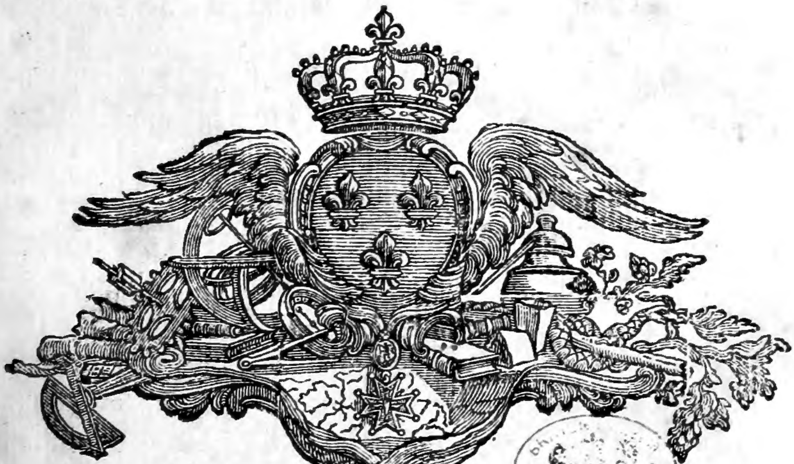
HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXXXV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXVIII.

TABLE
POUR L'HISTOIRE.

TABLE

POUR LES MÉMOIRES.

ADDITION ET ERRATA

Pour le Mémoire de M. de la Place.

Page 33, ligne 13, au lieu de *moins rapide*, liſez *plus rapide*.

Page 37, après ces mots, *les obſervations les plus préciſes*, ou immédiatement avant la première Section, *ajoutez*,

Il reſtoit cependant encore un phénomène céleſte, l'accélération du moyen mouvement de la Lune, que l'on n'avoit pu juſqu'ici ramener aux loix de la peſanteur : les Géomètres qui s'en étoient occupés, avoient conclu de leurs recherches, qu'il ne peut être produit par la gravitation univerſelle, & pour l'expliquer, on avoit eu recours à différentes hypothèſes, telles que la réſiſtance de l'éther, la tranſmiſſion ſucceſſive de la gravité, l'action des comètes, &c. Mais après diverſes tentatives, je ſuis enfin parvenu à découvrir la véritable cauſe de ce phénomène. J'ai trouvé que l'équation ſéculaire de la Lune réſulte de l'action du Soleil ſur ce ſatellite, combinée avec la variation de l'excentricité de l'orbite terreſtre. Elle eſt périodique, & dépend des mêmes argumens que le carré de cette excentricité : quand celle-ci diminue, comme cela a eu lieu conſtamment, depuis les obſervations les plus anciennes juſqu'à nous, cette équation accélère le moyen mouvement de la Lune ; elle le ralentit, quand l'excentricité vient à croître. Cette théorie s'accorde auſſi exactement qu'on peut le deſirer, avec les obſervations les plus anciennes ; & par-là, elle complette le ſyſtème de la peſanteur univerſelle, dont tous les phénomènes céleſtes, ſans exception, concourent maintenant à démontrer la vérité.

Page 76, ligne 10, au lieu de $\frac{m' n T}{4}$, liſez $\frac{m' n T}{2}$.

Ibidem, ligne 12, au lieu de $\frac{m n' T}{4}$, liſez $\frac{m n' T}{2}$.

Page 113, ligne antipénultième, au lieu de $\frac{b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{a^3}$, liſez $\frac{b^{(1)}_{\frac{3}{2}}}{a'^3}$.

Ibidem, ligne dernière, au lieu de $\frac{m n' T}{4} . b^{1))}_{\frac{3}{2}}$, liſez $\frac{m n' T}{4} \alpha . b^{(1)}_{\frac{3}{2}}$.

Page 114, ligne 2, au lieu de

$$\overline{\underline{|1,0|}} = \frac{m n'^2 T}{2 \alpha^2} \cdot [(1 + \alpha^2) \cdot b^{(1)}_{\frac{3}{2}} - 3 b^{(0)}_{\frac{3}{2}}],$$

lisez

$$\overline{\underline{|1,0|}} = \frac{m n'^2 T}{2} \cdot [(1 + \alpha^2) \cdot b^{(1)}_{\frac{3}{2}} - 3 \alpha \cdot b^{(0)}_{\frac{3}{2}}].$$

Mémoire de M. Berthollet.

Page 304, ligne 26, au lieu de *marin,* lisez *nitreux.*

Page 309, ligne 2, au lieu de *par l'esprit-de-vin,* lisez *sur l'esprit-de-vin.*

HISTOIRE

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES.

Année M. DCCLXXXV.

EXAMEN

D'un Projet de tranſlation de l'Hôtel-Dieu de Paris, & d'une nouvelle conſtruction d'Hôpitaux pour les Malades.

DEPUIS plus d'un demi-ſiècle la tranſlation de l'Hôtel-Dieu eſt l'objet des vœux de toutes les perſonnes éclairées. La poſition de cet hôpital au centre de la ville, le peu d'étendue du terrein qu'il occupe, le ſpectacle que préſentent les ſalles où les malades ſont entaſſés dans un même lit, le détail de tout ce que les vices du régime qui y eſt établi, ajoutent aux douleurs & aux angoiſſes du pauvre forcé d'y chercher un aſyle, enfin une mortalité effrayante, & hors de toute proportion avec celle de la plupart des grands hôpitaux de l'Europe, tels ſont les maux ſur leſquels il eſt impoſſible d'arrêter la vue, ſans déchirement & ſans indignation. Le temps où les établiſſemens de ce genre deviendront inutiles, eſt trop éloigné de nous, pour que le ſoin de les perfectionner ne ſoit pas encore long-temps un des objets les plus dignes des travaux des hommes éclairés, & de la vigilance de l'Adminiſtration. Trouver, pour adminiſtrer des ſecours à pluſieurs milliers de malades pauvres, les moyens les moins diſpendieux, les plus propres à conſerver un plus grand nombre d'hommes, les moins dangereux pour la ſalubrité de l'air, ſoit des habitations voiſines, ſoit de la ville entière, tel eſt donc le grand problème qu'il faut réſoudre, & ſur la ſolution duquel le Rapport des Commiſſaires de l'Académie eſt deſtiné à répandre quelque lumière.

RAPPORT

Des Commiſſaires chargés, par l'Académie, de l'examen du Projet d'un nouvel Hôtel-Dieu.

Par M.rs DE LASSONE, DAUBENTON, TENON, BAILLY, LAVOISIER, LA PLACE, COULOMB, D'ARCET.

L'ACADÉMIE, en conſéquence des ordres du Roi, nous a nommés, M.rs de Laſſone, Daubenton, Tenon, Bailly, Lavoiſier, la Place, Coulomb, d'Arcet, pour examiner un *Mémoire ſur la néceſſité de transférer & de conſtruire l'Hôtel-*

Dieu de Paris, suivi d'un Projet de translation de cet Hôpital, proposé par le sieur POYET, *Architecte & Contrôleur des bâtimens de la Ville.*

Cet Ouvrage, envoyé par M. le Baron de Breteüil le 10 décembre 1785, & sur lequel le Roi consulte l'Académie, renferme, 1.° un Mémoire sur la nécessité de transférer l'Hôtel-Dieu dans un local suffisant, commode & salubre; 2.° un Projet de construire cet Hôpital dans l'île des Cygnes.

Le premier objet des Commissaires a été d'examiner l'Hôtel-Dieu & les Hôpitaux.

Les Commissaires chargés de l'examen, qui doit mettre l'Académie en état de donner son avis sur ce Mémoire & sur ce Projet, ont cru que leur premier devoir étoit de comparer l'Hôtel-Dieu, tel qu'il est aujourd'hui, à l'Hôpital qu'on propose d'établir dans l'île des Cygnes. En effet, si l'Hôtel-Dieu est suffisant pour le nombre des pauvres malades qui s'y présentent, s'il est assez commode pour que rien ne s'oppose à la guérison de leurs maux, & s'il ne renferme aucune cause d'insalubrité qui puisse aggraver ces maux, il n'y a point de nécessité de transférer cet Hôpital; & on ne peut admettre ni le projet, ni la dépense d'en construire un autre. D'ailleurs l'examen des Hôpitaux en général doit servir de préliminaire à l'examen du Projet de M. Poyet. Nous ne pouvons rien connoître que par comparaison; ce sont les Hôpitaux existans qui doivent eux-mêmes prononcer, pour ainsi dire, sur le mérite ou sur les défauts du nouvel Hôpital. Un Hôpital qu'on éleveroit aujourd'hui, doit être, dans un siècle éclairé comme le nôtre, le résultat des connoissances acquises; & il doit réunir tous les secours que la physique perfectionnée peut offrir pour le soulagement des malades. Mais les progrès des Sciences, à cet égard, sont déposés dans les monumens de ce genre, comme dans les ouvrages qui ont été écrits sur cette matière. Nous n'avons pas dû nous borner à lire ces ouvrages, & à y joindre les réflexions que ce sujet important peut faire naître à des hommes guidés par l'amour de l'humanité, & inspirés par les vues bienfaisantes du Roi. Il étoit nécessaire de voir les monumens mêmes, où les règles ont dû être mises en pratique, où les avantages du local & de l'administration sont constatés par des guérisons, & où les inconvéniens du local, les négligences, les préjugés, sont mis à découvert par la mortalité. Nous nous sommes donc proposés de visiter tous les Hôpitaux; d'en observer avec soin & avec attention les détails; & de consulter les registres où sont inscrits chaque jour les malades qui y sont entrés, & ceux qui en sont sortis, ou guéris, ou morts.

Ils ont visité une partie des Hôpitaux, & n'ont pu visiter l'Hôtel-Dieu.

En conséquence nous avons visité l'hôpital de la Charité, l'hospice de Saint-Sulpice, les infirmeries de la Salpêtrière & des Invalides. Nous nous dispenserons de dire pourquoi nous ne nous sommes pas présentés à plusieurs autres hôpitaux. Mais dans les maisons que nous venons de nommer, nous avons été parfaitement bien accueillis; par-tout on nous a montré tous les détails intérieurs, toutes les commodités que la disposition du lieu offre au traitement des malades. Nous y avons observé les précautions que l'humanité inspire pour leur soulagement, & en général la bonne administration, l'ordre & la propreté qui sont les sources de la salubrité. Mais l'objet le plus important de notre travail, ce qui intéressoit plus particulièrement notre mission, c'étoit la visite de l'Hôtel-Dieu. Nous avons eu l'honneur de voir M. l'Archevêque & M. le Premier Président, qui nous ont reçus avec bonté, & ont bien voulu nous recommander au Bureau de l'administration. Nous avons vu plusieurs de M.rs les Administrateurs. Enfin nous avons demandé au Bureau de l'administration, qu'il nous fût permis de voir l'Hôtel-Dieu avec détail, & accompagnés de quelqu'un qui pût nous guider & nous instruire. Nous avons desiré le plan du local occupé par l'Hôtel-Dieu, les dimensions des salles, le nombre des lits qu'elles renferment, le nombre des malades reçus, & le nombre des morts, mois par mois depuis dix ans. Nous avions besoin de tous ces élémens; nous les avons demandés, & nous n'avons rien obtenu.

Il auroit fallu abandonner le travail dont nous étions chargés, & renoncer à la comparaiſon qui doit faire la baſe de ce Rapport, ſi plusieurs Médecins, qui ſont au nombre des Commiſſaires, n'avoient pas ſuivi le traitement des malades à l'Hôtel-Dieu; ſi l'un de nous, M. Tenon, n'avoit pas été pluſieurs années principal Chirurgien d'un grand Hôpital *(a)*. Il a même demeuré trois ans à l'Hôtel-Dieu, en qualité d'Élève en Chirurgie; & depuis qu'il en eſt ſorti, il a continué de le viſiter & d'y faire des obſervations. Il en réſulte qu'il connoît cette maiſon à peu-près autant qu'on peut la connoître. Ses obſervations nous ont été communiquées & ont ſuppléé en partie aux connoiſſances de détail que nous n'avons pu obtenir. Les meſures locales que nous avons employées, ſont celles que M. Poyet a fait prendre. Nous avons trouvé le nombre des malades entrés à l'Hôtel-Dieu, & le nombre des morts, dans les feuilles qu'on imprime chaque année, & qui ſont intitulées: *États des baptêmes, des naiſſances & des morts de la ville & des fauxbourgs de Paris.* Nous avons dans la bibliothèque de l'Académie une ſuite de ces feuilles, depuis 1720 juſqu'en 1785. C'eſt ſur les extraits de ces états que nous avons fondé nos calculs. Nous nous croyons donc aſſez inſtruits pour rendre compte à l'Académie de l'état actuel de l'Hôtel-Dieu; pour en apprécier devant elle les avantages & les inconvéniens. Si les données nous manquent quelquefois, s'il en réſulte quelqu'erreur, la contradiction nous éclairera; peut-être nous communiquera-t-on les détails que nous avons demandés. Mais en attendant, nous établirons les faits dont nous nous croyons certains; ce qui ne ſera pas conteſté reſtera démontré; & comme nous parlons par les ordres du Roi, comme l'Hôtel-Dieu eſt adminiſtré par les Magiſtrats chargés de veiller aux intérêts du peuple, & par des citoyens vertueux qui aiment les pauvres, nous examinerons tout avec ſcrupule, & nous dirons la vérité ſans réſerve.

Reſſources qu'ils ont eues pour faire leur Examen & leur Rapport.

(a) La Salpêtrière.

Examen de l'Hôtel-Dieu.

L'HÔTEL-DIEU eſt-il un Hôpital ſuffiſant pour la ville de Paris? eſt-il commode, eſt-il ſalubre, pour les pauvres malades dont il eſt l'aſyle? Voilà les trois queſtions qu'il eſt naturel de propoſer, & que l'examen des Commiſſaires de l'Académie doit réſoudre.

L'Hôtel-Dieu eſt-il ſuffiſant pour la ville de Paris?

Pour décider ſi cet Hôpital eſt ſuffiſant, il faut apprécier les beſoins de la ville; il faut connoître le nombre des malades qu'elle y envoie, ou qu'elle y peut journellement envoyer. On a publié, contre le projet de M. Poyet, un petit ouvrage intitulé: *Relevé des principales erreurs contenues dans le Mémoire relatif à la tranſlation de l'Hôtel-Dieu,* & dont l'auteur, qui a dû avoir tous les renſeignemens néceſſaires, aſſure que le nombre commun & journalier des malades eſt de 2300 à 2400 *(b)*; les Lettres patentes du 22 avril 1781 établiſſent 2400 à 2500; & un Mémoire manuſcrit que nous avons ſous les yeux, préſenté en 1775 à l'adminiſtration de l'Hôtel-Dieu, par les Médecins de cet Hôpital, porte ce nombre moyen à 3000 ou 3500 *(c)*.

Détermination du nombre moyen & journalier des malades.

La diverſité de ces réſultats ou de ces eſtimations fait ſoupçonner que juſqu'ici l'on n'a pas eu de connoiſſances abſolument préciſes ſur ce point. Les états dont nous avons parlé donnent le nombre des malades, exiſtans à l'Hôtel-Dieu, le 1.er de chaque mois. Nous avons additionné ces nombres de malades des 1.ers de chaque mois; & nous avons déterminé le nombre moyen & journalier de 2500, par un milieu pris en cinquante-huit ans, depuis 1720 juſqu'en 1772, & depuis 1779 juſqu'en 1785, ſur

---

(b) Relevé des principales erreurs, &c. *page 4.*

(c) Mémoire préſenté au bureau de l'Hôtel-Dieu, le 3 mars 1775, & qui nous a été communiqué par M. Cochu, également diſtingué par ſes lumières & par ſon humanité.

695 jours différens (d); & comme ces jours sont très-nombreux, comme ils sont répandus également dans toutes les saisons de l'année, il ne manque rien à l'exactitude de notre détermination. On peut donc regarder ce nombre moyen des malades 2500, comme un élément positif, fixé d'une manière précise; & on voit que les Lettres patentes qui évaluoient ce nombre à 2500, étoient fondées sur une évaluation assez exacte.

L'Hôtel-Dieu doit être d'abord capable de recevoir ce nombre moyen.

Il en résulte que l'Hôtel-Dieu doit être capable de recevoir au moins 2500 malades.

Cependant un hôpital construit dans une grande ville, dans la capitale d'une nation puissante & sensible, ne doit pas être réglé sur le nombre moyen, mais sur le plus grand nombre des malades qui peuvent s'y présenter. Il faut songer aux années, aux saisons où les maladies sont fréquentes, & où les malades abondent à l'hôpital. Ces saisons calamiteuses se renouvellent dans des périodes assez courtes; on doit avoir des ressources prêtes lorsqu'elles arrivent, &

Nécessité d'y recevoir au moins 4000 malades.

Nombre journalier & moyen des Malades.

		Nombre journalier & moyen des Malades.
(d)	1721 à 1731	2159.
	1731 à 1741	2388.
	1741 à 1751	2889.
	1751 à 1761	2559.
	1761 à 1773	2549.
	1780 à 1786	2399.

Les dix années sont prises depuis le 1.er Janvier 1721, par exemple, jusqu'au 1.er Décembre 1730 inclusivement. On n'a point fait usage des sept années depuis 1772 jusqu'en 1779, parce qu'on a eu quelque incertitude sur ces années; & le dernier calcul même ne commence qu'au 1.er Février 1780. Il auroit été facile de lever cette incertitude, si on avoit pu consulter les registres. Le nombre moyen entre ces six déterminations est 2490; mais comme les intervalles ne sont pas égaux, on aura le véritable nombre moyen, en additionnant tous les nombres des malades existans au 1.er de chaque mois dans ces cinquante-huit années, & divisant la somme par 695 qui est le nombre de ces mois. Cette somme est 1737514; & divisée par 695, elle donne 2500 pour le nombre journalier & moyen des malades à l'Hôtel-Dieu.

ne ſe pas mettre volontairement dans la néceſſité d'entaſſer les malades, d'introduire dans l'hôpital le mal-aiſe, la malpropreté, l'inſalubrité, lorſque la mort fait le plus de ravages; & de rendre les ſecours plus difficiles lorſqu'ils ſont plus néceſſaires. Le nombre des malades d'une ville eſt proportionné au nombre des habitans; & quoique le nombre des pauvres ne ſoit pas dans le même rapport, la population peut cependant donner une idée approchée de la grandeur de l'hôpital qu'on y veut conſtruire. Nous comparerons Lyon à Paris : ce ſont deux grandes villes, & où il y a beaucoup d'ouvriers de luxe. L'hôpital de Lyon peut recevoir 1200 malades, & on eſtime que la population de cette ville eſt de 150 à 160000 ames *(e)*. On eſtime également que la population de Paris eſt de 640 à 680000 *(f)*; & il paroît qu'on peut établir que les nombres des habitans de ces deux villes ſont comme 1 à 4. On peut donc croire, & par une première évaluation, que Paris a beſoin d'un hôpital capable de recevoir 4800 malades, pour offrir à la misère des reſſources pareilles à celles que lui offre la ville de Lyon. Cette détermination va être établie ſur une baſe plus ſolide, & par des faits de l'expérience. Les mêmes états imprimés nous ont fourni les moyens de connoître le nombre des malades, dans les temps & dans les jours où il y a eu le plus d'affluence. Nous en donnons le détail dans une note *(g)*. On y voit que, dans les premiers mois de 1740, 1741,

(e) Le dictionnaire de la Martinière dit 150000; & M. Necker, dans ſon Ouvrage ſur l'adminiſtration des Finances, évalue cette population à 160000. *Tome I, page 260.*

(f) M. Necker, *tome I, page 277.*

(g)

	1740.	*1741.*	*1742.*
1.er Janvier	2935	3258	3519.
1.er Février	3400	3645	3826.
1.er Mars	3641	3393	3694.
1.er Avril	3349	3275	3434.
1.er Mai	3015	3132	3477.

1741, 1742, les malades ont toujours été au-dessus de 3000; & que, le 1.er février 1742, leur nombre a été jusqu'à 3826. On voit encore que, depuis le 1.er novembre 1750 jusqu'au 1.er novembre 1752, c'est-à-dire, pendant deux ans entiers, ce nombre a toujours surpassé 3000; & a été, le 1.er mars 1752, jusqu'à 3906. Il ne faut pas croire que ce soit un jour par hasard; c'est pendant un temps considérable, c'est depuis le 1.er décembre 1751 jusqu'au 1.er juin 1752, c'est-à-dire, pendant six mois révolus, qu'il s'est maintenu entre 3609 & 3906 *(h)*. Il en résulte que les Médecins de l'Hôtel-Dieu ont eu égard à ces calamités, assez longues & assez répétées, quand

	1740.	1741.	1742.
1.er Juin	2969.	3017.	2957.
1.er Juillet	2607.	2893.	2581.
1.er Août	2476.	2681.	2518.
1.er Septembre	2558.	2813.	2555.
1.er Octobre	2703.	2874.	2601.
1.er Novembre	2935.	3115.	2637.
1.er Décembre	3357.	3317.	2777.

(h)

	1750.	1751.	1752.
1.er Janvier	3481.	3459.	3673.
1.er Février	3573.	3521.	3741.
1.er Mars	3729.	3604.	3906.
1.er Avril	3718.	3498.	3860.
1.er Mai	3622.	3544.	3850.
1.er Juin	3267.	3563.	3680.
1.er Juillet	3090.	3264.	3407.
1.er Août	2887.	3076.	3325.
1.er Septembre	2898.	3113.	3339.
1.er Octobre	2910.	3204.	3246.
1.er Novembre	3030.	3324.	2924.
1.er Décembre	3396.	3609.	2915.

ils ont eſtimé que le nombre journalier des malades étoit de 3000 à 3500; & en ſe réglant ſur le plus grand nombre, on doit en conclure la néceſſité de placer à l'Hôtel-Dieu 4000 malades. C'eſt dans cette vue, & ſans doute en prenant pour baſe un calcul pareil au nôtre, que le Roi, dans ſes Lettres patentes du 22 avril 1781, ordonne de *diſpoſer l'Hôtel-Dieu de manière qu'il puiſſe contenir au moins trois mille malades, couchés ſeuls dans un lit; & de ménager un eſpace qui puiſſe contenir mille malades de plus, mais placés comme ils le ſont actuellement.* Les Lettres patentes ont donc ſtatué ſur une poſſibilité de 4000 malades.

Les malades peuvent ſurpaſſer ce nombre de 4000.

Cependant nous croyons que les malades peuvent ſurpaſſer le nombre de 4000, dans les temps de calamité. Nous le croyons d'abord, parce que l'Auteur du *relevé* dit, & non ſans y être fondé, qu'on n'a jamais vu plus de 4800 malades à l'Hôtel-Dieu; & il avoue qu'on y en a vu réellement une fois 4800. Ici nous regrettons de n'avoir pas eu la communication des regiſtres; nous ne connoiſſons la quantité des malades que pour le premier de chaque mois; nous ignorons ſi dans le cours de ces mois, le nombre des malades n'a pas ſurpaſſé 4000, & approché 4800. Nous croyons encore que ce nombre doit ſurpaſſer 4000, parce que ſi les malades étoient couchés ſeuls dans un lit, ſi l'Hôtel-Dieu n'étoit plus un lieu d'effroi pour les pauvres qui n'y viennent qu'avec une extrême répugnance, on verroit augmenter le nombre des malades qui s'y font porter. *Nous ne nous diſſimulons pas*, diſent les Lettres patentes, *que ce nombre pourra augmenter à meſure qu'on ne ſera pas repouſſé de ces lieux par le ſentiment des maux qu'on y craint.*

Malgré les ſecours que les pauvres ont reçus, il faut que l'Hôtel-Dieu ſoit capable de recevoir 4800 malades.

On objectera que l'Hôtel-Dieu a été ſoulagé par l'établiſſement de pluſieurs hôpitaux, tels que celui des Gardes-françoiſes, & les hoſpices fondés dans différentes Paroiſſes. On dira que l'Hôpital général va retirer inceſſamment ſes malades de l'Hôtel-Dieu, que M. le Baron de Breteüil établit à Popincourt un hôpital pour la Garde de Paris, &

que l'augmentation prévue dans les Lettres patentes peut être compenſée par ces ſecours. Nous ne pouvons rien dire ſur cette compenſation incertaine; nous n'avons point de moyens pour calculer avant le temps l'effet des cauſes morales : mais il y a un fait très-remarquable que nous devons citer ici; c'eſt que la population de Lyon fournit à l'hôpital un nombre de malades qui, en prenant la moyenne de ſix années, eſt de 12847 *(i)*. L'année moyenne des malades à l'Hôtel-Dieu de Paris, eſt de 21322 *(k)*. D'où il réſulte que, dans une ville quatre fois plus peuplée, l'Hôtel-Dieu ne reçoit pas le double des malades que reçoit l'Hôtel-Dieu de Lyon : ce qui vient ſans doute en partie de ce que la ville de Paris a d'autres ſecours, d'autres hôpitaux où différens malades ſont admis. Mais tous ces hôpitaux pris enſemble ne reçoivent pas aſſez de malades pour produire cette différence *(l)* : elle a une autre cauſe; & cette cauſe ne peut être que la répugnance des pauvres pour l'Hôtel-

(i) À l'hôpital de Lyon, malades reçus en

1751	10873.
1752	12194.
1753	12752.
1754	11981.
1784	13463.
1785	15821.
TOTAL	77084.
Année moyenne	12847.

(k) On trouvera dans la ſuite de ce rapport la détermination de ce nombre moyen.

(l) Nombre des lits dans les différens Hôpitaux de Paris où on traite les malades.

La Charité	208.
Les Convaleſcens	22.
Maiſon royale de Santé	16.
	246.

Dieu de Paris. Lorſqu'elle ſera ceſſée, le nombre des malades augmentera, & dans une proportion peut-être conſidérable que nous ne pouvons pas apprécier.

Il n'y a rien au moins qui empêche que ce nombre n'aille à 4800, puiſqu'on a vu 4800 malades à l'Hôtel-Dieu; & cette raiſon nous détermine à croire qu'un hôpital conſtruit pour la ville de Paris, dans un ſiècle d'humanité & ſous un règne de bienfaiſance; un hôpital deſtiné à ſuffire aux temps où les maladies abondent, comme en 1750, 51, 52, doit être capable de recevoir 4800 malades, & contenir 4800 lits.

Secours que peut offrir l'Hôtel-Dieu actuel.

Maintenant nous allons voir quelles ſont les reſſources de l'Hôtel-Dieu, pour offrir un aſyle à cette quantité de malades. L'Hôtel-Dieu occupe actuellement un eſpace de 3600 toiſes carrées environ *(m)*. Comme nous n'avons pas eu les plans que nous avions demandés, nous donnons ce toiſé tel que nous le trouvons. Or on n'a réſervé dans cet eſpace que ce qui eſt abſolument néceſſaire au ſervice; tout

De l'autre part	246.
À Charenton	12.
Hôpital des Gardes-françoiſes	264.
Hoſpitalières de la Place royale	21.
Hoſpice de Chirurgie	22.
Idem de Saint Sulpice	128.
Idem de Saint Jacques-du-Haut-pas	34.
Idem de Saint Méderic	14.
Idem de Saint André	6.
Hôpital des Teigneux	21.
Hoſpice de Vaugirard pour le mal vénérien	128.
Hôtel des Invalides	434.
TOTAL	1330.

Voyez les Mémoires de M. Tenon.

(m) Suppl. au Mém. pour la conſtr. d'un nouvel Hôtel-Dieu, *p. 17.*

le reste est destiné à des salles de malades. L'état que nous avons sous les yeux comprend vingt-cinq salles, dont nous donnons les noms & les dimensions dans la note *(n)*. 1219 Lits, savoir, 733 grands & 486 petits, sont placés dans ces salles. Les petits lits ont trois pieds de large, & sont destinés pour une seule personne; les grands

---

(n) La lettre *R* désigne les rangées de lits, le *g* marque les grands, le *p* les petits : ainsi 3 *R*, 32 *g* 20 *p*, signifie trois rangées, trente-deux grands lits, vingt petits; les chiffres qui suivent sont les dimensions des salles.

REZ DE CHAUSSÉE.

			Lits.	Long.	Larg.	Haut.
SAINT-DENYS & SAINT-THOMAS.	Fébricitans......	3 R.	32 g. 20 p.	14^t	27^p	$//^p$.
SAINT-CÔME.	Fébricitans......	3 R.	45 g. 3 p.	25.	27.	//.
LE ROSAIRE..	Fébricitans......	4 R.	32 g. 32 p.	20.	35.	//.
SAINT-CHARLES.	Fébricitans......	4 R.	101 g. 9 p.	36.	33.	//.
SAINT-ANTOINE.	Fébricitans......	4 R.	29 g. 29 p.	24.	33.	//.
SAINT-ROCH..	Fébricitans......	3 R.	35 g. 3 p.	19.	24.	//.
SAINTE-MARTHE, jadis le LÉGAT.	Fébricitantes.....	4 R.	50 g. 58 p.	45.	34.	//.
TOTAL....................				183.	//	//.

PREMIER ÉTAGE.

SAINT-PAUL..	Maladies chirurgicales pour les Hommes.	4 R.	78 g. 33 p.	36^t	34^p	14^p.
SAINT-LOUIS.	Fous...........	4 R.	10 g. 2 p.	6.	20.	//.
SAINT-JÉRÔME.	Salle des opérations pour les Hommes.	2 R.	20 p.	12.	24.	//.
SAINT-YVES..	Prêtres malades....	2 R.	8 p.	$7\frac{1}{2}$	19.	//.
LES TAILLÉS..................		3 R.	44 p.	19.	24.	//.
SAINT-NICOLAS.	Maladies chirurgicales pour les Femmes.	4 R.	35 g. 26 p.	18.	34.	//.
TOTAL....................				$98\frac{1}{2}$.	//	//.

ont quatre pieds quatre pouces, & semblent avoir été destinés à deux malades. Un toisé de la longueur & du développement de ces salles, qui nous a été fourni & que nous n'avons pu vérifier, donne à la longueur des salles supposées bout à bout 450 toises. Or 733 grands lits & 486 petits placés & espacés convenablement, c'est-à-dire, rangés sur deux files dans chaque salle, & séparés par des ruelles de trois pieds, occuperoient un dévelop-

DEUXIÈME ÉTAGE.

			Lits.	Long.	Larg.	Haut.
SAINTE-MARTINE.	Fébricitantes	4 R.	52 g. 33 p.	18^t	34^p	$''^p$.
S.TE-GENEVIÈVE.	Folles	4 R.	6 g. 8 p.	5.	30.	″.
LA CRÈCHE.	Enfans	3 R.	17 g. 36 p.	19.	24.	″.
SAINT-JOSEPH.	Les femmes grosses	4 R.	42 g. 14 p.	36.	34.	″.
	Les accouchées	4 R.	22 g. 10 p.			
	Les nourrices	2 R.	2 g. 5 p.			
	Sainte-Marguerite	2 R.	1 g. 10 p.	$7\frac{1}{2}$	19.	″.
TOTAL				$85\frac{1}{2}$	″	″.

TROISIÈME ÉTAGE.

			Lits.	Long.	Larg.	Haut.
SAINT-FRANÇOIS.	Les variolés	2 R.	16 g. 19 p.	19^t	24^p	$''^p$.
SAINT-LANDRY.	Fébricitantes	4 R.	87 g. 26 p.	36.	24.	12.
PETIT-S.-LANDRY.	Fébricitantes	2 R.	10 p.	$4\frac{1}{3}$	18.	″.
S.TE-MONIQUE.	Fiévreuses & variolées.	4 R.	31 g.	18.	34.	″.
	Convalescentes	3 R.	10 g. 14 p.	$5\frac{1}{2}$	26.	″.
TOTAL				83.	″	″.
TOTAL GÉNÉRAL				450.	″	″.

pement de 691 toises (o). Il s'en faut bien que les lits à l'Hôtel-Dieu ne soient placés comme ils devroient l'être; ils sont souvent sur quatre files; souvent on voit quatre lits assemblés autour d'un pilier; un très-grand nombre se touchent par les pieds; & c'est par cette disposition qu'un nombre de lits qui exigeroit un développement de 691 toises, peut cependant tenir dans un développement de 450. Ce développement, en espaçant les lits convenablement, ne donneroit que 900 petits lits; mais nous prenons les choses telles qu'elles sont, & en plaçant deux malades dans les 733 grands lits, suivant leur destination naturelle, & un seul dans les 486 petits, les 1219 lits de l'Hôtel-Dieu peuvent recevoir 1952 malades.

Secours qu'on peut en attendre quand il sera augmenté. Ils se réduisent à 2000 lits au plus.

En examinant l'état actuel de cet Hôpital, il est convenable de tenir compte de l'extension qu'on se propose de lui donner, & à laquelle on travaille actuellement. Déjà trois salles sont achevées, & offrent dans trois étages un développement de 84 toises (p). Nous ignorons combien on a dessein d'y placer de lits; mais en supposant que ce soient de petits lits bien espacés, elles n'en contiendront que 168. Quant aux augmentations sur la Seine, du côté de la rue de la Bucherie, nous aurions eu besoin d'avoir connoissance des projets & des plans. Le nombre des salles, leur dimension, le nombre des lits auroient été des données nécessaires, pour établir un calcul exact & détaillé; mais au défaut de ces données, on peut juger de l'Hôtel-Dieu futur par l'Hôtel-Dieu actuel. L'auteur du Relevé dit que ces augmentations se monteront à 1800

(o) 4 pieds 4 pouces pour le lit, & 3 pieds pour la ruelle, font 7 pieds 4 pouces, qui multipliés par 733 donnent 5375 pieds. 6 pieds pour chaque lit de 3 pieds multipliés par 486, font 2916 pieds; en tout 8291 pieds ou 1382 toises, qui n'en font que 691 de développement, parce qu'on peut placer deux rangées de lits dans chaque Salle.

(p) Ces Salles ont 168 pieds ou 28 toises de longueur; les trois 84. *Relevé, page 5.*

toiſes carrées *(q)*. Nous ſuppoſons cette évaluation exacte; mais il en faut défalquer les cours, les pièces de ſervice, les logemens des Officiers & des Serviteurs, les promenoirs, ordonnés par les Lettres patentes du 22 avril : on ne peut pas eſpérer que ces 1800 toiſes donnent plus de lits à proportion, que les 3600 actuellement occupées par l'Hôtel-Dieu ; & il faut compter pour cet article tout au plus 609 lits, ce qui, avec les 1219 lits actuels & les 168 des nouvelles ſalles, fera en tout 1996 lits. Les édifices actuels de l'Hôtel-Dieu & ceux qu'on ſe propoſe d'y ajouter, ne ſemblent donc offrir qu'une poſſibilité de 2000 lits.

L'Hôtel-Dieu n'a pas réellement le nombre de lits qu'il paroît avoir.

Il y a même ici une choſe importante à remarquer, c'eſt que cet Hôpital, avec ſes 1219 lits, ne fournit pas aux malades toutes les reſſources que ce nombre comporte. Ces lits peuvent admettre 1952 malades, ſans en coucher plus de deux enſemble : or le 12 janvier 1786, il y avoit à l'Hôtel-Dieu 1986 malades *(r)*; c'eſt-à-dire, 34 de plus ſeulement que ne peuvent admettre les lits à deux & à un malades. Il ne devoit y avoir que 34 lits à trois perſonnes. Pourquoi donc la ſalle Saint-Paul avoit-elle 258 malades pour 111 lits? la ſalle Saint-Charles 304 pour 110 lits? la ſalle Saint-Landri 260 pour 113 lits? Pourquoi voyoit-on quatre malades & peut-être plus dans certains lits? Il en réſulte de deux choſes l'une, ou que l'on entaſſe les malades dans un même lit, pour que beaucoup d'autres ſoient couchés ſeuls; ou que l'on couche les Infirmiers & les Infirmières dans les petits lits

(q) Relevé des principales erreurs, &c. page 5. C'eſt en 1737, & après l'incendie de l'Hôtel-Dieu, arrivé cette année, que la Ville, ſous la Prévôté de M. Turgot, reconnoiſſant les inconvéniens du peu d'étendue de l'Hôtel-Dieu, & la néceſſité d'en augmenter le local, donna à cet Hôpital tous les terreins compris entre le pont-au-double & les grands degrés. *Mémoires de l'Académie des Inſcriptions & Belles-Lettres ; Éloge de M. Turgot, tome XXV, page 231.*

(r) Voyez la feuille du mouvement de ce jour.

des

des ſalles; & que par-là on eſt forcé de porter le reſte des malades ſur les grands lits. Nous le croyons d'autant plus volontiers, que ces ſerviteurs, qui ſont au nombre de 283, n'ont pour retraite que quelques petits cabinets, dans les environs des ſalles; il faudroit des dortoirs & même des dortoirs conſidérables, pour les loger : on n'en connoît aucun à l'Hôtel-Dieu *(ſ)*. Il y a tout lieu de croire qu'une partie de ces 283 Infirmiers ou Infirmières couche dans les petits lits des ſalles *(t)*. Il ne reſte donc qu'à peu-près 203 de ces petits lits pour les malades; & ſur le nombre de 1986 malades du 12 janvier de cette année, 1700 à 1800 ont dû être placés dans 733 grands lits; & alors il n'eſt pas étonnant qu'on en ait vu quatre, & peut-être plus, dans pluſieurs de ces grands lits. Nous imaginons bien que c'eſt la petiteſſe de l'emplacement & le défaut de lieu, qui forcent de mêler les Infirmiers avec les malades, & de priver les uns de leurs lits, pour coucher les autres; mais cet abus prouve que les reſſources mêmes que paroît préſenter l'Hôtel-Dieu, ſont en partie illuſoires, & qu'au lieu d'avoir 1219 lits, il n'en a réellement qu'à peu-près 1000 pour les malades. Encore ce nombre ſera-t-il diminué lorſqu'on eſpacera les lits convenablement, & lorſqu'on en retranchera les 76 lits du pont-du-Roſaire, dont les bâtimens doivent être détruits *(u)*.

Mais, en nous en tenant à notre calcul, qui donne une poſſibilité de 2000 lits, il eſt évident que non-ſeulement

L'Hôtel-Dieu ne pouvant donner

(ſ) Il faudra bien prendre ſur les 1800 toiſes du terrein qu'on ſe propoſe d'ajouter, de quoi former les dortoirs néceſſaires à ces 283 Infirmiers, & à ceux qu'exigera l'augmentation du nombre des malades.

(t) Nous ſavons qu'il y a à l'Hôtel-Dieu deux eſpèces de domeſtiques; les uns à gages, les autres ſans gages : leur nombre, tant hommes que filles, paroît être de 283. Il y en a une partie qui ont des chambres pour coucher; nous ne prétendons pas fixer ici le nombre de ceux qui n'en ont pas & qui peuvent coucher dans les Salles : il auroit fallu avoir les éclairciſſemens que nous n'avons pas obtenus.

(u) Relevé des principales erreurs, *page 6*.

les 4800 lits dont on a besoin, ni les 3000 promis, est insuffisant.

l'Hôtel-Dieu ne peut pas recevoir les 4800 malades, que semblent demander dans certains temps les besoins de Paris : mais qu'il ne paroît pas qu'il puisse jamais satisfaire aux intentions du Roi, offrir, comme l'annoncent les Lettres patentes, 3000 malades couchés seuls dans un lit; une réserve pour 1000 malades dans les cas de nécessité; ainsi que les promenoirs & les salles particulières pour les convalescens, ordonnés par les mêmes Lettres patentes. L'auteur du *Relevé* assure que les additions projetées mettront en état de coucher 4000 malades seuls dans un lit *(x)*. Une pareille assertion, une promesse si flatteuse pour l'humanité, demandoit à être prouvée par un détail des salles, de leur emplacement, de leur développement & du nombre des lits. Faute de ces éclaircissemens, nous ne pouvons pas apprécier les promesses de l'auteur du Relevé; & en nous bornant à la teneur des Lettres patentes qu'on se propose d'exécuter, nous dirons que si 3600 toises de terrein actuel & 1800 toises d'addition, ou 5400 toises suffisent pour placer 3000 lits, on doit, sur les 3600 toises de l'Hôtel-Dieu aujourd'hui existant, en placer 2000, & il n'en a que 1219; encore ces 1219 lits ne sont-ils pas effectifs & uniquement destinés aux malades. Nous dirons qu'il faudroit placer dans le local actuel 2000 malades couchés seuls; & le 12 janvier de cette année, ce nombre de 2000 n'étant pas complet, on voyoit trois, quatre malades & peut-être plus dans le même lit. L'Hôtel-Dieu, tel qu'il est, étoit donc insuffisant pour les 1986 malades qui s'y trouvoient le 12 janvier. Nous disons que l'Hôtel-Dieu est insuffisant pour ce nombre médiocre, parce qu'un hôpital ne suffit pas aux malades, lorsqu'on est obligé de les coucher trois, quatre & six dans le même lit. L'insuffisance de l'Hôtel-Dieu sera encore plus cruelle & plus évidente dans les temps de calamité, tels que ceux de 1740 à 1742, de 1750 à 1752, où

(x) Page 5.

on a vu 4000 pauvres & peut-être plus à l'Hôtel-Dieu. Comment fera-t-on pour les y recevoir lorſque ces calamités ſe renouvelleront? On fera comme on a fait en 1752, où ces 4000 malades ont été reçus, traités dans le même eſpace, qui aujourd'hui ne peut en recevoir convenablement 1986 : on les a couchés 4 & 6 dans le même lit; on en a couché ſur les ciels de ces mêmes lits, ſuivant le témoignage irréprochable d'un Médecin de l'Hôtel-Dieu, qui en a été le témoin *(x')*. Sans doute la néceſſité ne connoît point de loi; on ne peut refuſer les malades, & les laiſſer périr à la porte de l'hôpital; mais les calamités ſont connues, il faut que les reſſources ſoient préparées. Quand l'hôpital d'une grande ville, d'une ville infiniment peuplée, n'a que des ſecours ſi foibles, ſi bornés, non-ſeulement dans les temps malheureux, mais même dans les temps ordinaires, la juſtice permet de prononcer, & l'humanité oblige de dire que cet hôpital eſt inſuffiſant.

L'Hôtel-Dieu eſt-il commode & ſalubre! Les malades trop rapprochés ſe nuiſent. Beaucoup de lits dans les ſalles; plusieurs malades dans le même lit.

Quant à la commodité & à la ſalubrité de l'Hôtel-Dieu, nous répondrons à la fois à ces deux queſtions qui ſe tiennent de trop près pour être ſéparées. La véritable commodité des malades, du moins des pauvres, à qui la misère laiſſe ignorer les recherches de la délicateſſe & du luxe, c'eſt la diſpoſition qui facilite le plus leur guériſon. Or la diſpoſition générale de l'Hôtel-Dieu, la diſpoſition forcée par le défaut d'emplacement, eſt d'établir beaucoup de lits dans les ſalles, & beaucoup de malades dans les lits. Nous trouvons que, ſur les vingt-cinq ſalles de cet hôpital, il y en a ſix ſeulement à deux rangées de lits; ſix en ont trois files, & treize ont quatre files : de ſorte que plus de la moitié des ſalles eſt ſurchargée de quatre rangs de lits. Quatre de ces ſalles contiennent 108 ou 110 lits. Nous citerons en exemple la plus chargée, celle de Saint-Charles, qui a 101 grands lits & 9 petits. Il faut obſerver que ces grands lits ayant reçu quelquefois ſix malades, cette ſalle a pu en

(x') M. Cochu.

renfermer 615, & former à elle ſeule un hôpital entier, un hôpital aſſez conſidérable, dans un eſpace de moins de 200 toiſes carrées. Or, que les lits ne contiennent quelquefois ſix malades, c'eſt ce dont il n'eſt pas poſſible de douter. Le fait a été avancé par les Adminiſtrateurs même de l'Hôtel-Dieu *(y)*. Le 6 janvier de cette année, Saint-Charles avoit 340 malades *(z)*; vingt-huit lits au moins contenoient chacun quatre perſonnes. Sans doute des gens en ſanté, qui ſeroient au nombre de 340 dans une même ſalle & couchés quatre dans un lit, ſe trouveroient fort mal à leur aiſe. Nous ne cherchons point à émouvoir; nous rendons un compte raiſonné à l'Académie; nous ne voulons expoſer que des faits & des calculs. Mais c'eſt un fait que, ſi des gens en ſanté avoient droit de ſe plaindre de cette affreuſe diſpoſition, les malades doivent en être repouſſés par la répugnance, & n'y être amenés que par le déſeſpoir. C'eſt un fait que, quelle que ſoit l'inſenſibilité des miſérables que la néceſſité y condamne, cependant le ſpectacle des maux dont ils ſont de toutes parts environnés, & dans le lit qui les avoiſine & dans leur propre lit, ajoute au ſentiment de leurs maux; c'eſt un fait que les morts y ſont mêlés dans le même lit avec les vivans; & quand cette aſſociation des malades dans un lit ne feroit que rendre plus fréquentes les mépriſes des remèdes & des alimens, ce danger ſuffiroit pour en proſcrire l'uſage. Mais à ces raiſons, & aux réclamations de l'humanité ſe joignent des raiſons phyſiques qui dévoilent d'autres inconvéniens; & nous demandons qu'il nous ſoit permis de les développer. Ici nous entrons dans une diſcuſſion importante, non-ſeulement pour l'Hôtel-Dieu de Paris, mais pour tous les Hôpitaux où on ſe propoſeroit

(y) Mémoire pour les Adminiſtrateurs de l'Hôtel-Dieu, contre ceux de l'Hôpital général, 1767, *page 5*.

(z) Voyez la feuille du mouvement de ce jour. Il y a peut-être des jours où la Salle Saint-Charles eſt plus chargée : nous n'avons pu nous procurer que quelques-unes de ces feuilles, & nous ne pouvons citer que celles que nous avons ſous les yeux.

d'admettre des lits à plusieurs malades; cette discussion doit être approfondie, & nous espérons que l'Académie nous pardonnera des détails que l'importance du sujet rend nécessaires.

Inconvéniens de l'usage de coucher plusieurs malades dans un lit.

Qu'est-ce qu'un lit en général, & sur-tout un lit de malades? c'est un lieu de repos pour la nature souffrante, & un moyen de sommeil pour la nature que les souffrances ont fatiguée. L'homme n'a qu'une manière de reposer son corps, c'est de mettre tous les muscles destinés au mouvement volontaire dans un état de relâchement. Un homme debout ne se repose point, parce qu'il est obligé de se maintenir en équilibre, & que le poids de son corps portant sur les pieds, il faut que presque tous les muscles soient en action; les muscles supérieurs pour soutenir ce poids, les muscles inférieurs pour le supporter *(a)*. L'homme assis est en partie en action, en partie dans le repos; les muscles inférieurs sont dans le relâchement, mais ceux du tronc & de la tête sont en action. Pour que le repos soit complet & absolu, il faut que toutes les parties du corps soient appuyées & supportées de manière que les muscles n'aient rien à faire pour les soutenir: c'est pourquoi la situation horizontale est la plus favorable au repos; c'est pourquoi un lit qui cède à la pression du corps, & où le corps se moule, repose plus que le coucher d'un plan inflexible.

Pour que le corps se répose, il faut que les muscles soient dans un état de relâchement.

Il faut que les membres soient fléchis.

Mais ce n'est pas tout; il faut encore que les membres soient fléchis. Toute tension est le résultat d'une action; il n'y a point de véritable repos où il y a tension. Dans la flexion, les attaches des muscles sont rapprochées, & leur relâchement est augmenté. Il faut que le tronc & les extrémités soient alternativement dans cet état de flexion modérée, dans un état qui change de temps en temps, en variant les attitudes, pour reposer successivement les différens muscles. Nul homme n'est couché droit dans son

---

(a) Si cet homme debout s'évanouit, il tombe parce que les muscles se relâchent tout-à-coup. Toute action cesse, le poids du corps n'est plus soutenu, & il perd l'équilibre. C'est une preuve qu'il faut une action & un effort continu pour le soutenir dans cette position.

lit; tous ſes membres ſont fléchis & courbés. Le bœuf & le cheval, dans les herbages, le chat & le chien, dans nos maiſons, ont en dormant le dos arqué, les jambes fléchies, raſſemblées ſous eux, & tous les muſcles dans un état de molleſſe & de relâchement. Ces vérités ſont d'obſervation; & puiſque la nature a ménagé aux animaux ces moyens de réparer leurs forces, il faut du moins, quand l'homme a recours aux hôpitaux, quand il vient y réclamer nos ſoins & notre charité, que nous ne commencions pas, en le recevant, par contrevenir à des loix qui émanent de ſa conformation; il faut que nous lui procurions un lit conforme à ſes beſoins, où il puiſſe fléchir ſes membres pour les délaſſer. Mais s'il eſt ſouffrant, cette flexion des muſcles eſt encore plus néceſſaire. Toute tenſion aggrave le mal des parties affligées; l'homme s'incline du côté de la douleur, il cherche à y porter le relâchement; cette loi eſt conſtante chez les animaux. Ainſi un lit n'eſt pas ſimplement fait pour qu'un malade puiſſe s'y coucher & s'y étendre au beſoin; il doit offrir la facilité de cet état de flexion indiſpenſable à l'homme qui ſe repoſe, & encore plus à l'homme qui ſouffre. On doit y reſpecter l'inaction où la douleur l'oblige de ſe tenir, en évitant de le heurter par des mouvemens inconſidérés. Mais cette inaction n'eſt que momentanée; il a beſoin de changer de poſition, non-ſeulement pour relâcher ſucceſſivement ſes différens muſcles, mais pour prévenir les effets d'une longue compreſſion de la même partie. Un membre trop long-temps comprimé s'engourdit, perd le ſentiment, ſe gonfle, rougit, s'enflamme, & finit quelquefois par ſe gangréner. Il faut donc que le lit du malade lui permette & de s'étendre & de fléchir ſes membres, & de ſe retourner pour porter la compreſſion ſur des parties repoſées. Or un lit de trois pieds pour un ſeul homme, ſuffit à ces deſtinations; un lit de quatre pieds quatre pouces n'y ſuffit pas, lorſqu'il eſt chargé de quatre ou ſix perſonnes.

Il faut changer de poſition pour éviter les effets de la compreſſion.

Deux malades, dans un pareil lit, ont chacun un espace de 26 pouces en largeur, tandis que le malade du petit lit en a 36, & n'a rien de trop. Mais lorsqu'il y a quatre ou six malades, on en place deux ou trois à la tête, & autant aux pieds; de sorte que les pieds des uns répondent aux épaules des autres, & réciproquement. Or un homme de taille ordinaire, couché, les bras appuyés & serrés le long du corps, les jambes étendues l'une contre l'autre, a 18 pouces de large à la hauteur des épaules, & 10 à la hauteur des genoux. Il suit de-là que, dans le cas de six malades par lit, il leur faudroit 84 pouces en largeur pour s'y tenir sur le dos, pressés & bien alongés; & que, dans le cas de quatre malades, il faudroit encore 56 pouces, & le lit n'en a que 52. Comment donc reposer dans cette situation gênée; parer à la douleur par une flexion nécessaire; se retourner pour éviter les effets de la compression? N'est-il pas évident que ces malades à l'étroit ne sauroient tenir dans le lit, qu'autant qu'ils seront sur le côté, dans une posture continuellement forcée, en contrariant sans cesse le vœu de la nature, qui demande le changement. Que de sentimens d'humanité, de charité, de patriotisme, réclameroient ici les droits de l'homme souffrant, abandonné à la sévérité de quiconque se permettroit de protéger cet usage, & d'en continuer l'abus! mais le tableau n'est pas achevé.

Un lit de quatre pieds quatre pouces ne peut pas suffire a ces destinations, quand on y place quatre ou six malades.

La veille & le sommeil sont à l'esprit ce que l'action & le repos sont au corps. Le relâchement des muscles ne produit que le délassement du corps; le sommeil amène le repos de l'esprit, l'oubli des maux & la consolation. Le sommeil a cet avantage de plus, qu'en même temps qu'il repose l'esprit, il repose le corps: car les muscles destinés à exécuter les mouvemens de la volonté, sont sans action dans le sommeil; & c'est une raison pour ne point négliger les moyens simples & naturels de le procurer. Quand il ne serviroit qu'à l'oubli momentané des maux, il seroit précieux au malheureux; il seroit pour lui

Ces malades ainsi entassés ne peuvent pas dormir dans leur lit.

le premier des remèdes. Mais s'il ſuſpend le ſentiment de la douleur, s'il favoriſe l'effet des médicamens, s'il hâte le retour de la ſanté, qui plus que l'indigent a droit de le réclamer? l'indigent preſſé de guérir pour aller nourrir ſa famille & ſervir ſa patrie. Quand il confie ſa misère & ſa vie à l'aſſiſtance publique, il demande implicitement remèdes, alimens, ſoins de toute eſpèce, ſur-tout le repos & le ſommeil. Mais comment dormir dans ces lits à deux, que l'on ſurcharge de quatre & ſix malades; où tantôt chaque malade a 13 pouces, & tantôt 8 pouces & demi d'eſpace en largeur; où il ne ſauroit être que ſur le côté; où il ne ſauroit ſe tourner ſans heurter celui qui le ſerre, ſans réveiller en lui le ſentiment de la douleur? Eh! comment ne ſeroit-on pas ſans ceſſe agité dans ces miſérables lits? la gale, comme on ſait, n'y eſt-elle pas éternelle? la chaleur de quatre ou ſix malades, n'y rend-elle pas les humeurs plus âcres & les démangeaiſons plus inſupportables? cette chaleur d'ailleurs, n'y fait-elle pas éclore, n'y entretient-elle pas la vermine? cette chaleur ne développe-t-elle pas encore la fétidité qui ne peut manquer d'exiſter dans ces lits, & qui devient plus inſupportable dans la ſituation oppoſée des malades, couchés les uns au pied, les autres à la tête? le ſommeil ne pénètre donc point, ou du moins il pénètre rarement, imparfaitement, dans ces lits d'amertume & de douleur. Que penſer d'un hôpital, où des malheureux ainſi entaſſés dans le même lit, ne peuvent obtenir ce ſommeil deſirable, que lorſqu'ils ſe concertent pour que les uns ſe lèvent & veillent une partie de la nuit, tandis que les autres dorment? & quand ils ſont dans l'impuiſſance d'en ſortir, ils gémiſſent de la néceſſité qui les y attache, & maudiſſent les ſecours qu'on leur donne.

Ces lits ont une chaleur qui trouble la marche de la nature.

Mais ce n'eſt pas aſſez que ces grands lits ſoient une ſource de dégoûts & de mal-aiſe, ôtent le repos & le ſommeil; ils troublent encore la marche de la nature. Chaçun de ces lits peut être conſidéré comme un foyer de de chaleur. Il auroit été utile d'obſerver, dans ces lits bien fermés, à quel degré, dans un temps donné, ſe feroit élevé le thermomètre (b). Ce degré doit varier ſuivant les individus, ſuivant leur nombre, ſuivant les maladies. Boërhaave a obſervé dans la chaleur animale, entre l'état de friſſon & celui de la plus grande ardeur de la fièvre, une différence de 21 degrés de Farenheit, ou de 9 degrés $\frac{1}{3}$ de Réaumur. De Haën a obſervé, entre l'état de ſanté & celui de la plus grande ardeur de la fièvre, une différence de 14 degrés de Farenheit, ou de 6 degrés $\frac{1}{3}$ de

(b) Les Phyſiciens & les Médecins varient un peu ſur ce degré auquel on doit fixer la chaleur animale. Boërhaave & Hales l'ont déterminée à 92 degrés du thermomètre de Farenheit. On doit ſentir cependant qu'il ne faut pas prendre ce degré 92 tellement à la rigueur, qu'une infinité de circonſtances tirées de la ſaiſon, de l'état de l'athmoſphère, & ſur-tout de la diſpoſition, de l'état de force & de ſanté, ainſi que du tempérament de celui qui a fait ces expériences, ne puiſſent y apporter bien des variations. En effet, d'autres auteurs ont trouvé que le degré déterminé par Hales & Boërhaave étoit au-deſſous de la réalité: auſſi lui ont-ils donné plus de latitude, & ils le portent à 93, 94, 95 & 96. Il s'agit ici de l'homme en ſanté.

Quant à l'homme malade, Boërhaave a obſervé que, dans le temps du friſſon de la fièvre, le thermomètre deſcend à 87 degrés, & qu'il varie juſqu'à 94; tandis que, dans la chaleur qui ſuit ce friſſon, le même thermomètre monte depuis 96 juſqu'à 108: ainſi à partir du degré 92, qui eſt l'état de ſanté, la variation eſt bien moindre en deſcendant juſqu'au friſſon, qu'elle ne l'eſt en s'élevant juſqu'à la grande chaleur.

M. de Haën, qui paroît avoir ſuivi ces expériences avec plus de ſoin & plus de préciſion, a trouvé que la chaleur de ſon corps faiſoit monter le thermomètre placé ſous ſon aiſſelle, ſucceſſivement pendant une heure, depuis 95 juſqu'à 101 & 102 degrés. Dans l'état de maladie, le même M. de Haën a auſſi obſervé que, dans la chaleur médiocre de la fièvre, il montoit à 100 degrés dans l'eſpace d'un demi-quart d'heure; après un quart d'heure, à 101 & 102; dans une demi-heure, à 103 & 104. Il l'a vu monter, dans d'autres occaſions, & dans l'eſpace d'une demi-heure, à 104 & à 106; & même, après une heure entière, à 109. Il paroît que Swenke a fait la même obſervation.

Ainſi, ſuivant Hales & Boërhaave, il ſe trouve, entre les deux extrêmes de l'état de ſanté & de maladie, déterminés par les degrés 92 & 108, une latitude de 16 degrés; au lieu que, d'après de Haën, qui fixe ces extrêmes à 95 pour l'état de ſanté, & à 109 pour la maladie, cette latitude n'eſt que de 14 degrés; ce qui ne laiſſe pas encore d'être très-conſidérable.

Réaumur. Ils n'ont obſervé que des individus ſéparés; nous aurions deſiré de connoître la chaleur qui, dans un lit commun, réſulte de pluſieurs malades réunis; mais, pour faire ces expériences, il auroit fallu être autoriſé par l'adminiſtration de l'Hôtel-Dieu, & nous ne l'avons pas été.

Cette température commune n'eſt celle d'aucun des malades du lit, & elle peut leur nuire à tous.

Cependant il y a des effets néceſſaires que nous pouvons prévoir & indiquer avant l'expérience; c'eſt que, dans ces lits où ſont couchés quatre ou ſix hommes différemment malades, différemment échauffés par leurs maladies, il ſe forme une chaleur moyenne, réſultante des malades, & qui n'eſt ni la chaleur des uns, ni celle des autres. Un homme couché ſeul dans ſon lit eſt échauffé par ſa propre chaleur, & celle-ci eſt ce qu'elle doit être; la nature la varie comme il convient, & la proportionne aux progrès de la maladie: un homme foible échauffe peu ſon lit; l'homme fort & enflammé l'échauffe davantage. Mais, dans ces grands lits, l'homme qui a beſoin d'une chaleur douce eſt enflammé par la fièvre brûlante de ſon voiſin; celui-ci l'arroſe & le refroidit de ſa ſueur: en même-temps la ſueur critique de ce fiévreux eſt troublée, & lui-même eſt refroidi par l'attouchement de celui qui n'eſt pas à ſon degré de chaleur. Cet état de trouble mutuel dure juſqu'à ce que la température moyenne ſoit établie, & que les malades aient pris un degré de chaleur qui ne leur eſt point naturel, & qui leur eſt contraire à tous.

Elle échauffe les ſalles, & les échauffe d'une chaleur mal-ſaine.

On peut croire que la chaleur de ces lits paſſe dans la ſalle & qu'elle y croît, ſuivant le nombre de ces foyers ou de ces lits. On remarquera que cette chaleur doit s'élever à un aſſez haut degré, puiſqu'il eſt certaines ſalles à l'Hôtel-Dieu, telles que la ſalle Saint-Paul, qui contient 78 grands lits & 33 petits, où l'on ſe paſſe de poêles pendant l'hiver, & où les malades ſont échauffés par leur propre chaleur, ou plutôt par la chaleur commune. Mais cet air eſt échauffé par des malades, il eſt chargé de leurs émanations putrides; ſi la chaleur dure, c'eſt que l'air ne ſe renouvelle que difficilement, c'eſt que l'air intérieur & corrompu eſt dans un état de ſtagnation. Cette chaleur doit nuire à tous les malades: elle ne peut profiter aux gens foibles, aux convaleſcens, aux vieillards, qu'une chaleur douce & ſaine ranime & fortifie; elle eſt nuiſible à quiconque eſt attaqué de maladies inflammatoires, à ceux qui ont des pertes de ſang, des hémorragies; elle ſe complique avec tous les maux pour les aggraver. Cette chaleur utile juſqu'à un certain point en hiver, eſt inſupportable en été, ſur-tout pendant la nuit; & en multipliant les dégoûts, elle eſt encore un ſupplice pour ceux qui ont le malheur de porter à l'Hôtel-Dieu quelque délicateſſe, & d'y conſerver quelque ſenſibilité.

Ces lits à quatre ou à ſix, & même les lits à deux malades, doivent être proſcrits.

L'uſage de ces lits eſt donc contraire à tout principe de Phyſique, de Médecine, comme à tout ſentiment d'humanité, & ils doivent être à jamais proſcrits. Il y a une autre eſpèce de lits appelés lits à cloiſon, & dont il eſt queſtion dans les Lettres patentes du 22 avril 1781, comme devant être employés à l'Hôtel-Dieu. Ces lits auront ſans doute 4 pieds 4 pouces de largeur, & ſeront partagés dans leur longueur par une cloiſon de planches, de ſorte que les malades ne pourront ni ſe toucher ni ſe voir. Nous prenons la liberté d'obſerver que ces lits doivent être également proſcrits. 26 pouces réſervés à chaque malade, font d'abord un lit bien étroit; la cloiſon de planches placée au milieu recélera une vermine, qui en ſortira pour tourmenter les malades. D'ailleurs ce lit ainſi coupé forme deux lits accouplés. Pourquoi ne les pas ſéparer? & que gagne-t-on à les laiſſer unis? la ſuppreſſion de la ruelle & trois pieds de terrein. Mais c'eſt préciſément cette ruelle qui eſt néceſſaire pour pouvoir ſervir le malade des deux côtés dans une infinité de cas, pour l'entourer toujours d'un air plus libre, & pour éloigner l'un de l'autre deux foyers d'infection. Lorſque la bonté du Roi ſe déterminera à établir un hôpital digne de ſon humanité, il faut porter remède à tout; détruire, s'il eſt poſſible, tous les inconvéniens, & extirper à la fois tous les abus.

La bonté du Roi a décidé qu'il n'y en auroit plus. Il faut que cette bonté ait son effet.

Si nous nous sommes élevés contre les inconvéniens des lits à deux, & sur-tout contre l'abus des lits à quatre & à six malades, ce n'est pas que nous ne sachions qu'on est résolu d'en abandonner le funeste usage, le parti est pris à cet égard, la question est décidée en faveur des pauvres; mais nous savons aussi que tout ce qui est décidé n'a pas toujours son exécution. Si la nécessité sert d'excuse, cette nécessité naît du défaut de prévoyance. Quand on construit des hôpitaux, il faut songer que la tiédeur succède au zèle, il faut tellement enchaîner la volonté des hommes, que les abus soient impossibles. On abandonne les grands lits, mais il faut les remplacer par un nombre suffisant de petits; & c'est ce qui ne paroît pas possible sur le terrein de l'Hôtel-Dieu, même en y comprenant l'extension projetée. On promet 4000 lits, mais lorsque les bâtimens nouveaux seront construits, & que le développement des salles n'y suffira pas, lorsqu'on verra qu'on ne peut placer que 2000 lits, la nécessité de recevoir 4000 malades & plus, forcera d'introduire les lits à deux; & puis les recommendations surviendront, qui, pour coucher un certain nombre de malades seuls dans un lit, feront entasser tous les autres, & l'abus des lits à quatre personnes renaîtra. Les loix préviennent les abus plus facilement qu'elles ne les détruisent. Il est à souhaiter qu'un règlement sévère, fait d'avance & avant la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, défende d'y introduire jamais aucun lit qui ait plus de 3 pieds de large; c'est le seul moyen de remplir les vues bienfaisantes du Roi & de tenir sa parole sacrée. Le Roi a promis aux malheureux que l'asyle de l'Hôtel-Dieu contiendra 3000 lits, où les malades seront couchés seuls: il n'est plus permis de rien changer à cette disposition de bienfaisance; quand la bonté du Roi s'est expliquée & a fait le sort du pauvre, on peut y ajouter, on ne doit en rien ôter.

Pour ménager le terrein, on accouple les salles.

Nous ignorons comment on imagine placer 3 à 4000 lits dans le local actuel de l'Hôtel-Dieu & dans les extensions. Mais ce que nous savons certainement, c'est qu'on n'y placera les 2000 lits dont nous avons aperçu la possibilité, ou un plus grand nombre, que par des moyens absolument contraires à la salubrité de l'hôpital & à la guérison des malades; c'est en associant les salles à côté les unes des autres, en les entassant l'une sur l'autre & en accumulant les étages. Une salle de malades doit être isolée de tout bâtiment, afin que les murs soient continuellement exposés aux vents & aux courans d'air qui en éloignent l'humidité. Il faut que ces salles soient ouvertes de tous les côtés, pour que tous les vents puissent y entrer, pour qu'on puisse y admettre, suivant le besoin, ou ceux qui échauffent ou ceux qui rafraîchissent; & qu'on y conserve toujours un courant nécessaire au renouvellement d'un air qui se corrompt sans cesse. Ces conditions manquent absolument & à toutes les salles de l'Hôtel-Dieu. Au rez-de-chaussée, les salles Saint-Antoine & Saint-Roch; au premier étage la salle Saint-Paul & les salles Saint-Yves, & des opérations, la salle Saint-Nicolas & celle des taillés sont accouplées; & dans les étages supérieurs, les salles sont séparées par un mur de refend qui ne leur laisse de jour & d'air que d'un côté. La salle Saint-Charles, quoiqu'elle ne soit associée à aucune autre, n'a également de jour que d'un côté; de l'autre elle est appuyée à un bâtiment. Au dehors, le pied des murs de presque toutes ces salles est garni d'une suite de cabinets, d'offices, de petites chambres, dont le dessus est disposé en terrasse. La salle Saint-Charles ne tire ses jours qu'à la faveur de ces terrasses; mais quel jour & quel air! Ces terrasses sont destinées à étendre le linge, parce qu'à l'Hôtel-Dieu, faute de terrein, il n'y a point d'étendoirs pour la lessive. Ces terrasses sont donc chargées de nombreux étendoirs en fer, qui s'élèvent jusqu'au haut des croisées de Saint-Charles. Là pend sans cesse un linge à moitié blanc & toujours mouillé; & c'est à travers ces obstacles qu'arrive dans la salle Saint-Charles un jour triste & un air continuellement humide. Aussi les gens en santé, qui entrent dans ces salles du rez-de-chaussée, sont

Inconvéniens de cette association.

frappés de tristesse par cette demi-obscurité; on sent qu'on y respire avec peine, & l'on conçoit que l'air renouvelé y est aussi rare que la lumière. S'il y a moins d'humidité & plus de jour dans les étages supérieurs, l'association des salles, l'inconvénient de n'avoir des croisées que d'un côté, y met également obstacle au renouvellement de l'air.

On multiplie les étages. Inconvéniens de cette disposition.

La ressource de multiplier les étages, pour placer plus de malades dans un terrein donné, est un autre abus. L'Hôtel-Dieu a trois étages de salles, élevés au-dessus de celles du rez-de-chaussée. Il paroît même qu'on se propose d'en élever un quatrième, qui est déjà commencé sur l'aile la plus voisine de l'Archevêché *(c)*. Voilà donc quatre à cinq salles placées l'une sur l'autre. Les escaliers n'étant pas assez ouverts, assez aérés, font dans toute leur hauteur l'effet d'une cheminée ; l'air corrompu & toujours plus léger, doit monter sans cesse des salles inférieures dans les supérieures. On sait que dans les spectacles où il n'y a cependant que des gens qui se portent bien, l'air du dernier rang des loges est sensiblement malfaisant; il donne des maux de tête, la respiration y est plus difficile. La raison en est simple, la respiration dénature l'air : cet air vicié, plus léger que l'air ordinaire, monte & occupe particulièrement le dernier rang des loges des spectacles. Ce n'est pas à cette hauteur & dans cette atmosphère d'un air altéré qu'on doit imaginer de placer des malades, surtout quand on pense que cet air vicié & moins respirable, est encore chargé de miasmes morbifiques. Sans doute cet air ne tue pas, parce qu'il se mêle par une circulation quelconque avec de l'air du dehors; mais il en résulte un mélange toujours malfaisant. Cet air ne tue pas, mais sait-on jusqu'à quel point il influe sur la mortalité, combien il retarde la guérison; & au défaut des expériences suffisantes, ne peut-on pas croire qu'il alonge les maladies & multiplie les morts. Ces étages accumulés rendent

(c) Supplément au Mémoire, *page 27*.

d'ailleurs le ſervice plus fatigant & plus difficile. Ce ſervice eſt plus gêné ſur un eſcalier que de plein-pied. Ces étages ont encore un grand inconvénient pour les malheureux convaleſcens qui ſont ſans force, qui auroient beſoin & de marcher & de reſpirer l'air du dehors, & qui ſont forcés de reſter dans l'infection des ſalles de malades, parce qu'ils ne peuvent ni deſcendre quatre étages ni les remonter. Un hôpital où on ſe propoſe de guérir, doit ſoigner ſes convaleſcens : ce ſont des victimes arrachées en partie à la maladie; & c'eſt un ouvrage d'humanité qu'il ne faut pas commencer ſans le finir. Ces raiſons ſuffiroient pour proſcrire les étages accumulés; mais il s'y joint le plus preſſant & le plus terrible des dangers, celui du feu. Nous ne nous propoſons point de peindre ici le ſpectacle d'un corps de bâtiment livré aux flammes, les eſcaliers ou interceptés par le feu, ou obſtrués par la confuſion, & cinq étages de ſalles dévouées au feu & à la mort; nous dirons ſimplement que cette multiplication d'étages eſt un vice eſſentiel dans la conſtruction d'un édifice public, tel qu'un hôpital. Le danger eſt ſans doute le même dans les maiſons élevées de Paris où habite le pauvre; le pauvre ſe loge où il peut : mais quand la charité lui ouvre un aſyle, elle a dû pourvoir à ſa ſûreté, ſur-tout dans le cas de maladie, où il n'a ni la force, ni l'agilité néceſſaire pour ſe ſouſtraire au danger. Ce nouveau motif doit donc faire proſcrire les étages élevés; il doit les faire proſcrire à l'Hôtel-Dieu actuel, plus que dans tout autre hôpital. L'Hôtel-Dieu a un vice particulier & auquel on ne peut penſer ſans effroi. Cet hôpital eſt compoſé de deux grands corps de bâtimens, l'un ſur la rive ſeptentrionale, l'autre ſur la rive méridionale de la Seine. Sous le bâtiment ſeptentrional & ſous les ſalles des malades ſont placées les buanderies, les étuves, où le feu eſt ſans ceſſe employé; & ce qui eſt pis encore, ce qui devient un voiſinage dangereux & redoutable, on y a placé le magaſin aux huiles & la fabrique des chandelles; & comme s'il falloit que la maiſon entière eût ſa part du danger, le magaſin au bois qui en contient ſix mille voies eſt ſous le bâtiment méridional du côté de la rue de la Bucherie. Sans doute c'eſt le défaut d'emplacement, c'eſt la néceſſité qui a préſidé à cette mauvaiſe diſpoſition. En 1772, le feu qui brûla la ſalle du Légat, prit dans la fabrique des chandelles; le beſoin y a fait replacer, comme auparavant, cette fabrique. Il n'en faut point blâmer l'adminiſtration qui n'a point été libre; mais il faut conclure que l'emplacement qui oblige à de telles imprudences, un emplacement qui force de s'expoſer ſans ceſſe à de pareils dangers, eſt un emplacement qui ne convient point à un hôpital. Dans cette maiſon où il y a toujours 3 à 4000 perſonnes, dans un eſpace étroit qui néceſſite la confuſion, au milieu d'un ſervice que le beſoin rend très-actif, il eſt impoſſible que le feu ne prenne pas ſouvent. Il eſt ſans doute bientôt éteint, mais on n'eſt pas toujours heureux. La ſalle du Légat a brûlé en 1772, celle du Roſaire en 1737; voilà deux leçons en trente-cinq ans.

Les ſalles accouplées, les étages accumulés, rendroient l'Hôtel-Dieu futur ſemblable à l'Hôtel-Dieu actuel.

Mais, en ſuppoſant qu'on laiſſât ſubſiſter les choſes telles qu'elles ſont, c'eſt-à-dire, les ſalles accouplées & ſans jour, où l'air circule difficilement; les étages entaſſés les uns ſur les autres, où les émanations des ſalles inférieures ſont portées dans les ſalles ſupérieures; & tout cela poſé ſur des amas de combuſtibles, où le danger du feu eſt terrible & perpétuel; quand on parviendroit, avec ces moyens dangereux, à obtenir un nombre conſidérable de lits, on ne feroit que redoubler l'entaſſement des malades, & en étendre les inconvéniens ſur un plus grand local. Ce qui eſt projeté ſera une copie de ce qui exiſte; & les édifices ſubſiſtans, les édifices qu'on ſe propoſe d'y ajouter fuſſent-ils ſuffiſans, non-ſeulement pour les 3000 lits ordonnés par les Lettres patentes, ou pour les 4000 annoncés par l'auteur du Relevé, mais encore pour les 4800 que nous demandons, cet amas de ſalles accouplées & d'étages entaſſés auroit

De-là naît confuſion, mauvaiſe

pluſieurs

plusieurs vices essentiels, vices absolument contraires à la salubrité ; c'est la confusion, la mauvaise disposition des départemens & l'infection de l'air.

disposition des départemens, infection de l'air.

Il y a confusion dans les départemens, parce que premièrement, il n'y a point de salles pour les convalescens. Les listes affichées chaque jour à la porte, ne font mention d'aucunes salles qui leur soient destinées. On y voit seulement une salle dite *des Convalescentes.* Mais les listes ne disant jamais rien sur le nombre de ces convalescentes, il y a lieu de croire qu'elle n'est pas occupée. Et la raison, c'est d'abord que cette salle est au troisième étage ; ce seroit un triste séjour pour des convalescentes qui ont peine à descendre & à remonter : c'est ensuite qu'elle tient à la salle Sainte-Monique, qui lui sert d'entrée, & où sont les petites véroles ; ce voisinage & ce passage doivent en exclure nécessairement les convalescentes. Il est donc évident que les convalescens sont mêlés dans toutes les salles avec les malades, par conséquent avec les morts & les mourans. Sans parler du malheur de ce spectacle, des idées douloureuses qui contrastent avec les espérances des convalescens, & de l'influence du moral pour retarder les progrès physiques & le retour vers la santé, il est évident qu'un convalescent est sans cesse exposé, ou à des rechutes toujours fâcheuses, ou à reprendre une nouvelle maladie à la place de celle dont il a été guéri ; un convalescent doit du moins, avant de retrouver ses forces, traîner & languir long-temps en respirant le même air que les malades, & en habitant ce séjour de dégoût, de mal-aise & de tristesse. Et comme on estime que sur le nombre des malades d'un hôpital, il y en a le tiers en convalescence, en évaluant à 2500 le nombre journalier & moyen des malades à l'Hôtel-Dieu, il a chaque jour 830 convalescens dévoués à cette espèce de supplice.

Les convalescens sont confondus avec les malades.

Observons que ces convalescens, lorsqu'ils quittent leur lit, & vont respirer au grand air sur le pont Saint-Charles, ont la plupart, même en hiver, les jambes nues. La maison

Abus de les laisser sortir les jambes nues.

ne leur fournit point de bas, & lorſqu'on ne leur en apporte pas du dehors, il faut reſter au lit ſans oſer exercer & développer ſes forces naiſſantes, ou ſe promener les jambes nues. Ce grand abus naît d'une bien petite économie; il prouve combien les anciens uſages ont de pouvoir pour ſe faire conſerver, & combien les préjugés ſont durables dans les Corps, même ſous une adminiſtration vertueuſe & charitable.

Les fous ſont placés trop près des autres malades.

Il y a confuſion dans les départemens, cela eſt prouvé par l'emploi des ſalles. Les fous, que l'abſence de la raiſon, leurs écarts & leur frénéſie ſéparent de la ſociété des hommes, doivent être également éloignés de la ſociété des malades. A l'Hôtel-Dieu, ſur le pont du Roſaire au premier étage, eſt placée la ſalle dite *de Saint-Louis,* où on reçoit les fous. Cette ſalle fait l'équerre, & communique avec la ſalle Saint-Paul, où il y a toujours près de 300 malades de maladies chirurgicales. Au deuxième étage, la ſalle de Sainte-Geneviève ou des folles, eſt à l'extrémité, & fait le prolongement de la ſalle Sainte-Martine ou des femmes fébricitantes. Ces hommes qui ont ſouffert ou des opérations ou des panſemens douloureux, ces femmes travaillées des retours de la fièvre ou de ſes redoublemens, ſont tourmentés nuit & jour par les cris de ces inſenſés, & ne doivent point avoir de repos; d'ailleurs l'Hôtel-Dieu, par le défaut d'emplacement, n'a pu même, en mêlant ainſi ces fous avec les autres malades, leur attribuer aſſez d'eſpace. Il faut obſerver que cet hôpital eſt le ſeul où l'on entreprenne de guérir la folie, & c'eſt ſans doute une très-belle inſtitution; mais il ne faut pas croire que les pauvres ſoient les ſeuls qui viennent s'y faire traiter. Bien des gens aiſés n'ont cependant ni les moyens, ni un local ſuffiſant pour faire garder cette eſpèce de malades, pour leur faire prendre les bains, & recevoir les douches néceſſaires; on les conduit à l'Hôtel-Dieu. Or il n'y a que 26 lits qui ſoient réſervés aux fous des deux ſexes, & c'eſt bien peu quand on conſidère que les maiſons de force de Paris en contiennent plus de 800 *(d)*. Il réfulte de ce petit nombre de lits, qu'il en faut fouvent mettre deux & quelquefois plus dans le même lit. La falle Saint-Louis a 12 lits, 10 grands & 2 petits. Le 1.er janvier de cette année, on y comptoit 30 malades *(e)*, c'eft-à-dire, 28 pour les grands lits, & par conféquent huit de ces lits avoient chacun trois malades. On conçoit ce qui doit arriver à des fous ainfi rapprochés, forcés de paffer les nuits & les jours dans la plus intime fociété, & d'être tour-à-tour les victimes de leurs écarts réciproques. Ils fe battent, peuvent s'eftropier, & ces défordres font une fuite déplorable du défaut d'emplacement.

Les maladies contagieufes font mêlées avec les maladies ordinaires.

Enfin, nous prouvons la confufion des départemens, par la difpofition d'où naît le plus grand inconvénient de l'Hôtel-Dieu ; & une des fources de fon infalubrité, c'eft le mélange dans une même maifon, fouvent dans les mêmes falles, des maladies contagieufes avec celles qui ne le font pas. On a toujours regardé comme un principe d'adminiftration & de police, de féparer de la fociété ceux que la contagion avoit infectés. Les malades font plus fufceptibles que les gens en fanté ; le temps où les pores font plus ouverts, où les humeurs font en fermentation, où la fièvre a rompu l'équilibre, n'eft pas celui où il feroit convenable de courir les rifques de la contagion ; & la charité publique qui reçoit le pauvre ne doit pas lui dire : *ou tu ne feras pas fecouru, ou tu courras ce danger.*

Les hôpitaux des maladies contagieufes ont toujours été hors des villes.

Dans les fiècles où la lèpre régnoit en Europe, les léproferies ou les maladreries, étoient placées aux entrées des villes & des villages. Paris avoit trois léproferies : celle de Saint-Lazare, où eft aujourd'hui l'églife de ce nom ; celle de Saint-Germain, qui occupoit la place où font les Petites-Maifons ; l'hôpital de Sainte-Valère étoit dans le faubourg Saint-Marcel. Mais tous trois étoient alors hors de Paris. Lorfqu'il fallut enfuite ouvrir des hôpitaux pour la pefte,

(d) Mémoires de M. Tenon.

(e) *Voyez* la feuille du mouvement de ce jour.

pour le mal vénérien, on les plaça hors de Paris; la teigne eut auſſi un hôpital hors de cette capitale. L'hôpital Saint-Louis & l'hôpital Sainte-Anne ſont encore deſtinés aux épidémies contagieuſes; ils ont été d'abord hors de la ville, & l'un au nord, l'autre au midi, pour que les malades puiſſent s'y rendre ſans la traverſer. On a donc toujours eu intention parmi nous, de ſéparer les maladies contagieuſes des maladies ordinaires, & de porter hors des villes celles qui pouvoient ſe communiquer. Cette précaution de prudence & d'humanité, émanée d'une ſage adminiſtration, a dicté la loi qui défend d'inoculer la petite vérole dans Paris. Ainſi l'emplacement des hôpitaux pour les maladies contagieuſes, eſt ſubordonné à des règlemens; le reſpect des loix & l'intérêt de la ſociété enjoignent de ne s'en point écarter. De-là naiſſent deux conſidérations : celle des habitans de la ville, dont il faut conſerver la ſanté; celle des pauvres malades, dont il ne faut pas compliquer les maux.

L'Hôtel-Dieu les reçoit preſque toutes, & les concentre au milieu de Paris.

Les quatre hôpitaux des Frères de la Charité, les quatre hôpitaux des Hoſpitalières, les quatre hoſpices particuliers établis depuis quelque temps, ces douze hôpitaux enfin n'admettent aucunes maladies contagieuſes. Les malades de cette eſpèce n'ont donc d'autre refuge que l'Hôtel-Dieu; & ſi cet hôpital a l'avantage de donner des ſecours à tous, & de ne refuſer perſonne; ſi ceux qui les adminiſtrent ont le courage & la généroſité de ſe dévouer à des ſoins périlleux, il faut convenir que l'Hôtel-Dieu eſt au centre de Paris le réceptacle de ces maux contagieux.

Danger de la communication pour les habitans de la ville.

Nous ne ſavons pas juſqu'à quel point ce foyer peut répandre les vapeurs de la contagion dans la ville; on ne pourroit s'en aſſurer que par des recherches longues & difficiles, par des expériences dont les élémens compliqués rendent toujours les réſultats incertains. Mais le public ſait qu'on lave tous les jours dans la Seine les linges de ces malades, & il penſe que les eaux peuvent en charier les particules morbifiques; il en résulte un objet d'inquiétude, ou tout au moins de dégoût pour les citoyens.

Les habitans de la rue de la Bucherie, placés dans le voisinage de la salle où l'on transporte les morts, témoignent que l'été les émanations de cette salle sont très-sensibles & très-infectes. Ces émanations des salles passent donc dans l'atmosphère, & peuvent être répandues dans la ville par les vents. Mais ce n'est pas tout; lorsqu'on vide les paillasses pour les renouveler, il n'y a point de cour assez vaste à l'Hôtel-Dieu, & qui permette de brûler cette quantité énorme de paille sans s'exposer à mettre le feu. Il faut cependant s'en débarrasser; on la transporte à Saint-Louis. Il en est de même de la plume des lits, de cette plume imprégnée de miasmes morbifiques, la plupart contagieux; on la transporte par charretées à Saint-Louis, où elle est séchée, triée & battue, & où les coutils sont trempés & lavés dans la fontaine placée au milieu de la cour. Remarquons en passant que les lits de l'Hôtel-Dieu n'ont, avec la paillasse, d'autre garniture qu'un lit de plume. Cet hôpital est le seul à Paris où on ait conservé cette mauvaise pratique du VII.e siècle *(f)*; il est encore à cet égard comme au temps de sa fondation. L'usage des matelas de laine est plus sain, il a prévalu; mais les vieux usages durent dans les corps, dans les établissemens publics, lors même que la nation ne les connoît presque plus. La laine se nettoie plus facilement, plus complétement que la plume; l'infection & l'humidité se retranchent dans les pores des tuyaux & dans les barbes des plumes, & après avoir été séchées & battues, ces plumes conservent en partie les principes morbifiques dont on a voulu les dépouiller. La contagion portée de l'Hôtel-Dieu à Saint-Louis, est rapportée de Saint-Louis à l'Hôtel-Dieu, &

(f) On croit que l'Hôtel-Dieu fut fondé par Saint-Landry, Évêque de Paris, vers l'an 660. Piganiol de la Force. *Description de Paris, tome I, page 466.*

en revenant infecter de nouveau le lieu d'où elle est partie, elle traverse deux fois la ville avec un double danger pour les habitans. Les morts de l'Hôtel-Dieu sont aussi transportés les nuits, variolés, gangrénés & autres, à travers Paris. Il sort donc de l'Hôtel-Dieu des convois tantôt de paille infecte, tantôt de plume imprégnée de miasmes morbifiques, tantôt de cadavres; & ces inconvéniens sont inévitables tant que l'Hôtel-Dieu restera où il est. Si on ne peut dire quel est l'effet réel & l'étendue de ces influences, si la mesure du danger est inconnue, la prudence prescrit de multiplier les précautions pour écarter même les risques qu'on ne peut apprécier; & il semble que le principe de police qui défend d'approcher des lieux où il y a de la contagion, doit défendre de garder cette contagion au centre de la capitale.

Danger de la communication pour les malades de l'Hôtel-Dieu.

Mais il n'y a nulle incertitude sur la communication des maladies contagieuses dans l'hôpital même, à l'égard des malades couchés dans le même lit, dans la même salle, & habitant dans le sein de la contagion; une infinité de faits prouvent cette communication, il n'y a que le hasard qui puisse en préserver. En excluant les maladies, telles que la peste, qui est peu connue dans nos climats, la lèpre, aujourd'hui presque totalement éteinte en Europe, la teigne & le mal vénérien qui ont des hôpitaux particuliers, les principales maladies contagieuses sont la gale, la petite vérole, la rougeole, certaines fièvres malignes & certaines dyssenteries. Ces maladies, du moins les premières qui sont faciles à distinguer par leurs symptômes, pourroient être reléguées dans un hôpital qui leur seroit spécialement destiné; mais dans aucun cas elles ne doivent être mêlées & traitées ensemble. Un hôpital bien ordonné doit avoir un quartier ou des salles éloignées pour chacune de ces maladies. On envoie dans ce moment à Saint-Louis les scorbutiques, les scrophuleux, les cancéreux; mais comme Saint-Louis est réservé pour les épidémies contagieuses, si l'on se conforme à son ancienne destination, tous ces malades rentreront à l'Hôtel-Dieu lorsque le local en sera étendu. On n'y admet pas aujourd'hui les malades qui n'ont que la gale, & il semble qu'il faudroit les y recevoir; la gale est une maladie réelle, une maladie dont le pauvre a besoin d'être délivré. Mais un galeux est toujours admis lorsqu'il a une maladie interne ou une blessure. On peut imaginer ce qu'au milieu de l'entassement des étages, des salles & des malades, doit produire l'association de toutes ces maladies dans le même lieu; tout ce qui résulte pour répandre la contagion d'un air infecté par des fièvres contagieuses; des latrines communes, & à ceux qui ont des dyssenteries contagieuses, & à ceux qui n'en sont pas attaqués; de l'échange des draps, des chemises le plus souvent mal lessivés; des linges que l'on chauffe en grand nombre, & qui retirés d'un malade, sont portés à un autre; des pots à boire rincés à la hâte, & qui dans la distribution passent d'un malade galeux à un qui ne l'est pas. Un malade arrivant est souvent placé dans le lit & dans les draps d'un galeux qui vient de mourir. On voit encore tout ce qui résulte de la société que font tous ces malades lorsqu'ils commencent à se lever; comme il n'y a point de salles pour les convalescens, il n'y a point de promenoirs séparés pour les maux contagieux. A l'Hôtel-Dieu l'espace manque à tous les besoins; & si un malade devenu convalescent, échappe à cette suite de dangers, les hardes qu'on lui rend sortent d'un magasin commun où tout est confondu comme dans les salles; ces hardes ont pu se charger de la contagion, elles la lui communiqueront au sortir de l'hôpital. La gale est presque générale & elle est perpétuelle à l'Hôtel-Dieu; les Chirurgiens, les Religieuses, les Infirmiers & Infirmières la contractent ou en pansant les malades, ou en maniant leurs linges. Les malades guéris qui l'ont contractée, la portent dans leur famille, & l'Hôtel-Dieu est une source inépuisable d'où cette maladie se répand dans Paris.

Quant à la petite vérole, une salle particulière, la

Les hommes variolés, sont plusieurs dans un lit.

salle Saint-François lui est destinée & est réservée aux hommes; ils y sont séparés de tous autres malades. Mais il faut observer que l'on y a vu jusqu'à 6 hommes ou 8 enfans, dans le même lit, & on sent que cela doit être ainsi. Cette salle ne contient que 35 lits, 16 grands, 19 petits. Le 22 décembre 1782, il y avoit quarante-deux malades *(g)*; 19 pour les petits & 23 pour les grands, dont 7 au moins avoient deux malades. Mais si les petites véroles eussent été plus communes, on auroit pu y voir un plus grand nombre de malades, & il n'en faut supposer qu'à peu-près 80, pour que chaque grand lit ait quatre malades. Que l'on juge de l'infection de ces lits, & que l'on imagine les effets qui peuvent résulter des différentes espèces de petite vérole, & de la contagion qui réagit contre elle-même.

Les femmes variolées sont mêlées avec les fébricitantes.

Les femmes attaquées de la petite vérole, sont admises dans la salle Sainte-Monique: mais elles y sont mêlées avec des fébricitantes, & c'est une suite bien déplorable du défaut d'emplacement, que d'exposer ainsi à la contagion de la petite vérole des femmes malades, qui viennent demander des secours & chercher la santé à l'Hôtel-Dieu. Si le défaut d'emplacement excuse cette inconséquence inhumaine, la conservation de cet emplacement n'a point d'excuse. Le premier degré d'insalubrité d'un hôpital est de retarder la guérison des malades; le dernier est d'ajouter à leur maladie des maux qu'ils n'avoient pas. Les fous placés auprès de la salle des blessés, les femmes variolées associées aux fébricitantes, les maladies contagieuses par-tout mêlées aux maladies ordinaires, prouvent évidemment la confusion des départemens dans cet hôpital.

Les salles des maladies chirurgicales, sont mal disposées & mal

Mais si la disposition des salles fait que les départemens ou se confondent ou se touchent de trop près, souvent ces salles ne sont pas mieux disposées, en les considérant seules & en elles-mêmes, & elles sont placées d'une manière

(g) *Voyez* la feuille du mouvement de ce jour.

nuisible

nuisible aux malades qui y sont reçus. L'Académie en jugera par le compte que nous allons lui rendre des salles destinées aux maladies chirurgicales. Ces salles doivent être privilégiées dans tous les hôpitaux ; c'est-là que l'art vient au secours de la nature par des moyens souvent terribles. On est responsable de la vie des hommes, quand on ne prend pas des mesures pour assurer le succès de ces moyens redoutables. A quoi sert de faire souffrir un malheureux, si on n'a pas la probabilité de le sauver, si on n'augmente pas cette probabilité par toutes les précautions possibles? Ces précautions sont la tranquillité des malades, la propreté du local & la pureté de l'air. Mais quelle tranquillité peuvent avoir les blessés à l'Hôtel-Dieu, dans la salle Saint-Paul? cette salle a 111 lits, 78 grands, 33 petits. Le 6 janvier elle contenoit 272 malades; elle en pourroit contenir beaucoup davantage, suivant l'usage de l'Hôtel-Dieu. Ce grand nombre d'hommes réunis & celui des hommes employés à les servir, est un premier obstacle à la tranquillité; mais cette salle est le passage qui conduit à l'office Saint-Paul, aux offices au pain & au vin, aux caveaux pour l'échangeage, pour le linge sale & pour le sable. C'est par cette salle & en suivant sa longueur, au milieu des blessés, que l'on porte les charges de bois, de linges, de vivres & de tous les autres objets nécessaires à plusieurs salles *(h)*; c'est dans cette salle que les pauvres du dehors s'assemblent tous les après-midi, pour consulter le Chirurgien-major; & la confusion du bruit des pas & des voix augmente la rumeur. Comment dans cette agitation, parmi tous ces gens en mouvement, procurer aux malades, après un pansement douloureux, ces premiers momens de repos qui décident souvent de leur conservation?

placées. La salle des blessés a trop de mouvement & de bruit.

La propreté exige plus de soin dans une salle de blessés que dans toute autre; la pureté de l'air y est plus difficile à maintenir, à cause du sang & du pus, qui entache sans

La propreté y est impossible.

(h) La salle des opérations & celle des fous.

ceſſe le plancher. Il eſt impoſſible de nettoyer ou de bien nettoyer ce plancher, au milieu de quatre rangs de lits, dans une largeur de 34 pieds. Ces lits en occupent 21, les deux files du milieu ſe touchent, & il ne reſte entre celles-ci & les autres, qu'un paſſage de 6 pieds & demi de chaque côté. Il eſt difficile d'y maintenir la propreté, lorſqu'on accumule dans un échangeoir & dans un caveau de cette ſalle, tout le linge chargé de pus, de ſang & d'autres matières fétides; c'eſt un foyer d'infection qu'on y conſerve; d'ailleurs chaque lit en eſt un. Le 12 janvier de cette année, il y avoit 258 bleſſés, pour 111 lits *(i)*. Il y en avoit donc un dans chacun des 33 petits lits, & 225 dans les grands: c'eſt trois par lit. Tous les ſoins du monde ne peuvent tenir propre & ſans odeur un lit où il ſe fait tous les jours trois ou ſix panſemens. Ajoutez à ce tableau les latrines, qui ſont trop près de la ſalle, trop petites pour le nombre des malades, & toujours ſalies dès l'entrée; les lits des agoniſans, & qui ſouillés ſont un nouveau foyer d'infection; les exhalaiſons que fournit l'eſcalier & qui montent de la ſalle Saint-Charles placée au-deſſous, où ſont 3 à 400 fiévreux; & ce tableau eſt celui de la ſalle des bleſſés.

L'air de la ſalle des opérations eſt infecté. Danger du ſpectacle des opérations pour ceux qui ont été opérés, ou pour ceux qui doivent l'être.

La ſalle, dite *des opérations*, eſt deſtinée en effet aux opérations les plus graves & les plus délicates, & elle eſt entourée de toutes parts de tout ce qui peut en infecter l'air. Elle communique à la ſalle Saint-Paul, dont nous venons de décrire la fétidité; placée preſque ſur la ſalle des morts, elle en reçoit les émanations par les croiſées; à l'encoignure du mur extérieur eſt un plomb qui, dans les chaleurs, répand une odeur infecte; & du côté du midi elle a des terraſſes qui, placées au-deſſous de pluſieurs logemens & des ſalles des accouchées, en reçoivent les immondices & les vidanges. Mais un grand malheur pour ceux à qui on a fait ou à qui on doit faire

(i) Voyez la feuille du mouvement de ce jour.

des opérations, pour ces infortunés qui ne doivent ſouffrir que de leurs propres maux, & à qui toute émotion étrangère eſt dangereuſe, c'eſt que ces opérations s'y font au milieu de la ſalle même. On y voit les préparatifs du ſupplice ; on y entend les cris du ſupplicié : celui qui doit l'être le lendemain, a devant lui le tableau de ſes ſouffrances futures; & celui qui a paſſé par cette terrible épreuve, doit être profondément remué & ſentir renaître ſes douleurs, à ces cris ſemblables aux ſiens ; & ces terreurs, ces émotions, il les reçoit au milieu des accidens de l'inflammation ou de la ſuppuration, au préjudice de ſon rétabliſſement & au haſard de ſa vie. Voilà quels ſont dans cet hôpital les moyens de guériſon pour les opérés, & les moyens de ſuccès pour les habiles Chirurgiens qui y déploient les reſſources de leur art ! Beaucoup d'hôpitaux ne ſont pas exempts de ce défaut, & n'ont comme l'Hôtel-Dieu de Paris, de ſalles uniquement deſtinées aux opérations que celle de la taille. Il en faut cependant excepter quelques-uns, & ſur-tout l'Hôtel-Dieu de Lyon. Mais un hôpital bien ordonné, ordonné par l'humanité, doit avoir trois ſalles pour les opérés : la première, où ils ſont préparés à l'opération ; la ſeconde, où ils la ſubiſſent, & la troiſième, où on les place après qu'ils ont été opérés. Celle-ci doit être éloignée du bruit, pour leur procurer le repos & la tranquillité dont ils ont beſoin.

Les ſalles des femmes enceintes & des accouchées ne ſont pas mieux diſpoſées.

Toutes ces précautions ſont néceſſaires pour faciliter le ſuccès des opérations, pour conſerver les bleſſés, que la nature n'a point condamnés, & que les accidens ont ſeuls approchés de la mort. Mais s'il eſt important de rendre à la ſociété un nombre d'hommes précieux à la patrie & à leur famille, il eſt à l'Hôtel-Dieu une claſſe nombreuſe & intéreſſante, qu'il eſt également important de conſerver; c'eſt celle des femmes enceintes qui vont y accoucher. Cinq ſalles, placées au deuxième étage ſur la rue de la Bucherie, leur ſont deſtinées: la ſalle Saint-Joſeph & la ſalle Sainte-Marguerite ſont pour les femmes enceintes; il y a enſuite la ſalle des accouchemens & celle des accouchées; puis la ſalle dite *des nourrices*, qui eſt réſervée aux enfans alaités par leurs mères. On place à Sainte-Marguerite les femmes enceintes recommandées *(k)*, & on place à Saint-Joſeph toutes les autres femmes, légitimes ou de mauvaiſes mœurs, ce qui eſt un inconvénient moral; on les y place ſaines & malades, ce qui eſt un grand inconvénient phyſique. A Londres, ces différentes eſpèces de femmes ont des hôpitaux différens ou des ſalles ſéparées. Les trois ſalles de Saint-Joſeph, des accouchemens & des accouchées, renferment 67 grands lits & 39 petits *(l)*, dont 15 ſont occupés par des perſonnes de ſervice. Le 12 janvier de cette année, il y avoit dans ces ſalles 175 femmes; il y avoit donc ce jour-là 17 grands lits qui contenoient chacun 3 femmes, & ce n'étoit pas un moment de ſurcharge. Il y a des jours où ces lits contiennent quatre femmes & davantage.

Ces femmes ſont trois à quatre dans un lit; elles reſpirent un air corrompu & humide.

L'Académie ſe rappelle ce que nous avons obſervé ſur les grands lits, où l'on couche quatre & ſix malades, & ſur les maux qui en réſultent; mais la gêne qu'on éprouve dans ces lits, eſt plus grande pour les femmes groſſes que pour les malades. Elles occupent plus de place; il y a de plus le danger de bleſſer leur enfant. La difficulté de dormir allume leur ſang, & elles perdent de leur ſanté, au moment où elles ont beſoin de toutes les forces de la nature, tant pour mettre au jour & conſerver leur enfant, que pour ſe conſerver elles-mêmes. Mais dans ces

---

(k) Cette ſalle n'a que onze lits.

(l) Le nombre des lits des ſalles peut varier, parce qu'on en tranſporte quelquefois d'une ſalle dans une autre. Les nombres que nous donnons, ſont ceux qui avoient lieu dans le temps où l'on a dreſſé les Mémoires qui nous ont été fournis. Au reſte, les variations ne peuvent pas être fort grandes, & les différences ſont néceſſairement légères.

lits les femmes saines sont mêlées avec les malades; les saines incommodent les malades, & les malades altèrent la santé des femmes saines; ainsi toutes se nuisent réciproquement : voilà pour les femmes enceintes, voici pour les accouchées.

Qu'on se représente ces femmes réunies quatre ou plus dans un lit, à diverses époques de leurs couches, avec des évacuations naturelles qui les inondent & les infectent, le sein tendu, la tête & le ventre douloureux, au milieu de la fièvre & de la sueur de lait; quelle santé tiendroit à cette situation, sans se déranger? quelle maladie n'en seroit point accrue? & que l'on entr'ouvre ces lits, il en sort des vapeurs chaudes & infectes, des vapeurs qui sont sensibles à l'œil, & que l'on peut diviser & écarter avec la main. Ces vapeurs se mêlent à l'air de la salle; elles passent dans la salle des femmes enceintes, qui n'est séparée de celle des accouchées que par une cloison dont les portes sont à jour. Nous avons dit que ces salles n'ont de jour & d'air que d'un côté; & avec tant de moyens d'infecter l'air, il y a peu de facilité pour le renouveler. L'air de ces salles est d'ailleurs altéré par les émanations des salles inférieures, sur-tout de celles des blessés & des opérations, qui sont immédiatement au-dessous, & par toutes les sources de corruption dont ces salles des blessés sont entourées. Ainsi les femmes grosses, les accouchées, sont environnées d'infection; elles sont nuit & jour dans un air corrompu. Il n'est pas seulement corrompu, il est continuellement humide. L'étage supérieur est occupé par des séchoirs, où par conséquent on entasse du linge mouillé, qui communique son humidité au plancher; devant les fenêtres de ce département sont d'autres linges suspendus pour sécher. Ces salles sont donc entretenues dans une humidité perpétuelle, toujours plus développée par la chaleur, toujours augmentée par les vapeurs de la transpiration. Or on sait que l'humidité est mortelle aux femmes en couche. C'est un fait d'observation qu'il en périt davantage dans les temps chauds & humides, que dans les temps chauds & ſecs, & de même en hiver dans les temps froids & humides, que dans les temps ſecs & froids.

La ſalle des opérés & celle des femmes en couche, ſont placées ſur une rue fréquentée par les voitures, & les ébranlemens nuiſent au ſuccès des opérations des uns, & au rétabliſſement des autres.

A ces inconvéniens, qui naiſſent tous du défaut d'eſpace dans l'intérieur de l'Hôtel-Dieu, ſe joignent d'autres inconvéniens qui tiennent à ſa poſition. Le bâtiment méridional eſt placé ſur la rue de la Bucherie. C'eſt par cette rue que débouche, & ſans ceſſe, un nombre conſidérable de voitures de pierres, de bois de charpente & de bois à brûler. On a fait compter ces voitures, & on en a vu paſſer juſqu'à 168 en une heure *(m)*. Le haſard ou l'inattention ont placé, dans ce bâtiment & ſur cette rue, les ſalles deſtinées aux maladies chirurgicales & aux opérations, celle des taillés, celle des femmes en couche. On ſait que le bruit eſt contraire aux femmes qui ſont dans cet état; on ſait que les ébranlemuns ſont nuiſibles aux hommes & aux femmes qui ont ſubi des opérations. Toutes ces ſalles ſont au premier & au ſecond étage où les vibrations ſont plus ſenſibles. Ces ébranlemens répétés portent des ſecouſſes terribles à la tête des malheureux trépanés, excitent des treſſaillemens, donnent ſouvent des convulſions à ceux à qui on a coupé la jambe ou la cuiſſe, irritent & précipitent au tombeau une foule d'infortunés, victimes de ces diſpoſitions mal entendues.

Les regiſtres pourroient montrer ſi les opérations ſont heureuſes à l'Hôtel-Dieu.

Nous avions demandé la communication des regiſtres, & nous y aurions peut-être trouvé des détails ſur les pertes particulières des ſalles, tant des opérés, que des femmes en couche; nous y aurions vu le nombre des opérations malheureuſes, & le petit nombre de celles qui ont pu réuſſir: & comme ces opérations ſont faites par des Chirurgiens habiles, à qui on ne peut imputer le manque de ſuccès, nous aurions démontré par le fait, les funeſtes effets de la diſpoſition intérieure des ſalles & de leur emplacement. Ces données nous manquent; mais un point de théorie

(m) Mémoires de M. Tenon.

qu'on ne peut contester, c'est qu'un hôpital bien construit, & dont toutes les parties seront combinées pour le bien-être des malades & pour leur guérison, ne placera pas les salles des opérations chirurgicales, celle des hommes taillés de la pierre, celle des femmes en couche, au premier & au second étage, sur une rue fréquentée, & sans cesse ébranlée par des voitures pesantes.

Le trépan y est toujours mortel.

Si nous ne pouvons pas constater, par l'expérience, le danger de ces ébranlemens, nous avons un témoignage qui dépose du danger de l'infection de l'air; c'est celui de Dionis, Démonstrateur d'anatomie sous Louis XIV, & premier Chirurgien de Madame la Dauphine. « A Paris, dit-il, le trépan est assez heureux, & encore plus à « Versailles, où l'on n'en meurt presque point; mais les « trépanés périssent tous à l'Hôtel-Dieu de Paris, à cause « de l'infection de l'air qui agit sur la *dure-mère* & qui y « porte la pourriture » *(n)*.

Il y a souvent à l'Hôtel-Dieu des épidémies sur les femmes en couche.

Quant aux femmes en couche, la mauvaise disposition des salles ne peut que leur être funeste; aussi voit-on qu'il en périt un grand nombre à l'Hôtel-Dieu, dans l'année 1664. M. de Lamoignon, Premier Président, l'un des chefs de l'administration, voulut connoître les causes de cette perte déplorable; Vesou, Médecin de cet hôpital, indiqua le défaut de la situation des salles, & attribua cette grande mortalité aux vapeurs infectes qui s'élevoient de la salle des blessés. Ces pertes n'avoient point lieu jadis, quand les salles des accouchées, par une autre disposition, en étoient éloignées. Peu, Chirurgien à l'Hôtel-Dieu en 1664, a observé que l'épidémie étoit d'autant plus considérable, qu'il y avoit plus de blessés dans cette salle. En 1746, au rapport de M. Malouin, il y eut une épidémie semblable sur les femmes en couche; elle fit les plus grands ravages à l'Hôtel-Dieu, & sur vingt femmes qui en étoient

---

(n) Cours d'opérations de Chirurgie, quatrième édition. *Paris, 1740, page 512.*

attaquées, à peine pouvoit-on en réchapper une. En 1774, il y eut dans cet hôpital une épidémie qui a reparu tous les hivers jufqu'en 1781, & qui règne encore plus ou moins chaque année dans les temps froids. Ces faits font tirés des Mémoires que M. Tenon nous a communiqués. On y voit que toutes les femmes frappées de cette épidémie périffoient, & fur douze, fept étoient attaquées: l'Hôtel-Dieu perd donc quelquefois plus de la moitié des femmes qui y vont accoucher. M. Tenon, dans les Mémoires que nous citons, développe toutes les caufes de mortalité que nous ne faifons qu'indiquer ici. Quelques extraits des regiftres de l'Hôtel-Dieu qu'il s'étoit précédemment procurés, lui ont fourni des réfultats que l'Académie fera bien aife de connoître. Ces extraits, relatifs aux femmes en couche, embraffent une fuite de douze années: il en réfulte qu'il y a eu une opération céfarienne fur 2864 accouchemens, un accouchement de force ou par le moyen du forceps fur 198; enfin, parmi les accouchemens naturels, il a trouvé que les plus faciles, ceux où l'enfant fe préfente par la tête, font à ceux où il fe préfente par les pieds, comme 11 à 1. Il eft confolant pour l'humanité de voir que les dangers & les accidens, auxquels les femmes en couche font expofées, ne font pas plus fréquens. Quant à la mortalité, les tables que l'on imprime tous les ans à Paris, ne nous apprennent rien fur le nombre des femmes qui meurent en couche; mais M. Tenon s'eft procuré des renfeignemens utiles fur la ville & fur les hôpitaux de Londres; il montre qu'en cent ans, la mortalité des accouchées, dans cette ville, a été d'une fur 59; mais avec cette circonftance remarquable, que la mortalité diminue graduellement, de manière que, dans les dix premières années, elle étoit d'une fur 35, & que dans les dix dernières, elle n'eft plus que d'une fur 77. La ville de Genève, où la perte eft d'une femme fur 90 accouchées, donne lieu à la même obfervation; d'où il réfulte évidemment que l'art fe perfectionne, & que le progrès des connoiſſances tourne au profit de l'humanité. La perte des femmes en couche eſt encore plus foible à Dublin, où elle n'eſt que d'une ſur 110, & ſur-tout à Mancheſter, où elle eſt ſeulement d'une ſur 128. A l'égard des hôpitaux, on trouve que l'hôpital britannique à Londres, dans trente-deux années comparées, n'a perdu qu'une accouchée ſur 51. Un autre hôpital de cette ville offre même une mortalité infiniment moindre, il ne perd qu'une accouchée ſur 131.

La conſervation des femmes enceintes mérite toute l'attention du Gouvernement.

C'eſt à ces réſultats que l'on pourra comparer la perte de l'Hôtel-Dieu, lorſque les regiſtres ſeront ouverts, & que cette perte ſera connue. Mais ce que nous devons obſerver, c'eſt que le traitement des femmes en couche, à l'Hôtel-Dieu, mérite toute l'attention du Gouvernement. Ce n'eſt point un objet de peu d'importance; depuis 1712, juſques & compris 1785, en ſoixante-treize ans, on a baptiſé à l'Hôtel-Dieu 102355 enfans: c'eſt 1402 par an. Le nombre des accouchées eſt plus conſidérable; il faut y ajouter toutes les femmes dont les enfans, morts en naiſſant, ne ſont point baptiſés; & ce nombre peut être aſſez grand, parce que les travaux des femmes du peuple les expoſent à être bleſſées. M. Tenon a trouvé qu'à Londres le nombre des enfans morts en naiſſant, eſt à celui des naiſſances, comme 1 eſt à 31. On peut donc croire que, dans ces ſoixante-treize années, il y a eu 3302 enfans morts en naiſſant à l'Hôtel-Dieu; & ce nombre doit être ajouté à celui des baptêmes. M. Tenon a trouvé auſſi que ſur 96 couches il y en avoit une double; il en réſulte qu'on a dû avoir à l'Hôtel-Dieu, dans le même intervalle de temps, 1066 de ces accouchemens. Ce nombre doit être retranché de celui des baptêmes; & le nombre total des accouchemens a dû être, dans ces ſoixante-treize années, à très-peu-près, 104591, c'eſt-à-dire, 1433 par an. Il s'agit donc tous les ans, à l'Hôtel-Dieu, de 1433 mères qui viennent donner des enfans à l'État, qui la plupart ſont d'un âge à en faire eſpérer d'autres, & qu'il s'agit de conserver. On voit que les naissances à Paris étant environ de 19500, celles de l'Hôtel-Dieu sont, chaque année, plus que la quatorzième partie de la génération qui se renouvelle à Paris, & une portion précieuse de la population de la France.

La perte de ces femmes en couche & des opérés est en partie l'effet de l'infection de l'air; & cette infection est la grande cause de l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu.

Les épidémies dont nous venons de parler, & qui ont fait périr tant de femmes en couche, étoient dûes la plupart à la fièvre puerpérale; & lorsqu'elle survient à l'Hôtel-Dieu, au milieu de ces femmes assemblées en nombre, & dans les mêmes salles & dans les mêmes lits, on peut juger de ses ravages. Mais les mauvaises odeurs dont elles sont entourées, l'infection de l'air qu'elles respirent, sont des causes constantes de mortalité. Les femmes, dans cet état, sont vivement affectées des odeurs quelles qu'elles soient; elles ont particulièrement besoin de respirer un air pur. L'observation de Dionis prouve que l'infection de l'air de l'Hôtel-Dieu a des effets aussi évidens que funestes, dans les maladies où les parties les plus délicates du corps humain sont à découvert; & on peut juger que, dans une infinité d'autres cas, dans toutes les maladies, dans toutes les salles, l'influence de cette infection, pour être moins sensible, n'en est pas moins puissante. L'air qui circule à l'Hôtel-Dieu, d'une extrémité des salles à l'autre, & du rez-de-chaussée au troisième ou au quatrième étage, n'est qu'une grande masse d'air corrompu. L'air extérieur n'y pénètre que difficilement & lentement; il y a peu de croisées; rarement elles sont opposées pour chasser directement l'air altéré des salles: il faut qu'il circule, qu'il fasse de longs détours avant de sortir; & l'air du dehors, qui a le même chemin à faire, n'arrive dans certaines salles que chargé de la corruption de toutes les autres. C'est ici la grande cause de l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu: qu'il nous soit permis de la développer.

L'homme altère l'air qu'il respire. De-là naît la nécessité que l'air soit renouvelé.

L'homme respire sans cesse l'air dont il est entouré, il ne peut s'en passer un instant; c'est cet air qui entretient la vie. Mais la masse entière de l'air n'est pas consacrée à *firmeries des Hôpitaux de Paris.*

UR S.	5. HAUTEUR des SALLES.	6. NOMBRE des LITS. Grands.	Petits.	7. NOMBRE des MALADES.	8. QUANTITÉ d'air à respirer par MALADE.
uces.	*toises, pieds, pouces.*	à 4.	à 1.		*toises, pieds, pouces.*
.	2. 0. 0.	87.	26.	374.	1 $\frac{1}{4}$ cube.
.	2. 2. 0.	78.	33.	345.	1 $\frac{1}{2}$.
.	3. 5. 6.	0.	0.	200.	4 $\frac{1}{2}$.
.	2. 1. 0.	0.	10.	10.	7 $\frac{1}{2}$.
.	2. 5. 0.	0.	48.	48.	4.
.	3. 2. 0.	0.	30.	30.	7 $\frac{1}{2}$ à-peu-près.
.	2. 4. 9.	0.	34.	34.	10.
.	2. 4. 9.	0.	15.	15.	7. environ.
.	2. 2. 0.	0.	18.	18.	6 $\frac{3}{4}$.
.	2. 2. 0.	0.	74.	74.	6 $\frac{3}{4}$.
.	2. 2. 7.	0.	16.	16.	2 $\frac{2}{3}$.
.	2. 5. 6.	0.	18.	18.	6.

TABLE des Dimensions des principales Infirmeries des Hôpitaux de Paris.

1. NOMS des HÔPITAUX.	2. NOMS des SALLES.	3. LONGUEUR des SALLES.	4. LARGEUR des SALLES.	5. HAUTEUR des SALLES.	6. NOMBRE des LITS. Grands.	Petits.	7. NOMBRE des MALADES.	8. QUANTITÉ d'air à respirer par MALADE.
		toises, pieds, pouces.	*toises, pieds, pouces.*	*toises, pieds, pouces.*	à 4.	à 1.		*toises, pieds, pouces*
1. HÔTEL-DIEU..........	Saint-Landry..	40. 0. 0.	5. 3. 0.	2. 0. 0.	87.	26.	374.	$1\frac{1}{4}$ cube.
2. HÔTEL-DIEU..........	Saint-Pierre & Saint-Paul..	39. 4. 0.	5. 4. 3.	2. 2. 0.	78.	33.	345.	$1\frac{1}{2}$.
3. HÔPITAL SAINT-LOUIS....	Saint-Jean....	60. 0. 0.	3. 5. 4.	3. 5. 6.	0.	0.	200.	$4\frac{1}{2}$.
4. HÔPITAL DE LA SALPÊTRIÈRE.	Infirmerie des Sœurs-gouvernantes...	10. 2. 0.	3. 2. 0.	2. 1. 0.	0.	10.	10.	$7\frac{1}{2}$.
5. HÔPITAL DE LA SALPÊTRIÈRE.	Dans l'hôpital neuf, au rez-de-chaussée à gauche.....	12. 0. 0.	5. 4. 6.	2. 5. 0.	0.	48.	48.	4.
6. INCURABLES..........	Saint-Louis, l'une des huit salles neuves d'en bas....	17. 0. 0.	4. 0. 0.	3. 2. 0.	0.	30.	30.	$7\frac{1}{2}$ à-peu-près.
7. HÔPITAL DE LA CHARITÉ...	La Vierge...	28. 3. 0.	4. 2. 0.	2. 4. 9.	0.	34.	34.	10.
8. HÔPITAL DE LA CHARITÉ..	Saint-Raphaël.	9. 2. 0.	4. 1. 6.	2. 4. 9.	0.	15.	15.	7. environ.
9. HÔTEL ROYAL DES INVALIDES.	Notre-Dame..	13. 0. 0.	4. 0. 0.	2. 2. 0.	0.	18.	18.	$6\frac{3}{4}$.
10. HÔTEL ROYAL DES INVALIDES.	Saint-Côme..	49. 2. 0.	4. 0. 0.	2. 2. 0.	0.	74.	74.	$6\frac{3}{4}$.
11. HOSPICE de S.T-SULPICE...	Saint-Jacques pour les blessés.	5. 0. 8.	3. 3. 5.	2. 2. 7.	0.	16.	16.	$2\frac{2}{3}$.
12. HOSPICE DE SAINT-JACQUES DU HAUT-PAS............	Infirmerie des femmes....	10. 5. 0.	3. 2. 9.	2. 5. 6.	0.	18.	18.	6.

cet emploi: chaque portion d'air eſt compoſée, pour les trois quarts environ, d'un fluide nommé *mofette atmoſphérique,* dans lequel les animaux ne pourroient vivre; & pour l'autre quart d'un air éminemment reſpirable, deſtiné principalement à entretenir la vie, & qui par cette raiſon a été nommé *air vital (o).* C'eſt donc cette partie que nous reſpirons réellement. Mais elle eſt en partie dénaturée dans le poumon; l'expiration, en rendant à-peu-près les trois parties de mofette atmoſphérique, ne rend pas tout l'air vital qui a été reſpiré, & elle y ſubſtitue une partie d'air fixe. Nous conſommons donc à chaque inſtant une petite portion de l'air vital qui nous entoure; & s'il n'étoit pas renouvelé, au moins au bout d'un temps, nous péririons au milieu d'un fluide dénaturé & que nous-mêmes aurions rendu mortel. Les animaux ne vivent que peu d'inſtans ſous une cloche de verre hermétiquement fermée, & l'expérience permet d'avancer qu'un homme ne vivroit pas plus de 24 heures, s'il n'avoit qu'une demi-toiſe cube d'air qui ne fût pas renouvelé *(p).*

Les ſalles de l'Hôtel-Dieu ſont trop baſſes. Dimenſions des ſalles relatives aux différentes maladies.

Cela poſé, on peut examiner la quantité d'air que les malades ont à reſpirer dans les différens hôpitaux. On voit, par le Tableau ci-joint, que les ſalles de Saint-Paul & de Saint-Landry, à l'Hôtel-Dieu, ſont les plus baſſes de toutes celles qui ſont ici comparées. Les ſalles de la Charité, par exemple, ont près de 17 pieds de haut pour 15 & 34 malades ſeulement, tandis que les deux ſalles de l'Hôtel-Dieu n'ont que 12 à 14 pieds de haut pour 345 & 374 malades. La hauteur des ſalles dans un hôpital, doit être réglée ſur la nature des maladies qui y ſont traitées. La loi de la peſanteur des fluides fait que l'air échauffé

(o) La mofette atmoſphérique eſt pour 72 ou 73 parties, & l'air vital pour 28 ou 27 ſur cent. M. Lavoiſier, *Mém. de la Société Royale de Médecine, page 570.*

(p) Un homme paroît conſommer 5 pieds cubes d'air par heure, & par conſéquent une demi-toiſe cube ou 108 pieds en vingt-une heures $\frac{3}{5}$. M. Lavoiſier, *Mém. de la Société royale de Médecine, page 572.*

monte dans les couches supérieures de la salle ; elle fait aussi que la *mofette atmosphérique*, rejetée par l'expiration, étant plus légère que l'air *(q)*, est toujours portée dans les parties élevées. Il y a tout lieu de croire que les miasmes putrides & morbifiques dont nous ne connoissons ni la nature, ni la pesanteur spécifique, s'élèvent également dans la hauteur des salles. On en peut juger par la mauvaise odeur qui s'exhale du plancher des salles où l'on a pratiqué des ventouses *(r)*. Il s'ensuit que les maladies inflammatoires, la petite vérole, le scorbut, la folie, enfin toutes les maladies où il y a & fièvre ardente & émanations putrides, doivent être traitées dans des salles dont les planchers soient élevés. Les maladies des personnes âgées, foibles, cacochymes, pituiteuses, les fièvres intermittentes d'automne, les asthmes humides, demandent un volume d'air moins considérable, plus aisé à échauffer, & un plancher plus bas : mais il faut remarquer que nous appelons ici plancher élevé, celui qui a de 17 à 20 pieds, & plancher bas, celui qui en a 14 ou 15 ; 12 pieds ne suffisent, dans nos climats, à aucune espèce d'infirmerie. C'est la hauteur de plusieurs salles de l'Hôtel-Dieu, telles que celle de Saint-Landry, & toutes celles du troisième étage dans le bâtiment méridional ; il n'y a rien en ce genre de plus infect, de plus insalubre & de plus déraisonnablement construit, eu égard aux objets auxquels elles sont destinées.

Il n'y a pas assez d'air dans les salles pour la quantité des malades.

On remarquera d'autant plus le vice de cette construction, quand on considérera ces salles relativement au nombre des malades qu'elles contiennent, & à la quantité d'air qu'ils ont à respirer. Les malades à la Sal-

---

(q) Lorsque le baromètre est à 28 pouces, & le thermomètre à 10 degrés, un pied cube d'air atmosphérique pèse

	once.	gros.	grains.
un pied cube d'air atmosphérique pèse	1.	3.	3.
Un pied cube de mofette, pèse	1.	2.	48.

M. Lavoisier, *Mém. de la Société Royale de Médecine*, *page 571*.

(r) Duhamel, Moyen de conserver la santé aux Équipages des Vaisseaux, *page 225*.

pêtrière & aux Incurables, ont chacun 7 toises $\frac{1}{2}$ cubes; à la Charité, il y a telle salle où ils ont 7 toises, & telle autre où ils en ont 10; tandis qu'à l'Hôtel-Dieu, dans la salle Saint-Paul, 344 malades n'ont chacun qu'une toise & demie; & dans la salle Saint-Landry, 374 malades n'ont qu'une toise & un quart. Ces dernières quantités approchent beaucoup de celle où un homme ne pourroit pas vivre 24 heures. Mais il faut remarquer que les expériences ont été faites sur des animaux sains, & qui avoient toutes leurs forces: ils ont été long-temps dans un état violent avant de périr *(s)*; & il y a lieu de croire que des malades résisteroient moins & succomberoient plus tôt. On est effrayé de penser que si tout-à-coup, à l'entrée d'une des longues nuits d'hiver, on fermoit hermétiquement une de ces salles ainsi remplies, on trouveroit peut-être tous les malades morts le lendemain matin! Nous parlons ici d'un cas impossible; le lieu le mieux fermé conserve une circulation qui, à la rigueur, prévient ce danger. Nous supposons un état forcé pour juger de l'intensité de la cause, & pour établir des limites. L'état opposé est celui d'un homme qui respire, dans une cour ou dans un jardin, un air sans cesse & pleinement renouvelé, & qui consomme à chaque instant de l'*air vital,* sans craindre de l'épuiser. La situation d'un malade à l'Hôtel-Dieu est entre ces deux cas extrêmes. Sans doute il y a une circulation, sans doute l'air y est renouvelé; mais à proportion de ce que la circulation sera plus gênée & rendue plus difficile, l'état des malades approchera davantage du cas extrême & dangereux.

Le renouvellement de l'air y est difficile, & l'air qui arrive est souvent en partie corrompu.

Or, que la circulation, que le renouvellement de l'air, soit difficile à l'Hôtel-Dieu, c'est ce dont il n'est pas possible de douter, quand on considère le petit nombre des croisées des salles; quand on voit combien elles sont

(s) Mémoires de la Société de Médecine, déjà cités, *page 572.*

embarraſſées par les linges qui sèchent ſuſpendus devant ces croiſées ; quand on fait attention que les ſalles ſont accouplées, & n'ont de jour & d'air que d'un côté ; qu'elles s'enfilent les unes les autres, & que l'air corrompu d'une ſalle eſt remplacé par l'air corrompu d'une autre ſalle ; quand on penſe enfin que ces ſalles ſont entaſſées par étages, de ſorte que ſur les eſcaliers, qui ne ſont point ouverts & qui ſont cheminée, l'air du dehors ſe mêle ſans ceſſe à l'air infect d'un étage, avant de pénétrer dans un autre étage ; ce mélange impur eſt l'air renouvelé, qui ſert à la reſpiration & entretient la vie des malades. Les eſcaliers communs de Saint-Paul & de Saint-Nicolas partent de la ſalle Saint-Charles ; lorſque toutes les croiſées des ces eſcaliers ſont fermées, comme elles le ſont le plus ſouvent, ils ne reçoivent de l'air que de la ſalle Saint-Charles. Cet air qui y monte, cet air qui les remplit eſt infect, on ne le reſpire qu'avec peine & avec dégoût : il eſt chargé des émanations de Saint-Charles, où il y avoit le 12 janvier de cette année 304 malades ; de Saint-Paul au premier, où il y en avoit 258 ; de Saint-Joſeph au ſecond, où il y en avoit 175. Et c'eſt avec toutes ces modifications malfaiſantes qu'il arrive au troiſième à la ſalle Saint-Landry, où il y avoit le même jour 260 malades *(t)*.

On infecte encore cet air, en vidant les paillaſſes dans les ſalles. L'Hôtel-Dieu doit être le plus inſalubre de tous les hôpitaux.

Mais ce n'eſt pas aſſez que l'air qui circule dans l'Hôtel-Dieu ſoit compoſé en partie, & de l'air déjà altéré par la reſpiration, & de l'air chargé des miaſmes journaliers qui s'exhalent des corps malades ; un uſage de l'Hôtel-Dieu fournit le moyen de ſurcharger encore cet air des miaſmes accumulés pendant un temps. Lorſqu'il faut changer la paille des lits, il n'y a point de place particulière pour ce rechange, il ſe fait au milieu des ſalles ; & lorſqu'on ouvre ces paillaſſes, où tant d'infirmités différentes ſe ſont repoſées, on conçoit l'odeur qui s'en exhale, & qui en

(t) Voyez la feuille du mouvement de ce jour.

annonce le danger. Il y a plus : chaque ſalle contient un certain nombre de lits à la paille pour les agoniſans; on appelle de ce nom à l'Hôtel-Dieu, non-ſeulement ceux qui ſont au moment de la mort, mais ceux qui gâtent leur lit. On les réunit ſur cette paille quelquefois cinq ou ſix; elle eſt ſimplement amoncelée ſur la couchette, & bridée par un drap. Nous avons peine à dire que c'eſt quelquefois-là, au milieu de ces agoniſans & de tout ce qui ſuit cet état de défaillance, au milieu de ces malades ſalis, que l'on met pour un temps ceux qui arrivent de bonne-heure & qu'on ne ſait encore où placer. Ces lits à la paille ont beſoin d'être renouvelés ſouvent. Il faudroit ſe trouver à l'Hôtel-Dieu, ſur les quatre heures du matin, au moment où on retire à braſſée cette paille infecte, où on la poſe ſur le plancher que l'on imprègne des miaſmes, & que l'on charge des ordures qu'elle renferme; c'eſt à ce moment que l'on peut juger de l'infection qui ſe répand, & dans les ſalles, & dans les eſcaliers, & dans tous les étages. Ces cauſes accidentelles & particulières ſe joignent aux cauſes générales & conſtantes de la corruption de l'air, & on eſt forcé de conclure que l'Hôtel-Dieu doit être le plus inſalubre de tous les hôpitaux.

Il faut conſulter l'expérience ſur l'inſalubrité qu'annoncent les diſpoſitions locales de l'Hôtel-Dieu.

Toutes les cauſes d'inſalubrité que nous venons d'établir, ſont déduites des principes d'une ſaine phyſique, & des connoiſſances que la pratique de la Médecine a acquiſes. On ne peut leur oppoſer que l'expérience, dont les réſultats ont quelquefois contrarié des théories qui paroiſſoient bien fondées; l'expérience eſt ici le degré de mortalité. Le pays le plus ſain eſt celui où on vit le plus long-temps; l'hôpital le plus inſalubre eſt celui qui perd le plus de malades en proportion de ceux qu'il a reçus; il perd plus d'hommes, parce qu'il oppoſe plus d'obſtacles à leur guériſon, parce qu'il réunit plus de cauſes d'inſalubrité. Nous allons donc déterminer la mortalité de pluſieurs hôpitaux, pour la comparer à celle de l'Hôtel-Dieu.

Tableau de la mortalité des différens hôpitaux.

Hôpital d'Édimbourg..........	1 mort	ſur	$25\frac{1}{2}$
Hôpital du Saint-Eſprit à Rome..	1.....	ſur	11
Hôpital de Lyon...........	1.....	ſur	$11\frac{2}{5}$
	1.....	ſur	$13\frac{2}{3}$
Hôpital de Saint-Denys........	1.....	ſur	$15\frac{1}{8}$
Hôpital de Verſailles..........	1.....	ſur	$8\frac{2}{5}$
Hoſpice de Saint-Sulpice.......	1.....	ſur	$6\frac{1}{2}$
Hôpital de la Charité à Paris....	1.....	ſur	$7\frac{1}{2}$
Hôtel-Dieu de Paris..........	1.....	ſur	$4\frac{1}{2}$

(*).

Nous

(*) A ÉDIMBOURG.

I.		Malades...	Morts.
Exiſtans au 1.er Janvier	1770.......	132.	
Entrés en	1770.......	1170.....	57.
	1771.......	1454.....	66.
	1772.......	1447.....	54.
	1773.......	1709.....	79.
	1774.......	1696.....	62.
	1775.......	1795.....	61.
		9403.....	379.
Reſtés pour	1776.......	184.	
		9219.	

On ajoute qu'en 1776 & 1777, les malades ont été au nombre de 1668 & 1593, & les morts au nombre de 57 & 52.

9219..............	379.
1668..............	57.
1593..............	52.
12480..............	488.

Ce qui fait un mort ſur 25,574. (*The hiſtory and ſtatutes of the Royal Infirmery of Edimbourg*, 1778, p. 29 — 33).

II. Nous

Nous déclarons que, dans ce tableau comparé de la mortalité des différens hôpitaux, nous ne garantiſſons que les rapports de mortalité établis ſur nos calculs, & ſur les relevés que nous avons faits nous-mêmes. Nous ne

---

II. Nous trouvons dans des états imprimés de l'hôpital du Saint-Eſprit, à Rome.

		Nombre des malades.	Morts.
1.er Janvier	1775......	309.	
Entrés en	1775......	8895......	787.
	1776......	7724......	716.
	1777......	8265......	736.
		25193......	2239.
		507.	
		24686.	

Ce qui fait un mort ſur 11,025.

III. A L'HÔPITAL DE LYON, ſuivant les états qui nous ont été fournis.

		Malades.	Morts.
Entrés en	1784......	13463......	1227.
	1785......	15821......	1343.
		29284.	2570.

Ce qui fait 1 ſur 11,394.

M. de Chamouſſet cite le relevé de quatre années, fait ſur le regiſtre de cet hôpital, par les ordres de M. le Duc de Villeroy.

	Malades.	Morts.
1751.......	10873.......	849.
1752.......	12194.......	925.
1753.......	12752.......	934.
1754.......	11981.......	805.
	47800.......	3513.

(Vues d'un Citoyen, *première partie, page 190.*) C'eſt 1 ſur 13,606.

donnons donc comme constatés par nous, que les rapports de mortalité des hôpitaux de l'Hôtel-Dieu, de la Charité de Paris, de l'hospice de Saint-Sulpice, & de l'Hôtel-Dieu de Saint-Denys. Mais on voit que la perte de l'Hôtel-Dieu est la plus forte de toutes, & dans une proportion considé-

---

IV. A L'HÔPITAL DE SAINT-DENYS EN FRANCE, suivant les états qui nous ont été fournis.

		Malades entrés.	*Sortis.*	*Morts.*
En	1776....	361....	326....	35.
	1777....	260....	240....	20.
	1778....	333....	311....	22.
	1779....	282....	269....	13.
	1780....	350....	332....	18.
	1781....	303....	285....	18.
	1782....	385....	362....	23.
	1783....	319....	295....	24.
	1784....	296....	272....	24.
	1785....	348....	331....	17.
		3237....	3023....	214.

C'est un mort sur 15,126.

Il faut observer que cet hôpital a 36 lits, dont 8 sont occupés par des incurables; mais ces 8 incurables ne changent rien à la proportion que nous venons d'établir; il ne peut en être mort que quelques-uns dans le cours de ces dix années; on voit même que le nombre des sortis & des morts équivaut à celui des entrés: d'où il suit qu'il n'est point mort d'incurables pendant ce temps, ou qu'on n'en a pas tenu compte. C'est comme si l'hôpital n'avoit que 28 lits.

V. M. de Chamousset rapporte la mortalité des trois salles de l'hôpital de Versailles; nous ne parlerons ici que de celle des pauvres: 1902 malades y ont été reçus dans les deux années 1753 & 1754, & il en est mort 226. C'est 1 sur 8,416. (Vue d'un Citoyen, première partie, *page 189*).

rable. Cette perte eſt à peu-près double de celle des hôpitaux de Verſailles & de la Charité de Paris; elle eſt preſque triple de celle des hopitaux de Saint-Denys & de Lyon. Cette grande mortalité eſt la ſuite des cauſes d'inſalubrité que nous avons remarquées; elle eſt la démonſtration complète de l'action de ces cauſes, & des effets funeſtes qui en réſultent; & elle démontre que l'auteur du Mémoire que nous examinons, a eu raiſon de regarder comme indiſpenſable la tranſlation de l'Hôtel-Dieu.

L'Hôtel-Dieu eſt celui de tous les hôpitaux qui perd le plus de malades, en proportion de ceux qu'il reçoit, & ſon inſalubrité eſt démontrée par le fait.

Cette mortalité eſt beaucoup plus forte que celle qui a été quelquefois déterminée par d'autres calculs. M.rs les

C'eſt à tort que l'on fait entrer les enfans nés

VI. HOSPICE DE SAINT-SULPICE.

		Malades entrés.	*Morts.*
1.er Janvier	1779......	70.	
Entrés en	1779......	1564......	273.
	1780......	1549......	327.
	1781......	1649......	245.
	1782......	1812......	254.
	1783......	1997......	293.
	1784......	2063......	272.
	1785......	2023......	307.
		12727......	1971.
Reſtés le 1.er Janvier	1786......	111.	
		12616.	

C'eſt un mort ſur 6,401.

Cette mortalité eſt plus forte que celle de la Charité, déterminée dans le paragraphe ſuivant. Mais la Supérieure nous a fait obſerver qu'il y a à la Charité un aſſez grand nombre de lits fondés par des particuliers, qui y font porter leurs domeſtiques, pour des maladies très-légères: elle obſerve ſur-tout que l'hoſpice de Saint-Sulpice reçoit plus de femmes que d'hommes; & que la mortalité des femmes eſt beaucoup plus grande que celle des hommes.

à l'Hôtel-Dieu dans le nombre des malades reçus.

Administrateurs de l'Hôtel-Dieu, dans le compte qu'ils ont rendu au Roi en 1773, ne l'ont porté qu'à un sur cinq & demi ; mais nous montrons dans une note la source de leur erreur (u). On objectera peut-être que nous ne faisons point entrer, comme eux, les enfans nés à l'Hôtel-Dieu dans le nombre des malades reçus, & que cependant quelques-uns de ces enfans y meurent & entrent dans la mortalité. Nous répondrons que les enfans qui naissent & qui sont baptisés à l'Hôtel-Dieu, sont portés sur le champ aux Enfans-trouvés : il ne peut donc y avoir de mortalité que sur le petit nombre de ceux qui sont nourris par leurs mères pendant qu'on les garde à l'Hôtel-Dieu ; mais la perte de ces enfans doit être infiniment petite. Nons ne voyons que 28 ou 29 enfans

---

VII. L'HÔPITAL DE LA CHARITÉ, suivant les états qui nous ont été fournis par les Religieux de cet hôpital.

Les années sont comptées du 1.er Janvier 1720, par exemple, au dernier Décembre 1729 ; & ainsi de suite,

		Malades reçus.	*Morts.*
1720... à...	1730......	25755......	3204.
1730......	1740......	23922......	2983.
1740......	1750......	21906......	2921.
1750......	1760......	23385......	3378.
1760......	1770......	27027......	3373.
	1770......	3148......	443.
	1771......	3066......	538.
	1772......	3103......	413.
		131312......	17253.

C'est un mort sur 7,611.

VIII. HÔTEL-DIEU DE PARIS.

Nous avons pris le nombre des malades reçus & celui des morts, dans les états imprimés que nous avons déjà cités plusieurs fois, & voici la méthode que nous avons suivie.

(u) *Voyez* la Note, *pages 63 & 64.*

ſur les liſtes du mouvement de l'Hôtel - Dieu, le 25 décembre 1785 & le 12 janvier 1786. Au reſte, nous nous propoſions d'y avoir égard, ſi nous avions pu conſulter les regiſtres; mais ne les ayant pas obtenus, nous n'avons pu tenir compte de la légère différence qui en réſulte; & il auroit été très - inexact, ſous prétexte de cette foible mortalité des enfans, de les faire entrer tous dans le nombre des malades reçus, eux qui ne ſont point

Nous avons négligé les huit premières années, depuis 1712 juſqu'en 1720, parce que les états ne donnent point le nombre des malades reçus.

Nous avons pris le nombre des malades exiſtans à l'Hôtel-Dieu le 1.er Janvier 1721, puis mois par mois, le nombre des malades entrés, & cela juſqu'à la fin de la période dont nous voulions déterminer la mortalité. A la fin de cetre période, le dernier Décembre 1730, les états donnent le nombre des malades qui reſtoient alors dans l'hôpital; nous avons retranché ce nombre de la ſomme des malades entrés pendant ces dix années; nous avons comparé le reſte de cette ſomme à la ſomme des morts dans cet intervalle; & en faiſant un calcul ſemblable ſur chaque période d'années, nous avons trouvé

			Malades.	*Morts.*	*Mortalité.*
De	1721	à 1731..	201919..	44861..	1 ſur 4,501.
	1731	à 1741..	214533..	47901..	1 ſur 4,479.
	1741	à 1751..	197964..	46372..	1 ſur 4,269.
	1751	à 1761..	215484..	46796..	1 ſur 4,605.
	1761	à 1773..	278841..	58790..	1 ſur 4,730.
			1108741..	244720.	

Nous n'avons point fait uſage des années depuis 1773 juſqu'en 1779 & ſuivantes, parce que nous avons cru apercevoir quelques omiſſions dans les états imprimés: nous avons craint qu'il n'y eût des malades de Saint-Louis qui ne fuſſent pas compris dans les entrées à l'Hôtel-Dieu. Si nous euſſions eu la communication des regiſtres, il nous auroit été facile de nous éclaircir à cet égard; mais ne les ayant pas, & étant en doute, nous avons pris le parti de rejeter ces années: nous les avons rejetées également dans les liſtes de la Charité, afin de pouvoir établir une exacte comparaiſon entre la mortalité de ces deux hôpitaux.

1108741 Malades & 244720 morts donnent la mortalité commune de l'Hôtel-Dieu, en cinquante-deux ans, de 1 ſur .... 4,530.

malades, & qui vont, dès leur naiſſance, vivre ou mourir loin de l'Hôtel-Dieu.

Mais la manière, dont les choſes s'y paſſent, peut offrir des compenſations. Il ne faut pas croire que tout ce qui ſort de l'Hôtel-Dieu, ſoit guéri. On y vient avec répugnance: un pauvre preſſé par ſa maladie s'y fait porter; mais on ſollicite un lit ou à la Charité ou aux Hoſpitalières; & ce pauvre qui va guérir ou mourir ailleurs, a groſſi la liſte des malades reçus, ſans influer ſur la mortalité. Il ne faut pas croire encore que tout ce qui entre à l'Hôtel-Dieu ſoit malade; la pareſſe y amène des vagabonds ſans aſyle & ſans pain: ils y ſont en aſſez grand nombre, & la ſalle Saint-Charles leur eſt particulièrement affectée; ils en ſortent, ils y reviennent, dans le cours de l'année. L'admiſſion & la circulation de ces vagabonds augmentent le nombre des malades reçus, ſans influer ſur la mortalité.

Les femmes enceintes ne devroient pas non plus y être compriſes. Elles ſont paroître trop petite la mortalité moyenne.

Une autre conſidération plus importante fait connoître que la mortalité des malades doit être plus grande que nous ne l'avons déterminée. On enregiſtre tout ce qui entre à l'Hôtel-Dieu; nous ne pouvons pas douter que les femmes enceintes qui viennent pour y accoucher, ne ſoient enregiſtrées comme les autres, & que par conſéquent toutes

---

Le nombre annuel & moyen des malades. . . . . 21322.
Et celui des morts. . . . . 4706.

Au reſte, ſi nous avions pris les treize années, depuis 1773 juſqu'en 1786, nous aurions eu 272566 malades & 61052 morts de plus, ce qui eſt à peu-près dans la même proportion. La mortalité de ces treize années eſt 1 ſur 4,464, & la mortalité moyenne qui réſulteroit des ſoixante-cinq années priſes enſemble, ſeroit de 1 ſur 4,517, un peu plus grande que celle qui réſulte des cinquante-deux premières années; nous ne faiſons donc point tort à l'Hôtel-Dieu, en nous en tenant à notre réſultat, 1 ſur 4,530.

M.rs les Adminiſtrateurs ont donné en 1773 un état des malades entrés & des morts, pendant les dix années de 1762 à 1772: ils établiſſent la mortalité de 1 ſur $5\frac{1}{2}$, qui eſt beaucoup plus foible que celle que nous établiſſons; mais ils ſe ſont trompés dans la manière dont ils ont déterminé cette mortalité.

ces femmes ne soient comprises au nombre des malades entrés. Cependant des femmes en couche ne sont point

Voici leur Tableau.

ANNÉES.	MALADES.	TOTAL.	SORTIS.	TOTAL.	MORTS.
1763.	27092. nés 1427.	28519.	20299. restés 2868.	23167.	5352.
1764.	23302. nés 1541.	24843.	17917. restés 2512.	20429.	4414.
1765.	23677. nés 1480.	25157.	18545. restés 2643.	21188.	3969.
1766.	26727. nés 1504.	28231.	20611. restés 2756.	23367.	4864.
1767.	27631. nés 1658.	29289.	20898. restés 3090.	23988.	5301.
1768.	28127. nés 1639.	29766.	21091. restés 2892.	23983.	5783.
1769.	24785. nés 1720.	26505.	19249. restés 2769.	22018.	4487.
1770.	26467. nés 1715.	28182.	20778. restés 2912.	23690.	4492.
1771.	28600. nés 1699.	30299.	22122. restés 2814.	24936.	5363.
1772.	26879. nés 1261.	28140.	20504. restés 2454.	22958.	5182.
		278931.		229724.	49207.

D'où résulte en effet la mortalité de 2 sur 11, ou plus exactement, de 1 sur 5,668.

malades, il en meurt très-peu dans la ſociété. Nous avons vu que, dans pluſieurs villes d'Angleterre, la perte n'eſt que d'une ſur 110 ou ſur 128; & qu'à Londres, qui peut être comparée à Paris, la perte n'eſt que d'une ſur 77. Et ſi, comme on le dit, il en meurt beaucoup à l'Hôtel-Dieu, cette perte très-regrettable eſt dûe aux vices de l'Hôtel-Dieu même.

À Londres, l'hôpital britannique ne perd qu'une femme ſur cinquante-une accouchées. Un autre hôpital de la même

---

Mais 1.° on a fait entrer les nouveaux-nés dans le compte des malades reçus, & cela ne doit pas être. Ces enfans ne reſtent point à l'Hôtel-Dieu, ils paſſent aux Enfans-trouvés, & leur mortalité n'eſt pas ſur le compte de l'Hôpital : le nombre de ces enfans monte ici à 15644.

2.° On compte parmi les malades ſortis & guéris, ceux qui reſtent à la fin de l'année, & on les emploie l'année ſuivante comme entrés: c'eſt un double emploi ; en voici deux exemples pour le faire comprendre. La table donne le nombre des malades entrés en 1765, de 23677. Cependant le relevé exact fait par nous, ſur les états imprimés, ne nous a donné que 21209 ; ſi on y ajoute les 2512 reſtans en 1764, on aura 23721, qui diffère très-peu du nombre de la table. Nous avons trouvé qu'il étoit entré en 1766, 24030 malades; ſi on y ajoute les 2643 reſtans en 1765, on aura 26673, & la table donne 26627. Mais les malades reſtans à la fin d'une année, ayant été compris dans les entrées de l'année, ne doivent pas l'être dans les entrées de l'année ſuivante. Il y a donc double emploi de toute la colonne des malades reſtans, qui font une ſomme de 27710 ; & en y ajoutant les enfans, on a une ſomme de 43354, dont on a chargé mal-à-propos le nombre des malades entrés.

La table donne 278931 pour le nombre total des malades reçus: nous en avons fait le relevé ſur les états imprimés, & nous n'avons trouvé que 235522 ; la différence 43409 eſt à très-peu-près la ſomme des deux nombres précédens. C'eſt la différence des deux méthodes ; mais la nôtre eſt la ſeule exacte, & la ſeule qui donne la vraie relation des morts aux malades.

A l'égard de la petite différence que l'on peut remarquer entre les nombres 43409 & 43354, elle vient ſans doute de ce que les états imprimés ne ſont pas parfaitement conformes aux regiſtres. Ce n'eſt pas la ſeule occaſion que nous ayons eue de nous en apercevoir ; mais ces différences nous ont paru légères, & il y a lieu de croire qu'elles s'évanouiſſent dans un réſultat total, établi ſur le calcul d'un grand nombre d'années.

ville

ville a encore une mortalité infiniment moindre, c'eſt une femme ſur 131. Quelle que ſoit à l'Hôtel-Dieu une perte qui nous eſt inconnue, il n'eſt pas croyable, on ne peut pas ſuppoſer que, hors les temps d'épidémie, cet hôpital perde le quart ou le cinquième des accouchées; en les confondant avec tous les malades, ce qu'il perd de moins dans cette claſſe, diminue la mortalité moyenne *(x)*. Si nous avions eu la communication des regiſtres, nous aurions entièrement ſéparé les femmes en couche des malades, & nous aurions ſans doute trouvé une mortalité plus grande. Cette conſidération nous permet donc de conclure affirmativement que la mortalité de l'Hôtel-Dieu eſt au moins d'un ſur quatre & demi; & en l'établiſſant ainſi, nous ne prenons rien à la rigueur; ce n'eſt point exagérer les pertes de cet hôpital, c'eſt partir des données qui lui ſont le moins contraires, puiſque la mortalité qui en réſulte eſt probablement au-deſſous de la véritable.

La mortalité moyenne ici déterminée eſt donc au-deſſus de la véritable.

Une obſervation particulière prouve que la mortalité de l'Hôtel-Dieu eſt dûe à ſa mauvaiſe conſtitution & à ſon inſalubrité, plus qu'à toute autre cauſe. L'année 1740 a été remarquable par un hiver rigoureux, hiver cité

L'inſalubrité de l'Hôtel-Dieu eſt une cauſe conſtante de dépopulation qui s'ajoute à

(x) On peut eſtimer juſqu'à un certain point ce qui en réſulte. Nous trouvons que, dans les cinquante-deux années dont nous avons calculé la mortalité, il eſt né & on a baptiſé à l'Hôtel-Dieu 72508 enfans. Il faut obſerver qu'il doit y avoir un plus grand nombre d'accouchées; beaucoup de femmes du peuple, expoſées à des travaux rudes, y arrivent bleſſées; leurs enfans ſont morts en naiſſant; ils ne ſont pas baptiſés, & on ne les compte pas ſur les liſtes. Le nombre 72508, en le prenant pour celui des accouchées, eſt donc trop foible. Si on le retranchoit du nombre des malades reçus, on auroit la mortalité d'un ſur quatre & un quart, au lieu d'un ſur quatre & demi. Il périt ſans doute des femmes en couche, il faudroit en connoître le nombre pour le retrancher de la ſomme des morts. Mais n'ayant point les données de ce calcul, on voit toujours que moins il périra de femmes en couche, plus la mortalité moyenne augmentera & s'éloignera d'un ſur quatre & demi, pour s'approcher d'un ſur quatre & un quart. Ce quart qui reſte ici dans l'incertitude, n'eſt pas peu de choſe, car le nombre annuel & moyen des morts, à l'Hôtel-Dieu, étant 4706, il s'agit de près de 300 morts de plus ou de moins par an.

l'intempérie des faifons fâcheufes.

moins pour l'intenfité du froid que pour fa durée. L'Hôtel-Dieu reçut & traita cette année 26705 malades, & il en périt 7894; ce qui fait un fur trois & un tiers. Nous avons été curieux d'examiner la mortalité totale de Paris, dans la même année, & de la comparer à la mortalité de l'année précédente 1739. Il y a eu à Paris en 1739, 21986 morts; la même année, l'Hôtel-Dieu en a eu 5837. En 1740, il y a eu à Paris 25284 morts; & l'Hôtel-Dieu en a eu 7894. Comme les morts de l'Hôtel-Dieu font compris dans la mortalité totale de Paris, on voit que, fi cette mortalité a augmenté dans la raifon de 21986 à 25284, la mortalité particulière de l'Hôtel-Dieu eft pour beaucoup dans cette augmentation. En retranchant la mortalité de l'Hôtel-Dieu, de la mortalité de ces deux années, nous aurons la mortalité des habitans de la ville, & la perte qui eft indépendante de celle de cet hôpital. Alors on trouve que Paris a perdu 16149 de fes habitans en 1739, & 17390 en 1740. Une année calamiteufe n'a augmenté la mortalité qu'à peu-près dans le rapport de 16 à 17. Il ne paroît donc pas qu'on puiffe attribuer la quantité des malades à aucun vice de l'atmofphère. Il n'y avoit point de contagion; la longue rigueur du froid a caufé tout le mal. Les gens aifés, qui s'en font garantis, n'ont pas fait plus de pertes qu'à l'ordinaire, les pauvres, les néceffiteux à qui le bois a manqué, ont été feuls accablés de ce fléau; le froid les a frappés de maladie & ils font venus en foule aux hôpitaux. Il faut donc comparer un hôpital à un autre. La Charité en 1740 a reçu 2372 malades, & a eu 374 morts; il en a donc perdu un fur fix & un tiers, tandis que l'Hôtel-Dieu en a perdu un fur trois & un tiers. Tous ces pauvres furabondans, qui avoient également fouffert du froid, devoient avoir des maladies à peu-près de la même efpèce; & cependant l'Hôtel-Dieu a perdu, comme dans fa mortalité moyenne, à peu-près le double de la Charité. Cette proportion qui demeure la même entre ces deux hôpitaux dans les faifons fâcheuses, comme dans les saisons ordinaires, prouve qu'en 1740 la mortalité a été augmentée à l'Hôtel-Dieu, non-seulement en raison des causes qui ont multiplié les maladies, mais en raison de son insalubrité.

On peut comparer l'Hôtel-Dieu à la Charité & à l'hospice de Saint-Sulpice.

Nous ne comparerons pas l'Hôtel-Dieu aux hôpitaux étrangers & même à ceux du royaume, où des causes particulières peuvent influer; nous comparerons cet hôpital à l'hôpital de la Charité de Paris, à l'hospice de Saint-Sulpice, établis dans la même ville, traitant les pauvres qui respirent les mêmes influences, & qui vivent de la même manière. Les registres de la Charité nous ont offert le relevé d'un grand nombre d'années sur lesquelles on peut établir un résultat de mortalité exact; nous avons eu soin de prendre les mêmes années qui nous ont fait connoître la mortalité de l'Hôtel-Dieu. À l'égard de l'hospice de Saint-Sulpice, comme il n'est établi que depuis 1779, nous ne l'avons comparé à l'Hôtel-Dieu que dans les années écoulées jusqu'en 1786; ainsi nous rapprochons les trois hôpitaux dans les mêmes circonstances.

Les maladies contagieuses reçues à l'Hôtel-Dieu, n'empêchent point cette comparaison.

Les raisons qu'on allègue pour éloigner ces comparaisons ne nous ont pas paru valables; on objecte que l'Hôtel-Dieu reçoit toutes les maladies, & que les autres hôpitaux ne reçoivent pas les maladies contagieuses. Nous répondons qu'on ne peut refuser nulle part les fièvres & les dyssenteries contagieuses, dont on ne reconnoît pas le caractère à la première inspection; nous disons que les maladies, telles que la gale, le scorbut & les écrouelles, qui ne sont pas reçues dans les autres hôpitaux, ne paroissent pas plus mortelles que plusieurs des maladies ordinaires. Il n'y auroit donc que la petite vérole qui pût faire une différence réelle; mais elle ne peut entrer que pour une petite partie dans la mortalité de l'Hôtel-Dieu. D'ailleurs une considération bien simple & semblable à celle que nous avons faite pour les femmes en couche, doit faire disparoître cette difficulté. C'est un fait de l'expérience que, dans la société, on perd à peu-près un malade de la petite vérole sur sept: cette probabilité ne peut donc pas augmenter la probabilité générale de l'Hôtel-Dieu.

On apporte toujours beaucoup de mourans aux hôpitaux. S'il en vient plus à l'Hôtel-Dieu, c'est sa faute.

Mais si l'on objectoit que les malades y viennent souvent au moment de mourir, & surchargent la liste des morts d'un nombre d'individus qui n'avoient aucune probabilité de vivre, nous dirons que cette circonstance a plus ou moins lieu à l'égard de tous les hôpitaux. La Sœur supérieure de l'hospice de Saint-Sulpice nous a dit qu'on lui amenoit quelquefois des malades, qui mouroient dans la cour avant d'entrer *(y)*. Les Religieux de la Charité nous ont déclaré que souvent les maîtres, voyant leurs domestiques sans ressource, les envoyoient à la Charité pour n'avoir pas la mort dans leurs maisons; d'autres causes peuvent concourir à faire prendre le même parti, & les malades arrivés périssent ou le jour même, ou le lendemain. Ces Religieux, qui se sont prêtés avec la plus grande complaisance à toutes nos recherches, ont bien voulu faire sur leurs registres le relevé des malades qui sont morts dans les quarante-huit heures de leur arrivée; ils en ont trouvé 143 dans les années 1784 & 1785. Il y a eu en tout 987 morts, & le nombre des mourans qui leur ont été apportés en fait plus de la septième partie. On peut croire qu'il n'y en a pas davantage à proportion à l'Hôtel-Dieu; & si le nombre en étoit plus considérable, nous aurions droit de répondre que cette cause qui augmente la mortalité est directement contre l'Hôtel-Dieu. C'est parce que les malades y sont entassés; c'est parce l'air y circule mal & s'y corrompt; c'est par tous les maux du resserrement de l'espace, qu'il y périt plus de monde; & c'est par les mêmes raisons qu'on y vient plus tard.

(y) On voit, par les comptes imprimés de l'hospice, qu'on y a reçu 120 agonisans depuis le 1.er janvier 1780, jusqu'au 1.er janvier 1786, sur 1678 morts; ce qui fait un quatorzième.

Nous dirons enfin que nous aurions pu établir une comparaiſon plus défavorable à l'Hôtel-Dieu. La mortalité de l'hôpital de Saint-Denys n'eſt que de 1 ſur 15; celle de l'hôpital de Lyon n'eſt que d'un ſur douze & demi (z). Mais ces hôpitaux ne ſont point dans la ville de Paris. Nous voyons que les malades meurent en grand nombre à l'Hôtel-Dieu; nous conſidérons que l'hôpital de la Charité & l'hoſpice de Saint-Sulpice, où les malades ſont ſeuls dans leur lit, parfaitement bien traités, ont tous deux à peu-près la même mortalité; mais une mortalité plus forte que celle de beaucoup d'autres hôpitaux. Nous penſons qu'il peut y avoir à Paris des cauſes & phyſiques & morales qui contribuent à augmenter cette mortalité. Notre réſultat auroit été compliqué de l'effet de ces cauſes, & nous aurions riſqué d'être inexacts en faiſant cette comparaiſon. Il a donc fallu comparer l'Hôtel-Dieu de Paris à des hôpitaux de Paris, & l'Hôtel-Dieu doit y avoir gagné.

On auroit pu faire des comparaiſons plus défavorables à l'Hôtel-Dieu.

Nous n'avions point eu d'abord le deſſein de comparer l'Hôtel-Dieu à l'hoſpice de Saint-Sulpice, parce que cet hoſpice n'eſt établi que depuis ſept ou huit ans; nous ne pouvions pas y déterminer la mortalité ſur un grand intervalle de temps, & dans un petit nombre d'années la mortalité peut être augmentée ou diminuée par des cauſes accidentelles. En effet la mortalité comparée de l'Hôtel-Dieu & de la Charité eſt un peu plus grande dans les ſept années écoulées depuis 1779, juſques & compris 1785. Mais une conſidération nous a déterminés à établir une double comparaiſon entre l'Hôtel-Dieu & les deux hôpitaux de la Charité & de Saint-Sulpice, c'eſt que la Charité ne reçoit que des hommes, & que les regiſtres de l'hoſpice nous ont fait connoître que la perte des femmes y eſt beaucoup plus grande que celle des hommes. Ce fait eſt nouveau & ſingulier; nous ignorons ſi cette plus grande

(z) Nous avons trouvé la mortalité de 1 ſur 11,394, & 13,606, en différentes ſommes d'années. Le milieu eſt 1 ſur 12,5 ou ſur 12 $\frac{1}{2}$.

mortalité des femmes eſt un fait particulier ou un fait général. Nous n'avons pu découvrir ce qui arrive à cet égard à l'Hôtel-Dieu, parce que le nombre des hommes & des femmes reçus n'eſt pas diſtingué ſur les états imprimés; mais ce fait de l'obſervation nous a expliqué pourquoi les malades étant auſſi-bien traités à l'hoſpice qu'à la Charité, la mortalité y eſt cependant un peu plus grande, & dans le rapport de $\frac{1}{6,401}$ à $\frac{1}{7,611}$.

La mortalité des hommes à l'Hoſpice eſt 1 ſur 7,244,
celle des femmes.................. 1 ſur 5,541 *(a)*.

L'Hôtel-Dieu enlève, en cinquante-deux ans, 99044 citoyens, & 1906 par an, que la Charité auroit conſervés.

Nous avons d'abord comparé l'Hôtel-Dieu & la Charité, relativement à leur mortalité. L'Hôtel-Dieu, en cinquante-deux ans, ſur 1108741 malades, en a perdu 244720, à raiſon d'un ſur quatre & demi. La Charité, qui n'a qu'un mort ſur ſept & demi *(b)*, n'en auroit perdu que 168700; d'où réſulte le tableau effrayant que l'Hôtel-Dieu, en cinquante-deux années, a enlevé à la France 99044 citoyens qui lui auroient été conſervés, ſi l'Hôtel-Dieu avoit un emplacement proportionnellement auſſi étendu que celui de la Charité, & ſi les malades y avoient été traités comme ils le ſont dans cet hôpital. La perte de ces cinquante-deux années répond à 1906 morts par an, & c'eſt environ la dixième partie de la perte totale & annuelle de Paris.

Ou 81318 en cinquante-deux ans, & 1564 par an, que l'hoſpice de Saint-Sulpice auroit conſervés.

Quant à l'hoſpice de Saint-Sulpice, il a fallu, pour le comparer à l'Hôtel-Dieu, établir le rapport de mortalité des deux hôpitaux, dans les ſept années depuis 1779 juſques & compris 1785.

La mortalité de l'Hôtel-Dieu a été.. 1 ſur 4,356 *(c)*.

(a) A l'hoſpice........ 7383 hommes.......... 1019 morts.
5275 femmes........... 952 mortes.

(b) Le rapport exact eſt celui de 4,530 à 7,611.

(c) A l'Hôtel-Dieu, 155887 malades reçus, 35784 morts.

Celle de l'Hoſpice . . . . 1 ſur 6,401 *(d)*.

Cela poſé, la mortalité de l'Hôtel-Dieu, depuis 1779 juſqu'en 1786, a été de 1 ſur 4,356. Si cette mortalité moyenne avoit eu lieu dans les cinquante-deux années pendant leſquelles l'Hôtel-Dieu a reçu 1108741 malades, il en auroit perdu 254532; l'hoſpice, ſur ce nombre de malades, & à raiſon d'un mort ſur 6,401 malades, n'en auroit perdu que 173214; il auroit donc ſauvé 81318 malades, que l'Hôtel-Dieu a perdus dans ces cinquante-deux années. C'eſt 1564 par an; c'eſt environ le treizième de la perte annuelle de Paris. Il réſulte donc de ces deux comparaiſons, que l'hoſpice de Saint-Sulpice ou l'hôpital de la Charité conſerveroient ou 81318 ou 99044 malades, ſur le nombre de ceux que l'Hôtel-Dieu perd en cinquante-deux ans, & que la perte annuelle de Paris ſeroit moins grande ou d'un treizième ou d'un dixième. La conſervation de cet hopital, ou du moins de l'emplacement qu'il occupe, produit donc le même effet qu'une ſorte de peſte qui déſoleroit conſtamment la Capitale. C'eſt une cauſe de dépopulation que l'on peut détruire, & nous croyons que l'Académie doit en mettre les réſultats ſous les yeux du Gouvernement.

Les maladies y durent à peu-près le double qu'à la Charité & à l'hoſpice de Saint-Sulpice.

Nous avons enſuite comparé ces trois hôpitaux relativement à la durée des maladies. On ne peut douter que le mal-aiſe, le dégoût, la corruption de l'air, le défaut de ſa circulation, l'entaſſement des malades dans les mêmes ſalles & dans les mêmes lits, ne contribuent à retarder la guériſon des maux. Cette vérité de théorie eſt ici confirmée par le fait. On peut déterminer la durée moyenne des maladies dans un hôpital, en prenant le nombre commun &

(d) *Suprà, page 59.*

Si le nombre des malades, dans la note *a, page 70,* diffère un peu du nombre des malades 12616 donné *page 59,* c'eſt que là on a eu égard, comme on le doit, à la petite différence des malades exiſtans au 1.er janvier 1779, & des malades reſtans au 1.er janvier 1786, & que cette différence a été négligée ici.

journalier des malades, en le multipliant par 365, pour avoir le nombre annuel des journées, & en divisant cette somme de journées par le nombre moyen des malades qui entrent chaque année dans l'hôpital. C'est par cette méthode que nous avons trouvé la durée moyenne des maladies à la Charité, de 23 jours; à l'hospice de Saint-Sulpice, de 23 jours $\frac{3}{4}$; & à l'Hôtel-Dieu, de 42 jours $\frac{4}{5}$ *(e)*.

Cette différence sur la durée des maladies est énorme, & il en faut conclure que non-seulement l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu y rend la mortalité beaucoup plus grande; mais qu'elle y rend aussi le recouvrement de la santé beaucoup plus difficile.

Il suit de cette longue durée des maladies, que le nombre des agonisans reçus à l'Hôtel-Dieu n'est pas si grand qu'on peut le croire, car ces agonisans ne restent que peu de jours dans cet hôpital, ils y meurent; & s'ils étoient en grand nombre, ces courtes maladies abrégeroient & feroient paroître plus courte la durée moyenne des maladies.

Il faut encore observer que, si l'Hôtel-Dieu étoit rendu plus salubre; si les maladies n'y étoient pas plus longues qu'à l'hôpital de la Charité & à l'hospice de Saint-Sulpice; c'est-à-dire, si ces maladies étoient à peu-près de moitié plus courtes, il en résulteroit une grande économie pour cet hôpital. Les malades y restant beaucoup moins long-temps, l'Hôtel-Dieu, sans faire plus de dépense, pourroit traiter presque une fois plus de malades qu'il n'en reçoit aujourd'hui, ou il dépenseroit beaucoup moins en traitant le même nombre de malades.

Le traitement des maladies y est plus cher.

Une autre considération qui ne doit pas être négligée, c'est que le même vice d'emplacement, qui est la principale

(e) Nous supposons les lits toujours pleins à la Charité, ce qui s'éloigne peu de la vérité; & par conséquent 208 malades par jour & 75920 journées par an. Par un autre état que nous ont fourni les Religieux de cette maison, on voit que, dans les onze dernières années, ils ont reçu 36331 malades; le nombre moyen annuel est donc 3303. On trouve en conséquence que la durée moyenne des maladies est de 22,985 jours.

cause

cause de l'insalubrité de l'Hôtel-Dieu, y rend le traitement des maladies plus cher. On voit, dans un état présenté au Roi en 1773, par M.rs les Administrateurs, que le revenu de l'Hôtel-Dieu étoit alors de 1360995 livres. Il faut retrancher de cette somme les charges qui sont portées dans le même état, & le revenu net ne paroît être que 1022520 livres *(f)*. Il ne s'agit plus que de diviser cette

---

Les états imprimés de l'hospice de Saint-Sulpice, donnent directement le nombre des journées de malades pendant chaque année. Les voici:

1779	36249.
1780	42880.
1781	42873.
1782	44260.
1783	44672.
1784	44674.
1785	44173.
	299781.

Le nombre total des malades, dans ces sept années, est 12616. *(Voyez suprà, page 50)*.

La durée moyenne des maladies résulte de 23j,76.

À l'Hôtel-Dieu, le nombre journalier moyen des malades, est 2500. *(Suprà, page 6)*.

Le nombre moyen & annuel, 21322. *(Suprà, page 62)*.

Le nombre annuel des journées, est de 912500.

La durée moyenne des maladies en résulte de 42j,796.

(f) Récit de ce qui s'est passé, tendant à la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, 1773, *page 16*.

Fondations	41915. liv.
Charges des biens	4341.
Réparations	203986.
Rentes	28233.
Incurables	60000.
	338475.
Revenu	1360995.
	1022520.

Les aumônes faites à l'Hôtel-Dieu ne sont point comprises dans l'état de recette; c'est un article casuel qui doit augmenter plus ou moins le revenu de cet hôpital.

ſomme par le nombre moyen & annuel des journées 912500, & l'on trouvera que le prix de chaque journée eſt de 22 ſous 5 deniers. Les comptes de l'hoſpice de Saint-Sulpice font foi que la journée de chaque malade ne monte, dans une année commune, priſe ſur ſept, qu'à 17 ſous 1 denier *(g)*. Sans doute un grand hôpital entraîne plus de dépenſe ; les abus y ſont plus grands, plus difficiles à réformer. Les frais de toute eſpèce doivent être plus conſidérables dans une maiſon qui entretient 3071 perſonnes, que dans une maiſon où il n'y en a que 151 *(h)*. Mais quand on voit que le prix des journées à l'Hôtel-Dieu eſt près d'un tiers en ſus de celui de l'hoſpice de Saint-Sulpice, on ne peut s'empêcher de croire que, dans un autre emplacement, où chaque diſtrict auroit ſon département, où le ſervice ſeroit plus aiſé, la ſurveillance deviendroit plus facile, & la dépenſe ſeroit moins grande.

L'Hôtel-Dieu, le plus ancien des hôpitaux, a le plus beſoin de réforme, & doit être le plus imparfait.

Nous rendons une pleine juſtice aux citoyens vertueux qui régiſſent cet hôpital. C'eſt l'amour de l'humanité, c'eſt le zèle de la piété qui les conduiſent dans cette bonne œuvre difficile & entièrement déſintéreſſée. Si dans ce Rapport nous avons relevé quelques abus, qui ne tiennent point à l'emplacement reſſerré de l'Hôtel-Dieu, nous n'avons point prétendu blâmer l'adminiſtration ; nous avons eu l'intention de l'éclairer ; nous avons encore eu le motif de prévenir la répétition de ces abus dans la conſtruction projetée d'un nouvel hôpital. L'Hôtel-Dieu exiſte peut-être depuis le VII.^e ſiècle ; & ſi cet hôpital eſt le plus imparfait de tous, c'eſt parce qu'il eſt le plus ancien. Dès les premiers temps de ce grand établiſſement, on a cherché le bien, on a deſiré de s'y tenir, & la conſtance eſt

---

(g) *Voyez* les Comptes de cet hoſpice, imprimés tous les ans à l'Imprimerie Royale.

(h) Le nombre moyen & journalier des malades, à l'Hôtel-Dieu, eſt 2500. La feuille du mouvement, du 12 janvier 1786, porte 571 perſonnes employées. Total 3071. À l'hoſpice, 128 malades. 23 Perſonnes employées. Total 151. (*Voyez* le Compte de 1779).

devenue un devoir. De-là toute nouveauté utile a de la peine à s'y introduire; toute réforme y est difficile. C'est une masse énorme qu'il faut remuer ; c'est une administration nombreuse qu'il faut convaincre. L'Académie lui offre des lumières qui ne peuvent lui être suspectes; c'est à elle à dénoncer au Bureau de l'Hôtel-Dieu les connoissances nouvelles qui peuvent lui être utiles, & les réformes avantageuses auxquelles son amour du bien peut se prêter.

Les Commissaires de l'Académie en jugent comme Messieurs les Administrateurs.

Quant au défaut de l'emplacement actuel, nous avons l'avantage d'être du même avis que M.rs les Administrateurs. Ils ont relevé eux-mêmes, en 1773, tous les inconvéniens de cet emplacement, & la nécessité de le changer. « Le peu d'étendue du terrein, disent-ils, la corruption de l'air, « celle de l'eau, le tort que cette maison cause par son in- « fection à tout ce qui l'environne, le danger du feu & mille « autres inconvéniens, semblent avoir réuni sur ce point « tous les suffrages, si l'on veut en excepter, ajoutent-ils, « quelques intérêts personnels toujours à écarter dans un « établissement de cette nature *(i)*. » Ces inconvéniens sont précisément ceux qui ont été relevés dans ce Rapport. M.rs les Administrateurs ont indiqué également les moyens d'y remédier. Ils ont arrêté, dans le même temps, que M.rs les Chefs de l'administration se retireroient près le Ministre du département de Paris, pour obtenir une audience du Roi, & lui représenter la nécessité de rétablir cet hôpital dans un endroit plus salubre & plus commode *(k)*.

Conclusions des Commissaires. L'Hôtel-Dieu est insuffisant, incommode, insalubre. Il lui faut un emplacement plus vaste; & la

Nous adoptons les observations & les moyens de M.rs les Administrateurs, & considérant que quand l'emplacement de l'Hôtel-Dieu seroit augmenté d'une moitié en sus, il paroît impossible que le nombre des lits soit porté au nombre de 4800, qui semble nécessaire pour la population de Paris, & même au nombre de 3000 & plus, promis

---

(i) Récit de ce qui s'est passé, tendant à la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, 1773, *page 5.*

(k) *Ibid. page 10.*

nécessité de sa translation est démontrée.

par les Lettres patentes du 22 avril 1781; qu'il est bien évident qu'on ne pourroit obtenir cette grande augmentation de lits, qu'en plaçant les salles les unes à côté des autres, & en les accumulant par étages sur étages; tandis que le bien de l'humanité exigeroit qu'au lieu de construire les nouveaux bâtimens de l'Hôtel-Dieu dans cette disposition vicieuse, on abattît les édifices actuels, pour les disposer d'une manière plus salubre; observant d'ailleurs que ces bâtimens, tant ceux du nord que ceux du midi de la Seine, sont posés sur des magasins de matières combustibles, qui font craindre à chaque instant un incendie pareil à celui de 1772; que les salles destinées aux opérations & aux femmes en couche y sont continuellement exposées au bruit & à l'ébranlement des voitures; qu'il n'y a pas de lieu séparé pour les fous, ni de bâtiment particulier pour les maladies contagieuses; observant que les convalescens y sont mêlés avec les malades, & que le défaut d'espace y a réservé si peu de promenoirs, que les convalescens des maladies ordinaires y sont encore confondus avec ceux des maladies contagieuses; observant que les règlemens d'une sage police ont toujours relégué les maux contagieux hors de la capitale; que l'Hôtel-Dieu au contraire les y concentre tous, & qu'on transporte tous les jours à travers Paris tout ce qui a été infecté du venin de ces maladies, c'est-à-dire, les paillasses, les lits de plume & les cadavres; observant encore que les salles sont basses, que la circulation, le renouvellement de l'air y est difficile, & que dans cet entassement de salles, de lits & de malades, chaque malade n'a qu'une petite portion d'un air en partie corrompu à respirer; observant enfin que les maladies sont presque du double plus longues à l'Hôtel-Dieu qu'à la Charité; que la mortalité y est aussi presque du double plus grande, & que cette mortalité est l'effet inévitable du défaut d'emplacement, des vices de construction, comme le prouvent & les principes physiques que nous avons établis, & les faits que l'expérience nous a fournis; nous croyons pouvoir conclure que cette conſtruction a beſoin d'être réformée, établie ſur de meilleurs principes, dans un emplacement beaucoup plus vaſte; que l'Hôtel-Dieu, tel qu'il eſt, eſt inſuffiſant, incommode, éminemment inſalubre, & que la néceſſité de ſa tranſlation dans un lieu plus convenable eſt invinciblement démontrée.

Nous n'avons que notre avis à donner ſur cette tranſlation; nous ignorons ſi elle ſera exécutée. Mais les preuves qui démontrent la néceſſité de cette tranſlation ſont ſi évidentes, que l'on peut prévoir d'avance que l'Hôtel-Dieu ne reſtera pas toujours où il eſt; & s'il eſt permis d'eſpérer un heureux changement à cet égard, c'eſt ſur-tout dans un règne de bienfaiſance, ſous un Roi qui aime ſon peuple, & qui regarde les pauvres comme une portion précieuſe de ſes ſujets.

EXAMEN

du Projet de M. Poyet.

MAINTENANT que la néceſſité de la tranſlation de l'Hôtel-Dieu nous paroît indiſpenſable, nous pouvons examiner le Projet de M. Poyet, & en rendre compte à l'Académie.

Expoſé du projet de M. Poyet.

M. Poyet propoſe de placer le nouvel Hôtel-Dieu à l'île des Cygnes; il y élève un vaſte bâtiment circulaire, dont la circonférence extérieure a 136 toiſes de diamètre, & dont la circonférence intérieure renferme une grande cour de 45 toiſes de diamètre. Seize rayons dirigés au centre commun, vont d'une circonférence à l'autre, & forment ſeize ſalles qui recevront chacune 84 lits; chaque lit aura trois pieds de largeur, & en occupera ſix avec ſa ruelle. Trente-deux petites ſalles ménagées du côté de la circonférence extérieure, auront encore chacune 12 lits. Ces quarante-huit ſalles compoſeront enſemble 1728 lits; & comme M. Poyet ſe propoſe de placer trois étages de ſalles, ſon hôpital offrira 5184 lits.

Les ſalles ſeront hautes de 26 pieds & larges de 30; le paſſage du milieu aura 12 pieds. Au chevet de ces lits régnera un corridor de trois pieds de large, formé par une cloiſon à la hauteur de ces lits, ſervant à les iſoler, à en dégager le ſervice, à maſquer les garde-robes placées derrière chaque lit dans l'épaiſſeur des murs. Le ſervice particulier de ces gardes-robes, ſans être aperçu de l'intérieur, ſe fera dans des lieux d'aiſance iſolés du corps de la ſalle, & placés aux deux extrémités de ces corridors.

Les deux circonférences extérieures & intérieures ſont formées par deux galeries en arcades, qui ſervent de communication aux ſalles & en même temps de promenoirs aux convaleſcens. Entre les ſalles diſpoſées en rayons, ſont des cours particulières; ces cours ſont deſtinées à donner de l'air & du jour aux ſalles, & elles offrent des promenoirs en plein air aux convaleſcens. Enfin chaque ſalle étant ouverte à ſes extrémités, ſur les deux galeries, & par leur moyen, ſur les deux cours extérieure & intérieure, on a la facilité de faire paſſer un courant d'air dans la longueur de ces ſalles.

Le rez-de-chauſſée eſt employé aux offices, cuiſine, pharmacie, chambre de bains & autres acceſſoires. Des entreſols pratiqués ſur la hauteur de cet étage, feront le logement des Sœurs, des Officiers & des gens de ſervice. Les trois étages ſupérieurs ſeront conſacrés aux malades; & comme les deux premiers en contiendront 3456, ce nombre ſuffira aux temps ordinaires; & le troiſième étage ſera réſervé aux temps de calamité, où les maladies ſont augmentées dans une proportion rare & extraordinaire. M. Poyet a ménagé, dans les entreſols du rez-de-chauſſée, 500 chambres à lit & à cheminée, qui pourront être louées par jour à des voyageurs, à des gens ſans domicile fixe. Les étrangers, qui tombent malades à Paris, trouveroient dans cet hôpital un aſyle ſûr, tandis que l'hôpital en tireroit une augmentation de revenu. M. Poyet élève à quelque diſtance du corps principal, quatre corps de bâtimens, où ſont placés les pompes pour le ſervice, & des lazarets pour les maladies contagieuſes. Il établit un conduit ſouterrain, dans lequel paſſe l'eau même de la rivière. Ce conduit continuellement lavé par une eau courante, ſert d'égout & va porter les immondices loin de tous les bâtimens de Paris, & même 300 toiſes au-deſſous de la pompe à feu.

Cet expoſé ſuffit pour faire connoître à l'Académie le projet du nouvel hôpital propoſé par M. Poyet. Nous devons dire d'abord que ce projet, pris dans ſon enſemble, n'eſt pas nouveau. Après l'incendie de l'Hôtel- Ce projet n'eſt pas nouveau.

Dieu en 1737, M. Turgot, Prévôt des Marchands « considérant la situation incommode & serrée de cet édifice » au centre de Paris, sa mauvaise construction, le peu » de proportion de son étendue, avec l'objet auquel il » est destiné, conçut le projet de transporter cet établissement dans l'île des Cygnes » *(a)*. Après l'incendie de 1772, ce projet a été renouvelé par M.rs Caqué, Regnier, Panseron. Le bureau de l'Hôtel-Dieu a lui-même indiqué ce local, dans un écrit qu'il publia la même année *(b)*.

Quant à la forme circulaire du bâtiment & à la disposition des salles en étoile, elle a été proposée par M. A. Petit, de cette Académie, dans le Mémoire qu'il donna en 1774, *sur la meilleure manière de construire un hôpital de malades.* M. Prunneau de Monlouis, Architecte, eut aussi cette idée dans le même temps *(c)*.

Il faut le juger relativement à son utilité.

Mais nous devons juger le projet de M. Poyet plutôt relativement à son utilité qu'à sa nouveauté. Tous les moyens qui pourront soulager les malades & hâter leur guérison, sont également intéressans. Il s'agit d'abord d'examiner si l'Hôtel-Dieu doit ou peut être placé dans l'île des Cygnes. Cette île est en grande partie inondée dans les débordemens; & si elle n'est pas au milieu de l'eau, parce qu'un des bras de la rivière est maintenant à sec, elle y tient, elle y avance de manière qu'elle est pleinement exposée aux brouillards & à l'humidité.

L'île des Cygnes doit être souvent inondée. Est-il convenable d'y placer un hôpital !

Il est certain, par le nivellement que M. Poyet nous a fourni lui-même, que l'île est dans toute son étendue au-dessous du niveau des grandes eaux de 1740, & que dans le plus grand nombre de ses parties elle est de quatre à cinq pieds au-dessous de ce niveau. De-là résulte la nécessité d'en exhausser le sol. Ce débordement est le plus grand dont

---

(a) Mém. Acad. Inscript. tome XXV, *page 231*, Éloge de M. Turgot.

(b) Récit de ce qui s'est passé, tendant à la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, 1773, *page 5*.

(c) Mémoire de M. Petit, *page 9*.

nous ayons connoissance dans ce siècle ; & lorsque le sol en excédera le niveau, on peut être presque assuré que les plus hautes eaux ne l'atteindront pas. Mais cet exhaussement s'étendra sur une grande surface & à une profondeur moyenne de 12 pieds. Ce sera peut-être un volume de 150000 toises cubes à remblayer, & par conséquent un objet de dépense. Les fondations auront 27 ou 29 pieds, 5 ou 7 au-dessus *(d)*, 22 au-dessous des grandes eaux. Le sol des souterrains sera de 2 pieds plus bas que le niveau de ces eaux; c'est la même profondeur que certaines caves de l'Hôtel-Dieu. Ces caves doivent avoir rarement de l'eau, & celles de l'île des Cygnes jouiront du même avantage. Mais il n'en est pas moins vrai que, dans les débordemens, le nouvel Hôtel-Dieu sera comme une île, que l'abord en deviendra plus ou moins difficile, en proportion de l'étendue & de la hauteur du débordement, & qu'il faudra construire une chaussée pour y conserver une avenue, qui soit toujours libre & hors de la portée des eaux.

Quant à la salubrité, & à la question si des malades peuvent être placés dans l'île des Cygnes, c'est-à-dire, non-seulement au bord, mais presque au milieu de la rivière, il n'y a point de doute que les lieux élevés & secs ne soient plus sains ; le bord des fleuves a l'avantage de procurer de l'eau en abondance, & de faciliter les approvisionnemens. Un petit hôpital qu'il est aisé d'approvisionner, sera donc mieux situé dans un lieu élevé : un grand hôpital à qui il faut beaucoup d'eau & de grands approvisionnemens, sera moins dispendieux au bord d'une rivière.

Nous passons aux détails du projet. La disposition des salles terminées aux deux galeries circulaires, qui font une communication générale, nous a paru assez bien entendue. Cette disposition est infiniment préférable à celle

La disposition des salles, est assez bien entendue.

(d) Nous disons cinq ou sept, parce que certaines parties plus élevées, telles que la chapelle du centre, en auront sept, tandis que le bâtiment circulaire en aura cinq ou six.

de l'Hôtel-Dieu actuel, où les ſalles ſont accouplées, à celle même de la plupart des hôpitaux, dont les ſalles s'enfilent réciproquement, & où l'air en circulant peut porter dans l'une ce qui ſort de l'autre.

C'eſt trop de trois étages de ſalles.

Nous penſons cependant que l'on ne doit point placer trois étages de ſalles les uns ſur les autres. C'eſt un des défauts que nous avons reprochés à l'Hôtel-Dieu. On s'élève ainſi pour épargner ſur la ſuperficie; mais le ſervice eſt plus gêné, mais les convaleſcens ſont plus fatigués, quand il s'agit de monter & de deſcendre, mais il y a l'inconvénient du feu, & du danger des malades à cette hauteur.

Les ſalles ſont trop élevées.

Nous croyons que M. Poyet a trop exhauſſé ſes ſalles, en leur donnant vingt-ſix pieds d'élévation. Cette élévation eſt exceſſive; elle conviendroit à peine aux maladies inflammatoires, aux petites véroles, aux fous, qui demandent un grand volume d'air. Chaque malade auroit ici environ onze toiſes cubes à reſpirer. Mais ces ſalles ſeroient difficilement échauffées, & leur hauteur ſeroit nuiſible à toutes les autres maladies, qui ont beſoin d'un air tempéré. Ce défaut eſt aiſé à corriger; & M. Poyet eſt lui-même diſpoſé à diminuer cette hauteur *(e)*. Nous ne croyons pas que l'on doive admettre le corridor placé entre les lits & les murs, & deſtiné au ſervice des garde-robes. Dès que les cloiſons ne s'élèvent pas juſqu'au plancher, elles ne peuvent préſerver l'intérieur des ſalles de toute infection; & ces couloirs donneront lieu à un courant rapide & glacial, qui ſera nuiſible aux malades lorſqu'ils iront à la garde-robe. D'ailleurs ces couloirs forcent de donner trente pieds de longueur aux ſalles, & il en réſulte deux inconvéniens; le premier, que la longueur des bois employés dans cette portée, augmenteroit infiniment les frais de conſtruction; le ſecond, que ces larges galeries ſeroient ou trop froides ou trop difficilement échauffées.

(e) Supplément au premier Mémoire, *page 58.*

Nous approuvons le conduit ſouterrain, que M. Poyet fait paſſer ſous l'édifice de ſon hôpital, & qui, à la faveur du courant de la rivière, ſert à balayer les foſſes d'aiſance, & à emporter toutes les immondices de l'hôpital. Ce courant que M. Poyet ſe procure, eſt un des grands avantages de la poſition au bord de la rivière.

Mais nous ne pouvons approuver les chambres qu'il deſtine à des malades payans. Nous ſavons que l'Hôtel-Dieu de Lyon a des chambres de cette eſpèce. Ce ſeroit peut-être une augmentation de revenu pour l'Hôtel-Dieu, mais ce ſeroit certainement une grande ſource d'abus. Un hôpital eſt l'aſyle de la pauvreté; il ne faut pas que l'argent y paroiſſe, ou bien il corrompt tout. Les ſoins qu'on vendroit aux payans ſeroient toujours aux dépens de ceux qui ne payeroient pas.

Il ne faut pas de chambres pour les payans.

Il y a lieu de croire que cet hôpital deſtiné à contenir près de 5200 malades, ſeroit ſuffiſant pour les beſoins de la Capitale; mais ſa poſition auroit une grande incommodité, c'eſt l'éloignement d'un nombre de quartiers de Paris, du faubourg Saint-Antoine, par exemple, & de la paroiſſe Sainte-Marguerite, où il y a plus d'ouvriers & de misère que dans tout autre. Le tranſport ſeroit long dans un chemin ſi conſidérable. La paroiſſe de Sainte-Marguerite eſt diſtante de l'île des Cygnes à peu-près de 3000 toiſes en ligne droite & ſans compter les détours; & de 800 toiſes du bord de la rivière le plus prochain. Dans les temps où cette voie ſeroit ouverte, il y auroit donc 800 toiſes à faire par terre & 3000 par eau; mais lorſque la rivière ſeroit fermée par les glaces, ou rendue innavigable par les débordemens, il faudroit que les malades fuſſent portés dans un trajet de 3000 toiſes, c'eſt-à-dire, de plus d'une lieue, ſans compter les détours & à travers tous les embarras de Paris. Cette difficulté eſt très-forte contre le projet d'un hôpital unique placé dans l'île des Cygnes.

Le nouvel hôpital, contiendroit un nombre ſuffiſant de malades; mais il ſeroit trop éloigné de pluſieurs quartiers de la ville.

Inconvénient du projet.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que les objections qu'on peut faire au projet de M. Poyet ont principalement pour objet, 1.° la position ; elle est sans doute avantageuse aux approvisionnemens, mais moins salubre que les lieux élevés. 2.° La dépense qu'exigeroit l'exhaussement du sol, les pilotis sur lesquels il faudroit peut-être bâtir, les quais, le canal qui enfermeroit l'hôpital du côté du nord, les ponteaux sur ce canal, la chaussée nécessaire pour conserver une avenue dans les grandes eaux; dépenses qui sont étrangères à la construction d'un hôpital. 3.° La distance où seroit cet hôpital de plusieurs quartiers de Paris, & la difficulté du transport d'une partie des malades. 4.° L'étendue, la grandeur de cet hôpital, qui rassembleroit un si grand nombre d'individus. Ces objections sont du plus grand poids.

M. Poyet mérite des éloges.

Mais nous louerons M. Poyet d'avoir attiré les regards du Roi & du Ministère, & réveillé l'attention publique sur un objet important. Nous louerons l'auteur du Mémoire, qui a si bien plaidé la cause de l'humanité, & nous dirons encore que le projet même de cet hôpital mérite des éloges, que sa disposition est bien entendue & remplit son objet à beaucoup d'égards, que cette construction auroit une grande supériorité pour la salubrité, pour la commodité des malades & la facilité du service, sur l'Hôtel-Dieu.

Avantages du projet. Cet hôpital est infiniment supérieur à l'Hôtel-Dieu. S'il étoit construit, il mériteroit d'être approuvé. Comme il est encore en projet, il faut chercher à faire mieux.

Si l'hôpital de M. Poyet étoit construit, nous conclurions à l'approuver dans son entier, à y transporter sur le champ les malades; la nation & sur-tout les pauvres béniroient le Roi de cet heureux changement. Mais cet hôpital est encore en projet; le Roi a fait l'honneur à l'Académie de la consulter; elle doit donner son avis, non-seulement sur ce qui est bien, mais sur ce qui seroit mieux. Nous pensons que le Gouvernement saura gré à l'Académie de lui indiquer les meilleurs moyens de soulager les pauvres malades; & de déterminer ici quelle est la disposition qu'il convient de donner aux bâtimens qui doivent leur être consacrés.

L'intérêt que cette grande queſtion inſpire, & dans l'Académie & dans le public, a engagé pluſieurs perſonnes à nous aider dans notre travail. M. le marquis de Condorcet, M. l'abbé Teſſier, parmi nos confrères; M. Dupont, M. Regnier & pluſieurs hommes éclairés, nous ont fait paſſer des Mémoires; nous les avons reçus avec reconnoiſſance, & nous avons profité de leurs lumières. Nous allons expoſer à l'Académie nos réflexions ſur les ſecours que l'on doit donner aux pauvres; nous allons lui ſoumettre le plan d'un nouvel hôpital, & les moyens d'y réunir tout ce qu'on peut attendre des connoiſſances actuelles pour la ſalubrité du lieu, la facilité du ſervice, la commodité des habitans de la ville, & le ſoulagement des pauvres.

RÉFLEXIONS

Sur les moyens de ſecourir les pauvres malades, & ſur la meilleure diſpoſition des bâtimens deſtinés à les recevoir.

On doit éviter de faire un ſeul hôpital pour 5000 malades.

Le projet de M. Poyet, le nouvel Hôtel-Dieu qu'il propoſe de conſtruire à l'île des Cygnes pour 5184 malades, malgré tous ſes avantages, a un inconvénient qui lui eſt commun avec cet ancien hôpital, c'eſt celui de raſſembler un nombre énorme de malades dans un même lieu; de les concentrer, pour ainſi dire, dans un point, eux & tout l'appareil, tout l'embarras qu'entraînent le ſervice, les approviſionnemens, les boulangeries, boucheries, buanderies, &c. Un hôpital de 5000 malades eſt une ville, & une ville plus peuplée que les trois quarts des villes de France. C'eſt déjà un grand inconvénient de reſſerrer tant d'habitans dans un eſpace diſproportionné; mais un hôpital, quel que bien tenu qu'il ſoit, eſt toujours un réceptacle de maux & de miſère. C'eſt un tableau effrayant de conſidérer ces maux accumulés au nombre de 5000; de penſer qu'on charge ainſi ſans ceſſe un même volume d'air, non-ſeulement des émanations de 5000 individus, mais des miaſmes & de l'infection de ces corps malades, dont le lieu le plus aéré & une propreté toujours vigilante, ne peuvent entièrement les dépouiller. Eh! quelle complication que celle qui naît des mouvemens de cette grande machine! quel fardeau pour l'adminiſtration qui doit y préſider! que d'embarras dans le ſervice! que d'abus dans les détails! que de mépriſes inévitables dans la diſtribution des alimens & des remèdes! Si cette machine vaſte & compliquée étoit abſolument néceſſaire, ce ſeroit un malheur de plus à compter dans les misères humaines qui naiſſent de l'état de ſociété; mais cette néceſſité eſt une queſtion.

