépendamment de ce que les ſuccès de cet inſtrument n'ont encore été conſtatés par aucune ſuite d'expériences, la difficulté de ſa conſtruction & ſa cherté la placeront toujours hors de la portée des Savans; ce ſera un monument précieux élevé à la gloire des Sciences, mais ce ne ſera point un inſtrument de laboratoire, comme celui que je propoſe aujourd'hui, & dont il eſt temps que je donne une idée.

On peut ſe rappeler qu'à la Séance de Pâques 1775, j'annonçai au Public la découverte que j'avois faite pluſieurs mois auparavant avec M. Trudaine, dans le laboratoire de Montigny, d'une nouvelle eſpèce d'air, alors entièrement inconnue, & que nous avions obtenu de la réduction du mercure *précipité per ſe:* cet air que M. Prieſtley a découvert à peu-près dans le même temps que moi, & je crois même avant moi, qu'il a principalement retiré de la combinaiſon du minium & de pluſieurs autres ſubſtances avec l'acide nitreux, a été nommé par lui *air déphlogiſtiqué;* mais des expériences poſtérieures ayant prouvé qu'il eſt le ſeul qui puiſſe entretenir la vie des animaux qui reſpirent, l'Hiſtorien de l'Académie, & d'après lui, la plupart des Chimiſtes, lui ont donné le nom d'*air vital.* Entre ſes propriétés ſingulières, qui ſont aujourd'hui bien connues, on a remarqué que les corps combuſtibles y brûlent avec une étonnante rapidité, avec une flamme agrandie, avec décrépitation, même avec une ſorte de détonation qui approche de celle du nitre qui fuſe; le charbon ſemble s'y diſſoudre à meſure qu'il s'y brûle, & il répand une flamme blanche éblouiſſante, plus vive que celle même du phoſphore de Kunckel. Dans des Mémoires que je communiquai à l'Académie cette même année & les deux ſuivantes 1776 & 1777, je fis voir que cet air entroit pour un quart dans la composition de l'air que nous respirons, qu'il n'y avoit que le quart de l'air de l'atmosphère qui contribuât à la combustion, & que les trois autres quarts étoient un fluide élastique méphitique, dans lequel les corps allumés s'éteignoient comme si on les plongeoit dans l'eau.

Il étoit évident, par une conséquence naturelle & nécessaire de ces faits, que l'air de l'atmosphère n'étoit pas le plus propre qu'on pût employer pour augmenter l'action du feu; qu'en dirigeant, par le moyen d'un soufflet, un courant d'air sur des charbons allumés, on y portoit trois parties d'un fluide élastique nuisible, ou au moins inutile, contre une partie vraiment utile; & qu'on augmenteroit par conséquent considérablement l'effet du feu, si on pouvoit entretenir la combustion avec de l'air pur: cette idée a dû se présenter sans doute à beaucoup de personnes avant moi, & on m'a même assuré que M. Achard, célèbre Chimiste de Berlin, en avoit fait des applications; mais il restoit à trouver un appareil commode & peu dispendieux, pour l'usage habituel des laboratoires, & voici comment j'y ai été conduit.

Pour m'assurer d'abord de l'efficacité de l'air pur dans les expériences chimiques, j'ai adapté à une très-grande vessie, un tuyau de cuivre jaune de huit pouces de longueur, terminé par une ouverture très-fine; ce tuyau se démontoit à vis dans son milieu, afin qu'on pût augmenter à volonté son ouverture, & introduire promptement & commodément l'air dans la vessie; j'avois aussi des ajutages de différens diamètres, qui s'adaptoient sur la même vis; enfin, à l'extrémité du tuyau le plus proche de la vessie, étoit un robinet, au moyen duquel je pouvois intercepter toute communication avec l'intérieur de la vessie. Je ne m'arrêterai pas à détailler les moyens de remplir la vessie d'air pur ou d'air vital, ils se présentent d'eux-mêmes, & n'ont rien d'ailleurs d'embarrassant pour ceux qui s'occupent de ce genre d'expériences.

Lorsque tout a été ainsi disposé, & que ma vessie a été entièrement remplie d'air vital, j'ai fait, dans un gros charbon, avec la pointe d'un couteau, un trou de trois à quatre lignes de profondeur; j'y ai placé six grains pesant de platine, j'ai allumé le charbon au chalumeau d'une lampe d'émailleur, puis ouvrant le robinet de l'appareil que je viens de décrire, & pressant la vessie, j'ai soufflé de l'air vital ou air pur dans la cavité du petit trou pratiqué dans le charbon; aussi-tôt le charbon a commencé à se dissoudre avec une grande rapidité, avec une sorte de détonation semblable à celle du nitre qui fuse, & en répandant une lumière éclatante, dont les yeux avoient peine à soutenir l'éclat; quelques instans après la platine a fondu complétement, & les petites grenailles se sont réunies en un globule parfaitement rond; la fusion a toujours été également complète & facile, soit que j'aie employé de la platine ordinaire, telle qu'elle se trouve dans le commerce; soit que j'en eusse préalablement enlevé les molécules attirables à l'aide d'un barreau aimanté.

On sait que jusqu'ici on n'avoit encore trouvé aucun moyen de fondre la platine brute: M. le Baron de Sickingen & M. le Comte de Milly étoient parvenus à la ramollir & à la forger, mais ils n'avoient pu la faire couler; enfin la grande loupe de M. Trudaine ne l'avoit pas même amollie; j'étois donc déjà assuré par cette seule expérience, d'être en possession d'un moyen de produire une chaleur beaucoup plus forte qu'aucune de celles qu'on eût employées jusqu'ici; mais ce premier appareil étoit encore bien imparfait, & on sentira aisément combien il m'auroit été difficile d'en faire usage dans une grande suite d'expériences. Les plus grandes vessies que je pusse employer, ne contenoient que six à huit pintes d'air; cette quantité suffisoit à peine pour une seule opération, & l'air me manquoit souvent au moment le plus intéressant d'une expérience: il falloit d'ailleurs une personne occupée à presser la vessie, & quelque attention qu'elle eût, la pression n'étoit point uniforme; tantôt le courant étoit trop rapide & emportoit les corps soumis aux expériences, tantôt au contraire il étoit trop foible, il n'entretenoit pas un degré de chaleur suffisant, & le même corps qui s'étoit fondu se refroidissoit & se figeoit. J'ai donc reconnu la nécessité de construire un appareil dans lequel la pression s'opérât d'elle-même & d'une manière uniforme; dans lequel on pût faire varier à volonté la rapidité du courant d'air; enfin dont la capacité fût au moins de quatre-vingts à cent pintes. J'ai trouvé tous ces avantages réunis dans l'espèce de soufflet hydrostatique représenté *(pl. I & II)*, je me contenterai d'en donner ici une description très-sommaire : ceux qui voudroient en faire construire de semblables pourront recourir à l'explication des figures qui se trouve à suite de ce Mémoire. *(Voyez page 472).*

Cet appareil consiste en deux caisses de fer-blanc peintes en dehors & en dedans, pour éviter qu'elles ne soient attaquées par la rouille.

La première de ces caisses est représentée séparément *(planche I, figure 1.re)*, elle est pleine d'eau, & est garnie d'un robinet *M*, au moyen duquel on peut la vider lorsqu'on le juge à propos.

La seconde est représentée dans sa position naturelle *(figure 2 de la même planche)*; elle est couchée & vue intérieurement dans la *figure 3* : cette seconde caisse est fermée dans sa partie supérieure, & ouverte dans son inférieure, à la différence de la caisse *(figure 1.re)* qui est ouverte par en haut & fermée par en bas. Comme la caisse représentée *(fig. 2)*, est destinée à entrer dans celle *(figure 1.re)*, elle doit être plus petite au moins d'un demi-pouce dans tous les sens : à sa partie inférieure est une rainure *GH* qui se prolonge tout autour, & qu'on garnit de lingots de plomb pour la lester.

Quand on veut opérer, on commence par remplir d'eau la grande caisse *(figure 1.re, planche I)*, jusqu'à quelques pouces du bord; ensuite on pose sur la surface de l'eau la caisse représentée *(figure 2)*, on ouvre le robinet *o*, qui établit une communication entre l'intérieur de la caisse & l'air extérieur; en conséquence de cette communication & de la pression opérée par le poids des lingots de plomb adaptés à la partie inférieure de la caisse, l'air commun en est bientôt chassé; elle se remplit d'eau en très-peu de temps & coule à fond. La *figure 4, même planche I,* qui représente la coupe des deux caisses, donne une idée de l'effet qui se produit alors.

L'air commun étant ainsi expulsé & remplacé par de l'eau, il s'agit de substituer à cette dernière de l'air vital : pour obtenir cet air abondamment & commodément, on peut le tirer ou du mercure précipité rouge ou du nitre; mais quoique le premier coûte beaucoup plus cher, j'ai cru devoir le préférer, parce qu'il est plus pur que le dernier, & j'ai même été obligé de renoncer entièrement à le tirer du nitre.

Je suppose donc qu'on s'est muni d'une provision très-abondante d'air vital tiré de la chaux de mercure, & qu'on l'a reçu dans des cloches de verre. Pour l'introduire dans la machine, on a une cuve ovale de bois *B C D E (figure 2, planche II)* remplie d'eau; elle est garnie de planches ou tablettes *F G,* fixées à deux pouces environ au-dessous de la surface de l'eau, sur lesquelles on pose les cloches *A* remplies de l'air vital qu'on veut introduire dans la caisse.

H est un grand entonnoir qu'on remplit d'eau en le plongeant obliquement dans la cuve, & dans lequel on fait passer l'air vital contenu dans les cloches; quand il est plein, on le plonge jusqu'au fond de la cuve en appuyant fortement dessus; ou bien, si on veut s'épargner cette peine, on le leste avec du plomb, afin qu'il descende de lui-même; quand l'entonnoir est à fond on ouvre le robinet *V,* aussi-tôt la pression opérée par l'eau de la cuve, oblige l'air vital à passer par le tuyau flexible de cuir *x y z* & à s'introduire dans la caisse *E F G H;* en répétant un grand nombre de fois cette même manœuvre on parvient à la remplir en entier.

Si la cuve *B C D E (figure 2),* n'étoit pas assez profonde, & si la pression de la colonne d'eau n'étoit pas assez forte pour obliger l'air à monter & à pénétrer dans la caisse *E F G H,* alors il faudroit diminuer la pression qu'éprouve l'air contenu dans cette caiſſe, & c'eſt ce qu'on opère aiſément en augmentant les poids *i*, placés dans le plateau de balance *f, g, (planche II, figure 1.re)*.

Lorſque la caiſſe intérieure eſt ainſi remplie d'air vital, & qu'il eſt queſtion d'opérer, on ouvre le robinet *K (fig. 1.re)* & le robinet *R (figure 3)*: auſſi-tôt l'air vital qui eſt dans un état de compreſſion dans la caiſſe *E F G H (fig. 1.re)*, paſſe par le tuyau *X Y D a b c*, & s'échappe avec rapidité par l'orifice du chalumeau *A R (figure 3)*.

L'appareil repréſenté par la *figure 3*, n'eſt autre choſe qu'un établi ordinaire de lampe d'Émailleur, dans lequel ſeulement le ſoufflet eſt plus grand & mieux fait qu'il ne l'eſt ordinairement. Cette diſpoſition a l'avantage de rendre la machine que l'on décrit, d'un uſage très-étendu : veut-on opérer avec un degré de feu très-modéré? on ſe ſert du ſoufflet *b c f*, & on établit la communication entre lui & le chalumeau, au moyen de la portion du tuyau flexible *a b c* qu'on déviſſe en *a*, & qu'on adapte en *f*, à l'ouverture du ſoufflet: alors on reçoit l'air qui ſort du chalumeau dans le creux d'un charbon allumé, ou bien on le fait paſſer à travers d'une lampe, & on obtient alors le feu de lampe d'Émailleur. Si au contraire on a beſoin d'un degré de feu beaucoup plus fort, on emploie l'air vital, & alors la communication entre la caiſſe *E F G H* & le chalumeau *A*, s'établit de la manière qu'il eſt repréſenté dans les *figures 1 & 3*.

Enfin comme la violence du feu qu'on obtient, dépend encore de la quantité d'air vital qui lui ſert d'aliment, l'extrémité du chalumeau ſe démonte à vis, de manière qu'on peut y adapter différens ajutages depuis un ſixième de ligne juſqu'à une ligne d'ouverture; mais comme ces ajutages doivent ſupporter une chaleur très-forte, on les a compoſés d'un alliage d'or, d'argent & de platine, ce qui les rend extrêmement durs & difficiles à fondre.

Quant à la manière d'opérer, elle varie ſuivant la nature des corps qu'on ſe propoſe de ſoumettre aux expériences. Pour les ſubſtances métalliques, & en général pour toutes celles qui peuvent ſupporter ſans inconvénient le contact immédiat des charbons ardens, on fait dans un gros charbon de bois blanc, un creux de 3 à 4 lignes ſeulement de profondeur; on ſe ſert à cet effet, d'une eſpèce de tourne vis *P (figure 3, planche II);* on met le corps ſur lequel on veut opérer, dans le creux ainſi pratiqué; on allume enſuite le charbon avec un chalumeau de verre à la flamme d'une bougie ou d'une lampe; après quoi on expoſe le charbon ainſi allumé, au courant d'air vital qui ſort avec rapidité par le bec du chalumeau *AR (figure 3):* pour plus de commodité, on peut placer le charbon ſur un pied repréſenté ſéparément *(figure 5).*

A l'égard des corps qui ne peuvent être en contact avec le charbon embraſé, ſans ſubir des altérations, & ſans changer de nature, tels que les gypſes, les chaux métalliques, les ſubſtances vitreuſes qui contiennent des métaux, &c. on ſe ſert de la lampe d'Émailleur; c'eſt-à-dire, que l'on fait paſſer le courant d'air vital à travers la flamme d'une lampe allumée: on obtient ainſi un feu de lampe d'Émailleur, d'un effet beaucoup plus fort que celui de lampe d'Émailleur ordinaire. La lampe *L (figure 3, planche II)* eſt diſpoſée de manière à pouvoir s'élever ou s'abaiſſer au moyen de trois vis *x, y, z;* on peut par ce moyen porter l'air vital dans telle partie de la flamme que l'on veut: le dard enflammé qu'on obtient ainſi, eſt beaucoup plus brillant & beaucoup plus éblouiſſant que dans la lampe d'Émailleur ordinaire; il eſt plus ou moins long, ſuivant la rapidité qu'on donne au courant d'air vital. Le degré de chaleur qu'on obtient par ce moyen, n'eſt pas tout-à-fait auſſi grand que quand on reçoit l'air vital dans le creux d'un charbon ardent; on y fond cependant la platine, mais avec quelque difficulté.

Je me ſers dans cette ſeconde manière d'opérer, de deux ſortes de ſupports; de coupelles ordinaires d'os calcinés pour les ſubſtances métalliques; & pour les autres, d'une petite capſule ou coupelle faite d'un alliage d'or, d'argent & de platine: on peut auſſi employer des ſupports de grès,

ou

ou des coupelles ordinaires d'os calcinés qu'on enduit d'une couche de sablon; l'usage m'apprendra quels sont ceux que je dois préférer.

M. le Président de Saron m'a fait part d'une autre idée très-ingénieuse, pour opérer sur les corps qui ne peuvent être mis en contact avec le charbon; elle consiste à faire concourir ensemble deux chalumeaux, dont l'un fournit de l'air vital, l'autre de l'air inflammable; on obtient ainsi un dard de flamme très-blanc, très-lumineux & très-chaud, avec lequel on fond aisément le fer, mais avec lequel cependant il ne m'a pas été possible de fondre la platine. Cette manière d'opérer est si commode & si fort à l'abri de toute objection, que je la préférerois à toute autre, si elle donnoit une chaleur aussi forte: peut-être en imaginant un appareil dans lequel l'air vital environneroit de toutes parts l'air inflammable, de manière que ce dernier brûlât en quelque façon dans une atmosphère d'air vital, obtiendroit-on un effet plus considérable; à l'aide des lumières de M. le Président de Saron, j'espère parvenir à tirer parti de ce nouveau moyen.

Après avoir décrit l'appareil que j'ai fait exécuter, il me reste à entretenir l'Académie des résultats que j'ai obtenus, en appliquant ce nouveau degré de chaleur aux substances, regardées jusqu'ici comme réfractaires; & c'est ce que je me propose de faire dans plusieurs Mémoires, dont quelques-uns sont déjà fort avancés.

Depuis la rédaction & la lecture de ce Mémoire, M. Meusnier, qui s'est occupé avec moi d'expériences & de recherches sur la combinaison de différentes espèces d'air, a bien voulu faire au soufflet hydrostatique que je viens de décrire, des changemens importans qui en forment un meuble nécessaire dans un laboratoire & dans un cabinet de Physique, où l'on veut faire des expériences exactes. On en trouvera la description & les usages, tels que M. Meusnier les a exposés lui-même, dans le Mémoire suivant qu'il m'a remis.

DESCRIPTION

D'un appareil propre à manœuvrer différentes espèces d'airs, dans les expériences qui en exigent des volumes considérables, par un écoulement continu parfaitement uniforme & variable à volonté, & donnant à chaque instant la mesure des quantités d'air employées, avec toute la précision qu'on peut desirer.

Par M. Meusnier.

Le soufflet hydrostatique dont M. Lavoisier a donné la description dans son Mémoire sur un moyen d'augmenter considérablement l'action du feu dans les opérations chimiques, m'a fait naître l'idée d'en former un appareil qui seroit de la plus grande utilité dans les laboratoires où l'on s'occupe d'expériences sur les airs, & où il devient plus que jamais essentiel de connoître avec beaucoup de précision, la quantité de ces fluides qu'on fait entrer dans un grand nombre de combinaisons. Il y a aussi des expériences dont le succès dépend en grande partie d'une parfaite égalité dans l'écoulement des gaz qu'on y emploie; & l'appareil dont il s'agit, devoit par conséquent donner le moyen de régler cet écoulement à volonté; de sorte qu'on pût le regarder comme un instrument universel, propre à transmettre des quantités quelconques de fluide aériforme d'une capacité dans une autre, & comme une jauge capable d'en mesurer des volumes quelconques, quand même ils seroient fort au-dessus de la continence du plus grand vase de laboratoire. J'ai communiqué mes idées à ce sujet, à M. Lavoisier, qui en a senti toute l'utilité, & j'ai fait construire en conséquence pour son laboratoire, deux appareils de ce genre, dont nous nous sommes déjà servis avec le plus grand succès, & qui nous donneront par la suite la facilité de faire très-en grand, des expériences de la plus haute importance pour la théorie générale de la Chimie.

Cet appareil est formé comme le soufflet hydrostatique de M. Lavoisier, de deux caisses, *A B C D E F G H* (*figures 1, 2, 3 & 4, planche I.ere*), dont l'une remplie d'eau, reçoit l'autre où est renfermé le gaz qu'il s'agit de manœuvrer, & qui, au moyen de la pression que la caisse supérieure exerce sur lui par son poids, est déterminé à s'échapper par les issues qui lui seront ouvertes.

Cette pression est modérée à volonté par un contre-poids variable, qui contre-balance une partie du poids de la caisse *E F G H*; mais le frottement des poulies & la résistance des cordes que M. Lavoisier avoit employées d'abord, apportant à l'enfoncement de cette caisse une résistance qui en rendoit la pression fort inégale, j'y ai substitué un levier *M S P* (*planche II, figure 1.ere*) de quatre pieds de longueur, & portant à ses extrémités deux arcs-de-cercle du même diamètre & d'un développement égal à l'espace que la caisse *E F G H*, doit parcourir entre ses positions extrêmes; par cette disposition la caisse *E F G H*, se trouve comme suspendue à une poulie de quatre pieds de diamètre, & la résistance réduite presque à rien; l'axe du levier *M S P*, est formé par deux tourillons d'acier dont le mouvement s'exécute dans deux gorges de métal de cloche, fixées à la partie supérieure du montant *R S*; & au lieu de suspendre la caisse mobile à des cordes susceptibles de s'alonger ou de se raccourcir, j'ai employé à cet usage des chaînes plates en fil-de-fer, pareilles à celles que M. de Vaucanson a substituées aux courroies dans son moulin à organsiner les soies, & construites avec la belle machine qu'il avoit inventée pour mettre cette espèce de chaîne à un prix très-modique. Ces chaînes s'enveloppent sans aucune roideur sur les arcs-de-cercle qui terminent le levier *M S P*, & leur forme a encore l'avantage d'empêcher que la caiſſe *E F G H*, en tournant ſur elle-même, ne frotte contre les paroîs de la caiſſe inférieure.

Mais il ne ſuffiſoit pas que le mouvement de la caiſſe *E F G H*, fût aſſez libre pour n'occaſionner par lui-même aucune inégalité à la preſſion qu'elle exerce ſur l'air qui y eſt renfermé, il falloit remédier à une autre cauſe, capable d'altérer encore la parfaite uniformité de preſſion dont cette machine doit être ſuſceptible: en effet, à meſure que la caiſſe *EFGH* s'enfonce dans l'eau de la caiſſe inférieure, les matériaux dont elle eſt compoſée, occaſionnent un déplacement d'eau dont l'effet eſt de ſoutenir une portion de leur poids, ce qui feroit diminuer de plus en plus la preſſion ſoufferte par l'air intérieur. Quoique cette variation ne dût pas être bien conſidérable, j'ai crû cependant devoir y remédier en faiſant en même temps varier le bras de levier du contre-poids oppoſé à la caiſſe, dans la même proportion que le poids de celle-ci diminue par ſon enfoncement dans l'eau.

Pour remplir cet objet, l'arc-de-cercle, auquel ce contre-poids eſt ſuſpendu, tient à une pièce à part, *q s (planche II, figure 1.re)* indépendante du reſte du levier; elle peut s'approcher ou s'éloigner, parallèlement à elle-même, de la partie correſpondante *r t*, & le levier eſt coudé au centre, de manière que la ligne du milieu de la pièce *q s*, paſſe par le centre de rotation quand elle eſt appliquée contre la partie *r t*.

Le mouvement par lequel la pièce *q s* s'approche ou s'éloigne, s'exécute par le moyen d'un chaſſis de fer *o p q ſ*, dont les deux branches *o q*, *p ſ*, fixées ſolidement en *q* & en *ſ*, & parfaitement égales de groſſeur d'un bout à l'autre, gliſſent dans deux canons de cuivre *r*, *t*, faiſant partie de la pièce dormante *r t*. Enfin, une vis de fer *x z*, ſaiſie par deux collets en *x* & en *z*, & paſſant dans un écrou de cuivre *y*, fixé dans l'intérieur de la pièce dormante, oblige le chaſſis & l'arc-de-cercle à ſe mouvoir quand on la fait tourner à l'aide de la manivelle *L*, & ſert à régler à volonté la diſtance des deux pièces *q ſ* & *r t*.

Il eſt clair maintenant qu'à l'aide de ce mécaniſme, le bras de levier du contre-poids varie en même temps que la caisse mobile s'enfonce : quand, en effet, les pièces *qs* & *rt* sont éloignées l'une de l'autre, le centre de l'arc-de-cercle *M* ne se confondant plus avec le centre de rotation du levier, se meut de plus en plus vers l'extrémité *P*, à mesure que ce levier s'incline, & le contre-poids s'approchant par conséquent du montant *R S*, son bras de levier diminue en même temps; de sorte qu'en réglant convenablement pour chaque expérience la distance des pièces *qs* & *rt*, la caisse *EFGH*, exerce continuellement sur l'air qu'elle renferme, la même pression dans toutes ses positions : la distance dont il s'agit, nécessaire pour obtenir cette égalité, est différente pour les divers degrés de pression constante qu'on a pour objet d'occasionner, & une échelle graduée *fg*, fixée à la partie dormante, sert à régler cette distance, d'après une Table construite, une fois pour toutes, par des expériences préliminaires.

Après avoir ainsi obtenu une pression constante dans tous les états de l'appareil, il étoit aisé de connoître les volumes d'air qu'il contient à chaque position, en déterminant d'une manière précise, les divers degrés d'enfoncemens de la caisse *E F G H*; j'ai fixé pour cela au montant *R S* une aiguille *T* horizontale & immobile ; mais l'arc de cercle *P* est garni d'un limbe gradué en pouces & lignes, de sorte que l'aiguille indique à chaque instant les plus petits mouvemens de la caisse, & par conséquent les quantités d'air qu'elle fournit, lorsqu'elles ont été une fois mesurées par des expériences directes faites avec divers degrés de pression, & inscrites pour chaque degré du limbe, sur des Tables dressées à cet effet. On voit par-là, combien il étoit essentiel de suspendre la caisse mobile à des chaînes plutôt qu'à des cordes, dont l'alongement ou le raccourcissement auroient occasionné des erreurs dans cette mesure de l'air contenu.

Il ne s'agissoit plus que d'éviter toute espèce de déperdition dans le trajet que l'air avoit à faire depuis la caisse mobile où il est renfermé, jusqu'aux divers appareils où il peut être question de le conduire. Or en laissant échapper l'air par le tuyau O', dépendant de la caiſſe $EFGH$, comme M. Lavoiſier l'avoit pratiqué dans ſon ſoufflet hydraulique ; on étoit aſſujetti à employer des tuyaux flexibles qui puſſent ſe prêter aux mouvemens de cette caiſſe, & ces ſortes de tuyaux ſont toujours ſujets à laiſſer perdre quelque portion d'air, comme nous avons eu plus d'une fois occaſion de le reconnoître. Pour remédier à cet inconvénient, j'ai préféré de donner à l'air contenu dans l'appareil, une iſſue dépendante de la caiſſe inférieure, & par conſéquent fixe comme elle : j'ai fait en conſéquence établir en S' *(pl. I, fig. 4)* ſur le fond de la caiſſe inférieure, un tuyau vertical ſemblable au tuyau ST, par lequel on introduit l'air qu'il s'agit d'employer; ce tuyau s'élève au-deſſus du niveau de l'eau, & par ce moyen, a toujours ſon extrémité ſupérieure ouverte dans l'air que renferme la caiſſe mobile : il ſe coude à angle droit à ſon extrémité inférieure, & la partie $S'X$ couchée horizontalement ſur le fond de la caiſſe, en traverſe une face verticale ; & vient, après avoir fait un nouveau coude, ſe terminer en Y par un collet à vis propre à y adapter des conduits de différentes formes. Un robinet appliqué à cette extrémité extérieure du tuyau dont il s'agit, permet à l'air de la caiſſe mobile de s'échapper à volonté.

J'ai cru enfin qu'il ſeroit ſouvent très-utile de connoître exactement la preſſion ſoufferte par l'air renfermé dans la caiſſe mobile, & qui détermine la vîteſſe de ſon écoulement; pour cela un ſecond embranchement part du pied du tuyau vertical qui vient d'être décrit, & vient en Z, après avoir traverſé l'autre paroi verticale de la caiſſe fixe ; il remonte enſuite verticalement en ZR, & ſe termine par une eſpèce de godet un peu évaſé; de ſorte que ce tuyau communique avec l'air intérieur ; un ſecond tuyau zr, parallèle à celui-ci, communique par le bas avec l'eau de la caiſſe, & ſe termine par un godet ſemblable au précédent.

Un ſyphon de verre à deux branches $mnpo$, communique d'une part avec le tuyau ZR, dans lequel il eſt fixé par le moyen d'un bouchon de liége qu'il traverſe, & qui eſt enſuite recouvert de maſtic ; l'autre branche du ſyphon eſt ajuſtée de même au tuyau voiſin $z\ r$. Enfin un tube de verre droit $r\ p$, ouvert par ſa partie ſupérieure, eſt ſemblablement maſtiqué, & communique avec l'intérieur du tuyau $z\ r$. Il eſt clair que l'eau s'élève dans ce dernier en u, au même niveau que dans la caiſſe fixe; elle monte auſſi dans la branche $n\ o$ du ſyphon; mais celui-ci communiquant avec l'air intérieur de la caiſſe mobile, la preſſion ſoufferte par cet air, agit ſur la ſurface de l'eau contenue dans la branche $n\ o$, & la tient quelque part en v; de ſorte que la différence $u\ v$, d'un niveau à l'autre, meſurée par le moyen d'une échelle graduée, donne en pouces & lignes d'eau, directement & d'un coup-d'œil, la colonne à laquelle la preſſion de l'air intérieur peut faire équilibre.

Cet indicateur ſert à diſpoſer la machine de manière que la preſſion ſoit conſtante, & ajoute un nouveau degré d'exactitude à l'évaluation qu'on eſt ſouvent dans le cas de faire des quantités d'air employées, puiſque outre le volume, qui eſt déjà parfaitement connu, il faut encore qu'on tienne compte de l'état de compreſſion de tout fluide élaſtique, pour en connoître la quantité abſolue.

Tels ſont les changemens & les additions que j'ai faits au ſoufflet hydroſtatique de M. Lavoiſier, pour en faire un appareil d'un uſage général. Il eſt facile de voir que cette machine donne le moyen de faire très en grand des expériences de la plus grande préciſion, & qu'elle permet même d'y faire ſucceſſivement ſervir, avec la même exactitude, des volumes d'air beaucoup plus grands que la capacité de la caiſſe; car en y remettant de nouvel air pendant la durée de l'expérience, il ſera toujours aiſé d'en évaluer la quantité préciſe, au moyen du limbe qui indique la marche de la caiſſe. En effet, l'uniformité de cette marche permettra toujours de calculer d'avance le degré que devroit marquer l'aiguille au bout d'un court eſpace de temps; & le volume d'air introduit pendant cet intervalle, ſe trouvera par conſéquent meſuré par la différence de ce calcul avec le degré que donnera réellement l'aiguille. Rien ne limite donc la durée ni l'étendue des expériences que l'on peut faire avec cet appareil; & cette propriété eſt d'autant plus précieuſe, que la légèreté des fluides aériformes exige qu'on les emploie en très-grande quantité pour avoir des réſultats ſenſibles en poids dans les combinaiſons dans leſquelles on les fait entrer.

On voit au reſte que cette machine ne peut s'appliquer aux gaz ſuſceptibles d'être abſorbés par l'eau, mais c'eſt un inconvénient commun juſqu'ici à toutes les méthodes de manœuvrer les airs en grand, & d'autant plus difficile à éviter, qu'il paroît impraticable de ſe ſervir de mercure en maſſe aſſez conſidérable pour des expériences de ce genre. Je m'occupe cependant des moyens de ſauver cette difficulté de pratique, & je ne déſeſpère pas d'y réuſſir.

EXPLICATION DES FIGURES,

Commune aux deux Mémoires.

PLANCHE I.

La figure 1.ʳᵉ repréſente une grande caiſſe de fer-blanc *A B C D*, ouverte dans ſa partie ſupérieure, bien ſoudée, & pleine d'eau; on peut la vider entièrement à volonté par le robinet *M*, placé au bas de cette caiſſe. A l'oppoſé du robinet eſt un tuyau de fer-blanc garni d'un robinet *V*, qui n'eſt viſible que dans les *figures 1 & 4 des planches I & II*; ce tuyau ſe prolonge dans l'intérieur de la caiſſe, il y eſt coudé & s'élève en *T* juſqu'au deſſus de la ſurface de l'eau; à ce tuyau s'en adapte en dehors un de cuir flexible *x, y, z, pl. II, fig. 1.ʳᵉ* On voit également en *X Y* un tuyau extérieur garni d'un robinet; il ſe prolonge également en dedans de la caiſſe, & l'on voit ſon extrémité ſupérieure qui s'élève en T^1 au-deſſus de la ſurface de l'eau.

La figure 2 repréſente une autre caiſſe ou vaſe de fer-blanc *E F G H*, à-peu-près de même figure que la précédente, mais plus petite d'un ou deux pouces dans toutes ſes dimenſions, afin qu'elle puiſſe entrer facilement dans la première; ce vaſe eſt ouvert par en bas, & fermé par en haut.

O, O^1 tuyaux creux de fer-blanc, dans leſquels s'engagent les extrémités T, T^1 des tuyaux repréſentés dans la *figure 1.ʳᵉ* quand le vaſe *figure 2* eſt entièrement plongé dans celui *figure 1.ʳᵉ*

Les robinets adaptés à ces tuyaux, ſervent à vider d'air entièrement la machine quand on le juge à propos.

G H,

G H, rebord ou rainure de douze à quinze lignes en carré, dans lequel on place quatre lingots de plomb qui servent à lester la machine.

La figure 3 représente la même caisse ou le même vase couché, pour en faire voir la partie intérieure.

La figure 4 représente la coupe des deux caisses ou vases de fer-blanc, dans la situation qui leur est propre lorsque l'on opère. Celle extérieure *ABCD* est remplie d'eau jusqu'en *AB*; celle intérieure *E F G H* contient de l'air vital jusqu'en *G H*.

S T, est le tuyau coudé de fer-blanc qui s'élève jusqu'au-dessus de la surface de l'eau *A B*, & dont l'extrémité s'engage dans le tuyau *O* de la caisse supérieure; c'est par ce tuyau *S T* qu'on introduit l'air vital dans la caisse *E F G H*, comme on l'enseigne dans l'*Explication des figures de la planche II*; il est ensuite conduit au chalumeau par le tuyau de métal *X Y*, garni de son robinet auquel est adapté un tuyau de cuir flexible *a b c*. Voyez *figures 1 & 3 de la planche II:* à ce tuyau flexible, nous en avons substitué depuis un de métal.

Il est à remarquer que la surface *A B* de l'eau dans le vase extérieur est plus haute que celle *G H* dans le vase intérieur; & cette différence de niveau est un effet de la pression opérée par le poids des lingots de plomb placés dans la rainure *G H*; & c'est en vertu de cette pression que l'air contenu dans le vaisseau *E F G H* est déterminé à s'échapper par le tuyau *X Y a b c* pour faire office de soufflet, comme on le verra bientôt.

Comme il est nécessaire de pouvoir augmenter ou diminuer cette pression à volonté, suivant la rapidité du courant d'air qu'on se propose d'obtenir, on a suspendu la caisse *E F G H* par quatre chaînes qui se réunissent en *e*, & qui vont passer sur l'arc *P* adapté au bras de lévier *M S P*: à l'autre extrémité *S M* de ce lévier (*planche II, figure 1.^{re}*) est suspendu un plateau de balance *f g*, qu'on charge de poids à volonté.

PLANCHE II.

Les figures 1, 2 & 3 représentent tout l'ensemble de l'appareil, tel qu'il est disposé dans le cours d'une expérience. On voit (*figure 1*) la caisse extérieure *A B C D* pleine d'eau; son robinet *M*, & le tuyau *x y z* par lequel on introduit l'air vital.

La caisse intérieure *E F G H* est en partie remplie d'air vital, & en conséquence elle s'élève de quelques pouces au-dessus de la surface de l'eau.

o, o' Sont les deux tuyaux de décharge, garnis de leurs robinets, qu'on ouvre quand on veut vider entièrement la machine, & mettre à fond la caisse *E F G H*.

X Y est le tuyau recourbé qui s'adapte au tuyau flexible *a b c d*, & qui porte l'air vital au chalumeau.

f g est le bassin de balance suspendu à l'extrémité du levier *S M*, & sur lequel on ajoute des poids proportionnés au degré de pression qu'on veut obtenir.

La figure 2 de la même planche, représente l'appareil où se fait l'air vital. *B C D E* est une cuve pleine d'eau, garnie d'une tablette de bois *F G* destinée à porter les cloches de verre *A*, dans lesquelles est contenu l'air vital.

H, entonnoir de fer-blanc dans lequel on fait passer ce même air.

x y z, tuyau flexible de cuir, par lequel il communique de l'entonnoir *H* à l'intérieur de la caisse *E F G H* (*figure 1*).

V, robinet qu'on ouvre ou qu'on ferme à volonté pour donner accès à l'air, ou pour en empêcher le retour.

On a vu (*figure 4, planche I.re*) la continuation *S T* du tuyau *x y z*, cette partie est en fer-blanc, & doit s'élever assez haut pour être toujours au-dessus du niveau où l'eau peut monter. Quand la caisse *E F G H* est absolument vide d'air, & qu'elle tombe au fond, l'extrémité *T* du tuyau *S T*, entre dans le tuyau *O*.

La figure 3, même planche, représente une grande table *M N O P* de lampe d'Émailleur, garnie de son soufflet. Toutes les fois qu'on n'a besoin que d'une chaleur ordinaire, & qu'on veut opérer avec de l'air commun, soit dans le creux d'un charbon, soit à la lampe, on se sert du soufflet; alors au lieu de faire communiquer le tuyau *a b c* avec l'appareil représenté (*figure 1.re*), on le divise au moyen d'une vis garnie de cuirs gras, ménagée en *a* à cet effet, & on adapte l'extrémité *a* au soufflet *f*, ainsi qu'on a cherché à l'indiquer par la ligne ponctuée. *A R* est le bec du chalumeau, & pour éviter qu'il ne fonde par la grande chaleur qu'il est dans le cas de supporter, on y a adapté une espèce d'ajutage qui se monte à vis, & qui est formé d'un alliage d'or, d'argent & de platine. Il est bon d'avoir plusieurs de ces ajutages dont l'ouverture soit de différens diamètres, suivant qu'on veut débiter plus ou moins d'air; on peut les faire varier depuis un huitième de ligne, jusqu'à une ligne de diamètre.

On voit sur la table *M N O P* la lampe *L* supportée sur des pieds à vis *x y z* qui la rendent susceptible de s'élever & de s'abaisser.

B est le petit ciseau qui sert à former un creux dans le charbon.

h i, Chalumeau de verre qui sert à allumer le charbon.

S, bec de chalumeau droit, qui s'adapte à vis, au lieu du chalumeau recourbé *A R*, suivant le genre d'expérience qu'on veut faire; il est représenté séparément (*figure 4*), avec le petit ajutage *q* d'or & de platine qui se fixe à son extrémité.

Fig. 9.

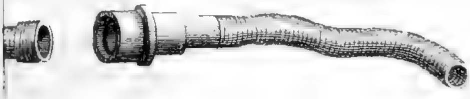
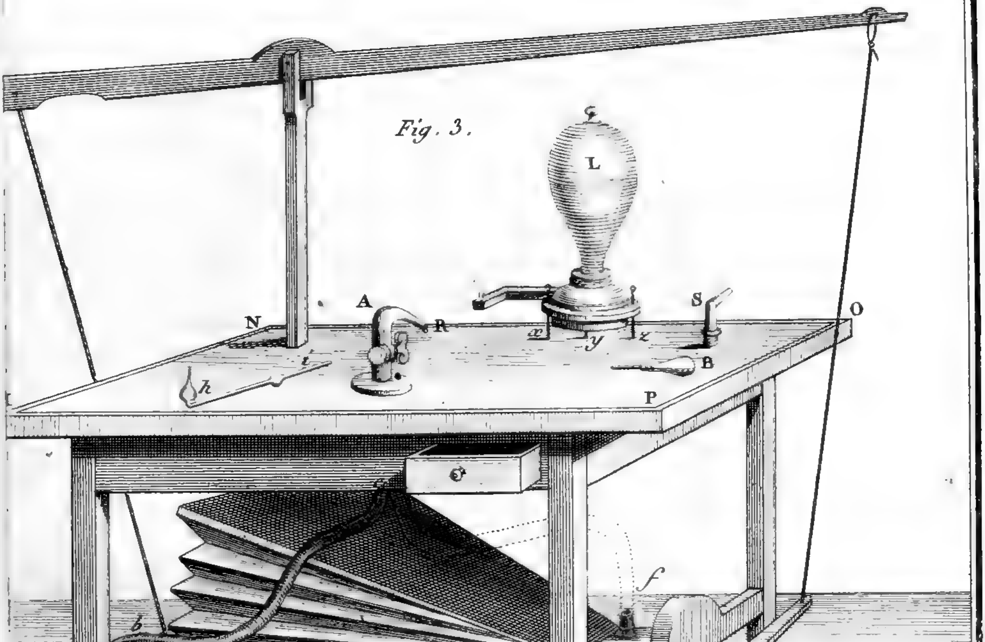


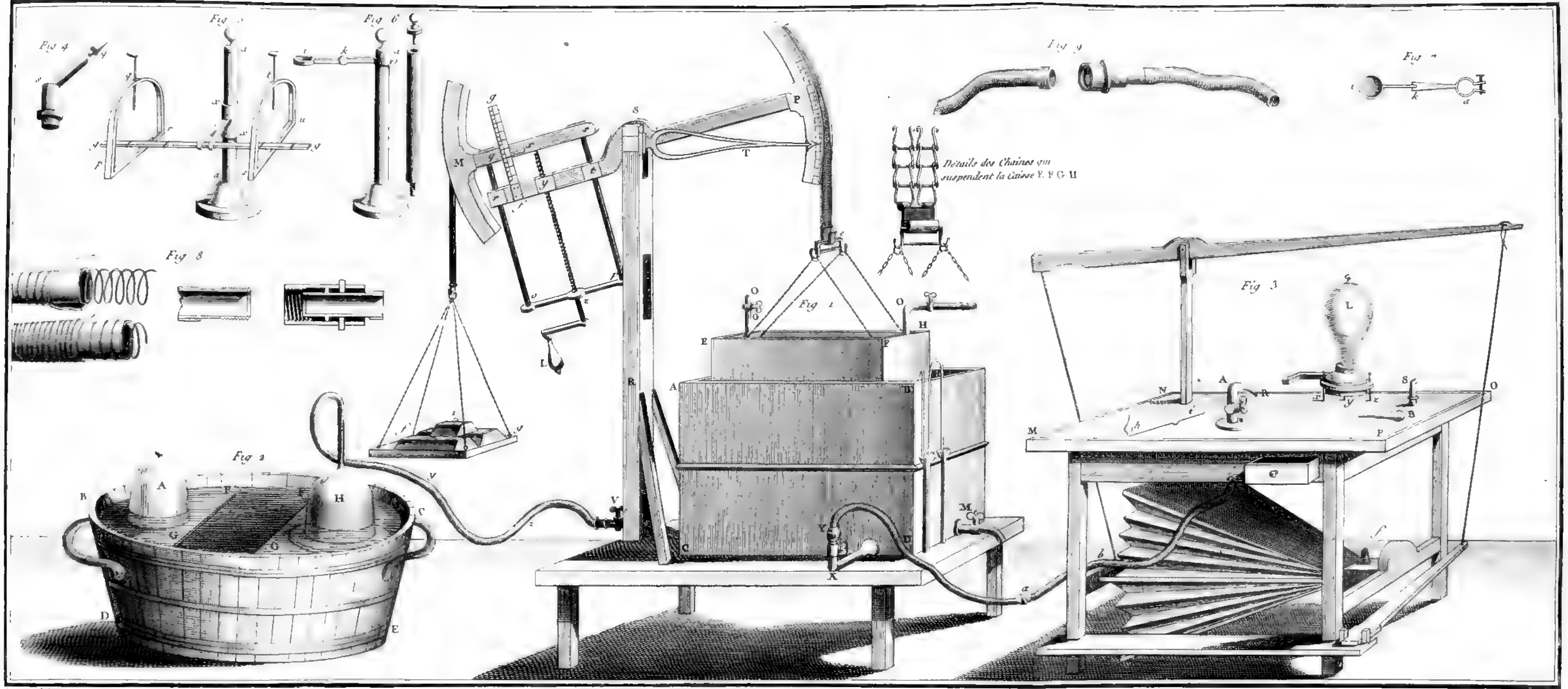
Fig. 7.

qui
E.F.G.H.

Fig. 3.



Y. le Gouax sculp



del

Y. le Gouaz sculp.

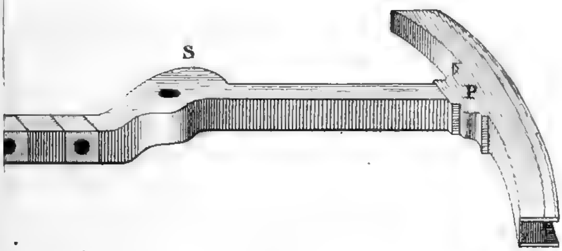
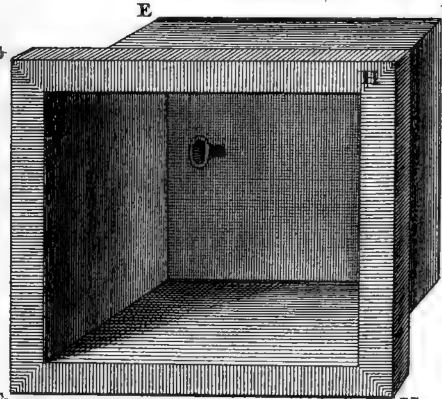
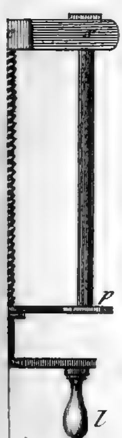
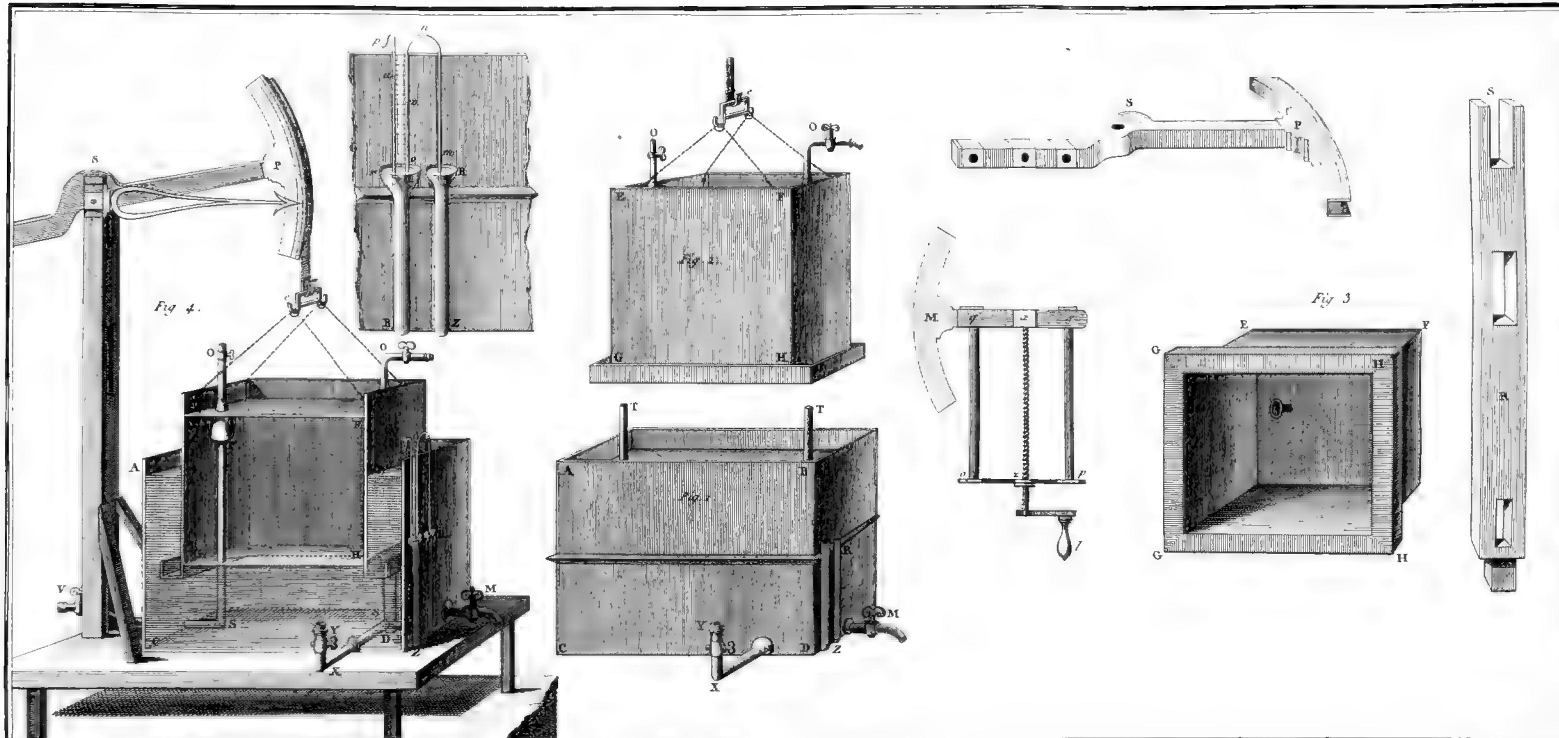


Fig. 3.





Y. le Gouaz sculp.



Fossier del.

Y. le Gouaz sculp.

La figure 5 représente séparément le pied sur lequel est supporté le charbon ; la virole *x x* glisse sur la tige *a a*, de sorte qu'on peut l'élever ou l'abaisser à volonté, & elle tient par l'effet du frottement ; le charbon est contenu dans les brides *p q r*, *s t u*, qui sont susceptibles de s'approcher ou de s'éloigner à volonté le long de la règle *g g*, sur laquelle elles glissent à frottement ; enfin on peut l'assujettir & le serrer autant que l'on veut, par le moyen des vis *q* & *t*.

La figure 6 représente une petite coupe ou capsule *i* formée d'un alliage de platine, d'or & d'argent, sur laquelle on expose les corps sur lesquels on veut opérer à la lampe ; la virole qui la soutient est susceptible de glisser le long de la tige *a a*, & le bras *a i* est rompu à charnière en *K*. La petite coupe *i* & sa monture, sont représentées séparément (*figure 7*).

La figure 8 représente l'intérieur des tuyaux flexibles de cuir *a b c d*, *x y z*, destinés au passage de l'air dans les *figures 1, 2 & 3*. Ils sont formés, 1.° d'un ressort à boudin en fil de fer, qui occupe l'intérieur; 2.° d'un cuir épais gommé qui le recouvre, & qui est solidement assujetti par un grand nombre de tours de ficelle de fouet fin ; cette ficelle est ensuite recouverte avec de la vessie imbibée de vernis gras, & ficelée; enfin le tout est recouvert d'un ruban de fil roulé.

La figure 9 représente le détail de la jonction *a* des deux cuirs *a b c d* (*figures 1 & 3*); cette jonction se fait comme l'on voit, au moyen d'une virole de cuivre à vis : on met une rondelle de cuir gras entre l'extrémité des deux tuyaux, afin d'empêcher l'air de s'échapper.

MÉMOIRE

Sur l'effet que produit sur les Pierres précieuses un degré de feu très-violent,

Par M. LAVOISIER.

Novembre 1782.

J'AI donné dans un premier Mémoire, la description d'une espèce de soufflet, à l'aide duquel on peut alimenter le feu avec de l'air pur, c'est-à-dire, avec cette espèce d'air qu'on retire de quelques chaux métalliques, & que j'ai appelé *air vital*, d'après l'Historien de l'Académie; & j'ai fait voir que le degré de chaleur qu'on obtenoit par ce moyen, surpassoit celui des plus grands verres ardens connus, & celui des fourneaux de porcelaine.

J'ai donné dans un second Mémoire, une suite d'expériences faites avec cet appareil, sur les substances minérales les plus réfractaires *, & il en est résulté, 1.° que le cristal de roche n'est susceptible que d'un ramollissement à peine sensible, & que le feu le plus violent qu'on ait encore pu produire sur cette substance, ne lui enlève ni sa transparence, ni aucune de ses propriétés.

2.° Que le quartz, même le plus pur & le plus blanc, prend à ce feu un degré de ramollissement beaucoup plus sensible que le cristal de roche, une espèce même de fusion, ce qui semble annoncer que le quartz n'est point une matière simple, comme on le pensoit, & qu'il contient, outre la substance qui lui est sans doute commune avec le cristal de roche, une matière étrangère qui lui donne l'opacité, & qui lui communique un certain degré de fusibilité.

3.° Que les matières quartzeuses & siliceuses colorées, sont toutes plus ou moins fusibles, suivant la quantité de

* Ce Mémoire s'étant trouvé d'une trop grande étendue, il a été réservé pour le Volume de 1783.

matière colorante qu'elles contiennent ; & que dans toutes, la matière colorante eſt deſtructible ou volatile.

4.° Que la terre argileuſe la plus pure, la terre de l'alun même, préparée avec toutes les précautions poſſibles, eſt complètement fuſible par elle-même, & qu'il réſulte de ſa fuſion une ſubſtance vitreuſe opaque très-dure, qui raye le verre comme les pierres précieuſes, & qui ſe laiſſe très-difficilement entamer par la lime.

5.° Qu'aucune des trois terres alkalines, ſavoir, la terre calcaire, la magnéſie du ſel d'epſum & la terre peſante, ne ſont fuſibles ni ſeules ni combinées enſemble, mais qu'elles communiquent (ſur-tout la terre calcaire) un très-grand degré de fuſibilité aux autres terres avec leſquelles on les combine.

6.° Que toutes les terres & pierres compoſées ſe fondent avec beaucoup de facilité, & qu'elles forment la plupart des verres bruns demi-tranſparens.

7.° Que toutes les ſubſtances ſalines, même l'alkali fixe, ſe volatiliſent avec une très-grande facilité à ce degré de chaleur; mais que le ſel phoſphorique à baſe d'alkali fixe, eſt celui qui y réſiſte le mieux & le plus long-temps, ce qui le rend précieux pour différentes expériences de docimaſie.

8.° Que l'or & l'argent ſe volatiliſent lentement & avec peine, ſans aucun phénomène remarquable & ſans aucun ſigne de calcination.

9.° Que toutes les autres ſubſtances métalliques, à l'exception du mercure, ſe calcinent à ce feu, quoique placées ſur un charbon; qu'elles y brûlent avec une flamme plus ou moins grande & diverſement colorée, & qu'elles finiſſent par ſe diſſiper en entier.

10.° Que les chaux métalliques brûlent également, la plupart avec flamme, ce qui donne un moyen aſſuré pour diſtinguer les chaux métalliques d'avec les autres terres, & ce qui m'a mis en droit de conclure que la terre peſante eſt vraiment une ſubſtance métallique, comme l'a ſoupçonné M. Bergman, quoiqu'on n'ait point encore pu juſqu'ici la réduire à l'état de régule.

Il ne me reſte plus, pour compléter le travail auquel je me suis engagé, qu'à rendre compte de mes expériences sur une classe de corps très-composés & très-réfractaires : ce sont les pierres précieuses. Je vais les ranger à peu-près dans l'ordre de leur plus grande résistance à l'action du feu.

Du Rubis.

J'ai exposé successivement au courant d'air vital plusieurs rubis placés dans le creux de charbons allumés; quelques-uns ont éprouvé la plus grande violence du feu pendant plus de 30 minutes : d'abord ils se dépolissoient à leur surface, & prenoient un coup-d'œil comme gras; leurs angles s'émoussoient, & ils donnoient des signes d'un ramollissement marqué : le plus communément leur couleur n'étoit pas sensiblement altérée pendant les dix premières minutes, mais elle prenoit ensuite un ton plus terne, elle diminuoit d'intensité, & leur transparence s'altéroit; au bout de 20 ou de 25 minutes il se formoit à leur surface des points d'un émail blanc absolument opaque.

Ces deux circonstances, la grande fixité de la couleur du rubis, & la possibilité de le ramollir, m'ont donné l'idée de chercher à réunir un certain nombre de petits rubis pour en former un gros, & le succès a répondu jusqu'à un certain point à mon attente; trois petits rubis orientaux que j'ai exposés, dans cette vue, au courant d'air vital, ont commencé à s'aglutiner au bout de deux minutes, & au bout de onze minutes ils ne formoient plus qu'un globule rond, dans lequel on n'apercevoit plus les traces de la jonction, si ce n'est par la différence de couleur des trois rubis qui n'avoient point exactement la même teinte.

J'ai répété la même expérience sur deux rubis spinelles, c'est-à-dire sur deux rubis dont la teinte étoit jaunâtre, ils ont été de même soudés & aglutinés, au point qu'ayant frappé dessus légèrement avec un marteau, ils ne se sont point séparés à l'endroit de la jonction, & qu'ils se sont plutôt cassés que dessoudés.

J'ai essayé un grand nombre de fois cette réunion de plusieurs rubis en un seul, & quoiqu'elle s'opère constamment, je me suis aperçu cependant qu'il n'étoit pas aisé d'arriver à un résultat satisfaisant pour les Arts: la couleur n'est pas également fixe dans tous les rubis; l'un de ceux qu'on veut souder, se décolore presque toujours plutôt que l'autre, & l'on obtient rarement un résultat dont la couleur soit uniforme : les rubis d'ailleurs ainsi formés de plusieurs pièces, ont rarement une transparence parfaite ; leur couleur est fausse & terne, & il seroit possible même qu'ils n'eussent plus le même degré de dureté: au reste, la réunion des rubis par le moyen que je propose, devient un art qu'il faut étudier, & qui peut-être se perfectionnera comme tous les autres, par l'habitude & par la pratique.

Pour mieux connoître le genre d'altération que le rubis éprouve dans ces expériences, j'ai cru devoir les répéter, en pesant avec une grande exactitude, avant & après l'opération, les rubis que j'exposois ainsi à l'action du feu : je me suis servi à cet effet d'une balance construite par Meghié, & qui donne jusqu'aux millièmes de grains, d'une manière sensible, quand elle n'est chargée que de cinq à six grains ; cette balance présente quelques inventions nouvelles qui méritent l'attention de l'Académie, & je me propose de les lui faire connoître dans ses Séances particulières.

J'ai pesé avec cette balance deux rubis d'Orient, dont le poids s'est trouvé de 5 grains $\frac{24}{100}$; je les ai exposés pendant $5' 30''$ à l'action du feu : au bout de ce temps ils étoient parfaitement soudés, mais l'un d'eux avoit perdu une partie de sa couleur, tandis que l'autre l'avoit conservée toute entière : ayant vérifié le poids il s'est trouvé être de 5 grains $\frac{28}{100}$; ainsi ces rubis avoient acquis une augmentation de poids de $\frac{4}{100}$ de grains.

Six petits rubis pesant ensemble 2 grains $\frac{89}{100}$, ont été exposés de même à la violence du feu pendant 4 minutes : les rubis se sont soudés sans se confondre; un seul avoit perdu la plus grande partie de sa couleur, les cinq autres n'avoient point subi la même altération: l'opération finie ils ne pesoient plus que 2 grains $\frac{74}{100}$, ainsi ils avoient perdu $\frac{15}{100}$ de grains de leur poids.

Dans un assez grand nombre de petits rubis d'un rose-pâle, qui m'avoient été donnés par M. Sage, j'en ai choisi six qui pesoient ensemble 3 grains $\frac{2}{100}$; ils ont été exposés pendant 4′ 30″ à la violence du feu, après quoi ils se sont trouvés aglutinés & presque réunis; ils pesoient alors 3 grains $\frac{5}{100}$, c'est-à-dire qu'ils avoient reçu une augmentation de poids de $\frac{3}{100}$. On voit donc que les augmentations ou les diminutions de poids qu'éprouve le rubis par l'action du feu le plus violent auquel il ait encore été exposé, sont presque insensibles, & il ne seroit pas impossible que ces augmentations ne fussent dûes à des molécules de la cendre du charbon, qui se combinent avec lui pendant l'opération.

Du Saphir.

J'ai répété les mêmes expériences sur deux espèces de saphirs d'Orient, l'un très-foncé en couleur, l'autre au contraire très-pâle; cette dernière espèce est connue dans le commerce, sous le nom de *saphir blanc;* elle est plus difficile à tailler que la première, & semble tenir le milieu pour la dureté entre les pierres précieuses & le diamant.

Le saphir oriental bleu-foncé pesoit 4 grains $\frac{273}{1000}$, il a été exposé pendant trois minutes au degré de feu le plus violent que je puisse produire par mon appareil, après quoi il étoit dépoli sur toutes ses faces; il paroissoit comme suant, & il s'y étoit formé des fentes ou crevasses qui ne pénétroient pas jusqu'au centre; sa couleur n'étoit aucunement altérée; repesé après l'opération, il n'avoit éprouvé ni augmentation ni diminution de poids.

Un saphir blanc taillé, qui pesoit un grain $\frac{593}{1000}$, a subi l'action du feu pendant 7 minutes, ses angles se sont émoussés, il a même jeté quelques bouillons dans différens points de sa surface, il a perdu son poli & a pris un coup-d'œil gras & suant, comme il arrive au diamant qui s'évapore: l'opération finie, il étoit étonné & fendillé dans toute sa substance, ce qui

qui lui donnoit un coup-d'œil d'opale; il pesoit 1 grain $\frac{630}{1000}$; ainsi loin d'avoir rien perdu de son poids, il avoit augmenté de $\frac{337}{1000}$ de grains.

J'ai essayé de pousser un autre saphir blanc au feu pendant 25 minutes; il s'est divisé d'abord par l'action trop brusque de la chaleur, en trois morceaux qui bientôt ont perdu leur poli, & qui ont pris une apparence grasse & suante, à peu-près comme il arrive au diamant qui s'évapore; ensuite les trois morceaux ont bouillonné à leur surface, ils se sont ramollis, & se sont aglutinés au point de ne plus former qu'un globule rond qui, refroidi, s'est trouvé parfaitement blanc & opaque, il avoit toute l'apparence d'un beau morceau de quartz blanc, & avoit à peu-près la même dureté.

Un Saphir d'eau qui pesoit 6 grains $\frac{91}{100}$, s'est ramolli beaucoup plus promptement que les précédens; il s'est divisé en feuillets qui ont ensuite paru se réunir, s'aglutiner, & former une masse dans un état de fusion pâteuse: l'opération finie, il est resté un globule blanc ressemblant à du biscuit de porcelaine d'un grain très-fin; il étoit dur, mais cassant, il avoit perdu $\frac{3}{100}$ de grains de son poids.

Il résulte de cette expérience, que ce n'est pas sans raison qu'on regarde le saphir d'eau comme une pierre d'une espèce différente du saphir oriental & du saphir blanc; qu'il est plus altérable par le feu, & plus fusible.

J'ai placé le rubis & le saphir en tête des pierres précieuses, parce que ce sont les moins altérables par le feu, & qu'ils résistent long-temps à son action la plus violente, sans perdre sensiblement de leur poids, & même sans que leur couleur soit considérablement altérée. On va voir que les autres pierres précieuses présentent des résultats fort différens.

De l'Hyacinthe.

J'ai exposé à l'action du feu quatorze hyacinthes du Puy, qui m'avoient été données par M. Sage, elles pesoient enſemble 4 grains $\frac{508}{1000}$: en moins d'une minute elles ont été complétement décolorées & ſont devenues d'un blanc de porcelaine; elles ne peſoient plus que 4 grains $\frac{440}{1000}$; ainſi elles avoient éprouvé une perte de $\frac{68}{1000}$. Ayant pouſſé plus long-temps ces mêmes pierres au feu dans une autre expérience, elles ſe ſont aglutinées, ſans cependant contracter une adhérence fort ſolide; elles étoient devenues luiſantes à la ſurface: on voit donc que l'hyacinthe a quelque rapport avec le rubis, par ſa fixité au feu; mais avec cette différence eſſentielle cependant, que la couleur eſt très-fixe dans le rubis, & très-facile à détruire dans l'hyacinthe.

De la Topaſe de Saxe.

J'ai expoſé au feu pendant 2′ 25″, une topaſe de Saxe, du poids de 2 grains $\frac{610}{1000}$; elle a commencé par ſe fendiller & ſe bourſoufler, & elle a bouillonné principalement vers ſes angles; les molécules ſe ſont enſuite rapprochées, & ont paru moins fuſibles que dans le premier inſtant: le réſultat refroidi étoit preſque ſphérique: l'ayant caſſé, l'intérieur reſſembloit pour la blancheur & pour la fineſſe du grain, à un beau biſcuit de porcelaine; il ne peſoit plus que 2 grains $\frac{168}{1000}$, & avoit par conſéquent perdu $\frac{442}{1000}$ de grains, c'eſt-à-dire, environ un ſixième de ſon poids.

Ayant répété la même expérience ſur une autre topaſe de Saxe, & l'ayant laiſſé expoſée à l'action du feu pendant 5′ 10″, j'ai obſervé de même, que la matière devenoit de moins en moins fuſible à meſure qu'elle ſe décoloroit, & il eſt reſté une ſubſtance très-blanche d'un grain fin qui avoit l'apparence d'un petit morceau de quartz ou de porcelaine d'un grain très-fin.

De la Topaſe & du Rubis du Breſil.

J'ai expoſé pendant 3′ 35″ à l'action de la chaleur, une topaſe du Breſil, en canon, peſant 4 grains $\frac{96}{100}$; elle s'eſt d'abord fendue en deux morceaux dans le ſens des lames, puis elle s'eſt bourſouflée & a commencé à bouillonner dans des endroits; ensuite la matière s'est ramollie de plus en plus, elle s'est rapprochée sur elle-même, & alors sa fusibilité a paru diminuer; ayant laissé refroidir, le résultat étoit une substance blanche d'un grain fin ressemblant à une porcelaine fine, mais plus vitreuse que dans l'expérience faite sur la topase de Saxe: on apercevoit de grandes cavités ou bulles dans son intérieur, son poids n'étoit plus que de 3 grains $\frac{89}{100}$; ainsi cette pierre avoit perdu 1 grain $\frac{7}{100}$, c'est-à-dire, plus d'un cinquième de son poids.