On ſe propoſe que les malades ſoient bien, & que leur traitement ne ſoit pas cher. Il faut par conſéquent les réunir en nombre, mais non pas en nombre trop grand.

Quel eſt le but qu'on ſe propoſe en conſtruiſant un hôpital? c'eſt de ſoulager le pauvre malade; c'eſt de le traiter avec le plus de ſoin & en même temps avec le plus d'économie poſſibles. Ces deux objets preſque contraires ſemblent impoſer des obligations différentes; le beſoin, le bien-être du malade, exigeroient qu'il fût traité chez lui, dans ſa famille, s'il en a une, ou confié à une garde, s'il vit ſeul & iſolé, & à un Médecin, à un Chirurgien qui le viſiteroient. Ces ſecours que ſe procurent les gens aiſés, ne ſont-ils pas trop diſpendieux pour que la ſociété s'en charge en faveur de tous les pauvres? On ne peut leur procurer ces ſecours, quand ils ſont malades, qu'en les réuniſſant; & cette économie eſt le principe qui ſemble établir la néceſſité des hôpitaux.

Trois moyens de traiter les malades. Le premier eſt de les traiter chez eux, & on ne peut l'employer pour tous les malades.

Nous ne voyons que trois moyens de ſoigner les pauvres malades. Le premier eſt de les traiter chez eux-mêmes; le ſecond eſt de les recevoir dans un hoſpice où ils ſeront traités en commun; le troiſième eſt de les réunir en nombre dans un ou pluſieurs grands hôpitaux.

Le premier moyen, celui de faire traiter les malades chez eux, demanderoit un partage des revenus de l'Hôtel-

Dieu entre les différentes paroiſſes de Paris. Nous ignorons ſi ce partage ſeroit praticable ; nous croyons qu'il auroit des inconvéniens. Ces malades ſeroient-ils défrayés ſelon leurs beſoins? alors la diſtribution des remèdes & des alimens ſeroit ſujette à une infinité d'abus. Comment ſeroit-on ſûr que les remèdes payés ont été fournis, & que les alimens diſtribués n'ont pas été détournés? S'il y avoit un prix fixé pour la journée des malades, ce prix ſeroit trop fort pour les uns, ou trop foible pour les autres ; le prix moyen ne peut s'établir que ſur un grand nombre & par la compenſation. Ici la compenſation ſeroit au détriment d'une partie des malades. Tous les pauvres malades de Paris ſont ſoulagés par les ſecours réunis & des revenus de l'Hôtel-Dieu & des charités des paroiſſes. Si on verſoit dans ces paroiſſes les revenus de l'Hôtel-Dieu, la charité particulière ſe repoſeroit peut-être ſur la charité publique; & il y a lieu de craindre qu'on ne diminuât, ſi on ne tariſſoit pas la ſource des aumônes. Mais en ſuppoſant que l'on pût remédier à une partie de ces inconvéniens, & que les autres n'euſſent pas lieu, on ne peut traiter les malades chez eux que lorſqu'ils ont un domicile; beaucoup de pauvres habitent en chambre commune & dans des lieux où ils ne pourroient reſter malades. Il faut des hôpitaux pour cette eſpèce de pauvres. Le ſoin de les ſoulager malades dans leur propre aſyle appartient à M.rs les Curés; ils s'en acquittent avec un zèle exemplaire; ils ſollicitent les aumônes & les répandent avec autant d'économie que de fidélité. Ces aumônes ſuffiſent dans un nombre de paroiſſes; il y en a pluſieurs qui n'envoient point de malades à l'Hôtel-Dieu : la charité publique ne doit faire que ce que ne fait point la charité particulière. Il paroît donc naturel de laiſſer les choſes comme elles ſont à cet égard, & de réſerver les fonds publics pour les hôpitaux.

Le ſecond moyen, eſt de ſubſtituer à l'Hôtel-Dieu

Mais doit-on diviſer les ſecours de la charité publique, & ſubſtituer un nombre d'hoſpices établis dans les paroiſſes, à un hôpital unique? C'eſt le ſecond moyen de ſoulager les des hoſpices fondés dans chaque Paroiſſe.

malades *(f)*. L'hoſpice de Saint-Sulpice, où règnent l'ordre, la propreté, l'économie, où l'humanité veille aux beſoins des pauvres, & où les mêmes ſoins guériſſent à peu-près autant de malades qu'à la Charité, a fait naître l'idée des hoſpices. Il eſt naturel de vouloir procurer des ſecours ſemblables à toutes les paroiſſes, & de répéter par-tout une inſtitution qu'on admire avec juſtice. Il eſt certain que moins il y a de malades réunis, plus il eſt aiſé de les bien ſoigner; mais ſi un hôpital unique a de grands inconvéniens, les hoſpices en ont auſſi qui ne ſont pas moins importans, & qui ſuffiſent pour les exclure quand on les propoſe comme moyen unique.

Ces hoſpices ne pourroient être ni placés ni conſtruits, ſuivant de bons principes.

Comment pourroit-on conſtruire ces hoſpices ſuivant les principes que nous avons établis dans ce Rapport? Le terrein manqueroit dans la plupart des paroiſſes de l'intérieur de Paris; on y retrouveroit en petit les vices qui tiennent au défaut d'emplacement, & tout ce qui rend l'Hôtel-Dieu inſalubre. Ces hoſpices ſeroient reſſerrés, abrités; la circulation de l'air y ſeroit gênée par les édifices voiſins. Il faudroit ou accoupler les ſalles, ou les élever par étages. Où placeroit-on les convaleſcens pour

(f) Un Citoyen zélé, M. Dupont, nous a fait paſſer un Mémoire manuſcrit rempli de vues intéreſſantes, & imprimé depuis ſous le titre, *Idée ſur les ſecours à donner aux malades d'une grande ville.* Il y propoſe: entr'autres moyens, celui d'établir des maiſons où des Entrepreneurs ſoigneroient les malades pour un prix modique. Ce moyen eſt excellent ſans doute; il convient aux indigens qui ne ſont pas en état de ſe faire traiter chez eux, & dont la délicateſſe ſe refuſe aux ſoins gratuits des hôpitaux. Il convient aux domeſtiques des gens peu riches. Il faudroit, s'il étoit poſſible, interdire aux maîtres la reſſource de les envoyer à l'hôpital. C'eſt bien le moins de faire ſoigner malades ceux qui, en ſanté, nous ont ſervis. Ces maiſons ſeroient encore l'occaſion d'une bienfaiſance facile, & le pauvre accueilli par cette généroſité, laiſſeroit une place à l'Hôtel-Dieu. Nous penſons donc, comme ce zélé Citoyen, que ces maiſons ſeroient utiles, & que le Gouvernement pourroit en protéger, en provoquer même l'établiſſement. Il y a déjà des maiſons de cette eſpèce, & entr'autres, la Maiſon de Santé, deſſervie par les Religieux de la Charité, près la barrière d'Enfer, & celle des Dames Hoſpitalières, de la rue Mouſetard, & du fauxbourg Saint-Antoine.

les

les séparer des malades? Où seroient les promenoirs de ces hospices? Chaque quartier auroit donc dans son sein un foyer de maux & un spectacle de misère; il en résulteroit que, par une triste réciprocité, les habitans de la ville incommoderoient par-tout les malades, & les malades incommoderoient par-tout les habitans.

Mais si nous examinons la destination des hôpitaux, qui est de soulager tous les malades, sans en excepter aucun, nous verrons que les hospices n'y suffiroient pas, & que cet objet ne peut être rempli dans son entier, que par un ou plusieurs hôpitaux communs à tous. Les hospices ne rempliroient pas les destinations de l'Hôtel-Dieu. Il faut un hôpital commun pour la ville de Paris.

Ces hospices n'auroient qu'un nombre borné, un petit nombre de lits. Ils seroient sans ressources dans les mauvaises années, où le nombre des malades est considérablement augmenté. Le calcul des probabilités enseigne que les petites causes inconnues, auxquelles on est convenu de donner le nom de *hasard*, ne se compensent que dans les grandes combinaisons, & ont une influence très-marquée dans les petites. Lorsque ces causes augmentent d'un quart ou d'un cinquième le nombre des malades à l'Hôtel-Dieu, il n'y a point de doute qu'elles ne puissent doubler ou tripler les malades de telle ou telle paroisse. Les lits étant pleins, il faudra refuser les malades; que deviendront-ils? Alors on aura besoin de protection pour être admis, & bientôt les indigens seront préférés à des nécessiteux sans recommandation. Dans une ville immense comme Paris, où tout est confondu, où arrive tous les jours, où vit une multitude d'hommes inconnus, qui n'ont que des besoins & point de ressources, il faut un hôpital où on ne refuse personne. Première raison qui nécessite un hôpital commun. I.re Raison.

L'hôtel-Dieu n'est point pour Paris seul; les pauvres des campagnes voisines ont besoin de cet asyle. Dans quels hospices des paroisses seroient-ils reçus? il faut cependant qu'ils le soient. La ville, le chef-lieu des habitations, doit avoir des secours pour toutes ses dépendances. Il faut donc II.e Raison.

que Paris ait d'autres ſecours que ceux des paroiſſes, & un hôpital ouvert pour les pauvres des campagnes. Seconde raiſon qui néceſſite un hôpital commun.

III.e Raiſon. Suivant le témoignage de M.rs les Curés, il eſt des hommes humiliés de leur pauvreté, des hommes que des revers ont conduits à la misère, qui vont comme inconnus à l'Hôtel-Dieu, & qui rougiroient d'être vus à l'hoſpice. Une malheureuſe fille, honteuſe de ſa foibleſſe, iroit-elle à l'hoſpice de ſa paroiſſe? Il faut, ſur-tout dans ce dernier cas, favoriſer le deſir de ſe cacher, qui eſt un reſte de mœurs; il faut tendre une main ſecourable à la foibleſſe, pour empêcher les crimes. Cette conſidération appartient à la politique comme à la morale. Toutes les naiſſances à l'Hôtel-Dieu ne ſont pas ſans doute illégitimes; mais il s'agit, année commune, de 1402 enfans qui naiſſent pour l'État *(g)*, & de 1433 mères qu'on doit ou cacher ou conſerver *(h)*. Il faut donc un hôpital pour les femmes en couche, où les filles devenues mères puiſſent être confondues. Troiſième raiſon qui néceſſite un hôpital commun.

IV.e Raiſon. Il y a des traitemens à Paris, tels que celui des fous; il y a des opérations chirurgicales, telles que la taille, le trépan, l'opération céſarienne, l'extraction de la cataracte, l'amputation des membres, qui demandent ou un local vaſte, ou des mains habiles, exercées & ſurveillées par un Chirurgien conſommé. C'eſt ce qu'on ne peut réunir que dans un grand hôpital; il offre gratuitement aux plus pauvres les mêmes avantages que l'or procure aux plus riches. Il faut donc un hôpital où l'on traite les fous, & où ſe faſſent les grandes opérations chirurgicales. Quatrième raiſon qui néceſſite un hôpital commun.

V.e Raiſon. Enfin la dernière raiſon qui néceſſite un hôpital commun, eſt celle des maladies contagieuſes. Ces maladies ſeront-elles

---

(g) Depuis 1712 juſqu'en 1785, il a été baptiſé à l'Hôtel-Dieu 102355 enfans. Ce relevé a été fait ſur les états de baptême de la ville de Paris.

(h) *Suprà, page 49.*

reçues dans les hoſpices? on y ſera forcé lorſqu'il n'y aura pas d'autre hôpital. Mais alors il faudra des ſalles particulières pour les maladies contagieuſes; il en faudra pour ſéparer les différentes maladies; il en faudra pour les hommes & pour les femmes. Ces diſpoſitions exigeront une certaine étendue; & comme il arrivera ſouvent que le local dont on pourra diſpoſer, n'aura point aſſez d'étendue, il faudra accoupler les ſalles, multiplier les étages, renouveler tous les inconvéniens de l'Hôtel-Dieu; & ces maladies étant mêlées, traitées avec les autres, on reproduira tous les maux qui réſultent à l'Hôtel-Dieu de ce mélange. Si ces maladies ne ſont pas reçues dans les hoſpices, il faut donc encore un hôpital pour les maladies contagieuſes.

Il faut encourager les établiſſemens des hoſpices où les malades ſont mieux traités, mais comme ſecours de l'hôpital commun, & non comme moyen unique.

Ces conſidérations nous conduiſent à préférer le troiſième moyen, celui d'un ou de pluſieurs hôpitaux ouverts à tous les malades; mais nous ne renonçons pas au bien que peuvent faire les hoſpices; nous ſavons que les malades y ſont plus ſuivis, mieux traités, mieux conſolés. Un avantage ineſtimable de ces établiſſemens, quand ils ne ſont pas un moyen unique, quand ils n'exiſtent que pour aider & ſoulager les hôpitaux, c'eſt que ſans injuſtice les malades peuvent y être choiſis. L'humanité, qui refuſe un infortuné, ſait qu'il trouvera d'autres ſecours; elle s'attache d'autant plus à ſes adoptions, & le petit hôpital reſſemble à une famille, où des enfans ſeroient traités par leurs parens. Le Gouvernement doit donc encourager, la ſociété doit payer de ſon eſtime les perſonnes vertueuſes qui établiſſent des hoſpices, comme ceux de Saint-Sulpice, de Saint-Jacques-du-haut-pas, de Saint-Médéric, de Saint-André. Mais ce ſont toujours des charités particulières, elles ne doivent rien ôter à la charité publique. Il ne faut rien de borné, il faut un grand hôpital commun dans une ville conſidérable, où la misère ſoumet tant d'individus à une deſtinée commune. Elle a beſoin d'un hôpital où on ne refuſe perſonne, où les pauvres de la campagne ſoient admis; elle a beſoin d'un hôpital où ſe faſſent les opérations difficiles, diſpendieuſes; d'un hôpital qui, par ſon étendue & ſa diſpoſition, permette de ſéparer & d'éloigner les maladies contagieuſes des maladies ordinaires.

Les grands hôpitaux appartiennent à l'Etat. Ils ſont durables.

On peut encore obſerver qu'en multipliant trop les hôpitaux, on les ſouſtrairoit en quelque ſorte aux regards de la nation; l'attention publique, à force d'être partagée, deviendroit preſque nulle. Dans un grand État, les grands établiſſemens ſemblent ſeuls lui appartenir; ſeuls ils ont une maſſe qui réſiſte au temps, & une importance qui ſe fait toujours reſpecter. L'État qui les a élevés doit les ſoutenir; leur conſervation devient un devoir ſacré, un devoir d'autant plus indiſpenſable, que tout ſe paſſe au grand jour. Si l'hôpital manquoit de fonds pour ſoulager les malades, l'édifice, en partie déſert, recevroit les malédictions du pauvre; & l'homme dur qui l'auroit ainſi fermé à la misère, n'échapperoit pas aux reproches de la Nation. Cet avantage des grands hôpitaux eſt précieux, car ſi les vertus privées ſont d'autant plus eſtimables qu'elles ſont plus libres, il eſt bon, il eſt néceſſaire que les vertus publiques ſoient commandées par les circonſtances, & que les hommes ſoient enchaînés par ces circonſtances mêmes aux devoirs de première néceſſité. C'eſt encore un avantage de ces hôpitaux, que l'adminiſtration en eſt plus facilement éclairée; cette lumière encourage les hommes qui ſe dévouent à des fonctions pénibles & gratuites; & *c'eſt pour leur ménager le tribut d'opinion qui eſt leur récompenſe,* que les Lettres patentes du 22 avril 1781, ordonnent que les comptes de recette & de dépenſe de l'Hôtel-Dieu ſeront annuellement imprimés.

Les Commiſſaires propoſent d'en conſtruire quatre.

S'il ne paroît pas convenable de conſtruire pour 5000 individus un grand hôpital, qui ſeroit une ville de malades, on voit qu'il y auroit des inconvéniens à trop ſubdiviſer cet hôpital, & à le diſtribuer dans Paris en petites parties. Il y a donc un milieu à prendre entre un hôpital unique qui ſeroit trop grand, & vingt ou trente hoſpices qui feroient trop petits. Il femble que la néceffité de retirer l'Hôtel-Dieu du centre de Paris, & celle de le placer aux extrémités, jointe à la confidération de la diftance trop grande, où cet hôpital placé à une extrémité feroit de toutes les autres, doit conduire à établir quatre hôpitaux dans quatre points choifis de la circonférence de Paris. Et ce qu'il y a de fingulier, c'eft que l'état des chofes rameneroit le fyftème des hofpices à celui de ces quatre hôpitaux.

Dans l'exécution, le fyftème des hofpices reviendroit à peu-près à celui de ces quatre hôpitaux.

Toutes les paroiffes de Paris ne fourniffent pas des malades à l'Hôtel-Dieu proportionnellement à leur étendue. La médiocrité a fes quartiers comme la richeffe, & la grande misère eft reléguée aux extrémités & dans les faubourgs. Les claffes qui fourniffent le plus à cet hôpital, font celle des maçons & des manœuvres, qui abondent dans une ville où on bâtit fans ceffe & de toutes parts; celle des Savoyards, des Auvergnats, qui font ramoneurs & Porte-faix; enfin celle des artifans & des ouvriers gagnant journées, & qui font fans reffources, lorfque la maladie interrompt le travail. La plupart de ces individus habitent en bandes dans des chambres communes, & dans des quartiers où ces chambres font moins chères, c'eft-à-dire, dans les faubourgs. Ces claffes, qui fourniffent tant de pauvres malades, obligeroient donc d'agrandir en conféquence les hofpices des faubourgs. On ne peut guère avoir une idée de la population des paroiffes, qu'en comparant leur mortalité à la mortalité totale de Paris. Ainfi, par exemple, cette mortalité totale a été en 1785 de 20365 perfonnes; & en retranchant de cette quantité les Proteftans, & tout ce qui eft mort en religion & dans les hôpitaux, il en reftera 13345 pour la mortalité des paroiffes *(i)*. Sur cette quantité, Saint-Euftache a eu

(i) Nombre total des morts	20365.
Morts en religion & Proteftans	228.
Morts dans les hôpitaux	6792.
Morts des Paroiffes	13345.

1224 morts, & Sainte Marguerite 1097 *(k)*; de ſorte que la mortalité de ces paroiſſes eſt à la mortalité générale, comme un à onze, & comme un à douze. Nous la ſuppoſerons égale, pour l'une & l'autre de ces paroiſſes, & comme un à douze. Or nous avons établi que le nombre commun & journalier des malades de l'Hôtel-Dieu eſt de 2500, & que ce nombre, dans les mauvaiſes années, peut aller juſqu'à 4800. On pourroit donc croire que les hoſpices de ces deux paroiſſes recevroient, dans la raiſon d'un à douze, 200 malades dans les temps ordinaires, & 400 dans les temps de calamité. Il faudroit donc un local diſpoſé pour 400, puiſque, ſans égard aux temps, c'eſt le plus grand nombre des malades qui doit régler la capacité des hôpitaux. Un hoſpice de 400 malades eſt déjà un véritable hôpital. Mais ſi l'on conſidère que les paroiſſes de Saint Euſtache & de Sainte Marguerite renferment les fauxbourgs Montmartre & Saint-Antoine, peuplés de pauvres & où habitent en grande partie les claſſes ouvrières & indigentes, dont nous avons parlé; on verra que ces paroiſſes doivent envoyer à l'Hôtel-Dieu, relativement aux autres, un nombre bien plus grand de malades, que celui qui réſulteroit de leur étendue comparée. Ce n'eſt pas trop de doubler le nombre 400 que cette étendue nous a indiqué, & de les porter à 800; ſur-tout en obſervant que nous avons ſuppoſé les variations du nombre des malades, dans ces hoſpices, proportionnelles à celles de l'Hôtel-Dieu, tandis que les règles de la probabilité font connoître que ces variations y peuvent être beaucoup plus grandes. Il en réſulte que certaines paroiſſes des fauxbourgs auront beſoin de ſemblables hoſpices, placés dans cette circonférence où la misère habite; & ces hoſpices de 800 malades ſont préciſément les grands hôpitaux, dont nous croyons avoir montré la néceſſité. Nous penſons ſeulement que quatre hôpitaux ſuffiront, & qu'il convient de les porter de 8

(k) *Voyez* les états imprimés.

à 1200, pour embraſſer le nombre de 4800 malades, que paroît demander, dans les cas extrêmes, la population de Paris.

Diſpoſition intérieure de ces hôpitaux.

Nous croyons donc que l'Académie doit propoſer au Gouvernement de partager le nouvel hôpital, qui doit ſuffire à 4800 malades, en quatre hôpitaux de 1200 malades chacun, & qui pourront être placés aux quatre extrémités de la ville de Paris. Nous ſuppoſons que les bâtimens de ces hôpitaux ſeront compoſés d'un rez-de-chauſſée & de deux étages, avec caves voûtées & greniers. Nous deſirerions que les malades n'occupaſſent que le premier étage; mais comme une pareille diſpoſition produiroit un grand développement, & prendroit trop de terrein, nous propoſons de placer les Officiers au ſecond étage, les malades au premier & au rez-de-chauſſée. Le rez-de-chauſſée ſuffiſamment élevé au-deſſus du ſol, ſera particulièrement réſervé aux convaleſcens qui ſont à peu-près un tiers des malades. Il n'y aura donc jamais qu'un petit nombre de malades proprement dits, dans le rez-de-chauſſée; & cet arrangement facilitera aux convaleſcens la promenade & l'exercice de leurs premières forces en plein air.

Diſpoſition extérieure.

Quant à la diſpoſition générale des bâtimens, nous croyons que la forme circulaire, adoptée par M. Poyet, n'eſt pas la meilleure. La forme carrée a l'inconvénient que les ſalles rentrent les unes dans les autres, & que les croiſées des angles ſont trop voiſines; lorſqu'elles ſont ouvertes l'air infecté peut paſſer facilement d'une ſalle dans l'autre. La direction des ſalles en rayons eſt dans le même cas; les croiſées ſont trop voiſines en approchant du centre, & la forme circulaire des galeries où elles aboutiſſent, n'eſt pas la plus favorable au renouvellement de l'air vicié. D'ailleurs ces rayons dirigés à tous les points de la bouſſole ont tous des expoſitions différentes; or, parmi ces expoſitions il y en a une meilleure qui, dans un édifice conſtruit pour un hôpital, doit être la ſeule employée. Les ſalles aſſemblées en croix ont les mêmes inconvéniens que les formes carrées; ces ſalles s'enfilent & communiquent trop directement. On peut ſans doute en renouveler l'air au moyen d'un dôme placé au centre, qui ſert de ventilateur, comme l'a propoſé M. Petit en 1774, & rendre, comme lui, ce ventilateur plus actif par le feu; mais quelque utilité que puiſſe avoir le ventilateur, il vaut encore mieux n'en avoir pas beſoin. Nous croyons que la diſpoſition la plus ſalubre pour les hôpitaux ſeroit celle où chaque ſalle, ſi cela étoit poſſible, formeroit un hôpital particulier & iſolé; mais ce qui n'eſt pas praticable ſans une grande dépenſe quant aux ſalles, le devient quant aux bâtimens. Au lieu d'enfermer une cour par trois ou quatre corps-de-logis, on peut les développer, les iſoler, les eſpacer. Nous propoſons que ces bâtimens ſoient des parallèles, auxquelles on donnera la longueur qu'on voudra, & que nous ſuppoſons ici de 110 à 120 toiſes: ces parallèles ſeront ſéparées par des cours de la même longueur, & larges de 20 à 30 toiſes, qui formeront de vaſtes promenoirs. Nous devons dire que l'idée de cette forme d'hôpital appartient à M. Leroy, de cette Académie, qui l'a expoſée dans un Manuſcrit lû en 1777, non encore imprimé, & dont nous regrettons de n'avoir pas eu connoiſſance. Nous propoſons de diriger ces bâtimens de l'eſt à l'oueſt, afin que les croiſées donnant du nord au midi, le vent du nord puiſſe rafraîchir les ſalles pendant l'été, & fournir un moyen de ſécher les planchers quand on les a lavés; & que l'expoſition au midi, en offrant d'autres moyens de ſécher, procure aux malades un jour qui leur eſt toujours agréable, & une chaleur qui leur eſt ſouvent néceſſaire. L'excès de cette chaleur eſt rare dans nos climats, & il eſt par conſéquent d'autant plus facile d'y remédier.

Diſpoſition intérieure des ſalles.

Nous inſiſtons pour que les malades ſoient à jamais couchés ſeuls, conformément aux principes phyſiques que nous avons expoſés, & ſuivant ce qui a été décidé & arrêté par la bonté du Roi. Nous inſiſtons pour que les lits, chacun

chacun de trois pieds, soient séparés par des ruelles de même largeur, & qu'il n'y ait jamais que deux rangs de lits. Ces salles ayant 24 pieds de large, on aura dans le milieu un passage de 12 pieds. Nous conseillons de faire les couchettes en fer, & nous insistons sur la nécessité de garnir ces lits de matelas de laine & non de matelas de plume; de ne jamais vider les paillasses dans les salles, mais de les vider & d'en brûler la paille dans les cours, à une distance suffisante des bâtimens de l'hôpital.

Il sera convenable que les planchers des salles soient dallés en pierres, autant que cela sera possible. Les joints dégradés des carreaux forment nécessairement des creux où se logent toutes sortes de saletés & de matières fétides qui y fermentent; ces planchers ne peuvent jamais être bien lavés: il faut au moins qu'il y ait des dalles sous les lits, dans les ruelles, & que le reste de la salle soit carrelé en carreaux de grand échantillon. Mais nous croyons que, sans trop charger le plancher, on pourra le carreler en entier de dalles, pourvu qu'elles n'aient que deux pouces d'épaisseur. Alors, en inclinant ces dalles vers le milieu de la salle, on y ménagera une rigole pour l'écoulement de l'eau, & pour dissiper plus facilement l'humidité après le lavage du plancher *(l)*. Ces dalles seront simplement sciées; si elles étoient polies, elles seroient glissantes; & comme elles peuvent le devenir par l'usage, on en préviendra le danger en y repandant du sable.

Quant au plancher supérieur, nous n'avons pas proposé des voûtes qui exigeroient des murs trop forts & une dépense trop considérable; mais il faudra plafonner ce plancher, pour que les intervalles des solives n'offrent point à l'air infecté une retraite d'où il est difficile de le chasser. Les croisées monteront à la hauteur du plafond & s'ouvriront jusqu'à cette hauteur, afin que la couche supérieure de l'air, qui est toujours la plus infecte, ait une libre

(l) M. Tenon. Mém. Acad. des Sc. 1780, *page 440.*

issue. Les escaliers doivent être ouverts de manière que l'air du dehors circule librement dans toute leur hauteur. L'intérieur des salles sera échauffé l'hiver par les moyens ordinaires, c'est-à-dire, par des poêles.

La chapelle pourra être construite hors des bâtimens parallèles & à une distance convenable. Il n'est pas possible qu'elle soit à portée de toutes les salles de malades; elle est principalement destinée aux gens de service & aux malades convalescens: mais on pourra, comme à l'Hôtel-Dieu actuel, placer des autels, & avoir ainsi de petites chapelles particulières dans l'intérieur des salles.

On a toujours lieu de craindre le feu dans une maison où il y a beaucoup de monde, & où le service compliqué est très-actif; il convient donc de prendre d'avance des précautions pour en prévenir le danger. C'est une des raisons qui nous ont portés à conseiller de faire les couchettes en fer. Nous conseillons également d'employer le fer pour les chassis des croisées; de l'employer, au lieu de bois, par-tout où cela sera possible; d'imprégner d'une dissolution saline, telle que celle de l'alun, les bois qui entreront dans la construction; & d'avoir des issues par des escaliers suffisamment larges, tant au milieu qu'aux extrémités de chaque bâtiment.

Département des maladies contagieuses.

Cette disposition en bâtimens parallèles aura cela d'avantageux, qu'on pourra, selon le besoin, destiner un ou plusieurs corps de bâtimens aux maladies contagieuses. On prendra de préférence le bâtiment extérieur du côté du midi, parce qu'il sera sous le vent du nord, & que ce vent est celui qui balaye le mieux le mauvais air. Ce corps de bâtiment étant spécialement destiné aux maladies contagieuses, on pourra y établir des subdivisions & les classer. Le pavillon du milieu fera une séparation entre la salle de la droite & celle de la gauche; & cette séparation existant au rez-de-chaussée, comme au premier, le bâtiment aura quatre quartiers différens dont on pourra faire l'usage convenable, c'eſt-à-dire, celui qui ſera preſcrit par les Médecins.

Les latrines & leur poſition ſont un objet important dans la conſtruction d'un hôpital: il ſeroit bon qu'elles fuſſent iſolées & éloignées des bâtimens, afin que leurs émanations n'atteigniſſent pas les ſalles des malades; mais la commodité peut engager à les placer aux extrémités des parallèles. Nous n'entreprendrons point cette diſcuſſion; nous croyons que cet objet doit être médité & combiné avec l'Architecte, les plans à la main, pour ſe décider ſur le local & en mettre à profit tous les avantages. Mais il ſera eſſentiel, lorſque le voiſinage de la rivière le permettra, de pratiquer un égout ſouterrain où ſe rendront les vidanges des foſſes, les immondices, & qu'on lavera en y faiſant paſſer l'eau même de la rivière, comme M. Poyet l'a pratiqué dans ſon projet; ou du moins on nettoiera cet égout par des eaux retenues dans un baſſin, & qu'on y fera tomber & paſſer en grande maſſe, pluſieurs fois dans l'année.

Latrines & égout ſouterrain.

Il n'eſt pas néceſſaire que nous entrions ici dans les détails, ſoit de conſtruction, de diſtribution ou de police intérieure, que pourront exiger la ſalubrité, la propreté de l'hôpital, & la commodité des malades. Ces détails ſeront conſignés dans un ouvrage que l'un de nous, M. Tenon, nous a communiqué, & qu'il a deſſein de publier inceſſamment. Il y a recueilli le fruit de vingt années d'obſervations ſur les hôpitaux. Cet ouvrage ſera utile & à l'Architecte chargé de conſtruire un hôpital, & à l'Adminiſtrateur qui en réglera le ſervice. Il nous ſuffit d'avoir mis ſous les yeux de l'Académie le plan général de la conſtruction d'un hôpital. Nous croyons que, par la diſpoſition que nous avons indiquée, il aura toute la ſalubrité qu'un hôpital puiſſe avoir. Ce ne ſera plus un lieu d'effroi & de douleur; les malades béniront le nom du Roi; la mortalité y diminuera, & les hommes y ſeront conſervés.

Ces hôpitaux ſeront ſalubres.

L'Hôtel-Dieu est-il en état de fournir à la dépense de 4800 malades ?

On demandera peut-être si l'Hôtel-Dieu est assez riche pour subvenir à la dépense de 4800 malades. Il ne paroît pas qu'on en puisse douter, puisque les Lettres patentes du 22 avril 1781, parlent d'une possibilité de 4000 malades, & même de la possibilité d'un concours plus grand que le bien-être pourroit y amener. Mais il faut toujours considérer que 4800 est le nombre extrême, le nombre qui n'aura lieu que dans les cas rares & extraordinaires. On ne peut rien établir que sur le nombre moyen. Or ce nombre est de 2500, & il est aisé de voir si l'Hôtel-Dieu est en état de les entretenir. Nous avons dit que, dans l'hospice de Saint-Sulpice, les malades ne coûtent que dix-sept sous par jour, compris tous les frais de service. Si dans un grand hôpital de 2500 malades, les abus sont plus coûteux, il y a aussi plus de ressources pour l'économie; & en supposant que les malades y doivent coûter vingt sous, nous leur attribuerons une dépense plus que suffisante. Cette évaluation est conforme à celle des Lettres patentes du 22 avril 1781. Or, suivant l'état de recette & de dépense présenté au Roi en 1773, par M.rs les Administrateurs *(m)*, l'Hôtel-Dieu paroît avoir de revenu net 1022520# *(n)*, ce qui fait environ 2801# à dépenser par jour pour le soin des malades; & en supposant qu'ils coûtent vingt sous, cet hôpital peut en défrayer 2800, c'est-à-dire, beaucoup plus que le nombre moyen. Et il faut encore observer que si l'Hôtel-Dieu étoit rendu plus salubre, si la durée moyenne des malades n'y étoit que de vingt-trois jours, comme à la Charité ou à l'hospice de Saint-Sulpice, l'affluence pourroit sans doute être plus grande; mais l'Hôtel-Dieu, gardant une fois moins ses malades, pourroit en recevoir dans l'année une fois davantage.

(m) Récit de ce qui s'est passé, tendant à la construction d'un nouvel Hôtel-Dieu, *page 16, & suprà.*

(n) Suprà, page 73.

La construction des quatre hôpitaux que nous proposons, ne sera pas d'une dépense considérable, du moins relativement à l'utilité de son objet, si on exclut du projet de ces bâtimens toute magnificence extérieure, toute décoration de luxe, & si la dépense est faite avec intelligence & avec économie. L'hôpital est la maison du pauvre: la bonté du Roi peut y prodiguer les secours, les commodités au-dedans; mais il est décent qu'une simplicité noble annonce au-dehors la demeure de l'indigence. Au reste, la disposition des bâtimens que nous avons indiquée, a cela d'avantageux que, si cependant on vouloit que cet édifice, comme monument public, eût quelque décoration extérieure, il suffiroit d'orner une des faces d'un seul bâtiment, sur la longueur de 110 ou de 120 toises; & ces ornemens distribués avec goût, pour conserver le caractère du monument, ne seroient pas coûteux.

La construction de ces quatre hôpitaux ne sera pas une dépense considérable, si on supprime la décoration de luxe.

Nous croyons d'ailleurs qu'on pourroit épargner beaucoup sur ces constructions, en retranchant une partie des accessoires, qu'on a regardés jusqu'ici comme nécessaires. L'Hôtel-Dieu a sa boulangerie, sa boucherie, sa buanderie. Ce seroit infiniment multiplier les êtres & sans nécessité, que d'en établir également pour chacun des quatre hôpitaux. Il faudroit, si on vouloit absolument continuer ce service, placer toutes ces dépendances de l'Hôtel-Dieu dans une maison, telle que *Scipion*, où se fait le pain de l'hôpital général. Mais nous croyons que l'administration de l'Hôtel-Dieu auroit beaucoup à gagner sur sa dépense annuelle, en mettant à l'entreprise les fournitures de pain & de viande. L'administration, dans ces marchés, voit & sait ce qu'elle fait; les prix de la ville sont connus; on peut apprécier les rabais que permet une grande fourniture, & les marchés peuvent être faits, renouvelés, avec une économie satisfaisante. En ayant une boucherie & une boulangerie pour son compte, on ne peut épargner que le gain des fournisseurs; & ce profit doit disparoître facilement, au milieu des abus inévitables dans une grande

Il y a d'ailleurs plusieurs moyens d'économie. On peut retrancher la Boulangerie & la Boucherie.

administration. Mais cette économie n'est point de notre objet ; nous ne proposons de mettre ces fournitures à l'entreprise, que pour épargner & le terrein & les bâtimens que ces accessoires exigent ; & nous observons seulement que le bureau de l'Hôtel-Dieu pourroit ajouter une économie annuelle à cette économie de première construction.

On n'a besoin que d'une médiocre Buanderie.

Quant aux buanderies, on ne peut les supprimer & mettre le blanchissage du linge à l'entreprise, qu'avec quelques restrictions. Le linge qui a servi aux malades attaqués de maladies contagieuses, ne doit point sortir, tel qu'il est, de l'hôpital, suivant le principe de police que toute communication, soit du dehors au-dedans, soit du dedans au-dehors, doit être interceptée. Il faut donc qu'il y ait une buanderie attachée à l'hôpital, mais seulement pour les maladies contagieuses; & le reste du linge pouvant être donné à l'entreprise, il s'ensuit que la buanderie de l'hôpital peut être plus petite, occupera moins de terrein, & aura moins de bâtimens; ce qui est une économie de construction. Cette buanderie particulière pourra même être bornée à un lavage préparatoire, à une première opération, qu'on appelle *échangeage*. Le linge ainsi lavé est déjà purifié, & il peut être transporté sans risque chez les entrepreneurs pour la buanderie. Il sera cependant encore de la prudence d'employer deux précautions : l'une de transporter ce linge dans des caissons fermés ; l'autre d'exiger des entrepreneurs de faire une lessive à part pour le linge des maladies contagieuses, qui, à cet effet, sera marqué & distingué. Il seroit d'autant plus avantageux de donner le blanchissage du linge à l'entreprise, que les entrepreneurs se placeroient nécessairement au bord de la rivière, & qu'on pourroit les obliger à s'établir au-dessous de Paris, afin que les eaux de la Seine, destinées à abreuver les habitans, ne coulent point chargées des saletés que renferme ce linge.

Mais la plus grande économie qu'on pourroit faire, ſeroit ſur les hôpitaux mêmes à conſtruire. Nous propoſons d'en établir & d'en conſtruire quatre, & ces conſtructions nouvelles ſeroient ſans doute les plus avantageuſes, parce qu'on pourroit choiſir le local, l'expoſition, les convenances pour les mieux placer ; mais s'il étoit poſſible de trouver des hôpitaux déjà conſtruits, ce ſeroit une économie & d'argent & de temps. Or, nous voyons que l'Hôtel-Dieu actuel a deux maiſons dans ſa dépendance, l'hôpital Saint-Louis & l'hôpital Sainte-Anne ou de la Santé, l'un au nord de Paris, entre les faubourgs du Temple & Saint-Laurent, l'autre au midi près l'Obſervatoire. Ces maiſons ont deux des quatre poſitions que nous avons demandées. L'hôpital Saint-Louis eſt un ſuperbe bâtiment que nous devons à Henri IV. M. Duhamel le cite comme digne de ſervir de modèle en ce genre *(o)*. Les corps-de-logis ne ſuivent point la diſpoſition que nous avons préférée ; ils forment un carré. Cependant cette maiſon renferme de vaſtes bâtimens, qui ſont tout diſpoſés pour des malades ; elle eſt ſur un terrein élevé & en bon air ; & ces conſidérations, jointes à celle de l'économie, ſemblent permettre de la choiſir pour un des quatre hôpitaux propoſés. On y compte huit ſalles, quatre au rez-de-chauſſée & quatre au premier étage, chacune de 72 toiſes de long : mais les ſalles du rez-de-chauſſée ſont baſſes & humides ; on ne peut employer que celles du premier étage, qui offrent un développement de 288 toiſes, & où l'on peut placer 576 lits, en les rangeant ſur deux files ; ſans compter les logemens particuliers des malades que renferment les pavillons aux quatre angles de la cour. Cette maiſon peut donc offrir plus de 600 lits. Il y a aſſez de logement pour les gens de ſervice ; il ne s'agit que d'élever les bâtimens parallèles propres à loger 600 autres malades. Et ſi on choiſit cette maiſon pour y établir un des quatre hôpitaux

On peut trouver des hôpitaux déjà conſtruits, tels que Saint-Louis & Sainte-Anne.

(o) Moyens de conſerver la ſanté aux Équipages des Vaiſſeaux, *page 227.*

de 1200 malades, on aura une économie de plus de la moitié de la dépense.

Changement facile à faire a l'hôpital Saint-Louis.

Les salles du premier étage, destinées à des maladies contagieuses, seroient sans doute trop élevées pour les maladies ordinaires; mais si ces salles ont 24 pieds, il sera aisé d'y pratiquer un entresol de 7 à 8 pieds, qui en réduira suffisamment la hauteur. Et si cet hôpital a été bâti pour des maladies contagieuses, rien n'empêche qu'on ne le réserve plus particulièrement à ces maladies; & que, lorsqu'il faudra les séparer entr'elles, on n'emploie dans les pavillons des angles les précautions nécessaires pour fermer toute communication.

L'hôpital Sainte-Anne n'est pas assez grand, mais on peut l'augmenter.

L'hôpital Sainte-Anne ne forme pas une maison si considérable. Il contient six salles, trois au rez-de-chaussée & trois au premier étage, donnant ensemble 190 toises de développement. Il sembleroit donc qu'on pourroit y placer 380 lits, si les bâtimens étoient en bon état. On assure qu'ils sont étayés & qu'on ne peut en faire aucun usage; mais le sol subsiste. Ce sol a une étendue de 15 arpens; & c'est toujours une grande économie que celle de l'achat du terrein nécessaire à un hôpital de 1200 malades.

Il y auroit pour un troisième hôpital un terrein & quelques bâtimens tout prêts au couvent des Célestins.

Nous voyons encore la possibilité de placer un troisième hôpital dans un lieu où le Gouvernement aura des moyens d'économie, tout au moins sur l'acquisition du terrein; c'est dans le couvent des Célestins. Leur maison est près de la rivière; une pompe peut y fournir autant d'eau qu'on voudra. Nous savons qu'on y a construit un égout pour conduire les immondices à la rivière. Le couvent & le jardin nous ont paru occuper une superficie de plus de 8000 toises. Il est vraisemblable que quelques-uns des bâtimens existans, dont plusieurs sont presque neufs, & qui composoient le couvent, pourroient servir à établir des salles de malades. Les étages sont peut-être un peu bas, mais sans doute qu'il seroit possible, en conservant les gros murs, de changer la disposition intérieure; il y

auroit

auroit donc économie de l'achat du terrein, mais aussi économie de bâtiment.

Nous ne pensons pas qu'on doive placer le quatrième hôpital à l'île des Cygnes, parce qu'on seroit obligé de faire des quais, des revêtemens. Ces frais extraordinaires montent, dans le devis de M. Poyet, à plus de 1400000 livres. Il en résulteroit une augmentation considérable sur la dépense de construction de l'hôpital. Ces frais pouvoient paroître moindres dans le vaste projet de M. Poyet, mais ils paroissent d'autant plus grands qu'on restreint plus l'étendue de ce projet. Nous croyons qu'il vaudroit mieux porter cet hôpital un peu plus loin au-delà de l'École militaire, vis-à-vis les premières maisons de Passy. La distance de Paris n'est pas beaucoup plus grande; le terrein n'y seroit pas cher, & on pourroit s'y passer de ces quais nécessaires à l'embellissement de Paris; mais qui, pour un hôpital, sont un objet de luxe & de dépense.

Le quatrième hôpital pourroit être placé près de l'École militaire.

Si l'on jugeoit qu'il valût mieux laisser l'hôpital Saint-Louis tel qu'il est, & le borner à recevoir 600 malades, ou si les travaux qu'on feroit dans les deux hôpitaux ne suffisoient pas pour y placer 2400 malades, on pourroit, comme supplément, & pour compléter ce qui manqueroit à ce nombre, établir un cinquième hôpital placé au bas de Montmartre, qui répondroit particulièrement aux besoins de la paroisse Saint-Eustache, chargée de pauvres; & qui d'ailleurs étant intermédiaire entre l'hôpital de Saint-Louis & celui qui seroit situé à l'ouest de Paris, partageroit la distance trop grande de ces deux hôpitaux.

On pourra objecter, contre ce plan d'économie, que les deux maisons de Saint-Louis & de Sainte-Anne ne doivent servir que dans les temps d'épidémie contagieuse. On pense qu'il est nécessaire d'avoir des hôpitaux de réserve, & tout prêts à ouvrir dans ces temps de calamité générale. On cite, pour établir cette nécessité, une contagion arrivée en 1348, pendant laquelle il périssoit 500 personnes par

Objections contre ce plan. Saint-Louis & Sainte-Anne ont été réservés pour les épidémies.

jour à l'Hôtel-Dieu; une disette de grains qui, en 1361, obligea les pauvres des villages voisins à refluer à l'Hôtel-Dieu. On cite les fièvres de prison, & la peste dont les prisonniers de la conciergerie furent attaqués en 1548. On cite sept autres contagions depuis 1481 jusqu'en 1580. Des baraques furent élevées au milieu de la plaine de Grenelle; on y construisit depuis un hôpital qui servit, lors de la famine & de la peste de 1587; 2000 malades y furent envoyés. Les hôpitaux de Saint-Louis & de Sainte-Anne furent fondés en 1607, pour ces temps de contagion; on les ouvrit, pour la première fois, au moment des contagions de 1619 & 1631. Il y en eut d'autres en 1638, 1662, 1668; une disette de grains en 1693. Nous ignorons si ces hôpitaux furent alors ouverts; mais ils le furent dans une nouvelle disette de grains qui survint en 1699.

Les épidémies sont si rares, qu'on peut croire que les causes ne subsistent plus.

Rien n'est plus sage sans doute que d'avoir des secours de réserve pour des calamités extraordinaires & subites, quand on est dans le cas de les craindre. Les exemples cités prouvent que, dans les siècles où ils sont arrivés, la contagion avoit réellement lieu, & avec des retours assez fréquens. Mais on peut remarquer que tous ces exemples finissent à l'année 1699, & la raison en est simple : la lumière des Sciences qui a commencé à briller, particulièrement au milieu du dernier siècle, a donné lieu, sinon de connoître la nature de ces fléaux, du moins d'indiquer les moyens d'en prévenir la contagion. Un Gouvernement plus éclairé, une Police plus vigilante, les a sur-tout écartés de Paris; la peste n'y arrive plus, au moyen des précautions prises aux frontières; dans le temps même où elle infecta Marseille, elle ne s'étendit pas, parce qu'on coupa toutes les communications de cette ville avec les lieux circonvoisins. La cause des épidémies proprement dites semble détruite depuis que Paris est pavé, que les rues sont élargies, & que la propreté y est mieux entretenue. Paris est certainement devenu plus sain; & une preuve sans replique, c'est qu'il n'y a point eu d'épidémie dans ce siècle déjà si avancé. Il ne faut donc pas se priver d'un secours tous les jours nécessaire, pour des cas qui deviennent de plus en plus rares, & qui n'arriveront peut-être plus. C'est dans cet esprit que les Lettres patentes données en 1773 par le feu Roi, ordonnent que l'Hôtel-Dieu sera transféré dans les hôpitaux de Saint-Louis & de Sainte-Anne, sans avoir égard à leur ancienne destination pour les temps d'épidémie. Cette disposition du feu Roi, quoiqu'elle n'ait pas eu son effet, a été déterminée par les vues d'économie que nous proposons.

C'est pour suffire aux saisons les plus fâcheuses, qu'on a demandé 4800 lits. Les hôpitaux en recevroient encore 2400, dans un besoin extraordinaire.

D'ailleurs, pour rassurer pleinement sur les dangers & sur l'embarras de ces épidémies, nous ferons observer que l'Hôtel-Dieu, tout resserré qu'il est aujourd'hui, n'a pas toujours été aussi étendu. Toutes les fois que le nombre des malades étoit sensiblement augmenté, ce surcroît pouvoit paroître une épidémie. Nous avons eu une disette de grains en 1740; alors, comme en 1741, en 1752, le nombre des malades presque doublé a été jusqu'à 4000, & on ne compte point d'épidémie dans ces années, & l'Hôtel-Dieu n'a point demandé de secours extraordinaires; les malades y ont été sans doute entassés, mais ils y ont été tous reçus; mais Saint-Louis & Sainte-Anne n'ont point été ouverts. C'est pour régler l'Hôtel-Dieu sur ces temps extraordinaires, que nous avons pensé qu'il devoit contenir 4000 lits; & c'est en faisant attention que les malades y viendroient peut-être plus volontiers, en plus grand nombre, lorsqu'ils y seroient couchés seuls, lorsqu'ils y seroient mieux, que nous avons cru devoir porter le nombre des lits à 4800. Avec ces secours, on n'a rien à craindre dans des événemens semblables à ceux de ce siècle. Nous observerons que des hôpitaux qui ont de si grands moyens, ont aussi de grandes ressources dans des besoins imprévus; & pour tranquilliser ceux qui se figureroient que les maux arrivés peuvent arriver encore, quoique les causes ne subsistent sans doute plus, nous dirons que l'on peut placer des lits sur leur longueur, dans le paſſage du milieu de chaque ſalle. Ce paſſage aura 12 pieds, le lit en prendra trois, il reſtera donc des deux côtés quatre pieds & demi pour paſſer. C'eſt bien peu ſans doute; mais c'eſt aſſez pour un cas très-rare, pour un temps qui ſera court, & où une calamité extraordinaire permet d'employer un remède extraordinaire. Cette addition de lits ſuffiroit à 2400 malades, & les quatre hôpitaux en recevroient 7200.

Les deux hôpitaux placés près de l'Arſenal & de l'École militaire, auroient de l'eau. On pourroit en fournir aux deux autres, au moyen des rivières qu'on projette d'amener à Paris.

Les deux hôpitaux placés vers l'Arſenal & vers l'École militaire, dans le voiſinage de la rivière, auroient de l'eau abondamment. Il ſeroit aiſé de les en fournir, au moyen d'une pompe conſtruite ſur le bord même de la rivière, ou placée dans un puits creuſé à cet effet; mais il n'en ſeroit pas de même des hôpitaux de Saint-Louis & de Sainte-Anne. Saint-Louis eſt fourni par les eaux qui deſcendent de Belleville; on dit qu'il eſt des temps où il manque d'eau. L'hôpital Sainte-Anne, quoique fourni par les ſources d'Arcueil, peut en manquer auſſi quelquefois, ou du moins n'en avoir pas une quantité ſuffiſante pour les beſoins d'un hôpital de 1200 malades. Cette conſidération mérite toute l'attention du Gouvernement; car ſi la ſalubrité dépend en grande partie de la propreté, c'eſt l'eau qui maintient & conſerve la propreté dans un hôpital. Il eſt aiſé de fournir celle qui pourroit manquer à l'hôpital Saint-Louis ou à l'hôpital Sainte-Anne, ſoit par des puits ſemblables à celui de Bicêtre, ſoit par le moyen des pompes à feu. On a propoſé au Gouvernement différens projets qui ont été approuvés par l'Académie, & dont l'exécution, ſi elle a lieu, favoriſeroit l'établiſſement des deux hôpitaux dont il eſt queſtion ici. Dans le cas où la rivière d'Yvette ſeroit amenée à Paris, ſa première utilité ſeroit de fournir de l'eau à l'hôpital Sainte-Anne; & ſi la Beuvronne eſt amenée au nord de Paris, dans un baſſin creuſé exprès au-deſſous de Belleville, & préciſément vis-à-vis Saint-Louis, il ſera facile d'en tirer un filet d'eau qui ſera conduit à cet hôpital. C'eſt au Gouvernement à juger jusqu'à quel point doivent concourir ensemble ces différens projets, destinés à immortaliser un règne.

Mais nous croyons qu'en établissant ces hôpitaux, il seroit encore convenable de laisser un dépôt de malades dans le lieu où est l'Hôtel-Dieu ; & lorsque l'on auroit pris sur l'emplacement actuel le terrein nécessaire à la construction des quais qui doivent embellir la ville, découvrir en entier les bords de la rivière, & faciliter la circulation de l'air, l'Hôtel-Dieu réduit aux bâtimens qu'il a dans la Cité, offriroit un asyle au centre de Paris, à des blessés, à des malades qui ont besoin de secours prompts. Ces malades, toujours en petit nombre, pourroient être à l'aise dans un emplacement borné. On en éloigneroit tout ce qui met en danger du feu ; & en y facilitant le renouvellement de l'air, on rendroit ce dépôt utile & salubre pour les pauvres, sans qu'il pût nuire aux habitans de Paris.

Il seroit bon de conserver un dépôt à l'Hôtel-Dieu.

Nous finissons en résumant les conclusions portées dans ce Rapport, & nous disons que l'Hôtel-Dieu, placé où il est aujourd'hui, n'est pas suffisant pour le nombre de malades que la population de Paris & les années calamiteuses peuvent obliger d'y placer : que cet hôpital est le plus incommode & le plus insalubre de tous les hôpitaux ; ce qui est prouvé, tant par les raisons physiques que nous avons exposées, que par la quantité de malades qui y périssent annuellement. Nous disons que le nouvel Hôtel-Dieu dont M. Poyet a donné le projet, a une grande supériorité sur l'Hôtel-Dieu actuel ; mais nous croyons que cet hôpital est trop vaste & a l'inconvénient de rassembler trop de malades dans le même lieu. Enfin nous proposons de diviser ce projet trop vaste, & de construire quatre hôpitaux, chacun pour 1200 malades, les bâtimens étant disposés en longues galeries parallèles. Et dans le cas où l'on voudroit réduire la dépense & chercher des moyens d'économie, nous croyons que l'hôpital Saint-Louis & l'hôpital Sainte-Anne pourroient

Conclusions générales de tout le Rapport.

être pris pour former deux de ces hôpitaux, & que les deux autres ſeroient bien placés, l'un ſur le terrein des Céleſtins, & l'autre près de l'École militaire.

Nous devons dire à l'Académie, & nous tenons de M. le Baron de Breteüil lui-même, cette circonſtance intéreſſante, que ſi le Roi n'a encore rien ſtatué à cet égard, il a peſé dans ſon cœur les intérêts de l'indigence ſouffrante. Il a ſenti qu'un grand hôpital eſt une grande calamité, & la bonté ſouveraine a eu la penſée d'y ſubſtituer pluſieurs hôpitaux. Il faut que le pauvre le ſache, le pauvre ne l'oubliera pas. Il faut ſur-tout qu'il ſe ſouvienne, lorſqu'il ſera couché ſeul dans ces hôpitaux, qu'il le doit autant à la ſenſibilité de l'homme, qu'à la bienfaiſance du Monarque.

FAIT à l'Académie ce deux décembre mil ſept cent quatre-vingt-ſix. *Signé* LASSONE, D'AUBENTON, TENON, BAILLY, LAVOISIER, LA PLACE, COULOMB, D'ARCET.

Je certifie le préſent Extrait conforme à ſon original & au jugement de l'Académie. Ce neuf décembre mil ſept cent quatre-vingt-ſix.

Signé LE M.is DE CONDORCET, Secrétaire perpétuel.

RAPPORT

Fait à l'Académie des Sciences, par M.rs l'abbé BOSSUT, l'abbé ROCHON, DE FOURCROY, & le Marquis DE CONDORCET, sur la Navigation intérieure de la Bretagne.

JOINDRE la Vilaine à la Rance, pour établir une communication entre les deux côtes opposées de la Bretagne, par un canal qui la traverseroit dans sa plus grande largeur de Saint-Malo à Rhedon; rendre ensuite navigable la rivière de Château-lin & l'Hières jusqu'au-dessus de Carhaix; joindre l'Hières au Blavet, pour établir une communication entre l'Orient & Brest; joindre encore le Blavet à l'Ouest qui tombe dans la Vilaine au-dessous de Rhedon; former ensuite un canal de la Loire à la Vilaine, & par ce moyen, établir une navigation qui traverse la Bretagne, dans toute sa longueur, & qui ouvre une communication entre les provinces de l'intérieur du royaume & Brest, l'Orient, Saint-Malo.

Tel est le système général de navigation, sur lequel les États de Bretagne ont fait à l'Académie l'honneur de lui demander son avis.

Avant de mettre sous ses yeux les réflexions que les Mémoires qui nous ont été remis, & nos propres observations, nous ont mis à portée de faire, nous croyons devoir lui exposer quelques principes généraux qui nous ont servi de guides.

La possibilité de quelques-unes des communications proposées, est un des points sur lesquels on a demandé l'avis de l'Académie; mais il eſt clair qu'on ne peut entendre une poſſibilité purement phyſique; il eſt toujours poſſible d'établir, à plus ou moins de frais, une communication entre deux points donnés, qui puiſſe ſervir pour une navigation plus ou moins active, plus ou moins utile; c'eſt uniquement de l'impoſſibilité des moyens particuliers, propoſés pour l'établir, qu'il peut être queſtion; & c'eſt en comparant enſuite les avantages que peut procurer un canal, avec la dépenſe qu'il doit coûter, que l'on peut prononcer s'il eſt utile ou non de le conſtruire.

On peut regarder un canal comme utile à une province, toutes les fois que l'augmentation du revenu territorial qu'il produit, excède les intérêts des ſommes que ſa conſtruction a coûtées, & la dépenſe de l'entretien: ſi cet avantage n'a lieu que pour la totalité de l'État, & non pour la Province iſolée, alors le canal eſt utile à l'État, & ne l'eſt réellement pour la province particulière, qu'autant que les autres provinces contribueroient à une partie de la dépenſe.

S'il ne paſſoit par un canal, préciſément que la même quantité de denrées qu'on tranſporte par terre, il ſeroit facile d'évaluer avec aſſez de préciſion la dépenſe qu'il doit épargner, & qui alors égaleroit les avantages qu'il procure; mais il a un autre effet, celui de donner au Commerce plus d'étendue & d'activité, & cet effet ne peut guère s'évaluer avec préciſion: cependant, toutes les fois qu'il ne s'agit pas de ces grandes communications, qui peuvent créer de nouvelles branches de Commerce, on peut, d'après l'étendue, la fertilité, la population, la nature des productions du pays que traverſe un canal, fixer avec aſſez de probabilité les limites plus ou moins exactes de l'utilité qu'on en peut attendre.

Nous allons maintenant expoſer & diſcuter les différentes parties du Projet général pour la navigation intérieure de la Bretagne.

ARTICLE

ARTICLE PREMIER.

Communication entre Saint-Malo & l'embouchure de la Vilaine.

CETTE communication a deux parties; la première, de Rennes à l'embouchure de la Vilaine par Rhedon; la seconde, de Rennes à Saint-Malo par Dinant.

De l'embouchure de la Vilaine à Rhedon, de gros bâtimens marchands, remontent à la marée haute, & la navigation de Rennes à Rhedon, faite sous le règne de François I.er, n'a besoin que d'être perfectionnée.

Mais celle de Rennes à Saint-Malo, exige deux choses; l'une, qu'on joigne la Vilaine à la Rance; l'autre, qu'on rende la Rance navigable depuis cette jonction jusqu'à Saint-Malo. On a proposé deux projets pour joindre la Rance à la Vilaine; l'un, en suivant la rivière d'Isle, l'autre, en suivant le Meun. Les plans & les devis des deux projets paroissent avoir été faits avec soin; le premier par M. Liard, le second par M. Bremontier, tous deux Ingénieurs des ponts & chaussées. La communication par la rivière d'Isle nous a paru avoir trois avantages; le premier, de passer par Rennes, capitale de la province; le second, d'être moins cher d'environ un quart de la dépense totale, en nous en rapportant aux devis, qui méritent tous deux une confiance égale; le troisième enfin, d'être disposé d'une manière plus commode pour s'unir à la navigation de la haute Vilaine & à celle du canal qui joindroit la Loire avec la Vilaine en remontant la Mayenne. Ce dernier avantage ne devroit pas être négligé, quand même on renonceroit, pour le moment présent, au projet de jonction entre la Mayenne & la Vilaine.

Il faut observer, relativement au premier avantage, que le canal ne peut jamais servir à un commerce éloigné, assez considérable, pour que la consommation des denrées que la ville de Rennes tirera, soit de Saint-Malo, soit des campagnes ſituées ſur le bord du canal, puiſſe ceſſer d'être regardée comme un des premiers objets d'utilité qu'on doive attendre de ce travail. À la vérité, en ſuivant le ſecond projet, on a un embranchement qui conduit à Rennes, mais tant que cet embranchement s'y arrêteroit, c'eſt-à-dire, tant que la jonction de la Mayenne à la Vilaine ne ſeroit pas achevée, l'avantage ne ſeroit le même, ni pour cette capitale, ni pour les campagnes ſituées ſur les bords du canal : ſi donc on n'exécute pas cette jonction, la communication par l'Iſle mérite d'être préférée, puiſqu'elle eſt alors la moins chère & la plus avantageuſe, & qu'elle paſſe par la ville de Rennes; ſi au contraire, on exécute la jonction de la Vilaine à la Mayenne, la diſpoſition de tout le ſyſtème de navigation devient plus ſimple en formant la communication par la rivière d'Iſle, & ce projet mérite encore la préférence.

En examinant enſuite le projet de M. Liard, dans tous ſes détails, nous avons trouvé qu'il avoit adopté en général pour principe, de ſe ſervir très-peu de l'ancien cours de la rivière, de ſoutenir ſon canal dans la partie ſupérieure du vallon, de chercher à conſerver le plus de moulins qu'il eſt poſſible.

Nous croyons au contraire, qu'il vaut mieux préférer l'ancien lit, lorſqu'il n'oblige point à de trop grands détours, qu'il ne forme pas des coudes qui puiſſent gêner la navigation; nous penſons qu'il eſt plus avantageux de placer le canal au fond de la vallée, en empêchant, par des contre-foſſés, les eaux de pluies d'y tomber & de le dégrader, parce qu'autrement, il eſt à craindre que les infiltrations ne faſſent perdre une partie des eaux du canal, n'inondent & ne gâtent les prairies inférieures, ce qui fait une perte réelle, & nuit à la ſalubrité de l'air : s'il y a une très-grande quantité d'eau dans le canal, l'inondation qui en réſulte, fait un très-grand mal aux prairies & à la ſanté des habitans; s'il y en a peu au contraire (& c'eſt ce qui arriveroit dans une grande partie de la communication de l'Iſle) la navigation ſera ſouvent interceptée, & l'on ne peut remédier à l'un ou à l'autre de ces inconvéniens, & ſur-tout au dernier, que par des travaux très-coûteux.

Nous n'ignorons pas que les principes qui viennent d'être expoſés, ſont contraires à ce qui a été pratiqué ou conſeillé par des hommes très-éclairés, mais nous croyons qu'ils ont cédé trop aiſément à des vues de facilité dans l'exécution, peut-être d'économie dans la dépenſe; économie qui n'auroit lieu cependant qu'en faiſant abſtraction des pertes réelles cauſées par les inondations.

Nous croyons enfin, qu'il vaudroit mieux que la province acquît la totalité des moulins auxquels elle pourroit donner alors la diſpoſition la plus utile pour les beſoins des campagnes, & la moins gênante pour la navigation; elle éviteroit par-là les diſcuſſions qui s'élèveroient entr'elle & les poſſeſſeurs des moulins; diſcuſſions où il ſeroit à craindre que l'avantage commun ne fût ſouvent ſacrifié. D'ailleurs, il y auroit beaucoup de circonſtances où les propriétaires des moulins ſe croiroient en droit d'exiger des dédommagemens; & ſi l'on calcule la valeur de ces dédommagemens, en y ajoutant les dépenſes que la province ſeroit obligée de faire, pour examiner la validité des demandes, & les faux-frais qui en réſulteroient pour les particuliers, on ne la trouveroit pas fort au-deſſous de la valeur réelle des moulins, qui ne rapportent, dans cette partie de la Bretagne, qu'un très-modique revenu.

Nous obſerverons enfin, que l'on perdroit une grande partie des avantages de la communication projetée, ſi l'on n'ajoutoit au projet de M. Liard, la conſtruction d'une écluſe placée au-deſſous de Dinant, à l'endroit où il eſt poſſible de remonter de Saint-Malo, tous les jours, dans le temps de la haute mer; autrement la navigation ſeroit bornée aux jours des grandes marées, c'eſt-à-dire, à environ ſix jours par mois, ce qui la rendroit incommode & diſpendieuſe, à cauſe des ſéjours forcés, & nuiroit à l'activité du commerce. On choiſiroit, pour placer cette écluse, le lieu où la rivière a le moins de largeur, & où la construction entraîneroit le moins de dépense: M. Abeille, dans le projet qu'il a présenté le premier pour cette communication, a proposé de placer l'écluse au Châtelier.

La communication entre Rennes & Saint-Malo, nous paroît pouvoir être utile: on pourra se procurer au point de partage une quantité d'eau suffisante, sans recourir à des constructions dispendieuses; toute la partie de la Bretagne, située entre Rennes & Saint-Malo, trouvera dans la consommation de ces deux villes, un débouché pour ses denrées, un encouragement pour la culture. La ville de Rennes trouvera des avantages réels dans une communication facile avec celle de Saint-Malo, qui, par conséquent, en retirera aussi quelqu'avantage: le pays situé entre Rennes & l'embouchure de la Vilaine, profitera également de ces travaux, dont l'utilité deviendra encore plus sensible en temps de guerre, sur-tout pour la ville de Saint-Malo, qui n'aboutit à aucune rivière navigable, & où, par conséquent, le commerce est alors exposé à de doubles risques.

Mais nous pensons en même temps, qu'il faudroit faire un nouveau plan & un nouveau devis de ce travail, en se conformant aux principes que nous avons exposés, & que nous croyons devoir être adoptés en général dans presque toutes les constructions de canaux, & en comprenant dans le devis, la construction de l'écluse qu'il faut placer sur la Rance, vers l'endroit où elle cesse d'être navigable tous les jours, dans le temps de la haute-mer.

ARTICLE II.

Communication de Brest à l'Orient.

POUR former cette communication, il faut d'abord rendre la rivière d'Aulne navigable, de Château-lin jusqu'au confluent de cette rivière & de celle d'Hières, remonter l'Hières jusqu'à la hauteur de Carhaix, former entre cette rivière & le Blavet une communication, en plaçant un point de partage dans des landes très-élevées du côté de Rosternen, & rendre ensuite la rivière de Blavet navigable, depuis Gouarec jusqu'à Hennebond.

D'après les plans & les nivellemens qui nous ont été présentés, il paroît que le seul des points de partage proposés, qui puisse mériter quelqu'attention, est celui qui traverseroit la lande de Plévan, au-dessus des étangs de Glomel, & duquel on descendroit dans la rivière d'Hières, par le ruisseau de Kergoët; & dans celle de Blavet, par la rivière de Doré.

Mais il seroit difficile de rassembler à ce point une quantité d'eau suffisante, sans baisser de plus de quatre-vingts pieds le seuil actuel de cette lande: c'est le seul moyen de se trouver au niveau du point, où, dans cette partie, les eaux commencent à être un peu abondantes, & c'est pour ce niveau qu'il faudroit faire une jauge nouvelle des eaux que l'on pourroit y conduire & conserver dans des réservoirs, dont les étangs déjà existans pourroient former une partie.

Il y auroit, selon les nivellemens qui nous ont été envoyés, environ trois cents quarante pieds pour descendre de ce point de partage dans l'Hières, & cent cinquante pour descendre dans le Blavet, ce qui obligeroit à construire plus de soixante écluses, chacune de huit pieds de chute.

De plus, la lande dont il faudroit baisser le seuil de quatre-vingts pieds, est parsemée à sa surface d'assez gros rochers de quartz, qui donnent lieu de craindre que cette coupure ne devînt très-dispendieuse.

On voit donc, qu'indépendamment de ce qu'il en coûteroit pour rendre le Blavet navigable jusqu'à Gouarec, où cette rivière reçoit celle de Doré, ce projet exigeroit des dépenses énormes, dont l'utilité qu'en retireroit la province de Bretagne, ne pourroit jamais la dédommager.

ARTICLE III.

De la communication entre le Blavet & la Vilaine, par la rivière d'Oust.

D'APRÈS les plans, les nivellemens & les jauges qui nous ont été envoyés pour cette communication, il paroît que l'on peut réunir environ huit cents pouces d'eau à celui des trois points de partage indiqués, qu'on voudra choisir; ces huit cents pouces d'eau qui, par l'évaporation & les infiltrations, se réduisent à peu-près à seize cents toises cubes par jour, formeroient une navigation suffisante pour la quantité des bateaux qui pourroient vouloir suivre cette route, puisque cette communication n'est réellement qu'un supplément au transport par mer.

Mais nous ne croyons pas que l'on doive compter sur l'exactitude des jauges qui nous ont été présentées. L'inspection du pays montre que la quantité d'eau des ruisseaux & des rivières, y varie beaucoup, n'est pas considérable en été, quoiqu'elle puisse être abondante en hiver.

Nous avons trouvé, par exemple, très-peu d'eau au moulin de Saint-Caradec, qui étoit alors en chômage, quoique les jauges qui nous ont été envoyées, portent à plus de quatre mille pouces, la quantité d'eau que cette rivière fournit à ce même endroit; & que, soit la construction de ce moulin, soit le prix du fermage, annoncent qu'elle doit souvent être assez considérable.

Il auroit donc fallu que ces jauges eussent été faites dans plusieurs saisons de l'année, & à peu-près aux mêmes époques, pour les différens ruisseaux dont les eaux doivent être amenées au point de partage; qu'en même-temps on eût soin, si l'on prend la méthode des sections, de faire les opérations dans le temps où les moulins placés sur les différens ruisseaux, soit au-dessus, soit au-dessous de l'endroit où l'on fait la jauge, sont en activité; d'examiner si la hauteur de l'eau n'a pas changé pendant l'opération;

enfin, soit que l'on prenne cette méthode, soit qu'on préfère celle où l'on évalue la quantité d'eau par la dépense des moulins, de s'assurer du temps qu'ils peuvent tourner, de celui pendant lequel ils sont en chômage.

Il y a tout lieu de croire qu'il résulteroit de ces opérations faites avec exactitude, l'impossibilité d'avoir pendant toute l'année, une quantité d'eau suffisante pour alimenter le point de partage, sans la construction de grands réservoirs destinés à conserver les eaux de l'hiver. Les travaux considérables qui seroient nécessaires pour établir le point de partage, auxquels il faudroit encore ajouter la construction des réservoirs, nous paroissent exiger une trop grande dépense, relativement à l'utilité dont cette navigation peut être susceptible; ainsi nous croyons qu'on ne doit pas conseiller de l'entreprendre.

Il existe un autre intérêt que nous ne devons point passer sous silence. Le plus grand avantage de cette communication, comme de celle qui joindroit le Blavet & la rivière de Château-lin, seroit d'ouvrir, par la Loire, une communication par l'intérieur du royaume, entre Brest, la Méditerranée, la Flandre, & une très-grande partie de nos provinces. Mais si le Gouvernement le regardoit comme vraiment important en temps de guerre, relativement à la Marine, & qu'il voulût l'effectuer, alors la dépense de cette communication ne pourroit regarder une province qui n'en tireroit presque aucun avantage particulier.

ARTICLE IV.

Communication de la Loire avec la Vilaine, par Nantes.

D'APRÈS la délibération des États de Bretagne, envoyée à l'Académie, on a proposé deux moyens pour joindre, dans cette partie, la Loire à la Vilaine, mais nous n'avons reçu aucun plan détaillé, aucune jauge, aucun devis de ces projets.

Dans le premier projet, le point de partage seroit dans l'étendue des marais de l'Edre; on descendroit vers Nantes par cette rivière, & vers Rhedon, en suivant le cours de l'Isac.

Si les eaux des marais de l'Edre, ne suffisent pas pour alimenter ces deux branches du canal, il paroît possible d'y suppléer, en faisant tomber dans l'Isac les eaux du Don, qu'on y conduiroit par une rigole, ce qui auroit de plus l'avantage de servir au desséchement des marais de Brains, situés au confluent du Don & de la Vilaine. L'Edre aboutit dans la ville même de Nantes, où il se jette dans la Loire, & le canal qui suivroit le cours de l'Isac, pourroit facilement être conduit à portée du confluent de l'Oust & de la Vilaine, au-dessous de Rhedon; position avantageuse dans le cas où les communications dont nous avons parlé dans les deux articles précédens, seroient exécutées.

Dans le second projet, on part de même des marais de l'Edre, pour descendre vers Nantes par cette rivière; mais on descend dans la Vilaine par le Don, qui fournit plus d'eau que l'Isac. Il est encore possible de diriger le canal, de manière à le faire servir au desséchement des marais des Brains, il tomberoit dans la Vilaine au-dessus de Rhedon, & à deux lieues environ de l'embouchure de l'Oust.

Ces deux projets paroissent praticables, mais avant de prononcer en faveur de l'un & de l'autre, il faudroit en avoir un plan & un devis détaillé & comparatif, en ayant soin, 1.° pour le projet de l'Isac, de diriger l'embouchure du canal à une petite distance du confluent de l'Oust; 2.° en comparant, d'après des mesures exactes, la quantité d'eau que peut donner le Don, & celle que fournit l'Isac, réuni avec la portion du Don qu'on pourrroit y amener; 3.° en faisant enfin entrer dans les dépenses comparatives des deux projets, les travaux différens qu'il conviendroit de faire en adoptant l'un ou l'autre, pour dessécher les marais de Brains; 4.° en ayant égard à ce que l'entrée du canal

canal de l'Isac dans la Vilaine, exigeroit de travaux particuliers pour le mettre à l'abri des envasemens, ou à ceux qui seroient nécessaires pour faire tomber l'embouchure de l'Isac au-dessus de l'écluse de Rhedon, si, après un nouvel examen, on préfère cette dernière disposition.

Il est clair que l'exécution de l'un ou de l'autre projet seroit utile, puisqu'ils ouvrent une communication facile entre Nantes, Rennes & Saint-Malo, entre une partie considérable de la Bretagne, & une ville riche, commerçante & très-peuplée: quant à leur utilité locale, la différence nous a paru trop petite pour influer beaucoup dans la balance. Tous deux serviroient à l'exploitation d'une forêt considérable, qui fait partie du domaine du Roi, & il en résulteroit une augmentation de revenu qui ne doit pas être négligée.

Il faut donc, sans s'arrêter à aucune autre considération, préférer celui des deux projets qui, à dépense égale, permette de disposer d'une plus grande quantité d'eau, ou plutôt celui qui, pour se procurer la même quantité d'eau, exigera une moindre dépense.

ARTICLE V.

De la communication de la Loire à la Vilaine, par Angers.

ON propose ici de remonter la Mayenne jusqu'à la rivière d'Ernée, au-dessus de Laval, de suivre ensuite cette rivière jusqu'à un point de partage alimenté par un grand étang, nommé l'*Étang neuf*, que le canal doit traverser, & par les eaux de plusieurs étangs supérieurs, qui y seront amenées par des rigoles; on descendra de ce point dans la Vilaine, au-dessous du pont de Vitré, par le ruisseau de Princé, & on suivra ensuite jusqu'à Rennes, le cours de la Vilaine. Il existe un plan détaillé & un devis de la partie de ce projet, qui s'étend depuis Vitré jusqu'à Laval.

Nous croyons devoir appliquer ici les réflexions que nous nous sommes permis de faire sur les principes suivis par M. Liard, quoique M. de Brie, auteur du devis de ce dernier projet, nous ait paru s'écarter moins dans le tracé de ſon canal, de ceux que nous croyons devoir adopter.

On eſt aſſuré d'avoir, au point de partage, une quantité d'eau ſuffiſante pour une navigation active. Mais il faut obſerver: 1.° que cette partie ſeule du projet exige trente-trois écluſes pour monter de Laval au point de partage, & vingt-ſix pour deſcendre du point de partage au pont de Vitré; 2.° que la dépenſe ſur le territoire de Bretagne eſt eſtimée à 1,095000#, & ſur le territoire du Maine à 4,831000#, en tout 5,926,000#; 3.° qu'il faut de plus, faire les travaux néceſſaires pour rendre la Vilaine navigable de Vitré au pont de Ceſſon, & perfectionner la navigation de Ceſſon à Rennes, de manière à pouvoir répondre au reſte de cette communication; 4.° que la navigation de la Mayenne eſt fort imparfaite, elle n'a lieu qu'au moyen de portes marinières à aiguilles, en général très-mal conſtruites & placées au haſard: elle eſt difficile en montant, & toujours dangereuſe, ſoit en montant, ſoit en deſcendant; de plus, les crûes de la rivière l'empêchent une grande partie de l'année. Il eſt donc néceſſaire d'ajouter aux travaux, dont M. de Brie a donné le devis, ceux qu'il faudroit faire pour perfectionner la navigation de la Mayenne.

C'eſt donc dans cet état qu'il convient de conſidérer ce nouveau projet, dont la dépenſe excéderoit alors de beaucoup les ſix millions portés dans le devis.

Les avantages de ce projet, ſeroient de vivifier la partie de la province de Bretagne, qui s'étend depuis Vitré juſqu'au pont de Ceſſon; car depuis ce pont juſqu'à Rennes, la navigation imparfaite qui ſubſiſte actuellement, ſuffit pour ouvrir un débouché aux denrées.

2.° D'établir une communication entre Rennes & Saint-Malo, & les provinces de l'intérieur du royaume.

Il eſt clair que le ſecond objet ſeroit également rempli par le canal qui conduiroit de Nantes à Rhedon; quant au premier, les deux communications le rempliroient aussi également, en vivifiant d'autres cantons de la province de Bretagne.

Le troisième objet de ce canal seroit de suppléer à la navigation, quelquefois difficile, de la Loire, depuis Angers jusqu'à Nantes. Nous observerons d'abord que le commerce est nécessairement assujetti à une destination déterminée; les bâtimens ne s'expédieront pas tantôt pour Saint-Malo, tantôt pour Nantes; les vaisseaux marchands n'arriveront pas tantôt à Nantes, tantôt à Saint-Malo, suivant la saison: ainsi, pour que ce canal fût vraiment utile, il faudroit que la communication de Nantes à Rhedon fût déjà exécutée, c'est alors qu'il pourroit suppléer à la Loire, dans les temps où la navigation éprouve de longs retardemens.

Pour nous mettre à portée d'évaluer cet avantage avec quelque précision, nous avons cru devoir nous adresser à la compagnie des Fermiers généraux, qui, faisant transporter des sels par une grande partie des rivières ou canaux navigables du royaume, a nécessairement une connoissance exacte des différentes navigations : nous voyons par les Mémoires, qu'elle a eu la bonté de nous envoyer, que le prix, pour remonter la Loire de Nantes à Orléans, est évalué de dix à douze livres le millier : supposons cette distance soixante-dix lieues, dont celle de Nantes au Pont-de-Cé, forme environ vingt, il en coûtera pour remonter de Nantes au Pont-de-Cé, à peu-près de deux livres dix-sept sous, à trois livres huit sous; donc, comme dans l'état actuel, pour descendre de Laval au Pont-de-Cé, il en coûte de une livre cinq sous à deux livres, nous n'avons qu'une livre deux sous ou une livre huit sous par millier, pour représenter le prix de ce qu'il en coûteroit pour aller de Nantes à Rhedon, de Rhedon à Rennes, à Vitré, pour remonter les vingt-six écluses, & descendre les trente-trois écluses du nouveau canal : or, cet espace étant d'environ quarante-huit lieues, on peut porter le prix du transport à deux livres par millier, c'est ce qu'il coûte pour un pareil eſpace, ſur le canal de Languedoc, les droits défalqués. On voit donc que la navigation du nouveau canal n'auroit aucun avantage pour remplacer celle où l'on remonte la Loire, de Nantes au Pont-de-Cé. Si on ſuppoſe que les bateaux partent de Saint-Malo, ou plutôt de l'écluſe du Châtelier, au lieu de partir de Nantes, le chemin ſera moindre d'un tiers, & il en réſultera que la navigation ſera auſſi coûteuſe que de Nantes au Pont-de-Cé.

Ce canal ne ſera donc utile pour ſuppléer à la navigation de la Loire, que dans des temps extraordinaires, il ne fera point prendre au commerce qui ſe fait pour Nantes, la route de Saint-Malo, mais il pourra ſeulement être utile à cette dernière ville, en ouvrant pour les branches de commerce étranger, qui s'y font déjà, des débouchés plus avantageux, & une communication avec l'intérieur du royaume.

Quant aux denrées qui viennent de l'intérieur, il eſt facile de voir que la ville de Rennes ne trouveroit aucun avantage à les faire venir par le canal de Laval, plutôt qu'en deſcendant la Loire, & en ſuivant le canal formé de Nantes à Rhedon; & que même dans l'état actuel, le prix du millier pour remonter du Pont-de-Cé à Laval, étant depuis cinq juſqu'à ſept francs le millier, les marchandiſes même néceſſaires pour la conſommation de Saint-Malo, & pour les expéditions de commerce qui s'y font, paſſeront par Nantes, de préférence; qu'enfin il y auroit même, après avoir perfectionné la navigation de la Mayenne, un très-grand avantage à expédier les denrées de l'intérieur par Nantes, plutôt que par Saint-Malo.

Il eſt juſte d'obſerver ici que ces calculs ſont trop favorables à la navigation par les canaux, parce que nous y avons ſuppoſé les droits rigoureuſement nuls, & même ceux pour l'ouverture des écluſes, dont il eſt cependant preſque néceſſaire de charger la navigation, quoiqu'il ſoit très-utile de les établir ſur un pied très-bas.

D'après ces obſervations, il eſt facile d'apprécier le degré d'utilité du canal de Vitré & de Laval; nous ſommes cependant bien éloignés de le regarder comme n'en ayant aucune, ſur-tout pour les provinces qu'il doit parcourir; nous croyons même qu'il peut dans la ſuite ſe lier avec beaucoup d'avantage à de plus vaſtes projets de navigation relatifs à la Normandie; mais nous penſons en même temps que pour l'utilité de la province de Bretagne, la conſtruction en doit être ſubordonnée à celle d'une communication entre Nantes & Rhedon.

Pluſieurs perſonnes ont paru regarder la communication par Nantes, comme moins avantageuſe, & penſer qu'elle tend à favoriſer une ville déjà très-riche & très-commerçante: mais nous obſerverons qu'il faut pour le ſuccès du commerce, des capitaux, & l'intelligence que donne l'habitude; & qu'ainſi il faut bien mieux réunir par des communications, & en leur donnant un intérêt commun, les autres villes de Bretagne, avec la ville de la province la plus riche & la plus commerçante, que de chercher à les en ſéparer.

Il nous reſte à examiner une autre conſidération: la province de Bretagne ne peut être chargée que de la partie de la dépenſe qui a pour objet les travaux à conſtruire ſur ſes terres, cette partie ne doit coûter, au moins d'après les devis, qu'un peu plus de deux millions; & la province a lieu d'eſpérer que le reſte s'exécutera en frais de Gouvernement: mais alors elle feroit dépendre le ſuccès de ſes travaux particuliers, & l'utilité d'une dépenſe déjà très-forte, de l'exécution de travaux qui ne dépendent point d'elle. D'ailleurs, la dépenſe de la communication entre Nantes & Rhedon, ne peut excéder de beaucoup, dans ſa totalité, celle du canal de la frontière de la Bretagne à Rennes; & comme le domaine du Roi retireroit un avantage direct de cette conſtruction, la province pourroit également eſpérer d'être ſoulagée au moins d'une partie de cette dépenſe, en ſorte que, même ſous ce point de vue d'économie particulière, la communication de Nantes à

Rhedon, nous paroît encore avoir de l'avantage, comme elle en a du côté de l'utilité pour la province.

D'après ces réflexions, nous penſons que l'intérêt de la Bretagne, eſt de s'occuper d'abord de rendre navigables les rivières d'Aulne & d'Hières, juſqu'au point où elles commenceroient à exiger des travaux conſidérables; de rendre le Blavet navigable juſqu'à Pontivi, de faire enſuite la communication de Nantes à Rhedon, ſoit par la vallée de l'Iſac, ſoit par celle du Don; de lier ces travaux avec ceux qui ſe font ſur la Vilaine, & pour cela, de faire lever les plans & rédiger les devis néceſſaires pour prononcer, en connoiſſance de cauſe, entre les deux projets: de former enſuite la communication par l'île entre Rennes & Saint-Malo; & c'eſt alors ſeulement, & après que la province jouiroit du fruit de ſes premières dépenſes, qu'elle pourroit, ſuivant les circonſtances, s'occuper de projets plus diſpendieux & plus vaſtes.

On chercheroit, dans tous ces travaux, à diminuer le plus qu'il eſt poſſible, les ouvrages de l'Art; à ne point s'écarter du cours naturel des rivières, lorſqu'on n'a d'autre motif que d'abréger un peu la longueur du chemin, & ſur-tout à ne rien négliger, pour que les canaux, au lieu d'inonder les terres voiſines, ſervent à les deſſécher. On y trouvera pluſieurs avantages, une économie réelle dans preſque toutes les occaſions, la conſervation d'une plus grande quantité d'eau (& dans aucune de ces communications, on ne peut ſe flatter d'en avoir plus qu'il n'en faudroit pour une navigation un peu active), enfin le bien qui réſulteroit de la ſalubrité de l'air & de l'amélioration des terreins: non-ſeulement l'intérêt commun l'exige, mais même la juſtice rigoureuſe; aucun motif d'utilité de commerce ne peut juſtifier des opérations qui condamneroient à la maladie & à la mort, les malheureux habitans des terreins ſur leſquels on les exécute. Nous inſiſtons ſur cet objet, parce qu'il a été négligé dans un grand nombre de travaux publics, & que le profit qui peut réſulter de l'amélioration de terreins, dans la plupart des travaux à faire en Bretagne, feroit une des premières utilités de ces travaux; ce feroit donc d'après ces principes, & en évitant, comme nous l'avons obfervé, de laiffer dans les mains des particuliers, les moulins dont les eaux font les mêmes que celles qui alimentent les canaux; qu'il faudroit faire de nouveau les plans & les devis des travaux propofés.

Enfin, nous croyons qu'il doit nous être permis d'ajouter, que pour affurer le fuccès de ces différens projets, & l'économie dans les dépenfes très-grandes qu'ils entraîneroient, il feroit utile d'en confier la direction générale à un feul homme, à qui la province accorderoit une confiance entière pour tout ce qui regarde la partie de l'art, & qui feroit uniquement attaché à fon fervice; c'eft le feul moyen de mettre de l'enfemble & de l'unité dans les différens travaux, d'éviter une foule de faux-frais, de dépenfes inutiles qu'entraînent néceffairement les incertitudes, les variations dont il eft impoffible de fe préferver par un autre moyen. On doit en effet regarder le fyftème entier de navigation, propofé pour la Bretagne, comme une opération unique, qu'on peut divifer en plufieurs parties, à la vérité, mais dont chacune eft liée avec toutes les autres.

Au Louvre, le deux feptembre mil fept cent quatre-vingt-fix. *Signé* l'abbé BOSSUT, l'abbé ROCHON, DE FOURCROY, & le Marquis DE CONDORCET.

OUVRAGES

PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

PRIX.

L'ACADÉMIE a remis une seconde fois le Prix sur la Théorie *des Assurances maritimes*, déjà proposé pour l'année 1783.

L'Académie avoit proposé pour l'année 1783, de donner *les meilleurs moyens de préserver les Doreurs sur métaux, des maladies auxquelles leurs travaux les exposent, & de déterminer la nature & les causes de ces maladies.* Ce Prix, remis à l'année 1785, a été décerné à la pièce *n.° VII*, ayant pour devise *Non ignara mali miseris succurrere disco*, dont l'auteur est M. Henri-Albert Gosse, citoyen de Genève.

LES Mémoires que l'Académie a jugé dignes d'être imprimés dans le volume des Savans Étrangers, sont au nombre de vingt-trois.

Sur l'aberration des Étoiles : par M. l'abbé de Lambre.

Sur la planète d'Herschel : par M. Monge.

Sur une méthode de lever les Plans : par M.rs Têtevide & Begidis.

Sur la Plombagène & la Molibdène : par M. Peletier.

Sur une pierre d'Aiman sonore : par M. le baron Dietrick, depuis Membre de l'Académie.

Sur

Sur une espèce de Poisson: par M. Broussonnet, depuis Membre de l'Académie.

Sur l'Acide marin déphlogistiqué: par M. Peletier.

Sur l'Acide vitriolique glacial: par M. de Fourcroy, depuis Membre de l'Académie.

Sur les Différences finies: par M. Tetenat.

Sur les Forges Catalanes: par M. Duhamel, depuis Membre de l'Académie.

Sur le Phosphore: par M. Peletier.

Sur l'Air inflammable & sur l'Air hépatique: par M. Gingembre.

Observations astronomiques: par M. de Lague.

Sur les écailles des Poissons: par M. Broussonnet.

Sur les organes de la respiration des Poissons: par le même.

Sur les dents des Animaux de différentes classes, deux Mémoires: par le même.

Sur l'anatomie comparée des Animaux & des Végétaux: par le même.

Sur le Voilier, espèce de poisson des Indes: par le même.

Sur l'irritabilité des Artères: par M. de Chambon.

Sur la vîtesse de l'Eau: par M. l'Allemand.

Sur un Sel particulier analogue aux sels acides des végétaux: par M. Peletier.

Observations météorologiques faites à Turin: par M. Beraud.

ÉLOGE

DE M. LE MARQUIS DE COURTIVRON.

Gaspard le Compaſſeur de Créqui-Montfort, marquis de Courtivron, Meſtre-de-camp de cavalerie, Penſionnaire-vétéran de l'Académie royale des Sciences, naquit, en 1715, de Jean le Compaſſeur, marquis de Courtivron, & de Charlotte de Clermont-Tonnerre.

Il entra, dès l'âge de quinze ans, dans le régiment du marquis, depuis maréchal de Clermont-Tonnerre, ſon oncle, alors Commiſſaire général de la cavalerie; & à ſeize ans, il y eut une compagnie. La guerre ſe déclara bientôt après, & M. de Courtivron ſuivit le marquis de Tonnerre en qualité d'aide-de-camp au ſiége de Philiſbourg & dans les campagnes qui ſuivirent ce ſiége.

Une éducation interrompue à quinze ans, dans un temps où en général elle commençoit plus tard qu'aujourdhui, & interrompue pour le ſervice & pour la guerre, ne devoit pas faire préſumer que la vie de M. de Courtivron ſeroit preſque uniquement conſacrée aux Sciences. Mais n'ayant que vingt-un ans à l'époque de la paix, il ſe trouva encore aſſez jeune pour faire de nouvelles études. Bientôt il aima pour elles-mêmes les ſciences qu'il n'avoit d'abord cultivées que pour remplir dans toute leur étendue les devoirs de ſon état; vécut avec M. Clairaut beaucoup plus qu'avec ſes camarades; & dans un âge, dans une poſition où il eût été excuſable de ſe laiſſer éblouir par les brillans phantômes de l'ambition, une place à l'Académie des

Sciences étoit devenue l'objet ſecret de ſes deſirs & de ſes travaux.

La mort de l'empereur Carles VI ralluma la guerre en Europe: le cardinal de Fleuri avoit ſoutenu avec trop de foibleſſe le parti de la paix, parce qu'il craignoit de s'expoſer à la néceſſité de renoncer à une place dont, à l'âge de quatre-vingt-dix ans, il n'avoit pas la force d'enviſager la perte ſans regrets; & ſuivant avec répugnance des vues ambitieuſes dont il connoiſſoit toute l'illuſion, il mettoit une lenteur & une économie nuiſibles au ſuccès, dans l'exécution des plans vaſtes, mais mal combinés, qu'il déſapprouvoit autant par ſageſſe que par timidité.

M. de Courtivron ſervit dans l'armée de Bohème. L'activité & l'intelligence qu'il avoit montrées dans ſes premières campagnes, la réputation d'officier appliqué & inſtruit que ſon goût pour l'étude lui avoit méritée, le firent choiſir pour Aide-maréchal général des logis de la cavalerie dans l'armée aux ordres du feu maréchal de Broglie; & plus d'une fois il remplit dans des corps ſéparés les fonctions de Maréchal général. C'eſt en cette qualité qu'il ſuivit le marquis de Tonnerre au ravitaillement du château de Fravenberg, expédition dans laquelle il fut bleſſé. La même année il fut chargé des mêmes fonctions dans la petite armée que le comte de Saxe commandoit en Bavière; eut le bonheur de le tirer d'un péril éminent où l'impétuoſité de ſon courage & ſon zèle pour le ſalut des troupes l'avoient engagé, & de conſerver à ſon pays l'homme dont le génie devoit bientôt faire changer la face de la guerre. Il le ſuivit dans ſa marche des bords du Danube à Prague. Il falloit chaſſer les ennemis du château d'Ellenbogen, où ils avoient raſſemblé tout ce qu'ils pouvoient oppoſer de troupes à la petite arméee Françoiſe. Chargé d'examiner cette forteresse, M. de Courtivron manda au comte de Saxe que la garniſon de ce château étoit au moins auſſi nombreuſe que ſon armée : *Mon cher Courtivron, j'arrive*, fut toute la réponſe du Général, & le fort ſe rendit le lendemain.

La bleſſure que M. le marquis de Courtivron avoit reçue l'obligea de renoncer l'année ſuivante à l'état militaire, après avoir obtenu pour récompenſe de ſes ſervices la croix de S.t Louis & le brevet de Colonel. Il prit alors le parti de ſe livrer tout entier aux Sciences; & l'Académie qui avoit reçu avec un intérêt mêlé de ſurpriſe les eſſais qu'il lui avoit adreſſés des camps de la Bohème, l'adopta en 1744, comme Adjoint-mécanicien.

Différens Mémoires qui renferment preſque tous des applications du calcul à des queſtions de mécanique, d'aſtronomie, d'optique, & un traité ſur cette dernière ſcience qu'on peut regarder comme un commentaire mathématique de l'optique de Newton, ont été les fruits du loiſir de M. de Courtivron. On voit briller dans tous ces ouvrages une modeſtie vraie, un deſir d'être utile qui l'emporte ſur celui de la célébrité; un amour de la ſcience qui fait entreprendre des travaux longs & pénibles, pour en faciliter aux autres l'étude ou les applications. Si on y aperçoit ſouvent combien il avoit approfondi pluſieurs parties des mathématiques, c'eſt uniquement dans les circonſtances où il n'auroit pu le cacher ſans nuire à la facilité, à la ſimplicité qu'il vouloit donner à ſes ſolutions. Ainſi, même dans un ouvrage de géométrie, au milieu des calculs & des formules, un Savant laiſſe échapper des traits qui peignent ſon ame & ſon caractère. Dans ces Mémoires, M. de Courtivron fait un uſage preſque continuel de l'analyſe algébrique; & on doit lui ſavoir gré d'avoir connu toute l'utilité de cette méthode dans un temps où l'on ne pouvoit encore que la deviner.

Les Savans ſe renferment rarement dans les limites d'une ſeule ſcience; ils ſe livrent preſque toujours à d'autres études dont la liaiſon avec leur étude principale, leur inſpire le goût & leur fait ſentir l'utilité. Quelquefois même ils ne cherchent dans ce nouveau travail qu'un délassement nécessaire à des hommes pour lesquels l'habitude d'exercer leur raison rend insipide tout ce qui n'est que mouvement, mode ou dissipation. Mais souvent celui qui vit dans la Capitale, loin de s'enorgueillir de l'étendue ou de la variété de ses connoissances, cherche à la cacher. Comme il sent, par sa propre expérience, combien l'homme qui n'a cultivé une science que par intervalles, est presque nécessairement inférieur à ceux qui en ont fait l'objet de leurs méditations habituelles, il ne veut pas se montrer à côté d'eux, parce qu'il y seroit vu avec trop de désavantage. Le Savant au contraire qui, comme M. le marquis de Courtivron, vit beaucoup à la campagne, entouré d'hommes dont il ne peut se dissimuler l'infériorité, même dans les genres de connoissances qu'il n'a qu'effleurés, éprouvant à tout moment le besoin de ces connoissances pour lui-même, leur utilité pour les autres, & voyant des observations intéressantes prêtes à se perdre faute d'yeux qui sachent les saisir, doit nécessairement laisser échapper le secret que sa modestie & sa sagesse l'auroient ailleurs engagé à garder.

M. le marquis de Courtivron se faisoit un devoir d'envoyer exactement à l'Académie ses observations d'histoire naturelle, de physique, d'art vétérinaire.

Nous citerons ici plusieurs Mémoires sur une épizootie qui fit en Bourgogne les plus grands ravages. Des bœufs amenés d'Allemagne à la suite de l'armée, avoient répandu cette maladie dans nos provinces; car il est rare que la guerre n'amène pas à sa suite quelque fléau de cette espèce, qu'elle ne répande pas quelque maladie contagieuse, quelque vice ignoré, quelque corruption nouvelle, comme si la Nature avoit voulu préparer au crime de la guerre, une punition à laquelle les Nations mêmes le plus constamment victorieuses ne pourroient échapper. Ces Mémoires de M. de Courtivron sont un des premiers ouvrages françois où des questions importantes sur la manière dont les épizooties se répandent, les moyens de les arrêter, le peu de ſuccès des remèdes connus, aient été traités d'après l'obſervation, & en ſe préſervant avec un ſoin égal des préjugés populaires & des ſyſtèmes. La ſageſſe de ſon eſprit le mettoit à l'abri de ces deux genres de ſéduction qui paroiſſent oppoſés, & qui cependant naiſſent d'une même cauſe, l'empire d'une imagination forte ſur une raiſon foible.

M. le marquis de Courtivron donna auſſi pluſieurs Mémoires ſur les forges, & une deſcription de cet art important qu'il avoit étudié & comme phyſicien & comme propriétaire. Ses connoiſſances en phyſique lui ont été très-avantageuſes pour l'amélioration des forges qui lui appartenoient. Cette utilité immédiate des ſciences eſt ſans doute un de leurs moindres mérites; mais c'eſt un des plus propres à frapper la multitude, & il eſt bon qu'elles puiſſent s'en parer quelquefois. On prétend que les Abdéritains ne commencèrent à regarder l'étude comme une occupation digne d'un homme raiſonnable, qu'après avoir vu un philoſophe célèbre, leur compatriote, s'enrichir par une ſpéculation de commerce; & il y a beaucoup d'Abdéritains même au milieu des Nations les plus éclairées.

M. de Courtivron étoit père de famille, & les obligations attachées à ce titre, parmi leſquelles celle de veiller ſur ſon patrimoine doit ſans doute être comptée, l'éloignèrent peu-à-peu de la Capitale & de l'Académie. Il obtint le titre de Penſionnaire-vétéran, & ſe retira preſque abſolument dans ſes terres.

Il s'étoit marié deux fois: la première, avec mademoiſelle de Saint-Cyr-Cœli, qu'il eut le malheur de perdre peu de temps après ſon mariage; elle lui laiſſa un fils, M. le comte de Courtivron, aujourd'hui capitaine dans le corps des Carabiniers. En 1759, il épouſa mademoiſelle de Fuſſei, qui lui a ſurvécu, & lui a donné trois fils, dont deux ſont chevaliers de Malte, & une fille chanoineſſe du chapitre d'Alix. Il avoit eu la conſolation avant ſa mort, de marier deux de ſes fils; l'un avec mademoiſelle de Clermont-Tonnerre, petite-fille du maréchal de Tonnerre ſon oncle; l'autre avec mademoiſelle Briſſon.

Il fut attaqué d'une maladie vive vers la fin du mois de ſeptembre 1785, & mourut le 4 octobre ſuivant.

Son abſence habituelle ne m'avoit point permis de le connoître aſſez, pour préſenter aux yeux de ſes Confrères, plus anciens que moi, le tableau des vertus qui lui ont mérité leur eſtime & leurs regrets; la main de l'amitié y a ſuppléé : le portrait que je vais lire a été tracé par elle, & j'ai dû reſpecter ſon ouvrage.

« M. de Courtivron étoit bon avec diſcernement & ſans foibleſſe. Sans qu'il ſongeât à être impoſant par ſes manières, il étoit également impoſſible d'être familier avec lui, & de ne pas lui accorder une entière confiance.

Il connoiſſoit les devoirs de l'amitié & les rempliſſoit tous; ſenſible aux moindres attentions, & ne les négligeant jamais, il n'en exigeoit aucune.

Sa converſation étoit toujours intéreſſante, très-ſouvent inſtructive; il ſavoit beaucoup, parloit bien & ſans prétention de ce qu'il ſavoit, jamais de lui-même; non qu'il ne fût ſincère & vrai; mais il a paru s'oublier toute ſa vie pour ne s'occuper que du bien qu'il pouvoit faire & de ſes devoirs qu'il rempliſſoit avec la plus grande exactitude, ſans paroître chercher d'autre approbation que celle de ſa conſcience.

Sa philoſophie étoit celle de la nature, celle que donne une raiſon éclairée; mais elle ſe montroit dans ſes actions, plutôt que dans ſes diſcours. Il reſpectoit les préjugés établis, ſans être l'eſclave d'aucun. Son ame étoit forte; mais il laiſſoit aux ames foibles les reſſources qu'il croyoit pouvoir leur être utiles, quoiqu'il n'en eût pas beſoin pour lui-même. Toujours juſte ſans auſtérité, ſenſible ſans foibleſſe, il vouloit ſincèrement le bonheur de ſes ſemblables, il y contribuoit autant qu'il étoit en lui; mais il trouvoit bon que chacun jouît en paix de la liberté de

» choisir des moyens d'être heureux, parce qu'il ne pensoit
» pas que ces moyens fussent les mêmes par tous les
» hommes.

» Il plaçoit ses bienfaits avec sagesse, ne négligeant rien
» pour s'assurer qu'ils auroient une utilité réelle & durable;
» mérite sans lequel la bienfaisance peut être encore un
» sentiment estimable, mais n'est plus une vertu. Jamais il
» ne s'est plaint de l'ingratitude, parce que le desir d'ob-
» tenir de la reconnoissance n'étoit pas ce qui le portoit à
» faire le bien. Il connoissoit trop les hommes pour les
» estimer beaucoup; mais il les plaignoit, & c'est assez
» pour les servir.

» On pouvoit quelquefois le trouver silencieux, froid &
» réservé, peut-être parce qu'il savoit qu'il ne seroit pas
» entendu; mais pour attribuer son silence à ce motif, il
» falloit le deviner; jamais il ne s'est permis une expression
» qui donnât lieu de l'en soupçonner.

» Il a eu ce mérite si rare d'avoir voulu être meilleur
» avec les années & d'y avoir réussi. Il savoit qu'on ne
» vieillit pas impunément, & il sembloit se croire obligé
» de réparer ses pertes par les agrémens de l'esprit, &
» sur-tout par la douceur de sa société. Les défauts qu'on
» avoit pu observer en lui, avoient cessé de frapper les
» yeux de ses amis, & l'âge ne lui en avoit point donné
» de nouveaux.

» Comme il avoit apprécié la vie, il l'a quittée sans trouble,
» peut-être sans regret; & le seul sentiment qu'il ait été
» possible d'apercevoir à travers le calme & le silence de
» ses derniers momens, a été la reconnoissance des soins
» qu'on lui rendoit, & l'attention soutenue de ménager la
» sensibilité de ses amis & de sa famille. »

ÉLOGE

ÉLOGE

DE M. LE DUC DE PRASLIN.

César-Gabriel de Choiseul, duc de Praslin, Pair de France, Lieutenant général des armées du Roi, Chevalier de ſes Ordres, Miniſtre d'État, Préſident du Conſeil des finances, Honoraire de l'Académie des Sciences, naquit à Paris le 15 Août 1712, de Hubert de Choiſeul & de Louiſe-Henriette de Beauvau.

M. de Praſlin, très-jeune encore lorſqu'il entra au ſervice, avoit un eſprit déjà trop formé pour regarder l'état militaire comme un métier auquel l'uſage appelle tout gentilhomme François, où l'on peut, au prix de quelques dangers & de fatigues paſſagères, acquérir le droit de ſe livrer à la diſſipation, au plaiſir & même à la molleſſe; où enfin l'avantage de porter un grand nom diſpenſe de tout, excepté d'avoir du courage.

Mais il ſentit que toute profeſſion impoſe le devoir d'acquérir des lumières, parce qu'il n'en eſt aucune où l'eſpèce d'inſtruction qui lui eſt propre, ne ſerve à développer le talent, à en diriger l'emploi d'une manière plus utile: il vit que depuis le commencement du ſiècle dernier, l'art de la guerre avoit eu, comme toutes les connoiſſances humaines, des progrès qui devoient en faire prévoir de nouveaux; & que ſi la loyauté & la bravoure ſuffiſoient encore pour conduire aux honneurs & mériter l'eſtime publique, il falloit, pour aſpirer à la gloire militaire, & pour s'illuſtrer par de grands ſervices, éclairer une pratique conſtante de l'art, par une étude aſſidue & réfléchie de ſes principes.

Déjà on comptoit M. le duc de Praſlin dans le nombre des jeunes Officiers généraux qui donnoient les eſpérances les plus brillantes & les plus certaines, lorſque ſa ſanté l'obligea de renoncer au ſervice, & qu'à l'âge de trente-trois ans il eut la douleur de ſe voir réduit à un état de *nullité abſolue.* C'étoit ſon expreſſion, & elle montre qu'éloigné de toute ambition, il n'avoit pas même l'idée de s'ouvrir une autre carrière.

Alors cette même habitude de l'application, qu'il n'avoit encore regardée que comme un des moyens de ſe rendre plus capable d'agir, devint ſa reſſource contre l'ennui d'une oiſiveté forcée; car tel eſt l'avantage inappréciable de l'étude, que lors même qu'elle devient inutile au but qu'on s'étoit propoſé en s'y livrant, elle ſert encore à nous conſoler de l'avoir manqué. Borné à la ſociété d'un petit nombre d'amis, ſe répandant peu dans le monde, M. de Praſlin employoit à orner & à fortifier ſa raiſon, le temps où ſes maux lui permettoient quelqu'application. Le goût des ſciences, beaucoup plus rare parmi les gens de la Cour qu'il ne l'eſt aujourd'hui, ſon amour de la retraite, des idées de tolérance & de liberté qui n'étoient pas encore devenues communes & populaires, lui donnèrent la réputation d'un homme d'eſprit, d'un homme éclairé, même celle d'être un philoſophe; & cette dernière réputation n'étoit pas alors dangereuſe. On diſoit que M. le comte de Choiſeul (c'étoit le nom qu'il portoit) ſeroit capable des grandes places; & on le diſoit d'autant plus volontiers, qu'on étoit plus ſûr qu'il n'en recherchoit, qu'il n'en deſiroit aucune. Les ambitieux eux-mêmes lui rendoient avec plaiſir ce témoignage, qui ne les expoſoit à aucun riſque, & ſe faiſoient honneur d'une équité qui ne pouvoit nuire à leurs projets. Cependant M. le duc de Choiſeul, ſon parent & ſon ami, fut appelé, en 1758, au miniſtère des affaires Étrangères, & laiſſa vacante la place d'ambaſſadeur à Vienne. Il étoit important qu'elle ne fût donnée qu'à un homme dont l'eſprit, le caractère, la probité, inſpiraſſent une entière confiance au Miniſtre qui l'employoit; & cette confiance entière ne peut exiſter qu'entre des amis qu'une liaiſon intime a montrés l'un à l'autre dans cet état d'abandon & de négligence où les hommes ne paroiſſent que ce qu'ils ſont. M. le duc de Choiſeul jeta les yeux ſur M. de Praſlin. Il n'avoit qu'un ſeul moyen de refuſer, c'étoit de trouver un homme digne de remplir cet emploi, à qui ſon ami pût ſe livrer avec une égale ſécurité; & M. de Praſlin mit, pour le trouver, pour faire agréer cet échange au Miniſtre, en un mot, pour ne pas avoir une belle place, autant d'activité qu'un ambitieux en auroit pu mettre pour l'obtenir. Obligé d'accepter enfin, il partit pour Vienne.

« Un ambaſſadeur dans une grande Cour, a deux grandes tâches à remplir: la première eſt de bien faire les affaires « du Souverain qui l'emploie; de bien connoître les véri- « tables intérêts de ſa nation, de ne jamais les perdre de « vue, de les ſoutenir avec une dignité ferme, mais ſimple « & modeſte; de ſaiſir, de ſuſciter même quelquefois les « affaires qui peuvent être à l'avantage de ſa Cour, mais « plus ſouvent de les prévoir pour les prévenir, pour les « empêcher de naître: adreſſe d'autant plus méritoire, qu'elle « reſte toujours ignorée, & prive de l'honneur de les avoir « terminées. Il faut ſavoir prendre à propos ſur ſoi, quand « le temps ne permet pas de ſe faire autoriſer, & mettre « enfin aſſez de préciſion, de clarté & d'intérêt dans ſa « correſpondance, pour dire tout ſans fatiguer par la lon- « gueur & l'inſipidité des détails. «

Le ſecond objet d'un ambaſſadeur doit être de ſe rendre « agréable à la Cour où il réſide, ſans cependant s'annoncer « pour un homme facile à éblouir ou à tromper; de s'y attirer « une conſidération perſonnelle & indépendante de ſon titre; « de s'y faire des amis, afin d'être informé de ce qui peut « intéreſſer ſon Souverain, par un moyen plus ſûr & plus «

» noble que la foible & trompeuse ressource d'un espionnage,
» toujours avilissant pour celui qui l'emploie; d'obtenir la
» confiance du Prince & de ses Ministres, par une juste
» réputation de franchise & de probité; d'avoir un maintien
» également éloigné de la fierté qui révolte & de la fami-
» liarité qui dégrade; enfin de traiter toutes les affaires avec
» sang-froid, noblesse & fermeté, en se servant quelquefois
» avec adresse de l'art de la persuasion, mais en ne paroissant
employer que la force de la raison. »

Tel est le tableau des devoirs d'un ambassadeur; c'est d'après M. de Praslin lui-même, d'après les instructions données par lui à son fils, que nous l'avons tracé; & ce tableau est celui de sa conduite.

Mais son ambassade à Vienne étoit plutôt une espèce de ministère qu'une ambassade ordinaire. La France, la maison d'Autriche, la Russie, la Suède, étoient alors réunies contre le roi de Prusse; une partie des princes de l'Empire avoient embrassé leur querelle: les armées de toutes ces Puissances devoient agir de concert & tendre au même but; mais chaque État avoit ses intérêts particuliers, ses opinions, son système militaire ou politique, ses vues séparées. C'étoit à Vienne que se préparoient tous les plans, qu'on prenoit toutes les résolutions importantes; que parmi tant d'intérêts différens, on cherchoit à démêler celui qui pourroit être regardé comme l'intérêt commun, ou du moins auquel on consentiroit à en donner le nom. L'ambassadeur de France correspondoit non-seulement avec sa Cour, mais avec les Ministres de sa Cour auprès des Puissances confédérées, avec les Généraux des différentes armées, avec les officiers que le Roi avoit envoyés dans celles de ses Alliés. Il étoit autorisé à ouvrir toutes les dépêches adressées au Ministre de France, & toutes celles que ce Ministre avoit expédiées & qui passoient par Vienne; à joindre aux unes ses réflexions, à faire aux autres les changemens qu'il trouveroit convenables; enfin à donner, au nom du Roi, des ordres provisoires, lorsque le retard néceſſaire pour avoir une réponſe de Verſailles, lui paroiſſoit dangereux.

Pendant les deux années que dura l'ambaſſade de M. de Praſlin, les événemens de la guerre, en augmentant le beſoin que la France avoit de la terminer, lui enlevoient même l'eſpérance de faire une paix avantageuſe. La ſituation de ſes Alliés étoit différente, & il falloit les obliger à montrer qu'ils vouloient la paix, à le prouver par des démarches non équivoques; car il eſt preſque convenu en politique, d'en affecter toujours le deſir: eſpèce d'hommage qu'on veut bien rendre à l'humanité. M. de Praſlin eut le bonheur de déconcerter tous les obſtacles par leſquels, en paroiſſant vouloir la paix, on cherchoit à retarder l'indication du congrès où elle devoit ſe conclure. Il fut enfin arrêté qu'il s'aſſembleroit à Auſbourg. M. de Choiſeul propoſa ſon couſin pour Plénipotentiaire unique; & quelques ſollicitations qu'ait pu faire M. de Praſlin pour obtenir un collègue, elles furent inutiles: M. de Choiſeul ſavoit trop qu'un ouvrage important n'eſt jamais bien fait que par un ſeul homme, & que s'il avoit eu déjà le bonheur très-rare d'avoir un Plénipotentiaire auquel il put ſe livrer ſans réſerve comme ſans défiance, il y auroit de la témérité à compter ſur un bonheur égal dans un ſecond choix. À ſon retour en France, M. de Praſlin trouva qu'on lui deſtinoit, au lieu du titre de Plénipotentiaire au congrès, une place dans le Conſeil; il crut devoir inſiſter pour que ſa deſtination ne fût pas changée. Nous ne le louerons pas ici de cette modération; pour un homme tel que lui, une grande affaire étoit plus qu'une grande place; & quelle dignité pouvoit-il préférer à l'honneur de faire une paix deſirée par toute l'Europe & néceſſaire à la France? Ses équipages étoient déjà ſur le chemin d'Auſbourg, lui-même partoit le lendemain, lorſqu'une attaque de goutte le retint à Paris. Bientôt les circonſtances changèrent; l'inutilité du congrès projeté ne fut plus douteuſe: M. de Praſlin entra au Conſeil, & peu de temps après, M. le duc de Choiſeul lui remit la place de Miniſtre des affaires étrangères, qu'il accepta dans l'eſpérance de concourir avec ſon ami, à ce grand ouvrage de la paix dont il s'étoit depuis long-temps occupé. Il ne put convenir des préliminaires, & les ſigner qu'au mois de Novembre 1762. Peu de jours après, le Roi le créa Duc & Pair, & il prit alors le nom de duc de Praſlin, nom ſous lequel s'étoit illuſtré, dans le dernier ſiècle, le ſecond maréchal de Choiſeul, qui, après avoir gagné la bataille de Rethel, contre M. de Turenne, avoit vu depuis ſa gloire s'augmenter par tous les triomphes du grand homme de guerre qu'il avoit vaincu.

L'époque de cette paix eſt la plus importante de la vie de M. de Praſlin; c'eſt un de ces événemens d'après leſquels la voix publique prononce pour ou contre un homme, un jugement irrévocable, & qui répandent ſur le reſte de ſes actions, une teinte qui en relève l'éclat ou qui les ternit, mais que rien ne peut effacer: qu'il me ſoit donc permis d'entrer ici dans quelques détails. Ces objets, je le ſais, ſont étrangers à ceux dont l'Académie s'occupe; mais le titre d'homme, de citoyen, en impoſant l'obligation commune de ſe dévouer au bien de la patrie, donne à tous, par une conſéquence néceſſaire, le droit d'avoir une opinion ſur les intérêts publics, & ce droit eſt inſéparable de celui de la dire. D'ailleurs, ſi en faiſant l'éloge des Savans, nous rendons compte de leurs ouvrages, c'eſt moins encore pour honorer leur mémoire, que pour expoſer aux yeux du public les motifs de notre choix, & les ſoumettre à ſon jugement. Ainſi, lorſque nous avons appelé un homme d'État à remplir une des places deſtinées parmi nous aux amateurs éclairés des Sciences; puiſque ſes actions, puiſque l'influence qu'il a eue ſur la proſpérité nationale ont été ſes titres, nous en devons compte au public, afin qu'il juge ſi c'eſt à un bienfaiteur de la patrie que nous avons rendu un hommage mérité.

La guerre de 1755 avoit été malheureuſe: les politiques qui l'avoient préparée, n'avoient calculé ni la puiſſance du génie de Frédéric, ni tout ce qu'un homme éloquent & audacieux oseroit exiger de la nation Angloise & sauroit en obtenir. De toutes les possessions de la France en Amérique, en Asie, en Afrique, il ne lui restoit que Saint-Domingue, les îles de France & de Bourbon, & des établissemens, jusqu'alors inutiles, à Cayenne & sur le Missisipi. La perte de ces possessions paroissoit inévitable, si la guerre étoit prolongée; l'Espagne notre alliée s'étoit déjà vu enlever l'île de Cuba; on craignoit pour celle de Manille: crainte que l'événement a justifiée. Si nous avions pris Minorque au commencement de la guerre, Belle-isle étoit tombée depuis aux mains des Anglois, & il ne restoit sur mer que de nouveaux désastres à prévoir pour nos Alliés comme pour nous-mêmes. En Allemagne, nous avions à craindre d'être réduits à soutenir une guerre défensive sur nos frontières. La Russie paroissoit décidée à renoncer à des alliances qu'elle avoit formées sans aucun intérêt réel, & les succès de l'Autriche contre le roi de Prusse, étoient au moins incertains. Cependant dans les dernières années, l'épuisement des finances n'avoit permis à la France que des efforts trop foibles pour reprendre la supériorité; chaque jour voyoit diminuer ses ressources & tomber son crédit bien au-dessous de ses ressources réelles. Toutes les classes de citoyens demandoient la paix; les militaires eux-mêmes ne craignoient plus d'unir hautement leur voix à celle du peuple. À quoi devoient donc alors se borner nos espérances? à celle d'une paix par laquelle la France conserveroit cette partie de l'honneur d'une nation, que les malheurs de la guerre ne peuvent lui ôter, & ne se verroit pas déchue, dans l'opinion de l'Europe, du rang que sa puissance réelle lui a donné. Or, la paix de 1763 a rempli ces espérances, les seules que les malheurs de la guerre nous eussent laissées. La France se montra, dans le traité, plus fidèle à ses Alliés, que des nations puissantes, qu'elle-même ne l'avoit été quelquefois après des victoires. On n'y sacrifia rien de ce que l'opinion commune pouvoit regarder comme un moyen de réparer nos pertes; on exigea la restitution des établissemens, des colonies qui paroissoient d'une utilité plus réelle, sur-tout des îles qui nous avoient été enlevées dans les Antilles, & la France obtint l'île, alors neutre, de Sainte-Lucie, dont ses Ministres connoissoient l'importance pour la sûreté de cette partie de son empire. Elle conserva, soit en Asie, soit sur le banc de Terre-neuve, tout ce qui pouvoit être nécessaire pour l'établissement d'un commerce florissant, sans annoncer la prétention alors chimérique d'y élever une Puissance rivale de la puissance Angloise: on abandonnoit seulement celle de nos possessions dont la conquête flattoit le plus l'orgueil de nos ennemis, qui ne nous offroit que des avantages éloignés, qui pouvoit enfin devenir dangereuse pour ses nouveaux maîtres. Ainsi le Canada, avec ses dépendances, fut laissé aux Anglois: en le restituant à la France, l'Angleterre se fut assuré un moyen de nourrir, par la rivalité qui s'établit entre deux nations voisines, la haine des Américains, pour le seul Allié qui pût les aider à défendre leur indépendance contre la mère-patrie, & de les attacher à elle par la crainte de la domination d'un peuple, dont les loix ne pourroient convenir à des hommes qui n'avoient quitté l'Europe que pour jouir de l'égalité politique & de la liberté religieuse. D'un autre côté, cette même crainte du voisinage des François pouvoit arrêter les chefs de la nation Angloise, s'ils étoient un jour assez imprudens pour essayer d'imposer un nouveau joug à un peuple qui ne portoit déjà qu'avec une impatience menaçante, celui auquel il étoit soumis. Aussi les ministres Anglois avouèrent-ils que c'étoit à regret, qu'en abandonnant leurs conquêtes dans les Antilles pour garder le Canada, ils cédoient à l'opinion populaire, qu'une constitution orageuse les forçoit de ménager. À la vérité, la France déjà justement affligée de ces sacrifices nécessaires, vît, avec un sentiment d'indignation, détruire encore une fois les travaux de Dunkerque, & un commissaire de la Grande-Bretagne, Grande-Bretagne, exercer dans une de nos villes, son autorité étrangère. Mais cette condition, exigée par la paix d'Utrecht, & à laquelle on s'étoit soumis à Aix-la-Chapelle après une guerre glorieuse, étoit encore un article nécessaire à la sûreté du ministère Britannique. En amusant l'orgueil de la populace de Londres, elle lui fermoit les yeux sur des objets plus importans. Peut-être même cette condition, qui, répétée à chaque traité, devenoit de plus en plus insupportable à la nation Françoise, étoit-elle un moyen de lui faire sentir plus vivement la nécessité d'une marine puissante, qui la mît en état de secouer un joug odieux; & l'on pouvoit croire qu'elle seroit plus frappée de cette humiliation, que des intérêts de son commerce. C'est ainsi qu'on a vu quelquefois des mères courageuses placer sous les yeux de leurs enfans, les monumens qui attestoient les désastres de leur famille, pour les forcer à s'en occuper sans cesse, & à nourrir sans relâche le desir ardent de les réparer.

Nous avons tiré ces réflexions d'un mémoire que M. le duc de Praslin avoit rédigé sur le traité de 1763, pour préparer d'avance à ses amis & à sa famille une réponse contre ceux qui, accoutumés à juger sur les apparences, ne verroient, dans cette paix, que les sacrifices qu'elle a consommés, & oublieroient que ces sacrifices n'étoient qu'une partie de ce qu'on avoit perdu par la guerre, sans qu'il restât aucune espérance de rien recouvrer. On voit dans ce mémoire, qu'en signant le traité, M. le duc de Praslin avoit prévu l'événement qui devoit amener une guerre nouvelle, dans laquelle la France auroit une juste espérance de diminuer ou de détruire la supériorité navale de l'Angleterre, & de lui enlever cet empire des mers, sur lequel elle affectoit depuis long-temps un droit chimérique. Ce droit, devenu réel par le fait, ne pouvoit que soulever les autres nations, & les engager à seconder ou du moins à souffrir les efforts que feroit la France pour la liberté commune. Aussi M. de Praslin ne négligea rien pour inſpirer aux diverſes Puiſſances de l'Europe, de la confiance dans les vues équitables & modérées de la France; pour détruire les préventions que nos malheurs & notre zèle trop ardent pour les intérêts de nos alliés, avoient pu donner à quelques-unes. Il y réuſſit, & un an ſeulement après la paix, le roi de Pruſſe rendit un témoignage honorable à ſa probité, à ſa franchiſe dans les affaires, à ſes intentions droites & pacifiques.

Mais la place de Miniſtre des affaires étrangères exigeoit un travail réglé, & la ſanté de M. le duc de Praſlin ne lui permettoit pas de s'y livrer. Quoiqu'il fût attaché à ſes devoirs, qu'il eût naturellement du courage & de l'empire ſur lui-même, il éprouvoit ſouvent, ſans avoir aucune maladie grave, une difficulté de s'occuper ou d'agir, qu'il lui étoit impoſſible de ſurmonter; plus d'une fois il avoit demandé au Roi ſa retraite, mais toujours inutilement : enfin, on lui propoſa le miniſtère de la Marine, que M. le duc de Choiſeul devoit quitter pour reprendre celui des affaires étrangères. M. le duc de Praſlin accepta ce nouveau département, parce qu'il ſentoit que les affaires y ſouffriroient moins d'une interruption de travail que ſa conſtitution rendoit inévitable, & qu'il pourroit plus facilement réparer par une plus grande activité, dans les intervalles de ſes ſouffrances, le temps qu'elles auroient enlevé à ſes devoirs.

Établir dans un corps d'Officiers deſtinés à exercer un art difficile & compliqué, ce goût de l'inſtruction & cette étude de la théorie, néceſſaires pour empêcher la valeur de reſter inutile ou de devenir dangereuſe, & la pratique de dégénérer en routine, d'inſpirer des préjugés ou de les rendre indeſtructibles; faire exécuter ces voyages, qui, utiles à la perfection de la géographie, comme au progrès des ſciences, ſervent encore à exercer les marins en temps de paix, & à ſoutenir leur émulation; réparer les maux que la guerre avoit faits à nos Colonies & au Commerce maritime; ſe préparer enfin une Marine puiſſante, qui pût ſe ſoutenir contre celle de l'Angleterre; & cependant ne pas réveiller, par des conſtructions faites avec trop d'éclat, la jalouſie de cette Puiſſance: tel étoit le plan que ſe forma M. le duc de Praſlin. Les faits ſeuls doivent prouver s'il l'a rempli.

Les Élèves de la Marine furent ſoumis à un examen ſévère, & on exigea d'eux, pour être admis, toutes les connoiſſances préliminaires qu'un ſavant, exercé dans la théorie, jugea pouvoir être utiles. Les Profeſſeurs furent multipliés, & le choix en fut confié à l'Examinateur que l'intérêt de ſa conſidération perſonnelle devoit engager à n'en propoſer que de bons. M. de Praſlin appela dans le corps de la Marine, en le diſpenſant de paſſer par les grades inférieurs, un Géomètre célèbre, déjà depuis long-temps Membre de cette Académie; il ſut prévoir à la fois combien les lumières & les talens de M. de Borda offriroient de reſſources à un Miniſtre éclairé, qui ſauroit les employer, & tout le bien que cet exemple pourroit produire. Il ſavoit que la ſupériorité dans l'inſtruction, dans la théorie, étoit le moyen le plus ſûr, le ſeul moyen même de balancer une ſupériorité de pratique & d'expérience, ſuite néceſſaire de la poſition des îles Britanniques.

M.rs de Chabert & de la Cardonnie furent chargés, l'un de continuer ſes obſervations ſur la Méditerranée, l'autre de lever une carte des approches de l'île de Saint-Domingue. À peine eut-on appris qu'il exiſtoit en Angleterre une Montre qui pouvoit être employée avec ſûreté à la détermination des Longitudes, que M. de Praſlin s'empreſſa d'exciter l'émulation des Artiſtes françois, & bientôt après il ordonna, pour éprouver les montres de M.rs Leroy & Berthoud, deux voyages qui, par leur durée, le nombre des relâches, la différence des températures que les Vaiſſeaux devoient éprouver, la nature des différentes mers qu'ils auroient parcourues, ne laiſſeroient aucun doute ſur le degré de confiance que mériteroient ces nouvelles machines.

Le ſuccès de ces voyages fut tel qu'on pouvoit l'attendre de l'habileté de ces artiſtes célèbres, du zèle & de l'intelligence des Officiers qui commandoient, de la réputation des ſavans qui les ont accompagnés; & ſi les horloges marines ont un jour le degré d'utilité dont elles ſont ſuſceptibles, les François devront au miniſtère de M. le duc de Praſlin, l'avantage de partager avec les Anglois, la reconnoiſſance de toutes les nations navigatrices.

Un Vaiſſeau françois avoit exécuté un voyage autour du monde, en 1720; mais la nation, alors trop peu occupée de ces objets, avoit laiſſé dans une égale obſcurité l'entrepriſe & le ſuccès. M. le duc de Praſlin chargea M. de Bougainville de la tenter une ſeconde fois; & ce voyage eſt le premier où les navigateurs, en menant avec eux des naturaliſtes & des aſtronomes, aient eſſayé de rendre leur expédition utile aux ſciences. Juſqu'à cette époque, les voyages entrepris dans des vues de domination ou de commerce, n'avoient encore ſervi qu'à flatter la vanité des peuples, aux dépens deſquels des nations nouvelles apprenoient à redouter & ſur-tout à haïr le nom de l'Europe. M. de Commerſon étoit un de ces ſavans, & nous lui devons la connoiſſance de pluſieurs milliers d'eſpèces nouvelles de plantes. M. l'abbé Pingré, M. l'abbé Chappe trouvèrent dans M. de Praſlin les mêmes marques de zèle pour les ſciences, & de conſidération pour ceux qui les cultivent, qu'ils avoient obtenues de M. le duc de Choiſeul.

M. de Praſlin avoit ſenti qu'un des plus grands ſervices qu'il pût rendre à nos Colonies, étoit de leur donner une légiſlation nouvelle. Il connoiſſoit toute la difficulté de cette entrepriſe; les commerçans de la métropole croyoient avoir droit d'exiger que leur intérêt dictât les loix impoſées aux Colons; & cependant une loi ne peut être qu'injuſte ſi elle n'eſt pas faite pour l'utilité des hommes qui doivent y être ſoumis. Une longue expérience a prouvé que jamais un pays où l'eſclavage eſt établi, n'a joui d'une législation paisible & modérée; & la destruction de la servitude des Nègres, quoiqu'elle fût aux yeux de M. de Praslin, un devoir de justice, étoit, à cette époque, au-dessus du pouvoir d'un Ministre, & peut-être des lumières & des vertus de la nation. Enfin tous les préjugés de commerce, de finance, de politique, sembloient s'être réunis pour embarrasser par des sophismes, les principes simples qui devoient servir de base à cette législation. M. le duc de Praslin eut le courage de commencer cet ouvrage difficile en lui-même, & dont un Ministre jaloux de conserver sa place, eut craint même de paroître s'occuper. Des Jurisconsultes habiles y ont long-temps travaillé d'après ses vues & sous ses yeux. La durée trop courte de son ministère, & sa sagesse, qui lui faisoit un devoir de n'adopter qu'un système de législation bien combiné, l'ont seules empêché de rendre ce service à la métropole, comme aux Colonies; car, aux yeux de tout homme éclairé, elles n'ont qu'un seul & même intérêt: c'est que la législation soit humaine, soit juste, & qu'elle respecte, dans toutes les classes d'hommes, les droits de la liberté.

Nous avons dit dans l'éloge de M. de Maurepas, que sous son ministère, le café transporté dans les îles de l'Amérique, y ouvrit une nouvelle source de richesses. Ce fut sous celui de M. de Praslin, qu'un homme à qui ses vertus, son patriotisme, ses lumières, ont mérité l'estime publique & la reconnoissance de la Colonie qu'il a long-temps administrée; M. Poivre, Correspondant de l'Académie, enleva des épiceries dans les Moluques, & les transporta aux îles de France & de Bourbon, d'où elles ont passé à Cayenne. Mais la France ne devoit pas jouir seule des avantages de cette opération, qui, un jour, délivrera l'Europe d'un monopole onéreux, en même temps qu'elle a donné aux nations de l'Asie, une espérance certaine de n'avoir plus à gémir sous le poids des vexations & des cruautés que le maintien de ce monopole y a multipliées. Ainsi, ce seroit mal juger de cette introduction des épiceries dans nos Isles, si on la regardoit seulement comme celle d'une nouvelle branche de commerce, comme un surcroît de production & de richesse: c'est la destruction d'une grande injustice qu'il faut sur-tout y reconnoître; & l'on pourra un jour écrire sur la tombe du Ministre qui a favorisé cet établissement, & sur celle de l'homme respectable qui l'a formé: *Ils ont épargné des crimes à l'humanité; &, grâces à leurs soins, elle a vu tomber une de ses chaînes.*

On peut encore mettre au nombre des services que M. le duc de Praslin a rendus au commerce maritime & à la France, la destruction du privilége de l'ancienne Compagnie des Indes, qui a été faite pendant son ministère, & à laquelle il a eu l'honneur de contribuer.

Il avoit porté le nombre des Vaisseaux de ligne en état de servir à soixante-dix; les bois suffisans pour en construire dix autres, étoient en réserve dans les arsenaux; il y avoit rassemblé les approvisionnemens de toute espèce, nécessaires pour les armer; le port de Brest avoit été agrandi; des magasins, de vastes ateliers s'étoient élevés sur ses quais immenses; une artillerie pour la fonte de laquelle on avoit profité des connoissances nouvellement acquises, n'exposoit plus les matelots à craindre leur canon plus que celui de l'ennemi. Tout cela s'étoit exécuté sans exciter, de la part de l'Angleterre, une seule plainte, un seul mouvement d'inquiétude. Il est vrai qu'en France on l'ignoroit également. Si M. de Praslin faisoit construire un nouveau Vaisseau, il lui donnoit le nom d'un vieux navire hors de service. Ainsi, une construction nouvelle passoit pour une simple réparation. Il avoit senti qu'il ne pouvoit faire le bien qu'en secret; & ce sacrifice d'une réputation passagère ne lui avoit rien coûté.

Lorsque vers la fin de 1770, la guerre menaça de s'allumer, la France se trouvoit en état d'avoir au premier ordre, vingt Vaisseaux de ligne prêts à se mettre en mer, vingt autres étoient préparés pour les suivre; le reste devoit se joindre à une escadre espagnole pour forcer l'Angleterre à tenir dans la Manche une partie de ses forces. Cette Puissance n'auroit eu, dans le premier moment, que quinze vaisseaux à nous opposer; la supériorité de la France étoit assurée durant la première année de la guerre dans les Antilles comme dans l'Inde, événement qui eût été unique dans notre Histoire navale. Déjà les négocians anglois établis dans les Antilles, avoient senti le danger de leur position; ils s'étoient adressés à leurs correspondans à la Martinique, pour y mettre en sûreté leurs effets les plus précieux. L'état florissant de la marine Françoise contribua sans doute alors au maintien de la paix, dont la rupture trop prompte eût retardé la révolution heureuse à laquelle les mers & le commerce devront leur liberté.

Ces détails suffiroient pour répondre aux seuls reproches qu'on ait faits au ministère de M. le duc de Praslin. Si l'on étoit forcé de respecter son équité & de convenir qu'il étoit éclairé, ami de l'ordre, économe du trésor de la nation, dans ce département comme dans le premier qui lui avoit été confié, ses souffrances habituelles pouvoient faire croire, ou du moins permettoient de dire qu'il manquoit d'activité & d'application.

Mais nous pouvons ajouter que, chargé comme Ministre, de rapporter des affaires au Conseil, jamais il ne se permit d'en rapporter une sans avoir vérifié sur les pièces originales les extraits, les citations des mémoires rédigés dans ses bureaux: « Si je me trompe en jugeant d'après vous, disoit-il à ses commis, je suis responsable de votre erreur; « si c'est en jugeant d'après moi-même, j'ai rempli mon « devoir, & ma conscience ne me reprochera rien ». Enfin, lorsqu'après sa retraite du ministère, des hommes dont il ne devoit pas attendre de l'indulgence, se firent rendre compte de son département, & qu'ils furent initiés dans le secret de ses vues & de ses plans, ils se virent contraints de lui rendre un témoignage dont les circonstances ne permettoient pas de soupçonner la sincérité.

L'union de M. le duc de Praslin avec M. de Choiseul, fut inaltérable, malgré la différence de leurs caractères, de leurs goûts, de leurs opinions, & peut-être même à cause de cette différence qui les rendoit souvent nécessaires l'un à l'autre. Elle contribua aux succès de leur administration en portant dans trois grands départemens liés entr'eux par la nature des affaires, cette unité de vues & de principes si nécessaires, & cependant si difficiles à établir entre des ministres qui agissent séparément & d'une manière indépendante : car la probité & le zèle pour le bien public, ne pourroient peut-être même établir un tel concert entre deux hommes dont l'amitié & la confiance n'auroient pas précédé leur réunion dans le ministère. En parlant des opérations exécutées sous M. de Praslin, dans deux départemens confiés l'un & l'autre à M. de Choiseul, avant ou après lui, il seroit souvent impossible de distinguer ce qui leur appartient en particulier; mais chacun d'eux eût consenti à en partager l'honneur avec son ami, eût vu avec peine qu'un zèle indiscret tentât de lui assigner une part séparée; & nous croyons devoir respecter, aujourd'hui même qu'ils ont cessé de vivre, le secret de leur amitié & de leur confiance. Ils eurent encore un mérite commun, d'autant plus digne de la reconnoissance secrète des citoyens, qu'il peut difficilement être l'objet d'un Éloge public, & qu'il est trop souvent oublié par l'histoire; c'est celui d'oser prendre la défense des opprimés, d'écouter la voix de sa conscience plutôt que celle de ses intérêts politiques, & de s'exposer par amour pour la justice, à la vengeance de particuliers accrédités ou de corps puissans, dont la haîne est encore plus dangereuse, & frappe avec moins de scrupule les défenseurs à côté de la victime.

M. le duc de Praslin avoit été nommé Honoraire de l'Academie en 1770. Cette Compagnie s'est toujours fait un devoir d'appeler dans son sein ceux des Ministres de la Marine, qui, en cherchant à répandre l'instruction, en employant leur pouvoir à favoriser les progrès des lumières, ont acquis des droits à notre reconnoissance. C'est

un

un moyen de resserrer une liaison déjà formée par le besoin qu'a souvent l'Académie du Ministre de la Marine, pour des recherches importantes, & celui que le Ministre daigne paroître avoir quelquefois des avis & des lumières de l'Académie.

M. de Praslin avoit desiré cette place, & c'est la seule pour laquelle il ait montré quelque ambition. Il aimoit les sciences & en avoit étudié quelques-unes: il ne comptoit pas se borner à paroître quelquefois dans nos séances, il savoit qu'une assiduité habituelle à nos assemblées, lui offriroit un délassement accompagné d'instruction & d'utilité; avantage précieux pour un esprit mûri par l'âge, les réflexions & l'habitude des grandes affaires. C'étoit une ressource qu'il s'étoit préparée pour le temps où il devoit les quitter.

Il sentoit bien que sa santé l'en priveroit souvent; mais il ne s'étoit pas prononcé qu'il ne pourroit jamais en jouir. Le sentiment que ce mot exprime, est un de ceux que l'homme souffrant repousse avec le plus de force; & les espérances vagues & chimériques d'un état plus heureux, sont la dernière jouissance que laisse la nature à ceux qu'elle accable de privations.

Au mois de Décembre 1770, M. le duc de Praslin reçut l'ordre de se démettre de sa place & de se retirer dans ses terres: il apprit avec tranquillité la nouvelle d'une disgrâce qu'il avoit prévue, & dont les motifs lui étoient absolument étrangers. Il se soumit avec résignation à une rigueur dont il avoit espéré que ses infirmités habituelles le préserveroient, sur la foi de promesses, de l'exécution desquelles la sage modération de sa conduite paroissoit devoir lui répondre. Il dormoit après son dîner, suivant son usage, lorsqu'il apprit son exil; & quand celui qui étoit chargé de l'annoncer fut sorti, il fit refermer ses rideaux & se rendormit. Cet exil ne dura que huit mois, & M. le duc de Praslin ne crut pas avoir payé trop cher la liberté de passer le reste de sa vie, loin des affaires, dans le ſein de ſa famille & auprès de ſes amis. Ses infirmités augmentèrent avec l'âge : dans l'automne de l'année dernière, il eut une maladie vive qui épuiſa ſes forces : ſa convaleſcence fut longue & pénible ; & ſa mort, cauſée par le dépériſſement & la foibleſſe, termina quarante ans de ſouffrances. Il mourut le 15 Octobre 1785, âgé d'environ ſoixante-quatorze ans.

M. le duc de Praſlin avoit un eſprit réfléchi & ſérieux ; ſon extérieur étoit froid, ſon ame étoit calme ; il ſavoit cacher les émotions & les peines qu'elle pouvoit éprouver ; mais il étoit capable de ſentimens tendres & conſtans : comme homme public, ſon accueil étoit réſervé, pouvoit même paroître ſévère ; il promettoit peu, parce qu'il reſpectoit ſes engagemens ; donnoit rarement des eſpérances, parce qu'il ſavoit qu'on peut les prendre pour des promeſſes ; mais ſans dureté comme ſans humeur, il montroit de la bonté aux malheureux, de l'eſtime & de l'intérêt aux gens de mérite, de la politeſſe à tous les autres. Il avoit, avant d'être en place, des amis qu'il a conſervés, auxquels, ſoit pendant ſon miniſtère, ſoit dans ſon exil, ſoit dans ſa vie privée, il a témoigné les mêmes ſentimens, & qui, dans ces différentes époques, lui ont montré un attachement toujours égal. Il en eut parmi les gens de la Cour, dont pluſieurs, employés par lui dans des ambaſſades importantes, ont fait honneur à ſon choix ; & ceux qui lui ont ſurvécu, fidèles à ſa mémoire, ont bien voulu m'aider à lui rendre un foible hommage. Il en eut parmi les hommes attachés à ſes départemens, qui m'ont offert les mêmes ſecours avec un intérêt vif & tendre, que le ſeul devoir, uni même à la reconnoiſſance, ne peut inſpirer. Il étoit aimé de ſes enfans, des perſonnes qui, en entrant dans ſa famille, en avoient pris le titre & les ſentimens. Malgré l'auſtérité apparente de ſon extérieur, ſa bonté facile avoit gagné ceux même que leur âge ſembleroit devoir éloigner de la vieilleſſe infirme & ſouffrante ; ils s'empreſſoient de lui rendre des ſoins, vouloient être à ſes côtés, aimoient à l'entendre & ſe plaiſoient avec lui. Il a été vivement regretté de ſes domeſtiques, qui, de même que ſa famille, & tous ceux qui dépendoient de lui, l'avoient trouvé conſtamment juſte, bon, bienfaiſant, quelquefois même généreux dans des occaſions importantes, malgré ſon économie, ou plutôt parce que ſon économie lui permettoit de l'être. Son fils a écrit des Mémoires pour ſa vie, que je ne me permettrai de louer, qu'en regrettant de n'avoir pu conſerver ici en entier ce monument de la tendreſſe du fils & des vertus domeſtiques du père. Ce zèle pour la mémoire de M. de Praſlin, ſi général dans ceux qui ont été liés avec lui par le ſang, par l'amitié, par la reconnoiſſance, ne doit pas être oublié dans ſon éloge. On s'intéreſſe ſi foiblement à la gloire de ceux qui ne ſont plus : les hommes autour deſquels une foule empreſſée prodiguoit les louanges & les hommages, ſont-ils deſcendus dans le tombeau, elle s'en éloigne, & laiſſe leur nom s'y enſevelir avec eux : on les louoit par intérêt, par eſprit de parti; mais l'intérêt & l'eſprit de parti ne louent point les morts : & ſans doute celui dont la mémoire, loin d'être entourée d'un ſi triſte ſilence, a mérité que tant de voix s'empreſſaſſent de la bénir ou de la célébrer, n'auroit point obtenu cette exception honorable, s'il ne l'eût méritée par des vertus.

MÉMOIRES

MÉMOIRES
DE
MATHÉMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES

de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXXXV.

MÉMOIRE
SUR
LA QUANTITÉ DE L'APLATISSEMENT DE LA TERRE.

Par M. DE LA LANDE.

ON a ſouvent répété depuis Newton, que les obſervations faites ſur la longueur du pendule, donnoient pour la Terre un aplatiſſement différent de celui que la théorie & les meſures des degrés paroiſſoient indiquer: il m'a ſemblé reconnoître entre ces trois ſortes de moyens un accord aſſez ſatisfaiſant pour mériter d'être remarqué.

La plus grande longueur du pendule à ſecondes, qu'on ait jamais obſervée, eſt celle qui réſulte des obſervations de M. Lyons, lors du voyage de Phips à la mer glaciale; c'eſt peut-être la plus forte qu'il ſoit poſſible d'avoir, puiſqu'elle a été faite à $79^d\ 50'$ de latitude; elle ne diffère même que de $\frac{7}{100}$ de ligne de la plus grande, c'eſt-à-dire, de celle qu'on obſerveroit ſous le pôle même de la terre.

C'eſt auſſi l'obſervation la plus exacte, puiſqu'elle a été faite en deux endroits différens, les 16 juillet & 14 août, & avec un inſtrument très-bien fait, de M. Cumming, habile artiſte d'Angleterre; & que cet inſtrument fut mis en expérience à Londres, avant le voyage & après le retour. Le réſultat de ces importantes obſervations eſt que le même pendule accéléroit de $72''\frac{1}{2}$ par jour, au Spitzberg, de plus qu'à Londres (*Voyage au pôle boréal, fait en 1773, par ordre du roi d'Angleterre, par Conſtantin-Jean Phips; Paris, 1775, in-4.° page 182*).

M. Samuel Horſley, ſecrétaire de la Société royale, publia, en 1774, des remarques ſur ces obſervations, en quinze pages in-4.° (chez Elmſley), dans leſquelles on diſoit qu'il y avoit quelques nuages répandus ſur l'exactitude de ces obſervations. J'attendois ces remarques pour tirer mes conſéquences; mais après avoir demandé longtemps le Mémoire de M. Horſley, je l'ai reçu enfin; je l'ai lû avec attention, & je n'y ai rien trouvé qui puiſſe préjudicier à l'authenticité de l'obſervation du pendule, faite au Spitzberg, par M. Lyons. 1.° L'erreur que M. Horſley a remarquée, & qu'il attribue au dérangement de la lunette, n'empêche pas que la comparaiſon du pendule avec l'horloge marine ne donne le réſultat néceſſaire. 2.° Il y a une ſeconde obſervation dans laquelle il n'y a point d'incertitude, & qui donne le même réſultat que la première. Enfin j'ai eu la ſatisfaction de voir que ces obſervations s'éloignoient peu de celles que j'avois toujours regardées comme les plus exactes; j'ai donc cru qu'on pouvoit en tirer un résultat précieux pour la figure de la Terre.

Pour déduire la longueur du pendule de l'observation de M. Lyons, il faut ajouter aux $72'' \frac{1}{2}$, ou aux oscillations que le pendule faisoit de plus qu'à Londres, $10'',7$ qu'il y a de plus à Londres qu'à Paris. Ce seroit $7'',7$, suivant M. de Maupertuis *(Figure de la Terre, page 173)*, & $9'',8$, suivant M. Graham; mais j'aime mieux la déduire de la théorie *(a)*; ainsi l'on trouve $83''$ à $79^d\ 50'$ de plus qu'à Paris, ce qui répond à $\frac{85}{100}$ de ligne pour la longueur du pendule *(b)*.

Je suppose la différence entre le pendule équinoxial & celui de Paris, de $1^{\text{ligne}} \frac{46}{100}$, d'après M. Bouguer *(Figure de la Terre, page 342)*, parce que cette différence étoit tirée de différentes observations: la somme de ces deux quantités est 2,31, qui, divisée par le carré du cosinus de la latitude, donne 2,38 pour l'alongement total du pendule, depuis l'équateur jusqu'au pôle.

Cette quantité est $\frac{1}{185}$ de la longueur du pendule sous le pôle, que je trouve de 441,45; ainsi la pesanteur augmente de $\frac{1}{185}$ depuis l'équateur jusqu'au pôle; l'augmentation est plus forte que $\frac{1}{230}$, quantité que l'on devroit trouver dans le sphéroïde homogène, suivant la théorie de Newton. C'est ce que l'on avoit déjà remarqué depuis long-temps: « toutes les expériences, dit M. de Maupertuis, que les Académiciens envoyés par le Roi au Pérou, ont « faites, tant à Saint-Domingue qu'à l'équateur, s'accordent « avec les nôtres à donner l'augmentation de la pesanteur « vers le pôle, plus grande que celle qui se trouve dans la «

(a) Dès que l'augmentation totale de l'équateur au pôle est de $2^{\text{lignes}},38$, cette quantité divisée par la différence des carrés des sinus de latitude, donne 11 centièmes ou $11''$ de temps; & cette quantité est assez petite pour qu'il n'y ait pas d'erreur à craindre en l'empruntant du calcul.

(b) Quand on a l'alongement du pendule, on trouve facilement l'accélération qui en résulte, ou réciproquement, par le rapport de $50''$ à 51 centièmes de ligne; les $2^l,38$ qu'il y a de l'équateur jusqu'au pôle, donnent $3'\ 54''$ d'accélération. M. Bradley trouvoit $3'\ 49''$, M. de Maupertuis, $3'\ 34''$; la table de Newton ne donneroit que $3'\ 8''$.

» table de Newton, & par conséquent la terre, selon sa théorie, plus aplatie qu'il ne l'a faite ».

C'est encore la conséquence que M. Lyons tiroit des nouvelles observations; mais M. Horsley remarque, avec raison, que la seule conséquence légitime est une plus grande augmentation de pesanteur, & non pas un plus grand aplatissement. Ces deux choses ne doivent point se confondre; elles ne seroient égales que dans le sphéroïde homogène, & on ne peut plus le supposer tel, dès que l'augmentation de pesanteur est incontestablement plus grande que $\frac{1}{230}$. D'ailleurs, on ne conçoit point de cause qui puisse rendre l'aplatissement de la terre plus grand que $\frac{1}{230}$, tandis qu'il est aisé de comprendre qu'il peut être plus petit par le seul défaut de fluidité parfaite, qui a dû empêcher, dès le principe, que la terre ne prît tout l'aplatissement que sa rotation tend à produire.

M. Clairaut donna, dès 1743, le dénouement de cette difficulté que Newton & tous ceux qui le suivirent n'avoient pas aperçue; il fait voir qu'en supposant la terre composée d'une infinité de couches elliptiques, dont les densités & les ellipticités varient d'une manière quelconque, l'augmentation de pesanteur doit différer de $\frac{1}{230}$, autant que l'aplatissement, l'une en plus & l'autre en moins *(Théorie de la figure de la terre, pages 243 & 249).*

Nous venons de trouver l'augmentation de pesanteur, $\frac{1}{185}$ qui est plus grand que $\frac{1}{230}$ de 0,001042; cette quantité ôtée de $\frac{1}{230}$, donne $\frac{1}{302}$ pour l'aplatissement de la terre.

Examinons actuellement la quantité d'aplatissement qui résulte de tous les degrés mesurés jusqu'ici. Cet article a été discuté par M. Boscovich, avec autant de sagacité que d'intelligence, soit dans la théorie, soit dans la pratique, par la solution du problème suivant. Étant donné un certain nombre de degrés, trouver la correction qu'il faut faire à chacun des degrés, en observant ces trois conditions; la première, que leurs différences soient proportionnelles aux différences des ſinus verſes d'une latitude double; la ſeconde, que la ſomme des corrections poſitives ſoit égale à la ſomme des négatives; la troiſième, que la ſomme de toutes les corrections, tant poſitives que négatives, ſoit la moindre poſſible, pour le cas où les deux premières conditions ſont remplies.

Ayant appliqué la ſolution de ce problème à onze meſures de degrés, M. Boſcovich trouve pour l'aplatiſſement $\frac{1}{311}$ (*Voyage aſtron. &c. 1770, page 512*). En n'employant que les ſix degrés qui s'accordent le mieux, & où les corrections ne paſſent pas 41 toiſes, il trouve $\frac{1}{297}$. Cette quantité diffère bien peu de celle que nous a donnée l'expérience du pendule; & le milieu, $\frac{1}{300}$, peut être regardé comme le réſultat le plus vraiſemblable qu'il ſoit poſſible d'adopter, quant-à-préſent, pour le véritable aplatiſſement de la terre. Il eſt vrai que les degrés d'Amérique, du Cap & de Lapponie, s'écartent beaucoup de ce réſultat moyen, mais cela tient probablement à l'hétérogénéité de la terre, ou à l'attraction des montagnes.

Nous avons encore deux bonnes déterminations de la longueur du pendule, qu'il eſt utile de comparer avec celle de M. Lyons. La plus ancienne eſt l'obſervation que M. Graham fit à Londres, en 1732, comparée avec celle que M. Campell fit à la Jamaïque, avec le même inſtrument; M. Bradley l'annonçoit comme étant très-exacte, & il en avoit fait le fondement d'une nouvelle table des longueurs du pendule (*Philoſ. tranſ. 1734*) (c); il y donne 228",3 pour l'accélération totale de l'équateur vers les pôles, pendant une révolution des fixes, ce qui fait 229" pour la durée du jour moyen; il y a donc 2^{lignes},34 pour l'alongement du pendule ſous le pôle, au lieu de 2,38

(c) Cette obſervation donna lieu à M. de Bremond, de faire une collection complète de toutes les obſervations du pendule, dans la traduction françoiſe des Tranſactions philoſophiques. On y trouve auſſi la carte que M. Buache publia en 1740, où toutes ces obſervations ſont rapportées.

que nous avons trouvées par l'obſervation de M. Lyons. Cette obſervation de M. Graham donne l'augmentation de peſanteur $\frac{1}{189}$, d'où réſulte un aplatiſſement de $\frac{1}{295}$; le milieu entre celui-ci & celui de $\frac{1}{297}$ que donne la meſure des degrés, eſt $\frac{1}{296}$.

L'obſervation des Académiciens françois en Lapponie, donne 0,60 de différence entre Paris & Pello, qui eſt à $66^{d}\ 48'$ de latitude : (M. de Maupertuis *page 180);* ajoutant 1,46 qu'il y a de Paris à l'équateur, on a 2,06, ce qui donne au pôle 2,44 pour l'alongement total du pendule, ou $\frac{1}{181}$ pour l'augmentation de peſanteur; cela fait $\frac{1}{315}$ pour l'aplatiſſement, ou $\frac{1}{306}$ en prenant le milieu entre le réſultat des degrés & celui du pendule.

Ainſi l'obſervation du Spitzberg tient un milieu entre les deux que je viens d'examiner, & qui ſont, ſelon toutes les apparences, les plus exactes; cela augmente la confiance qu'elle méritoit déjà, & comme elle eſt la plus concluante de toutes, elle me perſuade que pour calculer les diminutions du ſphéroïde terreſtre, on peut employer l'aplatiſſement de $\frac{1}{300}$; ce qui fait pour la parallaxe horizontale ſuppoſée d'un degré, 12 ſecondes de différence entre l'équateur & les pôles *(d)*.

Il eſt vrai que l'obſervation de M. Mallet, à Ponoi *(Mém. de Péterſbourg, 1769)*, donne 2,49 pour l'alongement du pendule, ce qui eſt encore un peu plus que l'obſervation de Pello ; mais la différence n'eſt pas plus grande que celle qu'il y a entre les deux obſervations de Pello & du Spitzberg.

Ces calculs m'ont donné lieu de faire quelques remarques ſur la véritable longueur abſolue du pendule à Paris. Tout le monde l'a employé, d'après M. de Mairan, de $3^{\text{pieds}}\ 0^{\text{pouces}}\ 8^{\text{lignes}},57$, à la température de 10 degrés. On peut compter ſans doute ſur l'exactitude de ſes opérations ;

(d) Le dénominateur 300 augmentera environ d'une unité pour chaque centième de ligne qu'on ajoutera au pendule polaire.

mais sa toise étoit plus courte de $\frac{1}{11}$ de ligne que celle du Pérou qu'on a généralement adoptée. Je m'en suis assuré en faisant moi-même la comparaison, après avoir acquis la toise de M. de Mairan; il faut donc diminuer la longueur du pendule de $0^{\text{lignes}},045$, & il restera 440,52 pour Paris. M. Graham, qui étoit un observateur fort exact & un artiste très-adroit, détermina la longueur du pendule, à Londres, en 1739, de 39,129 pouces anglois (*phil. trans. 1734*): suivant la comparaison faite à Londres, d'une toise que j'envoyai à M. Maskelyne (*philos. trans. 1768*), cela revient à $36^{\text{pouces}}, 8^{\text{lignes}}, 58$ de France. Il ne dit pas de quel thermomètre il se servoit; mais vers le 25 août, temps où il faisoit ses expériences, la chaleur moyenne, à Paris, a été de 16 degrés (*Connoiss. des temps, 1775*): ainsi il faut ajouter $\frac{4}{100}$ à cette longueur du pendule. La différence des pendules, entre Paris & Londres, suivant la théorie, doit être de 11 à ôter; il restera 440,51, ce qui s'accorde fort bien avec le résultat de M. de Mairan.

M. Bouguer, qui avoit aussi fait des expériences sur le pendule avec M. de la Condamine, donne, pour Paris, 440,58 (*Fig. de la terre, page 342*); j'en ôte 6 qu'il ajoutoit pour le poids de l'air: cette réduction est à peu-près constante dans tous les pays, & comme nous n'opérons jamais dans le vide, il est inutile de dénaturer ainsi nos résultats.

M. Bouguer ne dit pas à quel degré de chaleur il faisoit ses expériences (*page 339*); mais il paroît qu'il avoit tout réduit à la température de Quito, qui est celle de Paris, au milieu du printemps, & ce sera plutôt 16 degrés que 10. Dans ce cas il faut ajouter 4 centièmes, & l'on aura 440,56 pour la température de 10 degrés. Ce troisième résultat excède un peu les deux autres, & je crois qu'on peut, en s'en rapprochant un peu, prendre 440,53 pour la longueur du pendule à Paris, à la température de 10 degrés, & 45 toises au-dessus du niveau de la mer, qui est la hauteur de la grande salle de l'observatoire: cette hauteur n'excède que de 10 à 12 toises celle où M. de Mairan observoit, &

encore moins celle où habitoit M. Bouguer, dans la rue des Postes.

Le pendule sous l'équateur, à la même température, doit être supposé 439,07, puisque celui de Paris ayant été déterminé, par plusieurs observations, de 440,53, & la différence de Paris à l'équateur, fixée aussi de plusieurs manières à 1,46, la différence donne le pendule sous l'équateur; il diffère de la quantité donnée par M. Bouguer, 439,21, à raison de la température & de la réduction qu'il faisoit pour le vide. En 1740, les observations envoyées du Pérou donnoient 438,83 pour Quito; mais, suivant M. Bouguer, la différence est 33, depuis Quito jusqu'au niveau de la mer, toute réduction faite; ce seroit 439,16, qui approche encore plus de la quantité que j'ai choisie.

Le résultat de ce Mémoire est que les observations du pendule s'accordent avec la mesure des degrés, quand on discute les unes & les autres d'une manière convenable; elles s'accordent également avec la théorie & les loix de l'hydrostatique; mais pour apercevoir cet accord général, il faut renoncer à l'homogénéité de la terre, & admettre l'augmentation de densité des couches terrestres en allant vers le centre; supposition d'ailleurs très-naturelle, & qui est une suite nécessaire de la grande compression que les parties centrales éprouvoient lorsque la rotation de la terre déterminoit l'aplatissement que nous observons aujourd'hui.

MÉMOIRE
SUR L'ORIGINE DU ZODIAQUE, L'EXPLICATION DE SES DOUZE SIGNES, *Et ſur le Syſtème chronologique de Newton.*

Par M. LE GENTIL.

LE Zodiaque eſt un des plus anciens monumens de l'hiſtoire de l'Aſtronomie, & l'époque de ſon origine bien déterminée, répandroit un grand jour ſur cette hiſtoire; mais comment débrouiller cette origine au milieu d'une confuſion de fables parmi leſquelles elle eſt enveloppée? & où allumer le flambeau pour ſe conduire dans cette recherche? nous en avons déjà reconnu & avoué l'impoſſibilité. En effet, un ſilence profond règne, à cet égard, dans toute l'antiquité; & ce qui devroit ſans doute nous faire abandonner toute eſpèce de recherches ſur cette matière, c'eſt qu'il ſemble que les premiers inſtituteurs n'ont cherché, dans leur travail, rien autre choſe que leur intérêt perſonnel, ſans ſe mettre en peine de la poſtérité, ni de lui tranſmettre l'époque de leurs connoiſſances: ſemblables, en quelque ſorte, aux Brames, quels qu'ils ſoient, on voit qu'il leur importoit beaucoup moins de conſerver cette époque, que de la faire oublier, en l'enveloppant de fables & d'allégories pour en dérober le ſens & l'origine.

Lû le 12 Nov. 1785.

C'eſt ſous cette forme voilée, que ſe préſente à nous le zodiaque, deux à trois mille ans avant Jéſus-Chriſt: on eſt étonné de le trouver formé à cette époque, ſans pouvoir entrevoir ni débrouiller d'où il vient. Voilà ſon hiſtoire en deux mots, & nous devrions peut-être nous en tenir là; mais notre curioſité qui s'en irrite davantage, ne ſeroit pas ſatisfaite: nous allons donc eſſayer ſi, à l'aide de l'aſtronomie, nous ne pourrions pas tirer quelques conjectures ſer cette origine.

Cette matière ſur laquelle je me ſuis beaucoup exercé depuis quelques années, fait aujourd'hui le ſujet d'un travail très-conſidérable que j'ai préſenté à l'Académie, au mois de Juillet dernier; je ne puis en donner ici qu'une très-légère idée.

N étant pas ſatisfait des ſyſtèmes qu'on a formés juſqu'ici ſur l'origine du zodiaque & ſur l'explication de ſes douze emblèmes, voyant dans tous des difficultés inſolubles, j'ai eſſayé de lui chercher une autre origine: j'ai cru la voir dans les ſignes même de la vierge & des gémeaux réunis. Pluche a voulu que la vierge fût le ſymbole & l'affiche, pour ainſi dire, du temps des moiſſons; mais, outre les difficultés inſolubles que je remarque dans cette explication, & que je détaille dans mon ouvrage, je me ſuis ſouvent demandé à moi-même, pourquoi les inventeurs du zodiaque auroient placé dans le ciel une moiſſonneuſe & non pas un moiſſonneur? comme ſi la moiſſon étoit l'ouvrage des femmes, de préférence & excluſivement aux hommes.

On convient généralement que le zodiaque eſt originaire d'Aſie, de la Phénicie, ou de la Chaldée, ou de l'Inde: or, en Orient, les hommes font preſque ſeuls les travaux de la campagne, au moins la campagne occupe beaucoup plus les hommes que les femmes; c'eſt un fait inconteſtable, les femmes des Orientaux n'ont guère que le détail de l'intérieur des maiſons, où elles ſe tiennent preſque toujours renfermées, hors de la vue des hommes & de leur commerce. Pourquoi donc auroit-on choiſi une femme pour la placer dans le ciel, contre le coſtume oriental qui n'a jamais varié? pourquoi n'y avoir pas placé un moiſſonneur? cette réflexion a été la ſource de tout le travail que j'annonce aujourd'hui; elle m'a conduit à trouver trois époques dont l'accord ſingulier m'a frappé au point que je ſuis parti de ces époques pour bâtir mon ſyſtème. La première eſt le ſiècle d'Atlas; la ſeconde eſt la poſition des é oiles principal es de la tête de la vierge, au ſolſtice d'été pour ce ſiècle; la troiſième eſt le renouvellement de la période caniculaire de quatozre cents ſoixante ans, encore pour le même ſiècle: j'en ai conclu que ces trois époques n'en ſont qu'une ſeule; &, avec aſſez de vraiſemblance, je penſe que l'époque d'*Atlas* n'eſt autre choſe que celle où les premières étoiles de la vierge étoient au ſolſtice d'été, en même temps que ſirius renouveloit la période caniculaire.

Selon M. Bailli, Atlas auroit vécu quatre mille ans avant Jéſus-Chriſt.

Les premières étoiles de la vierge étoient, à cette époque, au ſolſtice d'été, fait extrêmement remarquable, car β au haut de l'aile auſtrale, avoit, en 1720, $5^{f}\ 23^{d}\ 11'$ de longitude: or, les étoiles avançant d'un degré en ſoixante-douze ans, il s'enſuit que cinq mille neuf cents ſoixante-ſeize ans avant cette époque, cette étoile étoit au ſolſtice; c'eſt juſtement quatre mille deux cents cinquante-ſix ans avant Jéſus-Chriſt.

M. Fréret démontre que la période caniculaire avoit recommencé chez les Égyptiens, mille trois cents vingt-deux ou treize cents vingt-trois ans avant Jéſus-Chriſt, & qu'il y avoit déjà eu un premier renouvellement chez eux, confirmé par Manethon, l'an 2782 avant Jéſus-Chriſt; ajoutant à cette époque la durée de la période caniculaire de quatorze cents ſoixante ans, il nous vient encore quatre mille deux cents quarante-deux ans avant Jéſus-Chriſt.

C'eſt donc quatre mille deux cents quarante-deux ans avant Jéſus-Chriſt, que je ſuppoſe qu*Atlas* ou d'autres aſtronomes de ce ſiècle ont imaginé & établi la période caniculaire, lorſque les premières étoiles de la vierge étoient au ſolſtice d'été. Ce fut-là, ſelon moi, le premier travail; c'eſt à cette époque que je place l'origine du zodiaque, lorſque la poſition des premières étoiles de la vierge au ſolſtice d'été, coïncidoit avec le lever héliaque de la canicule.

La vierge ne ſera donc plus déſormais une ſimple moiſſonneuſe, une femme en peinture, qui n'eſt dans le ciel que comme en ſentinelle pour avertir ſes compagnes du temps des moiſſons, pour indiquer le mois ou la ſaiſon de les faire, & de ramaſſer les grains: c'eſt la déeſſe qui répand également ſes bienfaits ſur tous les hommes, qui donne ſes loix aux mortels; c'eſt *Iſis* ou *Cérès*, la déeſſe des Syriens & de tout l'Orient; en un mot, ce ſera l'apothéoſe de la terre, ſous la figure ou l'emblème de la femme.

Terra Ceres, dit Orphée, *cunctis mater, dans omnia largè* (Diod. liv. I).

Il eſt certain que la femme, qui eſt mère & nourrice, a très-bien pu être regardée par les premiers hommes comme une image très-naturelle de la terre & de ſes productions.

La terre enfante toutes choſes, c'eſt la mère-nourrice de tout ce qu'elle renferme; ainſi rien ne fut ſi naturel que de peindre la terre ſous la figure de la femme. Nous devons faire remarquer, à cette occaſion, que l'ancien nom de la femme eſt *iſſa* ou *iſis*; cela ſe trouve prouvé par le ſecond chapitre de la *Geneſe*, par l'hiſtorien *Joſèphe*, & par les notes du ſavant *Bochard.*

En plaçant ainſi la terre au ſolſtice d'été, ſous la figure d'une femme ou d'*Iſis*, l'année devoit commencer par la fête de cette divinité, comme en effet cela ſe pratiquoit chez les anciens; auſſi je ſuppoſe que ce fut à cette même époque de quatre mille deux cents quarante-deux ans avant Jéſus-Chriſt, que cette célèbre fête fut inſtituée dans l'Orient: cette inſtitution ne fut autre choſe, dans l'intention des fondateurs, qu'un aveu de reconnoiſſance envers la terre, ſous la dénomination d'*Iſſa* ou d'*Iſis*, pour la remercier des fruits qu'elle avoit procurés pendant l'année. On ne pouvoit donc pas mieux la placer qu'à la ſuite de toutes les récoltes & au renouvellement de l'année au ſolſtice, pour la prier de continuer de répandre ſes mêmes bienfaits ſur l'année ſuivante.

La canicule, *ſirius* enfin, la plus belle étoile du ciel, qui précédoit de très-peu de temps le lever du ſoleil & de la vierge, fut choiſie pour avertir le peuple, par ſon lever héliaque, du jour de la célébration de cette ſolemnité.

Je paſſe ici ſous ſilence une foule d'autorités que je rapporte dans mon ouvrage, & les conſéquences que j'en tire en faveur de mon opinion; mais je dois dire un mot de l'application que j'ai faite de cette hypothèſe à un des autres ſignes du zodiaque : elle m'a paru ſi frappante & ſi naturelle, que j'en ai fait, avec le ſigne de la vierge, la baſe de mon ſyſtème. Je veux parler des deux gémeaux, vrai ſymbole de fécondité; ils ſont placés à neuf ſignes ou neuf mois préciſément de la vierge, de la femme ou d'Iſis; comme ſi on eût voulu dire par cet emblème, que cette femme qui déſigne la terre, comme nous avons vu, & ſes productions, fut la mère de ces deux gémeaux: rien n'eſt plus frappant, ſelon moi, que ce ſymbole de fécondité, marqué dans le ciel par deux enfans gémeaux naiſſans. Or les deux gémeaux, dans mon hypothèſe, répondent au mois qui ouvre les moiſſons dans la Syrie, la Phénicie, Paleſtine, Chaldée ou Babylonie, & même dans une très-grande partie de l'Inde, ſavoir en Avril: ne ſemblent-ils donc pas avoir été placés-là comme la marque la plus évidente de la fécondité de la terre, ou d'*Iſis* qui la figure? C'eſt dans le mois des premiers fruits & des moiſſons, que la terre ouvrant ſon ſein aux hommes, eſt cenſée enfanter, & leur préſenter ſes productions en tout genre: pouvoit-on mieux déſigner que par deux gémeaux naiſſans, cette grande fécondité de la terre dans ces climats fortunés dont je viens de parler, où la nature ſemble ſe ſurpaſſer elle-même dans ſes productions, en donnant aux hommes deux cents & même trois cents pour un des fruits qu'ils lui confient?

Dans la crainte de paſſer les bornes que j'ai dû me preſcrire, je m'arrête ici pour dire un mot de la ſphère d'Eudoxe & du ſyſtème chronologique de Newton; parce que j'ai fait, au ſujet du ſyſtème de ce grand homme & de la ſphère d'Eudoxe, quelques remarques qui rentrent naturellement dans les recherches dont je me ſuis occupé ſur l'origine du zodiaque.

Eudoxe, en décrivant les conſtellations, dit que le colure d'été paſſe par le milieu du *cancer* & du *capricorne*, & l'autre colure par le milieu du *bélier* & des *pinces;* or, M. *Newton* ſuppoſant que la ſphère d'Eudoxe eſt celle de Chiron, & comparant enſuite la poſition du milieu du *bélier* dans cette ſphère, avec le même point pris du catalogue de Flamſtéed, pour 1690, il trouve que ce point a rétrogradé, par rapport aux étoiles, de $36^{d}\ 29'$, qui donnent neuf cents trente-ſix ans avant Jéſus-Chriſt, pour l'âge de Chiron.

Ce ſyſtème a été généralement attaqué. M, Fréret a fortement combattu *Newton*, ainſi que l'a fait le père *Souciet*, Jéſuite. *Wiſton* l'a auſſi attaqué, mais avec les armes de l'aſtronomie. Je ne connois que *Halley* qui ait cherché à défendre *Newton*, en répondant au père *Souciet*, mais avec très-peu de ſuccès.

L'étude particulière que j'ai faite de l'aſtronomie ancienne, m'a mis, j'oſe le dire, en état de me préſenter ici en faveur de *Newton;* & puiſque *Wiſton* l'a attaqué avec les armes de l'aſtronomie, ce ſera auſſi avec les mêmes armes que j'en uſerai avec lui, ſes obſervations ſur le ſyſtème chronologique de *Newton* ne nous ayant paru rien moins que concluantes. Je prouve, dans mon ouvrage, que le ſyſtème de ce grand homme eſt vrai dans le fond, & qu'il s'eſt ſeulement trompé dans la forme du calcul.

La plus forte objection que *Wiſton* a faite à *Newton*, ſe réduit à celle-ci: les colures doivent ſe couper à angles droits; or, cela ne ſe peut dans le ſyſtème de *Newton:* auſſi, dit *Wiſton*, *Newton* a-t-il négligé de nous donner aucun calcul ſur les étoiles de la balance; cette négligence étoit bien entendue, continue-t-il, pour ſon ſyſtème, car cette conſtellation ne peut s'y ajuſter.

Il eſt vrai que *Newton* n'a point du tout parlé des étoiles de la balance; mais c'eſt que *Newton*, tout ſavant qu'il étoit d'ailleurs, n'étoit pas aſſez verſé dans la connoiſſance de l'astronomie ancienne; car on peut dire à *Wiston* que c'est sa propre supposition qui porte à faux. En effet, *Wiston* se trompe, lorsqu'il suppose qu'*Eudoxe*, par les *pinces* du *scorpion*, entendoit la *balance;* il confond perpétuellement l'un & l'autre; il suppose que la balance occupe 18 à 20 degrés dans le ciel: cela est vrai dans le dessin que nous en avons & que nous tenons de Ptolémée; mais ce n'est point de la balance, telle que nous l'avons, dont il s'agit dans la sphère d'*Eudoxe* & d'*Aratus*, c'est des pinces du scorpion, composées de quatre étoiles seulement, qui n'ont que 7^d $10'$ d'étendue en longitude. Les termes d'*Eudoxe*, d'*Aratus* & d'*Hygin*, sont formels; selon les deux premiers, le colure passe par le milieu des *pinces*, *per medium chelarum*, & non pas *per medium libræ.*

Or, le mot latin *chelæ*, ne veut point dire la balance, il signifie proprement les *mains*, pour ainsi dire, des animaux que nous nommons *scorpions* & *crabes*, parce que ces espèces de mains sont faites en forme de *forcettes* ou de *ciselets* dentelés, que les Grecs nommoient *chelas*: Eudoxe & *Aratus* entendoient donc que le colure passoit par les quatre étoiles qui étoient dans les *forcettes* ou *ciselets* dentelés du *scorpion*, & non par le milieu de la balance, telle que nous l'avons. Hipparque lui-même, qui n'aimoit ni *Eudoxe* ni *Aratus*, emploie par-tout le mot *chelæ*, & entend par-là, comme tous les anciens, les quatre étoiles $\alpha, \beta, \mu, \varepsilon$, de la balance, qui, dans l'ancienne sphère grecque, nous le répétons, formoient les *pinces* du *scorpion.* Au moyen de cette observation qui me paroît très-vraie, l'objection de *Wiston* tombe, & les colures se coupent à angles droits dans le système de *Newton.* Le calcul que j'en ai fait, d'après cette supposition, m'a appris que depuis cette époque indiquée par la sphère d'*Eudoxe* & d'*Aratus*, les points équinoxiaux paroissent avoir rétrogradé de 43^d 18 à $20'$; en partant de 1720; ce qui remonte à treize cents quatre-vingt-dix-huit ou quatorze cents ans avant Jésus-Christ. Je vais finir en jetant un coup-d'œil seulement sur les tropiques décrits également par *Eudoxe* & *Aratus.* Celui d'été paſſoit, ſelon ces anciens auteurs, par le genou du cocher, & par le milieu des têtes des gémeaux & du cancer; & le tropique d'hiver par l'aiguillon même du ſcorpion. Or, j'ai trouvé que ces poſitions n'ont pu avoir lieu que deux mille trois cents ou deux mille quatre cents ans avant Jéſus-Chriſt. Il paroîtra peut-être ſingulier que les colures donnent ici une époque, & les tropiques une autre beaucoup plus éloignée; mais je n'en ai point été ſurpris, car nous penſons, & nous l'avons déjà dit, que l'aſtronomie ſolaire a commencé par fixer les limites bizarres des excurſions du ſoleil, tantôt vers le nord, tantôt vers le ſud; & que par conſéquent les tropiques ont dû être fixés les premiers, & les colures après. Mais d'où peuvent venir ces deux époques de quatorze cents & de deux mille cinq cents ans avant Jéſus-Chriſt? les Grecs les tenoient certainement de l'Aſie; car comme nous penſons que c'eſt en Aſie que le mouvement des étoiles a été d'abord connu, nous croyons que les aſtronomes de ces contrées avoient des cartes céleſtes de différentes époques, & qui marquoient des états du ciel tout différens; les Grecs, peu aſtronomes, n'y regardoient pas de ſi près, & leurs poëtes encore moins.

Eudoxe aura donc compoſé ſon ouvrage de morceaux découſus, ſans ſavoir ce qu'il faiſoit, c'eſt-à-dire, ſans voir ſi les cercles qu'il décrivoit avoient ou n'avoient pas dans le ciel la poſition qu'il leur aſſignoit: de cette façon, il a compoſé une ſphère monſtrueuſe, mais cependant bien précieuſe pour nous qui connoiſſons le mouvement des étoiles.

Nous concluons de ceci, que quoique les Grecs nous aient laiſſé l'explication des douze ſignes du zodiaque, tirée du fond de leur hiſtoire, ce cercle avoit été imaginé dans le ciel, ainſi que les tropiques, mille ans au moins avant qu'il fût queſtion de ces peuples dans le monde.

COMPARAISON

COMPARAISON

Du Zodiaque Indien, des Tranſactions philoſophiques, année 1772, *avec celui que l'on voit au bas d'une des tours de Notre-Dame de Paris; avec des réflexions ſur ces deux monumens.*

Par M. le GENTIL.

LE zodiaque indien que l'on trouve dans les Tranſactions philoſophiques (*année 1772*), nous préſente, pour le capricorne, une chèvre unie avec un poiſſon; mais nous ne penſons pas que ce zodiaque ſoit des premiers temps, ni même auſſi ancien que le penſe M. Dupuis : je ne peux être de ſon avis quand il prétend que ce monument repréſente l'état du ciel dans l'âge où la vierge occupoit le ſolſtice (*page 399*), quoique cette opinion dût extrêmement favoriſer mon ſyſtème; car ce ne ſont pas, à mon avis, les angles des quadrilatères qui déſignent, dans ce planiſphère, les ſolſtices & les équinoxes, attendu qu'il ſe trouve quatre ſignes dans chacun des quadrilatères, & qu'il ne devroit y en avoir que trois; c'eſt-à-dire, que les douze ſignes du zodiaque devroient aller ou marcher par diviſions en quatre parties, & par conſéquent de trois en trois, relativement à la diviſion du zodiaque, en quatre portions égales de trois ſignes pour une ſaiſon; & c'eſt en effet ce qu'on obſerve dans ce zodiaque. On y voit que ce zodiaque eſt diviſé de trois en trois ſignes, & que les diviſions ſont bien indiquées & bien marquées au milieu de chaque quadrilatère, de haut en bas qui repréſente la ligne nord & ſud, & de droite à gauche qui repréſente la ligne de l'eſt à l'oueſt; qu'une de ces diviſions eſt terminée par le bélier; que la ſuivante commence où celle-ci finit, c'eſt-à-dire, au commencement du taureau; que celle-ci finit avec le cancer, & qu'il en commence une autre au lion, &c. d'où il nous a paru naturel de conclure que ce monument repréſente, non l'état du ciel dans l'âge où la vierge occupoit le ſolſtice, comme le penſe M. Dupuis, mais au contraire celui où le lion occupoit ce ſolſtice; ce ſeroit donc l'ordre des ſignes du zodiaque, deux mille cinq cents ans environ avant Jéſus-Chriſt: par conſéquent quoique nous ſoyons bien perſuadés de ſon ancienneté, nous ne pouvons rien remarquer dans ce zodiaque qui puiſſe nous donner à ſoupçonner qu'il prouve d'une manière même indirecte, comme l'aſſure M. Dupuis, que le capricorne a occupé, dans le principe, le ſolſtice d'été, puiſqu'à la rigueur c'eſt le lion qui occupe le ſolſtice dans ce planiſphère. De plus, je ne peux diſſimuler ici une obſervation très-importante qui m'eſt venue dans l'idée au ſujet de ce zodiaque, & que j'ai l'honneur de propoſer au public.

Qui peut avoir dit à M. Dupuis qu'un zodiaque ſculpté ſur la voûte d'un temple, & dont les figures vont dans un ſens contraire à celui qu'elles doivent tenir, qui lui a répondu, dis-je, que ce zodiaque ſoit l'ouvrage d'un aſtronome?

Lorſque des Indiens aſtronomes me diſent qu'ils ont comme nous un zodiaque compoſé de douze ſignes; qu'ils me nomment ces ſignes; que ces ſignes ſe trouvent être les nôtres avec quelques différences qui ne font qu'en indiquer l'origine; & qu'ils appellent ces ſignes, *bélier, taureau*, &c. lorſque ces noms qu'ils m'ont donnés ſe rapportent à ce que je trouve, enſuite, imprimé dans une grammaire faite ſur les lieux, par un miſſionnaire qui n'a nul intérêt de changer ou d'altérer ces noms, je dis qu'un pareil zodiaque eſt un zodiaque authentique, en uſage parmi les Brames ou les aſtronomes de l'Inde: or, tel eſt le zodiaque, j'oſe l'aſſurer, que j'ai rapporté de l'Inde.

Mais lorſque je trouve un autre zodiaque qui diffère de celui-là dans quelques points eſſentiels, ſculpté ſur un mur, ou ſur la voûte d'un temple Indien, ne me ſeroit-il pas permis de conjecturer que ce zodiaque eſt celui d'un maçon; c'eſt-à-dire, ce maçon, que je ſuppoſe, ne peut-il pas avoir ſculpté un tel zodiaque d'après une connoiſſance vague que je lui donne de ces ſignes, ſans qu'un Brame aſtronome les lui ait donnés par ordre? Je ne prétends point, je le repète ici, chercher à rejeter ce zodiaque, qui n'eſt nullement contraire à mon hypothèſe, & qui, quand il ſeroit rejetable ici, ne toucheroit aucunement à l'antiquité que je ſuppoſe aux Indiens & à leur aſtronomie. Je ne cherche que la vérité, j'expoſe des faits au public, & je le laiſſe le juge; je ſuppoſe donc qu'au bout d'une très-longue ſuite de ſiècles, nous ſoyons malheureuſement réduits à l'état actuel de l'Inde; & que des curieux voyageurs & inſtruits, de contrées fort éloignées d'ici, où les ſciences auroient paſſé & fleuriroient, trouvaſſent parmi les ruines de quelques-unes de nos égliſes gothiques un zodiaque, dans lequel le lion ſût placé entre les gémeaux & l'écreviſſe; & à la place de la vierge & de la balance, deux autres figures ſymbolique aſſez différentes de celles-là: je demande ſi ces voyageurs pourroient regarder un tel zodiaque comme l'ouvrage des aſtronomes françois, & en conclure que nous plaçions le lion entre les gémeaux & l'écreviſſe; & que nous n'avions ni la vierge ni la balance dans notre zodiaque: or, nous allons convertir ceci en réalité.

Je ſavois que le génie qui a guidé les maçons ou architectes Indiens dans la conſtruction de leurs pagodes, eſt le même qui a préſidé chez nous à la conſtruction de nos égliſes gothiques: d'après cette réflexion, qui étoit bien ſimple pour quelqu'un qui connoiſſoit l'Inde, j'ai cherché ſi je ne trouverois pas parmi quelques-uns de nos temples gothiques quelque zodiaque dans le goût de celui dont nous parlons, des Tranſactions philoſophiques. Cette idée m'étant venue dans un de mes voyages en Normandie, remplie d'égliſes gothiques très-anciennes, je viſitai fort attentivement tous ces anciens édifices dans les villes par où j'ai coutume de paſſer, ſur-tout à Caen, ſans rien trouver qui eût le moindre rapport avec le zodiaque ; je ne ſavois pas qu'il exiſtoit dans la capitale, & qu'il étoit inutile de le chercher ailleurs : en effet, j'ai eu la ſatisfaction de le découvrir depuis dans l'égliſe de Paris, à la porte collatérale de l'entrée, au bas de la tour ſeptentrionale. Ce zodiaque eſt un monument qui m'a paru ſi ſingulier & ſi digne de notre attention, que j'ai cru qu'il méritoit bien d'être placé à côté de celui des Tranſactions philoſophiques.

Deſcription des douze ſignes du zodiaque que l'on trouve à l'entrée de l'égliſe de Paris, au bas de la tour ſeptentrionale; & de quelques figures ſymboliques qui les accompagnent.

À gauche ſont placés:

1.° au-deſſous du pilaſtre & du cordon...... *le Verſeau*, ou plutôt l'on voit le plus ſingulier ſymbole aquatique qu'il ſoit poſſible de ſe figurer. Il repréſente un homme affourché ſur un gros poiſſon, tenant de ſa main gauche une bride qui paſſe dans la gueule de ce poiſſon; de ſa main droite, il ſoutient un bateau qui eſt ſur l'eau, & à la voile. Le poiſſon, qui paroît être un très-gros poiſſon, a le bout de ſa queue appuyée à bas. Le verſeau eſt-là, & aſſis ſur le bas du dos du poiſſon, & ſa main gauche élevée; il eſt entouré d'un courant d'eau, comme ſeroit celui d'une rivière.

2.° Au-deſſous du pilaſtre & au-deſſus du cordon. *les Poiſſons;*

3.° Sur le pilaſtre.................... *le Bélier;*

4.° .... *le Taureau;*

5.° .... *les Gémeaux;*

6.° À la place de l'écreviſſe............... *le Lion.*

À droite ſont placés:

1.° Vis-à-vis le lion, & à ſa place.......... *l'Écreviſſe;*

2.° À la place de... .... *la Vierge*, une jeune fille tenant ſes mains devant elle, & dedans ſes mains, les bras, à ce qu'il ſembleroit, d'une petite balance, ou peut-être un petit marteau;

3.° À la place de..................... *la Balance*, un jeune homme, un bonnet ſur ſa tête, & qui paroît tailler de la pierre;

4.°........................... *le Scorpion*;

5.°........................... *le Sagittaire*;

6.°........................... *le Capricorne*; il n'a rien de remarquable. La tête eſt mutilée par le temps; mais on voit encore le bout d'une de ſes cornes.

Douze autres figures ſymboliques accompagnent ces douze ſignes, nous allons les rapporter dans l'ordre qu'on les trouve. Ces figures répondent chacune à un des ſignes du zodiaque, & ſont placés ſur le côté du pilaſtre.

1.° Une figure à table. Cette figure a le bras droit caſſé; à ſa gauche eſt une autre figure à genoux, vêtue d'une robe, & qui ſemble repréſenter une femme. Le temps a détruit la tête & le bras gauche. À côté du *Verſeau.*

2.° Un vieillard vêtu d'un manteau; la tête manque; il paroît aſſis devant le feu, tenant ſon ſoulier de la main gauche. On voit au haut de l'appartement quelque choſe d'accroché, comme ſi c'étoient des ſauciſſes & un jambon. À côté des *Poiſſons.*

3.° Un vieillard qui abbat & coupe des branches d'arbres, avec une petite ſerpette qu'il tient de ſa main droite. L'avant-bras de la main gauche eſt détruit. À côté du *Bélier.*

4.° Une figure de femme, tenant dans chacune de ſes mains une poignée d'épis de blé. Elle eſt vêtue de deux robes l'une ſur l'autre, ce qu'on aperçoit à ce que celle de deſſous paſſe l'autre. Cette figure a à ſes pieds une poignée également d'épis de blé. À côté du *Taureau.*

5°. Une femme vêtue d'une ſorte de jupe. Elle a la main droite élevée tenant un bouquet; ſur ſa main gauche on voit une eſpèce de perroquet. À côté des *Gémeaux.*

À côté du *Lion*.

6.° Un homme portant un paquet ſur ſon dos, & qu'il appuie de ſa main gauche ; de l'autre main il tient une faucille dont le bout eſt caſſé.

À côté de l'*Écreviſſe*.

7.° Un moiſſonneur debout qui aiguiſe ſa faux.

à côté du tailleur de pierre qui répond à *la Vierge*.

8.° Un moiſſonneur qui abbat & coupe du blé.

à côté de la femme qui répond à *la Balance*.

9.° Un jeune homme en chemiſe qui foule le raiſin dans une haute cuve. Il a la main droite appuyée ſur ſon côté, paroiſſant porter la gauche à ſon bonnet.

À côté du *Scorpion*.

10.° Un vieillard qui sème du blé dans un champ.

À côté du *Sagittaire*.

11.° Une figure que le temps a très-mutilée, ſans bras, ſans tête, qui paroît avoir dans un grand tablier devant elle, comme des graines. Cette figure eſt accompagnée de deux pourceaux. Il y a toute apparence que ces graines ſont des glands de chêne, pour nourrir ces pourceaux pendant l'hiver.

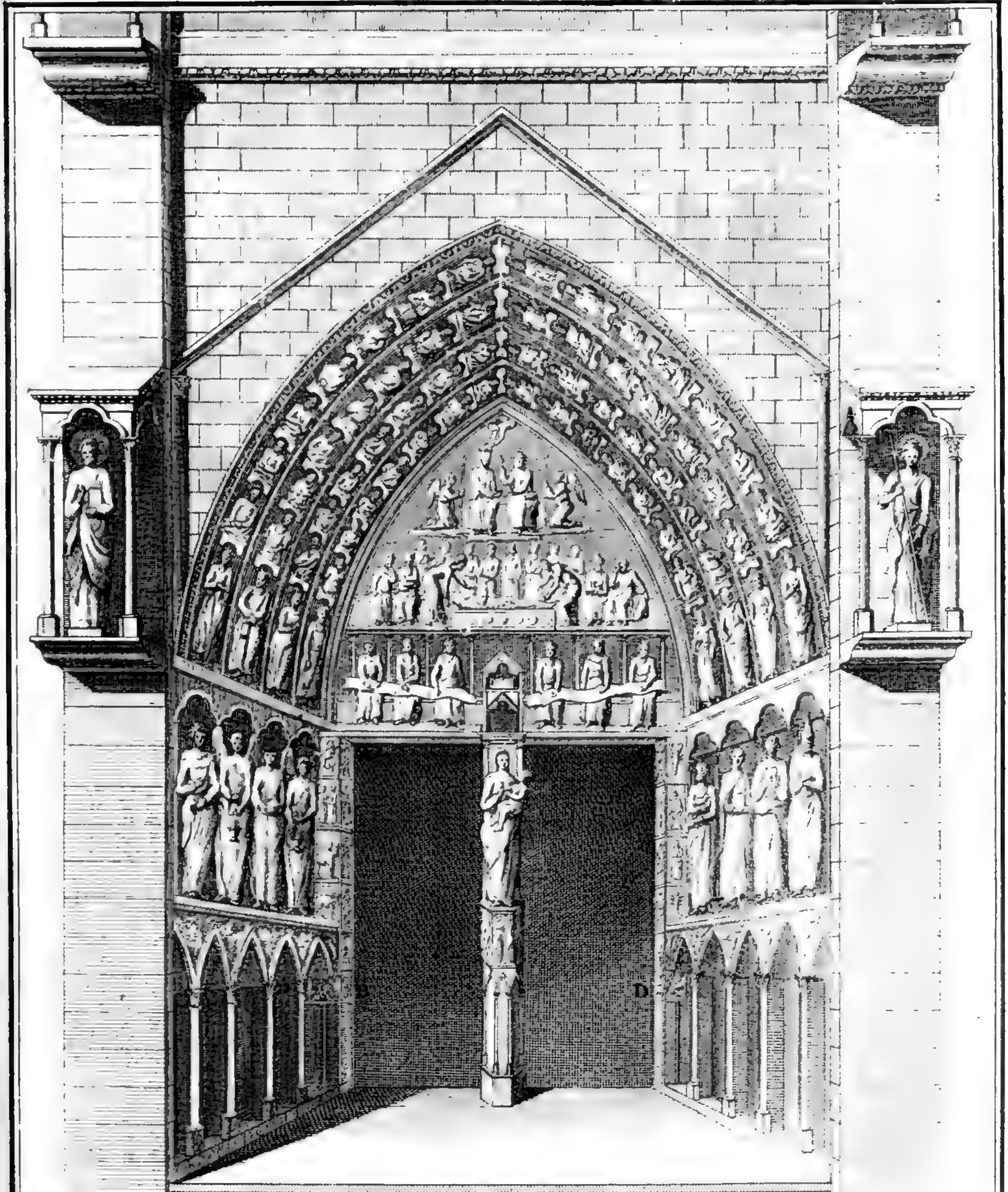
À côté du *Capricorne*.

12.° Une figure dont le bras droit manque : elle a le bras gauche élevé, & paroît être dans la poſture de frapper ou d'aſſommer un porc qui eſt couché ou accroupi à ſes pieds.