J'ai fait subir la même épreuve à un rubis du Bresil, & comme ces deux pierres ne sont qu'une seule & même chose, on conçoit que le résultat a été semblable. Le rubis du Bresil sur lequel j'ai opéré pesoit 3 grains $\frac{294}{1000}$; il s'est boursouflé comme la topase; la matière s'est ensuite rapprochée sur elle-même, a pris la figure à peu-près sphérique, & il est resté un globule d'un beau blanc, très-dur, & ayant l'apparence d'une porcelaine d'un grain fin : son poids à la fin de l'expérience n'étoit plus que de 2 grains $\frac{750}{1000}$; ainsi la perte avoit été de $\frac{544}{1000}$ de grains, c'est-à-dire, assez exactement d'un sixième.

De l'Émeraude.

J'ai exposé à l'action du feu une émeraude du poids de 2 grains $\frac{170}{1000}$, elle a fondu complétement en 25 secondes, & a formé un globule vitreux, mais dont la fusibilité a paru diminuer peu-à-peu; l'expérience a duré 1' 30". Le globule refroidi paroissoit absolument vitreux; il avoit un coup-d'œil verdâtre & laiteux, mais cette enveloppe vitreuse n'étoit qu'extérieure & même elle étoit fort mince; l'intérieur étoit d'un gris blanchâtre, partie grenu, partie lamelleux.

La même expérience répétée sur une autre émeraude, a donné le même résultat; il s'est trouvé de même une enveloppe vitreuse fort mince, & dans l'intérieur une substance blanche-grisâtre tirant sur le verdâtre, partie grenue, partie lamelleuse.

Chryſolite.

Une chryſolite orientale expoſée pendant 3 minutes à l'action de la chaleur, s'eſt ramollie ; elle a pris une fuſion pâteuſe, & il eſt reſté un verre qui n'étoit pas entièrement dépourvu de tranſparence ; il avoit la couleur de la chryſolite, & étoit d'une grande dureté.

Grenat ordinaire & Grenat Syrien.

Les grenats de toute eſpèce fondent en quelques ſecondes, il en réſulte un verre très-fluide qui forme un globule rond, dur, noir, & ſans tranſparence.

Améthyſte.

L'améthyſte expoſée à l'action de la chaleur pendant 2 minutes, s'eſt ramollie d'une manière ſenſible, ſa couleur s'eſt diſſipée, & il en eſt reſté une ſubſtance luiſante à ſa ſurface, vitreuſe, & remplie de bulles dans ſon intérieur.

Spath adamantin de M. Bergman.

On a donné ce nom à une ſubſtance criſtalline noire nouvellement découverte en Chine, où elle ſe trouve en grande quantité dans quelques montagnes. Cette ſubſtance eſt ſi dure, qu'étant réduite en poudre, elle peut ſervir à tailler les pierres précieuſes, & même le diamant : elle prend un beau poli, mais ſon opacité empêche qu'elle n'ait le jeu du diamant & des pierres précieuſes : elle pourroit ſervir à faire des parures de deuil, au lieu du jayet ou jais, actuellement en uſage. On pourroit également la ſubſtituer à la marcaſſite, & elle auroit de plus le mérite d'être auſſi inaltérable que le diamant, & d'avoir une dureté preſque égale. La violence du feu ne produit ſur le ſpath adamantin qu'un léger ramolliſſement. Le morceau que j'ai ſoumis à cette épreuve, & qui a ſupporté très-long-temps l'action du feu, étoit de figure alongée ; il s'eſt un peu arrondi & rapproché de la figure ſphérique, mais il n'a éprouvé ni augmentation ni diminution de poids, quoique l'expérience ait duré plus de ſix minutes.

Il réſulte de ces expériences, que les pierres précieuſes peuvent en général ſe diviſer en cinq claſſes.

Première claſſe. Le diamant, qui préſente une propriété qui lui eſt toute particulière, celle de brûler à la manière des corps combuſtibles, & de ſe diſſiper entièrement à un degré de chaleur modéré.

Seconde claſſe. Les pierres précieuſes, dont la couleur eſt très-fixe, qui peuvent ſe ramollir & ſe ſouder ſans perdre leurs principales propriétés, & qui ne perdent rien ou preſque rien de leur poids à la plus grande violence du feu : tel eſt le rubis & le ſaphir.

Troiſième claſſe. Pierres précieuſes, dont la fixité égale preſque celle du rubis, mais dont la couleur eſt deſtructible & volatile : telle eſt l'hyacinthe.

Quatrième claſſe. Pierres précieuſes demi-fuſibles, qui perdent par le feu juſqu'à un cinquième de leur poids, qui ſont complétement décolorées, & qui laiſſent, après avoir ſubi ſon action, une terre blanche ſemblable en apparence à du quartz blanc ou à un biſcuit de porcelaine : telles ſont la topaſe de Saxe, la topaſe du Breſil & le rubis du Breſil.

Cinquième claſſe. L'émeraude, la chryſolite & le grenat, qui fondent preſque ſur le champ en un verre opaque & coloré.

Enfin, on voit qu'il ne ſeroit pas impoſſible de tirer parti du ramolliſſement dont le ſaphir, & ſur-tout le rubis, ſont ſuſceptibles, pour en réunir pluſieurs enſemble, & pour former des pierres d'une certaine groſſeur, de la réunion de pluſieurs petites ; mais que c'eſt un art à étudier, qui exige de l'adreſſe & de la pratique, & dans lequel il eſt plus difficile de réuſſir qu'on ne le croiroit au premier coup-d'œil.

MÉMOIRE

Sur la combinaiſon de l'Air nitreux avec les Airs reſpirables, & ſur les conſéquences qu'on en peut tirer, relativement à leur degré de ſalubrité.

Par M. LAVOISIER.

Préſenté le 20 Déc. 1783.

PERSONNE n'ignore plus aujourd'hui la découverte importante de l'air nitreux, faite par M. Prieſtley, & la propriété qu'a cet air de ſe combiner avec l'air qu'il appelle *déphlogiſtiqué*, & auquel les Phyſiciens françois, & M. Bergman lui-même, ont donné le nom d'*air vital*: on ſait que l'air nitreux & l'air vital, au moment où ils ſont en contact l'un avec l'autre, perdent ſubitement leur élaſticité, & ſe réſolvent en une liqueur qui eſt l'acide nitreux.

M. Prieſtley a fait une application infiniment heureuſe de cet effet ſingulier, pour reconnoître le degré de ſalubrité de l'air de l'atmoſphère; & quand nous ne ſerions redevables à ce célèbre Phyſicien que de cette découverte, il mériteroit par elle ſeule d'être placé au rang de ceux qui ont le mieux mérité des Sciences & de l'Humanité.

On n'a pas eu dans le premier moment, des idées bien préciſes ſur ce qui ſe paſſoit dans le mélange de l'air nitreux avec les airs reſpirables; on avoit ſeulement remarqué en général, que plus un air étoit ſalubre, plus il étoit ſuſceptible d'être diminué, non-ſeulement par l'air nitreux, mais encore par la combuſtion, par la calcination, & par différens autres procédés. Depuis il a été reconnu qu'il n'y a de reſpirable que la ſeule eſpèce d'air, appelée par cette raiſon même, *air vital;* que cet air entre environ pour un quart dans la compoſition de l'air de l'atmoſphère; que c'eſt lui ſeul qui a la propriété de ſe combiner avec l'air nitreux, de perdre ſubitement dans cette combinaiſon, l'état aériforme, & de ſe réduire à l'état d'acide nitreux. Daprès ces découvertes, l'épreuve par l'air nitreux, ne doit plus être conſidérée que comme un moyen de déterminer la quantité d'air vital contenue dans une quantité donnée de l'air dont on veut connoître le degré de ſalubrité.

Quoique les idées que je viens d'expoſer, ſoient aujourd'hui très-généralement adoptées par les Phyſiciens, ils ne ſe ſont point encore accordés dans la pratique ſur le procédé le meilleur & le plus exact pour faire le mélange des deux airs, & ſur les conſéquences qu'on en peut tirer.

Les uns, comme M. Prieſtley, ont mêlé parties égales d'air nitreux & de l'air dont ils vouloient éprouver la qualité, & ils ont ſuppoſé que le degré de ſalubrité étoit proportionnel à celui de la diminution.

D'autres, comme M. l'abbé Fontana, ont ajouté ſucceſſivement de petites parties d'air nitreux à l'air qu'ils vouloient eſſayer, juſqu'à ce qu'ils euſſent obtenu le plus grand degré de diminution.

M. Ingenhouze, qui a beaucoup travaillé ſur ce même objet, s'eſt déterminé en faveur de la première de ces deux méthodes; & en effet, comme l'air nitreux n'eſt jamais pur, qu'il contient toujours une quantité plus ou moins grande d'air méphitique, & que les différences d'un air nitreux à l'autre, ſont ſouvent très-grandes, on ne peut jamais ſavoir, dans la manière d'opérer de M. l'abbé Fontana, ſi la quantité d'air méphitique, reſtante après l'abſorbtion, eſt dûe à l'air dont on vouloit connoître la ſalubrité, ou à l'air nitreux.

La première de ces deux méthodes, celle de M. Prieſtley, n'a pas, il eſt vrai, le même inconvénient; mais on n'obtient par ſon moyen que des rapports, & elle ne donne pas la véritable ſolution du problème, qui conſiſte à ſavoir combien d'air vital & combien d'air méphitique contient l'air qu'on ſe propoſe d'examiner.

Il m'a ſemblé qu'il y avoit un moyen ſimple d'arriver par le calcul à une ſolution rigoureuſe; & pour obtenir une des données qui m'étoit néceſſaire, j'ai commencé par rechercher par voie de tâtonnement, & avec de l'air nitreux & de l'air vital très-purs, quelle étoit la proportion néceſſaire pour la ſaturation. Je me ſuis ſervi principalement pour ces expériences, d'air nitreux tiré de l'acide nitreux par l'intermède du ſucre; c'eſt en général le plus pur que j'aie pu me procurer, mais il n'eſt pas toujours égal; je ne conſeille en conſéquence de l'employer que pour les expériences de recherches, & je préfère pour les expériences courantes, celui tiré de la diſſolution du mercure par l'acide nitreux: ce dernier, il eſt vrai, n'eſt pas parfaitement pur, mais la quantité d'air méphitique qu'il contient, eſt toujours conſtante, & on verra bientôt comment il eſt poſſible de l'évaluer: quoi qu'il en ſoit, après un grand nombre d'expériences, j'ai cru pouvoir fixer le rapport que je cherchois, à 69 parties d'air nitreux, contre 40 d'air vital; j'avoue qu'il me reſte encore quelque incertitude ſur ce réſultat, mais je ſuis au moins en état d'aſſurer que les proportions exactes ſont entre 69 & 66 parties d'air nitreux, contre 40 parties d'air vital, ces deux airs étant ſuppoſés parfaitement purs.

D'après cela, ſoit

μ Le rapport de l'air nitreux à l'air vital abſorbé dans la formation de l'acide nitreux.

a La quantité de l'air qu'on veut eſſayer.

b Celle de l'air nitreux avec lequel on le mêle.

c Le réſidu des deux airs.

$\frac{a + b - c}{1 + \mu}$ ſera la quantité d'air vital abſorbée dans le mélange.

& $\frac{\mu(a + b - c)}{1 + \mu}$ ſera la quantité d'air nitreux abſorbée dans le mélange.

Si l'on a employé plus d'air nitreux qu'il n'en falloit pour abſorber tout l'air vital contenu dans l'air qu'on veut eſſayer, la première formule donnera la quantité d'air vital contenu dans a.

Si

Si on a employé moins d'air nitreux qu'il n'en falloit pour cette abſorbtion, la ſeconde formule donnera la quantité réelle d'air nitreux contenue dans *b*.

Le calcul pour obtenir le réſultat de ces formules en nombre, eſt très-ſimple, puiſqu'il ſuffit de prendre la ſomme des deux airs, d'en retrancher le réſidu, de chercher le logarithme du nombre reſtant; enfin de retrancher de ce logarithme pour l'air vital, le logarithme conſtant 0,4353665; & pour l'air nitreux 0,198577, le logarithme qu'on obtient eſt celui du nombre cherché.

J'ai eſſayé d'appliquer la première de ces formules à quelques expériences ſur l'air vital tiré du mercure précipité rouge, & ſur l'air de l'atmoſphère; & la conformité des réſultats que j'ai obtenus en opérant un grand nombre de fois ſur les mêmes airs, a encore augmenté ma confiance dans cette méthode.

J'ai fait paſſer dans l'eudiomètre trois cents parties d'air nitreux, & j'y ai ajouté cent parties d'air vital tiré du mercure précipité rouge; les deux airs, après la combinaiſon, n'occupoient plus que cent trente-une parties.

On a donc dans cette expérience,

$$a = 100.$$
$$b = 300.$$
$$c = 131.$$

D'où il eſt aiſé de conclure que les cent parties de l'air que j'ai employé, contenoient 98,72 d'air vital réel, & 1,28 d'air méphitique.

Pour déterminer par la même formule, la quantité d'air vital contenue dans une quantité donnée d'air de l'atmoſphère, j'ai pris trois cents parties d'air nitreux, & j'y ai introduit cent parties d'air atmoſphérique; les 400 parties d'air ont été réduites, après l'abſorbtion, à 331.

J'ai ajouté de nouveau cent parties d'air de l'atmoſphère, & le réſidu s'eſt trouvé de 367.

Enfin ayant encore ajouté cent parties d'air de l'atmoſphère, le réſidu a été de 394.

D'où il m'a été facile de conclure que la quantité d'air vital contenue dans l'air atmoſphérique, ſur lequel j'opérois, étoit

D'après la première expérience, de.................. 25,3.

D'après la ſeconde, de........................ 25,0.

Et d'après la troiſième, de..................... 25,2.

Ce qui s'accorde plus exactement que je n'avois même lieu de l'eſpérer. L'air de l'atmoſphère, d'après ce réſultat, eſt donc compoſé, comme je l'ai annoncé précédemment, d'environ trois parties d'air méphitique, & d'une partie d'air vital.

Il réſulteroit des expériences de M. Schéele, que la quantité d'air vital eſt un peu plus forte en Suède; & moi-même j'ai trouvé à Paris, en 1777, dans des expériences faites par la combuſtion du pirophore, que la quantité d'air vital contenue dans l'air de l'atmoſphère, étoit de vingt-ſept parties & demie ſur cent; mais il eſt poſſible que cette plus grande quantité d'air vital dépende de la ſaiſon, & qu'elle tienne à différentes circonſtances qui peuvent faire varier la qualité de l'air.

J'ai de même employé la ſeconde formule à déterminer la qualité de l'air nitreux tiré de la diſſolution du mercure dans l'acide nitreux ; & quoique cette connoiſſance ne ſoit pas utile à l'objet de ce Mémoire, puiſque la quantité d'air méphitique, que contient l'air nitreux eſt indifférente, pourvu qu'on en emploie une quantité ſurabondante à la ſaturation, cependant il peut être intéreſſant pour d'autres cas de donner un moyen d'eſſayer l'air nitreux.

Pour faire l'application de cette ſeconde formule, j'ai introduit dans l'eudiomètre trois cents parties d'air vital, & j'y ai ajouté ſucceſſivement cinq cents parties d'air nitreux par portions de cent parties, & après la première addition de cent parties,

Le résidu a été de	251 parties.
Après la deuxième addition, il a été de	201.
Après la troisième, de	153.
Après la quatrième, de	93.
Après la cinquième, de	62.

D'où il est aisé de conclure pour la quantité réelle d'air nitreux contenue dans cent parties de celui qui a été employé.

Par la première expérience	94,3.
Par la deuxième	94,6.
Par la troisième	94,8.
Par la quatrième	96,0.
Par la cinquième	93,4.
QUANTITÉ moyenne entre les cinq expériences	94,5.

J'ai déjà averti plus haut, que l'exactitude des formules que j'ai données dans ce Mémoire, dépendoit de celle du rapport de la quantité réelle d'air vital & d'air nitreux nécessaire à la saturation, rapport que j'ai supposé de 40 à 69. Je ferai remarquer cependant qu'une différence de trois unités dans ce rapport, ne produit qu'une erreur d'un centième dans la quantité d'air vital que contient l'air de l'atmosphère; or, je puis répondre que l'incertitude qui peut rester dans la justesse du rapport de 40 à 69, ne va pas à plus de trois unités; ainsi, même dans l'état des choses, nous pouvons déjà connoître, à un centième près, la quantité d'air vraiment respirable contenue dans l'air de l'atmosphère.

Ce genre d'expériences pourra encore acquérir un nouveau degré de précision par la plus grande perfection qu'on peut donner aux eudiomètres; & c'est ce dont on assure que M. Cavendish est occupé dans ce moment.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA DISSOLUTION DES MÉTAUX DANS LES ACIDES.

Par M. LAVOISIER.

On ne peut douter que les ſubſtances métalliques, en général, n'aient une grande affinité avec le principe oxygine; il ſuffit, pour s'en aſſurer, d'élever la plupart d'entr'elles à un degré de chaleur même aſſez modéré; bientôt elles perdent leur état métallique, elles ſe convertiſſent en chaux, & acquièrent une augmentation de poids très-conſidérable : dans toutes ces opérations l'air eſt véritablement décompoſé; le principe oxygine quitte le principe de la chaleur, le fluide igné auquel il étoit combiné, & s'unit avec la ſubſtance métallique pour laquelle il a plus d'affinité; en même temps le principe de la chaleur qui formoit une des parties conſtitutives de l'air, devient libre, & ſi la décompoſition eſt rapide, il ſe montre avec flamme & lumière. Je ne reviendrai pas dans ce moment ſur les preuves que j'ai données de cette théorie, parce qu'elle eſt avouée aujourd'hui & reconnue par un grand nombre de Chimiſtes & de Phyſiciens, au moins quant à ce qui concerne la combinaiſon de l'air ou plutôt du principe oxygine avec les métaux, pour conſtituer les chaux métalliques.

Mais ce qui n'eſt pas encore auſſi connu, & ce que je me propoſe de prouver dans ce Mémoire, c'eſt qu'il s'opère une calcination toute ſemblable par la voie humide dans les diſſolutions métalliques par les acides; que dans toutes il y a décompoſition de l'acide ou de l'eau, & qu'il s'unit au métal une quantité de principe oxygine à peu-près égale à celle qu'il eſt ſuſceptible d'enlever à l'air par la calcination sèche.

Plusieurs Chimistes, & notamment M.rs Baumé, Macquer, Bergman & de Fourcroy, avoient déjà avancé ce fait; mais ils n'avoient pas attaché une idée suffisamment précise au mot de *calcination;* ou du moins, si l'on en excepte M. de Fourcroy, aucun d'eux ne paroissoit avoir vu que dans cette opération le métal se sature de principe oxygine. Une partie de ce Mémoire aura pour objet de bien établir cette vérité; j'y joindrai ensuite sur les dissolutions métalliques, quelques considérations générales, dont l'objet est de rendre d'une intelligence plus facile ce que j'aurai à dire dans la suite sur les affinités du principe oxygine avec les métaux.

On s'étonnera peut-être de ce que dans toute la suite des Mémoires dont j'ai entretenu l'Académie depuis quelques années, & dans ceux que je lui présente en ce moment, je n'ai pas prononcé une seule fois le mot de *phlogistique.* Ceux qui se rappelleront ce que j'ai avancé à cet égard dans mon Mémoire sur la Combustion, imprimé dans les Mémoires de *1777*, *page 592*, en devineront aisément la raison; c'est que l'existence de ce principe me paroît absolument hypothétique. Cet être, introduit par Stalh dans la Chimie, loin d'y avoir porté la lumière, me paroît en avoir fait une Science obscure & inintelligible pour ceux qui n'en ont pas fait une étude très-particulière; c'est le *Deus ex machinâ* des Métaphysiciens, un être qui explique tout, & qui n'explique rien, auquel on suppose tour-à-tour des qualités opposées. Au reste, je reviendrai incessamment sur cet objet dans des Mémoires particuliers, & je ne négligerai d'entrer dans aucun des détails qui me paroîtront nécessaires pour faire voir que l'existence du phlogistique n'est nullement prouvée, & qu'on peut se passer de l'admettre pour expliquer tous les phénomènes de la Physique & de la Chimie : mais ce que j'ai à dire à cet égard n'a point encore acquis son point de maturité ; & je suis obligé de rendre compte auparavant des recherches que j'ai faites sur les affinités du principe oxygine avec différentes substances.

J'ai fait voir dans un Mémoire imprimé dans le Recueil de 1776, que l'acide nitreux étoit susceptible de se décomposer en deux gazs différens; savoir, le gaz nitreux & l'air vital, & qu'en réunissant ces deux mêmes gazs on reformoit de l'acide nitreux. Les Chimistes diffèrent encore sur l'explication de ces faits, mais j'ai la satisfaction de voir qu'il n'en est plus aucun qui les révoque en doute: il résulte de-là que toutes les fois qu'on enlève à l'acide nitreux une portion de l'air vital, ou plus exactement du principe oxygine dont il est composé, il doit y avoir une portion du gaz nitreux qui devient libre.

Réciproquement toutes les fois que dans une combinaison où entre l'acide nitreux il s'échappera du gaz nitreux, on pourra en conclure avec certitude qu'une portion de principe oxygine a été enlevée à l'acide nitreux.

On peut appliquer ce principe à la dissolution du fer, du cuivre, du mercure, du zinc dans l'acide nitreux; dans toutes ces dissolutions, il y a une quantité considérable de gaz nitreux qui devient libre: une quantité correspondante de principe oxygine a donc été employée dans la combinaison; & comme il n'y a que de l'acide & du métal, il est évident que puisqu'il a été enlevé à l'acide, il ne peut lui avoir été enlevé que par le métal; donc dans les dissolutions métalliques par l'acide nitreux, le métal se combine avec du principe oxygine; donc il s'opère une calcination des métaux par la voie humide, comme il s'en opère une par la voie sèche, ce que j'avois pour objet de démontrer.

En supposant que cette preuve fût susceptible d'être attaquée ou affoiblie, il est facile d'en ajouter d'autres à l'appui. En effet, si je prouve que dans les dissolutions métalliques que je viens de citer, l'acide nitreux perd une portion de son principe oxygine, & qu'il y a une décomposition d'acide proportionnelle à cette quantité; si je fais voir ensuite que ce qui se trouve en moins dans l'acide, se retrouve en plus dans le métal; qu'il augmente de poids d'une quantité égale à ce que perd l'acide nitreux, il sera prouvé que le métal se calcine aux dépens de l'acide: enfin, si je parviens à prouver que ce principe enlevé à l'acide, & qui s'unit au métal, est le principe oxygine, j'aurai encore prouvé que la calcination par la voie humide, qui s'opère lors de la dissolution des métaux dans les acides, est absolument analogue à celle qui s'opère par la voie sèche.

Pour obtenir ces différentes preuves, j'ai fait dissoudre dans un appareil convenable, & dans lequel je pouvois recueillir en même-temps le produit de la distillation & les produits aériformes, du mercure dans l'acide nitreux. Voici les détails de l'expérience.

	onces.	gros.	grains.
La cornue dans laquelle j'opérois, pesoit........	4.	8.	52,7.
J'y ai introduit acide nitreux.................	4.	5.	29,6.
Eau distillée.............................	1.	3.	33,0.
Mercure...............................	6.	0.	29,8.

J'ai fait chauffer lentement & assez seulement pour favoriser le dégagement du gaz nitreux, & j'ai poussé l'opération jusqu'à ce que ma dissolution mercurielle fût entièrement desséchée & amenée à l'état de précipité rouge: j'ai obtenu dans cette opération 590 pouces cubiques d'air nitreux; puis ayant pesé le mercure précipité rouge, j'en ai trouvé, ci......................... 6 onces. 4 gros. 24 grains,6

ce qui donne une augmentation de poids de,......................... " 3. 66,8.

Cette augmentation étoit dûe uniquement à du principe oxygine; car ayant poussé le mercure précipité rouge au feu, il s'est réduit complétement, sans addition, & m'a donné 577 pouces cubiques d'air vital, contenant une très-légère portion d'air fixe ou acide charbonneux. J'ai ensuite examiné le produit de la distillation, & j'ai reconnu qu'il consistoit en un acide nitreux médiocrement fort. Pour connoître dans quel rapport cet acide étoit avec la quantité totale, je l'ai saturé d'alkali, & j'ai reconnu qu'il m'en falloit environ moitié moins que pour saturer une quantité d'acide égale à celle primitivement employée. Il y avoit donc eu dans cette expérience moitié de l'acide décompoſée ; c'étoit donc aux dépens de l'acide que le métal avoit augmenté de poids: or, comme la ſubſtance qui s'eſt unie au métal pour produire cette augmentation eſt le principe oxygine, il en réſulte que le mercure, en ſe diſſolvant, enlève le principe oxygine à l'acide nitreux; qu'il s'opère aux dépens de l'acide, par la voie humide, une calcination toute ſemblable à celle qui ſe fait aux dépens de l'air par la voie sèche. Cette même expérience m'a ſervi à déterminer, plus exactement que je ne l'avois fait en 1776, la proportion d'eau, d'air nitreux & de principe oxygine, contenue dans l'acide nitreux que j'employois. On verra dans la ſuite les doutes qui me reſtent encore à cet égard & les difficultés qui m'arrêtent: mais en attendant qu'ils ſoient levés par de nouvelles expériences, j'ai cru pouvoir adopter les proportions ſuivantes: j'ai négligé les fractions de gros, pour n'avoir que des nombres ronds.

	onces.
Eau	8.
Air nitreux	4.
Principe oxygine	4.
TOTAL	16.

J'ai opéré de la même manière ſur une diſſolution de fer par l'acide nitreux ; & pour connoître la quantité d'acide qui ſe décompoſoit dans cette expérience, j'ai employé, comme précédemment, la ſaturation par l'alkali: j'ai introduit en conſéquence dans un petit matras, acide nitreux, 4 onces 2 gros 48 grains: j'ai ſaturé cet acide en y verſant peu-à-peu une liqueur alkaline compoſée de cinq parties d'alkali concret, & de quatre d'eau; la quantité néceſſaire pour arriver au point de ſaturation s'eſt trouvée de 6 onces 5 gros 16 grains.

J'ai enſuite introduit dans une cornue de verre, une quantité d'acide nitreux, également de 4 onces 2 gros 48 grains; j'y ai ajouté la quantité de clous de fer néceſſaire pour la ſaturation, & je m'étois aſſuré par des opérations antérieures

antérieures que cette quantité devoit être d'environ une once; j'avois étendu le tout avec 8 onces 5 gros 24 grains d'eau.

La quantité d'air nitreux qui s'eſt dégagée pendant cette opération, s'eſt trouvée de 284 pouces cubiques $\frac{1}{4}$.

Lorſque la diſſolution a été faite, j'ai précipité avec la même liqueur alkaline que ci-deſſus; mais au lieu d'en employer, comme je l'avois fait avec l'acide pur, 6 onces 5 gros 16 grains, je n'ai été obligé d'employer pour compléter la ſaturation & la précipitation, que 5 onces 1 gros 24 grains; la quantité d'acide totale avoit donc été décompoſée dans le rapport de 53 à 41, c'eſt-à-dire, que la décompoſition avoit été de plus d'un cinquième.

La quantité d'air nitreux contenue dans les 4 onces 2 gros 48 grains de l'acide que j'ai employé, étoit, comme je l'ai fait voir ailleurs, de 1302 pouces cubiques; celle qui s'eſt dégagée pendant la diſſolution, s'eſt trouvée de 284 pouces $\frac{1}{4}$. Ainſi la quantité totale d'air nitreux eſt à la quantité reſtante après la diſſolution, comme 1302,00 à 1017,75, ou comme 53,00 à 41,43, c'eſt-à-dire, à une très-petite fraction près, dans le même rapport que la quantité d'acide décompoſée.

Il ne me reſtoit plus, après avoir ainſi décompoſé l'acide par le fer, & avoir recueilli l'une des deux parties qui le conſtituoient (l'air nitreux), qu'à faire voir ce qu'étoit devenue l'autre (le principe oxygine), & c'eſt le but que je me ſuis propoſé dans l'expérience ſuivante.

J'ai fait diſſoudre, comme dans l'expérience précédente, 1 once 2 gros 38 grains de fer, dans 4 onces d'acide nitreux; mais au lieu de me ſervir d'une cornue de verre, j'ai employé une cornue de porcelaine: la diſſolution faite, & le gaz dégagé, j'ai pouſſé le feu & je l'ai continué juſqu'à deſſiccation complète; j'ai terminé l'opération par faire rougir complétement la cornue, & par la tenir une demi-heure dans cet état; l'ayant laiſſée refroidir & l'ayant caſſée, j'y ai trouvé de la chaux de fer dans l'état d'éthiops martial, c'eſt-à-dire, dans un état demi-métallique non malléable, ſuſceptible de ſe réduire ſous le pilon en une poudre noire très-fine & encore attirable à l'aimant; elle peſoit 1 once 5 gros 70 grains: le métal avoit par conſéquent acquis 3 gros 32 grains de poids, leſquels répondent à 524 pouces cubiques d'air vital, c'eſt encore fort exactement ce qu'avoit perdu l'acide.

Ces expériences préſentent une démonſtration complète de la décompoſition de l'acide nitreux dans les diſſolutions métalliques, puiſqu'on y voit ce que perd l'acide, ce que gagne le métal, & qu'on y ſuit le principe qui paſſe de l'un à l'autre.

Cette calcination humide du fer a également lieu dans la diſſolution de ce métal par l'acide vitriolique, & j'en ai parlé ailleurs. Si l'acide eſt concentré, c'eſt à ſes dépens qu'elle s'opère, c'eſt lui qui fournit le principe oxygine au métal, & par la ſaturation avec l'alkali on reconnoît qu'il y a une quantité d'acide décompoſée; lorſqu'au contraire l'acide vitriolique eſt étendu d'eau, c'eſt cette dernière qui ſe décompoſe, & non pas l'acide, & la quantité néceſſaire pour le ſaturer eſt exactement la même avant & après la diſſolution.

Il eſt aiſé, d'après ces conſidérations & d'après toutes les expériences dont j'ai entretenu précédemment l'Académie, de juger que la diſſolution des métaux n'eſt pas une opération auſſi ſimple qu'on ſe l'étoit imaginé juſqu'ici, & qu'il étoit impoſſible de s'en former une idée juſte juſqu'au moment où l'on a connu la combinaiſon de l'air vital ou plutôt du principe oxygine avec les métaux, & ſur-tout juſqu'à celui où l'on a reconnu que les acides & l'eau elle-même étoient des ſubſtances compoſées.

Maintenant il eſt clair qu'il exiſte dans la diſſolution des métaux par les acides, un grand nombre de forces qui agiſſent chacune avec l'énergie qui leur eſt propre, & qu'il en réſulte un problème d'une ſolution difficile & compliquée. Pour mieux faire ſentir à cet égard l'état de la queſtion, &

pour préſenter aux yeux, ſous un même coup-d'œil, le réſultat de ce qui ſe paſſe dans les diſſolutions métalliques, j'ai conſtruit des eſpèces de formules qu'on pourroit prendre d'abord pour des formules algébriques, mais qui n'ont point le même objet, & qui ne dérivent point des mêmes principes: nous ſommes encore bien loin de pouvoir porter dans la Chimie, la préciſion mathématique, & je prie en conſéquence de ne conſidérer les formules que je vais donner, que comme de ſimples annotations, dont l'objet eſt de ſoulager les opérations de l'eſprit.

Soit une ſubſtance métallique quelconque . . . . *S. M.*

Un acide quelconque . . . . ⎍

L'eau . . . . ▽

Le principe oxygine . . . . ⊕

L'air nitreux . . . . △

L'acide nitreux . . . . ⊖

On aura, pour expreſſion générale de toute diſſolution métallique, *(SM) (▽ ⎍)*.

Cette formule générale variera ſuivant la nature de l'acide & ſuivant celle du métal; ainſi, par exemple, ſi c'eſt la diſſolution du fer, dans l'acide nitreux, qu'on veut exprimer, on aura *(♂) (▽ ⊖)*.

Mais l'acide nitreux étant lui-même un compoſé, il faut, dans cette formule, y ſubſtituer ſa valeur, & alors la formule prendra la forme qui ſuit, *(♂) (▽ ⊕ △)*.

Soit ſuppoſé la quantité de fer $= a$, il eſt clair qu'il faudra, pour diſſoudre une quantité a de fer, une quantité déterminée d'acide; qu'il y a par conſéquent une relation entre la quantité d'acide & celle du fer; & qu'en nommant b cette relation, j'aurai $a\,b$ pour l'expreſſion de la quantité d'acide néceſſaire à la diſſolution.

Il eſt clair encore qu'une quantité $a\,b$ d'acide nitreux, eſt compoſée d'une certaine portion d'eau que je pourrai nommer. . . . . $\frac{a\,b}{q}$.

D'une certaine portion de principe oxygine que je pourrai nommer . . . . $\frac{a\,b}{s}$.

D'une certaine portion d'air nitreux, que je pourrai nommer. . . . . $\frac{a\,b}{t}$.

Enfin j'obſerverai que pour que ces ſortes de diſſolutions ne ſe faſſent pas d'une manière trop tumultueuſe, il eſt néceſſaire de couper l'acide de deux parties d'eau, d'après quoi la formule ci-deſſus deviendra

$$(a\,♂) + (2\,a\,b\,\nabla + \frac{ab}{q}\,\nabla) + (\frac{ab}{s}\,\oplus + \frac{ab}{t}\,\triangle).$$

Telle eſt la formule qui repréſente l'expreſſion du diſſolvant & de la ſubſtance à diſſoudre avant le mélange. Mais ſitôt que l'action diſſolvante a lieu, le métal enlève à l'acide nitreux la quantité de principe oxygine néceſſaire pour ſe ſaturer. Cette quantité eſt encore pour chaque métal dans un rapport conſtant avec la quantité de ce même métal, & puiſque j'ai nommé a, la quantité du métal, je pourrai nommer $\frac{a}{p}$, la quantité de principe oxygine néceſſaire pour le ſaturer : il eſt clair que quand la diſſolution eſt faite, cette quantité doit être ajoutée au fer dans la formule, & retranchée de l'expreſſion de l'acide nitreux ; ainſi la formule deviendra

$$(a\,♂ + \frac{a}{p}\,\oplus) + (2\,a\,b\,\nabla + \frac{ab}{q}\,\nabla)\,(\frac{ab}{s}\,\oplus - \frac{a}{p}\,\oplus + \frac{ab}{t}\,\triangle).$$

Et à cauſe qu'il ſe dégage de la combinaiſon, une quantité d'air nitreux à peu-près égale en poids à celle de principe oxygine abſorbée par le métal, il faut retrancher $\frac{a}{p}\,\triangle$

de cette formule, pour avoir l'expression réelle de ce qui restera après la dissolution; & on aura

$$(a ♂ + \frac{a}{p} ⊕) + (2ab \nabla + \frac{ab}{q} \nabla) + (\frac{ab}{s} ⊕ - \frac{a}{p} ⊕ + \frac{ab}{t} \triangle - \frac{a}{p} \triangle).$$

Les parenthèses expriment la manière dont sont groupées les molécules de différente nature dans la dissolution.

Pour plus de simplification, je supposerai que dans toutes ces dissolutions, la quantité d'acide employée est toujours d'une livre; d'après quoi, ab deviendra égal à l'unité, & la formule se réduira à ce qui suit,

$$(a ♂ + \frac{a}{p} ⊕) + (2 \nabla + \frac{1}{q} \nabla) + (\frac{1}{s} ⊕ - \frac{a}{p} ⊕ + \frac{1}{t} \triangle - \frac{a}{p} \triangle).$$

Il ne s'agit plus que de donner une valeur numéraire à toutes ces quantités; & je vais rendre compte des principales expériences dont je suis parti.

Je me suis d'abord assuré, par expérience, qu'une livre d'acide nitreux dissous à peu-près à froid, ou au moins en n'employant qu'une chaleur très-douce, & en se servant d'un acide nitreux coupé de deux parties d'eau, le cinquième de son poids de fer; ainsi en supposant que $ab = 1$, on aura 0,2 pour la valeur de a.

Pour déterminer la valeur de p, je me suis servi de l'expérience que j'ai déjà citée, & qui consiste à faire dissoudre du fer dans de l'acide nitreux, à faire dessécher la dissolution jusqu'à siccité, & à la pousser ensuite à un feu violent, dans une cornue de porcelaine : la quantité de fer que j'avois dissous dans cette expérience, étoit de. 1 onces 2 gros 38 grains.

	onces	gros	grains
Elle s'est trouvée peser après la dissolution, & la calcination à la cornue	1.	5.	70.
Il y a par conséquent eu une augmentation de poids de	//	3.	32.

Suivant cette expérience, 100 livres de fer enlèveroient à l'acide nitreux, pendant leur dissolution 32 livres,72 de principe oxygine; cependant, d'après des considérations qu'il seroit trop long d'exposer ici, j'ai lieu de croire que cette quantité est un peu forcée. J'observerai en général que cette quantité n'est pas rigoureusement constante, qu'elle varie suivant le degré de chaleur qu'on fait éprouver à la dissolution; mais en combinant les résultats que j'ai obtenus par différentes voies, je crois qu'on peut fixer l'augmentation à vingt-neuf livres par quintal, pour une dissolution faite à froid dans un acide nitreux coupé de deux parties d'eau; d'après cela on aura $p = \frac{100}{29}$, ou en fraction décimale 3,448276; & puisque $a = \frac{1}{5}$ ou 0,2, on aura $\frac{a}{p} = \frac{29}{500}$ ou 0,058.

On trouvera de même, d'après les proportions d'air nitreux, de principe oxygine & d'eau que j'ai déterminées ci-dessus pour l'acide nitreux, que

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{2},$$
$$\frac{1}{s} = \frac{1}{4},$$
$$\frac{1}{t} = \frac{1}{4};$$

d'où l'on conclura

$$q = 2,$$
$$s = 4,$$
$$t = 4.$$

Il est aisé, d'après cela, de représenter en nombre tout ce qui a lieu dans la dissolution du fer par l'acide nitreux; & en supposant qu'on emploie une livre d'acide, dont la pesanteur spécifique soit à celle de l'eau comme 129895 est à 100000, qu'on l'ait étendu de deux parties d'eau, & que la dissolution s'opère à froid, c'est-à-dire, à la température moyenne de l'atmosphère, & aux environs de 10 degrés, on aura en fractions décimales, la quantité d'acide étant ſuppoſée d'une livre,

$$(0^{\text{livres}},2\ \text{♂} + 0^{\text{livres}},058\ \oplus) + (2^{\text{livres}},5\ \nabla) + (0^{\text{livres}},25\ \oplus + 0^{\text{livres}},25\ \triangle - 0^{\text{livres}},058\ \oplus - 0^{\text{livres}},058\ \triangle),$$

ce qui ſe réduit à

$$(0^{\text{livres}},2\ \text{♂} + 0^{\text{livres}},058\ \oplus) + (2^{\text{livres}},5\ \nabla) + (0^{\text{livres}},192\ \oplus + 0^{\text{livres}},192\ \triangle),$$

& en fractions vulgaires,

$$\left(\frac{1}{5}^{\text{liv.}}\ \text{♂} + \frac{29}{500}^{\text{liv.}}\ \oplus\right) + \left(2^{\text{liv.}}\frac{1}{2}\ \nabla\right) + \left(\frac{24}{125}^{\text{liv.}}\ \oplus + \frac{24}{125}^{\text{liv.}}\ \triangle\right).$$

Le Tableau ci-après préſente le réſultat de toute cette opération, en livres, onces, gros & grains.

Les quantités de matière, avant l'expérience, étoient

	En fractions vulgaires. livres.	onces.	gros.	grains.	*En fractions décimales.* livres.
Fer	//	3.	1.	43 $\frac{1}{5}$	0,20.
Eau	2.	8.	//	//	2,50.
Principe oxygine	//	4.	//	//	0,25.
Air nitreux	//	4.	//	//	0,25.
TOTAL	3.	3.	1.	43 $\frac{1}{5}$	3,20.

Après la combinaiſon, elles ſe ſont trouvées de

	livres.	onces.	gros.	grains.	livres.
Fer	//	3.	1.	43 $\frac{1}{5}$	0,200.
Principe oxygine	//	//	7.	30 $\frac{1}{2}$	0,058.
Chaux de fer	//	4.	1.	1 $\frac{7}{10}$	0,258.
Eau	2.	8.	//	//	2,500.
Principe oxygine	//	3.	//	41 $\frac{1}{2}$	0,192.
Air nitreux	//	3.	//	41 $\frac{1}{2}$	0,192.
TOTAL après la diſſolution	3.	2.	2.	12 $\frac{7}{10}$	3,142.
Le Total, avant la diſſolution, étoit de	3.	3.	1.	43 $\frac{2}{10}$	3,200.
Différence en moins	//	//	7.	30 $\frac{1}{2}$	0,058.

Cette différence ne peut être dûe qu'au poids de l'air nitreux qui s'eſt échappé.

Après avoir ainſi conſtruit une formule pour repréſenter la diſſolution du fer par l'acide nitreux, & avoir donné une valeur à tous les termes qui la compoſent, j'ai été curieux d'en multiplier les applications, & de vérifier, par différens moyens, ſi l'expérience répondoit conſtamment au réſultat du calcul. La perte de poids eſt, comme on vient de le voir, de 0,058, ce qui revient en fraction vulgaire, à 7 gros 30 grains; mais c'eſt par le calcul que j'ai déterminé cette quantité, & pour arriver à ce réſultat, je ſuis parti de deux ſuppoſitions; la première, que le fer en ſe diſſolvant, s'approprioit aux dépens de l'acide nitreux, 29 livres par quintal de principe oxygine; la ſeconde, que la quantité d'air nitreux devenu libre, étoit égale en poids au principe oxygine qui ſe combinoit avec le fer. Quoique ces deux ſuppoſitions euſſent à mes yeux une grande probabilité en leur faveur, elles n'étoient pas abſolument démontrées; mais il eſt évident, que ſi l'expérience me donne un réſultat toujours conforme à celui obtenu par le calcul, il ne ſera plus poſſible de douter que les deux ſuppoſitions, dont je ſuis parti, ne fuſſent conformes à la vérité.

Dans cette vue, j'ai pris un petit matras du poids

	onces.	gros.	grains.
de	1.	7.	10.
J'y ai introduit			
Acide nitreux	2.	//	//
Eau	4.	//	//
Fer très-doux	2.	//	//
TOTAL	9.	7.	10.

Le col de ce matras étoit recourbé de manière à s'engager ſous une cloche dans l'appareil pneumato-chimique: l'effervescence n'a pas tardé à s'exciter, elle a été aſſez vive, & il s'eſt dégagé, pendant qu'elle a duré, 134 pouces cubiques d'air nitreux. Ayant repeſé tout enſemble, le matras & la diſſolution

diſſolution qu'il contenoit, ſon poids ne s'eſt plus trouvé que de.......................... 9 onces 6 gros 16 grains.

Ainſi il y a eu diminution de.............. 66.

Elle réſultoit de la quantité d'air nitreux dégagée pendant l'expérience, & peut-être d'un peu d'humidité qui s'étoit échappée avec lui.

Il s'en falloit bien que les deux onces de fer euſſent été entièrement diſſoutes; il en reſtoit au contraire 1 once 4 gros 67 grains, en ſorte que la quantité de fer diſſous étoit de 3 gros 5 grains.

En multipliant par 8 tous les réſultats de cette expérience, pour les convertir en ceux qu'on auroit obtenus avec une livre d'acide, on trouvera pour la quantité d'air nitreux qu'on auroit obtenue *en volume*, 1072 pouces cubiques.

	En poids.		
	En fractions vulgaires.		*En fractions décimales.*
	gros.	grains.	livres.
Fer...........................	7.	16,992......	0,0564345.
La formule donne.................	7.	30,528......	0,0580000.
La différence n'eſt que de......	"	13,536......	0,0015655.

ce qui s'accorde comme l'on voit avec une aſſez grande préciſion avec le réſultat préſenté par la formule.

De même, la quantité de fer diſſous ſe trouvera par livre d'acide de 3 onces 0 gros 40 grains, & en décimales de livres de 0,19184028; ce qui ne diffère pas d'un centième de livre de la quantité portée dans la formule. On conçoit que j'ai dû répéter un grand nombre de fois ces diſſolutions; & comme j'ai toujours trouvé un accord preſque parfait entre le réſultat de l'expérience & celui du calcul, j'ai lieu de préſumer que la formule que j'ai conſtruite, repréſente avec exactitude ce qui ſe paſſe dans la diſſolution du fer, par l'acide nitreux.

Je le répète, ces réſultats ne ſont applicables qu'à la diſſolution du fer par l'acide nitreux à froid; dès qu'on chauffe, les phénomènes changent; le fer qui n'abſorbe que 29 livres de principe oxygine à une température de 25 à 30 degrés du thermomètre, devient ſuſceptible d'en abſorber davantage à un degré plus fort; d'un autre côté l'adhérence de l'air nitreux & du principe oxygine diminue au point de devenir preſque nulle, à un certain degré de chaleur; le fer alors ſe calcine autant qu'il en eſt ſuſceptible, il ſe convertit en un ocre jaune qui contient juſqu'à 39 livres & plus de principe oxygine par quintal. On voit donc qu'il ſeroit encore poſſible de perfectionner cette formule, en y faiſant entrer l'expreſſion de la chaleur; mais alors on auroit une formule trop compliquée, & ce ſeroit introduire dans la Chimie une Géométrie trop recherchée, dont elle n'eſt point encore ſuſceptible.

Puiſque le fer ſe calcine dans l'eau ſeule, qu'il la décompoſe, & qu'il lui enlève aſſez de principe oxygine pour devenir éthiops martial, il en réſulte que le fer diſſous dans l'acide nitreux doit être également au moins dans l'état d'éthiops. En effet, puiſque c'eſt aux dépens de l'acide nitreux que le fer ſe calcine, on doit en conclure que le principe oxygine tient moins à l'air nitreux qu'à l'air inflammable; par conſéquent, toutes choſes d'ailleurs égales, le fer doit ſe calciner davantage en ſe diſſolvant dans l'acide nitreux qu'en ſe calcinant par l'eau ſeule, ou même qu'en ſe diſſolvant dans l'acide vitriolique étendu d'eau; qu'il doit par conſéquent s'approprier plus de principe oxygine; cette concluſion ſe trouve encore confirmée par l'expérience.

Si on diſſout à froid 100 livres de fer très-pur dans de l'acide vitriolique étendu de cinq parties d'eau, il ſe dégage 1024000 pouces cubiques d'air inflammable, peſant $4^{liv.}$ 2^{onces} 4^{gros} $43^{grains}\frac{3}{4}$. Or, d'après les expériences que nous avons faites, M. Meuſnier & moi, ſur la proportion des deux airs qui entrent dans la compoſition de l'eau, cette

quantité suppose qu'il y a eu . . .	31^{liv} 8^{onces} 7^{gros} 32^{grains} $\frac{1}{2}$ d'eau
décomposée par le fer; d'où retranchant pour l'air inflammable dégagé	4. 2. 4. 43 $\frac{3}{4}$
Reste pour la quantité de principe oxygine, absorbée par le fer. .	27. 8. 2. 60 $\frac{3}{4}$.

Le fer n'enlève donc à l'eau, en se dissolvant par l'acide vitriolique, que 27 livres $\frac{1}{2}$ de principe oxygine, tandis qu'il en enlève 29 à l'acide nitreux; il se calcine donc plus dans le dernier que dans le premier, comme le raisonnement l'annonçoit.

J'ai appliqué la même méthode & les mêmes calculs à la dissolution du mercure dans l'acide nitreux: cette dissolution métallique m'a paru plus propre qu'aucune autre à donner des idées exactes sur ce qui se passe dans ces opérations, par la raison que ce métal se revivifie sans addition, & qu'on peut en dégager, avec beaucoup de facilité, le principe oxygine qui s'y est combiné.

La quantité de mercure qui peut se dissoudre dans une quantité déterminée du même acide nitreux, n'est pas constante; elle varie considérablement, suivant le degré de chaleur, & selon que ce degré est plus ou moins long-temps continué; mais pour mettre plus de simplicité dans l'expérience, j'ai toujours employé parties égales d'acide nitreux & de mercure. Pour empêcher que la dissolution ne fût trop tumultueuse, j'ai ajouté à l'acide moitié de son poids d'eau; j'ai opéré dans une cornue, à laquelle étoit adapté un appareil distillatoire, à la manière de M. Woulfe, & j'ai poussé la distillation jusqu'à siccité. Ainsi dans la formule générale, a & b seront égaux à 1. D'un autre côté, je me suis assuré, par de nombreuses expériences, que la quantité de principe oxygine que le mercure enlevoit à l'acide nitreux, étoit de 8 livres par quintal: ainsi $\frac{a}{p}$ sera égal à 0,08. Enfin j'ai reconnu qu'en poussant l'opération jusqu'à siccité, il se dégageoit 1500 pouces cubiques d'air nitreux.

Ce volume d'air, à raiſon de $0^{\text{grains}},486$ le pouce cube, doit peſer $0^{\text{livres}},079101563$, ce qui diffère infiniment peu de la quantité de principe oxygine, abſorbée par le mercure; je ſuppoſerai même dans la pratique qu'il y a égalité. Enfin, en comparant la quantité d'acide primitivement employée, & celle paſſée dans le récipient, & en combinant l'un & l'autre avec un alkali, j'ai trouvé qu'il y en avoit près d'un tiers de décompoſé.

Il eſt facile d'après cela de trouver pour le mercure toutes les valeurs de la formule générale des diſſolutions métalliques dans l'acide nitreux. Cette formule eſt, comme on l'a vu précédemment,

$$(a S M) + (n b \bigtriangledown + \frac{a b}{q} \bigtriangledown) + (\frac{a b}{s} \oplus + \frac{a b}{t} \triangle).$$

On trouvera, en y appliquant les valeurs ci-deſſus, que

$$a = 1.$$
$$b = 1.$$
$$n = \frac{a}{2} = 0,5.$$
$$\frac{a}{p} = 0,08.$$
$$\frac{ab}{q} = 0,5.$$
$$\frac{ab}{s} = 0,25.$$
$$\frac{ab}{t} = 0,25.$$

Et par conſéquent,

$$p = 12,5.$$
$$q = 2,0.$$
$$s = 4,0.$$
$$t = 4,0.$$

En ſubſtituant ces valeurs dans la formule, elle donnera

(1 ☿ + 0,08 ⊕) + (1 ▽) + (0,25 ⊕ + 0,25 △ − 0,08 ⊕ − 0,08 △),

ou plus ſimplement,

(1 ☿ + 0,08 ⊕) + (1 ▽) + (0,17 ⊕ + 0,17 △).

Tel eſt le réſultat de nos connoiſſances actuelles ſur les diſſolutions métalliques par l'acide nitreux : ſans doute un jour on parviendra à décompoſer l'air nitreux, peut-être le principe oxygine lui-même, & on ſera forcé de leur ſubſtituer dans la formule, l'expreſſion des principes qui les conſtituent : on ne pourra pas non plus ſe diſpenſer, ſur-tout dans les diſſolutions par l'acide vitriolique & par l'acide marin, de ſubſtituer à l'eau ſa valeur en air inflammable & en principe oxygine.

On voit donc que plus on approfondit en Chimie, plus les réſultats, ſimples en apparence, deviennent compliqués : nous ne connoiſſions que deux ou trois forces qui avoient lieu dans la diſſolution des métaux, & il s'en trouve aujourd'hui un beaucoup plus grand nombre : ces forces ſont ; 1.° l'action de la chaleur qui tend à écarter les molécules de l'eau, & à la réduire en vapeurs :

2.° L'action de cette même chaleur qui tend à déſunir les principes de l'acide nitreux, & à le convertir en ſubſtances gazeuſes :

3.° L'action de cette même chaleur ſur les principes conſtitutifs de l'eau :

4.° L'action de cette même chaleur qui diminue l'affinité d'agrégation du métal, & tend à en écarter les parties :

5.° L'action réciproque du gaz nitreux & du principe oxygine :

6.° Leur action combinée ſur l'eau :

7.° L'action du métal ſur le principe oxygine de l'acide & ſur celui de l'eau :

8.° L'action de l'acide ſur le métal, ou plutôt ſur la chaux métallique.

Connoître l'énergie de toutes ces forces, parvenir à leur donner une valeur numéraire, les calculer, est le but que doit se proposer la Chimie; elle y marche à pas lents, mais il n'est pas impossible qu'elle y parvienne. En attendant, nous sommes forcés de nous en tenir à des aperçus généraux, & c'est dans cet esprit, que j'ajouterai encore ici quelques réflexions sur ce que j'ai précédemment dit de l'action de la chaleur dans les dissolutions des métaux.

Plus une substance métallique est échauffée, plus elle acquiert d'affinité avec le principe oxygine; quoique ce principe ne soit pas généralement vrai à tous les degrés de chaleur & pour tous les métaux, on peut cependant l'admettre dans de certaines limites: on ne peut guère douter que cette augmentation d'affinité pour le principe oxygine, ne tienne à ce que la chaleur, en écartant les molécules des métaux, diminue l'affinité d'agrégation qu'elles exercent les unes sur les autres, & à ce qu'elle les dispose ainsi à s'unir avec plus de facilité au principe oxygine & au dissolvant: d'un autre côté, la chaleur tend à séparer les deux principes constitutifs de l'eau & ceux constitutifs de l'acide; & il en résulte que le principe oxygine, moins fortement engagé dans la combinaison, s'unit plus facilement au métal: par une suite de ces différens effets de la chaleur, si après avoir dissous par un acide une certaine quantité de métal, on fait chauffer la dissolution, l'acide doit devenir capable de calciner & de dissoudre une nouvelle portion de métal, & c'est ce qu'on observe en effet.

Cette circonstance est sur-tout remarquable dans les dissolutions par l'acide nitreux; de nouveau fer ajouté à une dissolution déjà saturée de ce métal, devient, si l'on fait chauffer, le précipitant du fer qui étoit dissous; ce nouveau fer se calcine aux dépens de l'acide, & il se précipite en même temps du fer dans l'état d'éthiops, ou même dans l'état d'ocre.

Le même effet s'opère avec le mercure: si après avoir saturé à froid l'acide nitreux de ce métal, on ajoute de nouveau mercure, & qu'on fasse chauffer, il se dissout une nouvelle portion de mercure; & si l'on continue d'en ajouter à mesure qu'il disparoît, il continue de s'en dissoudre jusqu'à ce que la totalité de l'acide ait été décomposée : la combinaison se résout ainsi presque en entier en air nitreux & en chaux de mercure ; & en poussant au feu cette dernière, le métal se revivifie, & on obtient séparément l'air nitreux, le principe oxygine & le mercure : la combinaison des acides avec les métaux n'a donc point de terme de saturation fixe comme celle des acides avec les terres & avec les alkalis ; la proportion de l'acide & du métal varie suivant le degré de chaleur qu'on emploie.

J'espère que la lecture de ce Mémoire fera entrevoir la possibilité d'appliquer l'exactitude du calcul à la Chimie ; mais avant tout il faut des données certaines qui puissent servir de base, & c'est à quoi je vais m'attacher. Il est important d'abord de connoître avec une grande précision les élémens de l'eau, & la quantité d'air inflammable & de principe oxygine qui entre dans sa composition ; de déterminer avec la même exactitude les proportions d'eau, d'air nitreux & de principe oxygine qui entrent dans la composition de l'acide nitreux ; d'eau, de soufre & de principe oxygine qui entrent dans la composition de l'acide vitriolique ; de substance charbonneuse & de principe oxygine qui entrent dans la composition de l'acide charbonneux ; d'eau, de phosphore & de principe oxygine qui entrent dans la composition de l'acide phosphorique ; d'eau, de principe muriatique & de principe oxygine qui entrent dans la composition de l'acide marin. J'ai déjà beaucoup d'avances sur toutes ces déterminations, & l'Académie peut en juger par les résultats que je lui ai donnés sur la composition de l'eau, sur celle de l'acide charbonneux ou air fixe, sur celle de l'acide phosphorique, enfin sur celle de l'acide nitreux.

MÉMOIRE

Sur la précipitation des Substances métalliques, les unes par les autres.

Par M. LAVOISIER.

Présenté le 20 Déc. 1783.

APRÈS avoir fait voir dans un Mémoire intitulé : *Considérations générales sur la dissolution des Métaux dans les acides*, que les phénomènes de cette opération chimique sont beaucoup plus compliqués qu'on ne l'a cru jusqu'ici, & que toutes les dissolutions métalliques s'opèrent en vertu d'un grand nombre de forces qui agissent chacune avec une différente énergie, il me reste à parler de la précipitation des Métaux les uns par les autres. M. Bergman a fait sur ce sujet un excellent Mémoire, intitulé : *De diversâ phlogisti quantitate in metallis*, qui se trouve imprimé dans le troisième Volume de ses Opuscules.

Il a observé que dans la plupart des précipitations des métaux les uns par les autres, le métal précipité étoit revivifié & se séparoit avec le *facies metallica ;* que le métal précipitant au contraire se calcinoit avant de se dissoudre: il a de plus remarqué que dans la précipitation d'un métal par un autre, les quantités nécessaires pour opérer l'entière précipitation, étoient différentes, suivant l'espèce de métal précipitant. Si, par exemple, on a dissout un quintal d'argent dans l'acide nitreux, & qu'on veuille le précipiter par un autre métal, les quantités nécessaires pour opérer la précipitation complète, seront les suivantes :

	Livres.
Avec le plomb	234.
Avec le bismuth	174.
Avec le mercure	135.
Avec l'étain	88.
Avec le nickel	64.
Avec le cuivre	31.

Il a opéré de même sur d'autres métaux dissous, tant dans l'acide nitreux que dans l'acide vitriolique ; il les a précipités par d'autres métaux, & il a observé de même dans les quantités du métal précipitant, des différences très-considérables, & assujetties à des loix constantes.

D'après ces faits, M. Bergman a raisonné comme il suit: tout métal en se dissolvant se calcine, c'est-à-dire, qu'il perd, suivant lui, le phlogistique qui le constituoit dans l'état métallique; mais puisque, lorsqu'il est précipité par un autre métal, il tombe dans l'état de métal revivifié, il en faut conclure que le métal dissous se revivifie aux dépens du métal précipitant : or, comme les quantités varient suivant l'espèce de métal qu'on emploie pour précipiter, il en résulte que tous les métaux ne contiennent pas la même quantité de phlogistique.

En admettant ce raisonnement & ces principes, il est clair qu'il est possible, comme le conclut M. Bergman, d'en déduire les quantités relatives de phlogistique contenues dans chaque métal.

En effet, si 31 livres de cuivre sont susceptibles de précipiter & de revivifier 100 livres d'argent, on ne peut se dispenser d'admettre, dans l'opinion que je viens d'exposer, que la quantité de phlogistique contenue dans le cuivre, est à celle contenue dans l'argent, comme 100 est à 31 ; d'où l'on conclura avec M. Bergman, que si un métal est susceptible d'en précipiter un autre sous la forme métallique, la quantité respective de phlogistique qu'ils contiennent, est en raison inverse des quantités du métal dissous & du métal précipitant.

D'après ces bases, M. Bergman s'est formé deux Tables différentes des quantités relatives de phlogistique contenues dans différens métaux : on peut consulter à ce sujet le Mémoire que je viens de citer.

Tout ce calcul est fondé sur une supposition; c'est que la calcination des métaux est le résultat de la privation du phlogistique : mais ce que j'ai dit jusqu'ici, fait assez connoître que cette absence du phlogistique, son existence même dans les métaux, n'est, suivant moi, qu'une pure supposition. Ce qui est plus réel, ce qui peut se reconnoître, la balance & la mesure à la main, c'est que dans toute calcination métallique, soit qu'elle se fasse par la voie sèche ou par la voie humide, soit qu'elle s'opère à l'aide de l'air, à l'aide de l'eau, ou au moyen des acides, il y a augmentation de poids du métal, & que cette augmentation est dûe à l'addition de l'air vital, ou plutôt du principe oxygine. Le Mémoire qui a précédé celui-ci, a été presque entièrement employé à établir cette vérité, & je ne crois pas qu'on puisse la révoquer en doute; mais puisque 31 livres de cuivre suffisent pour précipiter 100 livres d'argent dans son état métallique, il en résulte que 31 livres de cuivre sont en état de s'approprier la totalité du principe oxygine contenue dans 100 livres d'argent; que par conséquent la quantité de principe oxygine contenue dans 100 livres d'argent, dans l'état de chaux, est égale à celle contenue dans 31 livres de cuivre, c'est-à-dire, que la quantité de principe oxygine contenue dans l'argent, est à celle contenue dans le cuivre, comme 31 est à 100: d'où il suit en général que si on précipite un métal par un autre, les quantités de principe oxygine que contient le métal précipité & le métal précipitant, sont en raison inverse des quantités des deux métaux employés.

D'après cela, rien n'étoit plus facile que de connoître le rapport des quantités de principe oxygine qu'un métal peut enlever à un autre dans les précipitations métalliques, d'après les expériences même de M. Bergman; & en supposant la quantité absolue connue pour un seul métal, on pouvoit facilement en conclure la quantité absolue pour tous les autres métaux.

Les expériences très-nombreuses que j'ai faites sur le mercure, m'ayant donné des connoissances plus exactes sur sa dissolution dans les acides que sur celle des autres substances métalliques, c'est à lui que je me suis adressé pour servir de base à mes calculs, & pour déterminer les quantités absolues. Comme ce métal a la propriété de se réduire sans addition, il ne peut rester aucune incertitude ni sur les quantités ni sur la qualité du principe qui s'y unit pendant sa calcination.

Il résulte des expériences de M. Bergman, que si on dissout 100 livres d'argent dans de l'acide nitreux, il faut pour le précipiter 135 livres de mercure; si donc on nomme a la quantité de principe oxygine nécessaire pour la calcination du mercure, x celle nécessaire pour calciner l'argent, on aura $a : x :: 100 : 135$; d'où on tirera $x = \frac{135 . a}{100}$.

Le mercure, en se calcinant, est susceptible d'absorber environ 8 livres de principe oxigine par quintal; ainsi $a = 8$; d'où l'on conclura que x, c'est-à-dire, la quantité de principe oxygine contenue dans 100 livres d'argent, dissous par l'acide nitreux, est de $10^{\text{liv.}},8$. J'ai appliqué le même calcul aux autres expériences de M. Bergman, & j'en ai déduit de même la quantité de principe oxygine que chaque métal étoit susceptible de prendre dans les précipitations métalliques. Je pourrois me contenter de présenter ici la table que j'ai formée d'après ces principes, mais j'ai pensé qu'on pourroit entendre avec plaisir le détail des expériences de M. Bergman, & celui des calculs que j'y ai appliqués; ce sera d'ailleurs une occasion de faire quelques réflexions qui pourront prévenir des objections & lever des difficultés pour ceux qui s'occuperont après moi du même objet.

I.

Précipitation de l'Argent dissous dans l'acide nitreux, par le plomb.

Il faut deux cents trente-quatre livres de plomb pour précipiter un quintal d'argent: donc nommant a la quantité de principe oxygine contenue dans un quintal d'argent, & x celle que le plomb peut lui enlever dans la précipitation, on aura $x = \frac{100 . a}{234}$. On vient de voir que pour l'argent $a = 10^{\text{liv.}},8$, d'où l'on tire $x = 4^{\text{liv.}},615$; c'est-à-dire que le plomb ne peut enlever à l'argent diſſous par l'acide nitreux, que 4$^{liv.}$,615 de principe oxygine par quintal. Cette quantité eſt fort inférieure à celle néceſſaire pour ſaturer le plomb ; en effet, ce métal dans le minium eſt combiné avec dix livres au moins de principe oxygine ; mais comme l'affinité qu'il a pour le principe oxygine, n'eſt que très-peu ſupérieure à celle de l'argent, il ne peut s'en ſaturer que partiellement dans la précipitation de ce métal.

I I.

Précipitation de la même diſſolution, par le cuivre.

Il faut, pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent diſſous dans l'acide nitreux, trente-une livres de cuivre ; d'où il ſuit qu'un quintal de cuivre peut enlever à l'argent, en le précipitant, 34$^{liv.}$,839 de principe oxygine.

I I I.

Précipitation de la même diſſolution, par l'étain.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent diſſous dans l'acide nitreux, étain.......... 88 livres.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal d'étain peut enlever à l'argent . . 12$^{liv.}$,273.

I V.

Précipitation de la même diſſolution par le Biſmuth.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent diſſous dans l'acide nitreux, biſmuth....... 174 livres.

D'où il réſulte, pour la quantité de principe oxygine, que le biſmuth peut enlever à l'argent, par quintal. 6$^{liv.}$,207.

On verra plus bas les motifs qui me portent à croire que ce réſultat eſt trop foible d'un tiers environ.

V.

Précipitation de la même dissolution par le Nickel.

Il faut pour précipiter un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, Nickel . . . . 64 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le nickel peut enlever à l'argent, par quintal . . . 16$^{liv.}$,875.

VI.

Précipitation de la même dissolution par le Régule d'Arsenic.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous par l'acide nitreux, Régule d'Arsenic . . . 92 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de régule d'arsenic peut enlever à l'argent. . 11$^{liv.}$,739.

VII.

Précipitation de la même dissolution par le Régule de Cobalt.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous par l'acide nitreux, Régule de Cobalt . . . . 37 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le régule de cobalt enlève à l'argent, dissous dans l'acide nitreux, par quintal. . . . . 29$^{liv.}$,190.

VIII.

Précipitation de la même dissolution par le Zinc.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous par l'acide nitreux, Zinc . . . . 55 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le zinc peut enlever à l'argent, par quintal . . . . 19$^{liv.}$,637.

IX.

Précipitation de la même dissolution par le Régule d'Antimoine.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, Régule d'Antimoine . . 83 liv.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de régule d'antimoine peut enlever à l'argent 13$^{liv.}$,012.

X.

Précipitation de la même dissolution par la Manganèse.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous dans l'acide nitreux, Manganèse....... 51 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de manganèse peut enlever à l'argent... 21$^{liv.}$,176.

XI.

Précipitation de l'argent dissous dans l'acide vitriolique par le cuivre.

M. Bergman a aussi essayé de dissoudre un quintal d'argent par l'acide vitriolique, & il a éprouvé que pour le précipiter il falloit, Cuivre...................... 30 livres.
D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de cuivre peut enlever à l'argent...... 36 livres.

Cette détermination diffère peu de celle obtenue par l'acide nitreux; mais j'ai supposé qu'un quintal d'argent, en se dissolvant dans l'acide vitriolique, se chargeoit de 10$^{liv.}$,8 de principe oxygine, comme il le fait dans l'acide nitreux: or, cette supposition pourroit n'être pas rigoureusement exacte; & comme le principe oxygine tient moins à l'acide nitreux qu'à l'acide vitriolique, il seroit possible qu'il y eût quelque chose à retrancher de la quantité de 10$^{liv.}$,8 dont je suis parti; alors ces deux expériences pourroient être parfaitement d'accord entr'elles.

XII.

Précipitation de l'argent dissous dans l'acide vitriolique par le Fer battu.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'argent dissous dans l'acide vitriolique, Fer battu..... 29 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de fer battu peut enlever à l'argent . . . . $37^{liv.},241$.

XIII.

Or dissous dans l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal d'or dissous dans l'eau régale, M. Bergman a employé, Zinc . . . . 217 livres.

Mais d'après les expériences faites sur la précipitation de l'argent par le zinc, un quintal de zinc peut enlever à l'argent $19^{liv.},637$ de principe oxygine; donc dans la proportion, les 217 livres de zinc, employées pour précipiter l'or, ont dû lui enlever . . . . $43^{liv.},612$.

Cette quantité est donc celle de principe oxygine contenue dans un quintal d'or, dissous dans l'eau régale. Il est vrai que je suppose dans cette détermination, que le principe oxygine ne tient pas plus à l'argent qu'à l'or; mais en supposant qu'il y ait quelque différence, elle ne peut pas changer beaucoup ce résultat.

XIV.

Or dissous dans l'eau régale, précipité par l'Étain.

Il faut pour opérer la précipitation d'un quintal d'or, dissous dans l'eau régale, Étain . . . . 301 livres.

D'après la précipitation de l'argent par l'étain, rapportée ci-dessus, ce dernier métal contient par quintal $12^{liv.},273$ de principe oxygine : la quantité de principe oxygine enlevée à l'or, d'après cette expérience, seroit de . . . . . $36^{liv.},941$.

Mais on verra bientôt que l'étain est susceptible d'absorber une quantité de principe oxygine plus considérable que celle qui a été conclue de la précipitation de l'argent, & que cette quantité doit être portée au moins à quatorze livres par quintal; ce qui donne, pour la quantité de principe oxygine combiné dans un quintal d'or dissous dans l'Eau régale . . . . $42^{liv.},140$.

Ce résultat cadre, à très-peu de chose près, avec l'expérience précédente. Au reste, quand il se trouveroit quelque différence entre le résultat des précipitations faites par l'étain & par le zinc, il ne faudroit pas s'en étonner, le zinc ayant en général beaucoup plus d'affinité que l'étain pour le principe oxygine, comme je le ferai voir dans la suite.

X V.

Platine dissoute dans l'eau régale, précipitée par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de platine dissoute dans l'eau régale, il a fallu, Zinc . . . . 416 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine contenue dans un quintal de platine. . . . . 81$^{\text{liv.}}$,690.

X V I.

Mercure dissous dans l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de mercure dissous dans l'acide nitreux, il faut, Zinc . . . . 44 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, que le zinc peut enlever à un quintal de mercure . . . 8$^{\text{liv.}}$,640.

Cette proportion est assez exactement celle qui s'observe dans le précipité *per se* & le précipité rouge, & c'est une présomption forte en faveur de l'exactitude des déterminations calculées par cette voie, pour le zinc & pour l'argent.

X V I I.

Plomb dissous par l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de plomb dissous par l'acide nitreux, il faut employer, Zinc . . . . 26 livres.

D'où il résulteroit, pour la quantité de principe oxygine, contenue dans un quintal de plomb. . . . . 4$^{\text{liv.}}$,325.

Mais il est à observer que le plomb ne se précipite pas dans cette expérience entièrement dans l'état métallique, qu'il retient encore une portion notable de principe oxygine : ainsi la quantité de 4$^{\text{liv.}}$, 325 est trop foible, comme il résulte

en

en effet des opérations faites par voie de calcination & de réduction. On sait en effet que le plomb, dans l'état de *minium*, contient pour 100 livres de plomb, au moins 10 livres de principe oxygine.

XVIII.

Cuivre dissous par l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de cuivre dissous par l'acide nitreux, il faut employer, Zinc .... 164 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, contenue dans un quintal de cuivre........ 32$^{liv.}$,205.

Mais comme dans cette expérience, le cuivre n'est pas précipité entièrement sous forme métallique, cette quantité est nécessairement trop foible; de sorte qu'on peut s'en tenir à conclure, comme il résulte de l'expérience XI, qu'un quintal de cuivre, en se dissolvant, absorbe environ trente-six livres de principe oxygine.

XIX.

Étain dissous par l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal d'étain dissous dans l'eau régale, il faut, Zinc........................ 68 livres.

D'où il résulteroit qu'un quintal d'étain contiendroit principe oxygine......................... 13$^{liv.}$,353.

Mais l'étain dans cette expérience, ne se précipite pas absolument dans l'état métallique, il contient donc plus de 13$^{liv.}$,353 de principe oxygine : ainsi on peut estimer que l'étain, en se dissolvant dans l'eau régale, se combine environ à quatorze livres ou quatorze livres & demie de principe oxygine par quintal.

XX.

Bismuth dissous dans l'acide nitreux, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de bismuth dissous dans l'acide nitreux, il faut, Zinc...................... 49 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine contenue dans un quintal de bismuth . . . . 9$^{liv.}$,622.

Cette quantité excède d'un tiers, celle trouvée dans l'expérience de la précipitation de l'argent par le bismuth; mais comme dans cette expérience, le bismuth se précipite dans son état métallique quand on opère ou à froid ou à une chaleur douce, je donnerai la préférence au résultat obtenu par le zinc.

XXI.

Nickel dissous dans l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour opérer la précipitation d'un quintal de Nickel dissous dans l'acide nitreux, il faut employer, Zinc . . . 54 livres.

D'où il résulte, pour la quantité de principe oxygine, qu'un quintal de zinc peut enlever au nickel . . . . 12$^{liv.}$,568.

Le précipité dans cette expérience, est en poudre noire, & pèse quatre-vingts livres.

La précipitation de l'argent par le nickel, donne 16$^{liv.}$,875 comme on l'a vu précédemment. Ces deux résultats diffèrent sensiblement, & il est difficile de déterminer auquel on doit donner la préférence.

XXII.

Régule d'arsenic dissous dans l'eau régale, précipité par le Zinc.

Pour précipiter un quintal de régule d'arsenic dissous dans l'eau régale, il faut, Zinc . . . . 126 livres.

D'où il résulteroit, pour la quantité de principe oxygine qu'absorbe un quintal de régule d'arsenic, ... 24$^{liv.}$,743.

Cette quantité est plus que double de celle obtenue par la précipitation de l'argent; mais comme le régule d'arsenic est susceptible d'un grand nombre de degrés de saturation, il est possible que ces deux déterminations soient également exactes.

XXIII.

Régule d'antimoine dissous par l'eau régale, précipité par le Zinc.

Il faut pour précipiter un quintal de régule d'antimoine dissous dans l'eau régale, Zinc . . . . 70 livres.

Le régule est précipité sous forme de poudre blanche.

Donc la quantité de principe oxygine qu'absorbe, en se dissolvant, un quintal de régule d'antimoine . . . 13 liv.,746.

Ce qui cadre très-bien avec le résultat obtenu dans l'expérience de la précipitation de l'argent.

Mais comme le régule précipité n'est pas entièrement dans l'état métallique, il est probable que ces résultats sont de quelque chose au-dessous de l'effectif.

En comparant le résultat des expériences faites sur les mêmes métaux par différentes voies, on remarquera que la plupart s'accordent mieux qu'on n'auroit eu lieu de l'espérer. J'ai choisi cependant parmi elles, celles qui m'ont paru porter le caractère d'une plus grande exactitude, & lorsque j'ai cru pouvoir y accorder le même degré de confiance, j'ai pris un milieu entr'elles. Ces résultats se trouvent présentés, sous un même point de vue, dans la Table suivante.

TABLEAU *des quantités de principe oxygine qui se combinent avec les différentes Substances métalliques, dans leur dissolution par les Acides, & dans leur précipitation les unes par les autres.*

	Livres.	Numéros des Expériences.
Platine	81,690	XV.
Or	43,612	XIII.
Fer	27,000. / 37,000.	
Cuivre	36,000	XI.
Cobalt	29,190	VII.

		Livres.	Numéros des Expériences.
Manganèse		21,176...	X.
Zinc		19,637...	VIII.
Nickel	16,875.... V. / 12,568.... XXI.	14,721.	
Régule d'antimoine		13,746...	XXIII.
Étain		14,000...	XIX.
Régule d'arsenic		11,739... / 24,743...	VI. / XXII.
Argent		10,800.	
Bismuth		9,622...	XX.
Mercure		8,000.	
Plomb	4,615.... I. / 4,325.... XVII.	4,470.	

Après avoir présenté le tableau des quantités de principe oxygine qui s'unissent avec les métaux, lorsqu'ils se précipitent les uns par les autres de la dissolution dans les acides, il m'a paru important d'examiner, si ces quantités cadroient avec celles que ces mêmes substances absorbent par leur calcination à l'air libre. Il existe sur cette matière plus d'expériences déjà faites que je ne l'avois cru d'abord, & lorsque je dirai que plusieurs ont été faites par Boyle, par M. Geoffroy le jeune, que toutes ont été répétées par M. de Morveau, & que ce dernier les a complétées; ces noms respectables en Chimie seront bien propres à inspirer de la confiance. Je ne m'étendrai point ici sur le détail des expériences, pour ne point m'exposer à répéter ce que j'ai dit ailleurs.

Le principe oxygine ayant plus d'affinité avec le principe de la chaleur qu'avec l'or, l'argent & la platine, il est impossible de calciner ces substances ni dans l'air commun, ni dans l'air vital, ni par leur combinaison avec le nitre; elles conservent constamment, dans toutes les opérations par la voie sèche, leur brillant métallique; elles ne perdent aucune portion de leur poids, si ce n'est au foyer des grands verres ardens, ou au feu excité par l'air vital; enfin l'air dans lequel on les calcine, n'éprouve aucune altération.

Il n'en est pas de même des autres métaux; il n'en est aucun, du moins de ceux connus, qui n'augmente de poids lorsqu'on le calcine, qui ne perde les principales propriétés métalliques, qui ne se convertisse en une substance plus ou moins terreuse, qui ne diminue le volume de l'air atmosphérique dans lequel se fait la calcination, qui n'absorbe la totalité de l'air vital lorsqu'il est pur.

De la limaille de fer, calcinée sur un têt à rôtir, acquiert, suivant M. de Morveau, une augmentation de poids de $24^{liv.},4306$ par quintal.

De la limaille d'acier non-trempée, traitée de la même manière, lui a donné une augmentation de poids de $31^{liv.},58$ par quintal.

D'après des expériences qui me sont propres, & dont je donnerai le détail ailleurs, du fer très-pur brûlé dans l'air vital, acquiert une augmentation de poids de $32^{liv.},414$ par quintal; il est alors dans l'état d'éthiops martial fondu: c'est-à-dire, encore attirable à l'aimant. Je dis du fer très-pur, parce que tous les fers du commerce, à moins qu'ils n'aient été bien corroyés & cementés dans de la poudre de charbon animal, sont des alliages de fer avec une quantité plus ou moins grande d'éthiops-martial; ils contiennent en conséquence, la plupart, plusieurs livres par quintal de principe oxygine, & ils ne sont plus susceptibles de prendre par la calcination que ce qui leur manque pour arriver aux 32 liv. $\frac{1}{2}$ qui forment le point de saturation. (Voyez le Mémoire ci-après *pag.* 541 & 542).

Le fer, par sa détonation avec le nitre, acquiert une augmentation de poids beaucoup plus considérable encore que par la calcination à l'air libre; il prend, lorsqu'il est très-pur, près de quarante-cinq livres de principe oxygine par quintal, il est alors dans l'état de safran de mars ou d'ocre, & n'est plus attirable à l'aimant. M. de Morveau n'a trouvé dans cette expérience que trente-quatre livres d'augmentation par quintal; d'où je conclus qu'il n'a employé que du fer commun du commerce, qui contenoit déjà beaucoup de principe oxygine.

Le fer se calcine également par sa combinaison, soit avec l'arsenic, soit avec le précipité rouge; le principe oxygine ayant plus d'affinité avec le fer qu'avec le mercure & le régule d'arsenic, il quitte l'un & l'autre de ces deux métaux pour se combiner avec le fer, & le constituer dans l'état d'éthiops: il augmente encore dans cette expérience de trente-cinq à quarante livres par quintal. M. Priestley a avancé que dans la combinaison du fer avec la chaux de mercure, il se dégageoit de l'air fixe; je me suis assuré du contraire: toutes les fois qu'on emploie du fer & de la chaux de mercure dans leur état de pureté, que la combinaison est faite dans la juste proportion des deux substances, ou qu'on a employé un léger excédant de fer, il ne se dégage absolument rien.

Le cuivre, par la calcination à l'air libre, augmente, suivant M. de Morveau, de $14^{liv.},245$ par quintal, c'est-à-dire, qu'il enlève à l'air dans lequel on le calcine $14^{liv.},245$ de principe oxygine: on ne peut pas opérer une calcination aussi complète par la détonation avec le nitre, & la quantité de principe oxygine que ce métal lui enlève, n'est que de dix livres. On opère une calcination semblable du cuivre par l'acide nitreux, & ce métal acquiert dans cette opération une augmentation de poids de $15^{liv.},85$ par quintal: par la combinaison avec l'arsenic la calcination est incomplète, & le cuivre n'enlève à ce demi-métal que six à sept livres de principe oxygine par quintal.

Il est difficile de connoître avec une grande exactitude ce que le zinc acquiert de poids par la calcination à l'air libre; la chaux qui se produit, se dissipe, comme on sait, aisément en flocons blancs très-légers, connus sous le nom de *pompholix, nihil album:* malgré cette difficulté, M. de Morveau est parvenu à faire prendre à ce métal une augmentation de poids de . . . . 17$^{liv.}$,5706

En évaluant la quantité de chaux qui s'est dissipée à un dixième de cette augmentation, c'est-à-dire à . . . . 1,7571.

On auroit pour l'augmentation de poids d'un quintal de zinc, c'est-à-dire, pour la quantité de principe oxygine qu'il peut absorber . . 19,3277.

La calcination du régule d'antimoine présente encore plus d'incertitude & plus de difficultés que celle du zinc, 1.° parce que ce demi-métal est volatil; 2.° parce qu'il est susceptible de différens degrés de calcination.

Suivant M. Duclos, il acquiert par la calcination une augmentation de poids de . . . . 12$^{liv.}$,50 à quoi ajoutant, comme pour le zinc, un dixième pour la portion volatilisée . . . . 1,25.

On aura pour la quantité de principe oxygine qui se combine avec le régule d'antimoine par la calcination. . . . . 14,80.

Cette quantité de principe oxygine ne constitue au surplus qu'un premier degré de calcination; l'antimoine diaphorétique, qui est une chaux beaucoup plus complète, en contient plus de trente livres par quintal, d'après les expériences même de M. de Morveau: c'est par la détonation avec le nitre ou par la dissolution dans l'acide nitreux qu'on parvient à l'amener à cet état.

L'étain calciné à l'air libre n'augmente, suivant Boyle, que de douze livres & demie par quintal; mais il y a toute apparence que cet illustre Physicien n'avoit pas poussé la calcination jusqu'au terme qu'elle est susceptible d'atteindre. M. Geoffroy qui a répété cette expérience avec beaucoup de soin, a obtenu une augmentation de 17$^{liv.}$,45 par quintal: la chaux qui résultoit de cette calcination étoit insoluble dans les acides. Par la détonation avec le nitre, l'étain absorbe 16$^{liv.}$,233 de principe oxygine; par la dissolution dans l'acide nitreux il se réduit en une chaux blanche qui contient $23^{liv.},555$ de principe oxygine par quintal.

Enfin, si l'on pousse au feu une combinaison d'étain & d'arsenic, il ne s'opère qu'une calcination très-incomplète de l'étain; ce métal conserve l'éclat métallique, & ne prend que $10^{liv.},764$ de principe oxygine par quintal.

Le bismuth calciné à l'air libre acquiert, suivant M. Geoffroy, $7^{liv.},8948$ d'augmentation de poids par quintal, & suivant M. Baumé $7^{liv.},75$.

Le mercure, comme l'on sait, calciné dans un vaisseau à long col, terminé par une ouverture très-fine qui permet à l'air de se renouveler, se convertit par une chaleur long-temps continuée, en une chaux rouge, connue sous le nom de *mercure précipité per se;* elle contient environ $7^{liv.},75$ de principe oxygine par quintal.

Nous n'avons d'expériences exactes sur les chaux de plomb qu'à l'égard du *minium;* mais cette chaux n'est pas le résultat d'une calcination pure & simple du plomb; elle contient, outre le principe oxygine, de l'air fixe; & il ne paroît pas que dans l'état de chaux grise, le plomb contienne plus de huit à neuf livres de principe oxygine par quintal.

En rapprochant ces résultats de la calcination de ceux obtenus par les précipitations des métaux les uns par les autres, on sera étonné de voir que les quantités de principe oxygine qui se combinent avec chaque métal, cadrent avec une assez grande précision; il n'y a qu'à l'égard du cuivre & du plomb que l'écart est assez grand: cette différence tient sans doute à ce que le cuivre & le plomb ont différens degrés de calcination.

Pour rapprocher sous un même point de vue les quantités de principe oxygine dont les métaux se chargent dans différentes circonstances, on a formé le Tableau suivant; il laisse encore un grand nombre de lacunes, mais si l'on considère que le principe qui s'unit aux métaux dans leur calcination, n'est connu que depuis un très-petit nombre d'années,

NCIPE OXYGINE QUI SE COMBINENT

SUBSTANCES MÉTALLIQUES.

détonation vec TRE.	Par la combinaison avec l'ARSENIC.	Par la dissolution dans les ACIDES.	OBSERVATIONS.
ivres.	*Livres.*	*Livres.*	
......	3,000.		
000.			
000.	6,667.	15,85.	
,000.	....	22,383.	
,233.	10,764.	23,555.	
......	....	14,190.	

TABLEAU DES QUANTITÉS DE PRINCIPE OXYGINE QUI SE COMBINENT AVEC LES DIFFÉRENTES SUBSTANCES MÉTALLIQUES.

DÉNOMINATIONS des SUBSTANCES métalliques.	Par la précipitation des MÉTAUX les uns par les autres.	Par la calcination à l'AIR libre.	Par la détonation avec le NITRE.	Par la combinaison avec l'ARSENIC.	Par la dissolution dans les ACIDES.	*OBSERVATIONS.*
	Liv.	Liv.	Liv.	Liv.	Liv.	
Platine	81,6[illegible]0.					
Or	43,612.					
Fer dans l'état d'éthiops martial.	27,000.	3,000.	....	3,000.		
Fer dans l'état de safran de Mars.	37,000.	....	40,000.			
Cuivre	36,000.	14,245.	10,000.	6,667.	15,85.	
Cobalt	29,190.					
Manganèse	21,176.					
Zinc	19,637.	19,328.				
Nickel	16,875. 12,568.					
Régule d'antimoine	13,746.	14,000.	30,000.	....	22,383.	
Étain	14,000.	17,450.	16,233.	10,764.	23,555.	
Régule d'arsenic	11,739. 24,743.					
Argent	10,800.					
Bismuth	9,622.	7,750.				
Mercure	8,000.	7,750.				
Plomb	4,470.	9,000.	....	....	14,190.	

d'années, on conviendra que c'eſt avoir marché rapidement, que d'avoir atteint le point où nous ſommes.

On voit par l'inſpection de ce Tableau, 1.° que les métaux, ſoit lors de la précipitation les uns par les autres, ſoit lorſqu'on les calcine à l'air, ſe ſaturent d'une quantité à peu-près égale de principe oxygine, & que chaque ſubſtance métallique en exige une quantité qui lui eſt propre:

2.° Que le cuivre & le plomb ſemblent ſeuls faire une exception, mais qu'il faut ſuſpendre ſon jugement ſur ces différences juſqu'à ce que les expériences aient été refaites avec ſoin, & qu'elles aient été examinées ſous un nouveau point de vue:

3.° Qu'il ſeroit à ſouhaiter que dans toutes les précipitations des métaux les uns par les autres, on eût tenu un compte exact du degré de concentration de l'acide, du degré de chaleur auquel la diſſolution & la précipitation ont été faites; parce que, comme je l'ai dit ailleurs, le degré de chaleur change beaucoup les phénomènes des diſſolutions métalliques:

4.° Que la quantité de principe oxygine qui ſe combine avec les métaux pendant leur diſſolution, étant, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire ſur la *diſſolution des Métaux en général,* un des élémens principaux de cette partie de la Chimie, il n'en eſt aucun qui mérite davantage de fixer l'attention des Chimiſtes.

Enfin, on conclura de tout ceci, que ce n'eſt point en raiſon de leur plus ou moins grande affinité pour les acides, que les métaux ſe précipitent les uns les autres, mais principalement en raiſon de leur affinité plus ou moins grande pour le principe oxygine.

MÉMOIRE

Sur l'affinité du Principe oxygine avec les différentes Substances auxquelles il est susceptible de s'unir.

Par M. LAVOISIER.

20 Décemb. 1783.

IL résulte des expériences dont j'ai rendu compte dans mes précédens Mémoires, que le principe oxygine combiné avec la matière de la chaleur, constitue l'air vital; que cette même substance combinée avec le soufre, forme l'acide vitriolique; avec l'air nitreux, l'acide nitreux; avec le sucre, l'acide saccarin; avec le phosphore, l'acide phosphorique; avec le charbon, l'air fixe ou acide charbonneux; avec l'air inflammable aqueux, l'eau, & peut-être l'acide nitreux, suivant la différence des proportions; que ce principe est commun à tous les acides, qu'il se combine avec les métaux pour former des chaux métalliques, que lorsqu'il est uni à quelques-unes d'elles dans de très-fortes proportions, il leur communique quelques propriétés salines, & les convertit même en de véritables acides.

Mais dans quel ordre se font toutes ces combinaisons, quels sont les degrés d'affinité qu'a le principe oxygine avec ces différentes substances, suivant quelles loix s'excluent-elles, se précipitent-elles? c'est l'objet que je me propose d'examiner dans ce Mémoire, celui que j'ai eu en vue dès le commencement du travail, dont j'ai successivement rendu compte à l'Académie, celui pour lequel je n'ai cessé de rassembler des matériaux depuis plusieurs années.

Je n'ignore pas combien la confection d'une Table des affinités, comporte de difficultés; & pour qu'on ne croie pas que je me les suis dissimulées, je vais les exposer ici dans toute leur force.

Un premier défaut, commun à toutes les Tables d'affinités qui ont été formées jusqu'ici, consiste à ne présenter que des résultats d'affinités simples, tandis qu'il n'existe pour nous dans la Nature que des cas d'affinités doubles, souvent triples, & peut-être beaucoup plus compliqués encore.

Pour se former des idées précises sur ces phénomènes, il faut se représenter tous les corps de la Nature comme plongés dans un fluide élastique très-rare, très-léger, connu sous le nom de *fluide igné, de principe de la chaleur*; ce fluide qui les pénètre tous, tend continuellement à en écarter les parties, & il y parviendroit si elles n'étoient retenues par l'attraction qu'elles exercent les unes sur les autres; c'est cette attraction qu'on a coutume d'appeler du nom d'*affinité d'agrégation*. La résistance que les molécules constituantes des corps apportent à leur séparation, n'est donc qu'un résultat de deux forces qui sont variables l'une & l'autre; la première, suivant une certaine loi relative aux degrés du thermomètre; la seconde, en raison de l'écartement plus ou moins grand, occasionné entre les parties des corps par l'introduction du fluide igné: c'est par une suite de ces deux causes, que le même corps, plus ou moins échauffé, devient successivement solide, liquide ou aériforme, suivant que l'effort que fait la matière du feu pour en écarter les parties, est plus fort ou plus foible, ou en équilibre avec la force agrégative. J'ai parlé ailleurs d'une autre cause qui s'oppose à l'écartement des molécules des corps, & principalement des fluides, c'est la pression de l'atmosphère.

Il suit de-là, que lorsque l'on combine deux corps, l'action qu'ils exercent l'un sur l'autre est absolument différente, suivant le degré de chaleur auquel se fait la combinaison; sont-ils concrets l'un & l'autre, par exemple, comme du plomb & de l'étain, ils n'ont aucune action l'un sur l'autre, parce que l'attraction de leurs parties avec elles-mêmes, est plus forte que l'action réciproque que les molécules des deux métaux peuvent exercer les unes sur les autres; de-là l'axiome chimique, *corpora non agunt nisi sint soluta:* mais lorsque par une action plus forte de la chaleur, les molécules de l'un des deux métaux ont été écartées, que leur attraction, leur affinité d'agrégation a été diminuée ; alors ils agiſſent l'un ſur l'autre, & la combinaiſon des deux métaux a lieu.

Une Table d'affinité ne peut donc préſenter des réſultats vrais qu'à un certain degré de chaleur, & le mercure en fournit un exemple frappant : qu'on échauffe ce métal juſqu'au degré capable de le faire bouillir, il décompoſe l'air vital, il s'empare du principe oxygine qui le conſtitue, il ſe calcine & ſe convertit en chaux rouge de mercure; veut-on lui faire éprouver une chaleur un peu plus forte, & capable ſeulement de ramollir le verre, l'air vital ſe dégage, & le mercure ſe revivifie ; ainſi au degré du mercure bouillant, le principe oxygine a plus d'affinité avec le mercure que la matière de la chaleur; & le contraire a lieu à une température plus élevée.

Une Table des rapports, conſtruite ſur les principes de toutes celles que nous connoiſſons, ne peut cependant exprimer que l'un ou l'autre de ces deux effets; elle eſt donc néceſſairement fautive dans l'un ou l'autre cas. M. Bergman a cherché à remédier à cet inconvénient, en diviſant en deux parties ſa Table des affinités, l'une deſtinée à préſenter les réſultats des expériences par la voie humide, l'autre par la voie sèche ; mais pour obtenir des Tables rigoureuſement d'accord avec l'expérience, il faudroit, pour ainſi dire, en former une pour chaque degré du thermomètre.

Un ſecond défaut de nos Tables d'affinités, eſt de ne faire entrer pour rien les effets de l'attraction de l'eau, & peut-être de ſa décompoſition, dans les combinaiſons par la voie humide : on regarde l'eau comme un agent ſimplement paſſif, tandis qu'il agit avec une force réelle & perturbatrice qui doit entrer en ligne de compte dans les réſultats.

Une troiſième imperfection des Tables d'affinités, eſt de ne pouvoir exprimer les variations qui ſurviennent dans la force attractive des molécules des corps, en raiſon des différens degrés de ſaturation : il y a certaines combinaiſons pour leſquelles il y a deux & trois degrés de ſaturation marqués, d'autres pour leſquelles il y en a un plus grand nombre ; la formation des acides en fournit un grand nombre d'exemples, & il ne sera pas inutile de m'y arrêter un moment. L'acide vitriolique, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire imprimé dans le Recueil de 1777, résulte de l'union du soufre & du principe oxygine: mais par la combinaison de ces deux principes, on peut faire deux acides distincts, & qui diffèrent essentiellement l'un de l'autre par le plus grand nombre de leurs propriétés; l'acide vitriolique qui est pesant, fixe, sans odeur, & qui attire l'eau avec une grande avidité; l'acide sulfureux qui est éminemment volatil, qui ne se combine avec l'eau qu'en assez petite quantité, qui a une odeur très-pénétrante: ces deux acides ont chacun leur degré de saturation, le premier constitue l'acide sulfureux, le dernier constitue l'acide vitriolique, sans qu'il y ait aucun intermédiaire entre le soufre & l'acide sulfureux, entre l'acide sulfureux & l'acide vitriolique; & pour convertir l'un dans l'autre, il suffit d'ajouter du principe oxygine à l'acide sulfureux, & d'en retrancher à l'acide vitriolique.

L'acide marin, comme je l'ai déjà observé, présente le même phénomène; il est composé d'un principe inconnu, & qu'il n'a pas encore été possible d'obtenir à nu, combiné avec le principe oxygine; si on le fait passer sur de la manganèse ou d'autres chaux métalliques, comme il a plus d'affinité que la plupart d'elles avec le principe oxygine, il le leur enlève & s'en sature complétement, alors il forme un acide gazeux, susceptible d'être absorbé par l'eau jusqu'à saturation, qui a la propriété de dissoudre l'or, &c. C'est cet acide que M.rs Bergman & Schéele on nommé *acide marin déphlogistiqué:* dans l'état au contraire où on l'obtient par la distillation du sel marin, soit avec l'argile, soit avec l'acide vitriolique, il n'est pas complétement saturé de principe oxygine; alors il est en analogie avec l'acide sulfureux, il est très-volatil, d'une odeur très-pénétrante, &c. il y a grande apparence qu'il en est de même des deux acides phosphoriques, de celui obtenu par *deliquium*, & de celui obtenu par combustion; le premier est beaucoup moins saturé de principe oxygine que le second, & il existe entre eux la même différence qu'entre l'acide sulfureux & l'acide vitriolique.

Enfin l'air nitreux eſt ſuſceptible de prendre avec le principe oxygine, non-ſeulement deux degrés, mais une infinité de degrés de ſaturation; & il en réſulte une infinité d'acides nitreux différens, depuis celui qu'on nomme *déphlogiſtiqué*, & qui eſt blanc & ſans couleur, juſqu'à celui qui eſt le plus rutilant & le plus fumant.

On conçoit que la force d'affinité qui unit les deux principes; le ſoufre, par exemple, avec le principe oxygine, n'eſt pas la même dans les deux degrés de ſaturation, dans l'acide vitriolique & dans l'acide ſulfureux; mais c'eſt ſur-tout dans l'acide nitreux que cette différence eſt remarquable. L'air nitreux, qui tient beaucoup à cet acide, lorſqu'il eſt complétement ſaturé de principe oxigine, y tient très-peu dans l'acide nitreux fumant, puiſque le ſimple degré de chaleur de l'atmoſphère ſuffit pour l'en ſéparer: je pourrois ajouter que cette différence dans la proportion du principe oxygine change les affinités de l'acide, avec les différentes ſubſtances avec leſquelles il eſt ſuſceptible de s'unir; que l'acide, qui étoit le plus fort lorſqu'il étoit ſaturé complétement de ce principe, devient quelquefois d'autant plus foible qu'il en eſt privé davantage; mais je ſortirois de l'objet de ce Mémoire, dans lequel je ne me ſuis propoſé que d'examiner les degrés d'affinité du principe oxygine avec différentes ſubſtances, & non pas les degrés d'affinité qu'acquièrent ces différentes ſubſtances lorſqu'elles ſont combinées avec le principe oxygine.

Ce que je viens de dire contre les Tables d'affinités en général, s'applique naturellement à celle que je vais préſenter; mais je n'en penſe pas moins qu'elle peut être de quelqu'utilité, au moins juſqu'à ce que des expériences plus multipliées & l'application du calcul à la Chimie, nous mettent en état de porter plus loin nos vues. Peut-être un jour la préciſion des données ſera-t-elle amenée au point que le Géomètre pourra calculer, dans ſon cabinet, les phénomènes d'une combinaiſon chimique quelconque, pour ainſi dire de la même manière qu'il calcule le mouvement des corps céleſtes. Les vues que M. de la Place a ſur cet objet, & les expériences que nous avons projetées, d'après ſes idées, pour exprimer par des nombres la force des affinités des différens corps, permettent déjà de ne pas regarder cette espérance absolument comme une chimère.

En attendant, voici l'ordre qu'on observe dans les affinités du principe oxygine, à quelques exceptions près, résultant principalement, comme je l'ai dit, des changemens dans les degrés de chaleur.

Tableau des affinités du Principe oxygine avec les différentes substances avec lesquelles il est susceptible de s'unir.

PRINCIPE OXYGINE.

Principe inconnu de l'acide marin, ou principe muriatique.
Substance charbonneuse.
Zinc.
Fer.
Principe inflammable aqueux.
Régule de Manganèse.
Cobalt.
Nickel.
Plomb.
Étain.
Phosphore de Kunckel.
Cuivre.
Bismuth.
Régule d'antimoine.
Mercure.
Argent.
Régule d'arsenic.
Sucre.
Soufre.
Air nitreux.
Principe de la chaleur.
Or.
Acide marin fumant du commerce.
Acide nitreux.
Chaux de Manganèse.

Ce Tableau présente à peu-près toutes les substances avec lesquelles j'ai reconnu jusqu'ici que le principe oxygine étoit susceptible de s'unir; & elles y sont rangées dans l'ordre de leur affinité.

Je suis bien éloigné de prétendre donner ici un travail complet sur cet objet; malgré les soins que je me suis donné, je ne puis encore le regarder que comme un essai, & je ne doute pas que de nouvelles expériences, ou peut-être même un examen plus approfondi de celles déjà connues, ne m'obligent de transposer quelques termes.

J'ai suivi dans ce Tableau, la forme adoptée par M. Geoffroy, & depuis lui, par tous ceux qui ont concouru à la perfection des Tables d'affinité; ainsi le principe oxygine est en tête de la colonne, tout en bas se trouve la chaux de manganèse, qui est de toutes les substances avec lesquelles il est susceptible de s'unir, celle pour laquelle il paroît avoir le moins d'affinité.

L'acide nitreux ordinaire est, comme je l'ai répété bien des fois, composé d'air nitreux & de principe oxygine; mais il est susceptible d'en prendre un excès de ce dernier, & de former ce que M.rs Schéelle & Bergman ont nommé *acide nitreux déphlogistiqué*. C'est ce qu'on opère en distillant de l'acide nitreux sur de la manganèse. Peut-être l'affinité de l'acide avec le régule contribue-t-elle au dégagement du principe oxygine, mais il seroit trop long de discuter ici cet objet. L'acide nitreux, ainsi surchargé de principe oxygine, est aussi blanc, aussi limpide que de l'eau pure; il n'a point l'odeur fétide de l'acide nitreux, il ne répand pas des vapeurs rouges, même quand on le fait chauffer, il répand au contraire des vapeurs blanches; il est susceptible dans cet état de dissoudre une petite portion d'or; cet excès de principe oxygine y tient si peu qu'il peut lui être enlevé généralement par toutes les substances contenues au-dessus de lui dans le Tableau, & même par l'action de la simple chaleur; & c'est par cette raison sans doute, que dans presque toutes les distillations d'acide nitreux, où on n'emploie pas un assez grand

grand refroidissement pour condenser les vapeurs, il y a séparation & dégagement d'air vital.

Si, à de l'acide nitreux ainsi surchargé de principe oxygine, on mêle de l'acide marin, ce dernier acide s'empare de cet excès, il devient susceptible de dissoudre l'or, & il est alors absolument dans l'état que M.[rs] Schéelle & Bergman ont désigné sous le nom d'*acide marin déphlogistiqué.* L'acide nitreux, par une conséquence nécessaire, devient fumant, c'est-à-dire, surchargé d'air nitreux.

Immédiatement au-dessus de l'acide marin, est placé l'or; & en effet on verra à l'article où je traiterai de l'union du principe oxygine avec ce métal, qu'il se calcine en se dissolvant dans l'acide marin: il enlève donc à cet acide une portion de principe oxygine.

La chaux d'or peut être ensuite revivifiée par la simple action de la chaleur, & c'est ce qu'on a indiqué en plaçant au-dessus de l'or le principe de la chaleur; dans cette opération, le principe oxygine, combiné avec le principe de la chaleur, forme de l'air vital qui n'est plus susceptible d'être décomposé par l'or.

L'air nitreux qui vient ensuite, est susceptible d'enlever le principe oxygine au principe de la chaleur: il se forme de l'acide nitreux; une petite portion de la matière de la chaleur devient libre, comme je l'ai exposé ailleurs; une portion beaucoup plus considérable se fixe dans la combinaison.

L'acide nitreux, qui s'est ensuite formé, peut être décomposé par le soufre, par le sucre, par le régule d'arsenic, par toutes les substances métalliques, par le phosphore, par le principe inflammable aqueux, par la substance charbonneuse. Dans le premier cas, c'est-à-dire, avec le soufre, il se forme de l'acide vitriolique; avec le sucre, il se forme de l'acide saccarin; avec l'arsenic, de l'acide arsenical: les affinités du principe oxygine, pour ces trois substances, sont à-peu-près les mêmes; & on n'a point d'expérience décisive pour les placer dans un ordre plutôt que dans un autre.

Le soufre, qui suit immédiatement l'air nitreux, est susceptible d'enlever le principe oxygine à l'or & au principe de la chaleur ; il décompose l'air vital, & rend libre le principe de la chaleur qui entre dans sa composition ; enfin, il décompose l'acide nitreux ; mais l'acide vitriolique qui résulte de la combinaison du soufre avec le principe oxygine, est décomposé à son tour par toutes les substances métalliques, par le phosphore, par le principe inflammable aqueux, & par la substance charbonneuse.

L'argent qu'on a placé le dixième, en comptant par en bas, dans le Tableau des affinités, se calcine en se dissolvant dans l'acide nitreux ; il se forme en même-temps de l'air nitreux, d'où il résulte que le principe oxygine a plus d'affinité avec l'argent qu'avec l'air nitreux ; mais si on ajoute du mercure coulant à cette dissolution, il s'empare du principe oxygine qui étoit uni à l'argent ; ce dernier métal se précipite avec son brillant métallique ; & c'est pour exprimer cet effet qu'on a placé le mercure immédiatement au-dessus de l'argent.

Le mercure est de même précipité par le régule d'antimoine, le régule d'antimoine par le bismuth, le bismuth par le cuivre.

Le phosphore de Kunckel, jeté ensuite dans une dissolution de ces différens métaux, les revivifie & les précipite dans l'état métallique, comme l'a fait voir M. Sage, pour le mercure & pour l'argent ; en même-temps le principe oxygine se combine avec le phosphore & forme de l'acide phosphorique ; d'où il résulte évidemment que le posphore a plus d'affinité avec le principe oxygine qu'avec l'argent, le mercure, le régule d'antimoine, le bismuth & le cuivre.

On conçoit qu'aucune des substances métalliques, qui sont placées dans la Table au-dessous du phosphore, ne peuvent se dissoudre dans l'acide phosphorique ; car, comme je l'ai dit bien des fois, les métaux en général ne peuvent se dissoudre sans avoir été préalablement calcinés, c'est-à-dire, sans s'être approprié une certaine portion de principe oxygine ; or, comme d'après la Table, le principe oxygine a plus d'affinité avec le phoſphore qu'il n'en a avec le cuivre, le biſmuth, le régule d'antimoine, le mercure, l'argent, & le régule d'arſenic, il en réſulte, par une conſéquence néceſſaire, que ces ſubſtances métalliques ne peuvent pas ſe calciner dans l'acide phoſphorique, & par conſéquent qu'elles ne peuvent s'y diſſoudre, ſur-tout parce qu'aucune d'elles n'ont, comme le fer, la reſſource de ſe calciner aux dépens de l'eau.

L'étain, le plomb, le nickel, le cobalt & la manganèſe ſe trouvent enſuite rangées, ſuivant l'ordre de leur affinité avec le principe oxygine.

Vient enſuite le principe inflammable aqueux, qui forme l'eau par le réſultat de ſa combinaiſon avec le principe oxygine; cette combinaiſon ne peut être détruite, d'après les connoiſſances acquiſes juſqu'à ce jour, que par le fer, le zinc, la matière charbonneuſe & le principe inconnu de l'acide marin, que j'appellerai déſormais *principe muriatique* : cette même ſéparation s'opère dans l'acte de la végétation, par des moyens qui ne nous ſont point encore bien connus, & par la fermentation vineuſe & putride.

La ſubſtance charbonneuſe étant, après le principe inconnu de l'acide marin, celle qui a le plus d'affinité avec le principe oxygine, il en réſulte que le charbon doit décompoſer l'acide nitreux & l'acide marin ſurchargés de principe oxygine; qu'il doit enlever le principe oxygine à la matière de la chaleur, c'eſt-à-dire, décompoſer l'air & en ſéparer la matière de la chaleur; qu'il doit décompoſer l'acide nitreux, l'acide ſulfureux, l'acide vitriolique, l'acide arſenical, l'acide phoſphorique; revivifier toutes les chaux métalliques; enfin, décompoſer l'eau, & déſunir les deux principes qui la compoſent: avec le principe oxygine qu'il enlève à toutes ces ſubſtances, il forme de l'air fixe ou acide charbonneux, & il reſte du ſoufre, du phoſphore, du régule d'arſenic, des ſubſtances métalliques dans leur état brillant & malléable.

A l'égard du principe inconnu de l'acide marin ou principe muriatique, il forme avec le principe oxygine une combinaiſon ſi ſolide & ſi ferme, qu'on ne connoît juſqu'ici aucun moyen de l'en ſéparer.

On ne doit pas perdre de vue, que dans le Tableau que je préſente des affinités du principe oxygine, non-ſeulement chaque ſubſtance enlève ce principe à celle qui eſt immédiatement au-deſſous, mais encore à toutes celles qui la ſuivent juſqu'au bas de la colonne; de même elle cède ce même principe à toutes celles qui ſont au-deſſus juſqu'au haut de la colonne: ainſi, non-ſeulement le phoſphore enlève le principe oxygine à la chaux de cuivre, mais il l'enlève encore aux chaux de biſmuth, de régule d'antimoine, de mercure, d'argent, d'arſenic, à l'acide du ſucre, à l'acide vitriolique, à l'acide nitreux, à l'air vital, &c. Il cède au contraire ce principe à l'étain, au plomb, au nickel, au cobalt, au régule de mangaèſe, au principe inflammable aqueux, au fer, au zinc, au charbon; enfin, il doit le céder également au principe muriatique: on en peut dire autant de chaque ſubſtance, à un petit nombre d'exceptions près, qui tiennent principalement à la température dans laquelle on opère.

Il ſeroit ſuperflu que je m'étendiſſe davantage ſur l'explication de cette Table, ou plutôt de cette nouvelle colonne à ajouter à la Table des rapports; on trouvera d'ailleurs des preuves multipliées de ce que j'avance, ſoit dans les Mémoires que j'ai publiés précédemment, ſoit dans ceux que je préſente dans ce moment à l'Académie, & dans leſquels je traite dans un très-grand détail de l'union du principe oxygine avec les différentes ſubſtances avec leſquelles il eſt ſuſceptible de s'unir.

MÉMOIRE
SUR L'UNION DU PRINCIPE OXYGINE AVEC LE FER.

Par M. LAVOISIER.

LE fer est une des substances métalliques qui a le plus d'affinité avec le principe oxygine, & cette combinaison présente des phénomènes intéressans par la variété des proportions. Présenté le 20 Déc. 1783.

Si on expose de la limaille de fer à l'action du feu, dans un têt à rôtir, & qu'on l'agite pour renouveler les surfaces, le fer perd bientôt sa ductilité, il devient cassant, & on le réduit en quelques heures en une poudre noire qui est encore attirable à l'aimant, mais moins que ne l'étoit le fer pur & malléable. Si on a opéré sur un quintal de fer très-pur & très-doux, on obtient 132 à 133 livres de cette espèce de chaux: dans cette expérience, l'air de l'atmosphère cède au fer le principe oxygine qui entre dans sa composition; la matière du feu devient libre, mais son dégagement est si lent qu'il échappe aux sens, & qu'il est imperceptible à la vue.

Les phénomènes se présentent d'une manière bien plus frappante, si on opère cette même calcination dans de l'air vital. Je me suis servi à cet effet, de copeaux de fer fort minces que j'ai pesés très-exactement, que j'ai placés sur une petite soucoupe de porcelaine, & que j'ai fait passer sous une cloche remplie d'air vital, & plongée dans du mercure. J'avois placé sur un de ces copeaux, un petit morceau d'amadou & un atome de phosphore, & j'ai communiqué l'inflammation à l'aide d'un fer rouge recourbé que j'ai introduit sous la cloche à travers le mercure; l'inflammation du fer a été extrêmement rapide, & a fourni un très-beau spectacle; il s'est fondu & s'est rassemblé en gouttes qui se sont figées ensuite par le refroidissement, & dont j'ai constaté très-soigneusement le poids.

La quantité de fer employée,

	grains.
Avant la combustion, pesoit	145,6.
Après la combustion, il pesoit	192,0.
Donc augmentation de poids	46,4.

La quantité d'air vital absorbée, s'est trouvée de 97 pouces pesant, à raison de $0^{\text{grains}},47317$ le pouce cube $45^{\text{grains}},9$; ce qui s'accorde très-exactement avec l'augmentation de poids observée sur le fer: il s'est trouvé en outre une très-petite portion d'air fixe dans le résidu; mais j'ai lieu de croire qu'en employant de l'air vital & du fer très-purs, on n'en auroit pas un atome. L'augmentation de poids du fer a été, comme l'on voit dans cette expérience, de $32^{\text{livres}},414$ par quintal.

Soit que ce fer ait été calciné dans l'air ordinaire ou dans l'air vital, il est également dans l'état connu sous le nom d'*éthiops martial;* si on continue à le pousser au feu, il prend une couleur brune qui s'éclaircit peu-à-peu, il continue d'augmenter de poids, perd la propriété d'être attirable à l'aimant, & se convertit en ocre. Cette augmentation de poids est dûe, comme celle de toutes les autres chaux métalliques, à la fixation de l'air vital; mais comme cette opération se fait communément dans une atmosphère dont l'air est en partie converti en air fixe par la combustion des charbons, il se combine avec la chaux de fer, non-seulement du principe oxygine, mais encore de l'acide charbonneux ou air fixe.

Si on pousse l'ocre qui s'est ainsi formé par voie de calcination, à un très-grand degré de feu dans des vaisseaux fermés, elle laisse échapper une grande partie de l'acide charbonneux qu'elle avoit absorbé, & même une portion d'air vital, & elle revient à l'état d'éthiops; mais à quelque degré de feu qu'on la pousse ensuite, quelque long temps qu'on le continue, elle reste constamment dans l'état d'éthiops, & retient obstinément, par quintal, 25 à 30 livres de principe oxygine, qu'il n'est plus possible d'en séparer autrement que par la voie de combinaison.

Cette union du principe oxygine avec le fer, s'opère également par la voie humide, & elle se fait, par le moyen de l'eau distillée seule, comme l'a fait voir M. Bergman, & comme l'avoit également annoncé le Docteur Demeste. Si on met de la limaille de fer dans de l'eau distillée, qu'on l'y laisse séjourner pendant très-long-temps, qu'on agite fréquemment le mélange, pour renouveler les surfaces, en ayant l'attention que le fer soit toujours complétement recouvert par l'eau, & qu'il ne reçoive pas le contact direct de l'air; ce métal se calcine peu-à-peu, il se convertit en une poudre noire, qui est de véritable éthiops martial. Si on a opéré sur un quintal de fer, & si l'on a employé du métal bien pur, l'éthiops, quand il a été parfaitement séché dans des vaisseaux clos, pèse de 130 à 135 livres; je dis que ce métal doit être choisi bien pur, parce que la plupart des fers du Commerce sont un alliage de fer doux avec un peu d'éthiops martial, c'est-à-dire, qu'ils contiennent presque toujours une petite portion de principe oxygine; alors, ils en prennent moins en se convertissant en éthiops: aussi, dans les usages relatifs aux Arts, ne doit-on jamais compter sur une augmentation de plus de 30 livres par quintal; on ne l'obtient pas même avec de mauvais fer, & sur-tout avec la fonte: pendant tout le cours de cette calcination humide, il se dégage une quantité d'air inflammable très-considérable. Si le fer a acquis une augmentation de 30 livres par quintal, c'est-à-dire, si on a opéré sur du fer, tel qu'il se trouve communément dans le Commerce, on obtient par quintal 646 pieds cubes d'air inflammable, pesant environ 4 livres 8 onces $\frac{1}{2}$. J'ai fait voir ailleurs qu'il y a dans cette expérience 34 livres 8 onces $\frac{1}{2}$ d'eau décomposée, c'est-à-dire, une quantité exactement égale en poids à l'augmentation reçue par le fer & à l'air inflammable qui s'eſt dégagé, en ſorte qu'il paroît prouvé que le principe oxygine qui a opéré la calcination, & l'air inflammable qu'on a obtenu, ſont l'un & l'autre le réſultat de la décompoſition de l'eau.

L'éthiops qui ſe forme dans cette opération, comme dans toute autre par la voie humide, doit être toujours ſéché dans des vaiſſeaux clos, & qui aient peu de capacité, autrement il ſe convertiroit en ocre en abſorbant l'air des vaiſſeaux.

On peut accélérer beaucoup cette calcination du fer, en ſe ſervant d'un acide foible au lieu d'eau. C'étoit par une ſuite de ce principe que M. Rouelle, pour préparer l'éthiops, arroſoit de la limaille de fer avec du vinaigre; on agitoit fortement, & bientôt la limaille ſe diviſoit & ſe convertiſſoit en éthiops.

On opère encore d'une manière plus prompte la converſion du fer en éthiops, par un procédé dont la première idée paroît appartenir à M. Croharé: on verſe ſur de la limaille de fer aſſez d'acide nitreux très-affoibli pour la recouvrir en entier, c'eſt-à-dire, une quantité beaucoup moindre que celle qui ſeroit néceſſaire pour la diſſoudre: bientôt il ſe dégage un mélange d'air nitreux & d'air inflammable, le fer ſe calcine, partie aux dépens de l'eau, partie aux dépens de l'acide nitreux, il augmente de poids de trente à trente-cinq livres par quintal, & ſe trouve converti en éthiops; l'acide nitreux eſt preſque entièrement décompoſé dans cette opération.

Si on emploie de l'acide nitreux un peu moins phlegmatique & en quantité ſuffiſante pour diſſoudre le fer, alors il n'y a plus de dégagement d'air inflammable, on n'obtient que de l'air nitreux, le fer ſe calcine aux dépens de l'acide, il ſe réduit en éthiops, mais en même temps il eſt diſſous par la portion de l'acide non décompoſée, & forme un nitre martial. La preuve que c'eſt aux dépens de l'acide que ſe fait alors la calcination du fer, c'eſt 1.° qu'il ne ſe dégage que de l'air nitreux, & pas un atome d'air inflammable pendant la combinaiſon; 2.° c'eſt que ſi on eſſaie de refaire du ſalpêtre en précipitant la diſſolution par le moyen d'un alkali fixe, il faut ſouvent

ſouvent un tiers de moins d'alkali qu'il n'en falloit pour ſaturer la même quantité d'acide avant la diſſolution, & la quantité de nitre qu'on obtient, eſt moindre également d'un tiers.

Ce n'eſt pas non plus ſans fondement, que j'avance que le fer, dans cette diſſolution, eſt dans l'état d'éthiops martial; on en a la preuve en le précipitant par un alkali cauſtique, principalement par l'alkali volatil; il ſe précipite ſous forme de poudre noire, & ſi on le fait ſécher avec ſoin dans des vaiſſeaux fermés, on a de très-bel éthiops qui conſerve toujours exactement les trente livres de principe oxygine par quintal qu'il a enlevées à l'acide nitreux: enfin, ſi cette preuve ne ſuffiſoit pas, on en trouveroit une plus convaincante encore, en conſidérant le rapport exact qu'il y a entre la portion d'acide décompoſée & manquante, la quantité d'acide nitreux dégagée, & l'augmentation que le métal ſe trouve avoir acquiſe après la précipitation.

Les phénomènes ſont bien différens, ſi au lieu d'opérer la diſſolution avec un acide étendu de beaucoup d'eau, on s'eſt ſervi d'acide nitreux plus fort, compoſé, par exemple, d'une partie d'acide nitreux concentré, & de deux d'eau, & ſur-tout ſi on a aidé la diſſolution par la chaleur; alors le fer enlève à l'acide nitreux une quantité de principe oxygine beaucoup plus conſidérable, il ſe convertit en ocre; & ſi on précipite par un alkali cauſtique, on obtient un précipité jaune qui a acquis une augmentation de poids de 40 à 50 livres par quintal. Si on pouſſe au feu ce précipité il lâche une partie du principe oxygine qui lui étoit uni, il donne ſouvent une petite portion d'air fixe, revient à l'état d'éthiops, & conſerve une augmentation de poids de 25 à 30 livres par quintal: la quantité d'acide nitreux décompoſée dans cette opération, eſt aſſez exactement d'un cinquième; ainſi la quantité d'alkali néceſſaire pour opérer la précipitation complète, eſt d'un cinquième moindre que celle qui auroit été néceſſaire pour ſaturer originairement la quantité d'acide employée; & la quantité de nitre qu'on obtient par évaporation, ſe trouve également diminuée d'un cinquième.

Si on évapore à ſiccité une diſſolution de fer de cette dernière eſpèce, on obtient beaucoup d'air nitreux; il reſte de l'ocre qui préſente une augmentation de poids de 40 à 50 livres par quintal, qui, pouſſée au feu, donne de l'air fixe & de l'air vital, & ſe convertit en éthiops martial.

Enfin ſi l'acide nitreux eſt exceſſivement concentré, le fer le décompoſe en entier, il s'empare de tout le principe oxygine qui le conſtituoit, & ſe convertit en ocre: on n'obtient que de l'air nitreux, & il ne reſte preſque point d'acide non décompoſé.

L'acide vitriolique préſente dans ſa combinaiſon avec le fer, des phénomènes analogues à ceux que préſente l'acide nitreux, mais avec des différences remarquables. Si on verſe de l'acide vitriolique concentré, ſur du fer, & qu'on faſſe bouillir dans une cornue, le métal décompoſe preſque entièrement l'acide; il ſe forme d'une part du ſoufre qui ſe ſublime dans le col de la cornue, de l'autre de l'ocre qui reſte au fond, & qui pouſſée au feu fournit un peu d'acide.

Si l'acide vitriolique eſt étendu d'une demi-partie d'eau, il ne ſe forme plus de ſoufre, mais le fer n'en décompoſe pas moins l'acide; ce dernier paſſe dans l'état d'acide ſulfureux aériforme, & le principe oxygine dont il a été dépouillé, s'unit au fer pour le conſtituer dans l'état d'éthiops.

Enfin ſi l'acide vitriolique eſt étendu de quatre à cinq parties d'eau, il n'y a plus de décompoſition de l'acide, & c'eſt alors aux dépens de l'eau que le métal ſe calcine; cette dernière ſe décompoſe, & il ſe dégage de l'air inflammable, avec lequel on peut refaire de l'eau par la combuſtion. Une preuve que ce n'eſt point aux dépens de l'acide que le fer s'eſt alors calciné, & que l'air inflammable s'eſt dégagé, c'eſt que ſi on précipite par un alkali fixe, & qu'on faſſe évaporer, on obtient exactement la même quantité de tartre vitriolé que la même quantité d'acide auroit fournie avant la diſſolution.

Le fer diſſous dans l'acide vitriolique, eſt dans l'état d'éthiops, & on peut en donner des preuves multipliées :

premièrement ſi on fait diſſoudre 100 grains du fer le plus pur dans ſuffiſante quantité d'acide vitriolique affoibli, il ſe produit 110 pouces cubiques d'air inflammable, peſant $4^{\text{grains}},11939$; mais comme l'eau eſt compoſée, d'après le réſultat de différentes expériences dont nous avons rendu compte, M. Meuſnier & moi, de $22^{\text{parties}},924345$ d'air inflammable, & de 12 parties d'air vital, le tout en volume, il en réſulte que le métal, en ſe calcinant, a abſorbé $57^{\text{pouces}},53324$ d'air vital qui, à raiſon de $0^{\text{grains}},47317$ le pouce cube, donne pour la quantité de principe oxygine combiné avec le fer, $27^{\text{grains}},223$; c'eſt à peu-près la proportion néceſſaire pour le conſtituer dans l'état d'éthiops.

Secondement, ſi après avoir diſſous le fer dans l'acide vitriolique, on le précipite par un alkali volatil cauſtique, & qu'on le faſſe bien ſécher dans des vaiſſeaux fermés, on l'obtient dans l'état d'éthiops, & il conſerve encore la même augmentation de poids de 25 à 30 livres par quintal: il n'en eſt pas de même lorſqu'on opère la précipitation par un alkali non cauſtique; alors l'acide charbonneux, l'air fixe ſe porte ſur le précipité, & le conſtitue dans un état de fer ſpathique particulier, comme l'a fait voir M. de Fourcroy.

Si une diſſolution de fer par l'acide vitriolique, eſt conſervée dans une bouteille exactement bouchée, le fer s'y conſerve dans l'état d'éthiops martial; mais ſi on donne à cette diſſolution le contact d'une quantité donnée d'air atmoſphérique, ou mieux encore d'air vital renfermé par du mercure, le fer, après avoir épuiſé toute l'action qu'il peut exercer ſur le principe oxygine de l'eau, agit ſur celui de l'air; en conſéquence, l'air dans lequel on a placé cette diſſolution, diminue de volume, la liqueur ſe trouble peu-à-peu, le fer converti en ocre, & ſe précipite au fond du vaſe: ces phénomènes ſont d'autant mieux marqués & plus prompts, que la liqueur préſente plus de ſurface, qu'elle a plus de contact avec l'air.

La même choſe arrive à l'éthiops martial qu'on a précipité d'une diſſolution quelconque de fer par un alkali cauſtique;

si on le met encore humide sous une cloche remplie d'air vital, il jaunit promptement à sa surface, il se convertit en ocre, & en même temps l'air contenu dans la cloche est absorbé.

Si la couche de précipité martial est trop épaisse, elle ne jaunit qu'à sa surface, la portion qui n'a pas le contact de l'air, demeure dans l'état d'éthiops, la partie supérieure seule passe à l'état d'ocre: une partie de ces faits ont été observés par M. Schéele, dans son Traité de l'Air & du Feu.

On voit donc que dans la dissolution du fer par l'acide vitriolique, le métal se convertit en éthiops martial, de la même manière qu'il se convertit dans l'eau seule, mais que cette opération se fait avec beaucoup plus de rapidité: cette dernière circonstance n'est pas facile à expliquer dans l'état actuel de nos connoissances; on ne conçoit pas aisément comment l'addition d'un acide augmente l'action du fer sur l'eau, & de l'eau sur le fer; je vais cependant hasarder une explication de ce phénomène, mais en avouant en même temps que je n'en suis pas pleinement satisfait: lorsqu'on met de la limaille de fer dans l'eau, elle s'y calcine d'abord à sa surface à l'aide du principe oxygine enlevé à l'eau; il se forme donc sur la limaille de fer une espèce de vernis, d'enduit fort mince d'éthiops martial, c'est-à-dire, de fer saturé de principe oxygine, lequel doit défendre les molécules intérieures du contact de l'eau; ce n'est donc que peu-à-peu & très à la longue, que la calcination peut s'opérer, & l'on ne doit pas s'étonner si l'opération est extrêmement lente; le même effet a lieu dans le premier instant lorsqu'on ajoute de l'acide vitriolique à l'eau; le fer se calcine d'abord aux dépens de l'eau, & c'est sans doute par cette raison que la dissolution est d'abord très-lente; mais comme à mesure qu'il se forme une couche d'éthiops, il est dissous par l'acide vitriolique, que le fer est continuellement décapé, & que ses molécules sont continuellement mises en contact immédiat avec l'eau; la dissolution doit s'accélérer & devenir beaucoup plus rapide qu'elle ne peut l'être dans l'eau seule.

Quelques-uns des Physiciens avec lesquels je me suis entretenu de ces expériences, étoient portés à croire que le fer se dissout dans l'acide vitriolique avant de se calciner, & que ce n'est qu'après cette union formée qu'il décompose l'eau, & lui enlève le principe oxygine; mais une foule d'expériences semblent annoncer d'une manière démonstrative, que les substances métalliques en général ne se dissolvent dans les acides qu'après avoir été calcinées, & il est très-probable qu'il en est de même du fer.

Je ferai remarquer au surplus, qu'il existe un degré de calcination qui convient le mieux à la dissolution du fer dans les acides; plus ou moins chargé de principe oxygine, il devient moins dissoluble, & c'est sur-tout à l'égard de l'ocre, que cet effet est sensible; dans cette combinaison métallique, la tendance du fer à la combinaison, est presque complétement satisfaite, elle n'est plus en conséquence dissoluble dans les acides, & elle l'est plutôt au contraire dans les substances alkalines.

On trouve ici une analogie frappante qui lie parfaitement toute cette théorie. J'ai fait voir ailleurs que le principe oxygine étoit le principe de l'acidité, qu'il n'y avoit point d'acide dans la composition duquel ce principe n'entrât: les substances métalliques doivent donc, d'après cette théorie, se rapprocher de plus en plus de la qualité acide à mesure qu'elles sont plus chargées de principe oxygine, & c'est par cette raison sans doute qu'elles deviennent indifférentes à s'unir aux acides, & qu'elles finissent par acquérir une affinité marquée pour les alkalis. On m'objectera peut-être ici que si le fer n'étoit pas réellement soluble dans les acides dans son état de fer, & s'il étoit nécessaire qu'il fût converti en éthiops martial avant de se dissoudre, il devroit s'ensuivre qu'en mettant séparément en dissolution dans l'acide vitriolique, d'une part du fer, & de l'autre de l'éthiops martial, la dissolution de ce dernier devroit se faire plus promptement & plus facilement.

Je répondrai qu'on ne peut établir de comparaison entre deux effets, qu'autant que toutes les circonſtances ſont abſolument ſemblables ; or, elles ne le ſont pas dans la double expérience dont il eſt queſtion. Lorſqu'on jette du fer dans l'acide vitriolique, il commence, comme je l'ai dit, par ſe former de l'éthiops martial ; mais cet éthiops rencontrant, au moment où il ſe forme, l'acide vitriolique, s'y diſſout avant de ſe raſſembler ; il eſt alors diviſé dans ſes molécules intégrantes, & l'action de l'acide vitriolique n'eſt point contre-balancée par l'affinité d'agrégation. Il n'en eſt pas de même quand on met dans de l'acide vitriolique de l'éthiops martial ; ce dernier, quelque diviſé qu'on le ſuppoſe, eſt encore dans un état d'agrégation, & l'attraction que ſes molécules exercent les unes ſur les autres, eſt un obſtacle que l'acide a peine à vaincre ; une preuve que la lenteur avec laquelle l'éthiops martial ſe diſſout dans les acides, tient à cette circonſtance, c'eſt que ſi on prend une diſſolution de fer dans laquelle ce métal ſoit dans l'état d'éthiops, qu'on la précipite par un alkali parfaitement cauſtique, & qu'on y reverſe enſuite un acide quelconque, l'éthiops ſe rediſſout preſque ſur le champ ; ſi au contraire on laiſſe raſſembler le précipité, & ſi l'on donne aux molécules le temps d'agir les unes ſur les autres en vertu de leur force agrégative, la diſſolution par les acides ne ſe fait plus avec la même facilité. La terre des cailloux préſente un phénomène tout ſemblable : lorſqu'elle eſt raſſemblée, & qu'on a donné le temps à la force d'agrégation de réunir les molécules, elle n'eſt plus ſoluble dans l'acide vitriolique ; dans l'état de diviſion au contraire, au moment où elle vient d'être précipitée elle ſe diſſout complétement dans le même acide : enfin on ne peut point ſe diſpenſer de reconnoître dans l'éthiops pluſieurs degrés de ſaturation, & il eſt poſſible que lorſqu'il eſt chargé de principe oxygine, autant qu'il le peut être ſans paſſer à l'état d'ocre, il ne ſoit pas dans l'état le plus propre à la diſſolution ; il y a d'autant plus lieu de le croire, qu'à en juger par la quantité d'air inflammable qui ſe dégage de la diſſolution du fer dans l'acide vitriolique étendu d'eau, il ne paroît pas qu'il ſe combine plus de vingt-ſept livres de principe oxygine avec ce métal.