* La planche première qui accompagne ce mémoire repréſente la porte, telle qu'elle eſt : & la planche ſeconde repréſente en grand les parties indiquées dans la planche première, & qui ſont l'objet de ce mémoire. J'ai auſſi fait graver, dans cette ſeconde planche, le zodiaque indien des Tranſactions philoſophiques.

Ces monumens ſont moins rares qu'on ne penſe parmi les égliſes gothiques. À Saint-Denys en France, on en voit un ; il eſt également au bas de la tour ſeptentrionale de l'abbaye des Bénédictins ; il commence à la gauche comme à Notre-Dame de Paris, & ſi je me le rappelle bien, par le bélier ; mais le ſigne correſpondant du bélier, qui devroit être une balance, eſt un crapaud. Le verſeur d'eau a cela de remarquable, qu'il eſt fait à peu-près comme dans le deſſin d'Hygin, du temps d'Auguſte : un homme debout qui renverſe un pot à l'eau.

M. Pigott fils, gentilhomme Anglois, dont le nom eſt connu des ſavans, ayant lû dans les Journaux, que je m'occupois à faire des recherches ſur les ſignes du zodiaque,

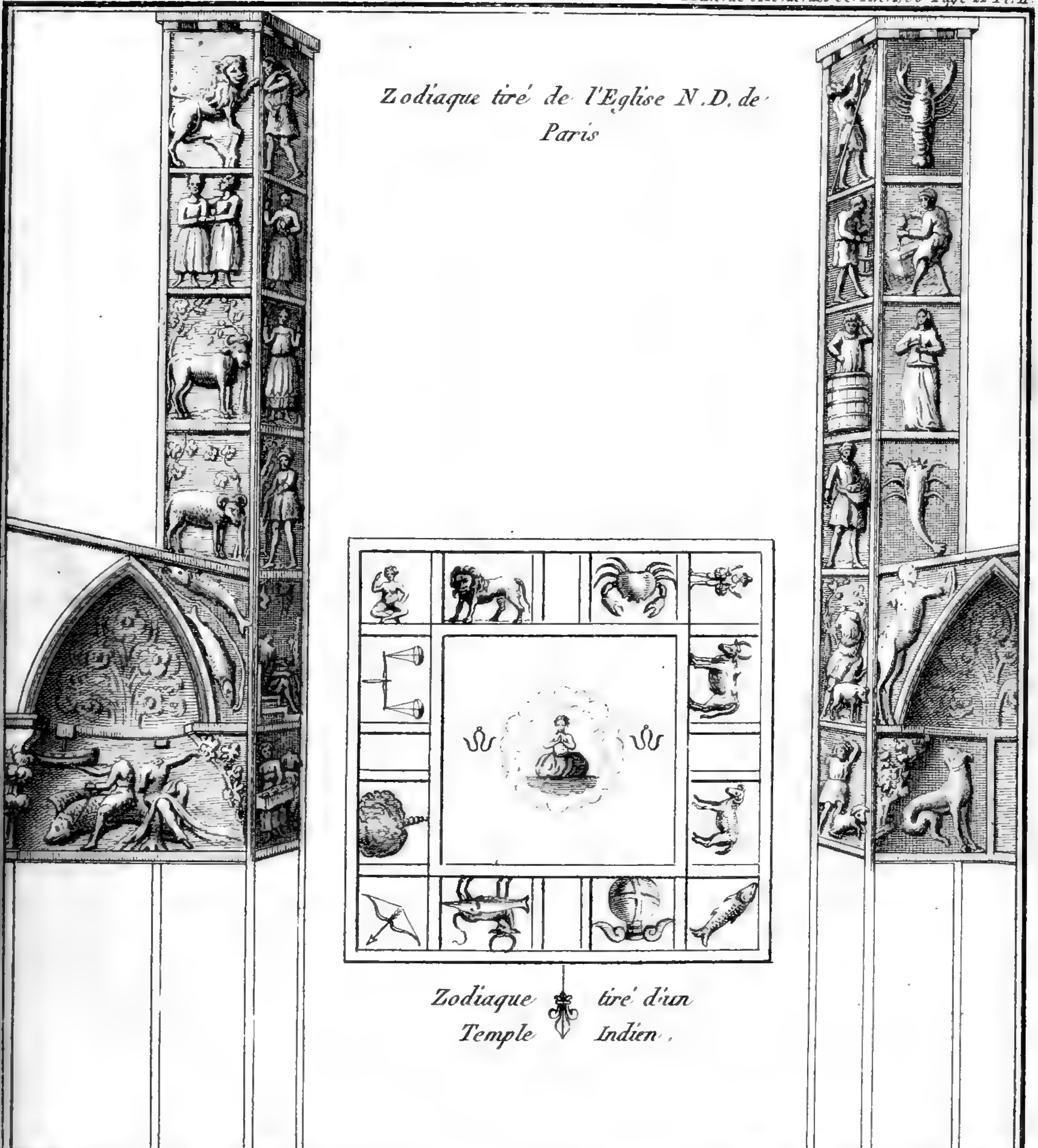


Porte de la Tour Septentrionale de l'Eglise de N. D. de Paris.

Dessinée pour indiquer la place (A.B.C.D) ou se trouve le Zodiaque détaillé dans la Pl. Suivante.

N^a. *l'objet de cette Pl. étant de montrer le Zodiaque, on n'a point Dessiné les autres figures Scrupuleusement.*

Poisier del.



Fossier del.

Y. le Gouaz sculp.

& que les figures d'un zodiaque qui se voit à l'église de Notre-Dame, à Paris, avoient attiré ma curiosité, m'écrivit de Louvain, le 10 Décembre 1786, qu'il me fait part, avec bien du plaisir, d'avoir vu, à ce qu'il se rappelle, un pareil zodiaque sur le portail de l'église de Walmgate à York; que cette église est très-ancienne : les signes du zodiaque y sont sculptés en pierre; mais que quelques-uns diffèrent des représentations reçues à présent; qu'entre chaque figure on voit quelque chose de sculpté, mais qu'il en avoit entièrement oublié les sujets; que le premier signe étoit *aquarius*, autant qu'il se le rappeloit, que Drake en parle dans son histoire d'Angleterre, & en donne une figure qui n'est pas cependant, à ce qu'il croit, parfaitement exacte : il m'indique encore. *Camder's Britannia*, qui en fait, dit-il, probablement mention. Enfin, M. Pigott, s'offre, le plus obligeamment du monde, à s'employer pour me procurer, au sujet de ce zodiaque, un détail plus exact & plus correct.

Mais pourquoi trouve-t-on dans nos anciennes églises un zodiaque sculpté, comme on en voit dans les temples Indiens & Égyptiens? Nous croyons en avoir trouvé la raison; nous la donnerons dans l'ouvrage auquel nous travaillons, & que nous venons d'annoncer, sur l'origine du *zodiaque*.

MÉMOIRE
SUR L'EMPLOI
DE L'ÉCORCE DU PLATANE
Pour tanner les Cuirs.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

L'ÉCORCE eſt, comme on ſait, la partie extérieure qui couvre toute la plante, depuis ſes racines juſqu'à l'extrémité de ſa tige & de ſes branches ou rameaux.

Cette écorce eſt compoſée de pluſieurs parties. La plus extérieure ſe nomme l'*epiderme;* on trouve enſuite l'*enveloppe cellulaire;* & la dernière couche la plus intérieure & la plus voiſine du corps de l'arbre, eſt connue ſous le nom de *liber.*

Chaque plante offre des variétés dans la ſtructure, & particulièrement dans l'épaiſſeur des différentes parties que nous venons de nommer, qui conſtituent l'écorce; & ſans entrer dans tous les détails, nous croyons devoir parler encore de l'épiderme & de l'enveloppe cellulaire. La partie de l'écorce qu'on nomme l'*épiderme*, ſe diſtingue de l'enveloppe cellulaire & du *liber*, par ſa couleur; il varie beaucoup par ſon épaiſſeur, même ſur les arbres; il s'en détache aiſément, & ſouvent de lui-même, dans le bouleau, le meriſier, &c.

Dans pluſieurs arbres, cet épiderme eſt réuni tellement avec l'enveloppe cellulaire, que ces deux parties de l'écorce ſe détachent du *liber*, & tombent chaque année, comme dans le platane, le *ſpiræa opuli folio*, &c.

L'enveloppe cellulaire renferme les *vaiſſeaux propres*, & c'eſt par conſéquent dans cette partie de l'écorce que réſident principalement les liqueurs; & dans certaines plantes, comme

comme dans celles du chêne, les vertus astringentes propres à la tannerie des cuirs.

Chaque année, aux changemens de saison, cette écorce se fend; & dans le platane, le *spiræa opuli folio* se détache de la plante & tombe par lambeaux; cette perte se répare l'année d'après, & il seroit hors de mon sujet de parler ici de la manière dont ces deux parties de l'écorce se régénèrent. Puisque le nouvel épiderme paroît formé par les lames supérieures de l'enveloppe cellulaire, on peut conclure qu'il y a peu de différence dans l'une & l'autre de ces parties qui constituent l'écorce. Dans le *spiræa opuli folio*, j'ai remarqué que ces deux parties qui s'exfolient, se divisent souvent en dix, douze lames très-distinctes, ce qui lui a fait donner par les habitans de l'Amérique septentrionale, le nom de *bois à sept écorces*. Dans le platane, ainsi que je l'ai dit, l'épiderme se trouvant lié avec l'enveloppe cellulaire, ces deux parties ne forment qu'une lame épaisse souvent d'une ligne & demie ou de deux lignes; à moins qu'il n'y soit resté adhérens quelques lambeaux de l'écorce de l'année précédente, & pour lors elle est du double d'épaisseur.

Immédiatement sous ces parties de l'écorce, on retrouve le *liber* qui reproduit, dans les principes de la plupart de ceux qui ont traité cette partie de la physique végétale, l'épiderme & l'enveloppe cellulaire.

Il est donc des arbres qui se dépouillent naturellement de ces deux parties qui constituent leurs écorces; d'autres, comme le liége, permettent aussi ce retranchement, pourvu qu'on n'attaque pas celle appelée *liber:* mais il en est, & c'est le plus grand nombre, où le *liber* étant adhérent aux deux parties que nous venons de nommer, périssent lorsqu'on le leur enlève; c'est par cette raison qu'en ôtant l'écorce des jeunes chênes, pour en tirer le tan propre à passer les cuirs, on occasionne la perte de l'arbre qui, si on le laissoit sur pied, donneroit des feuilles la première année, mais ne tarderoit pas à périr.

C'eſt ſur les baliveaux de chêne du premier & du ſecond âge, deſtinés à être abattus, qu'on peut lever cette écorce. Pluſieurs croient que cette opération nuit à la ſouche, parce qu'on eſt obligé, pour la dépouiller, d'attendre le temps où la sève eſt montée; au moins eſt-il certain que cela retarde d'une demi-année la pouſſe des rejets, qui ſouvent n'ont pas le temps de mûrir leurs bois avant les gelées d'automne ou d'hiver.

On convient auſſi que le bois dépouillé de ſon écorce, perd de ſon prix, & ne peut plus être livré en bois de chauffage, que comme bois *pelard*, qui eſt d'une moindre valeur que le bois garni de ſon écorce, nommé *bois neuf*.

On jugera de la quantité d'écorce de chêne qu'on doit conſommer dans les tanneries, lorſqu'on ſaura qu'on y emploie pour cette opération, en écorce, environ quatre fois la peſanteur du cuir qu'on ſe propoſe de tanner.

Ce ſont ces motifs & la rareté des écorces de chêne qui m'ont conduit à chercher, s'il étoit poſſible d'ajouter aux plantes déjà connues comme pouvant ſuppléer au tan d'écorce de chêne, principalement des écorces d'arbres & d'arbriſſeaux, qui réuniroient des qualités propres aux tanneries *.

On ſait que dans les pays méridionaux, on deſtine à ce même emploi, non-ſeulement l'écorce, mais la ſciure & le bois pilé du chêne blanc & du chêne verd, même du kermès, *ilex cocciglandifera ;* & de pluſieurs autres plantes, telles que le *cotinus coriaria, thymælea, arbutus, uva urſi, tamariſcus*, les *rhamnus*, les *rubus, ſumacs*, même certaines feuilles d'arbres *(voyez l'art du Tanneur déjà cité)*; que l'on tire, à Marſeille & dans tous les ports d'Italie de gros glands avec leurs cupules, provenus d'un chêne de l'Albanie & de la Dalmatie. Ce chêne eſt connu par les

* On peut conſulter le mémoire de M. Gleditſch, de l'Académie de Berlin, *année 1754*, où il donne l'énumération des plantes qui peuvent s'employer dans les tanneries; & l'art du Tanneur, par M. de la Lande.

botanistes, sous le nom de *quercus ægilops;* il craint nos hivers, mais il paroîtroit qu'on pourroit, aux environs de Paris & ailleurs, multiplier le *cotinus coriaria* & les sumacs qui sont robustes & peu délicats sur la nature du terrein: on les placeroit avec avantage pour les tanneries, & sans doute pour les teinturiers, dans les garennes, côtes, & dans différens autres terreins de la France, qui se refuseroient à nourrir de plus grands arbres.

L'écorce des racines de chêne, lorsqu'on arrache les souches, sert encore aux tanneries; enfin, on emploie, en Allemagne, pour tanner les cuirs, jusqu'à l'écorce du tronc du bouleau *(voyez l'art du Tanneur)*.

En réfléchissant sur les avantages qu'offrent les plantes propres aux tanneries, j'ai cru trouver dans le platane un nouvel objet d'utilité: la beauté de son feuillage, l'avantage qu'on peut espérer de son bois, devoient déjà nous exciter à multiplier cet arbre précieux que nous devons à l'Amérique septentrionale, car cette espèce réussit mieux dans nos climats que celle orientale. Le bois de platane est lourd, serré, propre à la charpente, & sur-tout à la menuiserie; & voyant la quantité d'écorce qui se détache de son tronc & de ses branches chaque année, j'ai pensé qu'il convenoit s'assurer si on ne pouvoit pas en tirer un nouvel avantage, en l'employant comme l'écorce du chêne, à la fabrique du tan.

Vers les mois de mars & d'avril, il est aisé de ramasser une grande quantité de ces écorces qui tombent aux pieds de ces platanes. On jugera aisément de la quantité où peut monter cette dépouille, lorsqu'on se représentera la totalité de l'écorce d'un arbre de 30, 40 ou 50 pieds de hauteur, de 5 à 6 pieds & plus de circonférence, qui se détache chaque année du tronc de l'arbre, sans compter celle des grosses branches.

Je fis donc ramasser, le printemps dernier, une cinquantaine de livres de ces écorces; & je dois au desir d'obliger en concourant au bien, l'examen qu'en a bien voulu faire M. Vaſſou, directeur de la pharmacie de l'hôtel-dieu de Paris, avec la comparaiſon des produits de cette écorce & celle du chêne, comme on l'emploie réduite en poudre, pour ſervir dans les tanneries.

C'eſt cet examen, tel qu'il m'a été remis par M. Vaſſou, dont on connoît les talens & l'exactitude, que je joins à ce mémoire, que j'ai l'honneur de préſenter à l'Académie,

Quoique par le réſultat de cet examen il ſemble prouvé que l'écorce de platane a moins de force que celle du chêne, & agiroit avec moins de vertu ſur les cuirs, cependant il annonce que l'écorce de platane ſerviroit avec avantage dans les tanneries, qu'elle peut être utile pour les teintures, & que c'eſt aſſez pour mériter un eſſai en grand, qui exciteroit les cultivateurs à multiplier les plantations de cet arbre infiniment précieux d'ailleurs.

Analyſe de l'écorce de Platane, comparée avec celle du Chêne.

Première expérience.

Nous avons mis dans un matras une livre d'écorce de platane, réduite en poudre groſſière, & nous avons verſé deſſus huit livres d'eau diſtillée. Après une ébullition d'une heure, au bain de ſable, nous avons filtré la liqueur, elle avoit la couleur de la bière la plus foncée : nous avons réitéré les ébullitions, quatre fois, avec huit livres d'eau diſtillée, & filtré la liqueur chaque fois. Nous en ſommes reſtés à ces cinq ébullitions, la dernière n'ayant donné qu'une légère couleur ambrée.

Deuxième expérience.

Toutes ces liqueurs réunies & évaporées dans des capſules de verre, au bain de ſable, nous ont donné une once un gros de matière extractive, dont la nature ſe rapproche des ſubſtances réſino-extractives.

Troiſième expérience.

Une once de cette écorce en poudre groſſière, miſe en digeſtion dans quatre onces d'eſprit-de-vin, ſur un bain de ſable, à un feu doux, ce qui a été répété quatre autres fois ſur la même once d'écorce, avec quatre onces de nouvel eſprit-de-vin chaque fois, cette écorce n'a pas été totalement décolorée.

L'alkali fixe en liqueur, versé sur cette écorce en poudre grossière, enlève très-promptement la partie colorante. Quatrième expérience.

Une once de cette écorce en poudre grossière, bouillie cinq fois, avec quatre onces d'eau distillée à chaque fois, filtrée, sur laquelle nous avons versé une dissolution de deux gros de vitriol martial, dissous dans six onces d'eau distillée & filtrée; à l'instant du contact de cette dernière liqueur, il s'est fait un précipité d'un bleu-noir, lequel, lavé avec l'eau distillée & séchée, a pesé seize grains. Cinquième expérience.

La décoction d'écorce de platane alunée, a teint la toile d'une légère couleur de feuille-morte, que le lavage & le débouilli n'ont pu lui faire perdre Sixième expérience.

Analyse de l'écorce de Chêne.

Nous avons fait les mêmes expériences sur l'écorce de chêne, mais il n'a fallu que huit livres d'eau en deux fois; à la seconde, le magma s'est trouvé épuisé.

La liqueur en provenant, traitée comme dans la seconde expérience, nous a donné trois onces cinq gros d'une substance extracto-résineuse.

Une once de cette écorce, traitée comme dans la troisième expérience, a à peine donné une légère teinte à l'esprit-de-vin.

Traitée avec l'alkali fixe, en liqueur, comme à la quatrième expérience, la liqueur ne l'a presque pas attaquée.

Une once de cette écorce, traitée avec huit onces d'eau distillée, & la dissolution du vitriol martial, comme dans l'expérience cinquième, le précipité a pesé un gros dix grains.

Traitée avec la décoction alunée, comme dans l'expérience sixième, elle a donné à la toile une couleur de cuir tanné: le lavage & le débouilli ne l'ont point altéré.

MÉMOIRE

Sur l'uſage qu'on pourroit faire des peaux de Vaches marines.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

Lû le 18 juin 1785.

JE crois devoir communiquer à l'Académie ce qu'a fait M. Duhamel du Monceau il y a plus de trente ans, pour s'aſſurer de quelle utilité pourroient être les peaux de vaches marines paſſées au tan ou à l'huile, puiſqu'il ſeroit moins aiſé maintenant de répéter cette expérience, & qu'elle ſeroit coûteuſe.

Il eſt bon d'ailleurs de ne pas ignorer comment elles pourroient ſuppléer aux peaux des quadrupèdes qui deviennent rares en France, par la réunion de diverſes circonſtances.

La vache marine, le grand lamentin des Antilles, la bête à la grande dent, Mors d'Iſlande & du Groenland, *odobenus vel roſmarus*, eſt un très-long & gros cétacée amphibie qui ayant beſoin de reſpirer l'air, ſemble cependant par la ſtructure de ſon corps (j'entends ſes bras & ſes pieds qui lui ſervent de nageoires), plus fait pour vivre dans l'eau que ſur la terre où il ſe traîne, gagne le rivage & s'y repoſe. Il étoit commun aux Antilles, & ſur-tout vers le golfe Saint-Laurent; mais des chaſſes trop multipliées en ont beaucoup détruit l'eſpèce, qui y eſt rare maintenant.

Ces animaux ont ſouvent juſqu'à 20 & 25 pieds de longueur; leur peau eſt très-épaiſſe, ce qui engagea feu M. Duhamel à s'en procurer du Canada, que nous poſſédions alors, pour les faire paſſer au tan ou à l'huile, & à en faire préparer ce qu'on nomme des *cuirs forts* ou des *cuirs blancs*.

M. Duhamel eſt entré dans des détails ſur la pêche de cet animal, mais n'a parlé que très-légèrement du réſultat de l'expérience qu'il a faite : c'eſt donc ſur ce ſeul article que j'inſiſterai ici.

Les peaux deſtinées à être paſſées au tan, ont été portées à la manufacture royale de Saint-Germain-en-Laie. Je me rappelle qu'on y a pris toutes les attentions pour les bien préparer, qu'elles ont ſéjourné pluſieurs mois dans les foſſes, qu'on les a renouvelées d'écorce de chêne; enfin, qu'on y a donné le temps & les ſoins néceſſaires.

Cependant la peau, eu égard à ſon épaiſſeur, n'a pas été bien paſſée dans ſa partie moyenne, elle a conſervé des graiſſes ou ſon huile naturelle; lorſqu'on a voulu l'employer en ſemelles pour ſouliers, le cuir a été perméable à l'eau, il s'y eſt amolli & s'eſt détruit promptement.

Maintenant (en 1785), au contraire, ce cuir eſt trop ſec; les pores de la peau ſe ſont rapprochés, il eſt comme brûlé, il ſe fend & ne peut être employé à cet uſage.

Il n'en a pas été de même des peaux paſſées à l'huile, ce qu'on appelle en cuirs blancs; ils ont bien réuſſi en ſoupentes, traits & guindages pour les voitures. M. Duhamel fit préſent à une perſonne qui ſe diſpoſoit à faire un long voyage dans ſa chaiſe de poſte, d'une paire de ces ſoupentes, & il en a été très-ſatisfait. Depuis plus de vingt ans j'ai des traits de voiture formés d'une ſeule lanière de ces peaux; ils ſont comme neufs; & auparavant, les cordes ou peaux ordinaires ne duroient pas plus d'un ou deux ans. Ces peaux peuvent donc être employées avec avantage à cet uſage, & la préparation avec l'huile leur eſt plus convenable que celle dans laquelle entre l'écorce de chêne.

Les traits de chaiſes ont pluſieurs fois attiré l'attention des ſelliers & bourreliers, qui jamais n'avoient eu occaſion d'employer des cuirs d'une pareille épaiſſeur. Le cuir brun ou cuir fort paſſé au tan, a 6 lignes d'épaiſſeur, & le cuir blanc ou paſſé à l'huile a 8 lignes.

Je cite l'uſage qu'on pourroit faire des peaux de vaches marines lorſqu'on deſireroit ſe procurer des cuirs épais; mais il ſeroit à ſouhaiter qu'on tirât parti de certains poiſſons de nos mers, dont la peau eſt ſuffiſamment épaiſſe, par exemple, de celles du marſouin, du requin & des chiens de mer, qui pourroient ſervir à couvrir les livres, &c. Ce nouvel emploi donneroit lieu à des pêches plus fréquentes de ces poiſſons voraces qui ſe multiplient ſur nos côtes, & auxquels on ſemble attribuer, avec raiſon, la diminution des autres plus petits poiſſons infiniment plus utiles, puiſqu'ils nous ſervent d'alimens, qu'ils ſe tranſportent & donnent lieu, en France, à un commerce conſidérable, qui entretient nombre de matelots, & forme la meilleure école pour tous ces gens de mer.

THÉORIE DE JUPITER ET DE SATURNE

Par M DE LA PLACE.

Les obſervations ont fait apercevoir dans les mouvemens de Jupiter & de Saturne, des variations conſidérables dont on ignore les loix & la cauſe. La comparaiſon des obſervations modernes aux anciennes, paroît indiquer une accélération dans le mouvement de Jupiter, & un ralentiſſement dans celui de Saturne; mais les obſervations modernes comparées entr'elles, offrent un réſultat contraire, & M. Lambert a remarqué, que depuis Hevelius juſqu'à nous, le mouvement de Jupiter s'eſt ralenti, & que celui de Saturne s'eſt accéléré d'une manière ſenſible. M. de la Lande a de plus obſervé que le moyen mouvement de Saturne, conclu des oppoſitions de cette planète, vers l'équinoxe du printemps, eſt depuis un ſiècle, plus rapide que celui qui réſulte des oppoſitions obſervées vers l'équinoxe d'automne; & pour prouver que cette différence ne dépend point de l'attraction de Jupiter, il l'a établie ſur des oppoſitions dans leſquelles les circonſtances des mouvemens de Jupiter & de Saturne étoient à peu-près ſemblables.

Juſqu'à préſent, la théorie de la peſanteur univerſelle n'a pu rendre raiſon de ces phénomènes; on ne voit même rien dans les réſultats analytiques auxquels les géomètres ſont parvenus ſur cet objet, qui puiſſe conduire à les expliquer. Je me propoſe ici de faire voir que loin d'être une exception au principe de la peſanteur, ils en ſont une ſuite néceſſaire, & qu'ils préſentent une nouvelle confirmation de ce principe admirable.

Cet ouvrage eſt diviſé en trois ſections; j'expoſe dans la première, une théorie analytique des inégalités périodiques

& séculaires de Jupiter & de Saturne, qui naissent de leur action mutuelle. Je me suis sur-tout attaché à donner à mes résultats, une forme simple & commode pour le calcul, & comme je les ai vérifiés avec beaucoup de soin & par différentes méthodes, je crois pouvoir répondre de leur exactitude. Ce qui distingue principalement cette théorie, de celles qui l'ont précédée, est la considération des inégalités dépendantes des carrés & des puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites. Les géomètres n'avoient eu égard dans ces recherches, qu'aux premières puissances de ces quantités; mais j'ai reconnu que cette approximation est insuffisante dans la théorie de Jupiter & de Saturne, & que leurs principales inégalités sont données par les approximations suivantes, qu'il faut étendre jusqu'aux quatrièmes puissances des excentricités. Les moyens mouvemens de ces deux planètes, sont tels, que cinq fois celui de Saturne est à fort peu près égal à deux fois celui de Jupiter; & ce rapport produit dans les élémens de leurs orbites, des variations considérables dont les périodes embrassent plus de neuf siècles, & qui sont la source des grands dérangemens observés par les astronomes. Les méthodes ordinaires conduiroient pour les déterminer, à des calculs d'une excessive longueur; heureusement, la même considération qui force de recourir à ces inégalités, simplifie leur détermination: je donne pour y parvenir, une méthode facile & très approchée.

La seconde section a pour objet, la théorie de Saturne. Pour avoir ses inégalités, il suffit de substituer ses élémens & ceux de Jupiter, dans les formules analytiques de la première section; mais les élémens des tables astronomiques n'ont pas la précision nécessaire dans une recherche aussi délicate, parce que dans la formation de ces tables, on n'a point fait entrer les différentes inégalités de Jupiter & de Saturne. Une première approximation m'a fait connoître à fort peu-près les changemens qu'ils doivent subir, & ces élémens ainsi rectifiés, m'ont donné les valeurs exactes des inégalités de Saturne. La plus considérable de toutes ces inégalités, dépend de cinq fois le moyen mouvement de Saturne moins deux fois celui de Jupiter ; sa période est d'environ neuf cents dix-neuf ans, & sa valeur qui diminue par des degrés insensibles, étoit au milieu de ce siècle, de 48′ 44″. Le mouvement de Jupiter est soumis à une inégalité correspondante, dont la période est exactement la même, mais dont la valeur affectée d'un signe contraire, est plus petite dans la raison de 3 à 7. On doit rapporter à ces deux grandes inégalités jusqu'à présent inconnues, le ralentissement apparent de Saturne, & l'accélération apparente de Jupiter. Ces phénomènes ont atteint leur *maximum* vers 1560 ; depuis cette époque, les moyens mouvemens apparens des deux planètes se sont rapprochés sans cesse de leurs véritables moyens mouvemens. Voilà pourquoi, lorsque l'on a comparé les observations modernes aux anciennes, le moyen mouvement de Saturne a paru plus lent, & celui de Jupiter plus rapide que par la comparaison des observations modernes entr'elles ; tandis que ces dernières ont indiqué une accélération dans le mouvement de Saturne & un ralentissement dans celui de Jupiter : si l'astronomie eût été renouvelée trois siècles plus tard, les observations auroient présenté des phénomènes contraires. Les mouvemens que l'astronomie d'un peuple assigne à Jupiter & à Saturne, peuvent donc nous éclairer sur le temps où elle a été fondée ; je trouve ainsi par mon analyse, que les Indiens ont déterminé les moyens mouvemens de ces deux planètes, dans la partie de la période des deux inégalités précédentes, où le moyen mouvement apparent de Saturne étoit fort lent, & celui de Jupiter, très-rapide. Deux de leurs principales époques astronomiques, dont l'une remonte à l'an 3102 avant notre ère, & dont l'autre se rapporte à l'an 1491, remplissent à peu-près cette condition.

La théorie de Saturne renferme encore une inégalité remarquable dont la valeur est à peu-près de 10 minutes,

& qui coincideroit avec les inégalités du mouvement elliptique, ſi le double du moyen mouvement de Jupiter étoit parfaitement égal à cinq fois celui de Saturne. C'eſt d'elle que vient en grande partie, le dérangement obſervé par M. de la Lande, dans le mouvement de Saturne, & le peu d'accord des variations de l'aphélie de cette planète, avec la théorie de ſes inégalités ſéculaires.

La réunion des inégalités produites par l'action de Jupiter, avec celles du mouvement elliptique, forme la théorie complette de Saturne ; mais les élémens de ſon orbite, quoique fort approchés, avoient encore beſoin de légères corrections. J'ai choiſi pour cet objet, vingt-quatre obſervations diſpoſées d'une manière avantageuſe, & je ſuis ainſi parvenu aux véritables expreſſions du rayon vecteur de Saturne, & de ſon mouvement en longitude & en latitude. On peut ſans erreur ſenſible, étendre ces formules à plus de deux mille ans dans le paſſé, & à mille ou douze cents ans dans l'avenir. Leur accord avec un grand nombre d'oppoſitions modernes, & avec les obſervations anciennes, prouve à la fois la juſteſſe & la néceſſité des grandes équations que j'ai introduites dans la théorie de Saturne, & que les ſiècles ſuivans rendront de plus en plus ſenſibles ; il fait voir encore le peu d'influence des comètes ſur notre ſyſtème planétaire, puiſque Saturne, à raiſon de ſon éloignement du Soleil, en auroit éprouvé des dérangemens remarquables, ſi leurs maſſes étoient comparables à celles des planètes.

Un réſultat intéreſſant de ces recherches, eſt la détermination du moyen mouvement ſidéral de Saturne, & ſon uniformité. Vingt-quatre oppoſitions modernes comparées deux à deux & reſpectivement éloignées de deux, de quatre & de ſix révolutions de Saturne, m'ont donné ce mouvement égal à $12^d\ 12'\ 46'',6$, dans l'intervalle de 365 jours. L'obſervation la plus ancienne & la meilleure de Saturne, que Ptolémée nous ait tranſmiſe, & que les Chaldéens firent le 1.er Mars de l'an 228 avant notre ère, conduit à $\frac{1}{20}$ de ſeconde près, au même réſultat; ainſi les obſervations ſe réuniſſent avec la théorie de la peſanteur, pour bannir l'équation ſéculaire de Saturne qui de toutes les planètes, avoit paru aux aſtronomes exiger la plus grande équation ſéculaire.

La théorie de Jupiter expoſée dans la troiſième ſection, & comparée aux obſervations anciennes & modernes, préſente des réſultats ſemblables & le même accord; la peſanteur univerſelle eſt donc la véritable cauſe des variations obſervées dans les mouvemens de Jupiter & de Saturne. La préciſion avec laquelle ces deux planètes ont obéi dans tous les temps, aux loix que la géométrie leur aſſigne en vertu de leur action mutuelle, eſt un des objets les plus curieux du ſyſtème du monde. Il auroit fallu pluſieurs ſiècles d'obſervations ſuivies, pour déterminer empiriquement ces inégalités, à cauſe de la longueur de leurs périodes; ainſi ſur ce point, la théorie de la peſanteur a devancé l'obſervation. Cette confirmation nouvelle d'une loi qui s'accorde admirablement avec tous les phénomènes céleſtes, & à laquelle les ſeuls dérangemens de Jupiter & de Saturne ſembloient faire exception, ne laiſſe aucun doute ſur ſon exiſtence & ſur ſes avantages, en ſorte que ſes réſultats doivent obtenir la même confiance que les obſervations les plus préciſes.

SECTION PREMIÈRE.

Théorie analytique des perturbations de Jupiter & de Saturne.

I.

Équations générales des mouvemens de Jupiter & de Saturne.

SOIENT x, y, z les coordonnées rectangles de Jupiter, rapportées au centre du Soleil; ſoit m, la maſſe de cette planète, celle du Soleil étant prise pour unité; soient x', y', z' les coordonnées de Saturne, & m' sa masse; soit de plus

$$r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)};\ r' = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)},$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2]}}.$$

L'action du Soleil sur Jupiter, décomposée parallèlement à l'axe des x, & dirigée vers leur origine, sera $\frac{x}{r^3}$; l'action de Saturne sur Jupiter, décomposée parallèlement au même axe, & dirigée dans le même sens que la première, sera $m'.(x - x').\lambda^3$, ou $- m'.(\frac{\partial\lambda}{\partial x})$. Ces deux actions réunies solliciteront donc Jupiter parallèlement à l'axe des x & vers l'origine des coordonnées, avec une force égale à $\frac{x}{r^3} - m'.(\frac{\partial\lambda}{dx})$. Mais comme dans la théorie des planètes, on suppose le Soleil immobile; il faut transporter en sens contraire, à chacune d'elles, les forces dont il est animé: or, cet astre, en vertu des actions réunies de Jupiter & de Saturne, est sollicité parallèlement à l'axe des x, & en sens contraire de leur origine, par une force égale à $\frac{mx}{r^3} + \frac{m'x'}{r'^3}$; ainsi Jupiter, dans son mouvement relatif autour du Soleil, est sollicité vers cet astre, par une force parallèle à l'axe des x, & égale à

$$\frac{(1 + m).x}{r^3} + \frac{m'x'}{r'^3} - m'.(\frac{\partial\lambda}{\partial x}).$$

Si l'on change successivement, dans cette expression, x & x' dans y & y', & dans z & z', on aura les forces qui sollicitent Jupiter parallèlement aux axes des y & des z, & vers l'origine des coordonnées; en nommant donc dt, l'élément du temps, & en le supposant constant, les principes connus de dynamique donneront les trois équations différentielles suivantes,

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial\partial x}{\partial t^2} + \frac{(1+m).x}{r^3} + \frac{m^1.x^1}{r^{1^3}} - m^1.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}\right) \\
0 &= \frac{\partial\partial y}{\partial t^2} + \frac{(1+m).y}{r^3} + \frac{m^1 y^1}{r^{1^3}} - m^1.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial y}\right) \\
0 &= \frac{\partial\partial z}{\partial t^2} + \frac{(1+m).z}{r^3} + \frac{m^1 z^1}{r^{1^3}} - m^1.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial z}\right)
\end{aligned}\right\}; (A)$$

La considération du mouvement de Saturne autour du Soleil, donnera pareillement les trois équations suivantes,

$$\left.\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial\partial x^1}{\partial t^2} + \frac{(1+m^1).x^1}{r^{1^3}} + \frac{m\,x}{r^3} - m.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x^1}\right) \\
0 &= \frac{\partial\partial y^1}{\partial t^2} + \frac{(1+m^1).y^1}{r^{1^3}} + \frac{m\,y}{r^3} - m.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial y^1}\right) \\
0 &= \frac{\partial\partial z^1}{\partial t^2} + \frac{(1+m^1).z^1}{r^{1^3}} + \frac{m\,z}{r^3} - m.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial z^1}\right)
\end{aligned}\right\}; (B)$$

C'est de l'intégration de ces six équations différentielles, que dépend toute la théorie des mouvemens de Jupiter & de Saturne.

I I.

On peut facilement en obtenir quatre intégrales premières, de la manière suivante.

On multipliera la première de ces équations par

$$2\,m\,\partial x - \frac{2\,m.(m\,\partial x + m^1\,\partial x^1)}{1 + m + m^1};$$

la seconde par

$$2\,m\,\partial y - \frac{2\,m.(m\,\partial y + m^1\,\partial y^1)}{1 + m + m^1};$$

la troisième par

$$2\,m\,\partial z - \frac{2\,m.(m\,\partial z + m^1\,\partial z^1)}{1 + m + m^1};$$

la quatrième par

$$2\,m^1\partial x^1 - \frac{2\,m^1.(m\,\partial x + m^1\partial x^1)}{1 + m + m^1};$$

la cinquième par

$$2m'\partial y' - \frac{2m'.(m\partial y + m'\partial y')}{1 + m + m'};$$

enfin, la sixième par

$$2m'\partial z' - \frac{2m'.(m\partial z + m'\partial z')}{1 + m + m'};$$

en ajoutant ensuite toutes ces équations, & en observant que l'on a

$$0 = \left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial x'}\right);$$

$$0 = \left(\frac{\partial\lambda}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial y'}\right);$$

$$0 = \left(\frac{\partial\lambda}{\partial z}\right) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial z'}\right);$$

on formera l'équation suivante :

$$\begin{aligned} 0 = {} & \frac{2m.(\partial x.\partial\partial x + \partial y.\partial\partial y + \partial z.\partial\partial z)}{\partial t^2} \\ & + \frac{2m'.(\partial x'.\partial\partial x' + \partial y'.\partial\partial y' + \partial z'.\partial\partial z')}{\partial t^2} \\ & - \frac{2.(m\partial x + m'\partial x')}{1 + m + m'} . \frac{(m\partial\partial x + m'\partial\partial x')}{\partial t^2} \\ & - \frac{2.(m\partial y + m'\partial y')}{1 + m + m'} . \frac{(m\partial\partial y + m'\partial\partial y')}{\partial t^2} \\ & - \frac{2.(m\partial z + m'\partial z')}{1 + m + m'} . \frac{(m\partial\partial z + m'\partial\partial z')}{\partial t^2} \\ & + 2.\left(\frac{m\partial r}{r^2} + \frac{m'\partial r'}{r'^2}\right) - 2mm'.\partial\lambda. \end{aligned}$$

Cette équation donne, en l'intégrant,

$$\left.\begin{aligned} 0 = f & + \frac{m.(\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2)}{\partial t^2} + \frac{m'.(\partial x'^2 + \partial y'^2 + \partial z'^2)}{\partial t^2} \\ & - \frac{[(m\partial x + m'\partial x')^2 + (m\partial y + m'\partial y')^2 + (m\partial z + m'\partial z')^2]}{(1 + m + m').\partial t^2} \\ & - 2.\left(\frac{m}{r} + \frac{m'}{r'}\right) - 2mm'.\lambda. \end{aligned}\right\} ; \quad (1)$$

f étant une constante arbitraire.

Si

Si l'on multiplie encore la première des équations différentielles de l'*article précédent*, par

$$- my + \frac{m.(my + m'y')}{1 + m + m'};$$

la seconde par

$$mx - \frac{m.(mx + m'x')}{1 + m + m'};$$

la quatrième par

$$- m'y' + \frac{m'.(my + m'y')}{1 + m + m'};$$

& la cinquième par

$$m'x' - \frac{m'.(mx + m'x')}{1 + m + m'};$$

si l'on ajoute ensuite ces équations, en observant que l'on a

$$0 = x\left(\frac{\partial\lambda}{\partial y}\right) - y.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}\right) + x'.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial y'}\right) - y'.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x'}\right);$$

$$0 = \left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial x'}\right) + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial y'}\right);$$

on aura

$$\begin{aligned} 0 = {} & \frac{m.(x\partial\partial y - y\partial\partial x)}{\partial t^2} + \frac{m'.(x'\partial\partial y' - y'\partial\partial x')}{\partial t^2} \\ & - \frac{(mx + m'x')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m\partial\partial y + m'\partial\partial y')}{\partial t^2} \\ & + \frac{(my + m'y')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m\partial\partial x + m'\partial\partial x')}{\partial t^2}; \end{aligned}$$

équation dont l'intégrale est

$$\left.\begin{aligned} c = {} & \frac{m.(x\partial y - y\partial x)}{\partial t} + \frac{m'.(x'\partial y' - y'\partial x')}{\partial t} \\ & - \frac{(mx + m'x')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m\partial y + m'\partial y')}{\partial t} \\ & + \frac{(my + m'y')}{1 + m + m'} \cdot \frac{(m\partial x + m'\partial x')}{\partial t} \end{aligned}\right\}; \quad (2)$$

c étant une constante arbitraire.

Si l'on change dans cette intégrale, y en z, on aura

$$c^{\text{I}} = \left.\begin{array}{l} \dfrac{m.(x\partial z - z\partial x)}{\partial t} + \dfrac{m^{\text{I}}.(x^{\text{I}}\partial z^{\text{I}} - z^{\text{I}}\partial x^{\text{I}})}{\partial t} \\ - \dfrac{(mx + m^{\text{I}}x^{\text{I}})}{1 + m + m^{\text{I}}} \cdot \dfrac{(m\partial z + m^{\text{I}}\partial z^{\text{I}})}{\partial t} \\ + \dfrac{(mz + m^{\text{I}}z^{\text{I}})}{1 + m + m^{\text{I}}} \cdot \dfrac{(m\partial x + m^{\text{I}}\partial x^{\text{I}})}{\partial t} \end{array}\right\}; \quad (3)$$

c^{I} étant une nouvelle arbitraire.

Enfin, si dans cette dernière intégrale, on change x en y, on aura

$$c^{\text{II}} = \left.\begin{array}{l} \dfrac{m.(y\partial z - z\partial y)}{\partial t} + \dfrac{m^{\text{I}}.(y^{\text{I}}\partial z^{\text{I}} - z^{\text{I}}\partial y^{\text{I}})}{\partial t} \\ - \dfrac{(my + m^{\text{I}}y^{\text{I}})}{1 + m + m^{\text{I}}} \cdot \dfrac{(m\partial z + m^{\text{I}}\partial z^{\text{I}})}{\partial t} \\ + \dfrac{(mz + m^{\text{I}}z^{\text{I}})}{1 + m + m^{\text{I}}} \cdot \dfrac{(m\partial y + m^{\text{I}}\partial y^{\text{I}})}{\partial t} \end{array}\right\}; \quad (4)$$

c^{II} étant une arbitraire.

I I I.

Les quatre intégrales précédentes sont les seules que l'on peut obtenir dans l'état actuel de l'analyse; elles sont insuffisantes pour déterminer le mouvement des deux planètes m & m^{I}; mais elles donnent, entre les variations séculaires des élémens de leurs orbites, des rapports intéressans que nous allons déterminer.

Pour cela, nous observerons que les masses m & m^{I} étant fort petites, on peut, à chaque révolution, considérer les orbites de Jupiter & de Saturne, comme étant à très-peu-près elliptiques; mais l'action mutuelle de ces deux planètes change la nature & la position de leurs ellipses, par des nuances insensibles dans un court intervalle, & que la suite des temps rend très-remarquables. Ces ellipses, dans leurs variations, conservent entr'elles des rapports constans qui résultent des intégrales précédentes. Soit a, le demi-grand axe de l'ellipſe de m; ea, ſon excentricité; θ, la tangente de l'inclinaiſon du plan de cette ellipſe ſur le plan des x & des y; I, l'angle que fait l'interſection de ces deux plans, avec l'axe des x; ſoit de plus,

$$\theta . \text{ſin.} I = p; \qquad \theta . \text{coſ.} I = q;$$

on aura, par la nature du mouvement elliptique, & en négligeant m, vis-à-vis de l'unité,

$$\frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{2}{r} = - \frac{1}{a};$$

$$\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t} = \sqrt{\left[\frac{a.(1-e^2)}{1+\theta^2}\right]};$$

$$\frac{x\partial z - z\partial x}{\partial t} = q.\sqrt{\left[\frac{a.(1-e^2)}{1+\theta^2}\right]};$$

$$\frac{y\partial z - z\partial y}{\partial t} = p.\sqrt{\left[\frac{a.(1-e^2)}{1+\theta^2}\right]};$$

Si l'on marque d'un trait, les lettres a, e, θ, p, q, pour avoir celles qui ſont relatives à m', ces équations ſubſiſteront encore, en accentuant les lettres qu'elles renferment. Cela poſé, ſi l'on ſubſtitue les valeurs de leurs premiers membres, dans les intégrales (1), (2), (3) & (4); ſi l'on néglige enſuite les quantités conſtantes ou périodiques de l'ordre m^2; on aura entre les élémens des ellipſes des deux planètes, les quatre équations ſuivantes:

$$\left.\begin{aligned}
f &= \frac{m}{a} + \frac{m'}{a'}; \\
c &= m.\sqrt{\left[\frac{a.(1-e^2)}{1+\theta^2}\right]} + m'.\sqrt{\left[\frac{a'.(1-e'^2)}{1+\theta'^2}\right]}; \\
c' &= mq.\sqrt{\left[\frac{a.(1-e^2)}{1+\theta^2}\right]} + m'.q'.\sqrt{\left[\frac{a'.(1-e'^2)}{1+\theta'^2}\right]}; \\
c'' &= mp.\sqrt{\left[\frac{a.(1-e^2)}{1+\theta^2}\right]} + m'.p'.\sqrt{\left[\frac{a'.(1-e'^2)}{1+\theta'^2}\right]};
\end{aligned}\right\} ; (C)$$

ainſi, en ſuppoſant que par l'action mutuelle des deux planètes, les élémens a, a', e, e', θ, θ', p, p', q, q', ſubiſſent des variations très-ſenſibles dans la ſuite des ſiècles, ces élémens doivent toujours ſatisfaire aux quatre équations précédentes dans leſquelles les conſtantes f, c, c', c'' ſont invariables.

Dans le cas où le ſyſtème renfermeroit encore les planètes m'', m''', &c. il eſt aiſé de voir que ces équations ſubſiſteroient toujours, en ajoutant à leurs ſeconds membres, des termes ſemblables à ceux qu'ils renferment, & relatifs à chaque nouvelle planète.

I V.

REPRENONS les équations *(A)* de l'*article premier*. Si l'on multiplie la première par ∂x, la ſeconde par ∂y, la troiſième par ∂z, & qu'on les ajoute; ſi l'on fait enſuite

$$R = \frac{xx' + yy' + zz'}{r'^3} - \lambda,$$

on aura

$$\begin{aligned} o = {} & \frac{\partial x . \partial\partial x + \partial y . \partial\partial y + \partial z . \partial\partial z}{\partial t^2} \\ & + (1 + m) . \frac{\partial r}{r^2} + m' . dR, \end{aligned}$$

la caractériſtique différentielle d ne ſe rapportant qu'aux coordonnées x, y, z de la planète m.; on aura donc, en intégrant,

$$o = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{2 . (1 + m)}{r} + \frac{1 + m}{a} + 2\, m' . \int dR; \; (a).$$

Si l'on multiplie pareillement la première des équations *(A)* par x, la ſeconde par y, la troiſième par z, & que l'on ajoute leur ſomme à l'équation *(a)*, on aura

$$\begin{aligned} o = {} & \frac{x . \partial\partial x + y . \partial\partial y + z . \partial\partial z + \partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{(1 + m)}{r} + \frac{1 + m}{a} + 2\, m' . \int dR \\ & + m' . \left[x . \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y . \left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z . \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right]; \end{aligned}$$

ou, ce qui revient au même,

$$0 = \frac{\partial^2 . r^2}{\partial t^2} - \frac{2.(1+m)}{r} + \frac{2.(1+m)}{a} + 4 m' . \int d R$$
$$+ 2 m' . [x . (\frac{\partial R}{\partial x}) + y . (\frac{\partial R}{\partial y}) + z . (\frac{\partial R}{\partial z})].$$

L'intégrale de cette équation donnera la valeur de r, dans la supposition du mouvement elliptique, en y faisant $m' = 0$. Supposons que l'action de m', augmente cette valeur de la quantité $m' \delta r$; on changera, dans l'équation précédente, r dans $r + m' . \delta r$, r étant ici le rayon vecteur dans l'hypothèse du mouvement elliptique; en développant ensuite les différens termes de cette équation, par rapport aux puissances de m', les termes indépendans de m' se détruiront d'eux-mêmes, par la nature du mouvement elliptique; & si l'on néglige, comme nous le ferons toujours dans la suite, les carrés & les produits des masses perturbatrices, on aura pour déterminer δr, l'équation différentielle

$$\left. \begin{aligned} 0 = \frac{\partial^2 (r \delta r)}{\partial t^2} + \frac{r \delta r}{r^3} + 2 . \int d R + x . (\frac{\partial R}{\partial x}) \\ + y . (\frac{\partial R}{\partial y}) + z . (\frac{\partial R}{\partial z}) \end{aligned} \right\} ; (b)$$

les valeurs de r, x, y, z, r', x', y', z', étant relatives au mouvement elliptique des planètes m & m'.

Maintenant, les équations (A) de *l'article I* donnent, en y supposant m & m' nuls,

$$0 = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{x}{r^3}; \quad 0 = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{y}{r^3};$$

si l'on multiplie la première de ces deux équations, par $r \delta r$, & qu'on l'ajoute à l'équation différentielle en δr, multipliée par $- x$, on aura

$$0 = \frac{r \delta r . \partial^2 x - x . \partial^2 (r \delta r)}{\partial t^2} - 2 x . \int d R - x . [x . (\frac{\partial R}{\partial x})$$
$$+ y . (\frac{\partial R}{\partial y}) + z . (\frac{\partial R}{\partial z})];$$

d'où l'on tire en intégrant,

$$0 = \frac{r\delta r.\partial x - x.\partial(r\delta r)}{\partial t} - 2.\int x\partial t.\int dR - \int x\partial t.[x(\frac{\partial R}{\partial x}) + y(\frac{\partial R}{\partial y}) + z(\frac{\partial R}{\partial z})].$$

En changeant x en y, & réciproquement, dans cette intégrale, on aura la ſuivante :

$$0 = \frac{r\delta r.\partial y - y.\partial(r\delta r)}{\partial t} - 2\int y\partial t.\int dR - \int y\partial t.[x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z(\frac{\partial R}{\partial z})].$$

En ajoutant la première de ces intégrales, multipliée par y, à la ſeconde multipliée par $-x$, on aura,

$$r.\delta r.\frac{(x\partial y - y\partial x)}{\partial t} = 2x.\int y\partial t.\int dR + x.\int y\partial t \times [x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z})] - 2y.\int x\partial t.\int dR - y.\int x\partial t \times [x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z})];$$

mais on a dans l'hypothèſe elliptique,

$$\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t} = \sqrt{[\frac{a.(1-e^2)}{1+\theta^2}]};$$

& ſi l'on nomme nt, le moyen mouvement ſydéral de m, on a

$$n^2 = \frac{1}{a^3};$$

on aura donc

$$\frac{\delta r}{a} = \frac{\left\{\begin{array}{l} 2x.\int n\partial t.y.\int dR + x.\int ndt.y.[x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z})] \\ -2y.\int n\partial t.x.\int dR - y.\int n\partial t.x.[x.(\frac{\partial R}{\partial x}) + y.(\frac{\partial R}{\partial y}) + z.(\frac{\partial R}{\partial z})] \end{array}\right\}}{r.\sqrt{(\frac{1-e^2}{1+\theta^2})}}; \quad (5)$$

Cette expression de $\frac{\delta r}{a}$ ne dépend que des quadratures des courbes, puisque les quantités $r, x, y, z, r', x', y', z'$ qu'elle renferme, étant relatives au mouvement elliptique de m, & de m', elles sont données par la nature de ce mouvement, en fonctions du temps t.

V.

Les équations *(A)* de *l'article I*, multipliées respectivement par x, y, z, & ajoutées ensemble, donnent

$$o = \frac{x.\partial\partial x + y.\partial\partial y + z.\partial\partial z}{\partial t^2} + \frac{1+m}{r}$$

$$+ m'.\left[x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right];$$

or on a

$$x.\partial\partial x + y.\partial\partial y + z.\partial\partial z$$

$$= \tfrac{1}{2}.\partial^2.(r^2) - (\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2);$$

& si l'on nomme ∂v, l'angle infiniment petit intercepté entre les deux rayons vecteurs r & $r + \partial r$, on aura

$$\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 = \partial r^2 + r^2\partial v^2:$$

on aura donc

$$x.\partial\partial x + y.\partial\partial y + z.\partial\partial z = r.\partial\partial r - r^2 dv^2;$$

partant

$$o = \frac{r\partial\partial r - r^2\partial v^2}{\partial t^2} + \frac{1+m}{r}$$

$$+ m'.\left[x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right].$$

Supposons que l'action de m', augmente la valeur de v, de la quantité $m'.\delta v$, en sorte que l'on ait $v = v + m'\delta v$, la quantité v, dans le second membre de cette équation, étant relative au mouvement elliptique; si dans l'équation différentielle en r, on substitue cette valeur de v, & au lieu de r, $r + m' \delta r$; les termes indépendans de m', se détruiront d'eux-mêmes par la nature du mouvement elliptique, & la comparaison des termes multipliés par m', donnera

$$0 = \frac{r\partial\partial\delta r + \delta r.\partial\partial r - 2r\delta r.\partial v^2 - 2r^2\partial v.\partial\delta v}{\partial t^2} - \frac{\delta r}{r^2}$$

$$+ x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right):$$

or on a, par la théorie du mouvement elliptique,

$$r^2.\partial v = \partial t.\sqrt{[a.(1 - e^2)]},$$

& l'équation différentielle précédente en r, donne dans la supposition de m, & de m' nuls,

$$\frac{r.\partial v^2}{\partial t^2} = \frac{\partial\partial r}{\partial t^2} + \frac{1}{r^2};$$

on aura donc,

$$0 = \frac{r.\partial\partial\delta r - \delta r.\partial\partial r}{\partial t^2} - \frac{3\delta r}{r^2} - \frac{2.\partial\delta v}{\partial t}.\sqrt{[a(1 - e^2)]}$$

$$+ x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right).$$

Si l'on substitue dans cette équation, au lieu de $r\delta r$, sa valeur tirée de l'équation *(b)* de l'*article précédent*, on aura

$$\frac{2.\partial\delta v}{\partial t}.\sqrt{[a.(1 - e^2)]} = \frac{\partial.(r.\partial\delta r - \delta r.\partial r)}{\partial t^2} + \frac{3.\partial^2(r\delta r)}{\partial t^2}$$

$$+ 6.\int dR + 4.\left[x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right];$$

d'où l'on tire en intégrant, & en substituant $\frac{1}{n}$, au lieu de $a^{\frac{3}{2}}$,

$$\delta v = \frac{\frac{2r.\partial\delta r + \delta r.\partial r}{a^2.n\partial t} + 3a.\int n\partial t.\int dR + 2a.\int n\partial t.\left[x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right]}{\sqrt{(1 - e^2)}}; \quad (6)$$

V I.

VI.

Si l'on multiplie la première des équations *(A)* de l'*article I*, par $-y$, & qu'on l'ajoute à la seconde multipliée par x, on aura

$$o = \frac{x.\partial\partial y - y.\partial\partial x}{\partial t^2} + m'.[x.(\frac{\partial R}{\partial y}) - y.(\frac{\partial R}{\partial x})];$$

ce qui donne, en intégrant,

$$\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t} = c + m'.\int\partial t.[y.(\frac{\partial R}{\partial x}) - x.(\frac{\partial R}{\partial y})];$$

c étant une constante arbitraire. On aura pareillement les deux intégrales,

$$\frac{x\partial z - z\partial x}{\partial t} = c' + m'.\int\partial t.[z.(\frac{\partial R}{\partial x}) - x.(\frac{\partial R}{\partial z})];$$

$$\frac{y\partial z - z\partial y}{\partial t} = c'' + m'.\int\partial t.[z.(\frac{\partial R}{\partial y}) - y.(\frac{\partial R}{\partial z})];$$

c' & c'' étant deux arbitraires. En multipliant la première de ces deux intégrales, par y, & en l'ajoutant à la seconde multipliée par $-x$, on aura

$$z.(\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t}) = c'y - c''x + m'y.\int\partial t.[z.(\frac{\partial R}{\partial x}) - x.(\frac{\partial R}{\partial z})]$$
$$- m'x.\int\partial t.[z.(\frac{\partial R}{\partial y}) - y.(\frac{\partial R}{\partial z})];$$

on aura donc en substituant au lieu de $\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t}$, sa valeur, & en négligeant les quantités de l'ordre m^2,

$$z = \frac{c'y - c''x}{c} - \frac{m'.(c'y - c''x)}{c^2}.\int\partial t.[y.(\frac{\partial R}{\partial x}) - x.(\frac{\partial R}{\partial y})]$$
$$+ \frac{m'y}{c}.\int\partial t.[z.(\frac{\partial R}{\partial x}) - x.(\frac{\partial R}{\partial z})]$$
$$- \frac{m'x}{c}.\int\partial t.[z.(\frac{\partial R}{\partial y}) - y.(\frac{\partial R}{\partial z})].$$

L'équation $z = \frac{c'y - c''x}{c}$, est celle d'un plan fixe que nous pouvons confidérer comme le plan de l'orbite primitive de m; en fuppofant donc que la planète ne quitte point ce plan, on aura

$$z = \frac{c^{\prime} y - c^{\prime\prime} x}{c};$$

mais comme le plan de l'orbite eft variable, nous ferons

$$z = \frac{c^{\prime} y - c^{\prime\prime} x}{c} + m^{\prime}.\delta z.$$

La tangente de la latitude de m fera $\frac{z + m^{\prime} \delta z}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}$, & par conféquent l'accroiffement de cette tangente, dû à ce que la planète quitte le plan de l'orbite primitive, fera $\frac{m^{\prime} \delta z}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}$. Si l'on nomme s, le finus de la latitude de m, dans la fuppofition où cette planète refteroit fur le plan de l'orbite primitive, & $m^{\prime} \delta s$ l'accroiffement de s, dû à ce qu'elle quitte ce plan, on aura

$$\frac{m^{\prime}.\delta z}{\sqrt{(x^2 + y^2)}} = \frac{m^{\prime}.\delta s}{(1 - ss)^{\frac{3}{2}}};$$

mais on a

$$\sqrt{(x^2 + y^2)} = r.\sqrt{(1 - ss)};$$

partant,

$$m^{\prime} \delta z = \frac{m^{\prime}.r \delta s}{1 - ss}.$$

Cela pofé, fi dans l'expreffion précédente de z, on fubftitue au lieu de z,

$$\frac{c^{\prime} y - c^{\prime\prime} x}{c} + m^{\prime} \delta z, \text{ ou } \frac{c^{\prime} y - c^{\prime\prime} x}{c} + \frac{m^{\prime}.r.\delta s}{1 - ss};$$

fi l'on obferve enfuite que l'on a par *l'art. III*,

$$c = \frac{\sqrt{[a(1 - e^2)]}}{\sqrt{(1 + \theta^2)}};$$

on trouvera

$$\left.\begin{aligned}\delta s = \; & \frac{as.(1-ss).\sqrt{(1+\theta^2)}}{\sqrt{(1-e^2)}}.\int n\partial t.\left[x.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)-y.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)\right] \\ & + \frac{ay.(1-ss).\sqrt{(1+\theta^2)}}{r.\sqrt{(1-e^2)}}.\int n\partial t.\left[z.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)-x.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right] \\ & - \frac{ax.(1-ss).\sqrt{(1+\theta^2)}}{r.\sqrt{(1-e^2)}}.\int n\partial t.\left[z.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right)-y.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)\right]\end{aligned}\right\}; (7)$$

les valeurs de r, x, y, z, x^1, y^1, z^1, étant relatives au mouvement elliptique des planètes m & m^1.

VII.

Des perturbations de Jupiter & de Saturne, en portant l'approximation jusqu'aux premières puiſſances des excentricités & des inclinaiſons des orbites.

Les formules (5), (6), (7), ſuffiſent pour déterminer le mouvement de la planète m. Elles peuvent être employées avec avantage dans la recherche des perturbations des comètes, par l'action des planètes. Le calcul des altérations qu'éprouvent leurs rayons vecteurs, & leurs mouvemens en longitude & en latitude, ſe trouve ainſi réduit à des quadratures que l'on peut toujours obtenir par les méthodes connues d'interpolation; mais dans la théorie des planètes, la conſidération des orbites peu excentriques & peu inclinées les unes aux autres, peut conduire à des expreſſions analytiques de ces perturbations, & faire connoître la nature des orbites qu'elles décrivent, par des équations fort approchées, qui embraſſent les ſiècles paſſés & à venir.

Pour avoir ces équations, nous reprendrons les formules (5) & (6) des *articles IV* & *V*. Si l'on prend pour le plan fixe des x & des y, celui de l'orbite primitive de m, & que l'on nomme v, l'angle formé par le rayon r, & par l'axe des x; on aura

$$x = r.\text{cof. } v;\ y = r.\text{fin. } v;\ z = 0;\ \theta = 0.$$

Si l'on nomme enſuite v' l'angle que la projection de r' ſur le plan fixe, fait avec l'axe des x, & s' le ſinus de la latitude héliocentrique de m', au-deſſus de ce plan, on aura

$$x' = r'.\sqrt{(1 - s's')}.\ \text{cof. } v';$$
$$y' = r'.\sqrt{(1 - s's')}.\ \text{fin. } v';$$
$$z' = r's';$$

on aura ainſi

$$R = \frac{r.\sqrt{(1 - s's')}}{r'^2}.\text{cof.}(v' - v) - \frac{1}{\sqrt{[r^2 - 2rr'.\sqrt{(1 - s's')}.\text{cof.}(v' - v) + r'^2]}};$$

$$x.\left(\frac{\partial R}{\partial x}\right) + y.\left(\frac{\partial R}{\partial y}\right) + z.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right) = r.\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right);$$

& les formules (5) & (6) deviendront,

$$\frac{\delta r}{a} = \frac{\left\{\begin{array}{l} 2\,\text{cof. } v.\int n\partial t.r.\text{fin. } v.\int dR + \text{cof } v.\int n\partial t.r^2\,\text{fin. } v.\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right) \\ - 2\,\text{fin. } v.\int n\partial t.r.\text{cof. } v.\int dR - \text{fin. } v.\int n\partial t.r^2\,\text{cof. } v.\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right) \end{array}\right\}}{\sqrt{(1 - e^2)}};\ (8)$$

$$\delta v = \frac{\left\{\frac{2r.\partial\delta r + \delta r.\partial r}{a^2.n\partial t} + 3a.\int n\partial t.\int dR + 2a.\int n\partial t.r\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)\right\}}{\sqrt{(1 - e^2)}};\ (9)$$

Le calcul de la valeur approchée de δr, ſera plus ſimple, ſi, au lieu de la formule (8), on emploie l'équation différentielle *(b)* de l'*article IV*, qui, à cauſe de $n^2 a^3 = 1$, peut être miſe ſous cette forme

$$0 = \frac{\partial^2.(r\delta r)}{\partial t^2} + \frac{n^2 a^3.}{r^3}\ r\delta r + 2\int dR + r.\left(\frac{\partial R}{dr}\right);\ (10).$$

Nous conſidérerons ainſi les équations (9) & (10), & nous négligerons d'abord les carrés & les puiſſances ſupérieures des excentricités & des inclinaiſons des orbites.

VIII.

DANS ce cas, la valeur de R devient

$$R = \frac{r.(\text{cof.}v' - v)}{r'^2} - \frac{1}{\sqrt{[r^2 - 2rr'.\text{cof.}(v'-v) + r'^2]}}.$$

Pour développer cette fonction en férie, nous obferverons que fi l'on nomme $nt + \varepsilon$, la longitude moyenne de m comptée de l'axe des x; $n't + \varepsilon'$, celle de m'; ϖ la longitude de l'aphélie de m, & ϖ' celle de l'aphélie de m'; on a par la nature du mouvement elliptique,

$$r = a.[1 + e.\text{cof.}(nt + \varepsilon - \varpi)],$$
$$v = nt + \varepsilon - 2e.\text{fin.}(nt + \varepsilon - \varpi),$$
$$r' = a'.[1 + e'.\text{cof.}(n't + \varepsilon' - \varpi')],$$
$$v' = n't + \varepsilon' - 2e'.\text{fin.}(n't + \varepsilon' - \varpi').$$

Soit

$$h = e.\text{fin.}\varpi;\ l = e.\text{cof.}\varpi,$$
$$h' = e'.\text{fin.}\varpi';\ l' = e'.\text{cof.}\varpi'.$$

On aura

$$r = a.[1 + h.\text{fin.}(nt + \varepsilon) + l.\text{cof.}(nt + \varepsilon)],$$
$$v = nt + \varepsilon + 2h.\text{cof.}(nt + \varepsilon) - 2l.\text{fin.}(nt + \varepsilon),$$
$$r' = a'.[1 + h'.\text{fin.}(n't + \varepsilon') + l'.\text{cof.}(n't + \varepsilon')],$$
$$v' = n't + \varepsilon' + 2h'.\text{cof.}(n't + \varepsilon') - 2l'.\text{fin.}(n't + \varepsilon').$$

Maintenant, on a par la théorie des fuites,

$$R = R + a.[h.\text{fin.}(nt + \varepsilon) + l.\text{cof.}(nt + \varepsilon)].\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right),$$
$$+ a'.[h'.\text{fin.}(n't + \varepsilon') + l'.\text{cof.}(n't + \varepsilon')].\left(\frac{\partial R}{\partial r'}\right),$$
$$+ [2h.\text{cof.}(nt + \varepsilon) - 2l.\text{fin.}(nt + \varepsilon)].\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right),$$
$$+ [2h'.\text{cof.}(n't + \varepsilon') - 2l'.\text{fin.}(n't + \varepsilon')].\left(\frac{\partial R}{\partial v'}\right),$$

en ayant ſoin de changer, dans le ſecond membre de cette équation, r en a, r' en a', v dans $nt + \varepsilon$, & v' dans $n't + \varepsilon'$. Soit S ce que devient R dans ces ſuppoſitions, en ſorte que l'on ait

$$S = \frac{a}{a'^2} \cdot \text{coſ.}\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon)$$
$$- \frac{1}{\sqrt{[a^2 - 2aa'\,\text{coſ.}\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + a'^2]}};$$

& ſuppoſons qu'en développant cette fonction, dans une ſuite ordonnée par rapport aux coſinus de l'angle $n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon$, & de ſes multiples, on ait

$$S = \tfrac{1}{2} \cdot A^{(0)} \cdot + A^{(1)} \cdot \text{coſ.}\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon)$$
$$+ A^{(2)} \cdot \text{coſ.}\,2\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + \&c;$$

on pourra mettre cette expreſſion ſous la forme ſuivante:

$$S = \tfrac{1}{2} \cdot \Sigma \cdot A^{(i)} \cdot \text{coſ.}\,i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon),$$

dans laquelle Σ eſt le ſigne intégral des différences finies, qui, dans ce cas, ſe rapporte à la variable i, & qui embraſſe toutes ſes valeurs entières, depuis $i = -\infty$ juſqu'à $i = \infty$. On doit obſerver que $A^{(-i)}$ eſt égal à $A^{(i)}$, & qu'il ſuffit par conſéquent de connoître les valeurs de $A^{(i)}$, relatives à i poſitif.

Il eſt viſible, par la nature de R, que l'on a

$$r \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial r}\right) = a \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial a}\right);$$

de plus, cette quantité étant une fonction homogène en r & r', de la dimenſion -1, on a

$$r \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial r}\right) + r' \cdot \left(\frac{\partial R}{\partial r'}\right) = -R;$$

d'ailleurs R étant fonction de $v' - v$, on a

$$\left(\frac{\partial R}{\partial v'}\right) = -\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right);$$

& si dans $\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)$, on change r en a, r' en a', v dans $nt + \varepsilon$, & v' dans $n't + \varepsilon'$, on aura

$$\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right) = \frac{1}{n - n'} \cdot \left(\frac{\partial S}{\partial t}\right);$$

on aura, cela posé,

$$R = S + a.\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right).[h.\text{sin.}\,(nt + \varepsilon) + l.\text{cos.}\,(nt + \varepsilon)]$$
$$- \left[S + a.\left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)\right].[h'.\text{sin.}(n't + \varepsilon') + l'.\text{cos.}(n't + \varepsilon')]$$
$$+ \frac{1}{n - n'}.\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right).\left\{\begin{array}{l} h.\text{cos.}(nt + \varepsilon) - l.\text{sin.}\,(nt + \varepsilon) \\ - h'.\text{cos.}(n't + \varepsilon') + l'.\text{sin.}(n't + \varepsilon') \end{array}\right\}.$$

IX.

Supposons maintenant dans les équations (9) & (10), de l'*art. VII*,

$$\frac{\delta r}{a} = u + u_1;\ \delta v = V + V_1;$$

u & V, étant les parties de $\frac{\delta r}{a}$ & de δv, indépendantes des excentricités des orbites, & u_1 & V_1, étant les parties de ces mêmes quantités, qui en dépendent. Si dans ces équations, on compare les termes indépendans des excentricités, on formera les deux suivantes, en observant que $n^2 = \frac{1}{a^3}$;

$$0 = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + n^2 u + 2n^2 g + \tfrac{1}{2}.n^2 a^2.\left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}\right)$$
$$+ \frac{n^2}{2}.\Sigma.\left[a^2.\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) + \frac{2naA^{(i)}}{n - n'}\right].\text{cos.}i.(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon);$$

$$V = 3gnt + a^2.\left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}\right).nt + \frac{2.\partial u}{n\,\partial t} - \frac{n}{2(n-n')}$$

$$\times \Sigma.\left\{\frac{3n}{n-n'}.aA^{(i)} + 2a^2.\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right).\right\}.\frac{1}{i}.\text{fin}.i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon).$$

Dans ces équations, 1.° le figne intégral Σ s'étend à toutes les valeurs entières de i, la feule valeur $i = 0$, étant exceptée, parce que nous avons fait fortir hors de ce figne, les termes dans lefquels $i = 0$; 2.° la conftante g eft une arbitraire ajoutée à l'intégrale $a.\int dR$.

Pour déterminer cette conftante, nous fuppoferons que nt repréfente le moyen mouvement fidéral de m. Dans ce cas, le terme proportionnel au temps, de l'expreffion de V, doit difparoître. Cette condition donne

$$g = -\tfrac{1}{3}a^2.\left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}\right).$$

Si l'on fubftitue cette valeur, dans l'équation différentielle en u; on aura, après les intégrations,

$$n = \tfrac{1}{6}.a^2.\left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}\right) + \frac{n^2}{2}.\Sigma.\left\{\begin{array}{c}\left\{\dfrac{a^2.\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) + \frac{2n.aA^{(i)}}{n-n'}}{i^2.(n-n')^2 - n^2}\right\} \\ \times\,\text{cof}.i.(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon)\end{array}\right\};$$

l'expreffion de V, devient ainfi,

$$V = \tfrac{1}{2}.\Sigma.\left\{\begin{array}{c}\left\{\dfrac{n^2}{i(n-n')^2}.aA^{(i)} + \dfrac{2n^3.\left\{a^2.\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) + \frac{2naA^{(i)}}{n-n'}\right\}}{i(n-n').[i^2(n-n')^2 - n^2]}\right\} \\ \times\,\text{fin}.\,i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon)\end{array}\right\}.$$

Le figne Σ s'étend dans ces expreffions, à toutes les valeurs entières, pofitives & négatives de i, la feule valeur $i = 0$, étant exceptée; on peut ne l'étendre qu'aux feules valeurs pofitives de i, mais alors il faut doubler les coéfficiens des finus & des cofinus renfermés fous ce figne. Je n'ai n'ai point ajouté de conſtantes aux expreſſions de u & de V, parce que toutes les arbitraires du problème peuvent être cenſées renfermées dans les parties de r & de v, qui dépendent du mouvement elliptique.

Ces valeurs fort ſimples de u & de V, renferment la théorie des inégalités du mouvement des planètes, lorſque l'on n'a égard qu'aux termes indépendans des excentricités & des inclinaiſons des orbites, ce qui ſuffit dans pluſieurs cas.

Nous obſerverons ici que, quand même la ſérie repréſentée par l'intégrale $\Sigma . A^{(i)}.\text{coſ}.\, i.\, (n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon)$, ſeroit peu convergente, les expreſſions de u & de V le deviendroient par les diviſeurs qu'elles acquièrent au moyen des intégrations ſucceſſives. Cette remarque dûe à M. Euler, eſt d'autant plus importante, que ſans cette convergence, il eût été impoſſible d'exprimer analytiquement les perturbations réciproques des planètes dont les rapports des diſtances au Soleil ne diffèrent pas beaucoup de l'unité.

X.

CONSIDÉRONS préſentement les valeurs de u' & de V_1. Si l'on fait

$$\begin{aligned}
X = {} & \frac{a}{n-n'}.[h.\text{ſin}.(nt+\varepsilon) + l.\text{coſ}.(nt+\varepsilon)].[a.(\tfrac{\partial\partial S}{\partial a \partial t}) - 2.(\tfrac{\partial S}{\partial t})] \\
& + [h.\text{coſ}.(nt+\varepsilon) - l.\text{ſin}.(nt+\varepsilon)].[a^2.(\tfrac{\partial S}{\partial a}) + \tfrac{2a}{(n-n')^2}.(\tfrac{\partial\partial S}{\partial t^2})] \\
& - \frac{a}{n-n'}.[h'.\text{ſin}.(n't+\varepsilon') + l'.\text{coſ}.(n't+\varepsilon')].[(\tfrac{\partial S}{\partial t}) + a.(\tfrac{\partial\partial S}{\partial a \partial t})] \\
& - \frac{2a}{(n-n')^2}.[h'.\text{coſ}.(n't+\varepsilon') - l'.\text{ſin}.(n't+\varepsilon')].(\tfrac{\partial\partial S}{\partial t^2});
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y = {} & [h.\text{ſin}.(nt+\varepsilon) + l.\text{coſ}.(nt+\varepsilon)].[a^2.(\tfrac{\partial S}{\partial a}) + a^3.(\tfrac{\partial\partial S}{\partial a^2})] \\
& - [h'.\text{ſin}.(n't+\varepsilon') + l'.\text{coſ}.(n't+\varepsilon')].[2a^2.(\tfrac{\partial S}{\partial a}) + a^3.(\tfrac{\partial\partial S}{\partial a^2})] \\
& + \frac{2a^2}{n-n'}.(\tfrac{\partial\partial S}{\partial a \partial t}).[h.\text{coſ}.(nt+\varepsilon) - l.\text{ſin}.(nt+\varepsilon) \\
& \quad - h'.\text{coſ}.(n't+\varepsilon') + l'.\text{ſin}.(n't+\varepsilon')];
\end{aligned}$$

la comparaison des termes dépendans des excentricités, dans les équations différentielles (9) & (10) de *l'article VII*, donnera les deux suivantes :

$$0 = \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + n^2 u_1 + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 3n^2 u\right).[h.\sin.(nt+\varepsilon) + l.\cos.(nt+\varepsilon)]$$
$$+ 2n.\frac{\partial u}{\partial t}.[h.\cos.(nt+\varepsilon) - l.\sin.(nt+\varepsilon)]$$
$$+ 2n^2.\int X n\, dt + n^2.Y$$

$$V_1 = \frac{2\partial u_1}{a\partial t} + 2.\frac{\partial u}{n\partial t}.[h.\sin.(nt+\varepsilon) + l.\cos.(nt+\varepsilon)]$$
$$+ n.[h.\cos.(nt+\varepsilon) - l.\sin.(nt+\varepsilon)]$$
$$+ 3.\iint X.n^2\partial t^2 + 2.\int Y.n\partial t.$$

Si, dans l'équation différentielle en u_1, on substitue au lieu de u, sa valeur, & que, pour simplifier, on fasse

$$B = a^2.\left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}\right) + \tfrac{1}{2}.a^3.\left(\frac{\partial\partial A^{(0)}}{\partial a^2}\right);$$

$$C = a.A^{(1)} - a^2.\left(\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a}\right) - \tfrac{1}{2}.a^3.\left(\frac{\partial\partial A^{(1)}}{\partial a^2}\right);$$

$$D^{(i)} = -\frac{3n}{n-n'}.a A^{(i)} + \frac{\{i^2.(n-n').[n+i(n-n')] - 3n^2\}}{i^2.(n-n')^2 - n^2}$$
$$\times\left[\frac{2naA^{(i)}}{n-n'} + a^2.\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right)\right] + \tfrac{1}{2}a^3.\left(\frac{\partial\partial A^{(i)}}{\partial a^2}\right);$$

$$E^{(i)} = \frac{(i-1).(2i-1).n}{n-i(n-n')}.aA^{(i-1)} + \frac{[i^2.(n-n')-n]}{n-i(n-n')}.a^2.\left(\frac{\partial A^{(i-1)}}{\partial a}\right)$$
$$- \tfrac{1}{2}a^3.\left(\frac{\partial\partial A^{(i-1)}}{\partial a^2}\right);$$

cette équation différentielle donnera, après l'avoir intégrée,

$$u_1 = f.\sin.(nt+\varepsilon) + f'.\cos.(nt+\varepsilon)$$
$$+ \tfrac{1}{2}.(hB + h'C).nt.\cos.(nt+\varepsilon) - \tfrac{1}{2}.(lB + l'C).nt.\sin.(nt+\varepsilon)$$

$$+ n^2.\Sigma.\left\{\begin{array}{l}\dfrac{(hD^{(i)} + h'E^{(i)})}{[n-i(n-n')]^2 - n^2}.\sin.[i.(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon]\\[2ex] + \dfrac{(lD^{(i)} + l'E^{(i)})}{[n-i.(n-n')]^2 - n^2}.\cos.[i.(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon]\end{array}\right\};$$

Le ſigne intégral Σ s'étend, comme dans les expreſſions de u & de V, à toutes les valeurs entières poſitives & négatives de i, la ſeule valeur $i = 0$ étant exceptée, parce que nous avons fait ſortir hors de ce ſigne, les ſinus & les coſinus de l'angle dans lequel $i = 0$; f & f' ſont deux conſtantes arbitraires introduites par les intégrations.

Si l'on ſubſtitue dans l'expreſſion de $V_{,}$, au lieu de u & de $u_{,}$, leurs valeurs, & que l'on faſſe

$$f = h.[\tfrac{2}{3}a^2.(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}) + \tfrac{1}{4}.a^3.(\frac{\partial\partial A^{(0)}}{\partial a^2})]$$

$$+ \frac{h'}{4}.[aA^{(1)} - a^2.(\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a}) - a^3.(\frac{\partial\partial A^{(1)}}{\partial a^2})];$$

$$f' = l.[\tfrac{2}{3}a^2.(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}) + \tfrac{1}{4}.a^3.(\frac{\partial\partial A^{(0)}}{\partial a^2})]$$

$$+ \frac{l'}{4}.[aA^{(1)} - a^2.(\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a}) - a^3.(\frac{\partial\partial A^{(1)}}{\partial a^2})]$$

$$F^{(i)} = -\frac{(i-1).na.A^{(i)}}{n-n'} + \frac{\left\{3n^2 - \frac{in}{2}.[n + i(n-n')]\right\}}{i^2.(n-n')^2 - n^2}$$

$$\times\left\{\frac{2na.A^{(i)}}{n-n'} + a^2.(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a})\right\} - \frac{2n^2.D^{(i)}}{[n-i(n-n')]^2 - n^2};$$

$$G^{(i)} = \frac{-(i-1).(2i-1).na.A^{(i-1)} - (i-1).na^2.(\frac{\partial A^{(i-1)}}{\partial a})}{2.[n-i(n-n')]}$$

$$- \frac{2n^2.E^{(i)}}{[n-i(n-n')]^2 - n^2};$$

on aura

$$V_{,} = -(hB + h'C).nt.\text{ſin.}(nt+\varepsilon)$$
$$-(lB + l'C).nt.\text{coſ.}(nt+\varepsilon)$$

$$+ n.\Sigma.\left\{\begin{array}{l} \frac{(lF^{(i)} + l'G^{(i)})}{n-i.(n-n')}.\text{ſin.}[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon] \\ - \frac{(hF^{(i)} + h'G^{(i)})}{n-i.(n-n')}.\text{coſ.}[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon] \end{array}\right\};$$

Le figne intégral Σ s'étend encore à toutes les valeurs entières pofitives & négatives de i, la feule valeur $i = 0$, étant exceptée. En déterminant, comme nous venons de le faire, les arbitraires f, & f', la valeur de V_1 ne renferme le finus & le cofinus de $nt + \varepsilon$, qu'autant qu'ils font multipliés par l'arc nt; & par ce moyen, $2e$ & ϖ expriment dans la formule de la longitude de la planète m, fon équation du centre, & la longitude de fon aphélie, à l'inftant où l'on fixe l'origine du temps t.

X I.

REPRENONS maintenant l'équation (7), de l'*art. VI*, & fuppofons d'abord, pour plus de fimplicité, que le plan fixe des x & des y, foit celui de l'orbite primitive de m; on aura, dans ce cas, $s = 0$, & $z = 0$. Si l'on néglige les carrés des excentricités & des inclinaifons des orbites, & leurs produits, on pourra fuppofer

$$z' = a'.[Q'.\text{fin.}(n't + \varepsilon') - P'.\text{cof.}(n't + \varepsilon')],$$

P' & Q' étant deux arbitraires qui dépendent de l'inclinaifon & de la pofition des nœuds de l'orbite de m', relativement au plan de l'orbite primitive de m. Si l'on fait enfuite

$$T = \frac{1}{[a^2 - 2aa'.\text{cof.}(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + a'^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{a'^3};$$

l'équation (7) deviendra celle-ci,

$$\begin{aligned} 0 = \delta s &- a^2 a'.\text{fin.}(nt + \varepsilon).\textstyle\int n\partial t.T.\text{cof.}(nt + \varepsilon) \\ &\times [Q'.\text{fin.}(n't + \varepsilon') - P'.\text{cof.}(n't + \varepsilon')] \\ &+ a^2.a'.\text{cof.}(nt + \varepsilon).\textstyle\int n\partial t.T.\text{fin.}(nt + \varepsilon) \\ &\times [Q'.\text{fin.}(n't + \varepsilon') - P'.\text{cof.}(n't + \varepsilon')] \end{aligned}$$

que l'on peut mettre fous cette forme différentielle:

$$o = \frac{\partial\partial . \delta s}{\partial t^2} + n^2 . \delta s - n^2 a^2 a' . T$$

$$\times\ [Q' . \text{fin.}(n't + \varepsilon') - P' . \text{cof.}(n't + \varepsilon')].$$

δs eſt à très-peu-près la latitude de m, au-deſſus du plan de l'orbite primitive; mais ſi, au lieu de ce plan, on prend pour celui des x & des y, un autre plan quelconque qui lui ſoit très-peu incliné, il eſt viſible que δs ſera encore ce qu'il faut ajouter à la latitude de m, calculée dans l'hypothèſe où le mouvement de cette planète auroit lieu ſur le plan de ſon orbite primitive. Maintenant, s & s' étant à fort peu-près les tangentes des latitudes de m & de m' au-deſſus du plan fixe, dans le cas des orbites invariables, on peut ſuppoſer

$$s = q . \text{fin.}(nt + \varepsilon) - p . \text{cof.}(nt + \varepsilon)$$

$$s' = q' . \text{fin.}(n't + \varepsilon') - p' . \text{cof.}(n't + \varepsilon');$$

p, q, p', q', étant des conſtantes qui dépendent de la poſition des nœuds & de l'inclinaiſon des orbites, & qui ſont telles qu'en nommant θ & θ' les tangentes de ces inclinaiſons, & I, I', les longitudes des nœuds, on a

$$p = \theta . \text{fin.} I;\ q = \theta . \text{cof.} I;$$

$$p' = \theta' . \text{fin.} I;\ q' = \theta' . \text{cof.} I'.$$

Il eſt facile d'ailleurs de s'aſſurer que l'on a

$$P' = p' - p;\ Q' = q' - q.$$

Suppoſons qu'en réduiſant T en ſérie, on ait

$$T = \tfrac{1}{2} . \Sigma . L^{(i)} . \text{cof.}\, i\,(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon);$$

le ſigne intégral Σ ſe rapportant à toutes les valeurs entières poſitives & négatives de i, ſans en excepter la valeur $i = o$; on aura $L^{(-i)} = L^{(i)}$; cela poſé, l'équation différentielle précédente deviendra

$$0 = \frac{\partial\partial\delta s}{\partial t^2} + n^2.\delta s + \tfrac{1}{2}a^2 a'.n^2$$

$$\times\Sigma\left\{\begin{array}{l}(p' - p).L^{(i)}.\text{cof.}[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon] \\ + (q - q').L^{(i)}.\text{fin.}[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon]\end{array}\right\};$$

d'où l'on tire, en intégrant,

$$\delta s = \tfrac{1}{4}.a^2 a'.(p - p').L^{(1)}.nt.\text{fin.}(nt + \varepsilon)$$
$$+ \tfrac{1}{4}.a^2 a'.(q - q').L^{(1)}.nt.\text{cof.}(nt + \varepsilon),$$

$$+\tfrac{1}{2}a^2.a'n^2.\Sigma.\left\{\begin{array}{l}\dfrac{(p' - p).L^{(i-1)}}{[n - i(n - n')]^2 - n^2}.\text{cof.}[i(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon] \\ + \dfrac{(q - q').L^{(i-1)}}{[n - i(n - n')]^2 - n^2}.\text{fin.}[i.(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + nt + \varepsilon]\end{array}\right\}.$$

On doit obſerver que, dans cette valeur de δs, ainſi que dans les valeurs précédentes de u, u_{1}, V, V_{1}, le ſigne intégral Σ s'étend à toutes les valeurs entières poſitives & négatives de i, la ſeule valeur $i = 0$ étant exceptée.

XII.

RASSEMBLONS maintenant les réſultats que nous venons de trouver. Nommons (r) & (v) les parties du rayon vecteur r, & de la longitude v ſur l'orbite, qui dépendent du mouvement elliptique; nommons enſuite (s) la partie de la latitude s que l'on trouve en ſuppoſant que la planète m ſe meut ſur le plan de ſon orbite primitive; on aura

$$r = (r) + m'a.(u + u_{1}).$$
$$v = (v) + m'.(V + V_{1}).$$
$$s = (s) + m'.\delta s.$$

Ces expreſſions renferment toute la théorie des planètes, lorſqu'on néglige les carrés & les produits des maſſes perturbatrices, ainſi que les carrés & les produits des excentricités & des inclinaisons des orbites, ce qui est presque toujours permis; elles ont d'ailleurs l'avantage d'être sous une forme très-simple qui laisse facilement apercevoir la loi de leurs différens termes. Pour les transporter à la planète m', il suffit d'y changer $a, n, h, l, \varepsilon, p, q,$ & m', dans $a', n', h', l', \varepsilon', p', q',$ & m; & réciproquement.

Les approximations dans lesquelles on auroit égard aux carrés & aux puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites, introduiroient de nouveaux termes qui dépendroient de nouveaux argumens; elles reproduiroient encore les argumens que donnent les approximations précédentes, mais avec des coéfficiens de plus en plus petits, suivant cette loi: si l'on nomme *quantités du premier ordre*, les excentricités & les inclinaisons des orbites; *quantités du second ordre*, leurs carrés & leurs produits deux à deux, & ainsi de suite; un argument qui, dans les approximations successives, se trouve, pour la première fois, parmi les quantités de l'ordre r, ne sera reproduit que par les quantités des ordres $r + 2$, $r + 4$, &c.

Il suit de-là que les coéfficiens des termes de la forme $t.\,\text{fin.\,cof.}\,(nt + \varepsilon)$ qui entrent dans les expressions de r, v & s, sont approchés jusqu'aux quantités du troisième ordre, c'est-à-dire, que l'approximation dans laquelle on auroit égard aux carrés & aux produits des excentricités & des inclinaisons des orbites, ne changeroit point leurs valeurs. On voit ainsi qu'ils ont toute la précision que l'on peut desirer; ce qu'il est d'autant plus essentiel d'observer, que de ces coéfficiens dépendent les variations séculaires des orbites.

Les différens termes des expressions de r, v & s, sont compris dans la forme

$$K.\,\text{fin.\,cof.}\,[i.(n't - nt + \varepsilon' - \varepsilon) + rnt + r\varepsilon],$$

i étant un nombre entier positif ou négatif, ou zéro; & r étant un nombre entier positif, ou zéro; K est une fonction des excentricités & des inclinaiſons des orbites, de l'ordre r. On peut juger par-là de quel ordre eſt un terme qui dépend d'un angle donné : pour ſavoir, par exemple, dans la théorie de Jupiter & de Saturne, de quel ordre eſt le terme qui dépend de l'angle $5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon$, on mettra cet angle ſous cette forme: $5.(n^{\prime}t - nt + \varepsilon^{\prime} - \varepsilon) + 3nt + 3\varepsilon$; & comme alors $r = 3$, il en réſulte que le terme dont il s'agit dépend des cubes & des produits des trois dimenſions, des excentricités & des inclinaiſons des orbites.

XIII.

Pour réduire en nombres les réſultats analytiques que nous venons de préſenter, il faut déterminer numériquement les valeurs des quantités $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, &c. $L^{(0)}$, $L^{(1)}$, &c. & de leurs différences. La principale difficulté que préſente leur formation, tient au développement en ſérie, des radicaux

$$[a^2 - 2aa^{\prime}.\text{coſ.}\,(n^{\prime}t - nt + \varepsilon^{\prime} - \varepsilon) + a^{\prime 2}]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\&\ [a^2 - 2aa^{\prime}\,\text{coſ.}\,(n^{\prime}t - nt + \varepsilon^{\prime} - \varepsilon) + a^{\prime 2}]^{-\frac{3}{2}}.$$

Soit $\frac{a}{a^{\prime}} = \alpha$; $n^{\prime}t - nt + \varepsilon^{\prime} - \varepsilon = \theta$, & conſidérons généralement la fonction $(1 - 2\alpha.\text{coſ.}\,\theta + \alpha^2)^{-s}$. En la développant dans une ſuite de coſinus de l'angle θ & de ſes multiples, on aura une expreſſion de cette forme:

$$(1 - 2\alpha.\text{coſ.}\theta + \alpha^2)^{-s} = \tfrac{1}{2}.b_s^{(0)} + b_s^{(1)}.\text{coſ.}\theta + b_s^{(2)}.\text{coſ.}\,2\theta + \&c.$$

$b_s^{(0)}$ $b_s^{(1)}$, &c. étant des fonctions de s & de α. Si l'on prend les différences logarithmiques des deux membres de cette équation, par rapport à la variable θ, on aura

$$\frac{-2s\alpha.\sin.\theta}{1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2}=\frac{-b_s^{(1)}.\sin.\theta-2b_s^{(2)}.\sin.2\theta-\&c.}{\frac{1}{2}b_s^{(0)}+b_s^{(1)}.\cos.\theta+b_s^{(2)}.\cos.2\theta+\&c.}$$

En multipliant en croix, & en comparant les cosinus semblables, on trouve

$$b_s^{(i)}=\frac{(i-1).(1+\alpha^2).b_s^{(i-1)}-(i+s-2).\alpha b_s^{(i-2)}}{(i-s).\alpha}; \quad (a)$$

on aura ainsi $b_s^{(2)}$, $b_s^{(1)}$, &c. lorsque l'on connoîtra $b_s^{(0)}$ & $b_s^{(1)}$.

Si l'on change s en $s+1$ dans l'expression précédente de $(1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2)^{-s}$, on aura

$$(1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2)^{-s-1}=\tfrac{1}{2}.b_{s+1}^{(0)}+b_{s+1}^{(1)}.\cos.\theta$$
$$+b_{s+1}^{(2)}.\cos.2\theta+\&c.$$

En multipliant les deux membres de cette équation par $1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2$, & en substituant ensuite, au lieu de $(1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2)^{-s}$, sa valeur en série, on aura

$$\tfrac{1}{2}.b_s^{(0)}+b_s^{(1)}.\cos.\theta+b_s^{(2)}.\cos.2\theta+\&c.$$

$$=(1-2\alpha.\cos.\theta+\alpha^2).(\tfrac{1}{2}.b_{s+1}^{(0)}+b_{s+1}^{(1)}.\cos.\theta+\&c.);$$

d'où l'on tire, en comparant les cosinus semblables,

$$b_s^{(i)}=(1+\alpha^2).b_{s+1}^{(i)}-\alpha.b_{s+1}^{(i-1)}-\alpha.b_{s+1}^{(i+1)}.$$

La formule (a) donne

$$\alpha.b_{s+1}^{(i+1)}=\frac{i.(1+\alpha^2).b_{s+1}^{(i)}-(i+s).\alpha.b_{s+1}^{(i-1)}}{i-s};$$

l'équation précédente deviendra ainsi,

$$b_s^{(i)} = \frac{2s\alpha . b_{s+1}^{(i-1)} - s.(1+\alpha^2).b_{s+1}^{(i)}}{i-s}.$$

En changeant i dans $i + 1$, on aura

$$b_s^{(i+1)} = 2s\alpha . b_{s+1}^{(i)} - s.(1+\alpha^2).b_{s+1}^{(i+1)};$$

& si l'on substitue, au lieu de $b_{s+1}^{(i+1)}$, sa valeur, on aura

$$b_s^{(i+1)} = \frac{s.(i+s).\alpha.(1+\alpha^2).b_{s+1}^{(i-1)} + s.[2.(i-s).\alpha^2 - i.(1+\alpha^2)^2].b_{s+1}^{(i)}}{(i-s).(i-s+1).\alpha.}.$$

Ces deux expressions de $b_s^{(i)}$ & de $b_s^{(i+1)}$, donnent

$$b_{s+1}^{(i)} = \frac{\frac{i+s}{s}.(1+\alpha^2).b_s^{(i)} - 2.\frac{(i-s+1)}{s}.\alpha.b_s^{(i+1)}}{(1-\alpha^2)^2}; \quad (b)$$

on aura donc, au moyen de cette formule, les valeurs de $b_{s+1}^{(0)}$, $b_{s+1}^{(1)}$, $b_{s+1}^{(2)}$, &c. lorsque celles de $b_s^{(0)}$, $b_s^{(1)}$, $b_s^{(2)}$, &c. seront connues.

Nommons, pour abréger, λ la fonction $1 - 2\alpha.\text{cos.}\,\theta + \alpha^2$; si l'on différencie par rapport à α, l'équation

$$\lambda^{-s} = \tfrac{1}{2}.b_s^{(0)} + b_s^{(1)}.\text{cos.}\,\theta + b_s^{(2)}.\text{cos.}\,2\theta + \text{\&c.}$$

on aura

$$2s.(\text{cos.}\,\theta - \alpha).\lambda^{-s-1} = \tfrac{1}{2}.\frac{\partial b_s^{(0)}}{\partial\alpha} + \frac{\partial b_s^{(1)}}{\partial\alpha}.\text{cos.}\,\theta + \frac{\partial b_s^{(2)}}{\partial\alpha}.\text{cos.}\,2\theta + \text{\&c.}$$

mais on a

$$-\alpha + \text{cos.}\,\theta = \frac{1-\alpha^2-\lambda}{2\alpha};$$

on aura donc

$$\frac{s.(1-\alpha^2)}{\alpha}.\lambda^{-s-1} - \frac{s.\lambda^{-s}}{\alpha} = \frac{1}{2}.\frac{\partial b_s^{(0)}}{\partial\alpha} + \frac{\partial b_s^{(1)}}{\partial\alpha}.\text{cof.}\theta + \&c.;$$

d'où l'on tire généralement

$$\frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial\alpha} = \frac{s.(1-\alpha^2)}{\alpha}.b_{s+1}^{(i)} - \frac{s.b_s^{(i)}}{\alpha}.$$

En fubftituant au lieu de $b_{s+1}^{(i)}$ fa valeur, on aura

$$\frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial\alpha} = \left[\frac{i+(i+2s).\alpha^2}{\alpha.(1-\alpha^2)}\right].b_s^{(i)} - \frac{2.(i-s+1)}{1-\alpha^2}.b_s^{(i+1)}.$$

Si l'on différencie cette équation, on aura

$$\frac{\partial\partial.b_s^{(i)}}{\partial\alpha^2} = \left[\frac{i+(i+2s).\alpha^2}{\alpha.(1-\alpha^2)}\right].\frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial\alpha} + \left[\frac{i+2s}{\alpha^2} - \frac{2.(i+s).(1-3\alpha^2)}{\alpha^2.(1-\alpha^2)^2}\right].b_s^{(i)}$$

$$- \frac{2.(i-s+1)}{1-\alpha^2}.\frac{\partial b_s^{(i+1)}}{\partial\alpha} - \frac{4.(i-s+1).\alpha}{(1-\alpha^2)^2}.b_s^{(i+1)};$$

en différenciant encore, on aura

$$\frac{\partial^3.b_s^{(i)}}{\partial\alpha^3} = \left[\frac{i+(i+2s).\alpha^2}{\alpha.(1-\alpha^2)}\right].\frac{\partial\partial b_s^{(i)}}{\partial\alpha^2} + 2.\left[\frac{i+2s}{\alpha^2} - \frac{2.(i+s).(1-3\alpha^2)}{\alpha^2.(1-\alpha^2)^2}\right]$$

$$\times \frac{\partial b_s^{(i)}}{\partial\alpha} + \left[\frac{4.(i+s).(1-3\alpha^2+6\alpha^4)}{\alpha^3.(1-\alpha^2)^3} - \frac{2.(i+2s)}{\alpha^3}\right].b_s^{(i)}$$

$$- \frac{2.(i-s+1)}{1-\alpha^2}.\frac{\partial^2.b_s^{(i+1)}}{\partial\alpha^2} - \frac{8.(i-s+1).\alpha}{(1-\alpha^2)^2}.\frac{\partial b_s^{(i+1)}}{\partial\alpha}$$

$$- \frac{4.(i-s+1).(1+3\alpha^2)}{(1-\alpha^2)^3}.b_s^{(i+1)}.$$

On voit ainſi que, pour connoître les valeurs de $b_s^{(i)}$ & de ſes différences ſucceſſives, il ſuffit de connoître les deux quantités $b_s^{(0)}$ & $b_s^{(1)}$. On déterminera facilement ces deux quantités de la manière ſuivante.

X I V.

Si l'on nomme c, le nombre dont le logarithme hyperbolique eſt l'unité, on pourra mettre l'expreſſion de λ^{-s}, ſous cette forme:

$$\lambda^{-s} = [1 - \alpha . c^{\theta\sqrt{(-1)}}]^{-s} . [1 - \alpha c^{-\theta\sqrt{(-1)}}]^{-s}.$$

En développant le ſecond membre de cette équation, par rapport aux puiſſances de $c^{\theta\sqrt{(-1)}}$, & de $c^{-\theta\sqrt{(-1)}}$; les deux exponentielles $c^{i\theta\sqrt{(-1)}}$, & $c^{-i\theta\sqrt{(-1)}}$, auront le même coéfficient que nous déſignerons par μ. La ſomme des deux termes $\mu\ c^{i\theta\sqrt{(-1)}}$ & $\mu\ c^{-i\theta\sqrt{(-1)}}$, eſt $2\ \mu . \text{coſ.}\ i\,\theta$; ce ſera la valeur de $b_s^{(i)} . \text{coſ.}\ i\,\theta$: on aura donc $b_s^{(i)} = 2\ \mu$.

Maintenant, l'expreſſion précédente de λ^{-s} eſt égale au produit des deux ſéries,

$$1 + s\,\alpha . c^{\theta . \sqrt{(-1)}} + \frac{s . (s+1)}{1 . 2} . \alpha^2 . c^{2\theta . \sqrt{(-1)}} + \&c.$$

$$1 + s\,\alpha . c^{-\theta . \sqrt{(-1)}} + \frac{s . (s+1)}{1 . 2} . \alpha^2 . c^{-2\theta . \sqrt{(-1)}} + \&c.$$

En multipliant donc ces deux ſéries l'une par l'autre, on aura, dans le cas de $i = 0$,

$$\mu = 1 + s^2 . \alpha^2 + \left[\frac{s . (s+1)}{1 . 2}\right]^2 . \alpha^4 + \&c;$$

& dans le cas de $i = 1$,

$$\mu = \alpha . \left[s + \frac{s}{1} . \frac{s . (s+1)}{1 . 2} . \alpha^2 + \frac{s . (s+1)}{1 . 2} . \frac{s . (s+1) . (s+2)}{1 . 2 . 3} . \alpha^4 + \&c.\right];$$

partant

$$b_s^{(0)} = 2.\{1 + s^2.\alpha^2 + [\frac{s.(s+1)}{1.2}]^2.\alpha^4 + [\frac{s.(s+1).(s+2)}{1.2.3}]^2.\alpha^6 + \&c.\}$$

$$b_s^{(1)} = 2\alpha.[s + \frac{s}{1}.\frac{s.(s+1)}{1.2}.\alpha^2 + \frac{s.(s+1)}{1.2}.\frac{s.(s+1).(s+2)}{1.2.3}.\alpha^4 + \&c.].$$

Dans la théorie des planètes, $s = \frac{1}{2}$; en ſubſtituant donc cette valeur dans les expreſſions précédentes de $b_s^{(0)}$ & de $b_s^{(1)}$, on aura les valeurs relatives à cette théorie; mais ces valeurs ne ſeront pas fort convergentes, ſi α n'eſt pas une petite fraction; elles convergent davantage dans le cas de $s = -\frac{1}{2}$, & l'on a

$$b_{-\frac{1}{2}}^{(0)} = 2.[1 + (\tfrac{1}{2})^2.\alpha^2 + (\frac{1.1}{2.4})^2.\alpha^4 + (\frac{1.1.3}{2.4.6}).\alpha^6 + \&c.]$$

$$b_{-\frac{1}{2}}^{(1)} = -2\alpha.\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1.1}{2.4}.\alpha^2 - \frac{1.1}{2.4}.\frac{1.1.3}{2.4.6}.\alpha^4 \\ \quad - \frac{1.1.3}{2.4.6}.\frac{1.1.3.5}{2.4.6.8}.\alpha^6 - \&c.\end{array}\right\}.$$

Ces deux ſuites ſeront très-convergentes, ſi α^2 eſt moindre que $\frac{1}{2}$; or dans la théorie de Jupiter & de Saturne, α^2 eſt au-deſſous de $\frac{1}{3}$; il ſuffira par conſéquent de prendre la ſomme de leurs dix premiers termes, en négligeant les termes ſuivans, ou plus exactement, en les ſommant comme une progreſſion géométrique dont la raiſon eſt $1 - \alpha^2$.

Lorſqu'on aura déterminé $b_{-\frac{1}{2}}^{(0)}$ & $b_{-\frac{1}{2}}^{(1)}$, on aura $b_{\frac{1}{2}}^{(0)}$, en faiſant $s = -\frac{1}{2}$ & $i = 0$, dans la formule *(b)* de l'*article précedent*, & l'on trouvera

$$b_{\frac{1}{2}}^{(0)} = \frac{(1+\alpha^2).b_{-\frac{1}{2}}^{(0)} + 6\alpha.b_{-\frac{1}{2}}^{(1)}}{(1-\alpha^2)^2}.$$

Si dans la même formule, on ſuppoſe $i = 1$, & $s = -\frac{1}{2}$, on aura

$$b^{(1)}_{\frac{1}{2}} = 10.\alpha.b^{(2)}_{-\frac{1}{2}} - (1+\alpha^2).b^{(1)}_{-\frac{1}{2}};$$

mais la formule *(a)* de l'article précédent donne, en y faisant $i = 2$, & $s = -\frac{1}{2}$,

$$10.\alpha\, b^{(2)}_{-\frac{1}{2}} = 2\alpha.b^{(0)}_{-\frac{1}{2}} + 4.(1+\alpha^2).b^{(1)}_{-\frac{1}{2}};$$

on aura donc

$$b^{(1)}_{\frac{1}{2}} = \frac{2\alpha.b^{(0)}_{-\frac{1}{2}} + 3.(1+\alpha^2).b^{(1)}_{-\frac{1}{2}}}{(1-\alpha^2)^2}.$$

X V.

POUR déterminer préſentement les quantités $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, $A^{(2)}$, &c, & leurs différences, on obſervera que la ſuite

$$\tfrac{1}{2} A^{(0)} + A^{(1)}.\text{coſ.}\,\theta + A^{(2)}.\text{coſ.}\,2\,\theta + \text{\&c.}$$

réſulte par *l'article VIII*, du développement en ſérie de la fonction

$$\frac{a'.\text{coſ.}\,\theta}{a'^2} - \frac{1}{(a^2 - 2aa'.\text{coſ.}\theta + a'^2)^{\frac{1}{2}}};$$

en faiſant donc $\frac{a}{a'} = \alpha$, on aura,

$$\frac{a.\text{coſ.}\,\theta}{a'^2} - \frac{1}{a'.(1-2\alpha.\text{coſ.}\theta+\alpha^2)^{\frac{1}{2}}} = \tfrac{1}{2}A^{(0)} + A^{(1)}.\text{coſ.}\,\theta + \text{\&c.}$$

ce qui donne généralement

$$A^{(i)} = -\frac{1}{a'}.b^{(i)}_{\frac{1}{2}}.$$

Cette équation a lieu depuis $i = 0$, juſqu'à $i = \infty$, excepté dans le cas de $i = 1$, où l'on a

$$A^{(1)} = \frac{a}{a'^2} - \frac{1}{a'}.b^{(1)}_{\frac{1}{2}}.$$

On aura enſuite

$$\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) = -\frac{1}{a'}\cdot\frac{\partial b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha}\cdot\frac{\partial \alpha}{\partial a};$$

mais on a $\frac{\partial \alpha}{\partial a} = \frac{1}{a'}$; partant

$$\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) = -\frac{1}{a'^2}\cdot\frac{\partial b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha};$$

& dans le cas de $i = 1$, on aura

$$\left(\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a}\right) = \frac{1}{a'^2}\cdot\left(1 - \frac{\partial b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha}\right).$$

Enfin, on aura

$$\left(\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a^2}\right) = -\frac{1}{a'^3}\cdot\frac{\partial^2 b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha^2};$$

$$\left(\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3}\right) = -\frac{1}{a'^4}\cdot\frac{\partial^3 . b^{(i)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha^3};$$

&c.

& ces équations auront lieu dans le cas même de $i = 1$.

Pour déterminer les quantités $L^{(0)}$, $L^{(1)}$, $L^{(2)}$, &c. on obſervera que par l'*art. XI*, on a

$$\frac{1}{a'^3 \cdot (1 - 2\alpha.\text{coſ.}\,\theta + \alpha^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{a'^3} = \tfrac{1}{2}.L^{(0)}$$
$$+ L^{(1)}.\text{coſ.}\,\theta + L^{(2)}.\text{coſ.}\,2\theta + \&c;$$

d'où l'on tire

$$L^{(i)} = \frac{1}{a'^3}.b^{(i)}_{\frac{3}{2}}.$$

Cette équation a lieu depuis $i = 1$, juſqu'à $i = \infty$; mais dans le cas de $i = 0$, on a

$$L^{(0)} = \frac{1}{a'^3} \cdot (b^{(0)}_{\frac{1}{2}} - 2).$$

Quant à la valeur de $b^{(i)}_{\frac{1}{2}}$, on la déterminera, en faisant, dans la formule *(b)* de l'*art.* *XIII*, $s = \frac{1}{2}$.

Le calcul des perturbations de m par l'action de m', facilitera celui des perturbations de m' par l'action de m. En effet, il est visible que les valeurs de $A^{(i)}$ & de $L^{(i)}$ sont les mêmes dans ces deux calculs, à l'exception des valeurs de $A^{(1)}$ & de $L^{(0)}$ qui sont différentes, & qui, dans la théorie des perturbations de m' par l'action de m, deviennent

$$A^{(1)} = \frac{a'}{a^2} - \frac{1}{a'} \cdot b^{(1)}_{\frac{1}{2}};$$

$$L^{(0)} = \frac{1}{a'^3} \cdot b^{(0)}_{\frac{1}{2}} - \frac{2}{a^3}.$$

Dans cette dernière théorie, les différences de $A^{(i)}$, au lieu d'être prises relativement à la quantité a, le sont par rapport à a'; mais on peut ramener ces différences les unes aux autres, en observant que $A^{(i)}$ étant une fonction homogène en a, & a' de la dimension -1, on a par la nature de ce genre de fonctions,

$$a' \cdot \left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a'}\right) = - A^{(i)} - a \cdot \left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial}\right);$$

d'où l'on tire

$$a' \cdot \left(\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a' \partial a}\right) = - 2 \cdot \left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) - a \cdot \left(\frac{\partial\partial A^{(i)}}{\partial a^2}\right),$$

$$a'^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 A^{(i)}}{\partial a'^2}\right) = 2 A^{(i)} + 4a \cdot \left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) + a^2 \cdot \left(\frac{\partial\partial A^{(i)}}{\partial a^2}\right),$$

$$a'^2 \cdot \left(\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a'^2 \partial a}\right) = 6 \cdot \left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) + 6a \cdot \left(\frac{\partial\partial A^{(i)}}{\partial a^2}\right) + a^2 \cdot \left(\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3}\right),$$

$$a'^3 \cdot \left(\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a'^3}\right) = - 6A^{(i)} - 18 \cdot a\left(\frac{\partial A^{(i)}}{\partial a}\right) - 9a^2 \cdot \left(\frac{\partial\partial A^{(i)}}{\partial a^2}\right) - a^3 \cdot \left(\frac{\partial^3 A^{(i)}}{\partial a^3}\right),$$

&c.

ainsi

ainsi $A^{(i)}$ & ses différences relatives à a, ayant été déterminées dans le calcul des perturbations de m par l'action de m'; on aura facilement ses différences relatives, soit à la seule quantité a, soit aux deux quantités a & a'.

X V I.

Des inégalités séculaires de Jupiter & de Saturne.

UN des objets les plus importans de la théorie des planètes, est celui de leurs inégalités séculaires. On a vu dans les *articles précédens*, que les intégrations introduisent dans l'expression des coordonnées des orbites, des arcs-de-cercle qui doivent, à la longue, en altérer d'une manière sensible les élémens; ils rendroient même, après un temps considérable, les orbites fort excentriques, & par conséquent les suppositions dont nous sommes partis, très-défectueuses, s'ils existoient dans les expressions rigoureuses des coordonnées; mais comme ils ne sont donnés que par des approximations, il est naturel de penser que la forme sous laquelle ils se présentent, est dûe à ces approximations successives, & qu'ils ne sont que le développement en séries, de fonctions périodiques qui croissent avec beaucoup de lenteur. La détermination de ces fonctions est le point le plus délicat de cette analyse : j'ai donné autrefois, pour y parvenir, une méthode nouvelle fondée sur la variation des constantes arbitraires; je vais la rappeler ici en peu de mots.

Si, dans l'expression de la longitude v de la planète m, on ne conserve que la longitude moyenne, & les termes multipliés par le sinus & le cosinus de $nt + \varepsilon$, on aura par les *articles VIII, X & XII*,

$$\begin{aligned} v = nt + \varepsilon - 2l.\text{sin.}(nt+\varepsilon) + 2h.\text{cos.}(nt+\varepsilon) \\ - m'.(hB + h'C).nt.\text{sin.}(nt+\varepsilon) \\ - m'.(lB + l'C).nt.\text{cos.}(nt+\varepsilon). \end{aligned}$$

Si l'on considère les arcs-de-cercle de cette expression, comme résultans du développement de l & de h, en séries, & que l'on nomme δl & δh les variations de l & de h, correspondantes au temps t, on aura

$$\delta l = \frac{m'}{2}.(hB + h'C).nt;$$

$$\delta h = -\frac{m'}{2}.(lB + l'C).nt:$$

or, on a par la théorie des suites,

$$\delta l = t.\frac{\partial l}{\partial t} + \frac{t^2}{1.2}.\frac{\partial^2 l}{\partial t^2} + \&c.$$

$$\delta h = t.\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{t^2}{1.2}.\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \&c.$$

en comparant donc les termes affectés de la première puissance du temps, & qui sont les seuls auxquels nous ayons eu égard dans l'expression de v, on aura

$$\frac{\partial l}{n\partial t} = \frac{m'}{2}.(hB + h'C),$$

$$\frac{\partial h}{n\partial t} = -\frac{m'}{2}.(lB + l'C).$$

L'instant de l'époque où l'on fixe l'origine de t, étant arbitraire, il est clair que ces équations ont lieu pour un instant quelconque; ainsi, en les intégrant, on aura les fonctions transcendantes qui, par leur développement en séries, ont introduit les arcs-de-cercle que renferme l'expression de v. Mais pour intégrer ces équations, il faut les réunir aux deux équations différentielles entre les mêmes variables, qui résultent des variations de h' & de l', & qu'il est facile de tirer des précédentes, en y changeant les quantités relatives à m, dans celles qui sont relatives à m', & réciproquement.

On peut simplifier les valeurs de B & de C, en observant que l'on a, par l'*article X*,

$$B = a^2 . \left(\frac{\partial A(0)}{\partial a}\right) + \frac{a^3}{2} . \left(\frac{\partial \partial A(0)}{\partial a^2}\right);$$

ce qui donne, par l'*article précédent*,

$$B = - \alpha^2 . \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial \alpha^2} - \frac{1}{2} . \alpha^3 . \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial \alpha^2}.$$

En substituant, au lieu de $\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial \alpha}$ & de $\frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial \alpha^2}$, leurs valeurs en $b_{\frac{1}{2}}^{(0)}$ & $b_{\frac{1}{2}}^{(1)}$, que l'on trouvera par l'*article XIII*, on aura,

$$B = - \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha^2)^2} . \left[\alpha . b_{\frac{1}{2}}^{(0)} - \frac{1}{2} . (1 + \alpha^2) . b_{\frac{1}{2}}^{(1)}\right].$$

Or on a, par le *même article*,

$$b_{\frac{3}{2}}^{(1)} = \frac{2\alpha . b_{\frac{1}{2}}^{(0)} - (1 + \alpha^2) . b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{(1 - \alpha^2)^2};$$

partant

$$B = - \frac{1}{2} \alpha^2 . b_{\frac{3}{2}}^{(1)}.$$

Il suit de-là que si l'on suppose

$$\frac{1}{(a^2 - 2aa' . \text{cos}. \theta + a'^2)^{\frac{3}{2}}} = (a,a') + (a,a')^1 . \text{cos}. \theta + \&c;$$

on aura

$$B = - \frac{1}{2} a^2 a' . (a, a')^1.$$

On trouvera, de la même manière,

$$C = a . (a^2 + a'^2) . (a, a')^1 - 3 a^2 a' . (a, a').$$

Si l'on change, dans ces expressions, a en a', & réciproquement, on aura les valeurs de B & de C, relatives aux perturbations de m', par l'action de m; & l'on doit observer que les fonctions (a, a') & $(a, a')'$, ne changent point en vertu de ces permutations. Cela posé :

Soit i le nombre des années juliennes écoulées depuis l'époque où l'on fixe l'origine du temps t; soit T la durée d'une année julienne; $n\,T$ sera le moyen mouvement de m dans cet intervalle; nous le supposerons réduit en secondes de degré : soit encore

$$\frac{m'\,n\,T}{4}\,.\,a^2\,a'\,.\,(a, a')' = (0,1);$$

$$\frac{m'\,n\,T}{4}\,.\,a\,.\,[(a^2 + a'^2)\,.\,(a,a')' - 3\,a\,a'\,.\,(a,a')] = \boxed{0,1};$$

$$\frac{m\,n'\,T}{4}\,.\,a'^2\,a\,.\,(a, a')' = (1,0);$$

$$\frac{m\,n'\,T}{4}\,.\,a'\,.\,[(a^2 + a'^2)\,.\,(a,a')' - 3\,a\,a'\,(a,a')] = \boxed{1,0};$$

on aura, par ce qui précède, entre les quatre variables l, h, l' & h', les quatre équations suivantes:

$$0 = \frac{\partial l}{\partial i} + (0,1)\,.\,h - \boxed{0,1}\,.\,h'$$

$$0 = \frac{\partial h}{\partial i} - (0,1)\,.\,l + \boxed{0,1}\,.\,l'$$

$$0 = \frac{\partial l'}{\partial i} + (1,0)\,.\,h' - \boxed{1,0}\,.\,h$$

$$0 = \frac{\partial h'}{\partial i} - (1,0)\,.\,l' + \boxed{1,0}\,.\,l.$$

XVII.

CES quatre équations différentielles renferment toute la théorie des variations séculaires des excentricités & des aphélies des deux orbites. Pour les intégrer, on supposera

$$h = M\,.\,\text{sin.}(fi + \beta);\quad l = M.\,\text{cos.}\,(fi + \beta)$$

$$h' = M'.\,\text{sin.}(fi + \beta);\quad l' = M'.\,\text{cos.}(fi + \beta).$$

En ſubſtituant ces valeurs, dans les équations différentielles précédentes, ou aura celles-ci:

$$0 = M.f - (0,1).M + \boxed{0,1}.M'$$

$$0 = M'f - (1,0).M' + \boxed{1,0}.M;$$

D'où l'on tire

$$\frac{M'}{M} = \frac{(0,1) - f}{\boxed{0,1}} = \frac{\boxed{1,0}}{(1,0) - f};$$

& par conſéquent

$$f = \frac{(1,0) + (0,1) \pm \sqrt{\{[(1,0) - (0,1)]^2 + 4.\boxed{1,0}.\boxed{0,1}\}}}{2}.$$

On voit ainſi que les deux valeurs de f ſont réelles, puiſque le produit $\boxed{1,0}.\boxed{0,1}$ eſt néceſſairement poſitif; les quantités h, h', l, l', ne renferment donc ni arcs-de-cercle ni exponentielles, du moins lorſque n & n' ont le même ſigne, c'eſt-à-dire, lorſque les planètes tournent dans le même ſens, ce qui eſt le cas de notre ſyſtème planétaire.

Soient f & f' les deux valeurs de f; on aura, par la nature des équations linéaires,

$$h = M.\text{ſin.}(fi + \beta) + N.\text{ſin.}(f'i + \beta'),$$

$$l = M.\text{coſ.}(fi + \beta) + N.\text{coſ.}(f'i + \beta'),$$

$$h' = M'.\text{ſin.}(fi + \beta) + N'.\text{ſin.}(f'i + \beta'),$$

$$l' = M'.\text{coſ.}(fi + \beta) + N'.\text{coſ.}(f'i + \beta').$$

Les quatre arbitraires M, N, M', N', auront entr'elles les deux relations ſuivantes,

$$\frac{M'}{M} = \frac{(0,1) - f}{\boxed{0,1}}; \quad \frac{N'}{N} = \frac{(0,1) - f'}{\boxed{0,1}};$$

elles n'équivaudront par conséquent qu'à deux arbitraires; mais en y joignant les deux constantes $\mathfrak{C}$ & $\mathfrak{C}'$, on aura les quatre arbitraires que doivent renfermer les expressions de h, h', l, l'. On déterminera facilement ces constantes, au moyen des excentricités e & e' des orbites, & des longitudes ϖ & ϖ' de leurs aphélies à une époque donnée, en observant que

$$h = e.\text{sin.}\varpi;\ l = e.\text{cos.}\varpi;\ h' = e'.\text{sin.}\varpi';\ l' = e'.\text{cos.}\varpi'.$$

On aura ensuite les excentricités & la position des aphélies pour un temps quelconque, au moyen des formules

$$e = \sqrt{(h^2 + l^2)};\ e' = \sqrt{(h'^2 + l'^2)},$$

$$\text{tang.}\,\varpi = \frac{h}{l};\ \text{tang.}\,\varpi' = \frac{h'}{l'}.$$

XVIII.

Il est beaucoup plus simple, pour les usages astronomiques, de considérer les variations différentielles des excentricités & de la position des aphélies. Pour cela, nommons δe, & $\delta\varpi$, les variations correspondantes à δl, & δh; les expressions finies de h & de l, donneront

$$\delta h = \delta e.\text{sin.}\varpi + e.\delta\varpi.\text{cos.}\varpi;$$

$$\delta l = \delta e.\text{cos.}\varpi - e.\delta\varpi.\text{sin.}\varpi;$$

d'où l'on tire

$$\delta e = \delta h.\text{sin.}\varpi + \delta l.\text{cos.}\varpi;$$

$$e.\delta\varpi = \delta h.\text{cos.}\varpi - \delta l.\text{sin.}\varpi:$$

mais on a, par les *articles précédens*,

$$\delta h = (0,1).il - \boxed{0,1}.il';$$

$$\delta l = -(0,1).ih + \boxed{0,1}.ih';$$

on aura donc

$$\delta e = \boxed{0,1}.i e'.\text{fin.}(\varpi' - \varpi),$$

$$\delta \varpi = i.\left[(0,1) - \boxed{0,1}.\frac{e'}{e}.\text{cof.}(\varpi' - \varpi)\right].$$

On trouvera de la même manière,

$$\delta e' = \boxed{1,0}.i e.\text{fin.}(\varpi - \varpi'),$$

$$\delta \varpi' = i.\left[(1,0) - \boxed{1,0}.\frac{e}{e'}.\text{cof.}(\varpi - \varpi')\right].$$

Ces formules peuvent être étendues, fans erreur fenfible, à deux ou trois fiècles avant & après l'époque où l'on fixe l'origine des i. Pour les étendre à de plus grands intervalles, on obfervera que les coéfficiens de i, dans les expreffions de δe, $\delta \varpi$, $\delta e'$, & $\delta \varpi'$, font les variations annuelles de ces quantités, variations qui par conféquent font égales à $\frac{\partial e}{\partial i}$, $\frac{\partial \varpi}{\partial i}$, $\frac{\partial e'}{\partial i}$, $\frac{\partial \varpi'}{\partial i}$. On déterminera donc, par les formules précédentes, les valeurs de e, ϖ, e', ϖ', relatives à mille ans avant l'époque que l'on a choifie, & l'on en conclura leurs variations annuelles correfpondantes à cette feconde époque. Soient $\frac{\partial e}{\partial i}$, $\frac{\partial \varpi}{\partial i}$, $\frac{\partial e'}{\partial i}$, $\frac{\partial \varpi'}{\partial i}$, les variations annuelles de e, ϖ, e', ϖ', à la première époque; $\frac{\partial e_1}{\partial i}$, $\frac{\partial \varpi_1}{\partial i}$, $\frac{\partial e'_1}{\partial i}$, $\frac{\partial \varpi'_1}{\partial i}$, les variations annuelles des mêmes quantités à la feconde époque; on aura par la théorie des fuites,

$$\frac{\partial e_1}{\partial i} = \frac{\partial e}{\partial i} - \frac{1}{1000}.\frac{\partial \partial e}{\partial i^2};$$

mais on a, par la même théorie,

$$\delta e = i.\frac{\partial e}{\partial i} + \frac{i^2}{2}.\frac{\partial \partial e}{\partial i^2} + \&c.$$

on aura donc, à très-peu-près,

$$\delta e = i \cdot \frac{\partial e}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left(\frac{\partial e}{\partial i} - \frac{\partial e_1}{\partial i}\right),$$

On trouvera, de la même manière,

$$\delta \varpi = i \cdot \frac{\partial \varpi}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left(\frac{\partial \varpi}{\partial i} - \frac{\partial \varpi_1}{\partial i}\right),$$

$$\delta e^1 = i \cdot \frac{\partial e^1}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left(\frac{\partial e^1}{\partial i} - \frac{\partial e^1_1}{\partial i}\right),$$

$$\delta \varpi^1 = i \cdot \frac{\partial \varpi^1}{\partial i} + \frac{i^2}{2000} \cdot \left(\frac{\partial \varpi^1}{\partial i} - \frac{\partial \varpi^1_1}{\partial i}\right).$$

Ces formules peuvent s'étendre à plus de deux mille ans avant, & à mille ou douze cents ans après l'époque où l'on fixe l'origine des i.

XIX.

CONSIDÉRONS présentement les inégalités féculaires des nœuds & des excentricités des orbites. Pour cela, nous obſerverons que ſi, dans l'expreſſion de la latitude s de m, on n'a égard qu'aux termes multipliés par le ſinus & le coſinus de $nt + \varepsilon$, on aura, par *l'article XI*,

$$\begin{aligned} s = {} & q \cdot \text{ſin.}\,(nt + \varepsilon) - p \cdot \text{coſ.}\,(nt + \varepsilon), \\ & + \tfrac{1}{4} a^2 a^1 \cdot m^1 \cdot L^{(1)} \cdot nt \cdot (p - p^1) \cdot \text{ſin.}\,(nt + \varepsilon), \\ & + \tfrac{1}{4} a^2 a^1 \cdot m^1 \cdot L^{(1)} \cdot nt \cdot (q - q^1) \cdot \text{coſ.}\,(nt + \varepsilon). \end{aligned}$$

Il eſt viſible, par le même article, que $L^{(1)}$ eſt égal à $(a,a^1)^1$, en ſorte que l'on a, par ce qui précède,

$$\tfrac{1}{4} a^2 a^1 \cdot m^1 \cdot L^{(1)} \cdot nt. = (0,1) \cdot i;$$

on aura donc

$$\begin{aligned} s = {} & q \cdot \text{ſin.}\,(nt + \varepsilon) - p \cdot \text{coſ.}\,(nt + \varepsilon), \\ & + (0,1) \cdot i \cdot (p - p^1) \cdot \text{ſin.}\,(nt + \varepsilon) \\ & + (0,1) \cdot i \cdot (q - q^1) \cdot \text{coſ.}\,(nt + \varepsilon). \end{aligned}$$

Soient

Soient δp & δq, les variations de p & de q correſpondantes au nombre i d'années juliennes; on aura

$$\delta p = (0,1).i.(q^1 - q)$$
$$\delta q = (0,1).i.(p - p^1);$$

d'où l'on tire, comme dans l'*article XVI*,

$$0 = \frac{\partial p}{\partial i} - (0,1).(q^1 - q),$$
$$0 = \frac{\partial q}{\partial i} + (0,1).(p^1 - p).$$

On aura pareillement

$$0 = \frac{\partial p^1}{\partial i} + (1,0).(q^1 - q),$$
$$0 = \frac{\partial q^1}{\partial i} - (1,0).(p^1 - p).$$

Si l'on ſuppoſe

$$p = P.\text{ſin.}(gi + \gamma) + Q,$$
$$q = P.\text{coſ.}(gi + \gamma) + Q^1,$$
$$p^1 = P^1.\text{ſin.}(gi + \gamma) + Q,$$
$$q^1 = P^1.\text{coſ.}(gi + \gamma) + Q^1;$$

on trouvera en ſubſtituant ces valeurs dans les équations différentielles précédentes,

$$g = (0,1) + (1,0).$$
$$\frac{P^1}{P} = \frac{(0,1)}{(1,0)};$$

on aura ainſi, entre les cinq arbitraires P, P^1, Q, Q^1 & γ, une relation qui les réduit aux quatre conſtantes arbitraires que doivent renfermer les valeurs de p, q, p^1, q^1. On déterminera ces conſtantes, au moyen des inclinaiſons des orbites

& des poſitions de leurs nœuds à une époque donnée, en obſervant que

$$p = \theta . \text{ſin.} I; \; q = \theta . \text{coſ.} I; \; p' = \theta' . \text{ſin.} I'; \; q' = \theta' . \text{coſ.} I'.$$

On aura enſuite les tangentes des inclinaiſons & les poſitions des nœuds, relatives à un temps quelconque, au moyen des formules

$$\theta = \sqrt{(p^2 + q^2)}; \; \theta' = \sqrt{(p'^2 + q'^2)}.$$

$$\text{tang.} I = \frac{p}{q}; \; \text{tang.} I' = \frac{p'}{q'}.$$

Soit γ la tangente de l'inclinaiſon de l'orbite de m, ſur l'orbite de m'; il eſt aiſé de voir que l'on a

$$\gamma = \sqrt{[(p' - p)^2 + (q' - q)^2]};$$

ce qui donne, en ſubſtituant au lieu de p, p', q, q', leurs valeurs précédentes,

$$\gamma = P' - P;$$

d'où il ſuit que, dans tous les changemens qu'éprouve la poſition des orbites, leur inclinaiſon reſpective eſt conſtante.

Si l'on nomme $\delta\theta$, δI, $\delta\theta'$, $\delta I'$, les variations des inclinaiſons & de nœuds correſpondantes à δp, δq, $\delta p'$, $\delta q'$; on trouvera, comme dans l'*article XVIII*,

$$\delta\theta = -(0,1) . i . \theta . \text{ſin.} (I' - I),$$

$$\delta I = -(0,1) . i . \left[1 - \frac{\theta'}{\theta} . \text{coſ.} (I' - I)\right],$$

$$\delta\theta' = -(1,0) . i . \theta . \text{ſin.} (I - I'),$$

$$\delta I' = -(1,0) . i . \left[1 - \frac{\theta}{\theta'} . \text{coſ.} (I - I')\right],$$

Soient $\frac{\partial\theta}{\partial i}$, $\frac{\partial I}{\partial i}$, $\frac{\partial\theta'}{\partial i}$, $\frac{\partial I'}{\partial i}$, les variations annuelles de θ, I, θ', I', à l'époque où l'on fixe l'origine des i; & $\frac{\partial\theta_{\prime}}{\partial i}$, $\frac{\partial I_{\prime}}{\partial i}$, $\frac{\partial\theta_{\prime}'}{\partial i}$, $\frac{\partial I_{\prime}'}{\partial i}$, ces mêmes variations, mille ans avant cette époque; on aura

$$\delta\theta = i.\frac{\partial\theta}{\partial i} + \frac{i^2}{2000}.\left(\frac{\partial\theta}{\partial i} - \frac{\partial\theta_{,}}{\partial i}\right),$$

$$\delta I = i.\frac{\partial I}{\partial i} + \frac{i^2}{2000}.\left(\frac{\partial I}{\partial i} - \frac{\partial I_{,}}{\partial i}\right),$$

$$\delta\theta' = i.\frac{\partial\theta'}{\partial i} + \frac{i^2}{2000}.\left(\frac{\partial\theta'}{\partial i} - \frac{\partial\theta_{,}'}{\partial i}\right),$$

$$\delta I' = i.\frac{\partial I'}{\partial i} + \frac{i^2}{2000}.\left(\frac{\partial I'}{\partial i} - \frac{\partial I_{,}'}{\partial i}\right);$$

& ces valeurs pourront s'étendre à plus de deux mille ans auparavant, & à mille ou douze cents ans après l'époque choisie.

X X.

Reprenons les équations *(C)* de l'*article III*, auxquelles les élémens des orbites doivent satisfaire après un temps quelconque. Les deux premières donnent, en les différenciant, & en négligeant les quatrièmes puissances des excentricités & des inclinaisons des orbites,

$$0 = \frac{m.\partial a}{a^2} + \frac{m'.\partial a'}{a'^2};$$

$$0 = \frac{m\,\partial a}{\sqrt{(a)}}.(1 - \tfrac{1}{2}e^2 - \tfrac{1}{2}\theta^2) + \frac{m'\,\partial a'}{\sqrt{(a')}}.(1 - \tfrac{1}{2}e'^2 - \tfrac{1}{2}.\theta'^2)$$
$$- 2m\sqrt{(a)}.(e\partial e + \theta\partial\theta) - 2m'.\sqrt{(a')}.(e'\partial e' + \theta'\partial\theta'):$$

or on a, par les articles précédens,

$$\frac{\partial e}{\partial i} = \boxed{0,1}.e'.\text{fin.}(\varpi' - \varpi);$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial i} = -(0,1).\theta'.\text{fin.}(I' - I);$$

$$\frac{\partial e'}{\partial i} = \boxed{1,0}.e.\text{fin.}(\varpi - \varpi');$$

$$\frac{\partial\theta'}{\partial i} = -(1,0).\theta.\text{fin.}(I - I');$$

on aura donc

$$m\sqrt{(a)}.(e\partial e + \theta\partial\theta) + m'\sqrt{(a')}.(e'\partial e' + \theta'\partial\theta'),$$

$$= [m.\sqrt{(a)}.\boxed{0,1} - m'\sqrt{(a')}.\boxed{1,0}].ee'.\text{fin}.(\varpi' - \varpi),$$

$$- [m.\sqrt{(a)}.(0,1) - m'\sqrt{(a')}.(1,0)].\theta.\theta'.\text{fin}.(I' - I).$$

On a, par l'*article XVI*,

$$(0,1) = \frac{m'nT.\sqrt{(a)}}{4}.a^2.a'(a,a') = \frac{m'T}{4\sqrt{(a)}}.aa'.(a,a')',$$

à caufe de $n^2 = \frac{1}{a^3}$; on aura pareillement

$$(1,0) = \frac{mT}{4\sqrt{(a')}}.aa'.(a,a')';$$

& par conféquent

$$m.\sqrt{(a)}.(0,1) = m'.\sqrt{(a')}.(1,0).$$

On trouvera de la même manière,

$$m.\sqrt{(a)}.\boxed{0,1} = m'\sqrt{(a')}.\boxed{1,0};$$

on aura ainfi

$$m\sqrt{(a)}.(e\partial e + \theta\partial\theta) + m'\sqrt{(a')}.(e'\partial e' + \theta'\partial\theta') = 0;$$

ce qui réduit les deux premières équations différentielles de cet *article*, aux fuivantes :

$$0 = \frac{m\partial a}{a^2} + \frac{m'\partial a'}{a'^2}$$

$$0 = \frac{m\partial a}{\sqrt{(a)}}.(1 - \tfrac{1}{2}e^2 - \tfrac{1}{2}\theta^2) + \frac{m'\partial a'}{\sqrt{(a')}}.(1 - \tfrac{1}{2}e'^2 - \tfrac{1}{2}\theta'^2).$$

Ces équations donnent $\partial a = 0$, $\partial a' = 0$; d'où il réfulte que les grands axes des orbites font conftans, du moins lorfque l'on néglige les quatrièmes puiffances, & les produits de quatre dimenfions, des excentricités, & des inclinaifons des orbites ; car les équations différentielles qui déterminent $e \partial e$, $\theta \partial \theta$, $e' \partial e'$, $\theta' \partial \theta'$, ſont, par l'*article XII*, exactes aux quantités près de cet ordre.

Les carrés des moyens mouvemens des planètes étant réciproques aux cubes des grands axes de leurs orbites, la conſtance de ces axes entraîne avec elle l'uniformité des moyens mouvemens ; ils ne ſont donc, en vertu de l'action mutuelle des planètes, aſſujettis à aucune équation ſéculaire ſenſible depuis l'époque des obſervations les plus anciennes juſqu'à nos jours. C'eſt à peu-près de cette manière que j'ai reconnu le premier, l'uniformité des moyens mouvemens céleſtes. M. de la Grange a fait voir depuis, par une analyſe fort ingénieuſe, qu'ils ſont uniformes, même en ayant égard aux quantités du quatrième ordre & des ordres ſupérieurs. Il ne doit donc maintenant reſter aucun doute ſur cet objet, & nous verrons dans la ſuite, que ce réſultat de la théorie eſt entièrement d'accord avec les obſervations anciennes & modernes de Saturne, celle de toutes les planètes dont l'équation ſéculaire a paru la plus conſidérable aux aſtronomes.

Les deux dernières des équations *(C)* de l'*article III* donnent encore

$$c' = mq \,.\, \sqrt{(a)} + m'q' \,.\, \sqrt{(a')};$$
$$c'' = mp \,.\, \sqrt{(a)} + m'p' \,.\, \sqrt{(a')}.$$

Si l'on ſubſtitue dans ces équations, les valeurs précédentes de p, q, p' & q', on verra facilement qu'elles ſeront ſatisfaites.

X X I.

Des perturbations de Jupiter & de Saturne, qui dépendent des carrés & des puiſſances ſupérieures des excentricités & des inclinaiſons des orbites.

LES rapports des moyens mouvemens de Jupiter & de Saturne rendent les approximations précédentes, inſuffiſantes, & forcent de les étendre aux carrés & aux puiſſances ſupérieures des excentricités & des inclinaiſons des orbites. Il ſe rencontre dans cette théorie, des inégalités dépendantes de ces puiſſances, & qui par les intégrations acquièrent de grands diviſeurs, & deviennent par-là très-ſenſibles. Mais ſi l'on vouloit ſuivre, pour déterminer ces inégalités, l'analyſe dont nous avons fait uſage pour avoir les inégalités proportionnelles aux puiſſances ſimples des excentricités & des inclinaiſons des orbites, on tomberoit dans des calculs d'une exceſſive longueur. Heureuſement, la raiſon qui nous oblige de recourir à ces inégalités, ſimplifie leur détermination, en permettant de négliger des quantités qui deviennent inſenſibles. Je vais expoſer ici une méthode fort ſimple pour déterminer les inégalités dont il s'agit.

Reprenons les équations (8) & (9) de l'*article VII*, & ſuppoſons que dR renferme ou un terme conſtant, ou le ſinus d'un angle proportionnel au temps, & croiſſant avec une grande lenteur, en ſorte qu'en exprimant cet angle par $\alpha t + \varepsilon$, α ſoit un très petit coéfficient; la double intégrale $\int n\partial t\int dR$ renfermera un terme proportionnel au carré du temps, ou un terme dépendant de l'angle $\alpha t + \varepsilon$, & qui aura α^2 pour diviſeur; il eſt clair qu'en faiſant $\alpha = 0$, ce ſecond cas rentrera dans le premier: ainſi nous conſidérerons, pour plus de généralité, le cas dans lequel α eſt quelconque, mais très-petit; & nous chercherons les termes de δr & de δv, qui dépendent de l'angle $\alpha t + \varepsilon$, & qui ont α^2 pour diviſeur.

Si l'on fixe l'origine de l'angle v, à l'aphélie de la planète m; on a, par la nature du mouvement elliptique,

$$n\partial t = \frac{r^2 . \partial v}{a^2 . \sqrt{(1 - e^2)}};$$

$$r = \frac{a . (1 - e^2)}{1 - e \operatorname{coſ.} v}.$$

Cette dernière équation donne

$$r \operatorname{cof.} v = \frac{r - a.(1 - e^2)}{e};$$

la fonction $\int n \partial t . r . \operatorname{cof.} v \int d R$, devient ainsi $\int n \partial t . [\frac{r - a(1 - e^2)}{e}] . \int d R$: or on a, par la théorie du mouvement elliptique,

$$r = a.(1 + \tfrac{1}{2}e^2 + e\chi),$$

χ étant une suite infinie de cosinus de l'angle $nt + \epsilon - \varpi$, & de ses multiples; on aura donc

$$\int n \partial t . r . \operatorname{cof.} v . \int d R = a . \int n \partial t . (\tfrac{3}{2}e + \chi) . \int d R.$$

Si l'on nomme χ' l'intégrale $\int n \chi \partial t$, on aura

$$\int n \chi \partial t . \int d R = \chi' \int d R - \int \chi' d R;$$

& il est visible qu'aucun de ces deux derniers termes ne peut avoir α^2 pour diviseur. En ne considérant donc que les termes qui ont ce diviseur, on aura

$$\int n \partial t . r . \operatorname{cof.} v . \int d R = \tfrac{3}{2} a e . \int n \partial t . \int d R.$$

L'expression précédente de r donne par la différenciation,

$$\partial r = - \frac{ae.(1 - e^2).\partial v.\operatorname{fin.} v}{(1 - e \operatorname{cof.} v)^2} = - \frac{e r^2 \partial v . \operatorname{fin.} v}{a.(1 - e^2)};$$

en substituant, au lieu de $r^2 \partial v$, sa valeur $a^2 n \partial t \sqrt{(1 - e^2)}$, on aura

$$\partial r = - \frac{a e . n \partial t . \operatorname{fin.} v}{\sqrt{(1 - e^2)}};$$

ce qui donne

$$n \partial t . r \operatorname{fin.} v = - \frac{r \partial r . \sqrt{(1 - e^2)}}{a e}.$$

La fonction $\int n \partial t . r . \operatorname{fin.} v . \int d R$, devient ainsi,

$$- \frac{\sqrt{(1 - e^2)}}{a e} . \int r \partial r . \int d R:$$

or on a

$$\int r\partial r.\int dR = \tfrac{1}{2}r^2.\int dR - \tfrac{1}{2}.\int r^2\,dR;$$

& il eſt clair qu'aucun de ces deux derniers termes ne peut avoir α^2 pour diviſeur; en n'ayant donc égard qu'aux termes qui ont ce diviſeur, la formule (8) de l'*article VII* deviendra

$$\frac{\delta r}{a} = -\frac{3ae.\text{fin.}v}{\sqrt{(1-e^2)}}.\int n\partial t.\int dR.$$

Si l'on ſubſtitue, au lieu de $\frac{ae.\text{fin.}v}{\sqrt{(1-e^2)}}$, ſa valeur $-\frac{\partial r}{n\partial t}$, on aura

$$\frac{\delta r}{a} = \frac{3\partial r}{n\partial t}.\int n\partial t.\int dR.$$

Il ſuit de-là que, ſi l'on n'a égard qu'aux termes qui ont α^2 pour diviſeur, le rayon vecteur r de la planète m devient

$$(r) + \left(\frac{\partial r}{n\partial t}\right).3am'.\int n\partial t.\int dR;$$

(r) & $\left(\frac{\partial r}{n\partial t}\right)$ étant les expreſſions de r & de $\frac{\partial r}{n\partial t}$ relatives au mouvement elliptique. Ainſi, pour avoir égard, dans l'expreſſion du rayon vecteur, à la partie des perturbations qui eſt diviſée par α^2, il ſuffit d'augmenter de la quantité $3am'.\int n\partial t.\int dR$, la longitude moyenne $nt + \epsilon$, de l'expreſſion du rayon vecteur dans l'hypothèſe elliptique. Voyons maintenant comment on doit avoir égard à cette partie des perturbations, dans l'expreſſion de la longitude v.

La formule (9) de l'*article VII* donnera, en n'ayant égard qu'aux termes diviſés par α^2, & en y ſubſtituant au lieu de δr, ſa valeur précédente,

$$\delta v = \left[\frac{1}{\sqrt{(1-e^2)}} - \frac{2e.\partial v.\text{coſ.}v}{n\partial t.(1-e.\text{coſ.}v)} + \frac{e^2.\partial v.\text{fin.}v^2}{n\partial t.(1-e\text{coſ.}v)^2}\right].3a.\int n\partial t\int dR:$$

or on a, par la nature du mouvement elliptique,

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2)}} = \frac{r^2.\partial v}{a^2.(1-e^2).n\partial t} = \frac{\partial v.(1-e^2)}{n\partial t.(1-e.\text{coſ.}v)^2};$$

on

on aura donc

$$\delta v = \frac{\partial v}{n\partial t} \cdot 3a . \int n\,dt . \int dR;$$

d'où il suit qu'en n'ayant égard qu'aux termes divisés par α^2, la longitude v de la planète m devient

$$(v) + \left(\frac{\partial v}{n\partial t}\right) . 3am' . \int n\partial t . \int dR;$$

(v) & $\left(\frac{\partial v}{n\partial t}\right)$ étant les valeurs de v & de $\frac{\partial v}{n\partial t}$, relatives au mouvement elliptique. On doit donc suivre, pour avoir égard à cette partie des perturbations dans l'expression de la longitude, la même règle que nous venons de donner pour y avoir égard dans l'expression du rayon vecteur, c'est-à-dire qu'il faut augmenter dans l'expression elliptique de v, la longitude $nt + \varepsilon$, de la quantité $3am' . \int n\partial t . \int dR$.

La partie constante de l'expression de $\left(\frac{\partial v}{n\partial t}\right)$ développée en série de cosinus de l'angle $nt + \varepsilon - \varpi$, & de ses multiples, se réduisant, comme l'on sait, à l'unité; il en résulte dans l'expression de la longitude, le terme $3am' . \int n\partial t \int dR$. Ce terme est très-important à considérer, en ce qu'il exprimeroit l'équation séculaire de la planète m, si dR renfermoit un terme constant tel que $kn\partial t$, & dans ce cas, l'équation séculaire seroit exactement égale à $\frac{3}{2} am' \, k . n^2 t^2$.

XXII.

On peut parvenir très-simplement au même résultat, par la considération de l'équation (a) de l'*article IV*; en effet, si l'on néglige les quantités périodiques de l'intégrale $\int dR$, cette équation deviendra

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{2 . (1 + m)}{r} + \frac{1 + m}{a} + 2m' . knt;$$

mais si l'on considère après le temps t, l'orbite de m, comme une ellipſe dont le demi-grand axe eſt $a + \delta a$, on aura après ce temps,

$$0 = \frac{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2}{\partial t^2} - \frac{2.(1+m)}{r} + \frac{1+m}{a+\delta a};$$

en comparant donc cette équation à la précédente, on aura

$$\frac{1+m}{a+\delta a} = \frac{1+m}{a} + 2m^1.k.nt;$$

d'où l'on tire, en négligeant m vis-à-vis de l'unité, & le carré de δa,

$$\frac{-\delta a}{a} = 2m^1 a.k.nt.$$

Maintenant, ſi l'on nomme δn, la variation de n, correſpondante à δa; l'équation $n^2 = \frac{1}{a^3}$, donnera $-\frac{\delta a}{a} = \frac{2\delta n}{3n}$; partant,

$$\delta n = 3m^1 a.kn^2 t:$$

or, le moyen mouvement de m, étant égal à $\int n\partial t$; l'équation ſéculaire de ce mouvement eſt $\int \delta n.\partial t$; cette équation ſera donc égale à $\frac{3}{2}m^1 akn^2 t^2$, ce qui eſt conforme à ce qui précède.

La recherche des équations ſéculaires ſe réduit ainſi à voir ſi dR renferme un terme conſtant. Lorſque les orbites ſont peu excentriques & peu inclinées les unes aux autres, on a vu ci-deſſus que R peut toujours ſe réduire dans une ſuite infinie de ſinus & de coſinus d'angles croiſſans proportionnellement au temps; on peut les repréſenter généralement par ce terme, k. ſin. coſ. $(int + i^1 n^1 t + A)$, i & i^1 étant des nombres entiers poſitifs ou négatifs, ou zéro. La différentielle de ce terme, priſe uniquement par rapport au moyen mouvement nt de la planète m, donnera la partie de dR qui lui eſt relative, & cette partie ſera $\pm ikn\partial t$.coſ. ſin. $(int + i^1 n^1 t + A)$; or elle ne peut être conſtante, à moins que l'on ait $i n + i^{\prime} n^{\prime} = 0$, ce qui ſuppoſe les moyens mouvemens de m & de $m^{\prime}$ commenſurables entr'eux; & comme cela n'a point lieu dans notre ſyſtème, on doit en conclure qu'il n'exiſte point d'équation ſéculaire dans les moyens mouvemens des planètes, en vertu de leur action mutuelle. Le réſultat auquel nous ſommes parvenus dans l'*article XX*, eſt donc non-ſeulement approché, mais même rigoureux, du moins lorſque l'on néglige les carrés & les produits des maſſes perturbatrices.

XXIII.

Si les moyens mouvemens de deux planètes, ſans être exactement commenſurables, approchent cependant beaucoup de l'être; il exiſtera dans la théorie de leurs mouvemens, des inégalités d'une longue période, & qui, ſi elles ne ſont pas connues, pourront donner lieu de penſer que les mouvemens de ces planètes ſont aſſujettis à des équations ſéculaires. C'eſt ce qui a eu lieu relativement à Jupiter & à Saturne; leurs moyens mouvemens ſont tels, que cinq fois celui de Saturne eſt à fort peu-près égal à deux fois celui de Jupiter, ce qui produit deux grandes inégalités dont la période eſt d'environ neuf cents dix-neuf ans, & qui n'ayant pas été connues juſqu'à ce moment, ont fait croire aux aſtronomes que le mouvement de Jupiter s'accéléroit, & que celui de Saturne ſe ralentiſſoit de ſiècle en ſiècle.

Pour déterminer ces inégalités, ſuppoſons que la partie de R dependante de l'angle $5 n^{\prime} t - 2 n t + 5 \varepsilon^{\prime} - 2 \varepsilon$, ſoit exprimée par

$$k \,.\, \text{ſin.} (5 n^{\prime} t - 2 n t + 5 \varepsilon^{\prime} - 2 \varepsilon)$$
$$- k^{\prime} \,.\, \text{coſ.} (5 n^{\prime} t - 2 n t + 5 \varepsilon^{\prime} - 2 \varepsilon),$$

$5 n^{\prime} - 2 n$, ſera ce que nous avons nommé α dans l'*article XXI*. Ce coéfficient du temps t, peut être en effet considéré comme étant très-petit, puisqu'il n'est environ que $\frac{1}{74}$ de n, ou $\frac{1}{30}$ de n'. Si l'on n'a égard qu'à cette partie de R, & qu'on la différencie uniquement par rapport à $n\,t$, on aura,

$$dR = -2k.n\partial t.\text{cof.}\,(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon),$$
$$-2k'.n\partial t.\text{fin.}\,(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon);$$

ce qui donne

$$3am'.\int n\partial t.\int dR = -6am'.\iint n^2\partial t^2 \times \left\{\begin{array}{l} k.\text{cof.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ + k'.\text{fin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{array}\right\}.$$

Les valeurs de k & de k' sont, par l'*article XII*, fonctions des cubes & des produits de trois dimensions des excentricités & des inclinaisons des orbites; elles dépendent encore des positions de leurs nœuds & de leurs aphélies; or toutes ces choses sont variables; & vu la lenteur avec laquelle croît l'angle $5n't - 2nt$, il n'est pas permis de les traiter comme constantes, dans la double intégrale précédente. A la vérité, leurs périodes étant beaucoup plus longues que celles de l'angle $5n't - 2nt$, on peut n'avoir égard qu'aux différences premières $\left(\frac{\partial k}{\partial t}\right)$ & $\left(\frac{\partial k'}{\partial t}\right)$, & négliger les différences supérieures; on trouvera ainsi,

$$3am'.\int n\partial t.\int dR = \frac{6am'.n^2}{(5n' - 2n)^2} \times \left\{\begin{array}{l} \left[k' - 2.\frac{\left(\frac{\partial k}{\partial t}\right)}{5n' - 2n}\right].\text{fin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ + \left[k + 2.\frac{\left(\frac{\partial k'}{\partial t}\right)}{5n' - 2n}\right].\text{cof.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{array}\right\}.$$

C'eſt la quantité dont il faut corriger la longitude moyenne $nt + \varepsilon$, dans l'expreſſion elliptique du rayon vecteur & de la longitude vraie, pour avoir la partie des perturbations qui dépend de l'angle $5n't - 2nt$.

Nous verrons dans l'*article ſuivant*, que dans la théorie des perturbations de Saturne, par l'action de Jupiter, la partie de R dépendante de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, eſt la même que dans la théorie des perturbations de Jupiter par l'action de Saturne, quoique les valeurs de R ſoient un peu différentes dans ces deux théories. En ſuivant donc l'analyſe précédente, on trouvera facilement que, pour avoir égard dans la théorie de Saturne, aux termes qui ont pour diviſeur $(5n' - 2n)^2$, il faut ajouter à la longitude moyenne $n't + \varepsilon'$, de cette planète, la quantité

$$- \frac{15.a'm.n'^2}{(5n'-2n)^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} [k' - 2.\frac{(\frac{\partial k}{\partial t})}{5n'-2n}].\text{ſin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ + [k + 2.\frac{(\frac{\partial k'}{\partial t})}{5n'-2n}].\text{coſ.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{array} \right\};$$

& calculer ſon mouvement & ſon rayon vecteur elliptique, avec cette longitude moyenne ainſi corrigée.

Le diviſeur $(5n' - 2n)^2$, rend les inégalités précédentes très-ſenſibles, quoique leurs valeurs dépendent des cubes & des produits de trois dimenſions des excentricités & des inclinaiſons des orbites. Ces valeurs ne ſont pas rigoureuſes, parce que nous avons négligé les termes qui ont $5n' - 2n$ pour diviſeur; mais à cauſe de la petiteſſe de $5n' - 2n$, on peut, ſans erreur ſenſible, négliger $\frac{1}{5n'-2n}$, vis-à-vis de $\frac{1}{(5n'-2n)^2}$. Au reſte, nous donnerons dans la ſuite, un moyen d'apprécier le degré de préciſion des valeurs précédentes, & nous ferons voir qu'elles ſont très-approchées.

On peut obſerver que ces deux grandes inégalités de Jupiter & de Saturne ont la même période, & qu'elles ont un ſigne contraire; d'où il ſuit que ſi la première fait paroître le mouvement de Saturne, de plus en plus lent, la ſeconde fera paroître celui de Jupiter, de plus en plus rapide. Ces deux inégalités ſont d'ailleurs dans le rapport conſtant de $2\,n^2\,a\,m$, à $5\,n'^2\,a'\,m'$, rapport qui, comme on le verra ci-après, eſt environ celui de 3 à 7. Ainſi, le ralentiſſement apparent de Saturne eſt plus grand que l'accélération apparente de Jupiter, dans la raiſon de 7 à 3.

XXIV.

DÉTERMINONS préſentement les valeurs de k, k', & de leurs différences; pour cela, nous reprendrons la valeur de R de l'*article VII.*

$$R = \frac{r.\sqrt{(1 - s's')}}{r'^2}.\text{coſ.}(v' - v) - \frac{1}{[r^2 - 2rr'.\sqrt{(1 - s's')}.\text{coſ.}(v' - v) + r'^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Si l'on nomme Π la diſtance du nœud de Saturne, à la ligne fixe d'où l'on compte les v; γ la tangente de l'inclinaiſon de l'orbite de Saturne ſur celle de Jupiter, & v'_1, la longitude de Saturne comptée ſur ſon orbite : on aura, aux quantités près de l'ordre γ^3,

$$s' = \gamma.\text{ſin.}(v'_1 - \Pi);$$

& aux quantités près de l'ordre γ^4,

$$v' = v'_1 - \tfrac{1}{4}.\gamma^2.\text{ſin.}\,2\,\Pi - \tfrac{1}{4}.\gamma^2.\text{ſin.}\,2(v'_1 - \Pi);$$

d'où l'on tire, en négligeant les quantités de l'ordre γ^4,

$$R = \frac{r.\sqrt{(1 - s's')}}{r'^2}.\text{coſ.}(v' - v) - \frac{1}{[r^2 - 2rr'.\text{coſ.}(v'_1 - v) + r'^2]^{\frac{1}{2}}}$$

$$- \tfrac{1}{4}.rr'.\frac{\gamma^2.[\text{coſ.}(v'_1 + v - 2\,\Pi) + \text{ſin.}\,2\,\Pi.\text{ſin.}(v'_1 - v) - \text{coſ.}(v'_1 - v)]}{[r^2 - 2rr'.\text{coſ}(v'_1 - v) + r'^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Il eſt facile de s'aſſurer que les parties

$$\frac{r.\sqrt{(1 - s^{\prime} s^{\prime})}}{r^{\prime 2}} . \text{coſ.} (v^{\prime} - v)$$

&

$$- \tfrac{1}{4} r r^{\prime} . \gamma^{2} . [\text{ſin.}\ 2\,\Pi . \text{ſin.} (v^{\prime}{}_{1} - v) - \text{coſ.} (v^{\prime}{}_{1} - v)]$$

de cette expreſſion de R, ne produiſent aucun terme de la forme ſin. coſ. $(5\,n^{\prime} t - 2\,n t + 5\varepsilon^{\prime} - 2\,\varepsilon)$, lorſque l'on n'a égard qu'aux cubes & aux produits de trois dimenſions des excentricités & des inclinaiſons des orbites; en ſorte que la ſeule partie de R que nous devons conſidérer, eſt

$$- \frac{1}{[r^{2} - 2\,r r^{\prime}.\text{coſ.} (v^{\prime}{}_{1} - v) + r^{\prime 2}]^{\frac{1}{2}}} - \frac{\frac{1}{4} r r^{\prime} . \gamma^{2} . \text{coſ.} (v^{\prime}{}_{1} + v + - \Pi)}{[r^{2} - 2\,r r^{\prime}.\text{coſ.} (v^{\prime}{}_{1} - v) + r^{\prime 2}]^{\frac{3}{2}}}.$$

Cette partie ne change point, en y changeant r & v, dans $r^{\prime}$ & $v_{1}^{\prime}$, & réciproquement; or cette permutation donne la partie de R, qui, dans la théorie des perturbations de Saturne, par l'action de Jupiter, produit les termes dépendans de l'angle $5\,n^{\prime} t - 2\,n t + 5\,\varepsilon^{\prime} - 2\,\varepsilon$; ces deux parties de R ſont donc exactement les mêmes dans les deux théories de Jupiter & de Saturne, comme nous l'avons annoncé dans l'*article précédent.*

Maintenant, on a par la théorie du mouvement elliptique,

$$r = a . \left\{ \begin{array}{c} 1 + \frac{1}{2} e^{2} + (e - \frac{3}{8} . e^{3}) . \text{coſ.} (n t + \varepsilon - \varpi) \\ - \frac{1}{2} . e^{2} . \text{coſ.}\ 2\,(n t + \varepsilon - \varpi) + \frac{3}{8} . e^{3} . \text{coſ.}\ 3 . (n t + \varepsilon - \varpi) \\ + \&\text{c.} \end{array} \right\},$$

$$v = n t + \varepsilon - (2\,e - \tfrac{1}{4} e^{3}) . \text{ſin.} (n t + \varepsilon - \varpi) + \tfrac{5}{4} e^{2} . \text{ſin.}\ 2 . (n t + \varepsilon - \varpi)$$
$$- \frac{13}{12} e^{3} . \text{ſin.}\ 3 . (n t + \varepsilon - \varpi) + \&\text{c}$$

On aura les valeurs de r & de $v^{\prime}{}_{1}$, en marquant d'un trait, dans celles de r & de v, les lettres a, n, e, ε & ϖ. Cela posé, l'expression de R sera de cette forme:

$$\begin{aligned} R = {} & M^{(0)} . e'^3 . \operatorname{cof.} (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - 3\varpi') \\ & + M^{(1)} . e'^2 . e . \operatorname{cof.} (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - 2\varpi' - \varpi) \\ & + M^{(2)} . e' . e^2 . \operatorname{cof.} (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi' - 2\varpi) \\ & + M^{(3)} . e^3 . \operatorname{cof.} (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - 3\varpi) \\ & + M^{(4)} . e' . \gamma^2 . \operatorname{cof.} (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - 2\Pi - \varpi') \\ & + M^{(5)} . e . \gamma^2 . \operatorname{cof.} (5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - 2\Pi - \varpi); \end{aligned}$$

& l'on trouvera,

$$M^{(0)} = \tfrac{1}{48} . \left\{ \begin{array}{r} -236 . A^{(2)} + 111 . a' \left(\frac{\partial A^{(2)}}{\partial a'} \right) . \\ - 18 . a'^2 . \left(\frac{\partial^2 A^{(2)}}{\partial a'^2} \right) + a'^3 . \left(\frac{\partial^3 A^{(2)}}{\partial a'^3} \right) \end{array} \right\},$$

$$M^{(1)} = \tfrac{1}{16} . \left\{ \begin{array}{r} 306 . A^{(3)} + 51 . a . \left(\frac{\partial A^{(3)}}{\partial a} \right) - 84 . a' . \left(\frac{\partial A^{(3)}}{\partial a'} \right) \\ - 14 a a' . \left(\frac{\partial^2 A^{(3)}}{\partial a \, \partial a'} \right) + 6 a'^2 . \left(\frac{\partial^2 A^{(3)}}{\partial a'^2} \right) + a a'^2 . \left(\frac{\partial^3 A^{(3)}}{\partial a \, \partial a'^2} \right) \end{array} \right\},$$

$$M^{(2)} = \tfrac{1}{16} . \left\{ \begin{array}{r} -352 . A^{(4)} - 112 . a . \left(\frac{\partial A^{(4)}}{\partial a} \right) + 44 . a' . \left(\frac{\partial A^{(4)}}{\partial a'} \right) \\ - 8 a^2 . \left(\frac{\partial^2 A^{(4)}}{\partial a^2} \right) + 14 a a' . \left(\frac{\partial^2 A^{(4)}}{\partial a \, \partial a'} \right) + a^2 a' . \left(\frac{\partial^3 A^{(4)}}{\partial a^2 \, \partial a'} \right) \end{array} \right\},$$

$$M^{(3)} = \tfrac{1}{48} . \left\{ \begin{array}{r} 380 . A^{(5)} + 174 . a \left(\frac{\partial A^{(5)}}{\partial a} \right) \\ + 24 a^2 . \left(\frac{\partial^2 A^{(5)}}{\partial a^2} \right) + a^3 . \left(\frac{\partial^3 A^{(5)}}{\partial a^3} \right) \end{array} \right\},$$

$$M^{(4)} = \frac{a a'}{16} \cdot \left\{ 7 \cdot L^{(3)} - a' \left(\frac{\partial L^{(3)}}{\partial a'} \right) \right\},$$

$$M^{(5)} = - \frac{a a'}{16} \cdot \left\{ 7 \, L^{(4)} + a \left(\frac{\partial L^{(4)}}{\partial a} \right) \right\}.$$

De-là on tire par l'*article XV*,

$$a' M^{(0)} = \frac{1}{48} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 389 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(2)} + 201 \cdot \alpha \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha} \\ + 27 \cdot \alpha^2 \cdot \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha^2} + \alpha^3 \cdot \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha^3} \end{array} \right\},$$

$$a' M^{(1)} = - \frac{1}{16} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 402 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(3)} + 193 \cdot \alpha \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha} \\ + 26 \cdot \alpha^2 \cdot \frac{\partial \partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha^2} + \alpha^3 \cdot \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha^3} \end{array} \right\},$$

$$a' M^{(2)} = \frac{1}{16} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 396 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + 184 \cdot \alpha \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha} \\ + 25 \cdot \alpha^2 \cdot \frac{\partial^2 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha^2} + \alpha^3 \cdot \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha^3} \end{array} \right\},$$

$$a' M^{(3)} = - \frac{1}{48} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 380 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(5)} + 174 \cdot \alpha \, \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha} \\ + 24 \cdot \alpha^2 \cdot \frac{\partial^2 b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha^2} + \alpha^3 \cdot \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha^3} \end{array} \right\},$$

$$a^2 M^{(4)} = \frac{\alpha}{16} \cdot \left\{ 10 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(3)} + \alpha \cdot \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha} \right\},$$

$$a^2 M^{(5)} = -\frac{\alpha}{16} \cdot \left\{ 7\ b_{\frac{1}{2}}^{(4)} + \alpha\ \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha} \right\}.$$

On aura enſuite,

$$\begin{aligned} k = {} & M^{(0)} \cdot e'^3 \cdot \text{ſin.}\ 3\varpi' + M^{(1)} \cdot e'^2 e \cdot \text{ſin.}\ (2\varpi' + \varpi) \\ & + M^{(2)} \cdot e' e^2 \cdot \text{ſin.}\ (\varpi' + 2\varpi) + M^{(3)} \cdot e^3 \cdot \text{ſin.}\ 3\varpi \\ & + M^{(4)} \cdot e'\gamma^2 \cdot \text{ſin.}\ (2\Pi + \varpi') + M^{(5)} \cdot e\gamma^2 \cdot \text{ſin.} (2\Pi + \varpi). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k' = {} & - M^{(0)} \cdot e'^3 \cdot \text{coſ.}\ 3\varpi' - M^{(1)} \cdot e'^2 e \cdot \text{coſ.}\ (2\varpi' + \varpi) \\ & - M^{(2)} \cdot e' e^2 \cdot \text{coſ.}\ (\varpi' + 2\varpi) - M^{(3)} \cdot e^3 \cdot \text{coſ.}\ 3\varpi \\ & - M^{(4)} \cdot e'\gamma^2 \cdot \text{coſ.}\ (2\Pi + \varpi') - M^{(5)} \cdot e\gamma^2 \cdot \text{coſ.} (2\Pi + \varpi). \end{aligned}$$

En différenciant ces valeurs de k & de k', par rapport à e, e', ϖ, ϖ', & Π; & en ſubſtituant, au lieu des différences de ces dernières quantités, les valeurs qui réſultent des *articles XVI & ſuivans*, on aura les expreſſions de $\left(\frac{\partial k}{\partial t}\right)$ & de $\left(\frac{\partial k'}{\partial t}\right)$.

XXV.

IL exiſte encore dans la théorie des perturbations de Jupiter & de Saturne, des inégalités ſenſibles, dépendantes du rapport approché de commenſurabilité qui a lieu entre les mouvemens de ces deux planètes. Suppoſons en effet que dans l'équation différentielle (10) de l'*article VII*, l'approximation étendue juſqu'aux carrés & aux produits deux à deux, des excentricités & des inclinaisons des orbites, introduise un terme de la forme A. sin. cos. $(3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon')$; il est visible qu'il en résultera dans la valeur de $r\delta r$, le terme

$$\frac{-A}{n^2 - (3n - 5n')^2} \cdot \text{sin. cos.} (3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon'):$$

or on a, $n^2 - (3n - 5n')^2 = (5n' - 2n).(4n - 5n')$;

ainsi l'ntégration donne au terme dont il s'agit, le très-petit diviseur $5n' - 2n$; & comme ce terme n'est que de l'ordre des carrés des excentricités, on voit qu'il peut en résulter des inégalités sensibles dans les valeurs de $\frac{\delta r}{a}$ & de δv. Ces inégalités sont liées à celle qui dépend de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, par un rapport assez remarquable qui les donne fort simplement, au moyen des valeurs de k & de k' de l'*article précédent*.

Pour cela, soit ρ la partie de $r\delta r$ qui, dépendante de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, a pour diviseur $5n' - 2n$; représentons ensuite par

$$P.\text{sin.}(3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon')$$
$$+ Q.\text{cos.}(3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon'),$$

la partie de $\frac{\delta r}{a}$ qui dépend de l'angle $3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon'$; P & Q ayant, comme on vient de le voir, $5n' - 2n$ pour diviseur. Si dans l'équation (10) de l'*article VII*, on n'a égard qu'aux termes dépendans de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, & qui ont en même temps $5n' - 2n$ pour diviseur; on aura

$$0 = \frac{\rho}{a^2} + eP.\text{sin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi)$$
$$- eQ.\text{cos.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi) + 2a.\int dR;$$

pourvu que dans l'intégrale $\int dR$, on ne conserve que les termes qui dépendent de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$. Cette équation ne suffit pas pour déterminer les quantités ρ, P & Q; mais on peut en avoir une seconde entre les mêmes quantités, de cette manière.

Si l'on multiplie la première des équations (A) de l'*article I*, par y, la seconde par $-x$, & qu'ensuite on les ajoute; l'intégrale de leur somme sera

$$\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t} = c + m'.\int\partial t.\left[\frac{x'y - y'x}{r'^3} - y.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}\right) + x.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial y}\right)\right]:$$

or, on a

$$\frac{x\partial y - y\partial x}{\partial t} = r^2.\frac{\partial v}{\partial t};$$

& si, comme nous l'avons fait précédemment, on prend pour le plan fixe des x & des y, celui de l'orbite primitive de m, on aura

$$\frac{x'y - y'x}{r'^3} - y.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial x}\right) + x.\left(\frac{\partial\lambda}{\partial y}\right) = -\frac{r.\surd(1 - s's')}{r'^2}.\text{fin.}(v' - v)$$

$$+ \frac{rr'.\surd(1 - s's').\text{fin.}(v' - v)}{[r^2 - 2rr'.\surd(1 - s's').\text{cof.}(v' - v) + r'^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$= -\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right);$$

la différence partielle $\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)$ étant prise en ne faisant varier que v, dans l'expression de R de l'*article VII*, & en regardant r, r', v' & s' comme constans. On aura donc

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{c - m'.\int\partial t.\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)}{r^2};$$

d'où l'on tire

$$\frac{\partial\delta v}{\partial t} = -\frac{2c.\delta r}{r^3} - \frac{\int\partial t.\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)}{r^2};$$

or on a, $c = \sqrt{[a.(1 - e^2)]}$; & si l'on ne considère que les termes dépendans de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, qui ont pour diviseur $5n' - 2n$, on a par l'*article XXI*,

$$\frac{\partial \delta v}{\partial t} = 3an.\int dR;$$

on aura donc à très-peu-près, en ne considérant que les termes qui dépendent du même angle, & qui ont le même diviseur

$$\begin{aligned} 3a.\int dR = & -\frac{2\rho}{a^2} - 3eP.\text{sin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi) \\ & + 3eQ.\text{cos.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi) \\ & - a.\int n\partial t.\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right). \end{aligned}$$

Cette équation comparée à celle que nous avons trouvée ci-dessus entre les mêmes quantités ρ, P & Q, donne

$$\begin{aligned} & eP.\text{sin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi) \\ & - eQ.\text{cos.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi) \\ & = a.\int\left[dR - n\partial t.\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)\right]. \end{aligned}$$

Pour avoir $\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)$, nous observerons que R est fonction de $v' - v$, r, r' & s'; & comme dans la supposition de l'orbite circulaire de Jupiter, r est constant, & $v = nt + \varepsilon$, on aura, dans cette supposition,

$$\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right) = \left(\frac{\partial R}{\partial \varepsilon}\right).$$

Cette équation n'a plus lieu lorsque l'orbite de Jupiter est elliptique, parce que l'ellipticité introduit l'angle ε dans r & dans v; mais on voit par les expressions elliptiques de r & de v, données dans l'*article précédent*, que ε est toujours accompagné de $-\varpi$, dans ce qui a rapport à l'ellipticité; d'où il ſuit que pourvu que l'on ſuppoſe $\varepsilon - \varpi$ conſtant, on aura encore, dans le cas où l'orbite de Jupiter eſt elliptique, $\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right) = \left(\frac{\partial R}{\partial \varepsilon}\right)$. En ſubſtituant donc, au lieu de R, la partie de ſa valeur qui dépend de l'angle $5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon$, & dont nous avons donné l'expreſſion dans l'*article précédent*, on aura

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right) = {} & 2M^{(0)}.e^{\prime 3}.\text{ſin.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon - 3\varpi^{\prime}) \\ & + 3M^{(1)}.e^{\prime 2}.e.\text{ſin.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon - 2\varpi^{\prime} - \varpi) \\ & + 4M^{(2)}.e^{\prime}.e^{2}.\text{ſin.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon - \varpi^{\prime} - 2\varpi) \\ & + 5M^{(3)}.e^{3}.\text{ſin.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon - 3\varpi) \\ & + 2M^{(4)}.e^{\prime}.\gamma^{2}.\text{ſin.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon - 2\Pi - \varpi^{\prime}) \\ & + 3M^{(5)}.e.\gamma^{2}.\text{ſin.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon - 2\Pi - \varpi),\end{aligned}$$

& par conſéquent,

$$\int\left[dR - n\partial t.\left(\frac{\partial R}{\partial v}\right)\right] = \frac{nea}{5n^{\prime} - 2n}.\left(\frac{\partial R}{\partial e}\right)$$

$$= \frac{nea}{5n^{\prime} - 2n}.\left\{\begin{array}{l}\left(\frac{\partial k}{\partial e}\right).\text{ſin.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon) \\ -\left(\frac{\partial k^{\prime}}{\partial e}\right).\text{coſ.}(5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon)\end{array}\right\}.$$

De-là il eſt aiſé de conclure

$$P = \frac{na}{5n^{\prime} - 2n}.\left[\left(\frac{\partial k}{\partial e}\right).\text{coſ.}\varpi + \left(\frac{\partial k^{\prime}}{\partial e}\right).\text{ſin.}\varpi\right],$$

$$Q = \frac{na^{\prime}}{5n^{\prime} - 2n}.\left[\left(\frac{\partial k^{\prime}}{\partial e}\right).\text{coſ.}\varpi - \left(\frac{\partial k}{\partial e}\right).\text{ſin.}\varpi\right].$$

On aura la partie de δv, qui dépend de l'angle $3nt - 5n^{\prime}t + 3\varepsilon - 5\varepsilon^{\prime}$, au moyen de la formule (9) de l'*article VII*;

en obſervant que ſi l'on n'a égard qu'aux termes du ſecond ordre, dépendans de cet angle, & qui ont en même temps $5n^{\prime} - 2n$ pour diviſeur; cette formule donne à très-peu-près,

$$\delta v = \frac{2r.\partial\delta r}{a^2.n\partial t};$$

d'où l'on tire, en négligeant $5n^{\prime} - 2n$, vis-à-vis de n,

$$\delta v = 2P.\text{coſ.}(3nt - 5n^{\prime}t + 3\varepsilon - 5\varepsilon^{\prime})$$
$$- 2Q.\text{ſin.}(3nt - 5n^{\prime}t + 3\varepsilon - 5\varepsilon^{\prime}).$$

XXVI.

La même raiſon qui nous oblige d'avoir égard, dans les expreſſions de $\frac{\delta r}{a}$ & de δv, aux termes dépendans de l'angle $3nt - 5n^{\prime}t + 3\varepsilon - 5\varepsilon^{\prime}$, rend également néceſſaire la conſidération des termes dépendans de l'angle $2nt - 4n^{\prime}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{\prime}$, dans les expreſſions de $\frac{\delta r^{\prime}}{a^{\prime}}$ & de $\delta v_{\prime}^{\prime}$, $v_{\prime}^{\prime}$ étant la longitude de Saturne, comptée ſur ſon orbite. Il eſt aiſé de voir en effet, qu'en intégrant l'équation différentielle du ſecond ordre, qui donne $r^{\prime}\delta r^{\prime}$; les termes dépendans de l'angle dont il s'agit, acquièrent le diviſeur

$$n^{\prime 2} - (2n - 4n^{\prime})^2, \text{ ou } (2n - 3n^{\prime}).(5n^{\prime} - 2n),$$

& deviennent très-ſenſibles par la petiteſſe de $5n^{\prime} - 2n$. Soit donc

$$P^{\prime}.\text{ſin.}(2nt - 4n^{\prime}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{\prime})$$
$$+ Q^{\prime}.\text{coſ.}(2nt - 4n^{\prime}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{\prime}),$$

la partie de $\frac{\delta r^{\prime}}{a^{\prime}}$ qui dépend de l'angle $2nt - 4n^{\prime}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{\prime}$; on trouvera par une analyſe entièrement ſemblable à celle de l'*article précédent*,

$$P' = \frac{n' a'}{5n' - 2n} \cdot [(\frac{\partial k}{\partial e'}).\text{coſ}.\varpi' + (\frac{\partial k'}{\partial e'}).\text{ſin}.\varpi'],$$

$$Q' = \frac{n' a'}{5n' - 2n} \cdot [(\frac{\partial k'}{\partial e'}).\text{coſ}.\varpi' - (\frac{\partial k}{\partial e'}).\text{ſin}.\varpi'].$$

On aura enſuite, en n'ayant égard qu'aux termes dépendans du même angle,

$$\delta v'_{,} = 2P'.\text{coſ}.(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon') - 2Q'.\text{ſin}.(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon).$$

XXVII.

Il nous reſte préſentement à conſidérer les parties de δs & de $\delta s'$, qui dépendent des carrés & des produits de deux dimenſions des excentricités & des inclinaiſons des orbites. Pour cela nous reprendrons la formule (7) de l'*art. VI*, & nous ſuppoſerons d'abord, comme dans l'*art. XI*, que le plan des x & des y, eſt celui de l'orbite primitive de m; ce qui donne $z = 0$ & $s = 0$. Cette formule devient alors, en négligeant les quantités du troiſième ordre,

$$\delta s = \frac{ax}{r}.\int n\partial t.y.(\frac{\partial R}{\partial z}) - \frac{ay}{r}.\int n\partial t.x(\frac{\partial R}{\partial z}).$$

Conſidérons les termes de cette valeur de δs, qui n'étant que du ſecond ordre, ont pour diviſeur $5n' - 2n$. Il eſt viſible que ces termes ne peuvent être produits que par l'intégration des fonctions différentielles,

$$n\partial t.y.(\frac{\partial R}{\partial z}), \;\&\; n\partial t.x.(\frac{\partial R}{\partial z});$$

or l'intégration de ces formules ne peut introduire $5n' - 2n$, en diviſeur, qu'au moyen des termes de la forme ſin. coſ. $(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon)$, qu'elles renferment; voyons

voyons donc les termes de cette forme, qui peuvent exister parmi les quantités du second ordre, renfermées dans les fonctions différentielles précédentes.

Si l'on substitue au lieu de R, sa valeur donnée dans l'*art. V*; on aura,

$$y\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right) = \frac{y z'}{r'^3} - \frac{y z'}{[(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

En négligeant les quantités du troisième ordre, & en substituant au lieu de x, y, z, x', y', z' leur valeurs, on trouvera

$$y.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right) = \frac{r\gamma}{2r'^2}.[\text{cos.}(v'_1 - v - \Pi) - \text{cos.}(v'_1 + v - \Pi)]$$

$$+ \frac{\frac{1}{2}rr'\gamma.[\text{cos.}(v'_1 + v - \Pi) - \text{cos.}(v'_1 - v - \Pi)]}{[r^2 - 2rr'.\text{cos.}(v'_1 - v) + r'^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Il est facile de s'assurer que les quantités

$$\frac{r\gamma}{2r'^2}.[\text{cos.}(v'_1 - v - \Pi) - \text{cos.}(v'_1 + v - \Pi)]$$

&

$$-\frac{\frac{1}{2}rr'.\gamma.\text{cos.}(v'_1 - v - \Pi)}{[r^2 - 2rr'.\text{cos.}(v'_1 - v) + r'^2]^{\frac{3}{2}}},$$

ne produisent aucun terme du second ordre, dépendant de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$. La quantité

$$\frac{\frac{1}{2}rr'\gamma.\text{cos.}(v'_1 + v - \Pi)}{[r^2 - 2rr'\text{cos.}(v'_1 - v) + r'^2]^{\frac{3}{2}}}$$

en produit de semblables, & il est aisé de voir par l'*art. XXIV*, que pour les obtenir, il suffit, 1.° de changer 2Π en Π, dans les termes de l'expression de R, multipliés par γ^2; 2.° de multiplier ensuite ces termes par

$-\frac{1}{\gamma}$. La partie de la quantité précédente, qui dépend de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, sera conséquemment,

$-2M^{(4)}.e'\gamma.\text{cof.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \Pi - \varpi')$,

$-2M^{(5)}.e\gamma.\text{cof.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \Pi - \varpi)$;

ce qui donne

$$\int n\partial t.y.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right) = -\frac{2\gamma n}{5n' - 2n}$$

$$\times\left\{\begin{array}{l} e'M^{(4)}.\text{fin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \Pi - \varpi') \\ + eM^{(5)}.\text{fin.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \Pi - \varpi) \end{array}\right\}.$$

On trouvera par une analyse semblable,

$$\int n\partial t.x.\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right) = -\frac{2\gamma n}{5n' - 2n}$$

$$\times\left\{\begin{array}{l} e'M^{(4)}.\text{cof.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \Pi - \varpi') \\ + eM^{(5)}.\text{cof.}(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \Pi - \varpi) \end{array}\right\}.$$

La valeur précédente de δs, deviendra donc, en n'ayant égard qu'aux termes du second ordre, qui ont pour diviseur $5n' - 2n$,

$$\delta s = \frac{2a\gamma n}{5n' - 2n}.\left\{\begin{array}{l} e'M^{(4)}.\text{fin.}(3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon' + \Pi + \varpi') \\ + eM^{(5)}.\text{fin.}(3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon' + \Pi + \varpi) \end{array}\right\}.$$

Supposons maintenant que le plan fixe des x & des y, au lieu d'être celui de l'orbite primitive de m, soit un plan fixe quelconque, qui lui soit très-peu incliné; l'expression que nous venons de trouver pour $m'\delta s$, sera encore la partie des perturbations de m en latitude, qui a pour diviseur $5n' - 2n$, & qu'il faut ajouter à la latitude de m, calculée dans l'hypothèse où son mouvement a lieu sur le plan de l'orbite primitive.

Une analyse semblable donnera

$$\delta s' = -\frac{2a'\gamma n'}{5n' - 2n} \cdot \left\{ \begin{array}{l} e' M^{(4)}.\text{sin.}(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + \Pi + \varpi') \\ + e M^{(5)}.\text{sin.}(2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + \Pi + \varpi) \end{array} \right\}.$$

XXVIII.

Il suit de ce qui précède, que les inégalités un peu considérables, dépendantes des carrés & des puissances supérieures des excentricités & des inclinaisons des orbites, sont liées entr'elles par des rapports qui les déterminent au moyen des valeurs de k & de k'. Ces inégalités ont pour argumens les angles $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, $3nt - 5n't + 3\varepsilon - 5\varepsilon'$, $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$, $5n't - nt + 5\varepsilon' - \varepsilon$, $6n't - 2nt + 6\varepsilon' - 2\varepsilon$. les inégalités relatives à ces deux derniers argumens, résultent de la substitution de la longitude moyenne corrigée par l'*article XXIII*, dans les expressions du mouvement elliptique de Jupiter & de Saturne; elles dépendent des quatrièmes puissances & des produits de quatre dimensions, des excentricités & des inclinaisons des orbites; & comme elles sont fort sensibles, on voit la nécessité de porter dans la théorie de Jupiter & de Saturne, l'approximation jusqu'aux quantités du quatrième ordre.

Toutes ces inégalités peuvent être considérées comme le résultat de variations dans les élémens des orbites elliptiques, dépendantes de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$. On a déjà vu dans l'*article XXIII*, qu'il faut corriger les longitudes moyennes de Jupiter & de Saturne, par des inégalités dépendantes de cet angle; il est facile d'ailleurs de s'assurer que les inégalités déterminées dans les *articles XXV* & *XXVI*, représentent des variations dans les équations du centre de Jupiter & de Saturne, & dans la position de leurs aphélies, dépendantes du même angle; & que les inégalités déterminées dans l'*article précédent*, représentent des variations dans les nœuds & les inclinaisons des orbites, qui dépendent encore de cet angle.

Les coéfficiens de ces inégalités étant fonctions des élémens des orbites, ils varient avec ces élémens; il faut donc, à la rigueur, substituer dans les expressions analytiques de ces coéfficiens, leurs valeurs déterminées par les *articles XVI & suivans;* mais il est beaucoup plus commode pour les usages astronomiques, de déterminer les valeurs de ces coéfficiens à différentes époques, & d'avoir ainsi la loi de leurs variations, comme nous l'avons proposé, relativement aux inégalités séculaires des élémens des orbites.

SECTION SECONDE.

Théorie de Saturne.

XXIX.

Détermination numérique des inégalités de Saturne.

POUR réduire en nombres les inégalités auxquelles nous sommes parvenus dans la section précédente, il faut connoître les constantes arbitraires qui entrent dans leurs expressions analytiques. Ces constantes relatives au mouvement elliptique de Jupiter & de Saturne, sont leurs moyennes distances au Soleil, leurs longitudes moyennes à une époque donnée, leurs excentricités & les positions de leurs aphélies, les inclinaisons de leurs orbites & les positions de leurs nœuds. Les observations ne donnent que les mouvemens vrais des planètes: pour en conclure les élémens précédens, il faudroit connoître d'avance l'effet des perturbations, & le retrancher du résultat des observations, pour avoir la partie dûe au mouvement elliptique; ainsi la détermination des inégalités de Jupiter & de Saturne, & celle des élémens de leurs orbites, dépendent réciproquement l'une de l'autre, & l'on ne peut parvenir à les bien connoitre, que par des approximations succeſſives. C'eſt dans cette vue, que j'ai commencé par tirer de l'analyſe précédente, une formule de correction des tables de Saturne, de Halley. En comparant enſuite cette formule à un grand nombre d'oppoſitions, je ſuis parvenu à les repréſenter avec exactitude, & j'ai reconnu en même temps, que les élémens des tables de Halley avoient beſoin de corrections conſidérables. J'ai ſuivi une autre méthode relativement à Jupiter ; les tables de cette planète, publiées par M. Vargentin, repréſentoient aſſez bien, à l'époque où elles ont paru, les obſervations faites depuis un ſiècle; ce ſavant aſtronome a eu égard, dans ces tables, aux inégalités de Jupiter, indépendantes des excentricités des orbites, & à celles qui ne dépendent que de leurs premières puiſſances; mais les grandes inégalités qui altèrent le moyen mouvement de cette planète, ſon excentricité & la poſition de ſon aphélie, lui étant inconnues; il a dû les comprendre dans les élémens elliptiques de ſes tables. Ainſi, pour corriger ces élémens, il ſuffit d'en retrancher l'effet de ces inégalités.

Les élémens ſuivans de Jupiter & de Saturne ſont le réſultat de ces calculs. Ils auront encore beſoin d'être corrigés, ſur-tout quand on comparera la théorie aux oppoſitions de Jupiter & de Saturne, diſcutées avec plus de ſoin & de préciſion qu'elles ne l'ont été juſqu'ici ; mais ces corrections doivent être peu conſidérables, & ne peuvent avoir qu'une très-petite influence ſur les inégalités de ces deux planètes.

L'époque à laquelle je rapporterai mes calculs, eſt le milieu de ce ſiècle, ou le commencement de 1750, à Paris, temps moyen. Je l'ai choiſie, parce qu'elle eſt à peu-près moyenne entre les intervalles des bonnes obſervations modernes, & que d'ailleurs les principaux élémens de l'aſtronomie ont été déterminés vers cette époque, par les travaux de pluſieurs obſervateurs célèbres.

Élémens de Jupiter & de Saturne, au commencement de 1750.

La longitude moyenne ϵ' de Saturne $= 7^s\ 21^d\ 17'\ 20''$.

La longitude moyenne ϖ' de ſon aphélie $= 8^s\ 28^d\ 7'\ 24''$.

Son excentricité $e' = 0{,}056263$.

La longitude moyenne I' de ſon nœud aſcendant $= 3^s\ 21^d\ 31'\ 17''$.

L'inclinaiſon de ſon orbite à l'écliptique, ou, Ang. tang. θ' $= 2^d\ 30'\ 20''$.

Son moyen mouvement ſidéral pendant une année commune de 365 jours $= 12^d\ 12'\ 46'',5, = 43966'',5$.

Sa moyenne diſtance au Soleil $= 9.54007$; celle de la Terre au Soleil étant priſe pour unité.

Quant à la maſſe m' de Saturne, j'adopterai celle que M. de la Grange a donnée dans les Mémoires de Berlin, de 1782, *page 186:* en diſcutant avec ſoin les obſervations des ſatellites de cette planète, cet illuſtre géomètre a trouvé qu'il falloit un peu diminuer la maſſe de Saturne, déterminée par Newton, & ce qui ajoute à la probabilité de ſon réſultat, c'eſt qu'il rapproche de l'obſervation, d'environ dix jours, le calcul des perturbations de la comète de 1759; il réduit à 13 jours, la différence de 23 jours, que M. Clairaut a trouvée entre l'inſtant calculé & l'inſtant obſervé du paſſage de cette comète par ſon périhélie en 1759. En prenant donc pour unité la maſſe du Soleil, je ſuppoſerai,

$$m' = \frac{1}{3358{,}40}.$$

Relativement à Jupiter,

$$\epsilon = 3^d\ 44'\ 30'',$$

$$\varpi = 6^s\ 10.\ 2.\ 49.$$

$$e = 0{,}048151.$$

$$I = 3^{\text{f}}\ 8^{\text{d}}\ 16'\ 0''.$$

$$\text{Ang. tang. } \theta = \quad 1.\ 19.\ 10.$$

Le moyen mouvement ſidéral de Jupiter, dans l'intervalle de 365 jours $= 30^{\text{d}}\ 19'\ 42'' = 109182''$.

$$a = 5{,}20098.$$

$$m = \frac{1}{1067{,}195}.$$

XXX.

Les valeurs précédentes de a & de a^{I}, donnent

$$\frac{a}{a^{\text{I}}} = \alpha = 0{,}545172;$$

d'où j'ai conclu par les formules de l'*article XIV*,

$$b^{(0)}_{-\frac{1}{2}} = 2{,}151600;\ b^{(1)}_{-\frac{1}{2}} = -0{,}524084.$$

Ces valeurs m'ont donné les ſuivantes :

$$b^{(0)}_{\frac{1}{2}} = 2{,}180130;\ b^{(1)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}620436;$$

$$b^{(2)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}257489;\ b^{(3)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}117886;$$

$$b^{(4)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}0565116;\ b^{(5)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}0278371;$$

$$b^{(6)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}0139787;\ b^{(7)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}00714873;$$

$$b^{(8)}_{\frac{1}{2}} = 0{,}00376118.$$

$$\frac{\partial b^{(0)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha} = 0{,}808367;\ \frac{\partial b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha} = 1{,}482776;$$

$$\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha} = 1,104622; \quad \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha} = 0,725968;$$

$$\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha} = 0,452687; \quad \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha} = 0,274045;$$

$$\frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{\partial \alpha} = 0,162578; \quad \frac{\partial b_{\frac{1}{2}}^{(7)}}{\partial \alpha} = 0,0946947.$$

$$\frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(0)}}{\partial \alpha^2} = 2,873503; \quad \frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(1)}}{\partial \alpha^2} = 2,550988;$$

$$\frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha^2} = 3,519366; \quad \frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha^2} = 3,532195;$$

$$\frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha^2} = 2,994607; \quad \frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha^2} = 2,303625;$$

$$\frac{\partial\partial b_{\frac{1}{2}}^{(6)}}{\partial \alpha^2} = 1,667085.$$

$$\frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(2)}}{\partial \alpha^3} = 12,817153; \quad \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha^3} = 15,437940;$$

$$\frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha^3} = 17,032088; \quad \frac{\partial^3 b_{\frac{1}{2}}^{(5)}}{\partial \alpha^3} = 16,622999.$$

$$b_{\frac{3}{2}}^{(0)} = 4,281341; \quad b_{\frac{3}{2}}^{(1)} = 3,183288;$$

$$b_{\frac{3}{2}}^{(2)} = 2,080158; \quad b_{\frac{3}{2}}^{(3)} = 1,294049;$$

$$b_{\frac{3}{2}}^{(4)} = 0{,}782736; \quad b_{\frac{3}{2}}^{(5)} = 0{,}464779.$$

$$\frac{\partial b_{\frac{3}{2}}^{(3)}}{\partial \alpha} = 6{,}351452; \frac{\partial b_{\frac{3}{2}}^{(4)}}{\partial \alpha} = 5{,}255727.$$

XXXI.