Une dernière preuve que l'air inflammable qui ſe dégage de la diſſolution du fer dans l'acide vitriolique, eſt dû à la décompoſition de l'eau, c'eſt que lorſqu'il n'y a pas lieu à la décompoſition de l'eau, il n'y a pas de production d'air inflammable; & c'eſt ce qui arrive quand au lieu de fer on emploie l'éthiops martial: cette ſubſtance étant déjà chargée de principe oxygine autant & même plus qu'elle n'en peut enlever à l'eau, elle n'exerce plus d'action ſur elle; en conſéquence la combinaiſon ſe fait paiſiblement, ſans efferveſcence & ſans dégagement d'air inflammable.

C'eſt un phénomène bien digne de remarque que cette propriété du fer de ſe calciner, tantôt aux dépens de l'acide, tantôt aux dépens de l'eau, ſuivant le degré de concentration de l'acide. Il en réſulte que le principe oxygine tient au ſoufre dans l'acide vitriolique, avec une force à peu-près égale à celle qui unit ce même principe à l'air inflammable dans l'eau; & que quand ces deux ſubſtances ſont mêlées enſemble, comme elles le ſont dans l'acide vitriolique en liqueur, il ne faut qu'une légère circonſtance pour déterminer plutôt la décompoſition de l'une que de l'autre. Mais en quoi conſiſte cette circonſtance? c'eſt ce qu'il ne ſera pas difficile d'apercevoir en examinant attentivement ce qui ſe paſſe dans cette diſſolution. C'eſt à M. de la Place que je dois l'idée de cete explication

Si on prend de l'acide vitriolique très-concentré, & qu'on l'expoſe à l'air, il en attirera l'humidité, augmentera de poids & de volume juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à un certain degré de ſaturation. Si, à de l'acide vitriolique qui a ainſi enlevé à l'air toute l'humidité qu'il en pouvoit tirer, & qui s'en eſt complétement ſaturé, on ajoute encore une nouvelle portion d'eau, on pourra concevoir dans cet acide phlegmatique une eau de ſaturation & une eau ſurabondante à la ſaturation, une eau combinée & une eau en quelque façon libre. Si dans un ſemblable acide on jette du fer, c'eſt ſur l'eau libre & non combinée qu'il exercera ſon action de préférence, parce qu'elle n'eſt contre-balancée par aucune force ; c'eſt donc l'eau qui fournira alors le principe oxygine, & l'acide ne ſera point décompoſé.

L'effet contraire doit arriver ſi l'acide vitriolique eſt très-concentré ; il y a alors moins d'eau qu'il n'eſt néceſſaire pour ſaturer tout l'acide ; il y a donc, par rapport à l'acide, une portion qu'on peut appeler *acide de ſaturation, acide ſaturé d'eau*, & une portion qu'on peut regarder comme libre. Du fer jeté dans un ſemblable acide, doit attaquer de préférence l'acide libre ; il ne doit pas avoir la même priſe, exercer la même action ſur l'eau qui eſt engagée dans une combinaiſon, & qui y tient avec un certain degré de force.

La diſſolution du fer dans l'acide marin, exige, comme celle dans l'acide vitriolique, que ce métal ſoit dans un état très-approchant de l'éthiops martial. La quantité d'air inflammable qui ſe dégage dans cette opération, eſt exactement la même que celle qu'auroit fournie la diſſolution d'une égale quantité de fer dans l'acide vitriolique : elle eſt auſſi la même qu'on auroit obtenue de la même quantité de fer par l'eau ſeule, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt exactement proportionnelle à la quantité de principe oxygine que le fer peut abſorber. La calcination ſe fait ici entièrement aux dépens de l'eau, l'acide n'y contribue pour rien ; on le retrouve le même & en même quantité, après comme avant la diſſolution. Je m'en ſuis aſſuré par la combinaiſon avec l'alkali de la ſoude, & j'ai reconnu que ſi on prenoit une livre d'acide marin, il falloit la même quantité d'alkali pour le ſaturer, & qu'on formoit la même quantité de ſel marin régénéré, ſoit qu'on fît la combinaiſon directement, ſoit qu'on fît la précipitation après l'avoir ſaturé avec du fer : il eſt aſſez probable que ſi l'on diſſolvoit du fer dans de l'acide marin déphlogiſtiqué, c'eſt-à-dire ſurchargé de principe oxygine, la diſſolution s'opéreroit ſans dégagement d'air inflammable, ou au moins avec un dégagement moins conſidérable.

Une

Une preuve que le fer diſſous par l'acide marin, eſt dans l'état d'éthiops, c'eſt que ſi on opère la précipitation par un alkali parfaitement cauſtique, le précipité eſt dans l'état d'éthiops, & que l'éthiops lui-même ſe diſſout dans cet acide ſans efferveſcence & ſans production d'air inflammable.

Le fer ſe diſſout encore, dans l'état d'éthiops, dans l'acide du vinaigre, & on peut l'en précipiter dans le même état par les alkalis cauſtiques: je n'ai pas conſtaté ſi la quantité d'air inflammable qui ſe dégage, eſt égale à celle qu'on obtient par l'acide vitriolique & l'acide marin, mais il y a très-grande apparence que les choſes ſe paſſent ainſi, & que l'air inflammable qui ſe dégage eſt dû à l'eau.

Ceux qui ont lû l'excellente Diſſertation de M. Bergman, ſur l'analyſe des différens fers, s'apercevront aiſément que j'ai beaucoup profité de ſes expériences pour tout ce que je viens d'avancer; j'ai tiré auſſi un très-grand parti de celles que M. de Fourcroy a communiquées à l'Académie en 1776 & 1777, ſur les précipités martiaux; ſi je n'ai pas cité à chaque expérience ces Chimiſtes célèbres, c'eſt pour éviter les répétitions; du reſte, il n'eſt preſque aucun des faits qu'ils ont rapportés que je n'aie vérifiés.

La fonte de fer diſſoute dans l'acide vitriolique étendu de cinq à ſix parties d'eau, donne des réſultats exactement ſemblables à ceux que fournit le fer forgé: on obtient, en faiſant évaporer la diſſolution, du vitriol auſſi pur, auſſi régulièrement criſtalliſé; mais une circonſtance remarquable dans ces deux diſſolutions, c'eſt que le fer de fonte donne un huitième environ de moins d'air inflammable que le fer forgé; ce dernier, lorſqu'il eſt très-doux & très-pur, en fournit juſqu'à 110 pouces pour 100 grains; le fer de fonte n'en fournit au contraire que 92 à 95; ce fait a été obſervé conſtamment par M. Bergman, dans le grand nombre de fers de fonte & de fers forgés qu'il a examinés. La concluſion naturelle à en tirer, eſt que le fer de fonte a beſoin d'une moindre quantité de principe oxygine pour être ſaturé, que le fer forgé; il eſt donc très-probable que le premier en contient déjà, en ſorte qu'il y a toute apparence que la fonte de fer eſt un mélange d'environ un huitième d'éthiops martial & de ſept huitièmes de fer pur ; autrement dit, qu'un quintal de fonte contient un peu plus de trois livres de principe oxygine.

Je ferai obſerver à cette occaſion, que la quantité d'air inflammable qui ſe dégage d'une diſſolution métallique eſt un moyen très-exact de déterminer la quantité de principe oxygine qui s'eſt combiné avec le métal ; cette quantité d'air inflammable eſt toujours la même quand on opère avec le même acide & le même métal, & cette conſtance des réſultats eſt une preuve de l'exactitude de la méthode. Il n'en eſt pas de même de la quantité d'air nitreux qui ſe forme dans la diſſolution des métaux par l'acide nitreux; comme cet acide ſe décompoſe dans ces opérations, & comme la quantité décompoſée eſt variable ſuivant le degré de chaleur, ſelon que la diſſolution eſt plus ou moins rapide, avec quelques ſoins qu'on opère ; il eſt rare, ainſi que le remarque M. Bergman, qu'en répétant pluſieurs fois la même expérience on obtienne exactement le même réſultat.

Il me reſteroit à parler d'une autre manière de combiner le principe oxygine avec le fer ; elle conſiſte à le plonger rouge dans l'eau : dans cet état d'incandeſcence, le principe oxygine de l'eau a plus d'affinité avec le fer qu'avec l'air inflammable aqueux ; il s'opère une vraie calcination, une partie du fer de la ſurface, & même juſqu'à une certaine épaiſſeur, ſe convertit en éthiops martial, & il ſe dégage de l'air inflammable qu'on peut recueillir au moyen d'une cloche de verre. Les phénomènes ſont encore plus frappans, ſi au lieu de faire paſſer le fer rouge dans l'eau, on fait paſſer l'eau à travers le fer rouge ; c'eſt ce qu'on opère avec facilité, en faiſant couler de l'eau goutte à goutte à travers un canon de fuſil rougi au feu & ouvert par les deux bouts ; l'eau ſe décompoſe, elle abandonne au fer l'un de ſes principes conſtituans, le principe oxygine, & il ne reſſort du canon de fuſil que de l'air inflammable : pendant cette opération, il ſe forme dans l'intérieur du canon de fusil un enduit d'éthiops martial; cet enduit augmente d'épaisseur à mesure que l'on continue plus long-temps l'opération; enfin, si on la prolonge suffisamment, on parvient à convertir toute l'épaisseur du canon de fusil en éthiops martial fondu, & faisant masse: le fer, dans cet état, est à demi-vitrifié, il est dur, cassant, presque inattaquable à la lime, cependant encore attirable à l'aimant; réduit en poudre, il est exactement dans l'état d'éthiops martial, tel qu'on l'emploie en Pharmacie. J'ai exposé tous ces résultats avec un très-grand détail, dans un Mémoire sur la décomposition de l'Eau, imprimé dans le Volume de 1781; & dans un Mémoire fait en commun avec M. Meusnier, & qui est imprimé dans le même Volume. *Voyez pages 269 & 468.*

Je rappelle ici ces expériences, parce qu'elles tiennent immédiatement au sujet que je traite, & qu'elles me conduisent d'ailleurs naturellement à quelques réflexions sur la trempe de l'acier: puisque toutes les fois qu'on chauffe du fer, & qu'on le refroidit brusquement dans l'eau, il y a dégagement d'air inflammable, il est évident qu'il arrive nécessairement à toute pièce d'acier que l'on trempe, un effet semblable à celui qui a lieu dans l'intérieur du canon de fusil; la couche supérieure se convertit en éthiops martial, & les couches intérieures sont progressivement rapprochées de cet état, en raison de ce qu'elles sont moins éloignées de la surface: l'addition du principe oxygine que reçoit l'acier dans cette opération, en augmente le poids, & le met dans un état mitoyen entre celui de métal doux & ductile, & l'état demi-vitreux de l'éthiops: c'est le degré de dureté & de fragilité qui résulte de cet état mitoyen, quelquefois plus proche de l'état métallique, quelquefois éloigné de cet état jusqu'à devenir excessivement cassant, qui constitue le degré de la trempe: ce n'est pas que je ne convienne que l'effet d'un refroidissement subit ne doive être compté pour quelque chose dans la trempe de l'acier, mais tout ce qu'on en peut conclure, est qu'il se complique dans cette opération, deux causes & deux effets. Il seroit sans doute intéressant de connoître l'influence de chacun en particulier ; le desir d'y parvenir, m'a fait relire l'Ouvrage de M. de Réaumur, sur la conversion du fer forgé en acier ; & quoiqu'à l'époque où cet Ouvrage a été fait, ce Physicien ne pût être guidé par les mêmes vues, j'y ai trouvé cependant quelques expériences exactement dirigées vers mon objet.

Pour bien distinguer dans la trempe ce qui appartient au refroidissement, d'avec ce qui appartient à la calcination & à la formation de l'éthiops, il falloit refroidir sans calciner, & calciner sans refroidir : M. de Réaumur a rempli le premier objet, en trempant le métal rouge dans un fluide qui ne se décompose pas comme l'eau, & qui n'est pas susceptible de lui fournir de principe oxygine; c'est le mercure coulant : le refroidissement a été très-rapide, mais il n'a obtenu par ce procédé qu'un acier imparfaitement trempé.

Cet acier avoit bien une certaine dureté, il étoit cassant & grenu, mais il n'avoit point à sa surface ce vernis d'éthiops nécessaire à la qualité de tous les instrumens tranchans. L'inverse de cette expérience étoit de calciner le fer à sa surface, de le revêtir d'une couche d'éthiops martial sans refroidissement, & c'est ce que M. de Réaumur a obtenu, en trempant le fer dans de l'acide nitreux foible; on sait, & j'ai fait voir que dans cette opération il y a calcination & formation d'éthiops : cette expérience ne réussit pas exactement à froid, parce que la couche d'éthiops martial qui se forme, est trop peu épaisse, & qu'elle se dissout presque aussitôt qu'elle est formée; mais si on fait seulement rougir obscurément le fer, & qu'on le trempe dans cet état dans l'acide nitreux, on obtient un acier extrêmement dur à sa surface, & qui est absolument inattaquable à la lime : on ne peut pas dire qu'il y ait ici calcination sans refroidissement, puisque le fer a été chauffé, mais il l'a été beaucoup moins que dans la trempe ordinaire, cependant l'acier qui s'est formé, s'est trouvé plus dur; la plus grande facilité de la calcination a donc contribué à former de l'acier mieux trempé, de l'acier plus dur.

Une expérience bien ſimple que je vais expoſer, m'a paru confirmer d'une manière frappante toute cette théorie de la trempe de l'acier. J'ai pris un petit cylindre de fer doux, de ſix lignes de diamètre & de trois à quatre pouces de longueur, je l'ai fait rougir au feu dans un creuſet bien fermé & rempli de matières charbonneuſes du règne animal, puis je l'ai trempé dans l'eau, & je l'ai converti ainſi en une ſorte d'acier; je l'ai enſuite introduit dans un vaſe, j'ai verſé deſſus de l'acide vitriolique affoibli, j'ai fait chauffer légèrement & j'ai reçu le produit aériforme dans un appareil pneumato-chimique. La diſſolution s'eſt faite avec peine, ſur-tout dans le commencement, & le dégagement d'air inflammable ne s'eſt opéré que lentement : lorſque j'ai jugé que l'action de l'acide avoit diminué le cylindre d'une demi-ligne de diamètre environ, j'ai arrêté l'expérience; j'ai retiré le cylindre, je l'ai ſéché & je l'ai peſé, puis je l'ai remis dans de nouvel acide. J'ai opéré de la même manière une ſeconde, une troiſième, une quatrième fois, toujours en tenant un compte exact de la quantité de métal diſſous & de l'air inflammable produit. En comparant enſuite le réſultat de chaque expérience, j'ai reconnu que la couche extérieure fourniſſoit, proportionnellement à ſon poids, moins d'air inflammable que celle qui la ſuivoit; que celle-ci en fourniſſoit moins que la troiſième & ainſi de ſuite; en ſorte que ce n'étoit qu'à une certaine profondeur qu'on obtenoit toute la quantité d'air inflammable que le fer eſt ſuſceptible de donner. Les différences n'étoient pas très-grandes, mais elles étoient aſſez marquées pour qu'on ne pût pas les attribuer aux erreurs des expériences. Cette propriété d'être d'une diſſolution plus difficile & de donner moins d'air inflammable que le fer malléable, eſt un caractère du fer qui a ſubi un commencement de calcination; c'eſt donc une nouvelle preuve qu'un des principaux effets de la trempe eſt de mettre les couches exérieures de l'acier dans un état mitoyen entre celui de métal doux & celui d'éthiops martial; cet effet ſe fait ſentir juſqu'à une certaine épaiſſeur, & c'eſt ſans doute un des effets du recuit, de faire pénétrer l'éthiops jusqu'au centre, & de le répartir à peu-près également dans toute la masse du métal qu'on recuit. Pour mieux concevoir ces effets, il faut considérer que l'éthiops martial est plus fusible que le fer doux, qu'il se ramollit par conséquent le premier dans l'opération du recuit, qu'il s'imbibe dans le fer de la même manière qu'un vernis qu'on auroit étendu à froid sur un corps poreux, le pénétreroit, & disparoîtroit presque entièrement si on l'exposoit à certain degré de chaleur; c'est ce que je me propose de constater par de nouvelles expériences.

Il est aisé de voir d'après cette théorie, pourquoi les instrumens d'acier très-petits sont excessivement cassans: une lame de canif est presque aussi fragile que du verre, elle n'est susceptible ni d'être aplatie sous le marteau, ni d'être courbée; c'est qu'elle est acier trempé dans toute sa substance. Des instrumens plus gros n'ont pas le même degré de fragilité, parce que le centre est encore fer, tandis que la surface est acier: les épées en fournissent un exemple bien frappant, la pointe en est cassante, parce que sa finesse a permis à l'effet de la trempe de pénétrer jusqu'au fond; le corps de la lame au contraire est flexible parce qu'elle est formée de fer malléable & doux, enveloppé dans une gaine d'acier.

Ces observations peuvent servir de guide sur la meilleure forme qu'il convient de donner aux instrumens destinés à être trempés; on a suivi dans les Arts une espèce de tâtonnement qui a conduit à peu-près au but, mais on ne s'est point rendu compte des motifs; les rasoirs en fournissent un exemple: si en conservant à ces instrumens la même force de lame, on leur eût donné sa figure exactement triangulaire, l'usure occasionnée par l'usage & par le frottement sur le cuir & sur la pierre, auroit bientôt mis le fer à découvert, & le rasoir auroit été hors de service: qu'a-t-on fait pour remédier, ou plutôt pour prévenir cet inconvénient? on a comprimé la lame dans son milieu, on en a diminué l'épaisseur du côté du tranchant sans lui rien faire perdre du côté du dos; on a ajouté, pour ainſi dire, un inſtrument mince à un inſtrument épais, & on a réuni dans le raſoir les avantages des pièces fines & des pièces fortes; tout eſt acier du côté du tranchant, l'acier couvre au contraire un noyau de fer malléable du côté du dos de la lame.

On n'a pas dû être guidé par de ſemblables conſidérations dans la fabrique des ſabres; heureuſement pour l'eſpèce humaine ces inſtrumens meurtriers ne ſont pas d'un uſage bien habituel; on n'a point à craindre que la couche d'acier qui les recouvre, s'uſe par le frottement; on a donc pu, on a donc dû donner à la lame la figure abſolument triangulaire. Je pourrois pouſſer beaucoup plus loin ces réflexions ſur la figure la plus avantageuſe à donner aux inſtrumens d'acier, ſuivant les uſages auxquels on les deſtine, mais je ſais que pour donner quelque choſe de ſatisfaiſant ſur cet objet, il faudroit avoir multiplié les expériences beaucoup plus que je ne l'ai fait; il faudroit un travail uniquement dirigé vers cet objet, & il exigeroit pluſieurs années d'expériences: revenons donc à mon ſujet, à l'examen des différentes combinaiſons du principe oxygine avec les métaux & avec les ſubſtances inflammables. *

* Les Mémoires qui ſervent de ſuite à celui-ci ne ſeront imprimés que dans le Volume de 1783.

MÉMOIRE

Sur la nature des Fluides élaſtiques aériformes, qui ſe dégagent de quelques Matières animales en fermentation.

Par M. LAVOISIER.

L'ACADÉMIE a été plus d'une fois conſultée ſur les moyens de prévenir les accidens qui n'arrivent que trop ſouvent aux ouvriers employés à vider les foſſes d'aiſance, & elle a été naturellement conduite à des recherches ſur la nature des émanations qui cauſent des accidens auſſi funeſtes : l'utilité publique, en pareil cas, & l'intérêt de l'humanité anobliſſent le travail le plus rebutant, & dans le compte qu'on en doit rendre à des hommes éclairés, ne laiſſent voir que le zèle avec lequel il a fallu ſurmonter le dégoût & les obſtacles.

M.rs Cadet de Vaux & Parmentier, dans un Mémoire préſenté à l'Académie en 1778, & qui a été rendu public, ont fait connoître la manière dont les Ouvriers ſont affectés par les deux eſpèces de moffettes qu'ils diſtinguent ſous les noms de *mitte* & de *plomb :* ils ont déterminé le caractère des maladies qu'elles occaſionnent, les infirmités qui en ſont les ſuites, & ils ont préſenté la chaux vive comme un moyen d'en prévenir les effets. Cette propriété de la chaux vive avoit déjà été annoncée à l'Académie par M. le Comte d'Arcy, qui s'en étoit ſervi pour ramener à l'état potable de l'eau devenue infecte : elle avoit été confirmée par les expériences que nous avons faites par ordre de l'Académie, M. Fougeroux, M. le Comte de Milly & moi, à l'occaſion du Mémoire de M.rs Cadet de Vaux & Parmentier. Enfin tout récemment, M. Marcorelle, Correſpondant de l'Académie, a employé avec un grand ſuccès, pour déſinfecter les foſſes, la chaux, la chaux éteinte, l'alkali cauſtique,

cauſtique, & il a publié ſes obſervations dans une Brochure imprimée à Narbonne, qui vient de paroître, & qui contient des détails très-intéreſſans.

M. Janin, Oculiſte de Lyon, malgré tant d'autorités, vient de propoſer de ſubſtituer les acides aux ſubſtances alkalines, le vinaigre à la chaux : il a annoncé le ſuccès de ſon procédé avec une telle confiance, qu'il a ſéduit pendant quelques inſtans, le Public & les Magiſtrats même, & que le Roi a jugé néceſſaire que l'Académie s'occupât de vérifier les avantages ou les inconvéniens des moyens propoſés.

L'Académie a penſé que dans de ſemblables circonſtances, avant de prononcer ſi telle ou telle ſubſtance agit ou n'agit point ſur le méphitiſme, la première choſe à connoître étoit la nature de ce méphitiſme : cette marche lui a paru plus concluante & plus ſûre que de faire l'épreuve du vinaigre directement ſur les foſſes, & de multiplier ainſi des expériences dont chacune en particulier ne peut ajouter que quelques degrés de probabilité à celles qui l'ont précédée.

C'eſt pour me conformer à des vues ſi ſages que j'ai fait les expériences dont je vais rendre compte : les Lecteurs qui en trouveront le récit le plus déſagréable, ſont ceux qui doivent attacher le plus de mérite au courage qu'il a fallu pour les entreprendre & pour les achever.

J'ai rempli de mercure pluſieurs jarres de criſtal de 20 à 22 pouces de capacité, & je les ai retournées dans une ſoucoupe ou bol également rempli de mercure; j'ai introduit enſuite dans chacune environ 5 pouces cubiques de matière fécale nouvelle, & j'ai expoſé le tout à une température de 10 degrés environ du thermomètre de Reaumur, c'eſt-à-dire, au degré de chaleur qu'éprouve le plus habituellement cette matière dans les foſſes d'aiſance : dès le premier jour il a commencé à ſe dégager dans chaque jarre une petite quantité de fluide élaſtique ou d'air, qui ſe raſſembloit au haut de la jarre; le dégagement étoit d'un demi pouce cubique environ par jour dans chaque jarre, & en trente jours elles en ont été entièrement remplies. Comme l'air qui s'étoit dégagé auroit paſſé par-deſſous les bords des jarres, je n'ai pas pu porter plus loin cette expérience ; j'ai donc tranſvaſé cet air dans d'autres jarres également pleines de mercure, & plongées dans du mercure, & après m'être ainſi débarraſſé de la matière dont il s'étoit dégagé, j'ai opéré deſſus de la même manière, & auſſi commodément que s'il eût eu une origine moins ſale.

Juſqu'ici on avoit penſé que les produits de la fermentation putride étoient plus ou moins alkaleſcens, & qu'il ſe dégageoit de l'alkali volatil dans tout le cours de cette opération; j'étois donc bien éloigné de croire que l'air que j'avois obtenu, ſeroit un air acide, & c'eſt cependant ce qui eſt arrivé; car ayant introduit dans l'une des jarres, de l'alkali fixe cauſtique, l'air qui y étoit contenu a été abſorbé en quelques minutes ; en même-temps l'alkali qui étoit en liqueur, eſt devenu concret ou aéré, & il a acquis la propriété de faire efferveſcence avec les acides ; de l'eau de chaux miſe en contact avec cet air, l'a également abſorbé ; elle s'eſt en même temps troublée, & il s'en eſt précipité de la terre calcaire inſoluble, & qui n'étoit plus dans l'état de chaux.

Cet air s'eſt également combiné avec de l'eau pure à peu-près à volume égal, par une agitation continuée pendant quelques minutes, & il en eſt réſulté une eau gazeuſe & acidule; enfin, ayant eſſayé l'effet de cet air ſur les corps enflammés & ſur des animaux, j'ai reconnu que les lumières s'y éteignoient ſur le champ, & que les animaux y étoient aſphyxiés en très-peu d'inſtans.

Ces expériences ſuffiſoient pour établir que l'air dégagé de la matière fécale étoit de l'air fixe ; or on ſait que cet air eſt un acide en vapeurs : ainſi il demeure déjà pour conſtant que le premier produit que donne cette ſubſtance par la putréfaction, eſt un produit acide ; peut-être cet air tient-il en diſſolution quelques portions d'alkali volatil concret & ſaturé d'air fixe, mais il faut que la quantité en ſoit très-petite, & elle a conſtamment échappé à toutes les recherches que j'ai pu faire pour la découvrir.

Quand j'ai dit que l'air que j'avois ainſi obtenu étoit abſorbé par l'eau & par les ſubſtances alkalines, je ne me ſuis point exprimé d'une manière ſuffiſamment exacte; il n'y a que les onze douzièmes de cet air qui ſoient dans ce cas, & qui par conſéquent ſoient de l'air fixe; le douzième reſtant eſt de l'air inflammable, de la nature de celui qu'on retire des marais & des eaux croupies, & il brûle avec une flamme bleue; il ne m'a pas ſemblé qu'il contînt aucune portion de gaz hépatique: cependant comme la nature de ce dernier gaz n'eſt pas encore parfaitement connue, qu'il eſt lui-même inflammable, je n'oſerois pas aſſurer qu'il n'y eût aucun rapport entre l'air inflammable dégagé de la matière fécale, & celui contenu dans le gaz hépatique; c'eſt un ſujet de recherches qui n'entre pas dans l'objet de ce Mémoire, & il me ſuffit d'obſerver que ces airs ſont tous à-peu-près également méphitiques.

Pour raſſembler de cet air inflammable en quantité plus conſidérable, j'ai introduit de la matière fécale nouvelle ſous une cloche de verre remplie d'eau, & renverſée dans de l'eau; dans cette expérience l'air fixe ou acide crayeux étoit abſorbé par l'eau à meſure qu'il étoit formé, & l'air inflammable ſeul s'élevoit en haut de la cloche: ayant eſſayé l'effet que ce dernier produiſoit ſur les animaux, j'ai reconnu qu'il leur étoit auſſi nuiſible que l'air fixe, avec cette ſeule différence qu'ils n'y étoient pas tout-à-fait auſſi promptement aſphyxiés.

Ce n'étoit pas aſſez de m'être aſſuré de la nature des produits aériformes que donne la matière fécale nouvelle; celle des foſſes eſt à différens degrés de fermentation, & en général elle eſt compoſée d'une plus grande maſſe de matières anciennes que de nouvelles; il étoit donc néceſſaire de répéter les mêmes expériences ſur la matière même qui avoit ſéjourné dans les foſſes.

J'ai donc introduit dans des jarres remplies de mercure, de la gadoue provenant d'une foſſe qui avoit été vidée en préſence des Commiſſaires de l'Académie & de la Société Royale de Médecine, ſur le quai Pelletier: la quantité introduite dans chaque jarre, a été de cinq pouces cubiques,

& dans cette expérience, comme dans toutes les autres, la température a toujours été de 8 à 10 degrés du thermomètre de Réaumur.

Le dégagement d'air ou plutôt de fluide aériforme, a été beaucoup plus lent dans cette seconde expérience que dans la première, c'est-à-dire, avec la gadoue qu'avec la matière fécale nouvelle; la quantité du dégagement a été d'environ un tiers de pouce cubique pendant chacun des quinze premiers jours, & d'un quart seulement pendant chacun des quinze suivans; au bout d'un mois le total du volume de l'air dégagé, étoit de neuf à dix pouces, c'est-à-dire, à peu-près double du volume de la gadoue mise en expérience.

J'ai fait passer une portion de cet air dans un endiomètre très-sensible, puis y ayant introduit de l'alkali caustique, de 100 parties, 38 ont été absorbées, & se sont trouvées être de l'air fixe très-pur; les 62 parties restantes brûloient avec une flamme bleue: c'étoit de l'air inflammable, à peu-près de la nature de celui tiré des marais.

Il paroît donc, en rapprochant le résultat de ces deux expériences, que la matière fécale, quand elle est nouvelle, produit de l'air fixe pur, ou du moins très-peu mêlé d'air inflammable; que la proportion d'air inflammable augmente ensuite par le progrès de la putréfaction; & il est probable que sur la fin on n'obtiendroit plus que de l'air inflammable pur, ou qui approcheroit beaucoup de l'être.

Des expériences faites dans l'intervalle de la rédaction à l'impression de ce Mémoire, m'ont encore confirmé dans cette opinion, & il en est de plus résulté que la gadoue renfermée dans du mercure, continuoit pendant plusieurs années à fournir de l'air inflammable, sur-tout pendant les chaleurs de l'été.

Il entroit également dans mon plan d'observer l'effet que produiroient différentes combinaisons, tant avec de la matière fécale nouvelle, qu'avec celle qui auroit déjà fermenté, & que l'on nomme *gadoue:* pour remplir cet objet, j'ai introduit dans une jarre pleine de mercure, & renversée dans du mercure, un pouce cubique de matière fécale nouvelle, & j'y ai introduit de l'acide vitriolique affoibli avec de l'eau; mais il n'y a eu ni effervefcence ni dégagement d'air: il n'en a pas été de même avec de la gadoue ancienne; au moment où l'acide vitriolique a été en contact avec elle, il s'eft fait une vive effervefcence, qui a duré plufieurs minutes, & la quantité de fluide aériforme dégagé, s'eft trouvée de huit à neuf fois le volume de la gadoue employé: ayant fait paffer cet air dans d'autres jarres, j'ai reconnu, par le moyen de l'eau de chaux, de l'alkali cauftique & des autres épreuves ordinaires, que c'étoit de l'air fixe très-pur: fur cent parties que j'ai mifes en contact avec de l'alkali cauftique, quatre-vingt-dix-fept ont été abforbées, & je n'ai eu qu'un réfidu de trois parties; cette quantité étoit trop petite pour que je puffe la foumettre aux expériences propres à en déterminer la nature; mais il y a quelqu'apparence que c'eft ou de l'air inflammable ou du gaz hépathique. Je n'ai pas befoin de dire que cet air éteignoit les chandelles; que les animaux y étoient afphyxiés dès l'inftant même qu'ils y étoient introduits, & que pour peu qu'ils y reftaffent, il n'étoit plus poffible de les rappeler à la vie. Tout le monde connoît aujourd'hui les funeftes effets de l'air fixe, & en faifant obferver que celui obtenu de la gadoue, par fa combinaifon avec l'acide vitriolique, eft plus pur que celui qu'on peut obtenir par quelqu'autre combinaifon que ce foit, c'eft-à-dire, en même temps qu'il eft le plus dangereux & le plus deftructif.

Il y avoit lieu de croire que tous les acides occafionneroient avec la gadoue une effervefcence femblable & un même dégagement d'air fixe, & l'expérience a confirmé cette conjecture: du vinaigre introduit dans de la gadoue ancienne, renfermée par du mercure, a produit de l'air fixe tout auffi pur, tout auffi deftructif que le précédent; il n'y a eu ni effervefcence, ni dégagement d'aucun fluide élaftique aériforme avec la matière fécale nouvelle.

Après avoir effayé l'effet des acides fur la matière fécale

& ſur la gadoue, il me reſtoit à eſſayer l'action des ſubſtances alkalines; dans cette vue j'ai introduit dans différentes jarres remplies de mercure & renverſées dans du mercure, 5 pouces cubiques de matière fécale nouvelle & de gadoue, & j'ai ajouté dans les unes un peu de chaux vive, & dans les autres un peu d'alkali végétal cauſtique en liqueur: ayant laiſſé les choſes dans cet état pendant plus d'un mois, j'ai vu avec ſurpriſe que quoique ces matières n'euſſent été ajoutées qu'en aſſez médiocre quantité, & qu'elles ne fuſſent pas de plus du quart ou du tiers du volume de la gadoue, elles avoient abſolument arrêté toute production d'air ou de fluide aériforme, même d'air inflammable: il y a toute apparence que cet effet tient à ce que ces ſubſtances ſuſpendent les progrès de la fermentation.

Juſque-là, je n'avois opéré que dans des vaiſſeaux clos, & ſans que la matière fécale ou la gadoue euſſent aucun contact avec l'air. Cette circonſtance n'eſt pas celle qui ſe rencontre dans les foſſes d'aiſance; les matières y ſont conſervées dans un réſervoir dont la partie vide eſt remplie d'air commun: il falloit imiter cette circonſtance pour en connoître l'influence, & pour conſtater l'effet de la matière fécale & de la gadoue ſur l'air de l'atmoſphère: pour y parvenir, j'ai introduit dans une jarre pleine de mercure & plongée dans du mercure, 24 pouces cubiques d'air de l'atmoſphère, j'y ai ajouté 4 pouces cubiques de matière fécale nouvelle, & j'ai expoſé le tout à la température du laboratoire, qui étoit de 10 degrés environ, comme dans toutes les autres expériences: pendant dix jours que j'ai laiſſé ainſi la matière fécale en contact avec l'air, il s'en eſt dégagé 8 pouces cubiques d'un air fixe qui n'étoit pas parfaitement pur; le volume de l'air atmoſphérique contenu dans la cloche, qui étoit de 24 pouces cubiques, a en conſéquence été porté à 32; mais ayant tranſvaſé cet air dans une autre jarre remplie de mercure & plongée dans du mercure, & y ayant introduit de l'alkali cauſtique, l'air fixe a été abſorbé, & il m'eſt reſté 25 pouces $\frac{1}{2}$ d'air reſpirable, un peu moins ſalubre cependant qu'au commencement de l'expérience, & dans lequel il m'a ſemblé que la quantité d'air vital qui originairement étoit de 6 pouces cubiques, ſe trouvoit réduite à 5. Il réſulte de cette expérience, que la matière fécale ne vicie que très-peu l'air commun dans lequel elle eſt expoſée, & que le peu d'altération qu'elle y cauſe, conſiſte à détruire une portion de la quantité d'air vital qui y étoit contenue; mais en même temps la fermentation qui s'y opère, ajoute à cet air une quantité d'air méphitique qui ſe dégage inſenſiblement, & dont la proportion au bout de quelque temps peut être telle que l'air ne ſoit plus reſpirable, & qu'il devienne au contraire mortel pour les animaux qui le reſpirent.

Il m'a paru intéreſſant pour éclaircir de plus en plus cet objet, & pour jeter quelques lumières ſur des points de théorie, de répéter cette expérience dans de l'air vital; car puiſqu'il n'y a dans l'air commun que l'air vital qui ſoit vraiment reſpirable, la manière la plus concluante d'opérer, eſt d'employer cet air dans ſon plus grand état de pureté, ſans compliquer les réſultats par la préſence d'un air méphitique d'une nature différente, qui nous eſt inconnue, & qui ne ſert à rien pour la reſpiration ni la combuſtion.

J'ai donc fait paſſer dans une jarre remplie de mercure, & plongée dans du mercure, 24 pouces d'air vital, & j'y ai introduit 4 pouces de matière fécale: au bout de dix jours, la quantité d'air étoit augmentée de 5 à 6 pouces, mais l'alkali cauſtique a abſorbé cette portion d'air dégagée, & même près de 2 pouces au-delà, & au lieu de 24 pouces, il ne m'eſt reſté que 22 pouces $\frac{1}{3}$ d'air vital, à peu-près du même degré de pureté que celui que j'avois employé; nouvelle preuve que les émanations de la matière fécale diminuent d'une petite quantité le volume de l'air vital, que ce qui reſte n'eſt point ſenſiblement altéré, mais qu'en même temps il s'émane, pendant la fermentation, un air nuiſible qui ſe mêle avec l'air reſpirable, & qu'on peut aiſément en ſéparer.

Il y a toute apparence que cette diminution du volume de l'air vital par son exposition à la matière fécale nouvelle, est un effet de la petite quantité d'air inflammable qui s'en dégage : M. Priestley a observé en effet que lorsque l'air inflammable se dégageoit lentement des substances fermentescibles renfermées dans de l'air vital, ou comme il l'appelle *déphlogistiqué*, il se faisoit une combinaison insensible de ces deux airs au moment de la formation de l'air inflammable, à peu-près de la même manière que l'air nitreux se combine avec l'air vital. Une preuve que c'est l'air inflammable qui agit, au moment où il se forme, sur l'air vital, dans l'expérience que je viens de rapporter, c'est que, si au lieu de matière fécale nouvelle, qui donne très-peu d'air inflammable, on emploie de la gadoue avancée, son action sur l'air vital est plus grande & plus rapide; il se fait une diminution de volume beaucoup plus forte qu'avec la matière fécale nouvelle, en même temps l'air inflammable qu'on auroit obtenu en opérant dans des jarres vides d'air, disparoît; nouveau motif de croire qu'il s'est combiné avec l'air vital, & qu'il s'est opéré d'une manière insensible & lente, un effet semblable à celui qui a lieu instantanément par la combustion.

Toutes les expériences dont je viens de rendre compte, ayant été faites, la balance & la mesure à la main, on peut les regarder comme rigoureuses, & elles ne sont point susceptibles d'arbitraire comme celles où l'on s'en rapporte au seul jugement des sens : quelque trompeur que soit sur-tout celui de l'odorat, je n'ai pas cru cependant devoir négliger de le consulter.

J'ai mis de la matière fécale nouvelle dans cinq bocaux de verre évasés ; l'un d'eux étoit destiné à servir de terme de comparaison ; j'ai jeté dans l'un des quatre autres de l'acide vitriolique affoibli ; dans un second, du vinaigre ; dans un troisième, de l'alkali caustique ; & dans un quatrième, de la chaux : l'acide vitriolique a changé un peu le caractère de l'odeur, mais elle n'en étoit pas moins désagréable ; le vinaigre a produit une odeur vineuse qui s'est mêlée avec celle propre à la matière, & qui l'a rendue peut-être plus désagréable

désagréable encore qu'elle ne l'étoit auparavant. L'alkali caustique & la chaux ont opéré dans le premier instant un léger développement d'alkali volatil, mais en même temps la nature de l'odeur a été très-sensiblement changée, & est devenue beaucoup plus supportable: l'effet ne m'a point paru cependant aussi décidé & aussi complet que M. Marcorelle l'a annoncé dans la Brochure qu'il a publiée.

Les résultats ont été à peu-près les mêmes sur la gadoue ancienne; l'alkali caustique & la chaux ont produit une amélioration très-marquée dans la nature de l'odeur; mais à moins qu'on n'ait employé une grande quantité de ces matières, l'odeur propre à la gadoue prend le dessus en peu de temps, & la plus grande partie de l'effet de l'alkali caustique ou de la chaux est anéanti.

Tels sont les faits que j'ai cru nécessaire d'établir avant que de hasarder aucun raisonnement sur le méphitisme des fosses d'aisance, & sur les causes qui peuvent concourir à le diminuer ou à l'augmenter. Il me reste maintenant à combiner ces résultats, & à en tirer les conséquences les plus immédiates qu'il sera possible.

M. Janin propose d'employer le vinaigre de deux manières, par évaporation dans les environs de la fosse, pour agir sur les vapeurs, & détruire sans doute le méphitisme déjà formé; & par aspersion sur la matière même, pour prévenir un nouveau développement de ce même méphitisme. Mais puisque les émanations élastiques qui se dégagent des matières fécales sont ou de l'air fixe qui est un acide, ou de l'air inflammable qui est une substance dans un état de neutralisation; puisqu'il est reconnu qu'un acide ne peut pas neutraliser un autre acide, ni une substance déjà neutre, il est évident que la vapeur du vinaigre introduite dans la fosse & répandue dans les environs, ne peut pas détruire le méphitisme.

Mais si le vinaigre n'est qu'inutile lorsqu'on l'emploie en vapeurs & dans la vue d'agir sur les vapeurs, il n'en est plus de même lorsqu'on en jette une quantité considérable sur la matière même; alors il excite, comme on l'a vu, une vive effervefcence, & il produit en quelques inftans beaucoup plus d'air méphitique qu'il ne s'en feroit dégagé en un mois par le progrès naturel de la fermentation.

C'eft donc dans la claffe des fubftances alkalines, & non pas dans celle des acides, qu'il faut chercher des préfervatifs contre le méphitifme de la gadoue; l'alkali cauftique & la chaux paroiffent remplir complétement cet objet, puifqu'ils préviennent tout dégagement d'air méphitique; mais pour qu'ils agiffent d'une manière efficace, il faut qu'ils foient employés en grande dofe, & que leur volume foit du huitième, ou même du quart de celui de la gadoue, autrement on ne produit qu'un effet momentané, & le dégagement du méphitifme n'eft que fufpendu.

Il eft bien important de faire remarquer que la chaux & les alkalis cauftiques qui arrêtent le développement du méphitifme de la gadoue lorfqu'on les mêle avec elle, ne le détruifent pas complétement lorfqu'il eft une fois produit, & la raifon en eft fenfible; la chaux & les alkalis ne peuvent agir que fur la portion acide de l'air méphitique, c'eft-à-dire, fur l'air fixe ou acide crayeux, ils l'abforbent & le neutralifent, mais ils n'ont aucune action fur l'air inflammable; or cet air eft celui cependant qui fe rencontre le plus abondamment dans les foffes; mais un effet mécanique fupplée pour lors à un effet chimique, & c'eft ce qu'il eft néceffaire de développer ici.

La pefanteur fpécifique de l'air fixe eft environ double de celle de l'air de l'atmofphère, tandis que la pefanteur fpécifique de l'air inflammable qui fe dégage de la gadoue, n'eft que le tiers tout au plus; mais comme l'air fixe ou acide crayeux aériforme & l'air inflammable font fufceptibles de fe mélanger enfemble en toute proportion, il doit arriver fouvent que le mélange de ces deux airs forme un réfultat fpécifiquement plus pefant que l'air de l'atmofphère, alors la mofette doit demeurer ftagnante dans le bas de la foffe, & les ouvriers ne peuvent y defcendre fans courir le rifque de la vie: mais fi on ajoute dans un pareil air de la chaux délayée dans de l'eau ou de l'alkali cauſtique, ces ſubſtances alkalines qui ont une grande affinité avec l'acide crayeux, s'en empareront ſur le champ ; auſſitôt l'air inflammable devenu libre & rendu à ſa peſanteur ſpécifique naturelle, tendra à s'élever & ſe fera jour par l'ouverture de la foſſe, par celle des lunettes & des ventouſes ; quelqu'étroites que ſoient les fentes qu'il rencontrera, il ſera bientôt échappé. On voit donc que l'air inflammable, quand il eſt ſeul, ne peut guère être dangereux dans les foſſes, puiſqu'il s'échappe à meſure qu'il eſt formé, il n'y a que des conſtructions particulières & rares qui puiſſent s'oppoſer à ſon aſcenſion : c'eſt vraiment l'air fixe qui eſt la mofette dangereuſe, & l'air inflammable ne le devient que quand il eſt combiné avec lui dans une proportion aſſez forte pour que ſa peſanteur ſpécifique ſoit au moins égale à celle de l'air de l'atmoſphère.

Ces conſéquences qui découlent immédiatement des expériences que j'ai rapportées, me conduiſent naturellement à quelques réflexions ſur la conſtruction des foſſes & ſur les précautions à prendre pour les vider : il eſt d'une extrême importance que dans toute foſſe il y ait une ventouſe ou tuyau qui s'élève juſqu'au-deſſus du toit du bâtiment, mais l'endroit de la foſſe où doit être placé ce tuyau, n'eſt point indifférent : ſi la foſſe eſt voûtée, comme elles le ſont la plupart, il doit partir de la partie la plus élevée de la voûte, afin que l'air inflammable qui tend toujours à s'élever, ne rencontre point d'obſtacle, & ne reſte ſtagnant dans aucune partie de la foſſe.

Les tuyaux de deſcente des ſiéges, au contraire, ne doivent point être placés dans la partie haute de la voûte, pour éviter que l'air inflammable ne les enfile & ne ſe répande dans la maiſon; il ſeroit même à ſouhaiter qu'on pût les placer dans la partie la plus baſſe, mais on eſt obligé de garder un certain milieu, parce que la matière qui s'accumule pyramidalement ſous les tuyaux de deſcente, les engorgeroit s'ils aboutiſſoient trop bas, & ſi leur ouverture inférieure étoit trop près de la matière. Dans cette conſtruction, c'eſt-à-dire, en plaçant la ventouſe dans le haut de la voûte, & les tuyaux de deſcente auſſi bas qu'il eſt poſſible, la ventouſe formeroit une eſpèce de ventilateur, & les tuyaux de deſcente des ſiéges, au lieu d'aſpirer l'air infect & de le répandre dans les habitations, formeroient au contraire un canal de deſcente pour le renouvellement de l'air extérieur.

Quant à la vidange des foſſes, il reſte peu de précautions à ajouter à celles des ouvriers du ventilateur; elles ſont expoſées dans le Mémoire de M.rs Cadet de Vaux & Parmentier, que j'ai déjà cité, ainſi que dans le rapport des Commiſſaires de l'Académie; il ſeroit ſeulement à ſouhaiter que dans la vidange des foſſes dangereuſes, on épargnât moins la chaux, qu'on ne l'employât pas dans l'état de chaux vive, mais dans celui de chaux éteinte & délayée dans l'eau, parce qu'alors elle a une action plus marquée ſur l'air fixe; enfin l'alkali cauſtique, ou plutôt un mélange de chaux vive & d'alkali en liqueur, paroîtroit encore préférable dans certains cas, parce que ſon effet eſt plus prompt.

M. de Baer m'a communiqué une méthode dont on fait uſage à Straſbourg, & que l'on pourroit adopter dans quelques circonſtances: on n'y attend pas communément que les foſſes ſoient entièrement pleines pour les vider; la première choſe que l'on fait à l'ouverture de la foſſe, eſt d'y jeter une botte de paille enflammée; la chaleur occaſionnée par la combuſtion, établit un courant d'air qui renouvelle bientôt tout celui de la foſſe, & on y travaille enſuite ſans danger: ſi après s'être ainſi débarraſſé de l'air méphitique tout développé dans la foſſe, on prévenoit un nouveau dégagement par une addition copieuſe de chaux éteinte & d'alkali cauſtique, il eſt très-probable qu'on préviendroit tout accident: mais la méthode employée à Straſbourg, ne peut être conſeillée ſans inconvénient, que pour les foſſes diſpoſées de manière à laiſſer une iſſue par laquelle l'air inflammable s'échappe continuellement; car dans celles qui ſont terminées par une voûte plus élevée que l'origine du tuyau de deſcente des matières, & qui ne préſentent point d'ouverture au paſſage de l'air inflammable, on riſqueroit en y jetant de la paille allumée, d'occaſionner une exploſion redoutable, & dont il y a quelquefois des exemples funeſtes.

Je ne puis me diſpenſer, avant de terminer ce Mémoire, de répondre à une queſtion qui ſe préſente naturellement, & qui m'a déjà été faite par pluſieurs Membres de l'Académie. Il eſt bien clair qu'il s'émane de la gadoue en fermentation, deux fluides éminemment méphitiques, & que quand il s'en eſt accumulé une certaine quantité dans les foſſes & qu'il y demeure ſtagnant, il doit faire périr preſque à l'inſtant les animaux qu'on y plonge: mais cette cauſe eſt-elle la ſeule qui rende les foſſes dangereuſes? les hommes n'y périſſent-ils que par défaut d'air reſpirable, ou bien ne s'émane-t-il pas de la gadoue des miaſmes irritans, qui, mêlés avec l'air reſpirable, le rendent néanmoins mortel? Je répondrai que nous ne pouvons juger & prononcer que ſur les matières que nous ſommes en état de meſurer, de raſſembler, de ſoumettre à des expériences; tels ſont les fluides aériformes qui ſe dégagent de la gadoue, & dont j'ai eſſayé de faire connoître la nature. Se dégage-t-il de cette matière d'autres fluides, d'autres molécules d'un ordre plus tenu, plus incoërcibles? ces molécules produiſent-elles ſur le poumon & ſur les organes des impreſſions dangereuſes? L'état actuel de nos connoiſſances ne nous permet pas dans ce moment de répondre complétement à ces queſtions. Il eſt bien ſûr qu'indépendamment des fluides élaſtiques aériformes, il ſe dégage encore de la gadoue des molécules odorantes, & peut-être des miaſmes d'une autre nature; mais rien ne conduit encore à conclure que ce ſoit dans les molécules odorantes ou dans ces miaſmes que réſide le principe du méphitiſme, puiſqu'il eſt de fait au contraire qu'on rencontre ſouvent des foſſes qui ont peu d'odeur & qui ſont méphitiques, & d'autres de l'odeur la plus dégoûtante, & qui n'affectent que médiocrement les organes des ouvriers; d'ailleurs, quand une cauſe connue ſuffit pour expliquer un effet, il ne faut pas ſe preſſer d'en admettre une autre éloignée

& inconnue, & on eſt au moins en droit de s'en tenir à la première, tant que rien ne la démontre inſuffiſante.

On a encore été étonné que je n'aie pas obtenu de gaz hépatique dans la combinaiſon de la gadoue avec les acides. Je n'oſerois pas aſſurer que l'air fixe qui ſe dégage dans cette combinaiſon, n'en contînt quelques légères portions; mais dans les foſſes que j'ai examinées, la quantité en étoit ſûrement très-petite, au point même de ne pouvoir être appréciée: je ne nie pas qu'il ne ſe trouve ſouvent du ſoufre dans la gadoue, & il doit par conſéquent s'y rencontrer du foie de ſoufre, mais je crois que ces ſubſtances y ſont accidentelles. Lorſqu'on fit, il y a deux ans, une fouille ſous la demi-lune du rempart près la porte Saint-Antoine, on parvint juſqu'au niveau d'une ancienne voierie, où de la gadoue avoit été très-anciennement accumulée: elle s'y étoit conſommée, & il ne reſtoit plus qu'une eſpèce de terreau noir; mais un fait remarquable, & que M. Fougeroux a communiqué à l'Académie dans le temps, c'eſt que tous les plâtras qui avoient été enveloppés dans les anciennes gadoues, étoient tous garnis de plaques ou de criſtalliſations de ſoufre.

Dans les obſervations nombreuſes que j'ai faites ſur le ſoufre qu'on tiroit de cette foſſe, je n'en ai pas trouvé un ſeul morceau qui ne fût appliqué ſur un plâtras, ou qui n'en fût extrêmement voiſin; par-tout où il n'y avoit point de plâtras, on n'apercevoit pas un atome de ſoufre: il ſembleroit donc que la gadoue ne fournit qu'un des deux matériaux du ſoufre; qu'il eſt néceſſaire, pour qu'il s'en forme, qu'elle ſe trouve en contact avec des corps ſuſceptibles de fournir de l'acide vitriolique comme les plâtras. La manière dont ſe ſe rencontre le ſoufre dans les foſſes d'aiſance, vient encore à l'appui de ces obſervations; il eſt ordinairement placé ſur les clés des voûtes, ſur des mortiers de plâtre, & en général ſur des corps qui ſont connus pour contenir de l'acide vitriolique. Tout concourt donc à faire croire que le ſoufre des foſſes eſt une production accidentelle.

Entre les différentes recherches dont l'objet que j'ai traité dans ce Mémoire, eſt encore ſuſceptible, il reſte à examiner la nature du principe odorant qui ſe diſſout avec une extrême facilité dans toutes les eſpèces d'air : nous ignorons ſi ce principe eſt de nature extractive ou réſineuſe, ſi on peut le détruire ou le décompoſer : les recherches ſur les odeurs en général, qui ne paroiſſent que curieuſes, peuvent avoir plus d'une application utile, & je me propoſe de m'en occuper.

OBSERVATION DE MERCURE, À LA ROCHEGUYON, SITUÉ PAR 49^d 4' 58" DE LATITUDE, Le 12 Novembre 1782.

Faite par M.rs le Duc de la ROCHEFOUCAULD, DESMARETS, l'abbé ROCHON, le Marquis de SAINT-VALLIER & PATRICAULD.

LE moment de l'entrée a été bien obſervé, parce que le diſque du Soleil étoit bien terminé, mais la fluctuation de l'air a empêché qu'on obſervât auſſi-bien la ſortie de cette Planète; d'ailleurs le Soleil étoit trop près de l'horizon, pour que ſon diſque fût bien terminé : cependant nous penſons que l'erreur qu'il peut y avoir ſur le temps de la ſortie eſt peu conſidérable.

Entrée du premier bord de Mercure à 2^h 53' 33" temps vrai.
Sortie totale de Mercure.......... à 4. 20. 47" temps vrai.

La Pendule avoit été réglée par cinq hauteurs correſpondantes du Soleil.

La Rocheguyon eſt 2' 50" de temps à l'occident de l'Obſervatoire royal de Paris, ſelon les Cartes de M. Caſſini.

OBSERVATION

OBSERVATION
DU PASSAGE DE MERCURE, LE 12 NOVEMBRE 1782.

Par M. MÉCHAIN.

J'AI fait cette obſervation à l'hôtel de Noailles, rue Saint-Honoré, chez M. le Duc d'Ayen, & avec ſes inſtrumens. La marche de la pendule étoit très-bien connue; le temps vrai a été déterminé le jour même par des hauteurs correſpondantes du Soleil. Préſenté le 21 Déc. 1782.

Lors de l'entrée de Mercure, les bords du Soleil étoient ondoyans & aſſez mal terminés. A $2^h\ 59'\ 30''$, temps vrai, Mercure entamoit le bord du Soleil aſſez conſidérablement.

J'ai jugé l'entrée totale, ou le

Premier contact intérieur à . . . . $3^h\ \ 2'\ \ 8''$ temps vrai.

M. le Duc d'Ayen a marqué le commencement de la ſortie, ou le

Second contact intérieur, à . . . . 4. 17. 43.
J'ai marqué la même phaſe à . . . . 4. 17. 46.

J'ai eſtimé l'incertitude de cette dernière obſervation de 5″ au plus, car le bord du Soleil étoit paſſablement terminé. Nous nous ſervions de deux lunettes acromatiques de 3 pouces $\frac{1}{2}$ d'ouverture, & de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, groſſiſſant environ quatre-vingts fois. Mercure n'étoit pas bien terminé, il paroiſſoit entouré d'une nébuloſité colorée, ſur-tout vers le bord du Soleil dont il étoit le plus près.

Pendant la durée du paſſage, j'ai meſuré pluſieurs diſtances du centre de Mercure au bord du Soleil le plus voiſin, avec un très-bon micromètre garni de fils de ſoie, adapté à l'une des deux lunettes acromatiques, & dont l'oculaire ne groſſiſſoit que quarante fois. Voici ces diſtances.

28″,5 douteuse à	3h 38′ 30″		
32,4	3. 42. 30.		
30,5	3. 45. 30.		
31,4	3. 49. 30.	Temps vrai.	
29,5	3. 58. 30.		
25,7	4. 2. 30.		
19,9	4. 8. 0.		

Pour conclure de mes observations la longitude, la latitude vraie de Mercure, & le temps de la conjonction, j'ai calculé les élémens suivans, d'après les Tables du Soleil de M. de la Caille, & celles de Mercure de M. de la Lande.

Conjonct. de Mercure & du Soleil, par les Tables. $4^h\ 5'\ 9''$ temps vrai.

Long. comptée de l'équinoxe moyen, par les Tabl. $7^s\ 20^d\ 26'\ 44'',2$.

Latitude boréale géocentrique de Mercure. . . . . 15. 52,6.

On n'a point eu égard ici à l'aberration.

Logarithme de la distance du Soleil à la Terre	4,995114.
Logarithme de la distance vraie de Mercure au Soleil.	4,494142.
Logarithme de la distance réduite	4,494120.
Logar. de la distance réduite de Mercure à la Terre.	4,830485.
Mouvement horaire du Soleil	2′ 31″,15.
Mouvement horaire géocentrique de Mercure sur l'Écliptique	3. 22,20.
Mouvement horaire géocentrique en latitude	0. 51,77.
Mouvement horaire géocentrique de Mercure sur l'orbite relative	5. 56,53.
Diamètre du Soleil par les Tables	32. 24, 7.
Diamètre de Mercure	0. 9, 0.
Pararallaxe horizontale du Soleil	0. 8, 7.

Le diamètre de Mercure que j'ai adopté, tient un milieu entre celui que M. de la Lande a conclu du passage de 1753, & celui qui a été mesuré à Philadelphie, en 1769. J'ai diminué de 3″ le demi-diamètre du Soleil des Tables, dans le calcul de l'entrée & de la sortie de Mercure.

Au moyen de ces élémens, j'ai conclu de mon obſervation de l'entrée & de la ſortie,

La conjonction vraie à..........	4^h 3′ 18″,00	temps vrai.
Longitude géocentrique de Mercure, affectée de l'aberration, & comptée de l'équinoxe moyen......	7^f 20^d 26. 39,4	de longitude.
Latitude géocentrique boréale vraie....	15. 52,1.	
Plus courte diſtance des centres......	15. 38,13.	
Donc, la plus grande diſtance apparente du centre de Mercure au bord du Soleil.	0. 34,22,	

en ne diminuant point le demi-diamètre du Soleil, parce que cette diminution n'a pas lieu dans l'obſervation faite au micromètre.

Par la meſure actuelle, j'avois trouvé cette diſtance......................	0. 32,4.
La différence eſt............	0. 1,8.
M. le Monnier a meſuré cette diſtance de.	0. 33,0.

Si ma diſtance obſervée & les élémens du calcul ſont exacts, il s'enſuit que la durée du paſſage eſt un peu trop grande. Mon obſervation de l'entrée totale s'accorde aſſez avec celle de M. le Monnier, il a même déterminé cette entrée 20″ plus tôt. M. Dagelet qui obſervoit à l'École Militaire avec une lunette très-foible, l'a marquée ſeulement 20″ environ plus tard que moi; mais pluſieurs Aſtronomes l'ayant obſervée au moins deux minutes plus tard, j'ai recommencé mes calculs, en ſuppoſant l'entrée totale à 3^h 4′ 8″ (quoique je n'aie aucun doute fondé ſur mon obſervation), & la ſortie toujours à................ 4^h 17′ 46″.

Alors j'ai trouvé

La conjonction vraie à.............	4^h 4′ 19″ $\frac{1}{2}$	temps vrai.
Dans....................	7^f 20^d 26. 42	
Latitude géocentrique de Mercure.......	15. 53,5	
Plus grande diſtance du centre de Mercure au bord du Soleil le plus près...............	32,8	

ce qui s'accorde aſſez avec la meſure de M. le Monnier & la mienne.

Dans cette hypothèſe, que je ne donne point pour la plus vraie, l'erreur des Tables de M. de la Lande, eſt de 24 ſecondes ſouſtractive en longitude, & 5 ſecondes $\frac{1}{2}$ additive à la latitude géocentrique ; ſelon mon obſervation & mes premiers calculs, l'erreur des mêmes Tables ſeroit de 30 ſecondes ſouſtractive de la longitude, & de 4 ſecondes $\frac{1}{2}$ additive à la latitude géocentrique par les Tables. Ainſi, malgré le peu d'accord des obſervations de l'entrée, faites à Paris, toute l'incertitude qui en réſulte, n'eſt que de 6 ſecondes ſur la longitude de Mercure, & elle eſt preſque nulle ſur la latitude.

Selon mon obſervation, j'ai trouvé que les Tables de Mercure de M. Halley, donnoient la longitude géocentrique trop avancée de 2′ 00″, & la latitude géocentrique trop petite de 13″.

MÉMOIRE
SUR LA COMÈTE
Qui a paru à la fin de Juin & en Juillet 1781.

Par M. MÉCHAIN.

JE découvris cette Comète pendant la nuit du 28 au 29 Juin, vers onze heures; elle étoit placée à la tête de la grande Ourſe, entre les Étoiles *ν* & *h* de cette Conſtellation. Je jugeai d'abord que c'étoit une Comète, parce que je ſavois que parmi toutes les nébuleuſes de la grande Ourſe, il n'y en avoit aucune qui eût cette poſition & qui fût auſſi belle. J'examinai la nouvelle Comète avec une lunette acromatique à triple objectif, de 3 pouces $\frac{1}{2}$ d'ouverture & de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, & dont l'oculaire ne groſſiſſoit que 40 fois, afin d'avoir plus de lumière; je remarquai un noyau aſſez vif au centre, mais il n'étoit pas terminé, la lumière alloit en dégradant inſenſiblement, il n'y avoit pas de queue diſtincte: le diamètre de la Comète, y compris la nébuloſité, étoit d'environ trois minutes, on ne l'apercevoit cependant point à la vue ſimple, même après le coucher de la Lune. Lû le 22 Juin 1782.

Je commençai par comparer la Comète à une Étoile de ſeptième grandeur, qui paſſoit peu de temps avant, & dont je déterminai, quelques jours après, la poſition par une étoile de la grande Ourſe, déſignée ſous la lettre *c* dans le Catalogue de Flamſtéed: j'eſſayai enſuite de comparer la Comète à l'étoile *α* de la grande Ourſe, je n'y réuſſis qu'en partie, car l'Étoile entra à peine dans le champ de la lunette, de ſorte que je n'eus ſon paſſage qu'à un ſeul fil horaire, & que je ne pus qu'eſtimer la différence des déclinaiſons: le jour vint terminer mes obſervations de cette nuit.

Le lendemain 29, vers onze heures du ſoir, je comparai la Comète à la 42.^{e} étoile de la grande Ourſe; ſa lumière m'a paru augmentée, on ne la diſtinguoit point ſans lunette, même dans le plus ſombre de la nuit; je la jugeai un peu plus brillante que la nébuleuſe placée entre le genou & la jambe gauche d'Hercule, qui a été découverte par M. Meſſier, au mois de Mars de la même année: M. de la Lande qui vint ce même ſoir chez moi pour y voir cette Comète, voulut bien ſe charger d'en préſenter le lendemain à l'Académie, l'annonce & les deux premières obſervations.

Le 30, mêmes apparences à peu-près; je déterminai la poſition de la Comète par l'étoile, *n.° 41*, de la grande Ourſe.

Le 1.^{er} Juillet, je la comparai à la 36.^{e} de la grande Ourſe; le 2, à l'étoile ϕ de la même Conſtellation; le 3, le ciel fut couvert.

Le 4, je déterminai la poſition de la Comète par l'étoile, *n.° 31*, de la grande Ourſe; le 5, par l'étoile $\varkappa$ de la même Conſtellation: la grande clarté de la Lune m'empêcha tous ces jours-ci, de bien juger des apparences de la Comète, cependant je la trouve aujourd'hui plus lumineuſe qu'elle n'avoit encore été.

Le 6, je la comparai à l'étoile ω de la grande Ourſe; le 7, à la 47.^{e} de la même Conſtellation : la lumière étoit augmentée ſenſiblement, la nébuloſité plus large, & l'on remarquoit, dans la lunette, une queue de pluſieurs minutes d'étendue; ce fut ce même jour qu'elle paſſa au périhélie.

Le 8, les apparences étoient à peu-près les mêmes, je déterminai le lieu de la Comète par l'étoile, *n.° 51*, de la grande Ourſe: le mauvais temps ſurvint enſuite, je ne revis plus la Comète avant le 12, mais ce ne fut qu'à travers les nuages & ſans pouvoir l'obſerver. Le 13, le ciel étoit encore très-couvert, cependant je l'aperçus dans une ouverture de nuages, & je la comparai à la hâte à une petite Étoile indéterminée, de huitième grandeur, au dos du Lion; la Comète la ſuivoit de $2' 21''$ de temps moyen, en aſcenſion droite, & paſſoit plus au ſud de $21' 6''$; il étoit $10^h 22'$ de temps moyen, la Comète me parut une fois plus grande que le 28 Juin, sa queue étoit très-bien marquée.

Le 14, elle ne me parut point aussi claire, mais la proximité de l'horizon & les vapeurs devoient en diminuer les apparences; je la comparai à la 8?.^{e} étoile du Lion.

Le 15, je l'observai pour la dernière fois, en la comparant à la 88.^{e} étoile du Lion & à β de la queue; les bâtimens qui m'entourent & la rapidité du mouvement de cette Comète, m'empêchèrent de la suivre plus long-temps (*M.* Messier l'observa encore le 16), elle disparut peu de jours après de dessus l'horizon de Paris; mais comme elle avoit eu un mouvement de $40^d\ 3'$ en longitude, & de $35^d\ 3'$ en latitude, depuis le 28 Juin jusqu'au 15 Juillet, je pouvois très-bien déterminer les élémens de son orbite dans l'hypothèse parabolique, je les avois déjà ébauchés sur mes premières observations, je les rectifiai ensuite sur celles que je jugeai les plus exactes.

Cette Comète a été aussi observée par M. Messier à Paris, par M. Darquier à Toulouse, & par M. le chevalier d'Angos à Rouen; c'est tout ce dont j'ai eu connoissance, elle n'a jamais paru à la vue simple, du moins il ne ma point été possible de l'apercevoir sans lunette.

Voici les élémens de l'orbite que j'ai calculés sur mes seules observations, on verra que l'erreur ne va point au-delà de $1'\ 30''$, & qu'elle est souvent au-dessous d'une minute: la Comète a parcouru sur son orbite un arc de $33^d\ 54'\ 0''$; sa latitude héliocentrique a diminué de $33^d\ 28'\ 16''$, depuis le 28 Juin jusqu'au 15 Juillet.