Nous allons, d'après ces résultats, déterminer numériquement les inégalités séculaires des orbites de Jupiter & de Saturne. Nous commençons par ces inégalités, parce qu'elles influent sur les autres, & principalement sur celles qui dépendent de l'angle $5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon$, comme on l'a vu dans l'*art. XXIII.*

Reprenons les formules de l'*art. XVIII:*

$$\delta e^{\prime} = \boxed{1,0}.ie.\text{sin.}(\varpi - \varpi^{\prime}),$$

$$\delta \varpi^{\prime} = (1,0).i - \boxed{1,0}.\frac{ie}{e^{\prime}}.\text{cos.}(\varpi - \varpi^{\prime}),$$

$$\delta e = \boxed{0,1}.ie^{\prime}.\text{sin.}(\varpi^{\prime} - \varpi),$$

$$\delta \varpi = (0,1).i - \boxed{0,1}.\frac{ie^{\prime}}{e}.\text{cos.}(\varpi^{\prime} - \varpi).$$

On a, par l'*article XVI,*

$$(1,0) = \frac{mn^{\prime}T}{4}.a^{\prime 2}a.(a,a^{\prime})^{\prime};$$

mais

$$(a,a^{\prime})^{\prime} = \frac{b_{\frac{3}{2}}^{(1)}}{a^3};$$

partant

$$(1,0) = \frac{mn^{\prime}T}{4}.b_{\frac{3}{2}}^{(1)}.$$

On aura de la même manière,

$$\boxed{1,0} = \frac{m n' T}{2 \alpha^2} \cdot [(1 + \alpha^2) \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(1)} - 3 \cdot b_{\frac{1}{2}}^{(0)}].$$

Le moyen mouvement ſidéral de Saturne, dans l'intervalle de 365 jours, eſt, par l'*article XXIX*, égal à 43966",5; en y ajoutant le mouvement de Saturne dans l'intervalle de ſix heures, on aura 43996",5 pour le mouvement de cette planète, pendant une année julienne; ce ſera la valeur de $n' \cdot T$, & l'on trouvera

$$(1,0) = 17'',88644,$$

$$\boxed{1,0} = 11'',68819.$$

On trouvera pareillement,

$$(0,1) = 7'',\ 69481;$$

$$\boxed{0,1} = 5'',\ 02829.$$

On aura ainſi, en déſignant par i, le nombre des années juliennes écoulées depuis 1750,

$$\delta e' = - i.\ 0'',55065;$$

$$\delta \varpi' = i.\ 15'',81975,$$

$$\delta e = i.\ 0'',27681,$$

$$\delta \varpi = i.\ 6'',48092.$$

Mais comme il eſt néceſſaire d'avoir ces valeurs avec beaucoup de préciſion, pour le calcul des obſervations anciennes; nous allons en donner de plus approchées. Pour cela, nous obſerverons que les valeurs précédentes donnent en 750,

$$e' = 0,056264 + 550'',65;$$

& en réduiſant les ſecondes en parties du rayon,

$$e' = 0,058934.$$

On avoit, à la même époque,

$$\varpi^{\prime} = 8^{s}\,23^{d}\,43'\,45'';$$

& relativement à Jupiter,

$$e = 0{,}046810,$$

$$\varpi = 6^{s}\,8^{d}\,14'\,48''.$$

De-là, il est aisé de conclure par l'*article XVIII*,

$$\frac{\partial e'_{\prime}}{\partial i} = -\ 0'',52964,$$

$$\frac{\partial \varpi'_{\prime}}{\partial i} = 15'',55926,$$

$$\frac{\partial e'_{\prime}}{\partial i} = 0'',28687,$$

$$\frac{\partial \varpi_{\prime}}{\partial i} = 6'',10787;$$

ce qui donne par l'*article cité*, ces valeurs plus approchées que les précédentes,

$$\delta e' = -\ i.\ 0'',55065 - i^2.0'',0000105,$$

$$\delta \varpi' = i.15'',81975 + i^2.0'',00013024,$$

$$\delta e = i.\ 0'',27681 - i^2.0'',00000503,$$

$$\delta \varpi = i.\ 6'',48092 + i^2.0'',00018652.$$

On déterminera les inégalités séculaires des nœuds & des inclinaisons des orbites, au moyen des valeurs de $\delta\theta'$, $\delta I'$, $\delta\theta$ & δI, de l'*article XIX;* & l'on trouvera en les réduisant en nombres,

$$\delta\theta' = i.0'',094726'';$$

$$\delta I' = -\ i.8'',72696;$$

$$\delta\theta = -\ i.0'',77443;$$

$$\delta I = i.6'',53570.$$

On pourra, ſans erreur ſenſible, étendre ces valeurs aux obſervations les plus anciennes ; leur peu d'influence ſur les inégalités de Saturne, rendroit une plus grande préciſion tout-à-fait inutile.

XXXII.

CONSIDÉRONS préſentement les inégalités périodiques du mouvement de Saturne, & d'abord celles qui ſont indépendantes des excentricités & des inclinaiſons des orbites. Pour cela, nous reprendrons les valeurs de u & de V de l'*article IX*, en y changeant a & n dans a' & n', & réciproquement; nous y ſuppoſerons enſuite i poſitif; ce qui revient à doubler les termes compris ſous le ſigne Σ. Cela poſé:

On aura, en n'ayant égard qu'au terme conſtant de l'expreſſion de u,

$$\frac{\delta r'}{a'} = \frac{1}{6} . a'^2 . \left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a'}\right);$$

mais on a par l'*article XV*,

$$a'^2 . \left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a'}\right) = - A^{(0)} - a . \left(\frac{\partial A^{(0)}}{\partial a}\right) = \frac{1}{a'} . \left\{ b^{(0)}_{\frac{1}{2}} + \alpha . \frac{\partial b^{(0)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha} \right\};$$

partant

$$\frac{\delta r'}{a'} = \frac{1}{6} . \left\{ b^{(0)}_{\frac{1}{2}} + \alpha . \frac{\partial b^{(0)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha} \right\}.$$

En ſubſtituant, au lieu de α, $b^{(0)}_{\frac{1}{2}}$ & $\frac{\partial b^{(0)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha}$, leurs valeurs données dans l'*article XXX;* on aura

$$\frac{\delta r'}{a'} = 0,436805.$$

Si l'on n'a égard qu'à l'angle $nt - n^{\prime}t + \varepsilon - \varepsilon^{\prime}$, l'expreſſion de u donnera

$$\frac{\delta r^{\prime}}{a^{\prime}} = \frac{n^{\prime 2}}{(n - n^{\prime})^2 - n^{2}} \cdot \left\{ a^{\prime 2} \cdot \left(\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a^{\prime}}\right) + \frac{2n^{\prime} a^{\prime} \cdot A^{(1)}}{n - n^{\prime}} \right\}$$
$$\times \text{coſ.} \, (nt - n^{\prime}t + \varepsilon - \varepsilon^{\prime}):$$

or on a par l'*article XV*,

$$A^{(1)} = \frac{a^{\prime}}{a^{2}} - \frac{1}{a^{\prime}} \cdot b^{(1)}_{\frac{1}{2}};$$

$$\left(\frac{\partial A^{(1)}}{\partial a^{\prime}}\right) = \frac{1}{a^{2}} + \frac{1}{a^{\prime 2}} \cdot \left(b^{(1)}_{\frac{1}{2}} + \alpha \cdot \frac{\partial b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha} \right);$$

on aura donc

$$\frac{\delta r^{\prime}}{a^{\prime}} = \frac{n^{\prime 2}}{n \cdot (n - 2n^{\prime})} \cdot \left[\frac{n - 3n^{\prime}}{(n - n^{\prime}) \cdot a^{2}} + \frac{n + n^{\prime}}{n - n^{\prime}} \cdot b^{(1)}_{\frac{1}{2}} + \alpha \cdot \frac{\partial b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha} \right]$$
$$\times \text{coſ.} \, (nt - n^{\prime}t + \varepsilon - \varepsilon^{\prime}).$$

L'*article XXIX* donne

$$\frac{n^{\prime}}{n} = \frac{12^{d}\ 12^{\prime}\ 46^{\prime\prime},5}{30^{d}\ 19^{\prime}\ 42^{\prime\prime}} = 0,402690;$$

on aura ainſi,

$$\frac{\delta r^{\prime}}{a^{\prime}} = 0,910968 \cdot \text{coſ.} \, (nt - n^{\prime}t + \varepsilon - \varepsilon^{\prime}).$$

Si, dans l'expreſſion de V, on change a & n dans $a^{\prime}$ & $n^{\prime}$, & réciproquement; le coéfficient de ſin. $(nt - n^{\prime}t + \varepsilon - \varepsilon^{\prime})$, ſera égal à $\frac{n^{\prime 2}\ a^{\prime}\ A^{(1)}}{(n - n^{\prime})^{2}}$, moins le produit de $\frac{2n}{n - n^{\prime}}$ par le coéfficient de coſ. $(nt - n^{\prime}t + \varepsilon - \varepsilon^{\prime})$, dans l'expreſſion de $\frac{\delta r^{\prime}}{a^{\prime}}$; ce qui donne, en n'ayant égard qu'à ce ſinus,

$$\delta v'_{,} = 0{,}018942 . \sin. (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon').$$

On trouvera de cette manière, en ne considérant que les inégalités indépendantes des excentricités & des inclinaisons des orbites,

$$\begin{aligned}
\frac{\delta r'}{a'} = {} & 0{,}436805, \\
& + 0{,}910968 . \cos. (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'), \\
& + 0{,}154714 . \cos. 2 (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'), \\
& + 0{,}035774 . \cos. 3 . (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'), \\
& + \&c.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta v'_{,} = {} & 0{,}018942 . \sin. (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'), \\
& - 0{,}162820 . \sin. 2 . (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'), \\
& - 0{,}033939 . \sin. 3 . (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon'), \\
& - \&c.
\end{aligned}$$

XXXIII.

POUR avoir les inégalités dépendantes des excentricités des orbites, nous reprendrons les valeurs de $u_{,}$ & de $V_{,}$ de l'*article X*, en y changeant a & n dans a' & n', & réciproquement, & en y supposant successivement $i = -1$, $i = -2$, $i = -3$, &c. $i = 1$, $i = 2$, &c. On trouvera d'abord, par l'*article cité*,

$$D^{(-1)} = \frac{3n'}{n - n'} . a' A^{(1)} - \left[3 + \frac{(n-n').n}{n'^2}\right] . Q + \tfrac{1}{2} a'^3 . \left(\frac{\partial\partial A^{(1)}}{\partial a'^2}\right)$$

$$= \frac{3n'}{(n-n').\alpha^2} - \frac{3n'}{n-n'} . b^{(1)}_{\frac{1}{2}} - \left[3 + \frac{(n-n').n}{n'^2}\right] . Q$$

$$- b^{(1)}_{\frac{1}{2}} - 2\alpha . \frac{\partial b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha} - \tfrac{1}{2}\alpha^2 . \frac{\partial\partial b^{(1)}_{\frac{1}{2}}}{\partial \alpha^2};$$

Q étant le coéfficient de cos. $(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon')$ dans la partie de l'expression de $\frac{\delta r'}{a'}$, qui est indépendante des excentricités. En réduisant en nombres cette valeur de $D^{(-1)}$, on aura

$$D^{(-1)} = -3,154598.$$

On trouvera ensuite,

$$E^{(-1)} = -\frac{2n'}{(n-n').a^2} + \frac{2n'}{n-n'}.b_{\frac{1}{2}}^{(1)} + (3 + \frac{n}{2n'}).Q$$

$$+ \frac{2n'^2.D^{(-1)}}{(n-n').(3n'-n)} = -8,068078.$$

En ne considérant donc, dans les expressions de u_1 & de V_1, que les termes dépendans de l'angle $nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon'$, & multipliés par h' & l'; & en substituant au lieu de h' & de l', leurs valeurs $e'.\text{sin}.\varpi'$, & $e'.\text{cos}.\varpi'$, on aura

$$\frac{\delta r'}{a'} = 4,116009.e'.\text{cos}.(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi').$$

$$\delta v'_1 = -16,69373.e'.\text{sin}.(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi').$$

La supposition de $i = -1$, donne encore

$$\frac{\delta r'}{a'} = -12,524257.e.\text{cos}.(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi),$$

$$\delta v'_1 = 44,84166.e.\text{sin}.(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi).$$

En réunissant ces termes, on aura pour les parties de $\frac{\delta r'}{a'}$ & de $\delta v'_1$, relatives à la supposition de $i = -1$, & dépendantes des excentricités des orbites,

$$\frac{\delta r'}{a'} = 4,116009.e'.\text{cos}.(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi')$$
$$- 12,524257.e.\text{cos}.(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi);$$

$$\delta v'_{,} = -16,69373 . e' . \text{ſin.} (nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi')$$
$$+ 44,84166 . e . \text{ſin.} (nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + \varpi).$$

La ſuppoſition de $i = -2$ donne,

$$\frac{\delta r'}{a'} = -2,305467 . e' . \text{coſ.} (2nt - 3n't + 2\varepsilon - 3\varepsilon' + \varpi')$$
$$+ 1,445302 . e . \text{coſ.} (2nt - 3n't + 2\varepsilon - 3\varepsilon' + \varpi),$$

$$\delta v'_{,} = 3,157500 . e' . \text{ſin.} (2nt - 3n't + 2\varepsilon - 3\varepsilon' + \varpi')$$
$$- 1,89768 . e . \text{ſin.} (2nt - 3n't + 2\varepsilon - 3\varepsilon' + \varpi).$$

La ſuppoſition de $i = -3$ donne,

$$\frac{\delta r'}{a'} = -0,402029 . e' . \text{coſ.} (3nt - 4n't + 3\varepsilon - 4\varepsilon' + \varpi')$$
$$+ 0,249073 . e . \text{coſ.} (3nt - 4n't + 3\varepsilon - 4\varepsilon' + \varpi),$$

$$\delta v'_{,} = 0,441095 . e' . \text{ſin.} (3nt - 4n't + 3\varepsilon - 4\varepsilon' + \varpi')$$
$$- 0,261836 . e . \text{ſin.} (3nt - 4n't + 3\varepsilon - 4\varepsilon' + \varpi).$$

La diminution de ces valeurs ſucceſſives de $\frac{\delta r'}{a'}$ & de $\delta v'_{,}$, fait voir qu'il eſt inutile de pouſſer plus loin les approximations relatives aux valeurs négatives de i. Les valeurs poſitives de i m'ont donné les réſultats ſuivans:

Dans la ſuppoſition de $i = 1$,

$$\frac{\delta r'}{a'} = 0,165284 . e' . \text{coſ.} (nt + \varepsilon - \varpi')$$
$$+ 0,167942 . e . \text{coſ.} (nt + \varepsilon - \varpi),$$

$$\delta v'_{,} = 1,056044 . e' . \text{ſin.} (nt + \varepsilon - \varpi')$$
$$- 0,135257 . e . \text{ſin.} (nt + \varepsilon - \varpi).$$

Dans la ſuppoſition de $i = 2$,

$$\frac{\delta r'}{a'} = -0,079041 . e' . \text{coſ.} (2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi')$$
$$- 0,250215 . e . \text{coſ.} (2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi),$$

$$\delta v'_{,} = 0,092949 . e' . \text{fin.} (2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi'.$$
$$- 0,287781 . e . \text{fin.} (2nt - n't + 2\varepsilon - \varepsilon' - \varpi).$$

Je n'ai pas pouſſé plus loin l'approximation, à cauſe de la petiteſſe des termes que fournit déjà la ſuppoſition de $i = 2$, & qui donne lieu de croire que les termes ſuivans ſont inſenſibles.

XXXIV.

ON peut réduire dans un ſeul, les deux termes que chaque ſuppoſition ſur i fournit dans les valeurs de $\frac{\delta r'}{a'}$ & de $\delta v'_{,}$. Si l'on réunit enſuite ces différens termes, & qu'on leur ajoute ceux de l'*article XXXII*, on aura les valeurs de $\frac{\delta r'}{a'}$ & de $\delta v'_{,}$ approchées juſqu'aux premières puiſſances des excentricités des orbites, en faiſant abſtraction des termes qui renferment des arcs-de-cercle. Quant à ces termes, comme ils ſont dûs aux variations de l'excentricité & de l'aphélie de Saturne, on y aura égard en faiſant varier ces quantités, conformément à l'*article XXXI*, dans le calcul du mouvement elliptique de Saturne.

Si l'on multiplie les termes de $\frac{\delta r'}{a'}$ par ma', & ceux de $\delta v'_{,}$ par m, on aura les perturbations du rayon vecteur r' & de la longitude $v'_{,}$ comptée ſur l'orbite; mais on peut négliger dans ces perturbations, celles dont l'effet eſt inſenſible: or la moyenne diſtance de Saturne au Soleil, étant près de dix fois plus grande que celle du Soleil à la Terre, ſa parallaxe annuelle n'eſt que d'un petit nombre de degrés: il n'y a donc que les inégalités un peu conſidérables du rayon vecteur de cette planète, qui puiſſent produire un effet ſenſible ſur ſon lieu géocentrique. Nous négligerons celles dont l'effet eſt au-deſſous de huit ſecondes; nous négligerons pareillement les inégalités de $m\delta v'_{,}$ qui ſont au-deſſous de ce même nombre de ſecondes; nous aurons ainſi, après avoir réduit en ſecondes de degré les termes de $m\delta v'_{,}$,

$$m\delta r' = 0{,}0039047$$
$$+ 0{,}0081435 \,.\, \text{coſ.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon')$$
$$+ 0{,}0053605 \,.\, \text{ſin.}(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + 77^d\, 50'\, 46'').$$

$$m\delta v'_{,} = - 31'' \,.\, \text{ſin.}(2nt - 2n't + 2\varepsilon - 2\varepsilon')$$
$$+ 6'\, 59'',3 \,.\, \text{ſin.}(2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon + 15^d\, 0'\, 57'')$$
$$- 35'' \,.\, \text{coſ.}(2nt - 3n't + 2\varepsilon - 3\varepsilon' + 27^d\, 30')$$
$$+ 11'' \,.\, \text{coſ.}(nt + \varepsilon).$$

Les termes de $m\delta v'_{,}$ ſont peu conſidérables, à l'exception de celui qui dépend de l'angle $2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon$, & qui eſt à très-peu-près de ſept minutes dans ce ſiècle; mais les changemens que la ſuite des ſiècles amène dans les excentricités & dans la poſition des aphélies, altèrent ſenſiblement ſa valeur après un long intervalle. Pour avoir une expreſſion de cette valeur, qui puiſſe s'étendre à un grand nombre de ſiècles; j'ai déterminé ce terme pour l'an 750, en ſubſtituant dans ſon expreſſion analytique, les valeurs des excentricités & des longitudes des aphélies, qui avoient lieu à cette époque, & que l'on a par l'*article XXXI.* J'ai trouvé ainſi que ce terme étoit alors égal à

$$6'\, 42'',5 \,.\, \text{ſin.}\,(2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon + 18^d\, 57'\, 52'');$$

en ſorte que dans l'eſpace de mille ans, ſon coéfficient a augmenté de 16'', 8, & l'angle indépendant de t, ſous le ſigne ſin. a diminué de 14215'': on peut donc repréſenter le terme dont il s'agit par

$$(6'\, 59'',3 + i \,.\, 0'',0168) \,.\, \text{ſin.} \left\{ \begin{array}{r} 2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon \\ + 15^d\, 0'\, 57'' \\ - i \,.\, 14'',215 \end{array} \right\};$$

& ſous cette forme, il peut s'étendre à deux mille ans avant, & à mille ou douze cents ans après l'époque de 1750, d'où les i ſont comptés.

XXXV.

DÉTERMINONS maintenant les inégalités qui dépendent des carrés & des puiſſances ſupérieures des excentricités & des inclinaiſons des orbites. Pour cela, nous reprendrons les formules des *articles XXIII & ſuivans.* En réduiſant en nombres les valeurs de $a' M^{(0)}$, $a' M^{(1)}$, &c. de l'expreſſion de $a' R$, de *l'article XXIV,* j'ai trouvé,

$$a' M^{(0)} = 5{,}240129; \quad a' M^{(1)} = -\ 9{,}598241;$$

$$a' M^{(2)} = 5{,}799939; \quad a' M^{(3)} = -\ 1{,}160405;$$

$$a' M^{(4)} = 0{,}558908; \quad a' M^{(5)} = -\ 0{,}284322.$$

De-là j'ai conclu pour 1750,

$$a' k = 0{,}0001136160,$$

$$a' k = 0{,}0010292990.$$

En ſubſtituant enſuite dans les expreſſions de $a' k$, & de $a' k'$ au lieu de e, ϖ, e', ϖ', γ & Π, leurs valeurs relatives au commencement de 1950; j'ai trouvé à cette ſeconde époque,

$$a' k = 0{,}0000492466,$$

$$a' k' = 0{,}0010261342.$$

Si l'on nomme T l'intervalle de 200 ans, compris entre ces deux époques; la différence des deux valeurs de $a' k$, relatives à ces époques, ſera

$$(5n' - 2n)\, T \, . \, \frac{a' \left(\frac{\partial k}{\partial t} \right)}{5n' - 2n};$$

on aura donc,

$$(5n' - 2n) \cdot \frac{T.a'\left(\frac{\partial k}{\partial t}\right)}{5n' - 2n} = - 0{,}0000643694.$$

$(5n' - 2n).T$ est égal à cinq fois le moyen mouvement de Saturne, moins deux fois celui de Jupiter, dans l'intervalle de 200 ans; d'où l'on tire

$$(5n' - 2n).T = 81^d\, 38'\, 20'';$$

en réduisant ces degrés, en parties de rayon, on trouvera

$$\frac{2\,a'.\left(\frac{\partial k}{\partial t}\right)}{5n' - 2n} = - 0{,}000090351.$$

On trouvera de la même manière

$$\frac{2\,a'.\left(\frac{\partial k'}{\partial t}\right)}{5n' - 2n} = - 0{,}0000044422;$$

on aura donc ainsi à l'époque de 1750, les valeurs de $\left(\frac{\partial k}{\partial t}\right)$, & de $\left(\frac{\partial k'}{\partial t}\right)$, qui pourront servir encore pour l'époque de 1950. Cette manière de les déterminer, est beaucoup plus simple que la différenciation des valeurs de k & de k'. Cela posé, j'ai trouvé que la grande inégalité de l'*art. XXIII*, avec laquelle il faut corriger la longitude moyenne de Saturne, étoit à l'époque de 1750,

$$-\frac{15\,n'^2.m}{(5n' - 2n)^2} \cdot \left\{ \begin{array}{l} 0{,}00111965.\text{sin.}\,(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \\ + 0{,}00010917.\text{cos.}\,(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon) \end{array} \right\};$$

& par conséquent égale à

$$- 48'\,44''.\text{sin.}\,(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d\,34'\,8'').$$

J'ai calculé de la même manière cette grande inégalité, pour trois autres époques dont les deux premières se rapportent aux observations anciennes de Saturne, que Ptolémée nous a transmises. Ces époques sont l'an 228 avant notre ère, l'an 132 de notre ère, & l'année 1950; j'ai trouvé les valeurs suivantes de cette grande inégalité,

Pour l'année 228 avant notre ère,

$$-52'20''.\sin.(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+40^{d}29'37'');$$

Pour l'année 132 de notre ère,

$$-51'47''.\sin.(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+34^{d}39'\ 2'');$$

Pour l'année 1950,

$$-48'24''.\sin.(5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+\ 2^{d}17'52'').$$

En considérant la loi des coéfficiens des sinus de ces valeurs, & celle des angles constans qui s'ajoutent à l'angle $5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon$; on voit que les uns & les autres vont en décroissant, & que l'on peut représenter à peu-près toutes ces valeurs par la suivante:

$$-(48'44''-i.0'',10836).\sin\left\{\begin{matrix}5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+5^{d}40'\\ -i.63'',134\end{matrix}\right\}.$$

Cette valeur peut être étendue, sans erreur sensible, à deux mille ans avant & à mille ou douze cents ans après 1750; mais dans le calcul des observations modernes, nous préférerons d'employer la valeur suivante que donne la comparaison des deux valeurs relatives aux années 1750 & 1950:

$$-(48'44''-i.0'',1).\sin.\left\{\begin{matrix}5n't-2nt+5\varepsilon'-2\varepsilon+5^{d}34'8''\\ -i.58'',88.\end{matrix}\right\}.$$

XXXVI.

On a vu dans l'*article XXIII*, qu'il faut corriger la longitude moyenne de Jupiter, avec une inégalité semblable à la précédente, mais affectée d'un signe contraire, & plus petite dans la raison de $2n^2am'$ à $5n'^2a'm$; en sorte que pour avoir l'inégalité relative à Jupiter, il faut multiplier la quantité $48'44'' - i.0'',1$, par $\frac{2n^2am'}{5n'^2.a'm}$. On aura ainsi pour cette inégalité,

$$(20'49'',5 - i.0'',042733).\text{fin.}\left\{\begin{matrix}5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d34'8'' \\ - i.58'',88\end{matrix}\right\}.$$

Ces deux inégalités de Jupiter & de Saturne sont entre elles, à très-peu-près, dans le rapport de 3 à 7; le temps de leur période est déterminé par l'équation

$$5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - i.58'',88 = 360^d.$$

Pendant une année julienne, l'accroissement de l'angle $5n't - 2nt - i.58'',88$ est de $1410'',6$; ce qui donne 918 ans $\frac{3}{4}$ pour la durée de cette période.

Les inégalités précédentes font paroître les moyens mouvemens de Jupiter & de Saturne, différens des véritables moyens mouvemens. On aura le moyen mouvement apparent de Saturne, durant une année commune de 365 jours, en ajoutant à son moyen mouvement annuel, la quantité dont la grande inégalité de Saturne varie dans cet intervalle, & cette quantité est à fort peu-près égale à

$$-(48'44'' - i.0'',1)$$

$$\times\text{fin.}\,23'31''.\text{cof.}\left\{\begin{matrix}5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon \\ + 5^d34'8'' - i.58'',88\end{matrix}\right\}.$$

On aura le moyen mouvement annuel apparent de Jupiter, en ajoutant à ſon moyen mouvement annuel, la quantité précédente affectée d'un ſigne contraire, & diminuée dans le rapport de 3 à 7.

Cette quantité étoit à ſon *maximum* en 1560, où l'on a eu

$$5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d\,34'\,8'' - i.\,58'',88 = 0;$$

à cette époque, le moyen mouvement annuel apparent de Saturne étoit plus petit que le véritable, de 20'',1; & le moyen mouvement annuel apparent de Jupiter ſurpaſſoit le véritable de 8'',6. Depuis ce temps, les moyens mouvemens apparens des deux planètes ſe ſont rapprochés ſans ceſſe des véritables moyens mouvemens, & en 1789 ils leur feront égaux.

Ces réſultats expliquent pourquoi la comparaiſon des obſervations modernes aux anciennes, ſemble indiquer un ralentiſſement dans le moyen mouvement de Saturne, & une accélération dans celui de Jupiter : tandis que la comparaiſon des obſervations modernes indique au contraire une accélération dans le mouvement moyen de Saturne, & un ralentiſſement dans celui de Jupiter : ces deux phénomènes oppoſés en apparence, dérivent également des inégalités précédentes, dont les obſervations futures feront de plus en plus reconnoître l'exiſtence.

Il eſt fort remarquable que ce ſoit vers l'époque du renouvellement de l'aſtronomie, que les moyens mouvemens apparens des deux planètes ont le plus différé des véritables; ce qui a donné lieu aux aſtronomes de croire que le mouvement de Saturne ſe ralentiſſoit, & que celui de Jupiter s'accéléroit ſans ceſſe : trois ſiècles plus tard, les obſervations auroient fait naître une opinion contraire. Les mouvemens que l'aſtronomie d'un peuple aſſigne à Jupiter & à Saturne, peuvent donc nous éclairer ſur le temps où elle a été fondée. Suivant les tables Indiennes de Chriſnaburam, le moyen mouvement ſidéral de Saturne, dans l'intervalle de 365 jours, eſt de $12^d\,12'\,23''$, & celui de Jupiter eſt de $30^d\ 19'\ 52''$. Le premier de ces mouvemens eſt en défaut de $23''\ \frac{1}{2}$, & le ſecond eſt en excès de $10''$; ces deux nombres ſont à fort peu-près dans le rapport de 7 à 3, comme cela doit être, ſi l'erreur vient de ce que les moyens mouvemens apparens de ces deux planètes ont été pris pour leurs véritables moyens mouvemens. Les Indiens paroiſſent donc avoir bien déterminé ces moyens mouvemens apparens; mais on voit en même temps qu'ils les ont déterminés dans une partie de la période des inégalités précédentes, dans laquelle le mouvement moyen apparent de Saturne étoit fort lent & celui de Jupiter, très-rapide. Ces peuples ont deux principales époques aſtronomiques qui paroiſſent liées entr'elles par les moyens mouvemens des corps céleſtes, de manière que l'une des deux eſt néceſſairement dérivée de l'autre. La première de ces époques remonte à l'an 3102 avant notre ère; & je trouve qu'alors le moyen mouvement annuel apparent de Saturne étoit de $12^d\ 12'\ 25''$, & celui de Jupiter de $30^d\ 19'\ 51''$, ce qui s'éloigne très-peu des déterminations Indiennes. Leur ſeconde époque eſt dans l'année 1491 de notre ère; & le moyen mouvement annuel apparent de Saturne étoit alors de $12^d\ 12'\ 28''\ \frac{1}{2}$, celui de Jupiter étoit de $30^d\ 19'\ 50''$. Ces mouvemens s'accordent moins exactement que les précédens, avec les déterminations Indiennes; mais les quantités dont ils s'en éloignent, ſont dans les limites des erreurs dont ces déterminations ſont ſuſceptibles, en ſorte qu'il eſt impoſſible, par cela ſeul, de reconnoître laquelle des deux époques eſt réelle ou fictive.

XXXVII.

POUR réduire en nombres l'inégalité de Saturne, qui dépend de l'angle $2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon'$, & que nous avons conſidérée dans l'*article XXVI;* il faut déterminer les valeurs de $a' . \left(\frac{\partial k}{\partial e'}\right)$ & de $a' . \left(\frac{\partial k'}{\partial e'}\right)$: or,

j'ai

j'ai trouvé pour le commencement de 1750,

$$e^1 a^1 . \left(\frac{\partial k}{\partial e^1}\right) = 0{,}0017522818,$$

$$e^1 a^1 . \left(\frac{\partial k^1}{\partial e^1}\right) = 0{,}0024113809;$$

d'où j'ai conclu

$$P^1 = \frac{-n^1}{(5n^1 - 2n).e^1} \; .0{,}00246747.$$

$$Q^1 = \frac{n^1}{(5n^1 - 2n).e^1} \; .0{,}00167237;$$

ce qui donne, par l'*article cité*, en n'ayant égard qu'à la partie de $m\,\delta\,v^1{}_1$, qui dépend de l'angle $2\,n\,t - 4\,n^1\,t + 2\,\varepsilon - 4\,\varepsilon^1$,

$$m\delta v^1_1 = -10'13''.\text{fin.}(2nt - 4n^1t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^1 + 55^d 52' 19'').$$

J'ai trouvé de la même manière, aux époques suivantes,

228 ans avant notre ère,

$$m\delta v^1_1 = -10'45''.\text{fin.}(2nt - 4n^1t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^1 + 32^d 19' 29'').$$

En 132.

$$m\delta v^1_1 = -10'39''.\text{fin.}(2nt - 4n^1t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^1 + 36^d 35' 9'').$$

En 1950.

$$m\delta v^1_1 = -10'10''.\text{fin.}(2nt - 4n^1t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^1 + 58^d 16' 9'').$$

Ces quatre valeurs de $m\,\delta\,v^1{}_1$ font à-très-peu-près représentées par la fuivante,

$$m\delta v^1_1 = -(10'13'' - i.0'',0160698).\text{fin.}\left\{\begin{array}{c} 2nt - 4n^1t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^1 \\ + 55^d 52' 19'' \\ + i.42'',8834 \end{array}\right\};$$

& cette formule peut s'étendre à plus de deux mille ans auparavant, & à mille ou douze cents ans après 1750.

XXXVIII.

Si l'on prend la moitié du coéfficient de la valeur précédente de $m\,\delta v^{\text{I}}_{\text{I}}$, avec un signe contraire, & que l'on change le sinus en cosinus; on aura, par l'*article XXVI*, la partie de $\frac{m\,\delta r^{\text{I}}}{a^{\text{I}}}$ qui dépend de l'angle $2nt - 4n^{\text{I}}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{\text{I}}$. En réduisant ensuite les minutes & les secondes, en parties du rayon, on trouvera à très-peu-près,

$$m\,\delta r^{\text{I}} = 0{,}0141527.\text{cos.}\left\{\begin{matrix} 2nt - 4n^{\text{I}}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{\text{I}} + 55^{d}52'19'' \\ + i.42'',8834 \end{matrix}\right\}.$$

Il existe encore dans l'expression du rayon vecteur r^{I}, un terme dépendant de l'angle $5n^{\text{I}}t - 2nt + 5\varepsilon^{\text{I}} - 2\varepsilon$, & qui résulte de l'analyse de l'*article XXV*. En désignant ce terme par $\frac{m\,\rho^{\text{I}}}{a^{\text{I}}}$, on aura par l'*article cité*,

$$\begin{aligned} \frac{m\,\rho^{\text{I}}}{a^{\text{I}}} = & - e^{\text{I}}a^{\text{I}}mP^{\text{I}}.\text{sin.}(5n^{\text{I}}t - 2nt + 5\varepsilon^{\text{I}} - 2\varepsilon - \varpi^{\text{I}}) \\ & + e^{\text{I}}a^{\text{I}}mQ^{\text{I}}.\text{cos.}(5n^{\text{I}}t - 2nt + 5\varepsilon^{\text{I}} - 2\varepsilon - \varpi^{\text{I}}) \\ & - \frac{10.mn^{\text{I}}a^{\text{I}2}}{5n^{\text{I}} - 2n}.\left\{\begin{matrix} k.\text{sin.}(5n^{\text{I}}t - 2nt + 5\varepsilon^{\text{I}} - 2\varepsilon) \\ - k^{\text{I}}.\text{cos.}(5n^{\text{I}}t - 2nt + 5\varepsilon^{\text{I}} - 2\varepsilon) \end{matrix}\right\}. \end{aligned}$$

En substituant au lieu de P^{I}, Q^{I}, k & k^{I}, leurs valeurs; on verra que cette inégalité du rayon vecteur est trop peu considérable pour y avoir égard.

XXXIX.

Nous sommes présentement, en état d'apprécier le degré d'approximation qui nous a donné la grande inégalité de Saturne dépendante de l'angle $5n^{\text{I}}t - 2nt + 5\varepsilon^{\text{I}} - 2\varepsilon$. Pour cela, reprenons la formule *(9)* de l'*article VII;* en y changeant les coordonnées de Jupiter dans celles de Saturne, & réciproquement, nous aurons

$$m\delta v_{,}^{1} = \frac{\frac{m.\partial(r^{1}\delta r^{1}) + m r^{1}\partial\delta r^{1}}{a^{1^{2}}.n^{1}\partial t} + 3a^{1}m.\int n^{1}\partial t.\int d^{1}R + 2a^{1}m\int n^{1}\partial t.r^{1}.\left(\frac{\partial R}{\partial r^{1}}\right)}{\sqrt{(1 - e^{1^{2}})}};$$

la différentielle $d^{1} R$ se rapportant uniquement au mouvement de Saturne. L'approximation dont nous avons fait usage, pour déterminer l'inégalité dont il s'agit, consiste à n'employer dans $m\delta r^{1}$ & dans $m\delta v_{,}^{1}$, que les termes qui ont pour diviseur $(5n^{1} - 2n)^{2}$; mais vu la grandeur de ces termes, il pourroit arriver que ceux qui n'ont que $5n^{1} - 2n$, pour diviseur, fussent encore sensibles; il importe donc d'apprécier ces derniers termes. Si l'on néglige le carré de e^{1}; on voit que la question se réduit à examiner dans la formule précédente, les termes de

$$\frac{m.\partial(r^{1}\delta r^{1})}{a^{1^{2}}n^{1}\partial t}, \quad \frac{m r^{1}.\partial\delta r^{1}}{a^{1^{2}}.n^{1}\partial t}, \ \& \ 2a^{1}m.\int n^{1}\partial t.r^{1}\left(\frac{\partial R}{\partial r^{1}}\right),$$

qui dépendans de l'angle $5n^{1}t - 2nt + 5\varepsilon^{1} - 2\varepsilon$, ont pour diviseur $5n^{1} - 2n$. Il est visible d'abord par l'*article précédent*, que le terme de l'expression de $m.r^{1}.\delta r^{1}$, qui dépend de cet angle, est peu considérable, & qu'ainsi sa différentielle est insensible, puisqu'elle est multipliée par le très-petit coéfficient $5n^{1} - 2n$; on voit donc que la quantité $\frac{m.\partial(r^{1}.\delta r^{1})}{a^{1^{2}}.n^{1}\partial t}$ ne peut avoir aucune influence sensible sur l'inégalité de Saturne dépendante de l'angle $5n^{1}t - 2nt + 5\varepsilon^{1} - 2\varepsilon$.

Si dans le terme $\frac{m r^{1}\partial\delta r^{1}}{a^{1^{2}}n^{1}\partial t}$, on substitue au lieu de $\frac{m\delta r^{1}}{a^{1}}$, la partie de cette expression, qui dépend de l'angle $2nt - 4n^{1}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{1}$, & qui par l'*article précédent*, est à fort peu-près égale à

$$5'6''.\text{cos}.(2nt - 4n^{1}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{1} + 55^{d}52'19'');$$

si l'on substitue encore au lieu de $\frac{r'}{a'}$, sa valeur approchée

$$1 + e'.\text{cos}.(n't + \varepsilon' - \varpi');$$

il en résultera le terme

$$2' 33''.e'.\text{cos}.(5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon - \varpi' - 55^d 52' 19'');$$

mais on a $e' = 0,056263$, ce qui donne $2' 33''.e' = 8'',608$; cette dernière quantité est presque insensible ; ainsi le terme $\frac{mr'.\partial\delta r'}{a'^2.n'\partial t}$, n'influe qu'insensiblement sur la grande inégalité du mouvement de Saturne.

Examinons le terme $2a'm.\int n'\partial t.r'.(\frac{\partial R}{\partial r'})$. Si l'on ne considère dans R, que la partie qui dépend de l'angle $5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon$, & qu'on la représente par $\mathfrak{C}.\text{cos}.(5n't - 2nt + A)$, on aura

$$3\int d'R + 2r'.(\frac{\partial R}{\partial r'}) = \frac{15n'}{5n' - 2n}$$

$$\times [\mathfrak{C} + \frac{2a'.(5n' - 2n)}{15n'}.(\frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial a'})].\text{cos}.(5n't - 2nt + A);$$

or on a $\frac{2.(5n' - 2n)}{15n'} = \frac{1}{225}$; on aura donc à très-peu-près, $\mathfrak{C} + \frac{2a'.(5n' - 2n)}{15n'}.(\frac{\partial \mathfrak{C}}{\partial a'})$, en augmentant dans $\mathfrak{C}$, la constante a', de sa 225.^{e} partie; ainsi pour avoir égard dans l'expression de la grande inégalité de Saturne, au terme $2ma'.\int n'\partial t.r'(\frac{\partial R}{\partial r'})$, il suffit dans le calcul de $3ma'\int n'\partial t\int d'R$, d'augmenter a' de sa 225.^{e} partie ; ce qui fait voir que ce terme ne peut avoir qu'une influence très-petite, & du même ordre que les carrés des excentricités.

Il suit de-là que l'approximation dont nous avons fait usage, donne avec beaucoup de précision, la grande inégalité de Saturne dépendante de l'angle $5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon$, & nous verrons dans la suite, que cette inégalité ainsi déterminée répond parfaitement aux observations.

XL.

Si l'on rassemble les résultats précédens, & que l'on se rappelle les formules connues pour avoir l'anomalie vraie dans l'ellipse, au moyen de l'anomalie excentrique, & celle-ci, par l'anomalie moyenne; on en tirera les formules suivantes pour déterminer la longitude héliocentrique de Saturne, rapportée à son orbite, & son rayon vecteur, à un instant quelconque.

On calculera d'abord les longitudes moyennes $nt + \varepsilon$ & $n^{\prime}t + \varepsilon^{\prime}$ de Jupiter & de Saturne pour cet instant, ces longitudes étant comptées de l'équinoxe fixe de 1750; en ajoutant ensuite à $n^{\prime}t + \varepsilon^{\prime}$, le terme

$$- (48^{\prime}44^{\prime\prime} - i.0^{\prime\prime},10836).\text{sin.}\left\{\begin{matrix} 5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon \\ + 5^{d}40^{\prime} - i.63^{\prime\prime},134 \end{matrix}\right\},$$

on formera un angle que je désignerai par $\varphi^{\prime}$.

On calculera $\varpi^{\prime}$, en ajoutant à la longitude moyenne de l'aphélie de Saturne pour 1750, la quantité $i.15^{\prime\prime},81975$; on calculera pareillement l'excentricité $e^{\prime}$, en ajoutant à sa valeur relative à 1750, & réduite en secondes de degré, la quantité $- i.0^{\prime\prime},55065$. Cela posé :

On déterminera l'angle $X^{\prime}$, au moyen de l'équation,

$$\varphi^{\prime} - \varpi^{\prime} = X^{\prime} + e^{\prime}.\text{sin.}\,X^{\prime};$$

& l'angle $Y^{\prime}$ au moyen de l'équation,

$$\text{tang.}\tfrac{1}{2}Y^{\prime} = \sqrt{\left(\frac{1 - e^{\prime}}{1 + e^{\prime}}\right)}.\text{tang.}\tfrac{1}{2}X^{\prime};$$

e' étant ici réduit en parties du rayon. La longitude héliocentrique v', de Saturne, rapportée à son orbite, & comptée de l'équinoxe fixe de 1750, sera

$$v'_{,} = Y' + \varpi' - 31''.\text{fin.}\, 2(nt - n't + \varepsilon' - \varepsilon)$$

$$+ (6'\,59'',3 + i.0'',0168).\text{fin.} \left\{ \begin{array}{r} 2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon \\ + 15^d\,0'\,57'' - i.14'',215 \end{array} \right\}$$

$$- 35''.\text{cof.}(2nt - 3n't + 2\varepsilon - \varepsilon' + 27^d\,30') + 11''.\text{cof.}(nt + \varepsilon)$$

$$- (10'\,13'' - i.0'',0160698).\text{fin.} \left\{ \begin{array}{r} 2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' \\ + 55^d\,52'\,19'' \\ + i.42'',8834 \end{array} \right\};$$

le rayon vecteur r' sera,

$$r' = a'.(1 + e'.\text{cof.}X') + 0,0039047$$
$$+ 0,0081435.\text{cof.}(nt - n't + \varepsilon - \varepsilon')$$
$$+ 0,0053605.\text{fin.}(nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + 77^d\,50'\,46'')$$
$$+ 0,0141527.\text{cof.} \left\{ \begin{array}{r} 2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' \\ + 55^d\,52'\,19'' + i.42'',8834 \end{array} \right\}.$$

a' est une constante que l'on peut déterminer par des observations de Saturne faites dans ses quadratures, & dont nous avons donné une valeur fort approchée dans l'*article XXIX;* mais la théorie ne doit point emprunter cet élément de l'observation directe; il doit résulter de la durée de la révolution de Saturne, comparée à celle de la Terre.

On a, par ce qui précède,

$$n'^2 = \frac{1 + m'}{a'^3}.$$

Si l'on nomme R, N & M pour la Terre, ce que nous avons nommé a^{I}, n^{I} & m^{I} pour Saturne, on aura

$$N^2 = \frac{1 + M}{R^3}.$$

Si l'on désigne ensuite par B, ce que devient $A^{(0)}$, lorsque l'on considère l'action réciproque de Jupiter & de la Terre, & par C ce que devient cette même quantité, lorsque l'on considère l'action réciproque de Vénus & de la Terre; on aura, par l'*article IX*, pour la partie constante du rayon vecteur terrestre, qui est indépendante de l'excentricité de son orbite,

$$R + \frac{m}{6} . R^3 . \left(\frac{\partial B}{\partial R}\right) + \frac{m^{\text{II}}}{6} . R^3 . \left(\frac{\partial C}{\partial R}\right);$$

m^{II} étant la masse de Vénus : c'est cette quantité que l'on prend pour unité de distance dans la théorie des planètes. En la supposant donc égale à l'unité, on aura

$$\frac{a^{\text{I}}}{R} = a^{\text{I}} . \left[1 + \frac{m}{6} . \left(\frac{\partial B}{\partial R}\right) + \frac{m^{\text{II}}}{6} . \left(\frac{\partial C}{\partial R}\right)\right].$$

Il est aisé de voir qu'à cause de la distance de Jupiter au Soleil, $\frac{a^{\text{I}} m}{6} . \left(\frac{\partial B}{\partial R}\right)$ est une quantité très-petite & inférieure à celles que nous nous sommes permis de négliger dans l'expression de r^{I}; la petitesse de m^{II} permet encore de négliger $\frac{a^{\text{I}} m^{\text{II}}}{6} . \left(\frac{\partial C}{\partial R}\right)$; on aura ainsi, à fort peu-près,

$$\frac{a^{\text{I}}}{R} = a^{\text{I}};$$

mais on a par ce qui précède,

$$\frac{a^{\text{I}}}{R} = \frac{N^{\frac{2}{3}}}{n^{\text{I}\frac{2}{3}}} . \left(1 + \tfrac{1}{3} m^{\text{I}} - \tfrac{1}{3} M\right);$$

en négligeant donc la masse M de la Terre, vis-à-vis de la maſſe m^1 de Saturne, on aura

$$a^1 = \left(\frac{N}{n^1}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left[1 + \tfrac{1}{3} m^1\right].$$

Les obſervations donnent le moyen mouvement ſidéral de la Terre, dans l'intervalle de trois cents ſoixante-cinq jours, égal à 1295090″,25 ; partant

$$\frac{N}{n} = \frac{1295090,25}{43966,5};$$

d'où l'on tire

$$a^1 = 9,540725;$$

& comme le moyen mouvement ſidéral de Saturne, dont nous venons de faire uſage, diffère très-peu de la vérité, cette valeur de a^1 a toute la préciſion que l'on peut deſirer.

X L I.

Il nous reſte préſentement à conſidérer le mouvement de Saturne en latitude. Pour cela, il faut reprendre la valeur de δs de l'*article XI*, en y changeant δs en δs^1, & a, n, ε, p, q, dans a^1, n^1, ε^1, p^1, q^1, & réciproquement. Les arcs-de-cercle que renferme l'expreſſion de $m \delta s^1$, étant dûs aux variations ſéculaires du plan de l'orbite; il eſt clair que pour y avoir égard, il ſuffit de faire varier la poſition des nœuds & l'inclinaiſon de l'orbite de Saturne, ſuivant les formules de l'*article XXXI*. Quant aux autres termes de l'expreſſion de $m \delta s^1$, il eſt aiſé de voir que le plus conſidérable eſt celui qui dépend de l'angle $nt - 2n^1 t + \varepsilon - 2\varepsilon^1$, à cauſe de la petiteſſe de ſon diviſeur; or, en calculant ce terme, on trouve qu'il n'excède pas quatre ſecondes; on peut donc le négliger. On trouve pareillement que la partie de $m \delta s^1$, qui dépend de l'angle $2nt - 4n^1 t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^1$, & dont nous avons donné l'expreſſion analytique dans l'*article XXVII*, n'eſt que d'un petit nombre de ſecondes; ainſi, dans le calcul de la latitude de Saturne,

il

il suffit d'avoir égard aux inégalités séculaires de la position de son orbite.

On calculera donc la longitude I' du nœud ascendant de Saturne, en ajoutant à sa valeur relative au commencement de 1750, la quantité — $i.8'',72696$; & l'on aura l'inclinaison θ' de son orbite, en ajoutant à sa valeur pour 1750, la quantité $i.0'',094726$. On aura ainsi la position de l'orbite de Saturne, relativement à l'équinoxe de 1750, & au plan de l'écliptique à cette époque.

Si l'on vouloit rapporter le mouvement de Saturne à l'écliptique vraie, il faudroit ajouter à la longitude de son nœud, la quantité — $i.18'',7$; & à l'inclinaison de son orbite, la quantité — $i.0'',16$. Cela suppose que la diminution séculaire de l'obliquité de l'écliptique est d'environ 50 secondes; mais il ne peut résulter de cette supposition, aucune erreur sensible sur les mouvemens de Saturne, & principalement sur son mouvement en longitude, le plus important à considérer, à cause des irrégularités qu'il présente.

Lorsque l'on aura déterminé par ce qui précède, le lieu héliocentrique de Saturne, & son rayon vecteur; il sera facile d'en conclure son lieu géocentrique. Pour rapporter à l'équinoxe mobile, les longitudes héliocentriques & géocentriques de Saturne, il suffit de leur ajouter la quantité $i.50'',25$; le mouvement annuel des équinoxes dans ce siècle, ayant été trouvé à très-peu-près égal à $50''\frac{1}{4}$. Mais dans le calcul des observations anciennes, il faut avoir égard à l'inégalité de la précession des équinoxes dans les différens siècles.

Les formules précédentes supposent que l'on connoît exactement les élémens de l'orbite de Saturne pour le commencement de 1750; nous en avons déjà donné des valeurs fort approchées, dans l'*article XXIX;* nous allons les rectifier encore par la comparaison de la théorie précédente, avec les observations modernes.

XLII.

Comparaison de la théorie de Saturne avec les observations modernes.

Les oppositions de Saturne ayant l'avantage de donner immédiatement sa longitude héliocentrique, & les astronomes les ayant observées par cette raison avec un soin particulier, nous comparerons avec elles, la théorie précédente; nous ne considérerons que les observations en longitude, parce que le mouvement de Saturne en latitude est assez bien déterminé par les tables, & que le principal objet de nos recherches est de voir si la théorie de la pesanteur universelle représente les inégalités du mouvement de cette planète, en longitude.

Dans le calcul des observations modernes, on peut simplifier la règle générale que nous avons donnée dans l'*article XL*, pour déterminer le lieu héliocentrique de Saturne; & l'on peut y substituer la règle suivante qui s'étend à toutes les oppositions de cette planète, observées depuis Tycho jusqu'à nous.

On calculera d'abord le moyen mouvement sidéral $n^{\prime} t$ de Saturne, depuis le commencement de 1750, en supposant ce mouvement égal à $43966'',5$, dans l'intervalle de 365 jours; en ajoutant ensuite à ce mouvement, $7^{s}\ 21^{d}\ 17'\ 20''$, on aura la valeur de $n^{\prime} t + \varepsilon^{\prime}$, relative à l'instant pour lequel on calcule.

On déterminera ensuite le moyen mouvement sidéral nt de Jupiter, depuis 1750, en supposant ce mouvement égal à $109182''$, dans l'intervalle de 365 jours; en lui ajoutant ensuite $3^{d}\ 44'\ 30''$, on aura la valeur de $nt + \varepsilon$, relative à l'instant pour lequel on calcule.

On peut, dans la détermination des angles $nt + \varepsilon$ & $n^{\prime} t + \varepsilon^{\prime}$, faire usage des tables de Halley, calculées pour le méridien de Paris. Suivant ces tables, le moyen mouvement de Saturne en longitude, par rapport à l'équinoxe mobile, est de $44001'',46$, dans l'intervalle de 365 jours;

ainsi l'excès de ce mouvement sur le précédent, est de $34'',96$; il est par conséquent de $34'',98$ durant une année julienne. D'ailleurs, en 1750, la longitude de Saturne étoit par ces tables, plus petite de $50'\ 56''$, que $7^s\ 21^d\ 17'\ 20''$; on aura donc la longitude moyenne $n't + \varepsilon'$, en ajoutant à la longitude déterminée par ces tables, la quantité $50'\ 56'' - i.34'',98$.

On aura pareillement la valeur de $nt + \varepsilon$, en ajoutant à la longitude de Jupiter, déterminée par les mêmes tables, la quantité $-20'\ 47'' - i.56'',13$.

On retranchera de $n't + \varepsilon'$, le terme

$$(48'\,44'' - i.0'',1).\text{fin.}\left\{\begin{array}{l}5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d\,34'\,8'' \\ \quad - i.58'',88\end{array}\right\};$$

soit φ' la différence.

On calculera l'angle ϖ', d'après la formule

$$\varpi' = 8^s\,28^d\,7'\,24'' + i.15'',81975.$$

Cela posé, la longitude vraie v', de Saturne, comptée sur son orbite, & rapportée à l'équinoxe fixe de 1750, sera donnée par la formule,

$$\begin{aligned}
v'. = \varphi' & - [23201'' - i.1'',1].\text{fin.}(\varphi' - \varpi') \\
& + 815''.\text{fin.}\,2.(\varphi' - \varpi') \\
& - 40''.\text{fin.}\,3.(\varphi' - \varpi') \\
& - 613''.\text{fin}\left\{\begin{array}{l}2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + 55^d\,52'\,19'' \\ \quad + i.42'',8834\end{array}\right\} \\
& + 419''.\text{fin.}\left\{\begin{array}{l}2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon + 15^d\,0'\,57'' \\ \quad - i.14'',215\end{array}\right\} \\
& - 35''.\text{cof.}(2nt - 3n't + 2\varepsilon - 3\varepsilon' + 27^d\,30') \\
& - 31''.\text{fin.}(2nt - 2n't + 2\varepsilon - 2\varepsilon') \\
& + 11''.\text{cof.}(nt + \varepsilon) \\
& + \delta\varepsilon' + i.\delta n' - 2\delta e'.\text{fin.}(\varphi' - \varpi') \\
& + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').\text{cof.}(\varphi' - \varpi');
\end{aligned}$$

$\delta \varepsilon'$, $\delta n'$, $\delta e'$, & $\delta \varpi'$, étant les corrections que doivent subir, la longitude moyenne de Saturne au commencement de 1750, son moyen mouvement annuel, son excentricité & la position de son aphélie.

La réduction à l'écliptique sera à fort peu-près,

$$-99''.\text{cos}.(2v'_1 + 46^d\ 58');$$

v'_1 étant ici la valeur précédente de v'_1, losqu'on néglige les corrections des élémens. On rapportera ensuite la longitude précédente de Saturne, à l'équinoxe mobile, en lui ajoutant $i.50'',25$, i exprimant dans tout ce qui précède, le nombre des années juliennes écoulées depuis 1750.

XLIII.

POUR déterminer les corrections $\delta \varepsilon'$, $\delta n'$, $\delta e'$, & $\delta \varpi'$, j'ai choisi vingt-quatre oppositions de Saturne, disposées d'une manière avantageuse pour cet objet, & que la loi des erreurs des tables de Halley, auxquelles on a comparé toutes les oppositions de cette planète, m'a fait reconnoître comme étant assez précises. Je supposerai que les longitudes données par ces oppositions, sont des longitudes vraies, ce qui n'est pas parfaitement exact, puisque les oppositions calculées par Halley, sur les observations de Flamstéed, sont affectées de l'aberration & de la nutation qui n'étoient pas encore découvertes. Il seroit très-utile de reprendre les observations originales qui ont servi à déterminer les oppositions de Jupiter & de Saturne, & d'y appliquer l'aberration, la nutation & les positions mieux connues des étoiles; mais en attendant que ce travail important soit exécuté, j'emploîrai les oppositions telles que les astronomes les ont données, & je suppléerai par leur nombre, à la précision qu'elles laissent encore à desirer.

La comparaison des oppositions calculées, avec les oppositions observées, donne des équations de condition qui servent à déterminer les corrections des élémens de Saturne.

Prenons pour exemple l'oppoſition de cette planète en 1700. Cette oppoſition a eu lieu le 3 ſeptembre, à $3^h\,2'$, temps moyen, à Paris. On tire de-là, pour cet inſtant,

$$i = -\,49,33;$$
$$n^{\prime}t + \varepsilon^{\prime} = 11^{f}\;18^{d}\;28'\;36'',8;$$
$$nt + \varepsilon = 10^{f}\;6^{d}\;46'\;44''.$$

Le terme

$$(48'\,44'' - i.0'',1).\text{ſin.}\left\{\begin{matrix} 5n^{\prime}t - 2nt + 5\varepsilon^{\prime} - 2\varepsilon \\ + 5^{d}\,34'\,8'' - i.58'',88 \end{matrix}\right\}$$

devient $40'\;5'',1$; en le retranchant de $n^{\prime}t + \varepsilon^{\prime}$, on a

$$\varphi^{\prime} = 11^{f}\;17^{d}\;48'\;31'',7.$$

On trouve enſuite

$$\varpi^{\prime} = 8^{f}\;27^{d}\;54'\;24'';$$

on aura ainſi,

$$\varphi^{\prime} - \varpi^{\prime} = 79^{d}\;54'\;8'';$$

d'où l'on tire

$$-(23201'' - i.1'',1).\text{ſin.}(\varphi^{\prime} - \varpi^{\prime}) = -22894'',8;$$
$$+815''.\text{ſin.}2(\varphi^{\prime} - \varpi^{\prime}) = +281'',3;$$
$$-40''.\text{ſin.}3.(\varphi^{\prime} - \varpi^{\prime}) = +\;34'',5.$$

On a de plus

$$-613''.\text{ſin.}\left\{\begin{matrix} 2nt - 4n^{\prime}t + 2\varepsilon - 4\varepsilon^{\prime} \\ + 55^{d}\,52'\,19'' + i.42'',8834 \end{matrix}\right\} = +54'',1;$$

$$+419''.\text{ſin.}\left\{\begin{matrix} 2n^{\prime}t - nt + 2\varepsilon^{\prime} - \varepsilon \\ + 15^{d}\;0'\;57'' - i.14'',215 \end{matrix}\right\} = +298'',3;$$

$$-35''.\text{coſ.}(2nt - 3n^{\prime}t + 2\varepsilon - 3\varepsilon^{\prime} + 27^{d}\,30') = -24'',5;$$
$$-31''.\text{ſin.}(2nt - 2n^{\prime}t + 2\varepsilon - 2\varepsilon^{\prime}) = +30'',8;$$
$$+11''.\text{coſ.}(2nt + \varepsilon) = +6'',6.$$

En réunissant tous ces termes, on aura — $6^d\ 12'\ 2'',3$; cette somme ajoutée à φ^1 donnera $11^s\ 11^d\ 38'\ 18'',0$; ce sera la valeur de $v^1_{\ 1}$, ou la longitude de Saturne comptée sur son orbite, de l'équinoxe fixe de 1750, lorsqu'on fait abstraction des corrections des élémens. Cette valeur de $v^1_{\ 1}$ donne $-\ 97'',4$ pour la réduction à l'écliptique; d'ailleurs, $i.50'',25$ est, dans ce cas, égal à $-\ 41'\ 18'',8$; en ajoutant ces deux quantités à la valeur de $v^1_{\ 1}$, on aura, abstraction faite des corrections des élémens, $11^s\ 10^d\ 55'\ 21'',8$ pour la longitude de Saturne sur l'écliptique, & rapportée à l'équinoxe mobile.

Maintenant on a

$$\text{sin.}(\varphi^1 - \varpi^1) = 0,98451;\ \text{cos.}(\varphi^1 - \varpi^1) = 0,17532;$$

la vraie longitude de Saturne sera donc

$$11^s\ 10^d\ 55'\ 21'',8 + \delta\varepsilon^1 - 49,33.\delta n^1$$
$$- 2\delta e^1.0,98451 + 2e^1.(\delta\varpi^1 - \delta\varepsilon^1).0,17532.$$

La longitude calculée par Halley, sur les observations de Flamstéed, étoit au même instant égale à $11^s\ 10^d\ 58'\ 0''$; en retranchant cette longitude de la précédente, on aura l'équation de condition

$$0 = -\ 2'\ 38'',2 + \delta\varepsilon^1 - 49,33.\delta n^1$$
$$- 2\delta e^1.0,98451 + 2e^1.(\delta\varpi^1 - \delta\varepsilon^1).0,17532.$$

C'est ainsi que j'ai formé les vingt-quatre équations de condition suivantes; le temps des oppositions est compté en temps moyen à Paris, suivant le nouveau style.

1591. 30 Décembre, 22^h 14.

Longitude héliocentrique observée $= 3^s\ 9^d\ 23'\ 14''$.

$$(1);\ 0 = -\ 1'\ 11'',9 + \delta\varepsilon^1 - 158.\delta n^1$$
$$+ 2\delta e^1.0,22041 - 2e^1.(\delta\varpi^1 - \delta\varepsilon^1).0,97541.$$

1598. 20 Mars, 23h 0'.

Long. obs. $= 6^s\, 0^d\, 33'\, 35''$.

$$(2);\ 0 = -3'\,32'',7 + \delta\varepsilon' - 151,78.\delta n' + 2\delta e'.0,99974 - 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,02278.$$

1660. 27 Avril, 22h 0'.

Long. obs. $= 7^s\, 8^d\, 40'\, 56''$.

$$(3);\ 0 = -5'\,12'',0 + \delta\varepsilon' - 89,67.\delta n' + 2\delta e'.0,79735 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,60352.$$

1664. 14 Juin, 15h 26'.

Long. obs. $= 8^s\, 24^d\, 31'\, 10''$.

$$(4);\ 0 = -3'\,56'',7 + \delta\varepsilon' - 85,54.\delta n' + 2\delta e'.0,04241 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,99910.$$

1667. 21 Juillet, 0h 34'.

Long. obs. $= 3^s\, 28^d\, 31'\, 10''$.

$$(5);\ 0 = -3'\,31'',7 + \delta\varepsilon' - 82,45.\delta n' - 2\delta e'.0,57924 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,81516.$$

1672. 20 Septembre, 12h 16'.

Long. obs. $= 11^s\, 28^d\, 41'\, 47''$.

$$(6);\ 0 = -3'\,32'',8 + \delta\varepsilon' - 77,28.\delta n' - 2\delta e'.0,98890 - 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,14858.$$

1679. 25 Décembre, 22h 39'.

Long. obs. $= 3^s\ 4^d\ 54'\ 0''$.

$$(7);\ 0 = -3'\ 9'',9 + \delta\varepsilon' - 70,01 . \delta n' + 2\delta e' . 0,12591 - 2e' . (\delta\varpi' - \delta\varepsilon') . 0,99204.$$

1687. 29 Mars, 11h 22'.

Long. obs. $= 6^s\ 9^d\ 24'\ 20''$.

$$(8);\ 0 = -4'\ 49'',2 + \delta\varepsilon' - 62,79 . \delta n' + 2\delta e' , 0,99476 + 2e'(\delta\varpi' - \delta\varepsilon') . 0,10222.$$

1690. 5 Mai, 6h 46'.

Long. obs. $= 7^s\ 15^d\ 33'\ 15''$.

$$(9);\ 0 = -3'\ 26'',8 + \delta\varepsilon' - 59,66 . \delta n' + 2\delta e' , 0,72246 + 2e' . (\delta\varpi' - \delta\varepsilon') . 0,69141.$$

1694. 21 Juin, 21h 18'.

Long. obs. $= 9^s\ 1^d\ 11'\ 10''$.

$$(10);\ 0 = -2'\ 4'',9 + \delta\varepsilon' - 55,52 . \delta n' - 2\delta e' , 0,07303 + 2e' . (\delta\varpi' - \delta\varepsilon') . 0,99733.$$

1697. 27 Juillet, 9h 31'.

Long. obs. $= 10^s\ 5^d\ 19'\ 30''$.

$$(11);\ 0 = -2'\ 37'',4 + \delta\varepsilon' - 52,43 . \delta n' - 2\delta e' , 0,66945 + 2e' . (\delta\varpi' - \delta\varepsilon') . 0,74285.$$

1701. 16 Septembre, 2^h $51'$.

Long. obf. $= 11^f\ 23^d\ 23'\ 30''$.

$$(12);\ 0 = -2'\,41'',2 + \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I} - 48,29.\delta n^{\scriptscriptstyle I}$$
$$- 2\delta e^{\scriptscriptstyle I}.0,99902 - 2e^{\scriptscriptstyle I}.(\delta\varpi^{\scriptscriptstyle I} - \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I}).0,04435.$$

1731. 23 Septembre, 15^h $44'$.

Long. obf. $= 0^f\ 0^d\ 30'\ 50''$.

$$(13);\ 0 = -3'\,31'',4 + \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I} - 18,27.\delta n^{\scriptscriptstyle I}$$
$$- 2\delta e^{\scriptscriptstyle I}.0,98712 - 2e^{\scriptscriptstyle I}.(\delta\varpi^{\scriptscriptstyle I} - \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I}).0,15998.$$

1738. 28 Décembre, 1^h $7'$.

Long. obf. $= 3^f\ 6^d\ 42'\ 55''$.

$$(14);\ 0 = -4'\,9'',5 + \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I} - 11,01.\delta n^{\scriptscriptstyle I}$$
$$+ 2\delta e^{\scriptscriptstyle I}.0,13759 - 2e^{\scriptscriptstyle I}.(\delta\varpi^{\scriptscriptstyle I} - \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I}).0,99049.$$

1746. 31 Mars, 10^h $51'$.

Long. obf. $= 6^f\ 11^d\ 3'\ 44''$.

$$(15);\ 0 = -4'\,58'',3 + \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I} - 3,75.\delta n^{\scriptscriptstyle I}$$
$$+ 2\delta e^{\scriptscriptstyle I}.0,99348 + 2e^{\scriptscriptstyle I}.(\delta\varpi^{\scriptscriptstyle I} - \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I}).0,11401.$$

1749. 7 Mai, 6^h $10'$.

Long. obf. $= 7^f\ 17^d\ 12'\ 31''$.

$$(16);\ 0 = -4'\,3'',8 + \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I} - 0,65.\delta n^{\scriptscriptstyle I}$$
$$+ 2\delta e^{\scriptscriptstyle I}.0,71410 + 2e^{\scriptscriptstyle I}.(\delta\varpi^{\scriptscriptstyle I} - \delta\varepsilon^{\scriptscriptstyle I}).0,70004.$$

1753. 23 Juin, 22^h 6'.

Long. obſ. $= 3^s\ 2^d\ 53'\ 49''$.

$$(17);\ 0 = -1'\ 58'',2 + \delta\varepsilon^{\text{I}} + 3,48 . \delta n^{\text{I}}$$
$$- 2\delta e^{\text{I}} . 0,08518 + 2e^{\text{I}} . (\delta\varpi^{\text{I}} - \delta\varepsilon^{\text{I}}) . 0,99637.$$

1756. 29 Juillet, 12^h 10'.

Long. obſ. $= 10^s\ 7^d\ 5'\ 59''$.

$$(18);\ 0 = -1'\ 35'',2 + \delta\varepsilon^{\text{I}} + 6,58 . \delta n^{\text{I}}$$
$$- 2\delta e^{\text{I}} . 0,67859 + 2e^{\text{I}} . (\delta\varpi^{\text{I}} - \delta\varepsilon^{\text{I}}) . 0,73452.$$

1760. 17 Septembre, 8^h 11'.

Long. obſ. $= 11^s\ 25^d\ 18''\ 24'$.

$$(19);\ 0 = -3'\ 14'',0 + \delta\varepsilon^{\text{I}} + 10,72 . \delta n^{\text{I}}$$
$$- 2\delta e^{\text{I}} . 0,99838 - 2e^{\text{I}} . (\delta\varpi^{\text{I}} - \delta\varepsilon^{\text{I}}) . 0,05691.$$

1767. 22 Décembre, 0^h 52'.

Long. obſ. $= 3^s\ 0^d\ 32'\ 45''$.

$$(20);\ 0 = -1'\ 40'',2 + \delta\varepsilon^{\text{I}} + 17,98 . \delta n^{\text{I}}$$
$$+ 2\delta e^{\text{I}} . 0,03403 - 2e^{\text{I}} . (\delta\varpi^{\text{I}} - \delta\varepsilon^{\text{I}}) . 0,99942.$$

1775. 25 Mars, 20^h 41'.

Long. obſ. $= 6^s\ 5^d\ 31'\ 3''$.

$$(21);\ 0 = -3'\ 46'',0 + \delta\varepsilon^{\text{I}} + 25,23 . \delta n^{\text{I}}$$
$$+ 2\delta e^{\text{I}} . 0,99994 + 2e^{\text{I}} . (\delta\varpi^{\text{I}} - \delta\varepsilon^{\text{I}}) . 0,01065.$$

1778. 1.er Mai, 21h 27'.

Long. obs. $= 7^s\ 12^d\ 0'\ 7'',5.$

$$(22);\ 0 = -4'\ 32'',9 + \delta\varepsilon' + 28,33.\delta n'.$$
$$+ 2\delta e'.0,78255 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,62559.$$

1782. 18 Juin, 17h 33'.

Long. obs. $= 8^s\ 27^d\ 55'\ 45^d.$

$$(23);\ 0 = -4'\ 4'',4 + \delta\varepsilon' + 32,46.\delta n'$$
$$+ 2\delta e'.0,01794 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,99984.$$

1785. 24 Juillet, 6h 2'.

Long. obs. $= 10^s\ 2^d\ 3'\ 57''.$

$$(24);\ 0 = -4'\ 17'',6 + \delta\varepsilon' + 35,56.\delta n'$$
$$- 2\delta e'.0,59930 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,80053.$$

XLIV.

Si l'on ajoute ensemble les vingt-quatre équations précédentes, on aura

$$(a);\ 0 = -4898'',7 + 24.\delta\varepsilon' - 866,76.\delta n'$$
$$+ 2\delta e'.0,92446 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').5,54318.$$

En retranchant la somme des douze premières, de la somme des douze dernières, on aura

$$(b);\ 0 = -124'',3 + 1120,08.\delta n'$$
$$- 2\delta e'.0,26234 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').0,00632.$$

Le ſyſtème des équations — (1) + (3) + (4) — (7) + (10) + (11) — (14) + (17) + (18) — (20) + (23) + (24), donne

$$(c);\ 0 = -\ 15'\ 34'',9 + 4\delta\varepsilon' + 15,96.\delta n' - 2\delta e'.1,76579 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').10,83142.$$

Enfin le ſyſtème des équations + (2) — (5) — (6) + (8) + (9) — (12) — (13) + (15) + (16) — (19) + (21) + (22), donne

$$(d);\ 0 = -\ 12'\ 38'',6 + 2\delta\varepsilon' - 9,50.\delta n' + 2\delta e'.10,75969 + 2e'.(\delta\varpi' - \delta\varepsilon').1,81580.$$

De ces quatre équations *(a)*, *(b)*, *(c)*, *(d)*, on tire

$$\delta\varepsilon' = 3'\ 23'',544,$$
$$\delta n' = 0'',11793,$$
$$2\delta e' = 30'',094,$$
$$\delta\varpi' = 5'\ 45''.$$

Si l'on rectifie, d'après ces réſultats, les élémens de Saturne donnés dans l'*article XXIX;* on aura au commencement de 1750,

$$\varepsilon' = 7^{ſ}\ 21^{d}\ 20'\ 44''.$$
$$\varpi' = 8^{ſ}\ 28^{d}\ 13'\ \ 9''.$$
$$e' = 0,056336.$$

La valeur de $\delta n'$ indique qu'il faut augmenter d'un neuvième de ſeconde environ, le moyen mouvement ſidéral de Saturne; ainſi, au lieu de le ſuppoſer, comme nous l'avons fait, de 43966'',5, nous le ſuppoſerons égal à 43966,6. La correction $\delta n'$ eſt donnée par l'équation *(b)* qui réſulte de la comparaiſon de vingt-quatre obſervations prises deux à deux, & respectivement éloignées de deux, de quatre & de six révolutions de Saturne. J'ai choisi ces distances respectives ; parce que les petites inégalités que j'ai négligées, & qui peuvent avoir quelque influence sur le mouvement de Saturne, se rétablissent à fort peu-près dans l'intervalle de deux révolutions de cette planète, en sorte qu'elles ne produisent aucun effet sensible sur la détermination précédente de son mouvement sidéral.

XLV.

Les élémens que nous venons de trouver, substitués dans les formules de l'*article XL*, donneront à fort peu-près, le lieu de Saturne, pour un instant quelconque; mais dans le calcul des observations modernes, il sera plus simple de faire usage des formules suivantes.

On déterminera le moyen mouvement sidéral $n' t$ de Saturne, depuis 1750, en supposant ce mouvement de 43966″,6, dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours; en ajoutant ensuite à ce mouvement, $7^s\,21^d\,20'\,44''$, on aura la valeur de $n' t + \varepsilon'$, relative à l'instant pour lequel on calcule.

On déterminera pareillement le moyen mouvement sidéral nt de Jupiter, depuis 1750, en supposant ce mouvement de 109182″ dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours; en ajoutant ensuite à ce mouvement, $3^d\,44'\,30''$, on aura la valeur de $nt + \varepsilon$, relative à l'instant proposé.

On pourra, dans la détermination de ces angles, faire usage des tables de Halley, de cette manière. Soit i le nombre des années juliennes écoulées depuis 1750 jusquà l'instant pour lequel on calcule; on déterminera par ces tables, la longitude de Saturne, relative à cet instant; & en lui ajoutant $54'\,20'' - i.34,88$, on aura la valeur de $n' t + \varepsilon'$. On déterminera pareillement par ces tables, la longitude de Jupiter relative au même instant; & en lui ajoutant $-20'\,47'' - i.56'',13$, on aura $nt + \varepsilon$.

On retranchera de $n't + \varepsilon'$, la quantité

$$(48' \, 44'' - i.0'',1).\text{fin.}\left\{\begin{matrix} 5n't - 2nt + 5\varepsilon' - 2\varepsilon + 5^d \, 34' \, 8'' \\ - i.58'',88 \end{matrix}\right\};$$

soit φ' la différence.

On calculera l'angle ϖ', d'après la formule

$$\varpi' = 8^f \, 28^d \, 13' \, 9'' + i.15'',81975.$$

Cela posé, la longitude vraie $v'_{,}$ de Saturne, comptée sur son orbite, de l'équinoxe fixe de 1750, sera

$$\begin{aligned} v'_{,} = \varphi' &- (23231 - i.1'',1).\text{fin.}(\varphi' - \varpi') \\ &+ 817''.\text{fin.}\,2.(\varphi' - \varpi') \\ &- 40''.\text{fin.}\,3.(\varphi' - \varpi') \\ - 613''.\text{fin.}&\left\{\begin{matrix} 2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + 55^d \, 52' \, 19'' \\ + i.42'',8834 \end{matrix}\right\} \\ + 419''.\text{fin.}&\left\{\begin{matrix} 2n't - nt + 2\varepsilon' - \varepsilon + 15^d \, 0' \, 57'' \\ - i.14'',215 \end{matrix}\right\} \\ &- 35''.\text{cof.}(2nt - 3n't + 2\varepsilon - 3\varepsilon' + 27^d 30') \\ &- 31''.\text{fin.}(2nt - 2n't + 2\varepsilon - 2\varepsilon') \\ &+ 11''.\text{cof.}(nt + \varepsilon). \end{aligned}$$

La longitude I' du nœud ascendant de Saturne, relativement à l'équinoxe fixe de 1750, sera

$$3^f \, 21^d \, 31' \, 17'' - i.18'',7;$$

l'inclinaison de son orbite, sur le plan de l'écliptique vraie, sera

$$2^d \, 30' \, 20'' - i.0'',16.$$

On aura à très-peu-près la longitude héliocentrique de Saturne rapportée à l'écliptique vraie, & comptée de l'équinoxe mobile, en ajoutant a v'_1, la quantité

$$i . 50'',25 - 99'' . \text{cof.} (2 v'_1 + 46^d\, 58');$$

& l'on aura la tangente de sa latitude héliocentrique rapportée au même plan, en multipliant la tangente de l'inclinaison de son orbite sur ce plan, par sin. $(v'_1 - I)$.

Enfin, le rayon vecteur r' de Saturne sera donné par la formule

$$r' = 9,559770 + \left\{ \begin{array}{c} 0,536846 \\ - i.0,00002547 \end{array} \right\} . \text{cof.} (\varphi' - \varpi')$$

$$- 0,015108 . \text{cof.}\, 2. (\varphi' - \varpi')$$

$$+ 0,000640 . \text{cof.}\, 3. (\varphi' - \varpi')$$

$$+ 0,0081435 . \text{cof.} (nt - n't + \varepsilon - \varepsilon')$$

$$+ 0,0053605 . \text{fin.} (nt - 2n't + \varepsilon - 2\varepsilon' + 77^d\, 50'\, 46'')$$

$$+ 0,0141527 . \text{cof.} \left\{ \begin{array}{c} 2nt - 4n't + 2\varepsilon - 4\varepsilon' + 55^d\, 52'\, 19'' \\ + i . 42'',8834 \end{array} \right\}.$$

Il sera facile, au moyen de ces expressions, d'avoir la longitude & la latitude géocentrique de Saturne, pour un instant quelconque.

XLVI.

Il faut maintenant examiner jusqu'à quel point les formules précédentes satisfont aux observations de Saturne. La table suivante présente le résultat de la comparaison de quarante-trois oppositions de cette planète, avec ces formules & avec les tables de Halley.

TEMPS MOYEN, à Paris, NOUVEAU STYLE.	LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE DE SATURNE, observée.	EXCÈS de la LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE calculée par les formules précédentes, sur la longitude observée.	EXCÈS de la LONGITUDE calculée par les Tables DE HALLEY, sur la longitude observée.
Années.			
1582. 30 Août. 23ʰ 12′	11ˢ 7ᵈ 27′ 47″	+ 1′ 36″.....	... + 1′ 56″
1591. 30 Déc. 22. 14.	3. 9. 23. 14.	+ 1. 33.....	... − 0. 54.
1598. 20 Mars. 23. 0.	6. 0. 33. 35.	− 0. 7.....	... + 0. 37.
1660. 27 Avril. 22. 0.	7. 8. 40. 56.	− 1. 36.....	... + 2. 58.
1664. 14 Juin. 15. 26.	8. 24. 31. 10.	− 0. 35.....	... + 3. 20.
1667. 21 Juillet. 0. 34.	3. 28. 31. 10.	− 0. 21.....	... + 3. 50.
1672. 20 Sept. 12. 16.	11. 28. 41. 47.	− 0. 58.....	... + 3. 25.
1676. 13 Nov. 7. 56.	1. 22. 20. 20.	− 0. 8.....	... + 1. 31.
1679. 25 Déc. 22. 39.	3. 4. 54. 0.	− 0. 14.....	... − 1. 57.
1684. 18 Fév. 18. 8.	5. 0. 34. 35.	− 1. 40.....	... − 3. 21.
1686. 16 Mars. 10. 52.	5. 26. 46. 20.	− 0. 51.....	... − 3. 28.
1687. 29 Mars. 11. 22.	6. 9. 24. 20.	− 1. 9.....	... − 4. 54.
1690. 5 Mai 6. 46.	7. 15. 33. 15.	+ 0. 25.....	... − 7. 59.
1694. 21 Juin. 21. 18.	9. 1. 11. 10.	+ 1. 29.....	... − 9. 0.
1697. 27 Juillet. 9. 31.	10. 5. 19. 30.	+ 0. 25.....	... − 9. 35.
1700. 3 Sept. 3. 2.	11. 10. 58. 0.	+ 0. 8.....	... − 8. 44.
1701. 16 Sept. 2. 51.	11. 23. 23. 30.	+ 0. 1.....	... − 8. 0.
1705. 8 Nov. 9. 19.	1. 16. 18. 30.	+ 1. 38.....	... − 2. 42.
1712. 31 Janv. 0. 28.	4. 10. 50. 25.	+ 1. 17.....	... + 4. 11.
1719. 30 Avril. 20. 30.	7. 10. 17. 20.	− 0. 53.....	... + 5. 16.
1722. 5 Juin. 13. 9.	8. 14. 52. 3.	− 0. 30.....	... + 2. 25.
1727. 4 Août. 9. 54.	10. 11. 48. 7.	− 0. 1.....	... − 1. 13.
1731. 23 Sept. 15. 44.	0. 0. 30. 50.	− 0. 47.....	... − 4. 50.

TEMPS

TEMPS MOYEN, à Paris, NOUVEAU STYLE.	LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE DE SATURNE, observée.	EXCÈS de la LONGITUDE HÉLIOCENTRIQUE calculée par les formules précédentes, sur la longitude observée.	EXCÈS de la LONGITUDE calculée par les tables DE HALLEY, sur la longitude observée.
Années.			
1735. 16 Nov. 12^h 6′	1^s 24^d 10′ 53″	− 0′ 7″.....	... − 6′ 10″
1738. 28 Déc. 1. 7.	3. 6. 42. 55.	− 1. 2.....	... − 7. 49.
1742. 7 Fév. 3. 3.	4. 18. 44. 22.	− 1. 0.....	... − 5. 10.
1746. 31 Mars. 10. 51.	6. 11. 3. 44.	− 1. 7.....	... − 4. 21.
1749. 7 Mai. 6. 10.	7. 17. 12. 31.	− 0. 12.....	... − 8. 38.
1753. 23 Juin. 22. 6.	3. 2. 53. 49.	+ 1. 54.....	... − 13. 39.
1756. 29 Juillet. 12. 10.	10. 7. 5. 59.	+ 1. 37.....	... − 17. 27.
1758. 23 Aout. 12. 25.	11. 0. 40. 44.	+ 1. 9.....	... − 20. 10.
1760. 17 Sept. 8. 11.	11. 25. 18. 24.	− 0. 23.....	... − 22. 17.
1763. 27 Oct. 18. 14.	1. 4. 34. 53.	+ 0. 44.....	... − 19. 54.
1765. 23 Nov. 17. 6.	2. 2. 14. 17.	+ 0. 44.....	... − 17. 14.
1767. 22 Déc. 0. 52.	3. 0. 32. 45.	+ 1. 29.....	... − 13. 12.
1769. 4 Janv. 4. 34.	3. 14. 43. 39.	+ 1. 47.....	... − 10. 39.
1772. 14 Fév. 22. 8.	4. 26. 21. 12.	+ 1. 52.....	... − 2. 16.
1775. 25 Mars. 20. 41.	6. 5. 31. 3.	+ 0. 19.....	... + 2. 12.
1778. 1.er Mai. 21. 27.	7. 12. 0. 7.	− 0. 34.....	... + 1. 21.
1780. 25 Mai. 11. 24.	8. 5. 11. 33.	+ 0. 12.....	... − 0. 59.
1782. 18 Juin. 17. 33.	8. 27. 55. 45.	− 0. 23.....	... − 5. 18.
1785. 24 Juillet. 6. 2.	10. 2. 3. 57.	− 0. 56.....	... − 12. 7.
1786. 5 Août. 14. 39.	10. 13. 40. 19.	− 1. 9.....	... − 14. 35.

Les trois premières oppositions observées par Tycho, ont été données par M. de Caſſini, dans ſes Élémens d'aſtronomie. Les oppoſitions ſuivantes juſqu'en 1772, ſont tirées du ſecond volume du recueil des tables aſtronomiques publiées par l'Académie de Berlin; mais comme les oppoſitions rapportées dans ce recueil, & ſur-tout celles du dernier ſiècle & du commencement de celui-ci, ne ſont pas très-exactes, & qu'il y a quelquefois des différences de plus de deux minutes de degré, entre les oppoſitions obſervées à Paris & à Londres; j'ai choiſi les oppoſitions qui, par leur accord avec celles qui ont été obſervées dans d'autres lieux, m'ont paru mériter le plus de confiance. Les oppoſitions de 1775 & de 1778, ont été calculées par M. Mechain, & je ſuis redevable des quatre dernières, à M. de Caſſini.

On voit que nos formules font preſqu'entièrement diſparoître les grandes erreurs des tables, & les réduiſent à moins de deux minutes. Une partie des erreurs qu'elles laiſſent encore ſubſiſter, doit être attribuée aux obſervations elles-mêmes, & au peu de préciſion que l'on a mis dans leur calcul. J'ai lieu de croire cependant qu'il exiſte dans la théorie de Saturne, de petites équations négligées dont la ſomme peut ſurpaſſer une minute, & que parmi les inégalités du ſecond & du troiſième ordre, celles qui dépendent des angles $nt - n^{\prime}t + \varepsilon - \varepsilon^{\prime}$, $3n^{\prime}t - nt + 3\varepsilon^{\prime} - \varepsilon$, & $2nt - 3n^{\prime}t + 2\varepsilon - 3\varepsilon^{\prime}$, ſont aſſez ſenſibles pour y avoir égard. Il ſera facile de les déterminer par l'analyſe de la première ſection, lorſque de nouvelles obſervations très-préciſes, ou un calcul plus exact des oppoſitions déjà obſervées, permettront de comparer ſur ce point, la théorie avec la nature. Il ne s'agit plus maintenant que de légères différences qui, pour être conſtatées, exigent des obſervations délicates; le travail intéreſſant que M. de Caſſini publie chaque année, nous mettra bientôt en état de faire cette comparaiſon.

Les oppoſitions précédentes embraſſent un intervalle de plus de deux ſiècles; elles ſont toutes compriſes dans le premier quart de la période actuelle de la grande inégalité de Saturne, qui, comme on l'a vu dans l'*article XXXVI*, étoit nulle en 1560, & ſera à ſon *maximum* en 1789. Il feroit à defirer que nous euffions de bonnes obfervations relatives aux différentes parties de la période antérieure, pour y comparer notre théorie. Les obfervations de Saturne faites dans les premiers temps du renouvellement de l'Aftronomie, font trop imparfaites, & ne font pas affez éloignées pour cet objet; celles des Arabes nous font inconnues; elles font peut-être confignées dans les manufcrits qui nous reftent fur l'aftronomie arabe. Ces obfervations d'autant plus intéreffantes, qu'elles rempliroient le grand intervalle qui fépare les obfervations modernes, des anciennes, méritent l'attention des Savans dans les langues orientales. Dans l'état actuel de nos connoiffances, il ne nous refte plus qu'à comparer nos formules, aux anciennes obfervations.

XLVII.

Comparaifon de la théorie de Saturne avec les obfervations anciennes.

LA plus ancienne & la meilleure obfervation de Saturne, que Ptolomée nous ait tranfmife, a été faite par les Chaldéens. Le 1.er mars de l'an 228 avant notre ère, à $4^h\ 23'$, temps moyen à Paris, Saturne fut aperçu deux doigts au-deffous de γ de la Vierge. Il peut y avoir une ou deux heures d'incertitude fur l'inftant de l'obfervation; mais vu la lenteur du mouvement de Saturne, cette erreur eft infenfible. La longitude de γ de la Vierge, au commencement de 1750, étoit, fuivant le catalogue de M. de la Caille, égale à $6^f\ 6^d\ 41'\ 10''$. On n'a point reconnu de mouvement dans cette étoile; & fi l'on fait au catalogue d'Hipparque, les réductions convenables, on trouve qu'elle a maintenant la même pofition qu'au temps de cet aftronome. Nous pouvons donc fuppofer fans erreur fenfible, que le 1.er mars de l'an 228 avant notre ère, à $4^h\ 23'$, la longitude géocentrique de Saturne rapportée à l'équinoxe de 1750, étoit $6^f\ 6^d\ 41'\ 10''$.

Voyons ce qu'elle devoit être fuivant notre théorie.

Pour cela, il faut reprendre les formules de l'*article XL*. J'ai trouvé d'abord pour le 1.er de Mars de l'an 228 avant notre ère, à $4^h\,23'$,

$$n't + \varepsilon' = 5^f\,29^d\,59'\,27'',4,$$

$$nt + \varepsilon = 3^f\,9^d\,10'\,6'';$$

ce qui donne — $19'\,41'',8$ pour la grande inégalité de Saturne, & par conséquent

$$\varphi' = 5^f\,29^d\,39'\,45'',6.$$

On avoit, à la même époque,

$$\varpi' = 8^f\,19^d\,40'\,17'',$$

$$e' = 0,061415;$$

d'où l'on tire

$$Y' + \varpi' = 6^f\,6^d\,29'\,9''.$$

On trouve ensuite $+\ 1'\,47'',5$ pour la somme de tous les autres termes de $v'_{,}$; partant

$$v'_{,} = 6^f\,6^d\,30'\,56'',5.$$

La longitude du nœud de Saturne par rapport au plan de l'écliptique de 1750, étoit alors $3^f\,26^d\,18'\,57''$, & l'inclinaison de l'orbite étoit $2^d\,27'\,13''$; ainsi la réduction à ce plan étoit — $1'\,2''$. La longitude héliocentrique de Saturne, rapportée au même plan, & à l'équinoxe fixe de 1750, étoit donc égale à $6^f\,6^d\,29'\,54'',5$.

Le rayon vecteur r' de Saturne étoit égal à 9,67315; la longitude de la Terre au même instant, & rapportée à l'équinoxe fixe de 1750, étoit $6^f\,5^d\,3'\,35''$; & son rayon vecteur étoit 1,00113; d'où il est facile de conclure que la longitude géocentrique de Saturne étoit égale à $6^f\,6^d\,40'\,14'',5$. La longitude observée étoit $6^f\,6^d\,41'\,10''$; ainsi l'excès de nos formules sur l'observation, est — $55'',5$.

La précision avec laquelle l'observation chaldéenne est représentée par la théorie, donne lieu à plusieurs conséquences intéressantes.

La première est qu'il faut bannir les équations séculaires, de la théorie des planètes. La comparaison de vingt-quatre observations modernes combinées deux à deux, & respectivement éloignées de deux, de quatre & de six révolutions de Saturne, nous a donné dans l'*article XLIV*, le moyen mouvement sidéral de Saturne égal à 43996,6179, dans l'intervalle de trois cents soixante-cinq jours; l'observation chaldéenne donne ce mouvement égal à 43996″,5719. Ces deux résultats ne diffèrent pas de $\frac{1}{20}$ de seconde. En fixant donc par un milieu, ce mouvement à 43996″,6, on ne doit pas craindre une erreur d'un quart de seconde; d'où il suit que ce mouvement est un des mieux connus de notre système planétaire; & comme il représente sans le secours d'une équation séculaire, les observations anciennes & modernes de Saturne, on voit que cette équation dont j'ai fait voir autrefois l'impossibilité par la théorie, est pareillement exclue par les observations.

La seconde conséquence est que les comètes n'ont point d'influence sensible sur notre système planétaire. Saturne, à raison de son éloignement du Soleil, en auroit éprouvé des dérangemens très-sensibles, si leurs masses étoient comparables à celles des planètes; & puisque la seule action de Jupiter suffit pour rendre raison de toutes ses inégalités, l'action des comètes est nécessairement très-petite. Elle pourroit cependant avoir altéré de plusieurs minutes, les mouvemens de Jupiter & de Saturne, depuis Hipparque jusqu'à nous, sans que nous puissions nous en apercevoir, à cause du peu d'exactitude des observations anciennes, & des mouvemens particuliers des étoiles auxquelles elles se rapportent, & qui ne sont pas encore connus. Ainsi l'influence des comètes sur notre système planétaire, est un de ces phénomènes astronomiques, dont la détermination est réservée aux générations futures; les observations anciennes nous prouvent seulement qu'elle est très-petite.

Enfin la troisième conséquence est que la grande équation que nous avons introduite dans la théorie de Saturne, est fort exacte; car pour peu que nous nous fussions trompés sur sa valeur, cette erreur auroit sensiblement influé sur le moyen mouvement de cette planète, conclu des observations modernes, & nous n'aurions pas trouvé un aussi parfait accord entre ce mouvement & celui qui résulte de l'observation chaldéenne.

XLVIII.

CONSIDÉRONS présentement les observations de Saturne faites par Ptolémée. M. de Cassini a rapporté dans ses Élémens d'astronomie, trois oppositions de cette planète, observées par cet astronome; mais il s'est trompé d'un jour sur la date de ces observations. M. de la Lande qui les a réduites avec soin au méridien de Paris, en a conclu que les longitudes géocentriques de Saturne étoient, suivant Ptolomée,

l'an 127,	26 Mars,	4^h	14', temps moyen à Paris,	6^s	1^d	13'.
133,	3 Juin,	2.	8	8.	9.	40.
136,	7 Juillet,	22.	9	9.	14.	14.

Dans ces observations, Saturne a été comparé aux étoiles; mais les positions que Ptolémée attribuoit aux étoiles, sont défectueuses; le catalogue des fixes de cet astronome n'est que celui d'Hipparque réduit au temps de Ptolémée, au moyen d'une précession des équinoxes de 36" par année; or on suppose que le catalogue d'Hipparque se rapporte au 26 Septembre de l'année 128 avant notre ère. Ainsi, pour rapporter les longitudes précédentes, à l'équinoxe d'Hipparque, il faut en retrancher le produit de 36", par le nombre des années juliennes écoulées depuis le 26 ſeptembre de l'an 228 avant notre ère, juſqu'à l'inſtant de chaque obſervation. Ces longitudes deviendront ainſi,

$$5^{s}\ 28^{d}\ 40'\ 17''.$$
$$8.\quad 7.\quad 3.\ 34.$$
$$9.\ 11.\ 35.\ 42.$$

Pour les rapporter à l'équinoxe de 1750, il faut connoître la quantité de la préceſſion depuis Hipparque juſqu'à nous: or, en prenant un milieu entre les poſitions des étoiles, obſervées par Hipparque, & comparées à celles du catalogue de M. de la Caille, M. de la Lande trouve que la préceſſion moyenne depuis cet ancien aſtronome juſqu'à nous, eſt de $1^{d}\ 23'\ 36''$ par ſiècle; d'où il ſuit que pour rapporter les longitudes précédentes, à l'équinoxe de 1750, il faut leur ajouter $26^{d}\ 9'\ 25''$, ce qui donne pour ces longitudes ainſi réduites à l'équinoxe de 1750,

$$6^{s}\ 24^{d}\ 49'\ 42''.$$
$$9.\quad 3.\ 12.\ 59.$$
$$10.\quad 7.\ 45.\quad 7.$$

En calculant d'après les formules de l'*article XL*, les longitudes géocentriques de Saturne, pour les inſtans des trois obſervations précédentes; j'ai trouvé les trois longitudes ſuivantes :

$$6^{s}\ 24^{d}\ 35'\ 12''.$$
$$9.\quad 3.\ 14.\ 22.$$
$$10.\quad 7.\ 34.\quad 2.$$

Les erreurs de nos formules, ſi les obſervations étoient exactes, ſeroient donc $-\ 14'\ 30''$, $+\ 1'\ 23''$, $-\ 11'\ 5''$. Si l'on conſidère l'incertitude des déterminations des étoiles par Hipparque, & celles des obſervations de Ptolémée; on voit que celles-ci ſont repréſentées par la loi de la peſanteur, avec toute la préciſion que l'on peut deſirer. Cette préciſion avec laquelle les deux plus groſſes planètes de notre ſyſtème, ont obéi depuis les temps les plus reculés juſqu'à nos jours, aux loix de leur action mutuelle; les grandes inégalités qui naiſſent de cette action, la longueur de leurs périodes, & la manière ſimple dont elles expliquent les dérangemens ſinguliers obſervés dans les mouvemens de Saturne, & dont on n'avoit pu découvrir ni les loix ni la cauſe, ſont un des objets les plus intéreſſans du ſyſtême du monde. Ainſi ces dérangemens qui ſembloient faire une exception à la loi de la peſanteur, en deviennent une confirmation frappante, & ne doivent plus laiſſer aucun doute ſur ſon exiſtence.

La longueur de ces recherches m'oblige de remettre au volume ſuivant, la théorie de Jupiter.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS SUR LE LOUP MARIN.

Par M. BROUSSONET.

LE Loup marin ne doit pas être confondu avec un autre poisson qu'on pêche sur les côtes de l'Océan & de la Méditerranée, & qui est connu dans presque tout le royaume, sous le nom de *loup.* Ce dernier, dont les nageoires ventrales se trouvent à l'aplomb des pectorales, a été placé dans la classe des torachiques, & devroit être appelé *perche-loup* * : celui qui fait le sujet de ce Mémoire, est privé de ces nageoires, & appartient à la classe des *apodes.* Pour éviter toute équivoque, je le nommerai *loup marin.*

Il n'étoit pas connu des anciens: Gesner est le premier qui en ait parlé, & qui en ait donné une figure d'ailleurs assez mauvaise. Il l'appelle *anarichas,* mot composé du grec, & qui signifie grimper ou monter en s'aidant des mains: l'habitude qu'a cet animal de vivre sur les rochers, lui a mérité cette épithète. Les naturalistes qui en ont parlé après Gesner, lui ont conservé la même dénomination, en y ajoutant celle de *lupus marinus,* qui est une traduction du nom par lequel il est ordinairement désigné sur les côtes d'Angleterre & dans la mer baltique.

M. *Pennant* & le professeur *Ascanius* en ont donné les meilleures figures; comme elles ne sont cependant pas tout-à-fait exactes, j'ai cru devoir joindre ici une figure faite sous mes yeux avec la plus grande attention, sur plusieurs individus frais, ce qui me dispensera d'ajouter une description détaillée, en observant toutefois de marquer certaines particularités qui ont échappé aux naturalistes.

* *Anarsichas Lupus.* Linn.

Cette eſpèce de poiſſon ne ſe trouve que dans les mers du Nord; elle s'approche peu du Midi; nous ne croyons pas qu'on l'ait pêchée dans la Méditerranée. On prend aſſez fréquemment ce poiſſon dans la Baltique, ſur les côtes d'Écoſſe & de la partie la plus au nord de l'Angleterre; il abonde ſur-tout en Norvège & en Hollande. Comme il ne s'approche des côtes que dans l'hiver, on ne le pêche point dans les autres ſaiſons; les individus que j'ai obſervés, avoient été apportés, au mois de février, dans les marchés de Londres.

La peau étoit épaiſſe, graiſſeuſe, forte, mais aſſez ſouple; elle étoit de couleur de plomb, marquée de dix taches irrégulières, nébuleuſes tranſverſales, & un peu plus foncées que le reſte du corps, quelques-unes ſe diviſoient en deux branches. Cette peau, au rapport de Fabricius, ſert, dans le Groënland, à faire des ſacs où les habitans ſerrent les baies de l'*empetrum nigrum* qui conſtitue une partie de leur nourriture.

Les écailles étoient nombreuſes, aſſez rapprochées, enfoncées dans la peau, & recouvertes par un épiderme coloré & épais; la plupart étoient rondes; un petit nombre, particulièrement vers les parties inférieures du corps, étoit oblong, le diamètre en étoit à peu-près d'une ligne; ces écailles étoient compoſées d'un grand nombre de petits corps arrondis, diſpoſés en tuiles, & formant des cercles concentriques; on les diſtinguoit à l'œil nu; elles étoient fixées au corps, au moyen de pluſieurs vaiſſeaux très-déliés qui s'inſéroient vers le milieu de leur partie inférieure qui étoit concave.

La peau qui recouvroit le corps, recouvroit auſſi la tête; elle devenoit tranſparente au-deſſus des yeux, & formoit un repli dans les orbites. Les parties antérieures & latérales de la tête étoient parſemées de petits trous diſpoſés par ſéries ſur les bords de chaque mâchoire; ils communiquoient entr'eux, comme je m'en ſuis aſſuré en y introduiſant un crin: ils laiſſoient échapper une humeur gélatineuſe deſtinée à lubrifier ces parties, & fournie par pluſieurs glandes conſidérables ſituées au-deſſous de la peau dans la région occipitale. Cette ſtructure eſt particulière à pluſieurs eſpèces de poiſſons; elle eſt très-apparente ſur la tête de l'anguille électrique & de quelques chiens de mer. *Stenon* & M. *Lamorier* l'ont décrite ſur ces derniers, & ont cru que cette humeur ſervoit à lubrifier la partie antérieure de la tête de ces poiſſons qui nagent très-rapidement, comme on enduit de graiſſe la carène des vaiſſeaux pour accélérer leur marche.

Les opercules des ouïes étoient formés chacun de deux pièces, une antérieure, l'autre poſtérieure. La première étoit la plus grande, le bord en étoit arrondi; elle avoit à ſa baſe une autre petite pièce. La ſeconde, moins grande que la première, étoit cartilagineuſe, flexible & angulaire. La membrane des ouïes étoit épaiſſe & à découvert, ſes deux portions ſe réuniſſoient ſur le *ſternum;* ſept rayons arqués & larges lui ſervoient de ſoutien. Nous remarquerons en paſſant, que preſque tous les ichthyologiſtes n'en ont compté que ſix, ſans doute parce que le ſeptième étant fort petit & recouvert d'une peau très-épaiſſe, a échappé à leur examen.

La tête étoit groſſe, l'ouverture de la gueule large, la mâchoire inférieure dépaſſoit un peu la ſupérieure; les lèvres étoient épaiſſes, charnues, légèrement frangées dans leur partie interne; l'inférieure étoit raffermie antérieurement par un petit cartilage oblong & flexible, logé dans ſa propre ſubſtance.

Avant d'aller plus loin, je crois devoir décrire avec quelques détails les os de la tête que j'ai vue dans le cabinet du Roi, & dont M. Daubenton a bien voulu me laiſſer prendre la deſcription.

Le cerveau étoit logé dans une cavité oblongue preſque triangulaire, élargie ſupérieurement, & très-petite proportionnément à la tête; le trou occipital étoit ovale & grand;

il y avoit dans le milieu de la tête un os très-mince; quoique ſolide, échancré à ſa partie ſupérieure, tranchant & arrondi inférieurement; il étoit fixé, en arrière & en en-bas, à la première vertèbre, & formoit ſupérieurement une eſpèce de crête compoſée de deux feuillets entre leſquels on voyoit une ouverture particulière qui communiquoit dans la cavité du crâne. Cet os étoit dilaté antérieurement, & ſe logeoit entre les os de la mâchoire ſupérieure; il ſoutenoit toute la charpente oſſeuſe de la tête, & on pourroit le comparer en quelque ſorte au ſphénoïde dans l'homme. Il y avoit cinq os à la mâchoire ſupérieure; les deux latéraux poſtérieurs étoient légèrement recourbés en dedans, & ſe joignoient poſtérieurement à chaque côté de la mâchoire inférieure; ils étoient antérieurement plus épais, armés de dents rangées ſur deux files, elles étoient coniques, pointues, d'inégale grandeur; on en comptoit neuf ou dix de chaque côté. Entre ces deux os ſe trouvoit un troiſième os maxillaire, formant le milieu du palais; il étoit alongé, poſé ſur l'os principal du milieu de la tête: les dents y étoient rangées alternativement ſur deux files; elles étoient inégales, obtuſes, preſque carrées, & plus groſſes que les autres. La portion la plus ſaillante du muſeau étoit formée par les os maxillaires antérieurs; ils étoient retenus ſur les côtés par des ligamens ſuſceptibles d'un très-petit mouvement: ces os étoient armés de dents pointues, un peu alongées, iſolées & placées ſans ordre; ils formoient l'un & l'autre poſtérieurement un prolongement armé auſſi de dents plus petites que les antérieures.

La mâchoire inférieure conſiſtoit en deux os très-forts, réunis antérieurement par des ligamens; leur face extérieure étoit convexe, la face interne & poſtérieure préſentoit une cavité preſque triangulaire. Ces deux os étoient élargis, relevés antérieurement, & joints par des ligamens; on y voyoit pluſieurs dents un peu alongées, divergentes, placées ſans ordre & répondant à celles des os maxillaires ſupérieurs & antérieurs. Les dents latérales étoient rangées ſur deux files; les plus extérieures étoient élévées & coniques; les intérieures étoient arrondies, preſque orbiculaires & polies. Ces dents devenues foſſiles forment les crapaudines, comme *Meret* l'a démontré le premier ; il ne paroît cependant pas que toutes les crapaudines appartiennent excluſivement à ce poiſſon. On en trouve d'une ſtructure différente de celle de ces dents ; quelques-unes, entr'autres, ſont très alongées : il en eſt d'ailleurs dont la groſſeur proportionnelle ſuppoſeroit dans l'animal à qui elles auroient appartenu, une grandeur trop au-deſſus de celle des loups marins que nous connoiſſons, pour qu'on ne doive croire qu'elles appartenoient à un autre animal.

Les mâchoires étoient ſuſceptibles d'une très-grande dilatation; mais elles étoient retenues de chaque côté par un os placé obliquement, cylindrique dans ſon milieu, élargi vers ſes extrémités, fixé inférieurement ſur l'apophyſe coronaire de la mâchoire inférieure, & ſupérieurement au-deſſous des orbites.

La nageoire du dos commençoit un peu avant la région de la commiſſure ſupérieure de l'ouverture des ouïes, & ſe terminoit près de la baſe de la nageoire caudale. On y comptoit ſoixante-quatorze rayons; les quatre premiers devenoient graduellement plus longs, les autres étoient à peu-près égaux en longueur. Ils étoient preſque cartilagineux & flexibles, légèrement recourbés en arrière; les derniers étoient plus courts & un peu piquans. Les nageoires pectorales étoient arrondies, dentelées ſur leurs bords, & ſoutenues par vingt oſſelets. Celle de la queue reſſembloit aux pectorales; elle étoit compoſée de douze rayons : la nageoire de derrière l'anus étoit pareille à celle du dos, & formée de quarante-huit oſſelets un peu plus courts.

J'ai ajouté ici les longueurs proportionnelles des différentes parties du corps d'un des individus que j'ai examinés, les déſignant ſuivant la méthode abrégée dont j'ai donné l'explication dans un *Mémoire sur la donzelle, ophidium barbatum,* inséré dans les Transactions philosophiques, 1781.

L.C	:	*A*	: :	360	:	180.
L.C	:	*D.I*	: :	360	:	70.
L.C	:	*D.F*	: :	360	:	354.
L.C	:	*P.B*	: :	360	:	80.
L.C	:	*P.A*	: :	360	:	134.
L.C	:	*A.I*	: :	360	:	194.
L.C	:	*A.F*	: :	360	:	358.
L.C	:	*C.M*	: :	360	:	390.

Il y avoit quatre ouïes de chaque côté; elles étoient recouvertes dans leur concavité, de tubercules osseux, alongés & rudes au toucher.

La langue étoit large, épaisse, charnue, aplatie, blanchâtre, détachée vers son bout, presque ovale & soutenue par un cartilage intérieur & oblong.

L'œsophage étoit très-large, membraneux; on y remarquoit intérieurement plusieurs plis longitudinaux. Le ventricule n'en étoit distinct que par sa capacité, qui étoit un peu plus considérable. Les animaux dont les dents ne servent point à la mastication, mais seulement à saisir ou à retenir leur proie, tels que les poissons, ont un très-grand œsophage, dont l'estomac ne paroît être qu'une continuation. Dans quelques-uns même l'œsophage pourroit être pris pour la portion supérieure du ventricule; la structure de l'un & de l'autre de ces organes est la même; ils concourent tous les deux à la digestion : on trouve quelquefois dans la gueule de certains poissons des animaux dont la moitié du corps est déjà digérée, tandis que celle qui est en-deçà de l'œsophage est encore intacte. Stenon a même dit que dans la raie on ne trouvoit point d'œsophage, mais que le ventricule se prolongeoit jusqu'à la gueule. Cette partie est d'ailleurs susceptible d'une très-grande dilatation, n'étant point gênée par la trachée-artère comme dans les quadrupèdes.

Le ventricule étoit oblong; il s'étendoit jusqu'au milieu de la cavité abdominale, où il formoit une espèce de sac.

Il étoit composé de plusieurs couches de fibres; sa face interne étoit parsemée d'un grand nombre de rugosités : j'y ai trouvé des débris de crustacées dont ce poisson fait sa nourriture ordinaire. Je n'ai point observé d'appendice autour du pylore, dont l'ouverture étoit rétrécie & pleine de rugosités longitudinales. Le conduit intestinal commençoit à la partie inférieure du ventricule; il se replioit trois fois & longitudinalement sur lui-même avant de former l'anus. La portion correspondante au duodenum étoit la plus rétrécie; elle étoit aussi marquée intérieurement de plusieurs plis longitudinaux. La tunique interne du reste du conduit intestinal étoit villeuse & frangée; le rectum se trouvoit plus dilaté : on y observoit intérieurement & dans toute sa longueur quelques plis; sa partie extérieure étoit renforcée par l'épanouissement de plusieurs fibres musculaires fournies par le péritoine.

L'anus, l'ouverture des parties de la génération & le méat urinaire, étoient placés dans une dépression orbiculaire dont les bords étoient relevés, arrondis & sillonnés transversalement. L'anus étoit large, plissé, & plus rapproché de la tête que les parties de la génération, qui s'en éloignoient moins que le méat urinaire; celui-ci formoit une petite éminence conique percée d'un petit trou dans son milieu. Cette structure n'est pas commune à toutes les espèces de poissons, & je n'ai vu dans aucune ces trois ouvertures aussi distinctes que dans celle-ci.

Le péritoine adhéroit fortement aux muscles abdominaux dont il recevoit quelques fibres. Il étoit blanchâtre, d'un tissu serré, composé de fibres larges & entrelacées d'une manière irrégulière. Il formoit, au moyen d'une duplicature sur la colonne vertébrale, une cavité particulière & alongée où étoient logés les reins.

On voyoit au milieu de la cavité abdominale, & entre les intestins, un tissu cellulaire lâche, chargé de graisse, mais peu étendu, qui paroissoit tenir lieu d'épiploon. Les anciens avoient remarqué que les animaux ovipares étoient privés de cet organe : on trouve même cette remarque dans Pline.

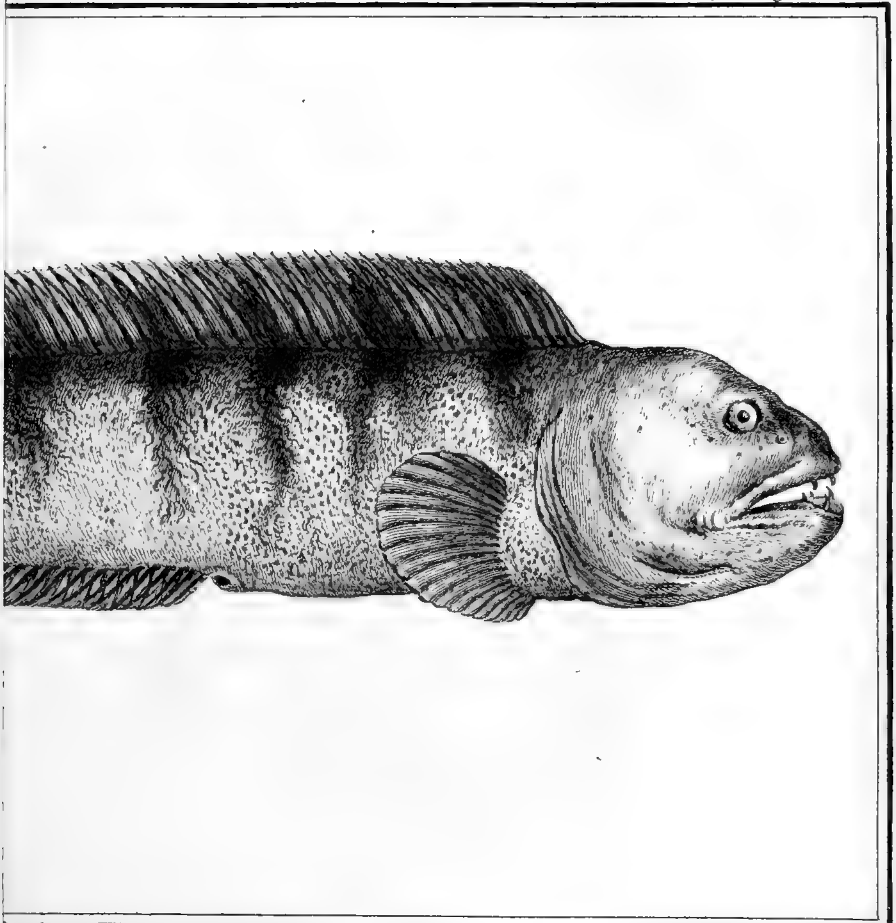
Le foie étoit gros, de couleur de brique, & divisé en deux lobes, dont le droit étoit le plus long. Au milieu, se trouvoit la vésicule du fiel, grosse comme un œuf de poule, & de même forme. Elle adhéroit au foie, au moyen de plusieurs vaisseaux courts; elle contenoit de la bile d'un vert foncé: le canal holédoque étoit court, large, & s'inséroit par le côté dans le duodenum.

La rate étoit de la grosseur d'un œuf de pigeon, presque ovale, un peu comprimée & de couleur de brique.

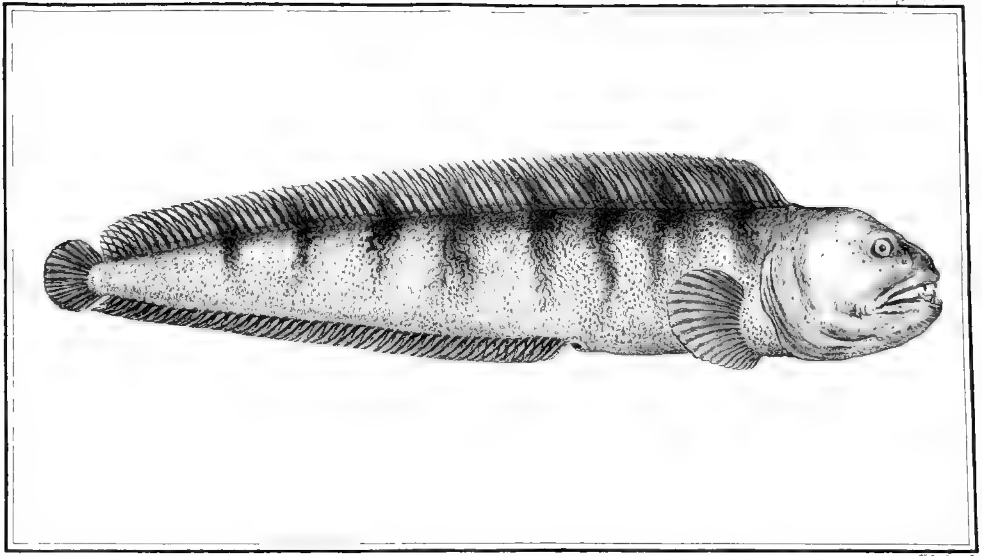
Les reins étoient couchés sur la colonne vertébrale, & si rapprochés, qu'ils paroissoient n'en faire qu'un seul; ils étoient très-alongés. Cette structure est la même dans presque tous les poissons : le gras-mollet *(cyclopterus) (lumpus)*, est, de toutes les espèces que j'ai disséquées, la seule dont les reins se joignent étroitement par leur partie postérieure, & qui, se séparant antérieurement, forment une espèce de croissant. Il est essentiel de remarquer que, dans les poissons, les reins ont un très-grand rapport avec la vésicule aérienne qui manque dans les poissons plats; mais alors les reins sont proportionnellement plus gros que dans les autres espèces. Cette particularité, qui n'a point échappé à *Néedham*, ajoute aux raisons que nous avions déjà de croire que la vésicule aérienne a d'autres fonctions que celle de soutenir le poisson à différentes hauteurs dans l'eau, & qu'elle joue un rôle plus important dans l'économie animale. Il est bon d'observer que les reins des poissons avoient été décrits sur plusieurs espèces, par *Collins*, *Néedham* & d'autres anatomistes, long-temps avant M. *Gouan*.

Les uretères étoient très-courts, la vessie urinaire assez grosse & ovale; l'urine s'échappoit par un canal très-court; elle étoit limpide, sans couleur; elle sortoit par un orifice très-étroit, & probablement fermé par une valvule particulière, car en pressant fortement la vessie, elle s'est crevée avant que j'aie pu faire passer l'urine par cette ouverture.

Les organes de la génération du mâle étoient formés par



Y. le G. sculp.



Y le G. sculp.

par une poche aplatie & crénelée ſur ſes bords; elle s'étendoit juſqu'au milieu de l'abdomen, ſe rétréciſſant vers l'anus; elle étoit, ainſi que les inteſtins, renfermée dans le péritoine & contiguë à la veſſie urinaire; elle ſe diviſoit en deux lobes, dont le droit étoit le plus long.

L'ovaire, dans la femelle, étoit double; celui du côté gauche étoit le plus court; ils ſe réuniſſoient pour former *l'ovi-ductus*, dont le diamètre étoit d'environ un demi-pouce; les parois internes formoient des rides circulaires; les œufs étoient fixés ſur les parois internes des deux ovaires; ils étoient diſpoſés en grappe, laiſſant au milieu de l'ovaire un eſpace vide; ils étoient gros comme un grain de chenevis; la membrane qui formoit les ovaires étoit épaiſſe & fibreuſe. Ce poiſſon jette ſes œufs au printemps; il les fixe ſur les racines des groſſes laitues de mer, & très-près du rivage,

Le cœur étoit gros, pyramidal & à trois facettes. L'artère branchiale étoit dilatée à ſa baſe, ovale & blanchâtre; elle recevoit pluſieurs petites fibres du péricarde, & ſes parois internes étoient renforcées de pluſieurs fibres longitudinales; le ſinus veineux étoit trois fois plus grand que le cœur. Le diaphragme étoit muſculeux, aſſez épais & ſitué obliquement; il y avoit une ouverture aſſez large, qui donnoit paſſage à l'œſophage.

Ce poiſſon ſe remue avec lenteur; il avance comme l'anguille, par des mouvemens d'ondulation. On le diſtingue très-bien au fond de l'eau quand le temps eſt calme; il eſt couché dans les fentes des rochers. Sa chair, quoiqu'un peu ferme, n'eſt pas déſagréable; je ne ſaurois mieux la comparer qu'à celle des anguilles de mer. En général, les poiſſons privés des nageoires ventrales, & qui ſont obligés, pour avancer ou ſe ſoutenir, d'exécuter des mouvemens compliqués, ont les muſcles très-exercés, & leur chair eſt conſéquemment plus dure que celle des autres poiſſons.

OBSERVATIONS SUR LES VAISSEAUX SPERMATIQUES DES POISSONS ÉPINEUX.

Par M. BROUSSONET.

LES viſcères de l'homme & ceux des animaux ont d'abord fixé l'attention des Anatomiſtes; la connoiſſance de l'organiſation de ces parties conduiſoit trop directement à l'explication des fonctions animales les plus eſſentielles, pour qu'on ne s'y attachât pas préférablement à celle des autres organes. Les muſcles, les nerfs, les vaiſſeaux ſanguins ou lymphatiques, ne furent ſans doute d'abord conſidérés que comme des objets de pure curioſitté, & dont une connoiſſance plus parfaite ne paroiſſoit pas devoir contribuer beaucoup aux progrès de l'art de guérir qui a donné naiſſance à l'anatomie.

Les vaiſſeaux ſanguins, dans les animaux, ont long-temps échappé aux recherches des anatomiſtes; le défaut de ſang après la mort, qui empêchoit de les diſtinguer d'avec les membranes, leur petiteſſe qui rend ſouvent les injections très-difficiles, ont été autant d'obſtacles à la connoiſſance de ces parties. Cette connoiſſance tient à celle de la circulation du ſang; & le cours de ce fluide ayant lieu d'une manière différente dans les animaux des diverſes claſſes, l'analogie ne peut être à cet égard d'aucune utilité. Dans les poiſſons, la circulation ne s'opère pas de la même manière que dans les animaux qui reſpirent de l'air; ils ont moins de ſang que ceux-ci, les vaiſſeaux qui charient ce fluide ſont plus petits, & le nombre paroît en être moins conſidérable. Les vaiſſeaux ſanguins des poiſſons ont été auſſi très-peu connus; les troncs principaux, il eſt vrai, ont été obſervés, mais on s'eſt trompé quelquefois ſur leur uſage & ſur leur dénomination, comme j'ai tâché de le faire voir en décrivant ceux qui partent du cœur, dans un mémoire ſur la reſpiration de ces animaux. Ces vaiſſeaux cependant ont attiré les premiers l'attention des anatomiſtes; ils étoient les plus gros de tous, & ceux qu'il importoit le plus de connoître. La diſtribution des principaux vaiſſeaux ſanguins des poiſſons a été ſur-tout indiquée par Duverney & M. Gouan, mais ces auteurs n'ont parlé de pluſieurs qu'en général, ſans entrer dans preſque aucun détail ſur leurs ramifications. La connoiſſance du cours du ſang dans les viſcères de ces animaux pourroit cependant jeter un très-grand jour ſur la phyſiologie, en nous indiquant la manière dont s'opèrent certaines fonctions, dans des êtres d'une nature ſi différente de celle des animaux à ſang chaud & qui vivent dans l'air.

Haller a très-bien remarqué que les artères ſpermatiques dans l'homme, auroient été, à cauſe de leur petiteſſe, long-temps inconnues aux anatomiſtes, ſi elles n'avoient ſervi à porter le ſang à des parties qu'il étoit très-important de connoître. Ces mêmes artères, dans les poiſſons, auroient ſans doute, à cauſe de leur importance, fixé auſſi l'attention des anatomiſtes, s'ils avoient plus dirigé qu'ils ne l'ont fait, leurs recherches vers ces animaux. Ces parties ſont d'ailleurs, dans les poiſſons, proportionnellement plus groſſes que dans les autres animaux; ce dont il eſt aiſé de rendre raiſon ſi on fait attention au volume des organes où elles vont porter le ſang, & qui même dans les mâles des animaux de cette claſſe, ſurpaſſe celui de tout autre viſcère, Quoi qu'il en ſoit, je ne connois aucun auteur qui ait fait mention de ces vaiſſeaux, que le défaut de ſang, après la mort de l'animal, peut aiſément faire méconnoître. J'ai eu occaſion de les voir dans un grand nombre de poiſſons; ils ont la même origine dans tous les individus, je n'ai du moins obſervé à cet égard que de légères différences que j'indiquerai plus bas.

L'eſpèce de poiſſon dont j'ai eu occaſion de diſſéquer le plus grand nombre d'individus, eſt l'aiguille de mer *(eſox belone)*, qui offre une particularité très-remarquable, c'eſt que ſon ſquelette eſt vert.

L'artère ſpermatique du côté droit prend naiſſance de l'artère qui part de l'aorte pour ſe rendre au foie; je l'ai vue quelquefois ſortir immédiatement du tronc de l'aorte, un peu au-deſſous de l'artère hépatique. Celle du côté gauche eſt fournie par l'artère ſplénique, elle eſt plus courte que la ſpermatique droite, parce que l'aorte donne naiſſance à l'artère hépatique avant de fournir la ſplénique. Dans l'homme au contraire ces artères partent, comme on ſait, du tronc de l'aorte, leur inſertion a lieu à la même hauteur; & lorſqu'il ſe trouve quelque variété à cet égard, c'eſt ordinairement l'artère ſpermatique gauche qui ſort de l'aorte, un peu au-deſſus de la ſpermatique droite, ce qui a lieu en ſens inverſe dans les poiſſons. Dans ces derniers, chaque artère ſpermatique joint bientôt la veine ſpermatique qui lui correſpond, & elle l'accompagne juſque ſur les parties de la génération: on pourroit donner en quelque ſorte à ces vaiſſeaux le nom de *cordons ſpermatiques;* ils ſont enveloppés, dans tout leur trajet, d'un tiſſu aſſez lâche. L'artère eſt plus près de la colonne vertébrale que la veine; dès que ces deux vaiſſeaux ſont parvenus à la portion antérieure des parties de la génération, ils ſe diviſent & ſe ſous-diviſent en un très-grand nombre de petits rameaux qui pénètrent dans l'intérieur des organes de la génération, dans l'un & l'autre ſexe.

Le trajet des vaiſſeaux ſpermatiques, dans les poiſſons, eſt très-court; auſſi ne fourniſſent-ils preſque point, comme dans les animaux à ſang chaud, de rameaux aux parties qui les avoiſinent.

Les veines ſpermatiques ſont beaucoup plus groſſes que les artères, elles contiennent ordinairement un ſang noir; elles ont été connues par les anatomiſtes, entr'autres, par M. Gouan. Elles ſont formées par la réunion d'une grande quantité de petites branches diſpoſées tranſverſalement ſur chacun des côtés des parties de la génération; la veine rampe ſur le milieu de ces organes; parvenue à l'extrémité ſupérieure, elle ſe trouve unie à l'artère par un tiſſu lâche; elle continue ſon trajet qui eſt très-court, & elle reçoit quelques rameaux du péritoine. La veine ſpermatique du côté droit pénètre dans le foie, elle ſe rend enſuite dans le ſinus veineux de l'oreillette du cœur. Celle du côté gauche entre dans la rate pour aboutir enſuite au même ſinus.

Dans preſque tous les poiſſons, ſoit mâles, ſoit femelles, on trouve deux organes qui ſe reſſemblent beaucoup, & qui ont chacun leurs vaiſſeaux particuliers. Dans la perche il n'y a qu'un ſeul ovaire, l'artère ſpermatique eſt unique, elle part immédiatement de l'aorte; elle ſe bifurque à la partie ſupérieure de l'ovaire, une des deux branches rampe ſur le milieu de la face ſupérieure, & l'autre parcourt la portion inférieure. Elles donnent naiſſance, de chaque côté, à un très-grand nombre de rameaux. Dans les perches mâles, les parties de la génération ſont diviſées ſupérieurement en deux lobes, & chaque branche de l'artère ſpermatique en parcourt un. Je n'ai trouvé qu'une ſeule veine ſpermatique dans le même poiſſon.

MÉMOIRE

POUR SERVIR À L'HISTOIRE DE LA RESPIRATION DES POISSONS.

Par M. BROUSSONET.

Lû en Juillet 1785.

LA reſpiration eſt une de ces fonctions eſſentielles, un moyen d'exiſtence dont la Nature a doué tous les êtres vivans; on en retrouve des traces juſque dans les plantes; mais quoique ſon but dans cette fonction importante ſoit par-tout le même, les moyens qu'elle a mis en œuvre pour le remplir ſont variés à l'infini.

Parmi les différens ordres d'animaux, il en eſt qui ne reçoivent que de l'air dans les organes de la reſpiration, d'autres qui n'y font paſſer que de l'eau; & cette conſidération offre les caractères d'une diviſion très-ſenſible dans le règne animal.

La différence des organes de la circulation eſt toujours en raiſon de celle qu'on obſerve dans ceux de la reſpiration; l'une & l'autre de ces fonctions ſubiſſent en quelque ſorte, dans les différentes claſſes d'animaux, une dégénération graduelle: ainſi dans les oiſeaux les poumons ſont très-étendus, ils communiquent à pluſieurs cavités particulières, & l'air pénètre dans l'intérieur des os. Le cœur eſt diviſé en deux ventricules, munis chacun d'une oreillette, & leur ſang eſt plus chaud que celui des quadrupèdes & des cétacées. Ceux-ci ont les poumons moins étendus, ces parties ne ſe portent pas au-delà du thorax; leur cœur, comme dans les premiers, eſt diviſé en deux ventricules & deux oreillettes, mais leur ſang eſt moins chaud; il l'eſt cependant beaucoup plus que celui des reptiles & des quadrupèdes ovipares, dont les poumons ſont membraneux, formés par des eſpèces de veſſies & garnis de fibres muſculaires; il n'y circule qu'une petite portion du ſang, le reſte paſſe immédiatement d'un ventricule à l'autre. Les inſectes préſentent enſuite des différences plus ſenſibles ; leur cœur eſt membraneux, à peine ſuſceptible de mouvement; ils ont, au lieu de poumons, des vaiſſeaux particuliers répandus dans différentes parties du corps ; leur ſang, ſi on peut donner ce nom à la liqueur qui paroît en tenir lieu, n'a point acquis ce degré de couleur & de chaleur qui caractériſe ce fluide dans les autres animaux. Ici le rapprochement devient ſenſible avec les molaſſes, les coquillages aquatiques & les crabes, qui reſpirent de l'eau comme les poiſſons.

Les phyſiciens modernes ont donné l'explication des phénomènes de la reſpiration; ils ont fait voir d'une manière très-lumineuſe, comment l'air vital répandu dans l'atmoſphère ſe change en air fixe, en ſe combinant avec le principe charbonneux, ou charbon pur fourni par le ſang. Il paroît que la reſpiration s'exécute d'une manière analogue dans tous les animaux qui reſpirent de l'eau, & particulièrement dans les poiſſons; mais avant d'entrer dans aucun détail, j'établirai les degrés de reſſemblance qu'ont entr'eux les organes qui, dans les animaux de ces deux ordres, concourent également au même but.

Les organes de la reſpiration dans tous les animaux qui ne reſpirent que de l'air, ſont placés à l'intérieur; on ne ſauroit les apercevoir ſans déchirer les parties qui les environnent: les organes analogues à ceux-ci dans les animaux qui ne reſpirent que de l'eau, ſont au contraire preſque à découvert; on peut les voir ſans détruire aucune partie. Cette différence eſt ſur-tout remarquable dans quelques quadrupèdes ovipares, dont les organes de la reſpiration ſont placés extérieurement, dans le premier période de leur vie, où ils demeurent ſous l'eau, & qui deſtinés enſuite à vivre dans l'air, acquièrent des poumons ſitués à l'intérieur.

Une autre différence qui dépend de la précédente, eſt que plus la reſpiration eſt parfaite dans les différentes claſſes d'animaux, plus les organes en ſont cachés. Dans les oiſeaux, en qui la reſpiration s'exécute de la manière la plus parfaite, l'air eſt porté dans les cavités de la plupart des os, & bien plus à l'intérieur par conſéquent que dans les quadrupèdes dont les poumons ſont plus cachés que ceux des reptiles & des quadrupèdes ovipares qui n'ont point de diaphragme, ou qui n'en ont qu'un très-mince. Les inſectes enfin, dans leſquels cette fonction dégénère encore, reſpirent par un grand nombre d'ouvertures.

Pluſieurs caractères nous montrent que, parmi les animaux qui vivent dans l'eau, les poiſſons reſpirent d'une manière plus parfaite que les molaſſes & les coquillages aquatiques; auſſi les organes des premiers ſont-ils plus cachés que ceux de ces derniers qui les ont le plus ſouvent à l'extérieur & entièrement à découvert : c'eſt dans ces animaux que paroît s'évanouir totalement cette fonction, & pour l'y reconnoître il faut être guidé par l'analogie.

Les poiſſons préſentent, relativement à la conformation des organes de la reſpiration, deux grandes diviſions, dont l'une comprend les cartilagineux, & l'autre les épineux. Les ouïes des premiers ſont ſoutenues ſur un arc cartilagineux, elles ſont plus multipliées que dans les épineux, où ces parties ſont ſupportées par des oſſelets recourbés, dont le nombre eſt rarement au-deſſous de quatre, & n'excède jamais ce nombre.

Le cœur, dans les poiſſons épineux, eſt renfermé dans un péricarde qui forme une poche membraneuſe attachée poſtérieurement au diaphragme. Dans quelques eſpèces, & particulièrement dans le loup marin, j'ai obſervé de petites fibres très-déliées, qui uniſſoient le cœur au péricarde. Les poiſſons cartilagineux n'ont point, à proprement parler, de péricarde; du moins la membrane qui paroît en tenir lieu n'eſt point libre, elle revêt l'intérieur de la poitrine, & elle eſt adhérente aux muſcles qui l'entourent. L'uſage du péricarde dans l'homme & dans les quadrupèdes, eſt, ſuivant

ſuivant les anatomiſtes, d'empêcher que le cœur ne s'attache aux poumons, & qu'il ne ſoit comprimé quand ceux-ci ſont remplis d'air, ou qu'il ne ſouffre lorſque les poumons ſont affectés; il étoit néceſſaire que cet organe fût membraneux, d'un tiſſu ſerré & capable de ſoutenir le viſcère qu'il renferme. Dans les poiſſons au contraire, qui n'ont point ces accidens à craindre, le cœur, dans ceux dont la poitrine eſt étroite & formée de parties aſſez dures, eſt renfermé dans un péricarde ſimple, mince & preſque tranſparent: dans ceux au contraire dont la cavité thorachique eſt plus conſidérable, où ce viſcère ne ſauroit être gêné par aucune partie; la nature qui a toujours travaillé ſur le plan le plus économique, n'a point diſtingué le péricarde de la plèvre; une ſeule membrane qui tapiſſe l'intérieur de la poitrine, remplit les fonctions de l'un & de l'autre.

La forme du cœur offre de plus grandes variétés dans les différentes eſpèces de poiſſons, que dans celles des animaux à ſang chaud. M. *Vicq-d'Azyr* a fait voir les plus remarquables de ces variétés, dans les mémoires où il a tracé le plan d'une anatomie complète des poiſſons. En général, le cœur, dans les eſpèces de cette claſſe, eſt, proportionnellement à leur corps, plus petit que celui des autres animaux. Dans les oiſeaux, par exemple, cet organe eſt huit ou neuf fois plus gros qu'il ne l'eſt dans les poiſſons d'un égal volume. On ſait que le cœur d'un homme pèſe ordinairement dix onces, ſi le poids total de ſon corps eſt de cent cinquante livres. Haller a trouvé que dans une carpe du poids de 4920 grains, le cœur ne peſoit que 9 grains. Le poids du cœur de l'homme eſt donc deux cents quarante-ſept fois plus petit que le poids du corps, tandis que celui de la carpe l'eſt cinq cents quarante-ſix fois. Ce calcul qui vient à l'appui de notre aſſertion, lui auroit été encore plus favorable ſi l'expérience avoit eu lieu ſur une carpe moins petite; le cœur, dans tous les animaux, étant toujours plus gros proportionnellement au corps, lorſqu'ils ſont eunes. Dans une carpe du poids de 10572 grains, j'ai trouvé que le cœur pesoit 13 grains; elle étoit, comme on le voit, deux fois aussi grosse que celle que *Haller* avoit pesée, aussi le poids du cœur étoit-il contenu huit cents soixante-douze fois dans celui de son corps. Dans plusieurs petits poissons de la Seine, dont l'un pesoit 66 grains, l'autre 154, & le troisième 203, j'ai vu que le poids du cœur étoit renfermé cent trente-deux fois dans le premier, cent cinquante-quatre dans le second, & cent quatre-vingt-quatre dans le troisième: le cœur, dans le premier, pesoit un grain, dans le second un demi-grain, & un grain $\frac{1}{10}$ dans le troisième; ce qui prouve évidemment que plus les poissons sont petits, plus leur cœur est gros proportionnément à leur volume.

La férocité des animaux terrestres suit la même gradation que le volume de leur cœur. Cette loi se retrouve dans les poissons. Les cartilagineux, parmi lesquels on compte les chiens de mer, les requins, les raies, &c. qui surpassent, par leur voracité, les autres poissons, ont aussi le cœur bien plus volumineux; ce qui est très-remarquable dans la baudroye, où cette voracité est si manifestée par la grandeur de la gueule & le nombre de ses dents, & dont le cœur est très-gros en proportion du corps. Plusieurs observations m'ont confirmé dans cette opinion. J'ai pris un brochet que tout le monde sait être le mieux armé & le plus vorace des poissons de rivière, comme aussi un des plus agiles; je me suis procuré une tanche dont la gueule est toujours très-petite, privée de dents, & qui se tient presque toujours dans la vase. Le poids de ces deux individus s'est trouvé par hasard le même, il se portoit pour chacun à 5232 grains; mais le cœur du brochet pesoit 6 grains, tandis que celui de la tanche n'en pesoit que 4: ainsi dans le plus vorace de ces deux poissons, le poids du cœur étoit contenu 872 fois dans le poids total de son corps, & il s'y trouvoit 1308 fois dans celui de la tanche.

J'ai observé que dans les poissons dont les ouïes étoient les plus grandes, le cœur étoit aussi le plus gros, toujours proportionnellement à la grosseur du corps; je m'en suis assuré plus particulièrement sur le hareng; j'en ai pesé un qui m'a donné 1992 grains pour poids total: son cœur étoit de 3 grains qui équivaloient à la 664.^{me} partie de son corps. Un merlan, dont les ouïes sont beaucoup moins étendues, & présentent une ouverture assez petite, m'a fourni un résultat bien différent; son corps pesoit 2004 grains, & son cœur seulement 1 grain $\frac{2}{3}$; ce viscère n'étoit donc que la 1202.^{me} partie de son corps, & étoit conséquemment presque moitié plus petit que celui du hareng.

Les poissons qui se tiennent dans la vase, qui font peu de mouvemens, dont la chair est plus molle, plus remplie de gluten, ont le cœur très-petit. Celui d'une limande, dont le corps entier pesoit 2844 grains, n'en pesoit que deux; ce qui fait voir que le poids de ce viscère étoit contenu quatorze cents vingt-deux fois dans celui de son corps. Non-seulement cet organe est plus petit dans les poissons de cette classe que dans les autres, mais il est encore moins irritable; la quantité du sang est aussi moindre dans ceux-ci. J'ai séparé en même temps, du corps d'une anguille & de celui d'un brochet, le cœur qui, dans le premier, a donné peu de signes d'irritabilité lorsque je l'ai piqué; celui du brochet au contraire en a donné beaucoup & long-temps après que son corps ne manifestoit plus aucun signe de vie: ce qui a eu lieu en sens contraire dans l'anguille qui remuoit encore avec assez de force, quoique son cœur, que j'irritois avec la pointe du scalpel, ne donnât plus la moindre marque d'irritabilité.

La situation du cœur dans les poissons n'est pas la même que dans l'homme, ce viscère occupe dans les premiers le milieu de leur poitrine. Comme son usage se borne ici à transmettre le sang aux ouïes, & que ce fluide y est porté par une seule artère, une position au moyen de laquelle il est également éloigné des ouïes de chaque côté, est sans doute la plus avantageuse.

Les oreillettes dans l'homme sont situées à la partie ſupérieure du cœur; dans les poiſſons l'oreillette eſt placée en ſens contraire, la baſe du cœur touche le diaphragme & la pointe eſt tournée vers la tête. Cette différence dépend ſans doute de celle qu'on obſerve dans le trajet que ſuit le ſang, dont la plus grande partie, dans les poiſſons, eſt rapportée au cœur des parties poſtérieures du corps, tandis que dans l'homme une portion conſidérable eſt renvoyée au cœur des parties ſupérieures. L'oreillette eſt ſituée un peu ſur la gauche; le ſang lui eſt fourni par un ſinus particulier formé par la réunion de pluſieurs veines. Ce ſinus eſt beaucoup plus volumineux que l'oreillette : la communication entre ces deux cavités eſt fermée en partie par des valvules. Quelques auteurs ont regardé ce ſinus comme une ſeconde oreillette *(a)*; il en a du moins l'apparence. *Duverney* qui le premier a diſſéqué ces parties avec ſoin, a détaillé l'uſage de ce ſinus veineux qu'on retrouve dans les reptiles & les quadrupèdes ovipares. Le ſang eſt pouſſé de cette cavité dans l'oreillette, par la contraction du diaphragme que j'ai toujours vu garni de fibres muſculaires dans un très-grand nombre d'eſpèces. Il adhère comme dans l'homme au péricarde; ſon uſage eſt cependant ici bien différent. Les anatomiſtes ont cru dans le premier cas, devoir attribuer cette adhéſion à la preſſion continuelle du cœur ſur le diaphragme, & que la ſituation droite de l'homme rend néceſſaire. Leur ſentiment étoit confirmé par l'obſervation contraire qui avoit été faite ſur les quadrupèdes, où cette adhérence n'a preſque pas lieu, parce que, diſent ces auteurs, le corps des quadrupèdes eſt dans une ſituation horizontale; mais l'adhérence du péricarde au diaphragme a lieu ſur les poiſſons, ce qui démontre l'inſuffiſance de cette explication.

Les anatomiſtes ont comparé avec raiſon la ſeule oreillette & le ſeul ventricule qui conſtituent le cœur des poiſſons, à l'oreillette droite & au ventricule droit dans l'homme; comme ceux-ci ils ſont deſtinés à recevoir le ſang des veines-caves: ils ont cependant tous donné le nom d'*aorte* ou d'*aorte aſcendante*, à la ſeule artère deſtinée à porter le ſang du cœur aux ouïes, qui font l'office de poumons dans ces animaux. Le nom d'*artère pulmonaire* étoit le ſeul qui dût être donné à ce vaiſſeau. La ſtructure de ces organes eſt entièrement analogue à celle des mêmes parties conſidérées dans l'homme. Le ventricule du cœur des poiſſons eſt comme le *ventricule droit dans l'homme*, formé par des parois épaiſſes relativement à ſon volume ; & ſa cavité ne s'étend pas tout-à-fait juſqu'à la pointe du cœur. L'oreillette droite dans l'homme eſt, comme celle du cœur des poiſſons, volumineuſe relativement à la groſſeur de ce viſcère, & le ſang qu'elle contient eſt également noirâtre. L'artère au ſortir du ventricule ne ſe recourbe pas comme l'aorte dans l'homme ; ſa direction eſt droite & c'eſt une reſſemblance qu'elle a avec l'artère pulmonaire de plus qu'avec l'aorte. Je crois donc, d'après ſa ſtructure & ſon uſage, pouvoir donner à ce vaiſſeau le nom d'*artère branchiale*, du mot latin *branchiæ* (ouïes), bien perſuadé que celui d'aorte ne ſauroit lui convenir.

On voit à la baſe de l'artère branchiale, un renflement conique avec un étranglement à la partie inférieure. Ce renflement eſt fortifié intérieurement par des fibres longitudinales qui, en rapprochant par leur contraction l'artère, de la baſe du cœur, doivent accélérer le mouvement du ſang. Quelques auteurs ont comparé cette cavité à l'oreillette gauche dans l'homme *(b)*; d'autres ſe ſont contentés de lui donner le nom d'*oreillette artérielle (c)*; *Cæſalpin* l'a même priſe pour un troiſième ventricule.

Je me diſpenſerai de décrire le trajet de l'artère branchiale ſur les ouïes ; *Needham* & *Duverney* n'ont rien laiſſé à déſirer ſur cet objet. Je me bornerai à rappeler que cette artère eſt la ſeule, dans les poiſſons, dont le battement ſoit ſenſible ; ce qui prouve bien que le cœur eſt la principale cauſe de la pulſation des artères, & qu'elle ne ſauroit avoir lieu que dans les vaiſſeaux où le cours du ſang eſt dirigé d'un petit, vers un plus grand diamètre.

La ſtructure des ouïes eſt telle que les vaiſſeaux ſanguins qui les parcourent, font, comme dans les poumons des quadrupèdes, un très-long trajet dans un très-petit eſpace; mais elles offrent des différences très-remarquables dans diverſes eſpèces de poiſſons. Le genre de vie auquel la nature a deſtiné ces animaux, eſt la principale cauſe de ces variétés qui ont plus rarement lieu dans les organes des divers quadrupèdes ou des oiſeaux. Ne ſeroit-on pas en droit d'en conclure que plus une fonction eſt parfaite dans une claſſe quelconque, moins les organes qui l'exécutent préſentent de différences dans les diverſes eſpèces qui la conſtituent?

Les poiſſons qui ſe tiennent ordinairement dans la vaſe & dans les endroits où l'eau eſt rarement renouvelée, tels que les anguilles, ont les ouïes ſoutenues ſur des arcs oſſeux courts; la cavité de leurs ouïes eſt fort grande, & elles peuvent conſerver plus long-temps que les autres eſpèces, l'eau dans leurs organes. On pourroit en quelque ſorte les comparer aux reptiles & aux quadrupèdes ovipares qui ont des poumons celluleux, garnis de fibres, & tels que ces animaux paroiſſent y tenir en réſerve une certaine quantité d'air pour s'en ſervir au beſoin. Dans les eſpèces au contraire qui fréquentent la haute mer, qui nagent toujours dans de grands fonds, & qui ſont deſtinées à exécuter pendant de longues émigrations des mouvemens très-rapides, les ouïes ſont poſées ſur des oſſelets très-grands, & leurs feuillets ſont très-alongés. Pluſieurs ſont pourvus d'un organe particulier, deſtiné, comme les ouïes, à la reſpiration. Cette partie, qui n'a été décrite par aucun auteur, peut être regardée comme une petite ouïe, & elle a rapport en quelque ſorte à un lobule des poumons; elle eſt diſtincte des ouïes & ſituée dans leur cavité de chaque côté, vers la baſe des opercules, & immédiatement après l'élévation que forment les orbites. Le plus ſouvent elle décrit un arc; ſa longueur varie ſuivant les différentes eſpèces: j'en ai vu de plus d'un pouce de long dans pluſieurs eſpèces de ſparus & de perches de grandeur médiocre; elle eſt, ainſi que les ouïes, compoſée de lames rangées en file, mais qui vont en décroiſſant vers les deux extrémités. Ces lames ne ſont point, comme dans les ouïes, placées deux à deux, mais ſimples; leur nombre varie ſuivant les différentes eſpèces de poiſſons. Dans la limande, par exemple, j'en ai compté juſqu'à vingt & une; elles ne ſont jamais fixées ſur un arc oſſeux; elles forment à leur baſe une eſpèce de bourlet, & la membrane qui tapiſſe l'intérieur de la cavité les recouvre en partie. Les trois branches internes de chaque côté de l'artère branchiale, ſe diſtribuent aux trois ouïes internes ſans fournir aucun rameau conſidérable; la quatrième, qui eſt la plus externe, donne naiſſance vers ſon extrémité à un rameau qui, rétrogradant d'abord un peu, va joindre ſur le côté oppoſé aux ouïes, la petite ouïe que je viens de décrire; elle eſt ſur-tout très-apparente dans les poiſſons dont *Artedi* a formé une claſſe particulière ſous la dénomination d'*acanthopterygiens*, & qu'il a caractériſée par la préſence de quelques rayons épineux aux nageoires. J'en ai fait mention ſous le nom de *pſeudobranchia*, dans les deſcriptions d'une eſpèce de ſole, de chœtodon & de clupea, que j'ai données dans la première décade de mon hiſtoire générale des poiſſons.

Le canal par lequel les quadrupèdes & tous les animaux à ſang chaud tranſmettent l'air dans les poumons, eſt le même dans tous; ce qui ne s'obſerve pas dans les poiſſons qui reçoivent l'eau dans les organes analogues par différentes ouvertures. Quelques-uns, tels que les lamproies, ont ſur le haut de la tête une ſeule ouverture par laquelle l'eau eſt conduite aux ouïes. Cette ſtructure étoit néceſſaire à ces poiſſons qui, ſe fixant au moyen de la ſuccion, aux pierres ou contre les gros poiſſons, ne pourroient point en même-temps recevoir l'eau par la gueule. D'autres, comme les raies, ont à chaque côté de la tête une ouverture qui ſert de paſſage à l'eau. Le plus grand nombre des poiſſons reçoit cependant l'eau par la gueule, & elle ſort par les ouïes; pour s'en convaincre, il ſuffit d'examiner avec quelqu'attention l'eau qu'ils respirent ; elle entraîne avec elle, dans la gueule, les petits corps qui surnagent dans ce fluide, tandis qu'ils sont repoussés aux ouvertures des ouïes.

Dans les cartilagineux, les organes de la respiration, comme nous l'avons déjà dit, sont beaucoup plus étendus que dans les autres poissons ; la plupart rejettent aussi l'eau par plusieurs ouvertures, qui sont au nombre de sept dans toutes les espèces de lamproies, & dans un chien de mer que j'ai décrit sous le nom de *bluet* dans les Mémoires de l'Académie, 1780. Un autre poisson de même genre, dont j'ai parlé sous la dénomination de *griset*, dans le même mémoire, en a six. Toutes les raies, & la plupart des chiens-de-mer en ont cinq ; quelques-uns n'en ont que quatre, le quatrième étant alors divisé intérieurement en deux parties. Les *chimeræ*, les *esturgeons* & la *feuille*, n'en ont qu'une seule formant quelquefois plusieurs divisions. Tous les autres poissons ne sont pourvus que d'une seule ouverture ; mais sa forme varie suivant l'économie animale de chaque espèce. Ceux qui sont destinés à vivre dans des eaux peu profondes, qui ne s'éloignent jamais du rivage & qui sont quelquefois ensevelis dans le sable, tels que l'*ammodytes*, plusieurs espèces de *Silurus*, & la plupart des *Anguilliformes*, ont cette ouverture petite, formant une espèce de canal environné de membranes épaisses. Les *poissons-coffres* vivent très-près du bord de la mer qui, en se retirant, les laisse souvent dans des lieux où il y a une très-petite quantité d'eau que le soleil fait bientôt évaporer ; ils ont aussi les ouvertures de la gueule & des ouïes très-petites, leur corps est de plus recouvert d'une écaille dure & d'une seule pièce. Les *poissons-bourses*, les *vieilles* de mer qui, en s'enflant restent presque toujours à la surface de l'eau, ont ces mêmes ouvertures très-étroites. Les poissons qui sont forcés d'exécuter de grands mouvemens, ont les ouïes les plus étendues. Leur gueule & l'ouverture des ouïes sont très-larges ; ils reçoivent une grande quantité d'eau & la renouvellent plus souvent que les autres ; ils meurent presque aussitôt qu'ils sont hors

de

de l'eau, tandis que les carpes, les anguilles, &c. qui ont ces ouvertures plus petites, vivent assez long-temps dans l'air. On pourroit en quelque sorte comparer les premiers aux oiseaux de haut vol, dont la plupart des os sont pénétrés par l'air : le *hareng*, les *aloses*, le *brochet*, &c. doivent être compris dans la première division.

Dans les animaux qui respirent de l'air, il n'y a qu'une seule ouverture par où cet élément est reçu & est rejeté. Dans les poissons, comme nous venons de l'observer, l'eau entre par une ouverture & sort par une issue différente. Le mécanisme au moyen duquel cette opération s'exécute, est aussi bien différent de celui qui sert à la fonction analogue à celle-ci dans les quadrupèdes; les opercules servent de parois à la cavité qui renferme les ouïes, & font l'office des côtes; leur mouvement est semblable à celui de ces parties dans l'homme & les quadrupèdes. Quand le poisson veut prendre de l'eau, la mâchoire inférieure s'abaisse, & les deux os qui la composent étant joints antérieurement par des ligamens, elle est en même-temps dilatée. Les os de la mâchoire supérieure sont portés par leur extrémité postérieure en en-bas; & comme ils se trouvent articulés avec les os latéraux de la tête qui forment la base des opercules, ils font exécuter à ceux-ci un mouvement de bascule qui porte leur angle antérieur un peu en-dedans & en en-bas, tandis que la mâchoire inférieure les porte en-dehors & en en-haut. Par ces mouvemens combinés, chaque fois que le poisson ouvre la gueule, les opercules s'écartent par leur bord, du corps de l'animal, & laissent échapper l'eau qui étoit contenue dans la cavité des ouïes; leur mouvement est exactement le même que celui des côtes dans la respiration. Dans le même instant où l'animal ferme la gueule, le bord des opercules est ramené sur le corps; la membrane des ouïes qui le borde en ferme exactement l'ouverture, & l'eau qui étoit entrée dans les cavités lors de la dilatation de toutes les parties, est pour ainsi dire, pressée contre les feuillets des ouïes qui se sont rapprochées au même moment; & c'est alors que la fonction de la respiration est entièrement remplie. Les poissons ne la parachèvent donc que dans l'expiration. N'est-on pas en droit de conclure avec *Duverney*, guidé par l'analogie, que les animaux qui respirent de l'air ne donnent point le principe phlogistique de leur sang à cet élément dans le moment de l'inspiration, mais seulement lorsque le thorax s'affaisse, que les poumons tendent à chasser l'élément qu'ils contiennent, & que toutes les parties, en se rapprochant, forcent l'air à s'unir plus intimément avec les fluides qu'elles charient.

Les poissons ont des inspirations plus fréquentes que les animaux qui vivent dans l'air, parce que le principe qui doit être extrait de l'eau par leurs organes, est répandu bien moins abondamment dans ce dernier fluide que dans l'air, & qu'il est plus difficile de le séparer de l'un que de l'autre.

L'usage de la *membrane des ouïes* paroît se borner à fermer exactement l'ouverture des ouïes, & à augmenter dans certaines espèces leur cavité; cette membrane manque dans un grand nombre de poissons, comme je l'ai déjà observé : les *ouvertures des ouïes* sont alors très-étroites. Dans quelques-uns où cette ouverture se trouve très-petite, la membrane des ouïes n'est soutenue que par un seul rayon, qu'on pourroit même regarder comme une lame des opercules. Les espèces du genre des *Mormyrus* en fournissent un exemple; quelques-autres ont l'ouverture des ouïes très-étroite, mais formant une espèce de canal, comme on le voit dans les poissons du genre des *murænes* & des *callyonimus;* dans ces espèces, la membrane ne paroît pas distincte des opercules, & les osselets qui la soutiennent peuvent être aisément comparés aux côtes dans l'homme & les quadrupèdes. Dans les poissons enfin dont l'ouverture des ouïes est très-considérable, il étoit nécessaire que la membrane fût raffermie par un grand nombre d'osselets; & c'est aussi ce qu'on observe dans toutes les espèces de *brochets*, de *saumons*, & sur l'*élops* qui a trente-quatre osselets de chaque côté.

Lorsque le sang a passé au travers des ouïes, il entre dans des vaisseaux dont le diamètre va en augmentant, dont les parois ſont moins épaiſſes que celles de l'artère branchiale, qui ont, en un mot, tous les caractères des veines, & qui doivent en tout être comparés aux veines pulmonaires dans l'homme & les quadrupèdes; elles ne portent cependant pas le ſang à un ventricule, mais elles forment par leur réunion un gros vaiſſeau qui a toutes les qualités des artères. Ce vaiſſeau a été connu des anatomiſtes, ſous le nom d'*aorte deſcendante;* je crois devoir ſeulement lui donner celui d'*aorte,* ayant déjà fait voir que les poiſſons n'avoient point d'aorte aſcendante. Le ſang eſt diſtribué dans tout le corps par l'aorte; le cours de ce fluide n'eſt point retardé comme dans l'homme, par un grand nombre de plis ou d'angles formés par les vaiſſeaux ſanguins, & qui ſont déterminés par la conformation des viſcères & des extrémités: il n'a donc pas beſoin d'être pouſſé dans les artères des poiſſons, avec autant de force que dans celles de l'homme. Il eſt aiſé, d'après cette conſidération, de rendre raiſon de la direction que ſuivent les veines pulmonaires; quant aux artères, elles décrivent une ligne droite, & le ſang y circule avec moins de rapidité que dans les vaiſſeaux des animaux à ſang chaud. *Leuwenhoëck* a obſervé que le ſang d'une anguille ne parcouroit à peu-près que l'eſpace de cinq pouces dans une minute; & je me ſuis aſſuré par un grand nombre d'expériences faites ſur des poiſſons du genre des *carpes,* que leur cœur battoit dans le même eſpace de temps, trente-cinq fois, quelquefois trente-ſix, & même trente-huit, rarement quarante.

Il eſt très-probable que le ſang, en paſſant à travers les ouïes, s'y dépouille, comme dans les quadrupèdes à travers les poumons, du principe charbonneux dont il eſt ſurchargé; mais je laiſſe aux chimiſtes à nous éclairer ſur la manière dont l'air déphlogiſtiqué uni à l'eau, & qui en eſt peut-être une partie conſtituante, abſorbe ce principe: je me bornerai à rapprocher quelques obſervations qui peuvent éclaircir la théorie des phénomènes de la reſpiration.

Les poiſſons ont, proportionnellement à leur volume, moins de ſang que les quadrupèdes; ce qui s'accorde parfaitement avec la manière imparfaite dont le mécaniſme de la reſpiration s'exécute dans les premiers; pluſieurs anguilles ont à peine fourni quelques onces de ſang, ſuivant *Menghinus ;* & l'on trouve dans les *commentarii Bononienſes,* qu'on n'en a retiré qu'une ſeule once de cent de ces poiſſons.

La quantité du ſang dans les animaux, eſt toujours en raiſon de la perfection de leur reſpiration; cette obſervation peut être faite non-ſeulement ſur les grandes claſſes, mais encore ſur les eſpèces des poiſſons qui offrent, relativement aux organes de la reſpiration, bien plus de variétés que les animaux qui vivent dans l'air. Ainſi les cartilagineux qui ont ces organes les plus étendus, ont auſſi plus de ſang qu'aucun autre poiſſon; de même le brochet, dont les organes de la reſpiration ſont plus complets, pour ainſi dire, que ceux de la carpe, a plus de ſang que celle-ci qui, reſpirant d'une manière plus parfaite que l'anguille, a auſſi plus de ſang que cette dernière.

Les poiſſons ne peuvent ſupporter dans l'eau un degré de chaleur égal à celui que les quadrupèdes ſupportent dans l'air; la différence eſt même à cet égard très-conſidérable, puiſque ceux-ci ne paroiſſent ſouffrir en aucune manière dans une atmoſphère dont la chaleur tranſmiſe à l'eau, feroit infailliblement périr les poiſſons qu'on y plongeroit.

L'homme eſt ſuſceptible auſſi de ſupporter ſans inconvénient une chaleur très-conſidérable. Pluſieurs Savans Anglois placés pendant quelque temps dans une atmoſphère où le thermomètre ſe ſoutenoit au 109.^{me} degré, ne pouvoient pas dans le même moment tenir leurs mains dans de l'eau dont la chaleur n'étoit que de 57 degrés, & qui auroit ſuffi ſans doute pour détruire l'organiſation des poiſſons. Il exiſte cependant quelques obſervations ſur des poiſſons trouvés vivans dans des eaux aſſez chaudes. Les anciens avoient remarqué cette ſingularité; *Ælien* parle d'un lac de *Lybie*, dont l'eau eſt très-chaude, & où l'on trouve des poiſſons qui meurent ſi on les transporte dans une eau moins chaude. On trouve des observations semblables dans *Saint-Augustin* & *Cardanus*. *Shaw*, dans son voyage en Barbarie, parle de quelques sources thermales dans lesquelles il avoit trouvé plusieurs poissons du genre des *perches*. Tout récemment, M. des Fontaines, de l'Académie des Sciences, a fait la même observation aux environs de Cafza. Le thermomètre de Réaumur, qu'il y a plongé, est monté au 30.me degré: je ne doute point que l'observation d'*Ælien* n'ait eu lieu dans ces mêmes sources. On trouve dans l'histoire des eaux minérales de *Lucas*, des observations sur des carpes vivantes trouvées dans une eau thermale dont la chaleur égaloit celle du sang de l'homme. *Valisnieri* dit aussi avoir vu des poissons vivans dans des eaux thermales; *Conringius* fait mention du même phénomène. *Anderson* rapporte un fait semblable dont il a été témoin en Islande. Je ne citerai pas sur cet objet un plus grand nombre d'autorités, parce que presque aucun de ces auteurs n'a déterminé exactement le degré de chaleur des eaux dont ils font mention. Parmi toutes les observations rapportées sur ce phénomène, celle qu'a faite M. *Sonnerat* est assurément la plus surprenante, puisqu'il dit avoir trouvé à Manille, des poissons dans une eau qui faisoit monter le thermomètre de Réaumur jusqu'au 69.me degré. Mes expériences m'ont fourni de bien moindres résultats. *Mussembroëck* avoit déjà écrit que les poissons périssoient au 111.me degré du thermomètre de Farenheit; il a vu même une *perche* très-vigoureuse mourir en trois minutes, dans une eau au 96.me degré; il ajoute que ces animaux vivoient très-bien au 72.me. Il est très-difficile de déterminer positivement les divers degrés de chaleur que chaque espèce peut supporter; ils diffèrent non-seulement suivant la saison, mais encore suivant la forme des organes de la respiration.

Le 20 juin 1784; j'ai mis deux épinoches dans un grand vase plein d'eau dont la température étoit de 14 degrés; je l'ai fait chauffer graduellement, & au bout de deux heures & demie, le thermomètre eſt monté au 28.me degré: ces poiſſons ſe ſont alors beaucoup agités; ils étoient ſur le point de mourir, lorſque je les ai retirés pour les jeter dans de l'eau fraîche, où ils ſont revenus à la vie au bout de quelques minutes.

Le 10 novembre 1784, j'ai mis dans un vaiſſeau contenant une voie d'eau, une carpe, des ablettes, des goujons, & quelques poiſſons de la famille des perches: l'eau avoit été priſe dans la Seine; le thermomètre y marquoit 5 degrés; le fond du vaiſſeau étoit recouvert de ſable. À midi 25 minutes, le thermomètre étoit à 6 degrés $\frac{1}{2}$; à 30 minutes, à 8 degrés, &c. Cette expérience a duré juſqu'à 4 heures 45 minutes; j'ai eu ſoin de marquer le degré de chaleur de 5 en 5 minutes; j'ai verſé de temps en temps de l'eau fraîche en petite quantité. Au 12.me degré, les plus petits poiſſons ont commencé à monter à la ſurface de l'eau, ils s'agitoient déjà beaucoup & donnoient des ſignes de mal-aiſe: l'eau de la Seine eſt cependant bien plus chaude dans l'été. Au 21.me degré, les plus petits (les ablettes) ont perdu leur équilibre & étoient déjà preſque morts; au 22.me les perches ſurnageoient ſans mouvement & le corps renverſé; les goujons qui étoient un peu plus gros, n'ont paru manifeſtement ſouffrir qu'au 23.me degré; cependant la carpe ne s'agitoit encore preſque point, ſa reſpiration étoit ſeulement plus fréquente. Au 28.me degré où j'ai tenu l'eau pendant 15 minutes, la carpe a commencé à donner des ſignes de mal-aiſe & a perdu l'équilibre; elle a enſuite paru morte ou du moins aſphyxiée; l'ayant retirée pour la mettre dans de l'eau fraîche, elle n'eſt revenue qu'au bout d'un aſſez long eſpace de temps: j'ai employé quatre heures & demie à amener l'eau au 28.me degré. Je ſuis bien perſuadé qu'avec certaines précautions on parviendroit à faire vivre des poiſſons dans une eau échauffée au-delà de 28 degrés; mais je doute qu'ils vécuſſent ſi elle l'étoit ſeulement juſqu'au 40.me. Je me propoſe de ſuivre ces expériences & de les varier de différentes manières.

En ſuppoſant que les poiſſons, ainſi que j'ai lieu de le préſumer d'après les expériences dont je viens de rendre compte, ne puiſſent pas ſupporter une eau échauffée au-delà de 30 degrés; en ſe rappelant en même temps qu'il leur eſt impoſſible de vivre dans une eau dont la température ſeroit quelques degrés au-deſſous de zéro, il s'enſuivroit que ces animaux ne pourroient ſe ſoutenir que dans une échelle tout au plus de 30 degrés; échelle qui, comparée avec celles que peuvent parcourir les animaux à ſang chaud, paroîtra ſans doute très-courte; elle ſera cependant toujours en raiſon de la chaleur vitale, qui dans les poiſſons eſt même au-deſſous de celle des reptiles & des quadrupèdes ovipares. Martine a obſervé ſur pluſieurs poiſſons d'eau ſalée, que la chaleur du ſang n'excédoit pas de plus d'un degré celle de l'eau où ils étoient plongés. La même expérience répétée ſur une truite & ſur d'autres poiſſons de rivière, lui a donné le même réſultat. M. Jean Hunter a vu le thermomètre de Fahz, introduit dans l'eſtomac d'une carpe, monter du 65.^{e} degré $\frac{1}{2}$, terme de la température de l'eau, au 69.^{e} degré, c'eſt-à-dire, 3 degrés $\frac{1}{2}$ de plus; mais il faut obſerver que le poiſſon étoit alors hors de l'eau, circonſtance bien eſſentielle, & qui doit influer beaucoup ſur le réſultat de l'expérience.

J'ai plongé dans le corps de pluſieurs petits poiſſons de la Seine, que je tenois dans l'eau pendant l'expérience, un thermomètre qui n'eſt jamais monté plus de $\frac{3}{4}$ de degré au-deſſus de la température de l'eau; l'augmentation n'étoit même quelquefois que d'un demi-degré, particuliérement dans ceux qui étoient malades. Une anguille aſſez groſſe, mais foible, n'a fait monter la liqueur que de $\frac{3}{4}$ de degré. Les carpes ont donné conſtamment un degré d'excedant de chaleur, quelques-unes un degré $\frac{1}{2}$: en général la chaleur des poiſſons eſt très-peu conſidérable, & je crois qu'on peut révoquer en doute l'obſervation d'*Olafsen,* qui prétend avoir remarqué une chaleur ſenſible dans le ſang d'une eſpèce de chien de mer (le glauque).

Les poiſſons font une grande déperdition de chaleur animale, l'eau leur en ſoutire continuellement une grande quantité; la portion de ce fluide qui les environne immédiatement, eſt auſſi plus chaude que par-tout ailleurs. On a obſervé qu'une carpe plongée dans un mélange qui ſe geloit très-promptement, conſervoit autour d'elle une certaine quantité d'eau fluide, quoique le reſte du liquide fût totalement gelé.

On ne ſauroit rapporter qu'à la reſpiration le développement de la chaleur des poiſſons. Les phénomènes d'après leſquels M.rs Lavoiſier & de la Place ont expliqué la production de la chaleur dans les animaux qui vivent dans l'air, s'obſervent auſſi dans les poiſſons, mais ils ſont bien moins ſenſibles : les différences de la chaleur entre les animaux qui reſpirent de l'air & ceux qui reſpirent de l'eau, ſont ſur-tout remarquables, en comparant les poiſſons avec les cétacées, qui ont d'ailleurs tant de rapport avec ces animaux, que tous les naturaliſtes avant M. Briſſon, les avoient rangés dans la même claſſe. Les uns & les autres habitent le même élément; cependant ceux qui ont des ouïes & reſpirent de l'eau, n'ont qu'un degré ou un degré & demi de chaleur de plus que l'eau; les cétacées au contraire qui reſpirent de l'air, ont le ſang auſſi chaud que celui de l'homme. J'ai plongé le thermomètre dans le corps d'un marſouin, à travers une bleſſure qu'il venoit de recevoir à côté du cou, & qui rendoit beaucoup de ſang; il étoit déjà mort, cependant le thermomètre monta juſqu'au 28.e degré $\frac{1}{2}$, & ſe ſoutint au 28.e degré, lorſque je le plaçai dans les parties de la génération. La température de l'atmoſphère étoit ce jour-là de 14 degrés, & celle de l'eau de la mer près du bord, de 13 $\frac{1}{2}$.

Les poiſſons n'éprouvent point dans l'eau d'auſſi grandes variations de froid ou de chaleur que les quadrupèdes dans l'air. La température de l'eau, à une certaine profondeur, paroît être preſque toujours la même, ce qui eſt prouvé, quant à celle de la mer, par les expériences du comte de

Marſili,

Marsili, & plus récemment de M. de Saussure. Celle des rivières, quand la surface est gélée, est dans le milieu, quelques degrés au-dessus de zéro. Dans les grandes chaleurs, la température de l'eau est toujours au-dessous de celle de l'air. Cependant il paroît que ces animaux sont plus sensibles à un grand degré de chaleur que de froid.

Les poissons sont cependant affectés par les variations de l'atmosphère : on sait que dès que le temps est à la pluie, ils remontent à la surface. Ce fait n'avoit point échappé à Bacon, il le citoit comme une preuve de la grande influence de l'air sur les animaux qui vivent dans l'eau. Ne seroit-il pas plus simple d'attribuer ce phénomène au temps qui détermine alors la chute des insectes que les poissons viennent prendre à la surface de l'eau ? ce qui est d'autant plus vraisemblable, que c'est presque la nourriture de tous les poissons de rivière.

C'est aux grandes variations de l'atmosphère qu'on doit attribuer l'émigration de cette quantité prodigieuse de harengs que le froid force chaque année à chercher des mers plus tempérées que celles du pôle; mais nous n'avons malheureusement encore presque aucune observation sur ces voyages périodiques. Les poissons destinés à ne jamais s'éloigner des bords, sentent aussi le refroidissement de l'air, & pour s'en garantir ils s'enfouissent dans la vase, où la plupart d'entr'eux restent dans un état d'engourdissement, semblable à celui qu'éprouvent pendant l'hiver les ours, les loirs, les marmottes, &c. Les anciens ont parlé de ce sommeil périodique; les modernes n'ont point fait d'observations relatives à ce phénomène, qui mérite cependant une attention particulière. Il est aisé de reconnoître les poissons de cet ordre, à leur corps qui est alongé, à l'absence des nageoires ventrales, & aux mouvemens d'ondulation qu'ils sont obligés d'exécuter pour se soutenir dans l'eau.

Je ne regarde pas comme un engourdissement, proprement dit, celui que plusieurs auteurs ont prétendu avoir obſervé ſur des poiſſons entièrement gelés & rappelés enſuite à la vie. Peut-être ſe ſont-ils fondés ſur ce qui arrive quelquefois à pluſieurs parties des animaux à ſang chaud, leſquelles reprennent vie après avoir été gelées; mais il faut obſerver que leur ſang eſt bien plus chaud, & qu'il eſt pouſſé avec plus de force dans ceux-ci que dans les poiſſons. Quoi qu'il en ſoit, M. J. Hunter qui a tenté la même expérience ſur ces derniers, ne l'a jamais vu réuſſir; les poiſſons, dont il a fait geler la queue, n'ont jamais pu recouvrer l'uſage de cette partie.

L'eau affecte d'un plus grand nombre de manières les organes de la reſpiration des poiſſons, que l'air n'agit ſur ceux des animaux à ſang chaud. Pluſieurs individus, après avoir reſpiré pendant quelque temps dans une certaine quantité d'eau, la dénaturent au point qu'elle n'eſt plus propre à la reſpiration, comme les animaux à ſang chaud dénaturent l'air, lorſqu'ils ſont raſſemblés dans le même endroit. L'eau tient en diſſolution un plus grand nombre de ſubſtances que l'air, & parmi ces ſubſtances, il s'en trouve beaucoup qui deviennent nuiſibles aux poiſſons; leur vertu délétère agit le plus ſouvent dans ces animaux, ſur les organes de la reſpiration; ce qui a plus rarement lieu dans les animaux qui vivent dans l'air. La nature a cependant doué les poiſſons d'une force aſſez grande pour réſiſter à quelques-uns des changemens que l'eau peut éprouver; ils paſſent, par exemple, librement des eaux ſalées dans les eaux douces, ou de celles-ci dans les eaux ſalées. On ſait combien eſt grand le nombre des ſaumons, des aloſes, des lamproies, &c. qui abandonnent chaque année la mer pour remonter les rivières; les carpes au contraire quittent ſouvent les rivières pour gagner les eaux de la mer. Si l'on fait attention à la différence qu'il doit y avoir pour un poiſſon, de reſpirer de l'eau douce ou de l'eau ſalée, on aura une idée de la force dont nous avons dit qu'ils étoient doués pour réſiſter aux changemens que l'eau peut éprouver, force qui, dans cette circonſtance, eſt au-deſſus de celle qu'on obſerve dans les autres animaux qui ne supporteroient pas un changement aussi grand & aussi subit dans l'air. Ceci peut servir à rendre raison de l'organisation moins parfaite que présentent les parties destinées à la respiration des poissons; structure qui les met à l'abri de la trop grande influence que les dégénérations multipliées de ce fluide auroient sur leurs organes.

Les poissons que j'ai mis dans de l'eau distillée y ont vécu; ils ont à la vérité donné d'abord des signes de mal-aise, mais après avoir nagé quelque temps, ils n'ont plus paru souffrir. Ils avoient probablement déterminé, par leur mouvement, l'eau à s'unir à la portion d'air nécessaire à la respiration. Cependant un petit poisson enfermé dans un flacon bouché, qui contenoit une pinte d'eau distillée, y a vécu plus de trente heures. Le sirop de violette, versé en petite quantité sur de l'eau distillée où étoient des poissons vivans, n'a donné d'abord aucun signe de changement de couleur; il a seulement un peu verdi dans la suite, ce qui peut être attribué à la partie alkalescente de la mucosité dont le corps des poissons est enduit, & qui se mêle toujours à l'eau: ils y ont très-bien vécu. Une goutte d'acide arsénical jetée dans une assez grande quantité d'eau, où j'avois mis un poisson vigoureux, a suffi pour le faire mourir dans le moment. Sa gueule étoit fermée, & les opercules des ouïes ramenées sur le corps. Un autre poisson a vécu six minutes dans du suc de citron; les ouvertures des ouïes étoient fermées quand il est mort. L'eau légèrement acidulée au moyen de l'air fixe, a fait mourir dans quelques minutes un poisson vigoureux; sa gueule & l'ouverture de ses ouïes étoient très-béantes. Ceux que j'ai plongés dans de l'eau de chaux, ont, au bout de quelques minutes, rejeté par les ouvertures des ouïes, une sanie assez abondante; ils ont donné quelques signes de vie après cette évacuation, & sont morts bientôt après. On sait que la chaux est employée à prendre les poissons dans les étangs, & les anguilles dans les ruisseaux où il y a peu d'eau, & où il suffit de jeter quelques pierres de chaux pour les faire mourir. Les pêcheurs emploient pluſieurs autres moyens analogues pour prendre, s'il eſt permis de s'exprimer ainſi, les poiſſons par la reſpiration. Dans les Indes, on emploie à cet uſage le ſuc de pluſieurs plantes. Dans nos provinces méridionales on ſe ſert, pour le même objet, du ſuc d'une eſpèce de thytimale (*euphorbia characias L.*) qui croît abondamment dans les lieux incultes; on en coupe les tiges en pluſieurs morceaux, qu'il ſuffit de jeter ſur l'eau pour faire mourir un grand nombre de poiſſons. On ſait que ce ſuc laiteux peut être répandu ſur une grande ſurface.

MÉMOIRE
SUR QUELQUES PARTICULARITÉS DU CUPRESSUS DISTICHA Lin.
appelé Cyprès chauve *par les Américains.*
Par M. l'abbé TESSIER.

Lû le 6 Avril 1785.

SI les descriptions exactes des plantes sont nécessaires pour les faire reconnoître, & pour empêcher qu'on ne confonde entr'elles les espèces qui se rapprochent, il n'est pas moins intéressant de constater les circonstances qui accompagnent leur végétation, & l'usage auquel on peut les destiner, parce que de-là dépendent & la manière de les multiplier, & les avantages qu'on a lieu d'en attendre. C'est dans cette vue que j'exposerai ici quelques particularités du *cupressus disticha.* Lin.

On a donné le nom de *cyprès chauve* au *cupressus disticha*, parce que tous les ans, en hiver, il se dépouille de ses feuilles que les autres cyprès conservent dans cette saison. Suivant les anciens botanistes françois, c'est le *cupressus foliis pseudo-acaciæ deciduis*; la plupart des auteurs anglois l'appellent *deciduous cypress.* Catesby le regarde comme le plus haut & le plus gros des arbres de l'Amérique septentrionale, après le tulipier. Selon cet auteur, il y a des cyprès chauves qui ont trente pieds de circonférence près des racines, & dix vers la cime, sur une hauteur de soixante à soixante-dix pieds avant les branches. Le père Charlevoix dit absolument la même chose; comme il paroît avoir copié Catesby, il ne peut être une autorité de plus. M. le Page du Pratz, dans son histoire de la Louisiane *(a)*, pays où le *cupressus disticha* étoit très-commun & très-estimé,

(a) Histoire de la Louisiane, *tome II, chapitre III, pages 30 & suiv.*

ſous le nom de *cypre*, entre, ſur ſon uſage, dans des détails intéreſſans. Il fait connoître que c'eſt un arbre d'une grandeur & d'une groſſeur prodigieuſes; d'un ſeul tronc on forme communément pluſieurs pirogues de plus d'un pouce d'épaiſſeur, en état de porter juſqu'à quatre milliers & au delà; on cite même un de ces cyprès, qui avoit douze braſſes de tour ſur une hauteur proportionnée: on ſe propoſoit de l'employer à la conſtruction de deux pirogues, dont l'une devoit porter quatorze tonneaux & l'autre ſeize.

Dans le temps où le cyprès chauve étoit, à la Louiſiane, plus commun qu'il ne l'eſt maintenant, on en abattoit, dit M. le Page, pour faire ſervir l'écorce à couvrir les maiſons; on choiſiſſoit le moment où l'arbre étoit en sève, afin d'en enlever plus facilement l'écorce, qu'on tailloit par pièces de ſix pieds de longueur; on faiſoit du reſte de l'arbre, des planches qui étoient tranſportées hors du pays, & vendues à bon marché. Ce bois a la réputation de n'être pas attaqué des vers, de réſiſter mieux qu'aucun autre aux injures de l'air, & d'être incorruptible. Un tronc d'arbre qu'on a trouvé bien conſervé près la nouvelle Orléans, à vingt pieds de profondeur, & qui devoit y être depuis bien des années, étoit celui d'un cypre ou cyprès chauve. M. le Page du Pratz aſſure que le bois du cyprès chauve eſt d'une belle couleur, qu'il eſt tendre, léger, doux, uni, d'un fil droit, ayant les pores fins, qu'il ne ſe fend pas de lui-même, mais facilement ſous l'outil de l'ouvrier, & qu'enfin il ne travaille point lors même qu'on l'emploie encore verd.

Le *cupreſſus diſticha* offre à l'obſervateur une particularité ſingulière. À quelque diſtance du tronc il s'élève des racines preſque à angles droits, des protubérances que Cateſby déſigne ſous le nom de *chicots*, & l'auteur de l'hiſtoire de la Louiſiane, ſous celui de *contreforts*. Les habitans de la Louiſiane les creuſent pour en faire des uſtenſiles de ménage; ces protubérances jointes à des portions de racines, s'emploient pour former des courbes naturelles dans les vaisseaux. Elles sont ordinairement arrondies & en forme de cône ; quelques-unes excèdent de très-peu la surface du sol, d'autres montent jusquà huit ou dix pieds, ce qui peut dépendre de l'âge des arbres : une écorce rougeâtre les recouvre ; on n'y voit ni feuilles ni branches, ni traces de boutons. Jusqu'ici, à ce qu'il me semble, on n'a remarqué sur les racines d'aucun autre arbre de semblables protubérances, ou du moins on n'en a pas fait mention. Catesby nous a appris encore, que le cyprès chauve, auquel il donne l'épithète d'*aquatique*, croissoit dans l'eau, dont il étoit quelquefois baigné jusqu'à la hauteur de cinq & six pieds; & que ses graines, mûres en octobre, se semoient d'elles-mêmes, avantage précieux pour sa multiplication.

Ces assertions aussi curieuses qu'utiles pour les cultivateurs d'arbres, avoient besoin d'être confirmées : deux relations nouvelles que j'ai entre les mains, ne laissent aucun doute sur l'exactitude de la plupart ; l'une est de M. de Marbois, secrétaire d'ambassade de France, auprès des États-unis de l'Amérique, & maintenant intendant de Saint-Domingue ; & l'autre de M. Jones, habitant du pays où les cyprès chauves sont le plus abondans. M. de Marbois, dont le zèle pour les intérêts de sa patrie, & pour lui procurer des objets utiles, se fait connoître dans plus d'un genre, s'est rendu de Philadelpbie à un marais rempli de ces arbres, & appelé *cyprès swamps*, situé à peu de distance de Lewistowe près de l'embouchure de la Delaware, à la droite du fleuve; il est en partie dans le petit État de la Delaware, & en partie dans le Maryland, au nord & au sud du cap Henlopen *(b)*, éloigné de la mer d'environ

(b) Le cap Henlopen est marqué sur la carte de d'Anville, à l'entrée de la Delaware, au sud ou à gauche en entrant dans cette rivière, vis-à-vis du cap Mai, qui est à droite & dans le Newjersey. Dans la carte de Lattré, la plus récente, on trouve le cap Kenlopen, au lieu du cap Henlopen, qui est le vrai nom, ainsi qu'il paroît d'après les gens du pays. M. d'Anville l'a bien désigné.

douze milles. On aſſure que ce marais & ceux qui l'avoiſinent, ont une étendue très-conſidérable. M. de Marbois a remarqué que le ſol qui environe le marais des cyprès, étant moins marécageux, quoique humide, ne produiſoit point de cyprès chauves, mais des chênes, des noyers, des liquidambars. Du reſte, ſa relation & celle de M. Jones ſont d'accord avec ce que Cateſby & M. le Page du Pratz ont avancé de plus important ſur le cyprès chauve. M. de Marbois a fait paſſer en France une de ces protubérances dont j'ai parlé ; il y a joint de la terre du marais, afin qu'on reconnût celle où il convenoit de cultiver cet arbre. Il ſeroit à deſirer que les voyageurs botaniſtes euſſent cette attention : ſouvent ils ſe contentent d'envoyer ou de rapporter des graines, ſans mettre ceux à qui ils les deſtinent, à portée de réuſſir dans leurs eſſais.

Le principal but qu'on ſe propoſe dans la recherche des arbres étrangers, eſt de ſavoir s'il eſt poſſible de les naturaliſer dans d'autres pays que ceux où ils croiſſent naturellement. Je penſe qu'on doit concevoir l'eſpérance d'acclimater parmi nous le cyprès chauve, non-ſeulement d'après les éclairciſſemens que vient de nous procurer M. de Marbois, mais encore, parce que cet arbre s'élève en France avec ſuccès. M. de Maleſherbes, membre de cette Académie, auquel on eſt redevable en partie du voyage de M. de Marbois de Philadelphie juſqu'au Marais, & auquel je n'ai, pour ainſi dire, qu'épargné la peine d'inſtruire le public des faits contenus dans ce mémoire, M. de Maleſherbes a fait planter de diverſes manières des cyprès chauves ; les uns dans un terrein ſec, les autres dans un ſol de tourbe, & un ſeul, au milieu d'un amas d'eau ſtagnante. Parmi les premiers, pluſieurs ont péri, ceux qui ſubſiſtent ſont petits & languiſſans; les cyprès placés dans la tourbe croiſſent avec vigueur & facilité ; ils ont trente-ſix pieds de hauteur, & quatre pieds de circonférence à leur baſe. Il y a quinze ans qu'ils ſont à Maleſherbes, où ils ont été apportés d'Angleterre, n'ayant que ſix lignes de diamètre, & la groſſeur du petit doigt.

doigt. On diſtingue auprès de l'un d'eux des protubérances ſortant des racines ; elles ſont en grand nombre ; il y en a qui ſe montrent à plus de ſix pieds du corps de l'arbre ; quelques-unes ont déjà ſix pouces au-deſſus du ſol. Les racines profondes en produiſent comme les racines ſuperficielles ; car les racines s'élèvent plus ou moins, comme pour former une protubérance, & ſe replongent en terre, preſque verticalement, ainſi que M. de Malesherbes & moi nous l'avons obſervé. Le cyprès chauve, qui a le pied dans l'eau, n'y eſt que depuis trois ans ; il paroît en bon état. Il eſt à remarquer à l'avantage des cyprès chauves, que ceux de Malesherbes, ſans qu'on ait pris aucunes précautions, n'ont point été maltraités par la rigueur des hivers de 1776 & 1784, quoique d'autres arbres de France & du pays en aient beaucoup ſouffert. Cependant en Amérique, ils ne ſe trouvent pas plus au nord que la Virginie. Il n'eſt pas inutile d'obſerver encore, que leurs graines ſe conſervent pluſieurs années, & ſe tranſportent par mer, ſans exiger des attentions particulières. M. de Fougeroux poſsède au Monceau beaucoup de cyprès chauves qui ſont en bon état; ces arbres ont été plantés dans de la tourbe, ſur les bords d'une rivière qui les inonde une partie de l'année ; c'eſt une des plantations faites par M. Duhamel de Denainvilliers, frère de celui que nous regrettons. Ce ſavant modeſte, un des meilleurs cultivateurs qui ayent exiſté, ayant eſſayé ces arbres dans divers terreins où ils ne ſe plaiſoient pas, penſa, après avoir lû Cateſby, qu'il convenoit de les mettre dans la tourbe, & preſque le pied dans l'eau, & l'on voit par le ſuccès des cyprès de Malesherbes, combien ſon obſervation fut juſte.

Afin de tirer tout le parti poſſible du voyage de M. de Marbois, au marais des cyprès, nous avons cru devoir ſoumettre à un examen chimique la terre & la protubérance qu'il a fait paſſer en France, & les comparer avec la terre & une protubérance envoyées de Malesherbes. M. Cornette, de cette compagnie, s'en eſt chargé & s'en eſt acquitté avec exactitude. L'une & l'autre terres paroiſſent être de la tourbe, dans laquelle on reconnoit à l'œil des débris de végétaux; celle d'Amérique eſt d'un brun-foncé, & contient une aſſez grande quantité de quartz qui la rend friable; celle de Maleſherbes eſt d'un gris-cendré, ſans aucun mélange de quartz, auſſi a-t-elle du liant & de la ténacité.

Chacune de ces terres, bien sèche, expoſée ſéparément dans un creuſet au feu de forge, s'eſt enflammée ſur le champ, en répandant une flamme blanche; cette combuſtion a enlevé à la terre d'Amérique les trois huitièmes de ſon poids, & à celle de Maleſherbes un peu moins que la moitïé: la terre griſe & légère qui reſtoit dans le creuſet, n'étoit pas attirable à l'aimant, elle a fourni un peu d'alkali.

En délayant dans l'eau une once de la terre d'Amérique, & en la traitant à la manière des terres bolaires, on en retire, à l'aide d'un tamis, 1.° un gros de ſubſtance végétale, dont une partie eſt à moitié détruite, & l'autre dans un état d'intégrité; 2.° trois gros & 15 grains de criſtaux de quartz; 3.° trois gros $\frac{1}{2}$ d'une terre brune, inſoluble dans les acides, très-diviſée, facile à s'enflammer, ne laiſſant qu'une cendre qui contient peu d'alkali fixe. De la même quantité de terre de Maleſherbes, traitée de la même manière, on a retiré 1 gros & 48 grains de ſubſtance végétale, 5 gros & 36 grains d'une terre brune, ſoluble en partie dans les acides, dont il y avoit plus d'un gros de terre calcaire; ſi on l'examinoit à la loupe, on y découvroit encore des parcelles de végétaux. M. Cornette ayant enflammé & réduit facilement en cendres la terre de Maleſherbes, a reconnu que c'étoit un mélange d'argile provenant de la décompoſition des végétaux, & d'une petite portion d'alkali réſultant de leur incinération.

Une demi-once de la terre d'Amérique & une demi-once de celle de Maleſherbes, miſes chacune dans l'eau bouillante qu'on a fait évaporer, n'ont donné aucuns ſels, mais de la matière extractive, qui étoit plus abondante dans celle de Malesherbes : on conçoit qu'elle dépendoit des végétaux non décomposés.

Cette analyse offre des différences entre les deux terres, puisque celle de Malesherbes ne contient point de quartz, qui forme plus d'un tiers de celle de l'Amérique, puisque cette dernière est privée de terre calcaire, ou n'en a que très-peu, tandis que l'autre en a un huitième; mais dans l'une & dans l'autre il y a beaucoup de débris de végétaux plus ou moins complétement décomposés, ce qui constitue la véritable tourbe. Il s'ensuit donc que la tourbe est la terre qui convient le mieux à la végétation du cyprès chauve: cette tourbe a besoin d'être divisée; dans la terre d'Amérique, elle l'est par le moyen du quartz; dans celle de Malesherbes, elle l'est par la terre calcaire, ce qui rapproche ces deux terres, en leur donnant la même propriété; car on sait qu'on diminue également la compacité des terreins, soit en y mêlant du sable, soit en y mêlant de la terre calcaire.

Les essais que j'ai rapportés, conformes à l'examen des terres où se plaît le *cupressus disticha*, me paroissent suffisans pour engager les cultivateurs zélés à multiplier ces arbres en France. Ce royaume renferme beaucoup de terreins marécageux, inondés, formés de tourbe & de sable ou de craie, où il ne croît que des joncs, des iris, des roseaux & de mauvais fourrages; tels sont la vallée de Somme, les tourbières de Flandre, quelques cantons de la Sologne, & beaucoup d'endroits situés dans le voisinage des ruisseaux. Il y a lieu d'espérer que cet arbre y réussiroit.

Quoiqu'il ne fût pas important pour la culture du cyprès chauve, de connoître les principes chimiques de son bois & ceux de la protubérance qui s'élève des racines, M. Cornette a cru devoir s'en occuper, puisqu'il en avoit l'occasion. Suivant son analyse, il résulte de la comparaison du bois de cyprès d'Amérique avec celui du cyprès de Malesherbes, de celle des protubérances d'Amérique & de Malesherbes entr'elles, & de celle des protubérances avec le bois, 1.° que le bois du cyprès d'Amérique est moins dur que celui de Malesherbes, ce qui peut dépendre du degré de siccité, ce dernier étant plus récemment coupé; 2.° qu'ils fournissent l'un & l'autre très-peu d'extrait dans une évaporation après avoir bouilli; 3.° qu'ils ne communiquent à l'esprit-de-vin qu'une foible couleur, qui devient plus foncée par l'addition d'un peu d'alkali fixe: ces teintures sont styptiques, & précipitent en noir la dissolution du fer dans les acides; 4.° que ces deux bois ayant été soumis à la distillation, celui de Malesherbes a fourni plus de flegme acide, & celui d'Amérique plus d'huile; 5.° qu'en conséquence on a retiré de celui-ci plus d'air inflammable que de l'autre, ce qui doit d'autant moins surprendre, que l'arbre dont il a été enlevé avoit végété dans une latitude plus chaude.

Les mêmes différences se sont manifestées dans l'analyse chimique des protubérances d'Amérique & de Malhesherbes. Ces protubérances s'enflamment plus aisément que les bois; leur flamme plus vive répand une odeur plus forte; elles communiquent une couleur plus foncée à l'esprit-de-vin, donnent plus d'huile & moins de flegme dans la distillation, & laissent dégager plus d'air inflammable à l'appareil pneumato-chimique, parce qu'elles sont plus résineuses. Elles contiennent aussi plus de matière extractive, car l'eau dans laquelle on en a fait bouillir des portions se colore davantage.