Nœud ascendant	$2^f\ 23^d\ 0'\ 38''$
Inclinaison	81. 43. 26.
Lieu du périhélie sur l'orbite	7. 29. 11. 25.

Distance périhélie 0,77586. Logarithme 9,889784.

Passage au périhélie, 7 Juillet, à $4^h\ 41'\ 20''$, temps moyen à Paris.

Mouvement direct.

Cette Comète eſt la ſoixante-ſixième dont on ait calculé l'orbite, il n'y en a que ſept dont les inclinaiſons ſoient plus grandes; elle a été le 13 Juillet à la plus grande proximité de la Terre, un peu au-deſſous de 0,546.

Je joins ici deux Tables, dont la première contient la date & le temps moyen de chaque obſervation, les noms des Étoiles auxquelles la Comète a été comparée, leurs numéros, ſelon le Catalogue de Flamſtéed, l'aſcenſion droite & la déclinaiſon apparente de chacune de ces Étoiles, les différences en aſcenſion droite & en déclinaiſon, obſervées entre les Étoiles & la Comète; d'où l'on pourra tirer facilement l'aſcenſion droite & la déclinaiſon apparente de la Comète, en faiſant attention que le ſigne + indique que la Comète étoit plus avancée en aſcenſion droite que l'Étoile, ou qu'elle étoit plus boréale: on ſera par ce moyen à portée de rectifier les poſitions de la Comète, ſi l'on trouvoit qu'il y eût quelque choſe à changer à celles des Étoiles; j'ai tiré celles-ci du Catalogue de Flamſtéed, ou des Catalogues plus récens, quand je les y ai trouvées, en les réduiſant exactement à l'époque de chaque obſervation; elles ſont affectées de l'aberration & de la nutation. La ſeconde Table comprend les longitudes & latitudes vraies de la Comète, calculées ſur les aſcenſions droites & déclinaiſons conclues de la Table précédente; elles ſont de plus dégagées de l'aberration de la Comète, & de la nutation: la même Table contient auſſi les différences de ces longitudes & latitudes, avec celles calculées par les élémens, elles ſont affectées du ſigne + quand la théorie a donné plus; on y trouve enfin les diſtances de la Comète au Soleil & à la Terre, pour l'inſtant de chaque obſervation. J'aurois pu diminuer encore les erreurs, mais cela m'a paru aſſez inutile, parce que le mouvement de la Comète étoit rapide, & que ces erreurs n'excèdent pas celles qu'on peut craindre dans les poſitions des Étoiles tirées du Catalogue de Flamſtéed, ſur-tout ſi l'on y joint encore la petite incertitude à laquelle eſt aſſujettie l'obſervation des Comètes, car il eſt aſſez difficile de bien eſtimer le paſſage du centre aux fils du micromètre.

PREMIÈRE

PREMIÈRE TABLE.

MOIS.	TEMPS MOYEN.	NOMS des ÉTOILES.	ASCENSION droite APPARENTE.	DÉCLIN. APPARENTE.	DIFFÉR. D'ASCEN droite avec la Comète.	DIFFÉREN. en DÉCLIN. avec la Comète
	H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
Juin... 28	13. 27. 50	Étoile de 7.^e gr.	144. 43. 22	62. 8. 28	+ 2. 8. 28	+ 20. 42
29	11. 5. 0	42.^e gr. Ourse.	159. 24. 42	60. 28. 55	— 10. 25. 57	+ 27. 35
30	10. 8. 34	41.^e gr. Ourse.	158. 9. 29	58. 31. 33	— 7. 6. 32	+ 38. 30
Juillet 1	10. 3. 60	36.^e gr. Ourse.	154. 7. 35	57. 5. 56	— 1. 6. 56	+ 4. 7
[illegible]	10. 31. 35	φ gr. Ourse..	144. 17. 2	55. 5. 0	+ 10. 37. 14	— 5. 44
4	9. 45. 53	31.^e gr. Ourse.	145. 19. 25	50. 50. 35	+ 12. 49. 26	— 31. 32
5	11. 12. 30	χ gr. Ourse..	132. 10. 29	48. 0. 30	+ 27. 31. 38	— 27. 49
6	9. 48. 36	ω gr. Ourse..	160. 20. 26	44. 21. 3	+ 0. 37. 13	+ 37. 52
7	10. 55. 36	47.^e gr. Ourse.	161. 46. 18	41. 35. 27	+ 0. 26. 12	+ 22. 16
8	9. 38. 18	51.^e gr. Ourse.	163. 3. 51	39. 24. 51	+ 0. 13. 2	— 16. 52
14	10. 16. 0	86.^e du Lion.	169. 46. 2	19. 36. 31	— 1. 23. 53	— 11. 18
15	10. 17. 30	β du Lion...	174. 28. 24	15. 47. 48	— 5. 30. 4	+ 17. 24

SECONDE TABLE.

MOIS & JOURS.	LONGIT. vraie de la COMÈTE obfervée.	LATITUDE vraie de la COMÈTE obfervée.	ERREUR en LONGIT.	ERREUR en LATITUDE.	LA DISTANCE moyenne du SOLEIL à la TERRE = 1,0. DIST. de la COM. au SOL.	DIST. de la COM. à la TERR.
	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.		
Juin 28	123. 29. 41	45. 28. 20 B	+ 0. 30	+ 1. 0	0,7939	0,7236,
29	125. 47. 3	44. 35. 37	+ 0. 4	0. 0	0,7904	0,7069,
30	128. 13. 50	43. 31. 57	+ 0. 21	— 0. 14	0,7870	0,6885,
Juillet 1	130. 46. 50	42. 16. 29	+ 1. 22	+ 0. 43	0,7840	0,6699,
2	133. 24. 51	40. 51. 56	+ 1. 30	+ 0. 14	0,7814	0,6518,
4	138. 30. 7	37. 40. 31	+ 1. 1	+ 0. 11	0,7778	0,6201,
5	141. 13. 56	35. 41. 28	— 0. 18	+ 0. 50	0,7766	0,6047,
6	143. 35. 55	33. 48. 27	— 0. 3	+ 0. 4	0,7760	0,5928,
7	146. 10. 12	31. 30. 55	+ 1. 6	+ 1. 27	0,7759	0,5803,
8	148. 27. 58	29. 20. 9	+ 0. 54	+ 1. 7	0,7762	0,5708,
14	161. 38. 4	13. 14. 43	— 0. 41	+ 0. 33	0,7886	0,5460,
15	163. 31. 54	10. 25. 2	+ 0. 2	— 0. 6	0,7923	0,5482,

Quoique je n'aie rapporté qu'une obfervation à chaque jour, j'en ai cependant fait plufieurs toutes les fois qu'il n'y pas eu un trop grand intervalle de temps entre le paffage de l'Étoile & celui de la Comète; dans ce cas j'ai toujours pris le réfultat moyen: de plus, les différences d'afcenfion droite ont toujours été conclues des paffages aux trois fils horaires du micromètre.

MÉMOIRE
CONTENANT
LES OBSERVATIONS ET LA THÉORIE
DE LA SECONDE COMÈTE DE 1781.

Par M. MÉCHAIN.

LE 9 Octobre, vers quatre heures du matin, je decouvris, avec ma lunette acromatique, une petite nébulosité, près de l'étoile δ du Cancer; je soupçonnai que c'étoit une nouvelle Comète qui commençoit à paroître; elle étoit très-foible & sans apparence de queue; la Lune qui n'en étoit éloignée que de 35 à 36 degrés, contribuoit beaucoup à diminuer la lumière de la Comète, dont le centre paroissoit cependant assez lumineux; le diamètre du noyau, y compris la nébulosité qui l'entouroit, étoit tout au plus de deux minutes. Je trouvai par un milieu, entre plusieurs observations, qu'à $4^h\ 43'\ 9''$, temps moyen, la Comète précédoit δ du Cancer au fil horaire, de $1^d\ 24'\ 14''$, & qu'elle étoit plus boréale de $1'\ 58''$; donc l'ascension droite de la Comète étoit de $126^d\ 39'\ 34''$, & sa déclinaison boréale de $18^d\ 58'\ 49''$. J'ai fait cette observation & les suivantes avec une lunette acromatique de trois pieds & demi de foyer, garnie d'un très-bon micromètre à fils. 1782.

Le 10 au matin, je m'aperçus que cette nébulosité s'étoit un peu élevée vers le Nord, ce déplacement m'assura que c'étoit une Comète: la Lune en étoit encore plus près que la veille, de sorte que je ne pus porter aucun jugement sur l'augmentation ou sur la diminution de sa lumière. Je comparai la Comète à la même étoile δ du Cancer; à $4^h\ 50'\ 0''$, temps moyen, elle précédoit l'Étoile au fil horaire de $1^d\ 12'\ 49''$, & elle étoit plus boréale de $24'\ 32''$; d'où je conclus l'ascension droite de la Comète de $126^d\ 50'\ 59''$, & sa déclinaison boréale de $19^d\ 21'\ 23''$.

Le 11, quoique la Lune ne fût éloignée de la Comète que de dix à onze degrés, je crus m'apercevoir de l'augmentation de la lumière de la Comète. Je déterminai par plusieurs observations, qu'à $4^h\ 28'\ 0''$, temps moyen, au matin, la Comète étoit à l'Orient de l'Étoile, *n.° 344 du Catalogue de Mayer*, de $2^d\ 15'\ 7''$, & plus nord de $1'\ 53''$; donc, ascension droite de la Comète $127^d\ 2'\ 5''$, déclinaison boréale $19^d\ 44'\ 47''$.

Le 12 & le 13, le ciel fut couvert.

Le 14 à 3 heures du matin, la Comète étoit très-près d'une Étoile de huitième à neuvième grandeur; je la suivis avec la lunette acromatique, garnie de son fort équipage: l'Étoile ne disparut point derrière le disque de la Comète, quoiqu'elle fût plongée dans la nébulosité; mais j'ai remarqué que le centre de la Comète passoit un peu au Midi de l'Étoile, qui n'étoit par conséquent point derrière le vrai noyau, & ce noyau me parut extrêmement petit & peu distinct; avec une lunette moins forte on auroit pu croire que le centre de la Comète avoit passé devant l'Étoile. Après que l'Étoile fut dégagée de la nébulosité, je ne vis point d'augmentation sensible dans la lumière de la Comète, depuis le 11; il étoit impossible de l'apercevoir à la vue simple, quoique le ciel fût très-serein & la lumière de la Lune très-foible; la Comète étoit d'ailleurs parmi les Étoiles de la nébuleuse du Cancer; à $3^h\ 35'\ 0''$, temps moyen, elle suivoit au fil horaire l'Étoile, *n.° 356 du Catalogue de Mayer*, de $0^d\ 46'\ 37''\ \frac{1}{2}$, & elle étoit plus boréale de $19'\ 33''$; donc son ascension droite étoit de $127^d\ 39'\ 25''$, & sa déclinaison borale $21^d\ 5'\ 40''$.

A $4^h\ 8'\ 0''$, temps moyen, la Comète étoit plus orientale que η du Cancer, de $2^d\ 38'\ 41''$, & plus australe de $4'\ 3''$; donc son ascension droite étoit de $127^d\ 39'\ 30''$, & sa déclinaison $21^d\ 6'\ 20''$.

Le 15 au matin, le ciel étant parfaitement clair, la Comète me parut avoir une queue très courte & en forme d'éventail; à $4^h\ 58'\ 0''$, temps moyen, elle suivoit η du Cancer au fil horaire, de $2^d\ 53'\ 28''\frac{1}{2}$, & elle étoit plus boréale de $28'\ 46''$; donc ſon aſcenſion droite étoit de $127^d\ 54'\ 17''$, & ſa déclinaiſon boréale de $21^d\ 39'\ 8''\ \frac{1}{2}$. A $5^h\ 11'$, temps moyen, la Comète étoit à l'orient de γ du Cancer, de $0^d\ 14'\ 47''\ \frac{1}{2}$, & plus auſtrale de $35'\ 10''$; d'où je conclus ſon aſcenſion droite de $127^d\ 54'\ 15''$, ſa déclinaiſon de $21^d\ 39'\ 24''$.

Le 17, à $4^h\ 55'\ 0''$, temps moyen, la Comète ſuivoit γ du Cancer au fil horaire, de $0^d\ 43'\ 22''$, elle étoit plus boréale de $36'\ 4''\ \frac{1}{2}$; d'où j'ai tiré ſon aſcenſion droite de $128^d\ 22'\ 50''$, ſa déclinaiſon boréale de $22^d\ 50'\ 38''$.

Le 18, le ciel étoit très-ſerein, j'ai commencé à ſoupçonner que j'apercevois la Comète à la vue ſimple; à $4^h\ 51'\ 30''$, temps moyen, elle paſſoit $5^d\ 32'\ 9''\ \frac{1}{2}$ avant 1 ξ du Cancer, & $35'\ 31''$ plus nord; donc ſon aſcenſion droite étoit de $128^d\ 38'\ 22''\ \frac{1}{2}$, ſa déclinaiſon de $23^d\ 30'\ 22''$.

Le 20, à $5^h\ 8'\ 38''$, temps moyen, la Comète précédoit γ du Cancer au fil horaire, de $3^d\ 15'\ 32''$, elle étoit plus auſtrale de $15'\ 22''$; donc ſon aſcenſion droite étoit de $129^d\ 13'\ 34''$, ſa déclinaiſon boréale de $25^d\ 2'\ 43''$.

Le 23, à $5^h\ 14'\ 0''$, temps moyen, la Comète précédoit une petite Étoile de ſept à huitième grandeur, de $0^d\ 3'\ 38''$, elle étoit plus boréale de $13'\ 33''$; M. Dagelet ayant comparé, avec ſon mural, cette Étoile à 2 φ du Cancer, j'en ai conclu l'aſcenſion droite pour le 23 Octobre, de $130^d\ 19'\ 55''$, la déclinaiſon de $27^d\ 45'\ 16''\frac{1}{2}$; donc l'aſcenſion droite de la Comète de $130^d\ 16'\ 17''$, la déclinaiſon boréale de $29^d\ 58'\ 40''$.

Le 24, la queue de la Comète étoit très-ſenſible par la lunette, à $4^h\ 16'\ 30''$ temps moyen, ſon noyau ſuivoit 1 ι du Cancer au fil horaire de $2^d\ 18'\ 45''$, & il étoit plus auſtral de $26'\ 16''$; d'où j'ai conclu l'aſcenſion droite de la Comète, de $130^d\ 40'\ 38''$, ſa déclinaiſon boréale de $29^d\ 6'\ 32''$; le ciel fut enſuite couvert juſqu'au 28.

Le 28, à $1^h\ 45'\ 20''$, temps moyen, au matin, la Comète paſſoit au fil horaire, $4^d\ 0'\ 25''$ avant la 40.^{e} du Lynx, ſelon le Catalogue de Flamſtéed, elle étoit exactement ſur le même parallèle; j'en ai tiré l'aſcenſion droite de la Comète, de 132^d 55′ 21″, ſa déclinaiſon boréale de 35^d 18′ 34″: la Comète ſe diſtinguoit très-aiſément à la vue ſimple, le noyau étoit bien détaché de la chevelure qui paroiſſoit fort étendue dans la lunette.

Le temps fut très-mauvais juſqu'au 4 de Novembre, cependant j'aperçus la Comète le 1.^{er} de ce mois, mais les nuages ne me laiſsèrent pas le temps de l'obſerver.

Le 4 Novembre, à 7^h 16′ 17″ du ſoir, temps moyen, la Comète précédoit α de la grande Ourſe, de 11^d 6′ 19″, & elle étoit plus boréale de 40′ 21″; donc ſon aſcenſion droite étoit de 151^d 25′ 16″ $\frac{1}{2}$, ſa déclinaiſon de 63^d 36′ 11″, en tenant compte de la parallaxe de hauteur qui étoit de 28 ſecondes; la Comète bien diſtincte à la vue ſimple, même après le lever de la Lune, & quoique le ciel fût fort embrumé & parſemé de bandes de légers nuages.

Le 6, à 7^h 36′ 36″ du ſoir, temps moyen, la Comète paſſoit 40^d 0′ 56″ avant β de la petite Ourſe, & 3′ 4″ moins nord; j'en ai conclu l'aſcenſion droite de 182^d 52′ 4″$\frac{1}{2}$, la déclinaiſon de 75^d 0′ 15″ $\frac{1}{2}$, l'une & l'autre corrigées de la parallaxe.

Le 7, je trouvai par pluſieurs comparaiſons, qu'à 5^h 56′ 20″, temps moyen, la Comète précédoit a de la petite Ourſe, de 33′ 5″, & qu'elle étoit plus nord de 23′ 11″; d'où j'ai tiré ſon aſcenſion droite de 216^d 30′ 48″, ſa déclinaiſon boréale de 77^d 3′ 20″, en ayant égard à la parallaxe.

Le même ſoir, à 11^h 12′ 22″, temps moyen, la Comète ſuivoit, au fil horaire, une Étoile de 7 à 8.^{e} grandeur, de 3^d 2′ 0″; elle étoit moins boréale de 7′ 54″5: ayant enſuite déterminé pour ce jour l'aſcenſion droite de l'Étoile, de 222^d 24′ 15″, ſa déclinaiſon de 76^d 56′ 34″, j'en ai conclu l'aſcenſion droite de la Comète, 225^d 26′ 31″, ſa déclinaiſon boréale de 76^d 49′ 7″, l'une & l'autre corrigées de la parallaxe. La queue de la Comète, vue par une lunette de nuit, paroiſſoit avoir 3 à 4 degrés de longueur, la chevelure environ 20 minutes de diamètre; le noyau étoit très-vif, mais non terminé.

Le 8, j'ai eſſayé de comparer la Comète à γ de la petite

Ourſe, mais les nuages m'ont empêché de voir l'Étoile à ſon paſſage; l'ayant comparée à une petite Étoile que je liai le jour ſuivant avec γ, j'en ai conclu que le 8, à $12^h\ 24'\ 29''$, temps moyen, la Comète étoit plus avancée en aſcenſion droite que γ, de $27^d\ 59'\ 42''\ \frac{1}{2}$, & moins boréale de $24'\ 48''$; donc, en ayant égard d'ailleurs à la parallaxe, l'aſcenſion droite de la Comète étoit alors de $258^d\ 17'\ 34''$, ſa déclinaiſon de $72^d\ 12'\ 14''$; la Comète toujours plus apparente à la vue ſimple, avec une queue de 3 à 4 degrés dans la lunette de nuit.

Le 9, la Comète a été en oppoſition avec le Soleil, entre ſix à ſept heures du ſoir, elle n'étoit qu'à 40 minutes du pôle de l'Écliptique; à $6^h\ 30'\ 35''$, temps moyen, je déterminai par δ du Dragon, ſon aſcenſion droite de $271^d\ 20'\ 36''$, ſa déclinaiſon de $66^d\ 58'\ 44''$: à $12^h\ 12'\ 2''$, temps moyen, je fixai encore ſon aſcenſion droite de $274^d\ 8'\ 57''$, ſa déclinaiſon de $65^d\ 12'\ 3''$, en la comparant à la 42.^{e} étoile du Dragon: la Comète étoit ſi près du pôle de l'Ecliptique, le 8 & le 9, qu'une légère erreur dans l'obſervation ou dans la poſition des Étoiles, en produit une très-conſidérable ſur la longitude de la Comète; par cette raiſon je n'ai fait uſage que de la latitude de ces deux jours pour la comparer aux élémens de l'orbite.

Le 10 & le 11, le ciel fut couvert & il plut beaucoup: le 12 je comparai la Comète, à travers la brume à δ du Cygne; à $9^h\ 17'\ 54''$, temps moyen, elle précédoit l'Étoile, de $3^d\ 48'\ 7''$, & elle étoit plus boréale de $34'\ 17''$; j'en ai conclu, en corrigeant l'effet de la parallaxe, l'aſcenſion droite de la Comète, de $290^d\ 44'\ 25''$, la déclinaiſon de $45^d\ 10'\ 58''$.

Le 14, je n'eus qu'un inſtant entre les nuages pour comparer la Comète à une Étoile de ſeptième grandeur, que je liai dans les jours ſuivans avec η du Cygne: de ces obſervations j'ai déduit que le 14, à $10^h\ 46'\ 16''$, temps moyen, la Comète étoit à l'occident de η, de $1^d\ 59'\ 50''$, & plus au nord, de $3'\ 35''$; donc aſcenſion droite de la Comète, $295^d\ 11'\ 8''$; déclinaiſon $34^d\ 35'\ 11''$, l'une & l'autre corrigées de l'effet de la parallaxe: l'obſervation de ce jour eſt douteuſe.

Le 17, à 8^h 29′ 44″, temps moyen, la Comète ſuivoit au fil horaire la ſeizième étoile du Renard, de 0^d 0′ 37″ $\frac{1}{2}$ & elle étoit plus boréale de 2′ 6″; donc, en ayant égard à la parallaxe, aſcenſion droite de la Comète, 298^d 11′ 38″; déclinaiſon, 24^d 22′ 50″: la Comète paroiſſoit ſenſiblement diminuée, la queue avoit encore pluſieurs degrés d'étendue dans la lunette de nuit.

Le 19, à 5^h 51′ 54″, temps moyen, la Comète ſuivoit η de la flèche au fil horaire, de 0^d 35′ 36″; elle étoit plus boréale de 20′ 57″ $\frac{1}{2}$; d'où j'ai tiré ſon aſcenſion droite de 299^d 27′ 26″, ſa déclinaiſon de 19^d 43′ 30″, en corrigeant l'effet de la parallaxe.

Le 22, on voyoit encore très-bien la Comète à l'œil nu, cependant elle étoit diminuée au moins de moitié: à 5^h 57′ 30″ elle précédoit ρ de l'Aigle, de 0^d 13′ 9″; elle étoit plus auſtrale de 10′ 32″; donc ſon aſcenſion droite étoit de 300^d 48′ 20″, ſa déclinaiſon boréale de 14^d 21′ 50″, dégagée de la parallaxe.

Le 25, à 7^h 16′ 21″, temps moyen, la Comète précédoit ε du Dauphin au fil horaire, de 3^d 56′ 59″; elle étoit plus auſtrale de 2′ 44″; donc ſon aſcenſion droite étoit de 301^d 44′ 41″, ſa déclinaiſon 10^d 31′ 44″.

Le 1.er Décembre, on ne diſtinguoit plus la Comète à la vue ſimple, mais on voyoit encore une légère trace de queue par la lunette: à 6^h 2′ 40″, temps moyen, elle ſuivoit β de l'Aigle, de 6^d 42′ 21″, & elle étoit plus auſtrale de 16′ 49″; d'où j'ai conclu ſon aſcenſion droite de 300^d 50′ 55″ $\frac{1}{2}$, ſa déclinaiſon boréale de 5^d 35′ 47″. J'ai négligé la parallaxe dans cette Obſervation & dans les ſuivantes, parce que la Comète étoit trop éloignée de la Terre pour que l'effet en fût ſenſible.

Le 10 Décembre, le ciel étant très-ſerein, j'ai encore aperçu la Comète à la vue ſimple, mais très-difficilement, la queue me parut avoir environ trois degrés de longueur, étant vue par la lunette de nuit; à 7^h 34′ 50″, temps moyen,

le

le noyau passa au fil horaire $8^d\ 25'\ 15''$ après η *d'Antinoüs*, & il étoit plus nord de $45'\ 38''$; donc l'ascension droite étoit de $303^d\ 45'\ 22''$, la déclinaison boréale de $1^d\ 13'\ 10''$.

Le 12, à $5^h\ 37'\ 39''$, temps moyen, la Comète suivoit η *d'Antinoüs* au fil horaire de $8^d\ 33'\ 54''$, elle étoit plus boréale de $6'\ 18''$; d'où j'ai conclu son ascension droite de $303^d\ 54'\ 1''$, sa déclinaison boréale de $0^d\ 33'\ 50''\ \frac{1}{2}$.

Le 20, à $6^h\ 6'\ 30''$, temps moyen, la Comète étoit à l'Orient de θ *d'Antinoüs* de $4^d\ 20'\ 58''$, & $12'\ 26''$ plus australe; donc son ascension droite étoit de $304^d\ 21'\ 25''$, sa déclinaison australe de $1^d\ 39'\ 53''$.

Le 25, à $6^h\ 31'\ 0''$, temps moyen, la Comète précédoit au fil horaire, la 70.^e de l'Aigle & d'*Antinoüs*, selon le Catalogue de Flamstéed, de $1^d\ 44'\ 10''$; elle étoit plus boréale de $35'\ 6''$; donc son ascension droite étoit de $304^d\ 35'\ 25''$, sa déclinaison australe de $2^d\ 42'\ 47''$.

J'aurois pu revoir la Comète le 26 Décembre; mais comme son mouvement étoit fort ralenti, je me proposai d'attendre quatre à cinq jours, afin de la comparer à la 69.^e étoile de l'Aigle & d'*Antinoüs*: la vivacité de sa lumière me faisoit espérer de la suivre encore jusqu'au 7 ou 8 Janvier: le ciel a été si constamment couvert, que je ne pus la rechercher que le 11 Janvier, mais il ne me fut pas possible de la retrouver; elle étoit alors très-éloignée de la Terre, & se couchoit dans le crépuscule: d'ailleurs son mouvement étoit devenu si lent, qu'il étoit bien peu important de l'observer plus long-temps.

Cette Comète a décrit, depuis le 9 Octobre jusqu'au 25 Décembre, un arc apparent d'environ 164 degrés, presque perpendiculairement à l'Écliptique, quoique l'inclinaison vraie de son orbite ne soit que de $27^d\ 13'$: elle a traversé le Cancer, la queue du Lynx, la grande Ourse, la petite Ourse, le Dragon, le cou du Cygne, le Renard, la Flèche; elle a passé entre le Dauphin & l'Aigle; enfin elle a disparu près de la main d'*Antinoüs*. J'ai déterminé les élémens de son orbite par la méthode ordinaire, sur l'ensemble de mes Observations: les voici.

Nœud aſcendant	$2^s\ 17^d\ 22'\ 52''$
Inclinaiſon de l'orbite	0. 27. 13. 8.
Lieu du périhélie ſur l'orbite	0. 16. 3. 28.

Diſtance périhélie 0,961013, dont le logarithme eſt 9,9827293.
Paſſ. au périhélie, le 29 Nov. à $12^h\ 41'\ 46''$, temps moyen à Paris.
Mouvement réel rétrograde.

C'eſt la 67.^{e} dont on ait calculé l'orbite.

M. de la Place ayant bien voulu me communiquer une méthode analytique très-générale & fort élégante, qu'il a fait imprimer depuis dans le Volume de l'Académie, pour l'année 1780, j'ai eſſayé d'en faire l'application à la recherche des élémens de cette Comète. J'ai choiſi un cas qui échappe à la méthode de Newton, celui où le mouvement en longitude eſt infiniment plus petit que le mouvement en latitude. J'ai pris cinq Obſervations du mois de Novembre, dont les extrêmes étoient éloignées entr'elles d'un intervalle de onze jours, durant lequel le mouvement géocentrique en longitude n'a été que de $33'\ 8''$, tandis que celui en latitude a été de $25^d\ 18'\ 26''$. La première approximation m'a donné la diſtance périhélie, à trois millièmes près, & le temps du paſſage au périhélie à moins d'un quart de jour; on doit ſentir par-là l'avantage de cette méthode. J'ai enſuite rectifié ces élémens approchés de la manière indiquée dans le Mémoire de M. de la Place, où l'on trouvera les détails & les réſultats de mes calculs.

J'ai réuni dans la Table ſuivante les longitudes & les latitudes géocentriques de la Comète, calculées d'après les Obſervations que je viens de détailler: ces longitudes & latitudes ſont dégagées de l'aberration de la Comète & de la nutation. J'ai placé dans deux colonnes de cette Table, les différences entre l'Obſervation & le Calcul fait ſur mes premiers élémens rapportés ci-deſſus. Les deux dernières colonnes indiquent la diſtance de la Comète au Soleil, & celle à la Terre à l'inſtant de chaque Obſervation: enfin, pour que l'on ſoit à portée de vérifier dans tous les temps mes poſitions de la Comète, j'ai placé dans une ſeconde Table, les aſcenſions droites & déclinaiſons apparentes des Étoiles affectées de l'aberration & de la nutation.

TABLE I. *Des Longitudes & Latitudes géocentriques de la seconde Comète de 1781, comparées au calcul fait sur les élémens de l'orbite.*

MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN.	LONGIT. OBSERVÉE.	LATITUDE OBSERVÉE.	LES ÉLÉMENS donnent en LONG.	LES ÉLÉMENS donnent en LATIT.	DIST au SOL.	DIST à la TERRE.
	H. M. S.	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*M. S.*	*M. S.*		
Octobre 8	16. 43. 9	124. 22. 37	0. 12. 49 A.	0. 0	0. 0		
9	16. 50. 0	124. 27. 42	0. 11. 40 B.	+ 0. 6	— 0. 7	1,294	1,171.
10	16. 28. 0	124. 32. 16	0. 36. 55 B.	+ 0. 34	+ 0. 1	1,283	1,135.
13	16. 8. 0	124. 46. 36	2. 4. 33	+ 0. 39	+ 0. 18	1,251	1,027.
14	16. 58. 0	124. 51. 56	2. 39. 42	— 0. 5	+ 0. 3	142,1	0,989.
16	16. 55. 0	124. 59. 56	3. 55. 31	+ 0. 23	— 0. 9	1,210	0,916.
17	16. 51. 30	125. 3. 55	4. 37. 33	+ 0. 39	+ 0. 18	1,210	0,879.
19	17. 8. 38	125. 11. 46	6. 15. 2	— 0. 2	+ 0. 20	1,190	0,806.
22	17. 14. 0	125. 20. 52	9. 19. 32	+ 0. 14	— 0. 6	1,161	0,696.
23	16. 16. 30	125. 23. 44	10. 30. 39	+ 0. 4	+ 0. 34	1,152	0,661.
27	13. 45. 20	125. 31. 46	16. 59. 40	— 0. 14	— 0. 22	1,117	0,523.
Nov. 4	7. 16. 17	125. 16. 42	47. 28. 56	+ 1. 15	+ 0. 4	1,057	0,291.
6	7. 36. 36	124. 43. 42	63. 2. 9	+ 1. 29	— 0. 11	1,043	0,258.
7	5. 56. 20	124. 6. 12	71. 17. 2	— 1. 14	+ 0. 46	1,037	0,250.
7	11. 12. 22	123. 49. 16	73. 18. 57	+ 0. 6	— 1. 14		
8	12. 24. 29	120. 37. 52	83. 1. 29	....	+ 0. 51	1,028	0,249.
9	6. 30. 35	39. 47. 30	89. 18. 26	....	— 0. 9	1,024	0,253.
12	9. 17. 54	307. 46. 20	65. 56. 27	+ 1. 52	— 0. 43	1,007	0,302.
14	10. 46. 16	307. 13. 48	54. 51. 22	+ 1. 59	+ 0. 7	0,997	0,355.
17	8. 29. 44	306. 57. 32	44. 17. 12	+ 1. 17	— 0. 13	0,984	0,445.
19	5. 51. 54	306. 51. 48	39. 29. 18	+ 1. 20	+ 0. 36	0,978	0,508.
22	5. 57. 30	306. 45. 3	33. 58. 35	+ 1. 47	+ 0. 18	0,970	0,613.
25	7. 16. 21	306. 41. 44	30. 2. 5	+ 0. 25	+ 0. 4	0,964	0,722.
Décemb. 1	6. 2. 40	306. 33. 23	24. 59. 4	+ 0. 53	+ 0. 30	0,962	0,935.
10	7. 34. 50	306. 23. 4	20. 31. 10	+ 1. 10	+ 0. 28	0,979	1,245.
12	5. 37. 39	306. 22. 10	19. 51. 2	+ 0. 31	— 0. 10	0,986	1,308.
20	6. 6. 30	306. 17. 59	17. 34. 25	0. 0	+ 0. 44	1,027	1,554.
25	6. 31. 0	306. 15. 39	16. 30. 13	+ 1. 25	— 0. 22	1,060	1,695.

TABLE II. *Des Aſcenſions droites & Déclinaiſons apparentes des Étoiles, telles qu'on les a employées dans la réduction de celles de la Comète.*

ASCENSION droite APPARENTE. D. M. S.	DÉCLINAIS. APPARENTE. D. M. S.	Caractères des ÉTOILES, & indication des Catalogues d'où l'on a tiré leurs poſitions.
128. 3. 48	18. 56. 51 B.	δ du Cancer. Catalogue de Bradley.
124. 46. 57½	19. 42. 44	θ du Cancer. Catalogue de Mayer.
126. 52. 47	20. 46. 7	39.ᵉ du Cancer, ſelon Flamſtéed, ou *n.° 356* de Mayer : la poſition eſt d'après le Catalogue de Mayer.
125. 0. 49	21. 10. 22½	η du Cancer. Catalogue de Bradley.
127. 39. 28	22. 14. 34	γ du Cancer. Catalogue de Bradley.
134. 11. 32	22. 54. 51	ξ Précédente du Cancer ; par un milieu entre Mayer & Bradley.
132. 29. 6	25. 18. 5	ν du Cancer. Catalogue de Mayer.
130. 19. 55	27. 45. 17	Étoile de ſept à huitième grandeur ; déterminée par M. Dagelet.
128. 21. 53	29. 32. 48	ι précédente du Cancer. Catalogue de Mayer.
136. 55. 46	35. 18. 34	40.ᵉ du Lynx. Catalogue de Flamſtéed.
162. 31. 36	62. 55. 22	α de la grande Ourſe. Catalogue de Bradley.
222. 52. 28	75. 2. 53	β de la petite Ourſe. Catalogue de Bradley.
217. 2. 18	76. 40. 0	*a* de la petite Ourſe. déterm. par M. Darquier.
222. 24. 15	76. 56. 34	Étoile de ſept à huitième grandeur. M.ʳˢ Darquier & Méchain.
230. 17. 21	72. 36. 34	γ de la petite Ourſe. Catal. de M. de la Caille.
288. 6. 18	67. 16. 51	δ du Dragon. Catalogue de Bradley.
276. 12. 56	65. 25. 55	*n.° 42* du Dragon. Catalogue de Flamſtéed.
294. 32. 7	44. 36. 29	δ du Cygne. Catalogue de Bradley.
297. 0. 39	34. 31. 19	η du Cygne. Catalogue de Flamſtéed.
298. 10. 47	24. 20. 32	*n.° 16* du Renard. Catalogue de Flamſtéed.
298. 51. 45	19. 22. 24	η de la Flèche. Catalogue de Flamſtéed.
301. 1. 25	14. 32. 14	ζ de l'Aigle. Catalogue de Flamſtéed.
305. 41. 33	10. 34. 20	ε du Dauphin. Catalogue de la Caille.
296. 8. 35	5. 52. 35	β de l'Aigle. Catalogue de M. Maskeline.
295. 20. 7	0. 27. 32 B.	η d'*Antinoüs*. Catalogue de la Caille.
300. 0. 27½	1. 27. 27 A.	θ d'*Antinoüs*. Catalogue de Bradley.
306. 19. 35	3. 17. 53 A.	*n.° 70* de l'Aigle & d'*Antinoüs*. Catalogue de Flamſtéed.

Cette Comète a encore été obſervée à Paris, par M. Meſſier; à Toulouſe, par M. Darquier; à York, par M. Pigott le fils, qui l'aperçut pour la première fois le 14 Novembre dans la conſtellation du Cygne; à Dreſde, par M. Kohler.

EXPÉRIENCES SUR L'ACIDE SULFUREUX.

Par M. BERTHOLLET.

L'ACIDE ſulfureux & l'acide vitriolique ont des propriétés très-éloignées, quoique l'un prenne facilement la nature de l'autre, j'ai tâché de déterminer avec plus de préciſion qu'on ne l'a fait, d'où dépendent leurs différences, par des expériences que j'ai préſentées à l'Académie en 1777, & que je vais lui rappeler.

Le ſel ſulfureux de Stalh eſt, comme on ſait, la combinaiſon de l'acide ſulfureux avec l'alkali fixe végétal qu'on forme en expoſant cet alkali à la vapeur du ſoufre en combuſtion. J'ai mis neuf gros de ce ſel ſulfureux dans une petite cornue de verre, à laquelle j'ai adapté, par le moyen d'un lut, un tube de verre recourbé qui plongeoit dans l'eau, & répondoit à un flacon de verre plein d'eau; j'ai mis du feu ſous la cornue : la chaleur a d'abord fait paſſer une partie de l'air de l'appareil dans le flacon ; cet air éprouvé avec le gaz nitreux, ne m'a pas paru vicié; j'ai augmenté le feu peu à peu, & bientôt il s'eſt fait un ſublimé; pendant cette ſublimation l'eau remontoit promptement, de façon que pour l'empêcher d'entrer dans la cornue, j'ai percé le lut; après quoi j'ai ôté le feu.

Le ſublimé peſoit douze grains, c'étoit du ſoufre pur; le réſidu étoit noirâtre, & blanc dans quelques parties; je l'ai diſſous & j'en ai filtré la ſolution : il eſt reſté ſur le filtre un peu de poudre noire; la liqueur n'avoit point de couleur, elle a donné par l'évaporation du tartre vitriolé, & ſur la fin un peu de ſel ſulfureux qui n'avoit pas encore été décompoſé. La poudre noire qui, après la deſſiccation, peſoit quatre ou cinq grains, m'a préſenté tous les caractères du ſoufre; il faut obſerver que dans le commencement de la ſublimation, tout le ſel étoit devenu noir, & que cette couleur eſt allée en diminuant à meſure que le ſublimé augmentoit, de façon qu'à la fin il y avoit des parties qui n'en conſervoient plus. Il paroît donc que cette couleur eſt dûe au ſoufre qui ſe ſépare d'abord ſous la forme d'une poudre noire, & qui prend la forme ordinaire du ſoufre par la ſublimation. Cette expérience répétée plus d'une fois m'a préſenté des réſultats uniformes.

J'ai après cela expoſé du ſel ſulfureux dans un petit creuſet découvert, ſur des charbons ardens; quand l'eau de criſtalliſation a été diſſipée j'ai bientôt aperçu une flamme légère & ſemblable à celle du ſoufre : la ſurface même ſe couvroit de ſoufre jaune qui ſervoit à la combuſtion, & l'intérieur étoit noirâtre dans les commencemens. Il n'y a point pendant toute cette combuſtion, de fuſion dans le ſel, & quand elle a ceſſé, le ſel eſt blanc & entièrement converti en tartre vitriolé.

Il réſulte de ces expériences, que par le moyen de la chaleur, l'acide ſulfureux ſe convertit en acide vitriolique; que ce changement s'opère par la ſéparation d'une certaine quantité de ſoufre qui peut être évaluée à quinze ou ſeize grains par once de ſel ſulfureux; & comme cent parties de tartre vitriolé contiennent environ quarante parties d'acide vitriolique privé d'eau étrangère, l'on peut évaluer environ au ſeizième du poids de l'acide ſulfureux privé d'eau étrangère, la partie qui doit s'en ſéparer ſous la forme de ſoufre, c'eſt-à-dire, à environ trente-ſix grains par once de cet acide.

Ce ſoufre, comme on l'a vu, a d'abord une couleur noire, & il ne devient jaune que par la ſublimation; l'on voit pareillement ſe former dans quelques diſſolutions métalliques par l'acide vitriolique, du ſoufre ſous la forme d'une poudre noire. L'air étranger paroît n'entrer pour rien dans le changement de l'acide ſulfureux en acide vitriolique; car lorſque le ſoufre commençoit à ſe ſublimer, il reſtoit peu d'air dans l'appareil dont je me ſervois; & ſi l'eau remontoit dans ce moment, l'on ne peut l'attribuer qu'à la diminution que ce peu d'air éprouvoit par la combuſtion d'une très-petite portion de ſoufre.

M. Prieſtley a publié dans ſon premier volume ſur les

différentes branches de la Physique, des expériences qui ont beaucoup de rapport avec les miennes; je vais en rapporter la première : « Parmi différentes substances liquides que
j'exposai à une chaleur de longue durée, dans un fourneau «
à sable, dit ce célèbre Physicien, j'y plaçai un tube de verre «
conique d'environ un pouce de diamètre à son fond, & «
terminé en pointe; il avoit deux pieds & demi de longueur; «
& je l'avois scellé hermétiquement, après y avoir enfermé «
environ une mesure d'eau distillée, fortement imprégnée d'air «
acide vitriolique. Je n'avois point d'autre objet que d'observer «
s'il ne s'y passeroit aucun changement; c'étoit le 9 Septembre «
1777 : mais le résultat fut beaucoup plus curieux que je «
n'aurois pu l'imaginer, *a priori*. Je noterai les phénomènes «
dans le même ordre que je les observai dans les différens «
intervalles où j'examinai le tube. «

Le 30 du même mois, cette eau imprégnée qui de- «
meura transparente jusqu'à la fin du procédé, avoit déposé «
une petite quantité de poudre noire au milieu de laquelle «
se trouvoit un morceau de matière exactement semblable à «
du soufre, d'environ un huitième de pouce de diamètre; de «
petits morceaux de la même matière flottoient à la surface «
de la liqueur, & à un pouce au-dessus, partie de l'intérieur «
du tube étoit couvert de bandes pareilles; depuis le sommet «
du tube jusqu'à environ huit pouces de la liqueur, on voyoit «
de belles cristallisations blanches, en aiguilles disposées avec «
irrégularité, mais en général sous la forme d'étoiles, le verre «
étant parfaitement transparent dans les interstices. «

Le tube demeura dans cet état, les cristallisations «
croissant & changeant plusieurs fois de place, jusqu'au 20 «
Janvier suivant que le procédé fut terminé. »

M. Priestley fit plusieurs expériences pareilles dans des tubes de différentes longueurs; il se forma toujours des cristallisations de soufre dans la partie supérieure du tube; mais il paroît qu'il ne vit pas toujours la poudre noire; elle disparoissoit sans doute par la sublimation du soufre, ou même quelques circonstances pouvoient empêcher le soufre de paroître dès les commencemens sous cette forme.

Lorſque M. Prieſtley, après avoir rompu ſes tubes trouvoit l'eau acide, il croyoit que cette acidité dépendoit de ce que l'acide ſulfureux n'avoit ſubi qu'en partie l'effet de ſon procédé. Si ce célèbre Phyſicien eût examiné la liqueur qu'il retiroit des tubes, il eût obſervé que ſon acide ſulfureux avoit pris au moins en partie la forme d'acide vitriolique; & que l'acidité, bien loin d'être diminuée par-là, devoit être fort augmentée; car l'acide vitriolique a une acidité bien plus forte que l'acide ſulfureux.

L'acide ſulfureux que M. Prieſtley a pareillement éprouvé ſous la forme de gaz ſulfureux, ou combiné avec l'eſprit de vin & l'huile de térébenthine, a formé également des particules de ſoufre.

Les expériences que j'avois faites ſur le ſel ſulfureux de Stalh, je les ai répétées ſur un ſel ſulfureux fait par un autre procédé: j'ai diſtillé avec du charbon en poudre un réſidu de la diſtillation de l'éther vitriolique, & j'ai combiné l'acide ſulfureux qui a paſſé dans la diſtillation avec l'alkali fixe végétal & avec l'alkali minéral; l'un & l'autre ſel m'ont préſenté, ſoit dans un vaiſſeau clos, ſoit dans un creuſet, les mêmes phénomènes que le ſel ſulfureux de Stalh; mais une ſingularité à laquelle je n'ai pas encore donné aſſez d'attention, c'eſt que le ſel que j'ai fait avec l'alkali fixe végétal n'a pas criſtalliſé, comme celui qui eſt fait à la manière de Stalh; il étoit déliqueſcent de même que le ſel ſulfureux à baſe d'alkali fixe minéral, & celui à baſe d'alkali volatil; j'ai fait avec l'acide ſulfureux & la terre calcaire un ſel beaucoup plus ſoluble que la ſélénite. Tous ces ſels ont une ſaveur douce; mais je le répète, je n'ai point aſſez examiné leurs propriétés.

Ce que je viens de préſenter eſt indépendant de toute opinion; mais je vais expoſer quelques conjectures auxquelles les faits précédens m'ont conduit.

Je regarde le ſoufre comme une combinaiſon du phlogiſtique avec une baſe qui eſt commune à lui & à l'acide vitriolique, & je regarde l'acide vitriolique comme une combinaiſon de cette même baſe avec l'air vital privé de ſon élaſticité. Il me paroît que l'acide ſulfureux contient

contient proportionnellement moins de principe aérien que l'acide vitriolique, & moins de phlogiſtique que le ſoufre; la balance qui ſe trouve entre ces deux principes & la baſe commune à l'acide vitriolique & au ſoufre, eſt rompue par la chaleur; le phlogiſtique s'unit plus intimement avec une partie de cette baſe, & le principe aérien qui étoit en tiers avec cette partie, ſe combine pareillement avec l'autre partie qui eſt abandonnée par le phlogiſtique. Il réſulte delà deux combinaiſons plus ſimples & par-là plus parfaites: le ſoufre ou la combinaiſon de la baſe de l'acide vitriolique & du phlogiſtique; & l'acide vitriolique ou la combinaiſon du principe aérien & de la baſe commune au ſoufre & à l'acide vitriolique.

Toutes les fois donc, ſelon cette manière de voir, qu'il ſe forme de l'acide ſulfureux, il arrive deux choſes: l'acide vitriolique donne une portion de ſon principe aérien, & la ſubſtance à laquelle il la communique, lui donne un peu de phlogiſtique; c'eſt donc ce qui doit arriver dans la formation de l'éther vitriolique; l'eſprit de vin doit donner une partie de ſon phlogiſtique à l'acide vitriolique, & en recevoir une partie aérienne; la formation des autres éthers me paroit aſſez conforme à cette idée, & l'on explique bien par-là pourquoi l'acide nitreux convertit ſi facilement l'eſprit de vin en éther, & pourquoi au contraire l'acide marin le plus concentré ne peut produire le même effet, à moins qu'il ne ſoit dans l'état déphlogiſtiqué.

On peut ſe former une idée plus ſimple & plus indépendante des opinions différentes qu'on a ſur le phlogiſtique, en regardant l'acide ſulfureux comme une diſſolution de ſoufre par l'acide vitriolique, & j'ai effectivement formé de l'acide ſulfureux, en diſtillant de l'acide vitriolique avec les fleurs de ſoufre. Les différences que j'ai remarquées dans l'acide ſulfureux, peuvent dépendre des différentes proportions du ſoufre tenu en diſſolution.

RECHERCHES
SUR L'AUGMENTATION DE POIDS
Qu'éprouvent le Soufre, le Phosphore & l'Arsenic, lorsqu'ils sont changés en Acide.

Par M. BERTHOLLET.

1782. LA transmutation du soufre, du phosphore & de la chaux d'arsenic en acides qui ont chacun des propriétés caractéristiques, est un des phénomènes qui ont le plus mérité d'occuper la Chimie, & qui tiennent le plus aux combinaisons élevées de cette Science ; mais pour qu'on pût apprécier les opinions qui se sont formées sur cet objet, il convenoit qu'on mît beaucoup d'exactitude dans les faits qui doivent leur servir de base.

L'on avoit observé que la combustion du soufre & celle du phosphore diminuoient l'air comme la calcination des métaux, mais l'on n'avoit pas saisi, avant M. Lavoisier, le rapport le plus important de ces phénomènes: le soufre & le phosphore éprouvent une augmentation de poids comme les métaux que l'on réduit en chaux; je vais tâcher de déterminer cette augmentation qui est dûe au même élément.

Lorsqu'on expose à l'action du feu, dans un appareil pneumato-chimique, un mélange de soufre & de nitre, les phénomènes sont très-différens selon les proportions de ces deux substances, ainsi que je l'ai fait voir dans un autre Mémoire; si l'on ne mêle qu'une partie de soufre contre quatre parties de nitre, il ne se fait point d'explosion, mais il se dégage tranquillement beaucoup de gaz nitreux, & il se sublime une petite portion de soufre: lorsque l'opération est finie, on trouve dans la cornue du tartre vitriolé, c'est par le poids de ce tartre vitriolé que j'ai cherché à découvrir l'augmentation qu'éprouve le ſoufre lorſqu'il eſt changé en acide vitriolique.

J'ai traité ainſi quatre gros de nitre & un gros de fleurs de ſoufre, il s'eſt ſublimé à peu-près douze grains de ſoufre, & il s'eſt trouvé dans la cornue trois gros & douze grains, ou 228 grains de tartre vitriolé: or, dans une demi-once de nitre il y a, ſelon les expériences de M. Bergman, 141 grains d'alkali, & par conſéquent les 228 grains de tartre vitriolé contenoient environ 87 grains d'acide vitriolique: il ſuit de cette expérience, que 60 grains de ſoufre forment 87 grains d'acide vitriolique.

Je me ſuis ſervi d'une autre méthode; M. Schéele a fait voir qu'on pouvoit décompoſer le ſoufre par le moyen de l'acide nitreux, j'ai donc diſtillé demi-once de fleurs de ſoufre avec de l'acide nitreux concentré dans une grande cornue, & lorſqu'il eſt reſté peu de liqueur dans la cornue, j'ai ceſſé le feu, j'ai trouvé 2 gros 55 grains de ſoufre non décompoſé; & pour déterminer la quantité d'acide vitriolique qui réſultoit d'un gros & dix-ſept grains de ſoufre décompoſé, j'ai étendu la liqueur d'eau diſtillée, & j'y ai verſé de la diſſolution de terre peſante dans l'acide marin, il s'eſt formé un précipité de ſpath peſant, qui ayant été deſſéché ſur un bain de ſable, a peſé 948 grains, dont la calcination a enſuité diſſipé 28 grains; or, 100 parties de ſpath peſant contiennent, ſuivant M. Bergman, 84 parties de terre peſante; les 948 grains du précipité contenoient donc environ 796 grains de terre peſante, 124 grains d'acide vitriolique, & 28 grains d'eau étrangère; dans cette ſeconde expérience, 89 grains de ſoufre ont donc été changés en 124 grains d'acide vitriolique.

L'on voit que ces deux expériences s'accordent autant qu'on pouvoit l'eſpérer; & ſi l'on admet une petite perte d'acide vitriolique qui a dû ſe diſſiper en acide ſulfureux dans l'une & l'autre expérience, l'on peut fixer au tiers de ſon poids la quantité du principe aérien qui eſt dans l'acide vitriolique.

Mais l'acide vitriolique dont on vient de parler, eſt dépourvu de toute eau étrangère, & tel que nous ne pouvons jamais l'avoir, ſi ce n'eſt dans un état de combinaiſon: pour découvrir quel rapport il a dans cet état avec l'acide vitriolique en liqueur, j'ai verſé ſur une diſſolution de plomb par l'acide nitreux, étendue dans beaucoup d'eau, une demi-once d'acide vitriolique, dont la peſanteur ſpécifique, comparée à celle de l'eau diſtillée, avoit été déterminée par M. de Vandermonde, dans le rapport de 17881 à 10000, & j'ai eu un précipité qui a peſé, après une exacte deſſiccation, une once & trois gros.

Or, ſelon M. Bergman, 100 parties de plomb s'uniſſent à 43 parties d'acide vitriolique * pour former le vitriol de plomb: il y a donc dans une once & trois gros de ce précipité, 238 grains d'acide vitriolique; la demi-once d'acide vitriolique dont je me ſuis ſervi, contenoit donc environ 50 grains d'eau étrangère, & par conſéquent une once d'acide vitriolique de cette gravité ſpécifique, contient environ 100 grains d'eau étrangère, 344 grains de principe fourni par le ſoufre, & 132 grains de principe aérien.

On ſait que le phoſphore ſe convertit en acide par la combuſtion; & M.rs Schéele & Lavoiſier ont fait voir qu'on pouvoit le réduire également en acide par l'action de l'acide nitreux. J'ai réduit en acide un gros de phoſphore par ce dernier moyen & en ſuivant le procédé décrit par M. Lavoiſier; j'ai ſaturé cet acide avec l'alkali fixe, j'ai mêlé une diſſolution de demi-once de mercure exactement ſaturée au ſel phoſphorique que j'avois fait, & il s'eſt formé un précipité qui peſoit demi-once & 40 grains; en ajoutant ſur la liqueur filtrée, de la nouvelle diſſolution de mercure, il s'eſt encore formé un précipité de 1 once 2 gros 60 grains, ce précipité eſt blanc, & il devient jaune par une forte deſſiccation: j'ai ſaturé l'acide phoſphorique avant de le mêler avec la diſſolution mercurielle, parce que l'acide nitreux diſſoudroit une partie du précipité s'il ne trouvoit à ſe combiner avec l'alkali.

---

* *De præcipitatis metallicis Opuſc.* Tom. II.

Il ſuit de la première expérience, que le ſel mercuriel phoſphorique contient environ un ſeptième d'acide phoſphorique, & que par conſéquent les deux précipités réunis contenoient 158 grains d'acide phoſphorique; 72 grains de phoſphore ſe convertiſſent donc en 158 grains d'acide phoſphorique; l'acide phoſphorique doit donc un peu plus de la moitié de ſon poids au principe aérien que lui donne l'acide nitreux, ou qu'il acquiert par la combuſtion.

Le réſultat de l'expérience que je viens de décrire, eſt parfaitement d'accord avec celles de M. Lavoiſier qui a prouvé par la diminution de l'air dans laquelle on fait la combuſtion, & par l'augmentation du poids qui ſe trouve dans l'acide phoſphorique, que l'acide phoſphorique doit à l'air un peu moins des deux tiers de ſon poids.

J'eſpérois pouvoir déterminer par le moyen que j'ai décrit, la quantité d'acide phoſphorique contenue dans les os différens, car je penſois qu'en diſſolvant les os dans l'acide nitreux, & en précipitant de cette diſſolution la terre par l'alkali fixe, je pourrois, en mêlant à la liqueur ſéparée du précipité, une diſſolution de mercure, produire un précipité qui me feroit connoître facilement la quantité d'acide phoſphorique contenue dans l'os que j'aurois entrepris d'examiner, mais cette ſpéculation n'a pas été heureuſe: lorſque j'ai fait l'expérience, j'ai trouvé que la terre oſſeuſe qu'on précipitoit par l'alkali, ſe combinoit de nouveau avec l'acide phoſphorique, de ſorte qu'au lieu d'avoir une terre calcaire précipitée, l'on n'a qu'une combinaiſon de terre calcaire & d'acide phoſphorique: je me ſuis bien aſſuré de ce fait, parce qu'un Chimiſte vient d'imprimer le contraire dans le Journal de Phyſique, ſans doute parce qu'il a négligé d'examiner les propriétés du précipité: ſi donc l'on veut avoir la terre calcaire des os, il faut commencer par la combiner avec l'acide vitriolique, ſéparer la ſélénite qui s'eſt formée, & en précipiter la terre.

Je n'ai pas regretté de ne pouvoir déterminer ainſi la quantité d'acide phoſphorique des os, lorſque j'ai réfléchi qu'ils avoient une baſe identique, & qu'ils ne devoient différer que par les principes étrangers & combustibles, car après la calcination il reste toujours un sel phosphorique de la même nature, & une cendre qui ne vaut pas la peine d'être appréciée : il suffit donc de détruire les principes combustibles, & de déterminer en général les rapports de la terre calcaire avec l'acide phosphorique ; or, cinq parties de ce sel contiennent près de trois parties d'acide phosphorique, comme je l'ai dit dans mes Observations sur l'acide phosphorique de l'urine ; & si les Chimistes qui se sont occupés à déterminer par des expériences multipliées & laborieuses, la quantité d'acide phosphorique des différentes substances osseuses, ont été peu d'accord sur leurs résultats, il faut l'attribuer aux procédés compliqués qu'ils ont employés, & qui ne pouvoient les conduire à aucune précision. *

J'ai distillé une demi-once de nitre & autant de chaux d'arsenic, il s'est sublimé une petite portion de l'arsenic, & j'ai trouvé dans la cornue six gros du sel dont nous devons la connoissance à M. Macquer ; une portion de ce sel avoit pénétré la cornue, de façon que je n'ai pu déterminer par cette expérience la quantité d'air qui se fixoit dans l'arsenic qui est changé en acide.

Il n'est pas surprenant qu'on ait, en distillant parties égales de nitre & d'arsenic, un sel avec excès d'acide, puisque l'alkali qui entroit dans la composition de quatre gros de nitre, & qui faisoit un peu moins de la moitié de ce sel, se trouve combiné, dans le sel de M. Macquer, à plus de quatre gros d'acide arsenical.

J'ai réduit en acide, par le moyen de l'acide nitreux, une once d'arsenic en chaux ; j'ai donné à la fin un coup de feu qui a dû être suffisant pour chasser ou pour décomposer tout l'acide nitreux, sans revivifier l'acide arsenical ; j'ai cassé après cela la cornue, j'en ai détaché l'acide, j'ai séparé celui qui restoit adhérent au verre, en le dissolvant dans l'eau, en

* Il faut cependant remarquer que je néglige ici la substance découverte dans les os, par M. Proust, parce qu'on a jusqu'à présent trop peu de connoissances sur cette substance.

le faiſant évaporer & en le deſſéchant fortement; j'ai retiré en tout 1 once 63 grains d'acide: il paroît donc que l'arſenic acquiert environ un neuvième de ſon poids lorſqu'il ſe convertit en acide, mais ce n'eſt point-là toute la quantité de principe aérien que contient l'acide arſenical, car dans l'état de chaux il en contenoit déjà; & pour déterminer toute la quantité de ce principe, il faudroit faire l'opération avec le régule d'arſenic: ſi l'on expoſe l'acide arſenical à une forte chaleur, dans un appareil pneumato-chimique, il reprend l'état de chaux, & il ſe dégage une grande quantité d'air déphlogiſtiqué.

M. Bergman dit, dans ſa Diſſertation ſur l'arſenic, que 100 parties d'arſenic blanc contiennent au moins 20 parties de phlogiſtique, & que tout ce qui peut enlever le phlogiſtique à cette chaux, la réduit en acide; je m'imagine qu'il aura employé de l'acide marin dans ſon procédé; & comme cet acide entraîne facilement dans la diſtillation les ſubſtances avec leſquelles on le traite, il aura trouvé dans le réſidu une diminution de poids que cet illuſtre Chimiſte n'auroit pas dû attribuer au phlogiſtique.

OBSERVATIONS
SUR
LA DÉCOMPOSITION SPONTANÉE
DE QUELQUES ACIDES VÉGÉTAUX.

Par M. BERTHOLLET.

18 Décemb. 1782.

LA plus grande partie des végétaux contient ou des acides tout formés, ou des substances qui deviennent spontanément acides si elles se trouvent dans des circonstances favorables; mais pendant que les acides minéraux paroissent résister à l'action du temps, ceux-ci éprouvent bientôt son influence & subissent une destruction plus ou moins rapide: c'est cette opération de la Nature qui fait l'objet de mes observations; elles n'ont exigé qu'un peu de patience dans l'Observateur, & elles seroient peu dignes de l'attention de l'Académie, si elles ne pouvoient contribuer à jeter quelque jour sur la nature des acides, sur laquelle les Chimistes modernes ont fait des recherches aussi intéressantes qu'ingénieuses.

Le tartre est un sel neutre avec excès d'acide, dont les Chimistes se sont beaucoup occupés: à présent leurs idées me paroissent assez généralement fixées sur cette espèce de combinaison; cependant M. de Machi a prétendu prouver que naturellement ce sel ne contenoit point d'alkali, & que celui qu'on en retire par la calcination, ou par le moyen des acides minéraux, est une production nouvelle. Parmi les preuves qu'il donne de son opinion, il y en a une qui seroit concluante si son observation étoit exacte. Il a décomposé le tartre en le tenant en dissolution dans l'eau, & il prétend qu'il ne résulte point d'alkali de cette décomposition. Je vais rapporter ses paroles. *

* Recueil de Differt. *physico-chim.* p. 60.

J'ai

J'ai mis dans un bocal une once de crème de tartre, ſur « laquelle j'ai verſé dix onces d'eau bouillante ; il s'en eſt « diſſous ce qui a pu : la liqueur refroidie, j'ai couvert le bocal « d'un double papier & d'un parchemin avec un trou d'épingle, « & j'ai laiſſé le tout pendant trois mois ſans y toucher : au « bout de ce temps j'ai trouvé ma liqueur notablement diminuée « & pleine d'une mucoſité qui occupoit le tiers du fluide : « cette mucoſité étoit un peu jaunâtre, épaiſſe, tenace : je l'en- « levai, & l'eſſayai avec les acides & avec les alkalis ; ni les « uns ni les autres n'y firent d'effervescence ni de combinai- « ſon, j'obſervai ſeulement que l'alkali des ſavonniers lui donna « la propriété ſavonneuſe, en la rendant en partie ſoluble dans « l'eſprit-de-vin, & en louchiſſant l'eau de couleur d'opale, « lorſque j'y verſois quelques gouttes de cette ſolution ſpiri- « tueuſe. Sa ſaveur étoit fade, point alkaline ni acide : le ſirop « violat ni la teinture de tourneſol n'en reſſentirent aucune « altération dans leur couleur. J'en ſéchai une portion, qui « donna un parchemin ſec, caſſant & ſans ſaveur : une partie « que je brûlai, exhala quelque odeur de tartre brûlé, s'enflamma « vers la fin, & laiſſa un peu de terre ſi légèrement alkaline, « que ſa qualité m'auroit échappé, ſi je n'avois précipité avec « ſa leſſive une ſolution de ſel d'epſom à baſe terreuſe. «

La liqueur qui contenoit le mucilage de la crême de tartre, « étoit rouſſe & d'une ſaveur aigrelette : je l'ai fait évaporer, « comptant bien y trouver quelque choſe de notre alkali naturel ; « mais les criſtaux informes & peu conſiſtans que j'ai obtenus, « n'étoient que des criſtaux de tartre ; & l'eſpèce d'eau-mère « qui me reſta, n'avoit aucune apparence d'alkalicité ».

M. Corvinus rapporte, dans une thèſe qu'il a ſoutenue en 1780, ſous la préſidence de M. Spielman, qu'il a répété, avec quelques changemens, l'expérience de M. de Machi. Il a diſſous deux onces de crême de tartre dans huit livres d'eau, & il a mis cette diſſolution dans une étuve, dans laquelle la chaleur n'a jamais été au-deſſous de 10 degrés du thermomètre de Réaumur, mais elle eſt montée ſouvent juſqu'au 30.^{e} degré ; à meſure que la mucoſité s'élevoit &

formoit une pellicule, il l'enlevoit: au bout de trois mois, la plus grande partie de l'eau étant évaporée, il trouva près de la moitié de la crême de tartre en criſtaux qui paroiſſoient impurs. Il rediſſolvit ces criſtaux & les abandonna comme la première fois: quelques ſemaines s'étant écoulées, il filtra la liqueur qui étoit brune; elle donna tous les indices d'alkalicité, & elle laiſſa, par l'évaporation, trois gros d'alkali fixe d'une couleur brune. M. Corvinus, qui adopte l'opinion de M. de Machi ſur la formation de l'alkali du tartre, croit que celui qu'il a retiré dans cette expérience eſt un produit de la fermentation.

Voilà donc deux réſultats différens d'une expérience intéreſſante; l'un ne donne point d'alkali dans la décompoſition du tartre, & l'autre n'en donne que trois gros pour deux onces de tartre: lequel faut-il adopter? Et pourquoi, ſi l'expérience de M. Corvinus eſt exacte, n'a-t-il eu que trois gros d'alkali, pendant que par la combuſtion du tartre, les expériences de M.rs Rouelle & de Machi prouvent que l'on retire à peu-près le tiers de ſon poids d'alkali? J'ai diſſous deux onces de crême de tartre dans huit livres d'eau diſtillée, & j'ai abandonné cette diſſolution, ſimplement couverte d'un papier à la température naturelle de mon laboratoire: elle m'a préſenté les apparences décrites par M. de Machi, & non celles qu'a obſervées M. Corvinus, parce qu'il s'eſt ſervi d'une chaleur factice, & qu'il enlevoit la mucoſité à meſure qu'elle ſe formoit. Au bout de quatre ou cinq mois, la mucoſité étoit déjà abondante; la liqueur étoit rouſſâtre, mais elle continuoit de rougir le ſirop violat & d'avoir une ſaveur acide, la mucoſité alloit en augmentant; je remplaçai l'eau qui s'évaporoit, & après huit à neuf mois la liqueur commençoit à verdir le ſirop violat, en prenant une couleur de plus en plus foncée. J'ai laiſſé le vaſe en repos juſqu'à ce que dix-huit mois ſe ſoient écoulés; alors, comme depuis quelque temps, je n'obſervois aucun changement dans la liqueur, je l'ai filtrée; la mucoſité qui paroiſſoit très-volumineuſe, & qui eſt reſtée ſur le filtre, s'eſt réduite, par la deſſiccation, en pellicules minces & d'un très-petit poids; elles ſe ſont embraſées ſans donner de flamme, & ſe ſont réduites promptement en une cendre qui a donné des ſignes d'alkalicité.