Quelques personnes ont pensé que les protubérances du *cupressus disticha* étoient les organes par lesquels les racines pompoient l'air quand cet arbre étoit inondé. Cette opinion ne me paroît point fondée, puisque cet arbre n'est pas le seul dont les racines soient couvertes d'eau. Celui de Malesherbes, qui a fourni la protubérance que M. Cornette a examinée, n'est inondé que rarement. Cependant la direction de certaines racines qui s'élèvent droit, & se reploient verticalement après avoir formé des protubérances, sembleroit indiquer quelqu'usage analogue. Ces corps n'ont d'autre organiſation que celle des parties ligneuſes de l'arbre. Un ſavant a ſoupçonné d'abord que ces protubérances étoient peut-être aux racines du cyprès chauve, ce que ſont les épines au tronc & aux branches du gleditzia & du pſeudo-acacia; mais n'en connoiſſant pas d'autres exemples, il s'eſt abſtenu de prononcer. S'il étoit permis de haſarder une conjecture, je dirois que ces protubérances reſſemblent beaucoup aux excroiſſances qui ſe trouvent ſur les troncs de quelques arbres réſineux; elles en ont la forme arrondie, la diſpoſition organique, puiſqu'elles ſont un peu ſpongieuſes. La séve, en s'extravaſant dans ces parties, en écarte l'épiderme & les couches ligneuſes; il s'y amaſſe plus de réſine. On a vu par l'analyſe chimique, que les protubérances étoient plus réſineuſes que le bois; mais ce n'eſt-là qu'un aperçu préſenté ſans prétention. Le temps & des obſervations apprendront à développer ce phénomène de végétation. Il me ſuffit d'avoir fait connoître les avantages du cyprès chauve, & la facilité avec laquelle on peut en introduire la culture dans nos climats.

MÉMOIRE SUR LES PROPRIÉTÉS ÉLECTRIQUES DE PLUSIEURS MINÉRAUX.

Par M. l'abbé HAÜY.

LES physiciens connoissent en général deux moyens d'électriser les corps, l'un par le frottement, & l'autre par la communication avec un autre corps déjà électrisé. On s'est aperçu aussi que, parmi les substances susceptibles d'être électrisées par frottement, il y en avoit quelques-unes, telles que la résine, la cire d'Espagne, le soufre, qui devenoient électriques, lorsqu'après les avoir fait fondre, on les laissoit refroidir. Enfin on reconnut que le schorl, appelé *tourmaline*, dont la nature est vitreuse, avoit la propriété de s'électriser par la seule chaleur, sans frottement; & cette découverte, qui fut mise dans tout son jour par les diverses expériences de M.rs Wilson, Adanson, Daubenton, Æpinus & de plusieurs autres savans célèbres, fit une époque intéressante dans l'histoire de l'électricité. On a observé depuis que d'autres schorls avoient la même propriété, ainsi que les rubis & topaze du Bresil.

J'ai découvert la propriété dont il s'agit, dans un minéral d'un genre tout différent, & qui appartient à la classe des substances métalliques. Ce minéral se présente sous la forme de petites lames minces, alongées, taillées en biseaux par leurs bords, disposées par faisceaux, & convergentes vers un centre commun. On l'a trouvé, il n'y pas long-temps, dans les mines de plomb de Brisgaw, & on l'a apporté ici, sous le nom de *spath séléniteux:* quelques naturalistes l'ont pris pour une zéolite; mais M. Pelletier ayant fait successivement l'analyse de la zéolite de Fér-oë, & de la prétendue zéolite du Brifgaw, a trouvé que ces deux fubftances donnoient des produits très-différens, & que la feconde n'étoit autre chofe qu'une calamine criftallifée. *(Journal de phyfique, décembre 1782) (a).*

Cette calamine étant échauffée, offre les mêmes phénomènes que les tourmalines. La chaleur néceffaire pour qu'elle manifefte fes propriétés électriques, a auffi une limite au-deffus de laquelle les effets font nuls ou infenfibles; mais elle conferve fa vertu, en fe refroidiffant, beaucoup plus long-temps que les tourmalines: car un petit groupe de criftaux, plus de douze heures après avoir été chauffé, donnoit encore des fignes fenfibles d'électricité, tandis qu'une tourmaline que j'avois fait chauffer en même temps, avoit perdu toute fa vertu en moins d'une heure.

On fait que les tourmalines & autres fubftances minérales qui s'électrifent par la chaleur, ont, ainfi que les matières électrifées par frottement, un côté dans l'état pofitif, & l'autre dans l'état négatif. Les minéralogiftes-phyficiens ne feront peut-être pas fâchés de trouver ici la defcription d'un appareil fort fimple, dont je me fers pour obtenir les effets relatifs à ces deux électricités oppofées. Il confifte, 1.° dans une aiguille faite d'un fil de laiton de deux ou trois pouces de longueur, & qui tourne librement fur un pivot de même métal, & non ifolé; 2.° dans un bâton de cire d'Efpagne, à l'extrémité duquel eft attaché un fil de foie délié, de quelques lignes de longueur.

Lorfque la tourmaline eft échauffée, je commence par la préfenter à une petite diftance d'une des extrémités de l'aiguille, jufqu'à ce qu'elle produife des attractions fenfibles; je juge alors que la tourmaline eft à fon vrai point de chaleur: je frotte auffitôt le bâton de cire dans toute fon étendue, & à plufieurs reprifes, fur une étoffe; ceux

(a) On connoît aujourd'hui une autre calamine dont les criftaux pareillement groupés, préfentent des pointes d'octaèdres. Ces criftaux s'électrifent auffi par la chaleur.

qui connoiſſent la théorie de l'électricité, concevront qu'en vertu de cette opération, l'extrémité du fil de ſoie doit ſe trouver électriſée négativement. Je préſente alors à cette extrémité les deux bouts de la tourmaline alternativement, de manière que l'axe de celle-ci ſoit, autant qu'il eſt poſſible, dans le même plan que le fil; & il arrive conſtamment qu'un des bouts de la tourmaline attire ce fil, & que l'autre le repouſſe.

J'ai ſoumis aux mêmes épreuves preſque tous les corps du règne minéral, & je n'en ai trouvé aucun autre qui eût les propriétés des tourmalines.

J'ajouterai ici un court expoſé des expériences que j'ai faites ſur un certain nombre de minéraux, en les expoſant à l'action de l'électricité, dans la vue de tirer quelque avantage de ces expériences, ſoit pour reconnoître en général la préſence des métaux qui ſe trouvent ſouvent engagés dans les ſubſtances pierreuſes, ſoit pour trouver des caractères diſtinctifs entre certains minéraux de diverſe nature, qui ſe rapprochent de très-près par leur aſpect. Toute l'opération ſe réduit à mettre la ſubſtance que je veux éprouver, en communication avec un conducteur électriſé, & à lui préſenter une des boules de l'excitateur.

De toutes les pierres que j'ai miſes à l'épreuve, les ſeules qui ayent produit des étincelles ſenſibles, ſont 1.° pluſieurs variétés du jaſpe rouge, jaune ou vert; 2.° l'eſpèce de caillou auquel les Allemands ont donné le nom de *pech-ſtein ;* 3.° le ſchorl ſpathique ou fibreux, & le ſchorl en maſſes informes; 4.° les ſchiſtes, quelles que fuſſent leur dureté & leur couleur. La plombagine que l'on a rangée dans une autre claſſe, a donné auſſi de vives étincelles.

Les mêmes épreuves m'ont ſervi encore à trouver un caractère ſenſible pour diſtinguer la mine d'étain en criſtaux colorés, d'avec certaines blendes auxquelles cette mine reſſemble beaucoup à l'extérieur. L'étain produit des étincelles très-marquées, au lieu que la blende ne donne que des

des aigrettes, comme les corps de nature vitreuſe ou réſineuſe; ce qui paroît indiquer que le zinc n'eſt dans la blende qu'à l'état de chaux métallique.

Si les différentes épreuves que je viens de citer n'ont pas toujours toute la préciſion que l'on pourroit deſirer, elles ont du moins cet avantage, qu'elles laiſſent les morceaux intacts, & qu'elles ſont faciles à répéter; elles peuvent être employées utilement parmi les caractères ſecondaires qu'il me ſemble que l'on ne ſauroit trop multiplier. Les productions de la nature ſont ſi variées, & ſe rapprochent ſouvent à l'extérieur par des nuances ſi légères & ſi délicates, que ce n'eſt qu'en diverſifiant les aſpects ſous leſquels on les conſidère, qu'on peut fixer des points de partage qui ſoient à l'abri de toute équivoque.

OBSERVATIONS
SUR LA MANIÈRE
DE FAIRE LES HERBIERS.

Par M. l'Abbé HAÜY.

DE toutes les productions de la nature, il n'en eſt point qui ſoient plus ſuſceptibles d'altération que les végétaux, & dont la conſervation demande des ſoins plus recherchés & plus aſſidus. Les fleurs en particulier, perdent en peu de temps leurs couleurs dans les herbiers, & en prennent d'autres très-différentes de celles dont la Nature les avoit peintes. Le jaune pâlit ou s'efface entièrement ; le bleu & le rouge ſont encore plus ſujets à ſe dégrader ou à diſparoître. Les fleurs des violettes, des campanules, de pluſieurs *geranium*, & d'une multitude d'autres plantes qui ſont l'ornement des campagnes, & ſouvent même celui de nos parterres, deviennent en peu de jours méconnoiſſables à tout autre œil qu'à celui d'un botaniſte exercé.

J'ai eſſayé de remédier, au moins en partie, à cet inconvénient, & ne pouvant me flatter de fixer les couleurs naturelles des plantes, j'ai cherché le moyen de leur en ſubſtituer d'artificielles qui ne s'altéraſſent pas, de manière que la fleur, en conſervant ſon tiſſu & tous ſes caractères eſſentiels, pût encore faire une ſorte d'illuſion par le coloris. Pour y réuſſir je peins un morceau de papier fin, avec des couleurs à la gomme, qui ayent, autant qu'il eſt poſſible, le même ton que celles de la nature, un peu plus foible cependant, pour la raiſon que je dirai bientôt. Cela fait, je jette les pétales des fleurs dans de l'eſprit-de-vin, où ils perdent bientôt toutes leurs couleurs, & ſe trouvent réduits à des membranes blanchâtres & tranſparentes. Après les avoir bien eſſuyés, en les preſſant entre deux linges, je les applique ſur le papier coloré, à l'aide d'un vernis gras, dont j'ai eu ſoin auparavant d'enduire ce papier, pour ſervir de mordant. Je paſſe enſuite à pluſieurs repriſes, un autre papier ſur la fleur, en appuyant fortement avec la main, juſqu'à ce que les pétales ſoient exactement appliqués, & que la couleur artificielle ſe faſſe voir au travers. Dans cette opération, la couleur dont il s'agit ſe fonce un peu, ce qui fait qu'en colorant d'abord le papier, il faut reſter, comme je l'ai dit, au-deſſous de la teinte des couleurs naturelles. Je laiſſe enſuite la fleur à la preſſe, pendant quelques inſtans, puis ayant découpé le papier tout à l'entour, je l'applique, avec une diſſolution de gomme arabique, à la place que la fleur doit occuper ſur la plante qui a été collée auparavant, ſur un papier de grandeur convenable, à l'aide de la même diſſolution.

Il eſt utile, lors même qu'on veut appliquer des fleurs dont les couleurs ſont permanentes, comme celles de la plupart des renoncules ſauvages, de commencer par coller ſéparément ces fleurs ſur un papier, & de découper à l'entour, comme dans le cas précédent, avant de les remettre ſur la plante. Cette opération les rend plus ſaillantes, & ſi leur poſition eſt telle qu'elles recouvrent les feuilles de la plante, comme cela arrive ſouvent, la couleur de ces feuilles ne nuit point à celle des fleurs, en perçant à travers leur tiſſu délié, & en partie diaphane.

Il y a des plantes dont les feuilles, par leur épaiſſeur & leur ſubſtance charnue, ſont très-difficiles à deſſécher, & ſe noirciſſent avant que leurs ſucs ayent été épuiſés par la deſſiccation ordinaire; telles ſont entr'autres, les feuilles des orchis. J'ai obſervé qu'en enlevant par lambeaux, à l'aide d'une pointe de canif, la pellicule qui recouvre le deſſous de ces feuilles, avant de les coller, on précipitoit la deſſiccation, en ſorte qu'elle s'opéroit ordinairement en deux ou trois jours, ou même dans un plus court eſpace de temps. Les feuilles alors conſervent une grande partie de leur verd, ou du moins ne font que jaunir un peu, ſans jamais paſſer à cette couleur noire foncée, qui eſt le dernier terme de la dégradation, pour un genre de productions qui nous offre ce que la nature a de plus riant & de plus gracieux.

Je mets ici ſous les yeux de l'Académie la violette de mars, le *geranium*, dit *herbe-à-Robert*, & le pavot ordinaire des champs, dont les couleurs artificielles ſe maintiennent depuis pluſieurs années; j'y ai joint des exemplaires de trois eſpèces d'orchis, dont les feuilles ont encore en partie leur fraîcheur, après plus de dix ans de deſſiccation, & quelques autres plantes, telles que l'adonis d'été, la quinte-feuille ordinaire, &c. dont les couleurs naturelles ſe ſont ſoutenues ſans autre ſecours que les ſoins que j'ai pris pour les deſſécher entre des papiers chauds, le plus promptement qu'il m'a été poſſible, & pour les tenir toujours à l'abri du contact de l'air & de l'humidité.

MÉMOIRE
SUR LA STRUCTURE
DE DIVERS CRISTAUX MÉTALLIQUES.

Par M. l'Abbé HAÜY.

DANS les différentes parties de mon travail ſur les criſtaux, que j'ai ſoumiſes juſqu'ici au jugement de l'Académie, je n'ai parlé que d'une ſeule ſubſtance métallique, qui eſt la blende; & ce n'a été même que par occaſion, & ſeulement pour faire remarquer la conformité de ſtructure qui ſe trouve entre les criſtaux de cette mine & les grenats. J'ai examiné depuis la ſtructure d'un aſſez grand nombre de criſtaux métalliques, & j'ai trouvé que, malgré les mélanges des différentes ſubſtances qui entrent dans la compoſition de la plupart de ces criſtaux, leurs variétés étoient aſſujetties aux mêmes loix de décroiſſement que les pierres & les ſels. Je me bornerai ici à quelques-unes de ces variétés, qui m'ont paru très-intéreſſantes, réſervant les détails qui concernent les autres, pour les joindre, par forme de ſuite, à l'eſſai que j'ai publié l'année dernière ſur le même objet.

Je réunis dans ce mémoire trois ſortes de criſtaux, qui ont tous leurs molécules conſtituantes parfaitement ſemblables, & dont quelques-uns ſe rapprochent encore par les formes identiques de leurs variétés; ſavoir, les pyrites ferrugineuſes en cubes, en dodécahèdres & en icoſahèdres; les criſtaux de la mine de cobalt arſenicale, connue ſous ſous le nom de *mine de Tunaberg;* & ceux de la mine de fer de l'île d'Elbe. La pyrite ferrugineuſe cubique ſtriée mérite ſur-tout de fixer l'attention des naturaliſtes, par certains accidens ſinguliers qui ont exercé des Savans diſtingués, dont je rapporterai les opinions dans la ſuite de ce mémoire, en même temps que j'eſſayerai de ſubſtituer à ces opinions la véritable explication des faits dont il s'agit.

Pyrites ferrugineuſes cubiques, dont la ſurface eſt liſſe.

Lorſqu'après avoir briſé une de ces pyrites, on examine attentivement les fractures, on y aperçoit ſouvent des lames dont les ſurfaces ſont parallèles aux faces du cube ; la poſition de ces lames eſt ſenſible juſque dans les pyrites qui ſont à l'état de décompoſition, & qui ont commencé à ſe convertir en fer hépatique. Les criſtaux de la mine de cobalt arſenicale, qui offrent les mêmes variétés que la pyrite ferrugineuſe, admettent des diviſions encore plus nettes, & dans le même ſens, en ſorte qu'on voit diſtinctement dans leur fracture une multitude de petits cubes dont ces criſtaux ſont l'aſſemblage. Ces différentes obſervations prouvent que la forme cubique eſt celle des molécules conſtituantes de ces deux ſortes de mines.

Pyrites ferrugineuſes à douze faces pentagonales (fig. 1).

Les dodécahèdres dont il s'agit ſont différens du dodécahèdre régulier de la géométrie qui a tous ſes angles & tous ſes côtés égaux entr'eux. Soit *hklmi (fig. 2)*, l'une des faces du criſtal que nous conſidérons ici, on aura $hkl = 121^d\ 35'\ 27''$; $mih = iml = 102^d\ 36'\ 19''$; $ihk = mlk = 106^d\ 35'\ 57''\ 30'''$; par où l'on voit que l'angle au ſommet du pentagone diffère des quatre autres, & que ceux-ci ne ſont égaux que deux à deux.

Quant aux côtés du pentagone, celui qui fait la baſe diffère pareillement des quatre autres; mais ceux-ci ſont égaux entr'eux, en ſorte que l'expreſſion de la baſe étant 6, celle de chacun des autres côtés ſera $\sqrt{(21)}$. Toutes ces meſures, tant celles des angles que des côtés, ſe déduiſent facilement des données que fournit la ſtructure du criſtal.

Pour trouver cette ſtructure, il faut chercher quelle eſt la loi de décroiſſement en vertu de laquelle des lames compoſées de molécules cubiques, peuvent produire un dodécahèdre tel que celui qui vient d'être décrit. Or, ſi l'on fait paſſer des lignes droites *tl*, *lh*, *hs*, *ts*, *&c.* (*fig. 2*), qui interceptent les côtés de tous les angles ſupérieurs des pentagones, ces lignes formeront ſix carrés, tels que *tlhs*, diſpoſés comme les ſix faces d'un cube, qu'il faut regarder comme le noyau du criſtal; auſſi les ſections faites dans ce criſtal ſont-elles toujours parallèles aux faces du noyau cubique: la matière appliquée ſur ce cube, forme ſix eſpèces de pyramides quadrangulaires, dont le ſommet, au lieu d'être en pointe, ſe prolonge en forme d'arête, *mi*.

En meſurant l'inclinaiſon d'une des faces en trapèze *hlmi* de ces pyramides, ſur la face correſpondante *hlts* du cube, on s'aperçoit que cette inclinaiſon eſt ſenſiblement plus grande que celle de 45 degrés, qui réſulteroit d'un décroiſſement par une ſimple rangée de molécules; ce qui ſeul indique d'une manière très-probable, qu'il y a deux rangées de molécules ſouſtraites ſur deux bords oppoſés *hl*, *st*, des lames de ſuperpoſition. Or les faces triangulaires *hkl* de chaque pyramide, étant ſur le même plan que les trapèzes *himl*, adjacens dans la pyramide voiſine, on trouve que cet effet ne peut avoir lieu que dans le cas où les lames de ſuperpoſition décroîtroient ſur leurs deux autres bords *tl*, *hs*, ſuivant un ordre inverſe, c'eſt-à-dire, que les décroiſſemens qui donnent les trapèzes, ſe faiſant par deux rangées de molécules dans le ſens de la largeur, les autres décroiſſemens ſe feront auſſi par deux rangées, mais dans le ſens de la hauteur; en ſorte que, d'une part, il y aura deux rangées ſouſtraites d'une lame à la ſuivante; & de l'autre, une ſimple rangée ſouſtraite de deux lames en deux lames, ce qui n'eſt proprement qu'un double effet d'une ſeule & unique loi qui agit continûment ſur les faces adjacentes du noyau.

Cela poſé, voyons quels angles réſulteront de la loi de décroiſſement dont il s'agit. Soient menées *ko*, *ro*, (*fig. 1*), hauteurs des pentagones *ihklm*, *isrtm*; menons auſſi *be* qui paſſera évidemment par les milieux des côtés *hl*, *st*, du carré *hlts*. Soit *bac* le triangle menſurateur, dans lequel on aura, par la ſuppoſition, *cb* égale à deux fois le côté de la molécule conſtituante, & *ac* égale à ce même côté. En réſolvant d'après ces données, le triangle *bac*, on trouve pour le logarithme de la tangente de l'angle *bac*, le nombre 1030103oo, qui répond à $63^d 26' 5'' 3'''$. En doublant cette valeur, on aura $126^d 52' 11''$ pour la meſure de l'inclinaiſon reſpective des deux pentagones *ihklm*, *isrtm*, conformément à l'obſervation.

Si l'on prend un ſecond triangle menſurateur *bnu*, par rapport à la partie *hkl* du pentagone *ihklm*, on aura *nu* : *bu* :: *bc* : *ca* :: 2 : 1, ce qui exprime des décroiſſemens inverſes des premiers.

Le dodécahèdre de la géométrie étant le plus régulier de tous, il ſemble d'abord que la Nature dont les opérations, dans une multitude de cas, tendent vers la plus grande régularité, devroit être au moins ſuſceptible de produire ce dodécahèdre, ſur-tout avec des molécules d'une forme auſſi ſimple & auſſi parfaite que celle du cube. Cependant ce dodécahèdre ne peut exiſter, en vertu d'aucune loi de décroiſſemens, en ſuppoſant des molécules cubiques *(a)*.

Pour le concevoir, obſervons que l'arête *im* (*fig. 1*) eſt les trois quarts de *st*, côté d'une des faces du noyau cubique, & qu'en général le dodécahèdre, quelle que ſoit la loi de décroiſſement qui le donne, ne peut exiſter qu'autant que ces deux lignes auroient un rapport aſſignable.

Soit *AONBI* (*fig. 3*) l'une des faces du dodécahèdre régulier, dans lequel *BI* répond à *im* (*fig. 1*), & *AN* à *st*.

(*a*) La démonſtration qu'on va lire ſuppoſe que le noyau cubique du criſtal ne peut avoir une autre poſition relativement à ce même criſtal, que celle dont il eſt ici queſtion. Or c'eſt ce qu'il ſera facile de concevoir, en faiſant attention que la ſeule poſition admiſſible, pour que toutes les parties ſurajoutées au noyau ſoient ſemblables les unes aux autres, eſt celle où les arêtes *im* ſont parallèles aux lignes tirées ſur le milieu des faces du noyau. Par exemple, ces arêtes ne peuvent être toutes parallèles aux diagonales des faces d'un même cube, comme on peut s'en convaincre par la ſeule inſpection du criſtal dodécahèdre.

Soit

Soit de plus IL le côté du décagone régulier; menons les rayons CA, CI, & la droite ORL; supposons le rayon CI divisé en moyenne & extrême raison au point D. Soit $CI = r$. $CD = IL = x$. On aura $DI = r - x$. & $r : x :: x : r - x$. Donc $x^2 + rx = r^2$; d'où l'on tire par la méthode des équations du second degré,

$$x = \tfrac{1}{2} r \sqrt{(5)} - \tfrac{1}{2} r.$$

Maintenant les triangles rectangles IRL, AGC, sont semblables à cause de $ILR = ACG = 72^d$. Donc

$$AG : RI :: AC : IL, \text{ ou } 2\,AG = AN : ZRI$$
$$= BI :: 2r : r\sqrt{(5)} - r :: 2 : \sqrt{(5)} - 1.$$

Or, il est aisé de voir que ces deux dernières quantités n'ont point de rapport assignable; d'où il suit que l'existence du dodécahèdre régulier ne peut être admise dans le cas présent *(b)*.

(b) Il ne sera peut-être pas inutile d'évaluer ici la solidité de la pyrite dodécahèdre dont nous nous sommes occupés ci-dessus. Cherchons d'abord en général la solidité d'un dodécahèdre à plans pentagones circonscrits à un cube. Soit $cdlhkn$ (*fig. 4*) une des espèces de pyramides à sommet en arête, surajoutées au cube.

On peut considérer cette espèce de pyramide comme formée d'un prisme droit triangulaire que l'on auroit en faisant passer des plans coupans pku, $\gamma n \delta$, par les points k, n, perpendiculairement au rectangle $hldc$, & de deux petites pyramides qui sont les résidus de la pyramide totale, & qui ont leurs sommets en n & en k. Ayant mené la droite pu, abaissons la ligne kf perpendiculaire sur pu, & la ligne kb, hauteur du triangle hkl, puis menons bf. La solidité du prisme triangulaire sera $pf \times kf \times nk$. Soit $pf = a$. $ky = \frac{1}{2} kn = x$. Soient de plus kf & bf (*fig. 5*) les mêmes lignes que *fig. 4*. Concevons que bo soit le prolongement de bk, jusqu'à la base du pentagone dont hkl (*fig. 4*) est la partie supérieure. Ayant mené bg, go, parallèles l'une à fk, l'autre à bf, on aura, quelle que soit la loi des décroissemens, $kf = go$, & $bg : go$ ou $kf :: kf : bf$. Dont go^2 ou $kf^2 = bg \times bf = pf\,(pf - ky)$ (*fig. 4*) $= a\,(a - x) = a^2 - a\,x$. Et $kf = \sqrt{(a^2 - a\,x)}$. Substituant, la solidité du prisme deviendra, $2\,a\,x\,\sqrt{(a^2 - a\,x)}$. D'une autre part, la solidité de chaque petite pyramide sera

$$pu \times bf \times \tfrac{1}{3} kf = 2\,a\,(a - x)\,\tfrac{1}{3}\sqrt{(a^2 - ax)} = (\tfrac{2}{3} a^2 - \tfrac{2}{3} ax)\,\sqrt{(a^2 - ax)}.$$

Pyrites ferrugineuſes cubiques, dont les faces ſont ſtriées.

Je place ici cette pyrite, parce que je la regarde comme une ſimple variété de la précédente, dont la criſtalliſation ſe trouve ſeulement ébauchée, ainſi que j'eſſayerai bientôt de le faire voir.

Si l'on obſerve trois faces adjacentes de cette pyrite, on voit que les ſtries qui les ſillonnent ont trois directions différentes, perpendiculaires l'une à l'égard de l'autre. Chacune des trois autres faces a ſes ſtries parallèles à celles de la face oppoſée: les lignes tracées ſur la *figure 6*, repréſentent les directions des ſtries dont il s'agit.

Il y a beaucoup de criſtaux dont les ſurfaces ſont ſtriées; mais les cannelures qui ordinairement indiquent d'une manière aſſez claire la poſition des lames dont le criſtal

---

Or la ſolidité du noyau cubique eſt à $8a^3$. Donc réuniſſant à cette ſolidité, celle des ſix priſmes & des douze pyramides, on aura, pour la ſolidité totale,

$$8a^3 + 12ax\sqrt{(a^2 - ax)} + (8a^2 - 8ax)\sqrt{(a^2 - ax)} = 8a^3 + (8a^2 + 4ax)\sqrt{(a^2 - ax)}.$$

Si dans cette expreſſion, on fait $x = \frac{3}{4}a$, ce qui eſt le cas du dodécahèdre de la pyrite, elle deviendra,

$$8a^3 + (8a^2 + 3a^2)\sqrt{(a^2 - \tfrac{3}{4}a^2)},$$

qui ſe réduit à $\frac{27}{2}a^3$.

Si l'on ſuppoſe que les baſes nk s'élèvent parallèlement à elles-mêmes, juſqu'à ce que ces baſes, qui alors iront néceſſairement en décroiſſant, deviennent nulles, le dodécahèdre aura douze faces rhombes, & ſera ſemblable à celui que j'ai décrit dans l'ouvrage cité *(pages 57 & ſuiv.)*, & qui réſulte d'une loi de décroiſſement par une rangée de molécules ſur les faces d'un cube. Pour avoir la ſolidité de ce dodécahèdre, il faudra faire $x = 0$, dans l'expreſſion de la formule ci-deſſus, qui deviendra, toute réduction faite, $16a^3$. Ainſi les ſolidités du noyau du dodécahèdre à plans pentagones & du dodécahèdre à plans rhombes, ſeront entr'elles comme les quantités $8, \frac{27}{2}$ & 16.

On voit par-là que le dodécahèdre à plans rhombes eſt la limite de tous les dodécahèdres à plans pentagones circonſcrits à un cube, qui peuvent réſulter de toutes les loix de décroiſſemens poſſibles. En effet, ſi l'on différencie l'expreſſion générale ci-deſſus, & qu'on égale la différentielle à zéro, on trouvera que le *maximum* de ſolidité a lieu dans le cas où $x = 0$.

eſt l'aſſemblage, font naître ici, par leurs directions contraires, une difficulté par rapport au mécaniſme de la ſtructure du criſtal cubique. Stenon, qui le premier a obſervé ces directions oppoſées à angles droits, penſoit que le fluide où ſe formoient les criſtaux ſtriés de la pyrite ferrugineuſe avoit trois mouvemens différens; l'un vertical, & les deux autres horizontaux, mais perpendiculaires entr'eux *(c)*. Il eſt inutile d'obſerver que les parties d'un fluide ne peuvent avoir à la fois les trois mouvemens ſuppoſés par Stenon, & que quand la choſe ſeroit poſſible, les ſtries de la pyrite paroîtroient encore inexplicables par l'action d'une pareille cauſe.

M. de Mairan, dans ſon Traité ſur la glace *(d)*, où il décrit les pyrites cubiques ſtriées, a tenté auſſi d'expliquer les différentes directions de leurs ſtries. Mais ſans remonter, comme Stenon, juſqu'aux agens immédiats de la criſtalliſation, il ſe borne à rechercher la ſtructure de ces pyrites; il conſidère chacune d'elles, comme compoſée de ſix pyramides quadrangulaires qui ont pour baſes les ſix faces du cube, & dont le ſommet ſe confond avec le centre du même cube; il penſe que chacune de ces pyramides eſt formée de fibres ou d'aiguilles, dont les directions ſont perpendiculaires à celles de la pyramide voiſine, d'où il arrive, ſelon lui, que les baſes des pyramides ont des ſtries alignées ſuivant les mêmes directions, & qui ne ſont autre choſe que les ſaillies des aiguilles extrêmes.

Cette ſtructure ne s'accorde point avec l'obſervation. Lorſqu'on briſe une pyrite ſtriée, on n'aperçoit dans ſon intérieur aucun indice de fibres ni d'aiguilles, & les diviſions qu'on opère dans chacune des pyramides ſuppoſées, ne ſe font pas ſeulement dans le ſens des ſtries de la baſe, mais encore dans un ſens perpendiculaire à ces ſtries.

Avant d'entrer dans l'explication du fait dont il s'agit, obſervons que les arêtes de la pyrite dodécahèdre, formées

(c) Stenon, *de ſolido intra ſolidum naturaliter contento.*

(d) *Page 156 & ſuiv.*

par les bases des pentagones, ont des directions respectivement perpendiculaires, comme les stries de la pyrite cubique. Cela posé, il paroît que cette pyrite n'est autre chose, ainsi que je l'ai déjà annoncé, que le résultat d'une cristallisation informe & comme ébauchée, qui eût produit le dodécahèdre à plans pentagones, si elle eût été secondée par des circonstances plus favorables. Chaque strie représente comme une suite de sommets de dodécahèdres naissans; & il arrive ici à peu-près ce qu'on remarque dans les cristallisations confuses, où, au lieu d'un cristal unique, on a un groupe qui présente les rudimens d'une multitude de petits cristaux, dont chacun forme une légère saillie sur la surface du groupe. Ce qui le prouve, c'est que parmi les stries de la pyrite, celles qui occupent le milieu des faces s'élèvent souvent beaucoup plus que les autres, en sorte que la naissance du dodécahèdre est beaucoup plus sensible à cet endroit. Souvent encore les arêtes du cube sont remplacées par des facettes qui ont la même inclinaison que les faces du dodécahèdre; d'autres fois enfin, les faces du cube subissent des arrondissemens très-marqués depuis la ligne du milieu. Tous ces accidens concourent à indiquer en même temps une cristallisation précipitée & une tendance au dodécahèdre.

Le cube strié ne conserve l'empreinte que d'un seul des décroissemens qui produisent le dodécahèdre, savoir, de celui qui se fait d'une lame à l'autre par deux rangées de molécules. Car ordinairement les stries s'étendent continûment sur chacune des faces, sans être coupées par d'autres stries, comme il arriveroit, si le second décroissement qui est, ainsi que je l'ai dit, l'inverse du premier, avoit lieu dans le cas présent. Cela vient, ce me semble, de ce que ce décroissement n'est proprement, comme je l'ai remarqué, que l'effet de l'action continuée d'une des loix les plus ordinaires de la cristallisation. Le dodécahèdre est déterminé par cette seule loi, avec la condition que toutes les faces produites en vertu de cette même loi, seront prolongées jusqu'à ce qu'elles ſe rencontrent. Or, dans le cube ſtrié, cette loi ne pouvant avoir ſon effet plein & entier, celui qui réſulteroit de ſon action continuée devient nul.

Pyrites ferrugineuſes à vingt faces triangulaires (fig. 7).

DÉVELOPPEMENT. Douze triangles iſocèles $l\omega y$, $\omega y \zeta$, &c. adjacens deux à deux par leurs baſes, & huit triangles équilatéraux $l y \gamma$, $\varphi y \zeta$, &c. interpoſés entre les iſocèles.

Angles des triangles iſocèles $\omega l y = 48^d\ 11'\ 20''$. $l\omega y = l y \omega = 65^d\ 54'\ 20''$.

Cette pyrite n'eſt autre choſe que le dodécahèdre à plans pentagones, dans lequel les huit angles ſolides *s, t, l, h, &c.* (*fig. 1*) ſont remplacés par autant de faces triangulaires équilatérales; les pentagones du dodécahèdre ſe trouvent réduits dans ce cas à des triangles iſocèles, ce qui fait en tout vingt faces triangulaires. Cette modification de forme réſulte d'une nouvelle loi de décroiſſement qui agit ſur les angles des lames compoſantes. C'eſt ſur quoi il eſt néceſſaire d'entrer dans un certain détail.

Concevons que des lames appliquées ſur un noyau cubique, l'enveloppent par leurs bords, en même temps qu'elles décroiſſent vers leurs angles par une rangée de molécules. Les nouvelles faces qui naîtront de ces décroiſſemens ſe trouveront néceſſairement trois à trois ſur le même plan, en ſorte qu'elles produiront huit triangles équilatéraux *a p o, n q s, &c.* (*fig. 8*), qui auront leurs centres aux ſommets des angles ſolides du noyau cubique. Les autres faces, au nombre de ſix, ſeront des octogones *f a p q n m k e*. Suppoſons le ſolide arrivé au point où chacun des côtés *m n, p q, f a, e k* des octogones, ſeroit le tiers du côté du noyau; que, paſſé ce terme, les lames octogones continuent de décroître vers les angles des faces primitives, en vertu de la même loi, & commencent en même temps à diminuer auſſi vers leurs bords *m n, p q, a f, e k*, ſuivant la loi qui a lieu dans la formation du dodécahèdre à plans pentagones. On concevra que chacun des octogones *f a p q n m k e*, diminuant par deux rangées continues de molécules vers le bord *f a*, en allant, par exemple, de *r* en *z*, tandis que les côtés voisins *f e*, *a p*, ne subissent que des décroissemens par une seule rangée, les bords parallèles à *f a* croîtront en allant vers *ω y* (*fig. 7*). Mais les décroissemens vers *x* (*fig. 8*), se faisant en même temps par une simple rangée de molécules, & seulement de deux en deux lames, il est clair que les bords parallèles à *f a* décroîtront de ce côté, jusqu'à ce qu'ils soient réduits à un point *l* (*fig. 7*). Les faces *f a l*, *f a y ω*, qui résulteront de ces deux décroissemens, se trouveront sur le même plan, d'après ce qui a été dit dans l'*article précédent;* d'où il suit que leurs intersections avec les plans *a p o*, ou les prolongemens de ces plans, seront nécessairement des lignes droites; & comme tous les changemens qui s'opèrent autour du triangle *a p o* sont parfaitement semblables, il en résulte que quand *f a* (*fig. 7*) se trouvera réduit à un simple point *l*, la face *l y γ* dont le triangle *a p o* fait partie sera encore un triangle équilatéral, & la face *l ω y* qui aura été produite par les variations de *f a*, sera un triangle isocèle, en sorte que la surface du solide sera composée, ainsi que je l'ai dit, de huit triangles équilatéraux & de douze triangles isocèles.

De plus, il est aisé de voir que *f a* ayant la même position que *f' a'* (*fig. 2*), on a $fa = \frac{1}{3}\omega y$; d'où il suit que le premier triangle équilatéral *a p o* (*fig. 7* & *8*) se trouve inscrit dans le triangle équilatéral *l y γ*, qui est le résultat des nouveaux décroissemens du solide de la *figure 8*, de manière que les angles du premier aboutissent aux tiers des côtés du second (*e*).

(*e*) J'ai dit que chacune des lignes *o i*, *m n*, *p q*, *f a*, &c. étoit le tiers du côté correspondant sur le noyau cubique du cristal. Pour le prouver, soient *l y γ*, *l γ δ*, *δ γ ε* (*fig. 11*), les mêmes triangles que *fig. 7*. Nous avons $oi = \frac{1}{3} l\delta$; soient *c*, *b*, les centres des deux triangles *l y γ*, *δ γ ε*. Ayant mené les hauteurs *l t*, *δ u*, & les lignes *c o*, *b i*, il est clair qu'à cause de $ct = \frac{1}{3} lt$, $o\gamma = \frac{1}{3} lg$, *c o* sera parallèle à *y γ*; de même *b i* sera parallèle à *γ ε*; donc *l c* est perpendiculaire sur *c o*, & *δ b* perpendicu-

Suppoſons que dans le dodécahèdre à plans pentagones (*fig. 1*) les arêtes im, s'abaiſſent parallèlement à elles-mêmes juſqu'à ce que le triangle kim (*fig. 2*) ſoit devenu équilatéral; il eſt évident que ſi l'exiſtence d'un pareil dodécahèdre pouvoit avoir lieu dans la pyrite ferrugineuſe, ce ne ſeroit qu'en vertu d'une loi de décroiſſement par plus de deux rangées de molécules. On voit auſſi, qu'en ſubſtituant cette loi à celle qui s'obſerve dans le dodécahèdre de la *fig. 1*, & en raiſonnant du reſte comme nous l'avons fait par rapport à l'icoſahèdre de la *fig. 7*, on auroit dans le cas dont il s'agit, un autre icoſahèdre, qui ſeroit celui de la géométrie, c'eſt-à-dire, dont tous les triangles ſeroient équilatéraux. J'ai recherché ſi cet icoſahèdre pouvoit auſſi exiſter, en vertu de quelque loi de décroiſſemens.

Pour réſoudre ce problème, toute la queſtion ſe réduit à ſavoir ſi le cas où le triangle kim (*fig. 2*) ſeroit équilatéral, peut lui-même avoir lieu.

Dans ce triangle, nous avons $io : ko :: 1 : \sqrt{(3)}$. Or, $io = bg - bf$ (*fig. 5*) $= fn - bf = kn - kf - bf = kn - kf - no + go = kn - no$, à cauſe de $kf = go$. Subſtituant dans la proportion précédente, elle devient,

$$kn - no : ko = \sqrt{(kn^2 + no^2)} :: 1 : \sqrt{(3)}.$$

Soit $kn = s$, $no = z$, on aura en élevant tout au quarré, $s^2 - 2sz + z^2 : s^2 + z^2 :: 1 : 3$; d'où l'on tire $z^2 - 3sz = s^2$. Cette équation réſolue, donne

laire ſur bi. Or, c, b, ſont les ſommets de deux angles ſolides du noyau; de plus, il eſt aiſé de voir par la ſtructure du criſtal, que oi eſt dans le plan prolongé d'une des faces du noyau ſur laquelle ſont auſſi les points c & b. Donc co, bi ſeront auſſi dans ce même plan, dont lc & δb, perpendiculaires ſur co & bi, le ſeront également ſur le côté du noyau qui va de c en b. Or, $l\delta$ eſt évidemment parallèle à ce côté; partant lc, δb ſeront pareillement perpendiculaires ſur $l\delta$, d'où il ſuit que $l\delta$ égale la ligne menée de c en b, c'eſt-à-dire le côté du noyau cubique, & que par conſéquent oi eſt égal aux tiers de ce même côté.

$$z = \frac{3}{2}s + \frac{1}{2}s\sqrt{(13)};$$

donc

$$z : s :: kn : no :: \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(13)} : 1,$$

c'eſt-à-dire, que *kn* & *no* n'ont aucun rapport aſſignable. Or, il eſt aiſé de voir que ces deux lignes ſont entr'elles comme les côtés du triangle menſurateur adjacens à l'angle droit de ce triangle, par rapport au dodécahèdre que nous conſidérons ici; d'où il réſulte que ces côtés ne peuvent repréſenter aucune loi de décroiſſement, & par conſéquent l'icoſahèdre régulier qui en dépend, n'eſt pas plus poſſible, par un arrangement de molécules cubiques, que le dodécahèdre régulier, dont j'ai prouvé ci-deſſus que l'exiſtence n'étoit pas admiſſible.

Mine de fer cubique.

LA mine de fer cubique n'eſt ſouvent qu'une pyrite, en partie décompoſée, & qui a paſſé à l'état de fer hépatique; mais il y a auſſi des criſtaux cubiques du même métal, qui ont exiſté originairement tels qu'on les trouve dans le ſein de la terre, & qui offrent le brillant métallique. Ces cubes ſe ſoudiviſent en d'autres cubes plus petits, & nous indiquent la forme primitive d'une multitude de variétés, & en particulier de celles que préſente le fer criſtalliſé de l'iſle d'Elbe : je vais choiſir parmi ces dernières les formes qui m'ont paru marquer davantage, pour en développer la ſtructure.

Mine de fer en rhomboïdes à ſommets très-obtus.

J'AI expliqué dans l'ouvrage cité, *page 222 & ſuiv.* la ſtructure d'un rhomboïde très-ſurbaiſſé, qui, s'il exiſtoit, ſeroit le quatrième criſtal de cette modification de forme, dans le genre du ſpath calcaire, où l'on en connoît déjà trois; mais n'ayant point encore obſervé ce rhomboïde dans la nature, je ne l'ai cité que comme exemple parmi les nombreuſes

nombreuſes variétés de forme dont le ſpath calcaire eſt ſuſceptible. J'ai prouvé que le rhomboïde dont il s'agit, réſulteroit d'une loi de décroiſſement par deux rangées de molécules ſur l'angle ſupérieur des lames composantes, c'eſt-à-dire, ſur celui qui eſt contigu à l'axe du criſtal. Or, j'ai reconnu que le rhomboïde de fer qui fait l'objet de cet article, & qui eſt une des variétés de la mine d'Elbe, avoit exactement la même ſtructure que le criſtal dont je viens de parler, excepté que ſon noyau eſt un cube; cette différence entre les noyaux, en produit une d'environ un degré & demi entre les angles-plans des faces, dont le plus grand eſt de $118^d\,29'\,4''$ dans le criſtal calcaire, & de $117^d\,2'\,9''$ dans le criſtal de la mine d'Elbe.

Les rhomboïdes de cette mine ſont ordinairement groupés, & quelquefois diſpoſés en recouvrement; on aperçoit ſur les faces des ſtries ou cannelures, parallèles aux grandes diagonales, & qui concourent, avec la diviſion mécanique des criſtaux, à indiquer la poſition de leurs lames compoſantes. Je n'inſiſterai pas davantage ſur la ſtructure de ce rhomboïde, auquel il ſera facile d'appliquer la méthode que j'ai ſuivie pour calculer les angles du rhomboïde de ſpath calcaire avec lequel je viens de le comparer.

Mine de fer à vingt-quatre faces, dont ſix pentagonales, & dix-huit triangulaires (fig. 9).

Développement. Six pentagones $BRTID$, $KHGRO$, &c. Six triangles iſocèles BCD, BCA, DCA, &c. diſpoſés trois à trois aux deux ſommets du criſtal. Douze triangles ſcalènes BGR, BGH, &c. ſitués deux à deux, & contigus, par leur côté extérieur BR, à l'un des pentagones.

Angles des pentagones $BRTID$, $RTI = 126^d\,52'\,12''$. $BRT = DIT = 116^d\,33'\,54''$. $RBD = IDB = 90^d$.

Angles des triangles iſocèles BCD, $BCD = 117^d\,2'\,9''$. $CBD = CDB = 31^d\,28'\,55''\,30'''$.

Angles des triangles ſcalènes *BGR*, *BRG* = 47^d 52′ 10″. *BGR* = 98^d 34′ 30″; *GBR* = 33^d 33′ 20″.

Telle eſt la forme ſous laquelle ſe préſente le plus communément la mine de fer de l'île d'Elbe, avec quelques modifications dont je parlerai plus bas. Les criſtaux de cette forme ſe diviſent parallèlement aux faces pentagonales *BRTID*, &c. Auſſi ces faces ont-elles les mêmes inclinaiſons reſpectives que les faces d'un cube ordinaire; d'où il eſt aiſé de juger, qu'en pouſſant la diviſion juſqu'au point où les triangles auroient diſparu, on arriveroit à un noyau de forme cubique. Stenon avoit obſervé que les criſtaux dont il s'agit, dérivoient d'un cube, *lequel étoit tronqué*, diſoit-il, *d'une certaine manière (f)*.

Les faces que Stenon appeloit des *troncatures*, ſont le produit de deux loix ſimultanées de décroiſſement, dont l'une ſe fait par deux rangées de molécules ſur les angles ſupérieurs des lames compoſantes, comme dans le cas précédent; & l'autre par trois rangées ſur les angles latéraux des mêmes lames.

La première de ces deux loix donne les triangles iſocèles *BCD*, *BCA*, *ACD*; aux ſommets du criſtal: c'eſt la même loi que nous avons déjà reconnue dans la mine de fer en rhomboïdes très-obtus; auſſi les angles aux ſommets des triangles dont il s'agit, ſont-ils égaux aux angles obtus des faces du rhomboïde.

Suppoſons maintenant des décroiſſemens par trois rangées de molécules ſur les angles latéraux des lames de ſuperpoſition. Il eſt facile de concevoir que ces décroiſſemens produiront des triangles contigus par celui de leurs côtés, tel que *BG* qui correſpondra à l'une des arêtes réunies au ſommet du noyau; il ne s'agira plus que de prouver l'exiſtence de la loi ſuppoſée. On voit auſſi que les mêmes décroiſſemens s'arrêtent tout-à-coup, paſſé un

(f) Collection Académique. *tome IV*, *page* 400.

certain terme, ſans quoi les pentagones *BRTID* ſeroient nuls; & en effet, il y a des criſtaux dans leſquels ils n'exiſtent pas. Cherchons quelle doit être, dans le cas préſent, l'inclinaiſon de l'un quelconque des triangles *BGR*, ſur le plan du pentagone adjacent *BRTID*. Soit xmz *(fig. 10)* le triangle menſurateur, dans lequel nous aurons mz égale au côté d'une des molécules, & xz égale à une fois & demie la diagonale d'une des faces des mêmes molécules, à cauſe des décroiſſemens par trois rangées. Soit $mz = 1$, on aura $xz = \sqrt{(2)} + \frac{1}{2}\sqrt{(2)} = \sqrt{(\frac{9}{2})}$. Le triangle xmz étant réſolu d'après ces valeurs, on trouve pour le logarithme de la tangente de l'angle mxz, le nombre 96733938, qui répond à $25^d\ 14'\ 21''$; donc $xmz = 64^d\ 45'\ 39''$; d'où il ſuit que l'angle formé par le triangle *BGR*, avec le plan du pentagone *BRTID*, eſt de $154^d\ 45'\ 39''$, conformément à l'obſervation.

Il arrive aſſez ſouvent que les plans des pentagones anticipent ſur ceux des triangles du ſommet *S*; dans quelques criſtaux, comme je l'ai dit, les pentagones ſont nuls: ces modifications, & d'autres encore qu'il ſeroit ſuperflu de détailler, font varier les figures du criſtal; mais elles tiennent aux mêmes loix de décroiſſement.

Je terminerai ce mémoire par une obſervation générale, qui prouve que l'examen de la ſtructure des criſtaux, peut conduire, dans un grand nombre de cas, à déterminer la nature de certaines ſubſtances, & le genre dans lequel on doit les placer. J'ai déjà établi ailleurs *(g)*, comme principe, que des minéraux, dont les molécules intégrantes diffèrent entr'elles, quant à leur forme & à la meſure de leurs angles, appartiennent auſſi à des genres différens; mais la propoſition inverſe n'eſt pas vraie, & l'on ne peut pas dire que des minéraux qui ont des molécules ſemblables, ſoient du même genre, puiſque la forme du cube,

---

(g) Eſſai d'une théorie, &c. Introduction, *page* 36.

par exemple, convient aux molécules de plusieurs substances très-différentes, telles que le sel marin, le fer, &c.

Cependant il est à remarquer que cette forme, ainsi que plusieurs autres, telles que l'octahèdre & le tétrahèdre réguliers qui se trouvent dans un certain nombre de minéraux de divers genres, sont de celles qui donnent des limites, des *maximum* ou des *minimum* finis de surface ou de solidité. Dans presque tous les autres cas, j'ai trouvé jusqu'ici que l'identité de forme, par rapport à deux minéraux, entraînoit une identité de principes composans dans ces mêmes minéraux. La Nature paroît donc aller par différentes voies aux formes qui donnent des limites; il se peut qu'entre ces limites elle se joue d'une infinité de manières, sans passer deux fois par le même intermédiaire, si ce n'est très-rarement.

Quoi qu'il en soit de cet aperçu qui a besoin d'être confirmé par une plus longue suite d'observations, la structure des cristaux, considérée même dans l'état actuel où en est la science, nous offre toujours deux avantages marqués, pour nous aider à fixer la place de certaines substances dans l'ordre des minéraux. Le premier est d'indiquer, d'une manière très-vraisemblable, la séparation des substances qui ont des molécules différentes; le second est de faire présumer le rapprochement des substances qui ont des molécules semblables, lorsque ces molécules ne sont pas dans le cas de donner quelques limites du genre de celles dont j'ai parlé. J'ai déjà fait l'application de ces deux principes à quelques substances, telles que le spath perlé, que l'on avoit rangé parmi les spaths pesans, & que l'examen de sa structure m'a fait reconnoitre pour un vrai spath calcaire; & les cristaux appelés *schorls blancs*, qui diffèrent sensiblement, par le même caractère de structure, des autres cristaux auxquels on a donné le nom de *schorls*, & me paroissent devoir être rapportés au genre du feld-spath.

Fig. 1.

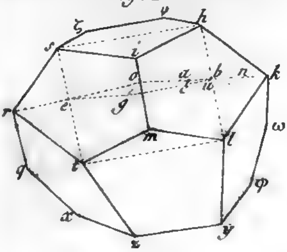


Fig. 2

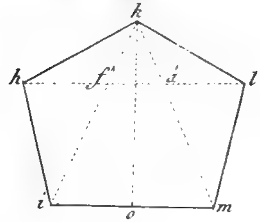


Fig. 3

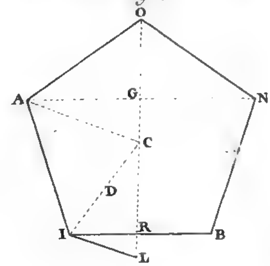


Fig. 4

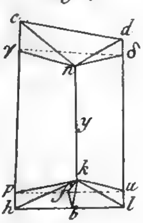


Fig. 5.

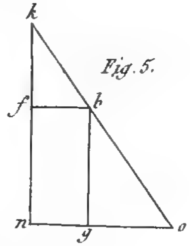


Fig. 6.

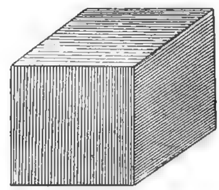


Fig. 7

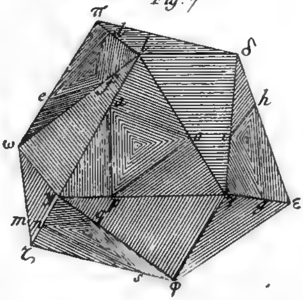


Fig. 8.

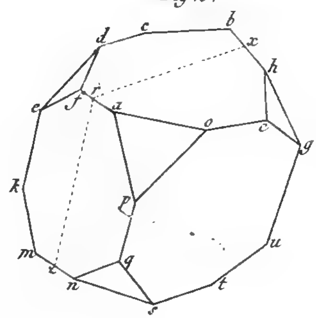


Fig. 9.

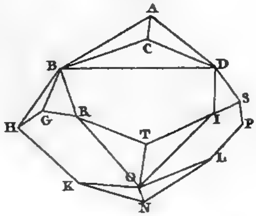


Fig. 10

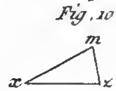
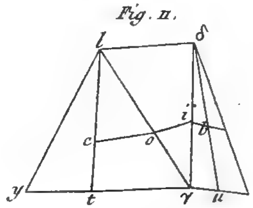


Fig. 11.



Y. le G. sculp

OBSERVATION
DE LA LUNE,
Lors de ſon paſſage par le méridien, environ deux heures avant l'occultation d'un grand nombre des Étoiles des Pléïades, le 13 Décembre 1785.

Par M. JEAURAT.

L'OBSERVATION du paſſage de la Lune, par la conſtellation des Pléïades, eſt une de celles qui peuvent être les plus propres à fixer, pour nos tables de la Lune, nombre de ſecondes d'erreur dont elles ſont encore ſuſceptibles; & ſi l'obſervation des occultations d'étoiles eſt importante pour la théorie, celle de l'obſervation de la comparaiſon de la Lune avec ces mêmes étoiles au méridien, ne l'eſt pas moins, & ſur-tout dans cette circonſtance-ci, du 13 décembre 1785. Car le paſſage du bord précédent de la Lune n'a précédé celui de Céléno que de 6′ 16″, & Électra n'étoit plus élevée que le centre de la Lune ſur l'horizon, que de 5′ 49″. Alors toutes mes obſervations ont été faites dans le même champ de la lunette de mon mural. Lû le 17 Déc. 1785.

Ce mural eſt dans mon logement à l'Obſervatoire; & il eſt le même dont ſe ſont précédemment ſervis M. de la Hire, M. de Fouchi, & M. l'abbé Chappe.

La lunette de cet inſtrument eſt foible, & le micromètre dont elle eſt garnie eſt de beaucoup inférieur à ceux qu'on a conſtruits depuis; mais néanmoins ma déclinaiſon de la Lune a été obſervée à moins de cinq ſecondes du vrai, & à plus forte raiſon l'aſcenſion droite; car, à cet égard, j'ai encore moins de crainte quant à l'exactitude de l'obſervation. Voici auſſi ce qui réſulte de mon obſervation qui eſt ci-après.

13 Décembre 1785, à $9^h\ 59'\ 7''$, temps vrai, à l'Obſervatoire royal de Paris.

Longitude obſervée de la Lune..	1^s	25^d	$20'$	$53''$	erreur des Tables + 39.
Longitude calculée ſelon Mayer..	1.	25.	21.	32.	
Latitude obſervée de la Lune..		4.	46.	56. B	erreur des Tables — 10"
Latitude calculée ſelon Mayer..		4.	46.	46.	

D'une autre part, ſelon pluſieurs Aſtronomes, & récemment, ſuivant M. Méchain, j'ai attribué *(Mémoires de l'Académie, année 1779, page 514)*, à Céléno, une déclinaiſon trop forte de $1'\ 24''$, & à Électra une déclinaiſon trop forte de $16''$. Ainſi je conclus à cet égard pour le 1.er Janvier 1786,

Déclinaiſon de Céléno........	23^d	$35'$	$55''$.
Et non pas...............	23.	34.	31.
Déclinaiſon d'Électra.........	23.	25.	27.
Et non pas...............	23.	25.	11.

Quant à la poſition d'Alcione, voici celle que j'ai établie, & ſur quoi porte mon réſultat:

Aſcenſion droite, moyenne ou vraie.....	53^d	$42'$	$10''$.	Alcione pour le 13 Décembre 1785.
Aſcenſion droite apparente...........	53.	42.	11.	
Déclinaiſon moyenne ou vraie.........	23.	25.	37.	
Déclinaiſon apparente...............	23.	25.	48.	

OBSERVATIONS faites à mon Mural de l'Obſervatoire, 13" de temps plus tard que les vrais paſſages par le Méridien.

TEMPS VRAI DES PASSAGES OBSERVÉS le 13 Décembre 1785.	HAUTEURS de L'INSTRUMENT.	NOMS des ASTRES OBSERVÉS.
$9^h\ 59'\ 7''$ bord précédent.	$64^d\ 51'\ 23''$ bord ſupérieur.	la Lune.
10. 5. 23..............	64. 51. 21..............	Céléno.
10. 5. 31..............	64. 40. 53..............	Électra.
10. 5. 49..............	65. 1. 49..............	Taigeta.
10. 6. 25..............	64. 56. 21..............	Maïa.
10. 6. 58..............	64. 31. 16..............	Mérope.
10. 8. 7..............	64. 41. 0..............	Alcione.
10. 9. 47..............	64. 38. 16..............	Atlas.

Révolutions journalières des étoiles, $23^h\ 56'\ 10'',5$.

1.° Calcul de la déclinaison observée de la Lune.

Déclinaison apparente d'Alcione	23^d	$25'$	$48''$
Distance au bord supérieur de la Lune	+	10.	18.
Déclinaison apparente du bord de la Lune	23.	36.	6.
Demi-diamètre de la Lune	—	16.	19.
Déclinaison apparente du centre de la Lune	23.	19.	47.
Parrallaxe horizontale 59′ 44″.			
Parallaxe de hauteur	+	25.	43.
Donc déclinaison vraie & observée	23.	45.	30.

2.° Calcul de l'ascension droite observée de la Lune.

Ascension droite apparente d'Alcione		53^d	$42'$	$41''$
Différence en ascens. dr. pour le bord précédent	—	2.	15.	22.
Ascension droite du bord précédent de la Lune		51.	27.	19.
Diamètre horizontal 32′ 38″.				
Demi-diamètre en ascension droite		+	17.	46.
Donc pour ascension droite observée de la Lune		51.	45.	5.
Alors 13 déc. 1785, à 9^h 59′ 7″ t. v. { longitude observée de la Lune	1^s	25^d	$20'$	$53''$
latitude observée de la Lune		4.	46.	56. B.
Donc pour erreur des Tables de Mayer { en long.		+	39.	
en latit.		—	10.	

A ce résultat j'ajoute, pour dernière remarque, qu'à cette époque, 13 décembre 1785, & pour 9^h 59′ 7″, temps vrai, les tables du Soleil de Mayer & de l'Abbé de la Caille diffèrent entr'elles seulement de 3″,5.

OBSERVATION de M. Jeaurat, faite à son mural de l'Observatoire, lequel a 13″ de déviation, ce qui fait que l'observation qui suit a été faite 13″ de temps après les véritables passages par le méridien.

Temps vrai des passages, au mural de M. Jeaurat, 13 décembre 1785.

	H.	M.	S.	
☾	9.	59.	7.	Bord précédent de la Lune.
	10.	5.	23.	Céléno.
	10.	5.	31.	Electra.
	10.	5.	49.	Taigeta.
	10.	6.	25.	Maia.
	10.	6.	58.	Mérope.
	10.	8.	7.	Alcione.
	10.	9.	47.	Atlas.

RÉSULTAT dont la vérification des calculs se fera par M. Jeaurat.

Parallaxe horizontale de la Lune............		59′	44″.
Parallaxe de hauteur....................		25.	43.
Diamètre horizontal de la Lune.............		32.	38.
Diamètre en ascension droite..............		35.	32.
Retour des étoiles au méridien............	23h	56.	10.
Ascension droite du bord précédent de la Lune	51d	27.	23.
Demi-diamètre en ascension droite..........		17.	46.
Ascension droite du centre de la Lune.......	51.	47.	9.
Déclinaison vraie de la Lune..............	23.	45.	30.

Erreur des tables de Mayer en longitude 40″ de trop.

De plus, les tables du Soleil de l'Abbé de la Caille, donnent 3″,5 de plus que celle de Mayer.

PROCÉDE

PROCÉDÉ
POUR EXTRAIRE DE L'ESPRIT-DE-VIN UN ACIDE CONCRET,
Semblable à celui du Sucre.

Par M. SAGE.

QUOIQUE les réactifs ne décèlent point la présence d'un acide dans de l'esprit-de-vin, puisqu'il n'agit pas sur la teinture de tournesol, cependant l'esprit-de-vin contient un douzième d'acide concret qui sert de *medium* d'union, de l'éther & de l'huile avec l'eau, qu'on sait être parties constituantes de l'esprit-de-vin. Cet acide s'exhale, pour la plus grande partie, pendant la combustion de cet esprit ardent, l'eau qu'il laisse n'est que légèrement acidule.

Urbain Hierne, chimiste Suédois, retira par l'évaporation du résidu d'un mélange d'esprit-de-vin & d'acide nitreux, des cristaux que les chimistes ont désignés sous le nom de *cristaux d'Hierne*; Bergman fit connoître qu'ils étoient congénères avec l'acide du sucre.

Il résulte des expériences que j'ai faites, que la quantité d'acide du sucre qu'on retire de l'esprit-de-vin, est relative à celle de l'acide nitreux qu'on a employé; je passe au procédé qui m'a produit la plus grande quantité d'acide du sucre. J'ai mêlé dix-huit onces d'acide nitreux à 35 degrés, avec six onces d'esprit-de-vin rectifié; au bout d'une demi-heure, ce mélange s'est échauffé jusqu'à l'ébullition, & en même temps l'éther s'est dégagé avec sifflement, & a passé dans les récipiens, accompagné de vapeurs d'acide nitreux rutilant: dès que l'éther est dégagé, l'ébullition cesse. Cet éther étant séparé de l'acide nitreux a une couleur verte-éméraude. On achève la distillation du résidu, en mettant du feu ſous le bain de ſable ; il ſe dégage beaucoup d'acide nitreux rutilant, parce que pendant cette diſtillation, je ne lutte point les appareils ; lorſqu'il ne reſte plus dans la cornue que deux onces de fluide, je les mets dans une capſule pour les évaporer à réduction de moitié ; par le refroidiſſement : j'obtiens de l'acide concret blanc en priſmes tétraèdres ; les produits de l'évaporation m'ont rendu deux gros d'acide concret, que j'ai eſſoré ſur du papier gris, pour le ſéparer de l'acide nitreux.

J'ai diſſous cet acide concret dans de l'eau ; par une ſeconde criſtalliſation, ils ont été ſéparés des dernières portions d'acide nitreux qui pouvoient être ſur leur ſurface.

Si, au lieu d'employer trois parties d'acide nitreux contre une d'eſprit-de-vin, on ne fait le mélange qu'à partie égale, on obtient de l'éther nitreux, mais le réſidu de la diſtillation ne produit point d'acide concret, parce qu'il ſe trouve engagé dans une portion d'huile de l'eſprit-de-vin qui n'a pas été décompoſée.

ANALYSE

DU MÉLANGE MÉTALLIQUE

Envoyé à l'Académie, ſous le nom de Régule de manganaiſe, *par M. le Baron de la Peyrouſe.*

Par M. SAGE.

M. GAHN, chimiſte Suédois, a le premier retiré un régule de la manganaiſe; le célèbre Bergman a obſervé qu'il effleuriſſoit à l'air. Celui envoyé par M. de la Peyrouſe, n'ayant pas ce caractère, non plus qu'un autre régule de manganaiſe fait par M. de Morveau, je ſoupçonnai que ce demi-métal étoit allié, ce qui m'a été confirmé par les expériences ſuivantes. Je dois faire obſerver que des deux derniers chimiſtes que je viens de citer, le premier a employé de la manganaiſe compacte de Saxe, & le dernier celle qu'on trouve dans le commerce.

Le régule de manganaiſe de M. de la Peyrouſe eſt gris, moins fragile que celui qui eſt pur; il n'eſt pas attirable par l'aimant, quoiqu'il contienne du fer.

Ce régule de manganaiſe martial s'eſt diſſous avec effervefcence dans l'acide nitreux, qui a pris une teinte brunâtre; ayant verſé dans cette diſſolution de l'alkali pruſſien, il s'eſt précipité du bleu de pruſſe. La diſſolution du régule de manganaiſe pur, faite par l'acide nitreux, ne prend pas de couleur, l'alkali pruſſien en précipite la manganaiſe dans la forme d'une poudre brunâtre.

Pour obtenir le régule de manganaiſe pur, il faut employer ce minéral criſtalliſé, celui qui eſt en maſſe compacte irrégulière, contenant preſque toujours du fer, du plomb ou du cuivre. J'ai trouvé de ces deux derniers métaux dans la manganaiſe du comté de Sommerſet, tandis que la manganaiſe criſtalliſée eſt ordinairement pure; celle-ci fournit plus difficilement ſon régule, que celle qui eſt martiale.

Pour opérer la réduction de la manganaiſe, il ne faut pas employer de flux, il ſuffit de la mêler avec un ſeizième de charbon, & en former, avec de l'eau, une boule groſſe comme une petite noiſette; on la place dans un creuſet, au fond duquel on a mis un pouce de charbon en poudre, on recouvre la manganaiſe d'un autre pouce de charbon, en faiſant en ſorte qu'il y ait au moins dix lignes de charbon ſur les parois du creuſet qu'on expoſe à un feu violent pendant une demi-heure. Le creuſet refroidi, on trouve dans le charbon le régule de manganaiſe, ſous forme de petits globules brillans & fragiles, qui perdent en vingt-quatre heures leur éclat métallique, & effleuriſſent en une pouſſière brunâtre. Il arrive ſouvent que la manganaiſe ſe trouve au milieu des charbons, ſous forme d'une chaux verte ſtriée, & quelquefois ſous celle d'une maſſe vitreuſe compacte, d'un vert-olive.

MANIERE DE DÉTERMINER LA PURETÉ DU CUIVRE.

Par M. SAGE.

EXCEPTÉ l'azur de cuivre & la malachite, presque toutes les mines de ce métal contiennent plus ou moins de fer, dont une partie reste intimement combinée dans le régule de cuivre, qui n'a cependant pas la propriété de dévier l'aiguille aimantée, lors même que le fer s'y trouve dans la proportion d'un cinquième.

Pour decéler la présence du fer dans le cuivre, il faut dissoudre dans de l'acide nitreux un quintal fictif de ce métal; laver & dessécher la poudre noire qui se trouve au fond de la dissolution, quelquefois dans la proportion de deux livres par quintal: cette poudre étant mise sur des charbons ardens, il s'en dégage de l'acide sulfureux, ce qui reste est noir & entièrement attirable par l'aimant. Cette petite portion de fer & de soufre a échappé à l'action de l'acide nitreux; mais la dissolution de cuivre contient une bien plus grande quantité de fer qu'on peut retirer, en versant dans cette dissolution de cuivre assez d'alkali fixe pour opérer la précipitation de ce métal; ensuite il faut mettre sur ce précipité assez d'alkali volatil pour dissoudre tout le cuivre: il reste au fond du vase une poudre verdâtre, qui, après avoir été bien lavée & desséchée, représente le sixième du cuivre qui a été dissous. Ce résidu ayant été exposé au feu sur un charbon, est devenu noir & attirable par l'aimant.

On peut s'assurer si ce précipité martial contient de l'argent, en le passant à la coupelle.

C'est en employant les moyens que je viens de décrire, que je suis parvenu à extraire du cylindre de cuivre que je présente à l'Académie, un cinquième de fer, dont une partie se trouvoit encore tellement combinée avec le soufre, que l'acide nitreux n'a pu avoir d'action dessus. Pour prévenir l'observation qu'on pourroit faire, que la lime auroit pu fournir une partie du fer, j'ai fait dissoudre dans l'acide nitreux de petits lingots de ce cuivre, qui m'ont fourni le même résultat.

ANALYSE

D'UN SPATH PESANT VERT.

Par M. SAGE.

CE spath trouvé dans les mines de Johanngeorgenstadt en Saxe, y est connu sous le nom de *mica vert,* & nous a été vendu sous ce nom; son tissu est feuilleté & brillant. Ce spath a été regardé par M. Bergman, dans sa sciagraphie, comme du *cuivre minéralisé par l'acide marin.*

Le spath pesant vert-de-saxe que j'ai vu jusqu'à présent, se trouve ordinairement en lames feuilletées, vertes, brillantes, superficielles, éparses dans une mine de fer terreuse brunâtre. Parmi les morceaux que j'ai rassemblés, celui que je présente à l'Académie est des plus réguliers, il offre des lames carrées, dont quelques-unes ont les bords en biseau; la couleur de ce spath est du plus beau vert-d'émeraude; ces cristaux demi-transparens se cassent facilement & produisent des grains irréguliers.

L'acide nitreux pur, mis en digestion sur le spath pesant vert, le décolore & prend une couleur bleue; si l'on verse dans cette dissolution de l'alkali volatil, elle devient d'un bleu-céleste.

Si l'on mêle de la dissolution d'argent dans l'acide nitreux coloré par le cuivre du spath pesant vert, il ne se forme point d'argent corné, ce qui auroit lieu s'il y avoit de l'acide marin combiné avec le cuivre dans le spath pesant vert.

Une partie de ce ſpath décoloré par l'acide nitreux, ayant été expoſée au feu, avec deux parties d'alkali fixe & une demi-partie de charbon, s'y eſt fondue. L'acide vitriolique ayant été verſé deſſus, en a dégagé une odeur de foie de ſoufre décompoſé.

Le ſpath peſant affectant la même forme, & ſe comportant de même, après avoir été fondu avec l'alkali fixe & du charbon, que ce ſpath vitreux vert; ces faits réunis me portent à croire qu'ils ne diffèrent que par la chaux de cuivre que ce dernier contient.

EXAMEN COMPARÉ

DE L'INTENSITÉ DE CHALEUR

Produite par la combuſtion du Charbon de bois & de celui de Tourbe.

Par. M. SAGE.

LA tourbe réduite en charbon eſt propre à entretenir une chaleur plus vive, plus forte & plus long-temps ſoutenue que celle du charbon de bois, comme les expériences ſuivantes le démontrent; mais réduire la tourbe en charbon par un autre moyen que par la diſtillation, eſt une opération difficile, car on n'obtient qu'une eſpèce de pyrophore lorſqu'on a procédé par la ſuffocation qui eſt en uſage pour préparer le charbon de bois. Ici le pyrophore eſt produit par la décompoſition de la ſélénite qui eſt dans la tourbe, dont l'acide vitriolique ſe combine avec le phlogiſtique des charbons, & forme du ſoufre, lequel, après s'être uni avec la terre de la ſélénite, conſtitue le pyrophore.

Le charbon de tourbe le mieux fait contient toujours une portion de foie de ſoufre terreux *(a)*, qui ſe décom-

(*a*) On peut l'extraire en leſſivant ce foie de ſoufre avec de l'eau diſtillée.

pose pendant la combustion du charbon de tourbe ; ce foie de soufre décomposé noircit & rouille le cuivre, altère l'argent & rouille le fer.

Dans le commencement de la combustion du charbon de tourbe le mieux fait, il se dégage une odeur hépatique singulière.

L'examen comparé de l'intensité de chaleur produite par la combustion du charbon de bois & du charbon de tourbe, prouve que ce dernier est, pour l'intensité de chaleur, dans le rapport de 3 à 1 environ.

J'ai pris deux fourneaux ronds, de six pouces de diamètre, dont le foyer avoit quatre pouces & demi de hauteur, & le cendrier quatre pouces d'élevation, à partir de la grille du foyer ; j'ai rempli un de ces fourneaux avec du charbon de bois, & l'autre avec du charbon de tourbe. Je les ai allumés en mettant un charbon sur leur surface ; j'ai laissé brûler ces charbons sans les remuer ; j'ai placé dans les échancrures du fourneau deux petites barres de fer ; j'ai posé dessus deux casseroles de cuivre étamé, qui contenoient chacune une pinte & demie d'eau, leur diamètre étoit de six pouces quatre lignes, leur hauteur de deux pouces neuf lignes, & leur épaisseur d'une ligne.

Le charbon de bois a produit l'ébullition de quatre casseroles d'eau, en cinquante minutes.

1.re ébullition au bout de	14 minutes.
2.de	11.
3.e	12.
4.e	13.

Ce charbon a brûlé sans flamme, & n'a point altéré le cuivre.

Le charbon de tourbe, obtenu par suffocation, a exhalé d'abord une odeur fétide, à laquelle a succédé une flamme vive colorée, mais sans odeur. Ce charbon a produit l'ébullition de onze casseroles d'eau, en une heure cinquante minutes.

1.re

1.re ébullition au bout de	13 minutes.
2.e	7.
3.e	6.
4.e	5.
5.e	6.
6.e	7.
7.e	7 $\frac{1}{2}$.
8.e	7 $\frac{1}{2}$.
9.e	10.
10.e	15.
11.e	19.

Le charbon de tourbe fait par la diſtillation s'eſt allumé plus lentement, a répandu une odeur moins déſagreable, ſa flamme n'étoit point ſi vive ; il a produit l'ébullition de onze caſſeroles d'eau en deux heures ſix minutes & demie.

1.re ébullition au bout de	33 minutes.
2.e	12.
3.e	8.
4.e	8.
5.e	7 $\frac{1}{2}$.
6.e	7.
7.e	7.
8.e	8.
9.e	10.
10.e	15.
11e.	21.

Une livre & demie de charbon de tourbe qui a ſervi à ces expériences, ne s'eſt conſumée qu'au bout de quatre heures, & a laiſſé cinq onces de cendres rougeâtres, qui contiennent de la terre calcaire, de la ſélénite, de la terre argileuſe & un peu de foie de ſoufre.

Une livre trois onces de charbon de bois s'eſt conſumée au bout de 2 heures, & a produit cinq gros de cendres alkalines.

Si le charbon de tourbe produit plus de chaleur par la combuſtion, c'eſt que s'affaiſſant moins, il concourt à la décompoſition d'une plus grande quantité d'air, & produit par conſéquent une chaleur plus conſidérable & plus long-temps ſoutenue.

ANALYSE

D'UNE MINE D'ANTIMOINE ET DE PLOMB TERREUSE,

Combinée avec les acides vitriolique & arſénical.

Par M. SAGE.

CETTE mine de plomb terreuſe, jaunâtre, antimoniale & martiale, en maſſes formées de différens lits, ſe trouve par filons à Bonvillars en Savoie, à ſix lieues de Chambéri, ſur la route de Piémont.

Cette mine ayant été expoſée au feu dans un têt, n'exhale aucune odeur; après avoir été tenue rouge pendant une demi-heure, elle a perdu dix livres par quintal: dans cette expérience, il n'y a que l'eau qu'elle contient qui ſe dégage. On peut l'obtenir ſi l'on diſtille cette mine dans une cornue au fourneau de réverbère.

Si l'on mêle de la mine de plomb terreuſe antimoniale avec de la poudre de charbon, & ſi on la calcine dans un têt, il s'en dégage de l'arſenic ſous forme de vapeurs blanches; il s'exhale enſuite de l'acide ſulfureux & de la neige d'antimoine. Cette expérience fait connoître que dans cette mine, les terres métalliques y ſont combinées avec les acides arſenical & vitriolique; acides qui ſont fixes au feu quand ils ſont engagés dans des terres, & qu'ils ne ſont pas combinés avec du phlogiſtique.

Ayant diſtillé de la mine de plomb terreuſe antimoniale avec de la poudre de charbon, il s'eſt ſublimé dans le col de la cornue un peu de régule d'arſenic mêlé d'orpin.

La mine de plomb terreuſe antimoniale ayant été réduite avec du flux noir & de la poudre de charbon, a produit par quintal cinquante-quatre livres d'un régule gris à facettes, qui s'étend un peu ſous le marteau & s'y pulvériſe.

Ce régule mixte, compoſé d'environ parties égales de plomb & d'antimoine, ayant été coupellé, l'antimoine a été rejeté & a fait un bourlet brunâtre ſur le baſſin de la coupelle, où il eſt reſté une minicule d'argent trop petite pour être appréciée.

Parties égales de régule d'antimoine & de plomb ayant été fondues, ont produit un mélange métallique à facettes ſemblables à celles du régule retiré de la mine de plomb terreuſe antimoniale; il en avoit la fragilité: ayant été coupellé, il a laiſſé ſur le baſſin de la coupelle un cercle brunâtre dû à l'antimoine.

J'ai découvert parmi les productions minérales qui m'ont été envoyées de Sibérie, une nouvelle eſpèce de mine d'antimoine d'un jaune-clair, parſemée de bleu martial; elle rempliſſoit la cavité d'un grand cœur foſſile, dont l'extérieur étoit en partie calcaire, avec des aſpérités d'ocre brunâtre, parſemées de bleu martial; deux autres buccardites de Sibérie, trouvées dans la même mine de fer limoneuſe, contiennent ce métal dans deux états différens, & renferment en outre, dans leur intérieur, du ſchorl ſtrié d'un bleu ſi foncé qu'il paroît noir.

Une de ces buccardites eſt blanche & remplie de mine de fer terreuſe, jaunâtre, parſémée de globules brunâtres; l'autre eſt remplie de mine de fer argileuſe, griſâtre, ſolide, qui a beaucoup de rapport avec le ſchorl en roche argileux; il eſt parſemé de ſchorl verdâtre fibreux.

On m'a auſſi envoyé de Sibérie, des eſpèces de moules foſſiles blanches, calcaires, dont l'intérieur eſt rempli du plus beau bleu martial, parſemé de ſchorl bleu opaque, en priſmes très-fins; ces muſculites ont été trouvées dans la même mine de fer limoneuſe.

La mine d'antimoine terreuſe jaune eſt ſoluble ſans effervefcence dans l'acide nitreux; expoſée au feu ſur des charbons ardens, elle ne répand point d'odeur ſenſible, elle y devient d'un brun-rougeâtre, & produit des globules vitreux en rapport avec le *crocus metallorum.*

Si l'on expoſe cette mine au feu du chalumeau dans le creux d'un charbon, elle y change de couleur, ſe fond, produit une petite décrépitation, & ſe réunit en un globule d'antimoine brillant à ſa ſurface; pendant cette expérience, une portion de l'antimoine s'exhale en fleurs blanches qui ſe fixent en partie ſur les bords du charbon.

La mine jaune d'antimoine ayant été fondue avec du verre de borax, a produit un émail d'un brun-verdâtre, lequel, après avoir été pulvériſé, étoit attirable par l'aimant, propriété qu'il doit au bleu martial.

Quoiqu'on ait déſigné ſous le nom de *bleu de Pruſſe natif,* la fécule martiale bleue dont je parle, cependant elle en diffère, en ce qu'elle eſt entièrement ſoluble dans l'acide nitreux, comme l'a obſervé M. Brandes, en 1757, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, dans leſquels eſt inſérée l'analyſe qu'il a donnée de la terre martiale bleue de Beuthnitz, qui ſe trouve dépoſée par couches de trois ou quatre pieds ſous l'*humus* d'un endroit marécageux. Ce bleu martial produit de l'alkali volatil par la diſtillation; auſſi ce menſtrue n'a-t-il point d'action ſur lui, tandis qu'il décolore le bleu de Pruſſe.

ANALYSE

D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DE MINE DE BISMUTH TERREUSE, SOLIDE, *Recouverte d'une Efflorefcence d'un vert-jaunâtre,*

Par M. SAGE.

CRONSTEDT, Linné, Jufti, Baumer & M. le baron de Born, ont parlé, dans leurs minéralogies, de la chaux de bifmuth pulvérulente, d'un jaune-verdâtre, qu'on a trouvée en Saxe & en Suède. M. de Romé de Lille a fait mention d'une mine de bifmuth vierge folide, fur laquelle fe trouve un enduit granuleux, d'un vert-jaunâtre, qu'il regarde comme une chaux de bifmuth. Voyez la *page 241 de fa defcription des minéraux.*

Les auteurs que je viens de citer, difent que cette efpèce de mine de bifmuth n'a point encore été foumife à l'analyfe, parce qu'elle eft fort rare.

La mine de bifmuth terreufe, folide, grifâtre, & recouverte d'une efflorefcence d'un vert-jaunâtre, dont je vais donner l'analyfe, vient de Schneberg en Saxe; cette mine eft très-pefante, elle produit des étincelles lorfqu'on la frappe avec le briquet, elles font dûes à des portions de quartz qui fe trouvent mêlées avec ce minéral.

Pour apprécier la quantité de quartz qui étoit contenue dans cette mine, j'en ai mis en digeftion dans quatre parties d'acide nitreux précipité & rectifié; la chaux de bifmuth s'y eft diffoute promptement fans effervefcence; j'ai décanté l'acide nitreux, & après l'avoir étendu d'eau diftillée, une partie du bifmuth s'en eft féparée fous forme de précipité blanc; j'ai lavé ce qui étoit au fond du matras, après l'avoir filtré, j'ai trouvé fur le papier gris du quartz tranfparent, dans la proportion du tiers de cette mine de bifmuth terreufe.

Le nitre de biſmuth ne m'ayant produit que très-peu de magiſtère, après avoir été étendu d'eau, j'ai verſé dans cette diſſolution de l'alkali fixe; lorſque l'alkali nitreux en a été ſaturé, il s'eſt fait un précipité de biſmuth aſſez abondant.

J'ai ſoumis à la diſtillation ſix cents grains de mine de biſmuth terreuſe, en employant l'appareil hydropneumatique; j'ai trouvé dans le col de la cornue quelques gouttes d'eau; il a paſſé de l'acide méphitique dans le récipient, la mine qui reſtoit dans la cornue, avoit une couleur rougeâtre, & n'avoit diminué que de deux livres par quintal.

La couleur verte de cette mine de biſmuth, n'eſt dûe ni à du cuivre ni à du fer, mais paroît dûe à du cobalt; pour m'en aſſurer, j'ai mis de cette mine de biſmuth en digeſtion dans de l'alkali volatil qui n'a pris aucune couleur. Si la teinture verte de cette mine eût été dûe au cuivre, l'alkali volatil auroit pris une couleur bleue.

Pour déterminer ſi cette mine de biſmuth contenoit du fer, j'en ai diſtillé une partie avec quatre de ſel ammoniac qui s'eſt ſublimé & combiné avec la chaux de biſmuth qu'il a volatiliſée; ce ſel ammoniac avoit une belle teinture jaune; l'ayant diſſous dans l'eau diſtillée, il s'eſt formé auſſitôt un précipité blanc de biſmuth corné. J'ai filtré cette leſſive, j'ai mis enſuite dedans de la noix de galle, elle n'a point été noircie, ce qui auroit eu lieu ſi la diſſolution eût contenu du fer.

Le réſidu de la diſtillation étoit griſâtre, & peſoit moitié moins que la mine de biſmuth que j'avois employée; après l'avoir leſſivée, j'ai mis dans l'eau qui avoit ſervi à cette opération, de la noix de galle qui n'a point annoncé la préſence du fer,

J'ai fondu de cette mine de biſmuth avec du verre blanc, elle lui a donné une couleur verte, qui me paroît être le réſultat de la couleur bleue fournie par le cobalt, & de la couleur jaune produite par le biſmuth, les ſcories que j'ai obtenues en réduiſant cette mine, avoient également une couleur verte.

Pour réduire la mine de biſmuth terreuſe, j'en ai fondu une partie avec quatre de flux noir & un peu de pouſſière de charbon; j'en ai retiré trente-ſix livres de biſmuth par quintal de mine.

J'ai obtenu par la coupellation de ce régule de biſmuth, une parcelle d'argent: le biſmuth du commerce en produit auſſi, comme l'a fait connoître M. Geoffroi le fils.

J'ai analyſé une mine de biſmuth terreuſe, ſolide, jaune, un peu brillante, & quelquefois demi-tranſparente, elle m'a produit à peu-près les mêmes réſultats; elle a rendu quarante-cinq livres de biſmuth par quintal, c'eſt neuf livres de plus que la précédente: ſes ſcories étoient moins vertes, parce qu'elles contenoient moins de cobalt.

Ces mines de biſmuth terreuſes ſont plus difficiles à réduire que celles qui ſont arſenicales; ces dernières n'ont beſoin que d'être brûlées entre des lits de bois, pour produire le biſmuth, tandis que pour tirer parti des mines de biſmuth terreuſes, il faut les traiter au fourneau à manche, afin de pouvoir les réduire.

MÉMOIRE SUR LE MOUVEMENT DE VÉNUS.

Par M. DE LA LANDE.

LORSQUE je donnai en 1779, les élémens de l'orbite de Vénus, mon objet principal étoit de déterminer ſon excentricité, le lieu de ſon aphélie, & l'époque de ſon moyen mouvement; je parlai peu de ſa révolution & de ſon mouvement ſéculaire; je me contentai de quelques conjonctions obſervées à la fin du dernier ſiècle & au commencement de celui-ci; celles de 1689, 1692, 1707 & 1708, me firent diminuer le mouvement ſéculaire que j'avois employé dans mes premières tables, de $6^s\ 19^d\ 12'\ 12''$, & je le ſuppoſai de $6^s\ 19^d\ 11'\ 30''$. Je l'ai employé de même pour mes ſecondes tables de Vénus, publiées en 1781, dans le quatrième volume de mon *Aſtronomie*, & en 1783, dans le huitième volume des *Éphémérides*.

Cet article méritoit une plus ample diſcuſſion; je l'ai faite fort au long, & le réſultat conſiſte à augmenter le mouvement ſéculaire de Vénus, que je crois pouvoir faire actuellement de $6^s\ 19^d\ 12'\ 50''$.

J'ai voulu voir d'abord ſi les obſervations rapportées dans l'Almageſte de Ptolémée, pouvoient nous apprendre quelque choſe à cet égard; je les ai ſoigneuſement diſcutées; & quoique je n'en aye tiré aucun ſecours, il eſt bon de rapporter le réſultat de cet examen. Ces obſervations ſont au nombre de dix, contenues dans le dixième livre de l'Almageſte, *pages 234 — 238 de la dernière édition (Bâle, 1551);* j'ai comparé auſſi l'édition grecque de 1538, & celle de 1515, que M. de Fouchy a donnée à l'Académie, & qui eſt importante à pluſieurs égards.

J'ai

J'ai appliqué aux longitudes données par Ptolémée, les corrections qu'il est nécessaire de faire à son catalogue, comme je crois l'avoir prouvé (*Mém. de l'Acad. 1766, page 467, Astron. art. 918*). J'ai corrigé une erreur de dix ans qu'il y avoit dans la seconde observation, mais qui n'est pas dans l'édition grecque de l'Almageste. J'ai marqué les pages de la cinquième édition, où sont rapportées chacune de ces observations; l'erreur de mes secondes tables (*1781*) pour chacune, & le nombre de minutes dont cette erreur change quand on augmente de 78″ le mouvement séculaire de Vénus. Pour avoir le temps vrai, j'ai supposé que ces observations avoient été faites toutes environ deux heures avant le lever ou après le coucher du Soleil, parce que celle du 15 Décembre 138 est marquée à pareille heure: j'aurois pu me servir aussi du lieu moyen du Soleil, qui est toujours rapporté par Ptolémée, en y faisant la correction que j'ai indiquée; & pour cet effet, je joindrai à la table suivante le lieu moyen suivant Ptolémée. On y trouvera aussi le lieu vrai du Soleil, d'après mes tables manuscrites, où l'époque est moins avancée d'une minute que dans celles de la Caille, pour le temps dont il s'agit.

L'observation de l'an 138 est la seule où l'heure soit rapportée exactement; le point culminant, suivant l'astrolabe, étoit 2 degrés de la Vierge, ce qui donne pour l'ascension droite du milieu du Ciel, $10^h\ 12'$; en ôtant celle du Soleil, $17^h\ 32'$, il reste $16^h\ 44'$ pour le temps vrai à Alexandrie, qui étoit le même que le temps moyen; c'est $14^h\ 52'$ à Paris. Le lieu moyen du Soleil, suivant Ptolémée, étoit $8^s\ 22^d\ 9'$. Je trouve $57'$ de plus; en sorte qu'en ajoutant $57'$ aux longitudes moyennes indiquées par cet auteur, pour les neuf dernières observations, on aura celles qu'il faut supposer pour en conclure le temps de l'observation.

Pour la première observation, qui est celle de l'an 271 avant J. C. l'heure est marquée sans minutes; il y a 12^h dans l'édition de 1551 (*page 238*); mais à minuit on ne pouvoit pas voir Vénus. Dans l'édition de 1515, il y a

12 heures de la nuit, ce qui approche de 6 heures du matin; puiſque c'étoit quinze jours après l'équinoxe; d'ailleurs, à l'endroit où Ptolémée ſe ſert de cette obſervation pour calculer le moyen mouvement de Vénus, il emploie trois quarts de jour, à partir du midi, ce qui nous ramène encore à 18 heures. Ainſi l'on connoît auſſi à peu-près l'heure de celle-ci; quoiqu'ayant mis trois quarts de jour, Ptolémée n'a peut-être pas entendu répondre d'une heure ſur le temps de cette obſervation. Au reſte, une heure de plus ou de moins ne produit que $2' \frac{1}{2}$ de différence ſur le lieu du Soleil & de Vénus, & cela eſt abſolument inſenſible pour de pareilles obſervations.

Je dois encore faire remarquer que, dans la première obſervation, les longitudes moyennes dans Ptolémée ne diffèrent que de $3^d\ 39'$, quoiqu'il y ait quatre jours d'intervalle. Il faudroit donc que la ſeconde partie de cette obſervation eût été faite ſept heures plus tôt que la première, ce qui eſt impoſſible, Vénus n'étoit pas levée. Ainſi, peut-être que la ſeconde poſition n'a pas été obſervée; elle aura été concluе des tables : voilà pourquoi je n'en ai pas fait une obſervation ſéparée, mais ſeulement un ſupplément de la première obſervation.

ANNÉES.	MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN à Paris.	LONGITUDE ſuivant PTOLÉMÉE.	ÉDIT. de 1751.	SUIVANT CASSINI.	SUIVANT MOI.
271. A. J. C.	11 Oct.	$16^h\ 8'$	$5^f\ 4^d\ 10'$	*P.* 238.	$5^f\ 2^d\ 31'$	$5^f\ 3^d\ 36'$
	15 Oct.	......	5. 8. 50.	*Ibid.*	....	5. 8. 16.
127. Après.	11 Oct.	14. 50.	5. 0. 20.	234.	5. 1. 51.	5. 1. 18.
129.	19 Mai.	14. 15.	0. 10. 36.	235.	0. 10. 33.	0. 11. 37.
132.	8 Mars.	6. 0.	1. 1. 30.	234.	1. 1. 55.	1. 2. 32.
134.	17 Fév.	14. 30.	9. 11. 55.	236.	9. 12. 27.	9. 12. 57,5.
136.	18 Nov.	5. 20.	9. 12. 50.	235.	....	9. 13. 53.
136.	25 Déc.	5. 10.	10. 19. 36.	234.	10. 20. 14.	10. 20. 39.
138.	15 Déc.	14. 50.	7. 6. 30.	236.	7. 6. 53.	7. 7. 34.
140.	18 Fév.	5. 40.	0. 13. 50.	236.	0. 14. 28.	0. 14. 54.
140.	29 Juill.	13. 20.	2. 18. 30.	234.	2. 18. 47.	2. 19. 34.

ANNÉES.	MOIS & JOURS.	LIEU MOY. du SOLEIL, suivant PTOLÉMÉE.	LIEU VRAI suivant moi.	CORRECT. à faire à mes Tables de 1781.	CHANG. pour 78″ de mouvem.	NOMS des OBSERVATEURS.
271 A. J. C.	11 Oct.	6ˢ 17ᵈ 20′	6ˢ 14ᵈ 48′	+ 15′ ½.	+ 8′	Tymocharès.
	15 Oct.	6. 20. 59.	6. 18. 50.	+ 12.	+ 8.	
127. Après.	11 Oct.	6. 17. 52.	6. 17. 12.	— 27.	— 3 ½.	Théon.
129.	19 Mai.	1. 25. 24.	1. 26. 41.	— 13 ½.	— 3.	Théon.
132.	8 Mars.	11. 14. 15.	11. 17. 8.	+ 34.	— 5.	Théon.
134.	17 Fév.	10. 25. 30.	10. 28. 15.	+ 1. 16 ½.	0.	Ptolémée.
136.	18 Nov.	7. 25. 30.	7. 26. 8.	+ 1. 46 ½.	+ 4.	Ptolémée.
136.	25 Déc.	9. 2. 4.	9. 3. 49.	+ 56.	— 5.	Ptolémée.
138.	15 Déc.	8. 22. 9.	8. 23. 34.	+ 20 ½.	+ 2 ½.	Ptolémée.
140.	18 Fév.	10. 25. 30.	10. 28. 26.	+ 23 ½.	+ 0 ¼.	Ptolémée.
140.	29 Juill.	4. 5. 45.	4. 4. 56.	— 56.	— 9 ½.	Ptolémée.

On peut juger, par le changement des corrections pour 78″ de mouvement séculaire, que toutes ces observations sont trop près des plus grandes digressions, pour que le mouvement de Vénus y soit sensible; la plus grande incertitude que nous ayons sur le mouvement de cette planète, est beaucoup moindre que les erreurs de ces observations, & il n'y a aucune hypothèse qui puisse les représenter, même à peu-près. Il ne faut pas en conclure que le mouvement de Vénus ait changé, puisque la plus ancienne des observations, rapportée par Tymocharès, s'accorde mieux avec mes tables, que les autres ne s'accordent entr'elles, & que la huitième dont Ptolémée se sert pour déterminer la révolution de Vénus, est aussi une de celles qui s'accordent le mieux; il faut seulement en conclure que ces observations sont mauvaises en général, ce que j'ai déjà prouvé pour la plupart de celles de Ptolémée *(Mémoires 1757, page 420; 1766, page 467)*.

Si les observations anciennes ne peuvent rien nous apprendre sur le mouvement de Vénus, à plus forte raison, pour le mouvement de l'aphélie; il auroit été à $7^s\ 25^d$ suivant la théorie de Ptolémée, au lieu de $9^s\ 16^d$ que je trouve pour ce temps-là.

Parmi les obſervations moins anciennes, celles de Tycho ſont les plus nombreuſes; il ſemble qu'elles auroient pu donner quelques lumières ſur le mouvement de Vénus; mais comme Tycho l'obſervoit principalement dans les plus grandes digreſſions, & preſque jamais dans le temps où elle approche de ſa conjonction inférieure, il y a peu de préciſion à en attendre. J'ai fait voir que les conjonctions inférieures doivent être abſolument préférées pour ces recherches.

J'ai donc commencé au paſſage ſur le Soleil, qui fut obſervé le 4 Décembre 1639; ce paſſage devant être le fondement principal de cette détermination, il étoit néceſſaire de recalculer de nouveau les obſervations qui furent faites par Horrocius près de Liverpool; c'eſt ce qu'a fait M. de Lambre avec le plus grand ſoin: il a pris les détails de cette obſervation dans un petit écrit publié en 1761, dans l'*Annual Regiſter* de Londres, & copié par Ferguſon, *pages 344* & *ſuiv.* de ſon aſtronomie. Quant à la latitude de Hool, lieu de l'obſervation, il a conſervé la détermination d'Horrocius; mais pour la longitude, qui eſt celle de Liverpool, il a préféré la moyenne arithmétique entre les deux que M. du Séjour a trouvées par l'éclipſe de 1764, c'eſt-à-dire, $0^h\ 21'\ 7''$ à l'oueſt de Paris.

La différence des parallaxes de Vénus & du Soleil, eſt $23'',803$; le demi-diamètre du Soleil $16'\ 11'',6$; celui de Vénus $31'',3$; le mouvement relatif en longitude, $4'\ 3'',76$, & en latitude $39'',04$ décroiſſante; l'équation du temps $9'\ 0''$ ſouſtactive du temps vrai.

Temps vrai à Paris......	$3^h\ 36'\ 7''$	$3^h\ 56'\ 7''$	$4^h\ 6'\ 7''$
Lieux vrais du Soleil....	$8^s\ 12^d\ 25'\ 0$	$8^s\ 12^d\ 25'\ 51''$	$8^s\ 12^d\ 26'\ 16''$
Nonagéſime à Hool....	11. 2. 37. 0	11. 9. 24. 50	11. 12. 31. 50
Diſt. du Soleil au nonagéſ.	2. 20. 12. 0	2. 26. 59. 0	3. 0. 5. 30
Hauteur nonagéſime....	19. 20. 20	21. 9. 50	22. 2. 30
Latitude apparente......	$11'\ 17'',46$	$11'\ 11'',61$	$10'\ 40'',74$

Différ. appar. de longit...	10′ 41″, 14	9′ 51″, 30	9′ 6″, 41
Parallaxe de longitude...	+ 7, 77	+ 8, 58	+ 8, 93
Parallaxe de latitude....	+ 22″, 46	+ 22″, 09	+ 22″, 6
Différ. vraie en longit...	0. 10′ 48″, 91	9′ 59″, 88	9′ 15″, 34
Latitude vraie.........	10. 55. 0	10. 49. 52	10. 18 68
Temps vrai de la conjonct.	6^h 15′ 49″	6^h 23′ 45″	6^h 22′ 19″
Latitude en conjonction...	9′ 11″, 1	9′ 13″ 45	8′ 50″ 07

Par un milieu entre les trois résultats, la conjonction a dû arriver à 6^h 20′ 38″; la latitude géocentrique en conjonction a dû être 9′ 41″,87; le lieu de la conjonction 8^f 12^d 31′ 58″; la distance au nœud 56′ 15″; le lieu du nœud, 2^f 13^d 28′ 13″ vu du Soleil; les corrections de mes secondes tables — 2′ 4″ pour la longitude, — 1′ 13″ pour le nœud, + 2″ pour la latitude; le demi-diamètre de Vénus, suivant l'observation d'Horrocius devoit être 38″ à très-peu-près; suivant Crabtrée, il n'étoit que 34″.

En employant, comme M. de Lambre a fait, les diamètres pris dans mes tables, & retenant la distance des centres observée par Horrocius, il s'ensuivra que l'instant de la première observation n'est pas précisément celui du contact, mais qu'il y avoit environ 8″ de distance entre les bords de Vénus & du Soleil.

En admettant, comme l'ont fait Horrocius, Hevelius & Cassini, que l'observation ait été faite dans l'instant du contact intérieur, la distance des centres sera 15′ 40″,3; la latitude apparente 11′ 22″,95; la différence de longitude apparente 10′ 46″,34; la conjonction 6^h 17′ 7″; la latitude en conjonction 9′ 15″; enfin, par un milieu entre les trois observations, la conjonction sera à 6^h 21′ 4″. Si l'on vouloit avoir égard en même temps aux deux manières de calculer la première observation, le temps de la conjonction seroit 6^h 19′ 45″.

En tout cas, il n'y a pas 8′ d'incertitude sur le moment de cette conjonction, ce qui ne produit pas 12″ sur la longitude héliocentrique. Il paroît donc que l'erreur de mes tables de 1781 est, à cette époque, d'environ 1' 44".

Si l'on veut avoir égard aux aberrations & à la nutation, il faut retrancher 5' 46" du moment de la conjonction trouvée ci-dessus, & ajouter 23" à la longitude, on aura 6^h 3' 44", temps moyen, & la longitude vraie comptée de l'équinoxe moyen, 8^s 12^d 32' 15".

J'ai comparé vingt autres conjonctions avec mes tables, savoir, celles qui sont rapportées dans M. Cassini *(Élémens d'Astronomie, page 561)*, & celles qui ont été observées depuis quelques années. Elles sont toutes comprises dans la table qu'on trouvera ci-après; les lieux du Soleil, pour le moment de chaque conjonction, ont été refaits sur les tables de la Caille; car j'ai supposé que le temps de la conjonction pouvoit être exact, indépendamment du lieu du Soleil. En effet, si l'on a comparé Vénus directement avec le Soleil, on a dû trouver le temps de la conjonction exactement, quelle que fût l'erreur des tables du Soleil.

La conjonction de 1692, sur laquelle j'avois beaucoup compté, est rapportée assez différemment, d'après Cassini & d'après Sedileau *(Mém. de l'Acad. 1693)*; mais, en prenant celle de Cassini, je suis plus d'accord avec le passage de 1639, du moins suivant mes nouveaux élémens, & je l'ai préférée; l'erreur changeroit de 44" en prenant l'observation de Sedileau.

En comparant le passage de 1639 avec mes secondes tables de 1781, j'ai trouvé 1' 44" de trop pour la longitude héliocentrique: pour ne pas rejeter sur un seul élément toute l'erreur que donnoit le passage de 1639, j'ai considéré que le mouvement de l'aphélie pouvoit être diminué avec vraisemblance, quoique je l'eusse déjà diminué. En effet, si je compare le lieu de l'aphélie que j'ai déterminé pour 1780, avec celui qui résulte des conjonctions de 1715, 1718, 1719, je ne trouve, pour le mouvement séculaire de l'aphélie, que 2^d 11', au lieu de 4^d 10', que j'avois employé dans mes anciennes tables de 1771, en comptant trop sur les tables de Képler & sur les observations de Tycho-Brahé. Je l'avois réduit à $2^d\ 25'$ dans mes secondes tables; mais si j'employois la position que Halley lui donne pour 1690, la regardant comme le résultat des observations de Flamstéed, que Halley avoit sans doute discutées, je trouverois $2^d\ 22'$ pour le mouvement séculaire de l'aphélie.

On ne trouveroit que $1^d\ 33'$, en calculant l'attraction de Jupiter & de la Terre, par la formule que j'ai donnée dans mon Astronomie *(art. 3512)*; si l'on nomme f la distance de la planète troublante, celle de Vénus étant prise pour unité, on a $\frac{3}{4f^3}$ multiplié par 360^d pour le mouvement de l'aphélie de Vénus pendant la durée de sa révolution. Cette formule donne $6'\ 39''$ par siècle pour l'effet de Jupiter, & $2'\ 50''$ pour celui de la Terre; la somme $9'\ 29''$ étant ajoutée à la précession séculaire, $1^d\ 23'\ 45''$ donne $1^d\ 33'\ 14''$ pour le mouvement de l'aphélie; Halley le faisoit de $1^d\ 34'$.

Enfin, M. de la Grange, par des calculs plus rigoureux, diminue encore ce mouvement *(Mém. de Berlin, 1782)*, & le réduit à $1^d\ 21'$; en sorte que l'aphélie de Vénus rétrograde de $2'$ par rapport aux étoiles, au lieu d'être direct comme sont ceux des autres planètes.

M. de la Grange, à qui j'ai fait remarquer ce défaut d'analogie, m'a assuré qu'il n'avoit aucun doute sur la théorie à cet égard; & comme j'avois perdu l'espoir de déterminer le mouvement de l'aphélie par les observations du dernier siècle, je m'en suis tenu à ce résultat. Il faut cependant considérer que M. de la Grange donne $4'',3$ par an à l'action de Mercure sur Vénus, & que la masse de Mercure n'étant connue que par conjecture, il pourroit y avoir encore quelqu'incertitude à cet égard. Quoi qu'il en soit, je supposerai, quant à présent, le mouvement de l'aphélie de $1^d\ 21'$ par siècle; en partant du lieu que j'ai déterminé pour 1780, à $10^s\ 8^d\ 12'$, je le supposerai pour 1639, $10^s\ 6^d\ 18'$; & dès-lors le passage de 1639 se trouvera rapproché des tables.

Pour vérifier les autres élémens de Vénus, je vais parcourir toutes les conjonctions inférieures qui ont été observées avec soin depuis les passages sur le Soleil observés en 1761 & 1769.

La conjonction de 1766 fut observée par M. Maskelyne, & elle se trouve dans le Recueil de ses observations. J'ai calculé les observations du 16 mars, du 24 & du 28 au matin.

	Le 16	Le 24.	Le 27.
Temps moyen du passage réduit au méridien de Paris..	$0^h\ 57'\ 53''$	$0^h\ 9'\ 54''$	$23^h\ 45'\ 41''$
Dist. d'asc. dr. entre les centres de Vénus & du Soleil....	$9^d\ 59'\ 22''$	$1^d\ 26'\ 24''$	$7^d\ 12'\ 22''$
Ascension droite apparente du Soleil à midi vrai......	356. 16. 47.	3. 33. 12.	7. 10. 52.
Ascension droite de Vénus..	6. 16. 9.	2. 6. 48.	359. 58. 30.
Distance au zénith, du bord inférieur de Vénus......	39. 43. 11.	41. 34. 23.	42. 55. 40.
Déclinaison vraie du centre de Vénus............	11. 45. 27.	9. 54. 14.	8. 32. 54.
Long. apparente de Vénus..	10. 26. 5.	5. 54. 20.	3. 24. 12.
Latitude apparente.......	8. 17. 54.	8. 14. 18.	7. 50. 46.

L'erreur moyenne de mes tables, + 25 secondes, doit être ajoutée aux longitudes calculées, pour en déduire l'opposition, & le lieu du Soleil augmenté de 20 secondes pour l'aberration, & compté de l'équinoxe moyen.

Le mouvement du Soleil, en $23^h\ 53'\ 54''$, étant de $59'\ 2''$, & celui de Vénus de $37'\ 53''$, je trouve pour le temps moyen de la conjonction vraie, le 25, $6^h\ 13'\ 12''$, & la longitude $0^s\ 5^d\ 6'\ 32''$; mes nouvelles tables donnent $5''$ de plus pour la longitude héliocentrique, au même instant.

La conjonction de 1774 a été observée par M. Slop, habile astronome de Pise, *Observationes siderum habitæ Pisis, &c.* 1778, page 217.

	TEMPS MOYEN à Pise.	LONGITUDE. observée.	LATITUDE observée.
Mars 22.	$23^h\ 53'\ 25''$	$0^s\ 2^d\ 45'\ 49''$	$8^d\ 16'\ 0''$
23.	23. 47. 21.	0. 2. 8. 10.	8. 10. 48.
24.	23. 41. 19.	0. 1. 31. 2.	8. 4. 37.
25.	23. 35. 20.	0. 0. 54. 18.	7. 57. 37.

M. Slop avoit interpolé ces longitudes pour en conclure la conjonction; j'ai préféré de prendre le mouvement calculé par les tables, & les longitudes corrigées par l'erreur moyenne des tables. Le mouvement du Soleil, en $23^h\ 53'\ 56''$, étant de $59'\ 6''$, & celui de Vénus $37'\ 37''$, j'ai trouvé que la conjonction apparente étoit arrivée le 22, à $21^h\ 17'\ 44''$, temps moyen au méridien de Paris, dans $0^s\ 2^d\ 49'\ 12''$ de longitude apparente, comptée de l'équinoxe moyen; & employant les deux aberrations, la conjonction vraie à $21^h\ 11'\ 58''$, dans $0^s\ 2^d\ 49'\ 18''$ de longitude vraie.

La conjonction du 24 Octobre 1775 a été observée à Pise par M. Slop, à Toulouse par M. Darquier, & à Paris par M. d'Agelet : comme les résultats des deux premiers ne s'accordoient pas parfaitement, j'ai recalculé deux observations qui m'ont donné à peu-près le même résultat.

Le 24 Octobre, $23^h\ 33'\ 31''$, temps moyen à Paris, longitude de Vénus observée, comptée de l'équinoxe moyen, $7^s\ 0^d\ 29'\ 34''$; longitude du Soleil, $7^s\ 1^d\ 53'\ 50''$; mouvement du Soleil, en trois jours, $2^d\ 59'\ 57''$; mouvement de Vénus, $1^d\ 43'\ 24''$; d'où il suit que la conjonction apparente est arrivée, le 24, à $2^h\ 30'\ 59''$, dans $7^s\ 1^d\ 1'\ 14''$; & la conjonction vraie, à $2^h\ 25'\ 13''$, dans $7^s\ 1^d\ 1'\ 20''$ de longitude vraie.

La conjonction du 1.er Juin 1777 n'a été observée que par M, Slop; il n'a eu qu'une seule observation faite cinq jours après la conjonction, & je n'en ai pas fait usage. D'ailleurs, les conjonctions du mois de Juin sont au même lieu de l'orbite que les passages sur le Soleil observés en 1761 & 1769 & l'on ne peut pas en espérer une aussi grande précision ; ainsi elles sont moins importantes que les autres : au reste, j'ai celle de 1785, qui tient lieu de celle de 1777, & qui s'accorde fort bien avec les deux passages.

En 1779, Venus fut observée par M. d'Agelet à Paris, par M. Darquier à Toulouse, par M. Pigott à Frampton-house, 5^d 48′ 30″ à l'occident de Paris; celui-ci trouva, le 6 Janvier, jour de la conjonction, à 23^h 54′ 30″ de temps vrai, l'ascension droite apparente de Vénus, 287^d 13′ 1″ ; il n'observa pas la déclinaison.

M. d'Agelet observa Vénus plusieurs jours de suite, avec son mural, à l'École militaire : voici ses observations calculées par lui-même.

		TEMPS MOYEN.	ASCENSION DROITE observée.	DÉCLINAISON australe.	LONGITUDE.	LATITUDE. australe.
Janvier	2.	0^h 34′ 7″	9^s 20^d 30′ 30″	18^d 17′ 37″	9^s 19^d 28′ 26″	3^d 47′ 56″
	3.	0. 27. 35.	9. 19. 51. 35.	18. 7. 41.	9. 18. 53. 5.	4. 2. 53.
	4.	0. 21. 7.	9. 19. 13. 15.	17. 57. 11.	9. 18. 18. 16.	4. 18. 8.
	7.	0. 1. 25.	9. 17. 14. 25.	17. 31. 40.	9. 16. 28. 45.	4. 57. 37.
	7.	23. 54. 51.	9. 16. 34. 52.	17. 22. 37.	9. 15. 52. 14.	5. 10. 58.
	8.	23. 48. 11.	9. 15. 55. 42.	17. 14. 55.	9. 15. 15. 47.	5. 22. 49.
	9.	23. 41. 53.	9. 15. 17. 45.	17. 7. 49.	9. 14. 40. 21.	5. 33. 48.
	10.	23. 35. 33.	9. 14. 41. 3.	17. 1. 3.	9. 14. 5. 57.	5. 44. 8.

Les deux observations du 7, en y appliquant l'erreur moyenne des tables, & le mouvement calculé, qui étoit de 60′ 52″ pour le Soleil, & de 36′ 31″ pour Vénus, m'ont donné la conjonction apparente, le 6 Janvier, 14^h 11′ 39″, temps moyen; & 9^s 16^d 44′ 2″ pour la longitude comptée de l'équinoxe moyen ; & la conjonction vraie à 14^h 5′ 53″, dans 9^s 16^d 44′ 8″ de longitude vraie.

La conjonction du 9 Août 1780 est la plus importante de toutes, parce que Vénus étoit près de son aphélie, & qu'elle n'avoit jamais été observée dans cette position; aussi M. d'Agelet, qui connoît les observations importantes, & qui ne les néglige pas, observa cette conjonction avec soin. Il y a aussi plusieurs observations dans le recueil de M. Darquier. Je rapporterai ici les observations de M. d'Agelet, parce qu'elles n'ont point été imprimées; elles ont été calculées par lui-même, excepté les deux dernières.

	TEMPS MOYEN.	ASC. DROITE observée.	DÉCLINAISON boréale.	LONG. OBSERVÉE.	LATITUDE boréale.
Août 3.	$0^h\ 38'\ 56''$	$142^d\ 24'\ 23''$	$7^d\ 49'\ 6''$	$4^s\ 22^d\ 12'\ 56''$	$6^d\ 39'\ 28''$
5.	0. 26. 26.	141. 14. 18.	7. 49. 35.	4. 21. 6. 37.	7. 0. 48.
7.	0. 13. 45.	140. 2. 4.	7. 53. 23.	4. 19. 56. 42.	7. 19. 36.
9.	23. 54. 30.	138. 10. 2.	8. 5. 13.	4. 18. 6. 22.	7. 42. 0.
15.	23. 16. 50.	134. 37. 32.	8. 45. 1.	4. 14. 31. 39.	8. 4. 53.
23.	22. 32. 13.	131. 19. 56.	9. 56. 24.	4. 11. 2. 37.	7. 49. 49.

Ayant calculé l'erreur moyenne des tables, & le mouvement du 9 au 10, qui, dans $23^h\ 53'\ 27''$, étoit de $57'\ 20''$ pour le Soleil, & de $37'\ 9''$ pour Vénus, j'ai trouvé la conjonction apparente, le 9 Août, $20^h\ 45'\ 40''$; & la longitude apparente, $4^s\ 18^d\ 11'\ 27''$, comptée de l'équinoxe moyen; & la conjonction vraie, $20^h\ 39'\ 54''$, avec $4^s\ 18^d\ 11'\ 33''$ de longitude vraie.

En 1782, Vénus a été observée à Paris par M. d'Agelet, à Milan par M. de Cesaris, à Yorck par M. Pigott; le 19 Mars à $23^h\ 49'\frac{1}{2}$ de temps vrai, celui-ci observa l'ascension droite de $357^d\ 24'\ 40''$, & la déclinaison de $8^d\ 3'\ 37''$, boréale.

Les observations de Milan sont dans le second volume des *Memorie della società Italiana, pag. 324;* & dans les Éphémérides de Milan pour 1786, *page 212.* Mais j'ai voulu recalculer la conjonction, en employant le lieu apparent du Soleil, tiré des tables de la Caille. Le 19, à $23^h\ 29'\ 48''$, temps moyen au méridien de Paris, la longitude apparente de Vénus étoit $0^s\ 0^d\ 52'\ 34''$, celle du Soleil $0^s\ 0^d\ 0'\ 3''$. Le 20, à $23^h\ 23'\ 41''$, elles étoient $0^s\ 0^d\ 14'\ 55''$, & $0^s\ 0^d\ 59'\ 18''$; d'où il ſuit que la conjonction apparente eſt arrivée le 20 à $12^h\ 26'\ 55''$, à $0^s\ 0^d\ 32'\ 10''$ de longitude apparente comptée de l'équinoxe apparent; en ajoutant 5 ſecondes, on a la longitude comptée de l'équinoxe moyen; la conjonction vraie à $12^h\ 21'\ 9''$, & la longitude vraie $6^s\ 0^d\ 32'\ 16''$.

J'ai enſuite reçu une obſervation de M. Pigott, faite à Yorck, le 20 Mars, le jour même de la conjonction; la longitude de Vénus à $0^h\ 11'\ 10''$, temps moyen à Paris, étoit $0^s\ 0^d\ 51'\ 34''$, plus petite de $16''$ que par mes nouveaux élémens, ce qui ne fait que 6 ſecondes ſur la longitude héliocentrique.

La conjonction de 1783 a été obſervée par M. d'Agelet à Paris, par M. Toaldo à Padoue, & par M. de Ceſaris à Milan. Celui-ci n'a fait qu'une obſervation, elle eſt rapportée dans les Éphémérides de 1786; M. de Lambre a calculé celles de M. d'Agelet, de la manière ſuivante:

		ASCENSION droite.	DÉCLINAISON auſtrale.	LONGITUDE vraie.	LATITUDE vraie.
Septembre 28.	$1^h\ 37'\ 2''$	$7^s\ 1^d\ 25'\ 19''$	$20^d\ 14'\ 2''$	$7^s\ 6^d\ 13'\ 11''$	$7^d\ 1'\ 53''$ A.
29.	1. 33. 18.	7. 1. 28. 29.	20. 20. 45.	7. 6. 18. 19.	7. 7. 10.
30.	1. 29. 28.	7. 1. 29. 40.	20. 26. 20.	7. 6. 21. 17.	7. 12. 2.
Octobre 2.	1. 21. 20.	7. 1. 26. 10.	20. 34. 17.	7. 6. 20. 56.	7. 20. 38.
26.	23. 3. 46.	6. 21. 35. 4.	14. 56. 21.	6. 25. 30. 28.	5. 26. 42.
Novembre 6.	22. 8. 19.	6. 18. 31. 29.	10. 49. 43.	6. 21. 11. 27.	2. 45. 11.
8.	22. 0. 10.	6. 18. 27. 0.	10. 15. 42.	6. 20. 54. 26.	2. 15. 21.

Les temps ſont réduits au méridien de l'Obſervatoire en y ajoutant $7''$.

En employant le Soleil au lieu de l'étoile o ♐, on auroit pour la première longitude, $32''$ de plus, & pour les deux ſuivantes, $36''$.

Ces obſervations étant un peu éloignées de la conjonction, M. de Lambre a auſſi calculé celles de M. Toaldo, faites à Padoue avec un mural de Ramsden, de $7\frac{1}{2}$ pieds; & elles ont été calculées séparément par Dom Nouet, l'un des astronomes de l'Observatoire royal.

	Temps moyen à Paris.	Asc. droites observées.	Déclinaisons observées.	Longitudes vraies.	Latitudes observées.
Oct. 16	23h 25′ 12″	6s 26d 36′ 55″	18d 40′ 34″ A.	7s 1d 23′ 29″	7d 9′ 46″ A.
19	23. 7. 16.	6. 25. 4. 32.	17. 41. 53.	6. 29. 39. 42.	6. 46. 45.
21	22. 55. 13.	6. 24. 1. 29.	16. 57. 34.	6. 28. 26. 59.	6. 27. 26.
22	22. 49. 15.	6. 23. 30. 52.	16. 34. 25.	6. 27. 51. 3.	6. 16. 38.

Les longitudes observées sont dégagées de l'aberration, mais comptées de l'équinoxe actuel & apparent. On a ajouté 5′ à la déclinaison du 22, parce qu'il étoit évident qu'il y avoit eu erreur d'une division du quart-de-cercle.

L'observation du 19 est marquée douteuse; cependant elle s'accorde avec celle du 21. Au reste, voici la conjonction déduite de plusieurs manières.

Par les Observations des 19 & 21.		Par les quatre Observations.	Suivant D. Nouet.	Suivant M. de Cesaris.
Conjonction le 21 à....	15h 36′ 15″	15h 34′ 15″	15h 38′ 28″	15h 37′ 15″
Longitude géocentr. vraie,	6s 28d 38′ 2″	6s 28d 37′ 57″	6s 28d 37′ 53″	6s 28d 37′ 55″
Latitude géocentrique...	6d 30′ 24″ A.	6d 30′ 24″	6d 30′ 32″	6d 31′ 49″

La différence entre les résultats de M. de Lambre & de Dom Nouet, vient de ce que celui-ci n'a pas ajouté l'aberration du Soleil. La différence entre la latitude déterminée par M. de Cesaris & par les deux autres, vient probablement de ce que le secteur équatorial dont il s'est servi, ne donne pas les déclinaisons aussi exactement que le mural de M. Toaldo.

La conjonction de 1785 a été observée à Paris, avec soin, par les astronomes de l'Observatoire royal, nouvellement établis par le Roi, sous la direction de M. le Comte de Cassini; & il en a donné les résultats dans le recueil d'obſervations qu'il a publiées pour la première fois le 19 de Juillet 1786. Il a bien voulu me communiquer les obſervations originales, & M. de Lambre les a calculées de nouveau.

Il ſuppoſe l'aſcenſion droite apparente de α la Couronne, $241^d\ 24'\ 32'',7$, & ſa déclinaiſon boréale $27^d\ 26'\ 45'',7$.

1785.	TEMPS MOYEN.	ASC. DROITE apparente.	DÉCLINAISON apparente.	LONGITUDE VRAIE	LATITUDE VRAIE.
Mai. 14	$1^h\ 30'\ 4''$	$75^d\ 10'\ 59''$	$26^d\ 38'\ 41''$	$2^f\ 16^d\ 45'\ 9''$	$3^d\ 51'\ 13''$ B.
15	1. 35. 6.	74. 55. 16.	26. 29. 31.	2. 16. 30. 12	3. 43. 32.
Juin. 9	22. 48. 36.	61. 19. 19.	19. 8. 24.	2. 3. 1. 26.	1. 40. 56. A.
10	22. 43. 13.	60. 57. 34.	18. 51. 47.	2. 2. 38. 3.	1. 53. 17.
11	22. 32. 59.	60. 37. 58.	18. 37. 6.	2. 2. 17. 3.	2. 4. 9.

Les longitudes ſont diminuées de 14″ pour l'aberration & la nutation. Les latitudes augmentées de 1″ pour l'aberration. En prenant l'erreur moyenne des tables & le mouvement de Vénus calculé par les tables, M. de Lambre trouve la conjonction vraie le 29, à $19^h\ 2'\ 6''$, & la longitude vraie $2^f\ 9^d\ 9'\ 9''$, comptée de l'équinoxe moyen; la conjonction apparente à $19^h\ 8'\ 1''$; & la longitude apparente $2^f\ 9^d\ 9'\ 4''$, en ne corrigeant point les aberrations. Cette conjonction, quoique déduite d'obſervations aſſez éloignées, s'accorde parfaitement avec mes nouveaux élémens.

L'aberration du Soleil 20″ pouvant produire juſqu'à 1′ 12″ d'erreur ſur le lieu de Vénus, doit être néceſſairement employée; pour cela, j'ai ôté 4′ 54″ des temps des conjonctions inférieures, & j'ai ajouté 8″ aux longitudes obſervées, de même qu'aux époques des tables.

Pour l'aberration de Vénus, qui eſt de $3''\frac{1}{2}$, il faut encore ôter 52″, mais il faut ajouter 2″ à la longitude du point de la conjonction; ainſi pour les deux aberrations, j'ai ôté 5′ 46″ des temps, & ajouté 6″ aux longitudes obſervées.

J'ai auſſi appliqué la nutation aux longitudes obſervées;

en ſorte qu'elles ſont toutes comptées de l'équinoxe moyen, ce qui rend les mouvemens plus uniformes; ils ne ſont plus affectés que par l'équation de Vénus, qui me paroît exactement connue.

Pour déterminer les élémens de l'orbite de Vénus par les dernières conjonctions, j'ai choiſi celles de 1780, 1782 & 1783, qui étoient fort propres à cette détermination; je les ai recalculées avec ſoin; & pour que mes réſultats fuſſent moins dépendans des lieux du Soleil & des erreurs de chaque obſervation en particulier, j'ai joint l'oppoſition de 1774 à celle de 1782, en prenant pour erreur des tables celle qui tenoit le milieu entre les erreurs trouvées dans ces deux oppoſitions, & qui différoient de 14″ pour la longitude héliocentrique. J'ai réuni de même les oppoſitions de 1775 & 1783, qui ne différoient que de 3″; ainſi, mon calcul eſt le réſultat de cinq conjonctions obſervées & calculées avec ſoin. J'aurois voulu avoir pour celle de 1780, qui eſt près de l'aphélie, une pareille confirmation, mais l'on n'a point obſervé les conjonctions de 1764 & de 1772, qui étoient dans une poſition ſemblable. Au reſte, M. d'Agelet ayant fait en 1780, beaucoup d'obſervations, je crois cette conjonction très-bien déterminée.

En appliquant aux trois conjonctions de 1780, 1782 & 1783, le procédé que j'ai expliqué dans les Mémoires de 1779, j'ai trouvé, pour l'équation de Vénus, 47′ 20″ comme dans les tables que j'ai publiées en 1781, *Aſtron. tome IV;* l'aphélie moins avancée de 19′, & les longitudes moyennes plus fortes de 47″.

Avec ces corrections & le mouvement de l'aphélie, ſuppoſé de 49″ par an, j'ai recalculé les tables des époques; en aſſujétiſſant au paſſage de 1639 le mouvement de Vénus, il s'eſt trouvé par-là de $6^{s}\ 19^{d}\ 12'\ 25''$ par ſiècle. On trouvera ces tables dans la *Connoiſſance des Temps de 1789*, qui a paru au mois de Mars 1787.

J'ai comparé avec ces tables les longitudes héliocentriques obſervées dans toutes les conjonctions inférieures, y compris celle de 1787, dont les obſervations ſeront rapportées en détail dans les *Mémoires de l'Académie* pour la même année. Voici le réſultat de ces comparaiſons :

Conjonctions inférieures de Vénus comparées avec les nouvelles Tables.

ANNÉES.	JOURS. MOIS.	TEMPS MOYEN de la Conjonction vraie.	LONGITUDE VRAIE comptée de l'équinoxe.	ANOMAL. de Vénus.	ERREUR ſur la Long. hélioc.
1639.	4 Déc.	6h 3′ 44″	8f 12d 32′ 15″	4f 7d	+ 0′ 14″
1689.	25 Juin.	13. 48. 7.	3. 4. 54. 24.	10. 28.	— 31.
1692.	3 Sept.	19. 5. 23. Caff.	5. 12. 32. 59.	1. 6.	— 7.
1699.	30 Janv.	7. 20. 3.	10. 11. 17. 18.	6. 5.	— 1. 31.
1700.	2 Sept.	11. 19. 12.	5. 10. 20. 47.	1. 4.	— 2. 8.
1705.	21 Juin.	22. 1. 12.	3. 0. 35. 26.	10. 23.	+ 0. 36.
1707.	28 Janv.	18. 33. 39.	10. 8. 46. 17.	6. 2.	+ 1. 10.
1708.	31 Août.	0. 29. 56.	5. 8. 1. 56.	1. 1.	+ 0. 51.
1710.	10 Avril.	18. 8. 9.	0. 20. 54. 6.	8. 13.	+ 41.
1713.	19 Juin.	15. 15. 44.	2. 28. 29. 16.	10. 21.	— 36.
1715.	26 Janv.	8. 32. 15.	10. 6. 22. 47.	6. 0.	— 23.
1716.	28 Août.	16. 36. 37.	5. 5. 50. 48.	0. 29.	— 7.
1718.	8 Avril.	10. 15. 0.	0. 18. 40. 42.	8. 11.	— 11.
1719.	10 Nov.	9. 1. 15.	7. 17. 55. 31.	3. 12.	— 17.
1751.	31 Oct.	11. 30. 50.	7. 8. 13. 0.	3. 1.	— 15.
1761.	5 Juin.	17. 44. 34.	2. 15. 36. 31.	10. 7.	+ 5.
1766.	25 Mars.	6. 13. 12.	0. 5. 6. 32.	7. 26.	— 5.
1769.	3 Juin.	10. 7. 54.	2. 13. 27. 8.	10. 5.	— 3.
1774.	22 Mars.	21. 11. 58.	0. 2. 49. 18.	7. 23.	+ 15.
1775.	24 Oct.	2. 25. 13.	7. 1. 1. 20.	2. 23.	+ 6.
1779.	6 Janv.	14. 5. 53.	9. 16. 44. 8.	5. 9.	— 1.
1780.	9 Août.	20. 39. 54.	4. 18. 11. 33.	0. 10.	+ 8.
1782.	20 Mars.	12. 21. 9.	6. 0. 32. 16.	7. 22.	+ 3.
1783.	21 Oct.	15. 34. 15.	6. 28. 37. 57.	2. 21.	— 1.
1785.	29 Mai.	19. 2. 6.	8. 9. 9. 9.	10. 0.	+ 4.
1787.	4 Janv.	2. 26. 50.	9. 14. 15. 39.	5. 6.	— 6.

Le ſigne + ſignifie qu'il faut ajouter à la longitude calculée par les Tables.

Il y a dans cette table trois conjonctions qu'on ne peut représenter, c'est-à-dire, où les erreurs passent 1′, ce sont celles de 1699, 1700, 1707; mais quand sur vingt-une conjonctions on satisfait à dix-huit, on est sûr que les autres sont des observations défectueuses. D'ailleurs, elles diffèrent visiblement de celles qui sont dans les mêmes circonstances. En effet, de 1699 à 1707, & de 1700 à 1708, il y a 2′ 47″ de différence, quoiqu'au bout de huit ans l'erreur dût revenir la même, Vénus étant au même degré d'anomalie; la conjonction de 1700 s'éloigne encore plus de 1692 & 1716, qui cependant s'accordent bien entre elles, & celle de 1710 diffère de 1718 de 52″; de même la conjonction de 1707, où il me reste une erreur de 1′ 11″, est contredite par celle de 1715. Les erreurs en 1699 & 1707, se trouvent en sens contraire; celle de 1700 augmente, mais celle de 1708 diminue. Celles de 1715 & de 1751 sont petites; l'erreur moyenne entre 1705 & 1713 est exactement nulle. Enfin, les observations que mes élémens ne représentent pas, sont des observations démenties par celles qui sont dans les mêmes circonstances, tandis que je satisfais à des observations faites dans les points les plus différens entre eux, tant pour l'équation que pour l'aphélie, & dans lesquelles il ne me reste que des erreurs qui sont peu sensibles dans ces observations éloignées.

Si l'on vouloit faire le mouvement de l'aphélie de 2^d, & augmenter de 25″ le mouvement séculaire de Vénus, on satisferoit également au passage de 1639; on diminueroit l'erreur sur les conjonctions de 1689, 1700, 1707, 1713, 1716, 1718, mais on augmenteroit celles de 1692, 1705, 1708, 1710, 1715: il semble même que l'on gagneroit plus qu'on ne perdroit; mais les différences ne sont pas assez concluantes ni assez d'accord pour devoir l'emporter sur une théorie que nous avons lieu de croire exacte, parce que les masses de Jupiter & de la Terre, qui influent le plus dans cet élément sont bien connues; c'est ce qui m'a déterminé à réduire dans mes nouvelles tables à $1^d\ 21'$ le mouvement de l'aphélie, & à porter celui de Vénus à $6^f\ 19^d\ 12'\ 25''$ ou $13''$ de plus que dans mes premières tables.

Révolution de Vénus.

Une augmentation de $13''$ ſur le mouvement ſéculaire de Vénus, diminue ſa révolution de $12''$; ainſi l'on a pour la durée de la révolution tropique $224^j\ 16^h\ 41'\ 27'',5$, & pour la révolution ſydérale, $224^j\ 16^h 49' 7'',8$.

Inclinaiſon de Vénus.

Les oppoſitions de 1766, 1774, 1780, 1782 & 1783, ont fait voir que l'inclinaiſon étoit plus grande que dans les tables de Halley & dans les miennes. Voici des latitudes calculées d'après des obſervations de M.rs Maskelyne, Slop & d'Agelet, dans les conjonctions où la latitude géocentrique étoit la plus forte; celle que donnoient les tables s'eſt toujours trouvée trop petite, comme dans la table ſuivante où j'ai marqué la correction à faire aux tables & celle qui en réſultoit ſur l'inclinaiſon.

		TEMPS MOYEN à Paris.	LATITUDE obſervée.	CORRECT. des Tables.	CORRECT. de l'inclinaiſ.
1766.	16 Mars.	$0^h\ 57'\ 53''$	$8^h\ 17'\ 54''$ B.	$+\ 24''$	$+\ 10''$
1774.	22 Mars.	23. 21. 17.	8. 16. 0. B.	+ 42.	+ 17.
	23	23. 15. 13.	8. 10. 48.	+ 40.	+ 16.
	24	23. 9. 11.	8. 4. 37.	+ 35.	+ 15.
	25	23. 3. 12.	7. 57. 37.	+ 31.	+ 13.
1780.	5 Août.	0. 26. 26.	7. 1. 0. A.	+ 35.	+ 17.
1782	15 Mars.	0. 27. 49.	8. 31. 43.	+ 37.	+ 15.

Ainſi, il faut augmenter l'inclinaiſon de $15''$, & elle ſera de $3^d\ 23'\ 35''$: c'eſt ainſi que je l'emploîrai dans mes nouvelles tables.

OBSERVATIONS

DES PLANÈTES,

Faites à l'École militaire en 1783, avec un quart-de-cercle mural de ſept pieds & demi de rayon.

Par M. d'Agelet.

PARMI le grand nombre d'obſervations que M. d'Agelet a faites en 1783, & que ſon voyage autour du monde * l'a empêché de rédiger & de publier, nous en avons choiſi quelques-unes pour les inſérer dans nos Mémoires. Les grands recueils d'obſervations de M.rs le Monnier, Maskelyne, Darquier, ſont le modèle que nous avons ſuivi: celui de M. Caſſini ne commencera qu'à 1785; ainſi l'on trouvera dans les obſervations ſuivantes un ſupplément utile à cette grande collection d'obſervations françoiſes, qui ne ſeront plus interrompues à l'avenir.

On a vu dans le volume de 1784, quelques obſervations de Mercure faites dans les années précédentes, depuis 1778, par M. d'Agelet, & calculées par M. de Lambre; on en trouvera ici de toutes les autres planètes, que l'on pourra calculer de même à meſure qu'on ſe propoſera d'en faire uſage.

Nous n'inſérerons pas ici un nombre prodigieux d'obſervations d'étoiles qui ſont deſtinées à former un catalogue des étoiles boréales dont M. d'Agelet s'occupoit avant ſon départ, & qu'il reprendra à ſon retour; ce grand travail eſt deſtiné à paroître dans un ſeul corps d'ouvrage, & lorſqu'on en aura fait les calculs. On voit avec étonnement qu'il obſervoit juſqu'à cent quatre-vingts étoiles dans une nuit, & il y en a plus de quatre mille dans ſon journal.

* Il eſt parti avec M. de la Perouſe, au mois de Juillet 1785; au mois de Mars 1786 ils étoient au Chili, & le 15 Janvier 1787 à Macao.

L'obſervatoire de l'École militaire, bâti en 1768, étoit à 48d 51′ 5″ de latitude, en ſuppoſant 50′ 14″ à l'Obſervatoire royal ; il étoit à 7″,6 de temps à l'occident de l'Obſervatoire royal. On l'a rebâti en 1786, environ 20 toiſes plus au nord ; ce qui augmentera la latitude d'environ 1 ſeconde ; mais il n'y a pas de changement ſenſible pour la longitude. L'erreur de l'inſtrument étoit d'environ 1′ 45″ à ôter des diſtances au zénith ; elle a été déterminée par comparaiſon avec le quart-de-cercle mobile de M. Cagnoli, qui étoit plus facile à vérifier, & qui l'a été avec un très-grand ſoin ; quoiqu'il n'ait que 3 pieds de rayon, on peut s'aſſurer de 2 ou 3 ſecondes avec cet inſtrument.

Au reſte, nous avons rapporté les diſtances au zénith, telles qu'elles ſont dans le journal de M. d'Agelet, pour qu'on puiſſe calculer l'erreur par les étoiles dont les déclinaiſons ſeront connues d'ailleurs ; le changement du fil-à-plomb qui eſt marqué quelquefois ſur le regiſtre, exigeroit une réduction que nous n'avons pas pu faire, mais dont on peut ſe diſpenſer par le moyen des étoiles que nous avons toujours rapportées.

Les paſſages au meridien exigent des corrections qui ont été déterminées par des hauteurs correſpondantes, & dont voici la table pour 1783.

30d	— 4″,0
35.	4,0.
36.	3,0.
41.	2,5.
47.	0,5.
49½.	0,0.
59.	+ 1,0.
66.	2,5.
75.	3,5.
79.	4,0.

La lunette avoit été démontée le 25 Septembre 1782, & avant cette époque, les erreurs étoient un peu différentes ; mais c'eſt encore là un élément que l'on pourra vérifier par les étoiles qui ont été obſervées en ſi grand nombre, & qui ſont dans le journal manuſcrit. On trouvera de même les inégalités du plan par ces étoiles, lorſqu'on obſervera les paſſages de quelques-unes à une lunette méridienne bien tournée & bien placée, comme celles des obſervatoires de Gréenwich & de Paris.

Nous avons mis une fois le paſſage au troiſième fil de la lunette; la réduction eſt de 23",15 dans l'équateur pour ce troiſième fil, & de 22",6 pour le premier. M. d'Agelet obſerve toujours les trois fils, comme il obſerve les hauteurs ſur deux diviſions, une de 90 & une de 96; mais nous nous contenterons ici, pour abréger, de marquer la hauteur en degrés ordinaires, & le paſſage au fil du milieu.

M. de Lambre a donné dans le *tome VIII des Éphémérides*, ſoixante-ſept obſervations de M. d'Agelet, faites en 1780 & 1781, & comparées avec les tables ; on en trouvera pluſieurs ici qui mériteroient un ſemblable travail.

Dans le mémoire ſur la durée de l'année *(Mémoires de 1782, page 275)*, on trouve quarante obſervations des hauteurs du Soleil par M. d'Agelet, qui ont ſervi à vérifier cet élément important; celles que nous allons rapporter, pourront être utiles encore pour le même uſage. Nous avons quelquefois mis les hauteurs des deux bords ; la différence n'eſt pas préçiſement le diamètre du Soleil, parce qu'elle renferme l'épaiſſeur du fil, mais en prenant le milieu, on a toujours celle du centre : il paroît qu'il faut ajouter 3 ſecondes aux diſtances au zénith du bord ſupérieur du Soleil, pour les réduire au centre du fil, en ſuppoſant le diamètre du Soleil, tel qu'il eſt dans les tables de M. de la Lande.

JOURS des Observations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.		DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1′ 45″.	
1783. 18 Févr.	la Chèvre.......	7^h 8′ 45″	....	3^d 7′ 17″
	Rigel.........	7. 12. $5\frac{1}{5}$	....	57. 19. 19
	nouv. pl. Herschel.	8. 23. $4\frac{1}{4}$	....	25. 8. 11
	ε Gemeaux......	8. 38. $23\frac{1}{2}$	....	23. 32. 37
	ζ Écreviſſe......	10. 51. 22	....	42. 6. 21
	d du Lion......	12. 56. $27\frac{1}{4}$	....	44. 5. 20
	bord ſuiv. de la ☉.	13. 37. $36\frac{1}{2}$	bord inférieur.	45. 52. 18
19 Févr.	*d* du Lion......	12. 52. 32	....	44. 5. 18
	bord ſuiv. de la ☉.	14. 21. $59\frac{1}{4}$	bord inférieur.	52. 33. 20
26 Févr.	1.er bord du Soleil.	0. 14. 45	bord ſupérieur.	57. 13. $33\frac{1}{2}$
	2.d bord........	16. $56\frac{1}{2}$		
	μ des Gemeaux...	7. 46. $29\frac{1}{2}$	....	26. 15. 48
	Herſchel.......	7. 51. 20	....	25. 7. 58
6 Mars.	Soleil.........	0. 13. $17\frac{1}{2}$	bord ſupérieur.	54. 10. 42
	....	15. $28\frac{1}{4}$		
	η des Gemeaux...	7. 7. $12\frac{1}{4}$	....	26. 19. 10
	Herſchel.......	7. 19. 49	....	28. 8. 2
9 Mars.	η des Gemeaux...	6. 55. $33\frac{1}{2}$	....	26. 19. 9
	Herſchel.......	7. 8. $7\frac{3}{4}$	....	25. 7. 58
17 Mars.	H des ♊, *Propus*...	6. 13. $25\frac{3}{4}$	....	25. 36. 51
	Herſchel.......	6. 36. 53	....	25. 8. 6
18 Mars.	Centre du Soleil..	0. 11. 25,3	bord ſupérieur.	49. 28. 13
	Par des hauteurs correſpondantes	26″,4 / + 1″ 1	bord inférieur.	50. 0. 28
	centre de Vénus...	1. 17. 24	....	43. 35. 55
	ε d'Orion.......	5. 43. $47\frac{1}{2}$	....	50. 13. 3
	α d'Orion........	6. 2. $0\frac{1}{2}$	....	41. 30. 55
	Propus.........	6. 9. $20\frac{1}{4}$	....	25. 36. 50
	Herſchel........	6. 32. $59\frac{1}{2}$	....	25. 8. $6\frac{1}{2}$
	1.er bord de la ☉.	12. 14. 47	bord ſupérieur.	49. 19. 43
	2.d bord.......	16. 59		
21 Mars.	*Propus*.........	5. 57. 43	....	25. 36. 50

JOURS des Observations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.		DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1′ 45″.	
1783. 21 Mars.	Herschel.......	6h 21′ 18″½	....	25d 8′ 11″
	Sirius.........	6. 42. 10¼	....	65. 16. 49
	par des haut. corr..	13″		
4 Avril.	Soleil..........	0. 5. 8	bord supérieur.	42. 50. 25
	....	7. 17¼	bord inférieur.	43. 22. 35
	centre de Vénus...	1. 28. 41¼	....	35. 24. 20
5 Avril.	Soleil..........	0. 4. 49½	bord supérieur.	42. 27. 39
	....	6. 58½		
	Vénus.........	1. 29. 26½	....	34. 57. 44
9 Avril.	1.er bord du Soleil.	0. 3. 36½	bord supérieur.	40. 57. 36
	....		....	41. 29. 46
	1.er bord de la ☾.	6. 11. 43¼	bord supérieur.	21. 50. 21
	β des Gemeaux...	23. 41½	....	20. 20. 14
12 Avril.	1.er bord du Soleil.	0. 2. 42¼	bord supérieur.	39. 51. 24
	....		bord inférieur.	40. 23. 30
	Vénus.........	1. 34. 9	....	32. 1. 36
	Lune..........	8. 35. 26	bord supérieur.	33. 41. 43
	i du Lion......	8. 59. 59	....	33. 37. 31
	β du Lion.....	10. 17. 9½	....	33. 5. 13
16 Avril.	1.er bord du Soleil.	0. 1. 40	bord supérieur.	38. 25. 15
	....		bord inférieur.	38. 57. 19
	Vénus.........	1. 38. 49½	....	30. 30. 40
	γ des Gemeaux..	4. 49. 24	....	32. 18. 3
	Épi de la Vierge.	11. 36. 50½	....	58. 52. 41
	Lune..........	11. 38. 37	bord supérieur.	59. 50. 31
18 Avril.	Soleil.........	0. 1. 10½	bord supérieur.	37. 43. 16
	....	3. 21½		
	Vénus.........	1. 40. 44½	....	29. 47. 14
	2.d bord de la Lune.	13. 28. 33¼	....	72. 21. 5
	γ de la Balance...	38. 13½	....	62. 54. 13
19 Avril.	δ du Scorpion...	13. 58. 18¾	....	70. 49. 40
	Antarès.......	14. 26. 49	....	74. 45. 35

JOURS des Obfervations.	PASSAGES. En temps de la pendule au fil du milieu.		DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1′ 45″.	
1783. 19 Avril.	2.d bord de la ◉	$14^h\ 29'\ 21''\frac{1}{2}$	bord inférieur.	$70^d\ 23'\ 5''$
28 Avril.	μ du Sagitt. prem.	15. 35. 43	....	69. 56. 5
	o du Sagittaire...	16. 26. $27\frac{1}{2}$	....	70. 52. 30
	Saturne........	16. 28. $50\frac{1}{2}$	....	71. 3. 36
	Jupiter........	17. 50. $38\frac{1}{4}$	....	68. 55. 44
29 Avril.	Soleil........	11. 58. $52\frac{1}{4}$	bord fupérieur.	34. 5. $38\frac{1}{2}$
	....	0. 1. $5\frac{1}{4}$	bord inférieur.	34. 37. 30
	Vénus.........	1. 52. $40\frac{1}{4}$	....	26. 33. 50
	β du Lion.....	9. 10. $6\frac{1}{4}$	....	33. 5. 20
30 Avril.	2.d bord du Soleil.	0. 0. $55\frac{1}{2}$	bord fupérieur.	33. 47. 13
	Erreur du mural par des hauteurs...	— 4″3		
	γ des Gemeaux ..	3. 54. $10\frac{1}{2}$	....	32. 18. 9
9 Mai.	Soleil.........	11. 57. 42	bord inférieur.	31. 44. 21
	....	59. 56	bord fupérieur.	31. 12. 28
	1.er bord de la ◉	6. 27. $35\frac{1}{2}$	bord fupérieur.	31. 35. 20
	η du Lion......	48. $23\frac{1}{2}$	....	31. 3. 34
13 Mai.	χ de la Vierge...	9. 4. $44\frac{1}{4}$	....	55. 39. 42
	Lune..........	9. 25. 43	....	56. 30. 30
	Saturne........	15. 29. 8	....	71. 6. 10
	π du Sagittaire...	32. $27\frac{1}{2}$	....	70. 11. 22
	Jupiter........	16. 54. $14\frac{1}{2}$	....	68. 49. 35
14 Mai	2.d bord du Soleil.	11. 59. $45\frac{1}{2}$	bord fupérieur.	29. 56. 26
	Erreur du mural	— 3″8		
	Vénus........	2. 11. 31	....	23. 59. $8\frac{1}{2}$
	β des Gemeaux..	4. 5. $36\frac{1}{2}$	....	20. 20. 22
	ε du Lion.......	6. 6. $46\frac{1}{2}$	....	24. 6. $35\frac{1}{2}$
15 Mai.	*Sirius*.........	3. 5. $18\frac{1}{2}$	....	65. 16. 50
	Lune..........	11. 9. 10	bord inférieur.	69. 45. 41
	Saturne........	15. 19. $56\frac{1}{2}$	....	71. 6. 33
	π du Sagitaire...	24. $34\frac{1}{2}$	....	70. 11. 23
16 Mai.	1.er bord du Soleil.	11. 57. 30.	bord fupérieur.	29. 33. 6

JOURS des Observations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.		DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1′ 45″.	
1783. 16 Mai.	1.er bord du Soleil.	11h 57′ 30″	bord inférieur.	30d 0′ 58″
	γ du Lion......	6. 34. 17 3/4	....	27. 56. 30
	1.er bord de la ◉	12. 8. 20	bord inférieur.	74. 37. 35
	2.d bord de la ◉	11. 20		
	σ du Scorpion...	12. 32. 15	....	73. 53. 10
	Antarès........	40. 19 1/2	....	74. 45. 40
17 Mai.	2.d bord du Soleil.	11. 59. 45	....	29. 14. 32
	....		....	29. 46. 20
22 Mai.	Soleil.........	11. 57. 39 1/4	bord supérieur.	28. 11. 20
	....	59. 55 1/2		
	Vénus	2. 22. 0 1/4	....	23. 43. 16
	Arcturus.......	10. 6. 46 1/2	....	28. 33. 26
31 Mai.	σ du Sagittaire...	14. 6. 30	....	75. 22. 11
	Saturne........	14. 13. 37 1/2	....	71. 11. 8
	Jupiter........	15. 42. 49	....	68. 54. 47
5 Juill.	1.er bord du Soleil.	0. 5. 7 1/2		
	1.er bord de la ◉	4. 29. 28 1/2	bord supérieur.	45. 6. 3
	α de la Vierge....	6. 21. 31	....	58. 52. 58
	Arcturus.......	7. 13. 27	....	28. 33. 20
	Antarès........	9. 23. 20 1/2	....	74. 45. 45
	Saturne........	11. 45. 24 1/2	....	71. 24. 27
	α de l'Aigle....	12. 46. 57	....	40. 33. 32
	Jupiter........	13. 13. 0 3/4	....	69. 38. 46
6 Juill.	1.er bord du Soleil.	0. 5. 16 1/4	....	25. 53. 46
	....		....	26. 25. 25
	1.er bord de la ◉	6. 42. 13 1/2	bord supérieur.	61. 0. 34
	Arcturus.......	7. 1. 35 1/2	....	28. 33. 20
8 Juill.	Saturne........	11. 32. 37	....	71. 25. 43
	ν 2 du Sagittaire..	11. 36. 58 1/2	....	71. 45. 44
	Jupiter........	12. 59. 38 1/4	....	69. 43. 54
9 Juill.	Soleil.........	0. 5. 41 1/4	bord supérieur.	26. 13. 42 1/2
	....	7. 59		

JOURS des Obfervations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.	DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ 1′ 45″.
1783. 9 Juill.	Jupiter . . . . $12^h\ 55'\ 10''$	. . . . $69^d\ 45'\ 40''$
	π du Capricorne . . 13. 5. 39	. . . . 67. 45. 5
10 Juill.	1.^{er} bord du Soleil. 0. 5. 49	. . . . 26. 21. 5
	Erreur par des. haut. — 3″4	. . . . 26. 52. 44
	1.^{er} bord de Vénus. 3. 2. 27	. . . . 36. 32. 31
	β du Lion . . . . . . 4. 26. $16\frac{1}{4}$	. . . . 33. 5. 17
	Saturne . . . . 11. 24. $4\frac{1}{4}$	. . . . 71. 26. 33
	2 ν du Sagittaire. 11. 29. 3	. . . . 71. 45. 35
	Jupiter . . . . 12. 50. $41\frac{3}{4}$	. . . . 69. 47. 18
12 Juill.	Préc. bord de la ◉ 10. 42. $2\frac{3}{4}$	bord inférieur. 78. 32. 8
	δ du Sagittaire . . 10. 46. $16\frac{1}{2}$	. . . . 78. 42. 34
	Saturne . . . . 11. 15. $31\frac{3}{4}$	. . . . 71. 27. 8
	ξ du Sagittaire . . . 11. 23. 55	. . . . 70. 12. 47
19 Juill.	Jupiter . . . . 12. 10. $16\frac{1}{2}$	. . . . 70. 2. 24
	β du Capricorne . . 12. 20. $0\frac{1}{2}$	. . . . 64. 18. 0
	Rigel . . . . 21. 13. $49\frac{1}{4}$	. . . . 57. 19. 15
20 Juill.	1.^{er} bord du Soleil. 0. 6. 34	. . . . 27. 55. 42
	. . . .	. . . . 28. 27. 33
	Jupiter . . . . 12. 5. $47\frac{1}{8}$	. . . . 70. 4. 11
	du Capricorne . . 16. $3\frac{1}{4}$	. . . . 64. 18. 3
21 Juill.	1.^{er} bord du Soleil. 0. 6. 36	. . . . 28. 7. 6
	. . . .	. . . . 28. 38. 51
	1.^{er} bord de Vénus 3. 3. 6	. . . . 42. 34. 37
	9.^{e} d'Hercule . . . 7. 58. 39	. . . . 43. 16. 46
23 Juill.	Antarès . . . . 8. 12. $6\frac{1}{2}$	. . . . 74. 45. 43
	Jupiter . . . . 11. 52. $18\frac{1}{2}$	. . . . 70. 9. 1
	α du p. Chev. 3.^{e} fil. 13. 0. 39	. . . . 44. 30. 7
	Mars . . . . 16. 25. $19\frac{1}{4}$	. . . . 50. 6. 9
24 Juill.	2.^{d} bord du Soleil. 0. 8. 54	
27 Juill.	Mars 16. 15. 30	. . . . 49. 35. 25
	ε des Poiffons . . . 16. 30. 34	. . . . 41. 8. 44
28 Juill.	1.^{er} bord du Soleil. 0. 6. $36\frac{1}{4}$	bord fupérieur. 29. 36. 46

JOURS de Observations.	PASSAGES En temps de la pendule au fil du milieu.		DISTANCES AU ZÉNITH qu'il faut diminuer d'environ $1' 45''$.
	....		bord inférieur. 30. 8. 17
1783. 6 Sept.	Saturne........	$7^{h}\ 23'\ 42''\ \frac{1}{2}$	.... $71^{d}\ 41'\ 48''$
	τ du Sagittaire...	7. 49. 31 ½	.... 70. 52. 49
	π.............	7. 54. 41 ½	.... 70. 11. 28
	ψ.............	8. 0. 1 ½	.... 74. 26. 26
	Lune...........	8. 18. 23 ¼	bord inférieur. 76. 49. 54
	Jupiter.........	8. 36. 42 ½	.... 70. 58. 14
7 Sept.	Soleil..........	11. 57. 41 ½	bord supérieur 42. 33. 38
	....	59. 50 ½	
	Saturne.........	7. 19. 45 ¾	.... 71. 41. 50
	ξ du Sagittaire...	38. 43 ¼	.... 70. 12. 44

MÉMOIRE
SUR
L'ACIDE MARIN DÉPHLOGISTIQUÉ,

Par M. BERTHOLLET.

LES expériences importantes par lesquelles on venoit de déterminer la nature de l'eau, & l'application heureuse qu'en avoit faite M. de la Place, à la production du gaz inflammable par la dissolution des métaux, répandoient un grand jour sur toute la chimie; ce principe que Stahl avoit ingénieusement imaginé pour rendre raison d'une grande partie des phénomènes, & par le moyen duquel on établissoit réellement entr'eux, une liaison qui a pu guider long-temps les chimistes dans leurs recherches, le phlogistique me paroissoit enfin être devenu une hypothèse inutile, lorsque je crus devoir soumettre à de nouvelles expériences l'acide marin déphlogistiqué, dont les propriétés pouvoient détruire ou confirmer l'opinion que j'adoptois. Ces expériences furent l'objet d'un Mémoire que je lûs à la séance publique du 6 Avril 1785. J'entrerai aujourd'hui dans un plus grand détail, j'ajouterai quelques observations nouvelles, & je répondrai à quelques objections qui ont été faites depuis lors à la théorie que j'avois établie.

M. Schéele, en examinant les effets que différens acides produisoient sur la manganèse, observa que l'acide muriatique faisoit effervescence avec elle, & qu'il s'en dégageoit une vapeur semblable à celle de l'eau régale chaude. « La » manganèse, dit-il, est d'abord attirée par l'acide muriatique, » ensuite elle acquiert, par le moyen de l'acide, une affinité » plus forte avec le phlogistique, puis elle l'enlève aux parti- » cules de l'acide, avec lesquelles elle ne s'est pas combinée. » Cette portion ainsi privée d'une de ses parties constituantes,

& foiblement unie à la manganèſe phlogiſtiquée, eſt ſublimée «
par le reſte de l'acide qui n'eſt pas encore décompoſé, «
& ſe manifeſte avec efferveſcence, comme un air très- «
élaſtique, ou comme un fluide qui lui reſſemble. «

L'acide muriatique dépouillé du phlogiſtique, qui eſt «
une de ſes parties conſtituantes, ne s'unit avec l'eau qu'en «
très-petite quantité, & ne la rend pas fort acide, mais «
auſſitôt qu'il rencontre une ſubſtance phlogiſtiquée, il «
redevient un véritable acide muriatique. C'eſt dans ſon «
état élaſtique que ſe découvrent le mieux les qualités «
de cet air ».

Il décrit enſuite comment on doit recueillir cette vapeur dans des petits ballons qu'on adapte au bec de la cornue, & dans leſquels on a mis un peu d'eau.

M. Bergman adopta la doctrine de M. Schéele ; il regarde avec lui la manganèſe, comme une ſubſtance très-avide de phlogiſtique, & il penſe qu'elle enlève ce principe à l'acide marin, qui par-là acquiert les propriétés qui caractériſent le gaz de l'acide marin déphlogiſtiqué, & que ce gaz agit ſur les ſubſtances qui contiennent le phlogiſtique, en leur enlevant ce principe. C'eſt à ces deux illuſtres chimiſtes qu'on devoit les principales, & preſque les ſeules notions qu'on eût ſur l'acide marin déphlogiſtiqué, lorſque je m'en occupai.

Je commençai par m'aſſurer que l'acide marin déphlogiſtiqué, ſous forme de gaz, ſe combinoit à l'eau plus facilement & plus abondamment que l'acide crayeux. Je cherchai après cela à en ſaturer l'eau de la façon la moins embarraſſante, & ſans m'expoſer à le reſpirer ; car il eſt ſuffoquant. M. Schéele s'eſt ſervi dans ſes expériences, d'une partie de manganèſe, contre deux d'acide marin ; mais j'ai obſervé qu'une partie de manganèſe contre quatre parties d'acide marin fumant, ou contre ſix d'acide marin ordinaire, eſt ſuffiſante, & même que dans ces proportions, il y a une partie aſſez conſidérable de manganèſe qui n'eſt point attaquée par l'acide marin. Je verſe l'acide marin ſur la manganèſe pulvériſée, dans une cornue tubulée à laquelle j'ai adapté auparavant un flacon vide, & ſucceſſivement, à la manière de M. Woulf, trois autres flacons preſque remplis d'eau; le dernier flacon communique par un tube avec un vaſe qui eſt rempli d'eau, & ſur lequel je renverſe un grand flacon également plein d'eau, lorſque l'air de l'appareil eſt chaſſé, & que l'odeur de l'acide marin déphlogiſtiqué commence à ſe faire apercevoir.

Si je me ſers d'acide marin fumant, le gaz commence à ſe dégager en abondance, ſans qu'il ſoit beſoin d'appliquer de la chaleur à la cornue; mais ſi l'acide marin n'a qu'une force médiocre, je mets un peu de feu ſous la cornue dès le commencement, & je l'augmente peu-à-peu, juſqu'à ce que la liqueur entre en ébullition : peu après que l'ébullition a commencé, l'opération finit; ſa fin eſt annoncée par les gouttes d'acide marin qui tombent du bec de la cornue dans le premier flacon.

L'eau en ſe ſaturant prend une couleur jaune verdâtre, & lorſqu'elle approche de la ſaturation, le gaz prend une forme concrète; dans cet état, il deſcend peu-à-peu au fond de la liqueur en petits flocons jaunâtres, de ſorte que ſa peſanteur ſpécifique eſt un peu plus grande que celle de l'eau ſaturée; mais pour l'obtenir ſous cette forme, il faut que la température du lieu où ſe fait l'expérience, ne ſoit pas trop éloignée du terme de la glace, il faut de plus entourer les flacons de glace pilée, ou même, s'ils ſont proportionnellement trop grands, ſaturer la liqueur par une ſeconde opération. Chaque once d'acide marin qu'on emploie, ſuffit pour ſaturer à-peu-près une pinte d'eau. On peut ſe ſervir de l'eau qui ſe trouve dans le flacon renverſé, & qui a abſorbé la portion de gaz qui n'avoit pu ſe combiner dans les flacons de l'appareil, pour les remplir dans une nouvelle opération; par ce moyen on ne perd point de ce gaz, & l'on n'eſt pas expoſé à le reſpirer.

L'acide marin déphlogistiqué sous forme concrète, reprend l'état gazeux, dès qu'il éprouve un foible degré de chaleur; si l'on met la main sous le flacon qui le contient, on le voit se réduire en bulles qui s'élancent à la surface; il est par-là difficile de le conserver dans des vaisseaux fermés, cependant il s'en dissout encore une partie dans la liqueur. C'est sur-tout dans l'état de liqueur que j'ai examiné l'acide marin déphlogistiqué; pour déterminer sa pesanteur spécifique, j'ai décanté cette liqueur de la partie concrète, le thermomètre à 5 degrés au-dessus de zéro, & je l'ai trouvée de 1003. Il a une saveur austère qui ne ressemble pas à celle des acides. M.rs Schéele & Bergman ont observé qu'il détruisoit les couleurs végétales; & il produit plus ou moins promptement cet effet que j'analyserai plus bas, sans qu'aucune nuance de rouge s'y laisse apercevoir. Une propriété qui mérite sur-tout attention, c'est qu'il ne fait point effervescence avec la dissolution de l'alkali fixe, lors même que celui-ci est saturé d'air fixe. Cependant les alkalis fixes contractent une adhérence, & se combinent avec lui; car ils lui font perdre, ainsi que la chaux, sa couleur, & une grande partie de son odeur. Si, après avoir ajouté de l'alkali, on y verse de l'acide acéteux, aussitôt on voit se produire une effervescence, comme si l'alkali étoit simplement dissous dans l'eau, & l'odeur reprend toute sa vivacité.

La terre calcaire a aussi la propriété de se combiner avec l'acide marin déphlogistiqué, lorsqu'elle est dans l'état effervescent, & elle s'y dissout en quantité assez considérable: elle en est précipitée par tous les alkalis, & même par l'eau de chaux; ce qui prouve que la chaux se combine plus fortement avec cette liqueur que la terre calcaire effervescente.

On peut donc, à ce qu'il me paroît, regarder l'acide marin déphlogistiqué comme presque entièrement dépourvu d'acidité. M.rs Schéele & Bergman n'ont pu reconnoître cette propriété essentielle, parce que dans le procédé qu'ils ont employé, l'eau des vaiſſeaux dans leſquels ils recevoient le gaz, ne pouvoit contenir qu'une très-petite portion d'acide marin déphlogiſtiqué, mêlé à une partie d'acide marin qui paſſe toujours dans la diſtillation : dans mon appareil, cette portion d'acide marin eſt retenue dans le premier flacon que je laiſſe vide, & qu'il eſt bon d'entourer de glace ou d'eau froide. Lorſque l'opération ne ſe fait pas avec aſſez de ménagement, il paſſe un peu d'acide marin même dans le premier flacon qui eſt rempli d'eau; cet accident eſt facile à reconnoître, en verſant dans la liqueur un peu de diſſolution d'alkali fixe efferveſcent: ſi l'on voit ſe dégager quelques bulles, c'eſt une preuve qu'elle contient un peu d'acide marin, car elle ne doit faire aucune efferveſcence.

J'ai fait bouillir dans une cornue, à l'appareil pneumato-chimique, un mélange d'alkali minéral & d'acide marin déphlogiſtiqué; il s'eſt dégagé beaucoup de gaz dont une grande partie étoit de l'air fixe, & l'autre partie étoit d'abord de l'air atmoſphérique, & enſuite de l'air plus pur que celui-ci, mais les dernières portions n'étoient preſque que de l'air fixe. Avec la chaux, il ne ſe dégage point d'air fixe, mais de l'air atmoſphérique qui ſe rapproche peu-à-peu de l'air vital, & enfin un peu d'air vital très-pur. L'air fixe de la première expérience eſt donc fourni par l'alkali, comme il l'eſt dans les efferveſcences, l'air atmoſphérique eſt dû à l'eſpace que j'ai laiſſé vide dans l'appareil, & l'air vital à l'acide marin déphlogiſtiqué. Le ſel qu'on trouve dans la cornue eſt ſemblable au ſel marin, ce qui rend raiſon de l'obſervation de M.rs Schéele & Bergman, ſur l'identité des ſels neutres, formés par l'acide marin déphlogiſtiqué, & ceux de l'acide marin ordinaire. Ils étoient obligés de ſuppoſer que les alkalis rendoient un peu de phlogiſtique à l'acide marin déphlogiſtiqué, & cela, ſans éprouver eux-mêmes par cette perte, aucune altération dans leurs propriétés.

J'ai calciné à grand feu de la manganèſe, dans un appareil

appareil pneumato-chimique, j'en ai retiré, comme on l'avoit déjà obſervé, une grande quantité d'air vital; elle a perdu un huitième de ſon poids. Dans cet état, je l'ai traitée avec l'acide marin, & j'en ai retiré beaucoup moins d'acide marin déphlogiſtiqué.

C'eſt donc à l'air vital de la manganèſe, qui ſe combine avec l'acide marin, qu'eſt dûe la formation de l'acide marin déphlogiſtiqué; je dois avertir que cette théorie a été preſſentie & annoncée depuis long-temps par M. Lavoiſier, & que M. de Fourcroy en a fait uſage dans ſes élémens de Chimie & d'Hiſtoire naturelle, pour expliquer les propriétés de l'acide marin déphlogiſtiqué, telles qu'on les connoiſſoit alors.

Les expériences que je viens de décrire n'ont pas paru aſſez concluantes à quelques chimiſtes; je tirerai de la première partie du ſavant Dictionnaire de chimie, que M. de Morveau vient de publier, les raiſons qu'on peut oppoſer pour prouver la néceſſité du phlogiſtique dans l'explication des propriétés de l'acide marin déphlogiſtiqué. Je réduis à trois les principales objections de ce célèbre chimiſte; 1.° l'acide marin ne ſe combine pas avec l'air vital dans l'état élaſtique, comment pourroit-il l'enlever à une ſubſtance par une affinité ſimple? 2.° lorſque l'acide marin déphlogiſtiqué ſe combine avec les alkalis, les terres ou les métaux, rien ne prouve qu'il n'en reçoive en échange du phlogiſtique ou du gaz inflammable; *car ce fluide n'eſt*, ſelon M. de Morveau, *que le phlogiſtique même mis en état de gaz par la matière de la chaleur;* 3.° les différences que préſente la manganèſe dans l'état de régule, de chaux blanche, de chaux noire, & les effets qu'elle produit, ſoit lorſqu'on la traite au chalumeau, ſoit lorſqu'on la mêle avec d'autres ſubſtances, ne peuvent s'expliquer que par le phlogiſtique.

Mais, 1.° l'état élaſtique d'un fluide eſt un obſtacle à la combinaiſon, quelle que puiſſe être la cauſe qui tient les parties de ce fluide en expanſion; c'eſt un fait général pour l'explication duquel le phlogiſtique ne ſert à rien, car, à une foible température, l'air vital ne peut pas ſe combiner avec le gaz inflammable dans l'état élaſtique, quoique, ſelon M. de Morveau, le gaz inflammable ne ſoit que le phlogiſtique, & que l'air vital ait avec lui une grande affinité. Si donc l'on ne remonte à la cauſe de l'élaſticité des fluides, la difficulté n'eſt pas moins grande en ſuivant l'opinion de M. de Morveau; mais ſi l'on regarde l'air vital comme une combinaiſon du principe de la lumière ou de la chaleur avec une baſe, ainſi que les expériences le prouvent, il reſte beaucoup moins d'obſcurité pour ceux qui rejettent l'hypothèſe du phlogiſtique. En effet, il faut qu'une ſubſtance ſoit en état de vaincre l'affinité que le principe de la lumière a avec la baſe de l'air vital, pour le chaſſer & former avec elle une nouvelle combinaiſon; mais l'acide marin a une très-foible affinité avec l'air vital, il ne peut ſe combiner avec lui que par des affinités compoſées, & il le cède avec facilité à toutes les ſubſtances avec leſquelles ce principe a quelqu'affinité. On trouvera à la fin de ce Mémoire des éclairciſſemens ſur la troiſième objection.

2.° J'ai ſaturé de l'eau diſtillée d'acide marin déphlogiſtiqué, mais quoique j'aie répété trois fois l'opération, & que le flacon fût bien entouré de glace, je n'ai pu en obtenir ſous forme concrète, parce que le thermomètre étoit à 18 degrés. J'ai rempli de cette liqueur un flacon qui communiquoit par un tube à un appareil pneumato-chimique; ce flacon, avec le tube que j'ai rempli lui-même de liqueur, étoit de la capacité de 51,1 pouces cubes, je l'ai expoſé à la lumière du ſoleil; j'ai bientôt vu ſe dégager une grande quantité de petites bulles qui, en venant ſe raſſembler dans un flacon rempli d'eau, ont formé, au bout de quelques jours, un volume d'air de 15,27 pouces cubes, le thermomètre étant à 17 degrés. L'acide marin déphlogiſtiqué a perdu peu-à-peu ſa couleur;

dans cet état, la liqueur, ne détruit plus les couleurs bleues végétales, mais elle les rougit fortement, comme l'acide marin ordinaire; elle fait effervefcence avec les alkalis fixes, elle conferve une odeur d'acide marin déphlogiftiqué, qui eft à peine fenfible, enfin elle eft réduite prefque entièrement en acide marin ordinaire.

Pour déterminer la quantité de cet acide qui fe trouvoit dans la liqueur, je l'ai précipitée par une diffolution d'argent, & j'ai précipité avec la même diffolution 500 grains d'acide marin, dont la gravité fpécifique étoit à l'eau diftillée comme 1141 eft à 1000, & que j'avois étendus d'eau diftillée. Les deux précipités ont été féchés également; les 500 grains d'acide marin ont donné 7 gros 43 grains de muriate d'argent, & l'acide marin déphlogiftiqué en a donné 5 gros 23 grains; de forte qu'en fupprimant le volume de la liqueur qui avoit été mife dans le tube, 50,45 pouces cubes d'acide marin déphlogiftiqué, tenoient 350,09 grains d'acide marin, d'une pefanteur fpécifique égale à celle des 500 grains employés, ce qui revient à très-peu-près à 7 grains par pouce cube de liqueur.

L'air qui s'eft dégagé de l'acide marin déphlogiftiqué, ayant été mis fur une diffolution de foie de foufre, s'eft abforbé en laiffant un réfidu d'un pouce cube, de forte que c'étoit de l'air vital qui contenoit un quinzième de mofette, laquelle étoit fans doute dûe à un peu d'air atmofphérique qui fe fera dégagé & de l'eau & de l'appareil dont je me fuis fervi: cependant je n'en retranche pas le volume, parce qu'il étoit refté une petite portion d'acide marin déphlogiftiqué qui avoit réfifté à la décompofition, & parce que l'eau s'eft imprégnée d'air vital, de façon même qu'en l'agitant, elle laiffoit échapper des bulles; il y auroit plutôt une petite augmentation à faire.

51,1 pouces cubes de liqueur contenoient donc 15,27 pouces cubes d'air vital, à la température de 17 degrés, ce qui fait à peu-près 0,299 pouces cubes d'air vital par pouce cube de liqueur; mais je n'ai pas besoin d'avertir que dans ces calculs, je ne prétends donner que des approximations.

Dans une expérience faite avec l'acide marin déphlogistiqué qui avoit été obtenu dans une température plus froide, & qui avoit été décanté d'une partie concrète, j'ai trouvé que la liqueur contenoit à peu-près un quart de moins en acide & en air vital; de sorte que l'acide marin déphlogistiqué suit, dans sa combinaison avec l'eau, une loi différente de celle que suivent les autres fluides élastiques qui peuvent se combiner avec elle, & qui s'y unissent en quantité d'autant plus grande, que sa température approche plus du terme de la glace: cela vient de la disposition du gaz acide marin déphlogistiqué, à prendre la forme concrète par le moyen du froid; mais cette différence est bornée dans un très-petit espace, car dès que le thermomètre est de quelques degrés au-dessus de la glace, l'acide marin déphlogistiqué tend à se séparer de l'eau & à reprendre l'état élastique. Il paroît donc que le meilleur moyen pour obtenir cette liqueur très-concentrée, c'est d'y produire une quantité assez considérable de substance concrète, & ensuite de la laisser se dissoudre à une température approchant du 10.^{me} degré du thermomètre de Réaumur; c'est aussi à peu-près à ce degré de chaleur, qu'on peut obtenir les plus grands effets de cette liqueur sur les substances qu'on soumet à son action; & en appliquant de la chaleur, on diminue cet effet par la tendance à l'état gazeux qu'on communique à l'acide marin déphlogistiqué. Cette considération peut s'appliquer à plusieurs autres dissolutions chimiques, & sert à expliquer l'observation intéressante de M. de Butini, qui a vu que l'eau aérée dissolvoit d'autant plus de magnésie, qu'elle étoit plus froide.

Ces expériences doivent dissiper les doutes qui pouvoient rester sur la nature de l'acide marin déphlogistiqué; il est manifestement dû à la combinaison de l'air vital avec l'acide marin, mais l'air vital y est privé d'une partie du principe de l'élasticité, & il adhère si foiblement à l'acide marin, que l'action de la lumière suffit pour l'en dégager promptement, parce qu'elle a avec sa base plus d'affinité que l'acide marin. Voilà donc deux conditions qui le disposent à quitter l'acide marin, pour se combiner avec les substances avec lesquelles il a de l'affinité, & qui rendent l'acide marin déphlogistiqué propre à découvrir quelles sont les propriétés qui dépendent de la combinaison de l'air vital, laquelle ne pourroit avoir lieu que par des moyens plus compliqués ou beaucoup plus lents. C'est donc l'air vital qui déguise les propriétés de l'acide marin déphlogistiqué, il les perd dès que ce principe se sépare de lui.

L'acide marin déphlogistiqué dissout le fer & le zinc, sans qu'il se dégage aucun gaz, & de la même manière que l'eau dissout du sel: pour que ces métaux se dissolvent dans un acide, il faut donc simplement qu'ils s'unissent à une portion d'air vital, ainsi que l'a prouvé M. Lavoisier; & comme l'acide marin déphlogistiqué peut leur fournir la portion d'air vital nécessaire, lorsqu'il les dissout, il ne se fait point de décomposition de l'eau, & il ne se produit point de gaz inflammable.

Mais, si l'on veut supposer que la lumière donne le phlogistique à l'acide marin déphlogistiqué qui y est exposé, examinons quelles sont les conséquences qui suivroient de-là. Premièrement, il faudroit que la lumière donnât du phlogistique à l'acide marin, sans en communiquer à l'air vital avec lequel cependant on croit qu'il a une très-grande affinité; secondement, comme le phlogistique n'est que le gaz inflammable, selon M.rs Kirwan, de Morveau, de la Metherie, & quelques autres chimistes, il faut supposer que la lumière contient une grande quantité de gaz inflammable, & que le Soleil fait à chaque instant une perte immense de matière. Dira-t-on que le fer & le zinc contiennent du gaz inflammable qu'ils donnent à l'acide marin déphlogistiqué, pendant qu'ils se combinent à son air vital? la difficulté reste la même, car la lumière auroit pu décompoſer de même l'acide marin déphlogiſtiqué. Si donc les phyſiciens ne peuvent admettre que la lumière donne du gaz inflammable, je dis qu'il feroit prouvé par l'expérience dont je viens de parler, que le fer & le zinc ne contiennent point de gaz inflammable, lors même que les expériences directes qui ont été faites ſur cet objet, ne feroient pas déciſives. Enfin les chimiſtes conviennent que ces métaux ſont réduits en chaux lorſqu'on les diſſout par l'acide marin, & par conſéquent qu'ils ſont combinés avec de l'air vital; mais ce n'eſt pas l'acide marin qui a pu leur communiquer l'air vital, car il n'eſt pas décompoſé dans ces diſſolutions; il faut donc néceſſairement que ce ſoit l'eau qui leur en fourniſſe, comme il faut que ce ſoit elle qui donne le gaz inflammable, ainſi que l'a fait voir M. de la Place: ces vérités ſe prêtent un appui mutuel.

Lorſqu'on verſe dans l'acide marin déphlogiſtiqué, de la diſſolution de nitre mercuriel, il ne ſe fait point de précipité blanc; mais en faiſant évaporer la liqueur, on en retire du ſublimé corroſif. Pareillement, ſi l'on met du précipité blanc dans l'acide marin déphlogiſtiqué, il s'y diſſout, l'odeur & la couleur de l'acide marin déphlogiſtiqué diſparoiſſent, les couleurs végétales ne ſont plus détruites, & cependant l'acide marin eſt en combinaiſon; car en verſant ſur la liqueur un peu d'eau de chaux, il ſe forme tout de ſuite un précipité mercuriel, ce qui n'auroit pas lieu ſi une portion d'acide marin étoit libre. Il réſulte de-là que la différence du précipité blanc & du ſublimé corroſif conſiſte en ce que dans ce dernier, le mercure eſt combiné avec une plus grande quantité d'air vital & d'acide marin.

La manière dont l'acide marin déphlogiſtiqué agit ſur le mercure mérite attention; ſi l'on met de cette liqueur ſur une certaine quantité de mercure, la ſurface de ce métal noircit, il ſe forme de cette chaux de mercure connue ſous le nom d'*éthiops per ſe*, & la liqueur rougit le papier bleu, de ſorte que ce métal commence par enlever l'air vital à l'acide marin. Si on les laisse ensuite en contact, la chaux de mercure qui vient de se former se saisit de l'acide marin & devient blanche, elle passe à l'état de la combinaison connue sous le nom de *panacée*, & l'eau qui surnage ne contient ni acide ni sel mercuriel; qu'on la verse & qu'on remette de l'acide marin déphlogistiqué, il se fait aussitôt une combinaison avec le sel mercuriel, qui prend successivement, selon les quantités d'acide marin déphlogistiqué qu'il absorbe, les propriétés du mercure doux & du précipité blanc, & alors si l'on renouvelle la liqueur, il se dissout & forme du sublimé corrosif; de manière qu'on obtient, dans cette expérience, toute la série des muriates mercuriels, à laquelle répond celle de leur causticité.

M. Schéele avoit annoncé que l'acide marin déphlogistiqué n'avoit point d'action sur le soufre; mais M. de Morveau a constaté qu'il le changeoit en acide vitriolique. Lorsqu'on en verse sur une petite quantité de dissolution d'hépar fait par l'alkali fixe, il n'en dégage point de gaz hépatique, & il ne se forme que très-peu de précipité; l'odeur de l'acide marin déphlogistiqué est dissipée, les couleurs végétales ne sont plus détruites; mais quoique l'hépar agisse sur elles, comme les alkalis, le mélange dont je viens de parler n'indique plus qu'un acide, & la dissolution de spath pesant y occasionne un précipité abondant. Ces phénomènes font voir qu'une partie du soufre de l'hépar est changée tout de suite en acide vitriolique par l'acide marin déphlogistiqué.

J'ai versé de l'eau saturée de gaz hépatique sur de l'acide marin déphlogistiqué, la couleur & l'odeur de ce dernier ont été détruites, il ne s'est point fait de précipité, les couleurs végétales n'ont plus été altérées que comme elles le sont par un acide, une dissolution de plomb a été précipitée en blanc, & la dissolution de terre pesante a formé un précipité abondant; mais si l'on verse un peu d'acide marin déphlogistiqué sur l'eau hépatisée, elle se trouble &

il ſe précipite un peu de ſoufre. Dans le premier cas, l'acide marin déphlogiſtiqué & le gaz hépatique ſont détruits à l'inſtant & en entier, ſi on les emploie dans de juſtes proportions; le ſoufre, & le gaz inflammable qui le tient en diſſolution, ſont réduits par la combinaiſon de l'air vital, le premier en acide vitriolique, & le ſecond en eau: mais dans la ſeconde expérience, l'air vital ſe combine d'abord avec le gaz inflammable, de ſorte qu'une partie du ſoufre eſt précipitée, & ne peut être changée en acide vitriolique que par l'addition d'une quantité ſuffiſante d'acide marin déphlogiſtiqué. C'eſt ainſi qu'une partie du ſoufre ſe dépoſe dans la combuſtion du gaz hépatique.

M. de Morveau dit qu'ayant mêlé & agité du gaz nitreux avec l'acide marin déphlogiſtiqué, dans l'appareil au mercure, il y a eu abſorption à peu-près du quinzième du volume. Il dit auſſi *(page 255, Dict. de chim.)* que lorſque cet acide eſt en état de liqueur, il n'abſorbe pas le gaz nitreux, même lorſqu'ils ſont tenus en contact pendant un mois entier *(ibid. page 263)*; je remarquerai d'abord que, comme l'acide marin déphlogiſtiqué & l'acide nitreux qui ſe forme, attaquent le mercure, cet appareil n'eſt pas propre à déterminer l'action du gaz nitreux & de l'acide marin déphlogiſtiqué, & j'ai obſervé que le gaz nitreux étoit réellement décompoſé & changé en acide nitreux par l'acide marin déphlogiſtiqué en liqueur, mais c'eſt ſur-tout dans l'état de gaz, que j'ai examiné leur action réciproque. J'ai donc mêlé quatre meſures de gaz nitreux avec deux meſures de gaz acide marin déphlogiſtiqué; il s'eſt produit une rougeur conſidérable, & le mélange a été réduit à 1,4 de meſure. En ſe ſervant du calcul de M. Lavoiſier, qui, dans la recompoſition de l'acide nitreux, fixe le rapport du gaz nitreux à l'air vital :: 69 : 40, on peut conclure que les deux meſures d'acide marin déphlogiſtiqué contenoient 1,507^{me} d'air vital, ce qui paroîtroit indiquer que ce gaz a une peſanteur ſpécifique conſidérable pour contenir autant d'air vital; cependant je n'ai point de

confiance

confiance en ce résultat, parce que le gaz nitreux se dissout facilement dans l'eau régale, comme je le fais voir dans mon Mémoire sur l'*eau régale*, & que par conséquent une partie du gaz nitreux a pu être soustraite sans s'être combinée réellement avec de l'air vital.

Quatre mesures de gaz nitreux, ou 400 parties, ont été réduites, en y faisant passer beaucoup de gaz acide marin déphlogistiqué, & en faisant absorber ensuite par l'eau la partie surabondante, à 0,35.

M. de Morveau ajoute *(ibid. page 251)* que l'acide marin déphlogistiqué ayant été mêlé & agité avec le gaz inflammable en différentes proportions, n'a plus détruit les couleurs, qu'il a altéré en rouge le papier bleu, qu'il n'avoit plus qu'une très-foible odeur, & qu'après cela le gaz inflammable s'est trouvé détonant.

Je n'ai point encore le bonheur de me rencontrer, sur cet objet, avec les résultats de ce célèbre chimiste; j'ai fait passer dans une quantité déterminée de gaz inflammable très-pur, successivement plusieurs fois, un volume égal de gaz acide marin déphlogistiqué qui ne contenoit point d'air atmosphérique, j'ai agité à chaque fois le mélange sur l'eau; l'absorption du gaz acide marin étant faite, le volume du gaz inflammable ne s'est point trouvé changé. J'ai ensuite examiné ce gaz inflammable avec l'eudiomètre de M. Volta, il n'a point été détonant; je l'ai mêlé avec de l'air vital, & il en a détruit par la détonation tout autant qu'une égale quantité du même gaz qui n'avoit pas été agitée avec l'acide marin déphlogistiqué. Comme j'ai répété cette expérience plusieurs fois, je suis forcé de croire que l'acide marin déphlogistiqué n'a point d'action sur le gaz inflammable pendant qu'il est dans l'état gazeux, tout comme l'air vital dans l'état élastique n'en a point sur l'acide marin. Je me suis assuré de ce dernier fait par une expérience directe, quoiqu'il suffise, pour s'en convaincre, d'observer que l'acide marin ne prend point du tout les propriétés d'acide marin déphlogistiqué, lorsqu'on le laisse exposé à l'air atmosphérique dont un quart à peu-près est de l'air vital.

M. Bergman assure que le phosphore est décomposé par le gaz de l'acide marin déphlogistiqué. M. de Morveau au contraire & M. Angulo ont fait plusieurs expériences, par lesquelles ils prétendent prouver que le phosphore n'a point d'action sur l'acide marin déphlogistiqué. J'ai observé comme eux, que le phosphore n'avoit point d'action sur l'acide marin déphlogistiqué à froid; & si l'on emploie de la chaleur sans lumière, l'acide marin déphlogistiqué se dégage sous forme de gaz, sans éprouver de décomposition; mais si l'on met un morceau de phosphore dans de l'acide marin déphlogistiqué, & qu'on l'expose à la lumière, bientôt la couleur de celui-ci se dissipe, son odeur disparoît, la liqueur rougit les couleurs bleues végétales, & l'eau de chaux en précipite du phosphate calcaire, de sorte que le phosphore se combine avec l'air vital de l'acide marin déphlogistiqué, & devient acide phosphorique.

Le phosphore qu'on expose à la lumière dans l'acide marin déphlogistiqué, devient blanc & opaque avant de se changer en acide phosphorique; il paroît que cet état est dû à une portion d'air vital qui est insuffisante pour lui donner les propriétés d'un acide; c'est probablement ainsi que le phosphore blanchit à sa surface en le conservant long-temps dans l'eau: lorsqu'il est en entier dans cet état, on pourroit le comparer à l'acide sulfureux relativement à l'acide vitriolique, si ce n'est qu'il n'a pas encore assez d'air vital pour être sensiblement acide. C'est probablement le phosphore combiné ainsi avec une portion d'air vital, que M. de Morveau a nommé *base acidifiable du phosphore*, & qu'il a obtenu en exposant à un degré considérable de chaleur, l'acide phosphorique dans un creuset; car la portion d'air vital qui étoit la moins adhérente à l'acide, a dû se dissiper, & il a dû rester une combinaison de phosphore & d'un peu d'air vital, qui est moins combustible & moins propre à être attaquée par l'acide nitreux, 1.° parce que l'affinité du phosphore pour l'air vital, eſt déjà ſatisfaite en partie; 2.° parce que la chaleur qui ſe ſeroit dégagée dans le commencement où la combinaiſon ſe fait avec le plus de force, ne peut pas favoriſer, dans ce cas, la partie de la combinaiſon qui ne ſe forme que par une foible affinité. C'eſt ainſi que le ſoufre ſe réduit immédiatement en acide vitriolique, ſi la combuſtion eſt vive; mais qu'il ne forme, ſi la combuſtion eſt lente, que de l'acide ſulfureux, qui prend enſuite aſſez difficilement l'état d'acide vitriolique. Il eſt vraiſemblable que le verre phoſphorique ordinaire retient pareillement une quantité plus ou moins grande d'air vital.

Les chimiſtes ont cru en général que toutes les couleurs des corps étoient dûes à un même principe diverſement modifié, & combiné en différentes proportions. M. Bergman les a en particulier attribuées au phlogiſtique *(Mém. ſur l'indigo)*, & il a prétendu prouver par des expériences ingénieuſes, que les différentes proportions de ce principe faiſoient varier les couleurs; ainſi l'acide nitreux qui eſt jaune, ſelon lui, lorſqu'il a une ſurabondance de phlogiſtique, devient vert ſi on y ajoute de l'eau, & devient bleu en l'affoibliſſant davantage. Les différentes proportions d'air vital qu'il faut ſubſtituer ici au phlogiſtique, ont une grande influence ſur les couleurs, comme les expériences ſuivantes vont le prouver; néanmoins on ne peut rien en conclure de général, car l'air vital donne une couleur jaune à l'acide marin, tandis que ſi on en diminue la proportion dans l'acide nitreux, celui-ci ſe colore également en jaune; car c'eſt en chaſſant de l'air vital, que la lumière colore cet acide, comme je m'en ſuis aſſuré par des expériences que je décris ailleurs *(Journal de phyſique)*.

Les chaux de fer, comme on peut le voir dans les élémens de Minéralogie de M. Kirwan, & comme on peut s'en aſſurer en laiſſant à l'air un précipité de vitriol martial par l'alkali fixe, paſſent par les gradations ſuivantes, ſelon qu'elles ſont, comme on dit, plus ou moins déphlogiſtiquées, le bleu, le vert, le brun, le rouge, le jaune & le blanchâtre. Si l'on ſe ſert d'acide marin déphlogiſtiqué concentré, pour diſſoudre le fer, il donne avec l'alkali un précipité d'un jaune pâle; ſi au contraire on met le même acide étendu d'eau ſur ce métal, il prend une couleur bleue, & la partie qui s'en diſſout donne avec l'alkali un précipité bleu, qui paſſe bientôt au vert, au brun, au rouge, & enfin à un jaune-clair, à meſure qu'on verſe deſſus de nouvel acide marin déphlogiſtiqué; de ſorte que ſes couleurs ne dépendent que de la quantité d'air vital qui s'unit au fer, & l'on ſait à préſent que l'éthiops martial ne diffère des autres chaux de fer, que parce qu'il contient moins d'air vital.

Si l'on précipite une diſſolution de cuivre par le moyen de l'alkali volatil, l'acide marin déphlogiſtiqué donne promptement au précipité bleu qui s'eſt formé, une couleur verte ſemblable à celle qu'il prendroit ſi on le laiſſoit long-temps expoſé à l'air.

Non-ſeulement l'acide marin déphlogiſtiqué détruit les couleurs végétales, ſans que l'alkali puiſſe les rétablir, mais même, lorſqu'on met dans la liqueur une quantité d'alkali propre à ſaturer l'acide marin déguiſé, cet effet a également lieu. Parmi les couleurs végétales, celle du ſirop violat eſt détruite à l'inſtant, celle du tourneſol de même; mais il reſte à cette dernière une nuance de jaune qui réſiſte quelque temps à l'action de la liqueur; la même choſe a lieu pour la partie colorante du bois de Fernambouc, & ſur-tout de la garance. L'acide marin déphlogiſtiqué perd ſes propriétés en agiſſant ſur les parties colorantes, & il reprend celles de l'acide marin; de ſorte que les parties colorantes ſe combinent avec l'air vital & l'enlèvent à l'acide marin: par-là elles deviennent ſolubles, mais quelques-unes ne le ſont que par le moyen de l'acide, de ſorte qu'on peut les précipiter par un alkali; d'autres au contraire ſont ſolubles dans l'eau, & ne ſont pas précipitées par l'alkali.

Les parties vertes des plantes ſont quelquefois réduites par l'acide marin déphlogiſtiqué, au blanc, d'autres fois au jaune, elles prennent quelquefois une teinte rougeâtre, enfin elles éprouvent promptement des changemens parfaitement analogues à ceux que l'air produit naturellement ſur elles; & les feuilles des arbres toujours verts, réſiſtent long-temps à l'action de l'acide marin déphlogiſtiqué, & n'y prennent enfin que la teinte jaune que l'air peut leur donner.

Les altérations que l'air produit ſur les couleurs, dépendent donc principalement de ce que l'air vital ſe combine plus ou moins facilement, & en quantité plus ou moins conſidérable; & l'acide marin déphlogiſtiqué peut faire connoître dans quelques inſtans les effets que l'air ne doit produire que dans un long eſpace de temps: ainſi pendant qu'il détruit dans un moment la plupart des couleurs végétales, il faut qu'il agiſſe pendant pluſieurs jours, & il en faut une quantité conſidérable pour détruire la couleur de l'indigo. Je me ſervirai avec beaucoup plus de détails de ce moyen d'analyſe, pour déterminer les propriétés des parties colorantes qui entrent dans la teinture, & je tâcherai de faire quelques applications utiles aux arts, des propriétés de l'acide marin déphlogiſtiqué.

L'action de cette liqueur me paroît propre à nous inſtruire de ce qui ſe paſſe lorſque les plantes privées de la lumière s'étiolent & blanchiſſent, & à expliquer pourquoi les plantes expoſées au ſoleil donnent de l'air vital, ſelon la belle obſervation de M. Ingen-houz, & pourquoi il ne s'en dégage point de fluide élaſtique lorſqu'elles ſont à l'ombre, comme l'a prouvé M. Sennebier. L'huile qui entre dans la compoſition des parties végétales, contient certainement beaucoup de gaz inflammable de l'eau, de ſorte qu'il eſt très-vraiſemblable que l'eau ſe décompoſe dans la végétation, que l'air vital qu'elle contenoit s'exhale en partie, ſi la lumière favoriſe ſon dégagement, comme elle le fait pour l'acide marin déphlogiſtiqué & pour l'acide nitreux; au lieu que ſans le ſecours de cette affinité il ne peut reprendre l'état élaſtique; alors il ſe combine avec les parties colorantes, s'il y en a de formées, & les plantes deviennent blanches; mais la décompoſition de l'eau n'étant pas favoriſée par l'action de la lumière, elle ſe fait probablement en beaucoup plus petite quantité, la végétation eſt languiſſante, les plantes ont beaucoup moins de parties huileuſes & réſineuſes, & par-là même ſont dépourvues de parties colorantes: auſſi M. Sennebier a-t-il obſervé que les plantes étiolées étoient moins inflammables. Cette théorie peut s'appliquer à un grand nombre de phénomènes de la végétation (*Journal de phyſ. Août 1786.*).

Mais l'acide marin déphlogiſtiqué, qui détruit plus ou moins facilement toutes les couleurs végétales, agit d'une manière différente ſur les couleurs animales; il donne une couleur jaune à la ſoie & à la laine, qui étoit blanche, & l'on ſait que l'acide nitreux produit un effet ſemblable. Il paroît donc que l'air vital a la propriété de ſe combiner avec les ſubſtances animales, & de les jaunir par cette combinaiſon.