La liqueur, qui donnoit tous les indices d'une forte alkalicité, a laiſſé, par l'évaporation, ſix gros $\frac{1}{2}$ de réſidu bien ſec, qui avoit le goût de l'alkali mêlé d'une ſaveur huileuſe très-déſagréable, & qui faiſoit une efferveſcence vive avec les acides; l'alkali paroiſſoit y être uni à de l'huile. J'ai eſſayé ſi, par le moyen de l'eſprit-de-vin, je pourrois ſéparer l'huile; la partie du réſidu la plus huileuſe s'eſt diſſoute effectivement dans l'eſprit-de-vin, & par l'évaporation elle a laiſſé un réſidu plus onctueux que le premier, mais une partie de l'huile eſt reſtée unie avec l'alkali.

En combinant une partie du réſidu de la crême de tartre avec l'acide vitriolique, il s'eſt ſéparé de cette diſſolution des molécules noires & concrètes, & la diſſolution a perdu par-là la plus grande partie de ſa couleur.

Par la calcination dans un creuſet couvert, ce réſidu a perdu à peu-près le douzième de ſon poids, & il s'eſt changé en alkali charbonneux, ſemblable à celui qu'on obtient de la diſtillation du tartre; car pour faire la comparaiſon, j'ai diſtillé deux onces de crême de tartre, qui m'ont laiſſé un alkali charbonneux qui peſoit ſix gros.

Il réſulte de l'expérience que je viens de décrire, premièrement, que M. de Machi n'a pas retiré de l'alkali, parce que l'acide du tartre ſur lequel il a opéré, n'a été décompoſé qu'en partie, & qu'il faut à la température naturelle beaucoup plus de temps qu'il n'en a employé pour une décompoſition complète; ſecondement, que quoique M. Corvinus ait entièrement décompoſé le tartre, il n'a cependant retiré tout au plus que la moitié de l'alkali que donnent deux onces de crême de tartre. Il eſt probable que comme il ſéparoit la mucoſité à meſure qu'elle naiſſoit, & qu'elle venoit former une pellicule à la ſurface de la liqueur, il ſéparoit en même-temps une partie de la crême de tartre, qui devoit ſe criſtalliſer & ſe confondre avec la pellicule. Comme il employoit un degré de chaleur aſſez conſidérable, l'évaporation ſe faiſoit promptement, & devoit néceſſairement donner lieu à cette criſtalliſation : troiſièmement, que la quantité d'alkali qui réſulte de cette décompoſition ſpontanée, eſt rigoureuſement la même que celle qu'on obtient par la diſtillation de la même quantité de tartre : celle-ci eſt, comme on l'a vu, un peu plus forte que la quantité déterminée par M.rs Rouelle & de Machi, parce qu'ils ont probablement employé la combuſtion & la calcination à l'air libre : quatrièmement enfin, que dans la décompoſition ſpontanée, la même huile qu'on obtient par la diſtillation ſous une forme empireumatique, eſt retenue en partie par l'alkali qui ſe combine avec elle; mais cette combinaiſon ne peut pas être appelée exactement *ſavonneuſe*, car l'acide crayeux n'en eſt pas exclu, comme il l'eſt dans les véritables ſavons.

C'eſt cette huile, unie à l'alkali retiré de la crême de tartre, qui, par l'action de l'acide vitriolique, a formé les molécules noirâtres dont j'ai parlé.

Après avoir examiné ce qui ſe paſſoit dans la décompoſition du tartre, j'ai tenté la même expérience ſur la terre foliée de tartre & ſur le ſel d'oſeille : j'ai diſſous une once de terre foliée; j'y ai ajouté aſſez de vinaigre diſtillé pour que la liqueur rougît le ſirop violat. J'ai pareillement diſſous une once de ſel d'oſeille dans deux livres d'eau diſtillée : j'ai laiſſé les vaiſſeaux où étoient ces diſſolutions dans le même lieu où s'étoit décompoſé le tartre, & ſimplement couverts de papier. Dans moins de deux mois la diſſolution de terre foliée de tartre a perdu l'odeur de vinaigre; ſa couleur s'eſt foncée conſidérablement, elle a verdi le ſirop violat, & il a commencé à ſe former à ſa ſurface une mucoſité ſemblable à de la moiſiſſure, qui eſt allée en augmentant pendant quatre mois : depuis ce terme, la propriété de verdir le ſirop violat n'a plus augmenté & ſa couleur ne s'eſt plus foncée, de ſorte qu'il paroît que la décompoſition étoit achevée; cependant ce n'eſt qu'après une année révolue que j'ai filtré la liqueur

& que je l'ai fait évaporer. La mucosité, qui paroissoit volumineuse, ne formoit, après la dessiccation, qu'un très-petit volume: il s'est trouvé, après l'évaporation & une forte dessiccation, six gros d'alkali fixe très-effervescent qui donnoit peu de couleur aux acides avec lesquels on le combinoit, & qui, par la calcination, ne devenoit que légèrement charbonneux. Une once de la même terre foliée de tartre a laissé, par la distillation, six gros & demi d'alkali très-charbonneux. Il paroît donc que dans la décomposition spontanée la partie huileuse du vinaigre a été elle-même décomposée pour la plus grande partie, & que dans la distillation elle a été retenue par l'alkali, & réduite en charbon, ce qui a augmenté le poids de l'alkali retiré par cette dernière opération.

La solution de sel d'oseille, à laquelle j'ai ajouté de temps en temps de l'eau distillée, ne m'a présenté aucun indice de décomposition après deux ans & demi: je l'ai même exposée une partie de ce temps à une douce chaleur d'un bain de sable; après cela elle s'est trouvée presque évaporée, & le sel d'oseille formoit de beaux cristaux.

J'ai soupçonné qu'il se dégageoit des fluides élastiques des acides végétaux qui se décomposent spontanément, comme il s'en dégage lorsqu'on les décompose par l'action du feu. Pour m'en assurer, j'ai dissous une demi-once de tartre, & autant de terre foliée & de sel d'oseille, dans deux livres d'eau distillée. J'ai adapté à chaque bocal rempli de l'une de ces solutions, & bouché avec beaucoup de soin, un tube recourbé, qui répondoit à un autre bocal renversé, rempli de simple eau distillée, & recouvert d'un vaisseau de verre qui empêchoit la poussière d'entrer dans le vase sur lequel étoit renversé le second bocal; il ne s'est rien dégagé d'aucune de ces solutions pendant deux ans. Ayant alors défait mes appareils, je n'ai trouvé aucun changement dans la solution de sel d'oseille; celle de tartre & celle de terre foliée avoient à leurs surfaces une mucosité semblable à celle qu'elles m'avoient présentées dans mes premières expériences; la décomposition étoit toute pareille, seulement elle n'étoit pas achevée de ſorte qu'elle a lieu ſans le contact de l'air & ſans qu'il ſe dégage des ſubſtances gazeuſes; la ſeule différence qu'il y ait, c'eſt qu'elle ſe fait plus lentement.

Que devient dans cette dernière expérience la grande quantité de gaz qu'on retire par la diſtillation du tartre, dont les trois quarts à peu-près ſont dûs à un acide qui ſe réduit, pour la plus grande partie, en gaz? J'avoue que je ne ſais quelle combinaiſon il peut former: la mucoſité qui ſe produit eſt d'un trop petit poids quand elle eſt deſſéchée, pour ſervir à expliquer cette deſtruction *.

Il me ſemble qu'on peut rendre raiſon de la différence que préſente le ſel d'oſeille avec le tartre, avec lequel il a d'ailleurs pluſieurs rapports, par la différence qu'on y trouve dans l'analyſe par le feu. De ces deux ſels, compoſés tous deux d'alkali végétal & d'un acide avec excès, l'un donne dans la diſtillation une quantité conſidérable d'huile, & laiſſe un réſidu très-charbonneux; & l'autre ne donne rien d'huileux, ſon réſidu eſt peu charbonneux, comme l'ont obſervé M.rs Savari & Bergman, & comme je l'ai obſervé moi-même, & la plus grande partie de ſon acide paſſe dans la diſtillation ſans être décompoſée: il eſt très-vraiſemblable que l'air fixe qu'on retire de ces deux ſels, ainſi que de tous les acides végétaux, eſt formé dans l'opération, comme il l'eſt lorſqu'on diſtille une chaux métallique avec du charbon; car quoique l'acide d'oſeille ne donne pas de l'huile, il en contient cependant un peu, ou du moins une ſubſtance analogue, car il donne du gaz inflammable, & ſon réſidu eſt un peu charbonneux.

Le principe acide du ſel d'oſeille doit être moins émouſſé par l'huile qui s'y trouve en beaucoup plus petite quantité que dans le tartre; il doit mieux réſiſter à l'action de la chaleur, tout comme on a vu qu'il ſe décompoſe moins facile-

---

* Depuis les Expériences importantes de M.rs Cavendish, Monge & Lavoiſier, ſur la formation de l'eau par la combuſtion de l'air vital & du gaz inflammable, il me paroît probable qu'il ſe paſſe ici quelque choſe de ſemblable.

ment lorſqu'il eſt diſſous dans l'eau. Si l'air vital y étoit ſans principe huileux, il auroit le caractère des acides minéraux.

L'on peut expliquer par les mêmes principes, une propriété remarquable que M. Savari a trouvée dans le ſel d'oſeille, & que la crême de tartre n'a pas : c'eſt de former avec les huiles avec leſquelles on le triture, une eſpèce de ſavon analogue ſans doute aux ſavons acides dont on s'eſt occupé ces derniers temps.

Pour comparer la propriété anti-ſeptique de la crême de tartre & du ſel d'oſeille, j'ai mis une once de chair de veau dans une ſolution d'un gros de crême de tartre dans vingt onces d'eau diſtillée, & autant dans une pareille ſolution de ſel d'oſeille : cette dernière a préſervé la chair de la putréfaction beaucoup plus long-temps que la ſolution de crême de tartre ; de ſorte que le ſel d'oſeille ſeroit bien préférable à la crême de tartre, lorſqu'on ſe propoſeroit de l'employer comme anti-ſeptique.

OBSERVATIONS SUR LA CAUSTICITÉ DES ALKALIS ET DE LA CHAUX.

Par M. BERTHOLLET.

1782. J'AI attribué la caufticité des fels & des précipités métalliques, à la tendance que ces fubftances ont à fe combiner avec le phlogiftique des fubftances animales qui font en contact avec elles; de façon que cette caufticité fe trouve en raifon de la privation de phlogiftique qu'ont éprouvée les fubftances métalliques, & de l'affinité qu'elles ont avec ce principe.

Mais la caufticité des alkalis & celle de la chaux ne peuvent être dûes à la même efpèce d'affinité, quoiqu'elles foient certainement un effet des mêmes loix, & qu'elles doivent également dépendre d'une tendance à fe combiner.

Quelle eft donc l'efpèce de tendance à la combinaifon qu'exercent les alkalis & la chaux lorfqu'ils agiffent comme cauftiques fur les fubftances animales, & qu'ils les décompofent? Sur quel principe fe porte leur action? Voilà l'objet dont je m'occupe dans ce Mémoire.

J'ai fait bouillir de la laine avec l'alkali végétal cauftique; les premières portions ont été entièrement diffoutes; j'y en ai ajouté jufqu'à ce que l'alkali ait été pleinement faturé; alors j'ai filtré la liqueur: elle avoit une amertume défagréable, mais fans caufticité & même fans âcreté; elle étoit brune & tranfparente.

Les acides troublent & épaiffiffent cette liqueur, parce qu'ils en féparent la fubftance animale; mais ils ne font point effervefcence; de forte que les alkalis cauftiques rongent & détruifent les fubftances animales, en fe combinant en entier avec elles, & non point en s'uniffant feulement à quelqu'un de de leurs principes ; par exemple, à l'acide crayeux, comme on auroit pu le conclure de la doctrine de M. Macbride.

La soie s'est combinée avec l'alkali caustique, de la même manière que la laine ; la chair donne, en se dissolvant, une couleur de sang ; cette couleur s'affoiblit & se détruit au bout de quelques jours : alors la liqueur est trouble ; si on la filtre elle reprend sa transparence, & elle ressemble à la liqueur alkaline saturée de toute autre substance animale ; la dissolution de la chair a aussi une odeur de putridité qui lui est particulière, & qui ne se dissipe qu'après un temps assez long.

On voit par ce qui vient d'être dit sur la couleur de la dissolution récente de la chair, d'où dépend la rougeur que la pierre à cautère imprime aux parties sur lesquelles on l'applique, couleur qu'on pourroit regarder comme une preuve d'inflammation, & que le savant Éditeur de la *Pharmacopée de Londres*, a observée sur les chairs des cadavres sur lesquels il a appliqué ce caustique.

La substance glutineuse du froment s'est dissoute dans les alkalis caustiques, & les a adoucis comme les autres substances animales.

En mêlant ensemble une dissolution métallique & l'alkali saturé de substance animale, il se fait ordinairement un précipité qui est dû à la combinaison qui s'est formée entre la substance animale & la substance métallique, pendant que l'alkali s'est uni à l'acide. J'ai combiné de cette façon la substance animale avec le fer, le cuivre, le plomb, le mercure & l'argent. Le sublimé corrosif n'est point décomposé par l'alkali saturé, mais la dissolution de mercure dans l'acide nitreux, donne un précipité abondant qui est de couleur d'ardoise & qui devient noirâtre : la combinaison d'argent est d'abord blanche, mais sa couleur change dans le moment ; elle devient de plus en plus foncée & finit par être noire, sans doute parce que la chaux d'argent exerce sa causticité sur la substance animale avec laquelle elle vient de s'unir.

Les principes des substances animales, liés dans ces combinaiſons, ne tendent plus à ſe ſéparer; quelles que ſoient les ſubſtances animales, elles ſont devenues incorruptibles. Si l'on fait calciner ces combinaiſons, on trouve que la chaux métallique forme à-peu-près la moitié de leur poids.

Si l'on mêle l'alkali ſaturé de ſubſtance animale, avec les diſſolutions de la terre calcaire, la liqueur ſe trouble, elle perd une grande partie de ſa couleur; mais ſi l'on filtre ce mélange, l'on ne trouve ſur le filtre que très-peu de ſubſtance animale, ſans terre calcaire; & quelles que ſoient les proportions qu'on emploie, il ne ſe forme point de combinaiſons entre la terre calcaire & la ſubſtance animale.

Il paroît donc qu'il n'y a qu'une très-foible affinité entre la terre calcaire & les ſubſtances animales, & que la cauſticité de la chaux dépend principalement de la force avec laquelle elle tend à s'unir au principe aqueux; auſſi la chaux éteinte, quoiqu'elle ne contienne qu'environ un quart de ſon poids d'eau, conſerve-t-elle peu de cauſticité.

Il n'eſt pas ſurprenant, après ces conſidérations, que la magnéſie privée d'acide crayeux, n'ait point de cauſticité; car, priſe intérieurement elle ne produit preſque que l'effet que produiroit une pareille quantité de la même terre ſaturée d'acide crayeux & d'eau; quoique lorſqu'elle eſt calcinée elle s'échauffe avec les acides, & qu'elle donne de l'alkali volatil cauſtique, lorſqu'on décompoſe le ſel ammoniac par ſon moyen, comme le fait la chaux; c'eſt qu'elle eſt inſoluble dans l'eau, & que par conſéquent elle n'a point d'action ſur le principe aqueux.

Les diſſolutions de magnéſie n'ont pas plus d'action ſur l'alkali ſaturé de ſubſtance animale, que celles de terre calcaire; mais il n'en eſt pas de même de l'alun, ſa baſe ſe combine avec la ſubſtance animale, & forme un précipité blanc & abondant; ce précipité bien ſec perd à peu-près les deux tiers de ſon poids, lorſqu'on le calcine, de ſorte qu'une partie d'argile s'y trouve combinée avec deux parties de ſubſtance animale.

Ne pourroit-on pas expliquer par l'affinité de la terre argileuſe avec les ſubſtances animales, la propriété qu'a la baſe de l'alun, de fixer ſur la ſoie & ſur la laine, les parties colorantes avec leſquelles elle ſe trouve combinée? Ne pourroit-on pas expliquer encore la propriété qu'ont les terres argileuſes de conſerver les parties animales qu'elles renferment, par l'action qu'elles exercent ſur elles en vertu de leur affinité, & qui les ſouſtrait à la réaction ſpontanée de leurs parties & aux influences de l'air, pendant que la terre calcaire abandonne ces ſubſtances à elles-mêmes, & aux agens étrangers?

Pour comparer l'action de l'alkali cauſtique ſur les ſubſtances animales, avec ſon action ſur les ſubſtances végétales, je l'ai traité avec le ſucre & avec l'amidon; il a réduit, par le moyen de l'ébullition, l'amidon en gelée; il n'eſt point devenu efferveſcent, mais il ne m'a paru avoir perdu de ſa cauſticité qu'en raiſon des parties ſucrées & mucilagineuſes qui enveloppoient les ſiennes; je ne crois pas qu'il forme avec les parties de nature végétale, de véritable combinaiſon; il a précipité le ſublimé corroſif comme le fait l'alkali pur.

Dans toutes mes expériences je n'ai pas trouvé de différence remarquable entre l'alkali végétal & l'alkali minéral cauſtique.

J'ai diſtillé l'alkali ſaturé de ſubſtance animale, & j'en ai retiré une liqueur alkaline & huileuſe, & de l'alkali volatil concret; le réſidu charbonneux a donné, par la lixiviation, une liqueur alkaline qui a précipité le fer en bleu de Pruſſe. Il ſe forme donc, entre l'alkali & la ſubſtance animale, deux eſpèces de combinaiſons: celle que j'ai décrite dans ce Mémoire, & celle de la partie colorante du bleu de Pruſſe, qui eſt bien différente, & dans laquelle la ſubſtance animale paroît avoir pris réellement le caractère d'un acide.

RAPPORT

SUR UN PROJET POUR LA RÉFORMATION DU CADASTRE DE LA HAUTE GUYENNE,

Présenté à l'Assemblée de cette Province; & sur lequel les Chefs de cette Assemblée ont demandé l'avis de l'Académie.

Par M.rs TILLET, l'abbé BOSSUT, DESMAREST, DU SÉJOUR & DE CONDORCET.

12 Juin 1782.

L'OBJET qu'on se propose dans un Cadastre, est en général de répartir un impôt dont la somme est déterminée, sur la totalité de celles des terres d'une province, qui sont sujettes à cet impôt, & de le répartir proportionnellement au produit net de ces terres: ce produit net qui se forme en déduisant de la valeur des fruits les frais de culture, est appelé *produit imposable* dans les Mémoires qui nous ont été remis, & nous lui donnerons désormais ce nom.

Il existe un Cadastre dans la haute Guyenne, mais ce Cadastre a été fait avec trop peu d'exactitude: peu de temps après sa confection, c'est-à-dire, après 1669, un grand nombre de particuliers abandonnèrent leurs terres, dont l'imposition excédoit le produit: on défendit alors ces abandons, à moins que les propriétaires, en délaissant la terre sur-imposée, ne fissent un abandon total de leurs autres possessions: des villages entiers remirent leurs terres, & on fut obligé de prendre sur la masse générale de l'imposition, une somme destinée à être répartie en diminution sur les Communautés qui se plaignoient le plus; mais la distribution de cette somme ne pouvoit être faite que d'une manière arbitraire.

L'Adminiſtration a cru en conſéquence, qu'une réforme du Cadaſtre étoit néceſſaire, & elle a cherché les moyens les plus ſûrs de remplir cet objet avec le plus de perfection & le moins de frais; elle deſiroit en même temps, que ces changemens indiſpenſables ſe fiſſent, autant qu'il ſeroit poſſible, de manière à ne cauſer aucun trouble aux particuliers, & à corriger promptement les parties les plus défectueuſes de l'ancien Cadaſtre.

Les moyens qui ſont contenus dans le Mémoire dont nous allons rendre compte, lui ont paru mériter la préférence; mais avant de les adopter en totalité, elle a voulu connoître, ſur pluſieurs points, l'opinion de l'Académie.

Pour mettre de l'ordre dans ce Rapport, nous commencerons par examiner le projet en lui-même, comme s'il étoit queſtion d'établir en même temps dans la province entière un nouveau Cadaſtre; & nous traiterons enſuite des moyens propoſés pour remplir cet objet ſucceſſivement & partie par partie.

La première opération eſt la connoiſſance exacte de l'étendue de chaque propriété: un Cadaſtre ne peut être exécuté d'après des principes ſûrs, s'il n'eſt précédé d'un arpentage général. On propoſe ici de lever un plan détaillé & figuré de toutes les terres; on lèvera ce plan au graphomètre, en calculant des triangles aſſez petits, qu'on rapportera enſuite à ceux de la Carte de France, ce qui ſervira de vérification pour ce nouveau travail: les baſes ſeront meſurées, autant qu'il ſera poſſible, ſur la perpendiculaire à la méridienne, au moyen de perches garnies d'un niveau & de deux fils d'aplomb, afin d'avoir avec préciſion la meſure horizontale des baſes: les plans des différentes propriétés contenues dans chaque triangle, ſeront levés à la planchette; & comme il faudra que la ſomme de leur étendue ſoit égale à la ſurface de chaque triangle, on aura un moyen de vérification pour cette meſure, comme on en a eu un pour celle des petits triangles: l'étendue de chaque propriété ſera marquée en arpens de Paris, perches, dixièmes de perches, appelées *primes;* dixièmes de primes, appelées *ſecondes:* de manière que la fraction négligée ſera toujours moindre que la dix millième partie d'un arpent : ces meſures ſeront enſuite réduites en meſures du pays, les ſeules que connoiſſent la plupart des propriétaires; mais on conſervera la première énonciation faite en meſures de Paris : ſur le plan figuré, chaque pièce ſera numérotée, on y marquera la meſure de ſa ſuperficie; des caractères ſimples diſtingueront les différentes natures de biens, comme bois, prairies, vignes, terres labourables, jardins, maiſons, &c. les caractères chimiques connus indiqueront la nature du terrein, & d'autres caractères marqueront dans quelles claſſes des terres diviſées relativement à leur produit, ont été rangées, ou chaque propriété, ou même ſes différentes parties, & dans ce cas l'étendue de chacune.

Cette méthode nous paroît réunir toute l'exactitude & toute la ſimplicité dont les méthodes connues juſqu'ici ſont ſuſceptibles; & les erreurs qu'on pourra commettre en la ſuivant, ne peuvent être d'aucune importance, relativement à l'objet principal *(a)*.

C'eſt ici le plan horizontal que l'on lève, ainſi, cette méthode répond à celle que les Arpenteurs nomment de *cutellation:* l'Académie, conſultée ſur la comparaiſon de cette méthode avec celle qu'ils nomment de *développement,* a prononcé en faveur de la première; ainſi, nous nous contenterons de faire obſerver ici que dans l'opération du Cadaſtre, la meſure des propriétés n'étant qu'un préliminaire de leur eſtimation, la principale raiſon qu'on apportoit en faveur de la méthode de *développement* (c'eſt-à-dire la ſupériorité de

(a) On s'eſt ſervi de l'expreſſion *les méthodes connues,* parce que l'inſtrument pour meſurer les diſtances, inventé par M. l'abbé Rochon, pourroit, étant appliqué à l'arpentage, donner une méthode très-exacte & beaucoup plus prompte qu'aucune de celles qui ont été employées juſqu'ici. Si d'ailleurs on multiplioit ces grandes opérations, il arriveroit néceſſairement que les méthodes connues deviendroient de plus en plus expéditives, ou qu'on en découvriroit de nouvelles.

produit des terreins inclinés sur les terreins horizontaux qui ont une base égale) ne peut avoir ici aucune application.

Après avoir mesuré les propriétés, il s'agit de les estimer.

On peut remplir cet objet de deux manières; 1.° En estimant séparément chaque terre ou chaque partie de terre, si la même pièce en contient de différentes valeurs. On sent en effet que ce n'est pas telle terre déterminée que l'on estime, mais une terre contenant tant d'arpens, & chaque arpent produisant tant: c'est le seul moyen d'empêcher que les partages, les réunions de domaines, ne jettent à la longue du désordre dans le Cadastre.

2.° Ou bien en partageant les terres en un certain nombre de classes, & en regardant comme égales entre elles celles qui ne diffèrent que d'une quantité plus petite que la différence établie entre deux classes consécutives.

Comme il ne s'agit pas ici de lever un impôt proportionnel aux produits, mais de partager proportionnellement aux produits, un impôt fixe, il est clair que de cette dernière méthode résulte nécessairement une lésion.

Il est donc important d'examiner quelle est cette espèce de lésion, & si même elle est aussi réelle qu'elle le paroît d'abord; en effet, comme cette méthode est beaucoup plus simple que la première, il est clair que si la lésion qui en résulte est moindre que celle qui naîtroit des erreurs inévitables de l'estimation, & peut par conséquent être regardée comme nulle, on doit préférer la seconde méthode.

On peut classer les terres, relativement à leurs produits, de deux manières différentes; l'une, en donnant à chaque classe la dénomination du produit le plus bas, des terres qui y sont placées; l'autre, en donnant à chaque classe, au contraire, la dénomination du produit le plus haut des terres qu'elle renferme.

Le taux réel de l'impôt se prendroit en divisant l'impôt total qui est déterminé, par la somme des produits formés en multipliant les revenus imposables par le nombre des arpens qui ont ce même revenu.

Dans le premier des deux ſyſtèmes de claſſification, le taux de l'impôt ſe détermine en diviſant cette même ſomme fixe par la ſomme des produits formés en multipliant le nombre des arpens de chaque claſſe, par le revenu impoſable le plus bas de ceux que comprend cette claſſe; ce taux eſt donc plus fort que le taux réel.

Dans le ſecond ſyſtème le taux de l'impôt ſe forme en diviſant la même ſomme par la ſomme des produits formés en multipliant la ſomme des arpens de chaque claſſe, par le revenu impoſable le plus haut de ceux que comprend cette claſſe; & ce taux eſt plus bas que le taux réel.

Il ne réſulte de cette différence, en plus ou en moins avec le taux réel, aucun avantage ou aucun déſavantage général, puiſque la ſomme de l'impôt eſt fixe; mais il en réſulte une diſproportion entre les taxes particulières.

On pourroit prendre auſſi le taux de l'impôt, en diviſant la ſomme impoſée par la ſomme des produits du nombre des arpens de chaque claſſe, multipliés par le terme moyen des revenus impoſables de cette claſſe; le taux dans ce cas peut être au-deſſus ou au-deſſous du taux réel.

Nous allons donc examiner ſéparément ces trois ſyſtèmes, cette matière n'a jamais été diſcutée d'après des principes rigoureux, & c'eſt une raiſon de nous y arrêter plus long-temps.

Nous rapporterons ſeulement ici les concluſions auxquelles nous avons été conduits; nous avons cru devoir ſéparer du rapport les détails & le développement des calculs qui ſont d'ailleurs trop ſimples pour mériter une diſcuſſion approfondie.

Dans le premier ſyſtème, c'eſt-à-dire, dans celui où l'impôt de chaque claſſe eſt réglé par le revenu impoſable le plus foible qui y eſt compris.

Il arrivera, 1.° que les produits impoſables de chaque claſſe payeront tous l'impôt à un taux plus fort que le plus haut produit de la même claſſe; 2.° que dans chaque claſſe le produit le plus foible payera au-deſſus du taux réel, & que cette léſion aura lieu juſqu'à la propriété dont le produit

impoſable

impoſable ſera au plus bas produit de la claſſe, comme le taux ſuppoſé de l'impôt ſera au taux réel; en ſorte que dans ce ſyſtème il peut y avoir des claſſes entières qui payent plus qu'elles ne doivent.

Dans le ſecond ſyſtème, on trouvera,

1.° Que dans chaque claſſe les revenus impoſables les plus foibles payeront dans une proportion plus grande que les plus forts, cela eſt commun aux deux ſyſtèmes:

2.° Que la propriété de chaque claſſe dont le revenu impoſable eſt le plus fort, payera moins qu'elle ne doit; & ainſi en deſcendant juſqu'au point où le produit impoſable eſt au plus haut degré de la claſſe, comme le taux ſuppoſé eſt au taux réel; en ſorte que dans ce ſyſtème il peut y avoir des claſſes pour la totalité deſquelles le taux de l'impôt ſoit trop foible *(b)*.

(b) Pour mettre ces raiſonnemens à la portée de ceux qui ne ſont pas familiariſés avec les méthodes de calcul, nous allons préſenter ici des exemples arithmétiques des différentes concluſions que nous avons tirées.

Nous ſuppoſerons d'abord trois claſſes, la première de 10 à 20 livres; la ſeconde de 20 à 30; la troiſième de 30 à 40, dans chacune dix propriétés, & que ces propriétés doivent payer 100 livres. Nous ſuppoſerons de plus, dans la claſſe de 10 à 20 livres, cinq propriétés de 11 & cinq de 12; dans celle de 20 à 30, une de 21, & 9 de 29; dans celle de 30 à 40, deux de 31, & 8 de 39.

Le taux réel de l'impôt ſe trouveroit en diviſant 100 livres par la valeur totale de ces trente propriétés, c'eſt-à-dire, par 771; le taux réel ſera donc $\frac{100}{771}$; le taux du premier ſyſtème ſera $\frac{100}{600}$ plus grand que $\frac{100}{771}$; & dans le deuxième, le taux ſera $\frac{100}{900}$ plus petit que le taux réel.

Puiſque dans les deux ſyſtèmes, les propriétés de chaque claſſe payeront le même impôt, il eſt évident que les plus foibles payeront plus à proportion que les plus forts.

Dans le premier ſyſtème, les propriétés de 11 livres payeront $\frac{10\text{liv.}100}{600}$, & elles devroient $\frac{11{,}100}{771}$; elles payeront donc plus qu'elles ne doivent payer: celles de 12 payeroient $\frac{10\text{liv.}100}{600}$, au lieu de $\frac{12\text{liv.}100}{771}$, c'eſt-à-dire plus qu'elles ne devroient payer; faiſant enſuite ici la proportion, le taux réel ou $\frac{100}{771}$ eſt au taux ſuppoſé ou $\frac{100}{600}$, comme 10 livres, produit ſur lequel on règle l'impoſition, eſt à un certain produit réel, on trouve ce produit réel égal à $\frac{771}{600}$ 10 livres; ainſi tout ce qui ſera au-deſſus dans cette claſſe, payera trop peu, & tout le reſte payera trop; il en ſera de même des autres claſſes.

Le taux réel eſt ſuppoſé reſter inconnu, il faut donc ſe réduire à trouver les limites des erreurs qu'on peut commettre; & on trouvera que pour le deuxième ſyſtème l'erreur ſera moindre que la différence des deux extrêmes d'une claſſe multipliée par le taux d'impôt que donne le ſyſtème; il faudra donc, pour rendre ces erreurs proportionnelles, former les claſſes de manière que les différences de produit impoſable d'une claſſe à l'autre, ſoient proportionnelles.

En adoptant la même manière de fixer les différences de claſſes, on trouvera de même dans le premier ſyſtème, pour limite de l'erreur, la différence d'une claſſe à l'autre multipliée par le taux d'impôt que donne le deuxième ſyſtème *(c)*.

Dans le deuxième ſyſtème, les propriétés de 29 livres payeront $\frac{30,100}{900}$, au lieu de $\frac{29,100}{771}$, & par conſéquent payeront moins qu'elles ne doivent; celles de 21 livres payeront de même $\frac{30\text{liv.}100}{900}$, au lieu de $\frac{21\text{liv.}100}{771}$, & par conſéquent, plus qu'elles ne doivent, & faiſant cette proportion, le taux réel ou $\frac{100}{771}$, eſt un taux ſuppoſé ou $\frac{100}{900}$, comme 30 livres, produit ſur lequel on règle l'impoſition, eſt à un certain produit réel, on trouve ce produit égal $\frac{30\text{liv.}771}{900}$; ainſi tout ce qui eſt au-deſſus de cette valeur, payera trop peu, & tout ce qui eſt au-deſſous payera trop.

On voit qu'ayant les mêmes proportions entre les taux réels & les taux propoſés, ſi on n'avoit dans la première claſſe que des produits réels au-deſſous de $\frac{771,10}{600}$ livres, toutes ces claſſes payeroient trop dans le premier ſyſtème; de même dans le deuxième, ſi la deuxième claſſe n'avoit que des produits réels au-deſſus de $\frac{30\text{liv.}771}{900}$, toute cette claſſe payeroit trop peu: le premier cas auroit lieu, par exemple, ſi, tout le reſte égal d'ailleurs, on ſuppoſoit dans la première claſſe dix propriétés de 10, & dans la deuxième une propriété de 26 livres & 9 de 29: le deuxième auroit lieu, ſi, dans la deuxième claſſe, on ſuppoſoit dix propriétés de 29, & dans la première 5 de 11 livres, une de 12 & 4 de 14.

(c) En continuant les mêmes exemples, il ſera aiſé d'entendre ce que nous avons dit des limites d'erreur dans les divers ſyſtèmes; conſidérons donc le deuxième ſyſtème, il eſt clair que tout ce qui eſt entre 10 & 20, ſera impoſé comme 20, & ſur le taux d'impôt $\frac{100}{900}$ qui eſt plus petit que $\frac{100}{771}$, taux réel; ſoit par conſéquent une propriété au-deſſous de 20 & au-deſſus de 10, il eſt clair que la ſuppoſant de 10 livres, & payant le taux d'impôt $\frac{100}{900}$, elle payera moins qu'elle ne doit; ſi donc $\frac{20\text{liv.}100}{900}$ eſt trop

D'où il résulte que dans ces deux systèmes, non-seulement il faut classer suivant la méthode que nous venons d'indiquer, mais multiplier les classes de manière que la différence d'une classe à l'autre soit très-petite par rapport à la plus foible des deux classes.

Si maintenant nous examinons le troisième système, nous trouverons, 1.° que les terres de chaque classe au-dessous de celle dont le produit imposable est le plus grand, payeront moins qu'elle à proportion ; 2.° que si le taux du système est inférieur au taux réel, les terres qui sont au-dessus du terme moyen seront taxées moins qu'elles ne devroient l'être ; & que s'il est supérieur au taux réel, les terres qui sont au-dessus du terme moyen seront trop taxées ; en sorte que dans le premier cas toutes les terres d'une classe pourront payer trop peu, & dans le deuxième toutes les terres d'une classe payer trop.

Si l'on veut dans ce cas assigner les limites de l'erreur, & qu'on suppose les différences des classes proportionnelles,

---

grand, il est clair que ce ne peut être que d'une quantité plus petite que $\frac{20\text{liv.}100}{900}$ moins $\frac{10\text{liv.}100}{900}$. Dans le premier système, toute la même classe sera imposée comme 10 livres, & au taux $\frac{100}{600}$ plus grand que $\frac{100}{771}$; mais il est clair que le plus petit produit devant payer 10 liv. $\frac{100}{771}$, la plus grande erreur possible sera 10 livres $\frac{100}{600}$ moins $\frac{10\text{liv.}100}{771}$, mais cette dernière quantité est inconnue.

Supposons maintenant une division de classes avec des différences proportionnelles ; par exemple, que les limites de ces classes soient 10, 15, 22 livres 10, 33 livres 15 sous. Il est aisé de voir que les taux d'impôt des deux systèmes, seront entr'eux comme les termes extrêmes de chaque classe ; soit donc une propriété dans la première classe, dont le produit soit 10 livres 1 sou, le taux de ce système $\frac{1}{10}$, & le taux réel $\frac{1}{12}$, cette propriété payera $\frac{1}{10}$ de 10 livres 1 sou, au lieu de payer $\frac{1}{12}$ de 10 livres 1 sou ; mais le taux du deuxième système étant $\frac{1}{15}$, & 10 livres $\frac{1}{10}$ étant égal à 15 livres $\frac{1}{15}$, on peut supposer qu'elle payera 15 livres $\frac{1}{15}$ au lieu de 10 livres 1 sou $\frac{1}{12}$: cela posé, puisque le taux réel est plus fort que $\frac{1}{15}$, taux du deuxième système, & le produit plus grand que 10 livres ; il est clair que, si l'on ignore la valeur de cette propriété & le taux réel, on sait du moins que ce qu'elle doit payer est plus que 10 livres $\frac{1}{15}$, on sait aussi qu'elle doit payer moins que 15 livres $\frac{1}{15}$; la limite d'erreur est donc au-dessous de 15 livres $\frac{1}{15}$ — 10 livres $\frac{1}{15}$.

on trouvera que pour les produits ſupérieurs au terme moyen, l'erreur ſera toujours moindre que la différence, entre le terme extrême ſupérieur & le terme moyen, multipliée par le taux de l'impôt, tel qu'on l'auroit dans le premier ſyſtème; & pour les produits qui ſont au-deſſous du terme moyen, la limite de l'erreur ſera la même que l'on a eue ci-deſſus pour le ſecond ſyſtème *(d)*.

On obſervera de plus, qu'en faiſant les différences proportionnelles, les taux d'impôt dans chacun des ſyſtèmes, ſeront en raiſon inverſe du produit ſur lequel on formera la taxe; qu'ainſi il devient indifférent dans cette hypothèſe de ſuivre un des trois ſyſtèmes de claſſification. Il réſulte donc de ce que nous venons de dire, qu'il faut former la claſſification en prenant, entre les claſſes, des différences proportionnelles, & les prendre telles que la léſion qui en réſulte ne ſoit pas ſenſible.

Nous obſerverons maintenant, 1.° que l'eſtimation de chaque terre n'eſt pas rigoureuſement exacte, & qu'ainſi il

---

(d) Nous avons dit qu'on pouvoit former un troiſième ſyſtème en taxant d'après le terme moyen de chaque claſſe; ainſi en reprenant le premier exemple ci-deſſus, on auroit pu taxer les propriétés entre 10 & 20 ſur le pied de 15; celles entre 20 & 30 ſur le pied de 25; celles entre 30 & 40 ſur le pied de 35, le taux d'impôt étant alors $\frac{100}{750}$ qui eſt plus grand que le taux réel $\frac{100}{771}$; ſi conſervant tout le reſte, on avoit eu 10 propriétés de 21, au lieu d'une de 21 & 9 de 29, on auroit alors eu le taux réel $\frac{100}{699}$: ainſi le taux auroit été plus petit que le taux réel.

Dans le premier cas, les propriétés de 11, 12 livres, qui payeront comme 15 livres, & ſur le taux $\frac{100}{750}$ livres plus grand que $\frac{100}{771}$, payeront trop: dans le deuxième, les propriétés qui payeront comme 15 livres, mais au taux $\frac{100}{750}$ plus petit que le taux réel $\frac{100}{699}$, payeront encore trop, parce que leur rapport avec 15, eſt plus petit que celui de 699 à 750, rapport des deux taux.

Si les différences ſont proportionnelles, il eſt aiſé de voir que le taux de ce troiſième ſyſtème ſera au taux du deuxième, comme le terme moyen eſt au terme extrême; on payeroit donc préciſément comme dans ce deuxième ſyſtème: ainſi les limites de l'erreur devront être ſuppoſées les mêmes.

Soient, par exemple, 10, 15 livres, 22, 10 ſous, 33 livres 15 ſous les extrêmes des claſſes, on voit que ſi $\frac{1}{10}$ eſt, par exemple, le taux du premier ſyſtème, $\frac{1}{15}$ ſera celui du ſecond, & $\frac{1}{12\frac{1}{2}}$ celui du troiſième.

eſt inutile de chercher dans la claſſification une exactitude plus grande que celle qui peut être miſe dans l'eſtimation; 2.° que cette erreur dans la claſſification n'affectera ſur-tout que la partie inférieure de chaque claſſe des terres, qu'elle ſera favorable pour d'autres valeurs; en ſorte que pour les propriétaires qui ont des terres de différentes valeurs, ces erreurs ſeront compenſées en partie; 3.° que pour que l'erreur approchât de la limite que nous avons fixée, il faudroit que preſque toutes les propriétés de chaque claſſe fuſſent très-voiſines du point le plus haut, & qu'un très-petit nombre fût placé dans le point le plus bas: ce qui d'abord eſt très-peu probable, & ce qui d'ailleurs pourroit ſe réparer facilement en faiſant paſſer ce petit nombre de popriétés dans une claſſe inférieure.

Ainſi pourvu que le rapport d'une claſſe à l'autre ne ſoit pas grand, la léſion ne ſera point ſenſible.

Dans le Projet propoſé, les différences entre les claſſes ne ſont ni égales ni proportionnelles: il y a trente claſſes, la première eſt de 10 ſous, l'avant-dernière de 253 livres; la première des différences eſt 10 ſous, la dernière eſt 38 livres; le premier rapport de la différence à la quantité eſt 1; le dernier eſt moindre $\frac{1}{7}$, & plus grand $\frac{1}{6}$.

Les auteurs de ce Projet conviennent, dans la théorie, du principe que nous avons expoſé, c'eſt-à-dire, de la néceſſité de prendre entre les claſſes, des différences proportionnelles; mais les motifs de l'irrégularité apparente qu'on obſerve ici, ſont, 1.° la crainte de multiplier trop les claſſes, 2.° l'extrême petiteſſe des différences dans les premiers termes, petiteſſe, telle que certainement les eſtimateurs les plus exacts ne peuvent y avoir égard. Si on ſuppoſe en effet les différences proportionnelles aux dixièmes, la première claſſe étant 10 ſous, la ſeconde ſera 11, la troiſième 12 & un denier environ; 3.° le peu d'importance de l'erreur: de ces motifs, le ſecond eſt le ſeul qui, ſuivant nous, doive être de quelque poids; la multiplication des claſſes n'a d'autre inconvénient que d'augmenter un travail purement arithmétique, & toute erreur plus grande que celle de l'eſtimation, nous ſemble ne devoir pas être négligée : il nous paroîtroit donc à deſirer qu'on pût admettre une plus grande diviſion de claſſes, cinquante, par exemple, au lieu de trente, alors il ſeroit poſſible de ſuppoſer la différence d'une claſſe à l'autre, d'environ un dixième ſeulement, en réuniſſant dans les mêmes claſſes celles des dernières diviſions dont la différence n'excéderoit pas une très-petite ſomme, 5 ſous, par exemple. En effet, ſuivant cette méthode, non-ſeulement la léſion ſeroit très-petite, mais de plus l'erreur de la claſſification ſeroit du même ordre, tout au plus, que celle de l'eſtimation, parce que les terres d'un très-petit rapport n'ayant aucune culture régulière, ne ſont pas ſuſceptibles d'une évaluation bien exacte ; mais il nous ſuffit d'avoir expoſé notre opinion ſur les principes de ces opérations, c'eſt à l'Adminiſtration à décider ſur la manière de les employer.

Nous ajouterons qu'il nous paroît plus ſimple de nommer chaque claſſe par le terme du produit le plus bas qui y eſt contenu, quoique ces dénominations ſoient indifférentes : en effet, un propriétaire peu inſtruit, qui voit que ſa terre a été placée dans la claſſe de 10 livres, verra ſur le champ que pour ſe faire placer dans une autre claſſe, ou pour obtenir un changement, il doit prouver qu'elle eſt au-deſſous de cette valeur ; au lieu que ſi elle étoit placée dans celle de 11, il faudroit qu'il ſongeât qu'il doit prouver qu'elle eſt non-ſeulement au-deſſous de 11, mais même de 10 : ce raiſonnement qui n'eſt rien pour des hommes habitués aux affaires, pourroit embarraſſer les propriétaires de campagne, à qui il ſera difficile de faire entendre que pour être mal placé dans la claſſe de onze livres, il faut réellement avoir une terre au-deſſous de 10 livres.

Nous allons paſſer maintenant à la manière d'eſtimer les terres, & de les placer dans la claſſification dont nous venons d'expoſer les principes.

Il ſe préſente ici trois eſpèces de propriétés aſſujetties au même impôt, mais qui par la manière de les estimer, exigent une méthode différente :

1.° Les terres qui donnent des productions réelles, annuelles ou périodiques :

2.° Les maisons :

3.° Les moulins de différentes espèces ; il n'est question dans ce projet ni de mines ni de carrières.

Nous ne parlerons que de la première espèce de propriétés ; le principe général, adopté par les auteurs du Projet, est le même pour toutes les trois ; il consiste à rassembler le plus d'élémens & de moyens de vérification qu'il est possible : les différences dans la manière de les estimer, tiennent à la nature des objets, ou à des principes particuliers sur la méthode d'assujettir à l'impôt les maisons & les usines ; principes dont la discussion nous est étrangère : nous nous bornerons à observer seulement, sans prononcer sur la vérité ou la justice de ces principes, que les intérêts des habitans des campagnes ont été ménagés avec soin.

Pour parvenir à l'estimation des terres, on forme une Table contenant dix-sept colonnes, & où l'on marque

1.° Le nom du propriétaire.
2.° Celui du canton.
3.° Les productions naturelles du sol.
4.° Celles de la culture.
5.° Les qualités physiques de la terre.
6.° L'exposition.
7.° Les débouchés.
8.° La mesure de superficie.
9.° Le prix des ventes.
10.° Le produit affermé.
11.° Celui des dixmes.
12.° Les frais de culture.
13.° Les produits des fruits.
14.° Le produit imposable.
15.° L'imposition actuelle.
16.° Le numéro du plan général.

Une dix-ſeptième eſt réſervée pour les obſervations particulières.

C'eſt d'après ces élémens que l'on doit partir pour placer chaque terre dans la claſſe qui lui convient.

Les deux premières colonnes, remplies par les noms des propriétaires & par ceux des cantons, ne ſont ſuſceptibles d'aucune obſervation.

Les troiſième, cinquième & ſixième, qui déſignent les productions naturelles du ſol, les qualités phyſiques de la terre, & l'expoſition, ne peuvent ſervir de baſe à l'eſtimation: mais on ſait qu'il exiſte une liaiſon conſtante entre la nature des terreins & leur fertilité; l'eſpèce de productions qui peut y être cultivée avec ſuccès; enfin, la méthode de les cultiver. Les productions naturelles d'une terre, c'eſt-à-dire, les plantes qui y croiſſent ſpontanément ſont auſſi des indices très-conſtans de ſa force productive & du genre de productions qu'elle eſt le plus propre à recevoir: l'expoſition a, comme on ſait, des influences très-marquées ſur le ſuccès des différentes eſpèces de culture. Les Naturaliſtes & les Botaniſtes paroiſſent convenir de ces principes.

On propoſe de juger ici de la nature d'un terrein, en diſtinguant la qualité dominante de la terre, ſa conſiſtance, le genre des pierres qui y ſont mêlées, leur abondance ou leur dureté, l'épaiſſeur de la couche de terre, les bancs de pierres ou de rochers qui l'interrompent; on choiſit parmi les productions naturelles, les plantes qui y paroiſſent en plus grand nombre, & qui ſemblent y avoir une végétation plus vigoureuſe.

Ces détails, formés en même temps que ceux qui ſont de néceſſité abſolue, n'augmenteront pas beaucoup le travail, & il peut en réſulter deux avantages: le premier, de préſenter un moyen de vérification; ſi en effet, deux terres qui, ayant une même culture & les mêmes débouchés, ſe trouvent encore de la même nature, & que cependant elles ſoient eſtimées avoir des produits très-différens, cette différence paroît

paroît indiquer une erreur, & doit obliger à revoir avec une nouvelle attention, tous les élémens qui ont ſervi à l'eſtimation. Le ſecond avantage eſt de mettre à portée de mieux connoître, par une ſuite d'obſervations multipliées, les rapports qui exiſtent entre la nature & l'expoſition du ſol, ſes productions naturelles, ſa fertilité & le ſuccès des différentes eſpèces de productions ou des procédés employés pour cultiver. Ce travail, bien exécuté, peut devenir très-utile aux Sciences rurales, & on ſent qu'il ne peut être fait avec autant d'étendue & d'exactitude, qu'en le réuniſſant à la confection d'une opération générale & néceſſaire.

L'article IV, qui déſigne les productions que l'on cultive dans chaque terre, ſoit conſtamment, ſoit alternativement, les années de repos, le nombre des labours, le plus ou moins d'engrais, &c. a la même utilité que ceux dont nous venons de parler; d'ailleurs, il eſt d'uſage dans toute eſpèce de Cadaſtre, de marquer à chaque article l'eſpèce de propriété qu'il renferme.

Nous avons déjà obſervé, que l'article VII qui marque les débouchés, ſert à comparer les terres entr'elles, & contribue à donner des moyens de vérification, c'eſt-à-dire, des moyens d'apercevoir les erreurs qui ont pu être commiſes.

Nous avons parlé de la meſure de ſuperficie.

Le produit des ventes ne peut pas ſervir à déterminer le produit impoſable, cependant il arrive rarement qu'il ne s'établiſſe pas dans le même canton pour les terres ſuſceptibles des mêmes productions, un denier commun de ventes; ainſi, toutes les fois que l'évaluation du produit impoſable d'une terre s'écartera de ce denier commun, d'une manière ſenſible, on aura lieu de ſoupçonner une erreur, & on ſera averti de la néceſſité d'un nouvel examen.

Les dixmes ne ſont évaluées que d'après le produit des fruits, mais on les place ici, 1.° pour avertir qu'elles doivent être ajoutées aux frais de culture; 2.° parce que, connoiſſant, d'après cette évaluation, la valeur des dixmes d'un canton, on peut la comparer avec la valeur eſtimée de la même dixme, & ſe procurer, par ce moyen, une nouvelle preuve de l'exactitude de ſes opérations.

On marque le prix des fermes. Si toutes les terres étoient affermées, on pourroit prendre ce prix pour le produit impoſable; mais, 1.° il s'en faut beaucoup que toutes les terres ſoient affermées, au lieu qu'il eſt poſſible, pour toutes, de trouver le produit impoſable, en déduiſant du produit des fruits les frais de culture. 2.° Quoique le prix du bail ſoit le réſultat des calculs que les Propriétaires & les Fermiers font ſur leurs intérêts, & que la concurrence doive le porter à très-peu-près à la vraie valeur du produit impoſable, il n'en eſt pas en général auſſi approché qu'il paroîtroit devoir l'être.

Les conditions des baux dépendent de beaucoup de conſidérations perſonnelles & locales; d'ailleurs, par-tout où l'on impoſe proportionnellement aux prix des fermes, on cherche à en cacher la valeur pour diminuer le prix de l'impôt. Ainſi, avant d'impoſer ſur le prix des fermes, il faudroit néceſſairement examiner ſi ce produit ne diffère point ſenſiblement de celui qu'on retrouveroit en retranchant les frais de culture du produit des fruits : on ne ſe feroit donc point diſpenſé de l'eſtimation directe.

Enfin, il arrive ſouvent que des propriétés de différente nature, ſur différentes Paroiſſes, ſont affermées en bloc; ces baux ne ſerviroient donc ni pour une répartition par Paroiſſes, ni pour une répartition qui doit, pour être conſtante, être faite ſur les propriétés particulières, & non ſur la maſſe des biens que réunit un propriétaire.

Telles ſont les raiſons qui ont engagé à ne pas établir l'impôt ſur le prix des baux, mais ce prix eſt important à connoître, 1.° parce qu'en le comparant au produit impoſable, ſi on trouve entre ces deux valeurs des différences conſidérables, qui ne ſoient pas les mêmes à peu-près pour une terre que pour une autre terre voiſine de la même nature, on eſt encore averti qu'il y a lieu de ſoupçonner une erreur. 2.° Parce que cette même comparaiſon peut donner, ſoit à l'Administration, soit aux Propriétaires, des connoissances très-utiles.

Il nous reste à parler des colonnes XII & XIII. Nous observerons d'abord que ce sont les deux seuls objets qui ne puissent être déterminés par une méthode rigoureuse; ils dépendent nécessairement du plus ou du moins de connoissances & de sagacité de ceux qui sont chargés des estimations.

Cependant comme toutes les opérations sont publiques, comme les propriétaires ou leurs fermiers peuvent en être témoins, on sent que des erreurs très-graves sont presque impossibles *(e)*. Mais indépendamment de ce qu'on peut appeler des erreurs particulières, auxquelles le choix des estimateurs peut seul remédier, il y a sur la manière d'estimer, quelques observations générales qui sont de notre ressort.

On n'estime ni les frais de culture, ni les produits des fruits, d'après une seule année, mais en formant une année commune; & il se présente ici deux questions, l'une sur la période d'années qui doit former l'année commune, l'autre, sur la manière de la former.

Pour fixer la période d'années qu'il est à propos de choisir, il convient d'observer, 1.° que pour compenser les inégalités que produit la température des différentes années, il faut prendre cette période aussi étendue qu'il est possible, mais en se bornant cependant aux années pour lesquelles on peut avoir des données assez précises.

2.° Que dans le cas où les productions d'une terre ne sont point annuelles, mais périodiques il faut former une année commune d'un nombre d'années qui renferme un multiple de cette période; par exemple, si la terre produit une année du froment, une autre de l'avoine, & se repose

(e) Nous remarquerons seulement ici que, dans le cas où l'on auroit envie de connoître quelle peut être à peu-près l'exactitude des estimations, il seroit possible, par des expériences vérifiées avec les précautions nécessaires, de déterminer les limites d'erreur avec assez de précision, & de s'éclairer en même temps sur les meilleurs moyens de faire les estimations.

la troisième, il faut prendre, pour former l'année commune, un nombre d'années multiple de 3, & alors, si on prend douze ans, par exemple, ce ne sera point d'après douze années réellement, mais d'après quatre que se formera l'année commune de chaque production, & par conséquent la véritable année commune. Ces périodes sont quelquefois assez longues, & ne sont pas même très-régulières, sur-tout dans les pays où l'on est dans l'usage de mettre, de temps en temps, en chanvre, en lin, en légumes ou en prairies artificielles, les terres qui sont regardées comme terres à grain, & il faut avoir égard à toutes ces différences. Ainsi, on observera dans ce Cadastre, de faire entrer dans l'année commune, chaque espèce de récolte, à proportion du nombre de fois que chacune se répète dans une certaine période d'années.

3.° Qu'il y a des espèces de propriétés qui ne produisent que durant un certain nombre d'années, au bout desquelles on est obligé de faire une nouvelle dépense; telles sont toutes celles où l'on cultive des arbres, les vignes, les châtaigneraies, &c. dans les pays du moins où l'on est dans l'usage de renouveler toute une plantation à la fois: dans ce cas, la période commune doit embrasser toute la durée d'une de ces plantations, dont les premières & les dernières années diffèrent beaucoup en produit, de celles où la plantation est en rapport: une année moyenne prise sur une seule période, ne peut être regardée comme une année commune, que dans le cas où la durée du plant est assez longue pour que les variations d'une année à l'autre, causées par l'âge du plant, soient peu sensibles; & le nombre d'années qui dans ce cas sert véritablement à former une année commune, n'est pas le nombre total des années, mais celui des années pendant lesquelles on peut supposer au plant la même force productrice.

La seconde question regarde la manière de former une année commune; la méthode ordinaire consiste à faire une somme des produits de toutes les années, & à les diviser par leur nombre: cette méthode peut être regardée ici comme ſuffiſante, elle eſt fondée ſur la ſuppoſition qu'au bout d'un certain nombre d'années les récoltes ſe compenſent à très-peu-près, ſuppoſition généralement admiſe, & qui paroît conforme à l'expérience de tous les pays.

Les années d'une abondance aſſez grande pour rendre cette méthode fautive, ne peuvent guère ſe ſuppoſer; quant aux accidens extraordinaires qui n'ont lieu qu'au bout d'eſpaces très-éloignés, comme on en conſervera la mémoire long temps, & qu'ainſi le retour de leurs périodes eſt plus facile à connoître d'une manière rapprochée, il ſera fort aiſé de les faire entrer dans le calcul, ſi toutefois on trouvoit par l'expérience, que leurs effets méritaſſent cette recherche: s'il eſt d'uſage d'accorder des diminutions d'impôt pour ces accidens extraordinaires, alors il y auroit plus d'exactitude à ne pas faire entrer dans l'année commune, les années où ces accidens ſe rencontrent.

On peut demander encore, comme il faut évaluer les fruits en argent, ſi par cette évaluation, il faut évaluer l'année commune de fruits, au prix moyen du même nombre d'années, ou évaluer chaque produit par le prix moyen de chaque année, & en tirer une valeur commune?

Il eſt clair que la première méthode n'eſt exacte que quand le prix moyen eſt conſtant ou preſque conſtant; or, le prix moyen n'eſt pas conſtant, il ne peut l'être même à peu-près, quand il s'agit du prix moyen pour un canton peu étendu, où ce prix éprouve néceſſairement des variations ſenſibles; il en réſulte donc que c'eſt la ſeconde manière qu'il faut préférer.

Enfin on peut demander comment, lorſque les années ſont très-inégales, & que ces inégalités ont lieu d'une manière périodique par la nature des productions, comme dans les terreins en bois, qui ne rapportent que tous les quinze, les dix-huit ans, on doit former l'année commune? on peut en effet, dans ce dernier cas qui ſervira d'exemple, 1.° diviſer l'année commune, des années où la production est recueillie, par le nombre d'années que contient la période.

Mais il est aisé de sentir que s'il est question d'une imposition nouvelle, cette méthode est inexacte; en effet, il n'y auroit certainement pas d'égalité entre ceux qui recevroient le revenu de dix-huit années, avant d'avoir payé une année d'impôts & ceux qui payeront dix-huit années d'impôt avant d'avoir reçu leur revenu. Ce n'est pas la même chose lorsqu'il s'agit d'un impôt déjà établi, & qu'on veut répartir avec plus d'égalité ; on sent que dans ce cas la lésion est bien moindre (il ne peut être question de la totalité de l'impôt, mais seulement d'une partie), & qu'il y a même beaucoup de cas où cette méthode seroit plus juste que celle qu'on y voudroit substituer.

2.° On peut avoir égard à l'époque où le revenu arrive, & partager le produit comme une annuité qui doit répondre à une somme fixe, donnée à une certaine époque : cette méthode est la plus juste pour un impôt nouveau, & dont la somme est fixe; si on vouloit l'appliquer à une répartition nouvelle d'un impôt, il faudroit calculer l'annuité, en ayant égard à l'impôt déjà payé dans les années de la période que l'on considère. Mais cette recherche ne donneroit qu'une exactitude superflue, parce que l'erreur à laquelle on remédieroit, par ce moyen, seroit en général fort au-dessous des erreurs, dans l'estimation (f).

3.° On peut, pour plus de simplicité, regarder le terme de toucher les revenus, comme étant pour tous le plus éloigné: cette méthode, qui seroit injuste pour un impôt dont la somme est fixe, en sorte que toute grâce pour l'un est une charge pour l'autre, n'est sans inconvénient, que dans le

(f) Nous sommes entrés ici dans des détails qui peuvent paroître minutieux, mais comme le degré d'exactitude des estimations est inconnu, & qu'il est possible d'en perfectionner la méthode, comme nous l'avons observé, nous avons voulu ne rien omettre des principes nécessaires pour calculer les élémens qui pourroient alors mériter d'entrer dans l'évaluation des produits.

cas où l'impôt n'a pas une valeur fixe, mais est proportionnel au revenu *(g)*.

Ce que nous avons dit des estimations de produits, s'applique aux estimations de frais de culture, sans aucun changement. On ne dit point ici si l'on fait entrer dans ces frais l'intérêt des avances de culture, ni la manière dont on détermine ces avances, ou l'intérêt qu'on doit leur supposer.

Il ne reste donc plus qu'à former le produit imposable, ce qui ne demande qu'une simple soustraction : nous observerons seulement que l'on trouvera dans le travail réel un point de vérification, qui ne paroît pas dans ces colonnes; en effet, on fera les évaluations en nature avant de les faire en argent, ce qui peut indiquer encore les erreurs qu'on aura pu commettre, soit dans les évaluations, soit dans les calculs.

D'après l'estimation, on placera chaque terre dans la classe qui lui appartient.

Tel est le plan général du Cadastre proposé à l'Administration de la haute Guyenne; & il nous a paru que dans la manière de lever les plans des terreins, & d'en déterminer les superficies, de diviser les terres en différentes classes, enfin, de les estimer, les auteurs du Projet avoient proposé les moyens les plus simples & les plus exacts d'éviter les erreurs; nous croyons seulement devoir répéter sur le dernier article : 1.° que l'exactitude dépend nécessairement de la sagacité des estimateurs, mais les auteurs du Projet, en leur traçant la méthode dont nous avons rendu compte, leur donnent les moyens d'éviter ou de reconnoître leurs erreurs. 2.° Que les détails que renferment ces Tables d'estimation, peuvent fournir des observations très-précieuses pour les

(g) Nous observerons de plus ici que la plupart des propriétaires ne font point, du moins dans la pratique, ce calcul des annuités, & qu'ainsi presque tous ceux dont le revenu échoit les premières années après l'établissement de l'impôt, perdroient à être imposés suivant la règle rigoureuse : mais c'est à l'Administration seulement à décider quels égards elle doit avoir à cette observation.

Adminiſtrateurs, pour les Propriétaires, & pour les hommes qui s'occupent de l'étude de l'Agriculture & de celle des Sciences phyſiques.

Quelque bien fait que puiſſe être le plan propoſé, quelque ſoin qu'on ait pris pour former dans la Province de bons arpenteurs & des eſtimateurs éclairés, il ſeroit impoſſible que la confection d'un Cadaſtre général n'exigeât beaucoup de temps, & qu'il ne fallût employer des ſommes conſidérables pour un ouvrage, dont les avantages ne ſeroient ſenſibles que lorſqu'il ſeroit achevé.

Ces conſidérations ont déterminé les auteurs du Projet à propoſer une méthode de faire partiellement le Cadaſtre, de manière à remédier peu-à-peu aux défauts de l'ancien, & à faire jouir, dès les premières années, les Paroiſſes les plus maltraitées, des avantages d'une impoſition plus régulière. La grande difficulté de ce Projet conſiſtoit à trouver une méthode approchée de connoître le taux de l'impôt, différente de la méthode rigoureuſe, qui conſiſte à diviſer la ſomme de l'impôt, par celle du produit impoſable, & qui exige par conſéquent que le travail des arpentages & des eſtimations ait été fait en entier.

En effet, ſi ce taux d'impoſition étoit connu à très-peu près, il ſuffiroit, pour rectifier le cadaſtre d'une paroiſſe, de faire les opérations néceſſaires pour fixer le produit impoſable ſur cette paroiſſe ſeule: on verroit par la ſomme de ce produit impoſable, l'impôt qu'elle doit payer; on le répartiroit avec égalité ſur les propriétaires, & la ſomme qu'elle payoit de trop, ſeroit répartie proportionnellement ſur le reſte des paroiſſes. Par ce moyen on ſoulageroit chaque année, parmi les Paroiſſes qui ſe plaignent, celles dont les plaintes paroiſſent le mieux fondées; & il arriveroit enfin un moment dans lequel toutes ou preſque toutes auroient demandé le cadaſtre, & où par conſéquent le cadaſtre entier ſeroit exécuté ſur la demande même des contribuables, & ſans leur cauſer l'inquiétude & la défiance que toutes les opérations

opérations de ce genre ne manquent guère d'exciter quand elles se font par voie d'autorité.

Il nous reste donc à examiner, 1.° le moyen de connoître par estimation, le taux de l'impôt; 2.° les effets que peut produire le rejet des sommes surimposées, sur la totalité de ceux qui n'auront pas encore le nouveau Cadastre; 3.° la manière de former un cadastre vraiment général après qu'il aura été exécuté partiellement sur la totalité des Paroisses.

Pour connoître à peu-près le taux de l'impôt, on propose de choisir, dans la province & dans chaque canton de la province, un certain nombre de Paroisses où se trouvent à peu-près les différentes espèces de terreins & de productions que renferme la province entière; & de choisir ces Paroisses parmi celles qu'on supposera ne payer qu'une imposition proportionnée à leur revenu. On croit pouvoir regarder comme n'étant point trop imposées les Paroisses qui ne se sont jamais plaintes du trop imposé, ou qui ne se sont plaintes que foiblement; qui n'ont demandé des secours que pour des accidens extraordinaires; où il n'y a point eu d'abandon de terres. On exclura de ce nombre celles qui ont été citées constamment par les Paroisses voisines, comme ayant été trop peu imposées; celles où les terres qui paroissent d'une valeur égale, sont vendues constamment beaucoup plus cher que dans les Paroisses voisines.

On prendra ces Paroisses dans différens cantons, parce que ces différences observées d'une Paroisse à l'autre ne naissent que de l'opinion commune établie dans le canton; & qu'ainsi sans cette précaution on pourroit se tromper beaucoup, s'il existoit des différences sensibles entre les cantons comme entre les Paroisses.

Le même moyen qui servira à distinguer les Paroisses où l'imposition peut être regardée comme assez exacte, servira à distinguer dans chaque Paroisse les fonds qu'on peut regarder comme bien imposés. Les prix des ventes, des fermes, les plaintes plus ou moins fréquentes donneront de même une assez grande probabilité. On choisira donc un certain nombre d'exemples dans lesquels on fera entrer un nombre à peu-près égal de terres de différentes productions, & un nombre à peu-près égal de terres de différent produit pour chaque genre de productions. On fera d'après les moyens que nous avons exposés, & avec les plus grands soins, l'estimation de ces terres; on en déduira le taux de l'impôt pour chacune, & on en formera un taux commun.

Mais les auteurs du Projet ont senti que pour former ce taux commun, il ne falloit pas ici prendre un milieu arithmétique entre les différens résultats. Pour que cette méthode fût bonne il faudroit que le taux fût à peu-près le même pour les différens cantons, pour les différentes productions & les différentes qualités de terreins destinés à chaque production.