Je n'ai point parlé dans ce Mémoire des phénomènes que préſente l'alkali volatil avec l'acide marin déphlogiſtiqué, parce que je les ai détaillés dans l'analyſe de l'alkali volatil; je ferai ſeulement remarquer que lorſqu'on verſe de l'alkali volatil cauſtique ſur l'acide marin déphlogiſtiqué, il en détruit toute la couleur ſans produire de précipité; & ſi on y ajoute une goutte de diſſolution de manganèſe, on aperçoit auſſitôt un petit précipité noirâtre.

Après les éclairciſſemens que je viens de donner, je crois qu'il me ſuffit d'indiquer les réponſes qu'on peut faire à quelques-unes des difficultés que le ſavant chimiſte de Dijon a penſé ne pouvoir ſe réſoudre que par la ſuppoſition du phlogiſtique. La manganèſe traitée au feu donne une grande quantité d'air vital, elle perd par-là une partie de ſa couleur noire, cependant elle reſte brune; elle ne peut ſe diſſoudre dans un acide, à moins qu'elle ne perde une partie de ſon air, de-là vient que l'acide vitriolique en dégage une grande quantité d'air vital lorſqu'il la dissoute; mais si c'est un acide qui ait peu d'action sur elle, il faut y joindre une substance qui agisse de son côté, par son affinité sur l'air vital, tels sont le sucre, la gomme, &c. Si l'acide qui dissout la manganèse, a lui-même une certaine affinité avec l'air, pendant qu'une partie s'unit à la manganèse, une autre partie se combine avec l'air qui s'en dégage, & c'est ce qui a lieu lorsqu'on traite l'acide marin avec cette substance.

Arrêtons-nous un moment pour remarquer que ce n'est point par une affinité simple que l'acide marin enlève l'air vital à la chaux de manganèse. Ce n'est que parce qu'une portion de cet acide dissout la manganèse, & en chasse la partie de l'air vital qui est superflue à la nouvelle combinaison, que l'autre portion peut s'unir avec cet air vital privé en partie du principe de l'élasticité, quoique l'acide n'ait qu'une foible affinité avec lui.

Le précipité des dissolutions de manganèse diffère de celle-ci par sa couleur & par ses propriétés, parce qu'il contient beaucoup moins d'air vital; ainsi il ne peut servir à faire de l'acide marin déphlogistiqué, étant privé de cette portion d'air vital qui pourroit se combiner avec l'acide marin. La chaux de la manganèse rend le verre rouge, lorsqu'elle est abondamment pourvue d'air vital; cette couleur se dissipe lorsque la partie la moins adhérente de l'air vital se combine à quelque substance charbonneuse. La chaux noire perd sa couleur à la flamme intérieure du chalumeau, parce qu'il se forme de l'air fixe par le moyen de la partie charbonneuse; elle la reprend à la flamme extérieure, parce qu'elle éprouve une nouvelle calcination. Enfin le régule de manganèse donne du gaz inflammable avec l'acide vitriolique & l'acide marin, parce qu'ayant beaucoup d'affinité avec l'air vital, il a la propriété de décomposer l'eau: avec l'acide nitreux il donne du gaz nitreux, & il détone avec le nitre, à cause de son affinité avec l'air vital, au lieu que la chaux noire ne peut détoner, parce qu'elle est déjà saturée de ce principe.

OBSERVATIONS SUR L'EAU RÉGALE ET SUR QUELQUES AFFINITÉS DE L'ACIDE MARIN.

Par M. BERTHOLLET.

Lû le 19 Avril 1785.

LES propriétés que l'acide marin acquiert par ſon mélange avec l'acide nitreux, ne pouvoient être expliquées que d'une manière hypothétique, juſqu'à ce qu'on eût quelque connoiſſance de l'acide marin déphlogiſtiqué; à cette époque M. Bergman attribua les propriétés de l'eau régale au pouvoir qu'a l'acide nitreux de s'emparer du phlogiſtique qu'il ſuppoſoit dans l'acide marin, & de le changer par-là en acide marin déphlogiſtiqué.

On croiroit, à conſidérer cet objet d'une façon générale, qu'il ſeroit inutile de revenir ſur cette explication, parce qu'il n'y auroit qu'à ſubſtituer la combinaiſon de l'air vital que l'acide nitreux donne à l'acide marin, à l'idée du phlogiſtique dont l'acide nitreux dépouille l'acide marin; mais il m'a paru que les obſervations que j'avois faites dans le deſſein de déterminer la nature de l'acide marin déphlogiſtiqué, & de comparer celui qu'on retire par le moyen de l'acide nitreux, & celui qu'on obtient par le moyen de la manganèſe pourroient encore jeter du jour ſur les propriétés de l'eau régale, & ſur les affinités de l'acide marin qui offrent beaucoup de variations apparentes.

De l'eau régale.

SI l'on mêle une ou deux parties d'acide nitreux concentré, & dont on a chaſſé le gaz colorant par la diſtillation, avec quatre parties d'acide marin fumant, il s'excite bientôt une efferveſcence, & l'on reconnoît en recueillant à l'appareil pneumato-chimique pneumato-chimique le gaz qui ſe dégage, que c'eſt de l'acide marin déphlogiſtiqué, très-pur & ſemblable à celui qu'on retire par le moyen de la manganèſe : à meſure que l'acide marin déphlogiſtiqué ſe dégage, la liqueur ſe colore & devient d'un rouge-foncé. Si l'on diſtille cette liqueur, en mettant un flacon preſque rempli d'eau diſtillée entre la cornue & l'appareil pneumatique, il ſe dégage encore une certaine quantité d'acide marin déphlogiſtiqué; mais tout l'acide nitreux non décompoſé, eſt retenu avec la plus grande partie de l'acide marin dans le flacon intermédiaire, & donne à l'eau une couleur foncée.

J'ai nouvellement répété cette expérience à l'occaſion d'un Mémoire qui a été lû dans cette aſſemblée le 9 de ce mois, en me ſervant de parties égales d'acide nitreux blanc & concentré, & d'acide marin fumant; il s'eſt dégagé une quantité conſidérable d'acide marin déphlogiſtiqué, mais point du tout de gaz nitreux, comme on l'a annoncé; & en effet le gaz nitreux & le gaz marin déphlogiſtiqué ſe décompoſent mutuellement par le ſimple contact, ainſi qu'on l'a vu (*Mémoire ſur l'acide marin déphlogiſtiqué*) : ils ne peuvent ſe dégager enſemble & conſerver leur état gazeux.

Les phénomènes qui ſe préſentent en mêlant l'acide nitreux & l'acide marin, ont également lieu dans l'eau régale faite avec l'acide nitreux & le ſel ammoniac dans les proportions ordinaires. L'effervescence qu'on avoit remarquée dans ce mélange, eſt dûe au dégagement de l'acide marin déphlogiſtiqué; & à meſure qu'il ſe forme & qu'il s'échappe, la liqueur ſe colore.

Je dois donc examiner quelle eſt l'action réciproque de l'acide nitreux & de l'acide marin; ce que devient le gaz nitreux qui doit réſulter de la formation de l'acide marin déphlogiſtiqué; & enfin de quels principes dépendent les forces diſſolvantes de l'eau régale.

L'acide nitreux peut tenir en diſſolution une grande quantité de gaz nitreux, & il devient par-là rouge & fumant;

mais l'acide marin ne paroît pas en absorber plus que l'eau, ainsi que M. Priestley l'a éprouvé. J'ai répété cette expérience avec le même résultat sur des acides marins de différens degrés de concentration.

Cependant, soit que l'acide marin se combine plus facilement avec le gaz nitreux à mesure qu'il se forme & avant qu'il ait pris l'état élastique, soit plutôt qu'étant mêlé à l'acide nitreux, il ait la propriété de s'unir avec cet acide & avec le gaz nitreux; il conste, par les observations suivantes, que le gaz nitreux a de l'affinité avec l'eau régale, & même que cette affinité est plus grande que celle qu'il a avec l'acide nitreux.

1.° Si l'on verse de l'acide marin fumant sur de l'acide nitreux rutilant, les vapeurs rouges de celui-ci cessent promptement de s'exhaler; il s'établit peu-à-peu dans la liqueur un mouvement d'effervescence, & bientôt il ne s'échappe plus que des vapeurs d'acide marin déphlogistiqué, jusqu'à ce que la liqueur ait pris une couleur très-foncée & que le calme s'y établisse; alors si la température ne change pas, il ne s'en exhale plus de vapeurs : seulement, si elle a le contact de l'air atmosphérique, celui-ci prolonge d'une manière indéfinie la formation d'une très-petite quantité d'acide marin déphlogistiqué qui, en se combinant avec lui, répand l'odeur d'eau régale.

2.° Si l'on mêle de l'acide nitreux blanc & dégazé, avec l'acide marin fumant, il s'en dégage beaucoup plus de vapeurs d'acide marin déphlogistiqué que si l'on se sert du même acide avant de l'avoir dégazé : la quantité de gaz nitreux que peut retenir l'eau régale ayant des limites fixes, il s'en forme une plus grande quantité, si l'acide nitreux n'en contient pas, que s'il en tient déjà en dissolution. Or, la quantité d'acide marin déphlogistiqué qui se dégage, est proportionnelle à celle du gaz nitreux qui est formé.

3.° Enfin, ce qui suffit pour prouver que le gaz nitreux est retenu par le mélange de l'acide nitreux & de l'acide marin, c'est que si l'on mêle de la chaux délayée dans de l'eau avec la liqueur rouge, de laquelle l'acide marin déphlogiſtiqué s'eſt dégagé, il s'en exhale une grande quantité de gaz nitreux, & la liqueur perd toute ſa couleur; le gaz nitreux s'exhale auſſi avec l'acide crayeux, ſi l'on ſature la même liqueur d'alkali efferveſcent. Lorſqu'on mêle un peu d'eau à l'eau régale qui a pris une couleur foncée, ou lorſqu'elle en a attiré de l'atmoſphère, à laquelle on l'a laiſſé expoſée, elle perd preſqu'entièrement ſa couleur, & cependant elle contient à peu-près la même quantité de gaz nitreux, comme on peut s'en aſſurer en le chaſſant par le moyen de la chaux. La combinaiſon du gaz nitreux avec l'eau régale & le dégagement de l'acide marin déphlogiſtiqué, expliquent les phénomènes que M. Prieſtley a obſervés en imprégnant l'acide marin de vapeur nitreuſe *(a)*.

L'on a vu, par les expériences décrites dans mon Mémoire ſur l'acide marin déphlogiſtiqué, que l'air vital tient très-peu à l'acide marin, & qu'il paſſe très-facilement dans d'autres combinaiſons ; & cependant ici l'on voit que l'acide marin l'enlève à l'acide nitreux ; mais ce que je viens d'expoſer rend raiſon de ces propriétés qui ne ſont contradictoires qu'en apparence : l'acide nitreux non décompoſé, & l'acide marin, retiennent & diſſolvent le gaz nitreux, pendant qu'une partie de l'acide marin ſe combine avec l'air vital, de ſorte que c'eſt par l'action d'une double affinité que l'acide marin déphlogiſtiqué ſe forme.

Au moment où la quantité de gaz nitreux retenu par les deux acides, a aſſez affoibli leur force diſſolvante pour qu'il s'établiſſe un équilibre entre les affinités de tous les principes de la liqueur, la formation de l'acide marin déphlogiſtiqué ceſſe ; ſi l'on expoſe alors la liqueur à une température un peu plus élevée, il ſe dégage encore de

(a) En conſéquence de l'imprégnation de l'eſprit de ſel avec la vapeur nitreuſe, l'eſprit de ſel de couleur de paille devient auſſitôt de couleur orangée, beaucoup plus foncée que celle que peut jamais prendre l'eſprit de nitre même, & la vapeur qu'il exhale eſt ſingulièrement piquante. *Expér. & Obſerv. ſur différentes eſpèces d'Air, tome IV, page 229.*

l'acide marin déphlogiſtiqué, juſqu'à ce qu'il en ſoit paſſé une quantité ſuffiſante pour rétablir l'équilibre. Il y a apparence qu'il y a, relativement aux proportions & à la force des deux acides, un degré de froid auquel ils reſteroient mêlés ſans agir l'un ſur l'autre. Lorſque la liqueur eſt en repos & qu'il ne s'y forme plus de combinaiſon, ſi on y met un métal, du mercure par exemple, les affinités de ce métal produiſent de nouvelles combinaiſons: d'un côté il agit ſur l'air vital de l'acide nitreux, & de l'autre ſur l'acide marin; il dégage donc du gaz nitreux, & il ſe trouve dans les circonſtances dans leſquelles il forme le ſublimé corroſif. Il n'eſt donc pas exact de dire avec M. Bergman, que l'acide nitreux rend l'acide marin déphlogiſtiqué, dans l'eau régale, & le met par-là en état de diſſoudre l'or & le mercure : l'acide marin déphlogiſtiqué ne peut exiſter tout formé dans l'eau régale qui ne détruit pas les couleurs végétales, mais les affinités du métal contribuent à la réunion qui ſe fait entre l'acide marin, l'air vital & lui. J'ai prouvé dans mon Mémoire ſur la cauſticité des ſels métalliques, que l'eau régale diſſolvoit le mercure & formoit avec lui du ſublimé corroſif; j'ai même avancé qu'en cherchant les proportions convenables d'acide marin & d'acide nitreux, on trouveroit peut-être que c'étoit le meilleur moyen de préparer le ſublimé corroſif. *Mém. de l'Acad. 1780, page 461.*

Je penſois alors que l'acide du ſublimé corroſif étoit dans l'état d'acide marin déphlogiſtiqué, & que les préparations qu'on employoit pour former ce ſel métallique ne tendoient qu'à le mettre dans cet état. Mais il me paroît que l'acide marin du ſublimé corroſif n'eſt pas dans un état différent que celui des autres ſels métalliques, puiſque l'alkali fixe & la terre calcaire peuvent ſe combiner avec lui & en précipiter la chaux de mercure; d'ailleurs la chaux de mercure connue ſous le nom de *précipité per ſe*, forme immédiatement du ſublimé corroſif avec l'acide marin, comme l'a prouvé M. Schéele, & ce métal a avec l'air vital une affinité beaucoup plus forte que l'acide marin.

Mais pour confidérer cet objet d'une manière plus générale, il réfulte des découvertes nouvelles, que les fubftances métalliques, qui par leur affinité, ont le pouvoir de décompofer l'eau, s'uniffent à fon air vital; elles en dégagent par-là le gaz inflammable, & il fe forme une combinaifon d'air vital, de métal & d'acide marin, pareille à celle qui exifte dans le fublimé corrofif, & pour que les fubftances métalliques qui ne peuvent décompofer l'eau, même par des affinités combinées, puiffent fe diffoudre dans l'acide marin, il faut qu'elles le trouvent dans l'état déphlogiftiqué, ou bien qu'une autre fubftance leur fourniffe l'air vital, ainfi que cela arrive dans tous les procédés par lefquels on forme le fublimé corrofif.

Les obfervations que je viens de préfenter, prouvent 1.° que dans le mélange de l'acide nitreux & de l'acide marin, une portion de ce dernier s'unit à une partie de l'air vital contenu dans l'acide nitreux, & fe dégage fous la forme d'acide marin déphlogiftiqué; & que le gaz nitreux, foit celui qui étoit déjà combiné avec l'acide nitreux, foit celui qui eft formé en même temps que l'acide marin déphlogiftiqué, eft retenu dans l'eau régale.

2.° Que ce n'eft point par une affinité fupérieure que l'acide marin enlève l'air vital à l'acide nitreux, mais par l'action d'une double affinité.

3.° Que ce n'eft pas l'acide marin déphlogiftiqué qui diffout l'or & le mercure dans l'eau régale, puifque l'acide marin ne s'y trouve pas dans cet état, mais qu'il fe forme une combinaifon par le concours des affinités mutuelles de l'air exiftant dans l'acide nitreux, de l'acide marin & du métal.

De quelques affinités de l'Acide marin.

LES affinités de l'acide marin comparées à celles de l'acide vitriolique & de l'acide nitreux, éprouvent des modifications qui ont fait croire à de favans chimiftes, qu'il avoit avec les bafes alkalines plus d'affinité que ces acides, lorſqu'il étoit concentré; mais que ſon affinité étoit plus foible dans un moindre degré de concentration. Je vais expoſer ces anomalies, & tâcher de les ramener aux loix connues des affinités.

M. Margraf avoit annoncé que l'acide marin décompoſoit le tartre vitriolé & le ſel de Glauber, de la même manière que M. Baumé avoit prouvé que l'acide nitreux décompoſoit ces ſels.

M. Bergman expliqua ces faits dans ſon Traité des attractions électives, en prouvant que dans ces décompoſitions apparentes, l'on ne faiſoit qu'ôter au tartre vitriolé & au ſel de Glauber, une partie de leur baſe & les réduire en ſel avec excès d'acide; que cette partie de leur baſe pouvoit en être ſéparée par des acides plus foibles, parce que la partie alkaline qui leur eſt eſſentielle, étend ſon action ſur une certaine quantité d'acide ſurabondant, & que par conſéquent, la partie qui n'eſt pas combinée immédiatement à cet excès d'acide, n'eſt retenue que par une affinité dont l'action eſt partagée. On prendra une idée juſte de cette théorie au §. 9 de ſon Traité des attractions électives.

Cependant M. Cornette avoit repris les obſervations de M.rs Baumé & Margraf, & il avoit ajouté à leurs expériences beaucoup de détails nouveaux, que l'on trouve dans un Mémoire qui eſt imprimé dans le volume de l'Académie, de 1778. Il prétend avoir décompoſé entièrement le tartre vitriolé par l'acide marin, & l'avoir converti en ſel fébrifuge de Sylvius; & il dit auſſi avoir décompoſé le ſel de Glauber, & l'avoir changé en ſel marin.

1.° J'ai mêlé, en ſuivant les proportions indiquées par M. Cornette, une demi-once de ſel de Glauber ou vitriol de ſoude tombé en efflorescence, & ſix gros d'acide marin fumant; j'ai fait bouillir ce mélange dans un matras, & après un moment d'ébullition, j'y ai ajouté de l'eau diſtillée, & j'ai fait évaporer juſqu'à criſtalliſation; j'ai eu une quantité conſidérable de ſel marin, mais le réſidu formant une eau-mère, étoit du vitriol de ſoude avec excès d'acide.

2.° J'ai pouſſé un pareil mélange dans une cornue à un degré de feu conſidérable, & j'ai examiné la liqueur qui a paſſé dans la diſtillation; c'étoit de l'acide marin pur, il n'y avoit pas une goutte d'acide vitriolique, comme je m'en ſuis aſſuré par la diſſolution de terre peſante; le réſidu diſſous dans l'eau ne contenoit que du vitriol de ſoude: ſeulement: à la fin de l'évaporation, j'ai eu quelques criſtaux de ſel marin & très-peu de vitriol de ſoude avec excès d'acide. Il faut prendre garde dans cette expérience, que la liqueur, en bouillant, ne faſſe rejaillir un peu de vitriol de ſoude, ce qui m'eſt arrivé une fois: car on auroit alors un précipité avec la diſſolution de terre peſante.

3.° J'ai mêlé de l'acide vitriolique avec une once de vitriol de potaſſe dans une cornue; après avoir pouſſé le mélange juſqu'à ſiccité, j'ai tenu la cornue rouge pendant quelque temps; il paroiſſoit ne s'en plus dégager d'acide vitriolique: ayant caſſé la cornue, j'ai eu une once deux gros quinze grains de ſel avec excès d'acide. J'ai mêlé une once de ce ſel avec une demi-once de ſel fébrifuge de Sylvius ou muriate de potaſſe: à une chaleur médiocre, il s'eſt dégagé beaucoup de vapeurs d'acide marin, ſans mélange d'acide vitriolique, & le muriate de potaſſe a été décompoſé au moins pour la plus grande partie.

Il réſulte de la première expérience, que l'acide marin s'empare d'une partie de la baſe du vitriol de ſoude, & forme du ſel marin; mais la plus grande partie du vitriol de ſoude n'eſt point décompoſée; elle fait une eau-mère que M. Cornette a négligé d'examiner, & qui eſt du vitriol de ſoude avec excès d'acide.

La ſeconde expérience prouve que l'acide marin perdant de l'affinité qu'il a avec l'alkali fixe, par la volatilité que lui donne la chaleur, celle de l'acide vitriolique qui étoit en excès dans le vitriol de ſoude, ſuffit pour décompoſer le ſel marin qui s'étoit formé.

Enfin la troiſième prouve que cette partie d'acide vitriolique qui peut s'unir en excès avec l'alkali fixe, peut décompoſer le muriate de potaſſe, & confirme le réſultat de la ſeconde expérience.

Il me paroît donc que ces expériences ne doivent laiſſer aucun doute ſur l'explication qu'a donnée M. Bergman, de la décompoſition des ſels vitrioliques par l'acide marin.

Pour les décompoſitions des ſels nitreux par l'acide marin, elles ne ſont pas dûes à une affinité ſupérieure de l'acide marin avec leurs baſes, mais à une véritable décompoſition de l'acide nitreux qui donne une partie d'air vital à l'acide marin, & le change par-là en acide marin déphlogiſtiqué, comme le prouve une expérience même de M. Cornette. Il plaça ſur un bain de ſable un mélange de nitre quadrangulaire & du même acide. « Avant même que » les liqueurs entraſſent en ébullition, il s'excita dans chacun » des vaiſſeaux un mouvement d'efferveſcence très-ſenſible, » les vapeurs qui ſe répandoient étoient rouſſes & très-nauſe- » abondes ; elles avoient abſolument l'odeur de celles de l'eau » régale ». On reconnoît manifeſtement à cette deſcription, la formation de l'acide marin déphlogiſtiqué, & par conſéquent la décompoſition d'une partie de l'acide nitreux ; il n'eſt donc pas étonnant que M. Cornette ait trouvé l'acide marin ſubſtitué en partie à l'acide nitreux. Si l'on met un métal dans le mélange de nitre & d'acide marin, celui-ci, agiſſant par ſes propres affinités ſur l'air vital de l'acide marin, il favoriſe la décompoſition du nitre, conformément à ce qu'on a vu dans la première partie de ce Mémoire.

Il paroît donc que les variations que l'on a obſervées dans les affinités de l'acide marin, ne ſont dûes qu'à des circonſtances étrangères, & que pour juger de ſes véritables affinités, il faut éviter les décompoſitions qui peuvent en impoſer par des effets dûs à d'autres cauſes.

Ce que j'ai dit ſur les ſels vitrioliques & nitreux à baſe d'alkali fixe, s'applique également aux ſels ammoniacaux. M. Cornette appuie, dans un ſecond Mémoire, imprimé dans

dans le même volume, l'opinion qu'il a prise de l'affinité supérieure de l'acide marin avec l'alkali relativement à celle de l'acide vitriolique; il cite la décomposition du tartre vitriolé & du sel de Glauber par les sels nitreux & marin à base terreuse. Mais cette décomposition est dûe à l'action des doubles affinités, comme le fait voir M. Bergman, qui cite plusieurs exemples pareils; & d'ailleurs M. Kirwan a déjà prouvé que ces décompositions de M. Cornette étoient dûes à une réunion supérieure des forces *divellentes* sur les forces *quiescentes. Kirwan's experiments and observations on the attractive powers of mineral acids.*

Mais M. Kirwan a donné dans le même Mémoire une autre explication de la plupart des faits rapportés dans la seconde partie de celui-ci; il regarde les affinités que les acides vitriolique, nitreux & marin ont avec les alkalis fixes comme égales, & il explique les décompositions mutuelles que ces acides opèrent, par la matière de la chaleur qui passe des uns dans les autres. Je me contenterai de faire quelques observations sur l'opinion de ce savant chimiste.

Premièrement, il prétend que l'acide vitriolique, l'acide nitreux & l'acide marin exigent, pour se saturer, une quantité égale d'alkali; mais cette supposition, sur laquelle porte sa théorie, bien loin d'être fondée sur l'expérience, n'est point conforme aux observations de plusieurs chimistes, non plus qu'à celles qui me sont particulières & dont je supprimerai le détail, parce qu'il est difficile d'avoir des résultats constans sur cet objet, une legère différence de dessiccation suffisant pour faire varier les proportions.

Secondement, M. Kirwan attribue la décomposition du tartre vitriolé par l'acide nitreux & par l'acide marin, & celle du nitre par l'acide vitriolique & par l'acide marin, aux différentes capacités de chaleur que ces acides posèdent, & il regarde ces décompositions comme produites par une double affinité entre l'alkali, les acides & la chaleur spécifique de ces acides; mais il a estimé la chaleur spécifique des acides vitrioliques, nitreux & marin, par la chaleur qui s'en dégage, lorſqu'on mêle la même quantité réelle de chaque acide avec une même quantité de ſolution alkaline. Or, ce moyen ne détermine pas la chaleur ſpécifique; l'obſervation de M. Kirwan prouveroit plutôt que l'alkali a une plus forte affinité avec l'acide vitriolique qu'avec l'acide nitreux, & avec celui-ci qu'avec l'acide marin; car, plus deux principes ſe combinent intimement, plus ils ſe reſſerrent, pour ainſi parler, plus ils expriment du principe de la chaleur, ſelon la penſée de M. Monge; & la chaleur qui ſe dégage eſt dûe non-ſeulement à l'acide, mais auſſi à l'alkali; c'eſt ainſi que la chaleur qui eſt produite par l'extinction de la chaux doit être attribuée non-ſeulement à la chaux, mais principalement à l'eau qui ſe combine avec elle.

Ce n'eſt pas que je prétende que la dilatabilité d'un acide par le principe de la chaleur, ne puiſſe entrer pour beaucoup dans la décompoſition d'un ſel par un autre acide. Mais lorſque la chaleur eſt peu conſidérable, c'eſt une partie ſi petite des forces qui contribuent à la décompoſition qu'elle doit être entièrement négligée.

Troiſièmement, M. Kirwan ne fait point attention à la force avec laquelle l'alkali tend à ſe combiner avec un excès d'acide vitriolique, & qui eſt cependant réelle & bien prouvée, non plus qu'à la production de l'acide marin déphlogiſtiqué; & ces données de l'expérience me paroiſſent ſuffire pour l'explication des phénomènes que je diſcute, parce que leur influence me paroît beaucoup plus grande que celle des autres cauſes qui peuvent y contribuer.

Quatrièmement, lorſque M. Kirwan s'eſt ſervi des métaux pour conſtater la décompoſition du vitriol de potaſſe ou du vitriol de ſoude, il a négligé les affinités de ces métaux qui devoient agir & opérer la ſéparation de l'acide vitriolique, concurremment avec l'acide marin & l'acide nitreux.

L'affinité d'un troiſième corps qui ſert de moyen d'union entre deux autres, & qui détermine leur combinaiſon, eſt une cause d'un grand nombre de phénomènes, à laquelle on n'a pas donné l'attention qu'elle méritoit; c'est par cette affinité intermédiaire que l'air vital sert à combiner les métaux & les acides, & que l'eau contribue à combiner l'air fixe & la terre calcaire ou la magnésie; c'est par cette force, que le cuivre qui se calcine très-lentement à l'air, se réduit promptement en chaux & absorbe l'air, pour se dissoudre dans l'acide acéteux qui, sans le contact de l'air, ne peut l'attaquer.

Cette combinaison d'un métal avec l'air, par l'intervention d'un acide, & cette union d'un acide avec un métal, par le moyen de l'air, ne peuvent avoir lieu, lorsque l'acide a une température trop élevée; ainsi l'acide acéteux ne dissout point le cuivre, lorsqu'il est chaud; ce n'est que lorsqu'il est refroidi, & qu'on y laisse séjourner le cuivre avec le contact de l'air, que ce métal se dissout. Ces idées doivent s'appliquer à ce que j'ai écrit sur la formation du vert-de-gris *(Mém. de l'Académie, 1783)*.

J'ai pareillement éprouvé que l'alkali volatil ne dissolvoit point le cuivre sans le contact de l'air, à moins qu'il ne fût dans l'état de chaux. Cette dissolution ne se fait que par le moyen de l'absorption de l'air vital, de sorte que l'affinité entre le cuivre, la base de l'air vital & l'alkali volatil, n'est pas assez forte pour décider la décomposition de l'eau. Mais il y a des acides dont l'action plus forte peut déterminer cette décomposition & dégager du gaz inflammable; il y en a même qui agissent différemment, selon que leur affinité est plus ou moins affoiblie par l'eau: ainsi lorsque l'acide marin est concentré, il peut s'unir au cuivre en décomposant l'eau; mais s'il est très-foible, il ne dissout le cuivre que lentement & en absorbant l'air vital; & s'il n'est pas en contact avec l'air, il ne se fait pas de dissolution. Toutes les combinaisons de cette espèce qui ne se forment qu'en absorbant l'air vital, peuvent servir d'eudiomètre.

MÉMOIRE

SUR

LA DÉCOMPOSITION DE L'ESPRIT-DE-VIN ET DE L'ÉTHER, PAR LE MOYEN DE L'AIR VITAL.

Par M. BERTHOLLET.

Lû le 27 Avril 1785.

M. PRIESTLEY a retiré du gaz inflammable de l'esprit-de-vin, par le moyen de l'étincelle électrique; il en a aussi retiré qui étoit mêlé à une portion d'air fixe, en faisant passer l'esprit-de-vin à travers un tube d'argile échauffé par des charbons ardens. M. Landriani a remarqué que dans cette dernière opération, une poudre charbonneuse enduisoit le tube, & M. Monge qui a fait depuis long-temps cette expérience, a observé que l'eau dans laquelle on recevoit le résidu de l'esprit-de-vin, prenoit la saveur & l'odeur de l'éther. M. Lavoisier a fait voir que dans la combustion de l'esprit-de-vin il se formoit de l'eau, dont le poids surpasse d'un neuvième celui de l'esprit-de-vin consumé: il résulte, sur-tout de cette belle expérience, que l'esprit-de-vin est composé en grande partie du gaz inflammable de l'eau; cependant le gaz inflammable qu'on retire de l'esprit-de-vin en le décomposant par la chaleur, donne de l'air fixe, lorsqu'on le brûle avec l'air vital, parce qu'il s'est combiné avec une portion du charbon qui est aussi contenu dans l'esprit-de-vin. Enfin, l'on sait que plusieurs acides en décomposant cette liqueur, forment de l'éther, & que l'acide nitreux produit, outre cela, de l'air fixe & de l'acide saccharin. J'ai tâché de reconnoître plus particulièrement quels étoient les principes de l'esprit-de-vin & de l'éther, par le moyen de l'acide marin déphlogistiqué. M. Gallisse avoit déjà tenté de déterminer l'action du gaz muriatique déphlogistiqué par l'esprit-de-vin; mais il s'est servi du procédé de M. Schéele, qui n'a pu le conduire qu'à des résultats imparfaits. (*Journal de Crell, tome X, pages 262 & 269*).

§. I. J'ai mis quinze onces d'esprit-de-vin dans un des flacons de l'appareil que j'ai décrit, pour imprégner l'eau d'acide marin déphlogistiqué, & j'ai remarqué qu'il absorboit très-facilement l'acide marin déphlogistiqué, qu'il prenoit beaucoup de chaleur, & qu'il fondoit une portion considérable de la glace, dont il étoit environné; quoique le gaz eût passé dans un premier flacon rempli d'eau & également entouré de glace.

Cette opération, dans laquelle j'ai employé quatre onces d'acide marin concentré & une once de manganèse, étant finie, je n'ai point trouvé que l'esprit-de-vin eût l'odeur d'acide marin déphlogistiqué; mais il avoit celle de l'éther, comme l'a observé M. Gallisle, il rougissoit les couleurs bleues végétales au lieu de les détruire, il faisoit effervescence avec les alkalis; enfin, l'acide marin avoit repris son état naturel. Je réitérai l'opération, & je trouvai que l'esprit-de-vin avoit pris une odeur d'éther plus forte; je fis encore quatre fois la même expérience, & l'acide marin déphlogistiqué parut s'absorber toujours & se décomposer avec la même facilité; mais l'odeur d'éther alla en diminuant depuis la seconde opération; elle étoit presque entièrement dissipée après la dernière; l'on sentoit au contraire une odeur assez forte de vinaigre. Alors je saturai d'alkali minéral, une moitié de la liqueur qui prit une couleur jaune tirant sur le brun, je la distillai au bain-marie; les premières portions qui passèrent étoient une liqueur éthérée qui, cependant, se mêloit avec l'eau; bientôt la liqueur cessa d'être spiritueuse, & ne fut que de l'eau qui avoit une légère odeur de sucre brûlé. La couleur de celle qui étoit dans la cornue se fonçoit de plus en plus, & présentoit avec la saveur du sel marin, une saveur & une odeur bien caractérisées de sucre brûlé ou de caramel; il s'y dépofoit quelques parties noires qui étoient infolubles dans l'efprit-de-vin, & qui reffembloient à une huile brûlée. J'ai retiré la plus grande partie du fel marin en continuant l'évaporation; il eft refté une liqueur épaiffe que j'ai deffé-chée à une légère chaleur; j'y ai mêlé de l'efprit-de-vin, qui a pris une couleur brune & une faveur falée, mais toujours mêlée à celle de caramel. Le réfidu qui n'a pas été diffous étoit un mélange de fel marin & de fubftance fucrée; j'ai fait évaporer l'efprit-de-vin jufqu'à ce qu'il fe foit formé une criftallifation confufe. La fubftance faline qui reftoit alors, m'a paru avoir une faveur femblable à celle de l'acète de foude, mêlée à celle de la fubftance fucrée. J'y ai ajouté un peu d'eau diftillée, j'ai mis cette diffolution dans une cornue avec un peu d'acide vitriolique, & j'ai diftillé à un feu léger; la liqueur qui a paffé, avoit d'une manière non douteufe, la faveur & l'odeur de l'acide acéteux.

§. II. J'ai cru reconnoître dans cette expérience la préfence du fucre ou d'une matière analogue au fucre; pour m'en affurer, j'ai cherché à déterminer quelle altération le fucre pouvoit éprouver de la part de l'acide marin déphlogiftiqué; j'en ai donc imprégné de l'eau fucrée, en me fervant toujours du même procédé. L'acide marin déphlogiftiqué a paru d'abord n'avoir aucune action fur le fucre, mais ayant laiffé pendant quelques jours le flacon exactement bouché, la liqueur a perdu peu-à-peu la couleur de l'acide marin déphlogiftiqué, elle eft devenue femblable à de l'eau pure; dans cet état elle a rougi le papier bleu, de façon que l'acide marin avoit repris fes propriétés. J'ai répété plufieurs fois cette expérience fur la même liqueur, & toujours les mêmes phénomènes ont eu lieu. Après cela j'ai faturé d'alkali minéral, la liqueur qui étoit très-acide, & je l'ai fait évaporer; elle a pris peu-à peu une couleur brune, & a laiffé un réfidu mêlé de fel marin & d'une fubftance qui reffembloit au fucre brûlé, & qui ne différoit du réfidu que j'avois obtenu de l'efprit-de-vin, que par fa couleur un peu moins foncée. Une partie de la liqueur qui avoit été laiſſée dans un flacon ſans avoir été expoſée à l'action du feu, a pris dans un certain eſpace de temps une couleur jaune foncée. Je penſois qu'il auroit dû ſe former quelqu'acide nouveau par la combinaiſon de l'air, mais je n'en ai pu reconnoître aucun.

Il réſulte de-là, premièrement, que l'eſprit-de-vin contient du ſucre; ſecondement, que l'air vital de l'acide marin déphlogiſtiqué, fait éprouver au ſucre un effet analogue à celui de la combuſtion. Il me paroît probable que cet air vital qui eſt très-diſpoſé à ſe combiner, parce qu'il eſt privé d'une partie du principe de l'élaſticité, s'unit au gaz inflammable de la partie huileuſe du ſucre & forme de l'eau: par-là le ſucre eſt réduit dans un état charbonneux. C'eſt ainſi que lorſqu'on dégage du gaz inflammable d'une huile, par le moyen de l'étincelle électrique, les parties de l'huile qui ſont décompoſées, laiſſent précipiter des molécules de charbon, comme M. Monge l'a obſervé: de même lorſqu'on diſtille du ſucre ou bien une huile, & qu'il s'en dégage du gaz inflammable, le réſidu eſt dans un état charbonneux; mais ſi l'on fait une combuſtion à l'air libre, le charbon ſe combine lui-même avec l'air vital pour former de l'air fixe. Il reſte à découvrir pourquoi l'air vital de l'acide marin déphlogiſtiqué, ne peut ſe combiner avec le charbon, avec lequel cependant il a une grande affinité, pendant qu'il ſe combine avec le gaz inflammable, privé d'élaſticité, avec le ſoufre, le phoſphore & les ſubſtances avec leſquelles il a le moins d'affinité.

§. III. Une moitié ſeulement de l'eſprit-de-vin que j'avois imprégné d'acide marin déphlogiſtiqué, avoit ſervi à ces premières expériences. J'ai tenu l'autre moitié pendant près de deux mois dans un flacon bouché exactement; cette liqueur qui n'avoit d'abord à l'œil que l'apparence de l'eſprit-de-vin, avoit pris peu-à-peu une couleur jaune; dans cet état je l'imprégnai encore pluſieurs fois d'acide marin déphlogiſtiqué, après cela je la ſaturai d'alkali minéral;

elle ſe troubla, & j'aperçus un peu d'huile qui venoit nager à ſa ſurface; je la filtrai, & il reſta ſur le filtre une huile brune, dont une partie étoit preſque concrète: je diſtillai la liqueur; la première portion qui paſſa avoit foiblement l'odeur & la ſaveur de l'éther; en continuant l'opération, j'en ſéparai le ſel marin, & j'eus un réſidu ſemblable à celui de la première expérience, ſi ce n'eſt que je ne pus y retrouver l'acide acéteux, quoique la liqueur en eût manifeſtement l'odeur.

§. IV. J'ai ſoumis l'éther vitriolique à des opérations ſemblables; il a auſſi abſorbé & décompoſé une grande quantité d'acide marin déphlogiſtiqué en produiſant beaucoup de chaleur: la couleur n'a point changé, lorſque j'ai ſaturé d'alkali minéral, l'acide marin qui venoit de ſe reproduire, mais il s'eſt ſéparé une quantité aſſez conſidérable d'une huile très-légère, aromatique, & ſemblable à celle qu'on retire dans le procédé de l'éther vitriolique, & qu'on connoît ſous le nom d'*huile douce de vitriol.* La liqueur filtrée faiſoit un petit précipité avec la diſſolution de terre peſante; je l'ai diſtillée, j'en ai retiré un peu d'éther non décompoſé, après cela beaucoup d'eau: ſur la fin de la diſtillation, la liqueur qui étoit dans la cornue eſt devenue un peu jaune, & il n'eſt reſté, en continuant l'évaporation, que du ſel marin un peu coloré en jaune.

Ces dernières expériences font voir que l'éther contient une huile légère combinée avec une ſurabondance de gaz inflammable, lequel, s'uniſſant avec l'air vital de l'acide marin déphlogiſtiqué, forme de l'eau; il s'y trouve auſſi un peu de l'acide dont on s'eſt ſervi pour ſa production, ainſi que M. Schéele l'a déjà prouvé, & cette petite portion d'acide eſt probablement le ſeul principe qui conſtitue la différence des éthers. La couleur jaune qu'a priſe la liqueur ſur la fin de l'évaporation, me paroît dûe à une portion d'huile qui a été décompoſée par l'acide marin déphlogiſtiqué; & ſi l'opération eût été pouſſée plus loin, toute l'huile légère auroit été décompoſée

décomposée de la même manière, parce qu'elle auroit été privée du gaz inflammable qui entre dans sa composition.

La nature de l'éther & sa différence avec l'esprit-de-vin, me paroissent déterminées avec assez de précision par les observations précédentes; & l'on peut facilement rendre raison de toutes les propriétés qu'on lui connoît. Je vais présenter les idées que je me suis faites sur sa formation.

§. V. Les expériences des §. I & III, prouvent que l'esprit-de-vin contient de l'huile qui sans doute est beaucoup plus fluide que je ne l'ai retirée, par les raisons qu'on va voir. Cette huile est combinée avec du sucre, du gaz inflammable, & une certaine quantité d'eau. Lorsqu'on mêle à l'esprit-de-vin un acide dont l'air vital peut se combiner avec une portion du gaz inflammable & de l'huile, les principes qui formoient l'esprit-de-vin se trouvent désunis; la plus grande partie du gaz inflammable se volatilise avec la portion la plus subtile de l'huile, & entraîne dans cette combinaison une petite portion de l'acide qu'on emploie; la portion la moins ténue de l'huile & le sucre restent dans la cornue à moitié brûlés par l'air vital enlevé à l'acide.

L'éther est donc, d'après cette manière de voir, une huile qui s'est séparée de l'esprit-de-vin, & qui est combinée avec un excès de gaz inflammable & avec une très-petite quantité de l'acide qui a servi à sa formation.

Cette théorie me paroît expliquer d'une manière satisfaisante ce qu'on observe lorsqu'on fait l'éther par le moyen de différens acides. Il est d'abord manifeste que tous perdent une partie d'air vital, que l'acide marin doit être dans l'état d'acide marin déphlogistiqué, & l'acide acéteux dans celui de vinaigre radical, état dans lequel il a une plus grande quantité d'air vital, comme je l'ai fait voir *(Mém. de l'Acad. 1783)*. Si l'acide ne cède pas facilement son air vital, il faut de la chaleur; c'est le cas de l'acide vitriolique: alors si l'on pousse la distillation après que l'éther s'est dégagé, il passe une portion d'huile; mais une partie de cette huile devenue épaiſſe, & parce que la partie la plus fluide s'en eſt dégagée, & parce que l'acide a agi ſur elle, reſte dans la cornue avec le ſucre, qui eſt réduit lui-même dans un état preſque charbonneux. Ce mélange donne au réſidu une apparence bitumineuſe.

Si l'on ſe ſert d'acide nitreux qui contient beaucoup d'air vital, & qui le cède facilement, l'opération peut ſe faire ſans feu, la ſéparation de l'éther eſt rapide; & lorſqu'on diſtille la liqueur, après en avoir ſéparé l'éther qui s'eſt formé, l'huile épaiſſe & le ſucre ſe trouvent entièrement dénaturés; l'un & l'autre probablement ſont changés en acide ſaccharin & en air fixe. Si l'on traite l'éther qu'on vient de former avec de nouvel acide nitreux, il ſe décompoſe de nouveau, & l'on en retire de l'huile.

Dans mes expériences avec l'acide marin déphlogiſtiqué, il ne s'eſt point ſéparé d'éther, parce que, comme la chaleur ne déterminoit pas la partie la plus fluide à ſe dégager, elle ſubiſſoit l'action ſucceſſive du gaz qui étoit abſorbé; mais M. Schéele a fait de l'éther marin en mêlant de l'acide marin, de la manganèſe & de l'eſprit-de-vin, & en diſtillant ce mélange.

En conſidérant que l'acide marin n'a point d'action ſur l'eſprit-de-vin, lorſqu'il n'eſt pas combiné avec l'air vital, il étoit naturel de penſer que l'air vital ſe combinoit pour former l'éther. C'eſt une opinion qu'a eue M. de Fourcroy, dans ſes Élémens de chimie, & qui s'étoit auſſi préſentée à moi (*Mém. de l'Acad. 1782, page 601*); mais je penſois alors qu'il entroit réellement dans la compoſition de l'éther, au lieu qu'il me paroît prouvé par les obſervations précédentes, que c'eſt en ſe combinant avec une portion du gaz inflammable & de l'huile, qu'il agit & qu'il produit la ſéparation de l'éther.

Cette combinaiſon de l'air vital avec le gaz inflammable de l'eſprit-de-vin & avec celui de l'éther, n'eſt point douteuſe, car l'on a vu que l'un & l'autre, traités avec l'acide marin déphlogiſtiqué, ſe changeoient pour la plus grande partie en eau. L'air vital agit donc, dans cette circonſtance, de la même manière que dans l'expérience de M. Lavoiſier, ſi ce n'eſt qu'il ne ſe produit point de lumière ſenſible; & quoique la chaleur qui ſe dégage ſoit aſſez conſidérable, comme l'indique la fonte de la glace, elle l'eſt cependant moins que ſi l'air vital étoit dans l'état élaſtique. C'eſt une véritable combuſtion dont le principal réſultat eſt de l'eau, & qui ſe fait au milieu d'un fluide qui, étant bon conducteur de la chaleur, la diſtribue auſſitôt qu'elle eſt dégagée; de ſorte qu'il ne lui permet pas de s'accumuler dans quelques parties, comme il arrive dans la combuſtion qui ſe fait dans l'air.

Pour l'acide acéteux que j'ai retiré dans les expériences du premier §, & que je n'ai pas retrouvé dans celles du troiſième, je ne ſais s'il étoit d'abord formé, & ſi enſuite il s'eſt détruit; car M. Schéele a formé de l'acide acéteux en diſtillant de l'éther vitriolique avec de la manganèſe & de l'acide vitriolique, & pluſieurs expériences m'ont prouvé que l'acide marin déphlogiſtiqué décompoſe la plupart des acides végétaux; mais cet objet demande de nouvelles obſervations.

ANALYSE DE L'ALKALI VOLATIL.

Par M. BERTHOLLET.

Lû le 11 Juin 1785.

PLUSIEURS Chimiſtes ont penſé que l'alkali volatil devoit ſon origine à l'alkali fixe, & la plupart ont admis une matière inflammable dans ſa compoſition. M. Prieſtley, qui nous a appris à donner une forme gazeuſe à l'alkali volatil, a remarqué que le gaz alkalin agrandiſſoit les lumières qu'on y plongeoit, avant de les éteindre, & il l'a regardé comme inflammable.

Il a fait pluſieurs exploſions électriques dans le gaz alkalin, & il en a dégagé un gaz qui ne s'eſt plus laiſſé abſorber par l'eau, mais qui s'eſt trouvé inflammable. M. Van-Marum a auſſi réduit le gaz alkalin en gaz inflammable *(Deſcription d'une grande machine électrique, &c. page 128)*. D'un autre côté, M. Schéele a obſervé que l'alkali volatil ſe décompoſe, lorſqu'on le tient long-temps en digeſtion avec l'acide nitreux & la manganèſe, ou lorſqu'on diſtille le ſel ammoniac avec cette même chaux métallique *(Diſſertation ſur la manganèſe, page 94)*. Il remarque de plus, que l'alkali volatil eſt décompoſé par la chaux d'or, celle de mercure & d'autres métaux; il a retiré, dans ces différentes décompoſitions, un gaz phlogiſtiqué, ſans déterminer ſi ce gaz eſt un produit de l'opération, ou s'il exiſtoit auparavant dans l'alkali volatil. « En général, dit-il, toutes « les fois qu'un corps attire le phlogiſtique de l'alkali volatil, « l'une de ſes parties conſtituantes, on obtient toujours cette eſpèce d'air » *(Traité chimique de l'air & du feu, pages 202 & ſuiv.)*. M. Bergman conclut de ſes propres expériences ſur l'or fulminant, & de celles de Schéele, qu'on vient de rapporter, que l'alkali volatil contient du phlogiſtique, & que lorſque ce princiqe lui eſt ôté par une attraction ſupérieure, il s'en dégage *un fluide élaſtique d'une nature particulière, qui conſtitue probablement l'autre principe de l'alkali volatil.* M. Kirwan dit pareillement, dans ſes notes ſur le traité de l'air & du feu de Schéele, que la chaux d'or enlève le phlogiſtique à l'alkali volatil, & qu'*il ſe forme ſubitement une ſorte d'air qui, en vertu de ſes propriétés découvertes par Schéele, eſt un air phlogiſtiqué.*

En conſidérant les différentes expériences & les opinions dont je viens de préſenter un précis, j'ai eſpéré que je pourrois parvenir à une connoiſſance plus exacte de la nature de l'alkali volatil, & que je pourrois par ce moyen répandre du jour ſur pluſieurs opérations de la nature, dans leſquelles cet alkali ſe forme ou ſe détruit.

J'ai cherché premièrement à déterminer les produits qu'on obtient du nitre ammoniacal, lorſqu'il ſe décompoſe par l'action de la chaleur. J'ai mis pour cet objet deux onces de nitre ammoniacal ſéché avec ſoin, dans une petite cornue de verre, à laquelle étoit adapté un tube recourbé qui s'ouvroit au fond d'un flacon; un autre tube recourbé établiſſoit une communication entre ce premier flacon & un ſecond, au fond duquel il plongeoit également; enfin de ce dernier flacon partoit un tube qui ſe rendoit à un appareil hydro-pneumatique; les deux flacons étoient vides & environnés de glace. J'ai diſtillé à un feu bien ménagé, il eſt reſté dans la cornue un gros de nitre ammoniacal non décompoſé, & les deux flacons contenoient une once quarante-trois grains de liqueur; pendant toute l'opération il s'eſt dégagé une grande quantité de ce gaz ſingulier, qui a la propriété de ſe diſſoudre dans l'eau, ſans lui communiquer des propriétés acides, & dans lequel cependant une bougie brûle preſque comme dans l'air vital pur. M. Prieſtley a retiré un gaz ſemblable dans pluſieurs circonſtances, & il l'appelle *air nitreux déphlogiſtiqué;* il me paroît qu'effectivement on doit le regarder comme un gaz nitreux qui contient un peu plus d'air vital qu'à l'ordinaire.

J'ai diſtillé au bain-marie la liqueur obtenue dans l'opération précédente, & qui préſentoit des indices d'une acidité aſſez forte; un flacon qui ſervoit de récipient, étoit enveloppé d'un linge mouillé qu'on renouveloit de temps en temps; il eſt reſté dans la cornue quatre gros trente-deux grains de nitre ammoniacal qui avoit été volatiliſé ſans ſe décompoſer dans la première diſtillation. J'ai ſaturé d'alkali végétal la liqueur qui étoit paſſée dans le flacon, il ne s'eſt point dégagé d'odeur d'alkali volatil dans cette ſaturation; enfin j'ai fait évaporer au bain-marie la liqueur que je venois de ſaturer; j'en ai obtenu de l'eau parfaitement pure, ſemblable à de l'eau diſtillée, & il eſt reſté dans la cornue cinquante-quatre grains de nitre à baſe d'alkali fixe: ces cinquante-quatre grains de nitre doivent contenir, ſelon l'évaluation de M. Bergman, à peu-près vingt-ſept grains d'alkali, neuf grains d'eau & dix-huit grains d'acide pur. Voici donc les produits de cette opération, dans laquelle on a employé deux onces de nitre ammoniacal, dont un gros eſt reſté dans la cornue.

Liqueur contenue dans les flacons..........	1 once 43 grains.
Nitre ammoniacal contenu dans cette liqueur..	4 gros 32.
Acide nitreux contenu dans la même liqueur..	18.
Et par conſéquent eau formée.............	3 gros 65.

De ſorte que dans cette opération, il s'eſt décompoſé une once deux gros quarante grains de nitre ammoniacal, & il en eſt réſulté trois gros ſoixante-cinq grains d'eau.

Il y auroit peut-être une petite déduction à faire, à cauſe de l'eau de criſtalliſation du nitre ammoniacal décompoſé, quoiqu'il eût été fortement deſſéché; mais mon intention eſt principalement de prouver qu'il s'eſt formé de l'eau, & non de donner le calcul précédent comme rigoureux; il s'eſt fait d'ailleurs quelque perte d'eau dans l'opération, de ſorte que la quantité de celle qui a été formée, eſt probablement plus grande que je ne l'ai indiquée.

Les expériences qu'on a faites ſur la compoſition de l'eau, prouvent que l'eau eſt formée d'environ ſix parties en poids d'air vital, & d'une partie de gaz inflammable; & celles qu'on a faites sur la nature de l'acide nitreux, prouvent que cet acide contient environ 0,7 d'air vital: il faut donc que l'alkali volatil ait donné, dans l'expérience précédente, quarante grains $\frac{1}{7}$ de gaz inflammable, pour former l'eau avec l'air vital de l'acide nitreux. Donc *le gaz inflammable de l'eau est une partie constituante de l'alkali volatil.*

Ces expériences que j'avois faites conjointement avec M. de la Place, m'éclairèrent sur un phénomène que me présenta l'acide marin déphlogistiqué. Je savois déjà que cette substance étoit dûe à l'union de l'acide marin & de l'air vital; qu'elle ne se combinoit pas directement avec les alkalis fixes & avec les terres absorbantes, & qu'elle n'en chassoit pas l'air fixe; cependant lorsque j'éprouvai cet acide avec l'alkali volatil effervescent, & même avec l'alkali volatil caustique, j'observai qu'il faisoit effervescence, & qu'il perdoit à l'instant les propriétes qui le caractérisoient: j'attribuai ces phénomènes à la formation instantanée de l'eau par le gaz inflammable que je savois exister dans l'alkali volatil, & par l'air vital uni à l'acide marin, pareille à celle qui a lieu dans l'expérience précédente; je conjecturai que le gaz qui produisoit l'effervescence avec l'alkali volatil caustique, & que je séparois de l'air fixe, après l'effervescence de l'alkali volatil aéré, étoit l'autre principe qui formoit l'alkali volatil par sa combinaison avec le gaz inflammable. Je vais rappeler le passage de mon Mémoire où j'annonce les produits de l'alkali volatil: « l'acide marin déphlogistiqué se conduit tout autrement avec l'alkali volatil qu'avec l'alkali fixe; « l'effervescence a lieu, même lorsque l'alkali volatil est « caustique, parce qu'il se produit un gaz particulier, mais « elle est moins considérable; le sel ammoniac qui résulte « immédiatement, n'altère pas les couleurs, & est sem- « blable au sel ammoniac ordinaire; mais cette différence de « l'alkali volatil avec l'alkali fixe, dépend d'une combinaison « qui se forme dans l'instant entre l'alkali volatil & l'air «

» déphlogiſtiqué, combinaiſon qui a également lieu dans
» d'autres circonſtances, comme je ne tarderai pas à le faire
» connoître. »

Le gaz obtenu par le mélange de l'alkali volatil & de l'acide marin déphlogiſtiqué, m'avoit préſenté toutes les propriétés négatives qui caractériſent l'air phlogiſtiqué ou la mofette atmoſphérique; & l'on verra plus bas, que je me ſuis aſſuré de ſa nature; j'ai d'ailleurs prouvé que l'acide marin déphlogiſtiqué n'eſt qu'une combinaiſon d'acide marin & d'air vital: lors donc que l'acide marin déphlogiſtiqué décompoſe l'alkali volatil, en lui enlevant ſon gaz inflammable, il ne fait que dégager la mofette, qui par conſéquent exiſtoit dans l'alkali volatil. Il réſulte de-là que l'alkali volatil eſt une combinaiſon de gaz inflammable & de mofette, & ce réſultat ſera confirmé par les expériences qui ſuivront. On voit par-là d'où provenoient les bulles que M. Schéele a vues s'échapper des gouttes d'alkali volatil qu'il avoit miſes au col du ballon deſtiné à recevoir le gaz acide marin déphlogiſtiqué, & comment l'alkali volatil qu'il a mis digérer avec la manganèſe & l'acide nitreux, a pu être décompoſé.

Le gaz inflammable doit former de l'eau, lorſqu'il ſe combine avec l'air vital fixé dans les chaux métalliques; ſi l'on pouvoit avoir des doutes ſur cet objet, ils ſeroient diſſipés par les expériences que le célèbre Prieſtley vient de publier, quoique la théorie qu'il en donne ſoit différente de celle qui me paroît établie inconteſtablement ſur la formation de l'eau. Il a converti en chaux du mercure, du cuivre & du fer, dans de l'air vital; ces métaux ont acquis un poids égal à celui de l'air vital qui a diſparu dans leur calcination; enſuite il a revivifié ces chaux par le moyen du gaz inflammable, & il a retiré un poids d'eau égal à celui de l'air vital qui s'étoit fixé dans la calcination, & à celui du gaz inflammable qui a été employé dans la revivification.

J'ai donc penſé qu'en revivifiant une chaux métallique par

par l'alkali volatil, le gaz inflammable, dont l'existence étoit prouvée dans l'alkali volatil, par mes premières expériences, devoit former de l'eau en se combinant avec l'air vital des chaux métalliques, & que par-là, la mofette devoit être mise en liberté. J'ai dissous du cuivre dans l'alkali volatil, j'ai fait sécher avec soin le sel résultant de cette combinaison, je l'ai mis dans un tube de verre scellé à l'une de ses extrémités, & recourbé par l'autre, de manière à s'adapter à l'appareil hydro-pneumatique; en l'exposant ainsi à l'action de la chaleur, il s'en est dégagé de l'eau, le cuivre s'est complétement revivifié, & j'ai obtenu de la mofette: l'eau retenoit une portion d'alkali volatil non décomposé, qui tenoit encore un peu de chaux de cuivre en dissolution.

L'on voit à présent à quelle cause sont dûes les propriétés de l'or fulminant: l'or s'y trouve en état de chaux, c'est-à-dire, qu'il est uni avec de l'air vital; il est de plus combiné avec l'alkali volatil, comme l'a si bien prouvé M. Bergman; le gaz inflammable de l'alkali volatil forme de l'eau avec l'air vital, sa mofette est soudainement dégagée & le métal est revivifié.

Il me paroît que l'air vital abandonne d'autant moins du principe de la lumière ou de la chaleur, qu'il est plus foiblement combiné; de sorte qu'ayant peu d'affinité avec l'or, il doit en avoir conservé une certaine quantité, & l'abandonner en se combinant subitement, d'une manière plus intime, avec le gaz inflammable, pour former de l'eau; & de-là vient qu'on observe une petite lumière dans la détonation de l'or fulminant. J'attribue moins au dégagement de la mofette les grands effets de cette détonation, qu'à l'expansion de l'eau qui vient de se former & qui est réduite en vapeurs.

Je me suis servi du gaz qui se dégage dans la détonation de l'or fulminant, pour m'assurer que c'est réellement de la mofette que contient l'alkali volatil; & pour le retirer bien pur, j'ai rempli d'eau bouillie une petite cornue de verre, dans laquelle j'avois mis de l'or fulminant; j'ai diftillé cette eau à l'appareil pneumatique; lorfque la cornue s'eft trouvée sèche, l'or fulminant a détoné pour la plus grande partie, & quoiqu'il y en eût fept grains, la cornue n'a pas éclaté, parce que fon iffue étoit libre: j'ai enfuite retiré le gaz qui s'étoit dégagé, en plongeant la cornue dans l'eau; je l'ai mêlé avec les proportions d'air vital indiquées par M. Cavendish; j'ai foumis ce mélange à l'action de l'électricité, & la diminution qu'il a éprouvée a été femblable à celle qu'on obtient lorfqu'on fe fert de la mofette atmofphérique.

Dans toutes les décompofitions d'alkali volatil cauftique que j'ai faites, je n'ai point pu obferver qu'il fe dégageât d'air fixe, ainfi que M. Laudriani vient de le publier, & j'y ai apporté beaucoup d'attention: M. Bergman n'a également point obtenu d'air fixe de la détonation de l'or fulminant.

J'ai éprouvé que, lorfque j'expofois l'or fulminant à la chaleur avec beaucoup de ménagement, l'alkali volatil fe dégageoit de l'or fulminant fans fe décompofer; dans ce cas, l'or reftoit dans l'état de chaux, & perdoit fa propriété fulminante, ou du moins il ne faifoit que décrépiter, lorfqu'on le foumettoit à l'action d'une plus forte chaleur; cela explique une obfervation de M. Bergman, qui a prouvé qu'on pouvoit ôter à l'or la propriété fulminante, en le tenant expofé à une douce chaleur.

On trouve dans les Tranfactions philofophiques, que de l'or fulminant enfermé dans une boule de métal, & expofé ainfi à la chaleur, ne fit point de détonation. M. Bergman rapporte qu'il a fait deux expériences pareilles; il eft probable que l'air vital de la chaux d'or fe fera combinée avec l'autre métal, de forte qu'il n'y aura pas pu avoir décompofition de l'alkali volatil; c'eft ainfi qu'on revivifie une chaux métallique par un autre métal qui a plus d'affinité avec l'air vital. Mais fi la vapeur qui doit fe former trouve une iffue affez libre, la détonation a lieu, comme je m'en ſuis aſſuré en me ſervant de tubes de cuivre, dans leſquels j'avois placé de l'or fulminant: je mettois par-deſſus du ſable bien ſec, & je rempliſſois enſuite de mercure.

L'alkali volatil, & plus généralement le gaz inflammable, ne peuvent point revivifier complétement, par le moyen de la chaleur, les chaux des métaux qui ont la propriété de décompoſer l'eau; & lorſque M. Prieſtley dit qu'il a revivifié la chaux de fer par le gaz inflammable, il eſt très-probable qu'il n'a fait que lui ôter cette portion d'air vital qui n'avoit avec lui qu'une affinité inférieure à celle que ce principe a pour le gaz inflammable. Ainſi la chaux de manganèſe, qui a une forte affinité avec l'air vital, n'aura pu être privée par l'alkali volatil, dans les expériences de M. Schéele, qu'à peu-près de cette portion qui s'en dégage, lorſqu'on la traite avec les acides.

J'avois cherché à déterminer les proportions du gaz inflammable & de la mofette, qui compoſent l'alkali volatil, par le poids de l'alkali volatil qui ſe trouve combiné dans l'or fulminant, & par la quantité d'eau qui doit ſe former à l'inſtant de ſa détonation; & j'avois déduit cette quantité, de l'augmentation de poids qu'acquiert l'or lorſqu'on le précipite de ſa diſſolution par l'alkali minéral cauſtique, car cette augmentation eſt dûe à l'air vital, & l'on connoît qu'elle eſt la proportion de gaz inflammable qu'exige l'air vital pour former de l'eau. De ces différentes comparaiſons, j'avois conclu que le gaz inflammable formoit à peu-près le ſixième en poids, ou les deux tiers en volume, de l'alkali volatil *(Journal de phyſ. avril 1786, page 273)*.

Mais j'ai cherché depuis lors à déterminer les proportions des principes de l'alkali volatil, par une méthode plus directe & plus préciſe: j'ai décompoſé l'alkali volatil, par le moyen de l'étincelle électrique, ainſi que l'a fait M. Prieſtley; & comme je deſirois mettre beaucoup de préciſion dans cette expérience, j'ai prié M. le Préſident de Saron de vouloir bien y concourir.

Nous avons fait du gaz alkalin avec un mélange d'une partie de ſel ammoniac & de trois à quatre parties de chaux nouvellement calcinée, de manière qu'il devoit être dépourvu d'eau: nous avons pris les précautions néceſſaires pour qu'il fût bien pur: nous l'avons introduit dans un tube de verre garni d'un excitateur; l'eſpace qu'il occupoit, toutes corrections faites, a été évalué, par le moyen de l'eau, à 1,7 pouce cube. On l'a électriſé juſqu'à ce que l'augmentation du volume n'ait plus été ſenſible; après cela, on a introduit une petite quantité d'eau dans le tube, & on n'y a point reconnu d'abſorption, quoiqu'on l'ait agité, de ſorte que le gaz alkalin a paru entièrement décompoſé; l'augmentation de ſon volume a été de 1,6 pouce cube; enſuite on a introduit ce gaz dans l'eudiomètre de M. Volta, en mêlant ſucceſſivement chaque meſure avec de l'air vital, & en faiſant détoner après chaque addition, de la manière ſuivante:

	1.°	Deux meſures d'air vital.
		Une meſure de gaz alkalin décompoſé.
	2.°	Une meſure d'air vital.
		Une meſure de gaz.
	3.°	Deux meſures d'air vital.
		Une meſure de gaz.
	4.°	Une meſure de gaz.
En total,		Cinq meſures d'air vital, & quatre meſures de gaz.

Ces neuf meſures ont été réduites à $4,6^{mes.}$, de ſorte qu'il y a eu $4,4^{mes.}$ détruites. On a eu l'attention, dans cette expérience, de mettre une ſurabondance d'air vital pour être ſûr de détruire toute la partie combuſtible; mais on ſait que la combuſtion fait diſparoître à peu-près 145 meſures de gaz inflammable contre 74 d'air vital. Il réſulte de-là, que les $4,4^{mes.}$ détruites en repréſentoient 2,9 de gaz inflammable & 1,5 d'air vital. Donc les quatre meſures du gaz électriſé qu'on eſſayoit, repréſentoient $2,9^{mes.}$ de gaz inflammable & 1,1 de mofette; car les expériences détaillées dans ce Mémoire, prouvent bien que la partie de ce gaz qui n'eſt pas combuſtible, eſt de la mofette. Si l'on ſuppoſe que le poids de celle-ci ſoit au poids du gaz inflammable pur ∴ 11 : 1, le poids de la mofette contenue dans l'alkali volatil doit être à celui du gaz inflammable ∴ 121 : 29.

Les appréciations qu'on vient de faire s'accordent d'une manière ſatisfaiſante, avec le poids que M.rs Fontana & Kirwan ont reconnu dans le gaz alkalin, & qu'ils diſent être de 0,2 grains le pouce cube; l'on peut s'en aſſurer par un calcul facile.

Suivant M. Prieſtley, le gaz alkalin augmente à peu-près de trois fois ſon volume par le moyen de l'électricité; mais n'ayant pas eu pour but de déterminer les proportions des principes de l'alkali volatil, il n'aura pas pris les précautions néceſſaires, & il aura négligé les corrections qu'exige cette évaluation.

M. Van-Marum eſt au contraire au-deſſous de notre évaluation; 2 $\frac{7}{8}$ pouces de gaz alkalin ſe ſont accrus dans l'expérience qu'il décrit, juſqu'à 4 $\frac{1}{4}$, & pendant les quatre minutes ſuivantes, il s'eſt fait une diminution d'un quart de pouce. On peut conjecturer qu'il a ſoumis à l'électricité ſon gaz alkalin avant de lui avoir laiſſé prendre la température de l'atmoſphère, ou plutôt qu'il a laiſſé paſſer un peu d'eau dans le tube; car il a reçu ce gaz de l'eſprit de ſel ammoniac par la chaleur.

Je ferai voir inceſſamment que c'eſt par la combinaiſon de la mofette & du gaz inflammable, que l'alkali volatil ſe forme, ſoit dans la putréfaction, ſoit dans la diſtillation; je déterminerai la cauſe pour laquelle un genre de ſubſtance produit des liqueurs ſpiritueuſes, pendant qu'un autre produit de l'alkali volatil; & je développerai les principes deſquels dépend ce caractère remarquable qui diſtingue les ſubſtances de nature végétale, de celles qui ſont de nature animale.

L'on a auſſi obſervé qu'il ſe formoit de l'alkali volatil dans quelques opérations de chimie, ſur des ſubſtances de nature minérale. Ainſi, Pott rapporte que le zinc traité avec le nitre d'une manière qu'il décrit *(Diſſertation ſur le zinc)*, donne de l'alkali volatil. M. Higgins a dégagé de l'alkali volatil, en broyant avec l'alkali fixe de l'étain précipité ſpontanément de l'acide nitreux. Il faudroit ſuivre les détails de ces expériences pour déterminer comment la mofette s'eſt combinée avec le gaz inflammable; mais il faut remarquer que dans l'une & l'autre il s'eſt trouvé de l'acide nitreux qui a dû communiquer la mofette.

OBSERVATIONS
SUR LA COMBINAISON DE L'AIR VITAL AVEC LES HUILES.

Par M. BERTHOLLET.

DANS le cours des expériences que j'ai faites avec l'acide marin déplogistiqué, j'ai observé que les huiles par expression s'épaississoient & prenoient une telle pesanteur qu'elles descendoient au fond de l'eau, quoique la pesanteur spécifique de ce fluide fût augmentée par l'acide marin provenant de la décomposition de l'acide marin déphlogistiqué, dont les vapeurs y avoient été concentrées de la manière qui a été expliquée dans mon Mémoire sur l'esprit-de-vin & l'éther : l'huile essentielle de térébenthine a présenté le même phénomène. J'en ai conclu que les huiles se combinoient avec l'air vital, & que cette combinaison leur donnoit de la consistance & changeoit leurs propriétés. M. Schéele avoit déjà observé que les huiles essentielles s'épaississoient par l'action du gaz acide marin déphlogistiqué.

Novembre 1785.

De-là, j'ai tâché de reconnoître si les huiles pouvoient aussi se combiner avec l'air dans l'état élastique, & si l'air y conservoit ses propriétés, ou s'il formoit quelque combinaison dans laquelle il se trouvât déguisé. J'ai mis de la limaille de cuivre dans un flacon rempli d'huile d'amande douce qui venoit d'être exprimée; je l'ai bouché aussitôt. Le métal n'a point été attaqué, & l'huile n'a point changé de couleur dans un long espace de temps; mais de la même huile exposée à l'air avec un peu de cette limaille, a pris promptement une couleur verte dûe à la dissolution de cuivre. Un pareil mélange exposé dans un vaisseau rempli d'air vital, a pris pareillement une couleur verte, & l'air vital a éprouvé une diminution considérable; enfin la même huile, exposée pendant quelque temps à l'air, a, de même que l'huile d'olive, dissous le cuivre sans avoir besoin du contact de l'air.

L'on voit par-là que les huiles ont la propriété de se combiner avec l'air vital, même lorsqu'il est dans l'état élastique; que c'est par le moyen de cet air qu'elles peuvent dissoudre le cuivre; que par conséquent ce métal doit être réduit en chaux pour être tenu en dissolution dans les huiles, de même que pour se dissoudre dans les acides, & que l'air absorbé par les huiles par expression, y conserve les propriétés dissolvantes qui lui sont propres; mais le beurre, le suif, l'axonge & la térébenthine, que j'ai tenus en fusion à une légère chaleur sur la limaille de cuivre, ne l'ont point attaquée. L'air qui peut se trouver dans ces différentes substances, n'y conserve donc plus ses propriétés, mais il y forme probablement quelque acide, par exemple, l'acide sébacé de segner dans les graisses animales.

Cet état différent de combinaison, qui doit avoir également lieu pour le gaz inflammable, le charbon & les autres principes primitifs & secondaires, sert à expliquer ce qui se passe dans plusieurs opérations de la nature; les mêmes principes, en se rapprochant davantage, & en se plaçant, pour ainsi parler, dans une autre sphère d'activité, peuvent produire des composés très-variés. C'est ainsi, par exemple, que l'air vital qui servoit à former l'acide du tartre & de l'acète de potasse, dont j'ai décrit la décomposition (*Mém. de l'Acad. de 1782*), a dû se rapprocher & se combiner avec une partie du gaz inflammable, pour former de l'eau, & avec une partie du charbon, pour former de l'air fixe que j'ai effectivement trouvé combiné avec l'alkali; l'huile épaissie est aussi restée unie avec l'alkali: c'est ainsi que se détruisent des combinaisons & qu'il s'en forme de nouvelles, dans la fermentation & la putréfaction.

La cire a pris, en la fondant avec du cuivre, une belle couleur verte, de sorte qu'elle contient de l'air qui est doué de ses propriétés, mais qui probablement sert a former l'acide l'acide de la cire, lorſqu'on l'expoſe à l'action de la chaleur. J'ai conjecturé de-là que la cire n'étoit qu'une huile par expreſſion combinée avec l'air vital.

J'ai tenu l'huile d'amande douce ſur l'eau en contact avec l'air vital pendant un mois: l'air vital s'eſt abſorbé peu à peu, & il ſe formoit, dans l'huile, des concrétions blanches qui alloient en augmentant, & qui deſcendoient ſous la partie fluide de l'huile, à la ſurface de l'eau; mais dans cette expérience, il eſt reſté une portion d'huile qui m'a empêché de juger des propriétés de la partie qui étoit devenue concrète. J'ai laiſſé une couche très-mince de cette huile ſur de l'eau expoſée à l'air atmoſphérique pendant plus de trois mois; peu à peu elle eſt devenue concrète, très-blanche, & même friable à une température froide, mais elle ſe liquéfie à une température moins élevée que la cire. J'ai l'honneur d'expoſer ſous les yeux de l'Académie, cette ſubſtance qui me paroît avoir beaucoup de rapport avec la cire. J'ai fait quelques tentatives ſur d'autres eſpèces d'huile, dans l'eſpérance que je pourrois en trouver quelqu'une qui, expoſée long-temps ſur de vaſtes étendues d'eau, pourroit remplacer, à bas prix, la cire dont on fait uſage. Mais je n'ai pas juſqu'à préſent réuſſi d'une manière aſſez ſatisfaiſante, & je ſupprimerai le détail de mes eſſais.

Pendant que l'huile par expreſſion s'épaiſſit & prend la conſiſtance de la cire, il s'en ſépare un mucilage douceâtre qui ne ſe diſſout preſque pas dans l'eau; ce mucilage qui a pu s'épaiſſir par l'action de l'air, eſt-il la même choſe que le principe doux des huiles que M. Schéele a décrit? Eſt-ce à ce principe qu'eſt dû l'acide ſaccharin qu'on retire des huiles par l'acide nitreux?

Puiſque la cire contient déjà une quantité conſidérable d'air vital, elle doit produire moins d'effet dans la combuſtion, qu'un poids égal d'huile; toutefois cet effet doit être compenſé en partie par la ſéparation du mucilage dont je viens de parler.

Les huiles éthérées doivent également perdre beaucoup de leur propriété combuſtible, lorſqu'elles ſe changent en réſine en ſe combinant avec l'air vital de l'atmoſphère. Les huiles peuvent auſſi s'épaiſſir, parce qu'on les prive d'une partie du gaz inflammable qui entre dans leur compoſition; c'eſt ce qui arrive dans la diſtillation, & c'eſt ainſi que l'acide nitreux & l'acide vitriolique agiſſent ſur elles.

J'ai fait uſage de l'acide marin déphlogiſtiqué, pour détruire la couleur verte de la cire végétale, qui par-là n'eſt pas devenue auſſi blanche que la cire ordinaire, car elle conſerve une teinte jaune; mais elle a pris de la tranſparence, & elle doit être plus propre à la combuſtion que lorſqu'elle contient la partie colorante.

SUITE DES RECHERCHES

SUR LA

NATURE DES SUBSTANCES ANIMALES,

Et sur leurs rapports avec les substances végétales.

Par M. BERTHOLLET.

J'AI formé depuis long-temps le projet de comparer les produits qu'on obtient par les agens chimiques, des substances végétales & des substances animales, pour déterminer les différences qui les distinguent les unes des autres, & j'ai présenté à l'Académie, en 1779, les premières expériences que j'avois faites sur cet objet; j'espère que celles dont je rendrai compte aujourd'hui, jetteront quelque jour sur cette matière obscure qui exigera des recherches beaucoup plus étendues. Décembre 1785.

J'ai prouvé, dans le Mémoire dont je viens de parler, que les substances animales donnoient, lorsqu'on les traitoit avec l'acide nitreux, une quantité plus ou moins considérable d'acide saccharin & d'une huile particulière, & qu'elles laissoient un résidu sur la nature duquel j'ai remis à m'expliquer: j'y ai remarqué que l'alkali volatil qu'on retire des substances animales, se forme dans la distillation ou dans la putréfaction, puisque, s'il existoit dans ces substances, on en retireroit un sel ammoniacal par le moyen de l'acide nitreux avec lequel on les décompose.

Les expériences que j'ai faites depuis ce temps-là sur la nature de l'alkali volatil, m'ont engagé à remonter à sa formation, & à rechercher quelle pouvoit être l'origine des principes qui le composent; comme j'y avois reconnu l'existence de la mofette, je conjecturai que je devois retrouver ce principe dans les ſubſtances qui peuvent former de l'alkali volatil, & j'eſpérai que je déterminerois par-là une propriété qui diſtingue eſſentiellement les ſubſtances animales des végétales, & qui doit ſervir à expliquer pluſieurs phénomènes qui en dépendent. Il a fallu pour cela examiner la nature des gaz qui ſe dégagent des ſubſtances animales, lorſqu'on les décompoſe par l'acide nitreux, & ceux qu'on en retire par le moyen de la diſtillation ou de la putréfaction. Je ne parlerai cependant pas encore, dans ce Mémoire, du gaz qui ſe dégage par la putréfaction.

M. Prieſtley n'a pas oublié d'obſerver les différences des gaz qu'on obtient des ſubſtances animales & des ſubſtances végétales, lorſqu'on les traite avec l'acide nitreux; il a remarqué que les premières donnoient une grande quantité d'un gaz ſemblable à l'air phlogiſtiqué, tantôt pur, tantôt mêlé à du gaz nitreux, & toujours accompagné d'un peu d'air fixe. Il ajoute qu'il a obſervé, dans quelques circonſtances, un gaz qui s'abſorboit ſans précipiter l'eau de chaux, & enfin un gaz de nature inflammable; mais ce célèbre phyſicien n'a pas cherché à diſſoudre parfaitement ces ſubſtances; de ſorte qu'en continuant ſon opération, non-ſeulement il a décompoſé une partie de l'acide ſaccharin qui s'étoit formé, mais il y a lieu de croire qu'il a décompoſé, par l'action de la chaleur, une partie des ſubſtances animales miſes en expérience.

J'ai mis une once de ſoie avec ſix onces d'acide nitreux concentré & dégazé, le thermomètre étant à 18 degrés au-deſſus de zéro; il s'en eſt dégagé, ſans feu, près de 120 onces meſures de gaz, dont une très-petite partie s'eſt abſorbée dans l'eau de chaux, & en a précipité la terre calcaire; le reſte préſentoit les apparences de la mofette. Pour m'aſſurer de ſa nature, j'en mêlai une portion avec les proportions d'air vital indiquées par M. Cawendish, & je ſoumis ce mélange à l'électricité, en ſuivant le procédé que nous a donné cet illuſtre chimiſte; il fut diminué avec les mêmes apparences que lorſqu'on ſe ſert, pour cette expérience, de la mofette atmoſphérique, de ſorte qu'on ne peut douter que le gaz que j'avois obtenu ne fût réellemeut de la mofette.

La ſoie étoit entièrement diſſoute, & il ſurnageoit quelques portions de graiſſe concrète que je ſéparai : je verſai un peu de cette diſſolution dans l'eau de chaux, qui ne fut point troublée; mais en y ajoutant une goutte d'acide ſaccharin, il s'y formoit tout de ſuite un précipité. Il n'y avoit donc point encore d'acide ſaccharin de formé : ſi on ſature cette diſſolution avec un alkali, il ne s'y fait point de précipité; ſeulement la liqueur prend une couleur orangée.

Je mis un charbon allumé ſous le vaſe qui contenoit cette liqueur; il ſe fit promptement une effervеſcence vive accompagnée de beaucoup de chaleur, & il ſe dégagea une grande quantité de gaz nitreux, quoique j'euſſe éloigné le charbon du vaiſſeau : l'effervеſcence étant finie, la liqueur a formé avec l'eau de chaux un précipité abondant de ſaccharte calcaire. La même expérience répétée ſur différentes ſubſtances animales, a toujours préſenté les mêmes réſultats: mais j'entends par *ſubſtances animales*, toutes celles qui donnent de l'alkali volatil dans la diſtillation. Ainſi j'ai retiré la mofette de la partie glutineuſe du froment, de la ſemence du *ſinapis nigra, Lin,* & de la fécule verte qu'on retire par l'ébullition des ſucs de plantes, & dont j'avois ſéparé la plus grande portion de la partie colorante, par le moyen de l'eſprit-de-vin. On croiroit, d'après ce que rapporte M. Prieſtley, que l'on ne retire point de gaz nitreux de quelques-unes de ces ſubſtances; mais j'ai toujours obſervé que ce gaz ſuivoit le dégagement de la mofette, & que les ſubſtances animales en donnoient alors comme les végétales, pourvu qu'on n'employât pas une trop grande chaleur; car alors le gaz nitreux peut être décompoſé, comme on le verra plus bas.

Lorſqu'une ſubſtance animale a donné ſa mofette, ſi on ſature d'alkali fixe l'acide nitreux qui la tient en diſſolution,

& qu'on procède à l'évaporation, les premiers criſtaux ſont d'un jaune rougeâtre & bien formés, la couleur de la liqueur ſe fonce de plus en plus, & les dernières portions de nitre ſont mêlées à une ſubſtance brune qui a l'apparence d'un extrait, & qui ſe diſſout très-peu dans l'eſprit-de-vin. C'eſt la ſubſtance animale privée de mofette; je n'ai pu la débarraſſer ſuffiſamment du nitre pour l'examiner dans cet état.

J'ai traité avec l'acide nitreux pluſieurs ſubſtances végétales, ainſi que l'avoit fait M. Prieſtley; elles ont toujours commencé par me donner du gaz nitreux qui étoit mêlé à une portion plus ou moins grande d'air fixe.

Voilà donc un caractère qui diſtingue ces deux genres de ſubſtances; mais la mofette qu'on retire des ſubſtances animales, ne peut point être dûe à une décompoſition de l'acide nitreux, puiſqu'après la mofette on retire une quantité ſuffiſante de gaz nitreux, ſi on fait l'expérience ſans employer trop de chaleur; ce qui prouve que ce n'eſt qu'alors que l'acide nitreux commence à ſe réſoudre en gaz nitreux & en air vital: celui-ci ſe combine avec une partie des ſubſtances animales, analogue à la matière nutritive des végétaux *(a)*, pour former avec elles de l'acide ſaccharin. La mofette qu'on retire appartenoit donc aux ſubſtances animales; elle en eſt dégagée par l'acide nitreux qui les diſſout, & qui agit enſuite ſur elles comme ſur les ſubſtances végétales.

Il ne faut donc pas confondre la mofette qu'on retire ainſi, avec celle qu'on obtient de quelques diſſolutions métalliques par l'acide nitreux: pour ne laiſſer aucun doute ſur l'action de l'acide nitreux, je prie qu'on me permette une diſcuſſion ſur la nature de cet acide, quoique cette diſcuſſion n'offre peut-être rien de nouveau à quelques phyſiciens. L'acide nitreux, comme l'a prouvé M. Cawendish,

(*a*) Depuis la lecture de ce Mémoire, M. de Morveau a prouvé que c'étoit la partie huileuſe du ſucre & des autres ſubſtances, ſoit végétales, ſoit animales, qui formoit la baſe de l'acide ſaccharin.

est composé d'air vital & de mofette; lorsqu'on présente à cet acide une substance qui a une certaine affinité avec l'air vital, une grande partie de cet air se combine avec elle, & une autre partie reste unie à la mofette, suivant les loix connues des affinités, & forme le gaz nitreux; mais si l'on décompose l'acide nitreux fortement combiné à une substance, de manière qu'il soit contraint de soutenir un degré de chaleur suffisant, ces deux principes se séparent entièrement: de-là vient que lorsqu'on décompose le nitre par l'action de la chaleur, les dernières portions d'air qu'on retire ne sont pas de l'air vital pur, comme je l'ai fait voir dans mon Mémoire sur la décomposition du nitre *(Mémoires de l'Académie, 1781)*; de-là vient encore la mofette qui se trouve mêlée avec l'air fixe, dans la détonation du nitre & du charbon, & dont M. Lavoisier a déterminé les proportions.

On peut facilement séparer l'air vital de la mofette avec laquelle il est combiné dans le gaz nitreux, quoique ces deux principes soient unis plus intimement dans les proportions dans lesquelles ils se trouvent alors, que ne l'est la portion surabondante d'air vital qui constitue l'acide nitreux. Un moyen de faire cette séparation, est d'exposer le gaz nitreux sur une dissolution de foie de soufre; l'air vital est absorbé par le soufre, & forme de l'acide vitriolique, & la mofette reste seule. On peut encore opérer cette séparation par le moyen du pyrophore qui brûle dans le gaz nitreux, mieux que dans l'air atmosphérique; ou enfin par le moyen de l'étincelle électrique, comme l'ont fait M.rs Priestley & Van-marum: le dernier a fait cette expérience avec beaucoup de soin, & il a observé que trois pouces de gaz nitreux étoient réduits à un pouce $\frac{3}{8}$, & qu'alors il n'avoit plus ni l'odeur ni aucune autre propriété du gaz nitreux; il se forma une poudre d'un jaune-blanchâtre, qui se changea en précipité rouge par la chaleur d'un charbon ardent *(Description d'une très-grande machine électrique, page 118)*. Le mercure s'étoit donc combiné avec l'air vital, & c'eſt la mofette qui formoit le réſidu: ainſi, ſuivant cette expérience, le volume de la mofette qui exiſte dans le gaz nitreux, ſeroit à celui de l'air vital : : 11 : 13; mais il paroît qu'il s'eſt reproduit un peu d'acide nitreux qui s'eſt combiné avec la chaux de mercure, puiſque le ſel mercuriel qui s'eſt formé étoit d'un jaune-blanchâtre, ce qui donneroit une plus grande proportion d'air vital. J'ai obtenu une plus petite quantité de mofette en décompoſant le gaz nitreux par l'hépar. On peut expliquer par les mêmes principes pluſieurs décompoſitions du gaz nitreux qu'on trouve dans M. Prieſtley.

Lorſqu'on diſſout dans l'acide nitreux une ſubſtance métallique qui a beaucoup d'affinité avec l'air vital, & qu'il ſe produit une grande chaleur dans cette diſſolution, ce n'eſt pas du gaz nitreux qui ſe dégage, mais de la mofette, parce que tout l'air vital eſt retenu par la ſubſtance métallique; ou bien, ſelon les circonſtances de l'opération, le gaz qu'on obtient eſt en partie du gaz nitreux, & en partie de la mofette: telle eſt l'origine du gaz qu'on retire de la diſſolution du zinc par l'acide nitreux. Si la diſſolution du fer eſt rapide ou favoriſée par la chaleur, il ne s'en dégage de même que de la mofette pure, ou mêlée à une quantité plus ou moins grande de gaz nitreux: de-là viennent les différences qu'on obſerve dans le gaz nitreux; & ſi on l'a obtenu par le moyen des ſubſtances végétales ou animales, il contient de plus de l'air fixe.

Ces conſidérations nous font voir à quelles inexactitudes eſt ſujette l'épreuve du gaz nitreux, pour déterminer la pureté de l'air par la diminution que ce gaz y produit. Il y a particulièrement, à mon avis, un inconvénient qu'on ne peut éviter, ni par la méthode qu'a donnée M. Lavoiſier, ni par celle de M. Cawendish, c'eſt que l'acide nitreux qui ſe forme par l'union de l'air vital & du gaz nitreux, diſſout plus ou moins de gaz nitreux, ſelon la température, la qualité de l'air qu'on éprouve, la grandeur de l'eudiomètre &

pluſieurs

plusieurs autres circonstances; de sorte que la diminution varie en raison de la quantité plus ou moins grande de gaz nitreux absorbé par l'acide nitreux qui vient de se former. Il me paroît, par exemple, que plus la température est froide, plus l'absorption du gaz nitreux est grande, de sorte qu'on attribue une plus grande pureté à l'air, si on l'éprouve en hiver, au lieu d'en faire l'essai dans un temps chaud; ce qu'on peut vérifier sur la plus grande partie des opérations eudiométriques qui ont été faites jusqu'à présent. Ainsi l'épreuve du gaz nitreux ne peut être comparée, pour la précision, à celle de l'hépar, ou du mélange de soufre & de limaille de fer qu'a indiqués M. Schéele, & auxquels on peut substituer toute autre substance qui a la propriété de se combiner avec l'air vital & de le séparer de la mofette.

J'observerai, à l'occasion du soufre & de la limaille de fer, qu'il est facile à présent d'assigner la cause d'un phénomène que M. Priestley a observé, & dont il n'a pas donné l'explication. La limaille de fer & le soufre étant humectés & privés du contact de l'air, donnent du gaz inflammable, au lieu qu'il ne s'en dégage point, s'ils ont le contact de l'air, & alors l'air est diminué: ce mélange s'empare du phlogistique *dans son état naissant,* a dit M. Priestley *(Expériences sur différentes branches de la physique, volume III, section VIII).* Dans le premier cas, l'eau se décompose, son air vital se combine avec le fer & avec le soufre, pour former du vitriol, tandis que son gaz inflammable se dégage; mais s'il y a contact d'air vital ou d'air atmosphérique, le fer & le soufre se combinent plus facilement avec l'air vital qui est libre, qu'avec celui de l'eau; de sorte que la portion pure de l'air atmosphérique est absorbée & il ne reste que la mofette, à moins que la décomposition de l'eau ne commence & ne produise du gaz inflammable.

J'ai expliqué quelques phénomènes qui sont dûs à la décomposition du gaz nitreux; mais il en est d'autres qui tiennent au contraire à l'affinité de ce gaz avec l'air vital, & dont on n'a pas connu jufqu'à préfent la véritable caufe.

Si l'on agite du gaz nitreux avec une diffolution de vitriol martial, comme l'a éprouvé M. Prieftley *(Expér. & obferv. fur differ. branches de la phyfique, tome I, page 63)*, le gaz nitreux s'abforbe, & la diffolution de vitriol devient noire, comme fi on y avoit mêlé l'infufion d'une fubftance aftringente. M. Prieftley dit que quelques gouttes d'acide nitreux produifent le même effet; mais j'ai obfervé que l'acide nitreux bien dégazé ne produifoit aucun changement dans la diffolution de vitriol, tandis que la plus petite quantité de celui qui avoit une couleur foncée, produifoit le même effet que le gaz nitreux; j'ai obfervé auffi que la diffolution de vitriol fe troubloit à mefure qu'elle noirciffoit, & que par un long repos la partie noire fe dépofoit, quoique fa ténuité ne permette pas de la retenir fur un filtre.

Il me paroît que, dans cette expérience, le gaz nitreux enlève une portion d'air vital à la chaux de fer, qui dans cet état ne peut plus être tenue en diffolution dans les acides, & qui eft précipitée fous la forme d'éthiops martial: c'eft auffi le gaz nitreux furabondant qui produit le même effet, fi l'on emploie l'acide nitreux coloré.

Lorfqu'on décompofe en partie le nitre par la diftillation, le réfidu eft un fel formé d'alkali & d'acide avec excès de gaz nitreux; c'eft ce qu'on a nommé *nitre phlogiftiqué.* M. Cawendish a diffous ce fel dans l'eau, il y a ajouté affez d'acide nitreux purifié, pour que l'acidité fût fenfible, & il a obfervé que cette liqueur faline précipitoit la diffolution d'argent, quoiqu'il eût éprouvé qu'elle ne contenoit point d'acide marin. C'eft encore au gaz nitreux qu'eft dûe cette précipitation, parce qu'il enlève à la chaux d'argent une portion de l'air vital dont elle avoit befoin pour être tenue en diffolution; mais le gaz nitreux ne peut produire cet effet lorfqu'il eft feul, il faut la préfence de l'alkali qui y contribue par fon affinité. J'ai donné dans mon Mémoire fur l'eau régale, plufieurs exemples de ces affinités qui concourent indirectement à une combinaison : je reviens à mon objet.

Les substances animales, ou plutôt celles qui donnent de l'alkali volatil, contiennent beaucoup de mofette; mais j'ai prouvé dans un Mémoire, que l'alkali volatil étoit une combinaison de mofette & de gaz inflammable ; j'ai prouvé d'ailleurs que l'alkali volatil n'existoit point dans les substances animales, mais qu'il étoit formé dans la distillation & dans la putréfaction : si donc je ne retrouve pas la mofette dans d'autres produits de la distillation, je conclurai qu'elle a servi à former l'alkali volatil.

Si l'on excepte l'alkali volatil, il n'y a dans les produits de la distillation des substances animales, que la partie gazeuse où l'on puisse soupçonner que la mofette soit entrée : c'est donc sur elle que mes recherches vont se diriger; je comparerai le gaz qu'on retire des substances animales, avec celui qu'on obtient des substances végétales, des huiles, du charbon, & celui qui se dégage des marais.

Depuis que M. Volta a fait connoître qu'il y avoit une différence remarquable entre le gaz inflammable qu'on retire de la dissolution des métaux, & celui qui se dégage des marais, ou qu'on obtient par la distillation des substances végétales, plusieurs physiciens & chimistes ont fait des expériences sur ces derniers gaz, & ont eu des opinions différentes sur leur nature. M. Volta les a regardés comme possédant une plus grande quantité de phlogistique que le gaz retiré par le moyen des métaux, parce que, à volume égal, ils détruisent une plus grande quantité d'air vital. M.rs Buquet & de Fourcroy ont pensé que le gaz des marais n'étoit qu'un mélange d'acide méphitique & de gaz inflammable des métaux (*Journal de physique, 1779*). M.rs Neret, Chaussier & Barbier de Tinan, ayant observé que l'huile donnoit beaucoup de gaz inflammable dans sa décomposition, ont attribué à l'huile tout le gaz inflammable qu'on retire de la décomposition des substances végétales & animales, ainsi que le gaz des marais. Enfin M. Sennebier croit que tous les gaz inflammables ſont compoſés d'une baſe acide, d'eau & de phlogiſtique, & qu'ils diffèrent entr'eux par la nature de l'acide & par la quantité du phlogiſtique.

Mais 1.° des explications qui ne portent que ſur la quantité du phlogiſtique, ne peuvent plus ſatisfaire, depuis les connoiſſances qu'on a acquiſes ſur la compoſition de l'eau & ſur la nature de l'air fixe & de l'acide nitreux; 2.° il me paroît qu'on ne peut pas regarder le gaz inflammable des marais, comme un mélange d'air fixe & de gaz inflammable de l'eau, parce que ſi cela étoit, il faudroit moins d'air vital pour faire la combuſtion d'un volume de ce gaz, que pour celle d'un volume égal de gaz inflammable retiré par le moyen des métaux, or c'eſt tout le contraire qui a lieu; 3.° on ne peut pas dire que ces gaz ſont toujours formés par l'huile, puiſque le charbon en donne pourvu qu'il ſoit un peu humecté; d'ailleurs il reſteroit à expliquer la nature du gaz inflammable huileux; 4.° enfin il eſt bien prouvé que le gaz inflammable des métaux & l'air vital bien pur ne forment que de l'eau ſans acide, que lorſqu'il ſe forme de l'acide nitreux, il eſt dû à la mofette; & il me paroît que c'eſt à elle qu'on doit attribuer l'acide que M. Sennebier aura pu trouver dans ſes expériences, dans leſquelles il a toujours employé l'air atmoſphérique.

J'ai comparé les quantités d'air vital que détruiſent, dans leur combuſtion, les différentes eſpèces de gaz que je vais nommer, ainſi que les quantités d'air fixe qu'elles produiſent & le réſidu qu'elles laiſſent; après cela j'ai déduit les quantités de chaque eſpèce de gaz inflammable qu'il falloit pour cent meſures d'air vital, en négligeant cependant, dans cette évaluation, les réſidus qui ont été à peu-près en même quantité pour toutes les eſpèces de gaz, excepté celle des marais qui contient manifeſtement de la mofette. Pour trouver ces proportions, j'ai ajouté, dans un eudiomètre à gaz inflammable, des portions ſucceſſives d'air vital & du gaz inflammable que j'éprouvois, juſqu'à ce que j'euſſe obtenu par la détonation un très-petit réſidu, & j'ai conclu de-là les proportions pour cent meſures de mélange; mais dans cette réduction, j'ai pris les nombres les plus voiſins des nombres entiers & des dixièmes, en négligeant les autres fractions; il m'auroit d'ailleurs été poſſible de trouver des réſidus plus petits, en variant encore plus les proportions : ainſi il ne faudra regarder les nombres qui ſuivront, que comme des réſultats très-approchés.

Je vais donner pour exemple les détails d'une de mes opérations :

Quatre meſures de gaz inflammable retiré de la ſoie par la diſtillation, & dépouillé de ſon air fixe par l'eau de chaux, mêlées à trois meſures d'air vital retiré du précipité rouge, ont été réduites, par la détonation,

à	6,6.	air fixe 0,6.
Après l'agitation à	6.	
Après l'addition d'une meſure d'air vital, & la détonation	4,3.	0,5.
Après l'agitation	3,8.	
Une meſure d'air vital	3.	1,3.
Après l'agitation	1,7.	
Une meſure d'air vital	2,1.	0,8.
———	1,3.	
Une meſure de gaz inflammable, l'électricité n'a rien produit.		
Deux meſures d'air vital	2,8.	1.
———	1,8.	
Une meſure d'air vital, l'électricité n'a rien produit.		
Une de gaz inflammable	2,4.	1,1.
———	1,3.	

Quantités employées.	Gaz inflammable	6 meſures.
	Air vital	9.
	TOTAL	15.

Réſidu	1,3.
Diminution	13,7.
Air fixe produit	5,3.

D'où j'ai conclu qu'en ſuivant la même proportion, tant pour les quantités d'air vital & de gaz inflammmable que pour les produits & les réſidus, cent meſures de mélange auroient donné le réſultat ſuivant :

Quantités employées.	Gaz inflammable	40 meſures.
	Air vital	60.
	TOTAL	100.
Réſidu		8,6.
Diminution		91,4.
Air fixe produit		35,4. (a).

C'eſt de cette manière que j'ai conſtruit la table ſuivante :

		PROPORTIONS.		RÉSIDU.	DIMINUTION.	AIR FIXE produit.
		GAZ inflammable.	AIR VITAL.			
Gaz inflammable.	des Marais.	40 meſures.	60 meſures.	16 meſ.	84 meſures.	29 meſ.
	du Charbon.	42.	58.	6,7.	93,3.	25.
	de la Soie.	40.	60.	8,6.	91,4.	35,4.
	du Sucre.	50.	50.	5.	95.	40.
	de l'Huile.	43.	57.	8,5.	91,5.	53,5.

(a) Il me paroît que juſqu'à préſent on a mis trop peu de préciſion dans les expériences par leſquelles on a cherché à déterminer les proportions d'air vital & de chaque eſpèce de gaz inflammable, qui ſe détruiſent par la combuſtion ; je vais en donner un exemple. M. Volta dit qu'une meſure de gaz inflammable des marais détruit deux meſures d'air vital, & qu'une de gaz huileux en détruit quatre. M. Sennebier au contraire n'a employé qu'une meſure & demie d'air commun contre deux meſures de gaz du charbon, &c; mais ni l'un ni l'autre n'ont cherché à obtenir le réſidu le plus petit.

J'ai déduit de cette table les proportions de chaque eſpèce de gaz inflammable qu'exigeroient cent meſures d'air vital, & la quantité d'air fixe qui doit réſulter de leur détonation; j'ai négligé, dans ce calcul, le réſidu, mais je crois qu'il changeroit peu ces proportions, ſi ce n'eſt relativement au gaz des marais, parce qu'il eſt encore compoſé d'une partie de gaz inflammable & d'air vital, & qu'il contient une portion de mofette qui accompagne toujours l'air vital retiré du précipité rouge.

Il faut remarquer qu'une autre partie de ce réſidu eſt dûe à l'air qui ſe dégage de l'eau à cauſe du vide qu'a produit la détonation. Ce dégagement doit être plus conſidérable, lorſqu'on eſt obligé d'agiter long-temps pour faire abſorber l'air fixe, & de répéter pluſieurs fois cette opération.

	GAZ INFLAMMABLE				
	des MARAIS.	du CHARBON.	de LA SOIE.	du SUCRE.	de L'HUILE.
Air vital, cent meſures.	66,7.	72,4.	66,7.	100.	75,4.
Air fixe, produit.....	48,3.	43,1.	59.	80.	93,8.

On peut enſuite conclure la quantité en poids de charbon que contiennent cent pouces cubes de chaque eſpèce de gaz inflammable : il ſuffit pour cela de chercher, d'après la table précédente, la quantité de pouces cubes d'air fixe que donneroient, en ſuivant les proportions de la table, cent pouces cubes de chaque eſpèce de gaz inflammable qu'on feroit détoner avec la quantité néceſſaire d'air vital; & l'on ſait, par les expériences de M. Lavoiſier, quelle eſt la proportion du charbon qui entre dans la compoſition de cent grains d'air fixe; c'eſt-à peu-près 0,28. De cette manière on aura les proportions ſuivantes:

	CENT POUCES CUBES DE GAZ INFLAMMABLE				
	des MARAIS.	du CHARBON.	de LA SOIE.	du SUCRE.	de L'HUILE.
Air fixe en pouces cubes.	72,4.	59,5.	88,4.	80.	121.
Air fixe en grains.	50,3.	41,3.	61,4.	60,8.	84.
Poids du charbon contenu dans l'air fixe, & conféquemment dans le gaz inflammable.	14,	11,6.	17,1.	17.	23,5.

L'on peut reconnoître quelle eſt la quantité d'air vital employé dans chaque expérience à former de l'air fixe, & il eſt très-vraiſemblable que le reſte eſt employé à faire de l'eau; mais cette conſidération ne peut avoir lieu pour toutes les eſpèces de gaz inflammable: le gaz huileux laiſſe apercevoir d'une manière manifeſte, par ſon odeur pénétrante, qu'il tient en diſſolution un acide, quoiqu'on le laiſſe ſéjourner long-temps ſur l'eau de chaux, & il eſt probable que les gaz de toutes les ſubſtances végétales en tiennent également. De-là vient qu'ils donnent plus d'air fixe que celui du charbon, quoiqu'ils exigent moins d'air vital. Je n'appliquerai donc cette idée qu'au gaz du charbon: cent pouces cubes d'air vital font avec ce gaz 43,1 pouces cubes d'air fixe, & il ne doit entrer qu'environ un volume égal d'air vital dans l'air fixe; car lorſque l'air vital eſt changé en air fixe par la combuſtion du charbon ſans le contact de l'eau, il ne ſe fait qu'une très-petite diminution de volume. Il reſteroit donc environ cinquante-ſix pouces d'air vital qui doivent former de l'eau avec le gaz inflammable aqueux qui entre dans la compoſition des 72,4 pouces cubes de gaz inflammable du charbon qui ont été employés: or cinquante-ſix pouces d'air vital exigent près d'un volume double

double de gaz inflammable aqueux. Il faut donc que le gaz inflammable de l'eau se concentre en dissolvant le charbon *(a)*, de sorte que la différence de pesanteur spécifique de ces deux gaz inflammables ne dépend pas seulement du charbon qui est tenu en dissolution, mais aussi de cette concentration.

L'on peut donc se former une idée juste de la nature du gaz charbonneux, qu'on peut regarder comme la base des autres gaz inflammables qui sont retirés des substances animales & des substances végétales. C'est du gaz inflammable de l'eau qui, en se dégageant, a dissous du charbon, & qui en même-temps a éprouvé une contraction dans son volume; de-là vient qu'il ne pèse que trois à quatre fois moins que l'air atmosphérique, qu'il donne de l'air fixe dans sa combustion, & qu'il détruit une plus grande quantité d'air vital que le gaz de l'eau; mais quoiqu'il y ait proportionnellement plus de gaz inflammable dans le gaz du charbon que dans celui de l'eau, la détonation en est cependant beaucoup moins vive; je crois que cette différence dépend de ce que l'eau, en se formant, se trouve unie avec l'air fixe, qui ne lui permet pas de former une vapeur si rare que si elle n'étoit pas combinée.

Les expériences desquelles j'ai déduit les nombres des différentes tables ont été répétées plusieurs fois sur des gaz retirés par différentes distillations, lavés avec soin & conservés plusieurs jours sur l'eau. Les résultats différoient très-peu entr'eux, si ce n'est à l'égard du gaz du charbon qui a exigé des proportions assez différentes d'air vital; dans une expérience, le rapport de l'air vital a été à celui du gaz du charbon :: 3 : 4; dans une seconde :: 5 : 5; & dans celle que j'ai choisie :: 7 : 5; de sorte que le degré de chaleur qu'on emploie pour dégager ce gaz, ou peut-être d'autres circonstances

(a) C'est postérieurement à la lecture de ce Mémoire & dans les expériences que nous avons faites sur le fer, M.rs Vandermonde, Monge & moi, que nous avons déterminé ensemble cette contraction de volume qu'éprouve le gaz inflammable en dissolvant le charbon; mais j'ai cru pouvoir me permettre de me servir ici de cette observation pour donner une idée plus complète du gaz charbonneux.

modifient ſes propriétés. J'ai toujours rejeté la première partie du gaz qui paſſe dans la diſtillation & qui contient de la mofette que le charbon avoit abſorbé de l'atmoſphère.

Le but principal que je m'étois propoſé dans les expériences que je viens de décrire, étoit d'examiner ſi je retrouverois la mofette dans le gaz qu'on obtient de la diſtillation des ſubſtances animales; mais l'on a vu que le gaz obtenu de la ſoie, que j'ai priſe pour exemple, ne laiſſe dans la détonation avec l'air vital qu'à peu-près autant de réſidu que celui des ſubſtances végétales; d'où il faut conclure que cette mofette eſt entrée dans la compoſition de l'alkali volatil: c'eſt donc à la mofette que les ſubſtances animales contiennent, qu'elles doivent la propriété diſtinctive de donner de l'alkali volatil, & celui qu'on retire en plus ou moins grande quantité de la diſtillation de la plupart des ſubſtances végétales, eſt dû ou à la partie glutineuſe, ou à une partie analogue qui ſe trouve ordinairement confondue avec la partie purement végétale.

Toutes les fois donc qu'on obtient de l'alkali volatil d'une ſubſtance, on peut en conclure qu'elle contenoit de la mofette, & toutes les fois qu'une ſubſtance donne de la mofette par le moyen de l'acide nitreux, lorſqu'on la traite avec les précautions indiquées, on peut la regarder comme propre à former de l'alkali volatil dans les circonſtances convenables. Ainſi les huiles animales qui donnent toujours un peu d'alkali volatil, lorſqu'on les décompoſe par des diſtillations réitérées, contiennent de la mofette, & c'eſt un caractère qui les diſtingue des huiles végétales qui donnent au contraire de l'acide dans leur décompoſition; mais la graiſſe épanchée dans le tiſſu cellulaire des animaux donne un acide dans ſa décompoſition; c'eſt donc avec raiſon qu'on la regarde comme douée des propriétés des huiles végétales: la partie colorante du bleu de Pruſſe donne de l'alkali volatil à la diſtillation, la mofette eſt donc un de ſes principes.

Pour que la mofette forme de l'alkali volatil, il faut qu'elle se combine avec le gaz inflammable : ce gaz doit être fourni par l'huile qui se trouve toujours en quantité considérable dans les substances animales, ou bien il peut venir de la décomposition de l'eau. Il me paroît probable que c'est à cette décomposition qu'il doit en grande partie son origine, & l'on va voir sur quelles raisons est fondée ma conjecture.

1.° L'eau se décompose lorsqu'on fait subir une chaleur considérable à une substance qui en contient & qui a en même temps des parties charbonneuses, comme le prouvent les expériences de M.rs Lavoisier & Meusnier, sur la décomposition de l'eau par le charbon; & celles de M. Priestley qui n'a point pu tirer de gaz inflammable du charbon, lorsque celui-ci étoit bien sec & éloigné de toute humidité.

2.° Cette décomposition de l'eau doit se faire beaucoup plus facilement & à une chaleur moins considérable, lorsqu'elle est favorisée par l'action combinée d'une substance qui a de l'affinité avec le gaz inflammable, telle que la mofette, de sorte qu'alors la décomposition est l'effet d'une double affinité.

3.° Il paroît qu'il existe une certaine quantité d'air fixe tout formé dans les substances animales; car lorsqu'on les décompose par l'acide nitreux, la mofette qu'on en dégage, même sans chaleur, contient un peu d'air fixe, comme on a vu dans le commencement de ce mémoire: cependant on en retire une telle quantité par la distillation, qu'il est au moins très-probable qu'une grande partie est dûe à la décomposition de l'eau; car non-seulement l'alkali volatil qu'on obtient est saturé d'air fixe, mais cet air fait encore plus de la moitié du gaz qu'on retire.

La mofette sert encore à expliquer une différence remarquable qui se trouve entre les substances animales & les substances purement végétales; c'est que les unes sont sujettes à la putréfaction & forment de l'alkali volatil, & les autres produisent de l'esprit ardent lorsqu'elles se trouvent dans des circonstances favorables; dans les premières, le gaz inflammable ſe combine avec la mofette; & dans les ſecondes, il ſe combine avec la partie ſucrée & une huile qui probablement vient elle-même d'une portion de la matière ſucrée qui a dû être décompoſée *(Mémoire ſur l'eſprit de vin & ſur l'éther)*; de ſorte qu'il y a dans la putréfaction & dans la fermentation ſpiritueuſe, une décompoſition de l'eau dont l'air vital ſe combine avec une partie charbonneuſe, pour former de l'air fixe, pendant que le gaz inflammable paſſe dans une autre combinaiſon, pour former de l'alkali volatil ou de l'eſprit ardent.

Un autre principe, qui exiſte probablement dans toutes les ſubſtances animales, & qui paroît ne pas ſe trouver dans les ſubſtances purement végétales, c'eſt l'acide phoſphorique. Je me ſuis ſervi de deux procédés pour m'aſſurer de ſon exiſtence; le premier conſiſte à dégager, par le moyen de l'acide nitreux, le réſidu de l'acide ſaccharin de toutes les parties ſur leſquelles cet acide a de l'action; en chaſſant enſuite l'acide nitreux, il reſte un phoſphate calcaire avec excès d'acide, que j'ai réduit en un verre phoſphorique: mais ſur un grand nombre d'eſſais, je n'ai réuſſi que deux fois, c'étoit ſur des tendons & ſur de la peau; dans toutes les autres expériences, il eſt reſté de l'huile qui formoit un charbon avec le phoſphate. C'eſt l'acide phoſphorique que j'ai voulu indiquer dans mon premier mémoire, en parlant du réſidu qu'on trouve après avoir ſéparé l'acide ſaccharin qu'on forme en traitant les ſubſtances animales par l'acide nitreux. Dans le ſecond procédé, après avoir décompoſé une ſubſtance animale par l'acide nitreux, j'en ſépare l'acide ſaccharin, autant que je le puis; j'étends le réſidu dans une ſuffiſante quantité d'eau diſtillée, je ſature enſuite la liqueur avec de l'alkali fixe, elle devient louche; je la fais évaporer juſqu'à ce qu'il ne ſe forme plus de dépôt; ce premier dépôt eſt du ſaccharite calcaire qui m'a paru contenir un peu de phoſphate: la liqueur qui ſurnage étant devenue claire, je la décante ou je la filtre, & alors je la mêle avec de l'eau de chaux;

il ſe forme un dépôt beaucoup plus abondant que le premier, & qui eſt du phoſphate calcaire. J'ai reconnu par ce moyen l'exiſtence de l'acide phoſphorique, non-ſeulement dans les parties des animaux, mais auſſi dans la partie glutineuſe du froment, dans la ſubſtance qui accompagne la fécule colorante des végétaux, & dans la ſemence de *ſinapi*. Il eſt donc probable que c'étoit à la partie animale qu'étoit dû le phoſphore que Margraaf a retiré de quelques ſubſtances végétales; & il eſt probable auſſi que c'eſt de ces ſubſtances que l'acide phoſphorique paſſe par la nutrition dans les animaux. Ce qui me confirme dans cette opinion, c'eſt que d'après les analyſes du célèbre Rouelle, les urines de vache, de chameau & de cheval, paroiſſent contenir peu d'acide phoſphorique, les deux premières ſont même alkalines: or ces animaux ſe nourriſſent de végétaux qui contiennent peu de ſubſtance animale *(b)*.

Il paroît, d'après les expériences rapportées plus haut, que l'acide phoſphorique des ſubſtances animales s'y trouve combiné avec de la terre calcaire, mais avec excès d'acide.

L'on retrouve le phoſphate dans le charbon des ſubſtances animales, mais une partie de l'excès d'acide paroît s'y être combinée avec du fer, pour former de la ſidérite, de ſorte que ce charbon eſt une ſubſtance très-compoſée; il retient une partie de la mofette, il paroît contenir un peu de ſoufre, & l'on y trouve différens ſels. L'on conçoit d'après cela d'où vient la difficulté qu'on a de le calciner, c'eſt-à-dire, de brûler ſa partie charbonneuſe; mais les charbons de ſubſtances végétales ne ſont jamais entièrement dépourvus des principes qui entrent dans les charbons de ſubſtances animales, parce que les ſubſtances végétales dont on ſe ſert pour la combuſtion, contiennent toutes un peu de ſubſtance animale.

(b) M. Crell a retiré une certaine quantité de poſphate calcaire du charbon des graiſſes animales; mais il étoit peut-être dû aux débris du tiſſu cellulaire retenus dans ces graiſſes.

MÉMOIRE SUR LES CLAVICULES ET SUR LES OS CLAVICULAIRES.

Par M. VICQ-D'AZYR.

Lû le 20 Août 1784.

DANS l'homme, dans le ſinge, & dans pluſieurs quadrupèdes, l'eſpace compris entre l'extrémité de l'acromion & le ſternum, eſt meſuré par un os d'une ſeule pièce, appelé *clavicule ;* & les naturaliſtes ont donné le nom de *claviculés* aux quadrupèdes qui en ſont pourvus; mais ils ont exclu de cette claſſe pluſieurs genres qui doivent y être compris.

C'eſt en diſſéquant avec ſoin les muſcles des quadrupèdes, que j'ai trouvé des clavicules dans pluſieurs où nul anatomiſte ne les avoit encore aperçues. Elles diffèrent de celles que l'on a décrites juſqu'à préſent, en ce qu'elles ſont plus courtes & irrégulières, en ce qu'elles ſont cachées dans l'épaiſſeur des muſcles, & en grande partie ligamenteuſes, ce qui fait que dans quelques eſpèces je ne les ai déſignées que ſous le nom d'*os claviculaires.*

Il eſt évident que ces pièces oſſeuſes n'ont pas les mêmes uſages que les clavicules proprement dites, dont elles n'offrent qu'une ſorte de dégradation; mais leur exiſtence ſuffit pour influer ſur la manière dont on range méthodiquement les quadrupèdes. Il me ſemble qu'il ſera néceſſaire de les diviſer ſous ce rapport en trois ordres, dont le premier comprendra ceux qui ont une clavicule complette; le ſecond, ceux qui ont une clavicule incomplette ou un *os claviculaire* ſeulement; & dans le troiſième ſeront placés ceux qui n'ont ni clavicule ni *os claviculaire.*

Je n'ai parlé ici de la clavicule du rat, que parce qu'il m'a ſemblé qu'elle n'a pas été bien décrite. Je ſais que cet os a été vu par les naturaliſtes.

Lorſque j'ai préſenté ce Mémoire à l'Académie, j'ignorois que M. Pallas connoiſſoit la clavicule du lièvre; il l'a vue dans le *lepus tolai (a), pag. 27;* dans le *lepus alpinus, pag. 59;* & dans le *lepus ogotona, pag. 70;* mais il n'en a abſolument indiqué que la longueur, ſans en rien dire de plus.

Nul auteur n'a fait mention de l'*os claviculaire* du chat & du cochon-d'inde. Je l'ai auſſi découvert dans la fouine & dans la belette, que l'on a rangées juſqu'ici parmi les quadrupèdes non claviculés; & je préſume qu'on le trouvera dans la plupart des autres fiſſipèdes.

Les planches contiennent pluſieurs détails ſur des muſcles qui n'ont point encore été décrits.

Dans le rat, l'extrémité antérieure de l'épine de l'omoplate qui répond à l'acromion, eſt contiguë avec une des extrémités de la clavicule. Ce dernier os eſt recourbé de manière à former une convexité en devant; dans ſa concavité s'insère le muſcle cleido-maſtoïdien. Son extrémité ſternale eſt remarquable, parce qu'elle ne s'étend point juſqu'au ſternum; elle ſe joint à une petite pièce très-courte, dont la conſiſtance eſt cartilagineuſe, & qui eſt unie au ſternum par le moyen d'un ligament. La clavicule du rat eſt donc formée de deux pièces. Près de l'omoplate, outre les ligamens qui la joignent à l'acromion, on trouve une petite corde ligamenteuſe qui l'aſſujettit avec une apophyſe analogue au bec coracoïde. Rat.

Dans le lapin, la clavicule eſt beaucoup plus irrégulière. 1.° Elle ne ſe joint point à l'acromion qui en eſt très-éloigné; car on doit appeler de ce nom une apophyſe bifurquée, qui termine l'épine de l'omoplate en faiſant une ſaillie ſur le bord poſtérieur de cet os. 2.° Elle répond à une petite apophyſe de l'omoplate, qui, placée au côté interne de l'épaule, tient lieu de bec coracoïde; elle eſt formée Lapin.

(a) *Novæ ſpecies quadrupedum e glirium ordine, &c. autore Pallas,* Erlang. *in-4.°* 1778.

d'un petit os mince, & comme ſuſpendue entre pluſieurs muſcles; elle eſt recourbée de ſorte que ſa convexité eſt en devant & ſa concavité en arrière: dans cette dernière région s'insère le muſcle cleido-maſtoïdien & ſe trouve le bord antérieur du trapèze. Son extrémité ſcapulaire eſt formée par une petite tête, tandis que ſon extrémité ſternale eſt aiguë; un ligament arrondi, très-fort, & dont la longueur égale à peu-près le tiers de la clavicule, l'aſſujettit avec le ſternum. On pourroit regarder la clavicule du lapin comme étant en partie oſſeuſe & en partie ligamenteuſe.

Dans le rat & dans le lapin les inſertions du ſterno & du cleido-maſtoïdien, ſont très-éloignées l'une de l'autre.

La ſtructure de la clavicule du lièvre eſt à peu-près la même que celle du lapin *(voyez les planches ci-après)*.

Chat. Dans le chat, la clavicule eſt encore plus imparfaite; 1.° elle eſt plus éloignée, que dans les autres quadrupèdes, de l'extrémité antérieure de l'omoplate; 2.° ſon extrémité ſcapulaire eſt attachée à une apophyſe de l'omoplate qui tient lieu du bec coracoïde par le moyen d'un ligament long & très-délié, & ſon extrémité ſternale eſt unie par un tiſſu membraneux au ſternum. Ce petit os occupe à peu-près les deux tiers de l'eſpace compris entre la pointe de l'épaule & l'extrémité antérieure de la région ſternale. Il eſt ſitué dans l'épaiſſeur du muſcle commun à la tête, à l'encolure, & au bras & du muſcle cleido-maſtoïdien.

Cochon-d'inde. On trouve dans le cochon-d'inde un petit os qui a la même forme & la même ſtructure *(voyez les planches ci-après)*.

Le muſcle ſterno-maſtoïdien, le bord antérieur du trapèze, le deltoïde & le muſcle commun du bras, forment dans les quadrupèdes un triangle, le long du bord inférieur duquel la clavicule eſt toujours placée. C'eſt d'après cette obſervation, qu'en cherchant dans un chien de taille moyenne les traces de la clavicule, j'ai obſervé dans le triangle que je viens de décrire, une oſſification irrégulière ayant pluſieurs angles au milieu du tiſſu cellulaire, & qui s'étendoit de la portion du bord antérieur du muſcle commun à la tête

tête & au bras, qui eſt contiguë au grand pectoral & au muſcle commun du bras, vers le ſternum.

Suc ou liqueur gaſtrique.

Dans le chien, l'œſophage eſt la ſource d'une partie de la liqueur gaſtrique; on en voit ſortir d'un grand nombre de glandes placées, ſur-tout vers le bas de ce conduit.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE PREMIÈRE.

Figure première. Elle repréſente l'omoplate, *l'humerus*, & la clavicule du rat.

1. L'omoplate.

a. L'os *humerus.*

b. La foſſe ant-épineuſe.

C. La foſſe poſt-épineuſe.

K. L'épine de l'omoplate.

D. L'apophyſe acromion.

e. Échancrure qui ſe trouve dans l'épine de l'os omoplate, dont la cavité eſt dirigée en avant.

f. Extrémité articulaire & acromiale de la clavicule.

g. Extrémités ſternales de la clavicule adhérente à un ligament.

h. Ligament qui unit l'extrémité ſternale de la clavicule au ſternum.

En *o* eſt une portion cartilagineuſe qui termine la clavicule dans cette extrémité.

Figure ſeconde. Elle repréſente la clavicule du rat en place, & ſes rapports avec les muſcles qui s'y attachent ou qui l'environnent.

1. Le muſcle maſſeter.

2. Le ventre antérieur du muſcle digaſtrique, qui eſt beaucoup plus conſidérable que le poſtérieur. Ce ventre antérieur remplit entièrement l'eſpace que laiſſent en devant les deux branches des os maxillaires réunis.

3. Les muſcles ſterno-tyroïdiens, & le ſterno-hyoïdien.

4. Le muſcle ſterno-maſtoïdien. Ce muſcle eſt obliquement ſitué entre le ſternum & la region auriculaire, il s'attache à la portion pierreuſe des tempes, à côté du cleido-maſtoïdien dont il eſt parfaitement diſtinct.

5. Le muſcle cleido-maſtoïdien qui de la clavicule ſe porte à l'os des tempes.

6. Portion muſculaire qui ſe trouve au bord interne du trapèze, & qui va ſe diriger obliquement en dedans vers le cou.

C'eſt le muſcle acromio-cervical, on le voit dans pluſieurs autres quadrupèdes.

7. Le muſcle trapèze.

8. Le muſcle deltoïde.

9. Articulation de la clavicule avec l'apohyſe acromion.

10. La clavicule.

11. Le grand pectoral.

12. Extrémité, ou articulation ſternale de la clavicule. On ſent le cartilage qui la termine & le ligament qui la maintient.

13. Les muſcles extenſeurs de l'avant-bras.

14. Le muſcle biceps brachial, que j'appelle *radio-ſcapulaire.*

15. Muſcles de l'avant-bras.

PLANCHE SECONDE.

On y voit la clavicule du lapin, en place, & les muſcles qui s'y attachent & qui l'environnent.

a a. Clavicule du lapin, ou os claviculaire.

3. Extrémité ſternale de la clavicule, à laquelle eſt adhérent un ligament qui ſe continue juſqu'au ſternum.

4. Extrémité de ce ligament qui d'une part s'attache à la clavicule, & de l'autre s'implante ſur le ſternum.

5. Extrémité acromiale de la clavicule qui ſe trouve appuyée ſur le tendon brachial de l'ant-épineux.

B B. Le muſcle commun au bras, à l'encolure, & à la tête, ou portion moyenne du deltoïde, dans l'épaiſſeur duquel ſe trouve la clavicule. Ce muſcle s'insère à l'apophyſe baſilaire avec le muſcle qu'on voit en *eee.*

C C. Le muſcle cleido-maſtoïdien qui ſe trouve au côté interne du précédent.

d d. Le muſcle ſterno-maſtoïdien.

e e e e. Le muſcle acromion baſilaire. Ce muſcle s'attache à la petite apophyſe grêle de l'acromion qui eſt dirigée en arrière. Il ſe porte vers la région baſilaire en ſe réuniſſant avec le muſcle commun au bras, à l'encolure & à la tête.

f f f f. Le paucier diviſé & renverſé pour faire voir les autres muſcles.

g g. Portion du muſcle grand pectoral.

h h h. Le muſcle commun du bras, ou portion interne du deltoïde.

i. Le muſcle maſſeter.

K. Le muſcle ant-épineux.

L L. Le muſcle abducteur du bras, ou portion externe du deltoïde.

m m. Les muſcles extenſeurs de l'avant-bras.

n n. Portion du muſcle trapèze.

o. Tubéroſité externe de l'*humerus.*

p. Corps de l'*humerus.*

q. Cartilage de l'oreille.

r r. Veine jugulaire interne.

s s. Veine céphalique.

t t. Nerfs cervicaux.

PLANCHE TROISIÈME.

Figure première. Elle repréſente la clavicule du lièvre avec les muſcles qui s'y attachent & qui l'environnent.

1. Le muſcle maſſeter.

2. 2. La veine jugulaire externe, ſa diviſion près de la branche de la mâchoire poſtérieure.

3. Les muſcles ſterno-tyroïdiens, & le ſterno-tyroïdien.

4. Le muſcle ſterno-maſtoïdien.

5. Région profonde du cou.

6. Le cleido-maſtoïdien, ou portion cervicale du muſcle commun au bras, à l'encolure & à la tête.

7. 7. 7. Les tégumens renverſés.

8. Muscles de la partie postérieure du cou.
9. Le muscle acromio-cervical.
10. 10. Portion osseuse de la clavicule.
11. Ligament qui s'insère à la clavicule & au sternum.
12. Extrémité acromiale de la clavicule.
13. Portion inférieure du muscle commun à la tête, à l'encolure & au bras, ou portion moyenne du deltoïde.
14. Muscle commun du bras, ou portion interne du deltoïde.
15. Le muscle grand pectoral.
16. Les muscles antérieurs du bras.
17. Muscles extenseurs de l'avant-bras.
18. Muscles de l'avant-bras.

Figure seconde. On y voit l'omoplate & la clavicule du lièvre.
1. Fosse ant-épineuse.
2. Fosse post-épineuse.
3. 4. L'épine de l'omoplate.
5. L'acromion.
6. Apophyse acromiale.
7. 7. Angle inférieur ou glenoïdal de l'omoplate.
8. 8. Extrémité supérieure de l'os *humerus*.
9. L'os *humerus*.
10. Ligament qui de l'apophyse acromiale passe sur l'*humerus*, & va s'implanter à la clavicule.
11. La continuation du ligament précédent qui passe sur l'*humerus*.
12. 12. La clavicule.
13. Ligament qui se dirige antérieurement de la clavicule vers le sternum.

PLANCHE QUATRIÈME.

Figure première. Ici l'on a dessiné la clavicule du cochon d'inde, & les muscles qui s'y attachent ou qui l'environnent.
1. Le muscle masseter.
2. Le ventre antérieur du digastrique.
3. Tendon moyen du muscle digastrique.
4. Le muscle sterno-hyoïdien.
5. La trachée-artère.

6. Le muſcle ſterno-maſtoïdien.

7. 7. Le muſcle acromio-baſilaire.

8. Le muſcle commun au bras, à l'encolure & à la tête, ou portion cervicale de la partie moyenne du deltoïde; c'eſt le cleïdo-maſtoïdien.

9. La portion brachiale du muſcle commun au bras, à l'encolure & à la tête.

10. Os claviculaire ou portion moyenne & oſſeuſe de la clavicule qui ſe trouve dans l'épaiſſeur du muſcle commun au bras, à l'encolure & à la tête.

11. Portion cervicale du grand dentelé.

12. Le muſcle commun au bras, ou portion interne du deltoïde.

13. Le muſcle trapèze.

14. Le grand pectoral.

15. Les extenſeurs de l'avant-bras.

Figure ſeconde. On y voit l'omoplate, la clavicule & l'os du bras du cochon d'inde.

a L'omoplate.

1. La foſſe ant-épineuſe.

2. La foſſe poſt-épineuſe.

3. L'épine de l'omoplate.

4. L'apophyſe acromion.

5. L'apophyſe acromiale.

6. L'angle glénoïdal de l'omoplate.

7. Extrémité ſupérieure ou articulaire du bras.

8. Ligament qui de la tubéroſité externe de l'*humerus* ſe porte vers la clavicule.

9. La clavicule ou os claviculaire.

10. Ligament qui de l'extrémité de la clavicule ſe porte au ſternum.

11. L'os *humerus*.

PLANCHE CINQUIÈME.

Figure première. On y voit la clavicule du chat, & les muſcles qui s'y attachent & qui l'environnent.

1. 1. Muſcles milo-hyoïdiens.

2. Raphé des muſcles milo-hyoïdiens.

3. 3. Les muſcles géni-hyoïdiens.

40. 40. Les muſcles hyogloſſes.

4. 4. Les muſcles ſtilo-hyoïdiens.

5. 5. Ventres antérieurs des deux muſcles digaſtriques.

6. 6. Interſection tendineuſe des muſcles digaſtriques, qui tient lieu du tendon mitoyen.

7. 7. Ventres poſtérieurs des muſcles digaſtriques.

8. 8. Les muſcles maſſeters.

9. Le larynx.

10. 10. Les muſcles ſterno-hyoïdiens.

11. 11. Les muſcles ſterno-thyroïdiens.

12. 12. Les muſcles ſterno-maſtoïdiens.

13. Réunion des muſcles ſterno-maſtoïdiens. Ces deux muſcles ſont réunis au ſternum dans l'étendue d'un pouce & demi, leurs fibres paroiſſent s'y croiſer.

14. 14. Les muſcles profonds du cou, du côté gauche.

15. 15. Le muſcle cleïdo-maſtoïdien, dont l'inſertion ſupérieure à l'os temporal eſt cachée par le tendon du ſterno-maſtoïdien.

16. 16. Le muſcle acromio-cervical.

17. La portion cervicale du muſcle commun au bras, à l'encolure & à la tête. Cette portion qui répond à la partie moyenne du deltoïde, monte le long du cou & va s'inſérer à l'occipital comme le trapèze, où ces deux muſcles forment enſemble une ſorte de capuchon.

18. 18. Suite de la portion moyenne du deltoïde, ou portion brachiale du muſcle commun à l'épaule, à l'encolure & à la tête. On a conſervé ici, comme dans les autres articles, le nom donné à ce muſcle dans le cheval, par les anatomiſtes vétérinaires. *(Voyez les Élémens de M. Bourgelat)*.

19. 20. Portion du muſcle commun à l'épaule, à l'encolure & à la tête. Cette portion ſe rétrécit & ſe termine par un tendon qui s'inſère à l'avant-bras du panicule charnu.

21. Portion externe du deltoïde, ou muſcle long abducteur du bras.

22. Le muſcle commun du bras, ou portion interne du deltoïde.

23. 23. Portion du panicule charnu qui s'étend jusqu'en 24, 25.

24. 25. Portion du panicule charnu qui se rétrécit & qui s'insère à l'avant-bras, au côté interne du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête.

30. La pointe que font, en se réunissant sur les muscles sterno-mastoïdiens, les deux muscles communs du bras.

27. 28. 29. Étendue du muscle grand pectoral.

31. 32. 33. On y voit la clavicule à nu après avoir enlevé une couche de fibres du muscle commun au bras, à l'encolure & à la tête. On voit en *31* son extrémité scapulaire un peu arrondie; en *32* son extrémité sternale un peu moins volumineuse que la scapulaire; en *33* est la concavité qu'elle forme en devant.

34. 35. 36. La clavicule du côté droit cachée dans l'épaisseur de la chair des muscles communs à la tête, à l'encolure & au bras, & cleïdo-mastoïdien; elle y est indiquée par une ligne blanche oblique & peu marquée, qui en montre la trace.

Figure seconde. La clavicule du chat, seule & dégagée des muscles.

1. Extrémité scapulaire & arrondie.

2. La concavité qu'elle forme en devant.

3. 4. Son extrémité sternale, plus petite que la scapulaire, ou acromiale qu'on voit en *4*.

5. La convexité qu'elle forme en arrière.

Figure troisième. L'omoplate, la clavicule & l'os *humerus* du chat.

1. Extrémité sternale de la clavicule.

2 Sa concavité dirigée en devant.

3. Son extrémité acromiale un peu arrondie, & qui adhère à un ligament.

15. 16. 17. 6. 7. L'omoplate.

5. 5. Ligament qui unit la clavicule à l'omoplate, en s'étendant à une apophyse *18*, qu'on trouve à son angle articulaire. Cette éminence semble tenir lieu de l'apophyse coracoïde.

6. Fosse ant-épineuse.

7. Fosse post-épineuse.

8. Petite éminence voisine de l'apophyse coracoïde.

17. 19. L'épine de l'omoplate en *17*, est la facette du trapèze; en *10*, est l'acromion proprement dit.

10. Extrémité de l'apophyse acromion, beaucoup plus courte que celle du lapin & du lièvre; l'échancrure qu'elle forme est aussi beaucoup moins grande dans le chat que dans les quadrupèdes.

9. L'apophyse acromiale de l'épine de l'omoplate.

11. Tubérosité interne de l'*humerus*.

12. Capsule articulaire qui revêt l'articulation de l'*humerus* avec l'omoplate.

13. L'os *humerus*.

14. Condyles de l'os *humerus*.

OBSERVATION

Fig. 2

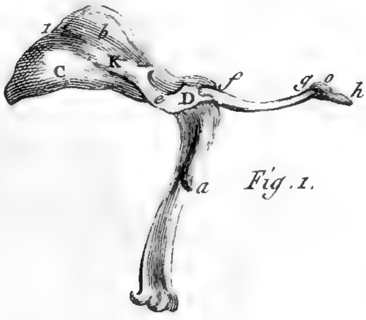
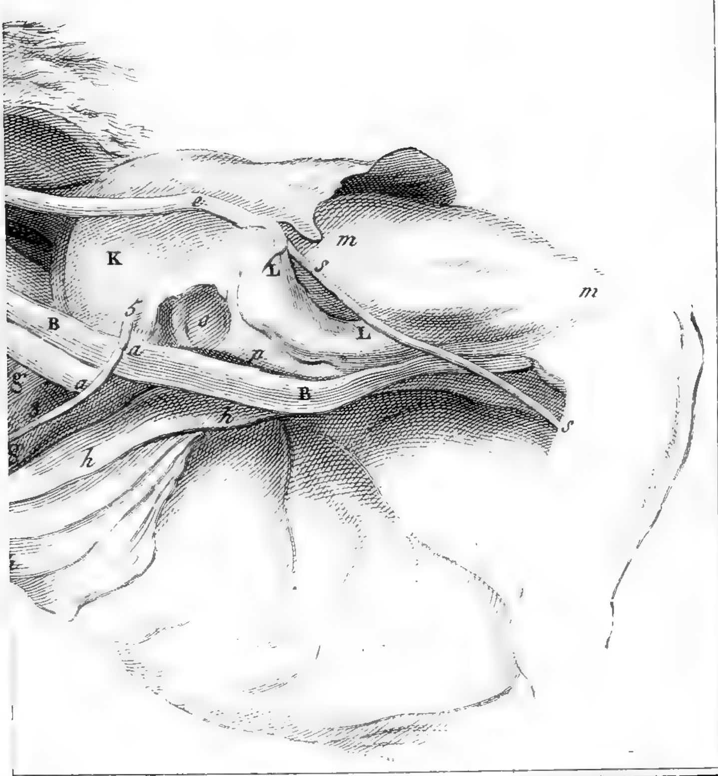


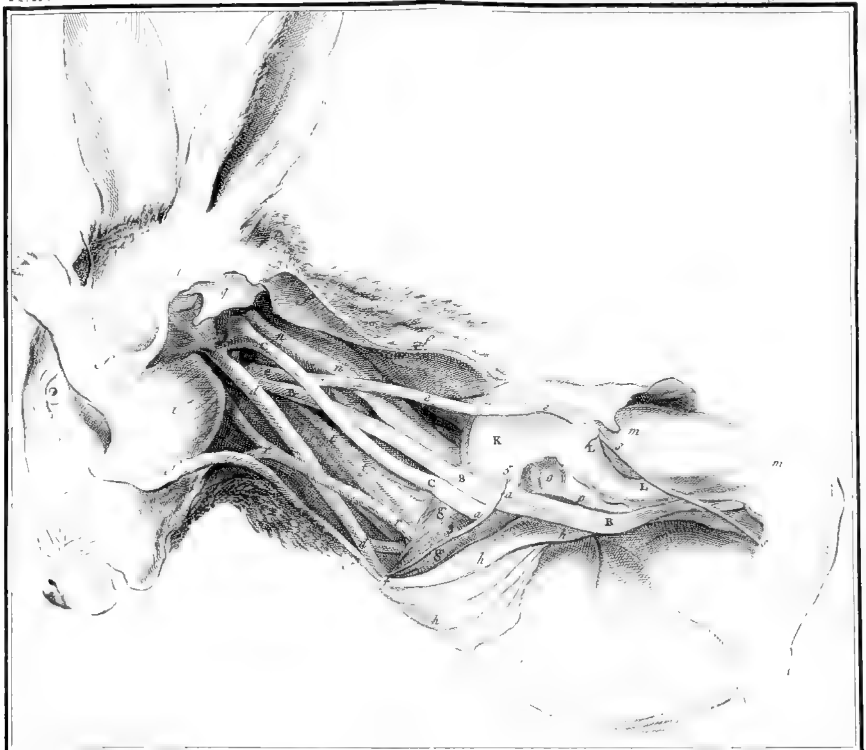
Fig. 1.

Briceau del. Y. le Gouaz sc.



Y. le Gouaz sc.

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1785. Pag. 360. Pl. VI.

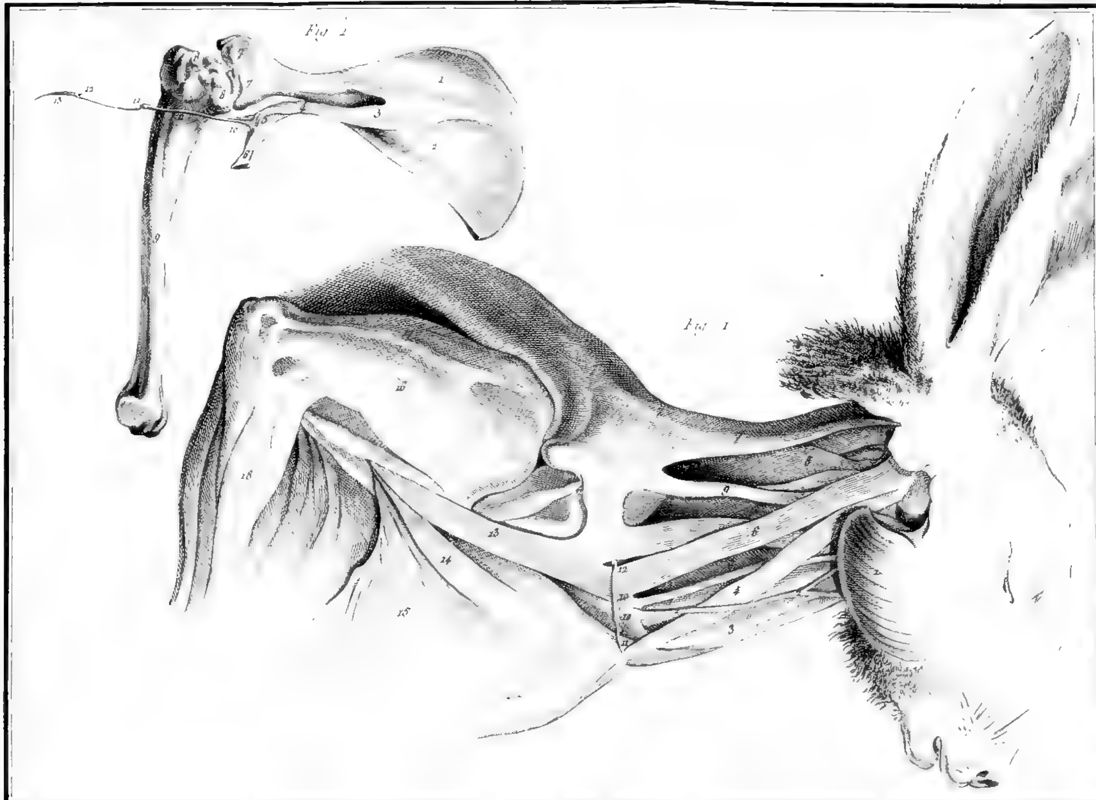


Br... del.

Y. le Gouaz sc.

Fig. 1.

Y. le Gouaz sc.



Briceau del

Y le Gouaz sc

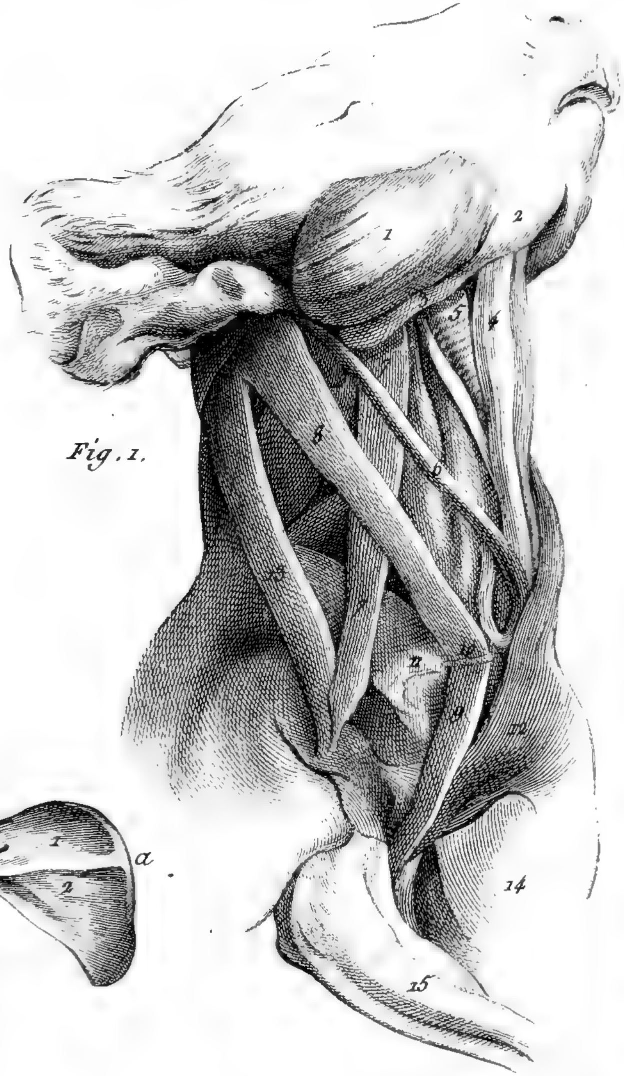
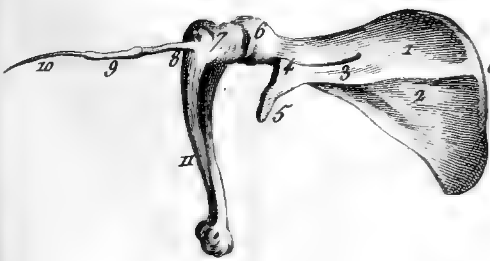


Fig. 1.

Fig. 2



Briceau del.

Y. le Gouaz sc.


Fig. 1.
1
2
1
5
6
10
3
3
10
8
6
7
4
4
10
10
11
11
9
12
15
16
13
14
16
15
17
14
30
31
32
33
18
28
21
22
23
27
23
19
28
24
26
29
25
20
Fig. 2
4
3
1
2
5

Y. le Gouaz sc.

Briceau del

Y le Gouaz sc

OBSERVATION SUR L'EFFET DU TONNERRE, À RAMBOUILLET, LE 2 AOÛT 1785.

Par M. L'ABBÉ TESSIER.

LE 2 Août, à six heures précises du matin, le ciel étant peu couvert, le tonnerre est tombé à Rambouillet, sur une des écuries où étoient les chevaux de MONSIEUR, frère du Roi. Deux palefreniers ont été blessés légèrement, l'un au bras & l'autre à la cuisse. Le mal apparent consistoit dans une impression de rougeur, avec quelques boutons qu'on auroit pris pour des boutons d'érésipèle. Les palefreniers se sont plaints d'un engourdissement douloureux dans les extrémités; celui qui étoit blessé à la cuisse a cru quelques instans qu'il avoit la moitié du corps paralysée. Un troisième palefrenier a été atteint d'un mal de tête violent, il a eu même la vue troublée pendant quelques jours. Un quatrième s'est évanoui, vraisemblablement de frayeur. Nous avons fait saigner du bras les deux premiers, & le troisième du pied, environ six heures après l'événement: le mal n'a eu aucunes suites.

Les chevaux de l'écurie étoient au nombre de trente-deux; trente ont été renversés en même temps, il n'y en a eu que deux qui soient restés sur leurs pieds; peut-être ces derniers ont-ils été épargnés par la foudre, ou n'ont-ils reçu que de foibles commotions: on a eu bien de la peine à faire relever ceux qui étoient tombés; une jument a été tuée roide, une autre a eu la moitié de la tête paralysée, & n'est morte que le lendemain. Forcé de m'absenter ce jour-là, je n'ai pu la faire ouvrir pour constater sur-tout l'état de la tête: ce qu'il y a de certain, c'est que les muscles d'un des côtés de la face étoient sans mouvement, tandis que ceux du côté opposé pouvoient se contracter. L'animal dont le corps n'étoit point affecté, faisoit sans cesse des efforts pour se tenir debout, mais le poids de sa tête le précipitoit à terre malgré lui.

Une troisième jument a eu toute la journée la tête très-lourde, elle avoit bien de la peine à la tenir élevée; quelques saignées l'ont soulagée; elle est maintenant en bon état.

J'ai fait ouvrir la bête tuée roide par le tonnerre, son estomac & ses intestins étoient d'un volume six fois plus considérable que dans l'état naturel: il s'en est dégagé, en les perçant, une grande quantité d'air qui n'étoit pas infect; ce qui n'est pas étonnant, puisqu'il n'avoit pas séjourné sur des matières putrides. Les vaisseaux situés au-dessous du cœur, tels que l'aorte descendante & les autres, étoient la plupart flasques; mais ceux du cou & de la tête se trouvoient gorgés d'un sang noir, presque coagulé: le cadavre d'un homme tué dans une circonstance pareille, m'avoit présenté les mêmes phénomènes quelques années auparavant. On m'a assuré qu'un des palefreniers blessés, qui étoit dans l'écurie, est aussi tombé en même temps que ses chevaux; il m'a dit qu'il avoit été *comme terrassé*, sans pouvoir exprimer autrement l'impression du tonnerre: ses deux camarades étoient alors dans la sellerie, bâtiment qui étoit à côté de l'écurie; le plus maltraité se trouvoit placé le long du mur derrière lequel a été tuée la jument. J'ai connu un fermier qui reçut une forte commotion à la tête, étant couché dans une chambre, au moment où le tonnerre tomba sur un arbre qui étoit séparé de lui par un pan de muraille sans fenêtre.

Plusieurs chevaux avoient les jambes de devant sillonnées en zigzag, sans qu'il y eût de poils grillés.

Le tonnerre est tombé sur le haut du toit de l'écurie, du côté du midi, il n'a emporté que quelques tuiles; il est entré dans le grenier rempli de paille jusqu'au faîte, il a fracassé un arc-boutant de la charpente, il est descendu perpendiculairement le long du montant, jusqu'à une traverſe qu'il a ſuivie horizontalement; il s'eſt arrêté à une pièce de bois ſur laquelle eſt appuyée une panne : l'arc-boutant, le montant & la traverſe ont été hachés ſans être noircis.

Vers le nord, le tonnerre a caſſé des tuiles, depuis le faîte juſqu'à l'égout, & a réduit en copeaux un chevron dans toute ſa longueur; il eſt entré dans l'écurie dont la porte étoit ouverte, il en a même briſé un morceau ; puis il paroît qu'il s'eſt diviſé à droite, à gauche & en avant. A gauche, un crampon de fer qui fixoit le râtelier, a été décloué & ſoulevé; la jument qui a été maltraitée & s'eſt rétablie, étoit à l'extrémité de ce rang. A droite, il a dégradé une petite partie de la muraille, dont il a bruni une pierre; la jument tuée roide étoit la dernière de ce rang. Enfin c'étoit vis-à-vis la porte qu'étoit attachée la bête qui a eu d'abord la moitié de la tête paralyſée, & eſt morte le lendemain.

Je préſume que telle a été la marche du tonnerre, d'après l'inſpection du local & l'examen des effets. On obſervera que la mangeoire, dans toute ſon étendue, eſt bordée d'une bande de fer deſtinée à la rendre plus ſolide & à empêcher les chevaux de *tiquer;* cette bande a ſans doute ſervi de conducteur au tonnerre. Il n'y a de marques de brûlure nulle part; on ne peut douter que le tonnerre n'ait traverſé beaucoup de paille, puiſqu'il a haché des pièces de bois qui en étoient recouvertes, & qui n'avoient pas changé de couleur. Dans une occaſion ſemblable, j'ai vu des chevrons entièrement noircis par le tonnerre, qui les avoit briſés ſans mettre le feu aux lattes, ni à la couverture, quoiqu'elle fût de chaume.

REMARQUES

SUR L'OPPOSITION

DE LA NOUVELLE OU *SEPTIÈME PLANÈTE,*

à l'égard du Soleil.

Par M. LE MONNIER.

Lû le 12 Janvier 1785.

QUOIQUE cette planète n'ait été obſervée que trois à quatre jours après l'oppoſition, ſavoir, le 7 Janvier, cependant ſa longitude géocentrique eſt facile à réduire à celle qui auroit été vue, l'œil étant placé au centre du Soleil, c'eſt-à-dire, à ce qu'on nomme communément la *longitude héliocentrique*.

L'étoile δ des Gémeaux a ſuivi au méridien la planète qui y a paſſé de temps vrai à $11^h\ 43'\ 04''$, de $1^d\ 19'\ 34$ à $35''$. La diſtance apparente au zénith étoit $25^d\ 43'\ 30''$, ce qui donne, ſous la latitude de mon obſervatoire, une déclinaiſon boréale de $23^d\ 08'\ 10''$. Or en ayant déduit la longitude viſible de la nouvelle planète, on la trouve de $104^d\ 13'\ 25''\frac{1}{3}$, ſa latitude boréale ſera $0^d\ 25'\ 56''$.

Comme la nouvelle planète découverte en Mars 1781, a été comparée conſtamment les années ſuivantes à l'étoile *H* ou *propus* qui paſſoit à même hauteur au méridien, je n'ai pas négligé de comparer auſſi cette même étoile à δ des Gémeaux, & je trouve entre les paſſages des deux étoiles, $1^h\ 16'\ 12''\frac{3}{4}$, qui valent $19^d\ 3'\ 10$ à $12''$. L'étoile δ a paru aux mêmes temps plus au ſud, de $0^d\ 53'\ 47''\frac{1}{2}$, ce qui facilitera déſormais pour deux à trois autres années les comparaiſons de la nouvelle planète avec δ : en effet, elle s'éloigne trop de *propus* & s'abaiſſe déjà ſenſiblement au-deſſous du parallèle à l'équateur qui paſſe par cette première étoile, à laquelle nous l'avons ici tant de fois comparée.

Il y a bien encore au nord de δ des Gémeaux, une étoile de la septième grandeur, placée sous le parallèle de *propus*, & à laquelle j'ai comparé la nouvelle planète lors de sa dernière quadrature, les 13 & 15 Octobre 1784. Comme les quadratures observées donnent très-bien les distances des planètes supérieures, il ne sera pas inutile d'en rapporter ici les observations faites à $5^h\ 55'\ 35''\frac{1}{2}$, & $5^h\ 48'\ 11''\frac{1}{2}$, lorsque le 15 au matin l'ascension droite apparente étoit $107^d\ 51'\ 00''$ ou $2''\frac{1}{2}$: sa déclinaison $25^d\ 51'\ 27''\frac{1}{2}$.

J'ai donc trouvé par δ, le 13 Octobre au matin, l'ascension droite apparente de la nouvelle planète, de $107^d\ 50'\ 10''$, & sa déclinaison boréale apparente, $25^d\ 51'\ 10$ ou $12''\frac{1}{2}$. Mais l'étoile qui est au nord de δ, de $0^d\ 58'\ 45''$, passe $0^h\ 3'\ 15''\frac{1}{2}$ (qui valent $0^d\ 48'\ 52''\frac{1}{2}$), après cette grosse étoile; on aura donc la facilité de vérifier encore cette même étoile, relativement à la principale δ, indépendamment de ce qui en est désigné au catalogue de Flamstéed : celui-ci donnoit en 1690, pour différence en déclinaison, $0^d\ 59'\ 35''$, & réduisant à 1785 $0^d\ 59'\ 12''\frac{1}{2}$.

Mais pour revenir à notre dernière quadrature, le 13 Octobre au matin à $5^h\ 55'\ 35''\frac{1}{2}$ de temps vrai, la nouvelle planète a suivi l'étoile qui est au nord de δ, de $49''$ de temps, & paroissoit $0^d\ 29'\ 30$ à $32''\frac{1}{2}$ plus au sud; ensuite à $5^h\ 48'\ 11''\frac{1}{2}$, le 15 au matin, elle a suivi de $52''\frac{1}{4}$ & paroissoit $29'\ 20''$ plus au sud. Enfin, le 7 Janvier dernier, après l'opposition au Soleil, la planète a précédé au méridien la même étoile *x* de la septième grandeur, de $0^h\ 8'\ 34''\frac{1}{2}$, & paroissoit plus au sud de $0^d\ 12'\ 35''$ seulement.

EXTRAIT

D'une Lettre écrite de Bagdad, du 23 Février 1783, par M. André Michaux, Botaniſte, allant à Iſpahan.

Par M. LE MONNIER.

Lû le 30 Juillet 1785.

J'AI fait, en 1779 & 1780, au château de Meudon, ainſi qu'au haut du réſervoir de Vilbon, les expériences du baromètre purgé d'air, avec un botaniſte, à qui je remis pour ſon voyage un aſtrolable parfaitement diviſé par Sevin, célèbre artiſte du dernier ſiècle : je l'avois exercé ſur diverſes obſervations aſtronomiques & phyſiques, conjointement avec mon frère. J'ai appris l'accident fâcheux arrivé à ſon baromètre par l'infidélité d'un Arménien, préciſément lorſqu'il étoit hors des dangers & au-delà des montagnes dans ſa route à Bagdad, où il eſt arrivé le 21 Novembre 1782. Il m'envoie les obſervations météorologiques du mois de Décembre & du mois de Janvier de cette année-ci. Il regrette de n'avoir pas un plus grand nombre d'inſtrumens d'aſtronomie pour ſon voyage en Perſe, ne lui reſtant que deux thermomètres & ſa bouſſole.

Bagdad, ſuivant nos tables aſtronomiques & géographiques modernes, eſt par $33^d\ 21'$ de latitude, & $2^h\ 45\frac{1}{2}$ ou $46'$ à l'eſt du méridien de Paris. Les obſervations qui ſuivent ne donnent guère que $33^d\ 15'\frac{1}{2}$. En voici les principales faites à l'aſtrolabe qui a été garni d'un arc de Nonius ou de *Vernier*, à ſon alidade.

		Hauteurs du centre du Soleil.	*Latitudes concluſes.*
Janvier	24.	$37^d\ 40'$	$33^d\ 11'\frac{2}{5}$.
Février	3.	40. 25.	33. 08 $\frac{1}{3}$.
	7.	41. 25.	33. 11 $\frac{3}{4}$.

		Hauteurs du centre du Soleil.	Latitudes concluës.
Février	10.	42^d 30′	33^d 14′ $\frac{1}{4}$.
	15.	44. 10.	34. 14 $\frac{3}{4}$.
	20.	45. 55.	33. 15 $\frac{2}{3}$.

La bouſſole dont notre voyageur s'eſt ſervi, étoit en erreur d'un degré cinq minutes à l'oueſt, lorſqu'elle fut vérifiée à Paris. Or à Bagdad, le 22 Janvier, déclinaiſon 11^d oueſt; l'aiguille a 4 pouces ou environ, le 28 Janvier, déclinaiſon 11 degrés oueſt.

Le thermomètre expoſé au nord 36 pieds au-deſſus du Tigre, n'eſt deſcendu qu'à la congélation, les 8 & 9 Janvier 1783.

CONJONCTION
DE LA LUNE AUX PLÉIADES,
Obſervée le 13 Décembre 1785.
Par M. LE MONNIER.

A 9^h 59′ 00″ $\frac{1}{3}$ de temps vrai, le premier bord de la Lune a précédé η des pléïades, au quart-de-cercle mural, de 0^h 8′ 59″ $\frac{1}{3}$ = 2^d 14′ 41″ $\frac{1}{2}$: les bords ſupérieurs & inférieurs de la Lune étoient diſtans du zénith de 25^d 47′ 50″, & 25^d 14′ 35″; ce qui donneroit pour le centre 25^d 31′ 10 à 15″. Or, la luiſante η des pléïades a paru diſtante du zénith à ſon paſſage au méridien, de 25^d 25′ 40″; en ſorte qu'il n'y a nulle correction à faire pour la différence en aſcenſion droite des deux aſtres qui ont paſſé à même hauteur ſenſible au plan du quart-de-cercle mural. Cela doit arriver, ſoit que ce plan ſoit défectueux, ſoit qu'il donne les paſſages au méridien 3″ a 4″ trop tard, comme il a été vérifié aux deux derniers ſolſtices d'été par les hauteurs correſpondantes du Soleil.

Lû le 14 Déc. 1785.

J'ai auſſi obſervé les paſſages au méridien, de quelques-unes des pléïades, comme il ſuit :

g a précédé η de $0^h\ 2'\ 41''\frac{1}{4}$.... Voy. ma Figure, *Mém. de 1748.*
b .... 0. 2. 35 $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{3}$, à diſtance du zénith de $25^d\ 25'\ 50''$.
d .... 0. 1. 08 $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{5}$.................. 25. 35. 20.
f a ſuivi η de... 0. 1. 40. + ... 25. 28. 20.

On aura donc ces trois dernières étoiles plus éloignées du zénith que η, de $0^d\ 0'\ 10''$, $9'\ 40''$, & de $2'\ 40''$. En 1748 & 1755, je trouvois, d'après un grand nombre d'obſervations, & par un milieu, $12''\frac{1}{2}$, $9'\ 50''$, & $2'\ 27''\frac{1}{2}$.

A l'égard des différences d'aſcenſion droite, je les établiſſois comme il ſuit :

g. avant. η .... $0^h\ 2'\ 40''\frac{1}{2}$
b .... 0. 2. 35 $\frac{1}{4}$
d 0. 1. 08
f .... 0. 1. 39 $\frac{3}{4}$

Ces différences conviennent, à moins d'une ſeconde de temps, avec les obſervations ci-deſſus, & toutes ces étoiles ſont fixes relativement entr'elles.

Ainſi, il faudra avoir égard à ces dernières dans le calcul du lieu de la Lune, comme auſſi dans le calcul des occultations, n'étant pas poſſible de s'en rapporter uniquement aux ſeules obſervations que je viens d'en faire à leurs paſſages par le méridien, à moins que de les réitérer en pareil cas, pluſieurs jours de ſuite.

Si on remonte aux périodes antérieures pour comparer l'erreur des tables Newtoniennes à celle que je viens de déduire de — $3'\ 13''$, en négligeant l'accélération du mouvement de la Lune; comme auſſi en ſuppoſant l'aſcenſion droite apparente de la luiſante η des pléïades, de $53^d\ 42'\ 29''$, on ne trouve de correſpondantes qu'en 1767 & en 1731; car les temps n'ont pas été favorables en 1749, aux mêmes obſervations.

Or, le 2 Décembre 1767, j'ai trouvé l'erreur des tables, de — $2'\ 43''\frac{1}{2}$ en longitude, par les obſervations ſuivantes : ſavoir, à $9^h\ 25'\ 31''\frac{1}{5}$, lorſque le premier bord de la Lune a précédé θ du bélier, de $4'\ 01''$; ce qui donne, en

ſuppoſant

ſuppoſant l'aſcenſion droite apparente de cetteétoile, 31^d $19' 20''$, celle du centre de la Lune, $30^d 36' 20''$. La diſtance au zénith, du bord inférieur, étoit $31^d 49' 30''$, & par conſéquent la déclinaiſon du centre, $17^d 49' 28''$ boréale; d'où j'ai déduit ſa longitude $4^d 39' 31'' \frac{1}{2}$, avec une latitude boréale de $5^d 01' 18''$. Cette latitude excède à peine de $5''$ celle que repréſentoient les Tables des Inſtitutions.

Il y a plus de difficultés pour connoître l'erreur des tables à même diſtance de la Lune au Soleil, & non pas à même valeur de l'argument annuel, parce qu'en Novembre le quart-de-cercle mural de la rue des Poſtes, étoit à peine fixé vers le plan du vrai méridien, outre que les déviations du plan n'étoient pas aſſez connues. M.rs Godin & de Fouchy, qui s'étoient réunis dans leur nouvel Obſervatoire, m'ont communiqué les obſervations ſuivantes, & poſtérieures d'un mois entier à la correſpondante que nous cherchons pour la période de dix-huit ans & d'environ onze jours. Les tables de Halley donnent plus complettement les erreurs des tables, ſavoir : les $\frac{31 \text{ Octob.}}{11 \text{ Nov.}}$ 1731, de — $0' 55''$, & les $\frac{29 \text{ Nov.}}{10 \text{ Déc.}}$ 1731, de — $0' 31''$; c'eſt-à-dire, d'environ $2'$ en défaut le 11 Novembre, à cauſe de la différence d'une minute, dont les tables de Halley font l'époque moins avancée que les tables Newtoniennes dont nous nous ſervons.

Or, le 21 Décembre 1731, dans la rue des Poſtes, près l'Eſtrapade, & plus au nord que l'Obſervatoire royal d'environ $26''$, le centre du Soleil a paſſé au quart-de-cercle mural, à $0^h 14' 30'' \frac{1}{4}$ de la pendule, qui avançoit par jour ſur le temps vrai de $1' 36''$: Saturne y a paſſé à 6^h $59' 34''$, étant alors élevé de 38^d : enfin le premier bord de la Lune y a paſſé à $9^h 57' 18''$; ce qui peut ſe réduire à $9^h 41' 32'' \frac{1}{2}$ de temps vrai: j'ai ſuppoſé pour cet effet, que le mural donnoit $36'' \frac{1}{2}$ trop tôt à la hauteur du Soleil;

& les correſpondantes de Saturne, vues à l'orient & à l'occident, à mêmes hauteurs au quart-de-cercle mobile, ont donné la déviation à 38 de 03″ à l'orient. Enfin, en 1732 & 1735, nous avons trouvé à la hauteur d'Arcturus environ 1″ $\frac{1}{2}$ trop tôt. D'après ces ſuppoſitions, le paſſage de la Lune au méridien a dû être à 9^h 41′ 34″ de temps vrai ou apparent; & comme le quart-de-cercle mobile a donné la hauteur méridienne du bord inférieur, de 61^d 13′ 07″ $\frac{1}{2}$, il eſt aiſé d'en conclure la longitude de la Lune.

AUTRES OBSERVATIONS
DE LA
CONJONCTION DE LA LUNE À VÉNUS,
Faites le 12 Avril 1785.
Par M. LE MONNIER.

L'IMMERSION & l'émerſion *(a)* faites en plein jour du diſque de la Lune qui nous a caché la planète de Vénus, ont été ſuivies de l'obſervation du paſſage par le méridien, dont voici les détails.

À 2^h 53′ 04″ $\frac{1}{2}$, le premier bord de la Lune a paſſé après le centre de Vénus, de 3′ 17″ $\frac{1}{4}$; la diſtance au zénith du bord ſupérieur étant 22^d 39′ 05″, ce qui donne la déclinaiſon vraie de la Lune, 26^d 18′ 47″, ayant auſſi comparé les deux planètes avec α d'Orion; j'en ai déduit leur aſcenſion droite de 63^d 46′ 40″ $\frac{1}{2}$, & de 64^d 53′ 50″

(a) M. le Duc de l'Infantadò, accompagné de M. l'Abbé de Chaligni, ont aperçu ſucceſſivement avant moi, le croiſſant de la Lune, qui étoit très-foible; avantage qui n'eſt pas toujours accordé aux miopes, & qui ne l'a pas été ce jour-là. Le Soleil a paſſé au vrai Méridien, à 1^h 29′ 49″ $\frac{1}{3}$ de la pendule, ou plutôt à 13^h, &c; & le jour ſuivant, l'accélération diurne étoit de 3′ 43″ $\frac{1}{2}$.

pour Vénus & pour le centre de la Lune. Vénus a paru à $22^d\ 57'\ 05''$ du zénith, à son passage par le méridien; d'où l'on tire leurs longitude & latitude comme il suit:

♀ ♉	$6^d\ 30'\ 11''$	Latitude boréale...	$4^d\ 33'\ 29''$.
☾	7. 33. 59...............		4. 46. 43.

Au moment de l'émersion qui avoit précédé ces passages, comme je me suis servi du quart-de-cercle mobile, afin d'y mesurer, à l'aide du micromètre, la différence de hauteur entre la planète & le bord supérieur de la Lune à cet instant, j'ai été obligé de réitérer plusieurs fois l'opération; car l'ayant aperçue déjà sortie à $0^h\ 50'\ 30''$, je n'ai pu reconnoître autre chose, sinon que $3'$ & $4'\frac{1}{2}$ après, la planète paroissoit précisément à même hauteur que le bord supérieur de la Lune: enfin à $1^h\ 15'\ 10''$, elle étoit dans le même vertical sensiblement, que le bord occidental de la Lune, mais plus haute que le bord supérieur de $1'\ 7''$ à $5''$. Dans ce dernier cas, le même bord supérieur étoit élevé de $60^d\ 25'$; au lieu qu'à $0^h\ 33'\frac{1}{2}$, il n'étoit qu'à $57^d\ 48'$ de hauteur orientale. Comparant les phases que je viens de rapporter, avec celles de M. Messier, vues à un télescope qui grossissoit quatre-vingts fois, on auroit, à l'hôtel de Clugny, la sortie totale à $0^h\ 52'\ 05''$, la corne lumineuse lui ayant paru sortir du disque lunaire, $1'\ 37''$ auparavant. La durée de l'immersion a paru à M. Messier, avec un autre télescope qui grossissoit cent quarante fois, de $1'\ 18''$; & quoiqu'on n'ait pas vu le disque obscur de la Lune, ce qui rendoit le premier attouchement difficile à reconnoître, je trouve aussi cette durée plus longue de $8''$ qu'à Rouen, où M. du Lague, avec une lunette acromatique de cinq pieds, a observé comme il suit, à $11^h\ 58'\ 50''$, & $12^h\ 00'\ 00''$, contacts des bords de Vénus au disque obscur de la Lune, observés dans la maison de Saint-Lô.

Pour compléter ces observations, il a fallu dresser un type des phases de Vénus & de la Lune, selon les règles indiquées aux chap. IX & XV des *Institutions astronomiques*.

D'un autre côté, le mouvement de Vénus en ascension droite & en déclinaison, étoit connu par les observations faites au méridien le 11 Avril, savoir, à $2^h\ 50'\ 18''\frac{1}{3}$ de temps vrai, la distance au zénith étant de $23^d\ 07'\ 55''$; en sorte que le mouvement diurne en ascension droite auroit été de 47′ 7 à 8″. En comparant les passages de Vénus & de α d'Orion, mes premiers calculs ont donné à $0^h\ 50'\ 30''$ la longitude apparente de Vénus ♊ $6^d\ 26'\ 35''\frac{1}{2}$, avec une latitude boréale de $4^d\ 33'\ 11''\frac{1}{3}$. Soit supposée à cet instant Vénus plus haute que le bord supérieur de la Lune, de $10''\frac{1}{2}$, & la distance des centres $15'\ 57''\frac{1}{2}$ apparente, l'inclinaison de la route apparente par observation de 6^d 48 à 50′. L'angle parallactique étant alors $27^d\ 36'\frac{2}{3}$, on auroit en ce cas $12'\ 33''$ pour différence en longitude, & $9'\ 53''$ en latitude, ce qui donne ♊ $6^d\ 39'\ 10''\frac{1}{2}$ pour la longitude de la Lune, avec $4^d\ 23'\ 11''$ de latitude.

EXPÉRIENCES
SUR UNE
HUILE DE VITRIOL FUMANTE DE SAXE,
ET SUR
LE SEL VOLATIL CONCRET
qu'on en retire par la diſtillation.

Par M. DE FOURCROY.

IL exiſte en Chimie un aſſez grand nombre de faits ſinguliers, dont la cauſe n'eſt point encore connue, parce qu'ils ſemblent n'avoir aucun rapport avec les phénomènes ordinaires que la pratique de cette ſcience préſente aux obſervateurs; de ce nombre ſont la plupart des réſultats conſignés dans les ouvrages des alchimiſtes, ſur la nature & les propriétés des acides. On ſait que l'on trouve quelques faits ſur ces ſels dans les écrits de *Raymond Lulle, Arnaud de Villeneuve,* &c. pluſieurs de ces écrivains, preſque entièrement oubliés aujourd'hui, parlent d'un acide vitriolique fumant qu'on peut obtenir ſous forme concrète, ou dont on peut dégager ce qu'ils appellent *ſel volatil de l'huile de vitriol. Hellot* a décrit dans les Mémoires pour 1738 *(a)*, un ſemblable acide qu'il a obtenu de la diſtillation du vitriol, & dont il s'élevoit des vapeurs ſulfureuſes très-épaiſſes. M. *Baumé* aſſure *(b)* que cette opération ne lui a point réuſſi; mais il dit avoir reçu de M. *Brandt,* chimiſte de Hollande, un acide concret & fumant dont il ne connoît pas la préparation. *Meyer* eſt le ſeul chimiſte qui, dans ſes Eſſais ſur la chaux *(c),* ait parlé avec quelque détail, d'un

(a) Mémoires de l'Académie, année 1738, *page 290.*
(b) Chim. exper & raiſ. *tome II, pages 578 & 579.*
(c) Eſſais chimiques ſur la chaux vive, &c. traduits par M. Dreux. *Paris, 1766, 2 volumes in-12, tome I, page 281 à 290.*

acide vitriolique fumant, que ſon traducteur a appelé *huile de vitriol de Nordhaus*, & que je crois préparée à *Northauſen*, petite ville de Saxe. Les expériences que Meyer rapporte ſur cet acide, ſont bien faites pour piquer la curioſité, & feu M. Macquer en avoit cette opinion, puiſqu'il dit, en parlant de cette huile de vitriol fumante, que cette matière mériteroit un nouvel examen: en effet, quoi de plus ſingulier qu'un acide vitriolique brun légèrement fumant, qui, diſtillé à une chaleur aſſez douce, donne un ſel blanc concret criſtalliſé dans le récipient, & qui répand une fumée blanche très-épaiſſe lorſqu'il eſt en contact avec l'air? *Meyer* penſoit que ce ſel étoit de l'acide vitriolique combiné avec ſon *cauſticum*, que ce dernier s'en échappoit à l'air, ſous la forme de vapeurs, & que l'acide étoit enſuite ſemblable à l'huile de vitriol; il ajoute que l'huile de vitriol de *Nordhaus*, d'où l'on a retiré ce ſel concret, ne fume plus, & qu'elle n'eſt plus que de l'acide vitriolique pur: mais comme la préſence du *cauſticum* de *Meyer* n'eſt rien moins que démontrée, & comme il eſt bien reconnu que les propriétés qu'il lui attribuoit ſont dûes à d'autres cauſes très-exactement appréciées, la théorie de ce chimiſte, ſur l'huile de vitriol fumante, ne peut pas être admiſe, & telle eſt la raiſon pour laquelle *Macquer* a penſé que cet objet méritoit un nouvel examen. *Meyer* a cité un ouvrage de *Chriſtian Bernhardt*, auquel il renvoie pour avoir plus de détails ſur ce ſel volatil de l'huile de vitriol; cette diſſertation qui n'eſt point connue en France, eſt écrite en allemand, & a été publiée à Leipſick, en 1755 *(d)*.

Chriſtian Bernhardt, dans ſon ſecond Eſſai ſur le vitriol *(e)*, parle d'un acide criſtalliſé qu'il a obtenu en diſtillant ce ſel métallique déflegmé. Dans ſon troiſième Eſſai *(f)* ſur la manière de retirer le ſel volatil de l'huile de vitriol,

---

(d) Eſſais & recherches chim. ſur le vitriol, le nitre, &c. par *Jean-Chriſtian Bernhardt*. Leipſick, 1755, 1 vol. in-12 de 328 pages; en allemand.

(e) Page 30.

(f) Pages 45 & ſuivantes.

il dit qu'ayant diſtillé à un feu doux, dans une cornue de verre, deux livres de cet acide vitriolique concret, ſous la forme d'un ſable ſec, les gouttes qui en ſortirent ſe condensèrent en un ſel blanc brillant, de la groſſeur d'une moitié de noix, ſur lequel il s'éleva peu-à-peu, dans la ſuite de l'opération, un arbriſſeau ſemblable à du corail, avec ſix ramifications iſolées. Il diſtingue deux eſpèces de ſels dans cette diſtillation, l'une en filets flexibles, brillans, ſoyeux, fumans à l'air, & d'une grande volatilité; l'autre, moins blanche, ſous forme grenue, & ſe broyant facilement, au lieu de ſe plier comme le premier. Il a retiré en tout ſept onces & demie de ces ſels de deux livres d'huile de vitriol criſtalliſé. Enfin il aſſure qu'il a ſéparé très-bien ces deux eſpèces de ſels, en diſtillant cet acide concret à un feu très-léger, & en refroidiſſant le récipient par un filet d'eau qu'il faiſoit couler ſur ce vaiſſeau; le premier, comme plus volatil, a paſſé dans le récipient, & le ſecond eſt reſté dans la cornue. L'auteur ajoute que lorſqu'on a ſéparé ce ſel de l'huile de vitriol, celle-ci reſte fluide & claire comme de l'eau, ne fume plus, & dépoſe une petite quantité de terre griſe; il conclut de cette expérience, que la fumée que répand l'huile de vitriol noire, eſt dûe aux deux ſels volatils qu'elle contient. Ces détails ſinguliers que M. *Berthollet* a bien voulu extraire de la diſſertation de *Bernhardt,* écrite en allemand, & citée par *Meyer,* ſont très-exacts, comme je le démontrerai plus bas; mais ils n'apprennent rien ſur la nature de ces ſels concrets, & c'eſt-là le point ignoré juſqu'aujourd'hui par les chimiſtes qui ont connu ces ſels.

Meyer a ajouté à ce travail, que l'huile de vitriol fumante de *Nordhaus* ne donne plus de ſel volatil concret, quand on l'a étendue d'eau.

Cette partie des recherches du chimiſte d'Oſnabruck, m'avoit toujours frappé, & je m'étois propoſé depuis long-temps de répéter ces expériences, ſi je pouvois me procurer cette eſpèce d'acide vitriolique fumant; mais ce fut en vain que je parlai de cet acide à tous les chimiſtes de ma connoiſſance, perſonne ne put me donner de renſeignemens ſur cette ſubſtance, & je déſeſpérois de la connoître, lorſque M. *Poulletier de la Salle,* amateur connu par ſes nombreuſes recherches ſur la chimie médicinale, me fit voir, cet hiver (Janvier 1785), une huile de vitriol fumante, que M. *Charlard,* apothicaire de Paris, lui avoit fait venir d'Allemagne. Ayant examiné cet acide, je crus y reconnoître les caractères de celui qui avoit été indiqué par *Meyer;* je pris ſur le champ, auprès de M. *Charlard,* toutes les informations qui pouvoient m'éclairer; j'appris qu'il avoit tiré cette huile de vitriol de Bâle, d'après la demande de M. *Poulletier;* que les marchands de cette ville, avec leſquels il faiſoit un grand commerce, la lui avoient envoyée ſous le nom d'*huile de vitriol de Saxe:* je fus alors perſuadé que cet acide étoit le même que celui qui eſt nommé *huile de vitriol de Nordhaus,* par le traducteur de *Meyer,* & que c'étoit à *Northauſen,* petite ville de Saxe, qu'on le retiroit de la diſtillation du vitriol. Au reſte, quand l'huile de vitriol dont je m'occupe ici, ne ſeroit pas exactement celle de *Northauſen,* citée dans l'ouvrage de *Meyer,* les propriétés parfaitement ſemblables que j'y ai reconnues, ne me permettent pas de douter qu'elle n'ait avec elle la plus frappante reſſemblance.

La première expérience que je fis ſur ce ſingulier acide, fut de le diſtiller pour voir ſi j'en retirerois le ſel concret indiqué par *Meyer;* je l'obtins en effet, mais cette opération que j'ai répétée pluſieurs fois, m'ayant préſenté des phénomènes très-ſinguliers, je crois devoir la décrire avec ſoin, après avoir fait connoître les propriétés phyſiques ou apparentes de cette liqueur.

La première portion de cette huile de vitriol que j'ai vue chez M. *Poulletier,* étoit renfermée dans un flacon de criſtal depuis environ deux ans; elle avoit une couleur rouge tirant ſur le brun: le papier qui recouvroit le bouchon de criſtal, avoit été corrodé, & il ſembloit même

qu'une

qu'une partie des vapeurs acides avoient passé au-dehors; l'extérieur du verre étoit humide & comme gras, il paroissoit dépoli. Ayant débouché ce vase, on aperçut quelques vapeurs blanches qui en sortirent; & en transvasant l'acide, cette liqueur exhala une fumée blanche beaucoup plus considérable, & ayant une odeur supportable d'acide sulfureux. L'agitation & le contact de l'air sont donc les causes du dégagement de ces vapeurs, puisque dès que l'acide fut reposé dans un bocal bien bouché, ces vapeurs épaisses disparurent & il n'en sortit que de très-foibles; en l'agitant, on fit reparoître de nouveau la même fumée blanche. En versant cet acide du bocal dans une cornue, la portion qui adhéroit au fond de ce premier vase, exhaloit la même vapeur blanche qui tomboit comme la fumée dans le vide, & qui se relevoit dès qu'elle étoit parvenue dans l'atmosphère. Cet acide qu'on auroit cru très-concentré, d'après sa consistance, ne pesoit cependant que cinq gros plus que l'eau sous le volume d'une once; mais cette légèreté ne dépend que de ce qu'il avoit attiré l'humidité, puisque la même huile de vitriol prise chez M. *Charlard*, pèse sept gros plus que l'eau sous le même volume, comme je le dirai plus bas. Cet acide rougit les couleurs bleues végétales sans les détruire.

EXPÉRIENCE PREMIÈRE

ON a mis dans une cornue de verre, une livre de cette huile de vitriol fumante, conservée depuis plusieurs années dans un flacon qui avoit resté quelque temps débouché: comme le but de cette première opération étoit seulement de voir si l'on obtiendroit le sel concret dont parle *Meyer*, on adapta sans précaution & sans lut, un balon assez grand pour recevoir le produit; on verra plus bas que ces précautions auroient été plus nuisibles qu'utiles au succès de l'opération. Dès la première impression de la chaleur, il passa une grande quantité de vapeurs blanches & épaisses qui obscurcirent le récipient; la portion de ces vapeurs qui fortoit par la jointure des vaiſſeaux, répandoit une forte odeur de ſoufre brûlé : bientôt il paſſa en même temps des gouttes d'une liqueur, qui, parvenues au fond du récipient, ſe figèrent & prirent la forme d'une gelée un peu brune; les vapeurs qui frappoient les parois ſupérieures & latérales du ballon, s'y condensèrent en un ſel blanc criſtalliſé en lames ſemblables à celles du ſel ſédatif, & en petites aiguilles brillantes & ramifiées comme la craie ammoniacale ou l'alkali volatil concret. La liqueur qui tomboit en gouttes, de trois minutes en trois minutes, & qui ſe raſſembloit au fond du récipient, devint bientôt plus foncée, & reſta quelque temps au-deſſous de la première portion gélatineuſe, qu'elle fondit par la chaleur qu'elle lui communiqua; celle-ci, après s'y être mêlée & diſſoute peu-à-peu, ne lui donna que peu de couleur. On remarqua auſſi que la vapeur blanche qui continuoit à ſortir par le bec de la cornue, en même temps que les gouttes de liqueur, ſe ſéparoit en deux portions; l'une ſupérieure & plus légère, qui ſuivoit, en eſpèces de filamens ſoyeux, la courbure de la partie ſupérieure du balon, & ſe condenſoit ſur ſes parois; l'autre inférieure, plus peſante, qui ſe précipitoit ſur la liqueur & s'y diſſolvoit en grande partie. Ces phénomènes durèrent pendant environ deux heures & demie, & l'on n'employa qu'un feu très-doux. A cette époque, la vapeur ayant beaucoup diminué dans le balon, & ne ſortant qu'en très-petite quantité de la cornue, on changea de récipient; & la liqueur de la cornue n'étant point encore blanche, on continua la diſtillation par un feu plus fort. Il paſſa à peu-près quatre onces d'une liqueur plus foncée en couleur que la première huile de vitriol, ſans odeur ſenſible, & qui n'exhaloit plus de fumée; l'acide contenu dans la cornue parut tout-à-fait blanchi, on y obſerva une petite quantité de poudre blanche; il fallut ſept heures pour obtenir ces trois onces de liqueur colorée, & pour blanchir entièrement celle de la cornue: il paroît donc que le principe colorant de cet acide n'eſt pas entièrement formé par la vapeur blanche qu'on en dégage par une chaleur douce. Je fis mettre un troisième récipient & continuer la distillation jusqu'à siccité; cette opération dura plus de dix heures, & elle fournit sept onces & demie d'une huile de vitriol légèrement ambrée, qui pesoit juste le double de l'eau & qui ne fumoit point: il resta au fond de la cornue un léger enduit blanc un peu boursouflé, ayant l'apparence saline; cette matière pouvoit peser six grains, elle avoit les propriétés de l'alun calciné, comme je le ferai voir dans la seconde expérience.

Le premier ballon qui contenoit le sel concret, ayant été ouvert, il se remplit sur le champ d'une vapeur blanche très-épaisse, & l'on eut beaucoup de peine à en retirer la substance saline; on en perdit une assez grande quantité, il s'en fondit aussi pendant qu'on étoit occupé à le détacher & à le mettre dans un flacon; on n'en put ramasser qu'une once deux gros, & on évalua à trois gros ce qu'il y eut de perdu: il y a donc eu plus de trois onces de perdues dans l'opération, soit en vapeurs blanches qui, si elles avoient été retenues, se seroient condensées en acide concret, soit en humidité, de sorte que l'on peut estimer à un cinquième environ la quantité de sel concret que l'on obtint de l'huile de vitriol fumante de Saxe.

Expérience seconde.

La première expérience ayant eu le succès que j'en avois desiré, j'ai cru devoir la répéter avec plus d'exactitude. Je me suis procuré à cet effet, chez M. Charlard, le même acide vitriolique de Saxe, qu'il avoit fourni à M. Poulletier, & qu'il conservoit dans une bouteille de grès bouchée avec un bouchon vissé de la même matière; je l'ai trouvé parfaitement semblable au premier, si ce n'est qu'il étoit plus concentré, puisqu'il pesoit sept gros plus que l'eau sous le volume d'une once; au reste, il exhaloit les mêmes vapeurs & la même odeur. On en a mis deux livres dans une cornue de verre à laquelle on a adapté un ballon, & l'on a joint à ce dernier, par le moyen d'un tube courbé à angle droit, une bouteille d'où partoit un ſecond tube qui ſe terminoit dans l'appareil propre à recueillir les fluides élaſtiques. L'extrémité de la portion verticale du premier tube plongeoit dans huit onces d'eau diſtillée contenue dans la bouteille. On a luté les jointures de ces vaiſſeaux avec du lut gras recouvert de bandes de toiles enduites de blancs d'œufs & de chaux. On n'a commencé cette opération que lorſque tous les luts ont été bien ſecs. On a procédé à la diſtillation au bain de ſable, en donnant le feu très-lentement & par degrés. Après une heure de la chaleur la plus douce, il eſt ſorti du bec de la cornue un jet de vapeurs blanches très-épaiſſes, dont une partie nageoit dans le ballon en eſpèces de filamens ſemblables aux fleurs de zinc, & une autre portion plus peſante ſe précipitoit vers le fond du récipient. Il paſſa en même temps quelques gouttes d'une liqueur colorée qui devint bientôt blanche. Peu-à-peu les vapeurs ſe condensèrent ſur quelques points des parois du ballon & vers ſon fond, en un ſel très-blanc criſtalliſé en lames brillantes & en houppes ſoyeuſes; il s'en dépoſa un pareil ſur l'extrémité de l'alonge placée entre la cornue & le récipient. Cette portion de ſel étoit du plus beau blanc, & repréſentoit une ſtalactite formée par une grande quantité de petites aiguilles ſoyeuſes & brillantes. Une partie des vapeurs paſſoit à travers l'eau dans la portion vide de la bouteille, & paroiſſoit ne pas ſe diſſoudre dans ce fluide, quoique cette eau ait été trouvée manifeſtement acide après l'opération. Il ſe raſſembloit en même temps dans la cloche placée à l'extrémité du dernier tube, un fluide élaſtique blanc & nuageux comme l'air vital. L'opération allant très-bien juſqu'à cette époque, me donnoit l'eſpoir d'avoir une bonne quantité de ſel concret & blanc; mais il arriva, après deux heures de feu, un accident inévitable. Les vapeurs blanches & acides, qui paſſoient continuellement dans le ballon & dans la bouteille, agirent avec tant d'activité ſur l'huile du lût, que celle-ci fut brûlée, & qu'une portion liquéfiée coula de l'alonge dans le récipient, & colora en brun-noir preſque tout le ſel qui y étoit contenu. J'ai fait déluter ſur le champ l'appareil; on a recueilli le ſel concret qui étoit d'une couleur noire, ſi l'on en excepte la portion qui pendoit en forme de ſtalactite au bec de l'alonge dont l'extérieur ſeul étoit noir, & l'intérieur conſervoit encore ſa couleur blanche. Cette portion de ſel concret avoit une telle conſiſtance qu'on ne put la couper qu'avec beaucoup de peine avec des ciſeaux pour la mettre dans un flacon; il y en avoit près de cinq onces & demie en y comprenant la portion qui ſe fondit ou qui ſe diſſipa en vapeurs pendant qu'on la tranſvaſoit du récipient dans un flacon. Cette quantité de ſel concret eſt en proportion plus conſidérable que celle que l'on obtint dans la première diſtillation; cela dépend de ce que l'appareil n'étant point luté dans l'opération précédente, il s'échappa une grande quantité de vapeurs blanches qui furent retenues & condenſées dans celle-ci. Le fluide élaſtique raſſemblé dans les cloches & refroidi à la température de l'atmoſphère (douze degrés), occupoit le volume d'environ ſix pintes d'eau; il paroiſſoit contenir un peu d'air vital, car la bougie y brûloit un peu mieux que dans l'air atmoſphérique.

La liqueur qui reſtoit dans la cornue après la volatiliſation de ce ſel concret, étoit preſque blanche; elle contenoit une petite quantité de poudre de la même couleur que dans la première opération. Elle peſoit une livre dix onces ſept gros: on y adapta un ballon ſans le luter, & on le chauffa à feu nu; il s'en dégagea d'abord des vapeurs blanches moins épaiſſes que les premières, & qui diſparurent aſſez promptement; bientôt il diſtilla des gouttes un peu brunes, & qui perdirent peu-à-peu leur couleur. On entretint le feu pendant près de deux heures, pour achever cette diſtillation juſqu'à ſiccité: on obtint une livre dix onces deux gros & quelques grains de liqueur, & il ſe diſſipa par les jointures des vaiſſeaux un peu moins de cinq gros. Ce produit étoit de l'huile de vitriol un peu brune, & conséquemment bien plus colorée qu'elle n'étoit avant cette seconde distillation. Je crois devoir attribuer cette couleur aux vapeurs blanches qui se sont dissoutes dans cet acide; il pesoit sept gros quarante-neuf grains plus que l'eau sous le volume d'une once. Il restoit au fond de la cornue un enduit très-blanc, & qui étoit aussi peu abondant que celui de la première expérience.

Ces résidus secs adhérens au fond des cornues, pesoient ensemble quinze grains; cette matière n'a pas paru se dissoudre dans deux onces d'eau distillée froide qu'on laissa séjourner plusieurs heures dans les cornues: on fit bouillir ce fluide, & l'on parvint, par ce moyen, à détacher en lames la matière sèche contenue dans ces vaisseaux. L'eau avec laquelle on l'enleva étoit acidule; on la sépara de la poudre par le filtre. Elle tenoit en dissolution une petite quantité de la substance saline; celle-ci séchée sur le filtre, présentoit quelques lames brillantes; mise sur un charbon, elle n'y éprouva d'autre changement que de blanchir & perdre le peu de cohérence qu'elle avoit; on la trouva acide & légèrement stiptique: l'eau filtrée donna des précipités en flocons légers, par l'eau de chaux, la dissolution de magnésie, l'alkali volatil caustique & l'alkali fixe; elle tenoit donc en dissolution de l'alun, puisqu'il n'y a que ce sel qui présente toutes ces propriétés réunies. S'il ne s'est point fondu en entier dans l'eau, c'est qu'il avoit été calciné par la chaleur forte qu'on avoit donnée à la fin de l'opération. Ce sel venoit sans doute du vitriol d'où l'on retire cet acide en Saxe.

EXPÉRIENCE TROISIÈME.

Comme le sel volatil concret que j'avois obtenu de ces deux distillations, paroissoit se sublimer à une douce chaleur, & que pour peu qu'on augmentât le feu sans précaution, les vapeurs trop raréfiées & se succédant trop rapidement se dissipoient par les jointures auxquelles l'accident que j'ai décrit ne nous permettoit pas d'appliquer aucun lut, je crus devoir traiter le même acide par le bain-marie. On en mit huit onces dans une cornue de verre que l'on plongea dans l'eau jusqu'à la moitié de sa hauteur, & à laquelle on adapta un grand récipient sans le luter. On chauffa peu-à-peu l'eau du bain-marie jusqu'à la faire bouillir, on l'entretint dans ce degré de chaleur. Après une demi-heure d'ébullition le ballon se remplit de vapeurs blanches semblables à celles qu'on avoit obtenues par la distillation au bain de sable. Ces vapeurs se succédèrent sans discontinuer pendant dix-huit heures de suite que l'on soutint constamment l'ébullition de l'eau du bain-marie. Cependant je ne voyois point paroître ces cristaux blancs, lamelleux & soyeux que m'avoient fournies les deux premières opérations, & je n'obtins de tout ce travail que deux gros d'un acide brun non fumant, sans apparence de sel concret. Il se dégagea à la vérité une si grande quantité de vapeurs blanches & d'une odeur sulfureuse par les jointures, que je trouvai dans le résidu de cette opération six gros de perte, tandis que je n'avois que deux gros de produit; il se dissipa donc quatre gros de vapeur blanche qu'il fut impossible de condenser, quoiqu'il soit très-vraisemblable que c'est cette vapeur qui par le refroidissement se cristallise en sel. L'acide resté dans la cornue étoit un peu moins coloré que dans son état naturel, il pesoit sept gros dix-huit grains plus que l'eau sous le volume d'une once, & il s'étoit concentré, puisqu'il ne pesoit que sept gros de plus avant cette opération. Quoique cet acide fût encore très-fumant, & que par la distillation à feu nu, il donnât beaucoup de vapeurs blanches, je n'en pus obtenir aucun sel concret, & il passa dans le ballon sous la forme d'un liquide brun. On soutint le feu pendant plus de douze heures pour distiller jusqu'à siccité. On obtint sept onces un gros & quelques grains d'un acide vitriolique un peu moins foncé que l'huile de vitriol de Saxe, qui ne fumoit point du tout, & qui perdit par le refroidissement la légère odeur sulfureuse qu'il avoit étant chaud. Il resta trois ou quatre grains de résidu blanc, d'alun calciné, comme dans les deux premières opérations.