C'est en comparant une terre, non avec les terres du même canton seulement, mais avec celles de la même espèce, du même degré, que s'est formée l'opinion sur l'exactitude de l'imposition; il seroit donc très-possible qu'il y eût dans l'état actuel, entre les différentes productions ou entre les différens degrés de terreins, des taux très-différens, comme entre des cantons fort éloignés. Il faut donc multiplier le taux de chaque espèce & de chaque degré dans chaque canton, par le nombre d'arpens de terres semblables qu'il est supposé contenir d'après une détermination approchée, dans laquelle il n'est pas nécessaire d'avoir une grande précision, & le diviser par la totalité; on aura par ce moyen le taux de chaque canton, & on formera ensuite par la même méthode un taux moyen entre les différens cantons.

Cette méthode nous paroît suffisamment exacte, pourvu qu'on ait soin, en prenant, d'après quelques exemples, le taux commun d'un degré, d'une espèce dans un même canton, d'écarter ceux qui s'éloigneroient trop des autres, & que dans ce cas on cherche à pénétrer la cause de cette différence, & à multiplier davantage les exemples.

D'autres recherches seroient inutiles; en effet, le premier fondement de l'opération est la possibilité de reconnoître qu'une Paroiſſe n'eſt pas trop impoſée par rapport à une Paroiſſe voiſine, que telle terre labourable de cette Paroiſſe ne l'eſt pas trop par rapport aux autres terres labourables à peu-près de la même nature, & c'eſt d'après des raiſons morales qu'on croit pouvoir admettre cette poſſibilité. On ſe croit donc aſſuré d'avance que le taux que l'on trouve approche du taux commun pour les propriétés ſemblables, quant aux lieux, à la production, à la valeur & à la poſition. Ainſi la méthode de former le taux commun qu'on propoſe ici, n'eſt ſuſceptible d'aucune objection fondée.

Il faut examiner maintenant les effets de l'opération faite ſucceſſivement, d'après ce taux eſtimé, en ſuppoſant d'abord qu'il eſt au-deſſus, & enſuite au-deſſous du taux réel: il eſt poſſible, juſqu'à un certain point, de former le taux, de manière qu'il ſoit à volonté au-deſſus, ou bien qu'il ſoit au-deſſous du taux réel; mais on ne peut en être abſolument ſûr, & d'ailleurs, plus on chercheroit à le rapprocher du taux réel, plus il deviendra incertain s'il eſt au-deſſus ou au-deſſous, & plus on voudra s'aſſurer de le fixer au-deſſus ou au-deſſous, plus on riſquera de s'éloigner du taux réel.

Suppoſons d'abord qu'il ſoit au-deſſus, il ſera aiſé d'en conclure que, puiſqu'on ne fait un nouveau Cadaſtre que pour les Paroiſſes qui ſe plaignent, à meſure que le Cadaſtre avancera, le nombre de Paroiſſes léſées diminuera, de manière que les plaintes pourront ceſſer long-temps avant la confection totale: ſuppoſons en effet cette erreur d'un cinquième, il eſt clair que lorſqu'on aura fait les deux tiers, par exemple, ce qui reſtera payera déjà un impôt moindre de deux cinquièmes que celui qu'il devoit payer, & par conſéquent, les terres de la partie cadaſtrée payeront le double de celles de la même valeur de la partie non cadaſtrée; il eſt donc vraiſemblable que dès-lors les plaintes auroient ceſſé, & qu'il faudroit faire enſuite le Cadaſtre ou d'une ſeule fois ou par parties, mais en rétabliſſant l'égalité entre les différentes parties cadaſtrées, à chaque opération nouvelle.

Suppoſons enſuite que ce taux eſtimé ſoit au-deſſous du taux réel, il résultera de ce qu'on rejette sur la totalité de ce qui reste à cadastrer, les sommes diminuées chaque année, il doit arriver un terme où toutes celles qui restent se plaindront à la fois : soit en effet encore l'erreur d'un cinquième, lorsque l'on aura fait les deux tiers, ce qui restera payera deux cinquièmes de plus, en sorte que l'imposition des Paroisses cadastrées sera à celles des Paroisses non cadastrées, dans le rapport de 4 à 7 : dans ce cas, les plaintes doivent devenir générales, il faudra donc alors faire le reste de l'opération à la fois, ou en l'achevant par parties, rejeter les diminutions, non plus sur les Paroisses non cadastrées, mais sur la totalité.

De ces deux méthodes, on préfère ici la première, 1.° parce qu'il paroît plus naturel de diminuer les surimpositions, à plusieurs reprises, que de les diminuer plus qu'il ne faut pour les augmenter ensuite : 2.° parce que la surcharge qui en résulte est plus petite, & ne peut s'étendre au-dessus de l'erreur commise dans l'estimation du taux de l'impôt.

Mais comme nous l'avons dit, lorsqu'on cherche à s'approcher du taux réel, il peut être impossible de répondre dans quel sens on s'en est écarté, c'est le résultat seul qui peut l'apprendre, & dès-lors, il faut être décidé d'avance sur la marche que l'on suivra, suivant la différence des évènemens *(h)*.

(h) On pourroit aussi, dans le cas où le vœu d'une province entière seroit pour la réforme d'un Cadastre, & dans un pays où les principes de ces opérations seroient plus connus des propriétaires qu'ils ne sont dans la plupart de nos provinces, suivre le plan que nous allons exposer. Supposons, par exemple, que l'on puisse faire chaque année les opérations du Cadastre pour la vingtième partie d'une province, & par conséquent faire toute l'opération en vingt ans ; on feroit l'opération sur un des vingt cantons la première année, sans rien changer à la somme fixe qu'il paye, & on auroit un taux d'imposition pour ce canton ; la deuxième année, on feroit la même opération sur un autre, on auroit un autre taux d'imposition, & on prendroit un taux commun, & ainsi de suite. Ce moyen est très-simple & ne peut avoir d'autre inconvénient que de rendre variable, pendant plusieurs années, le taux de l'imposition des cantons cadastrés, & de soulager moins promptement que celui qui est proposé ici, ceux qui ont été les plus lésés par une mauvaise répartition : mais il y a un grand nombre de circonstances où sa simplicité devroit le faire préférer.

Enfin, le temps employé à former ce Cadaſtre peut être aſſez grand pour que des révolutions dans le Commerce changent la valeur reſpective des terres; dans ce cas, une correction du Cadaſtre devient néceſſaire, mais cette opération n'eſt pas effrayante, elle ne demande de réviſion que pour les branches de culture, & les cantons qui ont pu éprouver ces révolutions, & des opérations arithmétiques pour tout le reſte; or, la forme méthodique donnée au Cadaſtre facilitera beaucoup ce travail.

Comme, ſuivant l'opinion de beaucoup d'hommes éclairés, un Cadaſtre ne doit pas être perpétuel, mais ſubir des changemens relatifs à ceux qu'éprouvent les proportions entre les produits des terres, il reſte encore un travail à faire, celui de rétablir l'ordre à meſure qu'il s'altérera. Nous obſerverons ſur cet objet, 1.° que le premier établiſſement étant fait, d'après une année commune, il faut, pour qu'une réforme, même dans une ſeule Paroiſſe, puiſſe être juſte, attendre un temps égal à celui qu'on a employé pour former cette année commune; ainſi, il ne pourroit ſe faire de changement dans une Paroiſſe qu'au bout de cè temps.

2.° Que les changemens qui néceſſiteroient une répartition nouvelle entre les différentes paroiſſes d'une Élection, ou dans la Province, doivent demander beaucoup plus de temps, & qu'ainſi, ces changements ne doivent ſe faire qu'à des époques plus éloignées.

3.° Enfin, qu'à l'aide de la méthode qu'on propoſe dans ce Projet, les changemens de répartitions pour différentes Paroiſſes, feront ſentir aiſément à des Adminiſtrateurs inſtruits, le moment où la diſproportion entre les Paroiſſes exigera une nouvelle répartition dans la totalité d'une Élection; & que celle-ci étant faite, on connoîtra de même quand celle de la province entière devra être corrigée: en ſorte que la manière d'exécuter le Cadaſtre que nous venons d'expoſer, eſt propre, non-ſeulement à approcher, autant qu'il eſt poſſible, d'une répartition exacte, mais encore à fournir des moyens faciles de réparer le désordre que le temps peut amener dans cette répartition.

Nous croyons devoir terminer ici notre Rapport; nous avons déjà observé que les points principaux sur lesquels nous devions donner notre avis, étoient, 1.° la manière d'arpenter, & nous l'avons trouvée conforme aux meilleurs principes de la Géométrie pratique: 2.° la manière de classer les terres, & nous l'avons jugée d'accord avec ce que nous a donné l'application du calcul à cette question, en observant seulement qu'il pourroit y avoir quelque avantage à multiplier les divisions, & à y conserver avec plus de régularité, des différences proportionnelles, mais en subordonnant toujours cette régularité au degré d'exactitude que permet l'erreur plus ou moins grande qu'on peut soupçonner dans l'estimation: 3.° la manière d'estimer les terres, & elle nous a paru réunir tous les moyens de porter de la précision dans cette opération, & sur-tout d'éviter les disproportions dans l'estimation des terres de même culture, & à peu-près de même valeur: 4.° enfin la manière de déterminer d'avance, & d'après des observations choisies, un taux d'imposition peu différent du véritable, & cette méthode nous a paru également être aussi exacte que l'exige la nature de ce travail. En effet, le résultat réel de cette opération se borne à diminuer l'imposition de ceux qui se plaignent; il faudroit que l'inexactitude fût très-grande pour qu'on pût craindre, non que cette inexactitude augmentât le désordre, mais qu'elle ne produisît un changement avantageux qu'avec trop de lenteur.

MÉMOIRE
SUR
LE PASSAGE DE MERCURE
PAR-DESSUS
LE DISQUE DU SOLEIL,
Obſervé le 12 Novembre 1782.

Par M. LE MONNIER.

A $2^h\ 58'\ 53''\frac{1}{2}$ de temps apparent, j'ai aperçu le diſque du Soleil altéré, en ſorte que la planète de Mercure a dû l'entamer 15 à 30 ſecondes plus tôt: ma lunette acromatique de dix pieds, étoit, en ces momens de calme, très-ſtable, l'ayant diſpoſée d'ailleurs à l'abri des agitations que le vent y auroit pu cauſer. 16 Novemb. 1782.

A $3^h\ 1'\ 48''$, entrée totale de Mercure, vulgairement nommé *contact interne des deux diſques:* je l'avois eſtimée $7''\frac{1}{2}$ ou $10''$ plus tôt, la circonférence du Soleil, quoique ondoyante, paroiſſant bien terminée; d'autant que le Ciel étoit généralement fort ſerein à l'endroit où l'on voyoit le Soleil.

A $3^h\ 6'\ 30''$ Mercure paroiſſoit $0^d\ 14'\ 22''$ éloigné du vertical oriental paſſant par le bord du Soleil: lunette de 8 pieds ou environ.

3. 09. $22\frac{1}{2}$.................. $0^d\ 14'\ 46''$
3. 12. 10.................. 0. 15. $13\frac{1}{2}$ ou $14''$.

J'ai meſuré à $3^h\ 40'$ la diſtance de Mercure au bord le plus proche, avec mon micromètre adapté à ſa lunette ordinaire de huit pieds, & je l'ai trouvée de 33 ſecondes: j'ai encore meſuré la même diſtance apparente de 33 ſecondes, environ 10 minutes après, & j'ai préféré la première diſtance obſervée, outre que le Soleil s'étoit moins approché pour lors de l'horizon. Si on ſuppoſe pour ce jour-là, le diamètre du Soleil de $32' \; 27''$, on auroit $15' \; 40$ à $41''$ pour la plus courte diſtance apparente de Mercure au Soleil pendant ſa traverſée ſur le diſque, & cela dans la partie boréale, ſuppoſé qu'il n'y eût pas de décompoſition de rayons.

On voyoit d'ailleurs autour de Mercure, une atmoſphère auſſi diſtincte au moins & auſſi étendue que celle d'une facule qui environnoit la plus groſſe des trois taches qu'on diſtinguoit ſur le diſque au nord-oueſt; ſavoir, dans la lunette acromatique qui renverſe les objets. Je trouve encore ſur mes regiſtres, les diſtances ſuivantes priſes dans des cercles verticaux entre le bord oriental du Soleil & Mercure.

A $3^h \; 15' \; 42'' \frac{1}{2}$.......	$0^d \; 15' \; 39'' \frac{1}{2}$	on en pourroit conclure, en interpolant, qu'à $3^h \; 18' \; 35''$, les centres du Soleil & de Mercure étoient dans un même vertical apparent.
$3. \; 21. \; 25$ ou $27'' \frac{1}{2}$..	$0. \; 16. \; 29.$	
$3. \; 25. \; 40$.........	$0. \; 16. \; 53.$	

Les bords du Soleil étant devenus trop ondoyans, j'ai abandonné l'obſervation de la ſortie de Mercure, préférant les précédentes obſervations, y compris celles de l'entrée, à une traverſée trop incertaine, puiſque la ſortie s'eſt faite environ 18 minutes avant le coucher du Soleil, c'eſt-à-dire, à $4^h \; 19'$.

Les Tables de Halley donnent à $3^h \; 0' \; 12'' \frac{1}{2}$, temps apparent de l'entrée du centre, la longitude héliocentrique de Mercure, $1^f \; 20^d \; 9' \; 43'' \frac{1}{2}$, & géocentrique, $7^f \; 20^d \; 16' \; 45''$, avec une latitude dans ces deux cas de $31' \; 2''$, & $14' \; 20''$ boréale; les mêmes Tables donnent auſſi le lieu du Soleil, $7^f \; 20^d \; 22' \; 47''$, & celles de l'Aſtronomie nautique $40''$ plus avancé: ſoient les rapports des diſtances au Soleil, comme 99868 à 3132.

Pour comparer les Tables à l'obſervation, il ſeroit néceſſaire d'entrer dans quelques légères corrections poſtérieures données en 1723, par Halley, aux élémens de ſes Tables; comme auſſi à l'inégale préceſſion de l'équinoxe, laquelle étant preſque nulle, le nœud rétrograde de la Lune étant

à 5^d

à 5^d de ♈, doit être en ce cas négligeable. On doit négliger aussi dans cette recherche, la différence des aberrations du Soleil & de Mercure, puisqu'on n'apercevoit en effet aucuns rayons provenant de cette Planète; mais il faut avoir égard à leur différence de parallaxe, savoir de 2",51 en longitude, & de 2",56 en latitude.

ADDITIONS

NOUS avons reçu d'Amérique la durée observée à New-Cambrige, puisqu'on la peut déduire des observations suivantes. A $10^h\,06'\,00''$ de temps apparent, contact externe ou première apparence du disque du Soleil entamé; & à $10^h\,12'\,07''$ contact interne ou premier filet de lumière entre le disque noir & la circonférence du Soleil dont ce disque se détachoit; le même contact interne à la sortie, a paru se faire à $11^h\,23'\,08''$, le Soleil & Mercure paroissant bien terminés dans leur circonférence, les Observateurs ne s'apercevant d'aucune ondulation, semblent juger de l'instant de ce contact à 4 ou 5" près. A $11^h\,29'\,19''$, sortie totale; ils prétendent que Mercure, en entrant & en sortant, paroissoit sous une forme ovale ou elliptique, effet qui leur a paru néanmoins plus sensible lors de l'entrée qu'à la sortie; il y a eu aussi 8 à 9" d'incertitude aux phases de l'entrée, les bords du Soleil étant un peu ondoyans; le diamètre horizontal du Soleil mesuré, étoit 32' 21",85, & celui de Mercure, 9",25 : à $10^h\,47'$ de temps apparent, la moindre distance des bords du Soleil & de Mercure, étoit 22",6, & on a trouvé encore la même distance à $10^h\,48'\frac{1}{2}$. La latitude de New-Cambrige, peut être ici adoptée de $42^d\,25'$; mais la longitude est moindre que $4^h\,54'$, d'environ une demi-minute; savoir, à l'ouest du Méridien de Paris.

MÉMOIRE
SUR LES COURANS D'AIR
EN SENS OPPOSÉS,

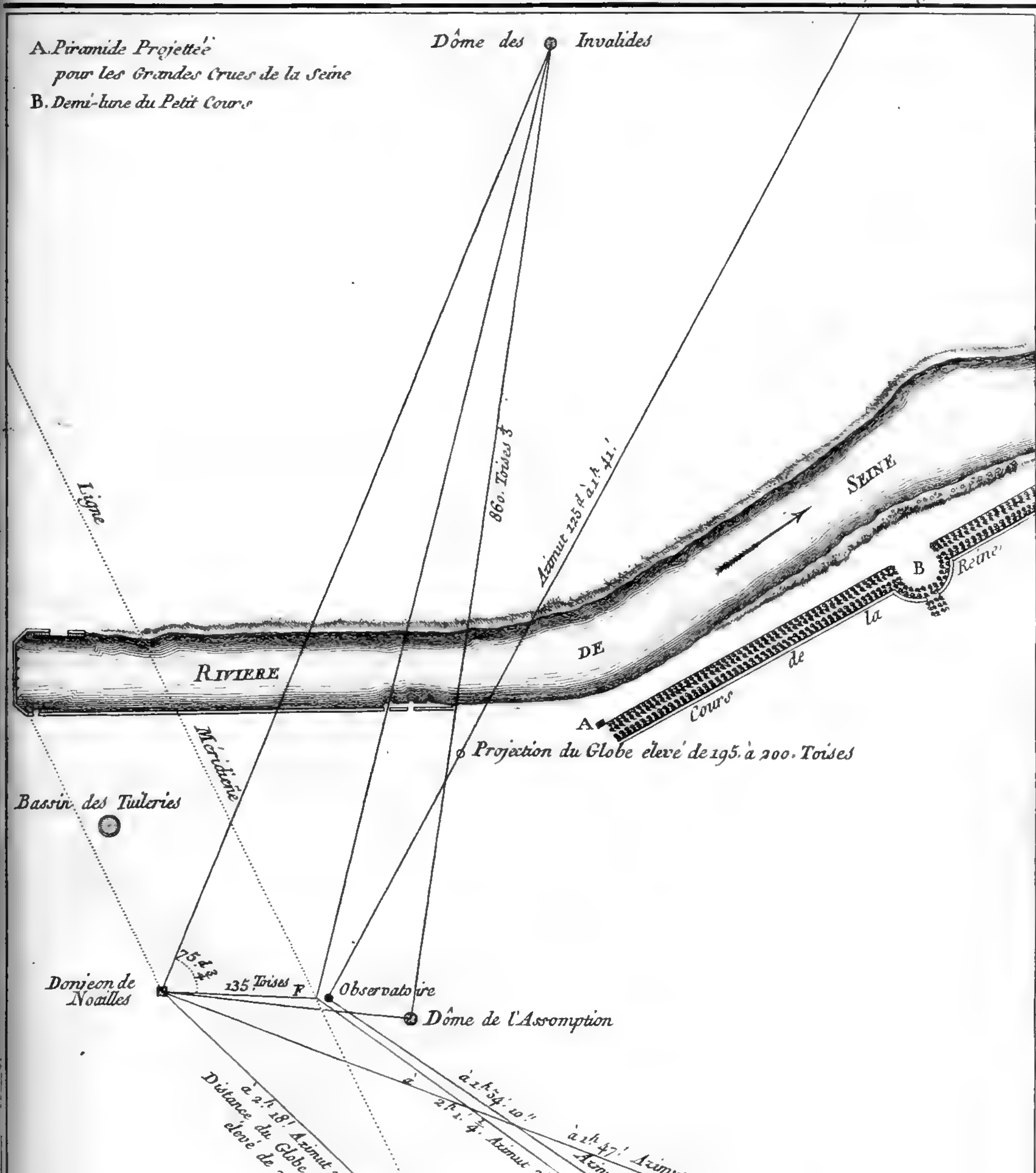
A l'occasion des Aérostats observés le 1.er Décembre 1783.

Par M. LE MONNIER.

LE premier Globe qu'on a vu partir du bassin des Tuileries, s'est élevé fort vîte & presque perpendiculairement; mais à sa plus grande hauteur il n'a pu parvenir jusqu'au zénith de mon Observatoire, ni jusqu'au Méridien du dôme de l'Assomption. Vu dans la lunette, il paroissoit de la grosseur ordinaire des Planètes, lors de sa plus grande élévation; & environ 50 minutes après son départ, il est retombé aux environs du château de Vincennes, d'où l'on voit que les courans d'en bas, formés sur la Seine & par le vent de sud-est, ont été remplacés par un courant plus élevé & en sens contraire.

Le second globe, ou aérostat, n'a pas monté, tout le temps que nous l'avons aperçu, à plus de 200 toises: il a d'abord suivi, à cause du courant sur la Seine, une direction composée, & bientôt il a obéi au vent du sud-est, tant qu'il n'a pas monté plus haut que les 200 toises. A $1^h 40'$ du soir, sa hauteur apparente 28 degrés $\frac{1}{3}$, & l'azimut du nord à l'ouest 115 degrés: environ une minute d'heure après, sa hauteur 33 degrés $\frac{1}{3}$, azimut 110 degrés.

Sur le donjeon de l'hôtel de Noailles, M.rs Rochon & Méchain ont aperçu à $1^h 47'$, sa hauteur $20^d 47'$, l'azimut 89 degrés $\frac{1}{2}$; & comme j'étois à une station plus basse, je l'ai vu élevé, à $1^h 50' \frac{3}{4}$, de 21 degrés au moins, mais au même


A. Piramide Projettée
pour les Grandes Crues de la Seine
B. Demi-lune du Petit Cours
Dôme des Invalides
860. Toises $\frac{3}{4}$
Azimut 125^d à 1^h 41'.
Ligne
Méridiene
Seine
DE
Riviere
Reine
la
de
Cours
A
B
Projection du Globe elevé de 195. à 200. Toises
Bassin des Tuileries
Donjeon de Noailles
75.$^d \frac{3}{4}$
135 Toises
F
Observatoire
Dôme de l'Assomption
à 2^h 18' Azimut 20$^d \frac{1}{4}$
Distance du Globe 4008 Toises
elevé de 252. Toises
à 2^h 1' $\frac{1}{4}$ Azimut 28.$^d \frac{3}{4}$
à 1^h 54' 10" Azimut 29.$^d \frac{3}{4}$
à 1^h 47' Azimut 41.$^d \frac{1}{5}$
Nord
le Globe plus elevé 270 Toises

Y. le G. sculp.

inſtant 16 degrés à l'hôtel de Noailles, avec un azimut de 97 degrés, à compter du ſud.

A	$1^h\ 52'\frac{1}{3}$,	hauteur	$15^d\ 50'\frac{1}{2}$,	azimut du Nord.	
	1. $54\frac{1}{6}$		11. 44.	$29^d\frac{2}{3}$.	

Au donjeon de Noailles	$1^d\ 52'\frac{3}{4}$	hauteur	$12^d\ 10'$	azimut	$99^d\frac{2}{3}$
	1. 55.		9. 20.		$100\frac{1}{4}$
	1. 57.		9. 10.		102
	2. 02.		7. 10.		$105\frac{3}{4}$
	2. 03.		6. 10.		107

On a perdu de vue l'Aréoſtat à $2^h\ 18'$, lorſqu'à peine élevé de $3^d\ 35'$ & 169 degrés $\frac{3}{4}$ d'azimut, il étoit éloigné d'environ 4000 toiſes.

OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 17 OCTOBRE 1781,

Faite à Paris, de la Guérite du Collége de Louis-le-Grand.

Par M. MESSIER.

J'AVOIS reconnu que de l'Obſervatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny, il ne ſeroit pas poſſible d'y obſerver toute la durée de l'Éclipſe, à cauſe des maiſons trop élevées, je changeai donc de lieu, & je choiſis la guérite du collége de Louis-le-Grand, que je connoiſſois déjà pour y avoir fait pluſieurs obſervations dans des circonſtances ſemblables; de cette guérite très-élevée, l'on découvre tout l'horizon.

Le 16 Octobre au matin, je fis porter au collége de Louis-le-Grand, une pendule à ſecondes, qui fut réglée ſur celle de mon obſervatoire, par des ſignaux donnés le 16 vers midi, & le 17, peu de minutes après la fin de l'Éclipſe & à midi: la marche de la pendule de mon obſervatoire étoit connue par des hauteurs correſpondantes du Soleil, priſes le 10 Octobre & le 17, jour de l'Éclipſe, ainſi que par les midis obſervés à un inſtrument des paſſages le 16 & le 17.

Ma grande lunette acromatique de 40 pouces de foyer, à grande ouverture, garnie de ſon micromètre à fils, que j'avois fait porter, étoit placée ſur une table de bois de chêne très-ſolide, & dirigée à une des croiſées qui donnoient au levant, de laquelle je devois voir toute la durée de l'Éclipſe.

Le 17, jour de l'Éclipſe, le ciel étoit couvert à l'horizon, d'un brouillard ſi épais qu'il ne fut pas poſſible de voir le Soleil à ſon lever, il ne parut que pluſieurs minutes après &

foiblement à travers le brouillard; mais en s'élevant davantage il se dégageoit du brouillard, & vers la fin de l'Éclipse, le Soleil paroissoit comme dégagé en grande partie, & bien terminé; les taches qui étoient sur son disque, très-apparentes. Aussitôt que je vis le Soleil à travers le brouillard, j'aperçus que l'Éclipse étoit déjà commencée; je m'occupai à mesurer sa grandeur, au moyen du micromètre à fils qui étoit adapté à la lunette, & qu'on pouvoit incliner dans tous les sens; je mesurai la distance des cornes & la partie restante éclairée du Soleil: voici la Table de ces observations.

TABLE des déterminations de la grandeur de l'Éclipse.

TEMPS VRAI.	PARTIE éclairée du SOLEIL.	DIST. des CORNES.	PHASES de l'ÉCLIPSE observées.
H. M. S.	*M. S.*	*M. S.*	
7. 11. 38	....	....	Le ☉ paroît à travers le br.
7. 15. 10	25. 52	....	Partie restante éclairée du ☉
7. 17. 7	....	20. 7	Distance des cornes.
7. 19. 3	23. 59	....	Partie éclairée du Soleil.
7. 20. 22	....	22. 0	Distance des cornes.
7. 22. 4	22. 55	....	Parte éclairée.
7. 23. 29	....	22. 39	Distance des cornes.
7. 25. 32	22. 0	....	Partie éclairée.
7. 26. 27	....	23. 18	Distance des cornes.
7. 27. 58	21. 23	....	Partie éclairée.
7. 30. 7	....	24. 11	Distance des cornes.
7. 31. 40	20. 51	....	Partie éclairée.
7. 33. 19	....	24. 59	Distance des cornes.
7. 35. 8	20. 12	....	Partie éclairée.
7. 36. 54	....	25. 11	Distance des cornes.
7. 38. 32	19. 52	....	Partie éclairée.
7. 40. 7	....	25. 29	Distance des cornes.
7. 41. 29	19. 40	....	Partie éclairée.
7. 43. 34	....	25. 35	Distance des cornes.
7. 45. 36	19. 31	....	Partie éclairée.
7. 47. 10	....	25. 30	Distance des cornes.

Suite de la Table des Déterminations, &c.

TEMPS VRAI. H. M. S.	PARTIE éclairée du SOLEIL. M. S.	DIST. des CORNES. M. S.	PHASES de l'ÉCLIPSE observées.
7. 49. 10	19. 45	....	Partie éclairée.
7. 50. 48	....	25. 24	Distance des cornes.
7. 52. 26	20. 3	....	Partie éclairée.
7. 54. 36	....	25. 18	Distance des cornes.
7. 58. 32	20. 51	....	Partie éclairée.
8. 0. 35	....	24. 18	Distance des cornes.
8. 4. 21	22. 0	....	Partie éclairée.
8. 6. 14	....	23. 3	Distance des cornes.
8. 10. 15	23. 43	....	Partie éclairée.
8. 12. 9	....	21. 22	Distance des cornes.
8. 14. 13	25. 0	....	Partie éclairée.
8. 15. 41	....	19. 53	Distance des cornes.
8. 17. 23	26. 9	....	Partie éclairée.
8. 18. 55	....	18. 5	Distance des cornes.
8. 20. 34	27. 11	....	Partie éclairée.
8. 22. 11	....	16. 30	Distance des cornes.
8. 23. 47	28. 34	....	Partie éclairée.
8. 25. 27	....	14. 19	Distance des cornes.
8. 26. 59	29. 41	....	Partie éclairée.
8. 28. 49	....	10. 58	Distance des cornes.
8. 30. 8	30. 55	....	Partie éclairée.
8. 32. 48½	31. 21½	....	Point du limbe du Soleil où a fini l'Éclipse, à gauche du fil horaire du micromètre, & près du bord inférieur ; supérieur dans la lunette qui renversoit ; cette fin est précise à une seconde près ; il y avoit peu de brouillard ; le Ciel beau ; & le Soleil bien terminé.

A 8 heures 34 minutes de temps vrai, je mesurai trois fois le diamètre du Soleil, suivant son parallèle, les trois diamètres s'accordèrent à donner 1913 parties du micromètre, qui répondent à 32 minutes 4 secondes.

Ayant communiqué mon observation de l'éclipse du Soleil à M. Cagnoli *(a)*, il en a déduit les résultats suivans qu'il m'a communiqués, & que je rapporte ici à la suite de mon observation; il avoit pris dans mes déterminations quatre observations & la fin de l'Éclipse, qu'il a soumis au calcul: les voici.

TEMPS VRAI des OBSERVATIONS.	PARTIES mesurées de l'ÉCLIPSE.	PHASES OBSERVÉES.
H. M. S.	*M. S.*	
7. 17. 7 *A*	20. 7	Distances des cornes.
7. 31. 40 *B*	20. 51	Partie éclairée du Soleil.
7. 45. 36 *C*	19. 31	Partie éclairée.
8. 10. 15 *D*	23. 43	Partie éclairée.
8. 32. 48 $\frac{1}{2}$	....	Fin de l'Éclipse.

« Je me suis appliqué (c'est M. Cagnoli qui parle) en premier lieu, à chercher l'erreur des Tables en latitude; la « plus grande phase *(C)* m'a donné — 5',3 ; les deux parties « éclairées *(B, D)* qui sont à peu de distance, avant & après « le milieu de l'Éclipse, m'ont donné — 6",8 : il règne un « parfait accord entre ces deux phases, car chacune, discutée « séparément, m'a donné la même erreur, à deux dixièmes « de seconde près: j'ai cru donc pouvoir adopter pour l'erreur « des Tables assez bien constatée — 6 secondes; j'entends « par le signe —, que la latitude des Tables est plus petite « de 6 secondes que la latitude observée. «

En employant cette correction, la fin de l'Éclipse m'a «

(a) M. Cagnoli qui depuis plusieurs années donne des preuves du zèle qu'il a pour l'Astronomie, s'est procuré, à grands frais, les meilleurs instrumens, & a fait construire un observatoire à Paris, rue des Boucheries-Saint-Honoré, dans lequel il observe.

» donné + 13 secondes pour l'erreur des Tables en longitude:
» pour la confirmation de cette erreur j'ai choisi une distance
» des cornes *(A)* entre les premières qui ont été observées;
» celle-ci m'a donné + 12",6.

» Pour parvenir à l'accord de tous ces calculs, j'ai été obligé
» de réduire à 3 secondes seulement la correction de l'inflexion
» des rayons, & de la supprimer tout-à-fait dans le calcul de
» la distance des cornes; comme aussi d'employer la dimi-
» nution de 3 secondes $\frac{1}{2}$ sur le demi-diamètre du Soleil, pour
» la fin de l'Eclipse & pour la distance des cornes, mais non
» pas pour le calcul des parties éclairées.

» J'ai déduit la conjonction vraie observée le 16 Octobre
» à $21^h\ 4'\ 0''$, temps moyen; ou $21^h\ 18'\ 39''$, temps vrai:
» la longitude du Soleil & de la Lune observée au même
» instant, $6^s\ 24^d\ 21'\ 16''$; & la latitude boréale de la Lune,
» *6' 11",5*.

» Les distances des centres ont été calculées par la méthode
» des angles parallactiques, je l'ai préférée parce qu'elle donne
» avec précision deux élémens utiles, sans les chercher exprès;
» l'un est la hauteur de la Lune pour augmenter son diamètre,
» l'autre est l'inclinaison de la ligne des centres à la verticale,
» ce qui étoit essentiel à cause du peu de hauteur du Soleil
» & de la Lune: pour tenir compte de l'accourcissement pro-
» duit par les réfractions, j'ai mis tout le scrupule possible dans
» cette correction, en y faisant entrer aussi l'état de l'atmo-
» sphère; j'ai comparé les phases au diamètre du Soleil observé
» par M. Messier, le même jour; j'ai employé la latitude &
» la longitude du collége de Louis-le-Grand, d'où il a fait
» l'observation; & pour plus d'exactitude j'ai calculé la diffé-
» rence de hauteur & d'azimut, en résolvant les triangles,
» par la trigonométrie sphérique, dans le cas où la différence
» des longitudes vraies, surpasseroit 45 minutes.

» Les Tables dont je me suis servi, sont celles qui se trou-
» vent dans le premier volume de l'Astronomie de M. de
» la Lande, seconde édition.

» Si on emploie les corrections indiquées par M. Mason,
pour

pour le lieu de la Lune, l'erreur des Tables en longitude « se réduit à + 2 secondes, & celui en latitude à — 2",5: « la première disparoîtroit probablement si les équations étoient « calculées en décimales de secondes; car ayant calculé deux « lieux de la Lune à 1^h $30'$ de distance, j'ai trouvé la diffé- « rence des deux longitudes d'environ 5 secondes plus grande « que ce qu'elle devroit être par le mouvement horaire. «

Pour faire quelque application de ces résultats, j'ai cherché « la différence des méridiens entre l'Observatoire royal de Paris « & les lieux ci-après, où la fin de cette Éclipse a été observée. «

La première observation se trouve annoncée & calculée « dans les Éphémérides de Milan, de l'année 1783; il est « vrai que la conjonction & l'erreur des Tables conclues dans « ces Ephémérides, ne s'accordent pas à beaucoup près avec « mes résultats; mais comme les lieux de la Lune & du Soleil, « qu'on a employés dans ces calculs, diffèrent, le premier « d'environ 1 minute, & le second de 16 secondes, des « Éphémérides même de Milan, pour l'année 1781, il est « évident qu'il s'est glissé quelque erreur dans ces élémens. «

L'observation de Padoue m'a été envoyée par M. Toaldo, « Professeur d'Astronomie dans cette Université; toutes les « autres m'ont été communiquées par M. de la Lande ».

TABLE de la différence des Méridiens.

LIEUX.	OBSERVATEURS.	FIN de l'ÉCLIPSE, temps vrai.	LATITUD. des LIEUX.	DIFFÉR. des MÉRID. en temps.
		H. M. S.	D. M. S.	H. M. S.
A Milan.....	Par M. l'abbé Oriani....	21. 4. 57	45. 27. 57	0. 27. 32.
A Padoue....	Par M. l'abbé Toaldo...	21. 15. 53	45. 23. 40	0. 37. 56.
A Rome.....	Par M. l'abbé Calandrelli.	21. 22. 54½	41. 53. 25	0. 40. 33½.
A Dantzich...	Par M. Volff.........	21. 26. 36	54. 22. 23	1. 5. 25.
A Utrecht....	Par M. Hennert......	20. 40. 9	52. 5. 0	0. 11. 19.
A Bude.....	Par M. l'abbé Weiss....	21. 42. 35	47. 29. 44	1. 7. 1.
A Menomonté.	Méridien de Florence...			
	Par M. l'abbé Ximenès..	21. 15. 45	43. 42. 53	0. 35. 54.

OBSERVATION
DU PASSAGE DE MERCURE
SUR
LE DISQUE DU SOLEIL,
Le 12 Novembre 1782.
Faite à Paris, à l'Obſervatoire de la Marine.

Par M. MESSIER.

L'ACCIDENT qui m'étoit arrivé le 6 Novembre 1781, par une chute effroyable, m'avoit mis hors d'état de continuer mes obſervations; je ne pus les reprendre qu'au mois de Novembre 1782, lors de l'obſervation de ce paſſage de Mercure ſur le Soleil; ce qui fait une lacune dans mes Journaux d'obſervations, d'un an & ſix jours.

Comme je n'avois pas encore toute la force néceſſaire pour pouvoir manier & préparer mes inſtrumens pour l'obſervation de ce paſſage, M. de la Lande voulut bien me donner un de ſes Élèves, M. le François, pour me ſeconder dans cette obſervation.

Les 10 & 11 Novembre, le ciel fut très-mauvais, il tomba de la neige & de la pluie pendant ces deux jours, ce qui avoit ôté preſque toute eſpérance de pouvoir obſerver le paſſage de Mercure. Le 11, dans l'après-midi, le ciel devint aſſez beau, le Soleil parut, & j'en profitai pour placer ma lunette acromatique à grande ouverture, dans le plan du Méridien, & de manière à pouvoir ſuivre le Soleil, de mon obſervatoire, le plus long-temps poſſible, ſans eſpérer cependant de pouvoir obſerver la ſortie de Mercure: je laiſſai cette lunette ainſi diſpoſée, pour faire l'obſervation du lendemain, au cas que le ciel le permît.

Le ciel ſe découvrit la nuit du 11 au 12, & la journée du 12 fut très-belle; je pris des hauteurs correſpondantes du Soleil, le matin & le ſoir; j'obſervai le midi à un inſtrument des paſſages, ſolidement placé dans le plan du Méridien; je continuai à obſerver avec cet inſtrument les midis du 13 & du 14 Novembre, le 14 je pris encore des hauteurs correſpondantes du Soleil: ces obſervations me donnèrent exactement la marche de la pendule qui étoit réglée ſur le mouvement des fixes.

Le 12, après avoir obſervé le midi, j'examinai le Soleil avec la lunette acromatique, j'y vis pluſieurs taches ſur ſon diſque, & je déterminai leurs poſitions au moyen du micromètre adapté à la lunette: voici les obſervations,

TEMPS à la PENDULE.	DIFFÉR. de DÉCLIN.	DÉTAILS DU PASSAGE DES TACHES.
$15^h\ 16'\ 20''$	....	Paſſage du premier bord du Soleil au fil horaire du micromètre.
15. 16. $45\frac{1}{2}$	$18'\ 40''$	Paſſage d'une tache, *n.° 1*, au midi du bord boréal du Soleil.
15. 17. 1	15. 52	Paſſage, tache *n.° 2*.
15. 17. 57	22. 54	Paſſage, tache *n.° 3*.
15. 18. $13\frac{1}{2}$	25. 12	Paſſage, tache *n.° 4*.
15. 18. $17\frac{1}{2}$	16. 51	Paſſage, tache *n.° 5*.
15. 18. 37	....	Paſſage du ſecond bord du Soleil au même fil horaire.

La tache, *n.° 1*, étoit petite, ainſi que le *n.° 4*; les *n.os 2, 3 & 5*, étoient aſſez grandes.

Le ciel parfaitement beau le 12, l'après-midi; pour l'obſervation de Mercure, j'avois diſpoſé le micromètre de la lunette, de manière que l'un de ſes fils m'indiquoit le point du limbe du Soleil où Mercure devoit commencer à entrer ſur ſon diſque, le Soleil étoit bien terminé, & la lunette ne groſſiſſoit que quarante fois environ le diamètre de l'objet; j'avois préféré ce grossissement à un plus fort, pour obtenir plus de distinction & de netteté dans les bords du Soleil & de la Planète; j'en avois déjà reconnu l'avantage dans le passage de Vénus sur le Soleil en 1769. En employant un grossissement beaucoup plus fort, j'aurois augmenté les vapeurs de l'horizon, & j'aurois perdu en grande partie, la distinction de l'objet.

Sept à huit minutes avant l'entrée de Mercure au bord du Soleil, j'avois fait compter à la pendule, tandis que j'avois l'œil à la lunette, dirigé vers le point du limbe du Soleil où Mercure devoit entrer, qui étoit à 12 degrés environ du vertical: je vis enfin Mercure qui commençoit à échancrer le bord du Soleil, au point du limbe où je l'attendois, à $18^h\ 3'\ 22''$ de la pendule, ce qui répond à $2^h\ 58'\ 45''\frac{1}{2}$ de temps vrai; cette observation fut précise: j'estimai l'entrée du centre à $3^h\ 1'\ 26''\frac{1}{4}$; à $3^h\ 4'\ 12''\frac{3}{4}$, le second bord de Mercure parut, mais touchoit encore le bord intérieur du Soleil; à $3^h\ 4'\ 34''\frac{3}{4}$, le second bord de Mercure étoit détaché de celui du Soleil, on apercevoit un filet de lumière très-délié entre les deux disques. Je mesurai ensuite, avec le micromètre, la distance du point du limbe du Soleil où Mercure étoit entré; je trouvai $3'\ 30''$ au-dessous du bord boréal du Soleil, suivant le parallèle de cet Astre, & $3'\ 19''$ pour le point du limbe où le second bord de Mercure avoit commencé à quitter celui du Soleil, pour son entrée totale.

Pendant que Mercure fut sur le Soleil, je l'observai de cinq minutes en cinq minutes environ, pour avoir sa position, en prenant des différences de passages entre le centre de Mercure & le bord du Soleil, au fil horaire du micromètre; & pour la déclinaison de Mercure, des différences entre la Planète & le bord boréal du Soleil, perpendiculairement à son parallèle. Voici la Table de ces observations.

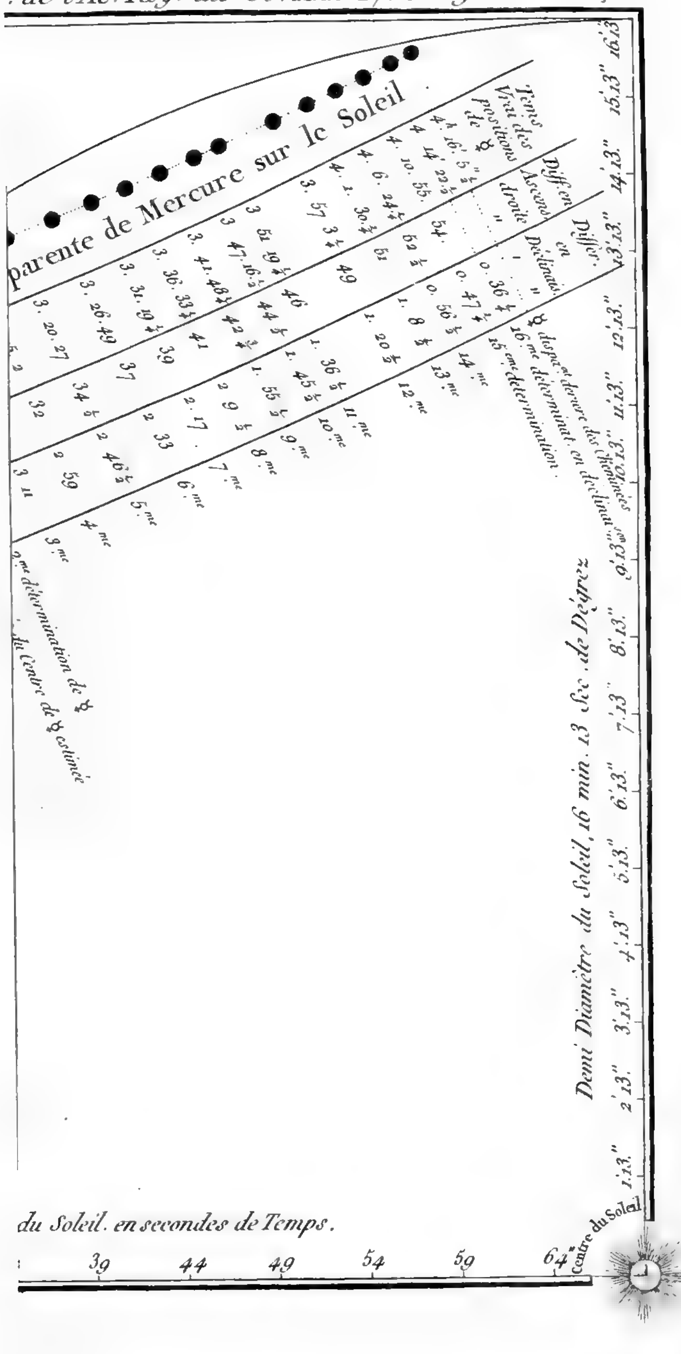
TABLE des pofitiens de Mercure fur le Soleil.

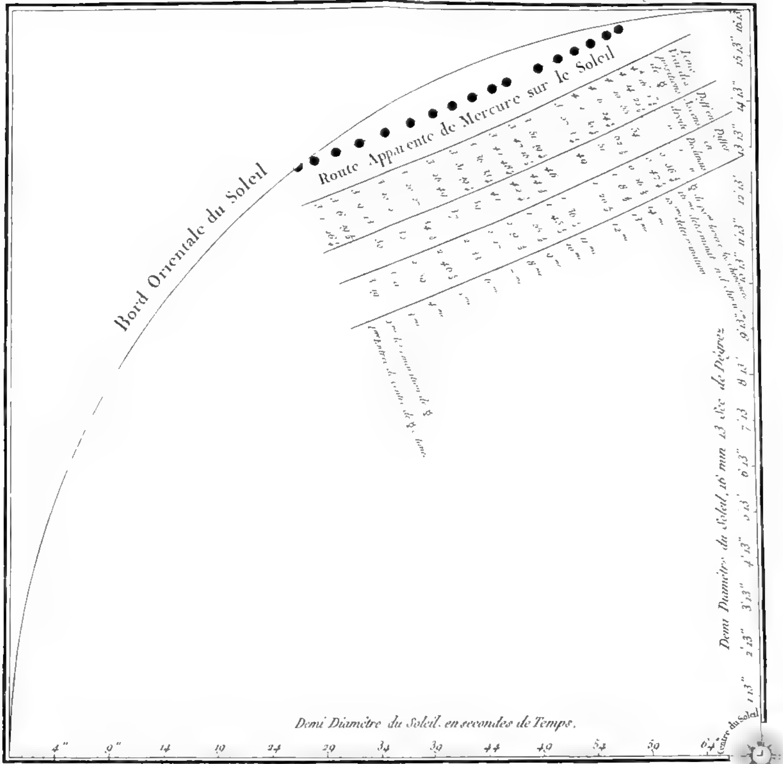
DÉTAILS des OBSERVATIONS.	TEMPS VRAI des paffages de MERCURE au fil horaire.	TEMPS à la pend. des paff. du SOLEIL & de MERCURE.	DIFFÉR. de paffages à la PEND.	DIFFÉR. de déclin. entre le SOLEIL & MERC.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.
1.er bord ☿ au bord du ☉.	2. 58. 45 ½	18. 3. 22	. . . . . .	3. 30.
2d bord de ☿ entré.	3. 4. 34 ¾	18. 9. 12	. . . . . .	3. 19.
1er bord ☉ au fil horaire.	. . . .	18. 12. 3 ½		
Centre de ☿ au même fil. .	3. 9. 13	18. 13. 51	0. 30	3. 11.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 14. 21		
☿ au fil horaire.	3. 15. 2	18. 19. 41	0. 32	2. 59.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 20. 13		
☿ au fil horaire.	3. 20. 27	18. 25. 7	0. 34 ½	2. 46 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 25. 41 ½		
☿ au fil horaire.	3. 26. 49	18. 31. 30	0. 37	2. 33.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 32. 7		
☿ au fil horaire.	3. 31. 19 ¼	18. 36. 1	0. 39	2. 17.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 36. 40		
☿ au fil horaire.	3. 36. 33 ¼	18. 41. 16	0. 41	2. 9 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 41. 57		
☿ au fil horaire.	3. 41. 48 ¼	18. 46. 32	0. 42 ¾	1. 55 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 47. 14 ¾		
☿ au fil horaire.	3. 47. 16 ½	18. 52. 1	0. 44 ½	1. 45 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 52. 45 ½		
☿ au fil horaire.	3. 51. 19 ¼	18. 56. 4 ½	0. 46	1. 36 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	18. 56. 50 ½		
☿ au fil horaire.	3. 57. 3 ¼	19. 1. 49 ½	0. 49	2. 20 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	19. 2. 38 ½		
☿ au fil horaire.	4. 1. 30 ¼	19. 6. 17	0. 51	1. 8 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	19. 7. 8		
☿ au fil horaire.	4. 6. 24 ¼	19. 11. 5	0. 52 ½	0. 56 ½.
2d bord du Soleil.	. . . .	19. 11. 57 ½		
☿ au fi horaire.	4. 10. 55	19. 15. 43 ½	0. 54	0. 47 ¼.
2d bord du Soleil.	. . . .	19. 16. 37 ½		
☿ au fil horaire.	4. 14. 22 ½	19. 19. 11 ½	. . . . . .	0. 36 ¼.
☿ fe perd, cheminée. . .	4. 16. 5 ½			

Vers $3^h\ 15'$ de temps vrai, je mefurai le diamètre du Soleil fuivant fon cercle horaire, je le trouvai de $32'\ 26''$.

Pendant que Mercure étoit ſur le Soleil, je comparai ſon diamètre apparent à l'épaiſſeur d'un des fils du micromètre; l'épaiſſeur de ce fil fut meſuré enſuite, & donna pour le diamètre de Mercure, 12 à 13".

La Planche qui ſuit, repréſente la route apparente qui a été obſervée, de Mercure ſur le Soleil; la Table qui y eſt jointe, contient les poſitions de Mercure: on voit dans la première colonne, les temps vrais de chaque détermination; dans la ſeconde, la différence de paſſage en temps de la pendule, entre le ſecond bord du Soleil & le centre de Mercure; & dans la troiſième colonne, les différences de déclinaiſon entre le bord boréal du Soleil ſuivant ſon parallèle & le centre de la Planète, les parties du micromètre ayant été réduites en minutes & ſecondes de grand cercle.


parente de Mercure sur le Soleil
Tems Vrai des positions de ☿
Diff. en Ascens. droite
Diff. en Déclinais.
Demi Diamètre du Soleil, 16 min. 13 Sec. de Degrez
du Soleil. en secondes de Temps.
39
44
49
54
59
64"
Centre du Soleil
1'13"
2'13"
3'13"
4'13"
5'13"
6'13"
7'13"
8'13"
9'13"
10'13"
11'13"
12'13"
13'13"
14'13"
15'13"
16'13"
2.me détermination de ☿
du Centre de ☿ estimée



Gravé par Y. le Gouaze, d'après le Dessin de M. Messier.

OBSERVATION

DU PASSAGE DE MERCURE SUR LE SOLEIL,

FAITE À L'OBSERVATOIRE ROYAL DE PARIS,

Le 12 Novembre 1782.

Par M. CASSINI fils.

MRS Vallot & Nouet s'étant réunis à moi pour faire cette obſervtion, nous convînmes d'employer chacun en particulier, une méthode & des inſtrumens différens; je donnai à M. Vallot la lunette acromatique de 42 lignes d'ouverture, de l'Obſervatoire, avec ſon héliomètre; M. Nouet prit un quart-de-cercle de trois pieds, pour obſerver les paſſages de Mercure & des bords du Soleil aux fils vertical & horizontal; pour moi je me ſervis de la lunette acromatique de S. A. M.gr le Prince de Conti, montée ſur une machine parallactique, & armée d'un micromètre filiaire. Ces Meſſieurs rendront compte en particulier de leurs obſervations: voici les miennes avec leurs réſultats & les détails dont j'ai cru devoir les accompagner.

On ſait que le ciel a été auſſi favorable pour cette Obſervation qu'on eût pu l'eſpérer, & l'on auroit certainement obtenu l'obſervation la plus complète & les réſultats les plus exacts, ſi le Soleil n'eût pas été ſi près de l'horizon pendant le cours du paſſage, ce qui nous a privés preſque entièrement de l'avantage des autres circonſtances.

Le Soleil n'étant déjà plus élevé ſur l'horizon que d'environ $12^d \frac{1}{2}$, vers le commencement de l'entrée, ſes bords commençoient à être ondoyans, ce qui me fit prendre le parti de ne point employer d'équipage plus fort que celui de mon micromètre.

	Temps vrai.	
Entrée	à 2h 58' 35"	Je m'aperçus que le bord du Soleil étoit déjà entamé par celui de Mercure.
	2. 59. 22.	J'estimai le centre de Mercure sur le bord ☉.
	3. 4. 22.	Le bord du Soleil me paroissant de plus en plus ondulent, & ma lunette ayant eu un petit mouvement. Je ne pus saisir le moment du pemier contact intérieur, & ce ne fut que dans une cessation instantanée d'ondulation que je m'aperçus que les deux bords étoient séparés.
Sortie	à 4. 17. 19.	Second contact intérieur; je crois l'avoir jugé aussi-bien qu'il soit possible, vu l'ondulation du bord du Soleil, qui n'étoit plus alors élevé que d'environ 2 degrés.
	4. 20. 34.	J'estimai le centre de Mercure sur le bord ☉.
	4. 22. 49.	Mercure ne paroît plus mordre sur le Soleil, mais les ondulations sont si considérables, qu'il est impossible de juger avec exactitude le vrai moment du second contact extérieur, déjà difficile à saisir par lui-même.

D'après cet exposé des observations & de leurs circonstances, l'on voit que le second contact intérieur est le seul que l'on puisse regarder comme aussi-bien déterminé qu'il pouvoit l'être; je crois aussi devoir quelque confiance à l'estimation des contacts du centre de Mercure avec les bords du Soleil, sur-tout à la sortie, où connoissant mieux la grandeur du diamètre de Mercure, il m'a été plus facile de juger de la moitié de sa section.

Quoique de pareilles observations ne puissent donner des résultats aussi parfaits qu'on pourroit le desirer, j'ai cependant cru devoir les calculer, afin de mettre à portée de les comparer à celles des autres Astronomes.

J'ai supposé

Le demi-diamètre du Soleil, de.	16'	10",0.
Le demi-diamètre de Mercure.	0.	4,5.
Le mouv. horaire sur l'orbite relative en longitude.	5.	55,9.
En latitude.	0.	55,8.
La différence des parallaxes.	0.	3,8.

J'en

j'en conclus

La plus courte diſtance des centres....	0.	0^h	15′	43″,5.
L'heure de la conjonction..........	0.	4.	5.	40,0.
Longitude en conjonction..........	7^s	20^d	26.	44,0.
Latitude en conjonction............	0.	0.	15.	55,0.

L'erreur des Tables de Mercure, inſérées dans les élémens d'Aſtronomie de M. de la Lande, ſera donc { en longitude 12″ ſouſtractive. en latitude.. 1 ſouſtractive.

J'ai déduit ces réſultats de la comparaiſon des deux contacts intérieurs, & de l'obſervation des entrées & de la ſortie des centres, qui m'ont donné quatre déterminations peu différentes les unes des autres, entre leſquelles j'ai pris un milieu.

Je ne diſſimulerai pas que dans l'intervalle du centre à la ſortie de Mercure, pendant ſa traverſée ſur le diſque du Soleil, j'avois fait un aſſez grand nombre d'obſervations des paſſages de Mercure & du centre du Soleil au fil horaire, pour en conclure leur différence d'aſcenſion droite, prenant en même temps avec le micromètre la différence de déclinaiſon de Mercure & du bord ſeptentrional du Soleil: mais après avoir par un calcul fort long & ſcrupuleux, réduit ces obſervations, j'ai trouvé les réſultats ſuivans:

Plus courte diſtanee des centres...	0^h	15′	36″
Heure de la conjonction.......	4.	0.	20.
La latitude en conjonction......	0.	15.	46.

Je ne rapporte ces réſultats que pour faire voir ce que peut donner la méthode des différences d'aſcenſion droite & déclinaiſon, que j'ai employée dans le cas le plus défavorable; car il eſt certain que dans le préſent paſſage de Mercure, où le Soleil étoit ſi proche de l'horizon, il y avoit tout à crandre de l'effet des variations & inégalités de la réfraction ſur les diſtances obſervées au micromètre: on verra que les obſervations faites par M. Nouet, au quart-de-cercle s'accordent infiniment mieux avec les obſervations des contacts.

Parmi les obſervations que M. de Foulquier, Intendant de la Guadeloupe, & Correſpondant de l'Académie, m'a dernièment envoyées, j'eſpérois trouver une obſervation de ce paſſage, d'autant plus intéreſſante que ce paſſage devoit avoir lieu entre onze heures & midi, le Soleil étant fort élevé au-deſſus de l'horizon, mais toute la matinée du 12 le ciel fut rempli de nuages & le temps pluvieux, on ne put voir ni l'entrée ni la ſortie, & ce ne fut qu'à la faveur de quelques éclaircies que l'on eut les différences d'aſcenſion droite du Soleil & de Mercure, ſuivantes :

A la baſſe Terre dans l'hôtel de l'Intendance.

Temps vrai.	*1.re Obſerv.*	*2.me Obſerv.*	*3.me Obſerv.*	*4.me Obſerv.*	*5.me Obſerv.*
Paſſage du centre ☉.	11h 18′ 41″,5	11h 31′ 45″,0	11h 44′ 39″,0	11h 47′ 40″,4	11h 50′ 47″,2
Paſſage du centre ☿.	19. 8,5.	32. 10,5.	44. 57,5.	47. 58,0.	51. 4,2.
Differ. de paſſage..	27,0.	25,5.	18,5.	17,6.	17,0.

Voici trois obſervations des ſatellites de Jupiter que M. Tondu a faites dans le même lieu ; il me marque que ſans une longue indiſpoſition qui l'a empêché d'obſerver dans les premiers temps de ſon arrivée à la Guadeloupe, il m'en auroit envoyé davantage.

1782.	*Temps vrai.*	
9 Mai.	10h 36′ 23″,5	Immerſion du troiſième Satellite au travers des nuages. Jupiter n'eſt pas bien terminé.
22 Sept.	6. 53. 27,0.	Émerſion du deuxième Satellite. Jupiter bien terminé.
29 Sept.	9. 32. 8,0.	Émerſion du deuxième Satellite. Jupiter mal terminé.

Je n'ai aucune de ces Obſervations correſpondantes faites à Paris ; il eſt d'ailleurs néceſſaire d'en attendre un plus grand nombre.

MÉMOIRE
Sur les cauſes qui produiſent trois ſortes d'herboriſations dans les Pierres.

Par M. DAUBENTON.

LORSQU'IL y a ſur les Pierres ou dans leur ſubſtance, des linéamens qui reſſemblent aux ramifications d'une Plante, on dit que ces Pierres ſont herboriſées; on les a auſſi appelées *dendrites*, parce que l'on y aperçoit de petites figures d'arbres, ou au moins quelques rameaux : les Naturaliſtes ont donné à ces figures le nom d'*herboriſation*. Cependant on n'a jamais reconnu aucune plante dans les pierres herboriſées; au contraire on a imaginé différens moyens d'expliquer la formation des figures de plantes dans ces pierres. Lû le 10 Avril 1782.

Mais le moyen le plus ſimple & le plus ſûr pour découvrir la vraie cauſe des herboriſations, étoit de comparer ces figures aux plantes vivantes ou deſſéchées qui leur reſſemblent; j'ai fait cette comparaiſon avec la plus ſcrupuleuſe attention; je me ſuis ſervi de la loupe & du microſcope pour apercevoir les plus petites parties de chacun de mes objets de comparaiſon; & j'ai reconnu très-diſtinctement que les figures d'un grand nombre d'herboriſations étoient réellement formées par des plantes enveloppées dans la ſubſtance des pierres.

Il y a des herboriſations qui viennent d'autres cauſes; elles ſont formées par des bulles ou par de petits grains de mine de fer limoneuſe.

Je diſtingue donc trois ſortes d'herboriſations : celles de la première ſorte ſont formées par des plantes ou par des zoophites, & ſe trouvent dans les agates.

Les herboriſations de la ſeconde ſorte ſont compoſées de petits grains de mine de fer limoneuſe; on en voit un grand nombre ſur les marbres herboriſés de Schaffouſe, de Florence & de Heſſe.

Enfin la troiſième ſorte d'herboriſation eſt formée par des cavités dans du criſtal de roche & dans du quartz demi-tranſparent.

Parmi les agates herboriſées il y en a que l'on diſtingue des autres par le nom d'*agates mouſſeuſes*; parce que l'on n'y voit que des herboriſations confuſes comme des pelotons de mouſſe. La dénomination d'*agates mouſſeuſes* auroit indiqué la cauſe des herboriſations de pluſieurs de ces pierres, ſi l'on n'avoit pas regardé ces mouſſes comme de fauſſes apparences, & comme des jeux de la Nature qui imitoient des figures de plantes.

Cependant on a fait mention des agates mouſſeuſes qui ſe trouvent dans le Duché de Deux-Ponts, & qui renferment des plantes de la famille des Byſſus, compoſées de filets cylindriques rapprochés en flocons dans les unes, ou ſimplement entrelacés dans les autres. Mais cette deſcription ne peut faire reconnoître une plante: il faut néceſſairement l'avoir vivante ou deſſéchée, & la comparer avec l'herboriſation, pour être bien ſûr que ces deux objets ſont des plantes de même eſpèce ou au moins de même genre.

Par ce moyen j'ai découvert dans des agates, neuf eſpèces de plantes; leur reſſemblance avec celles que je leur ai comparées, eſt auſſi grande qu'elle peut l'être entre des plantes incorporées dans des agates & des plantes vues à nu ſans aucune enveloppe.

J'ai reconnu dans pluſieurs agates le conferva des ruiſſeaux bien caractériſé par ſes filamens qui forment des mailles, & qui ſont d'un vert auſſi foncé dans l'agate que dans la plante vivante. L'agate où j'ai vu cette plante le mieux développée, eſt dans le cabinet de M. le Duc de la Rochefoucauld, qui a eu la bonté de me la communiquer. J'ai fait graver une plaque polie (*planche I, figure 1*) de cette agate; une partie de l'herboriſation (*figure 2*) groſſie à la loupe; & une portion de conferva (*figure 3*) tirée d'un herbier, afin que l'on puiſſe comparer le conſerva iſolé avec celui qui eſt dans l'agate.

Madame la Préſidente de Bandeville a bien voulu me confier une petite lame d'agate de ſon cabinet, très-curieuſe, parce qu'elle renferme des plantes de deux eſpèces différentes: l'une eſt la plus petite des mouſſes, ſuivant Tournefort. La ſeconde plante que j'ai vue dans l'agate dont il s'agit, eſt le muſcoïde à très-petite urne. J'ai fait graver la lame d'agate *(planche I, figure 4)* de grandeur naturelle; les deux plantes *A, B*, groſſies à la loupe *(fig. 5 & 6)*; & au microſcope *(figures 7, 8, 9 & 10)*; & des individus des mêmes plantes deſſéchées dans un herbier *(fig. 11 & 12)*.

On nie que les herborifations des pierres ſoient formées par des plantes réelles, parce que l'on n'y voit, dit-on, ni racines, ni feuillages reconnoiſſables, ni fruits, ni graines.

Mais peut-on s'attendre à voir dans des herboriſations les fruits & les graines de plantes, où ces parties ne ſont pas connues & n'exiſtent peut-être pas? Linnæus en a fait une claſſe particulière, ſous la dénomination de *Cryptogamie*, c'eſt-à-dire, nôces clandeſtines, parce que l'on ne ſait par quel moyen ces plantes ſe perpétuent; on préſume ſeulement que la partie à laquelle on a donné le nom d'*urne*, contient une pouſſière fécondante comme celle des ſommets des étamines dans les autres plantes.

J'ai vu cette urne dans une agate herboriſée; elle tient à ſon pédicule qui ſort d'une plante du genre des mouſſes; mais cette plante n'eſt pas aſſez bien exprimée pour que l'on en puiſſe reconnoître l'eſpèce: cette agate eſt repréſentée de grandeur naturelle *(planche II, figure 1)* On peut voir la partie de cette agate où l'urne eſt auſſi repréſentée *(A, fig. 2)*, groſſie à la loupe; & *(fig. 3 & 4)* groſſie au microſcope.

Les feuilles des mouſſes ſont apparentes dans pluſieurs herboriſations, principalement les feuilles de la mouſſe en arbre, dans une lame d'agate orientale que j'ai fait graver de grandeur naturelle *(figure 5)*; groſſie à la loupe *(figure 6)*, & au microſcope *(figures 7 & 8)*. J'ai vu une petite agate qui renferme des feuilles du petit lustre d'eau; elles sont caractérisées par leurs bifurcations & par les petites dents qui sont sur les côtés; cette agate est représentée de grandeur naturelle *(figure 9)*, & grossie à la loupe *(figure 10)*.

J'ai reconnu dans des agates du cabinet du Roi, le lichen digité & le lichen des rennes.

Les racines des plantes ne peuvent pas être aperçues dans les herborisations, parce qu'elles sont trop petites, ou parce qu'elles se trouvent mêlées avec de la terre qui obscurcit la substance de l'agate.

On reconnoît facilement la seconde sorte d'herborisation qui est formée par de petits grains de mine de fer limoneuse. On sait que ces grains sont bruns ou roussâtres, lisses & luisans, de différentes grosseurs & de forme ronde ou irrégulière, mais toujours arrondie sur ses contours. J'ai vu ces grains très-distinctement dans la pierre herborisée de Schaffouse en Suisse, qui est représentée de grandeur naturelle *(planche II, figure 11)*. Il y en a qui sont rangés par files; ils ont si peu de grosseur, ils sont placés si près les uns des autres, qu'ils semblent former une tige continue, & des branchages comme ceux des plantes. Mais si l'on grossit les rameaux de ces prétendues plantes par le moyen d'une loupe *(figures 12, 13, 14 & 15)* on voit qu'ils ne sont que des files de grains ronds de mine de fer, dont les uns se touchent, & les autres laissent entr'eux quelque intervalle. Lorsque ces grains se dissolvent en tout ou en partie, par l'humidité ou par d'autres causes, il en sort une rouille qui pénètre la pierre de toutes parts, & qui produit de petites taches autour des grains, ou qui colore les intervalles qui sont entr'eux. C'est ainsi que se forment les tiges des herborisations dont il s'agit; la preuve en est évidente en ce que l'on aperçoit sur ces tiges des grains ronds qui sont encore dans leur entier.

J'ai fait les mêmes observations sur une mine de fer limoneuse de Bourgogne, près la ville de Montbard; les grains de cette mine ont pour gangue une pierre calcaire dans laquelle ils forment beaucoup d'herborisations; j'en ai vu de semblables sur le marbre herborisé de Hesse, &c.

Il m'a paru que les herborisations des agates, des sardoines & des cornalines, s'étoient formées de la même manière; mais pour s'en assurer il faudroit avoir des morceaux bruts de ces pierres herborisées, que l'on pût casser en différens sens, afin d'observer la substance qui a produit leurs herborisations.

Je viens d'expliquer les causes de deux sortes d'herborisations; la troisième sorte se trouve dans le cristal de roche & dans le quartz. J'ai vu dans le cabinet de M. le Duc de la Rochefoucauld, une aiguille de cristal de roche bien transparente *(pl. III, fig. 1)*, qui renferme des ramifications à demi-opaques & de couleur grise-blanchâtre; elles ont quelques rapports dans leurs directions avec les rinceaux de glaces qui se forment sur les vîtres dans les temps de gelée; cette herborisation m'a paru mériter une attention particulière. Je voyois que l'aiguille de cristal étoit bien caractérisée par les stries des pans du prisme, & par le poli naturel des faces de la pyramide, je ne pouvois soupçonner aucun apprêt; en examinant l'herborisation à l'aide d'une loupe, je la vis comme elle est représentée *(figure 2)*; mais je n'en découvris pas la cause; par le moyen d'un microscope qui grossit environ cent fois pour les vues ordinaires, j'aperçus distinctement que l'herborisation étoit formée par des cavités de diverses figures & de différentes grandeurs; ces cavités sont assez sensibles pour que l'on ait pu dessiner celles qui composoient deux des plus petits feuillages de l'herborisation *(figures 3 & 4)*.

J'avois remarqué depuis long-temps des linéamens & des ramifications dans des parties de quartz qui se trouvent mêlées avec l'agate ou l'améthiste; l'épreuve du microscope m'a fait voir que ces herborisations ne sont formées que par des cavités. J'ai fait représenter une lame de quartz herborisé, vue de grandeur naturelle *(figure 5)* à en partie groſſie à la loupe *(figure 6)*, & au microſcope *(figures 7 & 8)*.

Il y a des morceaux de criſtal de roche, & même des aiguilles, qui ont des cavités en partie remplies d'eau, puiſque l'on aperçoit dans ces cavités une bulle d'air qui monte dès que l'on tourne le criſtal de haut en bas. J'ai vu par le moyen d'une loupe, une bulle mouvante dans une lame de criſtal de roche, & j'ai reconnu, à l'aide du micromètre appliqué au microſcope, que cette bulle étoit ronde, & qu'elle n'avoit en diamètre que la onzième partie d'une ligne.

Je ne ſais ſi toutes les cavités qui ſe trouvent dans le criſtal de roche, ſont remplies d'eau; mais j'ai aperçu, par le moyen de la loupe, des cavités dans un morceau de criſtal de Madagaſcar, de la plus belle limpidité. A l'aide du microſcope, j'ai vu très-diſtinctement, dans des fragmens de criſtal, des cavités que je n'avois pas diſtinguées à l'aide de la loupe: j'en ai auſſi vu, & en plus grande quantité, dans du quartz & dans des grains de ſablon; les plus petites que j'aie pu apercevoir à l'aide du microſcope, & que j'ai meſurées par le moyen du micromètre, n'avoient qu'environ la 500.^{e} partie d'une ligne en diamètre. Le milieu de ces cavités eſt tranſparent, il paroît environné d'un cercle opaque, & formé par les parois des cavités.

Je préſume que le quartz demi-tranſparent, n'eſt privé de la limpidité du criſtal de roche, que parce qu'il renferme un plus grand nombre de cavités, & que la tranſparence du quartz gras, eſt moindre que celle du quartz demi-tranſparent, parce qu'il y a beaucoup plus de cavités: les grains du ſablon en ont à peu-près autant que ceux du grès, que le quartz grenu, & que le quartz gras.

Je n'ai fait ces obſervations que ſur des fragmens bruts; en les ſuivant avec plus de préciſion ſur des lames polies, je parviendrai peut-être à découvrir plus de rapports que l'on n'en connoît, entre ces différens minéraux, & quelques

indices

indices de l'ordre ſucceſſif de leurs formations & de celle du quartz demi-tranſparent & du criſtal de roche.

Il me ſuffit d'avoir expliqué dans ce Mémoire, les cauſes qui produiſent trois ſortes d'herboriſations par des plantes, par des grains de mine de fer limoneuſe, & par des cavités.

On trouve des impreſſions de plantes entre des feuillets de ſchiſtes : j'ai reconnu dix eſpèces de plantes du même pays que les ſchiſtes dans leſquels je les ai vues.

La pierre de Nagueza en Eſpagne, dans le royaume de Valence, eſt formée par du ſpath & des concrétions calcaires & ferrugineuſes : cette pierre a de belles teintes de jaune, elle eſt ſuſceptible de poli ; lorſqu'elle l'a reçu, on la met au rang des marbres, & l'on y voit des apparences de branchages & d'épines qui ſemblent être des herboriſations.

La pierre de Florence, taillée, polie & encadrée comme on la voit dans pluſieurs cabinets, paroît être une ſorte de tableau qui repréſente une ville incendiée ; on s'imagine y voir des tours, des clochers & des bâtimens à demi-détruits & encore fumans.

Je puis expliquer la cauſe des apparences d'herboriſations & d'édifices ruinés que l'on voit ſur la pierre de Nagueza & ſur celle de Florence, mais je n'aurois pas aujourd'hui le temps néceſſaire pour entrer dans les détails de cette explication : je les expoſerai dans un autre Mémoire.

SUITE DU

MÉMOIRE SUR LE CALCUL DES PROBABILITÉS,

TROISIÈME PARTIE.

Sur l'évaluation des Droits éventuels.

Par M. LE M.[is] DE CONDORCET.

LA destruction du Gouvernement féodal a laissé subsister en Europe un grand nombre de droits éventuels, mais on peut les réduire à deux classes principales ; les uns se payent lorsque les propriétés viennent à changer par vente, les autres se payent aux mutations par succession, soit directe ou collatérale, soit collatérale seulement.

On a regardé la première espèce de droits comme un obstacle à la vente des propriétés, & par conséquent à l'amélioration des fonds : les droits de la seconde espèce ont paru une gêne importune & souvent ruineuse. On a prétendu aussi que les propriétaires de ces droits trouveroient de l'avantage à les échanger contre un revenu annuel, mais personne, que je sache, ne s'est occupé des moyens d'évaluer ces droits, ce travail auroit cependant quelque utilité ; en effet, il donneroit aux particuliers qui voudroient ou vendre ou racheter ces droits, une base fixe d'après laquelle ils pourroient traiter ; & dans le cas où un Gouvernement voudroit en ordonner le remboursement, on en tireroit le moyen de connoître les avantages de cette opération, & ceux de l'exécuter avec justice. Enfin, les droits éventuels sont une propriété, un vrai revenu qui peut être assujetti à un impôt ; ils peuvent être regardés aussi comme diminuant le véritable produit du fonds qui en est grévé, & leur évaluation, sous ce point de vue, peut encore être utile.

Nous nous bornerons uniquement ici à ce qui regarde le calcul, & nous donnerons ſeulement des formules générales qui puiſſent s'appliquer à toutes les eſpèces de Droits, à tous les principes de Juriſprudence ou d'Adminiſtration d'après leſquels on peut en faire l'évaluation.

Nous commencerons par examiner le cas dans lequel la mutation, ou plutôt généralement l'évènement qui produit le droit, arrive néceſſairement après un certain eſpace de temps, comme celui où l'on doit un droit pour toute ſucceſſion directe ou non; enſuite nous conſidérerons celui où cet évènement n'eſt pas néceſſaire, comme lorſque le droit eſt dû pour une vente ou pour une ſeule eſpèce de ſucceſſion; nous examinerons enſuite ces évaluations relativement à celui qui poſsède la choſe ſoumiſe au droit: enfin nous ſuppoſerons qu'un même bien eſt aſſujetti à deux droits différens qu'il faut évaluer.

I.

Premier Principe. Nous ſuppoſerons d'abord que l'ordre ſuivant lequel les dernières mutations ſe ſont ſuccédées, ſera indéfiniment continué.

Le motif qui nous a fait adopter ce principe, eſt la grande probabilité que nous avons moins de grands changemens, moins de grandes révolutions à attendre pour l'avenir, qu'il n'y en a eu dans le paſſé: le progrès des lumières en tout genre & dans toutes les parties de l'Europe, l'eſprit de modération & de paix qui y règne, l'eſpèce de mépris où le Machiaveliſme commence à tomber, ſemblent nous aſſurer que les guerres & les révolutions deviendront à l'avenir moins fréquentes; ainſi le principe que nous adoptons, en même temps qu'il rend les calculs & les obſervations plus faciles, a de plus l'avantage d'être plus exact.

Second principe. On regardera les changemens comme également probables, quels que ſoient la valeur, la nature, la ſituation des propriétés, le taux & la forme du droit auquel elles ſont aſſujetties. Il eſt poſſible que l'Obſervation faſſe découvrir de grandes différences entre les diverſes eſpèces de propriétés; mais alors il faudroit claſſer les droits ou les propriétés, & faire à part le calcul pour chaque claſſe; ainſi ce ſecond principe doit être admis généralement.

Nous réſoudrons d'abord le problème en ſuppoſant que le droit eſt dû, & que l'évènement ou la mutation a lieu actuellement; & enſuite nous donnerons les moyens d'appliquer les calculs au cas où l'on voudroit faire l'évaluation pour une époque placée entre deux mutations; nous donnerons pour ce problème trois méthodes fondées ſur des manières différentes d'envisager la queſtion, dont chacune peut dans certaines circonſtances mériter d'être préférée.

Première méthode.

SOIENT a' a'' . . . $a'''^{\,n}$ les nombres d'années écoulées entre deux mutations obſervées; b' b'' . . . $b'''^{\,n}$ les nombres de mutations correſpondans à ces eſpaces de a' a'' . . . $a'''^{\,n}$ années; 1 la valeur du droit pour une propriété quelconque au moment de la mutation, $\frac{1}{m}$ l'intérêt annuel du droit 1; & qu'on demande la valeur totale du droit, tant pour la mutation actuelle que pour toutes les mutations futures, cette valeur étant rapportée au temps préſent. On ſait que le droit 1 qui ne feroit dû qu'au bout de z années, feroit alors exprimé par $\left(\frac{m}{m+1}\right)^z$, ou, pour abréger, par c^z.

Soit donc un nombre p de mutations ſucceſſives, dont p' ſoient arrivées au bout de a' années, p'' au bout de a'' années . . . . . $p'''^{\,n}$ au bout de $a'''^{\,n}$ années. Il eſt clair que dans quelqu'ordre que ces mutations ſe ſoient ſuccédées, la dernière arrivera au bout de $p' a' + p'' a'' + p''' a''' \dots + p'''^n a'''^n$ années; en sorte que la somme dûe pour cette mutation sera toujours

$$c^{a' p' + a'' p'' + a''' p''' \dots \dots \dots + a'''^n p'''^n}.$$

Si ensuite on appelle x' la probabilité de la mutation après a' années, x'' la probabilité de la mutation après a'' années, x'''^{n-1} la probabilité de la mutation après a'''^{n-1} années, enfin $1 - x - x'' \dots - x'''^{n-1}$ la probabilité de la mutation après a'''^n années, la probabilité de cette p^e mutation que nous venons de considérer, sera exprimée, par

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \dots \dots p}{1 \cdot 2 \dots p' \times 1 \cdot 2 \dots p'' \times 1 \cdot 2 \dots p''' \times \dots 1 \cdot 2 \dots p'''} \times x'^{p'} x''^{p''} x'''^{p'''} \dots (1 - x' - x'' \dots - x'''^{n-1})^{p'''^n},$$

en sorte que la valeur de toutes les p^{es} mutations, multipliées chacune par leur probabilité respective, sera

$$[c^{a'} x' + c^{a''} x'' + c^{a'''} x''' \dots \dots \dots \dots + c^{a'''^n} (1 - x' - x'' - x''' \dots \dots - x'''^{n-1})]^p.$$

ce qui représente la valeur moyenne du droit de cette mutation.

Mais ici les x ne sont pas des quantités données & constantes. On sait seulement que l'évènement dont la probabilité est exprimée par x', est arrivé b' fois; que celui dont la probabilité est exprimée par x'', est arrivé b'' fois, & ainsi de suite; la valeur moyenne du droit pour la p^e mutation, sera donc exprimée par

$$\frac{\int \{ x^{b'} x''^{b''} \dots (1 - x' \dots - x'''^{n-1})^{b'''^n} [c^{a'} x' + c^{a''} x'' \dots + c^{a'''^n} (1 - x' \dots - x'''^{n-1})]^p \partial x' \partial x'' \dots \partial x'''^{n-1} \}^{n-1}}{\int \{ x'^{b'} x''^{b''} \dots (1 - x' - x'' \dots - x'''^{n-1})^{b'''^n} \partial x \partial x' \partial x'' \dots \partial x'''^{n-1} \}^{n-1}},$$

l'intégration étant répétée un nombre $n - 1$ de fois, & les intégrales prises depuis $x'''^{n-1} = 0$ jusqu'à $x'''^{n-1} = 1 - x' \dots - x'''^{n-2}$; depuis $x'''^{n-2} = 0$ jusqu'à $x'''^{n-2} = 1 - x' \dots - x'''^{n-3}$; ... depuis $x'' = 0$ jusqu'à $x' = 1 - x'$; depuis $x' = 0$ jusqu'à $x' = 1$.

Le dénominateur de cette fonction, eſt le même pour toutes les valeurs de p, & le numérateur forme une férie géométrique. La valeur du droit pour toutes les mutations futures, en comptant de la mutation actuelle, ſera donc exprimée par la formule

$$\frac{\int\left\{\frac{x'^{b'}x''^{b''}x'''^{b'''}\ldots(1-x'-x''\ldots-x'''^{n-1})^{b'''^{n}}}{1-c^{a'}x'-c^{a''}x''\ldots-c^{a''^{n}}(1-x'\ldots-x'''^{n-1})}\times\partial x'\partial x''\ldots\partial x'''^{n-1}\right\}^{n-1}}{\int\left\{x'^{b'}x''^{b''}x'''^{b'''}\ldots(1-x'-x''\ldots-x'''^{n-1})^{b''^{n}}\partial x'\partial x''\ldots\partial x'''^{n-1}\right\}^{n-1}},$$

les intégrales étant priſes comme ci-deſſus.

Si on ſuppoſe que le droit n'étoit pas dû au moment actuel, & qu'il n'a point été payé depuis α années; ſoient ſuppoſés les a', a'', a''', &c. rangés ſuivant leur ordre de grandeur, & $a' < a'' < a''' \ldots\ldots$, & que $\alpha > a'''^{m}$ & $< a'''^{m+1}$, la valeur cherchée ſera exprimée par la formule

$$\frac{\left\{\begin{array}{l}\int\left\{x'^{b'}x''^{b''}\ldots\ldots(1-x'\ldots\ldots-x''^{n-1})^{b''^{n}}\times\right.\\ \dfrac{c^{a''^{m+1}-\alpha}x''^{m+1}+c^{a''^{m+2}-\alpha}x''^{m+2}\ldots+c^{a'''^{n}-\alpha}(1-x'\ldots-x'''^{n-1})}{1-c^{a'}x'-c^{a''}x''\ldots-c^{a''^{n}}(1-x'\ldots-x'''^{n})}\times\\ \qquad\left.\partial x'\partial x''\ldots\ldots\ldots\ldots\partial x'''^{n-1}\right\}^{n-1}\end{array}\right\}}{\int\left\{x'^{b'}x''^{b''}\ldots(1-x'\ldots-x'''^{n-1})^{b''^{n}}\left[x'''^{m+1}+x'''^{m+2}\ldots+(1-x'\ldots-x'''^{n-1})\right]\partial x'\partial x''\ldots\partial x'''^{n-1}\right\}^{n-1}},$$

qui ne diffère de la précédente, que parce qu'on a multiplié le numérateur ſous le ſigne, par

$$c^{a''^{m+1}-\alpha}x'''^{m+1}+c^{a'''^{m+2}-\alpha}x'''^{m+2}\ldots+c^{a'''^{n}-\alpha}(1-x'\ldots-x'''^{n-1}),$$

& le dénominateur, par la fonction

$$x'''^{m+1}+x'''^{m+2}\ldots\ldots+(1-x\ldots\ldots-x'''^{n-1}),$$

ou par la fonction $1-x'\ldots-x'''^{m}$ qui lui eſt égale.

Si les b ſont des nombres très-grands, ce qui eſt d'ailleurs néceſſaire, ſi l'on veut avoir quelque aſſurance que la valeur moyenne ainſi déterminée, diffère peu de la vraie valeur; on pourra ſubſtituer à la première formule

$$\frac{1}{1 - \frac{c^{a'} b' + c^{a''} b'' \ldots\ldots + c^{a''^n} b''^n}{b + b' + b'' \ldots\ldots + b''^n}},$$

ou plus exactement

$$\frac{1}{1 - \frac{c^{a'}(b'+1) + c^{a''}(b''+1) \ldots\ldots + c^{a'''^n}(b'''^n+1)}{b' + b'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + b'''^n + n}},$$

& à la ſeconde cette même formule, multipliée par

$$\frac{c^{a''^{m+1} - \alpha} b'''^{m+1} + c^{a'''^{m+2} - \alpha} b''^{m+2} \ldots + c^{a''^n} b''^n}{b''^{m+1} + b''^{m+2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + b''^n},$$

ou par

$$\frac{c^{a''^{m+1} - \alpha}(b''^{m+1}+1) + c^{a'''^{m+2} - \alpha}(b''^{m+2}+1) \ldots + c^{a'''^n - \alpha}(b''^n+1)}{b''^{m+1} + b'''^{m+2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + b''^n + n - m}.$$

On n'a regardé comme poſſibles dans la méthode précédente que les mutations qui arrivent au bout des mêmes eſpaces de temps $a', a'' \ldots\ldots a'''^n$ années, pour leſquels ces mutations ont eté obſervées. Cette ſuppoſition ne peut paroître rigoureuſe que dans le cas où ces mutations ont eu lieu pour preſque tous les intervalles poſſibles depuis $a' \ldots\ldots$ juſqu'à a''^n années. Nous propoſerons donc une autre méthode, dans laquelle on les ſuppoſera poſſibles après une année, 2, 3, &c. années.

Seconde méthode.

Nous conſerverons ici les mêmes dénominations que ci-deſſus. Cela poſé, ſoit x la probabilité de la mutation au bout d'une année; $(1 - x)x$ ſera cette probabilité au bout de deux années, $(1 - x)^2 x$ au bout de trois années, & ainſi de ſuite; en ſorte que $cx + (1 - x) c^2 x + (1 - x)^2 c^3 x + (1 - x)^3 c^4 x +$ &c. exprimera la valeur du droit pour la première mutation qui doit avoir lieu ; & ſommant la ſérie, cette valeur ſera exprimée par $\frac{cx}{1-c+cx}$; pour la ſeconde mutation elle ſera $\frac{c^2x^2}{(1-c+cx)^2}$; pour la troiſième, $\frac{c^3x^3}{(1-c+cx)^3}$, & ainſi de ſuite. Ajoutant donc à ces termes 1, valeur de la mutation que l'on ſuppoſe avoir lieu, & être dûe à l'inſtant où l'on cherche à évaluer le droit, on aura, en prenant la ſomme de la ſérie,

$$1 + \frac{cx}{1-c+cx} + \frac{c^2x^2}{(1-c+cx)^2} + \&c. = \frac{1-c+cx}{1-c},$$

& la valeur totale du droit ſera exprimée par la formule

$$\frac{\int\left\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots+(a''^n-1)b''^n}\, x^{b'+b''\ldots+b''^n}\left(\frac{1-c+cx}{1-c}\right)\partial x\right\}}{\int\left\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots\ldots+(a'''^n-1)b'''}\, x^{b'+b''\ldots\ldots+b'''^n}\,\partial x\right\}},$$

l'intégrale étant priſe depuis $x = 0$ juſqu'à $x = 1$.

Et à cauſe de $\frac{1-c+cx}{1-c} = 1 + \frac{cx}{1-c}$, cette formule ſera exprimée par

$$1 + \frac{c}{1-c} \cdot \frac{b'+b''\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+b'''^n+1}{a'b'+a''b''\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a'''^n b'''^n+2}.$$

Si on ne ſuppoſe pas le droit dû, & qu'il y ait α années écoulées depuis la dernière mutation, au lieu de la formule précédente, on aura pour expreſſion de la valeur,

$$\frac{\int\left\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots+(a''^n-1)b''^n+\alpha}\, x^{b'+b''\ldots+b'''^n}\,\frac{cx}{1-c}\,\partial x\right\}}{\int\left\{(1-x)^{(a'-1)b'+(a''-1)b''\ldots+(a'^n-1)b''^n+\alpha}\, x^{b'+b''\ldots+b''}\,\partial x\right\}}$$

$$= \frac{c}{1-c} \times \frac{b'+b''\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+b''^n+1}{a'b'+a''b''\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+a''^n b''^n+\alpha+2},$$

Dans cette méthode, on ſuppoſe que toutes les mutations obſervées ſont également probables, & qu'elles l'ont toujours été dans tout le cours de la durée ; mais on peut auſſi admettre l'hypothèſe contraire, c'eſt-à-dire, ſuppoſer la probabilité différente

différente pour les différens intervalles observés dans les mutations, ce qui nous conduit à une troisième méthode.

Troisième méthode.

CONSERVANT toujours les mêmes dénominations, nous appellerons z', z'' . . . . . ., $1 - z' - z''$ . . . . . . $z'''^{\,n-1}$, ou $z''^{\,n}$ les probabilités que l'évènement pour la succession duquel on cherche la valeur du droit, sera dans la liste des évènemens dont la mutation est arrivée au bout de $a'\ a'' \ldots a''^{\,n}$ années, & $x'\ x''\ x''' \ldots\ldots x'''^{\,n}$ les probabilités inégales pour les mutations correspondantes à chaque intervalle. Dans ce cas, on peut supposer, ou que dans la suite des évènemens celui qu'on considère appartiendra toujours au même z', ou peut appartenir successivement à tous; dans la première hypothèse,

L'expression de la valeur moyenne du droit sera

$$z' \cdot \frac{1 - c + cx'}{1 - c} + z'' \cdot \frac{1 - c + cx''}{1 - c} \ldots + z'''^{\,n} \cdot \frac{1 - c + cx'''^{\,n}}{1 - c};$$

& par conséquent la formule qui représente le droit sera

$$\frac{\left\{ \begin{array}{l} \int \Big\{ \Big[z'^{\,b'} z''^{\,b''} \ldots (1 - z' - z'' \ldots - z'''^{\,n-1})^{b''^{n}} \times \\ \quad z'\left(1 + \frac{c}{1-c} \times \frac{b'+1}{a'b'+2}\right) + z''\left(1 + \frac{c}{1-c} \times \frac{b''+1}{a''b''+2}\right) \ldots \\ \qquad \ldots + (1 - z' - z'' \ldots - z'''^{\,n-1})\left(1 + \frac{c}{1-c} \times \frac{b''^{\,n}+1}{a''^{\,n} b''^{\,n}+2}\right) \Big] \times \\ \qquad\qquad \partial z'\, \partial z'' \ldots\ldots\ldots \partial z'''^{\,n-1} \Big\}^{n-1} \end{array} \right\}}{\int z'^{\,b'} z''^{\,b''} \ldots\ldots\ldots (1 - z' - z'' \ldots\ldots\ldots z'''^{\,n-1})\, \partial z'\, \partial z'' \ldots\ldots\ldots \partial z'''^{\,n-1}}.$$

Si l'on suppose maintenant que le même évènement peut appartenir successivement à toutes ces classes, alors la valeur moyenne du droit sera

$$\frac{1}{1 - \frac{cz'x'}{1-c+cx'} - \frac{cz''x''}{1-c+cx''} \ldots\ldots - \frac{cz''^{\,n}x''^{\,n}}{1-c+cx''^{\,n}}};$$

on formera la valeur moyenne de cette formule pour toutes les valeurs des x, prises pour chaque x, depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$, & soit Z cette valeur, la formule qui représentera, sera exprimée par

$$\frac{\int \left\{ z'^{b'} z''^{b''} \ldots (1 - z' - z'' \ldots - z''^{n-1})^{b''^{n}} Z \partial z' \partial z'' \ldots \partial z''^{n-1} \right\}^{n-1}}{\int \left\{ z'^{b'} z''^{b''} \ldots (1 - z' - z'' \ldots - z''^{n-1})^{b''^{n}} \partial z' \partial z'' \ldots \partial z''^{n-1} \right\}^{n-1}},$$

Les intégrales étant prises depuis $z'''^{\,n-1} = 0$, jusqu'à $z'''^{\,n-1} = 1 - z' \ldots\ldots - z'''^{\,n-2}$, ... depuis $z'' = 0$ jusqu'à $z'' = 1 - z'$, & depuis $z' = 0$ jusqu'à $z' = 1$.

Dans es mêmes hypothèses, si on cherche la valeur pour le droit dans le cas où la mutation n'a pas eu lieu après α années, il suffira de mettre dans la formule précédente $a'\,b' + \alpha$, $a''\,b'' + \alpha$, &c. au lieu de $a'\,b'$, $a''\,b''$, &c. & d'en retrancher l'unité.

Nous ne dirons rien de plus de ces formules, si ce n'est qu'elles s'intègrent par les méthodes connues, & que d'ailleurs on en auroit des valeurs très-approchées, soit par la méthode donnée par M. Euler, soit par celles que M. de la Place a exposées dans ce même volume.

Mais nous ajouterons quelques observations sur les hypothèses que nous avons suivies : d'abord nous avons supposé toutes les époques annuelles; cette supposition n'est pas rigoureusement exacte, mais elle le deviendroit, si au lieu de supposer que les a représentent des années, on les prenoit pour des moitiés ou des quarts d'année; alors les erreurs qui pourroient résulter de cette manière de traiter la question, seroient très-petites, & peut-être approcheroit-on plus de la vérité, que si on cherchoit une plus grande exactitude parce que dans les arrangemens de cette espèce, la supposition rigoureuse des intérêts composés toujours croissans, s'éloigne trop de l'usage ordinaire. Supposons donc qu'on calcule de trois mois en trois mois : soit c la valeur pour l'année, il faudra que c' étant la valeur pour le quart, $c'^4 = c$; par ce moyen on supposeroit les droits toujours payables de trois mois en trois mois ; & comme le délai qu'il est nécessaire d'accorder souvent, & quelquefois l'accélération du terme prescrit, sans que ceux qui doivent calculent la petite perte d'intérêt, produisent une sorte de variation dans le terme réel des payemens à faire, cette hypothèse nous paroît suffisamment exacte. On supposeroit également que si c est la valeur d'une somme 1 un an avant son échéance, $c' = c^{\frac{1}{4}}$ est la valeur de la même somme trois mois avant l'échéance : cela suppose que dans la fraction d'année qui peut avoir lieu, celui qui auroit reçu le droit d'avance, l'auroit placé de trois mois en trois mois à ce nouvel intérêt, qui représente l'intérêt annuel, & qui est un peu moindre que cet intérêt ; on lui donneroit donc un peu plus qu'il n'auroit eu dans le cas de l'intérêt annuel simple, mais cet excès est très-peu de chose, & seroit compensé par la perte du temps qu'on doit supposer aussi entre un remboursement & un placement nouveau.

Si on a fait un très-grand nombre d'observations, il est très-probable qu'on en aura fait de trois mois en trois mois, qu'ainsi les $a', a'' \ldots a'^n$ représenteront tous les intervalles possibles entre les mutations, excepté quelques cas extraordinaires où les mutations seroient ou très-éloignées ou très-prochaines ; alors la première méthode peut être employée : la seconde suppose de plus, que tous les évènemens observés étoient également probables, supposition qui, si on a fait les observations sur des évènemens de la même nature, est très-admissible ; & elle suppose encore que chaque année la mutation est également probable : cette seconde supposition appartient également à la troisième méthode qui suppose d'ailleurs la probabilité seulement la même pour les évènemens semblables &, si on admet la seconde formule, pour une mutation seulement. Cette dernière méthode paroît donc plus rigoureuſe, & elle doit être préférée pour tous les cas où l'on n'auroit pas d'ailleurs de raiſons de croire la probabilité la même pour tous les évènemens; & l'on préféreroit la première ou la ſeconde hypothèſe, ſuivant qu'on auroit lieu de ſuppoſer la différence entre les probabilités des évènemens, ou conſtante pour la même claſſe, ou variable en général.

Enfin ces deux dernières méthodes conviendroient dans le cas où il s'agiroit de mutations purement accidentelles, comme des ventes, ou bien comme certains droits dûs au mariage du ſeigneur, à la naiſſance de ſon fils aîné, à des ſucceſſions purement collatérales, même aux ſucceſſions directes, en ſuppoſant qu'il n'en ſoit pas dû en cas de vente, &c. mais non dans le cas, par exemple, de droits dûs à la mort de tels individus, propriétaires de biens inaliénables, puiſque la probabilité de ce droit croît alors néceſſairement, à meſure qu'on s'éloigne d'une certaine époque; au lieu que, par exemple, ſi l'on n'a point payé avant la centième année le droit dû pour une ſucceſſion collatérale ou une ſucceſſion directe, à cauſe de l'aliénation, il n'y a pas de raiſon de croire plus probable, en général, que l'évènement arrive dans cette cent unième année que dans toute autre.

Nous obſerverons qu'il y a des cas où l'on doit, quelque hypothèſe que l'on prenne, ſuivre une méthode différente. Suppoſons, par exemple, qu'il s'agiſſe d'un droit ſur les ſucceſſions, & qu'il y ait un poſſeſſeur actuel à qui l'aliénation ſoit interdite; il eſt clair qu'il faudra prendre la valeur totale du droit, & la multiplier par la ſomme des probabilités qu'il mourra au bout de $a_{,}'$, $a_{,}''$, $a_{,}'''$, &c. eſpaces de temps, multipliées chacune par $c^{a_{,}'}$, $c^{a_{,}''}$, $c^{a_{,}'''}$, &c.

II.

NOUS conſidérons maintenant le cas où l'évènement qui produit le droit, peut être ſuppoſé n'être point arrivé dans un certain nombre de circonſtances. Les deux dernières méthodes n'ont aucune difficulté; en effet, il ſuffira dans la seconde méthode, si on a une suite d'évènemens dont $b_{\prime}'$, $b_{\prime}''$, $b_{\prime}'''$, &c. soient le nombre, & $a_{\prime}'$, $a_{\prime}''$, $a_{\prime}'''$, &c. le nombre d'années qu'ils ont passé sans arriver, d'ajouter $a_{\prime}' b_{\prime}' + a_{\prime}'' b_{\prime}'' + a_{\prime}''' b_{\prime}''' +$ &c. au dénominateur de la formule, & quant à la troisième, d'y supposer de plus une suite de $z'_{\prime}$, $z''_{\prime}$, $z'''_{\prime}$, &c. répondant à ces suites de $a_{\prime}$ & de $b_{\prime}$. Dans la première méthode, il paroît une difficulté de plus; en effet il faut distinguer deux cas, 1.° celui où ces évènemens ne sont pas encore arrivés, mais où l'intervalle entre deux évènemens est moindre que a''^{n} qu'on regarde ici comme le dernier terme; dans ce cas soit $b_{\prime}'$ le nombre de ceux qui répondent à un nombre a''^{m} d'années, la probabilité qu'ils arriveroient après a''^{m+1}, a''^{m+2}, &c. années sera exprimée par

$$\frac{x''^{m+1}}{1 - x' \ldots\ldots - x''^{m}}, \quad \frac{x''^{m+2}}{1 - x' \ldots\ldots - x''^{m}}, \text{ \&c.}$$

& ainsi il suffira de multiplier le numérateur & le dénominateur sous le signe, par

$$(x''^{m+1} + x'''^{m+2} + x'''^{m+3} \ldots\ldots + x'''^{n})^{b_{\prime}'}.$$

Supposons ensuite que l'on ait un certain nombre de cas dans lesquels l'évènement, après un certain nombre d'années plus grand que a'''^{n} n'ait pas eu lieu, on ne peut, dans cette même hypothèse, les regarder que comme des évènemens particuliers qui ne produisent aucun droit; cela posé, soient $x_{\prime}'$, $x_{\prime}''$, $x_{\prime}'''$, ... x'''^{n} leurs probabilités, $b_{\prime}''$, $b_{\prime}''$, $b_{\prime}'''$ ..... b'''^{n} leur nombre, $a_{\prime}'$, $a_{\prime}''$, $a_{\prime}'''$ ..... $a_{\prime}'''^{n}$ celui des années qui y correspondent; il est aisé de voir 1.° qu'il faudra dans le dénominateur de la formule, & dans le facteur du numérateur qui multiplie l'expression de la valeur du droit avoir égard à ces x précisément comme à ceux de l'autre série; 2.° que pour déterminer l'expression de la valeur du droit, il faudra au lieu de $\frac{1}{1 - c^{a'} x' \ldots\ldots - c^{a''^{n}} x''^{n}}$, prendre

$$\frac{1 - c^{a_{,}'} x_{,}' - c^{a_{,}''} x_{,}'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots - c^{a_{,}''n} x_{,}''n}{1 - c^{a'} x' - c^{a''} x'' \ldots\ldots - c^{a''n} x'''n - c^{a_{,}'} x_{,}' - c^{a_{,}''} x_{,}'' \ldots\ldots - c^{a_{,}'''} x_{,}'''n},$$

en ſuppoſant le dernier x égal à l'unité moins tous les autres x.

I I I.

Le droit éventuel eſt pour celui auquel il eſt dû une eſpèce de propriété foncière qui a une valeur, & le rembourſement de ce droit eſt une autre propriété qu'on change contre la première. Si donc leurs valeurs ſont égales, il n'éprouvera ni perte, ni gain par le changement. Il eſt clair en même temps que ce droit eſt une dette pour celui qui eſt aſſujetti à le payer; mais quelle eſt la nature de cette dette? Et qui en eſt chargé?

Suppoſons, par exemple, un droit dû ſeulement pour les ſucceſſions. Il eſt clair d'abord que ce ſont ſeulement les héritiers des propriétaires actuels, & ainſi de ſuite, de génération en génération; un propriétaire qui rembourſeroit ce droit feroit donc préciſément la même choſe que s'il plaçoit une ſomme équivalente dont le fonds & les intérêts toujours croiſſans feroient deſtinés à ſes héritiers ſans qu'il en jouît jamais; ce n'eſt donc pas ſa dette qu'il payeroit, c'eſt celle de ſes enfans, de ſes héritiers; les rembourſemens de ces droits ne doivent donc être faits que volontairement par lui; en ſorte que ſi on juge ces droits nuiſibles, c'eſt aux dépens du Public qu'ils doivent être faits.

On doit obſerver cependant que le droit de cette eſpèce diminue la valeur de la propriété, & à cet égard la ſuppreſſion du droit lui feroit gagner, non ſur le revenu, mais ſur le fonds de la propriété.

Si le droit eſt dû ſur une vente, il devient alors dépendant de la volonté de celui qui le paye, il en réſulte alors néceſſairement une remiſe plus ou moins forte; ainſi c'eſt d'après la valeur moyenne du droit ainſi réduite, que ſe doit faire l'évaluation.

Dans ce même cas, le propriétaire du bien qui doit ce droit, a intérêt à ce qu'il ſoit aboli; la ſuppreſſion du droit augmenteroit la valeur du bien ſans augmenter le revenu, comme pour le droit dû aux ſucceſſions; mais dans l'un & dans l'autre cas cette augmentation de valeur n'eſt pas égale à celle du droit, & elle ſeroit beaucoup plus foible dans le premier.

Il y auroit donc toujours une différence entre la valeur du droit pour celui qui le perçoit, & la valeur du même droit pour celui qui le paye. Le rembourſement volontaire ſeroit donc rare, & n'auroit lieu que dans des circonſtances particulières. Par la même raiſon on ne pourroit avec juſtice y obliger; ainſi dans le cas où on jugeroit ces droits nuiſibles il faudroit ou les rembourſer aux dépens du tréſor public, ou faciliter les rembourſemens volontaires en payant une partie de la valeur.

I V.

SUPPOSONS maintenant deux droits S & V, pour l'un deſquels la valeur du droit ſoit 1, & D pour le ſecond, c exprimant la valeur du droit 1, s'il n'eſt dû qu'au bout d'une année; en ſorte que s'il eſt dû au bout de z années, cette valeur ſoit c^z, & Dc' exprimant la valeur du ſecond droit, s'il n'eſt dû qu'au bout d'une année; en ſorte que s'il n'eſt dû qu'au bout de z années, cette valeur ſoit Dc'^z.

Si nous employons la première méthode, & que nous ſuppoſions que les eſpaces écoulés entre le payement de deux droits, le nombre des obſervations pour chaque eſpace, & la probabilité de chacun ſoient repréſentés par

$$\left.\begin{array}{l} a' \;,\; a'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a'''\;{}^{n} \\ b' \;,\; b'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots b'''\;{}^{n} \\ x' \;,\; x'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x'''\;{}^{n} \end{array}\right\} \text{pour le cas où } S \text{ ſuccède à } S.$$

$$\left.\begin{array}{l} a'_{,} \;,\; a''_{,} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a''_{,}\;{}^{n'} \\ b'_{,} \;,\; b''_{,} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots b''_{,}\;{}^{n'} \\ x'_{,} \;,\; x''_{,} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x''_{,}\;{}^{n'} \end{array}\right\} \text{pour le cas où } V \text{ ſuccède à } S.$$

$$\left.\begin{matrix} a_{_{\prime\prime}}', a_{_{\prime\prime}}'' \ldots\ldots\ldots\ldots a_{_{\prime\prime}}''^{n''} \\ b_{_{\prime\prime}}', b_{_{\prime\prime}}'' \ldots\ldots\ldots\ldots b_{_{\prime\prime}}''^{n''} \\ x_{_{\prime\prime}}', x_{_{\prime\prime}}'' \ldots\ldots\ldots\ldots x_{_{\prime\prime}}''^{n''} \end{matrix}\right\} \text{pour le cas où } S \text{ succède à } V.$$

$$\left.\begin{matrix} a_{_{\prime\prime\prime}}', a_{_{\prime\prime\prime}}'' \ldots\ldots\ldots\ldots a_{_{\prime\prime\prime}}''^{n'''} \\ b_{_{\prime\prime\prime}}', b_{_{\prime\prime\prime}}'' \ldots\ldots\ldots\ldots b_{_{\prime\prime\prime}}''^{n'''} \\ x_{_{\prime\prime\prime}}', x_{_{\prime\prime\prime}}'' \ldots\ldots\ldots\ldots x_{_{\prime\prime\prime}}''^{n'''} \end{matrix}\right\} \text{pour le cas où } V \text{ succède à } V.$$

Nous chercherons d'abord la valeur du droit pour une p^e mutation : pour cela, nous ferons, pour abréger,

$$x' + x'' \ldots + x''^{n} = E, x_{_\prime}' + x_{_\prime}'' \ldots + x_{_\prime}''^{n} = F,$$
$$x_{_{\prime\prime}}' + x_{_{\prime\prime}}'' \ldots + x_{_{\prime\prime}}''^{n} = G, x_{_{\prime\prime\prime}}' + x_{_{\prime\prime\prime}}'' \ldots + x_{_{\prime\prime\prime}}''^{n} = H;$$

& appelant dans le terme qui exprime la probabilité de la p^e mutation, P la partie qui se termine par l'évènement qui produit le droit S, & Q la partie qui se termine par l'évènement qui produit le droit V, nous aurons

$$PF + QG = P', \& PF + QH = Q';$$

P' & Q' étant ce que deviennent P & Q lorsque p devient $p + 1$, nous en tirerons l'équation

$$P'' - (E + H) P' = (GF - HE) P;$$

donc faisant $P = A r^p + B s^p$, nous aurons

$$r = \frac{E+H}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{[(E - H)^2 + 4GF]},$$

&

$$s = \frac{E+H}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{[(E-H)^2 + 4GF]}, r = z + \sqrt{(u)}, s = z - \sqrt{(u)}.$$

On aura également $Q = A' r^p + B' s^p$; mais $Q = \frac{P' - PE}{G}$;

par conséquent on aura $A' = \frac{Ar - AE}{G}$, $B' = \frac{Bs - BE}{G}$.

Supposons

Suppoſons maintenant qu'on parte du moment où l'évènement qui répond à S a eu lieu, on aura pour lors

$$p = 0,\ P = A + B = 1,\ \&\ Q = A' + B' = 0,$$

& par conſéquent $A = \frac{F - s}{r - s}$, $B = \frac{r - F}{r - s}$. La ſomme de tous les P ſera donc, en mettant pour r & s leurs valeurs,

$$\frac{1 + E - 2z}{(1 - z)^2 - u}, \text{ ou } \frac{1 - H}{1 - E - H + HE - GF}:$$

de même on aura

$$Q = \frac{F}{1 - E - H + HE - GF}:$$

cela poſé, ſi nous appelons Π & Φ les valeurs précédentes de P & de Q, en y mettant dans P pour x, $x c^a$, chaque a étant celui des a qui correſpond à chaque x, & dans Q pour les x, xc'^{a}, a étant toujours celui des a qui correſpond à chaque x, on aura la valeur du double droit exprimée par la formule

$$\frac{\left\{\int \left\{ (x'^{b'} \ldots x''^{n\,b''^{n}} . x_{,}'^{b_{,}'} \ldots x_{,}''^{n\,b_{,}''^{n'}} . x_{,,}'^{b_{,,}'} \ldots x_{,,}''^{n\,b_{,,}''^{n''}} . x_{,,,}'^{b_{,,,}'} \ldots x_{,,,}''^{n\,b_{,,,}''^{n'''}}) \times (\Pi + D\Psi)\, \partial x'\, \partial x'' \ \&c. \right\}^{n + n' + n'' + n''' - 2}\right\}}{\left\{\int \left\{ (x'^{b'} \ldots x''^{n\,b''^{n}} . x_{,}'^{b_{,}'} \ldots x_{,}''^{n\,b_{,}''^{n'}} . x_{,,}'^{b_{,,}'} \ldots x_{,,}''^{n\,b_{,,}''^{n''}} . x_{,,,}'^{b_{,,,}'} \ldots x_{,,,}''^{n\,b_{,,,}''^{n'''}})\, \partial x'\, \partial x'' \ \&c. \right\}^{n + n' + n'' + n''' - 2}\right\}};$$

dans laquelle formule, on ſubſtituera à

$$x_{,}''^{n'},\ 1 - (x' + x'' \ldots + x''^{n} + x_{,}' + x_{,}'' \ldots + x_{,}'''^{n' - 1}),$$

& à

$$x_{,,,}''^{n'''},\ 1 - (x_{,,}' + x_{,,}'' \ldots + x_{,,}''^{n''} + x_{,,,}' + x_{,,,}'' \ldots + x_{,,,}''^{n''' - 1}),$$

& on en prendra les intégrales ſéparément pour les x compris dans $E + F$, & dans $G + H$, de manière qu'elles s'étendent de zéro à l'unité pour chaque claſſe, comme dans l'article premier.

Le cas où aucun des droits ne ſeroit dû, ſe réſoudra de la même manière que le cas analogue de l'article premier.

Si on emploie la ſeconde méthode, on obſervera que l'on peut y appliquer également les formules précédentes, & qu'il n'y aura d'autre changement à faire que de ſubſtituer dans ces formules, au lieu de E, F, G & H, ce que deviennent dans ces méthodes les probabilités que S ſuccédera à S, ou V à S, ou S à V, ou V à V. On prendra donc x probabilité que S ſuccédera à S dans l'année, x' que V ſuccédera à S, $1 - x - x'$ que ni l'un ni l'autre ne ſuccédera dans l'année; de même $x_{,}$ exprimera la probabilité que S ſuccédera à V, & $x_{,}'$ que V ſuccédera à V. Nous aurons donc

$$E = \frac{x}{1 - (1 - x - x')}; \; F = \frac{x'}{1 - (1 - x - x')};$$

$$G = \frac{x_{,}}{1 - (1 - x_{,} - x_{,}')}, \; H = \frac{x_{,}'}{1 - (1 - x_{,} - x_{,}')};$$

& il faudra pour former Π & Φ, multiplier dans Π les $x, x', 1 - x - x', x_{,}, x_{,}', 1 - x_{,} - x_{,}'$ par c & par c' dans Φ, les intégrales étant priſes depuis 1 juſqu'à zéro ſéparément pour les x & x', comme pour les $x_{,}$ & $x_{,}'$.

Quant à la troiſième méthode, il eſt également aiſé de voir qu'il ſuffira de prendre pour les z les valeurs de E, F, G, H qui ſeront les mêmes que dans la première méthode. Si on prend la ſeconde hypothèſe de cette troiſième méthode, Π & Φ auront la même forme que ci-deſſus; mais ſi on prend la première, Π & Φ ſeront égaux à $E + F$, & $G + H$, & dans Π & Φ les z ſeront multipliés par les mêmes termes que dans les formules analogues de l'article premier.

On voit que cette méthode ſeroit générale pour un nombre de droits quelconque.

V.

Nous avons cherché jusqu'ici à évaluer le droit d'après deux mutations consécutives observées ; on pourroit l'évaluer aussi d'après l'observation des produits du droit, proportionnellement à la masse totale de ce droit pour plusieurs cantons. Supposons cette masse réduite à l'unité ; que p', p'', . . . p''^{n} en indiquent les fractions payées annuellement, b', b'', . . . b''^{n} le nombre de fois que chaque fraction a été payée, x', x'', ... x''^{n} la probabilité que chaque fraction p sera payée chaque année plus tôt qu'une autre fraction. La formule

$$\frac{\int\left\{x'^{b'}\ldots(1-x'\ldots x''^{n-1})^{b''^{n}}\cdot\frac{cp'x'+cp''x''\ldots+cp'''^{n}(1-x'\ldots-x'''^{n-1})}{1-cx'\ldots-c(1-x'\ldots-x'''^{n-1})}\partial x'\ldots\partial x'''^{n-1}\right\}^{n-1}}{\int\left\{x'^{b'}\ldots\ldots(1-x'\ldots\ldots-x'''^{n-1}{}^{b''^{n}})\,\partial x'\ldots\ldots\partial x'''^{n-1}\right\}^{n-1}}$$

exprimera pour chaque masse 1 la valeur du droit ; nous ne nous arrêterons pas à considérer cette hypothèse & plusieurs autres semblables qu'on pourroit former ; celles que nous avons choisies ci-dessus, & sur-tout la première, si les espaces observés entre les mutations ne diffèrent que d'une unité d'années, ou de trois mois, nous paroissent se rapprocher plus de la vérité qu'aucune de celles qu'on formeroit d'après d'autres principes. En effet, il faut, dans les questions de ce genre, préférer en général les observations particulières & individuelles, aux observations générales qui ne sont déjà elles-mêmes que des valeurs moyennes prises suivant la méthode commune de les déterminer.

Nous terminerons ce Mémoire, en observant que l'on trouveroit facilement des formules analogues à celles-ci, qui s'appliqueroient aux calculs de toutes les rentes à vie, & serviroient à résoudre les questions de ce genre avec plus de précision qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie le Mémoire ſuivant, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faiſant qu'un ſeul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi, au mois de Février 1706.

MÉMOIRE
SUR LE TREMBLEUR,
Eſpèce peu connue de Poiſſon électrique.

Par M. BROUSSONET.

Lû le 27 Mai 1784.

L'ENGOURDISSEMENT occaſionné par la Torpille, étoit connu des Anciens; mais quoiqu'ils fuſſent très-à portée de faire des obſervations ſur ce phénomène intéreſſant, nous ne trouvons guère dans leurs Écrits que des récits de Pêcheurs, qu'ils ont même ſouvent exagérés. N'ayant aucune idée de l'électricité, ils ne pouvoient pas, comme les Modernes, rapporter ces effets à une cauſe qui leur étoit inconnue: lorſque l'art de l'obſervation eut fait enſuite quelques progrès, on crut pouvoir attribuer cette action à une cauſe mécanique. Lorenzini & M. de Réaumur écrivirent ſur cette matière, & les ouvrages de ces deux Savans ont ſeulement prouvé que les explications les plus ingénieuſes ne ſont pas toujours les plus vraies.

Une découverte en amène ordinairement plusieurs autres : celle de l'électricité donna la solution de différens problèmes qu'on avoit tenté inutilement d'expliquer par des agens alors connus ; on ne découvrit la présence du fluide électrique dans la Torpille, qu'après avoir travaillé assez long-temps sur l'électricité. M. Walsh est le premier qui ait démontré clairement cette propriété dans ce poisson ; M. Jean Hunter a aussi le premier décrit, avec le plus de soin, les organes qui forment, pour ainsi dire, ses *batteries*. La Physique & l'Anatomie ont fourni à ces deux Savans les mêmes résultats dans l'examen d'un poisson d'une forme très-différente de celle de la Torpille, & qui étoit inconnu aux Anciens : on le trouve dans les grandes rivières de l'Amérique méridionale ; sa ressemblance avec l'Anguille, lui a fait donner le nom d'*Anguille électrique :* ses effets sont plus sensibles que ceux de la Torpille, mais celle-ci vit dans l'eau salée, & l'autre dans l'eau douce, deux sortes de conducteurs de nature bien différente.

M. de la Condamine, dans la relation qu'il a donnée de son voyage dans l'Amérique méridionale, parle d'un poisson qui avoit la même propriété que la Torpille, & qu'il regarde comme une Lamproie, parce que son corps étoit percé d'un grand nombre d'ouvertures ; il l'avoit observé aux environs de la ville de Para, dans la rivière des Amazones. Cette espèce étoit probablement l'Anguille électrique, dont la tête étoit percée de quelques petits trous qui ont un peu de ressemblance avec les évents de la Lamproie, mais qui ne sont que les orifices de plusieurs tuyaux excréteurs qui fournissent une humeur particulière destinée à lubréfier la tête : l'Anguille électrique est d'ailleurs assez commune dans la rivière des Amazones.

Outre les deux espèces de poissons électriques dont nous venons de parler, il en existe une troisième dans certaines rivières d'Afrique ; M.rs Adanson & Forskal en ont fait mention, mais leurs descriptions sont peu étendues ; d'ailleurs ils ne nous en ont pas donné la figure.

M. Adanſon, dans ſon voyage au Sénégal, dit : « qu'il vit » pêcher dans les eaux douces du fleuve Niger, un poiſſon » qui avoit du rapport avec ceux qu'on avoit connus juſqu'alors, » ſon corps étoit rond, ſans écailles, & gliſſant comme celui » de l'anguille, mais beaucoup plus épais par rapport à ſa » longueur ; il avoit encore quelques barbillons à la bouche. » Les Nègres le nommoient *Onaniear*, & les François le » *Trembleur*, à cauſe de la propriété qu'il avoit de cauſer, non » un engourdiſſement, comme la Torpille, mais un tremble- » ment très-douloureux dans les membres de ceux qui le » touchoient ; ſon effet, qui ne parut point à M. Adanſon » différer ſenſiblement de la commotion électrique de l'expé- » rience de Leyde, ſe communiquoit de même par le ſimple » attouchement avec un bâton ou une verge de fer de cinq ou » ſix pieds de long, de manière qu'on laiſſoit tomber dans » le moment ce qu'on tenoit à la main ; ſa chair, quoique » d'un aſſez bon goût, n'étoit pas d'un uſage également ſain pour tout le monde ».

Forskal avoit vu la même eſpèce de poiſſon dans le Nil, on la trouve décrite ſous le nom de *Raja Torpedo* (Torpille), dans l'hiſtoire des animaux qu'il avoit obſervés dans ſon voyage, & qui a été publiée après ſa mort ; la qualité électrique de ce poiſſon, & quelques taches qu'il a ſur le corps, avoient fait croire à cet Auteur qu'on devoit le rapporter à une des variétés de la Torpille décrites par Rondelet ; il n'a cependant aucune reſſemblance avec la Torpille, il appartient même à une claſſe très-différente ; il ne doit pas non plus, comme l'avoit penſé Forskal, conſtituer un genre nouveau, & encore moins être rangé ſous celui de *Mormyrus*, dont il diffère eſſentiellement par la forme de ſes dents.

Après l'avoir examiné attentivement, nous croyons devoir le rapporter au genre que les Ichtyologiſtes ont nommé *Silurus*, avec les eſpèces duquel il a la plus grande analogie ; c'eſt ſur-tout dans les rivières d'Afrique que les poiſſons de cette famille ſont les plus multipliés ; nous n'en connoiſſons qu'un ſeul en Europe, le *Silurus Glanis Linn.* ou le *Mâl* des Suédois.

Les habitans des bords du Nil lui donnent le nom de *Raasch*, qui, en Arabe, sert à exprimer l'idée d'engourdissement. Les anciens Médecins Arabes ont parlé, sous la même dénomination, d'un poisson électrique que les Traducteurs ont pris pour la Torpille ; mais comme ces Auteurs n'en ont donné aucune description détaillée, il est impossible d'assurer s'ils ont eu en vue la Torpille, ou bien cette espèce de *Silurus* que nous appellerons le *Trembleur*, d'après M. Adanson.

La description que Forskal a donnée du Trembleur, quoique assez étendue, est cependant incomplète à bien des égards ; il n'a pas parlé des rayons qui soutiennent la membrane des ouïes, nous attribuons à cette omission le dessein où il étoit de le ranger parmi les *Branchiostèges.* Une seule nageoire sur le dos, sans rayons, & de même nature que cette petite nageoire qu'on voit à l'extrémité du dos des Saumons & des Truites, distingue essentiellement ce poisson, non-seulement de toutes les espèces du genre de *Silurus*, mais encore de tous les poissons connus.

Son corps étoit alongé, lisse, sans écailles, & devenoit très-large & aplati vers la partie antérieure ; il avoit la tête aplatie ; les yeux de grandeur médiocre, étoient recouverts par la peau qui enveloppoit toute la tête ; chaque mâchoire étoit armée d'un grand nombre de dents petites, pointues & placées sans ordre ; les ouvertures des narines, au nombre de deux de chaque côté, étoient situées à l'extrémité du museau, elles étoient petites, & rapprochées ; on voyoit autour de l'ouverture de la gueule six appendices ou barbillons, dont deux sur la lèvre supérieure, & quatre sur l'inférieure ; de ces derniers, les deux extérieurs étoient les plus longs ; la membrane branchiostège étoit soutenue de chaque côté par six rayons osseux, flexibles & arqués ; il avoit les nâgeoires composées de plusieurs osselets flexibles, dont le nombre étoit le même que celui indiqué par Forskal ; son corps étoit grisâtre, & les côtés de la queue marqués de quelques taches noirâtres. Nous avons vu des individus de plus de vingt pouces de long.

Nous n'entrerons point dans un plus grand détail ſur la deſcription du Trembleur, nous nous bornons à indiquer les principaux caractères qui avoient échappé à Forskal; la figure que nous joignons ici, donnera bien mieux qu'une deſcription très-détaillée, une idée exacte de ce poiſſon.

Les Égyptiens, au rapport de Forskal, mangent ſa chair, & ſalent ſa peau, à laquelle ils attribuent une vertu aphrodiſiaque, lorſqu'on la tient dans la main; la cauſe nous paroît trop peu analogue avec l'effet, pour ne pas regarder plutôt cette prétendue qualité comme une nouvelle preuve du goût qu'ont les Orientaux pour tous les remèdes qu'ils croient pouvoir entrer dans cette claſſe.

Le même Auteur dit que ſes effets électriques n'étoient ſenſibles que vers la queue; la peau qui recouvre cette partie, nous a paru beaucoup plus épaiſſe que celle du reſte du corps, & nous y avons bien diſtingué un tiſſu particulier, blanchâtre & fibreux, que nous avons pris pour les *batteries* du poiſſon: Forskal ne doutoit point que cette propriété ne fût analogue à l'électricité, puiſqu'il témoigne ſon regret de n'avoir pas été à portée de tenter des expériences au moyen des verges de fer iſolées par des cordons de ſoie: il paroît que cet animal poſsède la vertu électrique dans un degré plus foible que la Torpille & l'Anguille électrique; il ſeroit pourtant à ſouhaiter qu'on fît des expériences particulières à ce ſujet, il n'eſt pas douteux que les phénomènes qu'on obſervera ſur ces divers poiſſons, ne préſentent des réſultats différens les uns des autres: l'Anguille électrique, par exemple, a donné des étincelles très-petites à la vérité, mais qu'on n'a pas encore pu obtenir de la Torpille; il ne ſeroit point difficile de ſe procurer des poiſſons Trembleurs vivans d'Égypte, ils ſe tiennent dans l'eau douce, & ſont d'ailleurs conformés de manière à pouvoir vivre aſſez long-temps hors de l'eau.

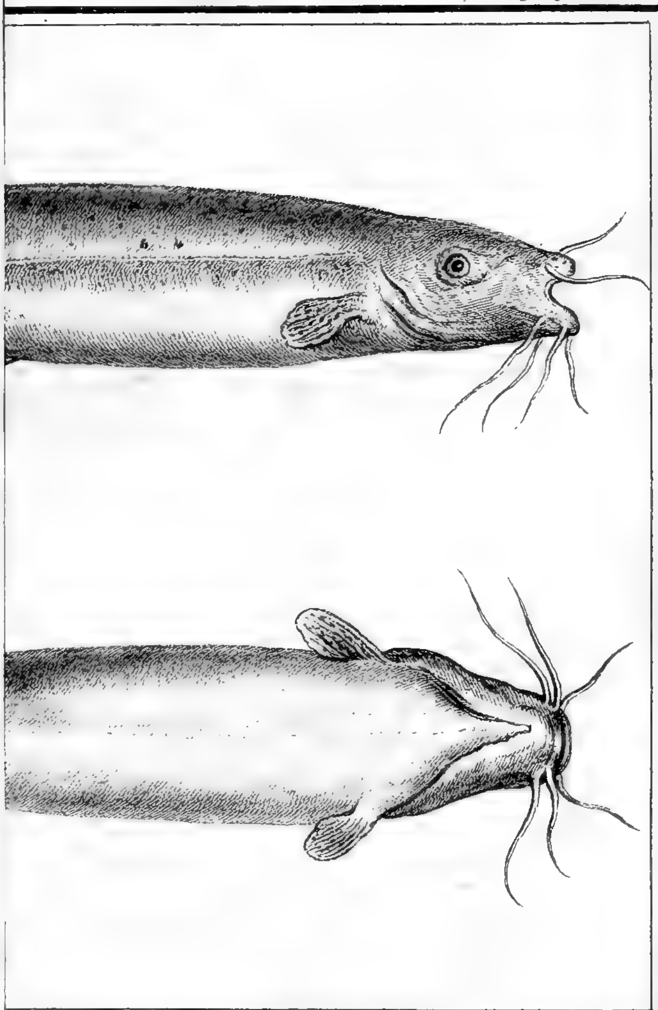
Les poiſſons électriques que nous connoiſſons, quoique appartenant chacun à des claſſes différentes, ont cependant certains caractères communs, ils ont tous la peau liſſe, ſans écailles, épaiſſe & parſemée de petits trous, qui ſont en plus grand

grand nombre vers la tête, & d'où ſuinte une humeur particulière: leurs nageoires ſont compoſées de rayons mous, flexibles, & joints entr'eux par une membrane épaiſſe. L'Anguille électrique n'a point de nageoires ſur le dos, le Trembleur en a une ſeule placée vers l'extrémité du dos, & entièrement dépourvue de rayons; on ne trouve point de nageoires dorſales dans la Torpille, mais ſeulement deux petites ſur la queue: ces trois eſpèces ont les yeux petits, l'ouverture des ouïes ou les évents fermés en partie par des replis de la peau; cette conformation indique aſſez que ces animaux vivent le plus ſouvent dans des fonds vaſeux.

Le corps de la Torpille eſt arrondi, ſa queue eſt pourvue de nageoires de peu d'étendue, & incapables de communiquer au corps du poiſſon un grand degré d'impulſion; auſſi cette eſpèce ne fait-elle pas de longs voyages: l'Anguille électrique eſt privée des nageoires ventrales qui ſervent de point d'appui aux poiſſons pour ſe ſoutenir dans l'eau; & comme toutes les eſpèces dans leſquelles on n'obſerve point ces parties, elle a le corps alongé, & ne peut avancer dans l'eau qu'en exécutant une eſpèce de mouvement d'ondulation; on la trouve vers l'embouchure des grandes rivières, & nous ne croyons pas qu'elle ait jamais été pêchée en pleine mer: le Trembleur paroît encore moins s'approcher de la mer que l'Anguille électrique; ceux qu'on a obſervés, avoient été pris dans les rivières, à une certaine diſtance de leur embouchure: les nageoires ventrales ſont dans celui-ci plus près de la queue que de la tête, elles indiquent auſſi par leur poſition un poiſſon deſtiné à vivre dans des eaux peu profondes, même rapides. Il n'eſt pas inutile d'obſerver que preſque tous les poiſſons de rivière ſe trouvent dans la claſſe de ceux dont les nageoires ventrales ſont ſituées dans la région abdominale, & que Linné a compris ſous la dénomination d'*Abdominales*: les eſpèces de Carpes, de Saumons, de Silures, de *Clupea*, &c. qui appartiennent à cette claſſe, ſe pêchent preſque toutes dans les eaux douces; il eſt encore remarquable qu'on ne trouve que deux ou trois eſpèces de poiſſon de mer qui n'entrent jamais dans les rivières, dont une des nageoires dorſales ſoit molle & ſans rayons, tandis que toutes les eſpèces de Saumons, de Truites, & le plus grand nombre de Silures, qui ſont pourvues d'une nageoire de cette ſorte, vivent dans les rivières.

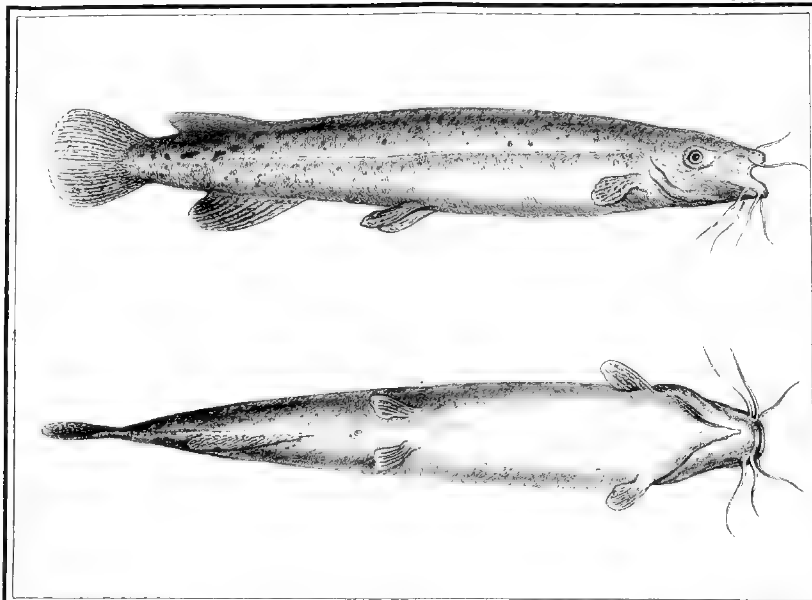
En comparant les caractères des différens poiſſons avec ceux des trois électriques que nous connoiſſons déjà, il ſeroit peut-être poſſible de découvrir ces mêmes caractères dans d'autres eſpèces qui offriroient les mêmes phénomènes; la comparaiſon ſeroit d'autant plus aiſée, que les eſpèces que nous avons, ſont toutes trois d'un ordre différent: & il eſt très-probable que nous trouverons dans la ſuite un plus grand nombre de ces animaux vraiment ſinguliers; nous ne doutons pas même qu'il n'en exiſte pluſieurs qui, poſſédant cette propriété à un degré très-foible, n'ont beſoin, pour la manifeſter, que d'être ſoumis à des expériences particulières: il paroîtra ſans doute extraordinaire que les ſeuls animaux qui ont donné les ſignes les plus ſenſibles d'électricité, ſe trouvent tous dans la claſſe des poiſſons.

FIN.



Y. le Gouaz sculp.

LEUR



LE TREMBLEUR

F. le Gouaz sculp.