EXPÉRIENCE QUATRIÈME.

J'attribuai le peu de réussite de cette expérience à ce que les vapeurs avoient passé trop vîte & n'avoient point été refroidies ; quoiqu'en traitant cet acide à la chaleur plus forte d'un bain de sable, & sans prendre plus de précautions pour refroidir le ballon, j'avois eu du sel concret. Je me déterminai à recommencer la distillation du bain-marie en refroidissant le récipient. Pour cet effet, on mit quatre onces d'huile de vitriol fumante de Saxe dans une petite cornue de verre, à laquelle je fis joindre assez exactement, quoique sans lut, un flacon de cristal alongé, au lieu de ballon, afin de refroidir plus facilement cette espèce de récipient. On éleva un petit mur de briques entre le fourneau & le flacon, & l'on plongea celui-ci dans un bocal de verre rempli de glace pilée. On fit bouillir l'eau dans laquelle plongeoit la cornue; on obtint les vapeurs blanches ordinaires, mais beaucoup moins abondantes que lorsqu'elles passent dans un grand récipient qui contient beaucoup d'air, car je ne puis douter, comme je le dirai ailleurs, que le contact de l'air contribue beaucoup à rendre ces vapeurs très-fortes. On vit au bout de quelques heures une petite quantité de sel grenu, grisâtre, bien éloigné de la belle forme cristalline qu'il avoit dans les premières opérations, il s'en déposa aussi un peu sur le bec de la cornue; mais quoiqu'on entretînt l'ébullition du bain-marie pendant près de douze heures, il ne s'en dégagea pas plus de quelques grains, & quand on eut remarqué qu'il passoit un acide liquide coloré & non concrescible par le contact de la glace, on abandonna l'opération, bien convaincu que si elle pouvoit fournir quelques parcelles de sel volatil concret, elle nuiroit beaucoup plus à sa formation, qu'elle ne la favoriseroit.

Cette expérience que j'ai faite avec tout le soin & l'attention l'attention dont je ſuis capable, prouve donc que la chaleur moyenne de l'eau bouillante dégage très-facilement la matière vaporeuſe blanche, qui eſt la baſe du ſel concret que l'on obtient en chauffant plus fortement l'huile de vitriol fumante de Saxe; puiſque quand cette vapeur eſt une fois dégagée de cet acide, il ne fournit plus ce ſel concret en le traitant au bain de ſable ou à feu nu. Mais pourquoi cette fumée ſe diſſipe-t-elle par ce degré de chaleur, ſans ſe condenſer en ſel acide concret, auſſi facilement que lorſqu'on la traite à une plus forte chaleur! J'avoue que je ne puis répondre à cette queſtion que par des hypothèſes, & en ſuppoſant ou que cette matière vaporeuſe eſt trop rare & trop diviſée par la chaleur moyenne de l'eau bouillante, pour prendre enſuite une forme concrète, ou bien que cette chaleur en ſépare les principes, en raiſon de leur volatilité différente, tandis qu'ils doivent être volatiliſés enſemble pour ſe criſtalliſer par le froid. Pour rendre cette dernière hypothèſe vraiſemblable, il ſembleroit néceſſaire que la vapeur dégagée de l'huile de vitriol fumante, par la chaleur du bain-marie, fût différente de celle qui eſt élevée par une chaleur plus forte; mais rien ne m'a démontré cette différence, puiſqu'elle avoit la même forme, la même épaiſſeur & la même odeur que dans les premières expériences. La première hypothèſe eſt preſque auſſi peu ſatisfaiſante, puiſqu'on ne conçoit pas comment on ne pourroit pas donner la forme concrète à une vapeur trop rare & trop diviſée, en détruiſant cet état par le refroidiſſement ſubit. Ces réflexions me portent à croire que ſi je n'ai pas obtenu une quantité notable de ce ſel concret dans la ſeconde expérience au bain-marie, c'eſt que la vapeur qui le conſtitue par ſa condenſation, lorſqu'elle eſt volatiliſée par la chaleur moyenne de l'eau bouillante, paſſe trop facilement à travers l'appareil ordinaire qu'il m'a été permis d'employer, ne ſe raſſemble point en aſſez grande quantité dans le récipient, & n'y prend pas complétement cette eſpèce de denſité vaporeuſe qui eſt ſans doute un paſſage néceſſaire de ſon état élaſtique a ſa forme ſolide & criſtalline, comme on l'obſerve dans les gaz marin & alkalin, dont la combinaiſon offre un nuage blanc très-épais, avant de devenir concrète. Pour conſtater avec certitude le ſuccès de cette expérience, il faudroit un appareil aſſez ſolide pour que le bec de la cornue s'ajuſtât avec le ballon, comme un bouchon de criſtal; il faudroit encore un tube de verre épais & recourbé, ſemblable à ceux dont on ſe ſert dans les appareils ſi connus aujourd'hui, qui s'ajuſtât également avec une autre tubulure du ballon, & qui pût conduire la vapeur ou les fluides aériformes dans des cloches remplies d'eau ou de mercure. Je ne crois pas devoir obſerver que cette manière de réunir les vaiſſeaux diſtillatoires, ſera très-utile pour un grand nombre d'opérations où les luts ſont ſouvent capables de faire naître des erreurs préjudiciables à l'exactitude des réſultats chimiques. On a déjà employé des cornues de criſtal, jointes par ce moyen à des récipiens, mais je n'ai jamais vu cet appareil qu'en petit, & d'ailleurs on n'y a jamais joint les tubes de communication, avec les machines pneumato-chimiques qui en aſſureront les avantages, en prévenant les accidens que la raréfaction & l'élaſticité des vapeurs & des fluides aériformes, doivent toujours faire craindre. Auſſi ces appareils ont-ils plus contribué juſqu'actuellement à l'ornement des laboratoires & des cabinets de phyſique, qu'au ſuccès des opérations chimiques.

Meyer annonce dans l'endroit de ſes *Eſſais de Chimie ſur la chaux vive*, que j'ai cité *(a)*, que ſi l'on étend d'eau une huile de vitriol fumante, & qu'on concentre cet acide par la chaleur, on en retire une huile de vitriol qui ne fume plus, mais qui eſt très-bonne & très-pure; il attribuoit ce changement au dégagement de ſon cauſticum

(a) Tome premier, *page 281*, 1.°

volatilisé par la chaleur qui a lieu dans le mélange, J'ai regardé cette expérience comme très-importante, & je l'ai répétée de la manière suivante.

EXPÉRIENCE CINQUIÈME.

J'AI versé quatre onces d'huile de vitriol fumante de Saxe dans huit onces d'eau distillée; à mesure que cet acide tomboit dans l'eau il y excitoit un mouvement plus considérable & un bruit plus fort que ne fait l'huile de vitriol concentrée ordinaire; il y avoit une espèce d'effervescence violente, & les bulles qui s'élevoient à la surface de la liqueur la faisoient jaillir en gouttelettes à quelque distance. Comme il paroissoit se dégager un fluide élastique de ce mélange, j'ai plongé une bougie dans la partie vide du bocal qui le contenoit; elle parut y brûler un peu mieux que dans l'air ordinaire, mais cette différence n'étoit que très-légère. Les vapeurs blanches que l'huile de vitriol de Saxe exhale, augmentèrent, ainsi que son odeur sulfureuse, dans le moment de son mélange avec l'eau, mais elles cessèrent très-promptement. Il y eut une chaleur assez semblable à celle que produit l'huile de vitriol ordinaire avec l'eau. Lorsque le bruit & le mouvement eurent cessé, l'esprit de vitriol formé par cette combinaison, étoit d'une couleur jaune; en l'agitant, il se dégageoit de tous les points de ce liquide de petites bulles qui venoient crever à la surface avec le pétillement léger qui annonce & accompagne ordinairement une effervescence. Cette liqueur pesoit deux gros plus que l'eau sous le volume d'une once; elle n'exhaloit plus ni fumée ni odeur quand elle eut acquis la température de douze degrés, qui étoit celle du laboratoire. On la mit dans une cornue de verre à laquelle on adapta un récipient sans le luter. On chauffa ce vaisseau à feu nu, & en graduant la chaleur avec précaution, il ne passa point de vapeurs blanches, mais on aperçut assez promptement des gouttes de liqueur très-blanche qui ſe raſſemblèrent dans le récipient. La liqueur de la cornue étant bouillante, les gouttes qui diſtilloient ſe ſuccédèrent plus rapidement, mais ne furent accompagnées d'aucune vapeur ſenſible. Après neuf heures de feu on avoit obtenu environ huit onces de flegme très-blanc, d'une ſaveur légèrement acidule, rougiſſant ſans détruire la couleur du tourneſol, ne faiſant pas d'efferveſcence avec le ſel fixe de tartre ou le tartre crayeux, ayant une petite odeur d'acide ſulfureux, & peſant dix-huit grains plus que l'eau ſous le volume d'une once. Il reſtoit dans la cornue à peu-près quatre onces d'une liqueur moins foncée en couleur que l'huile de vitriol de Saxe, & n'en ayant plus qu'une orangée; elle ne fumoit point & avoit même moins d'odeur que le flegme du récipient; elle peſoit vingt-deux grains de moins que l'huile de vitriol employée ſous le volume d'une once, ce qui dépend de la portion qui s'étoit volatiliſée avec l'eau. On diſtilla juſqu'à ſiccité ces quatre onces dans la même cornue; l'acide paſſa en vapeurs, il étoit abſolument ſans couleur; il peſoit ſix gros de plus que l'eau diſtillée ſous le volume d'une once de ce dernier fluide. Il reſtoit dans la cornue un léger enduit alumineux ſemblable à ceux des précédentes expériences. Je ferai obſerver que cette diſtillation eſt la ſeule qui nous ait donné une huile de vitriol très-blanche & très-claire, & que s'il ne s'agiſſoit que de purifier l'acide noir de Saxe, on pourroit employer cette addition d'eau pour la rectifier.

L'eau a donc la propriété de faire diſparoître les vapeurs de l'huile de vitriol de Saxe, & de détruire le ſel volatil concret que cet acide donne par l'action de la chaleur. Mais comment opère-t-elle ce changement? Ce qui a été expoſé juſqu'ici annonce que ce ſel doit ſon état concret à une grande quantité de gaz ſulfureux fixé & diſſous dans l'acide vitriolique très-concentré.

On a vu qu'en mêlant cet acide vitriolique fumant, & ſur-tout le ſel concret avec de l'eau, il ſe dégage avec un mouvement & une effervefcence confidérables une grande quantité de gaz fulfureux ; c'eft à ce dégagement de l'acide fulfureux aériforme que font dûes & la ceffation des vapeurs qu'exhale l'huile de vitriol de Saxe dans fon état ordinaire, & la propriété de ne plus donner de fel concret par la diftillation. L'exiftence de ce gaz dans l'acide vitriolique fumant, eft donc la caufe des phénomènes particuliers que préfente cet acide? L'eau, en fe combinant avec l'huile de vitriol, produit de la chaleur qui volatilife tout-à-coup le gaz fulfureux, & détruit conféquemment les propriétés que ce gaz donne à l'acide.

EXPÉRIENCE SIXIÈME.

Quelque doux que foit le feu que l'on emploie dans la diftillation de l'huile de vitriol de Saxe, pour obtenir fon fel concret, ce dernier eft toujours d'une couleur fale plus ou moins brune, lorfqu'on veut retirer tout ce que l'acide fumant peut en fournir par une première diftillation. C'eft pour cela que *Chriftian Bernhardt* confeille de la rectifier, & infifte beaucoup fur cette feconde opération. J'ai mis pour cela quatre onces de fel acide concret brun-noirâtre dans une cornue de verre dont le bec étoit fort large ; j'y ai adapté pour récipient un flacon dont l'ouverture étoit affez exactement bouchée par le col de la cornue ; j'ai eu foin de faire refroidir ce vaiffeau en le couvrant de linges trempés dans l'eau froide. La cornue fut pofée fur un bain de fable qu'on échauffa avec beaucoup de précaution. La première impreffion de la chaleur fit fondre le fel, qui prit la forme d'un liquide noir, & il en fortit une grande quantité de vapeurs blanches qui remplirent en un moment le flacon. Lorfqu'on veut avoir promptement ce fel rectifié, comme on ne peut point fe fervir de lut ordinaire, il faut choifir une cornue dont le bec avance vers le milieu du récipient ; fans cela, la vapeur blanche fort par les jointures, fans pénétrer dans le ballon ; l'air échauffé de celui-ci repouffe cette vapeur qui paroît beaucoup moins élaſtique que lui, & la refoule vers le col du récipient. Le refroidiſſement du ballon, joint à cette première précaution, facilite & accélère beaucoup la concrétion du ſel en le condenſant, ainſi que l'air des récipiens. Après une demi-heure de feu, la partie ſupérieure du flacon préſenta de petites houppes ſalines blanches & criſtallines, qui, augmentant peu-à-peu, formèrent par la réunion d'aiguilles brillantes & ſatinées, des eſpèces de faiſceaux diſpoſés en roſes ou en ſoleils, dont les rayons s'alongeoient à meſure que les vapeurs ſe condenſoient; il tomboit en même temps par le bec de la cornue quelques gouttes de liqueur légèrement colorée, & bientôt on vit ſe former dans le fond du flacon pluſieurs concrétions arrondies, d'abord blanches, enſuite brunes, & reſſemblant parfaitement à ces champignons de couleur de rouille, qui croiſſent rapidement ſur les vieilles ſouches humides & pourries. Ces concrétions avoient pour baſes quelques aiguilles blanches ramifiées, ſur leſquelles il ſe dépoſa une matière grenue, d'un brun-clair, dont l'aſſemblage donna la forme arrondie qu'on y remarquoit. Ces criſtaux peſoient enſemble un peu plus de trois onces.

Voilà donc les deux ſels différens diſtingués par *Chriſtian Bernhardt;* le premier aiguillé & plus volatil que l'autre, dont le tiſſu eſt grenu, la couleur un peu brune & la volatilité moins grande; mais ce dernier n'eſt pas réellement différent du premier, & il n'a de la couleur & une forme grenue, que parce qu'il eſt ſali par un peu d'huile de vitriol colorée, & parce qu'il provient de vapeurs plus denſes & qui ſe criſtalliſent plus confuſément.

Ces deux ſels rectifiés conſervent leur forme & leur nature lorſqu'ils ſont dans un vaiſſeau bien bouché & à une température au-deſſus de 30 degrés. Si on les expoſe à l'air, ils exhalent une vapeur blanche très-épaiſſe, une odeur forte d'acide ſulfureux, & une partie ſe réſout en une liqueur comme huileuſe, d'une couleur brune-claire, qui ne fume plus lorſqu'on la tient quelque temps à l'air. Ils ſe fondent dans l'eau avec chaleur & en produiſant un bruit ſemblable à celui d'un fer rouge qu'on plonge dans ce fluide; ils excitent dans ce mélange une violente efferveſcence dûe au dégagement du gaz ſulfureux, & ne donnent plus enſuite que de l'eſprit de vitriol un peu coloré, & le décolorent même en partie. Ils ſe réſolvent très-promptement en liqueur; enfin ils préſentent tous les caractères d'un acide vitriolique concret, modifié par une combinaiſon gazeuſe particulière, comme je crois l'avoir démontré dans ce Mémoire.

MÉMOIRE

POUR SERVIR

À L'HISTOIRE ANATOMIQUE DES TENDONS,

Dans lequel on s'occupe ſpécialement de leurs capſules muqueuſes.

Par M. DE FOURCROY.

Les muſcles du corps humain ont été décrits avec tant d'exactitude par un grand nombre d'anatomiſtes célèbres, qu'on doit preſque renoncer à l'eſpoir d'ajouter quelques faits aux travaux de *Cowper*, de *Douglas*, de *Duverney*, de *Winſlow*, d'*Albinus*, de M.rs *Lieutaud* & *Sabatier.* Cependant lorſqu'on examine avec attention les extrémités tendineuſes de ces organes irritables, lorſqu'on conſidère, ſans les ſéparer par le ſcalpel, la manière dont les tendons ſont liés les uns avec les autres, l'ordre qui les fixe à leurs inſertions, la marche qu'ils ſuivent ſur les os depuis leur naiſſance juſqu'au lieu où ils s'attachent, leurs connexions réciproques, & ſur-tout leurs rapports avec les articulations qu'ils environnent de toutes parts, on reconnoît que ce ſujet n'eſt point totalement épuiſé, & qu'il reſte encore quelques objets à décrire.

Il n'eſt pas d'anatomiſte exercé dans la diſſection, qui n'ait obſervé bien des fois que les extrémités tendineuſes ſont retenues dans leur ſituation, & liées aux parties voiſines par des membranes plus ou moins fines, qui, en les fixant à leur place, facilitent leurs mouvemens, & entretiennent dans leurs fibres une ſoupleſſe & une mobilité néceſſaires

néceſſaires à leur action. *Winſlow* paroît cependant être le premier qui ait annoncé l'exiſtence de ces productions membraneuſes *(a)*; car il ne faut point les confondre avec les parties que les anatomiſtes avoient appelées avant lui *membranes muſculaires*, & ſur leſquelles il s'étoit élevé entr'eux pluſieurs diſcuſſions ſavantes. Ces membranes des muſcles environnent leurs faiſceaux charnus, en pénètrent & en ſéparent les fibres: celles dont nous nous occupons ici ſont propres aux tendons & ne ſe rencontrent jamais ſur leurs fibres muſculaires; Winſlow leur a donné le nom de *gaine membraneuſe (b)*, de *membrane mucilagineuſe (c)*, & quelquefois celui de *capſule ligamenteuſe (d)*; ce qui fait voir qu'il en avoit reconnu de différentes conſiſtances. *François-Maurice Duverney* en a fait mention dans ſon ouvrage, ſur l'art de diſſéquer les muſcles. *Albinus* a fait plus d'attention à ces parties acceſſoires des tendons que les deux anatomiſtes précédens. Il a décrit pluſieurs de ces capſules avec plus de ſoin; il les a appelées *bourſes*, *burſæ*, & il a obſervé les principales & les plus remarquables; il a ſur-tout inſiſté ſur celle qui eſt placée ſous le tendon de l'iliaque. Toutes les bourſes qu'il a indiquées ſont au nombre de dix-huit *(e)*.

Je n'ai pu trouver qu'un auteur qui en ait traité *ex profeſſo*. Il exiſte une diſſertation imprimée à Léipſick, en 1753, dans laquelle le docteur *Jancke*, profeſſeur de médecine & d'anatomie dans cette ville, a fait une hiſtoire particulière des membranes qui accompagnent les cordes tendineuſes, & auxquelles il a donné le nom de *capſules*

(a) Expoſition anatomique, &c. *Paris*, *1732*, *in-4.°*

(b) En parlant du tendon de l'obturateur interne.

(c) En décrivant les ligamens des deux premières phalanges des doigts.

(d) En parlant du tendon réuni de l'iliaque & du pſoas.

(e) *Bernardi Siegfried Albini*, *hiſtor. muſculor. hominis*; Leidæ Batavorum, *1734*, *in-4.°* Voyez les articles où il eſt queſtion de ces bourſes, *pages 319*, *343*, *422*, *429*, *434*, *520*, *522*, *524*, *527*, *532*, *536*, *547*, *551*, *559*, *563*, *596*.

articulaires des tendons (f). Après avoir indiqué les anatomiſtes qui en ont parlé, il traite de ces capſules en général; il en indique l'origine, les différences & les uſages: ces généralités ne m'ont paru avoir ni l'étendue ni la clarté néceſſaires pour faire bien connoître la ſtructure de ces membranes. Il fait enſuite le dénombrement de celles que ſes diſſections lui ont préſentées au nombre d'environ cinquante dans les muſcles des extrémités ſupérieures & inférieures; mais ſon travail ne conſiſte que dans une ſimple énumération du ſiége de ces capſules; il n'en décrit que trois ou quatre avec aſſez d'exactitude: en comparant ſes deſcriptions à celles qu'*Albinus* a données, on reconnoît qu'il n'y a preſque rien ajouté, ſi ce n'eſt une communication de quelques-unes avec l'intérieur des articulations, qui n'a point été admiſe par ce dernier anatomiſte, & dont je parlerai plus bas. On ne trouve aucune deſcription particulière de ces membranes dans les auteurs modernes.

Haller en parle d'une manière vague & générale dans ſa grande phyſiologie *(g)*; il les diſtingue cependant des membranes muſculaires, mais pas aſſez des gaines tendineuſes. Il y admet une graiſſe glanduleuſe, & une humeur muqueuſe qui contribue à donner le poli & le brillant aux ſurfaces des tendons.

M. Portal les a indiquées d'après *Albinus*, dans les additions qu'il a faites à l'Anatomie hiſtorique & pratique de M. *Lieutaud*. Il a auſſi fait mention de la liqueur onctueuſe contenue dans ces bourſes capſulaires *(h)*.

(f) Proluſio quam orationi aditiali horâ 8, di. 4 menſ. Maii, a. 1753, in auditorio philoſophico habendæ præmittit, in eâque obſervationes quaſdam anatomicas de capſis tendinum articularibus proponit Joannes Godofredus Jancke, *philoſophiæ & medicinæ doctor, ejuſdemque profeſſor publicus extraordinarius, atque in theatro anatomico proſector.* Lipſiæ ex officinâ Langenhemianâ; petit in-4.° de 20 pages.

(g) Elem. phyſiol. tom. IV, pag. 428, 436.

(h) Anatomie hiſtorique & pratique, par M. Lieutaud, nouvelle édition, augmentée par M. *Portal. Paris, 1776, tome I, page 356.*

M. *Sabatier* eſt, de tous les anatomiſtes modernes, celui qui a fait le plus d'attention aux capſules des tendons. Il en a connu un plus grand nombre qu'*Albinus ;* il les a déſignées, tantôt ſous le nom de *capſules membraneuſes*, tantôt ſous la dénomination de *membrane molle & lâche*, de *tiſſu filamenteux*, ou de *productions membraneuſes (i)*.

Tel étoit à peu-près l'état des connoiſſances anatomiques ſur ces membranes acceſſoires des tendons, lorſque m'occupant, en 1775 & 1776, de la diſſection des muſcles du corps humain & de ceux des quadrupèdes, je crus devoir faire une attention particulière à ces membranes. Les détails ſur leur ſtructure, donnés d'une manière aſſez piquante, quoique trop vague, par *Albinus* que je liſois, le ſcalpel à la main, m'excitèrent à les examiner avec ſoin. Les premières recherches que je fis ſur cet objet, me parurent aſſez intéreſſantes pour mériter d'être ſuivies avec plus d'exactitude qu'il me ſembloit qu'on n'en avoit miſe à l'examen de ces parties. La ſituation reſpective des tendons autour des articulations, leurs connexions, leurs adhérences, leurs attaches, leur marche tracée ſur les os qu'ils recouvrent, & ſur-tout, les capſules muqueuſes qui les enveloppent, ou qui ſont placées au-deſſous d'eux, & qui contribuent pour beaucoup à la facilité de leurs mouvemens, m'offrirent une ſuite d'obſervations, ſinon entièrement nouvelles, au moins dignes d'être décrites avec plus de préciſion & de détails qu'on ne l'avoit encore fait.

Les parties que je me propoſe de décrire ſont faciles à trouver avec un peu de ſoins & d'habitude dans la diſſection; mais l'adminiſtration anatomique exigeant qu'on les détruiſe pour apercevoir la forme & la ſituation des tendons dans toute leur continuité, & le moindre coup de ſcalpel les faiſant totalement diſparoître à cauſe de leur

---

(i) Traité complet d'anatomie, &c. par M. Sabatier. *Paris, 1775, 2 vol. in-8.* Voyez le tome I, pages 274, 279, 284, 285, 289, 302, 306, 312, 315, 339, 340, 344, 352, 364, 365, 379, 382, 383, 385, 396.

molleſſe & de leur ténuité, telle eſt ſans doute la raiſon pour laquelle la plupart des anatomiſtes les ont négligées: d'ailleurs, preſque tous ceux qui ont fait des recherches ſuivies ſur les muſcles, étoient occupés d'objets plus importans. J'ai cru, d'après cela, qu'il pourroit être utile de raſſembler ſous un ſeul point de vue tout ce que la diſſection découvre dans ces productions membraneuſes peu examinées juſqu'ici.

Après avoir rendu compte des motifs qui m'ont fait entreprendre un travail ſuivi ſur les capſules muqueuſes des tendons, je dois m'occuper de l'ordre dans lequel il m'a paru néceſſaire de le préſenter. Je partagerai ces recherches en deux parties.

Dans la première, j'expoſerai la ſtructure générale des capſules muqueuſes des tendons; j'indiquerai les raiſons qui m'ont fait adopter cette dénomination; je décrirai le tiſſu intime & l'origine de ces productions membraneuſes; j'en préſenterai les différences les plus eſſentielles; je donnerai les caractères à l'aide deſquels on pourra les diſtinguer d'avec le tiſſu cellulaire & les gaines des tendons; je ferai connoître les parties acceſſoires de ces capſules, leurs brides ligamenteuſes, le tiſſu filamenteux qui les fortifie, la graiſſe & les glandes ſynoviales que j'ai reconnues dans pluſieurs d'entr'elles; enfin, je tâcherai d'en tracer les uſages généraux: ces objets ſeront traités dans ce Mémoire.

La ſeconde partie ſera deſtinée à la deſcription détaillée des capſules muqueuſes que mes diſſections m'ont préſentées dans les tendons des muſcles de l'homme. En décrivant ces membranes, j'aurai occaſion de faire quelques remarques ſur les connexions, la ſtructure & les attaches de pluſieurs tendons qui ont échappé aux recherches des anatomiſtes : ces différens détails conſtitueront pluſieurs Mémoires qui feront ſuite à celui-ci.

PREMIÈRE PARTIE.

De la ſtructure, de la ſituation, des différences générales des Capſules muqueuſes des Tendons, & de leurs uſages.

LES capſules muqueuſes des tendons ſont des eſpèces de membranes le plus ſouvent très-fines & molles, quelquefois d'une conſiſtance plus ferme, qui enveloppent les cordons tendineux, ou qui ſont attachées à leur ſurface qu'elles aſſujettiſſent aux os, aux cartilages ou aux ligamens voiſins. J'ai cru devoir leur donner ce nom, parce que la plupart d'entr'elles ſont d'un tiſſu lâche, comme pulpeux, & ſe trouvent remplies d'une humeur viſqueuſe & collante ſemblable à un mucilage. Celles qui ont ces caractères dans un degré très-marqué, reſſemblent à ces flocons membraneux qui ſe dépoſent dans les humeurs animales qui commencent à s'altérer; cette qualité onctueuſe & muqueuſe eſt également ſenſible dans l'intérieur de celles de ces capſules qui ont un tiſſu plus ſerré & véritablement membraneux. *Albinus* les avoit appelées *bourſes, burſæ*, en raiſon de la ſtructure de pluſieurs d'entre elles qui préſentent une cavité irrégulièrement arrondie, comme celles qui ſont ſituées ſous les tendons de l'iliaque, des trois feſſiers, du deltoïde, &c. Le docteur *Jancke* les a nommées *capſules articulaires des tendons*, parce qu'elles ſervent à lier ou à articuler, pour ainſi dire, les tendons entr'eux ou avec les parties voiſines, & parce qu'elles ſont ſouvent adhérentes aux membranes ligamenteuſes qui entourent les articulations. On pourroit auſſi les déſigner par celui de *capſules ſynoviales*, parce qu'elles contiennent toutes une humeur analogue à celle que l'on trouve dans les articulations, & parce que pluſieurs d'entr'elles m'ont offert quelques paquets graiſſeux remplis de grains glanduleux, ſemblables aux glandes ſynoviales des cavités articulaires que *Clopton Havers* a le premier décrites avec exactitude.

Ces capſules ne doivent point être confondues avec les gaines des tendons; celles-ci ſont des productions aponévrotiques ou ligamenteuſes, d'un tiſſu très-ſerré, fortement tendues autour des tendons, qui les brident dans leur marche, & qui ſont placées immédiatement au-deſſous des aponévroſes dont elles tirent leur origine; un grand nombre de capſules muqueuſes ſont renfermées dans ces gaines avec les tendons qu'elles accompagnent, & leur tiſſu eſt toujours différent de celui de ces dernières. D'autres eſpèces de ces capſules ne ſont attachées qu'à une portion des tendons, tandis que leurs gaines en occupent toute la longueur. On doit auſſi les diſtinguer du tiſſu cellulaire proprement dit, parce qu'elles ont une exiſtence particulière conſtante, & une ſtructure manifeſtement différente.

J'ai déjà fait obſerver qu'il n'étoit point difficile de trouver les capſules muqueuſes des tendons; en effet, il ſuffit, pour les rencontrer, de ſavoir qu'elles ſont placées ou autour de ces parties, ſous leurs gaines aponévrotiques, ou entr'eux & les parties auxquelles ils ſont attachés vers leurs inſertions. Pour découvrir celles qui enveloppent les tendons ſuivant leur longueur, on doit fendre leurs gaines avec précaution, & de manière à ne point parvenir du premier coup de ſcalpel à la ſurface brillante des tendons; cette ſection préſente une ſeconde enveloppe ſouvent mollaſſe, d'une couleur griſe, qui, ſaiſie avec les pinces, ſe ſépare facilement des tendons auxquels elle n'adhère que dans très-peu de points, & qui ſe déchire lorſqu'on la tire un peu fortement. On la conduit avec la même facilité depuis l'origine des tendons juſque près du lieu où ils s'implantent dans les os. On peut, pour en connoître le tiſſu lâche & l'étendue, introduire par une petite ouverture faite à leur extrémité ſupérieure, un tube de verre ou une ſonde creuſe, à l'aide de laquelle on les diſtend aiſément par l'inſufflation; on les voit alors acquérir un aſſez grand volume, ſe dilater en un ſac continu & ovoïde depuis leur naiſſance juſqu'à leur terminaiſon à l'attache des tendons, & quelquefois en cellules inégales reſſerrées d'eſpace en eſpace par des eſpèces de brides qui les lient aux tendons ou au périoſte. J'ai ſouvent employé ce procédé pour connoître leur forme & leur continuité; il m'a également réuſſi pour trouver la communication de pluſieurs de ces capſules entr'elles, & de quelques-unes avec les articulations voiſines. On réuſſit encore à les remplir d'injection; mais comme la plupart ſont formées par des membranes très-minces & très-fines, elles ſe rompent facilement, & ne réſiſtent que peu aux efforts qu'on emploie dans le procédé anatomique. Quant aux capſules bornées à un ſeul point des tendons, & ſituées entre leur face poſtérieure & les parties oſſeuſes plus profondes, on doit, pour les trouver ſûrement, couper la chair des muſcles dans ſon milieu, & les détacher avec précaution depuis cette ſection juſque dans le lieu où ils s'insèrent.

Ce premier examen ſuffit pour démontrer que les capſules muqueuſes ſont en général des eſpèces d'enveloppes ou de bourſes membraneuſes qui renferment les tendons dans leurs cavités, ou qui ſont ſimplement attachées à l'une de leurs faces; mais lorſqu'on pourſuit ces recherches ſur les tendons de tous les muſcles des extrémités, on reconnoît bientôt que toutes les capſules muqueuſes ne ſont point de la même nature, & qu'elles diffèrent par leur ſtructure, leur étendue, leur forme, & vraiſemblablement auſſi par leurs uſages, comme je l'expoſerai à la fin de ce Mémoire. Les diſtinctions que je vais établir entre les différentes capſules muqueuſes des tendons, démontreront que les anatomiſtes n'y ont pas fait encore toute l'attention néceſſaire, puiſqu'ils n'en ont point indiqué les variétés, & quils ſe ſont contentés d'en annoncer ſimplement l'exiſtence comme ſi elles ſe reſſembloient toutes: les principales différences que j'ai eu occasion d'y remarquer sont relatives au lieu qu'elles occupent & à leur tissu.

Par rapport aux endroits où elles sont situées, tantôt on les trouve le long des tendons qui parcourent un espace plus ou moins étendu sur les os, & elles ont alors à peu-près la même longueur que les tendons qu'elles enveloppent; tantôt on les rencontre vers leurs extrémités, elles offrent alors une espèce de vésicule arrondie ou ovale qui mérite le nom de *bourse*, par lequel *Albinus* les a désignées, & qui est placée entre une des faces tendineuses & les os ou les cartilages voisins, de sorte qu'elles ne renferment point les tendons comme les premières. Ces espèces de bourses sont quelquefois situées un peu au-dessus des insertions des tendons, & occupent quelquefois le lieu même de leurs attaches auquel elles se terminent. Je ferai voir dans mon second Mémoire, qu'*Albinus* n'a connu que ces dernières espèces de capsules muqueuses, & qu'il n'a fait aucune mention de celles qui enveloppent entièrement les tendons dans leur continuité; les unes & les autres ont cependant une structure très-différente. Les premières, que l'on pourroit spécifier par le nom de *capsules muqueuses vaginales*, & que l'on trouve sur les tendons alongés qui suivent la continuité des os dans une étendue plus ou moins grande, comme ceux des muscles fléchisseurs & extenseurs des extrémités, sont souvent d'un tissu extrêmement mince, d'une consistance comme mucilagineuse, elles entourent en entier les tendons. Les secondes, qui n'existent qu'auprès de l'insertion des tendons, ont moins de longueur que les premières, elles adhèrent ordinairement aux bords de l'extrémité des tendons dont elles enveloppent les attaches, tandis que les premières sont libres & comme flottantes à leur surface; elles présentent aussi une cavité plus sensible, & un tissu en général très-délicat & très-fin. Le nom de *capsules articulaires* donné par le docteur *Jancke*, convient très-bien à celles-ci; on en trouve de cette espèce à l'insertion radiale du biceps, à celles du

tendon - d'achille

tendon-d'achille, du grand dorſal, du grand rond, du grand pectoral.

D'autres capſules, d'un tiſſu fort ſemblable à celui des précédentes, ſe rencontrent un peu au-deſſus des inſertions tendineuſes; elles ont une cavité très-remarquable; leurs parois ſont comprimées l'une ſur l'autre, comme l'a très-bien remarqué *Albinus*, en décrivant celle qui eſt ſituée ſous le tendon de l'iliaque.

Enfin il exiſte une quatrième eſpèce de ces capſules, d'une forme & d'une nature analogues aux deux dernières, & qui n'en diffèrent que par le lieu qu'elles occupent. Celles-ci ſont placées à la ſurface externe des tendons, entr'eux & des arcades oſſeuſes ou ligamenteuſes ſituées au-deſſus; telle eſt celle que je décrirai au-deſſous de l'*acromium*, & qui recouvre l'extrémité des tendons du ſus-épineux & du ſous-épineux. C'eſt à cette claſſe qu'il faut auſſi rapporter la capſule placée au-deſſous du gros ligament de la rotule, & ſur la partie ſupérieure de la tubérosité antérieure du tibia.

La connexion de ces quatre eſpèces de capſules muqueuſes avec les parties voiſines, mérite auſſi d'être comptée dans leurs différences, puiſqu'elle influe beaucoup ſur les variétés de leur tiſſu. En effet, ou elles exiſtent entre deux ou pluſieurs tendons, comme on l'obſerve dans ceux qui forment la couche muſculaire externe de l'avant-bras, ou elles ſont ſituées entre quelques tendons & les ſurfaces oſſeuſes, cartilagineuſes ou ligamenteuſes ſur leſquelles ils poſent, ou dans la ſubſtance deſquelles ils s'implantent. Dans ces diverſes régions, les capſules muqueuſes ont une ſtructure relative aux parties d'où elles tirent leur origine. On obſerve avec un peu de ſoin dans les diſſections, qu'elles adhèrent en général beaucoup plus fortement aux parties ſur leſquelles repoſent les tendons, qu'aux tendons eux-mêmes; ainſi, lorſqu'une capſule muqueuſe enveloppe un tendon placé immédiatement ſur le périoſte, elle tient ordinairement à cette dernière membrane, tandis qu'elle ne fait que gliſſer ſur la ſurface tendineuſe. Si l'on veut la détacher avec le ſcalpel, après l'avoir fendue ſur le tendon, on la ſuit facilement juſqu'à la ſurface oſſeuſe; mais on la trouve communément ſi adhérente au périoſte qui recouvre cette ſurface, qu'il eſt quelquefois impoſſible de l'en ſéparer ſans couper & détruire ſon tiſſu. Il paroît donc qu'il y a une véritable continuité entre la ſubſtance du périoſte & celle des capſules muqueuſes des tendons, qui ſemblent en être des productions. J'en dirai autant des membranes qui recouvrent les cartilages, les ligamens auxquels adhèrent ſouvent les capſules muqueuſes. À la vérité, les parois poſtérieures ou internes de ces capſules vaginales, qui ſont implantées dans le périoſte d'où elles tirent leur origine, ſont toujours minces, tranſparentes & ſemblables en quelque ſorte à la pie-mère, tandis que leurs parois antérieures ou extérieures, qui ſe recourbent pour envelopper les tendons, préſentent un tiſſu ſouvent fort différent. Tantôt ces productions capſulaires antérieures ſont ternes & opaques, au lieu d'être tranſparentes comme leurs portions poſtérieures; elles offrent à leur ſurface externe un tiſſu plus épais, véſiculeux, mollaſſe, rougeâtre, quelquefois filamenteux, qui les rend plus volumineuſes & plus fortes à la ſurface qu'au deſſous des tendons; mais cette différence dépend de quelques couches membraneuſes & cellulaires qui leur ſont fournies par les parties voiſines, & qui prennent le plus ſouvent leur naiſſance des aponévroſes ou des gaines aponévrotiques extérieures, vers l'origine des tendons. Je me ſuis convaincu par la diſſection, que ce tiſſu extérieur n'appartient pas à la capſule muqueuſe même, & qu'il ne fait qu'en fortifier la ſurface extérieure; j'ai réuſſi pluſieurs fois à ſéparer ces couches membraneuſes acceſſoires de la ſurface même des capſules, en les enlevant peu-à-peu avec le ſcalpel: ce travail demande à la vérité aſſez de patience; mais il réuſſit conſtamment lorſqu'on y met le temps & les attentions convenables. On peut auſſi, par un travail de la même nature, détacher entièrement une capſule ligamenteuſe, en coupant avec précaution les fibres qui la lient au périoſte, &

conserver cette capsule desséchée après l'avoir soufflée pour les démonstrations anatomiques. Mais cette dernière opération est plus difficile que la précédente ; & sur un grand nombre de capsules que l'on prépare ainsi, il en est peu qui se conservent bien entières, en raison de leur ténuité & du mucilage dont elles sont imprégnées. La macération les détruit en quelques heures ; lorsqu'on les expose à l'air pour en opérer la dessiccation, elles se ramollissent & se fondent pour ainsi dire très-promptement par la putréfaction qui y fait des progrès très-rapides, & auxquels on ne peut guère s'opposer. Le docteur *Jaucke* dit cependant avoir réussi plusieurs fois à en préparer de cette manière *(k)*; je l'ai essayé, d'après son assertion, & outre la grande difficulté de les détacher entièrement du périoste & des tendons, de sorte à n'y faire aucun trou, ce qui empêcheroit l'insufflation, j'ai rencontré les autres obstacles annoncés ci-dessus pour leur dessiccation, obstacles dont cet anatomiste n'a fait aucune mention.

Quoique les détails dans lesquels je viens d'entrer sur la structure des capsules muqueuses des tendons, & sur leur origine, démontrent qu'elles sont souvent des productions du périoste ou de la membrane propre aux cartilages & aux ligamens, il paroît que la substance tendineuse contribue quelquefois elle-même à leur formation. Il y a deux cas où cette structure est très-manifeste ; 1.° on l'observe dans les capsules en forme de bourses situées à l'extrémité des tendons, vers leurs insertions; ces espèces de membranes capsulaires ne glissent point sur la surface tendineuse, comme celles que nous avons appelées *vaginales* ; elles s'attachent fermement aux deux bords des tendons de la substance desquels il est impossible de les séparer, & paroissent se continuer avec les fibres tendineuses par l'une de leurs faces, tandis qu'elles se confondent par l'autre avec le tissu du

(k) Loc. citat. pag. 6. *totæ inflari, partim, quod ab his ipsis partibus, cultro, sed cautissimè ducto, separari (quod mihi quidem tentanti sæpiùs ex sententiâ successit), & exsiccari atque in futurum usum adservari possunt.*

périoste. 2.° Dans quelques capsules vaginales, on trouve une communication bien marquée entr'elles & les faisceaux des tendons qu'elles enveloppent; cette communication & cette confusion de substance s'y démontrent par des espèces de brides aponévrotiques qui sont tendues entre la surface intérieure de ces capsules & l'extérieure des tendons. Mais cette continuation n'est ni aussi sensible ni aussi fréquente dans cette seconde circonstance que dans la première. L'on a vu aussi qu'il se détache souvent des gaines aponévrotiques voisines, des faisceaux fibreux, d'une consistance à la vérité beaucoup moins forte que leur propre tissu, & qui viennent recouvrir la surface extérieure des capsules muqueuses dont elles augmentent l'épaisseur; ainsi l'on peut avancer que ces enveloppes ou bourses membraneuses sont formées le plus souvent par le périoste, & quelquefois par les tendons ou les aponévroses.

Je n'ai décrit jusqu'ici que le tissu ou la substance propre des capsules muqueuses. Il me reste à faire connoître les parties accessoires qui se rencontrent à leur face externe ou dans leur cavité intérieure, & qui me paroissent mériter beaucoup d'attention, parce qu'elles éclairent sur leurs véritables usages. Ces détails comprennent les duplicatures membraneuses que plusieurs d'entr'elles présentent, les brides, les filamens muqueux, les graisses, le tissu glanduleux que l'on trouve dans quelques-unes, l'humeur qui les abreuve, & la communication qu'elles entretiennent entr'elles, ou avec les parties voisines.

J'entends par duplicatures membraneuses, l'adossement & l'adhérence de plusieurs des capsules muqueuses vaginales, & la multiplicité des feuillets qu'on y observe souvent. Toutes les fois que plusieurs tendons glissent ensemble dans des gouttières cartilagineuses creusées à la surface des os; comme cela a lieu dans les muscles fléchisseurs & extenseurs des doigts, on trouve plusieurs de ces capsules qui se renferment réciproquement, & qui sont collées les unes aux autres. Les trousseaux de ces tendons sont tous contenus dans une capsule muqueuse commune, qui les enveloppe de toutes parts. Sous cette première membrane, qui est ordinairement fortifiée par le tissu molasse & pulpeux que j'ai décrit plus haut, on trouve une capsule particulière à chaque tendon, & quelquefois entre celle-ci & la première ou la superficielle, il en existe plusieurs autres qui renferment deux ou trois tendons écartés du premier trousseau, pour les accompagner jusqu'à l'endroit où ils se séparent l'un de l'autre, & dans lequel chacun d'eux n'a plus que sa capsule particulière. Telle est la raison pour laquelle on peut détacher, avec le scalpel, deux, trois & quelquefois quatre feuillets membraneux de dessus le paquet de tendons des fléchisseurs des doigts, situé sous le ligament annulaire du carpe, qui les retient en leur livrant passage. Le docteur *Jancke* a fait mention de cette structure, mais d'une manière trop vague & trop générale *(l)*.

L'intérieur des capsules muqueuses offre plusieurs parties qu'il est important de bien connoître: les capsules vaginales sont entièrement mobiles sur les tendons, & ne contractent avec eux aucune adhérence; on ne remarque dans celles-ci que l'humeur mucilagineuse dont elles sont toutes abreuvées en plus ou moins grande quantité, & que j'examinerai plus bas. Mais on trouve dans plusieurs de ces premières capsules, ainsi que dans les deux autres espèces, des appendices de leur surface interne, qui tantôt ressemblent à des filamens mous & muqueux, & vont se terminer aux tendons; tantôt à des brides ou cordelettes dures, élastiques, comme aponévrotiques, qui paroissent partir des tendons pour se perdre dans la face interne des capsules muqueuses, avec la substance desquelles elles se confondent. Le docteur *Jancke* a reconnu ces brides ligamenteuses, & il les a comparées aux filets tendineux que l'on observe dans les ventricules du cœur *(m)*. Je n'ai point trouvé dans ces

---

(l) *Loc. citat.* pag. 13 & 18.

(m) *Deinde intra earum cavitatem filamenta quædam reperiuntur, quæ*

cordelettes intérieures une ténacité qui pût être comparée à celle des filets tendineux du cœur; & je penſe, d'après un examen attentif de ces parties, que cet anatomiſte a pris des productions tendineuſes qui ſe détachent des tendons & vont s'épanouir dans le période, pour des brides dûes aux capſules muqueuſes, dont il eſt eſſentiel de les diſtinguer. J'ai encore obſervé que ces cordelettes ſont moins multipliées que ne l'annonce le docteur *Jancke*, puiſqu'elles ne ſe trouvent pas conſtamment dans les grandes capſules muqueuſes, dans leſquelles il aſſure qu'on en rencontre toujours quelques-unes *(n)*.

Les eſpèces de filamens ou prolongemens muqueux que j'ai dit exiſter quelquefois dans l'intérieur des capſules des tendons, & qui paroiſſent tenir la place des brides dont je viens de parler, ſont très-remarquables dans pluſieurs d'entr'elles; elles offrent des flocons viſqueux ou gélatineux, qui ſe détachent des capſules muqueuſes, & qui vont s'épanouir à la ſurface des tendons: on les trouve dans toutes les eſpèces de capſules, mais plus communément dans celles que nous avons appelées *vaginales*. Ils ne ſont pas conſtans, & quoiqu'ils aient l'apparence d'une gelée, on y diſtingue cependant des membranes légères analogues à celles qui renferment le fluide lymphatique du blanc-d'œuf ou du corps vitré; il ſemble que ce ſoit un mucilage épaiſſi, contenu dans un follicule membraneux, qui va s'ouvrir à la ſurface du tendon. On a des exemples de ces deux eſpèces de productions intérieures des capſules muqueuſes dans les tendons du ſublime, & dans pluſieurs autres dont je donnerai une deſcription détaillée dans un

---

ſive columnas, ſive trabes, ſive retinacula quis vocare velit, per me licet. Hæc parva, teretia, fortia tamen & tendinea ſunt, quæ non aliter atque illa in ventriculis cordis ab uno pariete ad alterum obliquè procedunt. Jancke, loc. citat. pag. 7.

(n) Et quamvis in univerſum modò adſint, modò deſint, attamen in paulò amplioribus numquam planè defuiſſe memini. In eod. loco.

des Mémoires ſuivans. Au reſte, ni les uns ni les autres de ces prolongemens intérieurs des capſules tendineuſes, ne ſont très-nombreux dans les extrémités des tendons, & on ne les obſerve que ſur un petit nombre.

Je regarde également comme parties acceſſoires de ces capſules, les graiſſes & les grains glanduleux qui ſe rencontrent dans pluſieurs d'entr'elles. La graiſſe n'exiſte point, à beaucoup près, dans toutes les capſules; on la trouve ſpécialement autour des tendons qui environnent le pied, & ſur-tout des deux jambiers; elle eſt renfermée très-exactement dans la membrane capſulaire, & on ne l'aperçoit qu'après avoir ouvert cette dernière : cette graiſſe eſt molle, blanche, & chargée d'une grande quantité de ſuc mucilagineux ou lymphatique. La première fois que je l'aperçus, elle me parut fort différente de celle qui exiſte ſous la peau, & l'ayant examinée depuis avec beaucoup d'attention, je la trouvai entièrement ſemblable à celle que l'on rencontre dans l'intérieur des articulations. Les petits points rougeâtres dont je la vis preſque toujours parſemée, & qui ſont parfaitement analogues aux glandes articulaires, confirmèrent bientôt cette reſſemblance. La quantité aſſez conſidérable de liqueur onctueuſe que je rencontrai dans pluſieurs de ces capſules, & des paquets de véritables glandes ſynoviales iſolées & ſans mélange de graiſſe, que m'offrirent preſque conſtamment les capſules muqueuſes du tendon radial du biceps, du tendon d'achille, de celui du poplité, ne me laiſsèrent plus de doute ſur l'exiſtence de ces organes glanduleux dans les membranes capſulaires des tendons, & ſur la nature analogue de la graiſſe que pluſieurs contiennent dans leur cavité. Au reſte, la découverte des glandes ſynoviales dans les capſules muqueuſes des tendons, eſt déjà aſſez ancienne; *Clopton Havers* en avoit parlé dans ſes Obſervations ſur les os; mais il en avoit admis beaucoup plus généralement qu'on n'en trouve réellement, & il n'avoit point ſpécifié leur siége *(o)*. *Albinus* avoit entrevu quelque chose de glanduleux dans la bourse membraneuse qui accompagne l'insertion du tendon d'achille; ce célèbre anatomiste avoit dit, en parlant de la capsule muqueuse située dans cet endroit, *eminet inter eam glandulosi quid (p)*. M. *Jancke* en avoit aussi reconnu l'existence, & il les avoit regardées comme une des principales sources de l'humeur qui lubrifie les tendons; mais il n'en a fait qu'une mention générale, & il n'en a décrit aucune en particulier dans l'énumération des capsules qu'il a trouvées sur les tendons *(q)*. *Haller* a également indiqué les glandes synoviales & des paquets graisseux que renferment les capsules muqueuses du tendon du biceps, & des tendons des fléchisseurs des doigts *(r)*.

Je dois faire remarquer, à l'égard de ces graisses synoviales & des petits grains glanduleux qui les accompagnent, que ces parties ne se trouvent point, à beaucoup près, dans toutes les capsules muqueuses des tendons : on ne les observe qu'autour de ceux qui exécutent de grands mouvemens; & sur environ soixante capsules que je décrirai dans les Mémoires suivans, à peine y en a-t-il huit ou dix qui en contiennent, encore n'y sont-elles jamais si marquées ni si fortes que dans les articulations : ce n'est que d'après la ressemblance de leur tissu & de leur forme avec ces dernières, que j'ai cru devoir les désigner par le nom de *glandes synoviales*. Il est donc vrai de dire avec *Kaw Boërhaave*, que la liqueur qui baigne les tendons & qui facilite leurs mouvemens, vient, comme celle de

(o) *Novæ observationes de ossibus;* Leydæ 1734, *in-8.°* quatrième discours.

(p) *Hist. musc. hom.* lib. III, cap. 207, pag. 563, *sub finem descriptionis solei.*

(q) *Is enim succus articulorum axungiæ simillimus, partim ex poris, in facie capsulæ interiore patentibus, exit & in cavum ejus destillat, partim in glandulis conjicitur, quæ hinc indè in diverticulis quasi & angulis præcipuè majorum capsularum latent, eumque succum pressè emittunt.* Loc. citat. pag. 8.

(r) *Elementa physiologiæ, in-4.°* tom. IV, pag. 428, §. 15.

toutes

toutes les cavités membraneuſes, de la roſée & des vapeurs qui s'exhalent des pores dont ces membranes ſont remplies. Mes recherches ſur les capſules muqueuſes, m'ont auſſi démontré que les petits paquets glanduleux ſe trouvent plus fréquemment dans celles qui ſont ſituées à l'inſertion de pluſieurs muſcles, lorſque l'extrémité de leurs tendons gliſſe ſur des facettes oſſeuſes, & que l'on ne rencontre que des graiſſes dans les capſules vaginales placées autour des tendons qui ſuivent la direction des os.

Quelle que ſoit la ſource de la liqueur qui lubrifie la ſurface des tendons, & qui eſt renfermée dans l'intérieur de leurs capſules, il eſt certain que cette liqueur eſt de la même nature que celle qui ſe ſépare dans les articulations. J'en ai trouvé des gouttes très-ſenſibles dans celles qui ſont ſituées au-deſſous du genou à l'inſertion du demi-membraneux, du grêle interne, du couturier & du demi-nerveux, dans la belle capſule radiale du biceps, dans celle qui accompagne le tendon ſupérieur de ce muſcle le long de la gouttière bicipitale, dans les capſules muqueuſes du grand pectoral, du grand dorſal, du grand rond & du tendon d'achille. En poſant le doigt dans la cavité de ces capſules ouvertes, & en le retirant doucement, on voit cette humeur s'alonger en filets comme un mucilage épaiſſi, quoiqu'elle jouiſſe d'une aſſez grande fluidité. Cette liqueur m'a préſenté tous les caractères de la ſynovie; j'en ai ſoumis les gouttes que j'ai pu me procurer, à des eſſais qui m'ont convaincu qu'elle eſt de nature albumineuſe, ainſi que cette dernière, & non pas graiſſeuſe ou analogue à la moëlle, comme l'ont dit beaucoup d'anatomiſtes. En effet, elle s'unit à l'eau & la blanchit légèrement; jetée dans l'eau bouillante, elle s'y coagule en filamens comme le blanc-d'œuf, & une portion qui s'y diſſout donne une couleur laiteuſe à ce fluide; elle verdit le ſirop de violettes; le feu & les acides la coagulent. J'aurai occaſion dans d'autres circonſtances de préſenter à l'Académie une analyſe de la ſynovie, ſur laquelle je ne dois rien ajouter de plus aujourd'hui; il me ſuffit d'avoir démontré, par ces eſſais, que la liqueur qui abreuve les tendons, & qui eſt renfermée dans leurs capſules muqueuſes, eſt de la même nature que celle qui lubrifie les ſurfaces cartilagineuſes des os dans les articulations. Je ne doute point qu'elle ne ſoit ſujette aux mêmes altérations & aux mêmes maladies que cette dernière, & les concrétions que j'ai pluſieurs fois trouvées dans les capſules dont je m'occupe, m'autoriſent à penſer que ſon épaiſſiſſement eſt la cauſe de ces tumeurs placées ſur les tendons qui environnent le dos de la main, & que l'on connoît ſous le nom de *ganglions;* mais il ſeroit trop éloigné de l'objet de ce Mémoire, de m'appeſantir ſur les détails de ces altérations de la ſynovie des tendons, qui méritent toute l'attention des perſonnes occupées de l'art de guérir. Je crois devoir cependant ajouter que l'épaiſſiſſement de cette liqueur, & la nature des concrétions qu'elle dépoſe à la ſurface des tendons & dans les gaines qui les retiennent, me paroît jouer un grand rôle dans les maladies des articulations, & particulièrement dans la goutte, dont l'humeur attaque les capſules vaginales des tendons auſſi ſouvent que les cavités articulaires. *Clopton-Havers* croyoit que cet épaiſſement de la ſynovie des tendons étoit la véritable cauſe du rh umatiſme *(a)*.

Le docteur *Jancke* a aſſuré que quelques capſules muqueuſes des tendons communiquent avec l'intérieur des articulations autour deſquelles elles ſont ſituées; il dit avoir trouvé deux fois une vraie communication entre la capſule qui enveloppe les tendons réunis de l'iliaque & du pſoas, & l'intérieur de la cavité articulaire de la cuiſſe. Il réfute *Albinus*, qui, en décrivant cette capſule, avance que ſa cavité eſt terminée autour des tendons, & qu'elle ne s'ouvre dans aucune partie voiſine. J'ai tourné mes recherches vers ce point, & j'ai examiné avec beaucoup d'attention toutes

(s) *Nov. obſerv. de oſſib.* 4.e Diſcours.

les capſules ſituées aux environs des articulations de l'humérus avec l'omoplate, du radius avec la première rangée des os du carpe, du fémur avec la cavité cotyloïde, des condyles du même os avec le tibia, & des os de la jambe avec l'aſtragale. J'ai trouvé pluſieurs fois une continuation manifeſte de la ſubſtance graiſſeuſe contenue dans la capſule muqueuſe placée ſous le gros ligament de la rotule, avec celle de la cavité articulaire du genou; j'ai obſervé une communication par une ouverture large de plus d'un demi-pouce, entre la capſule particulière au tendon du muſcle poplité, & le côté externe de l'articulation du genou, au-deſſous du condyle externe du fémur, & au-deſſus du bord poſtérieur du cartilage ſemi-lunaire du même côté. Il eſt étonnant que cette communication, la plus frappante & la plus aiſée à démontrer de toutes celles que j'aye eu occaſion de voir, n'ait point été décrite ni même indiquée par les anatomiſtes; aucun même n'a remarqué que le tendon du muſcle poplité eſt plongé dans l'articulation, & fortement adhérent à la ſurface interne de la capſule articulaire du genou. J'ai rencontré quelquefois de légères communications entre les capſules des tendons qui environnent le pied, & les cavités articulaires des os du tarſe; mais je n'ai pas pu reconnoître celle de la capſule de l'iliaque avec la cavité cotyloïde, annoncée par le docteur *Jancke*. Je ſuis ſouvent parvenu à faire paſſer de l'air dans la cavité articulaire de l'omoplate, en ſoufflant dans les capſules muqueuſes qui environnent cette articulation, & ſur-tout dans celle qui accompagne le tendon ſcapulaire du biceps. Quoique la diſſection néceſſaire pour ces opérations ait pu produire quelque trou dans ces endroits, quoique la force de l'air pouſſé par des tuyaux, ait pu auſſi occaſionner quelque déchirement dans les membranes capſulaires des articulations du genou & de l'omoplate, dont le tiſſu eſt aſſez fin dans le voiſinage des capſules muqueuſes; on ne peut douter de la communication qui exiſte entre ces parties, lorſque l'on conſidère la grande quantité de capſules qui environnent ces deux articulations, l'étendue de ces capſules, la ſituation de la plupart d'entr'elles ſur le tiſſu cellulaire qui revêt la ſurface externe des ligamens capſulaires, & ſur-tout le paſſage de la capſule muqueuſe du biceps, dans la cavité de l'articulation ſcapulaire, ainſi que celui du tendon du poplité dans l'intérieur de la capſule articulaire du genou.

Tels ſont les différens objets relatifs à la ſtructure des capſules muqueuſes des tendons, conſidérées en général; il eſt actuellement néceſſaire d'en rechercher les uſages: malheureuſement cette recherche eſt la partie la plus difficile & la moins certaine de l'anatomie, & les anatomiſtes exacts ſont toujours plus longs en décrivant la ſtructure des parties qu'en aſſignant leurs fonctions. Les utilités des capſules muqueuſes qui enveloppent les tendons ou qui leur ſont attachées, ne ſont pas à la vérité auſſi difficiles à reconnoître que celles des viſcères; le ſiége & la ſtructure de ces parties indiquent aſſez qu'elles ſervent à lubrifier les tendons, à faciliter leur gliſſement ſur les os, ou ſur les parties auxquelles ils ſont aſſujettis. On ne peut douter, d'après la ſeule inſpection, qu'elles ne ſoient de la plus grande utilité pour l'intégrité & l'aiſance de leurs mouvemens.

L'humeur qui les abreuve ſans ceſſe & qu'on y rencontre conſtamment, contribue beaucoup à leur donner ces avantages; elle ſert en même temps à polir la ſurface des tendons, à leur communiquer ce brillant argenté qui les diſtingue, & à entretenir dans leurs fibres la ſoupleſſe & l'eſpèce de ductilité néceſſaires pour leur action.

Le docteur *Jancke* leur attribue encore l'uſage de fixer & de retenir les muſcles dans leur ſituation; mais ſi l'on conſidère la ténuité & la foibleſſe de leur texture, leur petiteſſe par rapport à l'étendue des tendons, & ſur-tout, les autres moyens que la nature a employés pour attacher les tendons aux parties voiſines, tels que les gaines aponévrotiques & le tiſſu cellulaire qui les environne de toutes parts, on reconnoîtra que cet uſage n'eſt que ſecondaire en comparaiſon de celui que nous leur avons aſſigné: d'ailleurs, cet uſage ne pourroit appartenir qu'à celles de ces capſules qui ſont ſituées, en forme de bourſes aplaties & comprimées, entre les tendons & les os ou les cartilages ſur leſquels ils poſent, comme nous le ferons obſerver dans un inſtant.

C'eſt donc ſpécialement à la production de l'humeur ſynoviale, à la conſervation de cette liqueur pour la facilité & la liberté des mouvemens des tendons, que les capſules muqueuſes ſont deſtinées.

En ſe rappelant les différences de ſtructure & de ſituation qui diſtinguent les capſules muqueuſes des tendons, on ne peut douter que chaque eſpèce n'ait des uſages particuliers; ainſi celles qui enveloppent les tendons en forme de gaines mucilagineuſes, ne paroiſſent ſervir qu'à les lubrifier; celles qui entourent leurs inſertions, les brident ſur les os, & favoriſent leur gliſſement ſur les ſurfaces oſſeuſes qui ſont ordinairement enduites d'une légère couche cartilagineuſe: quant aux bourſes capſulaires ſituées au-deſſus de leurs attaches, & dont la paroi antérieure adhère fortement aux tendons, tandis que leur paroi poſtérieure eſt collée au périoſte ou aux ligamens orbiculaires des articulations, elles paroiſſent ſervir à aſſujettir les tendons aux parties ſur leſquelles ils repoſent, & à permettre qu'ils ſe meuvent avec plus de facilité ſur ces parties.

Au reſte, je reviendrai avec plus de détails ſur ce qu'il peut y avoir de particulier dans les uſages des différentes capſules muqueuſes des tendons, en décrivant chacune d'elles dans les Mémoires qui ſuivront celui-ci.

SECOND MÉMOIRE

POUR SERVIR

À L'HISTOIRE ANATOMIQUE DES TENDONS,

Dans lequel on s'occupe ſpécialement de leurs Capſules muqueuſes.

SECONDE PARTIE.

Deſcription particulière des Capſules muqueuſes qui accompagnent les tendons des muſcles du corps humain.

Par M. DE FOURCROY.

Lû le 10 Mars 1787.

J'AI examiné, dans un premier Mémoire, la ſtructure générale des capſules muqueuſes des tendons; j'ai conſidéré leur forme, leur nature, leur ſiége, leurs différences & leurs uſages généraux: ces préliminaires deſtinés à faire connoître des eſpèces de membranes auxquelles les anatomiſtes n'avoient point fait aſſez d'attention, ne ſuffiſent pas pour en compléter l'hiſtoire; il faut les décrire en particulier pour confirmer la deſcription générale & ſommaire qui en a déjà été donnée dans la première partie; il faut ſur-tout indiquer la poſition & la ſtructure de chacune d'elles avec aſſez de ſoin & de préciſion, pour que l'on puiſſe les trouver facilement dans la diſſection, & les diſtinguer des parties avec leſquelles il ſeroit aiſé de les confondre, ſi l'on n'étoit pas averti de leur exiſtence.

Avant d'entrer dans les détails de ces deſcriptions, je dois rappeler la diſtinction qu'il eſt néceſſaire d'établir dans les capſules muqueuſes d'après leur forme & leur ſiége. Quoique j'en aye diſtingué quatre eſpèces dans mon premier Mémoire, pour mieux indiquer leur ſituation &

leur nature, je n'en diſtinguerai ici que deux eſpèces générales d'après leur forme. Ces membranes ſont placées ou le long des tendons qu'elles enveloppent en manière de gaines, ou à leurs inſertions qu'elles fixent aux parties voiſines; les premières logent entièrement les tendons dans leurs cavités, les ſecondes ne les renferment point. Dans cette ſeconde eſpèce, ces tendons ſont placés de deux manières différentes relativement aux capſules muqueuſes qui les accompagnent; en effet ou ils ſont tout-à-fait au dehors de ces petits ſacs membraneux qui ſont ſitués au-deſſous deux, de manière que les cordons tendineux les tiennent comprimés & aplatis; ou bien une des faces des tendons eſt plongée dans la cavité de la capſule muqueuſe dont la lame antérieure au lieu de gliſſer ſous le tendon comme dans les dernières, vient s'inſérer à ſes bords, de ſorte que la ſurface poſtérieure du tendon touche la paroi ou lame antérieure de la capſule. Telle eſt ordinairement la ſtructure des capſules muqueuſes placées à l'inſertion des tendons, & deſtinées à en favoriſer le gliſſement ſur une portion des os auxquels ils s'attachent. J'ai donné aux premières le nom de *capſules* en forme de gaines, & les ſecondes qui avoient été appelées *bourſes* par *Albinus*, & *capſules articulaires* par *Jancke*, me paroiſſent mériter celui de *capſules muqueuſes véſiculaires*, en raiſon de leur forme qui préſente toujours une eſpèce de veſſie ovale ou arrondie & comprimée. Ce nom leur convient, ſoit qu'elles ſoient placées entièrement ſous les tendons qui les aplatiſſent, ſoit qu'elles renferment la face poſtérieure des tendons dans leur cavité, parce que dans ces deux cas elles ont toujours une forme ſemblable.

Ces membranes capſulaires ſont aſſez conſtantes; elles varient à la vérité par leur ſituation plus ou moins élevée, par leur étendue plus ou moins grande, & par leur figure; mais on les trouve toujours à peu-près dans le même lieu, & je les ai trouvées très-bien formées dans le fœtus: ainſi elles ne ſont point dûes aux mouvemens répétés des muſcles, & elles entrent dans le premier plan de la nature. Je crois même que, loin de devoir leur naiſſance aux contractions des muſcles, elles ſont au contraire peu-à-peu détruites par le mouvement de ces organes, parce qu'il m'eſt conſtamment arrivé de les trouver plus nombreuſes, plus dilatées, plus faciles à apercevoir dans les enfans que chez les vieillards dans leſquels je les ai vues pluſieurs fois comme oblitérées & beaucoup plus difficiles à reconnoître.

Les capſules muqueuſes ont été données par la nature aux tendons alongés & qui parcourent un trajet plus ou moins étendu ſur les os, ou ſur les parties voiſines en général; auſſi n'en trouve-t-on aucune dans les muſcles de la tête, du cou, du thorax & de l'épine; c'eſt dans ceux des extrémités qu'on les rencontre le plus communément, & comme les articulations ſont le rendez-vous de preſque tous les tendons des muſcles qui y ſont ſitués, c'eſt ſpécialement dans leur voiſinage que ſont placées les capſules muqueuſes, auſſi pour mettre quelqu'ordre dans les deſcriptions que je vais donner, je les diviſerai en ſix articles, ſuivant les articulations autour deſquelles ces membranes capſulaires ont leur ſiége, en avertiſſant que je comprendrai dans chaque articulation les capſules des tendons qui s'insèrent à quelque diſtance, mais toujours plus près d'elle que d'une autre.

ARTICLE PREMIER.

Des Capſules muqueuſes des tendons, placés aux environs de l'articulation de l'humérus avec l'omoplate.

Les anatomiſtes modernes ont fait obſerver combien les tendons qui environnent de toutes parts l'articulation de l'humérus avec l'omoplate, contribuoient à la ſolidité de cette articulation, dont l'appareil ligamenteux eſt d'ailleurs très-lâche, & peu propre par lui-même à reſiſter aux grands

grands efforts qui s'y passent, si les muscles ne remplissoient ici les fonctions auxquelles la nature a destiné des cordes ligamenteuses très-fortes dans les autres articulations. Tous ces tendons, qui se rapprochent les uns des autres & qui s'insèrent par un art merveilleux à des parties osseuses assez peu étendues relativement à leur nombre, présentent plusieurs capsules muqueuses qui les assujettissent, soit entr'eux, soit avec les os qu'ils recouvrent.

Albinus n'a décrit que deux de ces capsules, savoir, une que l'on trouve sous le deltoïde dans le voisinage de l'acromion; & l'autre qui appartient au tendon du grand rond & du grand dorsal *(a)*.

Jancke a indiqué dix capsules qu'il assure se trouver constamment aux environs de l'épaule *(b)*; mais après un grand nombre de dissections faites avec tout le soin & toutes les attentions convenables, je me suis convaincu qu'il les a trop multipliées & qu'il a pris plusieurs des divisions & des intersections qu'on y remarque, pour autant de capsules particulières.

Voici celles que je crois devoir distinguer & décrire en particulier.

1.° Lorsqu'on détache le deltoïde de bas en haut, après avoir coupé ses fibres charnues au-dessus de son insertion à l'humérus, & lorsqu'on l'enlève jusqu'auprès de l'acromion, on reconnoît qu'il tient au-dessous de cette apophyse par une bourse ou capsule membraneuse très-large, & fort différente du tissu cellulaire placé plus bas. Cette capsule muqueuse est très-étendue, c'est la plus superficielle de celles qui sont placées sur la tête de l'humérus, elle a plus d'un pouce de largeur; sa paroi supérieure & superficielle adhère au deltoïde dont on la sépare facilement; sa paroi inférieure & profonde se confond avec des productions membraneuses assez épaisses, qui recouvrent la capsule arti-

---

(a) Hist. musculor. lib. III, pag. 343, 422, 429.
(b) Loc. cit. pag. 10 & 11.

culaire de l'humérus, & dont on ne peut la détacher qu'en détruisant son tissu. Sa cavité est lisse & polie, on y trouve une humeur synoviale assez abondante; elle ne renferme ni graisse ni paquets glanduleux, elle est comprimée par les fibres du deltoïde, & recouvre le tendon du sus-épineux. Cette capsule muqueuse, que l'on pourroit désigner par le nom d'*acromiale*, parce qu'elle est située en partie sous cette apophyse, & qu'elle n'appartient pas uniquement au deltoïde ni au sus-épineux, est placée plus du côté externe de l'articulation que du côté interne, & cette situation suffit pour la distinguer facilement d'avec une autre située en dedans sous l'apophyse coracoïde; elle a une forme alongée & irrégulière, sa cavité ouverte paroît plus large en devant, & se rétrécit en arrière, en se prolongeant sous l'acromion. C'est la première de *Jancke*, qui l'a indiquée sans la décrire, & qui lui a donné trop d'étendue du côté interne *(c)*. *Albinus* en annonce l'existence, mais beaucoup trop vaguement *(d)*. M. *Sabatier* en a désigné très-exactement la place *(e)*. Son usage paroît être d'appliquer le haut des trousseaux charnus moyens du deltoïde, sur la tête de l'humérus, & de faciliter le mouvement de ce muscle; elle a aussi le même avantage par rapport aux tendons des muscles sus-épineux & sous-épineux, elle rend plus doux le mouvement de rotation de la tête de l'humérus sous l'apophyse acromion, lorsque cet os est porté en dehors & en haut par ces trois muscles contractés en même temps. Elle sert donc spécialement à diminuer le frottement de l'extrémité supérieure de l'os du bras contre

---

(c) Loc. cit. pag. 10. *a.*

(d) Hist. musculor. pag. 422. « *Cæterùm huic musculo* (deltoïd.) » *circa processum superiorem scapulæ* » *subjecta bursa insignis, qualis iliaco interno cum psoa magno* ». « Une capsule membraneuse assez large l'assujettit au-dessous de l'a- « cromion à la partie supérieure, « antérieure & externe de l'hu- « mérus, & aux tendons qui se « fixent à la grosse tubérosité de cet « os ».

(*e*) Traité d'Anatomie; de la Myologie, *pag. 279*, (du deltoïde).

l'apophyſe la plus forte de l'omoplate, ſur laquelle l'humérus eſt ſouvent mu avec beaucoup d'énergie.

2.° Sur les tendons ſitués à la ſurface de la groſſe tubéroſité de l'humérus, c'eſt-à dire, ſur ceux du ſus-épineux, du ſous-épineux & du petit rond, on trouve conſtamment une ſeconde capſule muqueuſe, preſque auſſi grande que la première, moins longue de devant en arrière, mais plus large, qui s'étend à la partie antérieure de la précédente, quelquefois juſqu'à l'apophyſe coracoïde, & qui eſt comprimée par le deltoïde, comme la capſule acromiale. Cette bourſe capſulaire a beaucoup de rapport avec la première, mais elle en diffère en ce qu'elle ſe prolonge latéralement, ſoit en dehors, ſoit en dedans; elle s'étend ſouvent juſqu'à l'inſertion des trois muſcles coracoïdiens. Elle eſt plus large en dehors immédiatement ſur les tendons du ſus-épineux & du ſous-épineux auxquels elle paroît plus ſpécialement deſtinée; elle ſe rétrécit du côté interne, & elle ſe termine dans le voiſinage du bec coracoïde par un prolongement aſſez fin, qui quelquefois ne va pas tout-à-fait juſqu'à cette apophyſe; elle adhère au deltoïde, aux tendons du ſus-épineux & du ſous-épineux. En la conſidérant avec attention, on y reconnoît une forme triangulaire; deux de ſes angles ſont en dehors, placés ſur les tendons déſignés, l'autre eſt en dedans, plus alongé, plus aigu, & regarde l'apophyſe coracoïde; ce dernier paſſe ſous le ligament placé entre l'acromion & l'apophyſe coracoïde, ſa plus grande largeur recouvre le tendon du ſus-épineux. Cette capſule muqueuſe ne contient ni graiſſe, ni paquets glanduleux; cependant elle eſt liſſe, polie & humectée de liqueur ſynoviale.

Quelquefois elle communique avec la première auprès de laquelle elle eſt ſituée; ſouvent elle en préſente une eſpèce de continuation, & ſemble n'en point être diſtinguée. Elle a le même uſage que la précédente, relativement au mouvement de rotation de l'os du bras; elle n'a pas été décrite par les auteurs cités ci-deſſus. On pourroit l'appeler acromiale, comme la première, en la diſtinguant, par le mot *externe* qui déſigne ſa ſituation, tandis que la précédente ſeroit appelée *capſule muqueuſe acromiale interne.*

3.° Un peu plus en dedans que le lieu occupé par les deux capſules précédentes, & ſous l'apophyſe coracoïde, on rencontre conſtamment une large capſule muqueuſe, ſituée entre la face inférieure de cette apophyſe & la ſurface du tendon du ſous-ſcapulaire. Cette capſule eſt une de celles qui ont été décrites avec le plus de ſoin par *Jancke (f)*, & dont *Albinus* n'a fait aucune mention. M. *Sabatier* en a indiqué deux dans ſa deſcription du ſous-ſcapulaire *(g)*. Ces deux anatomiſtes en déſignent la ſituation avec beaucoup d'exactitude : *Jancke* dit l'avoir vue diviſée en deux & même en trois ; il aſſure auſſi qu'il a obſervé que la plus antérieure s'ouvroit quelquefois dans l'articulation ſur laquelle elle eſt placée, je n'ai jamais vu cette communication.

Quoique cette capſule muqueuſe ſe rencontre très-conſtamment, elle m'a toujours préſenté quelques variétés. Tantôt je l'ai trouvée ne formant qu'une bourſe membraneuſe aſſez vaſte, occupant tout l'eſpace compris depuis la racine de l'apophyſe coracoïde juſqu'au-devant de ſa pointe, recouvrant entièrement le tendon du ſous-ſcapulaire ſur lequel elle eſt toujours ſituée, & adhérant en haut à la face inférieure de cette éminence & au bord poſtérieur des muſcles qui s'y inſèrent en dehors, c'eſt-à-dire, du biceps & du coraco-brachial ; lorſqu'elle offre cette ſtructure ſimple, on remarque une grande cavité irrégulièrement ovale de devant en arrière, ſuivant à peu-près le trajet du bec coracoïde, lubrifiée de ſynovie, liſſe & polie, ſans être brillante : on peut la détacher de deſſus la ſurface oſſeuſe,

---

(*f*) *Loc. cit.* pag. 10. *d*).

(*g*) Traité d'Anat. *tome I, page 285.* « On le trouve joint à la baſe » de l'apophyſe coracoïde & aux » tendons réunis du biceps & du coraco-brachial, par deux capſules « membraneuſes de la nature de « celles qui ont été décrites pré- « cédemment ».

& plus difficilement de deſſus le tendon; elle ſe prolonge ordinairement en devant, ſur la capſule articulaire de l'humérus, dans laquelle je ne l'ai jamais vu s'ouvrir.

Souvent, au lieu de la trouver ſeule, je l'ai rencontrée partagée en deux, en trois & même en quatre capſules plus petites; collées les unes ſur les autres, & placées l'une au-devant des autres, depuis la baſe de l'apophyſe coracoïde juſqu'à ſa pointe; leurs cavités ne m'ont point paru communiquer enſemble; leurs parois membraneuſes ſont adoſſées les unes aux autres. L'une d'elles eſt entièrement propre au tendon du ſous-ſcapulaire; les deux ou les trois autres ſont alors communes à ce muſcle & au tendon réuni du coraco-brachial & du biceps.

Les uſages de cette grande capſule muqueuſe, à laquelle je crois devoir donner le nom de *capſule coracoïdienne*, en raiſon du lieu qu'elle occupe conſtamment, paroiſſent être abſolument les mêmes que ceux des deux capſules acromiales. Elle ſert à diminuer & adoucir les frottemens qui ont lieu entre la tête de l'humérus & les deux apohyſes ſaillantes de l'omoplate, ſoit qu'elle n'ait qu'une grande cavité ou qu'elle en préſente pluſieurs; on y trouve une aſſez grande quantité de ſynovie: j'en ai recueilli des gouttes très-ſenſibles en y portant un cure-dent.

Telles ſont les trois principales capſules muqueuſes placées au-deſſus de la tête de l'os humérus; on pourroit les multiplier en les diviſant, ou en prenant leurs diviſions pour autant de capſules particulières.

Au-deſſus de ces trois bourſes capſulaires qui environnent le haut de l'articulation du bras, il exiſte ſur la tête de l'humérus & à la ſurface de la capſule articulaire, une production membraneuſe mollaſſe, que les anatomiſtes ne me paroiſſent pas avoir aſſez diſtingué, quoique *Weitbrecht* & *Tarin* en ayent dit quelque choſe.

Cette enveloppe membraneuſe revêt tout l'extérieur de la capſule, & ſe prolonge même au-delà de ſon inſertion autour du cou de l'humérus; elle ſemble être une production des tendons, car elle se meut & s'étend lorsqu'on tire les muscles; elle est molle, obéit facilement au mouvement qu'on lui imprime avec le doigt ou avec un instrument quelconque, son épaisseur est assez considérable, son tissu est comme spongieux & lâche; c'est à sa surface que sont placées les capsules muqueuses acromiales & la capsule muqueuse coracoïdienne; elle est formée d'un grand nombre de couches très-aisées à séparer les unes des autres, & semblable à du tissu cellulaire aplati en lames. Ces productions toujours humectées par une humeur pareille à celle qui a été décrite dans les capsules muqueuses, semblent remplir le même usage que ces dernières, & diminuer comme elles les grands frottemens que la tête de l'humérus éprouve sans cesse de la part des apophyses acromion & coracoïde.

4.° Outre ces trois grandes capsules qui sont constantes, on en trouve quelquefois une ou deux autres beaucoup plus petites qui accompagnent les tendons réunis du biceps & du coraco-brachial à leur face postérieure, & qui se prolongent sous l'apophyse coracoïde pour se rapprocher de la capsule muqueuse coracoïdienne décrite ci-dessus. Mais cette structure n'est pas constante; je remarquerai encore à cette occasion, que j'ai vu dans quelques sujets le tendon du petit pectoral bien séparé de ceux du coraco-brachial & du biceps, par une capsule muqueuse, irrégulièrement arrondie, qui remplissoit l'intervalle compris entre l'insertion de ces muscles, de sorte que ce muscle en avoit alors deux vers l'attache de son tendon, l'une en devant & en bas, que je viens de décrire, l'autre en arrière & en-haut, sous le bord interne du bec coracoïdien, communiquant avec la grande capsule placée sous le tendon du sous-scapulaire & sous cette apophyse. Cette seconde capsule propre au petit pectoral, ne se rencontre pas toujours, quoique *Jancke* l'ait annoncée comme constante *(h)*, je l'ai cependant trouvée

---

(h) Loc. cit. pag. 10. *b).*

plus fréquemment que celle qui appartient au tendon réuni du coraco-brachial & du biceps que je viens d'indiquer.

5.° Au-dessous de la tête de l'os humérus, & aux deux bords de la gouttière bicipitale, on trouve plusieurs capsules muqueuses, d'une autre forme que les précédentes, & qui accompagnent les tendons qui s'insèrent dans cet endroit. La première & la plus difficile à apercevoir, à cause de la finesse de son tissu, est celle qui est attachée à la face interne du tendon du grand pectoral, vers le lieu où il s'insère, & qui est moyen entre ce tendon & celui du biceps logé dans la gouttière de l'os du bras. Les auteurs qui ont fait attention à l'existence des capsules muqueuses, n'ont point parlé de celle-ci ; on ne la trouve indiquée ni dans *Winslow*, ni dans *Albinus*, ni dans l'ouvrage de M. *Sabatier; Jancke* lui-même, qui a beaucoup multiplié ces capsules, n'en a fait aucune mention. Ces anatomistes l'ont sans doute regardée comme du tissu cellulaire ; je crois cependant qu'elle mérite d'être distinguée, puisque malgré sa ténuité elle forme une membrane continue qui recouvre la face interne du tendon du grand pectoral qui se termine en haut vers le bas de la grosse tubérosité, & qui se perd en bas sur les faisceaux aponévrotiques que le bord inférieur du tendon envoie aux muscles du bras. Elle accompagne le tendon jusqu'à sa naissance dans les chairs, elle le contourne avec lui, elle s'amincit peu-à-peu, à mesure qu'elle s'éloigne du point de l'insertion, & disparoît à environ un pouce de cette insertion ; on la soulève de dessus le tendon, & lorsqu'on la fend, on trouve la surface de ce dernier beaucoup plus brillante qu'elle ne paroissoit au travers la membrane capsulaire. C'est une sorte de capsule vaginale qui revêt la face interne du tendon du grand pectoral, on la voit se replier sur les deux bords pour venir se terminer vers la naissance de la face externe du même tendon, très-près de ses bords ; elle se confond dans cet endroit avec le tissu cellulaire voisin, dont le tissu bien plus lâche que le sien, prouve qu'elle doit en être diſtinguée; en dedans, elle attache le tendon du grand pectoral à la capſule muqueuſe du long tendon du biceps.

Son uſage paroît être de diminuer le frottement entre ces deux tendons, elle doit porter le nom du muſcle au tendon duquel elle appartient.

6.° Les capſules muqueuſes placées au-deſſous de la tête de l'humérus, qui méritent le plus d'attention par leur ſtructure compliquée & par leurs uſages, ſont celles qui accompagnent les tendons réunis du grand rond & du grand dorſal dans le voiſinage de leurs inſertions. *Winſlow*, qui a très-bien décrit l'extrémité de ces deux tendons, n'a point fait d'attention à ces capſules, il a ſeulement dit qu'ils communiquoient par quelques fibres collatérales *(i)*. *Albinus*, qui a publié, deux ans après, ſon grand ouvrage ſur les muſcles, a décrit une capſule propre aux tendons du grand pectoral & du grand rond, dans ſon hiſtoire du premier de ſes muſcles *(k)*; il en a indiqué une ſeconde entre le tendon du grand rond & l'os humérus *(l)*. Il eſt étonnant que *Jancke*, qui a fait des recherches particulières ſur les capſules des tendons, n'ait rien ajouté au travail d'*Albinus*, & ait même décrit les deux capſules connues de cet anatomiſte, avec beaucoup moins de préciſion & d'exactitude que lui *(m)*. M. *Sabatier* a reconnu & annoncé l'exiſtence d'un plus grand nombre de capſules muqueuſes à l'inſertion de ces deux tendons: en faiſant la deſcription du grand dorſal, il a parlé de la capſule membraneuſe qui

(i) *Expoſ. anat.* in-4.° Paris. 1732, page 188; fin de la ſeconde colonne.

(k) *Hiſt. muſculor.* Leydæ, 1734, in-4.° lib. III, pag. 343. « *Interque » extremos horum duorum (ſcilicet » latiſſimi dorſi & teretis majoris) » tendines burſa tenuis & parva, » utrique pertinaciſſimè accreta, per totam eorum latitudinem* ».

(l) Loc. citat. pag. 429. *Eidemque prioris parti inferiori firmiter accreta burſula*, « *inter partem illam humerique os interjecta* ».

(m) Loc. citat. pag. 10. *f)*. *Inter tendines latiſſimi dorſi &* « *teretis majoris, ſi utrique ad os » humeri uſque diviſi ſunt. g) Inter » teretem majorem os humeri, anconeum externum & internum* ».

unit

unit ſon tendon à celui du grand rond *(n)*, & de deux autres capſules ſemblables qui attachent les deux bords du tendon de ce dernier muſcle à l'os humérus *(o)*. Des diſſections répétées, faites avec le plus grand ſoin, m'en ont offert une quatrième que je décrirai après les précédentes.

La plus grande de ces quatre capſules muqueuſes eſt celle qui unit les bords du tendon du grand dorſal & du grand rond, dans l'endroit où le premier recouvre en devant une partie du bord ſupérieur du ſecond; cette capſule eſt placée plus en dedans que les autres, elle eſt large & aplatie, elle contient une quantité notable de ſynovie, elle eſt fortement attachée au bord des deux tendons, elle adhère également au perioſte devant les inſertions, à l'éminence oſſeuſe interne de la gouttière bicipitale; ſa figure eſt fort irrégulière & préſente beaucoup de variétés.

Celles qui ſont placées au bord ſupérieur & au bord inférieur du tendon du grand rond, ſont plus petites que la précédente, elles ſont plus en dehors; la ſupérieure ſe perd ſur la ſurface antérieure du tendon du grand dorſal, & l'inférieure envoie un prolongement membraneux qui ſe termine ſur le perioſte, trois ou quatre lignes plus bas que l'extrémité du tendon du grand rond. Ces deux capſules muqueuſes ſemblent ſe continuer ſur la ſurface antérieure de ce tendon, du côté de la gouttière bicipitale; elles lient entr'eux ce dernier tendon & celui du biceps: il ſemble que ce ſoit la même membrane qui les forme en devant, tandis que leur paroi poſtérieure paroît être

---

(n) Traité d'anat. *tome I, page 274*. « Ils ſont auſſi joints l'un à » l'autre, du côté par lequel ils ſe » touchent, au moyen d'une large » capſule membraneuſe qui y eſt » attachée, & au dedans de laquelle » on trouve une petite quantité » d'humeur ſemblable à de la ſy- » novie ».

(o) Ibid, page 284. « Outre la capſule membraneuſe qui leur eſt « commune, celui du grand rond « tient à l'humérus au voiſinage de « ſon inſertion, par deux autres cap- « ſules ſemblables, placées l'une « au-deſſus de l'autre, la première « vers ſon bord ſupérieur, & la « ſeconde vers l'inférieur ».

la continuation de la membrane propre à la capſule muqueuſe moyenne entre le grand dorſal & le grand rond. Les cavités de ces deux capſules muqueuſes ſont aſſez petites, elles ſont terminées, en s'éloignant du bord du tendon, par une pointe aſſez aiguë; on y trouve de l'humeur ſynoviale.

La quatrième capſule que j'ai trouvée dans le même endroit, & qui eſt conſtante, ſe rencontre entre les deux tendons réunis de la bandelette aponévrotique ſituée ſur leur face intérieure, qui les bride, & qui a été très-bien décrite par *Winſlow (p), Albinus (q),* & M. *Sabatier (r).* Quoiqu'elle exiſte dans toute la longueur de cette bandelette, entr'elle & les tendons dont elle preſſe l'inſertion, on la trouve beaucoup mieux marquée & plus ſenſible dans la partie ſupérieure de cette bride aponévrotique & ſur la face antérieure du tendon du grand pectoral; elle eſt irrégulièrement ovale & fort abreuvée de ſynovie. Je remarquerai à cette occaſion, que cette bande aponévrotique eſt aſſez large en haut, vers le bas de la petite tubérosité de la tête humérale d'où elle prend ſa naiſſacce, & qu'elle s'amincit à meſure qu'elle deſcend juſqu'au-deſſous du bord inférieur du tendon du grand rond où elle ſe termine dans l'os humérus, en ſe confondant avec les fibres du coraco-brachial dont elle eſt très-difficile à ſéparer, & dont elle ſemble être une production.

En diſſéquant avec beaucoup d'attention les capſules que je viens de décrire, j'ai obſervé dans le tendon du grand rond une ſtructure particulière dont les anatomiſtes n'ont point parlé, & qui mérite d'être indiquée. Ce tendon, dans le lieu où il s'insère, au-deſſous de celui du grand dorſal, n'eſt pas placé tout-à-fait ſur le même plan de ce dernier; & lorſqu'on les ſoulève tous les deux pour exa-

---

(p) *Expoſ. anat.* pages 188 & 189, ſeconde colonne.

(q) *Hiſt. muſculor.* lib. III, page 343, *ad finem, &* 344.

(r) Traité d'anat. *tome I, page 274.*

miner leur continuité, on reconnoît que le tendon du grand rond eſt plus épais que celui du grand dorſal, & occupe un plus grand eſpace en largeur ſur l'os humérus; cette épaiſſeur eſt même quelquefois indiquée ſur cet os ſec dans lequel le bord interne & poſtérieur de la gouttière bicipitale eſt un peu plus épais & plus raboteux en bas qu'à ſa partie ſupérieure. Pour connoître la manière dont ſe fait cette inſertion, j'ai fendu le tendon en deux dans le ſens de ſes faces, & j'ai trouvé dans ſon intérieur une cavité irrégulière, comme triangulaire, garnie d'une membrane molle, ſemblable à celle des capſules muqueuſes, & humectée comme elle, d'une humeur ſynoviale. Cette cavité a environ quatre ou cinq lignes de largeur ſur l'os, & de hauteur dans la ſubſtance même du tendon où elle eſt creuſée; je l'ai rencontrée conſtamment dans plus de vingt ſujets où je l'ai cherchée pour m'aſſurer de ſon exiſtence; mais elle n'a pas dans tous la même étendue ni la même forme; quelquefois j'en ai trouvé deux ou trois ſéparées par des cloiſons dans la longueur du tendon: on la trouve toujours en enlevant avec le ſcalpel les couches de fibres tendineuſes du côté de la gouttière bicipitale, & l'on parvient bientôt par ces ſections faites très-doucement, à la cavité intérieure dont on veut connoître la forme & l'étendue. En examinant un aſſez grand nombre de fois le tendon du grand rond diſſéqué comme je viens de le dire, on reconnoît qu'à environ un demi-pouce de ſon inſertion, ce tendon ſe partage en deux portions; l'une poſtérieure & intérieure, plus épaiſſe & plus étroite, s'insère par des fibres plus courtes & plus fortes, à la partie ſupérieure & poſtérieure du bord de la gouttière bicipitale; & l'autre, placée en devant & en dehors, plus large & plus mince, s'écarte de la première, & s'insère au-devant d'elle & à quelque diſtance, après un léger contour, ſur l'os humérus; cette portion antérieure envoie les fibres qui tapiſſent la gouttière bicipitale, & qui vont ſe réunir à celles du grand pectoral; c'eſt l'écartement de ces deux couches ou portions, qui conſtitue la cavité du tendon du grand rond, que j'ai cru devoir décrire avec ſoin, parce que je l'ai toujours rencontrée, & même dans des enfans de quelques mois, & dans des fœtus. Voilà donc une cinquième capſule muqueuſe appartenant au grand rond, mais d'une eſpèce entièrement différente de toutes celles que j'ai indiquées & qui me reſtent à faire connoître, puiſqu'elle eſt placée dans l'intérieur d'un tendon, dans une cavité particulière formée par l'écartement des fibres qui le compoſent. *Albinus* avoit décrit, en 1734, les deux couches du tendon du grand rond, mais il n'avoit point parlé de leur ſéparation & de la cavité qu'elles laiſſent entr'elles *(ſ)*. Aucun anatomiſte, d'après lui, n'a fait mention de cette ſtructure.

7.° Le tendon de la longue portion du biceps eſt enveloppé dans une capſule muqueuſe vaginale le long de la gouttière ſur laquelle il gliſſe, & juſqu'à ſon entrée dans l'articulation. *Winſlow* a parlé de cette capſule qu'il a appelée *gaine membraneuſe*, & qu'il dit être une production du ligament capſulaire *(t)*; *Albinus* n'en a point fait mention. *Jancke* paroît l'avoir indiquée, mais d'une manière fort obſcure *(u)*. M. *Sabatier* l'a décrite & l'a regardée, d'après *Winſlow*, comme une gaine fournie par le ligament orbiculaire de l'humérus *(x)*. Cette capſule a une exiſtence bien conſtante & des uſages très-importans; elle commence fort bas ſur l'humérus, mais elle n'eſt très-manifeſte que vers le principe inférieur de la gouttière bicipitale; elle eſt formée par une membrane tranſparente aſſez forte, qui eſt roulée ſur le tendon, & qui s'attache intimement à la ſubſtance cartilagineuſe aponévrotique, dont le fond de

(ſ) *Hiſt. muſculor.* Leydæ, 1734, in-4.° lib. III, pag 429. « *Se autem* » *(tendo teretis maj.) ad poſtremum* » *in duas quaſi dividit portiones,* » *quarum prior præcipua, maximèque* » *tendinea, ſe ſeque inſerit eminentiæ* » *ſupra dictæ; poſterior anguſta,* » *ſed craſſior, & ferè carnea, inſerens ſe juxta poſteriorem partem,* « *partis ſuperioris eminentiæ ejuſ-* « *dem* ».

(t) Expoſ. anatom. *in-4.° page 193*, première colonne.

(u) *Loc. citat.* pag. 11, litt. i).

(x) Traité d'anat. *tome I, page 288.*

la gouttière eſt enduit. Cette capſule eſt fortifiée en devant par d'autres productions membraneuſes que lui envoient les capſules muqueuſes voiſines du grand pectoral, du grand dorſal & du grand rond; auſſi empêche-t-elle qu'on ne voie tout le brillant du tendon juſqu'à ſon entrée dans la capſule articulaire de l'os humérus. Si l'on fend cette capſule muqueuſe & vaginale du biceps, on trouve ſa cavité liſſe & polie, enduite d'une quantité notable de ſynovie. En pourſuivant cette ſection juſqu'à la tête de l'humérus, on obſerve que la capſule muqueuſe abandonne le tendon un peu avant qu'il s'engage entre les deux tubéroſités, ou plutôt que dans le lieu où ce tendon paſſe dans l'articulation, les fibres de la capſule articulaire ſont écartées, amincies & alongées, pour donner naiſſance à la capſule muqueuſe qui deſcend avec le tendon preſque juſqu'au lieu où il s'implante dans la chair; de ſorte que le ligament orbiculaire ou capſulaire de l'humérus ne ſouffre point d'interruption dans ſes fibres, comme l'a très-bien remarqué M. *Sabatier (y)*.

Le tendon du biceps plonge entièrement dans l'articulation, depuis ſon paſſage entre les deux tubéroſités juſqu'à ſon attache au bord ſupérieur de la cavité glénoïdale de l'omoplate; il y eſt humecté par une grande quantité de ſynovie qui coule très-facilement dans ſa capſule muqueuſe, qui eſt communiquée dans la cavité du ligament orbiculaire dont elle n'eſt qu'une prolongation. On obſerve que, quoique cette communication ſoit bien démontrée par l'inſpection & par l'inſufflation, elle n'eſt pas auſſi conſidérable qu'on pourroit l'imaginer, parce que la capſule eſt bridée & tendue ſur le tendon au-deſſus des tubéroſités, de ſorte qu'elle ne laiſſe que très-peu d'eſpace libre. De cette manière, l'humeur ſynoviale ne coule point abondamment dans la capſule muqueuſe & humérale du biceps, mais elle y filtre peu-à-peu & ſuffiſamment pour entretenir la ſoupleſſe du tendon, &

(y) Traité d'anatomie, *tome I, page 169.*

rendre ſes mouvemens de gliſſage ſur la ſurface oſſeuſe, plus doux & plus faciles.

Entre les deux tubéroſités de l'humérus, le tendon du biceps eſt bridé & retenu ſolidement dans le haut de ſa gouttière, par un ligament annullaire & tranſverſal, long de plus d'un demi-pouce, tendu entre les deux éminences où il s'attache, & ſoûs lequel le tendon peut ſe mouvoir très-facilement. *Tarin* a fait mention de ce ligament, ſous le nom de *bride ligamenteuſe*, d'après *Weitbecht;* mais il ne l'a point décrit convenablement *(z)*. *Albinus* l'a auſſi connu & indiqué dans ſa deſcription du biceps du bras, quoiqu'il n'ait rien dit de la capſule qui renferme le tendon de ce muſcle *(a)*. La face externe de ce ligament adhère à la capſule qu'il termine antérieurement; ſa face interne eſt liſſe & polie, & c'eſt de ſon bord inférieur que prend naiſſance la capſule muqueuſe humérale du biceps. J'ai vu pluſieurs fois naître, de la face interne de ce ligament annulaire, des prolongemens membraneux très-fins, qui remontent avec le tendon ſur la tête de l'humérus, & dont quelques fibres ſemblent l'aſſujettir ſur cet os; entre les deux tubéroſités, même un peu au-deſſus, dans l'endroit où le tendon s'écarte de l'humérus, on retrouve encore pluſieurs de ces fibres liées au tendon. *Winſlow* les a regardées comme une ſeconde gaine *(b)*.

8.° A ces capſules muqueuſes conſtantes au-deſſous de l'articulation de l'humérus, il faut en ajouter quelques autres plus petites, ſujettes à beaucoup de variétés, qui ſouvent n'ont point une exiſtence bien diſtincte, & doivent être confondues avec le tiſſu cellulaire. Je ne puis qu'indiquer le ſiége de celles-ci, à cauſe des variations multipliées qu'elles préſentent. On trouve des capſules de cette eſpèce entre les tendons du deltoïde & des muſcles voiſins, entre ceux

(z) Démographie. *Paris, 1752, page 15.*

(a) *Hiſt. muſculor.* lib. III, page 432.

(b) Expoſ. anat. des muſcles, *page 193*, ſeconde colonne.

du grand dorſal, du grand pectoral & des vaiſſeaux du bras, vers les extrémités ſupérieures du triceps brachial, &c. Très-ſouvent, la plupart de ces capſules manquent, ou on n'en trouve qu'une ou deux.

ARTICLE SECOND.

Des Capſules muqueuſes des tendons placés dans le voiſinage de l'articulation du coude.

L'ARTICULATION des deux os de l'avant-bras avec l'humérus eſt une de celles qui préſentent le moins de capſules muqueuſes, en raiſon de la petite quantité de tendons qui s'insèrent dans ſon voiſinage. Les extrémités inférieures de l'humérus, & ſupérieures du radius & du cubitus, offrent un grand nombre de fibres charnues terminées aux ſurfaces oſſeuſes par des eſpèces de pointes aponévrotiques placées les unes à côté des autres, & ſoit au devant ſoit en arrière de l'articulation; on ne voit de véritables tendons que ceux du brachial interne, du biceps & du triceps brachial; ce n'eſt auſſi que dans ces trois inſertions que l'on rencontre des capſules muqueuſes.

I. La première de ces capſules eſt celle qui eſt ſituée entre les tendons du biceps & du brachial interne; les anatomiſtes ſavent qu'après avoir paſſé ſur le devant de la capſule articulaire, ces deux tendons s'aplatiſſent, ſe trouvent placés perpendiculairement & de champ, & que l'un ſe contourne en dehors pour s'attacher à la tubéroſité du radius, l'autre en dedans pour s'inſérer au tubercule ſitué au-devant de l'apophyſe coronoïde du cubitus. Dans cet endroit, ces tendons ſe regardent & ſe touchent par leurs faces pareilles, entre leſquelles on trouve une petite capſule muqueuſe intimement adhérente à l'une & à l'autre; elle eſt arrondie, ne renferme point les tendons, mais ſes deux parois adhèrent à leurs faces latérales; ſa cavité rétrécie contient un peu de ſynovie. Elle offre beaucoup de variétés dans les différens ſujets; je l'ai trouvée quelquefois aſſez grande, & le plus ſouvent au contraire elle eſt ſi affaiſſée & ſi petite qu'on la détruit très-facilement en voulant ſéparer les deux tendons par le ſcalpel, & qu'il en reſte ſi peu de traces qu'on eſt tenté de croire qu'il n'y en avoit point; tantôt elle eſt profonde & placée ſur les ligamens communs au radius & au cubitus, tantôt on la rencontre plus ſuperficiellement. *Winſlow*, *Albinus* & M. *Sabatier* n'en ont point fait mention. *Jancke* l'a indiquée ſuccinctement ſans aucune deſcription *(c)*.

Cette capſule facilite le développemeni de ces tendons l'un ſur l'autre, qui a lieu ſur-tout dans celui du biceps, lorſqu'il opère la rotation du radius de dedans en dehors dans la ſupination; elle fait ſur-tout que l'un de ſes tendons peut ſe mouvoir ſans que l'autre ſoit entraîné dans ce mouvement, ce qui auroit certainement eu lieu ſi ces tendons avoient été immédiatemens adhérens l'un à l'autre, & s'ils n'avoient pas été ſéparés par ce petit ſac membraneux dont les deux parois gliſſent très-aiſément l'une ſur l'autre & dans tous les ſens. Comme cette capſule a un uſage important, & qu'elle eſt conſtante, je crois pouvoir la nommer *capſule muqueuſe, cubito-radiale*, parce qu'elle eſt ſituée entre ces deux os.

II. Il y a peu de muſcles qui préſentent une ſtructure ſi intéreſſante & ſi belle dans leurs inſertions, que le tendon radial du biceps. *Winſlow* n'a pas fait mention de cette ſtructure, il a ſeulement remarqué que ce tendon s'inſère au bord poſtérieur de la tubéroſité du radius *(d)*. *Albinus* a décrit avec beaucoup plus d'exactitude la manière dont ſe fait cette inſertion; il a parlé de la portion du tubercule du radius, ſur laquelle gliſſe le tendon lorſqu'il exécute la

(c) Loc. citat. pag. 11, litt. b). « *Inter tendines bicipitis, brachialis, » muſculum ſupinatorem brevem, & ligamenta quæ ulnæ atque radio » communia ſunt* ».

(d) Expoſ. anat. *in-4.° page 193*, ſeconde colonne.

rotation

rotation de cet os en dehors, & de la capsule qui lie le biceps à ce tubercule *(e)* & au court supinateur. Il est étonnant que *Jancke* n'ait pas plus insisté dans sa dissertation sur cette capsule très-importante à connoître, que sur toutes les autres qu'il n'a fait qu'indiquer *(f)*. M. *Sabatier* a fait connoître la facette cartilagineuse qui est au-devant de la tubérosité du radius, & la capsule membraneuse qui accompagne l'attache de ce tendon.

Le tendon du biceps, après avoir donné naissance de son bord interne à l'aponévrose qui se répand sur l'avant-bras, s'enfonce entre le brachial interne auquel il est joint par la capsule *cubito-radiale* décrite ci-dessus, & se plonge ensuite plus profondément sous le bord interne du court supinateur; il se contourne en cet endroit, en partie sur le bord de ce dernier muscle, & en partie sur une facette cartilagineuse qui occupe la partie externe & antérieure de la tubérosité du radius. Le bord interne du court supinateur est échancré vis-à-vis ce tendon, & ses fibres entourent le bord antérieur de la facette cartilagineuse du radius; c'est dans cette échancrure même, entre la face externe du tendon du biceps & le bord interne du court supinateur, qu'est logée la capsule muqueuse qui renferme ce tendon. Pour bien connoître la forme, l'étendue & la situation de cette capsule, il faut la disséquer du côté du court supinateur, en tirant un peu le tendon du biceps vers le condyle interne de l'humérus. En écartant le bord du court supinateur, on soulève une bourse environnée de graisse à sa face externe, qui tient d'un côté à ce muscle, tandis que de l'autre elle va s'attacher au tendon du biceps: elle présente, dans cet état, une forme irrégulièrement arrondie; il faut la couper dans son milieu pour apercevoir sa cavité. Cette section offre une espèce de fosse assez profonde, dans

(e) *Hist. musculor.* lib. III, pag. 434.

(f) Loc. citat. pag. 11, a). « *Inter tendinem bicipitis, musculum brachialem & tuberculum radii anterius* ».

laquelle on obſerve une ſtructure dont l'extérieur ne donnoit nulle idée ; on voit au dehors, en entamant toujours le tendon du biceps élevé du côté du cubitus, une facette cartilagineuſe, liſſe, ſans être brillante, terminée en dehors par un bord ſaillant & ſemi-lunaire, contournée légèrement en poulie du côté interne, & bordée de ce côté par l'inſertion droite du tendon qui vient à angle droit couper en haut & en bas les extrémités du bord ſemi-lunaire externe. On peut enlever quelques couches de cartilage de cette facette ; le côté interne préſente la face liſſe & polie du tendon, d'où l'on aperçoit le contour inférieur ; car ce tendon conſidéré en place & ſans avoir ouvert ſa capſule muqueuſe, préſente deux légers contours, l'un en dehors ſur le bord interne du court ſupinateur auquel il adhère ; l'autre plus profond & en dedans ſur la facette du tubercule radial, entre le premier & le lieu de ſon inſertion. La cavité intérieure de la capſule muqueuſe radio-bicipitale, eſt large ; quand elle eſt ouverte, on obſerve qu'elle adhère en dehors au bord interne du court ſupinateur, en dedans aux bords ſupérieur & inférieur du tendon du biceps ; ſa paroi externe eſt foible & ſimplement collée aux fibres charnues du court ſupinateur ; ſa paroi interne eſt plus forte & tient ſolidement aux fibres tendineuſes du biceps. Vers les deux bords de la face interne du tendon de ce dernier muſcle, on trouve au-dedans de ſa capſule muqueuſe deux enfoncemens ou foſſettes, dans l'un deſquels, & ſur-tout le ſupérieur, on rencontre preſque toujours un paquet de grains glanduleux rougeâtres, aſſez durs, adhérens à la membrane capſulaire & à la face tendineuſe, & qui ont tous les caractères des glandes ſynoviales des articulations. *Haller* eſt le ſeul anatomiſte qui ait annoncé l'exiſtence de ces glandes à l'inſertion du biceps *(g)*.

La cavité de cette capſule muqueuſe eſt lubrifiée par une quantité remarquable de ſynovie, j'en ai trouvé preſque

---

(g) Elem. phyſiolog. tom. IV, in-4.° Lauſanne, 1766, page 428.

toujours aſſez pour en ramaſſer ſur un cure-dent, & pour en examiner la conſiſtance & les qualités apparentes.

Le lieu, la forme & l'étendue de la capſule radio-bicipitale ne peuvent laiſſer aucun doute ſur ſon uſage; elle adoucit le frottement qui a lieu entre le tendon du biceps & la facette cartilagineuſe du tubercule du radius, & facilite par-là le mouvement de rotation en dehors, imprimé à cet os par la contraction du biceps qui eſt un des principaux ſupinateurs, comme *Winſlow* l'a démontré le premier en 1720 *(h)*. C'eſt ſans doute à la préſence de la ſynovie contenue dans cette capſule, que ſont dûs le poli & le brillant de la face du tendon du biceps qui y eſt plongée.

III. *Jancke* indique une capſule articulaire entre l'olécrâne & le tendon du triceps brachial, dans lequel il dit qu'il y a une aſſez grande partie de ce tendon enfermée *(c)*, *Winſlow*, *Albinus* & M. *Sabatier* n'en font aucune mention, quoique ces anatomiſtes ayent décrit avec beaucoup de ſoin l'inſertion du triceps brachial. Je l'ai cherché auſſi en vain dans un grand nombre de ſujets, & j'ai toujours trouvé que le tendon adhère immédiatement à la ſurface oſſeuſe, ſi ce n'eſt vers la pointe de l'olécrâne, où ſon adhérence eſt lâche, & ſe fait par le moyen d'un peu de tiſſu cellulaire aſſez ſerré; mais des deux côtés de la pointe de cete apophyſe, ſur la capſule articulaire, j'ai preſque toujours rencontré deux petites capſules muqueuſes intimement unies, d'une part au bord de la face interne du tendon, & d'une autre à la capſule articulaire: ces deux capſules ſont ſouvent d'une inégale grandeur, elles ſont humectées de ſynovie, leur cavité eſt plus profonde que large, & leur ſurface interne eſt très-liſſe & très-polie; on pourroit leur donner le nom de *capſules muqueuſes cubitales*, à cauſe de leur ſituation, elles facilitent le mouvement du tendon du triceps ſur les bords de l'olécrâne & elles diminuent ſes

(h) *Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année 1720, in-4.°* pages 91 & 92.

frottemens. On verra que la ſtructure de ces deux capſules eſt parfaitement analogue à celles que l'on trouve à l'extrémité des tendons réunis du droit antérieur, du crural & des deux vaſtes, entre la face interne de ces tendons & les deux parties ſupérieures & latérales de la rotule, qui dans l'extrémité inférieure répond à l'olécrâne de l'extrémité ſupérieure. Je ferai voir que *Jancke* s'eſt également trompé ſur cette dernière capſule, qu'il annonce ſimple & unique comme celle de l'olécrâne, quoiqu'il y en ait véritablement une de chaque côté.

IV. Il n'y a que ces quatre capſules conſtantes aux environs de l'articulation du coude. On en trouve quelquefois de plus petites entre la partie profonde du tendon du brachial interne & les ligamens qui uniſſent la partie ſupérieure du cubitus avec le radius, entre la tête de ce dernier os & le tendon du cubital externe, & en général dans le voiſinage de l'inſertion ſupérieure des muſcles de l'avant-bras, & l'attache de ceux du bras, à la partie antérieure de l'articulation du coude. Ces petites capſules que l'on rencontre quelquefois au nombre de trois ou quatre, ſont ſujettes à un grand nombre de variétés, & elles ne méritent pas de deſcription particulière.

MÉMOIRE

Sur les Claſſes les plus convenables à établir parmi les Végétaux, & ſur l'analogie de leur nombre avec celles déterminées dans le règne animal, ayant égard de part & d'autre à la perfection graduée des organes.

Par M. le Chevalier DE LA MARCK.

S'IL étoit poſſible à l'homme d'embraſſer à la fois, par l'imagination, tous les êtres naturels obſervés ou connus, & de deſcendre enſuite de l'enſemble de ces êtres juſqu'à la conſidération particulière de chaque individu qui le compoſent, ſans autre ſecours que l'imagination même & la mémoire, alors tous les ſoins que les Naturaliſtes ſe ſont donnés pour établir un ordre quelconque parmi les productions connues de la nature, pour former, ſoit des méthodes, ſoit des ſyſtèmes, en un mot des diviſions générales, telles que des claſſes, des ordres, des familles, des genres, &c. tous ces ſoins, dis-je, pourroient être regardés comme entièrement inutiles. Mais il n'en eſt pas ainſi; la foibleſſe de notre eſprit eſt telle, qu'il ſe trouve en quelque ſorte accablé ſous cette multitude prodigieuſe d'êtres & d'individus de toute eſpèce, qui lui ſont offerts de toutes parts; il lui faut néceſſairement des points de repos, pour qu'il puiſſe ſaiſir les diverſes parties du tableau qu'il entreprend de conſidérer, & pour l'aider enſuite à le connoître lui-même dans tous ſes détails.

Ainſi, un ordre quelconque eſt un ſecours dont on ne peut ſe paſſer dans l'étude des productions de la nature; & quoique cet ordre ſoit toujours vraiment artificiel, je crois que, pour le former convenablement, l'on ne doit jamais perdre de vue la conſidération des rapports naturels des êtres qui en ſont le ſujet; car tout ordre qui n'eſt point ſoumis à cette conſidération, ne peut offrir que des aſſemblages diſparates & peu propres à contribuer aux progrès de l'hiſtoire naturelle.

Sous ce point de vue, je me ſuis occupé de la compoſition d'une diſtribution générale des végétaux, & de la détermination des premières coupes ou des principales lignes de ſéparation qu'il eſt poſſible d'établir parmi ces êtres, en adoptant ceux des caractères généraux qui ſont les plus favorables à la conſervation des rapports naturels. Or le réſultat de mes recherches m'ayant appris que, ſelon mes vues, les ſeules claſſes bien diſtinctes qu'on peut établir parmi les végétaux, ſe trouvoient en nombre tout-à-fait analogue à celui des claſſes reconnues dans le *Règne animal*, eu égard, de part & d'autre, à la perfection graduée des organes dans la diſpoſition de ces claſſes; j'ai cru qu'il ſeroit utile de préſenter à la fin de ce Mémoire, le tableau comparatif de ces mêmes claſſes, afin de rendre plus ſenſible l'analogie intéreſſante dont il eſt queſtion.

De la claſſification des Végétaux.

ON ſait que dans toute diſtribution des êtres naturels, ſoit méthodique, ſoit ſyſtématique, il eſt indiſpenſable de partager la ſérie que préſente cette diſtribution en pluſieurs ſortes de diviſions déterminées par des caractères bien circonſcrits, afin de faciliter la connoiſſance des êtres que cette ſérie comprend. Auſſi a-t-on publié, depuis long-temps, diverſes diſtributions de végétaux que l'on a ſoumiſes à pluſieurs ſortes de diviſions, telles que des claſſes, des ordres ou ſections, des familles & des genres; & ſelon la nature du principe dont on s'eſt ſervi, ces diſtributions ont été nommées *méthodes* ou *ſyſtèmes de botanique.*

Je crois qu'on peut reprocher aux auteurs de ces ouvrages, tantôt de n'avoir pas eu aſſez d'égards à la conſervation des rapports dans les assemblages qu'ils ont formés, & tantôt d'avoir trop multiplié leurs classes ou premières divisions.

Les caractères qui peuvent servir à la formation des classes, doivent porter sur des considérations simples, fort générales, & susceptibles de fournir les coupes les plus grandes, les mieux détachées, & les plus naturelles possibles.

Tournefort, comme on sait, tira ses caractères classiques de la considération de la corolle en général; mais malheureusement il multiplia trop les coupes dans cette première sorte de division, & de-là, les limites de ses classes n'obtinrent qu'un degré de précision fort borné. On en voit une preuve dans sa distinction des corolles monopétales campaniformes, d'avec les corolles monopétales infundibuliformes, qui divise le genre très-naturel des gentianes, & en relègue les portions dans des classes différentes, &c.

Linné ensuite, tira ses caractères classiques de la considération des étamines, & l'on sait qu'il employa celle de leur présence ou de leur occultation, celle de leur proportion & de leur situation; celle de leur réunion avec les pistils dans la même fleur, ou de leur séparation des pistils, &c. &c. Mais quoiqu'il eût l'avantage d'employer une partie qui a plus d'universalité que la corolle, la trop grande diversité de ces considérations sur cette partie, & sur-tout l'attention trop marquée qu'il donna au nombre même des étamines, produisit des coupes nombreuses & très-peu naturelles; des coupes qui, la plupart n'offrent que des assemblages difformes, divisent les familles les plus universellement avouées, & contrarient les rapports les moins équivoques. D'ailleurs comme plusieurs des caractères classiques admis par ce célèbre botaniste sont exrêmement sujets à varier, son système tout ingénieux qu'il est, nous paroît d'une bien médiocre valeur, & nous pensons qu'il ne doit toute la célébrité qu'il a acquise, qu'à l'avantage qu'il a d'être le seul auquel on ait fait une application générale de toutes les plantes connues, depuis que l'on a porté la précision dans l'exposition des caractères essentiels des plantes.

On eſt fondé, je crois, à reprocher à ce célèbre botaniſte, d'avoir, par ſon ſyſtème, contribué à détourner l'attention d'un grand nombre de botaniſtes modernes, de la recherche des rapports naturels des plantes; de les avoir habitués à ſupporter, à admettre, & même à former des aſſemblages d'objets très-diſparates; & de les avoir par-là comme favoriſés ou portés à commettre des fautes eſſentielles relativement à la conſidération des rapports. C'eſt ainſi, par exemple, que M. Jacquin, dans ſon hiſtoire des plantes d'Amérique *(page 68)* rapporte au genre du *chiococca,* qui eſt de la famille des rubiacées, une plante dont les fleurs ont l'ovaire ſupérieur, & qu'il nomme malgré cela *chiococca nocturna.* Il convient qu'on pourroit diſtinguer cette plante comme d'un genre particulier, mais il ne fait pas attention que bien loin de pouvoir la rapporter au genre du *chiococca,* elle n'eſt pas même de la famille de ce genre, c'eſt-à-dire que dans l'ordre des rapports, le genre particulier qu'il en formeroit ne pourroit pas même être placé près du *chiococca.* En effet, cette plante eſt un *ceſtrum,* & par conſéquent une plante de la famille des jaſmins, famille très-diſtincte de celle des rubiacées. M. Thunberg a fait une erreur de cette nature, dans ſa Flore du Japon qui vient de paroître, en donnant le nom de *lycium Japonicum (page 93)* à une plante de la famille des rubiacées, qui, conſéquemment ne peut être, ni un *lycium*, ni de tout autre genre de la famille à laquelle celui du *lycium* appartient. Ces deux exemples ſuffiſent pour faire ſentir combien il eſt important, en botanique, de s'attacher à connoître les rapports naturels des plantes, ſi l'on veut éviter de former des aſſemblages comme ceux que je viens de citer; & combien le ſyſtème de Linné peut contribuer par ſes principes à faire tomber dans de ſemblables mépriſes, en habituant ceux qui s'en ſervent, à ſéparer les êtres les plus reſſemblans.

Avant de paſſer à la diſtribution méthodique que je propoſe, & à l'expoſition des claſſes que je crois à propos d'établir d'établir pour diviser la série générale des végétaux, je dois dire un mot de la disposition peu convenable, selon moi, de l'ensemble dans les ordres naturels, ou dans les familles qui ont été publiés jusqu'à présent. Il me semble en effet, que l'on n'a point fait encore assez d'attention à la nécessité qu'il y a de présenter aux deux bouts de l'ordre que l'on établit, des extrêmes relativement à la différence d'organisation, ou à la diversité dans le nombre & la valeur des organes des êtres que l'on doit placer. Car, enfin, quoiqu'un *byssus* & un poirier soient deux êtres du même règne, & tous deux de véritables végétaux, la différence de leur organisation est si considérable, qu'elle indique que dans la série des êtres de cette nature, ces deux plantes doivent être proportionnellement éloignées l'une de l'autre. Or cette considération nous fait sentir que dans la formation d'une série générale la plus naturelle possible, les deux extrémités de cette série doivent offrir nécessairement les êtres les plus dissemblables.

Rien sans doute ne seroit plus intéressant & ne sauroit être plus utile pour la botanique, que la possibilité de trouver à volonté le lieu que doit occuper à-peu-près dans la série générale des végétaux, telle plante que l'on jugeroit à propos de considérer, & par conséquent que l'établissement d'un ordre dans lequel en s'occupant des rapports naturels des plantes, on auroit en même-temps égard pour le déterminer, à la gradation, soit dans le nombre, soit dans la perfection des organes essentiels des êtres qui en seroient l'objet.

On ne peut en effet donner une juste idée d'un être naturel quelconque, qu'en montrant d'une part, tous ses rapports avec ceux qui lui ressemblent le plus à tous égards, & de l'autre, sa situation la plus convenable dans la série graduée des êtres du même règne, afin que l'on puisse, comme d'une seule idée, le comparer aux autres êtres de cette série, & juger de ce qu'il est lui-même au moins à leur égard.

Dans les ouvrages publiés jusqu'à ce jour, dans la vue de faire connoître les rapports des plantes, on trouve au commencement de la série qu'ils offrent, des plantes dont les parties de la fructification sont ou indistinctes ou censées incomplètes sous certaines considérations; & à la fin de la même série, on y en rencontre qui sont encore à peu-près dans le même cas, relativement aux mêmes égards. Il y a cependant apparence que si l'on avoit suivi une gradation fondée sur la considération du nombre & de la perfection ou du complément des organes, on auroit vu aux deux extrémités de la série totale, les plantes les plus dissemblables dans ce qu'on peut appeler la perfection des organes.

Nous n'ignorons pas néanmoins que nous sommes encore fort éloignés de connoître dans son entier, le véritable ordre de gradation dont nous venons de parler; mais notre distribution présente dans son ensemble, une esquisse de l'ordre dont il s'agit; & si, dans chacune des classes que nous allons exposer, l'ordre des familles qu'elles comprennent paroît encore trop souvent arbitraire, la disposition générale de l'ordre lui-même nous semble au moins à l'abri de ce reproche.

Enfin, le résultat de toutes nos recherches pour établir dans la série des végétaux les divisions générales les plus naturelles, les plus simples & les plus faciles à connoître, nous a déterminé à nous arrêter aux six coupes mentionnées ci-dessous. Ces coupes constituent les six classes auxquelles nous rapportons, dans notre *Dictionnaire de Botanique*, tous les genres de plantes dont nous traitons, & qui y sont rangés sous quatre-vingt-quatorze familles, la plupart à peu-près les mêmes que celles que M. de Jussieu a établies au Jardin du Roi. Ces mêmes classes forment les points de repos les plus commodes & les plus faciles à saisir dans la contemplation de l'immense quantité de végétaux qui existent; elles rappellent les principaux points de vûe de la méthode de

Tournefort, ſans avoir les inconvéniens de la multiplicité de ſes diviſions.

PREMIÈRE CLASSE.

Les Polypétalées.

CETTE claſſe renferme les plantes dont les fleurs naturellement hermaphrodites, ont une corolle polypétale.

Elle offre une coupe très-conſidérable, qui paroît indiquée par la nature même, dont le caractère eſt facile à ſaiſir & ne varie point, & qui comprend les végétaux les plus parfaits, relativement au nombre & au complément des organes. En effet, c'eſt à cette claſſe que ſe rapportent les plantes dont la fructification a le plus de parties, la plupart d'entr'elles ayant, outre un calice & une corolle de pluſieurs pièces, un très-grand nombre d'étamines, & ſouvent des ovaires nombreux. On pourroit regarder cette claſſe comme le *maximum* de l'organiſation végétale, & conſidérer notre ſixième & dernière claſſe comme n'en étant que le *minimum*. Ce qu'il y a de remarquable, c'eſt que c'eſt preſque uniquement dans cette même claſſe que ſe trouvent toutes les plantes ſuſceptibles d'une irritabilité notable, telles que les *mimoſa pudica*, *viva*, *ſenſitiva*, &c. l'*hedyſarum gyrans*, l'*oxalis ſenſitiva*, le *dionæa muſcipula*, &c. comme ſi le principe de la vie ſe rendoit plus manifeſte dans ces végétaux, & les rapprochoit en quelque ſorte des autres êtres organiques en qui l'irritabilité ſe trouve jointe à une qualité plus parfaite qu'on nomme *ſenſibilité*.

Je diviſe cette claſſe en trois ſections conformes aux principes établis par M. de Juſſieu; ſavoir, 1.° en *thalamiflores*, qui réuniſſent les plantes dont les étamines ſont attachées au réceptacle du piſtil; 2.° en *caliciflores*, qui comprennent celles dont les étamines tiennent au calice; 3.° en *fructiflores*, où ſe rapportent celles qui ont les étamines attachées ſur le piſtil.

SECONDE CLASSE.

Les Monopétalées.

JE comprends dans cette classe tous les végétaux dont les fleurs, naturellement hermaphrodites & complètes, ont une corolle monopétale.

Cette coupe, tout aussi naturelle & aussi facile à reconnoître que la précédente, est un peu moins grande qu'elle, quoiqu'elle soit fort considérable.

Ce qui semble ensuite indiquer moins de perfection dans les organes essentiels des plantes de cette division, c'est qu'il est ici très-rare de trouver des étamines & des ovaires en nombre indéfini dans la même fleur, comme on l'observe dans un grand nombre de plantes de la division des polypétalées. C'est un phénomène de trouver une fleur monopétale qui ait plus de dix étamines, & même les trois quarts des plantes de cette classe n'en ont pas plus de cinq. Presque toujours ici les étamines tiennent à la corolle, au lieu que dans la classe ci-dessus, il est fort rare d'observer ce caractère. C'est pourquoi dans la classe dont il s'agit, c'est l'insertion de la corolle qui sert à déterminer les sections; M. de Jussieu la nomme *insertion médiate.* À cette considération je joins celle de la présence ou de l'absence du péricarpe.

Ainsi je partage les monopétalées en quatre sections; savoir, 1.° en *fructiflores*, ou celles qui ont la corolle attachée sur le pistil; 2.° en *caliciflores*, ou celles dont la corolle tient au calice; 3.° en *thalamiflores angiospermes*, ou celles qui ont la corolle attachée au réceptacle du pistil, & les graines dans un péricarpe; 4.° en *thalamiflores gymnospermes*, ou celles qui ont aussi la corolle attachée au réceptacle du pistil, mais dont les graines sont nues.

TROISIÈME CLASSE.

Les Composées.

CETTE division très-remarquable des végétaux, comprend ceux dont les fleurs ſont ramaſſées pluſieurs enſemble dans un calice commun, & ont leur corolle portée ſur le piſtil qui ſe change en une ſemence dépourvue de péricarpe.

La diminution dans le nombre ou la perfection des organes eſſentiels, eſt ici bien plus marquée que dans la claſſe précédente. Les fleurs y ſont preſque toutes dépourvues de calice propre; leur fruit eſt une graine ſolitaire & entièrement nue; ſouvent pluſieurs d'entr'elles avortent ou ſont conſtamment ſtériles; enfin, la nature ſemble avoir cherché à obvier au peu de perfection de ces parties eſſentielles, en les multipliant & les ramaſſant ſur un réceptacle commun, & les environnant d'une enveloppe qui les garantit contre ce qui peut les endommager. Ces amas de petites fleurs ſont tels qu'on les prend vulgairement pour autant de fleurs particulières.

Je partage cette claſſe en trois ſections très-naturelles & bien détachées l'une de l'autre; ſavoir, 1.° en *compoſées diſtinctes*, c'eſt-à-dire celles dont les fleurs ont les étamines entièrement libres; 2.° en *ſyngénéſiques tubuleuſes*, ou celles dont les étamines ſont réunies par les anthères, & qui ont des fleurons avec ou ſans mêlange de demi-fleurons à la circonférence; 3.° en *ſyngénéſiques ligulaires*, ou celles dont les étamines ſont réunies par les anthères, & qui n'ont conſtamment que des demi-fleurons.

QUATRIÈME CLASSE.

Les Incomplètes.

LES fleurs des plantes de cette diviſion ont conſtamment & naturellement quelques parties de moins que les fleurs parfaites; preſque toutes n'ont point de corolle, mais ſeulement un calice ou des écailles; on les nomme *fleurs apétales*. Il s'en trouve quelquefois qui ſont munies d'une véritable corolle, mais ces fleurs ſont aſſujetties conſtamment à des ſéparations de ſexe, qui conſtituent leur ſorte d'imperfection. Les ſéparations ſexuelles dont il s'agit, ne ſont point des avortemens de parties, ou des hermaphrodites ſtériles; comme dans les plantes de la polygamie de Linné; mais ces ſéparations ſont déciſives par le défaut complet de l'un des ſexes dans toutes les fleurs, comme dans la plupart des plantes monoïques & dioïques du même botaniſte.

Il eſt remarquable que le plus grand nombre des plantes de cette claſſe ne porte que de très-petites fleurs, qui ſont la plupart d'une couleur herbacée & ſans éclat, & dont on a ſouvent beaucoup de peine à examiner les parties.

Je diviſe cette claſſe en quatre ſections, relativement à la conſidération, ſoit de l'inſertion des étamines, ſoit de leur ſéparation des piſtils; ſavoir, en *thalamiſlores* ou à étamines attachées au réceptacle du piſtil; en *caliciflores*, ou à étamines attachées au calice; en *diclynes*, ou à étamines ſéparées du piſtil dans des fleurs différentes; en *gynandres*, ou à étamines attachées ſur le piſtil même.

CINQUIÈME CLASSE.

Les Unilobées.

Je comprends dans cette claſſe toutes les plantes dont l'embryon de la ſémence n'a qu'un ſeul lobe ou cotyledon.

Cette claſſe qui eſt très-naturelle, & qu'on ne ſera jamais tenté de démembrer, ſelon moi, dans toute diſtribution où l'on aura le moindre égard aux rapports des plantes, avoit déjà été indiquée par M. Adrien Van-Royen; mais c'eſt à M. de Juſſieu que l'on doit la connoiſſance du véritable lieu qu'elle doit occuper dans la ſérie des végétaux, devant être placée immédiatement à côté des *cryptogames*, comme le prouvent les rapports des palmiers avec les fougères.

Il me ſemble que le caractère des *unilobées*, préſente un nouveau genre d'imperfection, puiſque dans les quatre claſſes précédentes l'embryon de la ſemence a (au moins) deux lobes ou cotyledons diſtincts. Auſſi M. de Juſſieu, (*Mém. de l'Acad. année 1774, page 183*), comparant la confidération des lobes de la femence dans les végétaux, à celle des ventricules du cœur dans les animaux, donne-t-il lieu de remarquer que les animaux les plus parfaits, ayant, comme on fait, un cœur à deux ventricules, font en quelque forte comparables aux plantes les plus parfaites qui ont une femence à deux lobes ou cotyledons; & que conféquemment les unilobées dans les végétaux, & les animaux dont le cœur n'a qu'un feul ventricule, peuvent être confidérées, chacun dans leur règne, comme des êtres à organifation moins parfaite ou moins complète que les premiers dont je viens de parler. D'ailleurs, prefque toutes les plantes *unilobées* portent des fleurs dépourvues de calice, ou fi l'on veut, des fleurs qui n'ont point de corolle, mais un calice coloré qui en a l'afpect.

Je divife les unilobées en deux fections; favoir, 1.° en *fructiflores*, ou celles dont les fleurs font portées fur le piftil, c'eft-à-dire, ont l'ovaire inférieur; 2.° en *thalamiflores*, qui comprennent celles dont les fleurs ont l'ovaire fupérieur, c'eft-à-dire, fitué fur le même réceptacle que le calice.

SIXIÈME CLASSE.

Les Cryptogames.

CETTE fixième & dernière claffe comprend les plantes dont les fleurs font indiftinctes, c'eft-à-dire, n'ont point de piftil ni d'étamines conformés, comme dans les cinq claffes qui précèdent.

C'eft à M. Linné que l'on doit la meilleure expofition & détermination de cette claffe, ainfi que le véritable lieu qu'elle doit occuper dans la férie des végétaux. Les plantes qui la compofent font plus fimples que les autres & préfentent une organifation plus imparfaite ou moins complète, fur-tout celles qui forment les dernières fections, & que l'on pourroit regarder comme de fimples ébauches de végétaux.

Je divife cette claffe, comme M. Linné, en quatre ſections; ſavoir, 1.° les *fougères*, 2.° les *mouſſes*, 3.° les *algues*, 4.° les *champignons.*

TABLEAU des claſſes & des familles de plantes, auxquelles ſont rapportés les genres & les eſpèces mentionnés dans mon dictionnaire de Botanique.

CLASSES.	SECTIONS.	FAMILLES.
I. Polypétalées.	1. Thalamiflores.	1. les anones.
		2. les tilleuls.
		3. les cacaoyers.
		4. les hermanes.
		5. les malvacées.
		6. les renoncules.
		7. les pavots.
		8. les crucifères.
		9. les capriers.
		10. les vignes.
		11. les malpighies.
		12. les vinetiers.
		13. les violettes.
		14. les fabagelles.
		15. les rues.
		16. les ciſtes.
		17. les ſablines.
		18. les œillets.
	2. Caliciflores.	19. les ſaxifrages.
		20. les joubarbes.
		21. les pourpiers.
		22. les cactiers.
		23. les onagres.

CLASSES.	SECTIONS.	FAMILLES.
I. Polypétalées.		
	2. Caliciflores.	24. les mirtes.
		25. les ſalicaires.
		26. les roſiers.
		27. les poiriers.
		28. les pruniers.
		29. les nerpruns.
		30. les légumineuſes.
		31. les érables.
		32. les balſamiers.
		33. les citronniers.
	3. Fructiflores.	34. les aralies.
		35. les ombelliféres.
II. Monopétalées.	1. Fructiflores.	36. les chevre-feuilles.
		37. les rubiacées.
		38. les campanules.
	2. Caliciflores.	39. les bruyères.
	3. Thalamiflores angioſpermes.	40. les ſapotilles.
		41. les apocins.
		42. les gentianes.
		43. les liſerons.
		44. les ſébeſtiers.
		45. les lyſimachies.
		46. les jaſmins.
		47. les ſolanées.
		48. les perſonnées.
		49. les plantains.
		50. les gatiliers.
	4. Thalamiflores gymnoſpermes.	51. les labiées.
		52. les borraginées.
		53. les nictages.

CLASSES	SECTIONS.	FAMILLES.
II. Monopétalées.	4. Thalamiflores gymnospermes.	54. les globulaires.
III. Composées.	1. Distinctes.	55. les dipsacées.
	2. Singénésiques tubuleuses.	56. les cinarocéphales.
		57. les corymbifères.
	3. Syngénésiques ligulaires.	58. les semi-flosculeuses.
IV. Incomplètes.	1. Thalamiflores.	59. les amaranthes.
		60. les arroches.
	2. Caliciflores.	61. les poligonées.
		62. les pimprenelles.
		63. les garous.
		64. les chalefs.
		65. les lauriers.
	3. Diclynes.	66. les pistachiers.
		67. les julifères.
		68. les conifères.
		69. les figuiers.
		70. les orties.
		71. les euphorbes.
		72. les cucurbitacées.
		73. les tamiers.
	4. Gynandres.	74. les aristoloches.
V. Unilobées.	1. Fructiflores.	75. les morènes.
		76. les orquides.
		77. les balisiers.
		78. les bananiers.
		79. les iris.
		80. les narcisses.
		81. les ananas.

CLASSES.	SECTIONS.	FAMILLES.
V. Unilobées.		
	2. Thalamiflores.	
		82. les aſphodèles.
		83. les lys.
		84. les aſperges.
		85. les joncs.
		86. les gouets.
		87. les naïades.
		88. les ſouchets.
		89. les graminées.
		90. les palmiers.
VI. Cryptogames.		
		91. les fougères.
		92. les mouſſes.
		93. les algues.
		94. les champignons.

La grande difficulté que je trouve à ranger convenablement les familles dans pluſieurs claſſes, me porte à croire qu'il nous en manque encore beaucoup ; & de-là, je préſume que les familles à découvrir pourroient me faire trouver le moyen de graduer moins imparfaitement la ſérie de végétaux que je préſente ici, ſoit parce qu'elles rempliroient des vides qui y occaſionnent des difformités, ſoit parce qu'elles me feroient apercevoir une meilleure manière de diſpoſer les familles entr'elles dans leurs claſſes. Mais la diſpoſition même des claſſes que je viens d'expoſer, ne me paroît nullement ſuſceptible d'un changement qui puiſſe être plus convenable.

Quant au nombre de ces claſſes, je me ſuis aſſuré qu'on ne peut l'augmenter qu'aux dépens de la valeur des coupes qui les conſtituent. D'ailleurs je ſuis perſuadé qu'un grand nombre de claſſes nuit conſidérablement à leur objet direct ; & je vois avec plaiſir que celui que je viens d'établir, fait un pendant parfait avec les grandes coupes qui divisent le règne animal, comme on peut le remarquer dans le tableau ci-joint, qui présente l'ordre naturel des êtres vivans.

ÊTRES organiques, vivans, assujettis à la mort, & qui ont la faculté de se reproduire eux-mêmes.

ANIMAUX.	VÉGÉTAUX.
1. Les Quadrupèdes.	1. Les Polypétalées.
1. terrestres onguiculés.	1. thalamiflores.
2. terrestres ongulés.	2. caliciflores.
3. marins.	3. fructiflores.
2. Les Oiseaux.	2. Les Monopétalées.
1. Terrestres.	1. fructiflores.
2. aquatiques à cuisses nues.	2. caliciflores.
3. aquatiques nageans.	3. Thalamiflores.
3. Les Amphibies.	3. Les Composées.
1. tétrapodes testacés.	1. distinctes.
2. tétrapodes nus.	2. tubuleuses.
3. apodes.	3. ligulaires.
4. Les Poissons.	4. Les Incomplètes.
1. cartilagineux.	1. thalamiflores.
2. épineux.	2. caliciflores.
	3. diclynes.
	4. gynandres.
5. Les Insectes.	5. Les Unilobées.
1. tétraptères.	1. fructiflores.
2. diptères.	2. thalamiflores.
3. aptères.	
6. Les Vers.	6. Les Cryptogames.
1. nus.	1. épiphyllospermes.
2. testacés.	2. urnigères.
3. lithophytes.	3. membraneuses.
4. zoophytes.	4. fongueuses.

Ce tableau préſente, ſelon moi, l'idée la plus juſte que l'on puiſſe ſe former de l'enſemble des êtres vivans qui habitent notre globe ; il indique la nature de leurs rapports, l'ordre de gradation relatif à la perfection de leurs organes, & fait ſentir la valeur des ſix coupes que je propoſe pour diviſer la ſérie des végétaux.

ÊTRES organiques, vivans, aſſujettis à la mort, & qui ont la faculté de ſe reproduire eux-mêmes.

ANIMAUX.	VÉGÉTAUX.
1. Les Quadrupèdes.	1. Les Polypétalées.
2. Les Oiſeaux.	2. Les Monopétalées.
3. Les Amphibies.	3. Les Compoſées.
4. Les Poiſſons.	4. Les Incomplètes.
5. Les Inſectes.	5. Les Unilobées.
6. Les Vers.	6. Les Cryptogames.

OBSERVATIONS

Sur la comparaison de la nouvelle Laine superfine de France, avec la plus belle Laine d'Espagne, dans la fabrication du Drap.

Par M. Daubenton.

Lû le 16 Nov. 1785.

Pour constater un fait de physique dans les Arts, il faut observer long-temps & multiplier les épreuves; c'est d'après ces principes que j'ai travaillé à l'amélioration des laines de France au degré du superfin. J'ai commencé par bien m'assurer que j'avois amélioré des troupeaux de laines grossières au degré de finesse du superfin, & que j'avois maintenu dans cet état les laines d'une race de moutons de Roussillon, pendant dix-huit ans, & celles d'une race de moutons d'Espagne pendant neuf ans. Ensuite j'ai fait faire plusieurs essais de ces laines dans la fabrication du drap aux manufactures de Château-du-parc, d'Abbeville & de Louviers, pour savoir si elles pourroient suppléer les laines d'Espagne, qui, jusqu'à présent ont été absolument nécessaires pour faire des draps fins.

J'ai déjà rendu compte à l'Académie de la fabrication d'un drap fait à la manufacture de Château-du-parc en Berry, avec la laine que j'ai améliorée dans ma bergerie en Bourgogne. Le manufacturier a reconnu que cette laine avoit plus de force & de nerf que la laine d'Espagne, avec la même finesse à l'œil & la même douceur au toucher; non-seulement elle s'étoit tirée plus fin à la filature, mais aussi elle avoit souffert un tors beaucoup plus considérable sans se casser, & la chaîne du drap s'étoit trouvée plus nerveuse & plus forte. Quoique la laine eût été filée & tissue au fort de l'hiver, le drap avoit pris un foulage très-ferme & étoit devenu plus fort que les draps de laine d'Espagne faits en France, dans l'été. Le même manufacturier fabriqua avec la même laine améliorée dans ma bergerie, un drap plus souple & aussi doux que ceux qui sont faits avec la laine d'Espagne.

On a fabriqué d'autres draps avec la même laine, à Abbeville & à Louviers. M. Bertier, Intendant de la généralité de Paris, qui s'occupe à réunir dans l'École royale d'Alfort, toutes les parties de l'art vétérinaire & de l'économie rurale, me demanda, sur la fin de 1783, des bêtes à laine de ma bergerie, pour faire des expériences à l'École vétérinaire, sur l'amélioration des troupeaux. Indépendamment de l'intêret que je prends au succès de cette École, & du desir que j'ai de pouvoir y contribuer, je souhaitois qu'il y eût près de Paris un petit troupeau des bêtes à laine que j'ai améliorées au point du superfin, & que j'y ai maintenues. J'ai cité pour preuves de ces deux faits, dans mon Instruction pour les Bergers, les troupeaux de ma bergerie; mais comme elle est à cinquante lieues de Paris, je desirois que l'on pût voir plus près de cette ville, au moins une petite partie de ces troupeaux.

Je fis venir à la ménagerie de l'École vétérinaire quatre béliers & neuf brebis de ma bergerie. Ce petit troupeau ayant été tondu en 1784, M. Bertier desira d'en faire une épreuve pour la fabrication du drap, & envoya chez M. Van-Robais, à Abbeville, le produit de cette tonte qui étoit de trente-sept livres de laine en toisons entières lavées à dos. On en fabriqua une pièce de Royale de vingt-six aunes un quart, sur cinq huitièmes de large; elle fut remise à M. Bertier, qui la fit voir à la Société d'agriculture. Ce drap fut présenté au Roi par M. le Contrôleur général des finances, comme un drap de laine superfine du crû de la France. M. Van-Robais avoit écrit à M. Bertier, que le déchet de cette laine avoit été à peu-près le même que celui de la laine d'Espagne, & le filage & l'apprêt absolument les mêmes; & qu'en comparant la Royale qu'il avoit faite, avec une Royale semblable, fabriquée avec la laine d'Eſpagne, il faudroit être connoiſſeur pour en conſtater la différence. Toujours eſt-il certain, ajoute M. Van-Robais, qu'il n'y en a aucune tant ſur le filage que ſur l'apprêt.

J'ai envoyé à M. Jean-Baptiſte de Cretôt, manufacturier à Louviers, ſoixante-deux livres de la laine de ma bergerie. M. de Cretôt voulant faire, avec la plus grande attention, un eſſai de cette laine, pour la fabrication du drap, s'eſt propoſé de la comparer à la laine d'Eſpagne, dans toutes les opérations néceſſaires pour cette fabrique; afin de donner à cette expérience la plus grande authenticité, il a appelé l'Inſpecteur & les Gardes-Jurés de la manufacture de Louviers, pour en être témoins. On a pris trois échantillons de la laine de ma bergerie, en ſuint; l'un a été remis à l'Inſpecteur, l'autre au bureau de la manufacture, & le troiſième à M. de Cretôt.

Les mêmes opérations ont été faites ſur la plus belle des laines d'Eſpagne, que l'on appelle *Léonoiſe impériale,* & qui s'eſt vendue, cette année, cent quinze ſous la livre, & ſur une autre laine d'Eſpagne, de qualité inférieure, que l'on appelle *Moline,* & qui ſe vend trente ſous par livre moins que l'Impériale. On a pris de chacune de ces deux laines d'Eſpagne, des quantités égales à celles de la laine de ma bergerie; elles ont été traitées toutes les trois ſéparément par les mêmes procédés, avec les mêmes quantités des mêmes drogues, par les mêmes ouvriers & dans le même temps, afin qu'il n'y eût aucune différence dans la main-d'œuvre, ni aucun changement dans la température de l'air, qui pût influer ſur la préparation de ces laines.

La laine de ma bergerie a eu plus de déchet au dégrais que celle d'Eſpagne; elle a très-bien pris la teinture, elle s'eſt très-bien filée & même un peu plus fin que la Léonoiſe impériale. La laine Moline d'Eſpagne s'eſt plus mal filée que la mienne & que l'Impériale.

On

On a fait une pièce de drap avec chacune des trois laines mises en expérience. Ces trois draps ont été foulés dans la même foulerie & dans la même pile, c'est-à-dire, dans le même vase, à la suite les uns des autres, pour ne pas risquer qu'un changement de température causât dans la manière de fouler, d'autres variations que celles qui viendroient de la différence des laines & des filatures. Le drap fait avec la laine de ma bergerie a foulé aussi facilement & a mis le même temps à fouler que le drap fait avec la laine Léonoise impériale; celui-ci avoit, après cette opération, une demi-aune de plus que le mien. L'expérience dont il s'agit n'est pas encore terminée, comme M. de Cretôt me l'avoit promis, pour l'apprêt des draps; mais il vient de m'écrire qu'il peut m'annoncer dès-à-présent que mon drap prend un bel apprêt.

Il résulte de cet exposé, que la laine de ma bergerie a foulé aussi facilement & dans le même temps, que la plus belle laine d'Espagne, qui est la Léonoise impériale, & qu'elle l'a surpassée pour la filature, puisqu'elle a filé plus fin; elle a pris un aussi bel apprêt. Son déchet a été à peu-près le même, suivant M. Van-Robais; mais elle a plus perdu, suivant M. de Cretôt : je vais faire voir les causes de cette différence.

Les laines sont lavées avec l'eau simple, dans des corbeilles, après la tonte, ou sur le corps du mouton avant qu'il soit tondu; ensuite le manufacturier dégraisse les laines avec l'urine pour en ôter le suint, parce que l'eau ne peut le dissoudre. En même temps que le dégrais emporte le suint, il enlève aussi ce qui peut être resté de matières étrangères dans la laine après le lavage; par conséquent si la laine Impériale a été mieux lavée que celle de ma bergerie, elle a dû perdre moins de son poids par le dégrais, sans être de meilleure qualité. Cette différence de poids, après le dégrais, doit donc varier comme le lavage, & comme la quantité & la qualité du suint dont la laine étoit chargée. Aussi M. Van-Robais a-t-il observé que la laine du petit troupeau que j'ai fait venir pour l'École vétérinaire, avoit eu à peu-près le même déchet que la laine d'Eſpagne.

Il m'a paru que le ſuint étoit plus abondant ſur les laines ſuperfines que ſur les laines groſſières, & je crois que cette graiſſe rend la laine plus onctueuſe, plus douce & peut-être plus fine; mais je ne ſais qu'elle influence elle peut avoir dans la fabrication des draps: je n'ai point fait d'expériences à ce ſujet, ainſi je n'ai point d'opinion.

Il y a encore une autre cauſe de la différence de poids qui s'eſt trouvée entre les deux laines dont il s'agit, après le dégrais; c'eſt que la laine de ma bergerie n'avoit point été triée, les toiſons étoient entières. On n'en avoit pas ôté, comme on le fait en Eſpagne, la ſeconde laine & la tierce qui ſont les plus groſſes, pour ne laiſſer que la prime que l'on appelle *mère-laine*, parce que c'eſt la plus belle & la plus fine. La laine la plus groſſière d'un mouton eſt auſſi la plus ſale, parce qu'elle ſe trouve ſur les parties de ſon corps qui portent ſur la terre & le fumier lorſqu'il ſe couche, & qui ſont ſalies par ſes excrémens. Cette laine doit perdre au dégrais, plus de ſon poids que la prime; il ne faut donc pas être ſurpris que la laine de ma bergerie qui avoit la ſeconde & la tierce, ait plus perdu que l'Impériale dans une épreuve qui en a été faite, & que ſon déchet ait été à peu-près le même dans une autre épreuve. M. de Cretôt m'a prévenu pour cette explication; il ajoute que le défaut du triage dans ma laine, a auſſi été cauſe que le drap qui en a été fait, avoit une demi-aune de moins que celui de la laine impériale; mais il y a lieu d'être ſurpris de ce que la laine de ma bergerie, ſans avoir été triée, ait filé plus fin que la plus belle prime d'Eſpagne.

Les ſoins que j'ai mis pendant nombre d'années à l'amélioration des troupeaux, m'ont toujours donné de la ſatisfaction. J'en ai beaucoup aujourd'hui par les preuves authentiques que je viens de rapporter, & qui conſtatent que la laine de ma bergerie a égalé & même ſurpaſſé, à quelques égards, la plus belle laine d'Eſpagne dans la fabrication des draps. Ce ſuccès de mes expériences m'encourage à continuer mes ſoins pour l'amélioration des troupeaux de la France. On trouve toujours quelqu'oppoſition mal fondée lorſqu'on propoſe au public des choſes nouvelles, quoiqu'elles ſoient fort utiles & bien prouvées; mais dans le genre dont il s'agit, les raiſonnemens ſont ſuperflus : il me ſuffit de montrer les troupeaux à laine ſuperfine, que j'ai améliorés, & les draps que l'on a faits avec cette laine.

Je vois avec plaiſir que beaucoup de particuliers s'occupent de cette amélioration. J'exhorte les propriétaires de terres & les fermiers, à donner de l'attention à leurs troupeaux; le ſoin qu'ils y mettront leur profitera beaucoup par la valeur des moutons, le prix des laines, le produit du parcage & les fumiers faits en plein air, dont l'activité pour fertiliſer les terres eſt plus grande que celle des fumiers qui ſe font dans des étables.

ADDITION au Mémoire précédent.

M. DE CRETÔT, manufacturier à Louviers, ayant terminé toutes les opérations & les obſervations qu'il ſe propoſoit de faire, pour comparer le drap fabriqué avec la laine de ma bergerie aux laines d'Eſpagne, Moline & Léonoiſe impériale, m'a écrit la lettre ſuivante.

M. « J'ai différé de quelques jours à vous faire paſſer le réſumé que je vous avois annoncé, parce que je voulois voir, avant de le faire, l'effet de la preſſe ſur le drap d'Impériale, & ſur celui de la Moline. Vous aurez vu facilement par vous-même qu'il réſultoit de tous les détails de mes deux lettres, 1.° que votre laine dégraiſſoit bien, c'eſt-à-dire, qu'elle lâchoit facilement ſon ſuint. «

« 2.° Qu'après le dégrais, le battage & le triage, elle tombe environ auſſi près du tiers, que la laine d'Eſpagne tombe près du quart; ce qui fait une différence d'environ un dixième à l'avantage de l'Impériale. Cette différence doit provenir, au moins en très-grande partie, des «

» ſecondes & des tierces, qui n'ont point été retirées dans » votre bergerie, comme elles le ſont en Eſpagne, dans la » proportion du quart au cinquième.

» 3.° Que votre laine a bien pris la teinture.

» 4.° Qu'elle s'eſt très-bien filée, & même d'environ un » vingt-cinquième plus fin que l'Impériale.

» 5.° Que le Tiſſerand en a fait une très-belle toile.

» 6.° Qu'elle s'eſt foulée auſſi facilement & dans le même » temps, mais moins fort que celle d'Eſpagne ; ce qui n'eſt » pas étonnant, vu que les ſecondes & tierces, lorſqu'elles » ſont groſſières, ne foulent pas auſſi fort, & ne garniſſent » pas autant que les primes.

» 7.° Que votre demi-pièce s'eſt très-bien apprêtée, mais » qu'il a fallu la ménager au Tondeur, un peu plus que » l'Impériale, qui ayant feutré davantage, a fourni plus de » laine dans les apprêts.

» Les nuances de ces trois draps diffèrent un peu, & » cependant ils ſont teints ſur la même doſe : cela vient ou » d'un peu plus ou moins de chaleur, ou d'un peu plus ou » moins d'eau dans la chaudière, ou de ce que les laines y » ſont reſtées un peu plus ou moins de temps.

» Il eſt bon d'obſerver que la teinture de cette couleur » (d'olive légère des trois draps) ne fatigue pas les laines, » mais qu'elle en laiſſe auſſi beaucoup plus voir les défauts » de qualité & de fabrication, que les couleurs très-foncées » qui les couvrent, & qui, en attendriſſant les laines fortes » ou sèches, les raffinent & leur font rendre le même effet » que celles qui ſont plus fines. La vôtre a très-bien ſupporté » cette épreuve, & peut être aſſimilée aux laines d'Eſpagne » de la première claſſe.

» Comme vous le voyez par votre coupon que je vous » envoie, votre drap eſt très-fin & bien beau ; comme il a » foulé moins fort que celui de la laine de l'Impériale, il eſt » un peu dans le genre des Royales, ou draps d'été. Il étoit » queſtion d'un eſſai comparatif, & non pas d'une opération » particulière ſur votre laine : mais je vois par l'expérience,

que, pour en faire des draps forts & garnis, il faudroit, «
1.° en retirer les secondes & tierces, opération qui se feroit «
plus facilement sur la toison entière dans votre bergerie, «
que dans notre manufacture, puisqu'elle consiste à mettre «
de côté les laines du ventre, des pattes, du dessous de la «
croupe, du dessous des cuisses & des épaules. «

2.° Il faudroit faire fouler les draps plus long-temps & «
plus fort; c'est ce que je ferai sur la pièce que je dois mettre «
en fabrication. » J'ai l'honneur d'être, &c.

Ayant fait fabriquer des draps avec la laine de ma bergerie, dans les manufactures de Berry, d'Abbeville & de Louviers, pour savoir si elle en feroit d'aussi fins que la laine d'Espagne, j'ai encore voulu savoir si elle étoit susceptible d'une aussi belle teinture que celle de l'écarlate. Pour en faire l'essai, j'ai remis à M. Oger, aux Gobelins, cent livres de la laine de ma bergerie. M. Oger, après en avoir fabriqué une pièce de drap écarlate, m'a fait part de ses observations par la lettre suivante.

M. « La pièce de drap écarlate que nous vous avons
promis de faire fabriquer dans notre manufacture, avec les «
cent livres de laine provenant de la toison de vos moutons, «
vient de sortir des presses, & nous vous avouerons avec «
plaisir, que nous y voyons si peu de différence d'avec celles «
fabriquées de laine prime Léonoise d'Espagne, qu'il faut être «
très-connoisseur pour l'apercevoir. «

Il y a même lieu de croire que si votre laine qui s'est «
déchargée de son suint avec la plus grande facilité, & s'est «
trouvée par conséquent de la blancheur éclatante dont nous «
avons besoin pour donner le feu à nos écarlates, avoit été «
triée & lavée par prime, seconde & tierce, comme on le «
fait en Espagne, la différence n'auroit pu être qu'en faveur «
de votre laine de première qualité. «

Nous sommes persuadés que si vous voulez prendre la «
peine de faire faire ce triage & lavage à l'avenir, nous «
n'éprouverons pas plus de déchet que celui que nous avons «
sur les laines d'Espagne, qui perdent dix livres sur cent «

» livres, au lieu de vingt que les vôtres ont perdues; ce que » nous attribuons aux tierces & secondes particulièrement, » qui se trouvant beaucoup plus courtes, s'échappent au bat- » tage, & nous ont fait une différence d'environ un vingtième » de moins sur la longueur de la pièce, quoique nous ayons » mis autant de trame & de chaîne que dans nos autres draps » fabriqués en laine prime Léonoise, dont la finesse contribue » à faire entrer plus de trame.

» Quoi qu'il en soit, nous vous payons cette laine le même » prix que celle d'Espagne, & nous vous retenons toutes celles » que vous pourrez avoir par la suite, dont nous vous aurions » obligation de nous donner la préférence.

» Nous desirons bien sincèrement que tous les propriétaires » de troupeaux aient connoissance de cette épreuve, & fassent » leur possible pour vous imiter dans les soins que vous avez » pris pour arriver à ce point de perfection. Ce sera payer » en quelque sorte le tribut d'éloge qui vous en est dû, & dont » toutes les manufactures vous seront éternellement recon- » noissantes; d'autant plus que même en se soumettant à payer » les droits énormes que l'on impose tous les jours en Es- » pagne, elles ne sont pas sûres d'en avoir long-temps pour leur consommation. » Nous sommes avec respect, &c.

Les toisons employées pour la fabrication des draps dans les manufactures de Berry, d'Abbeville, de Louviers & des Gobelins, venoient de béliers & de brebis de Roussillon & d'Espagne, & de ces races alliées avec des brebis d'Auxois, de Flandre, d'Angleterre, de Maroc & du Tibet, dont les laines ont été améliorées dans ma bergerie, au degré du superfin de Roussillon & d'Espagne. La race de Roussillon s'est maintenue à ce degré depuis 1767 jusqu'à présent, & la race d'Espagne, depuis 1777, sans que pour les soutenir j'aie introduit dans ma bergerie aucun nouveau bélier, ni aucune nouvelle brebis de Roussillon ni d'Espagne, afin que l'on ne puisse attribuer la durée de l'état de superfin des laines, au renouvellement des races primitives tirées de Roussillon & d'Espagne.

Quoique la laine de ma bergerie, dont on a fait des draps, n'ait pas été triée, ni auſſi bien lavée que la laine d'Eſpagne, cependant elle a filé plus fin dans la manufacture de M. de Cretôt à Louviers, & elle a pris un auſſi beau blanc au dégrais, & enſuite une auſſi belle teinture d'écarlate à la manufacture de Julienne aux Gobelins. Les manufacturiers, au premier coup-d'œil, en la recevant, n'en avoient pas de ſi belles eſpérances, parce qu'ils n'y voyoient pas les mêmes apparences que dans la laine d'Eſpagne; en effet, ce n'étoit pas de la laine d'Eſpagne, mais de la laine de France, recueillie en Bourgogne au milieu du royaume. Ces fauſſes apparences venoient de ce que cette laine n'étoit pas triée; on avoit laiſſé dans les toiſons la laine la plus groſſière & la plus ſale, que l'on appelle *ſeconde* & *tierce*, qui ont été ſupprimées des toiſons de laine que l'on ne reçoit d'Eſpagne qu'en prime, qui eſt la plus fine & la plus blanche de chaque toiſon.

Dans les manufactures où l'on ne fabrique que des draps fins, comme celles d'Abbeville, de Louviers & des Gobelins, on n'eſt pas exercé à faire le triage des laines; auſſi a-t-on employé, contre mon intention, celles de ma bergerie, ſans les avoir triées. Cependant elles ont filé plus fin; elles ſont devenues auſſi blanches, & elles ont pris une auſſi bonne teinture que les laines d'Eſpagne les mieux triées. J'ai donc lieu de préſumer qu'elles auront encore de meilleures qualités lorſque je les aurai fait trier à ma bergerie, à la tonte prochaine, au lieu de m'en rapporter aux manufacturiers pour cette opération.

En faiſant laver les laines de ma bergerie avec autant de ſoin qu'elles le ſont en Eſpagne, j'empêcherai certainement, de l'aveu même des manufacturiers, qu'elles n'éprouvent plus de déchet au dégrais que les laines d'Eſpagne, comme le diſent M.rs de Cretôt & Oger; cependant M. Van-Robais a aſſuré que leur déchet étoit à peu-près le même que celui des laines d'Eſpagne, & qu'il n'y avoit aucune différence, tant ſur le filage que ſur l'apprêt. Au fond, la différence de déchet a moins de rapport aux qualités essentielles des laines, qu'à l'intérêt pécuniaire, parce que le manufacturier perd sur les laines qu'il a achetées, le poids des matières étrangères à cette marchandise, qui auroieut dû être emportées par le lavage avant que la laine eût été vendue.

Je ne pouvois prévoir les petits inconvéniens dont j'ai fait mention, qu'après avoir été instruit par les observations des manufacturiers, dans les épreuves qu'ils ont faites de ma laine pour la fabrication du drap. Je ne négligerai pas de prévenir ces inconvéniens, mais je ne suis pas fâché qu'ils soient arrivés, puisqu'ils prouvent que cette laine mal lavée & sans aucun triage, s'est soutenue dans la comparaison qui en a été faite avec la plus belle laine d'Espagne, qui est la Léonoise impériale; qu'elle l'a même surpassée pour la finesse, ayant filé plus fin d'un vingt-cinquième, & enfin, puisqu'elle a été estimée & payée au même prix que la laine d'Espagne.

RECHERCHES D'ANALYSE INDÉTERMINÉE.

Par M. LE GENDRE.

Nous diviserons ces recherches en quatre articles qui contiendront,

1.° Une méthode pour résoudre en nombres entiers l'équation

$$Ay = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \&c.$$

2.° Une méthode fondée sur l'analyse indéterminée, pour trouver les diviseurs des équations numériques.

3.° Un théorème pour juger de la possibilité ou de l'impossibilité d'une équation indéterminée du second degré.

4.° Divers théorèmes relatifs aux nombres premiers.

Nous devons prévenir, au sujet du premier article, que M. Euler l'a traité en partie dans quelques-uns de ses mémoires intitulés: *Theoremata circa residua ex divisione potestatum relicta*, & dans le vol. I de ses *Opusc. analyt.* On sait combien il est peu d'objets sur lesquels ce grand géomètre n'ait répandu une clarté nouvelle, & que la théorie des nombres en particulier, est une de celles qu'il a cultivées avec le plus de plaisir.

ARTICLE I.

Des Équations indéterminées linéaires.

Parmi les équations indéterminées linéaires, je ne considérerai que celles qui admettent une infinité de solutions en nombres entiers, & qui peuvent être représentées par la formule

$$Ay = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} + \&c.$$

J'insisterai particulièrement sur l'équation $Ay = x^n - B$, qui m'a paru offrir quelques théorèmes assez remarquables, & que M. de la Grange a déjà traitée dans le cas de $n = 2$.

1. S'il y a une valeur de x qui rende le polynome $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} +$ &c. diviſible par A, cette valeur augmentée ou diminuée d'un multiple quelconque de A, aura encore la même propriété. Je ne conſidérerai par cette raiſon que les valeurs de x compriſes entre les limites $+ \frac{1}{2} A$ & $- \frac{1}{2} A$, & je les appellerai *ſolutions* ou *racines* de l'équation propoſée.

On peut ſans aucune méthode réſoudre facilement les équations dont il s'agit; il n'y a qu'à ſubſtituer pour x tous les nombres entiers compris depuis $+ \frac{1}{2} A$ juſqu'à $- \frac{1}{2} A$, & voir ceux qui rendent $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2}$ $+$ &c. diviſible par A. Mais ce tâtonnement pourroit devenir long; je me propoſe de l'éviter ou de l'éclairer le plus qu'il ſera poſſible.

2. Pour exprimer que P eſt diviſible par A, ou que $\frac{P}{A}$ eſt un entier, j'écrirai $\frac{P}{A} = e$. On peut omettre dans le cours du calcul tous les multiples de A: ainſi les coëfficiens $a, b, c,$ &c. & généralement tous les nombres ſur leſquels on opérera, ne ſurpaſſeront jamais $\frac{1}{2} A$ en plus ou en moins. D'après cette omiſſion on peut écrire indifféremment $\frac{P}{A} = e$, ou $P = 0$, pourvu que dans le dernier cas, on ne perde pas de vue le nombre A dont on rejette les multiples. Je ſuppoſerai auſſi que le nombre A eſt toujours un nombre premier, car on conçoit que tous les autres cas ſe ramènent facilement à celui-là.

Cela poſé, je rappellerai deux propoſitions qui me ſont néceſſaires, & que M. de la Grange a demontrées dans les Mémoires de Berlin, *années 1768* & *1775*.

3. *Il ne peut y avoir au plus que* n *valeurs de* x *qui rendent un polynome du degré* n, $\mathrm{a x^n + b x^{n-1} + c x^{n-2}}$ $+$ &c. *diviſible par* A.

Je ne parle ici & dans la ſuite que des valeurs compriſes entre les limites $+ \frac{1}{2} A$ & $- \frac{1}{2} A$. En effet, ſi α eſt une des valeurs de x, on aura à la fois

$$\frac{a\alpha^n + b\alpha^{n-1} + \&c.}{A} = e, \quad \& \quad \frac{ax^n + bx^{n-1} + \&c.}{A} = e.$$

Donc

$$\frac{a(x^n - \alpha^n) + b(x^{n-1} - \alpha^{n-1}) + c(x^{n-2} - \alpha^{n-2}) + \&c.}{A} = e.$$

Or, en divisant le premier membre par $x - \alpha$, le quotient sera un polynome du degré $n - 1$, qui doit être divisible par A, si toutefois il y a d'autres valeurs de x qui satisfassent à la question. Donc un polynome du degré n ne peut donner pour x qu'une valeur de plus qu'un polynome du degré $n - 1$. En continuant ainsi jusqu'au degré zéro, la proposition sera démontrée.

4. *A étant un nombre premier, & x non divisible par A, on sait que* $x^{A-1} - 1$ *est toujours divisible par A. Il y a donc* $A - 1$ *valeurs de x; savoir, tous les nombres entiers compris entre les limites* $+\frac{1}{2}A$ *&* $-\frac{1}{2}A$, *qui rendent le binome* $x^{A-1} - 1$ *divisible par A.*

Cela posé, si la quantité $x^{A-1} - 1$ *a pour facteur un polynome P du degré m, je dis qu'il y aura m valeurs de x qui rendront ce polynome divisible par A.*

Car, puisque le nombre A est premier, & que la quantité $x^{A-1} - 1$ est décomposable en deux facteurs, l'un du degré m, l'autre du degré $A - 1 - m$, il faut que chaque valeur de x comprise entre $+\frac{1}{2}A$ & $-\frac{1}{2}A$, rende l'un ou l'autre de ces facteurs divisible par A. Mais, suivant *l'art. 3*, un polynome du degré $A - 1 - m$ ne peut être divisible par A que le nombre de fois $A - 1 - m$ au plus. Donc le facteur du degré m doit admettre la division par A un nombre m de fois.

5. *Remarque I.* Le théorème précédent a lieu, non-seulement pour les polynomes qui divisent exactement $x^{A-1} - 1$, mais aussi pour ceux qui le diviseroient en rejetant les multiples de A. Par exemple, le produit des quantités $x^5 + 1$, $x^5 + 13$, $x^5 - 14$, est $x^{15} + 1$, en rejetant les multiples de 61; d'ailleurs, $x^{15} + 1$ lui-même est facteur de $x^{60} - 1$. On peut donc regarder

$x^5 + 13$ & $x^5 - 14$ comme facteurs de $x^{60} - 1$, & assurer qu'il y a cinq valeurs de x qui rendent chacun de ces facteurs divisible par 61.

Remarque II. La quantité $x^{A-1} - 1$ ne peut avoir que des facteurs inégaux.

THÉORÈME I.

6. *L'équation* $\frac{x^n - B}{A} = e$, *dans laquelle* A *est un nombre premier, n'admettra de solution qu'autant qu'on aura* $\frac{B^{\frac{A-1}{\omega}} - 1}{A} = e$, *ω étant le commun diviseur de* n *& de* A − 1. *Si cette condition est remplie, l'équation proposée aura un nombre ω de solutions qui seront renfermées dans l'équation* $\frac{x^\omega - B^p}{A} = e$, *où* p *est le moindre entier positif qui satisfasse à l'équation* $pn - q(A - 1) = \omega$.

Si l'équation proposée est résoluble, on aura à la fois $\frac{x^n - B}{A} = e$ & $\frac{x^{A-1} - 1}{A} = e$, ou pour abréger, $x^n = B$, & $x^{A-1} = 1$. Les deux nombres n & $A - 1$, ayant pour commun diviseur ω, il est facile de trouver deux autres nombres positifs, p & q, tels qu'on ait

$$pn - q(A - 1) = \omega;$$

mais les équations précédentes donnent $x^{np} = B^p$; $x^{q(A-1)+\omega} = x^\omega$; donc $x^\omega = B^p$, ou

$$\frac{x^\omega - B^p}{A} = e.$$

On voit déjà que l'équation proposée n'est susceptible que d'un nombre ω de solutions. Il faut examiner maintenant si l'équation $x^\omega = B^p$ satisfera aux deux premières $x^n = B$, & $x^{A-1} = 1$. Soit donc $\frac{n}{\omega} = n'$, &

$\frac{A-1}{\omega} = A'$; on aura en ſubſtituant, $B^{n'p} = B$ & $B^{A'p} = 1$.

Comme B n'eſt point diviſible par A, l'équation $B^{n'p} = B$ donne $B^{n'p-1} = 1$ ou $B^{A'q} = 1$, à cauſe de $pn' - qA' = 1$. Il faut donc que B ſatisfaſſe à ces deux conditions $B^{A'p} = 1$, $B^{A'q} = 1$. On en déduit $B^{A'n'p} = 1$, & $B^{A'A'q} = 1$, & puiſque $pn' = qA' + 1$, on aura $B^{A'} = 1$. Cette condition tirée des équations $B^{A'p} = 1$, $B^{A'q} = 1$, ſatisfait à toutes les deux. Donc, pour que l'équation propoſée ſoit réſoluble, il faut qu'on ait

$$\frac{B^{\frac{A-1}{2}} - 1}{A} = e.$$

C'eſt la ſeule condition néceſſaire; toutes les fois qu'elle ſera remplie, l'équation propoſée aura un nombre ω de ſolutions qui ſeront contenues dans la formule

$$\frac{x^{\omega} - B^{p}}{A} = e:$$

il n'eſt pas douteux que celle-ci n'ait effectivement un nombre ω de ſolutions, ſuivant l'analyſe précédente; mais on s'en convaincra tout d'un coup par le *n.°* 4, en obſervant que $x^{\omega} - B^{p}$ eſt facteur de $x^{A'\omega} - B^{A'p}$ qui revient à $x^{A-1} - 1$.

Remarquez que ſi, dans l'équation propoſée, n eſt plus grand que $A - 1$, on peut ôter de cet expoſant les multiples de $A - 1$, & ne conſerver que le reſte, pourvu qu'il ſoit poſitif. En effet, x^{A-1} eſt diviſible par A avec le reſte 1, & par conſéquent $x^{\lambda(A-1)+m}$ donne le même reſte que x^{m}.

7. Il ſuit du *théorème précédent*, que l'équation $\frac{x^{n} - B}{A} = e$

aura toujours une ſolution, quel que ſoit B, lorſque n & $A - 1$ ſeront premiers entr'eux. Soit p le plus petit nombre poſitif qui ſatisfaſſe à l'équation

$$pn - q(A - 1) = 1,$$

cette ſolution ſera $x = B^p$.

En général, ce théorème a l'avantage d'indiquer tout-à-la-fois ſi l'équation propoſée eſt réſoluble, combien elle a de ſolutions, & quelle eſt l'équation la plus ſimple qui contient toutes ces ſolutions. Si on l'applique à l'équation du ſecond degré $\frac{x^2 - B}{A} = e$, déjà traitée par M. de la Grange, on trouvera, comme cet illuſtre géomètre, qu'une telle équation eſt réſoluble lorſque $B^{\frac{A-1}{2}} - 1$ eſt diviſible par A; alors elle aura deux ſolutions qui ne pourront être renfermées dans une équation plus ſimple que la propoſée, puiſque celle-ci ne contient pas de racine inutile.

8. Je me propoſe maintenant de trouver toutes les ſolutions de l'équation $\frac{x^n - B}{A} = e$, n étant diviſeur de $A - 1$. Or, il eſt facile de voir que ſi on connoît une des valeurs de x, on les aura toutes en multipliant la valeur connue par les différentes racines de l'équation $\frac{x^n - 1}{A} = e$. Je commencerai donc par m'occuper de celle-ci.

9. Si n n'étoit pas diviſeur de $A - 1$, l'équation $\frac{x^n - 1}{A} = e$ n'auroit qu'un nombre ω de ſolutions, ω étant le commun diviſeur de n & de $A - 1$. Alors ces ſolutions ſeroient renfermées dans l'équation $\frac{x^\omega - 1}{A} = e$. Il en eſt de même de l'équation $\frac{x^n + 1}{A} = e$, ſi n eſt impair; car, dans ce cas, les ſolutions ſont les mêmes, au ſigne près, que celles de l'équation $\frac{x^n - 1}{A} = e$. Mais ſi n eſt pair,

l'équation $\frac{x^n + 1}{A} = e$ ne sera résoluble qu'autant que $\frac{A - 1}{\omega}$ sera pair, ω étant toujours le commun diviseur de n & de $A - 1$. Alors elle aura un nombre ω de solutions qui seront renfermées dans l'équation $\frac{x^\omega + 1}{A} = e$.

THÉORÈME II.

10. *Étant proposé l'équation* $\frac{x^n - 1}{A} = e$, *dans laquelle le nombre premier* $A = 1 + A'n$,

1.° *On aura* $x = u^{A'}$, u *étant un nombre quelconque non-divisible par* A.

2.° *Si* α *est une valeur de* x, α^m *en sera une aussi, quel que soit* m.

3.° *Si le nombre* α *est tel qu'on n'ait point* $\alpha^{\frac{n}{\nu}} = 1$, ν *étant un diviseur premier de* n, *la formule* $x = \alpha^m$ *contiendra toutes les valeurs de* x, *qui seront* $1, \alpha, \alpha^2, \ldots \alpha^{n-1}$.

4.° *Non-seulement il y a plusieurs nombres* α *qui jouissent de cette propriété, mais le nombre en est* $n\left(1 - \frac{1}{\nu}\right)\left(1 - \frac{1}{\nu'}\right)\left(1 - \frac{1}{\nu''}\right)$, &c. ν, ν', ν'', &c. *étant les différens nombres premiers qui peuvent diviser* n.

Car, 1.° si on fait $x = u^{A'}$, on aura

$$x^n - 1 = u^{A'n} - 1 = u^{A-1} - 1;$$

quantité toujours divisible par A.

2.° Si $x = \alpha$, on a $\alpha^n = 1$, & supposant $x = \alpha^m$, on aura aussi $x^n = \alpha^{mn} = 1$, quel que soit m.

3.° L'équation proposée devant avoir n solutions, la formule $x = \alpha^m$ les donnera toutes, si dans la suite

$$1, \alpha, \alpha^2 \ldots\ldots\ldots\ldots \alpha^n = 1,$$

il n'y a pas deux termes égaux. Or, ſuppoſons $\alpha^\mu = \alpha^\lambda$; il en réſultera $\alpha^\theta = 1$, θ étant $\mu - \lambda$ ou $\lambda - \mu$, & par conſéquent moindre que n. Mais comme on a déjà $\alpha^n = 1$, ſi on appelle σ le commun diviſeur de n & de θ, & qu'on réſolve en nombres entiers l'équation $n y - \theta z = \sigma$, on aura $\alpha^{ny} = 1$, $\alpha^{\theta z} = 1$, $\alpha^{\theta z + \sigma} = \alpha^\sigma$. Donc $\alpha^\sigma = 1$. Or cette équation eſt impoſſible; car ayant ſuppoſé qu'on ne pouvoit avoir $\alpha^{\frac{n}{\nu}} = 1$, ν étant quelqu'un des diviſeurs premiers de n, il en réſulte qu'on ne peut jamais avoir $\alpha^\sigma = 1$, σ étant un diviſeur de n autre que lui-même.

4.° Soit ν l'un des diviſeurs premiers de n; de même qu'il n'y a que n valeurs de x qui ſatisfaſſent à l'équation $\frac{x^n - 1}{A} = e$, il n'y a auſſi que $\frac{n}{\nu}$ valeurs de α, qui donnent $\alpha^{\frac{n}{\nu}} = 1$. Donc ſur n valeurs que doit avoir α dans l'équation $\alpha^n = 1$, il y en a $n - \frac{n}{\nu}$, qui ne donnent pas $\alpha^{\frac{n}{\nu}} = 1$, il y en a pareillement $n - \frac{n}{\nu'}$, qui ne donnent pas $\alpha^{\frac{n}{\nu'}} = 1$, &c. Donc il y en a

$$n\left(1 - \frac{1}{\nu}\right)\left(1 - \frac{1}{\nu'}\right)\left(1 - \frac{1}{\nu''}\right), \text{ \&c.}$$

qui ſont telles, qu'aucune des quantités

$$\alpha^{\frac{n}{\nu}},\ \alpha^{\frac{n}{\nu'}},\ \alpha^{\frac{n}{\nu''}},\ \text{\&c.}$$

n'eſt égale à l'unité (en omettant toujours les multiples de A).

11. Donc, ſi n eſt un nombre premier, il ſuffira d'avoir une valeur de x autre que l'unité, & ſes puiſſances donneront toutes les autres valeurs de x.

Si

Si n eſt une puiſſance du nombre premier ν, pour que α, qui ſatisfait à l'équation $x^n = 1$, en donne la ſolution complète, il faudra que $\alpha^{\frac{n}{\nu}}$ ne ſoit pas égale à $+ 1$. Alors on aura $x = \alpha^m$.

Enfin, ſi n eſt de la forme $\nu^a \nu'^b \nu''^c$, &c, comme on peut le ſuppoſer dans tous les cas, je fais

$$\nu^a = \mu, \nu'^b = \mu', \nu''^c = \mu'', \text{\&c.}$$

& je réſous ſéparément les équations

$$\frac{x^\mu - 1}{A} = e, \quad \frac{x^{\mu'} - 1}{A} = e, \quad \frac{x^{\mu''} - 1}{A} = e, \text{ \&c.}$$

Soient $x = \beta^m$, $x = \gamma^m$, $x = \delta^m$, &c. les ſolutions complètes de ces équations, je dis qu'en prenant $\alpha = \beta\,\gamma\,\delta$ &c. la ſolution complète de l'équation $\frac{x^n - 1}{A} = e$ ſera $x = \alpha^m$. C'eſt un moyen qu'on pourra mettre en uſage pour réſoudre cette équation, lorſqu'on n'aura pas rencontré tout d'un coup le nombre α qui la réſout complètement.

EXEMPLE I.

12. On demande les ſept valeurs que doit avoir x dans l'équation $\frac{x^7 - 1}{379} = e$.

Puiſque $\frac{379 - 1}{7} = 54$, j'aurai $x = u^{54}$, u étant un nombre quelconque non-diviſible par 379. Soit $u = 2$, j'aurai, en rejetant les multiples de 379, à meſure qu'ils ſe préſentent,

$u^6 = 64$, $u^{12} = -73$, $u^{24} = 23$, $u^{48} = 150$, $u^{54} = 125$.

Donc $x = 125$, & comme 7 eſt un nombre premier, toutes les valeurs de x ſont compriſes dans la formule $x = 125^m$, qui donne les nombres ſuivans:

$$1, 125, 86, 138, -184, 119, 94.$$

Ces ſolutions ſeroient pareillement compriſes dans la formule plus ſimple $\alpha = 86^m$.

La moindre valeur de x étant 86, on voit combien le tâtonnement auroit été long en eſſayant ſucceſſivement les nombres ± 1, ± 2, ± 3, &c. à la place de x.

EXEMPLE II.

13. SOIT l'équation $\frac{x^{27} - 1}{379} = e$, dans laquelle on demande les vingt-ſept valeurs de x, ou ſeulement le nombre α qui les contient dans ſes puiſſances ſucceſſives.

Puiſque $\frac{379 - 1}{27} = 14$, j'ai $x = u^{14}$. Soit $u = 5$, on trouve u^{14} ou $x = -52$. Cette valeur étant nommée α, on a $\alpha^2 = 51$ & $\alpha^3 = 1$; à plus forte raiſon $\alpha^9 = 1$. Donc le nombre α ne peut donner que trois valeurs de x, ſavoir; $1, -52, 51$: ce ſont les trois qui réſoudroient complétement l'équation $\frac{x^3 - 1}{379} = e$.

Je fais donc une nouvelle ſuppoſition, par exemple, $u = 6$. Il en réſulte u^{14} ou $x = 180$. Cette valeur étant nommée α, on a $\alpha^3 = -52$ & $\alpha^9 = 1$. Donc, ſuivant la troiſième partie du *théorème II*, le nombre α ne peut encore réſoudre complétement l'équation propoſée. Il en réſulte cependant neuf valeurs de x, qui ſont

$$1,\ 180,\ 185,\ -52,\ 115,\ -145,\ 51,\ 84,\ -40,$$

& ces valeurs ſatisferoient à l'équation $\frac{x^9 - 1}{379} = e$. Maintenant, ſi l'on trouve une valeur de x qui ne ſoit pas compriſe dans les neuf précédentes, on ſera ſûr qu'elle peut être priſe pour α, & que la formule α^m renfermera les vingt-ſept valeurs demandées.

Soit donc $u = 2$, & l'on trouve $u^{14} = 87$; ce qui donne la ſolution générale $x = 87^m$ qui renferme les ſuivantes.

$\overset{**}{1}$, 87, — 11, $\overset{*}{180}$, 121, — 85, $\overset{*}{185}$, 177, — 140,

— $\overset{**}{52}$, 24, — 186, $\overset{*}{115}$, 151, — 128, — $\overset{*}{145}$,

— 108, 79, $\overset{**}{51}$, — 111, — 182, $\overset{*}{84}$, 107,

— 166, — $\overset{*}{40}$, — 69, 61.

Je remarquerai qu'il y a plusieurs moyens de trouver ces différentes puissances, sans faire continuellement la multiplication par 87. Par exemple, de ce que $\alpha^{11} = -186$, & $\alpha^6 = 185$, on conclut $\alpha^{11} = -\alpha^6 - 1$, & de-là $\alpha^{12} = -\alpha^7 - \alpha$, &c. On auroit dès le commencement $\alpha^2 = -\frac{\alpha - 1}{8}$, & de-là $\alpha^3 = -\frac{\alpha^2 - \alpha}{8}$, &c: les divisions se font en ajoutant des multiples de 379.

Les solutions étant ainsi développées, on voit quelle est la formule la plus simple qui les renferme toutes; c'est dans ce cas $(-11)^m$, ou 24^m si l'on veut éviter l'embarras des signes. Nous avons marqué d'une * les nombres qui satisfont à l'équation $\frac{x^9 - 1}{379} = e$; ils se comptent de trois en trois dans la suite précédente. Parmi ces nombres ceux qui ont un double signe satisfont à l'équation $\frac{x^3 - 1}{379} = e$, & se comptent de neuf en neuf.

Au reste, si dans la solution de cet exemple nous avons supposé $u = 5$ & $u = 6$, c'est que nous avons voulu faire voir comment on doit s'y prendre, lorsque le nombre trouvé d'abord pour x ne peut pas donner toutes les solutions. Il eût été plus naturel de prendre $u = 2$, & nous aurions eu tout d'un coup la solution $x = 87^m$ qui est complète parce que 87^9 ne donne pas l'unité de reste.

EXEMPLE III.

14. ÉTANT proposé l'équation $\frac{x^{63} - 1}{379} = e$, on peut

suivant l'*art.* 11, résoudre les équations $\frac{x^9 - 1}{379} = e$, $\frac{x^7 - 1}{379} = e$. Ayant trouvé leurs solutions complètes $x = 180^m$, $x = 125^m$, on en conclura celle de la proposée $x = (180 \times 125)^m$, ou $x = 139^m$. Et comme le carré de 139 donne $- 8$, on a plus simplement $x = (- 8)^m$.

La même équation auroit donné immédiatement $x = u^6$. Soit $u = 2$, on aura $x = 64$; & comme les diviseurs premiers de 63 sont 3 & 7, il faut voir si 64^{21} & 64^9 ne donneront pas $+ 1$. On trouve en effet que ces puissances ne se réduisent pas à $+ 1$; donc 64^m est encore la solution complète de notre équation.

THÉORÈME III.

15. *ÉTANT proposée l'équation* $\frac{x^{2n} + 1}{A} = e$, *dans laquelle* $4n$ *doit être diviseur de* $A - 1$, *on résoudra l'équation* $\frac{x^{4n} - 1}{A} = e$ *qui sera toujours possible. Soit* $x = \alpha^m$ *la solution complète de celle-ci, je dis que la solution de la proposée sera* $x = \alpha^{2\mu + 1}$, μ *étant un nombre quelconque.*

Car α^m étant une valeur quelconque de x dans l'équation $\frac{x^{4n} - 1}{A} = e$, α^{2m} sera aussi une valeur quelconque de x dans l'équation $\frac{x^{2n} - 1}{A} = e$. Restent donc les puissances impaires de α pour résoudre l'équation $\frac{x^{2n} + 1}{A} = e$.

EXEMPLE.

16. SOIT proposée l'équation $\frac{x^{36} + 1}{433} = e$ qui est résoluble, parce que $\frac{433 - 1}{36}$ est un nombre pair.

Je me servirai pour cela de l'équation $\frac{x^{72}-1}{433}=e$, qui donne $x=u^6$. Soit $u=5$, on aura u^6 ou $x=37$. Cette valeur étant nommée α on a $\alpha^{36}=-1$, & $\alpha^{24}=198$. Donc α^m est la solution complète de l'équation $\frac{x^{72}-1}{433}=e$, & par conséquent $\alpha^{2\mu+1}$ est celle de la proposée $\frac{x^{36}+1}{433}=e$. Voici les trente-six solutions qui en résultent.

37, —8, —127, 203, —79, 99, 2, 140, —159
128, —133, 216, —35, 148, —32, —75, —54, 117
—37, 8, 127, —203, 79, —99, —2, —140, 159
—128, 133, —216, 35, —148, 32, 75, 54, —117.

Les mêmes valeurs seroient renfermées plus simplement dans la formule $x=2^{2\mu+1}$.

THÉORÈME IV.

17. *Étant proposé l'équation* $\frac{x^n-B}{A}=e$, *dans laquelle* $B^m=\pm 1$, m *étant diviseur de* $\frac{A-1}{n}$; 1.° *si* n *&* m *sont premiers entr'eux, & qu'on cherche les nombres positifs* p *&* q, *tels que* $pn-qm=1$, *je dis qu'on aura* $x=B^p y$, y *étant une racine quelconque de l'équation* $\frac{y^n-(\pm 1)^q}{A}=e$.

2.° *Si* n *&* m *ont un commun diviseur* ω *moindre que* n, *soit* $n=\nu\omega$, *&* $p\nu-qm=1$, *on aura* $x^\omega=B^p y$, *ou* $\frac{x^\omega-B^p y}{A}=e$, y *étant une racine quelconque de l'équation* $\frac{y^\nu-(\pm 1)^q}{A}=e$.

Car en faisant, dans ce dernier cas, $x^\omega=B^p y$, on a

$x^{\nu\omega}$ ou $x^n = B^{p\nu} y^\nu = B^{1 + qm} (\pm 1)^q = B$.
Le premier cas eſt d'ailleurs une ſuite du ſecond.

Ce théorème offre déjà un très-grand nombre de cas où l'on peut rappeler immédiatement l'équation $\frac{x^n - B}{A} = e$ à la forme $\frac{x^n \pm 1}{A} = e$. Il indique en même temps une infinité d'autres cas où l'équation $\frac{x^n - B}{A} = e$, ſe décompoſe d'elle-même en un nombre ν d'équations de degrés inférieurs $\frac{x^\omega - B^p y}{A} = e$.

EXEMPLE I.

18. Si on applique ce théorème aux équations du ſecond degré $\frac{x^2 - B}{A} = e$, on trouvera les mêmes propoſitions que M. de la Grange a déjà démontrées dans les Mémoires de Berlin, *années 1767 & 1768.*

1.° La poſſibilité de l'équation $\frac{x^2 - B}{A} = e$ exigeant qu'on ait $B^{\frac{A - 1}{2}} = 1$, ſi 2 & $\frac{A - 1}{2}$ ſont premiers entr'eux, c'eſt-à-dire, ſi le nombre premier A eſt de la forme $4a - 1$, on aura $x = \pm B^a$. Voilà donc un cas fort étendu, où l'on peut réſoudre ſans aucun tâtonnement l'équation $\frac{x^2 - B}{A} = e$.

2.° Quel que ſoit le nombre premier A, ſi l'on a $B^{2k+1} = 1$, on en déduira $B^{2k+2} = B$, & par conſéquent $x = B^{k+1}$; c'eſt auſſi ce que donneroit notre théorème.

3.° Enfin ſi on a $B^{2k+1} = -1$, on fera, ſuivant le *même théorème*, $x = B^{k+1} y$, & on déterminera y par l'équation $\frac{y^2 + 1}{A} = e$.

Cette équation se résout facilement par le *théorème III*, mais voici un moyen encore plus simple. Soit plus généralement $\frac{x^2 + C^2}{A} = e$; comme le nombre A doit être alors de la forme $4a + 1$, on peut supposer $A = f^2 + g^2$. Soient u & z des entiers, tels que $C = gu - Az$, & il est clair qu'on aura $x = fu$. Par exemple, ayant à résoudre l'équation $\frac{x^2 + 25}{181} = e$, je décompose 181 en deux carrés $10^2 + 9^2$, & je résous l'équation $5 = 9u - 181z$. Je trouve $u = 81$; donc $x = 81 \times 10 = 86$.

Il y a donc très-peu de cas où l'équation $\frac{x^2 - B}{A} = e$ ne puisse pas se résoudre immédiatement par les principes précédens; c'est lorsque le nombre premier A est de la forme $4a + 1$, & qu'en même temps on ne trouve aucune puissance impaire de B égale à ± 1.

EXEMPLE II.

19. Soit l'équation $\frac{x^3 + 49}{223} = e$, qui est résoluble parce que $(-49)^{74} = 1$, les nombres 3 & 74 étant premiers entr'eux, on aura, suivant le théorème précédent, $x = (-49)^{25} y = -66y$, y étant une racine de l'équation $\frac{y^3 - 1}{223} = e$.

Remarquez que si on eût proposé l'équation $\frac{x^3 + 7}{223} = e$, il eût été facile de voir que $x = 6$. Or il suit de-là, que dans l'équation $\frac{x^3 + 49}{223} = e$, on a $x = -36$. En effet, les trois racines de cette équation sont -36, -66, 102.

En général, si α satisfait à l'équation $\frac{x^n - B}{A} = e$, il est clair que α^k satisfera à l'équation $\frac{x^n - B^k}{A} = e$.

EXEMPLE III.

20. Soit proposé l'équation $\frac{x^6 + 20}{61} = e$, dans laquelle $B = - 20$, $B^5 = - 1$. Puisque 6 & 5 sont premiers entr'eux, on aura, suivant le théorème,

$$x = - 20\,y, \& \ \frac{y^6 + 1}{61} = e.$$

Or l'équation $\frac{y^{12} - 1}{61} = e$ a pour solution complète $y = 29^m$; donc $x = - 20 . 29^{2\mu + 1} = 30 . 13^\mu$; les nombres qui en résultent sont ± 7, ± 24, ± 30.

EXEMPLE IV.

21. Soit l'équation $\frac{x^{10} - 5}{601} = e$, on trouve $B^6 = - 1$. Mais comme 10 & 6 ont pour commun diviseur 2, on fera, suivant la seconde partie du théorème, $x^2 = B^5 y \ \& \ \frac{y^5 - 1}{601} = e$. Celle-ci donne $y = (- 169)^m$; ainsi l'équation proposée peut se décomposer en cinq du second degré, qui sont,

$$\frac{x^2 - 120}{601} = e, \ \frac{x^2 - 154}{601} = e, \ \frac{x^2 + 183}{601} = e,$$
$$\frac{x^2 - 276}{601} = e, \ \frac{x^2 - 234}{601} = e.$$

Mais cette décomposition est peu avantageuse en général, car, il suffit d'avoir une valeur de x pour la multiplier par les racines de l'équation $\frac{y^{10} - 1}{601} = e$. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir toutes ces équations du second degré, on peut s'en tenir à la première & la résoudre d'une manière quelconque. Au reste, on voit que la troisième de ces équations est la plus facile à résoudre, parce qu'elle peut se mettre sous la forme $\frac{x^2 + 28^2}{601} = e$.

THÉORÈME V.

THÉORÈME V.

22. *Soit l'équation à résoudre* $\frac{x^n - B}{A} = e$, *dans laquelle* $B^\omega = 1$, ω *étant diviseur de* $\frac{A - 1}{n}$; *soit* $x = \alpha^m$ *la solution complète de l'équation* $\frac{x^{n\omega} - 1}{A} = e$; B *devant être un des nombres* $\alpha^n, \alpha^{2n}, \ldots \alpha^{(\omega - 1)n}$, *je suppose* $B = \alpha^{n\mu}$ *& la solution complète de l'équation proposée sera* $x = \alpha^{m\omega + \mu}$.

En effet, cette valeur de x donne $x^n = B$, quel que soit m. Il suffit donc de faire voir que B se trouvera toujours parmi les nombres α^n, $\alpha^{2n} \ldots \alpha^{(\omega - 1)n}$. Mais, puisque α^m est la solution complète de l'équation $\frac{x^{n\omega} - 1}{A} = e$, on aura α^{mn} pour celle de l'équation $\frac{x^\omega - 1}{A} = e$; & puisque $B^\omega = 1$, il est clair que B doit être un des nombres représentés par α^{mn}.

Cette méthode, pour résoudre l'équation $\frac{x^n - B}{A} = e$, n'est sujette à aucune exception; mais il peut y avoir plus ou moins de longueur à chercher B dans la suite α^n, α^{2n}, &c; & pour qu'elle réussisse complètement, il faut que le nombre ω ne soit pas bien grand: alors elle pourra être applicable, même aux équations du second degré. Si l'équation $B^\omega = 1$ résultoit de l'équation $B^{\frac{1}{2}\omega} = -1$, il ne faudroit chercher B que dans la suite α^n, α^{3n}, α^{5n}, &c.

EXEMPLE I.

23. Soit l'équation $\frac{x^2 - 43}{193} = e$, je trouve $B^4 = -1$; donc l'équation est possible; & à plus forte raison $B^{96} = 1$: or ayant $x^2 = B$ & $B^8 = 1$, il en résulte $x^{16} = 1$, ou $\frac{x^{16} - 1}{193} = e$. Celle-ci a pour solution complète

$x = 50^m$; donc B eſt compris dans la formule . . $50^{2\mu}$, μ étant impair, puiſque $B^4 = -1$; on trouve qu'il faut faire $\mu = 3$; donc $x = 50^{3+8m} = \pm 64$.

EXEMPLE II.

24. SOIT l'équation $\frac{x^{10}-5}{601} = e$, déjà traitée par le théorème précédent, mais qui n'a pu ſe décompoſer qu'en facteurs du ſecond degré. On a

$$x^{10} = B,\ B = 5,\ B^6 = -1,\ B^{12} = 1;$$

donc $x^{120} = 1$. Maintenant, pour réſoudre l'équation $\frac{x^{120}-1}{601} = e$, je décompoſe (n° 11) le nombre 120 en ſes facteurs $5 \cdot 3 \cdot 2^3$, & je conſidère ſéparément les équations

$$\frac{x^5-1}{601} = e,\quad \frac{x^3-1}{601} = e,\quad \frac{x^8-1}{601} = e.$$

Elles donnent reſpectivement $x = u^{120}$, $x = u^{200}$, $x = u^{75}$. Il faut donc prendre u de manière que les valeurs de x qui en réſulteront, & que j'appelle β, γ, δ donnent les ſolutions complètes de ces équations. Il ſuffit pour cela que β & γ ſoient différens de l'unité, mais il faut que δ^4 ne ſoit pas $+1$.

Dans le cas préſent, il eſt bon d'eſſayer le même nombre u pour les trois équations; s'il ne ſatisfait pas à l'une, il pourra ſatisfaire à l'autre. Soit donc $u = 2$; on trouve

$$u^5 = 32,\ u^{10} = -178,\ u^{20} = -169,$$
$$u^{25} = 1,\ u^{120} = -169;$$

donc $\beta = -169$. La même valeur de u ne donne ni γ ni δ, puiſque $u^{25} = 1$.

Soit $u = 3$; on aura

$$u^5 = 243,\ u^{10} = 151,\ u^{20} = -37,\ u^{25} = 24,$$
$$u^{50} = -25,\ u^{75} = 1,\ u^{150} = 1,\ u^{200} = -25.$$

Donc $\gamma = -25$, & cette valeur de u ne peut point encore donner δ.

Il eſt inutile d'eſſayer 4, puiſque 2 n'a pas réuſſi. Soit $u = 5$; on aura $u^6 = -1$, u^{75} ou $\delta = 125$. Mais cette valeur ne donne pas la ſolution complète, parce qu'ayant $\delta = u^3$, il s'enſuit $\delta^4 = u^{12} = +1$. Soit donc $u = 7$, & on aura u^{75} ou $\delta = 59$, qui ſatisfait, parce que $\delta^4 = -1$.

Je conclus de-là que $(\beta\gamma\delta)^m$ ou $(-140)^m$ eſt la ſolution complète de l'équation $\frac{x^{120}-1}{601} = e$.

Maintenant, puiſque $B^5 = -1$, B ſera une des valeurs de x dans l'équation $\frac{x^{12}-1}{601} = e$, & par conſéquent ſera compris dans la formule $(-140)^{10\mu}$ ou 120^μ, μ étant impair. On trouve qu'il faut faire pour cela $\mu = 5$; donc la ſolution complète de l'équation $\frac{x^{10}-5}{601} = e$ eſt $x = (-140)^{5+12m}$, ou $x = 214(169)^m$. Les valeurs qui en réſultent ſont ± 214, ± 106, ± 116, ± 229, ± 237.

Je n'inſiſterai pas davantage ſur les équations de la forme $\frac{x^n - B}{A} = e$, j'obſerverai ſeulement que l'équation $\frac{Cx^n - D}{A} = e$ ſe ramèneroit immédiatement à la précédente, en la multipliant par un nombre μ, tel que $\frac{C\mu \pm 1}{A} = e$.

25. En général, ſoit propoſé de réſoudre l'équation $\frac{ax^n + x^{n-1} + \&c.}{A} = e$, A étant un nombre premier autre que 2, on dégagera x^n de ſon coéfficient, comme il vient d'être dit, & on aura une nouvelle équation de la forme $\frac{x^n + a'x^{n-1} + b'x^{n-2} + \&c.}{A} = e$, ou

$x^n = -a'x^{n-1} - b'x^{n-2} -$ &c. On cherchera par le moyen de cette équation, la valeur de $x^{\frac{A-1}{2}}$ exprimée en puiſſances de x inférieures à x^n, & on égalera cette valeur à $+1$ & -1 ſucceſſivement, ce qui donnera deux équations du degré $n-1$, que l'on pourra combiner avec la propoſée. Les communs diviſeurs réſultant de cette combinaiſon, ſeront des équations de degrés moindres, qui contiendront toutes les racines poſſibles de la propoſée.

Nous avons déjà ſuivi cette méthode dans les équations de la forme $\frac{x^n - B}{A} = e$; mais elle eſt généralement applicable à toutes les équations qui ſont l'objet de cet article. Il faut cependant examiner à quoi tient ſon ſuccès, & quels ſont les cas qui pourroient lui échapper.

26. Toutes les fois que l'équation propoſée aura des racines de deux eſpèces, les unes au nombre de p, donnant $x^{\frac{A-1}{2}} = 1$, les autres au nombre de q, donnant $x^{\frac{A-1}{2}} = -1$; la ſéparation en ſera faite par la méthode précédente, & on aura deux communs diviſeurs des degrés p & q, qui contiendront ces deux eſpèces de racines. C'eſt déjà un avantage réel que d'avoir réduit l'équation du degré n à deux autres des degrés p & q, qui ne renferment aucune racine inutile; & le ſuccès de cette méthode ſera toujours ſûr, tant que l'équation propoſée contiendra ainſi deux eſpèces de racines.

Mais ſi toutes les racines de l'équation donnent la même valeur pour $x^{\frac{A-1}{2}}$, il faut diſtinguer trois cas.

1.° S'il y a des racines inutiles ou plutôt impoſſibles; en ſorte que l'équation du degré n ne ſoit ſuſceptible que d'un nombre de ſolutions inférieur à n, l'une des deux équations du degré $n - 1$, $x^{\frac{A-1}{2}} = 1$, $x^{\frac{A-1}{2}} = -1$, aura avec la propoſée un commun diviſeur qui contiendra toutes les racines poſſibles de celle-ci, Ainſi, dans ce cas, on aura au moins écarté les racines inutiles, & on ſera ſûr que l'équation réduite a toutes ſes racines poſſibles.

2.° S'il n'y a point de racine impoſſible dans la propoſée, mais qu'il y en ait d'égales entr'elles, alors l'équation du degré $n - 1$, à laquelle ſe réduit $x^{\frac{A-1}{2}} = +1$, ou $x^{\frac{A-1}{2}} = -1$, ſera aſſez élevée pour contenir toutes les racines de la propoſée, & le commun diviſeur de ces équations les contiendra en effet, débarraſſées de toute multiplicité; condition néceſſaire, parce que $x^{A-1} - 1$ ne peut avoir que des facteurs ſimples (5).

3.° Enfin, ſi toutes les valeurs de x ſont poſſibles & inégales, elles ne peuvent être compriſes dans une équation du degré $n - 1$, & par conſéquent le calcul ne peut offrir que $+1$ ou -1 pour la valeur de $x^{\frac{A-1}{2}}$. On éprouveroit la même difficulté ſi on vouloit décompoſer par cette voie les communs diviſeurs trouvés dans les cas précédens, parce qu'ils ont toutes leurs racines poſſibles & inégales.

27. En général, on ſaura au moins par cette méthode, combien l'équation propoſée a de racines réelles de chaque eſpèce, & quelles ſont les équations les plus ſimples qui peuvent les contenir. C'eſt ce que le *théorème I* nous a fait connoître à l'égard des équations de la forme $\frac{x^n - B}{A} = e$.

On ne peut être arrêté dans l'application de cette méthode, que lorſqu'on rencontre $x^m = B$ dans la formation des puiſſances ſupérieures à x^n. Il n'y auroit même aucun embarras ſi m n'étoit pas diviſeur de $A - 1$. Mais dès que le calcul offre une équation de cette eſpèce, il eſt inutile d'aller plus loin, & on peut faire uſage des principes précédens.

On verra d'abord ſi l'équation $x^m = B$ eſt poſſible; & au cas que m ne ſoit pas diviſeur de $A - 1$, quelle eſt l'équation plus ſimple $x^\omega = C$ qui renferme toutes ſes ſolutions. D'abord ω peut être moindre que n, & alors on combinera l'équation $x^\omega = C$ avec la propoſée; le commun diviſeur en renfermera toutes les racines.

En ſecond lieu, ſi ω eſt plus grand que n, on prendra à l'ordinaire la valeur de x^ω exprimée en x^{n-1}, x^{n-2}, &c. Égalant cette valeur à C, on aura une équation du degré $n - 1$, qu'il faudra toujours combiner avec la propoſée. Mais il peut ſe faire que la valeur de x^ω ainſi trouvée ne contienne pas de x, & ſoit préciſément C; d'où il n'y auroit rien à conclure, ſinon que l'équation propoſée a toutes ſes racines réelles, & qu'elles ſe trouvent compriſes parmi celles de l'équation $x^\omega = C$; équation qu'on auroit trouvée immédiatement, ſi dans la ſuite des puiſſances qu'on a formées pour arriver à $x^{\frac{A-1}{2}}$, on avoit calculé le terme x^ω.

28. Pour peu qu'on y faſſe attention, on verra que tous les cas poſſibles dépendent de celui où les racines d'une équation étant toutes réelles & inégales, les racines ſont compriſes dans l'équation $x^\omega = C$ qui elle-même a toutes ſes racines poſſibles. On peut réſoudre cette dernière par les principes précédens, & voir parmi ces différentes racines celles qui ſatisfont à l'équation propoſée. Mais comme ω peut être beaucoup plus grand que n, pour éviter les tâtonnemens qui deviendroient trop longs, on

peut faire $x = y \pm k$, k étant à volonté, & résoudre l'équation en y par les mêmes principes. Il est difficile qu'on rencontre encore $y^\omega = C$, ou qu'on soit arrêté par une difficulté semblable ; mais un moyen encore plus simple, c'est de décomposer l'équation $x^\omega = C$, si ω n'est pas un nombre premier.

D'abord, si on avoit $x^\omega = 1$, ω étant pair, on feroit immédiatement $x^{\frac{\omega}{2}} = + 1$ & $x^{\frac{\omega}{2}} = - 1$. Cette décomposition est la plus simple de toutes. Mais si on a en général $x^\omega = C$, soit θ le plus petit diviseur de ω, & soit résolue l'équation $\frac{y^\theta - C}{A} = e$, dont j'appelle les racines y, y', y'', &c. Faisant $\omega = \theta\,\omega'$, on aura un nombre θ d'équations $x^{\omega'} = y$, $x^{\omega'} = y'$, &c. qu'il faudra combiner avec la proposée, & il en résultera certainement une décomposition de celle-ci. Car, je suppose qu'étant tombé sur l'équation $x^\omega = C$, on s'est assuré qu'il ne peut y en avoir de plus simples comme seroit $x^{\omega'} = C'$, ω' étant sous-multiple de ω. Dès-lors il est clair que toutes les racines de l'équation proposée ne peuvent être comprises dans une seule des équations

$$x^{\omega'} = y,\ x^{\omega'} = y',\ x^{\omega'} = y'', \text{ \&c.}$$

C'est ainsi qu'on peut procéder dans tous les cas sans le secours d'aucune transformation, à moins que ω ne soit un nombre premier.

EXEMPLE I.

29. RÉSOUDRE l'équation $\frac{20y^3 + 31y^2 - 82y + 72}{211} = e$! j'ôte le coéfficient du premier terme & faisant pour abréger, $y = x + 3$, j'ai $\frac{x^3 - 10x + 85}{211} = e$; d'où je conclus

$$
\begin{array}{lcrcrcr}
x^3 & = & 10x^2 & - & 85 & & \\
x^5 & = & -\ 85x^2 & + & 100x & - & 6, \\
x^{10} & = & -\ 75x^2 & + & 17x & - & 103, \\
x^{20} & = & 38x^2 & - & 94x & - & 99, \\
x^{25} & = & 36x^2 & - & 62x & + & 61, \\
x^{40} & = & -\ 73x^2 & - & 16x & + & 77, \\
x^{80} & = & 104x^2 & + & 59x & + & 12, \\
x^{105} & = & 46x^2 & + & 75x & + & 77.
\end{array}
$$

Je combine maintenant l'équation $46x^2 + 75x + 77 \pm 1 = 0$ avec la proposée. Prenant le signe supérieur on trouve le commun diviseur $x - 100 = 0$; avec le signe inférieur, on ne trouve rien. Donc l'équation proposée n'a qu'une racine $y = 103$, ou bien elle en a trois égales à 103 *(n.° 26)*; mais il est aisé de voir que ce dernier cas n'a pas lieu.

EXEMPLE II.

30. ÉTANT proposée l'équation

$$\frac{x^4 + x^3 + 4x^2 - 21x + 16}{53} = e,$$

je trouve

$$
\begin{array}{lcl}
x^4 & = & -\ x^3 - 4x^2 + 21x - 16, \\
x^5 & = & -\ 3x^3 + 25x^2 + 16x + 16, \\
x^6 & = & -25x^3 - 25x^2 + 6x - 5, \\
x^8 & = & -24x.
\end{array}
$$

Je m'arrête à l'équation $x^8 = -24x$, ou $x^7 = -24$; & comme 7 n'a que 1 pour commun diviseur avec 52, il n'y a qu'une solution de l'équation $x^7 = -24$. On trouve *(n.° 7)*, que cette racine est $x = (-24)^{15} = 7$, & cette valeur satisfait à l'équation proposée; c'est donc la seule solution dont elle soit susceptible.

EXEMPLE III.

EXEMPLE III.

31. SOIT encore l'équation $\frac{x^3 + x^2 - 2x + 19}{59} = e$;
on trouvera

$$x^3 = - x^2 - 2x - 19,$$
$$x^4 = 3x^2 - 21x + 19,$$
$$x^8 = - 24.$$

Or, le commun diviſeur de 8 & de 58 étant 2, j'en conclus d'abord que l'équation $x^8 = - 24$ ne peut avoir que deux ſolutions. Je trouve enſuite, par le *Théorème I*, que ces deux ſolutions ſont poſſibles & renfermées dans l'équation $\frac{x^2 - 5}{59} = e$; celle-ci donne au premier coup-d'œil $x = \pm 8$; mais ſans s'embarraſſer de cette ſolution, on combinera l'équation $x^2 = 5$ avec la propoſée, & on aura pour commun diviſeur $x = - 8$.

EXEMPLE IV.

32. L'ÉQUATION $\frac{x^3 + 14x^2 + 24x + 23}{61} = e$,
donne ſucceſſivement

$$x^3 = - 14x^2 - 24x - 23,$$
$$x^4 = - 11x^2 + 8x + 17,$$
$$x^5 = - 21x^2 - 24x + 9,$$
$$x^{10} = 23x^2 + 10x + 10,$$
$$x^{15} = 11.$$

Je m'arrête ici; & comme l'équation $x^{15} = 11$ a toutes ſes racines poſſibles, (6) la propoſée doit avoir trois ſolutions (27 & 3). Pour les trouver, on pourroit réſoudre l'équation $x^{15} = 11$, & eſſayer celles qui ſatisferoient à la propoſée. Mais il eſt plus ſimple de ſuivre la méthode du *n.° 28*.

Soit $y^3 = 11$ ou $\frac{y^3 - 11}{61} = e$, & on aura $x^5 = y$. Or, il eſt facile d'avoir une valeur de y (*théor. IV*); car ayant $y^3 = 11$, & $11^4 = 1$, il en réſulte $y^3 = 11^9$, & par conſéquent $y = 11^3$, ou $y = -11$. On trouve enſuite la ſolution complète $y = -11 (-14)^m$, qui renferme les trois valeurs -11, -29, -21.

Je laiſſe y indéterminé; & l'équation $x^5 = y$ donnant

$$-21x^2 - 24x + 9 - y = 0,$$

ou $x^2 - 25x + 17 - 29y = 0$, je fais $17 - 29y = z$, & les trois valeurs de z ſeront -4, -16, 30. J'aurai donc $x^2 - 25x + z = 0$. Combinant cette équation avec la propoſée, on a

$$(23 + z)x + 23 - 22z = 0;$$

mettant ſucceſſivement les trois valeurs de z, on trouve

$$x = 7, x = -10, x = -11,$$

qui ſont les trois ſolutions demandées.

ARTICLE II.

Uſage de l'Analyſe indéterminée dans la recherche des Diviſeurs des Équations.

Il ſemble qu'on peut, au moins dans certains cas, tirer quelque parti de l'analyſe indéterminée dans la recherche des diviſeurs des équations; nous en donnerons un eſſai dans les exemples ſuivans, & nous commencerons par les diviſeurs du premier degré, quoiqu'à leur égard la méthode de Newton ne laiſſe rien à deſirer.

EXEMPLE I.

1. On demande un diviſeur rationnel de l'équation

$$x^3 - 292x^2 - 2170221x + 6656000 = 0.$$

Je représente le premier membre par P, & son diviseur par $x + a$. Le terme de P n'ayant pour facteurs simples que les nombres premiers 2, 5, 13, je cherche si a ne seroit pas divisible par 13, ou si l'on ne pourroit pas faire $a = 13y$. D'abord je divise P par x, à l'ordinaire,

$$\frac{x^3 - 292x^2 - 2170221x + 6656000}{\text{Reste } + 6656000}\left\{\frac{x}{x^2 - 292x - 2170221}\right.$$

Je fais ensuite le dividende

$P = (x + 13y)(x^2 - 292x - 2170221 + 13z)$;

d'où je tire, en réduisant & divisant par 13,

$512000 = y(x^2 - 292x - 2170221) + xz + 13yz$,

omettant dans cette équation les multiples de 13, elle devient

$$-5 = y(x^2 - 6x - 1) + xz;$$

y est une constante, mais z est de la forme $\alpha x + \beta$. Sans m'embarrasser de ces indéterminées, je fais $x = 0$; il en résulte $y = 5$, c'est-à-dire plus exactement, $y = 5 + 13y'$. Le diviseur $x + a$ devient $x + 65 + 169y'$, c'est pourquoi je divise P par $x + 65$,

$$\frac{x^3 - 292x^2 - 2170221x + 6656000}{\text{reste } + 146212040}\left\{\frac{x + 65}{x^2 - 357x - 2147016}\right.;$$

Soit

$$P = (x + 65 + 169y')$$
$$(x^2 - 357x - 2147016 + 169z').$$

J'aurai en réduisant & divisant par 169,

$$865160 = (x^2 - 357x - 2147016)y'$$
$$+ (x + 65)z' + 169y'z'.$$

Omettant les multiples de 169, on a

$49 = (x^2 - 19x - 40)y' + (x + 65)z'$.

Soit $x = -65$, on aura $49 = 12y'$, ou $\frac{12y' - 49}{169} = e$.

il réſulte de-là $y' = -10$, ou plutôt $y' = -10 + 169y''$.
Donc le diviſeur de P deviendra

$$x - 1625 + (169)^2 y''.$$

Mais, ſi on continuoit l'opération & qu'on diviſât P par $x = 1625$, on trouveroit le quotient exact

$$x^2 + 1333x - 4096.$$

Ainſi il n'eſt pas néceſſaire d'aller plus loin, & $x - 1625$ eſt le diviſeur demandé.

Dans tous les cas l'opération ſe terminera plutôt ſi on conſidère que a doit être un diviſeur du dernier terme de l'équation.

EXEMPLE II.

2. SOIT l'équation

$$x^3 - 157x^2 - 380x - 16000 = 0;$$

dont on demande le diviſeur $x + a$, a étant ſuppoſé multiple de 5.

A cauſe du pénultième terme qui eſt diviſible par 5, on ne peut pas commencer cette opération comme la précédente; mais ſoit $x = 5y$, on aura en ſubſtituant, diviſant par 25, & omettant les multiples de 5.

$$-2y^2 - y = 0;$$

c'eſt-à-dire $y = 0$ & $y = 2$, valeurs qu'il faut examiner ſéparément.

La première $y = 0$ indique que y lui-même eſt un multiple de 5, & qu'on doit ſuppoſer $x = 25y'$. Cette valeur étant ſubſtituée dans l'équation propoſée, on pourra diviſer tous les termes par 125, rejetant enſuite tous les multiples de 5, on aura

$$-y' + 2 = 0.$$

Donc $y' = 2$, ou plus exactement $y' = 2 + 5y''$, & par conſéquent $x = 50 + 125y''$; on peut maintenant reprendre la méthode de l'exemple précédent, & diviser le premier membre P de l'équation proposée par $x - 50$.

$$\frac{x^3 - 157x^2 - 380x - 16000}{\text{reste } - 302500} \left\{ \frac{x - 50}{x^2 - 107x - 5730} \right..$$

On fera ensuite

$$P = (x - 50 + 125y'')$$
$$(x^2 - 107x - 5730 + 125z'').$$

Réduisant, divisant par 125, puis rejetant les multiples de 125, on aura

$$-45 = (x^2 + 18x + 20)y'' + (x - 50)z;$$

soit $x = 50$, on aura $45y'' + 45 = 0$, ou

$$\frac{5(y'' + 1)}{125} = e,$$

d'où l'on tire $y'' = -1 + 25y'''$. Le diviseur de P devient donc

$$x - 175 + 3125y''.$$

Mais sans aller plus loin, il est aisé de voir que cette forme de diviseur ne peut avoir lieu; car si elle étoit vraie, il faudroit qu'en donnant à y'' une certaine valeur,

$$\frac{16000}{3125y'' - 175} \text{ ou } \frac{640}{125y'' - 7}$$

fût un entier, ce qui n'est pas possible.

Je passe à la seconde valeur

$$y = 2 + 5y', \text{ ou } x = 10 + 25y';$$

& je divise P par $x - 10$.

$$\frac{x^3 - 157x^2 - 380x - 16000}{\text{reste } - 34500} \left\{ \frac{x - 10}{x^2 - 147x - 1850} \right.;$$

je fais ensuite

$$P = (x - 10 + 25y')(x^2 - 147x - 1850 + 25z');$$

d'où je tire en réduisant, divisant par 25, & omettant les multiples de 25,

$$-5 = y'(x^2 + 3x) + z'(x - 10)$$

soit $x = 10$, on aura

$$5y' + 5 = 0, \text{ ou } y' = -1 + 5y''.$$

Le facteur cherché devient $x - 35 + 125y''$. Je divise donc P par $x - 35$; & opérant à l'ordinaire, je trouve $y'' = -1 + 25y'''$, & par conséquent le diviseur sera $x - 160 + 3125y'''$. Or si l'équation proposée admet un diviseur de cette forme, ce ne peut être que $x - 160$ qui en effet est le diviseur demandé. On le trouveroit aussi en continuant l'opération plus loin, puisqu'il faudroit diviser d'abord l'équation par $x - 160$.

EXEMPLE III.

3. SOIT proposé maintenant de trouver un diviseur de deux dimensions de la quantité

$$P = x^5 - 14x^4 - 233x^3 + 442x^2 + 500x - 840.$$

Je représente ce diviseur par $x^2 + ax + b$, & je suppose b multiple de 7. En rejetant les multiples de 7, on aura $x + a$ pour diviseur de $x^4 - 2x^2 + x + 3$; il faut donc voir s'il y a une valeur rationnelle de x, telle que $\frac{x^4 - 2x^2 + x + 3}{7} = e$; or on trouve par les principes précédens, qu'il existe en effet une telle valeur de x; mais une seule; savoir -3, de sorte que le diviseur $xx + ax + b$ prend déjà la forme $xx + 3x + 7y$.

Je divise P par $xx + 3x$; j'ai pour quotient $x^3 - 17x^2 - 182x + 988$, & pour reste $-2464x - 840$.

Je fais

$$P = (xx + 3x + 7y)(x^3 - 17x^2 - 182x + 988 + 7z);$$

d'où résulte

$$-352x - 120 = y(x^3 - 17x^2 - 182x + 988) + (x^2 + 3x)z + 7yz,$$

& en omettant les multiples de 7

$$-2x - 1 = y(x^3 - 3x^2 + 1) + (x^2 + 3x)z,$$

soit

$$x^2 + 3x = 0, \ \& \ y = \alpha x + \beta,$$

$$-2x - 1 = (3\alpha - 3\beta)x + \beta,$$

donc

$$\beta = -1, \ \alpha = 3 \ \& \ y = 3x - 1.$$

Le diviseur devient $x^2 + 24x - 7 + 49y'$; je divise donc P par $x^2 + 24x - 7$; & conformément au quotient qui en résulte, je suppose

$$P = (x^2 + 24x - 7 + 49y')(x^3 - 38x^2 + 686x - 16288 + 49z')$$

réduisant, divisant par 49, & supprimant les multiples de 49, j'ai

$$x + 8 = y'(x^3 + 11x^2 - 20) + z'(x^2 + 24x - 7).$$

Je fais $y' = \alpha'x + \beta'$, & supposant $x^2 + 24x - 7 = 0$, je trouve $\alpha' = 1$, $\beta' = -1$, & le diviseur devient

$$x^2 - 25x + 42 + 2401y''.$$

La grandeur du nombre 2401, eu égard au dernier terme de P, ne permet pas de continuer plus loin l'opération; & si P a un diviseur de la forme supposée, ce ne peut être que $x^2 - 25x + 42$. En effet, la division réussit, & le quotient est $x^3 + 11x^2 - 20$.

EXEMPLE IV.

4. ENFIN, pour dernier exemple, proposons-nous de décomposer la quantité

$x^6 + x^5 - 54x^4 - 181x^3 + 21x^2 + 262x - 120$, en deux facteurs rationnels du troisième degré.

Je représente cette quantité par P, & l'un de ses facteurs par $x^3 + ax^2 + bx + c$; si la décomposition est possible, l'un des deux facteurs aura son dernier terme divisible par 5; ainsi on peut supposer que c est multiple de 5. Rejetant donc les multiples de 5 dans la quantité P & dans son diviseur, on verra que $x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$ doit être divisible par $x^2 + ax + b$.

Reste donc à chercher les diviseurs de deux dimensions que peut avoir

$$x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$$

en rejetant les multiples de 5. Ces diviseurs sont au nombre de deux, savoir:

$$x^2 - x + 2, \text{ \& } x^2 - 2x - 1.$$

Ainsi jusqu'à présent le diviseur de P est susceptible des deux formes

$x^3 - x^2 + 2x + 5y$, & $x^3 - 2x^2 - x + 5y$.

Je me contenterai d'examiner la seconde.

Or, en divisant P par $x^3 - 2x^2 - x$, & faisant, conformément au quotient,

$$P = (x^3 - 2x^2 - x + 5y)$$
$$(x^3 + 3x^2 - 47x - 272 + 5z),$$

on a d'abord

$$- 114x^2 - 2x - 24 = y(x^3 + 3x^2 - 47x - 272)$$
$$+ z(x^3 - 2x^2 - x) + 5yz;$$

puis omettant les multiples de 5,

$$x^2 - 2x + 1 = y(x^3 - 2x^2 - 2x - 2)$$
$$+ z(x^3 - 2x^2 - x).$$

Prenant ensuite $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, & supposant

$x^3 - 2x^2$

$x^3 - 2x^2 - x = 0$, on trouve par l'identité des deux membres

$$\alpha = 2,\ \beta = -1,\ \gamma = 1;$$

donc

$$y = 2x^2 - x + 1 + 5y',$$

& le diviſeur de P devient

$$x^3 - 7x^2 - 11x + 10 + 25y'.$$

Si on vouloit enſuite pouſſer l'opération plus loin, il faudroit diviſer P par

$$x^3 - 7x^2 - 11x + 10,$$

mais on trouve que la diviſion réuſſit exactement, & que le quotient eſt

$$x^3 + 8x^2 + 13x - 12.$$

Ce ſont donc les deux facteurs demandés.

5. Il reſte à faire voir comment, dans cet exemple, on a trouvé les facteurs de deux dimenſions de

$$x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$$

en rejetant les multiples de 5. On trouve, par les principes précédens, que cette quantité eſt diviſible par $x - 1$, & qu'elle donne au quotient

$$x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2;$$

celle-ci n'a plus de facteurs du premier degré, ſans quoi on combineroit ces facteurs deux à deux, & on auroit des facteurs de la forme $x^2 + ax + b$. Le facteur ſimple $x - 1$ devient donc inutile; & la queſtion ſe réduit à chercher ſi la quantité

$$x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 2$$

n'eſt pas décompoſable en deux facteurs du ſecond degré,

$$xx + ax + b,\ xx + a'x + b',$$

toujours dans l'hypothèſe où l'on rejette les multiples de

5. Or, comme les nombres a, a', b, b' ne doivent pas ſurpaſſer ± 2, on reconnoit bientôt après quelques tentatives, que les diviſeurs cherchés ſont

$$x^2 - x + 2, \quad \& \quad x^2 - 2x - 1.$$

Je dis *après quelques tentatives*, parce qu'il eſt plus ſimple de faire des ſuppoſitions ſur la valeur d'un coéfficient, que de déterminer directement ce coéfficient par l'élimination.

Il eſt inutile d'ajouter que ſi, dans cet exemple, on n'eût point trouvé de diviſeur du ſecond degré pour la quantité

$$x^5 + x^4 + x^3 - x^2 + x + 2,$$

il auroit fallu en conclure que la quantité propoſée P n'admettoit aucun facteur de trois dimenſions.

Recherche d'une eſpèce particulière de diviſeurs irrationnels.

On trouve dans l'arithmétique univerſelle de Newton, des méthodes fort ingénieuſes pour ramèner, lorſque cela eſt poſſible, les équations de degré pair à la forme $M^2 - \alpha N^2 = 0$, M & N étant des fonctions rationnelles de x, & α un nombre non-carré. Je vais faire voir que ces réductions peuvent s'opérer auſſi par une méthode analogue à la précédente & qui s'étendroit aux équations de la forme $M^n - \alpha N^n = 0$. Mais avant tout il faut démontrer la propoſition ſuivante.

6. *Si la quantité*

$$x^{2m} + Ax^{2m-1} + Bx^{2m-2} + Cx^{2m-3} \ldots\ldots + K,$$

dont les coéfficiens ſont des nombres entiers, peut ſe ramener à la forme

$$(x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} \ldots\ldots + k)^2$$
$$- n\ (a'x^{m-1} + b'x^{m-2} \ldots\ldots + k')^2,$$

dans laquelle tous les coéfficiens ſont rationnels, chacun de ces coéfficiens, ou tout au moins ſon double, ſera un entier.

Soit, par exemple, la quantité

$$x^6 + Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Dx^2 + Ex + F,$$

qui ait pour facteurs simples

$$x + \alpha,\ x + \beta,\ x + \gamma,\ x + \delta,\ x + \varepsilon,\ x + \zeta;$$

& supposons qu'on veuille d'abord lui donner la forme

$$(x^3 + ax^2 + bx + c)^2 - (px^2 + qx + r)^2,$$

ou la décomposer en deux facteurs du troisième degré.

$$\begin{array}{llll} x^3 + ax^2 & + bx & + c & \qquad x^3 + ax^2 & + bx & + c \\ \quad\ + p & + q & + r, & \qquad\quad\ - p & - q & - r. \end{array}$$

Sans chercher par l'élimination les équations qui détermineroient a, b, c, p, q, r, on peut juger d'avance du degré & de la forme de ces équations. En effet, pour nous borner aux coéfficiens b & q, on auroit, entr'autres valeurs,

$$b + q = \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma,$$
$$b - q = \delta\varepsilon + \delta\zeta + \varepsilon\zeta$$

ou

$$2b = (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma) + (\delta\varepsilon + \delta\zeta + \varepsilon\zeta),$$
$$2q = (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma) - (\delta\varepsilon + \delta\zeta + \varepsilon\zeta).$$

Et comme on peut faire à volonté la permutation des quantités α, β, γ, δ, ε, ζ, il est clair que l'équation qui détermine $2b$ est du dixième degré, & celle qui détermine $2q$ du vingtième. La dernière ne contenant que des puissances paires de l'inconnue, si on fait $2b = y$ & $4q^2 = z$, les équations en y & z seront l'une & l'autre du dixième degré: de plus, comme les coéfficiens A, B, C, &c, sont des entiers, il faudra que ceux des équations en y & z le soient aussi. Donc si y & z sont rationnels, ce seront des entiers; & comme p^2, q^2, r^2 tiennent lieu de na'^2, nb'^2, nc'^2, il faudra que b & b' soient des entiers ou des fractions, dont le dénominateur est 2. On voit d'ailleurs que le même raisonnement s'étendroit à des quantités d'un nombre quelconque de dimensions.

Remarques.

1.° Si la quantité $x^{2m} + Ax^{2m-1} + Bx^{2m-2} \ldots + K$ peut se ramener à la forme $M^2 - \alpha N^2$, on peut toujours supposer

$$M = x^m + \frac{A}{2} x^{m-1} + bx^{m-2} + \&c.$$

$$\& \qquad N = a'x^{m-1} + b'x^{m-2} + \&c.$$

il ne seroit pas plus général de prendre

$$M = fx^m + gx^{m-1} + hx^{m-2} + \&c.$$

$$\& \quad N = f'x^m + g'x^{m-1} + h'x^{m-2} + \&c.$$

2.° Le nombre α peut toujours être regardé comme entier, & exempt de tout facteur carré.

3.° Si quelqu'un des coéfficiens alternatifs $A, C, E,$ &c. qui affectent les puissances impaires de x, est impair, il faut nécessairement que parmi les nombres a, b, c, a', b', c', &c. il y en ait de fractionnaires; car s'ils étoient tous des entiers, il est évident qu'en développant l'expression

$$(x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} + \&c.)^2$$
$$- \alpha\, (a'x^{m-1} + b'x^{m-2} + \&c.)^2,$$

les coéfficiens des puissances impaires de x seroient toujours pairs.

4.° Dans le même cas où quelqu'un des coéfficiens $A, C, E,$ &c. est impair, il faut que le nombre α soit de la forme $4h + 1$, & que deux coéfficiens correspondans, comme a & a', b & b', c & c', &c. soient ou tous deux entiers, ou tous deux fractionnaires: car $a^2 - \alpha a'^2$, $b^2 - \alpha b'^2$, $c^2 - \alpha c'^2$. &c. doivent être des entiers; si donc b, par exemple, est fractionnaire, il faut que b' le soit aussi. De plus, en faisant $b = \frac{2\lambda + 1}{2}$ & $b' = \frac{2\lambda' + 1}{2}$, on voit facilement que $b^2 - \alpha b'^2$ ne sauroit être un entier, à moins que $\frac{\alpha - 1}{4}$ ne le soit aussi; donc α est alors de la forme $4h + 1$.

Newton avoit supposé ces préliminaires sans les démontrer; c'est pourquoi nous sommes entrés dans quelques détails à ce sujet: passons aux exemples.

Exemple I.

7. Soit proposé de ramener l'équation

$$x^4 - 9x^3 + 15x^2 - 27x + 9 = 0,$$

à la forme $M^2 - \alpha N^2 = 0$.

A cause du coéfficient impair 9 ou 27, je vois déjà que M & N contiendront des fractions. Pour les éviter, je multiplie par 4 le premier membre P de mon équation, & j'extrais à l'ordinaire la racine du produit; je trouve que cette racine est $2x^2 - 9x - \frac{21}{4}$, avec le reste $-\frac{405}{2}x + \frac{135}{16}$.

Sans connoître le nombre α, on voit qu'en rejetant les multiples de α, la quantité $4P$ ou $4M^2 - 4\alpha N^2$ deviendroit un carré parfait. Il faut donc que la suppression des multiples de α fasse disparoître le reste

$$-\frac{405}{2}x + \frac{135}{16},$$

& par conséquent α est un diviseur commun des coéfficiens $\frac{405}{2}$ & $\frac{135}{16}$. Le diviseur commun de ces deux nombres est 135 ou $5 \cdot 3^3$. Mais comme α ne doit contenir que des diviseurs simples & de la forme $4m + 1$, on a nécessairement $\alpha = 5$.

La racine $2x^2 - 9x - \frac{21}{4}$ peut maintenant être mise sous une forme entière, en restituant les multiples de 5. A la place de $\frac{-21}{4}$, il n'y a qu'à prendre $\frac{-21+25}{4}$ ou $+1$. On ſuppoſera donc

$$4P = (2x^2 - 9x + 1 + 5y)^2 - 5N^2,$$

ce qui donne

$$0 = 5x^2 + 18x - 7 + 2y(2x^2 - 9x + 1) + 5y^2 - N^2$$

rejetant les multiples de 5, on a

$$0 = -2x - 2 + y(-x^2 + 2x + 2) - N^2;$$

or $y =$ une conſtante, & $N = \delta x + \varepsilon$; ſoit $x^2 = 2x + 2$, afin de faire diſparoître y, & on aura

$$0 = 2x + 2 + (2\delta\varepsilon + 2\delta^2)x + \varepsilon^2 + 2\delta^2;$$

d'où réſulte

$$2\delta^2 + 2\delta\varepsilon = -2, \; \varepsilon^2 + 2\delta^2 = -2;$$

ſouſtrayant l'une de l'autre, on a $\varepsilon = 0$, ou $\varepsilon = 2\delta$. Cette ſeconde valeur ne peut ſatisfaire, puiſqu'il en réſulteroit $\varepsilon^2 + 2\delta^2 = 6\delta^2 = -2$, ou $\delta^2 = -2$, ce qui eſt impoſſible. Il faut donc que $\varepsilon = 0$, & par conſéquent $\delta^2 = -1$, $\delta = \pm 2$, & $y = 1$. Mais comme le ſigne de δ eſt arbitraire, & que δ doit être impair, je puis prendre $\delta = -2 + 5 = 3$, & j'ai, en ſubſtituant,

$$4P = (2x^2 - 9x + 6 + 25y')^2 - 5(3x + 5z')^2;$$

ſi on vouloit enſuite déterminer les valeurs de y' & de z', on trouveroit dès en commençant, que ces valeurs ſont nulles, & qu'on a exactement

$$4P = (2x^2 - 9x + 6)^2 - 5(3x)^2,$$

ou $P = (x^2 - \frac{9}{2}x + 3)^2 - 5(\frac{3}{2}x)^2$, comme l'a trouvé *Newton*, par une voie très-différente.

Dans cet exemple, on peut remarquer que tout a été déterminé d'une manière directe & ſans tâtonnement. Il n'en eſt pas de même dans les degrés plus élevés, & la première valeur de N pourra exiger quelques essais, si on ne veut pas avoir recours à l'élimination. Voici cependant un nouvel exemple encore tiré de *Newton*, où le calcul réussit complètement, quoique l'équation soit du huitième degré.

EXEMPLE II.

8. ON propose de ramener l'équation

$$x^8 + 4x^7 - x^6 - 10x^5 + 5x^4 - 5x^3 - 10x^2 - 10x - 5 = 0$$

à la forme

$$(x^4 + 2x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta)^2 - \alpha(\varepsilon x^3 + \zeta x^2 + \eta x + \theta)^2 = 0;$$

à cause du coéfficient impair -5, qui affecte la puissance impaire x^3, je vois que α doit être de la forme $4m + 1$, & que les coéfficiens β, γ, δ, &c, ne sont pas tous des nombres entiers. J'extrais donc la racine de $4P$, qui est

$$2x^4 + 4x^3 - 5x^2 - \tfrac{5}{4},$$

& je trouve le reste

$$-10x^3 - \tfrac{105}{2}x^2 - 40x - \tfrac{345}{16},$$

le diviseur commun de tous ces coéfficiens est 5; donc $\alpha = 5$. Soit

$$4P = (2x^4 + 4x^3 + 5y)^2 - 5z^2,$$

on aura

$$z^2 - 2y(2x^4 + 4x^3) - 5y^2 = 4x^6 + 8x^5 - 4x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 4.$$

Omettant les multiples de 5, on a

$$z^2 + y(x^4 + 2x^3) = -x^6 - 2x^5 + x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x - 1:$$

or, de ce que le multiplicateur de y ne contient point de puissance de x inférieure à la troisième, il en résulte une simplification remarquable qui va faire connoître tout de suite la valeur de z. En effet, si on élimine les puissances de x supérieures à la troisième, par l'équation $x^4 = - 2x^3$, qui donne $x^5 = - x^3$, $x^6 = 2x^3$, & qu'on fasse

$$z = \alpha' + \beta' x + \gamma' x^2 + \delta' x^3,$$

on aura

$$\begin{array}{l} \alpha'\alpha' + 2\alpha'\beta' x + 2\alpha'\gamma' x^2 + 2\alpha'\delta' x^3 = -1 - 2x - 2x^2 + 2x^3 \\ \qquad\qquad\qquad + \beta'\beta' + 2\beta'\gamma' \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \beta'\delta' \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - 2\gamma'\gamma' \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - 2\gamma'\delta' \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + 2\delta'\delta'; \end{array}$$

d'où l'on tire $\alpha'\alpha' = -1$, ou $\alpha' = 2$, ensuite $\beta' = 2$, $\gamma' = 1$, & $2\delta'\delta' + 4\delta' = 0$. Celle-ci donne $\delta' = 0$, ou $\delta' = -2$.

J'examine d'abord cette seconde valeur de δ'; elle donne

$$z = 2 + 2x + x^2 - 2x^3;$$

de-là résulte $y = 2x - 1$, & par conséquent

$$\begin{array}{l} 4P = (2x^4 + 4x^3 + 10x - 5 + 25y')^2 \\ \qquad - 5(2x^3 - x^2 - 2x - 2 + 5z')^2. \end{array}$$

Mais comme les coéfficiens d'une même puissance de x doivent être tous deux pairs ou tous deux impairs, à la place de $2x^3 - x^2 - 2x - 2$, on peut prendre

$$2x^3 + 4x^2 - 2x + 3,$$

& on aura

$$\begin{array}{l} 4P = (2x^4 + 4x^3 + 10x - 5 + 25y')^2 \\ \qquad - 5(2x^3 + 4x^2 - 2x + 3 + 5z')^2. \end{array}$$

Or, en poussant l'opération plus loin, on verroit qu'elle est déjà terminée, & qu'on a exactement

$$P = (x^4 + 2x^3 + 5x - \tfrac{5}{2})^2 - 5(x^3 + 2x^2 - x + \tfrac{3}{2})^2.$$

Si

Si on eût pris la première valeur de δ', savoir $\delta' = 0$, la décomposition eût encore été possible, & on auroit trouvé

$$P = (x^4 + 2x^3 - \tfrac{5}{2}x^2)^2 - 5(\tfrac{1}{2}x^2 + x + 1)^2;$$

la première décomposition est la seule que *Newton* ait indiquée ; s'il s'en trouve une seconde également possible dans cet exemple, c'est que la quantité P est le produit des deux facteurs

$$x^2 - x - 1 \ \& \ x^6 + 5x^5 + 5x^4 + 10x^2 + 5x + 5,$$

qui sont chacun de la forme $M^2 - 5N^2$.

EXEMPLE III.

9. Enfin, soit proposé de décomposer de la même manière l'équation

$$x^6 - 10x^5 - 21x^4 - 573x^3 - 743x^2 + 262x + 38 = 0.$$

Je commence par extraire la racine du premier membre P, je trouve $x^3 - 5x^2 - 23x - \frac{803}{2}$ avec le reste $- 5287x^2 - 18207x - \frac{644657}{4}$, dont les coéfficiens ont pour commun diviseur 17 ; donc $n = 17$. Le double de la racine, en omettant les multiples de 17, est $2x^3 - 10x^2 + 5x - 4$; ainsi on aura

$$4P = (2x^3 - 10x^2 + 5x - 4 + 17y)^2 - 17z^2;$$

réduisant, divisant par 17, & omettant les multiples de 17, on a

$$\begin{aligned} &z^2 - y(4x^3 - 3x^2 - 7x - 8) \\ &+ 5x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 4x + 8 = 0. \end{aligned}$$

Pour chasser y, soit

$$x^3 = 5x^2 + 6x + 2,$$

on aura

$$z^2 = 3x^2 - 6.$$

Or si on fait

$$z = \alpha(x^2 + \beta x + \gamma),$$

on trouve

$$\alpha^2(\beta^2 + 10\beta + 2\gamma - 3) = 3$$
$$\beta\gamma + 6\beta - 1 = 0$$
$$\alpha^2(\gamma^2 + 4\beta - 7) = 0;$$

d'où résulte, pour déterminer β, l'équation

$$2\beta^4 + 7\beta^3 - \beta^2 - 8\beta + 1 = 0;$$

celle-ci n'offre qu'une valeur de β, savoir, $\beta = -5$; de-là,

$$\gamma = 4, \alpha = 4, z = 4(x^2 - 5x + 4) = 4x^2 - 3x - 1,$$

enfin $y = x + 1$. Ainsi en représentant $4P$ par $M^2 - 17N^2$, on aura

$$M = 2x^3 - 10x^2 + 22x + 13 + 17^2 y',$$

& $\quad N = 4x^2 - 3x - 1 + 17z';$

mais comme les coéfficiens d'une même puissance de x dans M & dans N, doivent être ou tous deux pairs ou tous deux impairs, à la place de $-3x$, je mets $-3x + 17x$, ou $14x$ (je pourrois mettre aussi $-3x - 17x$, ou $-20x$, le calcul suivant redresseroit cette supposition si elle n'étoit pas exacte) : je supposerai donc

$$4P = (2x^3 - 10x^2 + 22x + 13 + 289y')^2$$
$$- 17(4x^2 + 14x - 1 + 17z')^2;$$

mais on verra tout de suite que y' & z' sont zéro, & qu'on a exactement

$$P = (x^3 - 5x^2 + 11x + \tfrac{13}{2})^2 - 17(2x^2 + 7x - \tfrac{1}{2})^2.$$

Ces méthodes sont fort imparfaites, mais l'utilité de leur objet nous a engagés à les insérer ici, quelque petit que soit le nombre des cas où on peut s'en servir avec succès. D'ailleurs, l'idée de rejeter graduellement les multiples d'une quantité, peut faciliter d'autres recherches.

ARTICLE III.

Théorème sur la possibilité des Équations indéterminées du second degré.

1. TOUTE équation de cette espèce peut se réduire d'abord à la forme

$$x^2 - By^2 = A,$$

B & A étant des entiers positifs ou négatifs, dégagés l'un & l'autre de tout facteur carré. On résoudra ensuite cette équation, suivant la méthode ingénieuse de M. de la Grange, en la faisant dépendre d'équations semblables, où les coéfficiens diminuent continuellement, jusqu'à ce que l'un d'eux soit réduit à l'unité positive.

Soit $A > B$, comme on peut toujours le supposer, & soient pris les entiers α, α', α'', &c. de manière qu'on ait

$$\alpha^2 - B = A A' k^2,$$
$$\alpha'^2 - B = A' A'' k'^2,$$
$$\alpha''^2 - B = A'' A''' k''^2,$$
&c.

la première équation est la seule qui ne soit pas résolue immédiatement; elle suppose qu'on a déterminé l'entier α qui donne $\frac{\alpha^2 - B}{A} = e$; α étant trouvé, les autres s'ensuivent par les formules

$$\alpha' = \mu A' \pm \alpha,$$
$$\alpha'' = \mu' A'' \pm \alpha',$$
&c.

D'ailleurs, les carrés k^2, k'^2, k''^2, &c. sont ceux qui peuvent être facteurs de $\alpha^2 - B$, $\alpha'^2 - B$, &c. & qu'on a soin de mettre à part, afin que A', A'', &c. ne contiennent que des facteurs simples, ainsi que A & B. On prendra aussi les entiers arbitraires μ, μ', μ'', &c. de manière que α, α', α'', &c. ne soient pas plus grands que $\frac{1}{2}A$, $\frac{1}{2}A'$, $\frac{1}{2}A''$, &c. respectivement. Par ce moyen, la suite A, A', A'', &c. diminuera le plus rapidement qu'il est possible jusqu'à un terme A^n moindre que B. Cela posé, l'équation $x^2 - By^2 = A$ dépendra des équations successives,

$$\begin{aligned} x^2 - By^2 &= A', \\ x^2 - By^2 &= A'', \\ &\vdots \\ x^2 - By^2 &= A^n; \end{aligned}$$

& comme x & y sont considérés simplement comme rationnels, la dernière équation peut se mettre sous la forme

$$x^2 - A^n y^2 = B.$$

On peut donc procéder semblablement à la diminution de B par les équations successives,

$$\begin{aligned} x^2 - A^n y^2 &= B', \\ x^2 - A^n y^2 &= B'', \\ &\text{\&c.} \end{aligned}$$

en continuant la suite décroissante B, B', B'', &c. jusqu'à un terme $B''' < A^n$. Enfin, lorsqu'on arrivera à une transformée, où l'un des deux coéfficiens sera l'unité positive, la question sera résolue.

2. Il est aisé de voir qu'on ne sera arrêté nulle part dans le cours de cette opération, lorsque dans une transformée quelconque

$$x^2 - Fy^2 = G,$$

on aura à la fois

$$\frac{\mu^2 - F}{G} = e, \quad \frac{\nu^2 - G}{F} = e,$$

μ & ν étant des entiers. Or il suffit que ces deux conditions ſe trouvent remplies dans l'équation propoſée $x^2 - By^2 = A$, & dans ſa première transformée $x^2 - By^2 = A'$; & je vais prouver qu'elles le ſeront dans toutes les autres. Alors rien n'arrêtera la diminution des coéfficiens, & l'équation propoſée ſera néceſſairement réſoluble.

Je ſuppoſe donc que les deux conditions mentionnées ont lieu dans les deux premières équations

$$x^2 - By^2 = A$$
$$x^2 - By^2 = A',$$

c'eſt-à-dire qu'il y a des entiers α, α', β, β', tels que

$$\frac{\alpha^2 - B}{A}, \quad \frac{\alpha'^2 - B}{A'}, \quad \frac{\beta^2 - A}{B}, \quad \frac{\beta'^2 - A'}{B},$$

ſont des entiers; & je dis que les conditions ſemblables auront lieu pour la transformée ſuivante

$$x^2 - By^2 = A''.$$

Or, comme on a déjà

$$\frac{\alpha''\alpha'' - B}{A''} = A'k^2,$$

il ſuffit de faire voir qu'il exiſte un entier β'', tel que

$$\frac{\beta''\beta'' - A''}{B} = e.$$

3. Soit θ un facteur premier de B, on a déjà

$$\frac{\beta^2 - A}{\theta} = e, \quad \frac{\beta'^2 - A'}{\theta} = e.$$

Cherchons, d'après cela, un nombre λ tel que

$$\frac{\lambda^2 - A''}{\theta} = e.$$

Si A'' eſt diviſible par θ, il n'y a pas de difficulté. Soit donc A'' premier à θ, je diſtingue deux cas, ſelon que A' & θ ſeront ou ne ſeront pas premiers entr'eux.

1°. Si θ diviſe A', il diviſera α & α' ſuivant les équations

$$\alpha^2 - B = AA'k^2, \quad \alpha' = \mu A' \pm \alpha.$$

D'ailleurs, k, k', &c. ne peuvent avoir aucun diviſeur commun avec B; car si cela étoit, B auroit un facteur carré. Donc $\frac{\beta^2 - A}{\theta}$ ne peut être un entier, à moins que les quantités suivantes ne le soient aussi,

$$\frac{k^2\beta^2 - A k^2}{\theta}, \quad \frac{k^2\beta^2 - A'' k' k'}{\theta}, \quad \frac{k'^2 n^2 - A'' k'^2}{\theta}, \quad \frac{n^2 - A''}{\theta};$$

j'ai substitué au lieu de $A k^2$, sa valeur prise de l'équation

$$A'' k' k' = \frac{\alpha'^2 - B}{A'} = \frac{(\mu A' \pm \alpha)^2 - B}{A'} = \mu^2 A' \pm 2\mu\alpha + A k k,$$

dans laquelle les termes $\mu^2 A'$ & $2\mu\alpha$ sont divisibles par θ. Ensuite k' étant premier à B, & par conséquent à θ, on peut supposer $k\beta = n k' - p\theta$; d'où résulte la troisième expression, & de-là la quatrième, que nous voulions démontrer.

2.° Si θ est premier à A', & par conséquent à β', on aura

$$\frac{\beta'\beta' - A'}{\theta} = e, \quad \frac{A''\beta'\beta' k' k' - A' A'' k' k'}{\theta} = e, \quad \frac{A''\beta'\beta' k' k' - \alpha'\alpha'}{\theta} = e;$$

mais $\beta' k'$ & θ étant premiers entr'eux, on peut faire

$$\alpha' = n\beta' k' - p\theta,$$

ce qui donnera

$$\frac{n^2 - A''}{\theta} = e.$$

D'après cette démonstration qui a lieu pour tous les facteurs de B, on voit que non-seulement l'équation $\frac{\beta''\beta'' - A''}{B} = e$ est résoluble, mais même qu'il est facile d'avoir directement la valeur de β''; donc toutes les équations $x^2 - By^2 = A''$, $x^2 - By^2 = A'''$, &c. où B est toujours le même, ne donnent aucun signe d'impossibilité. Nous allons faire voir maintenant que la même chose a lieu dans le second système de transformées, où en conservant A'', on fait parcourir à B la suite décroissante B', B'', &c: alors la démonstration sera complète.

4. Nous pouvons partir des deux équations

$$x^2 - By^2 = A^{n-1}$$
$$x^2 - By^2 = A^n,$$

qui satisfont déjà aux conditions

$$\frac{\alpha^2 - B}{A^{n-1}} = e, \quad \frac{\beta^2 - A^{n-1}}{B} = e,$$
$$\frac{\alpha'^2 - B}{A^n} = e, \quad \frac{\beta'\beta' - A^n}{B} = B'f^2:$$

il faudra que dans la transformée suivante,

$$x^2 - A^n y^2 = B'$$

les équations $\frac{u^2 - A^n}{B'} = e$, $\frac{u'^2 - B'}{A^n} = e$, soient résolubles: or la première condition est immédiatement remplie par l'équation $\frac{\beta'\beta' - A^n}{B'} = Bf^2$; il reste donc à faire voir qu'on peut toujours satisfaire à la seconde, $\frac{u'^2 - B'}{A^n} = e$. Soit θ un facteur premier de A^n, & cherchons le nombre ψ, tel que $\frac{\psi^2 - B'}{\theta} = e$. Si B' est divisible par θ, il n'y a aucune difficulté; soit donc θ premier par rapport à B', il y aura deux suppositions à faire par rapport à B.

1.° Soit θ diviseur de B, il le sera de α & de β'; & à cause de $\alpha^2 - B = A^n A^{n-1} k^2$, on pourra établir cette suite d'entiers,

$$\frac{\beta^2 - A^{n-1}}{\theta} = e, \quad \frac{k^2\beta^2 A^n - k^2 A^n A^{n-1}}{\theta\theta} = e,$$
$$\frac{k^2\beta^2 A^n + B}{\theta^2} = e, \quad \frac{(\beta'\beta' - BB'f^2)k^2\beta^2 + B}{\theta^2} = e,$$
$$\frac{BB'f^2k^2\beta^2 - B}{\theta^2} = e, \quad \frac{B'f^2k^2\beta^2 - 1}{\theta^2} = e,$$
$$\frac{B'B'f^2k^2\beta^2 - B'}{\theta} = e.$$

Faisant donc $\psi = B'fk\beta$, on aura $\frac{\psi^2 - B'}{\theta} = e$.

2.° Soit θ premier par rapport à B, il le sera de même par rapport à α & $\mathcal{C}'$: on aura donc

$$\frac{\alpha^2 - B}{\theta} = e, \frac{\alpha^2 f^2 B' - B B' f^2}{\theta} = e, \frac{\alpha^2 f^2 B' - \mathcal{C}'\mathcal{C}'}{\theta} = e;$$

mais αf & θ étant premiers entr'eux, on peut supposer $\mathcal{C}' = n\alpha f - p\theta$, ce qui donnera $\frac{\pi^2 - B'}{\theta} = e$; donc l'équation $\frac{\psi^2 - B'}{\theta} = e$ est toujours possible; il en est de même par conséquent de l'équation $\frac{u'^2 - B'}{A^n} = e$.

5. Donc l'équation $x^2 - By^2 = A$ sera résoluble en nombres entiers, si l'on peut satisfaire aux deux conditions $\frac{\alpha^2 - B}{A} = e$, $\frac{\mathcal{C}^2 - A}{B} = e$, & si de plus, dans la première transformée, $x^2 - By^2 = A'$, on a encore $\frac{\mathcal{C}'\mathcal{C}' - A'}{B} = e$.

Cette troisième condition seroit superflue si les deux coéfficiens A & B étoient premiers entr'eux; mais la proposition générale est susceptible d'être présentée d'une manière plus simple & plus élégante.

Toute équation indéterminée du second degré peut être ramenée à la forme

$$ax^2 + by^2 = cz^2,$$

a, b, c, étant positifs, premiers entr'eux & dégagés de tout facteur carré. Cette formule étant comparée à celle que nous avions adoptée, on aura $B = bc$, $A = ac$, & les deux premières conditions seront

$$\frac{\alpha^2 - bc}{ac} = e, \frac{\mathcal{C}^2 - ac}{bc} = e.$$

Soit $\alpha = c\mu$, $\mathcal{C} = c\nu$, ces conditions deviendront

$$\frac{c\mu^2 - b}{a} = e, \frac{c\nu^2 - a}{b} = e.$$

Pour

Pour exprimer la troisième $\frac{\beta'\beta' - A'}{B} = e$, observons qu'on a $\alpha^2 - B = AA'k^2$, ou $c\mu^2 - b = aA'k^2$; & comme ak^2 n'a point de commun diviseur avec bc, la dernière condition sera remplie si on a

$$\frac{ak^2\beta'\beta' - c\mu^2 + b}{bc} = e;$$

or, pour que le numérateur soit divisible par b, il suffit que $ak^2\beta'\beta' - c\mu^2$ le soit, ou bien, mettant $c\nu^2$ à la place de a, suivant la seconde condition, il faudra que $k^2\nu^2\beta'\beta' - \mu^2$ soit divisible par b, ce qui est toujours possible en déterminant β' par l'équation $\frac{k\nu\beta' \pm \mu}{b} = e$.

Il reste donc à faire en sorte que le même numérateur soit divisible par c, ce qui donne cette nouvelle condition, $\frac{ak^2\beta'\beta' + b}{c} = e$, ou simplement $\frac{a\lambda^2 + b}{c} = e$. Voici donc un théorème général, d'après lequel il est facile de reconnoître si une équation indéterminée du second degré est résoluble ou non.

6. *Étant proposé l'équation* $\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}y^2 = \mathrm{c}z^2$, *dans laquelle* a, b, c *sont positifs, premiers entr'eux, & dégagés de tout facteur carré, cette équation sera résoluble si on peut trouver trois entiers,* λ, μ, ν, *tels que les trois quantités* $\frac{\mathrm{a}\lambda^2 + \mathrm{b}}{\mathrm{c}}$, $\frac{\mathrm{c}\mu^2 - \mathrm{b}}{\mathrm{a}}$, $\frac{\mathrm{c}\nu^2 - \mathrm{a}}{\mathrm{b}}$ *soient des entiers.*

Il est clair que ces conditions se réduiroient à deux, si l'un des coéfficiens a, b, c, étoit égal à l'unité.

ARTICLE IV.

Contenant divers Théorèmes sur les Nombres premiers.

On doit regretter beaucoup que Fermat, qui avoit cultivé avec un grand succès la théorie des nombres, ne nous ait pas laissé la démonstration des théorèmes auxquels il étoit parvenu. À la vérité, M.[rs] Euler & de la Grange, qui n'ont pas dédaigné ce genre de recherches, ont démontré la plupart de ces théorèmes, & ont même ſubſtitué des théories très-étendues aux propoſitions iſolées de Fermat; mais il en eſt pluſieurs qui ont réſiſté à leurs efforts, ſoit que Fermat n'en eût pas réellement une démonſtration ſolide, ce qui eſt difficile à croire, ſoit que l'inſtrument pour y parvenir nous ſoit encore tout-à-fait inconnu. Parmi ces propoſitions non démontrées, on doit remarquer ſur-tout les deux ſuivantes : *tout nombre eſt compoſé de trois triangulaires au plus : tout nombre premier de la forme* $8n - 1$, *eſt de la forme* $p^2 + q^2 + 2r^2$, *ou, ce qui revient au même, ſon double eſt la ſomme de trois carrés.* Mais j'obſerve à l'égard de celle-ci, qu'elle ne caractériſe nullement les nombres premiers de la forme $8n - 1$, car il n'eſt aucun nombre impair, ſimple ou compoſé, qui ne ſoit de la forme mentionnée, & même qui ne ſoit à la fois des deux formes $p^2 + q^2 + r^2$, $p^2 + q^2 + 2r^2$, excepté ſeulement les nombres (premiers ou non) de la forme $8n - 1$, qui ne peuvent être de la première forme $p^2 + q^2 + r^2$, mais qui ſont toujours de la ſeconde $p^2 + q^2 + 2r^2$. Néanmoins la propoſition de Fermat ſeroit d'autant plus intéreſſante à démontrer, qu'il en réſulteroit, d'une manière fort directe, que tout nombre eſt la ſomme de quatre carrés : en effet, les nombres premiers $8n - 3$ ſont de la forme $p^2 + q^2$, les nombres premiers $8n + 3$ ſont de la forme $p^2 + 2q^2$, les nombres premiers $8n + 1$ ſont à la fois des deux formes $p^2 + q^2$, $p^2 + 2q^2$. Ces propoſitions ſont connues & démontrées : ſi donc les nombres premiers $8n - 1$ ſont de la forme $p^2 + q^2 + 2r^2$, il s'enſuivra qu'un nombre quelconque eſt la ſomme de quatre carrés au plus ; car on ſait d'ailleurs que le produit des deux formules $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$, & $p^2 + q^2 + r^2 + s^2$, eſt également la ſomme de quatre carrés.

Au reſte, il n'y a pas de doute que tout nombre ne ſoit compoſé de quatre carrés, puiſque cette propoſition a été démontrée par M. de la Grange, dans les Mémoires de Berlin, *année 1772 ;* & enſuite un peu plus ſimplement par M. Euler, dans les actes de Léipſick, *année 1773.* Mais il eſt remarquable que cette propoſition ſuive également de l'une ou de l'autre des deux déjà citées ; car ſi l'on ſuppoſe que tout nombre eſt la ſomme de trois triangulaires, il s'enſuivra que tout nombre de la forme $8n + 3$ eſt la ſomme de trois carrés $p^2 + q^2 + r^2$; donc on peut toujours ſuppoſer $8n + 4 = p^2 + q^2 + r^2 + 1$; d'où il ſuit que $2n + 1$, c'eſt-à-dire, tout nombre impair ſera la ſomme de quatre carrés, & conſéquemment auſſi tout nombre pair.

Mais je dis plus, les quatre carrés peuvent ſe réduire à trois, ou au moins deux des quatre peuvent être ſuppoſés égaux. De ſorte que *tout nombre, ou au moins ſon double, eſt la ſomme de trois carrés;* ſouvent même le nombre & ſon double ſeront à la fois la ſomme de trois carrés; c'eſt ce qui arrive généralement aux nombres impairs, comme nous l'avons déjà dit, excepté ceux de la forme $8n - 1$, dont le double ſeulement eſt la ſomme de trois carrés. Ces propoſitions que j'indique en paſſant, acquerront par la ſuite un plus grand degré de probabilité; mais ce n'eſt pas l'objet principal que j'ai en vue.

M. de la Grange a conſidéré d'une manière générale *(Mém. de Berlin 1773 & 1775)*, les diviſeurs de la formule $t^2 \pm au^2$, & il en a déduit par rapport aux nombres premiers une multitude de théorèmes intéreſſans. Les recherches de ce grand géomètre, m'ont engagé à conſidérer plus particulièrement le cas où a eſt un nombre premier dans la formule $t^2 + au^2$, & à l'aide du théorème de l'*article III*, je ſuis parvenu à démontrer des propoſitions très-générales ſur les nombres premiers, propoſitions qui paroiſſent avancer cette partie de l'analyſe & mériter l'attention des géomètres.

1. Comme il ſera principalement queſtion des nombres

premiers dans ce qui suit, & que leurs différentes formes donnent lieu à différentes propriétés, nous désignerons par A, a, α, A' &c. ceux de la forme $4n + 1$, par $B, b, \mathfrak{C}, B'$, &c. ceux de la forme $4n - 1$, & par les autres lettres, ceux dont la forme n'est pas déterminée. Nous avertissons aussi que cette expression $\partial^{\frac{c-1}{2}} = 1$ ou -1, suppose qu'on a rejeté les multiples de c dans le premier membre. Or, quel que soit ∂, premier ou non, pourvu qu'il ne soit pas multiple du nombre premier c, on doit avoir ou $\partial^{\frac{c-1}{2}} = 1$, ou $\partial^{\frac{c-1}{2}} = -1$. De sorte que, par rapport au nombre premier c, tous les nombres non divisibles par c, se partagent en deux classes également nombreuses, l'une qui satisfait à l'équation $\partial^{\frac{c-1}{2}} = 1$, l'autre qui satisfait à l'équation $\partial^{\frac{c-1}{2}} = -1$. Enfin, nous rappellerons ce qui est démontré fort au long dans l'*article I*, que si la formule $t^2 + \partial u^2$ est divisible par le nombre premier c, il faut qu'on ait $(-\partial)^{\frac{c-1}{2}} = +1$. Donc, si on avoit $(-\partial)^{\frac{c-1}{2}} = -1$, on seroit sûr que c ne peut pas diviser la formule $t^2 + \partial u^2$, formule où l'on suppose toujours t & u des indéterminées, telles cependant que t & ∂u n'ont point de commun diviseur.

THÉORÈME I.

Si $b^{\frac{a-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $a^{\frac{b-1}{2}} = 1$.

THÉORÈME II.

Si $a^{\frac{b-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $b^{\frac{a-1}{2}} = -1$.

THÉORÈME III.

Si $a^{\frac{A-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$.

THÉORÈME IV.

Si $a^{\frac{A-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $A^{\frac{a-1}{2}} = -1$.

THÉORÈME V.

Si $a^{\frac{b-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $b^{\frac{a-1}{2}} = 1$.

THÉORÈME VI.

Si $b^{\frac{a-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $a^{\frac{b-1}{2}} = -1$.

THÉORÈME VII.

Si $b^{\frac{B-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $B^{\frac{b-1}{2}} = -1$.

THÉORÈME VIII.

Si $b^{\frac{B-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $B^{\frac{b-1}{2}} = 1$.

Ces Théorèmes ainſi détaillés, ſont encore d'une grande généralité, mais on auroit pu les comprendre tous dans l'énoncé ſuivant.

c & ∂ étant deux nombres premiers, les expreſſions $c^{\frac{\partial-1}{2}}$, $\partial^{\frac{c-1}{2}}$ ne ſeront de différens ſignes que lorſque c & ∂ ſeront tous deux de la forme $4n - 1$; dans tous les autres cas, ces expreſſions auront toujours le même ſigne.

On ſait d'ailleurs que chacune en particulier, ne peut être que $+ 1$ ou $- 1$, ainſi il n'y a pas d'embarras ſur le ſens de ce théorème.

Démonſtration de ces Théorèmes.

2. L'équation $Ax^2 + ay^2 = bz^2$ eſt impoſſible, & plus généralement l'équation $(4m + 1)\,x^2 + (4n + 1)\,y^2 = (4p - 1)\,z^2$: car le premier membre eſt toujours de l'une des formes $4n + 1$ & $4n + 2$, tandis que le ſecond ne peut être que de celles-ci $4n$ ou $4n - 1$. Or, par le théorème de l'*article III*, nous ſavons que l'équation $Ax^2 + ay^2 = bz^2$ ſeroit réſoluble ſi on pouvoit ſatisfaire à la fois aux trois conditions . . .

$$a^{\frac{A-1}{2}}\, b^{\frac{A-1}{2}} = 1,\quad A^{\frac{a-1}{2}}\, b^{\frac{a-1}{2}} = 1,$$

$$A^{\frac{b-1}{2}}\, a^{\frac{b-1}{2}} = -1 \ldots\ldots\ldots (z);$$

il faut donc que ces conditions ſoient incompatibles entr'elles.

Soit $A = 1$, la première condition aura lieu d'elle-même, & les deux autres ſeront

$$b^{\frac{a-1}{2}} = 1,\quad a^{\frac{b-1}{2}} = -1.$$

Donc, puiſqu'elles ne peuvent avoir lieu en même-temps,

1.° Si $b^{\frac{a-1}{2}} = 1$, on aura $a^{\frac{b-1}{2}} = 1$.

2.° Si $a^{\frac{b-1}{2}} = -1$, on aura $b^{\frac{a-1}{2}} = -1$.

D'ailleurs on voit que cette ſeconde propoſition eſt une ſuite de la première.

3. Soit maintenant

$$b^{\frac{a-1}{2}} = 1,\ \&\ A^{\frac{b-1}{2}} = -1,$$

on aura, en vertu des deux théorèmes précédens,

$$a^{\frac{b-1}{2}} = 1, \ \& \ b^{\frac{A-1}{2}} = -1.$$

La troisième des équations (z) aura lieu d'elle-même, & les deux autres donneront

$$a^{\frac{A-1}{2}} = -1, \ A^{\frac{a-1}{2}} = 1.$$

Celles-ci ne peuvent avoir lieu en même temps; donc,

3.° Si $a^{\frac{A-1}{2}} = +1$, il s'ensuit $A^{\frac{a-1}{2}} = +1$.

4.° Si $A^{\frac{a-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $a^{\frac{A-1}{2}} = -1$.

On voit encore que ces deux propositions sont une suite l'une de l'autre, à cause de la similitude des nombres a & A: d'ailleurs, le nombre auxiliaire b, qui a servi à établir ces conclusions, est du nombre de ceux qui satisfont aux deux conditions $b^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $A^{\frac{b-1}{2}} = -1$. On peut s'assurer qu'il y en a une infinité; mais voici une démonstration directe qui écarte toute difficulté.

4. L'équation $x^2 + Ay^2 = abz^2$ est impossible par les mêmes raisons que ci-dessus. Soit ab diviseur de $Ax^2 + y^2$, c'est-à-dire, soit $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $A^{\frac{b-1}{2}} = -1$, il sera impossible que A soit diviseur de $x^2 - abz^2$, sans quoi l'équation seroit possible par le théorème de l'*art. III*; donc on aura $a^{\frac{A-1}{2}} b^{\frac{A-1}{2}} = -1$. Mais, de ce que $A^{\frac{b-1}{2}} = -1$, il suit *(th. II)* que $b^{\frac{A-1}{2}} = -1$;

donc $a^{\frac{A-1}{2}} = 1$. Ainsi ayant supposé $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$, on voit qu'il s'ensuit $a^{\frac{A-1}{2}} = 1$; d'où il résulte qu'en supposant $A^{\frac{a-1}{2}} = -1$, on aura $a^{\frac{A-1}{2}} = -1$; car si on avoit $a^{\frac{A-1}{2}} = +1$, il s'ensuivroit $A^{\frac{a-1}{2}} = +1$, contre l'hypothèse. Dans cette démonstration, nous avons supposé seulement qu'il y avoit un nombre premier b de la forme $4n - 1$, qui pouvoit diviser la formule $x^2 + Ay^2$.

5. Je reviens aux équations générales (z), & je fais

$$a^{\frac{A-1}{2}} = -1, \quad A^{\frac{b-1}{2}} = -1,$$

il en résultera, suivant les *théorèmes II & IV,*

$$A^{\frac{a-1}{2}} = -1, \quad b^{\frac{A-1}{2}} = -1.$$

Donc la première des équations (z) est remplie, & les deux autres seront

$$b^{\frac{a-1}{2}} = -1, \quad a^{\frac{b-1}{2}} = +1,$$

lesquelles ne doivent point avoir lieu à la fois. Donc,

5.° Si $a^{\frac{b-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $b^{\frac{a-1}{2}} = 1$.

6.° Si $b^{\frac{a-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $a^{\frac{b-1}{2}} = -1$.

Ces propositions sont encore une suite l'une de l'autre, & d'ailleurs elles sont les inverses des *théorèmes I & II;* mais elles n'en exigeoient pas moins une démonstration particulière.

6. Je

6. Je considère maintenant l'équation $Bx^2 + by^2 = az^2$ qui est encore impossible, parce que les deux membres ne sont jamais de la même forme. Il faut donc que les trois conditions suivantes n'aient jamais lieu à la fois :

$$a^{\frac{B-1}{2}}\, b^{\frac{B-1}{2}} = 1,\quad a^{\frac{b-1}{2}}\, B^{\frac{b-1}{2}} = 1;$$

$$B^{\frac{a-1}{2}}\, b^{\frac{a-1}{2}} = 1.$$

Soit d'abord $a = 1$; la troisième condition sera remplie, & les deux autres seront $b^{\frac{B-1}{2}} = 1$, $B^{\frac{b-1}{2}} = 1$. Donc

7.° Si $b^{\frac{B-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $B^{\frac{b-1}{2}} = -1$.

Je suppose dans les mêmes équations $a^{\frac{B-1}{2}} = -1$, & $a^{\frac{b-1}{2}} = -1$; j'aurai, par le *théorème II*, $B^{\frac{a-1}{2}} = -1$, $b^{\frac{a-1}{2}} = -1$. Donc la troisième équation sera remplie, & les deux autres seront

$$b^{\frac{B-1}{2}} = -1,\quad B^{\frac{b-1}{2}} = -1,$$

lesquelles ne doivent point avoir lieu à la fois. Donc

8.° Si $b^{\frac{B-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $B^{\frac{b-1}{2}} = 1$; c'est l'inverse du *théorème VII*.

On pourroit déduire encore les *théorèmes V* & *VI* de ces mêmes équations. En effet, soit $b^{\frac{B-1}{2}} = 1$, ce qui donneroit $B^{\frac{b-1}{2}} = -1$. Soit aussi $a^{\frac{b-1}{2}} = -1$;

& par conséquent $b^{\frac{a-1}{2}} = -1$. La seconde équation aura lieu, & les deux autres seront

$$a^{\frac{B-1}{2}} = 1, B^{\frac{a-1}{2}} = -1.$$

Celles-ci ne peuvent avoir lieu à la fois. Donc

9.° Si $a^{\frac{B-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $B^{\frac{a-1}{2}} = 1$.

10.° Si $B^{\frac{a-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $a^{\frac{B-1}{2}} = -1$.

7. On pourroit considérer beaucoup d'autres équations impossibles, & en tirer des conclusions semblables; mais elles seroient toujours renfermées dans nos théorèmes généraux. Par exemple, si on distingue les nombres premiers a en deux classes, les uns de la forme $8n-3$ que j'appelle α, les autres de la forme $8n+1$ que j'appelle α', on verra aisément que l'équation $\alpha y^2 - \alpha' x^2 = \pm 2bz^2$ est toujours impossible. Or comme α' est de la forme $p^2 + 2q^2$, & que α n'en est pas, on a $2^{\frac{\alpha'-1}{2}} = 1$, & $2^{\frac{\alpha-1}{2}} = -1$; d'où l'on peut tirer plusieurs conséquences, mais nous nous bornerons à une seule. L'équation $\alpha y^2 - x^2 = 2by^2$ étant impossible, il faut qu'on n'ait point à la fois $(2b)^{\frac{\alpha-1}{2}} = 1$ & $\alpha^{\frac{b-1}{2}} = 1$. Donc si $\alpha^{\frac{b-1}{2}} = 1$, il s'ensuit $b^{\frac{\alpha-1}{2}} = 1$; & si $b^{\frac{\alpha-1}{2}} = -1$, il s'ensuit $\alpha^{\frac{b-1}{2}} = -1$: conclusions qui sont renfermées dans les *théorèmes V* & *VI*, qui n'ont pas été démontrées

aussi directement que nous venons de le faire pour les nombres α en particulier.

Remarque.

8. Au moyen des *théorèmes précédens*, on peut démontrer, si je ne me trompe, tous ceux que M. Euler a trouvés par induction dans ses Opuscules analytiques *(tome I, pages 176, 281, 295, &c.)*: en voici un cependant qu'on trouve à la *page 216* du même ouvrage, & qui ne paroît pas suivre aussi immédiatement de nos propositions. *Si l'équation* $fxx + gyy = hzz$ *est possible*, dit M. Euler, f, g, h étant des nombres connus, premiers entr'eux, & dégagés de tout facteur carré, l'*équation* $fxx + gyy = (h \pm 4nfg)zz$ *sera possible aussi, pourvu que* $h \pm 4nfg$ *soit un nombre premier.* Cette proposition est vraie, & même susceptible d'être généralisée par les principes précédens; mais comme la démonstration qui exige qu'on décompose f & g en leurs facteurs simples, & qu'on ait égard à différens cas, seroit trop longue, nous nous contenterons d'indiquer ici le résultat suivant.

Si l'équation $fxx \pm gyy = hzz$ est possible, l'équation $fxx \pm gyy = (h + fgn)zz$ sera possible aussi, quelque valeur qu'ait l'indéterminée n, positive ou négative, pourvu que $h + fgn$ soit un nombre premier, & que cette équation ne présente pas l'impossibilité manifeste qui auroit lieu si on prenoit l'indéterminée n, de manière que, par rapport aux multiples de 4 ou de 8, les deux membres ne fussent pas de la même forme.

Ce théorème renferme celui de M. Euler, en prenant pour n un multiple de 4, ce qui satisfait à notre restriction; mais il est plus général, en ce que n peut avoir d'autres valeurs, & qu'il n'est pas nécessaire de supposer toujours h impair, comme le fait tacitement M. Euler: voici deux exemples.

1. L'équation $2xx + 3yy = 341zz$ est possible.

Soit le nombre premier $c = 341 \pm 6n$, & l'équation $2xx + 3yy = czz$ sera possible aussi, pourvu qu'en rejetant les multiples de 8 (& non de 4, parce que fg est pair), on ait les deux membres identiques. Or il n'est pas nécessaire pour cela de connoître les valeurs de x, y, z; on voit que z doit toujours être impair, ainsi que y: donc, selon que x sera pair ou impair, c sera de la forme $3 + 8m$ ou $5 + 8m$. Il reste à concilier chacune de ces formes avec celle-ci, $341 \pm 6n$, & on trouvera ces deux valeurs de c:

$$c = 341 \pm 24n,$$

$$c = 347 \pm 24n;$$

la première est la seule que donne le théorème de M. Euler.

II. L'équation $7x^2 - 15y^2 = 82z^2$ est possible. Prenons $c = 82 \pm 105n$, & l'équation $7x^2 - 15y^2 = cz^2$ sera possible aussi, pourvu que les deux membres soient de la même forme, en rejetant les multiples de 4. Or il faut que x soit pair & y impair, ou *vice versâ*; donc c est de la forme $4m + 1$ ou $4m - 1$, ce qui n'exclut aucun nombre premier; donc on aura

$$c = -23 \pm 210n;$$

tous les nombres premiers positifs contenus dans cette formule, conviendront à l'équation $7x^2 - 15y^2 = cz^2$; & tous les nombres négatifs à l'équation $15y^2 - 7x^2 = cz^2$. Le théorème de M. Euler ne donneroit rien dans ce cas-ci, parce que h est pair.

THÉORÈME IX.

9. Soit P un diviseur $4n + 1$ de la formule $t^2 + au^2$, Q un diviseur $4n - 1$ de la même formule; on aura

$P^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1$, quels que soient les nombres P & Q ſimples ou compoſés, pourvu que t^2 & au^2 ſoient premiers entr'eux.

Car, ſi nous repréſentons par A un diviſeur premier $4n + 1$, & par B un diviſeur $4n - 1$, de la formule $t^2 + au^2$, on aura $a^{\frac{A-1}{2}} = 1$, & $a^{\frac{B-1}{2}} = -1$. Donc, ſuivant les *théorèmes III* & *II*, on en conclura $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $B^{\frac{a-1}{2}} = -1$. Mais le diviſeur P, pour être de la forme $4n + 1$, doit réſulter du produit de pluſieurs diviſeurs ſimples A par un nombre pair de diviſeurs B; donc on aura toujours $P^{\frac{a-1}{2}} = 1$. De même le diviſeur Q doit être compoſé du produit d'un nombre quelconque de facteurs A par un nombre impair de facteurs B; donc on aura $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1$; donc l'équation $x^2 + ay^2 = Pz^2$ ſera toujours poſſible en nombres entiers.

THÉORÈME X.

10. Tout nombre premier A de la forme $4ax + m$, m étant l'une des valeurs qui ſatisfont à l'équation $m^{\frac{a-1}{2}} = 1$, ſera diviſeur de la formule $t^2 + au^2$, & ſera par conſéquent de la forme $py^2 + 2qyz + rz^2$, dans laquelle $pr - q^2 = a$, & où l'on peut ſuppoſer $2q$ non plus grand que p & r.

Pareillement tout nombre premier B de la forme $4ax + n$, n étant déterminé par l'équation $n^{\frac{a-1}{2}} = -1$, ſera diviſeur de la formule $t^2 + a u^2$, & ſera par conſéquent d'une forme déterminée pour chaque nombre a.

Car, 1.° on aura

$$A^{\frac{a-1}{2}} = 1\text{; donc } (Th.\ III)\ a^{\frac{A-1}{2}} = 1.$$

Donc A eſt diviſeur de $t^2 + a u^2$.

2.° On aura

$$B^{\frac{a-1}{2}} = -1\text{; donc } (Th.\ VI)\ a^{\frac{B-1}{2}} = -1.$$

Donc B eſt diviſeur de $t^2 + a u^2$.

Remarquez que les valeurs de m qui ſatisfont à l'équation $m^{\frac{a-1}{2}} = 1$, ſont au nombre de $\frac{a-1}{2}$ en les prenant plus petites que $\frac{a}{2}$. Mais, comme on peut les augmenter ou les diminuer d'un multiple de a, on pourra réduire chacune de ces valeurs à la forme $4h + 1$, & on aura toujours un pareil nombre $\frac{a-1}{2}$ de ces valeurs moindres que $2a$. Il y a donc $\frac{a-1}{2}$ formes tant pour A que pour B.

THÉORÈME XI.

11. Soit M un diviſeur quelconque impair de la formule $t^2 + b u^2$, on aura toujours $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$.

Car ſoient A & B des diviſeurs ſimples de la formule $t^2 + b u^2$, on aura

$$b^{\frac{A-1}{2}} = 1, \ \& \ b^{\frac{B-1}{2}} = -1.$$

Donc, ſuivant les *théorèmes I* & *VIII*, on a

$$A^{\frac{b-1}{2}} = 1, \ \& \ B^{\frac{b-1}{2}} = 1;$$

donc M étant un produit de pluſieurs des nombres A & B, on aura toujours $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$.

Donc, ſi M eſt un diviſeur de $t^2 + b u^2$, l'équation $x^2 + b y^2 = M z^2$ ſera toujours poſſible en nombres entiers.

Théorème XII.

12. Tout nombre premier c de la forme $2 b x + z$, z ſatisfaiſant à l'équation $z^{\frac{b-1}{2}} = 1$, ſera diviſeur de la formule $t^2 + b u^2$, & aura par conſéquent l'une des formes qui conviennent aux diviſeurs de cette formule.

Car on aura $c^{\frac{b-1}{2}} = 1$. Soit 1.° $c = A$, ou de la forme $4 n + 1$, puiſque $A^{\frac{b-1}{2}} = 1$, on aura, par le *théorème V*, $b^{\frac{A-1}{2}} = 1$; donc A ſera diviſeur de $t^2 + b u^2$. Soit 2.° $c = B$, puiſque $B^{\frac{b-1}{2}} = 1$, on aura, par le *théorème VII*, $b^{\frac{B-1}{2}} = -1$; donc B eſt diviſeur de $t^2 + b u^2$.

Ces propriétés vont devenir plus ſenſibles par l'inſpection des tables dont nous allons nous occuper. Elles contiennent les diverſes formes que peuvent avoir les diviſeurs de la formule $t^2 + c u^2$, c étant un nombre premier. Il y a quatre tables ſuivant les quatre formes des nombres premiers ; qui ſont

$$8n - 3, \; 8n + 1, \; 8n + 3, \; 8n - 1.$$

Or il a été démontré par M. de la Grange, dans les *Mémoires de Berlin, 1773*, qu'un diviſeur de la formule $t^2 + cu^2$, quel que ſoit c, eſt toujours de la forme $py^2 + 2qyz + rz^2$, y & z étant des indéterminées, tandis que p, q, r, ne ſont ſuſceptibles que d'un certain nombre de valeurs conſtantes tirées de l'équation $pr - q^2 = a$, où l'on peut ſuppoſer en même-temps que $2q$ ne ſurpaſſe ni p ni r.

TABLE I.

13. POUR faire mieux comprendre l'uſage de cette table, qui renferme un grand nombre de théorèmes ſinguliers, nous allons développer tout au long le premier exemple où il s'agit des diviſeurs de $t^2 + 5u^2$.

Ces diviſeurs que nous ſuppoſons toujours impairs, ſe partagent en deux claſſes, les uns de la forme $4n + 1$, que j'appelle P; les autres de la forme $4n - 1$, que j'appelle Q dans cet exemple & dans tous les ſuivans. La forme qui leur convient à tous étant $py^2 + 2qyz + rz^2$, il faut déterminer p, q, r, d'après l'équation $pr - q^2 = 5$, avec cette condition que $2q$ ne ſurpaſſe ni p, ni r. On verra bientôt qu'il n'en réſulte que deux formes, ſavoir,

$$y^2 + 5z^2 \;\&\; 2y^2 + 2yz + 3z^2.$$

La première repréſente toujours des nombres de la forme $4n + 1$; la ſeconde de la forme des nombres $4n - 1$. Ainſi on aura, dans cet exemple,

$$P = y^2 + 5z^2, \quad Q = 2y^2 + 2yz + 3z^2:$$

telle eſt la forme des diviſeurs P & Q. La ſeconde n'eſt pas la même que la première, mais elle peut y être ramenée en la multipliant par 2; on auroit alors $2Q = (2y + z)^2 + 5z^2$;

$+ 5z^2$, ou en changeant les indéterminées, $2Q = y^2 + 5z^2$. En général, si le diviseur $M = py^2 + 2qyz + rz^2$ n'est pas de la forme $y^2 + az^2$, il peut toujours y être ramené en le multipliant par p, puisqu'on a $Mp = (py + qz)^2 + az^2$, ou simplement $Mp = y^2 + az^2$.

Puisque dans ce cas-ci, P ne peut être que de la forme $y^2 + az^2$, on a $P^{\frac{a-1}{2}} = y^{a-1} = 1$, ce qui est conforme au *théorème IX*. De même, puisque $2Q = y^2 + az^2$, & qu'en général pour tous les nombres de la première table, $2^{\frac{a-1}{2}} = -1$, on aura $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1$, ce qui est encore conforme au *théorème IX*.

Maintenant, pour trouver la forme des nombres P par rapport aux multiples de $4a$, il faut faire $P = 4ax + m$, & résoudre l'équation $m^{\frac{a-1}{2}} = 1$; elle devient, dans ce cas $m^2 = 1$; d'où resulte $m = \pm 1$. Ces deux valeurs réduites à la forme $4h + 1$, deviennent $m = 1$, $m = 9$. Donc le diviseur P qui est déjà de la forme $y^2 + 5z^2$, doit être en même temps de l'une des formes

$$20x + 1, \quad 20x + 9.$$

Mais la proposition essentielle qui résulte de-là, suivant le *théorème X*, c'est que tous les nombres premiers des formes

$$20x + 1, \quad 20x + 9,$$

sont diviseurs de $t^2 + 5u^2$, & sont par conséquent aussi de la forme $y^2 + 5z^2$.

Si on représente pareillement les diviseurs Q par la formule $4ax + n$, on déterminera n par l'équation $n^2 = -1$; ou, ce qui est plus simple, les formes de P donneront tout de suite, par voie d'exclusion, celles de Q qui seront

$$20x + 3, \quad 20x + 7.$$

Donc, suivant le *théorème X*, tout nombre premier de l'une de ces formes sera diviseur de $t^2 + 5u^2$, & sera par conséquent de la forme $2y^2 + 2yz + 5z^2$.

Remarque.

14. Ces deux propositions s'accordent avec celles que M. de la Grange a trouvées dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin, 1775*. Mais il n'est parvenu à la première concernant les nombres premiers des formes $20x + 1$ & $20x + 9$, qu'à l'aide d'une méthode particulière qui ne paroît pas applicable à d'autres cas. En général, tous les théorèmes qui se trouvent dans nos tables, par rapport aux nombres premiers de la forme $4n + 1$, sont entièrement nouveaux, excepté ceux que nous venons de citer, & ceux encore qui concernent les diviseurs des formules $t^2 + 3u^2$ & $t^2 + 7u^2$. Les nombres premiers de la forme $4n - 1$, paroissoient offrir moins de difficulté, parce que ces nombres divisent nécessairement l'une ou l'autre des formules $t^2 + cu^2$, $t^2 - cu^2$; de sorte qu'en considérant les diviseurs de chacune, on peut conclure avec certitude que les formes qui ne divisent pas $t^2 - cu^2$, divisent nécessairement $t^2 + cu^2$. C'est ainsi que M. de la Grange a trouvé que les nombres premiers des formes $20x + 3$, $20x + 7$, divisent nécessairement $t^2 + 5u^2$, & sont par conséquent de la forme $2y^2 + 2yz + 3z^2$. C'est ainsi qu'on peut trouver une infinité de théorèmes semblables sur les nombres de la forme $4n - 1$. Mais la même méthode n'apprendroit rien par rapport aux nombres premiers de la forme $4n + 1$.

15. On voit à présent quel est l'usage de la *table I.re* Par exemple, les diviseurs *P* ou $4n + 1$ de la formule $t^2 + 29u^2$, sont de l'une des formes

$$y^2 + 29z^2$$

$$5y^2 + 2yz + 6z^2;$$

& ces mêmes diviseurs considérés par rapport aux multiples de $4a$, sont aussi de l'une des formes

$$116x + 1, 116x + 5, 116x + 9, 116x + 13,$$
$$116x + 25, 116x + 33, 116x + 45, 116x + 49,$$
$$116x + 53, 116x + 57, 116x - 51, 116x - 35,$$
$$116x - 23, 116x - 7.$$

Réciproquement, tout nombre premier compris dans l'une de ces quatorze formes, sera toujours diviseur de $t^2 + 29u^2$, & sera par conséquent de l'une des formes

$$y^2 + 29z^2$$
$$5y^2 + 2yz + 6z^2.$$

Donc s'il n'est pas déjà de la forme $y^2 + 29z^2$, il le deviendra en le multipliant par 5.

La seconde colonne de la table offriroit de semblables propriétés pour les diviseurs de la forme $4n - 1$.

Voici maintenant quelques remarques assez singulières que m'a fournies l'examen de la *table I.re*; on peut les regarder comme autant de théorèmes, car quoique je n'en donne pas la démonstration complète, ils sont fondés au moins sur une induction très-étendue.

16. Prop. I. *Il y a autant de formes pour les diviseurs* P *que pour les diviseurs* Q, *& le nombre de ces formes est égal au nombre de manières dont* a *peut être partagé en trois carrés.* Ainsi 101 peut être partagé en trois carrés de ces quatre manières :

$$10^2 + 1^2 + 0^2,$$
$$9^2 + 4^2 + 2^2,$$
$$8^2 + 6^2 + 1^2,$$
$$7^2 + 6^2 + 4^2;$$

d'où je conclus qu'il y a quatre formes possibles, tant pour P que pour Q, & c'est ce qu'on trouve dans la table.

De même, 109 ne peut se décomposer en trois carrés que de ces deux manières:

$$10^2 + 3^2 + 0^2,$$
$$8^2 + 6^2 + 3^2.$$

Aussi il n'y a que deux formes pour les diviseurs de chaque espèce.

On peut démontrer facilement que P & Q sont susceptibles chacun du même nombre de formes; car si on a

$$P = py^2 + 2qyz + rz^2;$$

l'un au moins des deux nombres p & r sera de la forme $4n + 1$. Supposons que ce soit p, alors il pourra arriver que r soit pair ou qu'il ne le soit pas. Dans le premier cas, la forme de P en donnera une de Q, savoir,

$$Q = 2py^2 + 2qyz + \tfrac{1}{2}rz^2.$$

Dans le second cas, qui a lieu lorsque q est pair, à cause de l'équation $pr - q^2 = a$, on fera $y = y' + z$, & dans la transformée, le coéfficient de z^2 sera pair. On peut donc, dans tous les cas, tirer une forme du diviseur Q, d'une forme connue du diviseur P, & réciproquement; donc il y a autant de formes pour l'un que pour l'autre. On ne voit pas aussi aisément pourquoi le nombre de ces formes est précisément égal au nombre de manières dont a peut se partager en trois carrés. La seconde propriété pourra répandre quelque lumière sur celle-ci.

17. Prop. II. *L'expression* $py^2 + 2qyz + rz^2$, *qui représente une des formes du diviseur* P, *peut toujours se décomposer en trois carrés, de sorte qu'on aura, quels que soient* y *&* z,

$$P = (my + nz)^2 + (m'y + n'z)^2 + (m''y + n''z)^2.$$

Le double du diviseur Q *se décomposera aussi de la même manière, de sorte que* Q *sera toujours de la forme* $x^2 + y^2 + 2z^2$.

Cette seconde partie de la proposition est une suite de la première; car comme on peut supposer toutes les formes du diviſeur P arrangées de manière que r ſoit pair, en même temps qu'on aura

$$P = py^2 + 2qyz + rz^2,$$

on aura pour la forme correſpondante de Q,

$$Q = 2py^2 + 2qyz + \frac{r}{2}z^2.$$

Donc

$$2Q = 4py^2 + 4qyz + rz^2;$$

donc ſi P ſe décompoſe, comme nous l'avons dit, il ſuffira de mettre $2y$ à la place de y, & on aura

$$2Q = (2my + nz)^2 + (2m'y + n'z)^2 + (2m''y + n''z)^2.$$

Tout ſe réduit donc à prouver la décompoſition de P: or, la première forme de P, qui eſt toujours $y^2 + az^2$, ſe décompoſe en trois carrés, puiſque a eſt de la forme $f^2 + g^2$; mais il paroît difficile de démontrer la même choſe pour toutes les autres formes; cependant on ne ſauroit douter de cette propriété qui a lieu dans tous les exemples de la *table I*, & que j'ai vérifiée beaucoup plus loin. On voit, par exemple, que les diviſeurs P de la formule $t^2 + 149u^2$, peuvent ſe décompoſer ainſi:

$$y^2 + 149z^2 = y^2 + 100z^2 + 49z^2,$$

$$5y^2 + 2yz + 30z^2 = (y + 5z)^2 + z^2 + (2y - 2z)^2,$$

$$6y^2 + 2yz + 25z^2 = (y + 4z)^2 + (y - 3z)^2 + 4y^2,$$

$$9y^2 + 4yz + 17z^2 = (2y - z)^2 + (y + 4z)^2 + 4y^2.$$

Il réſulte donc de cette propoſition, que les diviſeurs P & Q de la formule $t^2 + au^2$, ſont toujours le premier de la forme $x^2 + y^2 + z^2$, le ſecond de la forme $x^2 + y^2 + 2z^2$.

18. Puiſque nous ne pouvons pas démontrer directement cette propoſition, ſuppoſons qu'elle ait lieu, & voyons les conſéquences qui en réſulteront.

Soit donc $py^2 + 2qyz + rz^2$, ou

$$P = (my + nz)^2 + (m'y + n'z) + (m''y + n''z)^2,$$

on aura les équations

$$p = m^2 + m'^2 + m''^2,$$

$$q = mn + m'n' + m''n'',$$

$$r = n^2 + n'^2 + n''^2;$$

d'où l'on tire, à cause de $pr - q^2 = a$,

$$a = (mn' - m'n)^2 + (m'n'' - m''n')^2 + (m''n - mn'')^2.$$

Donc la supposition que nous avons faite exige que a soit décomposable en trois quarrés, ce qui a rapport à la proposition qui nous restoit à démontrer dans *l'article 16*. Réciproquement, nous pouvons partir d'une décomposition connue du nombre a, pour déterminer les quantités m, n, m', &c. Soit donc

$$a = f^2\mu^2\nu^2 + g^2\lambda^2\nu^2 + h^2\lambda^2\mu^2,$$

& cette forme nous permettra de regarder $f, g, h, \lambda, \mu, \nu$ comme premiers entr'eux. Nous pourrons prendre

$$mn' - m'n = h\lambda\mu$$

$$m'n'' - m''n' = f\mu\nu$$

$$m''n - mn'' = g\lambda\nu;$$

& il faudra faire, à cause des diviseurs communs

$$m = \lambda\delta, \quad m' = \mu\delta', \quad m'' = \nu\delta''$$

$$n = \lambda\varepsilon, \quad n' = \mu\varepsilon', \quad n'' = \nu\varepsilon'',$$

ce qui donnera

$$\delta\varepsilon' - \delta'\varepsilon = h$$

$$\delta'\varepsilon'' - \delta''\varepsilon' = f$$

$$\delta''\varepsilon - \delta\varepsilon'' = g.$$

On peut en conserver une, & à la place des deux autres, prendre celles-ci,

$$f\delta + g\delta' + h\delta'' = 0$$

$$f\varepsilon + g\varepsilon' + h\varepsilon'' = 0.$$

Cela posé, le diviseur P se réduira à la forme

$$P = \lambda^2(\delta y + \varepsilon z)^2 + \mu^2(\delta' y + \varepsilon' z)^2 + \nu^2(\delta'' y + \varepsilon'' z)^2;$$

ou en changeant les indéterminées

$$P = \lambda^2 x^2 + \mu^2 x'^2 + \nu^2 x''^2.$$

Mais alors il y aura une relation entre x, x', x'', savoir:

$$fx + gx' + hx'' = 0;$$

de sorte qu'il n'est plus question des quantités δ, ε, &c. Il est remarquable que la valeur de P resteroit la même, en permutant entr'elles les quantités λ, μ, ν, ainsi que leurs correspondantes f, g, h; de sorte qu'une décomposition du nombre a en trois carrés ne répond qu'à une seule forme du diviseur P.

Réduisons maintenant les indéterminées x, x', x'' à deux; & pour cela, supposons qu'on ait

$$f + g\zeta + h\theta = 0;$$

ce qui est toujours possible, puisque f, g, h sont premiers entr'eux, nous aurons, en prenant une nouvelle indéterminée y,

$$x' + \zeta x = hy$$
$$x'' + \theta x = -gy.$$

Donc, la valeur de P deviendra

$$P = \lambda^2 x^2 + \mu^2(hy - \zeta x)^2 + \nu^2(gy + \theta x)^2.$$

Et si on fait

$$p' = \mu^2 h^2 + \nu^2 g^2,$$
$$q' = \nu^2 g\theta - \mu^2 h\zeta,$$
$$r' = \lambda^2 + \mu^2\zeta^2 + \nu^2\theta^2,$$

on aura, sous la forme ordinaire,

$$P = p'y^2 + 2q'xy + r'x^2.$$

Le coéfficient P', dans cette formule, seroit donc la somme de deux carrés premiers entr'eux, & il se trouveroit directement par l'équation,

$$a = f^2 \mu^2 \nu^2 + p' \lambda^2;$$

celle-ci donne évidemment $p'^{\frac{a-1}{2}} = 1$, & puisque Pp' est de la forme $y^2 + a z^2$, on a en général $P^{\frac{a-1}{2}} = 1$. D'ailleurs, $2Q$ pouvant être ramené à la même forme que P, on a

$$(2Q)^{\frac{a-1}{2}} = 1, \text{ ou } Q^{\frac{a-1}{2}} = 2^{\frac{a-1}{2}} = -1.$$

Nous retombons ainsi sur les propriétés connues des diviseurs P & Q, ce qui donne un grand poids à notre hypothèse, que P est décomposable en trois carrés.

On pourroit suivre une marche inverse, & après avoir fait $a = f^2 \mu^2 \nu^2 + g^2 \nu^2 \lambda^2 + h^2 \lambda^2 \mu^2$, & $p' = \mu^2 h^2 + \nu^2 g^2$, on verroit que p' doit diviser la formule $t^2 + a u^2$; d'où il suit qu'une des formes de P est $p' y^2 + 2q' xy + r' x^2$. On a toujours $p' r' - q' q' = a$; & à cause de $a = f^2 \mu^2 \nu^2 + p' \lambda^2$, il faudroit que p' divisât $q' q' + f^2 \mu^2 \nu^2$, & que le quotient fût aussi la somme de deux carrés. Cette condition détermine q & r comme ci-dessus, & on peut mettre par conséquent la valeur de P sous cette forme,

$$P = A^2 x^2 + \mu^2 (hy - \zeta x)^2 + \nu^2 (gy + \theta x)^2.$$

On trouveroit une valeur qui ne différeroit point essentiellement de celle-ci, en permutant entr'elles les quantités λ, μ, ν; car la valeur précédente pourroit représenter aussi

$$f^2 \mu^2 + g^2 \nu^2, \; \& \; f^2 \nu^2 + h^2 \lambda^2.$$

Mais cela se voit encore plus clairement, si on met P sous la forme

$$P = \lambda^2 x^2 + \mu^2 x'^2 + \nu^2 x''^2,$$

avec

avec la condition $fx + gx' + hx'' = 0$. Il eſt donc prouvé que chaque décompoſition de a en trois carrés, conduit à une valeur de P, & ſeulement à une, décompoſable auſſi en trois carrés. Nous avons vu d'ailleurs que chaque décompoſition de P en trois carrés, ſuppoſe une pareille décompoſition de a. Donc la propoſition qui reſtoit à démontrer dans l'*article 16*, eſt une ſuite de celle de l'*article 17*.

TABLE II.

19. Les nombres premiers de la forme $8n + 1$ ſont à la fois des deux formes $p^2 + q^2$, $p^2 + 2q^2$, tandis que ceux de la première table ne ſont que de la forme $p^2 + q^2$. De-là réſulte quelque différence entre les formes & les propriétés des diviſeurs de la formule $t^2 + au^2$.

P étant un diviſeur $4n + 1$, & Q un diviſeur $4n - 1$ de cette formule, on a toujours

$P^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1$, quels que ſoient P & Q ſimples ou compoſés. Réciproquement, tous les nombres premiers A & B, tels que $A^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $B^{\frac{a-1}{2}} = -1$, diviſeront la formule $t^2 + au^2$, & ſeront par conſéquent de l'une des formes qui conviennent à ſes diviſeurs. Ainſi, on voit par le premier exemple de cette table, que tous les nombres premiers des formes

$68x + 1$, $68x + 9$, $68x + 13$, $68x + 21$,
$68x + 25$, $68x + 33$, $68x - 19$, $68x - 15$;

ſont toujours de l'une des formes

$$y^2 + 17z^2,$$
$$2y^2 + 2yz + 9z^2,$$

la dernière étant la même que $\frac{y^2 + 17z^2}{2}$. On peut multiplier ces théorèmes particuliers tant qu'on voudra, en prolongeant les tables plus loin; mais ils sont une suite de nos théorèmes généraux. Voici maintenant quelques propriétés particulières aux diviseurs de la *table II.* Nous tâcherons encore de réduire au plus petit nombre les choses qui restent à démontrer.

20. PROP. I. *Il y aura toujours une forme de plus pour les diviseurs* P *que pour les diviseurs* Q; *&* *le nombre des formes de* P *sera égal au nombre de manières dont* a *peut être décomposé en trois carrés.*

21. PROP. II. *Le diviseur* P *sera toujours décomposable en trois carrés; il en sera de même de son double, &* *par conséquent* P *sera à la fois des deux formes*

$$y^2 + z^2 + u^2,\ y^2 + z^2 + 2u^2.$$

On voit, par exemple, que dans la formule $t^2 + 89u^2$, les quatre formes des diviseurs P se décomposent ainsi:

$$y^2 + 89z^2 = y^2 + 25z^2 + 64z^2$$
$$2y^2 + 2yz + 45z^2 = (y + 5z)^2 + (y - 4z)^2 + 4z^2$$
$$5y^2 + 2yz + 18z^2 = (2y + z)^2 + (y - z)^2 + 16z^2$$
$$9y^2 + 2yz + 10z^2 = (2y - z)^2 + (y + 3z)^2 + 4y^2.$$

On décomposeroit semblablement 2 P; mais cette seconde partie de la proposition peut se déduire généralement de la première. Car si $py^2 + 2qyz + rz^2$ est une des formes du diviseur P, on pourra toujours supposer q impair, puisque s'il ne l'étoit pas, on le rendroit tel en faisant $y = y' \pm z$, ce qui ne changeroit point essentiellement la valeur de P. Cela posé, l'un des nombres p & r sera pair, & toutes les formes de P pourront être représentées par la formule

$$py^2 + 2qyz + 2szz.$$

Alors

$$2py^2 + 2qyz + 5z^2$$

ſe trouvera auſſi parmi ces formes, puiſque $2^{\frac{a-1}{2}} = 1$, par la nature du nombre a. Suppoſons, ce qui eſt la première partie de notre propoſition, que toutes les formes de P ſoient décompoſables en trois carrés; on aura

$$2py^2 + 2qyz + 5z^2 = (my + nz)^2 + (m'y + n'z)^2 + (m''y + n''z)^2.$$

Mettant $2z$ à la place de z, le premier membre deviendra le double de $py^2 + 2qyz + 25zz$, c'eſt-à-dire le double d'une forme quelconque de P. Ainſi on aura

$$2P = (my + 2nz)^2 + (m'y + 2n'z)^2 + (m''y + 2n''z)^2;$$

au reſte, il paroît que la *Propoſition II* peut conduire à la *Propoſition I*, comme dans l'*art. 18*.

22. PROP. III. *Les diviſeurs* Q, *ni leurs doubles, ne ſeront jamais décompoſables en trois carrés, à moins d'attribuer des valeurs particulières aux indéterminées* y *&* z. *Ainſi, on ne pourra avoir ni* Q *ni* 2 Q *de la forme*

$$(my + nz)^2 + (m'y + n'z)^2 + (m''y + n''z)^2.$$

Cette propoſition peut ſe démontrer rigoureuſement. Et d'abord il eſt clair que Q ne peut pas être en général la ſomme de trois carrés, puiſque cette propriété ne convient à aucun nombre de la forme $8n - 1$. Voyons donc ſi $2Q$ ſeroit ſuſceptible de cette décompoſition ſans attribuer de valeur aux indéterminées y & z.

On peut faire voir, comme dans l'*article précédent*, que toutes les valeurs de Q peuvent ſe mettre ſous la forme

$$py^2 + 2qyz + 25z^2.$$

Chacune de ces formes eſt accompagnée de celle-ci,

$$2py^2 + 2qy^2 + 5z^2;$$

ce qui ne ſuppoſe cependant pas que le nombre des formes de Q ſoit toujours pair, car il peut arriver que p & s ſoient égaux.

Si donc toutes les valeurs de $2\ Q$ sont décomposables en trois carrés, on aura aussi

$$4py^2 + 4qyz + 2sz^2 = (my + nz)^2 + (m'y + n'z)^2 + 4(m''y + n''z)^2.$$

J'ai supposé que l'un de ces carrés étoit pair; car les trois ne peuvent pas être à la fois impairs. Mettant $2z$ à la place de z, & divisant par 4, on aura

$$py^2 + 2qyz + 2sz^2,$$

ou

$$Q = \frac{(my + 2nz)^2 + (m'y + 2n'z)^2}{4} + (m''y + 2n''z)^2.$$

Mais lorsque la somme de deux carrés est divisible par 4, ils sont nécessairement pairs tous les deux, & par conséquent la valeur de Q seroit toujours décomposable en trois carrés, ce qui est impossible. Donc, ni Q, ni $2\ Q$ ne peuvent être *en général* la somme de trois carrés. Je dis *en général*, & sans attribuer de valeur aux indéterminées; car nous savons qu'en nombres, la valeur particulière de Q sera toujours la demi-somme de trois carrés.

TABLE III.

23. Soit M un diviseur quelconque de la formule $t^2 + bu^2$, on aura toujours $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$. Cette propriété a été démontrée dans le *théorème XI*, & elle a lieu par conséquent pour tous les diviseurs des *tables III* & *IV*. Réciproquement, suivant le *théorème XII*, tout nombre premier c, tel que $C^{\frac{b-1}{2}} = 1$, est un diviseur de la formule $t^2 + bu^2$, & par conséquent est de l'une des formes qui conviennent à ses diviseurs.

Dans la *table III*, le nombre b qui est de la forme $8n + 3$, est en même temps de la forme $p^2 + 2q^2$

Pour diminuer le nombre des formes qui conviennent aux diviſeurs de la formule $t^2 + bu^2$, au lieu de la forme ordinaire $py^2 + 2qyz + rz^2$, nous avons pris celle-ci, $py^2 + qyz + rz^2$, dans laquelle tous les coéfficiens ſont impairs & aſſujettis à l'équation $4pr - q^2 = a$. Voici comment on y parvient directement.

Soit M un diviſeur de la formule $t^2 + bu^2$, en ſorte que $\frac{t^2 + bu^2}{M}$ ſoit égal à un entier, on pourra toujours ſuppoſer que t & u ſont impairs, & faire en conſéquence

$$t^2 + bu^2 = 4Mp.$$

Or, u & $2p$ ſont premiers entr'eux, ſans quoi t & u auroient un commun diviſeur; on peut donc faire $t = 2py + qu$, ce qui donnera

$$M = py^2 + qyu + \frac{q^2 + b}{4p} u^2.$$

Soit $q^2 + b = 4pr$, & mettons, comme à l'ordinaire, z à la place de u, nous aurons

$$M = py^2 + qyz + rz^2,$$

dans laquelle p, q, r ſeront impairs & aſſujettis à la condition $4pr - q^2 = b$.

Soit p le moindre des coéfficiens p & r; ſi q étoit plus grand que p, en faiſant $y = y' + mz$, on pourroit prendre m de manière que dans la transformée, q fût plus petit que p, ou tout au plus égal à p. En procédant ainſi, on peut toujours faire en ſorte que q ne ſurpaſſe ni p ni r, & alors q ſera moindre que $\sqrt{\frac{b}{3}}$; mais comme q ne peut être qu'impair, le nombre des formes du diviſeur M ſera fort limité.

24. Dans le premier exemple de la *table III*, on a $b = 3$, & il en réſulte cette ſeule forme $M = y^2 + yz + z^2$, qui ne diffère pas de celle-ci, $y^2 + 3z^2$; car ſi l'un des deux nombres y & z eſt pair, ou s'ils ſont tous deux impairs,

on trouvera, dans les deux cas, que $y^2 + yz + z^2$ se représente plus simplement par $y'y' + 3z'z'$.

Réciproquement, tout nombre premier c, tel que $c^{\frac{b-1}{2}} = 1$, c'est-à-dire, dans ce cas, tout nombre premier de la forme $3m + 1$ sera diviseur de la formule $t^2 + 3u^2$, & sera par conséquent de la même forme $y^2 + 3z^2$. Cette propriété convient donc à la fois aux nombres A de la forme $12x + 1$ & aux nombres B de la forme $12x - 5$.

Si on fait $b = 11$, on trouve encore pour la seule forme de M, $M = y^2 + yz + 3z^2$. Résolvant ensuite l'équation $c^{\frac{b-1}{2}} = 1$, on trouve d'après la formule $2bx + c$ que tous les nombres premiers des formes $22x + 1, 22x + 3, 22x + 5, 22x - 7, 22x + 9$ sont diviseurs de $t^2 + 11u^2$, & sont par conséquent de la forme $y^2 + yz + 3z^2$ qui revient à $\frac{y^2 + 11z^2}{4}$.

25. Voici maintenant quelques propriétés générales des diviseurs de la *table III.*

PROP. I. *Il y a autant de formes du diviseur* M, *que de manières de partager le nombre* b *en trois carrés.*

PROP. II. *Le double du diviseur* M *est toujours la somme de trois carrés.*

Par exemple, il y a deux manières de décomposer 107, en trois carrés, savoir :

$$81 + 25 + 1$$
$$49 + 49 + 9$$

Aussi le diviseur M est susceptible des deux formes

$$y^2 + yz + 27z^2 = \frac{(y+2z)^2 + (y-z)^2 + 49z^2}{2}$$

$$3y^2 + yz + 9z^2 = \frac{(2y-z)^2 + (y-z)^2 + (y+4z)^2}{2}$$

dont le double, comme on voit, eſt la ſomme de trois carrés.

On pourroit faire voir à peu-près, comme dans l'*art. 18*, que la première propoſition eſt une ſuite de la ſeconde.

TABLE IV.

26. Nous avons déjà dit, à l'occaſion de la *table III*, qu'un diviſeur quelconque M de la formule $t^2 + bu^2$, ſatisfaiſoit toujours à cette condition $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$. Réciproquement, tout nombre premier c, tel que $c^{\frac{b-1}{2}} = 1$ eſt diviſeur de $t^2 + bu^2$, & doit avoir l'une des formes qui conviennent aux diviſeurs de cette formule. Ces formes ne peuvent guère être réduites comme celles de la *table III;* auſſi les avons-nous laiſſées telles que les donne l'équation $pr - q^2 = b$, en obſervant les conditions ordinaires.

Dans le premier exemple, on voit que les nombres premiers des formes $14x + 1$, $14x - 3$, $14x - 5$ ſont diviſeurs de la formule $t^2 + 7u^2$, & ſont par conſéquent de la forme $y^2 + 7z^2$. Cette propoſition eſt donc applicable aux deux eſpèces de nombres premiers, l'une qui comprend les formes

$$28x + 11,\ 28x - 13,\ 28x - 5;$$

l'autre qui comprend les formes

$$28x + 1,\ 28x + 9,\ 28x - 3.$$

On ne connoiſſoit cette propriété que par rapport aux nombres de la forme $28x + 1$, & on voit combien il eſt facile maintenant de multiplier ces ſortes de théorèmes.

Au reſte, il ne ſe rencontre point dans cette table, des propriétés analogues à celles que nous avons remarquées dans les autres. Les diviſeurs M ni leurs doubles ne peuvent plus ſe décompoſer en trois carrés; il paroît ſeulement qu'on pourroit leur donner la forme $p^2 + q^2 + r^2 + 2s^2$, ſemblable à la formule elle-même $t^2 + bu^2$, où l'on peut ſuppoſer $b = f^2 + g^2 + 2h^2$. Mais cette forme eſt trop vague pour mériter quelqu'attention.

Remarque I ſur les Nombres premiers de la Forme 8n — 1.

27. Nous avons déjà dit, d'après Fermat, que les nombres premiers de cette forme ſont toujours la demi-ſomme de trois carrés; & quoique cette propriété ne ſoit point particulière aux nombres premiers de la forme $8n - 1$, puiſque nous nous propoſons de faire voir qu'elle convient à tous les nombres impairs, cependant on n'en a point encore de démonſtration ſolide.

Les nombres premiers de la forme $8n - 1$, conſidérés par rapport aux multiples de 3, ſont compris dans les deux formes $24n - 1$ & $24n + 7$. Mais ſuivant la *table III*, tous les nombres premiers de la forme $12n - 5$, qui comprend $24n + 7$, ſont de la forme $y^2 + 3z^2$. Ils ſont donc la demi-ſomme de trois carrés, & la propoſition à démontrer ne regarde plus que les nombres premiers de la forme $24n - 1$. Ceux-ci conſidérés par rapport aux multiples de 5, ſont ſuſceptibles des quatre formes,

$$120n - 1, \quad 120n + 23, \quad 120n - 49, \quad 120n + 47:$$

or, ſuivant la *table I*, tous les nombres premiers des formes $20n + 3$, $20n + 7$, ſont de la forme $\frac{y^2 + 5z^2}{2}$, qui eſt la demi-ſomme de trois carrés. Il ne s'agit plus que de démontrer la propoſition pour les deux formes reſtantes,

$$120n - 1, \quad 120n - 49.$$

Développant celles-ci par rapport aux multiples de 11, ce qui préſenteroit vingt formes, en excluant les deux diviſibles par 11, on trouve par les diviſeurs de $t^2 + 11u^2$ (*table III*), *(table III)*, que dix de ces formes ont la propriété à démontrer, & que les dix autres sont

$$11 \times 120 n \begin{cases} -1, & -49, \quad -169, \quad -289, \quad -361, \\ -529, & +479, \quad +431, \quad +359, \quad +239. \end{cases}$$

On pourroit continuer ainsi, & réduire toujours à moitié le nombre des formes sur lesquelles la proposition n'est pas encore démontrée; mais cette méthode ne seroit bonne que pour s'assurer de la vérité de la proposition jusqu'à une limite donnée comme 20000 ou 100000, &c. Considérons les choses plus généralement.

28. Nous avons observé que tous les diviseurs de la *table III*, & seulement ceux de la forme $4n - 1$ dans la *table I*, sont toujours la demi-somme de trois carrés. Cette proposition étant supposée, nous allons en tirer une démonstration très-simple de celle de Fermat.

Soit a un nombre premier $8n - 3$, b un nombre premier $8n + 3$, & B le nombre premier, dont il s'agit de la forme $8n - 1$. Si B est diviseur, soit de la formule $t^2 + a u^2$, soit de la formule $t^2 + b u^2$, il sera de la forme mentionnée $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{2}$. Faisons donc voir qu'il est impossible que B ne divise pas quelqu'une des formules $t^2 + a u^2$, $t^2 + b u^2$ des *tables I* & *III*.

1.° Si B ne divisoit aucune des formules $t^2 + a u^2$, on auroit $a^{\frac{B-1}{2}} = 1$, & par conséquent $B^{\frac{a-1}{2}} = 1$, c'est-à-dire, que a seroit toujours diviseur de la formule $t^2 + B u^2$. Donc, parmi les diviseurs P ou $4n + 1$ de cette formule, on trouveroit

$$8 B x \begin{cases} -3, \quad +5, \quad -11, \quad +13, \\ -19, \quad +21, \quad -27, \ \&c. \end{cases}$$

ce qui fait $B - 1$ formés en excluant le terme divisible par B, & prolongeant ces nombres tant qu'ils sont au-dessous de $2B$. Or, on voit déjà qu'il est impossible que toutes ces formes aient lieu à la fois; car il n'y a pas de différence entre les formes des diviseurs simples & celles des diviseurs composés d'une formule quelconque $t^2 + Bu^2$; c'est-à-dire, que si $8Bx + \mu$, $8Bx + \mu'$, &c. représentent toutes les formes possibles des diviseurs simples ou composés de $t^2 + Bu^2$, chacune de ces formes $8Bx + \mu$, par exemple, peut être censée contenir une infinité de nombres premiers. Donc, si on a toutes les formes $8Bx + \mu$, $8Bx + \mu'$, &c. des nombres premiers qui peuvent diviser $t^2 + Bu^2$, ces mêmes formes conviennent aussi aux diviseurs composés de $t^2 + Bu^2$.

Mais avec un peu d'attention, ou simplement par l'inspection de nos tables, on voit que les diviseurs $4n + 1$ de la formule $t^2 + Bu^2$, étant réduits à la forme $8Bx + \mu$, seroient au nombre de $B - 1$. Nous avons déjà $B - 1$ formes,

$$8Bx \left\{ -3, +5, -11, +13, \text{\&c.} \right.$$

qui conviennent aux diviseurs $4n + 1$ de la formule $t^2 + Bu^2$. Nous avons donc toutes les formes, ce qui est absurde, car dans la suite précédente, il n'y a que des diviseurs de la forme $8n - 3$, & aucun de la forme $8n + 1$; cependant deux diviseurs de la forme $8n - 3$, en donnent un de la forme $8n + 1$. On voit encore que s'il existe des diviseurs de la forme

$$8Bx - 3, \; 8Bx + 5, \text{ \&c.}$$

il doit y en avoir des formes

$$8Bx + 9, \; 8Bx - 15, \text{ \&c.}$$

qui pourtant ne sont pas contenues dans les formes supposées, & d'où résulte par conséquent l'impossibilité de ces formes.

2.° On pourroit se dispenser d'aller plus loin; mais prouvons la même chose par la *table III.* Si B ne divisoit aucune des formules $t^2 + bu^2$ de cette Table, on auroit, quel que fût b, $b^{\frac{B-1}{2}} = 1$, & par conséquent $B^{\frac{b-1}{2}} = -1$; donc tous les nombres b de la *table III* diviseroient encore la formule $t^2 + Bu^2$. Il résulte de-là, comme dans le cas précédent, que la formule $t^2 + Bu^2$ auroit des diviseurs de chacune des formes suivantes:

$$8Bx \left\{ +3, -5, +11 -13, +19, \&c. \right.$$

Cette suite renferme encore $B - 1$ termes, & contient par conséquent tous les diviseurs $4n - 1$ de la formule $t^2 + Bu^2$. Mais ici l'opposition est bien manifeste avec les formes des diviseurs du cas précédent; car si $8Bx + \mu$ est un diviseur quelconque de $t^2 + Bu^2$, il faut que $\mu^{\frac{B-1}{2}} = 1$; il est donc bien certain que $8Bx - \mu$ ne peut être alors un diviseur de la même formule: ainsi, non-seulement les deux suites de diviseurs que nous avons trouvées,

$$8Bx \left\{ +3, -5, +11, -13, \&c. \right.$$
$$8Bx \left\{ -3, +5, -11, +13, \&c. \right.$$

ne peuvent pas convenir à la formule $t^2 + Bu^2$, mais même il est impossible qu'il y en ait deux correspondans, tels que $8Bx + 3$ & $8Bx - 3$, qui aient lieu à la fois. Donc il est impossible que le nombre B ne divise pas quelqu'une des formules des *tables I & III*, ou même qu'il n'en divise pas une infinité dans chaque table; donc le nombre B est la demi-somme de trois carrés. Il ne reste plus qu'à démontrer d'une manière générale les propriétés qui ont lieu dans tous les exemples de nos tables, propriétés dont nous avons fait apercevoir la liaison, & qui jouissent déjà d'un très-grand degré de probabilité.

Remarque II, ſur les Nombres en général.

29. Il ne ſeroit pas difficile de prouver par des raiſonnemens ſemblables aux précédens, qu'un nombre impair quelconque eſt toujours diviſeur de quelqu'une des formules priſes dans [illegible] bles. On peut même démontrer qu'il en diviſe une infinité dans chaque table : car il y a une infinité de nombres premiers compris dans la formule $2nx + \nu$, ν & $2n$ étant premiers entr'eux, & x étant une indéterminée.

Cela poſé, 1.° ſi P eſt de la forme $4n + 1$, & qu'il diviſe une formule $t^2 + au^2$ de la première table, on conclura que P eſt la ſomme de trois carrés. *Donc tout nombre de la forme* $4n + 1$ *eſt la ſomme de trois carrés.*

2.° Si M eſt un nombre impair quelconque, & qu'il diviſe une formule $t^2 + bu^2$ de la *table III*, il faudra, par la propriété de cette table *(25)*, que M ſoit la demi-ſomme de trois carrés. Donc *le double de tout nombre impair eſt la ſomme de trois carrés.*

Ces deux propriétés ſont confirmées par la *table II;* car ſi le nombre P de la forme $4n + 1$, diviſe une formule $t^2 + au^2$ de cette table, le nombre P & ſon double ſeront tous deux la ſomme de trois carrés, *(art. 21).*

Quant aux nombres de la forme $4n - 1$, ils ſe diviſent en deux claſſes, les uns de la forme $8n - 1$, les autres de la forme $8n + 3$; ceux-ci ſont toujours la ſomme de trois carrés impairs, ce qui revient à dire que tout nombre eſt compoſé de trois triangulaires. Mais il eſt ſingulier que cette propoſition de Fermat ne ſuive nullement des propriétés précédentes, & demande une toute autre route pour être démontrée. Cependant, comme perſonne n'en doute, nous croyons pouvoir établir cette concluſion :

Tout nombre impair, eſt à la fois des deux formes $x^2 + y^2 + z^2$, $x^2 + y^2 + 2z^2$, *excepté les nombres de la forme* $8n - 1$ *qui ne ſont que de la ſeconde;* d'où il ſuit que, *tout nombre ou ſon double eſt la ſomme de trois carrés.*

Autres Théorèmes sur les nombres premiers.

M. de la Grange a démontré le premier, dans le *tome IV, des Mémoires de Turin*, que l'équation $x^2 - cy^2 = 1$, c étant un nombre quelconque non carré, est toujours susceptible d'une infinité de solutions en nombres entiers. Ce théorème a lieu, à plus forte raison, lorsque c est un nombre premier; mais les différentes formes de ce nombre donnent lieu à d'autres propositions que nous allons démontrer, & qui ont de l'analogie avec celles de nos tables.

THÉORÈME XIII.

30. Si a est un nombre premier de la forme $4n + 1$, l'équation $x^2 - ay^2 = -1$ sera toujours possible en nombres entiers; d'où il suit que tout nombre qui est de la forme $t^2 - au^2$ sera aussi de la forme $au^2 - t^2$, & réciproquement.

En effet, soient p & q, les plus petits nombres (autres que 1 & 0) qui satisfont à l'équation $p^2 - aq^2 = 1$; q doit être pair, sans quoi $aq^2 + 1$ seroit de la forme $qn + 2$ qui ne peut convenir à un carré. On fera donc $p^2 - 1 = 4ar^2$, & cette équation ne pourra se partager que de ces six manières, où l'on suppose $r = mn$:

$$\left.\begin{matrix} p+1 = 4am^2 \\ p-1 = n^2 \end{matrix}\right\}(1)\quad \left.\begin{matrix} p+1 = 4m^2 \\ p-1 = an^2 \end{matrix}\right\}(2)\quad \left.\begin{matrix} p+1 = am^2 \\ p-1 = 4n^2 \end{matrix}\right\}(3)$$

$$\left.\begin{matrix} p+1 = m^2 \\ p-1 = 4an^2 \end{matrix}\right\}(4)\quad \left.\begin{matrix} p+1 = 2an^2 \\ p-1 = 2m^2 \end{matrix}\right\}(5)\quad \left.\begin{matrix} p+1 = 2m^2 \\ p-1 = 2an^2 \end{matrix}\right\}(6)$$

Or, la troisième & la quatrième combinaison ne peuvent avoir lieu, puisqu'on en tireroit $2 = am^2 - 4n^2$ & $2 = m^2 - 4n^2$; il faudroit donc que m fût pair, & alors le second membre seroit divisible par 4. La première & la deuxième ne peuvent avoir lieu par la même raison. La sixième donneroit $m^2 - an^2 = 1$; équation qui ne peut avoir lieu, puisque nous avons supposé que p & q

étoient les plus petits nombres qui satisfaisoient à l'équation $p^2 - aq^2 = 1$, & qu'alors m & n seroient beaucoup plus petits. Donc il reste seulement la cinquième combinaison qui donne $1 = an^2 - m^2$, & qui prouve la possibilité de l'équation $x^2 - ay^2 = -1$. Elle fait voir en même temps, comment on déduit les nombres m & n des plus petits de ceux qui satisfont à l'équation $x^2 - ay^2 = 1$; c'est en faisant $\sqrt{(p + q\sqrt{a})} = m + n\sqrt{a}$, ou $m = \sqrt{\left(\frac{p-1}{2}\right)}$, $n = \sqrt{\left(\frac{p+1}{2a}\right)}$.

31. Lorsque a n'est pas premier, mais qu'il est la somme de deux carrés, il peut arriver que l'équation $x^2 - ay^2 = -1$ soit possible, & cela a lieu dans un grand nombre de cas; mais la règle n'est pas générale, comme semble le croire M. de la Grange, *tome IV des Mémoires de Turin, page 88*, & on la trouve en défaut, lorsque $a = 34, 205, 221$, &c. Ainsi, quoique a soit de la forme $f^2 + g^2$, on ne peut pas dire généralement que tout nombre de la forme $x^2 - ay^2$ soit en même-temps de la forme $ay^2 - x^2$; mais cette proposition est vraie, lorsque a est un nombre premier; car si on a $M = x^2 - ay^2$ & $-1 = m^2 - an^2$, on en conclut $-M = (x^2 - ay^2)(m^2 - an^2)$, produit qui est, comme on sait, de la même forme que ses facteurs.

THÉORÈME XIV.

32. *Si* b *est un nombre premier de la forme* $8n + 3$, *l'équation* $bx^2 - y^2 = 2$ *sera toujours possible en nombres entiers.*

Soient toujours p & q les moindres nombres qui satisfont à l'équation $p^2 - bq^2 = 1$. Si q est impair, & qu'on fasse $q = mn$, on aura ces deux combinaisons,

$$\left.\begin{array}{l} p+1 = bm^2 \\ p-1 = n^2 \end{array}\right\}(1). \qquad \left.\begin{array}{l} p+1 = m^2 \\ p-1 = bn^2 \end{array}\right\}(2).$$

Il résulteroit de la seconde $2 = m^2 - bn^2$, équation impossible; elle l'est évidemment lorsque l'un des deux nombres m & n est pair: lorsqu'ils sont impairs, le second membre est de la forme $8n + 1 - (8n + 3)(8n + 1)$, ou $8n - 2$, qui ne peut se réduire à 2. La première combinaison donneroit $2 = bm^2 - n^2$, ce qui est la proposition à démontrer. Mais voyons si d'autres combinaisons ne pourroient pas avoir lieu: en supposant q pair & $= 2mn$, on pourra faire ces deux combinaisons,

$$\left.\begin{array}{l} p + 1 = 2bm^2 \\ p - 1 = 2n^2 \end{array}\right\}(1). \quad \left.\begin{array}{l} p + 1 = 2m^2 \\ p - 1 = 2bn^2 \end{array}\right\}(2);$$

d'où résulteroit $1 = bm^2 - n^2$; $1 = m^2 - bn^2$. La seconde ne peut avoir lieu, puisque p & q sont par hypothèse les plus petits nombres qui satisfassent à l'équation $p^2 - bq^2 = 1$. La première, $1 = bm^2 - n^2$ n'est pas possible non plus, parce que b n'est pas la somme de deux carrés. Donc enfin il n'y a de possible, parmi les quatre combinaisons examinées, que l'équation $2 = bm^2 - n^2$.

THÉORÈME XV.

33. *Si* b *est un nombre premier de la forme* 8n − 1, *l'équation* $2 = y^2 - bx^2$ *sera toujours possible en nombres entiers.*

Soient toujours p & q les plus petits nombres qui satisfont à l'équation $p^2 - bq^2 = 1$; selon qu'on fait $q = mn$ ou $q = 2mn$, on aura les quatre cas à considérer;

$$\left.\begin{array}{l} p + 1 = bm^2 \\ p - 1 = n^2 \end{array}\right\}(1). \quad \left.\begin{array}{l} p + 1 = m^2 \\ p - 1 = bn^2 \end{array}\right\}(2).$$

$$\left.\begin{array}{l} p + 1 = 2bm^2 \\ p - 1 = 2n^2 \end{array}\right\}(3). \quad \left.\begin{array}{l} p + 1 = 2m^2 \\ p - 1 = 2bn^2 \end{array}\right\}(4).$$

Le troisième donneroit $1 = bm^2 - n^2$, ce qui supposeroit b de la forme $4h + 1$.

Le quatrième donneroit $1 = m^2 - bn^2$; ainsi p & q ne feroient pas les plus petits nombres qui ſatisfont à l'équation $p^2 - bq^2 = 1$, ce qui eſt contre l'hypothèſe.

La première donne $2 = bm^2 - n^2$ ce qui eſt impoſſible, parce que les deux membres ne ſont pas de la même forme. Il reſte donc la ſeconde combinaiſon qui donne $2 = m^2 - bn^2$, & qui a lieu néceſſairement.

34. *Remarque.* Il ſeroit peut-être néceſſaire de démontrer rigoureuſement une choſe que nous avons ſuppoſée dans pluſieurs endroits de cet article, ſavoir, qu'il y a une infinité de nombres premiers compris dans toute progreſſion arithmétique, dont le premier terme & la raiſon ſont premiers entr'eux, ou, ce qui revient au même, dans la formule $2mx + \mu$, lorſque $2m$ & μ n'ont point de commun diviſeur. Cette propoſition eſt aſſez difficile à démontrer, cependant on peut s'aſſurer qu'elle eſt vraie, en comparant la progreſſion arithmétique dont il s'agit, à la progreſſion ordinaire 1, 3, 5, 7, &c. Si on prend un grand nombre de termes de ces progreſſions, le même dans les deux, & qu'on les diſpoſe, par exemple, de manière que le plus grand terme ſoit égal & à la même place de part & d'autre; on verra qu'en omettant de chaque côté les multiples de 3, 5, 7, &c. juſqu'à un certain nombre premier p, il doit reſter des deux côtés le même nombre de termes, ou même il en reſtera moins dans la progreſſion 1, 3, 5, 7, &c. Mais comme dans celle-ci, il reſte néceſſairement des nombres premiers, il en doit reſter auſſi dans l'autre. Je me contente d'indiquer ce moyen de démonſtration qu'il ſeroit trop long de détailler, d'autant plus que ce Mémoire paſſe déjà les bornes ordinaires.

TABLE I.

TABLE I.

Diviseurs de la formule $t^2 + a u^2$, a *étant un nombre premier de la forme* $8n - 3$.

Formule.	Diviseurs P ou $4n+1$, tels que $P^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $P = p^2+q^2+r^2$.	Diviseurs Q ou $4n-1$, tels que $Q^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $2Q = p^2+q^2+r^2$.
$t^2 + 5u^2$	$y^2 + 5z^2$, $20x + 1$, $20x + 9$.	$2y^2 + 2yz + 3z^2$, $20x + 3$, $20x + 7$.
$t^2 + 13u^2$	$y^2 + 13z^2$, $52x$ $+1, +9, +17, +25, -23,$ $-3.$	$2y^2 + 2yz + 7z^2$, $52x$ $+7, +11, +15, +19,$ $-5, -21.$
$t^2 + 29u^2$	$y^2 + 29z^2$ $5y^2 + 2yz + 6z^2$ $116x$ $+1, +5, +9, +13, +25,$ $+33, +45, +49, +53, +57,$ $-51, -35, -23, -7.$	$2y^2 + 2yz + 15z^2$, $3y^2 + 2yz + 10z^2$, $116x$ $+3, +11, +15, +19,$ $+27, +31, +39, +43,$ $+47, +55, -41, -37,$ $-21, -17.$
$t^2 + 37u^2$	$y^2 + 37z^2$, $148x$, $+1, +9, +17, +21, +25,$ $+33, +41, +49, +53, +57,$ $+65, +73, -71, -63, -47,$ $-27, -11, -3.$	$2y^2 + 2yz + 19z^2$, $148x$ $+7, +15, +19, +23,$ $+31, +35, +39, +43,$ $+51, +55, +59, +67,$ $-69, -61, -45, -29,$ $-13, -5.$

Suite de la Table I.

$t^2 + 53u^2$	$y^2 + 53z^2$, $6y^2 + 2yz + 9z^2$, $212x$ $+1, +9, +13, +17, +25,$ $+29, +37, +49, +57, +69,$ $+77, +81, +89, +93, +97,$ $+105, -99, -95, -91, -63,$ $-59, -47, -43, -15, -11,$ $-7.$	$2y^2 + 2yz + 27z^2$ $3y^2 + 2yz + 18z^2$ $212x$ $+3, +19, +23, +27,$ $+31, +35, +39, +51,$ $+55, +67, +71, +75,$ $+79, +83, +87, +103,$ $-101, -85, -73, -65,$ $-61, -45, -41, -33,$ $-21, -5.$
$t^2 + 61u^2$	$y^2 + 61z^2$, $5y^2 + 4yz + 13z^2$, $244x$ $+1, +5, +9, +13,$ $+25, +41, +45, +49,$ $+57, +65, +73, +77,$ $+81, +97, +109, +113,$ $+117, +121, -119, -107,$ $-103, -95, -83, -75,$ $-47, -39, -27, -19,$ $-15, -3.$	$2y^2 + 2yz + 31z^2$, $7y^2 + 6yz + 10z^2$, $244x$ $+7, +11, +23, +31,$ $+35, +43, +51, +55,$ $+59, +63, +67, +71,$ $+79, +87, +91, +99,$ $+111, +115, -105, -101,$ $-93, -89, -85, -69,$ $-53, -37, -33, -29,$ $-21, -17.$
$t^2 + 101u^2$	$y^2 + 101z^2$, $6y^2 + 2yz + 17z^2$, $5y^2 + 4yz + 21z^2$, $9y^2 + 8yz + 13z^2$, $404x$ + &c.	$2y^2 + 2yz + 51z^2$, $3y^2 + 2yz + 34z^2$, $7y^2 + 4yz + 15z^2$, $10y^2 + 6yz + 11z^2$, $404x$ + &c.
$t^2 + 109u^2$	$y^2 + 109z^2$, $5y^2 + 2yz + 22z^2$, $436x$ + &c.	$2y^2 + 2yz + 55z^2$, $10y^2 + 2yz + 11z^2$, $436x$ + &c.

Suite de la Table I.

$t^2 + 149u^2$	$y^2 + 149z^2$, $5y^2 + 2yz + 30z^2$, $6y^2 + 2yz + 25z^2$, $9y^2 + 4yz + 17z^2$.	$2y^2 + 2yz + 75z^2$, $3y^2 + 2yz + 50z^2$, $10y^2 + 2yz + 15z^2$, $11y^2 + 8yz + 15z^2$.
$t^2 + 157u^2$	$y^2 + 157z^2$, $13y^2 + 10yz + 14z^2$.	$2y^2 + 2yz + 79z^2$, $7y^2 + 4yz + 23z^2$.
$t^2 + 173u^2$	$y^2 + 173z^2$, $6y^2 + 2yz + 29z^2$, $13y^2 + 6yz + 14z^2$, $9y^2 + 8yz + 21z^2$.	$2y^2 + 2yz + 87z^2$, $3y^2 + 2yz + 58z^2$, $7y^2 + 6yz + 26z^2$, $11y^2 + 10yz + 18z^2$.
&c.	&c.	&c.

TABLE II.

Diviseurs de la formule $t^2 + au^2$, a *étant un nombre premier de la forme* $8n + 1$.

Formule.	Diviseurs P ou $4n + 1$, tels que $P^{\frac{a-1}{2}} = 1$, $\left.\begin{matrix}P\\ 2P\end{matrix}\right\} = p^2 + q^2 + r^2$.	Diviseurs Q ou $4n - 1$, tels que $Q^{\frac{a-1}{2}} = -1$.
$t^2 + 17u^2$	$y^2 + 17z^2$ $2y^2 + 2yz + 9z^2$ $68x$ $+1, +9, +13, +21, +25, +33, -19, -15.$	$3y^2 + 2yz + 6z^2$ $68x$ $+3, +7, +11, +23, +27, +31, -29, -5.$

Suite de la Table II.

$t^2 + 41u^2$	$y^2 + 41z^2$ $2y^2 + 2yz + 21z^2$ $5y^2 + 4yz + 9z^2$ $164x$ $+1, +5, +9, +21, +25,$ $+33, +37, +45, +49, +57,$ $+61, +73, +77, +81, -59,$ $-51, -43, -39, -31, -23.$	$3y^2 + 2yz + 14z^2$ $6y^2 + 2yz + 7z^2$ $164x$ $+3, +7, +11, +15, +19,$ $+27, +35, +47, +55, +63,$ $+67, +71, +75, +79, -69,$ $-65, -53, -29, -17, -13.$
$t^2 + 73u^2$	$y^2 + 73z^2$ $2y^2 + 2yz + 37z^2$ $292x$ $+1, +9, +25, +37,$ $+41, +49, +57, +61,$ $+65, +69, +77, +81,$ $+85, +89, +97, +105,$ $+109, +121, +137, +145,$ $-143, -127, -123, -119,$ $-111, -91, -79, -75,$ $-71, -67, -55, -35,$ $-27, -23, -19, -3.$	$7y^2 + 4yz + 11z^2$ $292x$ $+7, +11, +15, +31,$ $+39, +43, +47, +51,$ $+59, +63, +83, +87,$ $+95, +99, +103, +107,$ $+115, +131, +135, +139,$ $-141, -133, -129, -125,$ $-117, -113, -101, -93,$ $-53, -45, -33, -29,$ $-21, -17, -13, -5.$
$t^2 + 89u^2$	$y^2 + 89z^2$ $2y^2 + 2yz + 45z^2$ $5y^2 + 2yz + 18z^2$ $9y^2 + 2yz + 10z^2$ $356x$ + &c.	$3y^2 + 2yz + 30z^2$ $6y^2 + 2yz + 15z^2$ $7y^2 + 6yz + 14z^2$ $356x$ + &c.
$t^2 + 97u^2$	$y^2 + 97z^2$ $2y^2 + 2yz + 49z^2$ $388x$ + &c.	$7y^2 + 2yz + 14z^2$ $388x$ + &c.

TABLE III.

Diviseurs de la formule t² + b u², b *étant un nombre premier de la forme* 8 n + 3.

Formule.	Diviseurs M, tels que $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$, & $2M = p^2 + q^2 + r^2$.
$t^2 + 3u^2$	$y^2 + yz + z^2 = y'y' + 3z'z'$ $6x + 1$.
$t^2 + 11u^2$	$y^2 + yz + 3z^2$ $22x + 1, + 3, + 5, + 9, - 7$.
$t^2 + 19u^2$	$y^2 + yz + 5z^2$ $38x + 1, + 5, + 7, + 9, + 11, + 17, - 15, - 13, - 3$.
$t^2 + 43u^2$	$y^2 + yz + 11z^2$ $172x$ $+ 1, + 9, + 11, + 13, + 15, + 17, + 21, + 23, + 25, + 31, + 35, + 41, - 39, - 37, - 33, - 29, - 27, - 19, - 7, - 5, - 3$.
$t^2 + 59u^2$	$y^2 + yz + 15z^2$ $3y^2 + yz + 5z^2$ $236x$ $+ 1, + 3, + 5, + 7, + 9, + 15, + 17, + 19, + 21, + 25, + 27, + 29, + 35, + 41, + 45, + 49, + 51, + 53, + 57, - 55, - 47, - 43, - 39, - 37, - 33, - 31, - 23, - 13, - 11$.

Suite de la Table III.

$t^2 + 67u^2$	$y^2 + yz + 17z^2$ $268x$ $+1, +9, +15, +17, +19, +21, +23,$ $+25, +29, +33, +35, +37, +39, +47,$ $+49, +55, +59, +65, -63, -61, -57,$ $-53, -51, -45, -43, -41, -31, -27,$ $-13, -11, -7, -5, -3.$
$t^2 + 83u^2$	$y^2 + yz + 21z^2$ $3y^2 + yz + 7z^2$ $332x +$ &c.

TABLE IV.

Diviseurs de la formule $t^2 + bu^2$, b *étant un nombre premier de la forme* $8n - 1$.

Formule.	Diviseurs M, toujours tels que $M^{\frac{b-1}{2}} = 1$.
$t^2 + 7u^2$	$y^2 + 7zz$ $28x$ $+1, -3, -5.$
$t^2 + 23u^2$	$y^2 + 23z^2$ $3y^2 + 2yz + 8z^2$ $92x$ $+1, +3, -5, -7, +9, -11, +13,$ $-15, -17, -19, -21.$

Suite de la Table IV.

$t^2 + 31\,u^2$	$y^2 + 31\,z^2$ $5\,y^2 + 4\,yz + 7\,z^2$ $124\,x$ $+ 1, - 3, + 5, + 7, + 9, - 11, - 13,$ $- 15, - 17, + 19, - 21, - 23, + 25, - 27,$ $- 29.$
$t^2 + 47\,u^2$	$y^2 + 47\,z^2$ $3\,y^2 + 2\,yz + 16\,z^2$ $7\,y^2 + 6\,yz + 8\,z^2$ $188\,x$ $+ 1, + 3, - 5, + 7, + 9, - 11, - 13,$ $- 15, + 17, - 19, + 21, - 23, + 25, + 27,$ $- 29, - 31, - 33, - 35, + 37, - 39, - 41,$ $- 43, - 45.$
$t^2 + 71\,u^2$	$y^2 + 71\,z^2$ $3\,y^2 + 2\,yz + 24\,z^2$ $8\,y^2 + 2\,yz + 9\,z^2$ $5\,y^2 + 4\,yz + 15\,z^2$ $284\,x$ $+ 1, + 3, + 5, - 7, + 9, - 11, - 13,$ $+ 15, - 17, + 19, - 21, - 23, + 25, + 27,$ $+ 29, - 31, - 33, - 35, + 37, - 39, - 41,$ $+ 43, + 45, - 47, + 49, - 51, - 53, - 55,$ $+ 57, - 59, - 61, - 63, - 65, - 67, - 69.$
$t^2 + 71\,u^2$	$y^2 + 79\,z^2$ $5\,y^2 + 2\,yz + 16\,z^2$ $8\,y^2 + 6\,yz + 11\,z^2$ $316\,x$ + &c.

DESCRIPTION
D'UNE BOUSSOLE,
Dont l'Aiguille est suspendue par un fil de soie.

Par M. COULOMB.

DANS une addition aux Recherches sur les aiguilles aimantées, imprimées dans le XI^e volume des Savans étrangers, j'ai décrit, *page 215*, une boussole à suspension de fil de soie, destinée à déterminer les variations diurnes. Celle que je présente aujourd'hui est construite d'après les mêmes principes; mais elle est plus simple dans sa construction, plus commode dans ses usages.

Il faut se ressouvenir qu'il est prouvé, *page 205 & suivantes* du Mémoire que je viens de citer, qu'en prenant les précautions qui y sont indiquées, la force de torsion d'un fil de soie ne peut influer que d'une manière insensible, sur la direction d'une aiguille aimantée suspendue à ce fil.

Il est également prouvé, *page 209 & suivantes,* que la résistance de l'air n'influe pas sur la direction de l'aiguille, ou n'y influe que pour une quantité que l'on peut négliger.

Enfin, il est démontré, *page 221 & suivantes,* de ce même Mémoire, que lorsqu'une lame aimantée est suspendue horizontalement, si l'on trace une ligne quelconque sur cette lame, & que l'on observe la direction de cette ligne, avant & après le renversement de la lame, la direction de la ligne méridienne magnétique partagera en deux parties égales l'angle formé entre les deux directions observées.

La *figure 1.re* représente en perspective toutes les parties de notre nouvelle boussole.

ABCD

ABCD eſt un bloc de pierre taillé à angles droits & qui ſert de ſemelle à la bouſſole : cette pierre a vingt-quatre pouces de longueur, neuf pouces de largeur & quatre à cinq pouces d'épaiſſeur; le long côté *B D* ſe poſe à peu-près dans la direction du méridien magnétique du lieu où ſe fait l'obſervation. A dix pouces de diſtance du côté *A B*, l'on fixe en *a e* parallèlement à ce côté *A B*, une lame de cuivre rouge de dix-huit lignes de largeur, de cinq pouces de longueur & de deux à trois lignes d'épaiſſeur; cette lame eſt noyée & cimentée dans une échancrure faite à la pierre. Sur cette plaque, s'élève perpendiculairement une fourchette *df*, fixée par ſes talons *da*, ſur la première plaque de cuivre, au moyen des vis que l'on voit à la figure. Dans la partie ſupérieure de cette fourchette, en *f*, eſt la pince de ſuſpenſion que l'on voit en détail à la deuxième figure; le bouton *a* ſert à tourner cette pince; en *b*, eſt la fente qui ſaiſit le fil de ſuſpenſion; en *c*, eſt l'anneau qui ſerre la pince : en *f*, *figure 1*, au haut de la fourchette, l'on place un petit cercle horizontal dont le centre répond au centre du trou de la pince, ce cercle diviſé en degrés, ſervira, ſi l'on veut, à connoître de combien un angle de torſion donné, pourra éloigner l'aiguille de ſon méridien magnétique.

La *fig. 3* repréſente une ſeconde pince ſuſpendue au fil de ſoie par ſa partie ſupérieure *a*, & qui, par ſa partie inférieure *b*, ſaiſit l'aiguille aimantée, qui, par ce moyen, ſe trouve ſuſpendue de champ. L'aiguille aimantée eſt repréſentée, *fig. 1* en *hi*; elle a ſix pouces de longueur depuis *h* juſqu'en *k*, où eſt ſon point de ſuſpenſion, & douze pouces depuis ce point *k*, juſqu'à ſon autre extrémité *i*; en ſorte qu'elle a en tout dix-huit pouces de longueur. En *h*, eſt un coulant qui ſert de contre-poids pour établir l'aiguille dans une poſition horizontale; en *i*, eſt une petite plaque d'argent ſoudée horizontalement au-deſſus de l'aiguille, & ſur laquelle on trace un trait dans la direction *hi*, milieu de l'épaiſſeur de l'aiguille. Cette aiguille doit être de bon acier, bien dreſſée, trempée d'abord très-roide, & revenue à la conſiſtance de reſſort; aimantée enſuite par la méthode de la double touche, l'on peut lui donner d'autres dimenſions que celles que je viens d'indiquer, pourvu que l'on proportionne la force du fil de ſuſpenſion à ſon poids. Celle dont je me ſers a dix lignes de largeur à l'extrémité *h*, trois lignes à l'extrémité *i*, & trois quarts de ligne d'épaiſſeur uniformément.

Pour obſerver la variation de cette aiguille, l'on ſe ſert, *figure 1*, du micromètre *lmnpq* de cuivre rouge; il eſt composé d'une ſemelle *lp*; de deux montans *lm*, *pn*; d'un chaſſis horizontal *nm*; d'un curſeur *s*, qui porte à ſon centre une lunette microſcopique à deux verres *rt*: le foyer de cette lunette microſcopique eſt placé à douze pouces de diſtance du fil de ſuſpenſion *fk*. Le chaſſis *mn* du micromètre, eſt repréſenté en détail & en plan à la *fig. 4*. L'on voit que le côté *ab* de ce chaſſis, eſt diviſé de chaque côté, à partir de ſon milieu *o*, en huit parties égales, dont les deux ou trois premières de chaque côté repréſentent des degrés, parce que l'arc, le ſinus & la tangente ſe confondent dans les premiers degrés. Chacun de ces degrés eſt diviſé en quatre parties, qui ſont par conſéquent égales chacune à quinze minutes.

Chaque côté *od*, *oq* du curſeur, correſpond à trois degrés & demi, & eſt diviſé en quinze parties, dont chacune, par conſéquent, égale quatorze minutes, ou diffère d'une minute de chaque diviſion du chaſſis, ce qui forme un nonius qui meſure les minutes. Comme dans les variations diurnes, l'aiguille a rarement plus de trente minutes de mouvement, l'on peut ſans erreur ſenſible dans l'obſervation, prendre les diviſions pour des degrés: ſi cependant les variations étoient conſidérables, ou ſi dans les variations que l'aiguille auroit éprouvées, depuis le commencement des obſervations, elle étoit arrivée à deux ou trois degrés de diſtance de la première diviſion *o*, l'on pourroit, ſi l'on vouloit une plus grande préciſion, calculer les variations angulaires, d'après les mesures données par la tangente divisée ici en parties égales.

La lunette microscopique a deux fils de soie très-fins recroisés à son foyer; il faut tourner cette lunette qui sert à observer le trait de l'aiguille en *i*, de manière que ce trait se peigne au foyer de la lunette, suivant l'alignement d'un des fils : l'on fait suivre au curseur *(fig. 4) qkpd,* les mouvemens de l'aiguille, au moyen d'une vis *cg,* & d'une rainure taillée en biseau sur les côtés intérieurs du chassis, dans laquelle rainure le curseur glisse.

Je n'étendrai pas plus loin cette description, d'autant plus que les proportions de la plupart des parties de cette boussole, changées dans l'exécution, n'altèrent pas son effet, pourvu que la mobilité de l'aiguille reste la même.

Les fils de soie ne demandent aucune préparation; on les réunit en jetant plusieurs cocons dans l'eau bouillante, & en les dévidant à la croisade, comme on le pratique dans les manufactures, ou seulement en les froissant au sortir de l'eau bouillante entre les deux doigts. Quoique la force de chaque fil de soie varie beaucoup, elle est rarement moindre que quatre-vingts grains; mais il ne faut compter dans la pratique, après leur réunion, que sur une force de cinquante grains pour chacun. L'on peut, si l'on veut, suppléer à l'eau bouillante, & réunir plusieurs fils de soie en les trempant dans de l'eau gommée; quoiqu'ils prennent par cette opération un peu plus de roideur que par le premier moyen, cette roideur n'est pas assez considérable pour déplacer sensiblement l'aiguille.

Avant de placer notre aiguille dans la pince de suspension *ab, fig. 3,* il faut, comme nous l'avons dit dans le Mémoire déjà cité, y suspendre d'abord une lame, soit de plomb, soit de cuivre, qui puisse tourner dans la fourchette de suspension, & qui ait absolument le même poids que l'aiguille que l'on y substituera, lorsque le premier corps suspendu s'étant arrêté naturellement à peu-près dans le méridien magnétique, annoncera qu'il n'y a plus aucune force de torſion dans la ſuſpenſion.

La fourchette, *fig. 1*, aura dix-huit pouces de hauteur; cette hauteur eſt ſuffiſante pour donner au fil de ſuſpenſion douze à quinze pouces de longueur.

Toutes les parties que nous venons de décrire, ſont celles qui conſtituent eſſentiellement la bouſſole; mais la grande ſenſibilité de l'aiguille ainſi ſuſpendue, rendroit toute obſervation impraticable, ſi cette aiguille étoit découverte & expoſée à tous les mouvemens de l'air de la chambre où ſe fait l'obſervation. La boîte, *fig. 5*, nous a paru dans la pratique aſſez commode, pour couvrir notre bouſſole; elle eſt conſtruite de manière qu'on peut, lorſqu'il y a quelque choſe à rétablir, la démonter & remonter, ſans toucher à aucune des parties de la bouſſole : cette boîte eſt formée, *fig. 5*, de deux pièces; la première *AadDBbC*, a vingt-deux pouces de longueur, cinq pouces & demi de largeur, & quatre pouces de hauteur; elle eſt entièrement ouverte à ſon fond, ſon couvercle eſt ouvert dans la partie *bd*, pour y placer une glace *1 2 3 4*, à travers laquelle l'on doit obſerver l'aiguille. L'autre extrémité *ac* de la boîte eſt échancrée en *xy*, juſqu'en *zu*, ſur neuf pouces de longueur; c'eſt dans cette échancrure que ſe trouve placée la fourchette *df* de la *figure 1*, lorſque l'on fait gliſſer cette boîte deſſous le micromètre, de manière que l'extrémité *ac*, *fig. 5*, dépaſſe d'un pouce l'extrémité *h* de l'aiguille, *fig. 1*.

La partie ſupérieure de la fourchette eſt recouverte par une ſeconde boîte, *fig. 5*, qui a trois pouces & demi de largeur en tous ſens, ſur dix-huit à vingt pouces de hauteur, & qui au moyen du cadre *egh*, qui termine ſa partie inférieure, ſe lie par quatre vis ſur le couvercle *ab*. Lorſque la bouſſole eſt ainſi couverte par la boîte, l'on bouche l'échancrure avec deux petites règles, l'on colle enſuite du papier ſur tous les joints pour empêcher l'air de pénétrer dans l'intérieur de la boîte.

L'on conçoit, ainſi qu'il eſt prouvé dans le Mémoire déjà cité, que d'après le genre de ſuſpenſion que nous avons employé pour notre aiguille, elle a une très-grande mobilité, qu'elle obéit facilement à la plus petite action, que le moindre ébranlement la met en oſcillation, ce qui exige des précautions de la part de l'obſervateur ; l'on pourroit cependant diminuer en grande partie cette mobilité, par le moyen ſuivant : l'on ſoudera, *figure 1*, ſous l'aiguille & ſuivant ſon plan, une lame de cuivre ou d'argent, très-légère, de trois ou quatre pouces de hauteur, d'un quart de ligne d'épaiſſeur; ſa longueur pourroit être de huit ou dix lignes ſeulement à ſa partie ſupérieure, où elle eſt jointe à l'aiguille; mais elle iroit en augmentant à ſa partie inférieure, où elle ſeroit de trois à quatre pouces. L'on feroit plonger cette lame dans un vaſe rempli d'eau, poſé ſous l'aiguille, mais qui lui laiſſe en entier la liberté de ſes mouvemens : au moyen d'un petit tuyau, l'on entretiendroit l'eau du vaſe toujours au même niveau. Nous avons fait voir dans le *volume de l'Académie de 1784*, par des expériences qui paroiſſent déciſives, que la cohérence de l'eau contre les corps ne pouvoit influer ſur leur poſition, lorſqu'ils parvenoient à l'état de repos; ainſi il réſulte de ces expériences & de la conſtruction qui précède, que la lame de cuivre, plongée dans l'eau, arrêtera rapidement les oſcillations de l'aiguille, ſans altérer la direction du méridien magnétique. L'on pourroit ſouder un ſecond plan de cuivre vertical, perpendiculairement au premier, ou au plan de l'aiguille; ces deux plans arrêteroient très-promptement dans tous les ſens les différens mouvemens de l'aiguille: mais quoique le moyen qui précède, doive diminuer ſenſiblement les inconvéniens de la grande mobilité dûe à notre ſuſpenſion, il ne faut négliger aucune des autres précautions qui peuvent faciliter les obſervations. C'eſt ce qui m'a déterminé à fixer d'une manière invariable toutes les parties de ma bouſſole, ſur une pierre très-peſante; à ſéparer en entier le micromètre de la fourchette de ſuſpenſion, de manière qu'en tournant doucement la vis du micromètre, il n'en pût résulter aucun mouvement dans l'aiguille. L'on doit observer de placer, s'il est possible, cette boussole à un rez-de-chaussée, ou au moins sur une voûte d'un bâtiment très-solide, & que cet emplacement soit tel que les différentes parties de la boîte ne puissent pas acquérir des degrés de température différens; autrement il se forme des courans circulaires d'air, qui déplacent & mettent l'aiguille en oscillation.

Enfin il faut, dans le moment de l'observation, s'approcher doucement de la tête de la boussole, & ramener légèrement au moyen de la vis du micromètre, le foyer de la lunette microscopique, sur le trait de l'aiguille.

Si malgré toutes ces précautions, il arrive quelquefois qu'au moment de l'observation, l'on trouve l'aiguille en mouvement, ce mouvement doit être occasionné par l'état plus ou moins électrique, la position, la température des différens corps, ou même des masses d'air qui avoisinent l'aiguille; il faut, dans ce cas, peu compter sur les observations, la force magnétique étant probablement pour lors altérée par des forces étrangères au magnétisme: sans cela, il seroit assez facile de déterminer la véritable position de l'aiguille en oscillation, en mesurant au moyen du micromètre, l'amplitude totale de l'oscillation; la moitié de cette amplitude donneroit la véritable position de l'aiguille, lorsqu'elle cessera d'osciller.

D'après les remarques qui précèdent, & qui annoncent que les aiguilles sont quelquefois agitées par des forces étrangères au magnétisme, j'avois proposé, en 1778, d'avoir toujours en observation deux aiguilles absolument semblables, mais dont les forces aimantaires fussent très-différentes, dans le rapport, par exemple, de 4 à 1, ce qui se détermine facilement par le nombre des oscillations. Lorsque des forces étrangères au magnétisme agiroient sur ces aiguilles, celle qui seroit plus foiblement magnétisée, seroit déplacée dans la raison inverse de sa force directrice.

Je ne comparerai pas cette nouvelle suspension avec celle par des chapes ſur des pivots, dont j'ai détaillé une partie des défauts, en 1777, dans le IX.^{me} *volume des Savans étrangers* (a).

Détermination du Méridien magnétique.

La bouſſole deſtinée à déterminer le méridien magnétique, eſt conſtruite d'après les mêmes principes que celle que nous venons de décrire; mais ſon aiguille qui a dix-huit pouces de longueur, eſt de la même largeur & de la même épaiſſeur dans toute cette longueur. On la ſuſpend par ſon milieu, comme on peut le voir, *fig. 6;* il faut qu'elle ſoit parfaitement dreſſée & ſuſpendue par ſon champ bien verticalement: par le milieu de ſon épaiſſeur, l'on tire un trait d'une extrémité à l'autre, & l'on obſerve les deux extrémités de ce trait, au moyen des deux micromètres, comme l'indique la *figure 6*.

Comme notre aiguille eſt par-tout d'une épaiſſeur égale & très-petite, comme on la ſuppoſe bien dreſſée, qu'elle eſt ſuſpendue de champ, le plan qui partage ſon épaiſſeur, vu verticalement par la ligne tracée ſur ſon champ, ſera à très-peu-près dans le méridien magnétique. Ainſi les deux foyers des microſcopes ſe trouveront, après l'obſervation, dans cette ligne méridienne; ainſi en tendant un fil d'argent ſous ces deux foyers, après avoir ôté l'aiguille, & prolongeant ce fil d'argent juſqu'à une ligne méridienne tracée dans le lieu de l'obſervation, il ſera facile de déterminer l'angle que formera le fil d'argent prolongé avec cette méridienne; & par conſéquent il ſera facile d'avoir l'angle du méridien avec le méridien magnétique. L'on

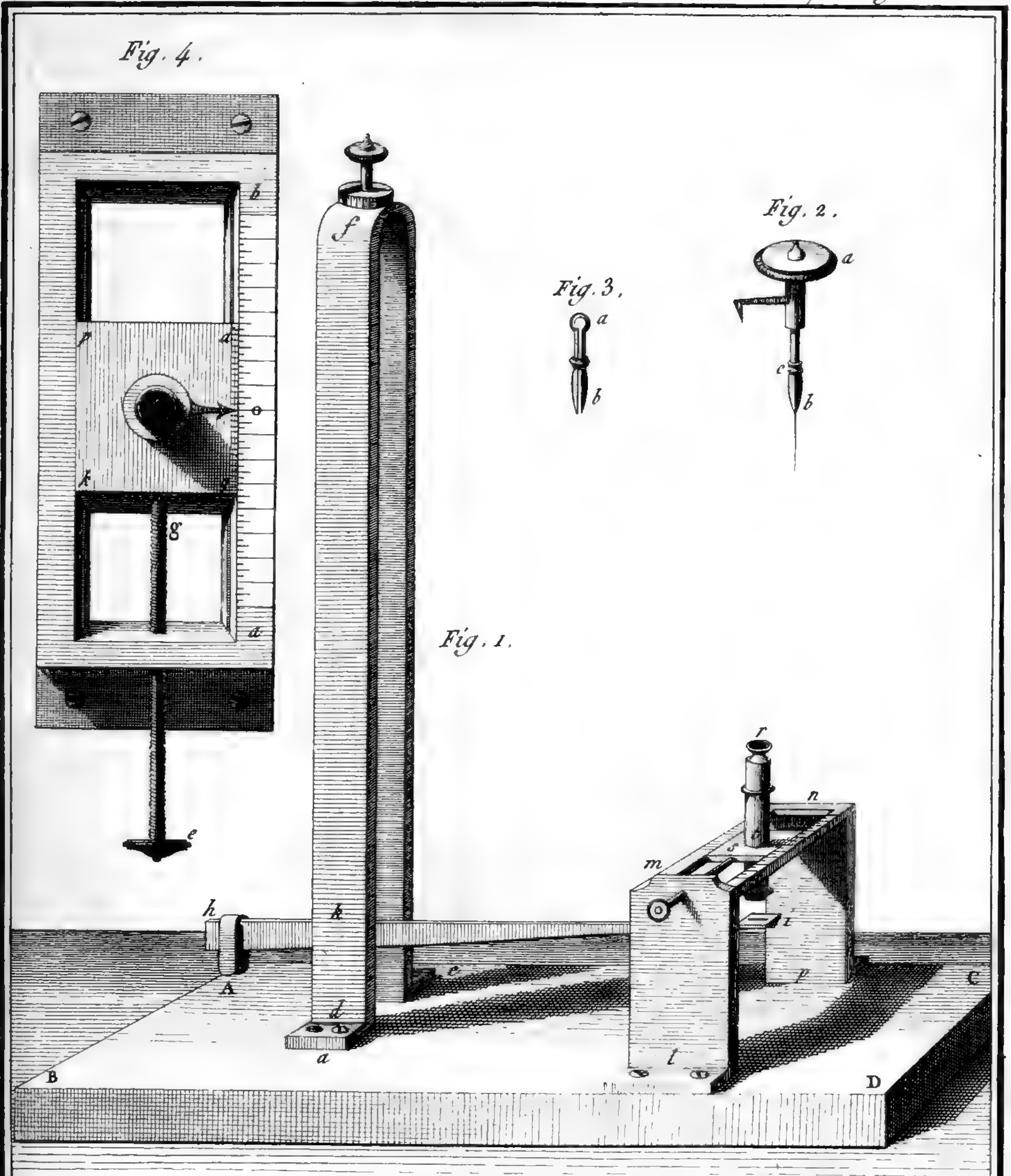
(a) M. de Caſſini ſe ſert, depuis pluſieurs années, pour obſerver les variations diurnes, de bouſſoles conſtruites d'après les principes que je viens d'expoſer. Il rend compte tous les ans du réſultat de ſes obſervations, des précautions qu'il prend pour en aſſurer l'exactitude. J'ai cru néceſſaire de ſuſpendre la publication de ce Memoire, juſqu'au moment où le travail d'un obſervateur auſſi intelligent eût aſſuré le ſuccès de la bouſſole que je viens d'y décrire, & eût preſcrit la manière de s'en ſervir.

pourra, au lieu de cette opération graphique, se servir avantageusement d'un secteur *BACD*, *fig. 9*, sur lequel le trait de la première division partagera la branche *AB* par le milieu; cette branche dépassant le limbe du secteur, d'une longueur *CB*, de deux à trois pieds; l'on fera glisser cette branche sous les microscopes, de manière que la ligne *AB* se trouve répondre aux deux foyers: le secteur étant placé horizontalement au moyen de la lunette *LV*, l'on relèvera quelque point à l'horizon, dont le gisement, relativement au lieu où l'on fait l'observation, sera déterminé.

Remarque.

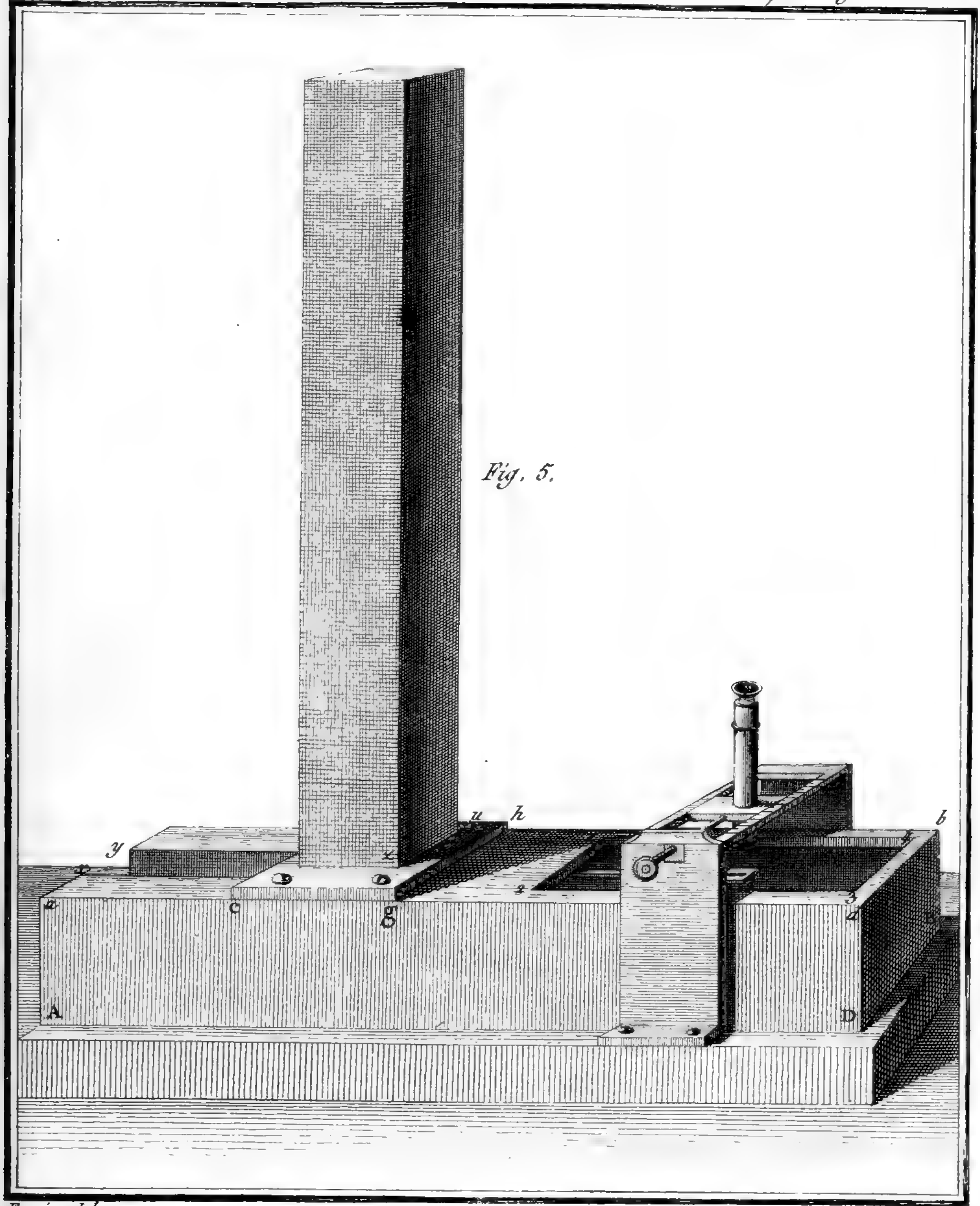
Comme, dans la pratique, il est assez difficile de pouvoir se procurer une lame d'acier peu épaisse, qui soit parfaitement dressée, l'on peut, si l'on veut, se servir d'une aiguille *(figure 7)* suspendue horizontalement dans une boîte *A*, dont on voit le profil à la *figure 8;* aux deux extrémités de la lame, sont soudés deux petits anneaux *n*, *s* d'argent ou de cuivre; l'on tend un fil de soie ou d'argent très-fin, de *n* en *s*. dont on observe la direction, au moyen des deux micromètres, avant & après avoir retourné l'aiguille : la moitié de la différence des deux directions observées, déterminera le méridien magnétique.

PREMIER



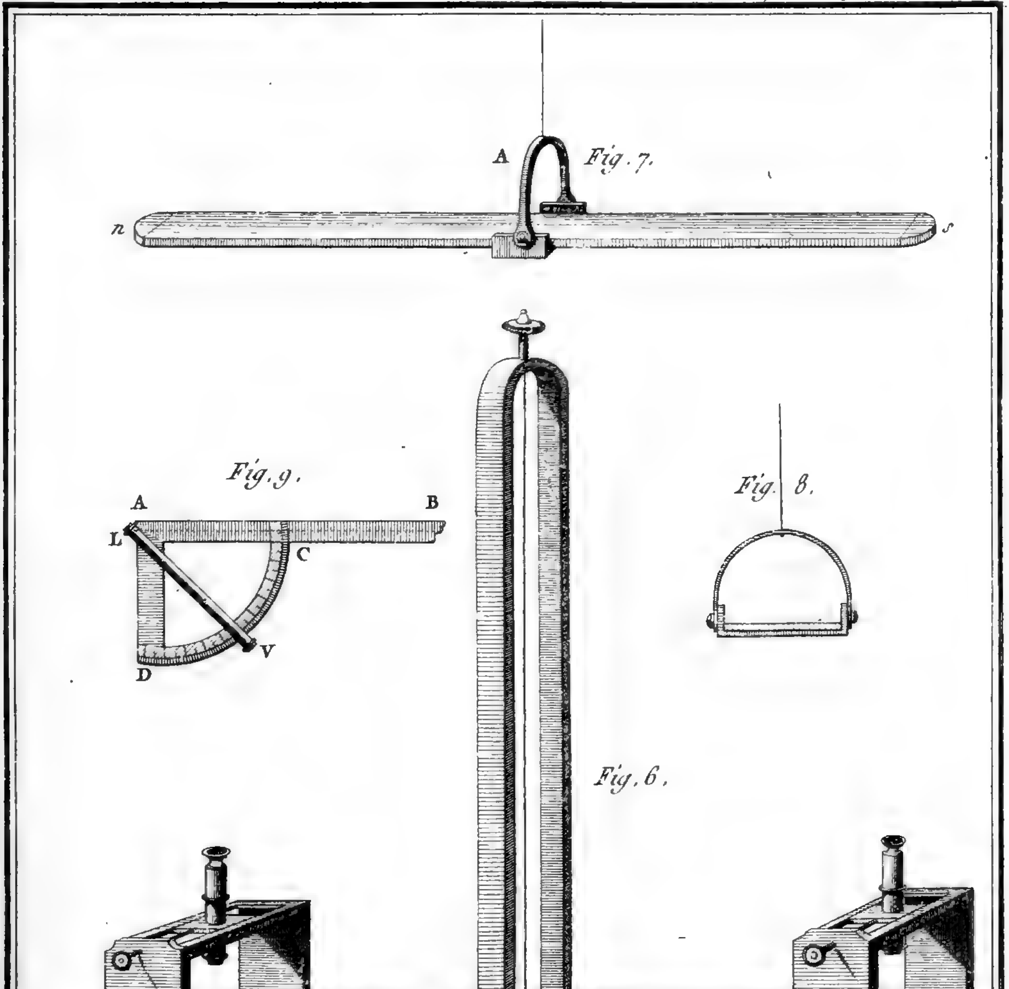
Fossier del *Y. le Gouaz sc.*

Mém. de l'Ac. R. des Sc. An. 1785. Pag. 568. Pl. XI.



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.



Fossier del | Y. le Gouaz sc.

PREMIER MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

Par M. COULOMB.

Construction & usage d'une Balance électrique, fondée sur la propriété qu'ont les Fils de métal, d'avoir une force de réaction de Torsion proportionnelle à l'angle de Torsion.

Détermination expérimentale de la loi suivant laquelle les élémens des Corps électrisés du même genre d'Électricité, se repoussent mutuellement.

DANS un Mémoire donné à l'Académie, en 1784, j'ai déterminé, d'après l'expérience, les loix de la force de torsion d'un fil de métal, & j'ai trouvé que cette force étoit, en raison composée de l'angle de torsion, de la quatrième puissance du diamètre du fil de suspension & de l'inverse de sa longueur, en multipliant le tout par un coéfficient constant qui dépend de la nature du métal, & qui est facile à déterminer par l'expérience.

J'ai fait voir dans le même Mémoire, qu'au moyen de cette force de torsion, il étoit possible de mesurer avec précision des forces très-peu considérables, comme, par exemple, un dix millième de grain. J'ai donné dans le même Mémoire une première application de cette théorie, en cherchant à évaluer la force constante attribuée à l'adhérence dans la formule qui exprime le frottement de la surface d'un corps solide en mouvement dans un fluide.

Je mets aujourd'hui sous les yeux de l'Académie, une balance électrique construite d'après les mêmes principes;

elle meſure avec la plus grande exactitude l'état & la force électrique d'un corps, quelque foible que ſoit le degré d'électricité.

Conſtruction de la Balance.

Quoique la pratique m'ait appris que, pour exécuter d'une manière commode pluſieurs expériences électriques, il faut corriger quelques défauts dans la première balance de ce genre que j'ai fait faire; cependant, comme c'eſt juſqu'ici la ſeule dont je me ſois ſervi, j'en vais donner la deſcription, en avertiſſant que ſa forme & ſa grandeur peuvent & doivent être variées ſuivant la nature des expériences que l'on a deſſein de faire. La figure première repréſente en perſpective cette balance, dont voici le détail.

Sur un cylindre de verre *A B C D*, de 12 pouces de diamètre & de 12 pouces de hauteur, l'on place un plateau de verre de 13 pouces de diamètre, qui recouvre en entier le vaiſſeau de verre; ce plateau eſt percé de deux trous de 20 lignes à peu-près de diamètre, l'un au milieu, en *f*, ſur lequel s'élève un tuyau de verre de 24 pouces de hauteur; ce tuyau eſt cimenté ſur le trou *f*, avec le ciment en uſage dans les appareils électriques : à l'extrémité ſupérieure du tuyau en *h*, eſt placé un micromètre de torſion que l'on voit en détail à la *figure 2*. La partie ſupérieure, *n.° 1*, porte le bouton *b*, l'index *i o*, & la pince de ſuſpenſion *q;* cette pièce entre dans le trou *G* de la pièce *n.° 2;* cette pièce, *n.° 2* eſt formée d'un cercle *a b* diviſé ſur ſon champ en 360 degrés, & d'un tuyau de cuivre Φ qui entre dans le tuyau *H, n.° 3,* ſoudé à l'intérieur de l'extrémité ſupérieure du tuyau ou de la tige *f h* de verre de la *figure 1.ère*. La pince *q, figure 2, n.° 1,* a à peu-près la forme de l'extrémité d'un porte-crayon ſolide, qui peut ſe ſerrer au moyen de l'anneau *q;* c'eſt dans la pince de ce porte-crayon, qu'eſt ſaiſie l'extrémité d'un fil d'argent très-fin; l'autre extrémité du fil d'argent eſt ſaiſie *(fig. 3)*, en *P*, par la pince d'un cylindre *P o* de cuivre ou de fer, dont le diamètre n'a guère qu'une ligne, & dont l'extrémité *P* eſt fendue, & forme une pince qui ſe ſerre par le moyen du coulant Φ. Ce petit cylindre eſt renflé & percé en *C*, pour y faire gliſſer (*fig.* 1) l'aiguille *ag*: il faut que le poids de ce petit cylindre ſoit aſſez conſidérable pour tendre le fil d'argent ſans le rompre. L'aiguille que l'on voit (*fig.* 1) en *a g*, ſuſpendue horizontalement à la moitié à peu-près de la hauteur du grand vaſe qui la renferme, eſt formée, ou d'un fil de ſoie enduit de cire d'Eſpagne, ou d'une paille également enduite de cire d'Eſpagne, & terminée depuis *q* juſqu'en *a*, ſur 18 lignes de longueur, par un fil cylindrique de gomme-laque: à l'extrémité *a* de cette aiguille, eſt une petite balle de ſureau de deux à trois lignes de diamètre; en *g*, eſt un petit plan vertical de papier paſſé à la térébenthine, qui ſert de contre-poids à la balle *a*, & qui ralentit les oſcillations.

Nous avons dit que le couvercle *AC* étoit percé d'un ſecond trou en *m*; c'eſt dans ce ſecond trou que l'on introduit un petit cylindre *m*Φ*t*, dont la partie inférieure Φ*t* eſt de gomme-laque; en *t*, eſt une balle également de ſureau; autour du vaſe, à la hauteur de l'aiguille, l'on décrit un cercle *zQ* diviſé en 360 degrés: pour plus de ſimplicité, je me ſers d'une bande de papier diviſée en 360 degrés, que je colle autour du vaſe, à la hauteur de l'aiguille.

Pour commencer à opérer avec cet inſtrument, je fais à peu-près, en plaçant le couvercle, répondre le trou *m* à la première diviſion, ou au point *o* du cercle *zoq* tracé ſur le vaſe. Je place l'index *oi* du micromètre ſur le point *o* ou la première diviſion de ce micromètre; je fais enſuite tourner tout le micromètre dans le tube vertical *fh*, juſqu'à ce qu'en regardant par le fil vertical qui ſuſpend l'aiguille, & le centre de la balle, l'aiguille *ag* ſe trouve répondre à la première diviſion du cercle *zoq*. J'introduis enſuite par le trou *m* l'autre balle *t* ſuſpendue au fil *m*Φ*t*, de manière qu'elle touche la balle *a*, & qu'en regardant par le centre du fil de ſuſpenſion & la balle *t*, l'on rencontre la première diviſion *o* du cercle *z o q*. La balance eſt actuellement en état de ſe prêter à toutes les opérations; nous allons en donner pour exemple, le moyen dont nous nous ſommes ſervi pour déterminer la loi fondamentale ſuivant laquelle les corps électriſés ſe repouſſent.

Loi fondamentale de l'Électricité.

La force répulſive de deux petits globes électriſés de la même nature d'electricité, eſt en raiſon inverſe du carré de la diſtance du centre des deux globes.

EXPÉRIENCE.

L'on éléctriſe, *fig.* 4. un petit conducteur, qui n'eſt autre choſe, qu'une épingle à groſſe tête, qui ſe trouve iſolée en enfonçant ſa pointe dans l'extrémité d'un bâton de cire d'Eſpagne; l'on introduit cette épingle dans le trou *m*, & on lui fait toucher la balle *t*, en contact avec la balle *a*: en retirant l'épingle, les deux balles ſe trouvent électriſées de la même nature d'électricité, & elles ſe chaſſent mutuellement, à une diſtance que l'on meſure, en regardant par le fil de ſuſpenſion & le centre de la balle *a*, la diviſion correſpondante du cercle *z o q*: tournant enſuite l'index du micromètre dans le ſens, *p n o*, l'on tord le fil de ſuſpenſion *l p*, & l'on produit une force proportionnelle à l'angle de torſion, qui tend à rapprocher la balle *a* de la balle *t*. L'on obſerve, par ce moyen, la diſtance à laquelle différens angles de torſion ramènent la balle *a* vers la balle *t*, & en comparant les forces de torſions avec les diſtances correſpondantes des deux balles, l'on détermine la loi de répulſion.

Je préſenterai ſeulement ici, quelques eſſais qui ſont faciles à répéter, & qui mettront tout de ſuite ſous les yeux, la loi de la répulſion.

Premier Eſſai. Ayant électriſé les deux balles avec la tête d'épingle, l'index du micromètre répondant à *o*, la balle *a* de l'aiguille s'est éloignée de la balle *t* de 36 degrés.

Deuxième Essai. Ayant tordu le fil de suspension, au moyen du bouton *o* du micromètre de 126 degrés, les deux balles se sont rapprochées & arrêtées à 18 degrés de distance l'une de l'autre.

Troisième Essai. Ayant tordu le fil de suspension de 567 degrés, les deux balles se sont rapprochées à 8 degrés & demi.

Explication & résultat de cette expérience.

Lorsque les balles ne sont pas encore électrisées, elles se touchent, & le centre de la balle *a*, suspendue à l'aiguille, n'est éloigné du point où la torsion du fil de suspension est nulle, que de la moitié des diamètres de deux balles. Il faut être averti que le fil d'argent *lp*, qui formoit la suspension, avoit 28 pouces de longueur, & ce fil étoit si fin, que le pied de longueur de ce fil ne pesoit que $\frac{1}{16}$ de grains. En calculant la force qu'il falloit pour tordre ce fil, en agissant au point *a*, éloigné de quatre pouces du fil *lp* ou du centre de suspension, j'ai trouvé, par les formules expliquées dans un Mémoire sur les loix de la force de torsion des fils de métal, imprimé dans le *volume de l'Académie pour 1784.* que pour tordre ce fil de 360 degrés, il ne falloit employer au point *a*, en agissant avec le levier *an*, de quatre pouces de longueur, qu'une force de $\frac{1}{340}$ de grains: ainsi comme les forces de torsion sont, comme il est prouvé dans ce Mémoire, comme les angles de torsion, la moindre force répulsive entre les deux balles, les éloignoit sensiblement l'une de l'autre.

Nous trouvons dans notre première expérience, où l'index du micromètre est sur le point *o*, que les balles sont éloignées de 36 degrés, ce qui produit en même temps une force de torsion de $36^d = \frac{1}{3400}$ de grain; dans le ſecond eſſai, la diſtance des balles eſt de 18 degrés, mais comme l'on a tordu le micromètre de 126 degrés, il en réſulte qu'à une diſtance de 18 degrés, la force répulſive étoit 144 degrés: ainſi à la moitié de la première diſtance, la répulſion des balles eſt quadruple.

Dans le troiſième eſſai, l'on a tordu le fil de ſuſpenſion de 567 degrés, & les deux balles ne ſe trouvent plus éloignées que de 8 degrés & demi. La torſion totale, étoit par conſéquent, 576 degrés, quadruple de celle du deuxième eſſai, & il ne s'en falloit que d'un demi-degré que la diſtance des deux balles dans ce troiſième eſſai, ne fut réduite à la moitié de celle où elle étoit au deuxième. Il réſulte donc de ces trois eſſais, que l'action répulſive que les deux balles électriſées de la même nature d'électricité exercent l'une ſur l'autre, ſuit la raiſon inverſe du carré des diſtances.

Première Remarque.

En répétant l'expérience qui précède, l'on obſervera, qu'en ſe ſervant d'un fil d'argent, auſſi fin que celui que nous avons employé, qui ne donne pour la force de torſion d'un angle de 5 degrés, qu'un 24 millième de grain, à peu-près, quelque calme que ſoit l'air, & quelques précautions que l'on prenne, l'on ne pourra répondre de la poſition naturelle de l'aiguille, lorſque la torſion eſt nulle, qu'à 2 ou 3 degrés près. Ainſi, pour avoir un premier eſſai à comparer avec les ſuivans, il faut, après avoir électriſé les deux balles, tordre le fil de ſuſpenſion de 30 à 40 degrés, ce qui réuni à la diſtance des deux balles obſervées, donnera une force de torſion aſſez conſidérable, pour que les 2 ou 3 degrés d'incertitude dans la première poſition de l'aiguille, lorſque la torſion eſt nulle, ne produiſent pas dans les réſultats une erreur ſenſible. Il faut d'ailleurs être averti, que le fil d'argent, dont je me ſuis ſervi dans cette expérience, eſt ſi fin, qu'il caſſe au moindre ébranlement: j'ai trouvé dans la ſuite, qu'il étoit plus commode d'employer dans les expériences un fil de ſuſpenſion d'un diamètre preſque double, quoique ſa flexibilité de torſion fût de quatorze à quinze fois moins grande que celle du premier. Il faut avoir ſoin, avant de faire uſage de ce fil d'argent, de le tenir pendant deux ou trois jours tendu par un poids qui ſoit à peu-près la moitié de celui qu'il peut porter ſans ſe rompre; il faut encore avertir, qu'en employant ce dernier fil d'argent, il ne faut jamais le tordre au-delà de 300 degrés, parce que paſſé ce terme de torſion, il commence à s'écrouir, & ne réagit plus, ainſi que nous l'avons prouvé dans le Mémoire déjà cité, imprimé en 1784, qu'avec une force moindre que l'angle de torſion.

Deuxième Remarque.

L'électricité des deux balles diminue un peu pendant le temps que dure l'expérience; j'ai éprouvé que, le jour où j'ai fait les eſſais qui précèdent, les balles électriſées ſe trouvant par leur répulſion à 30 degrés de diſtance l'une de l'autre, ſous un angle de torſion de 50 degrés, elles ſe ſont rapprochées d'un degré dans trois minutes; mais comme je n'ai employé que deux minutes à faire les trois eſſais qui précèdent, l'on peut, dans ces expériences, négliger l'erreur qui réſulte de la perte de l'électricité. Si l'on deſire une plus grande préciſion, où lorſque l'air eſt humide, & que l'électricité ſe perd rapidement, l'on doit, par une première obſervation, déterminer la doit ou la diminution de l'action électrique des deux balles dans chaque minute, & ſe ſervir enſuite de cette première obſervation, pour corriger les réſultats des expériences que l'on voudra faire ce jour-là.

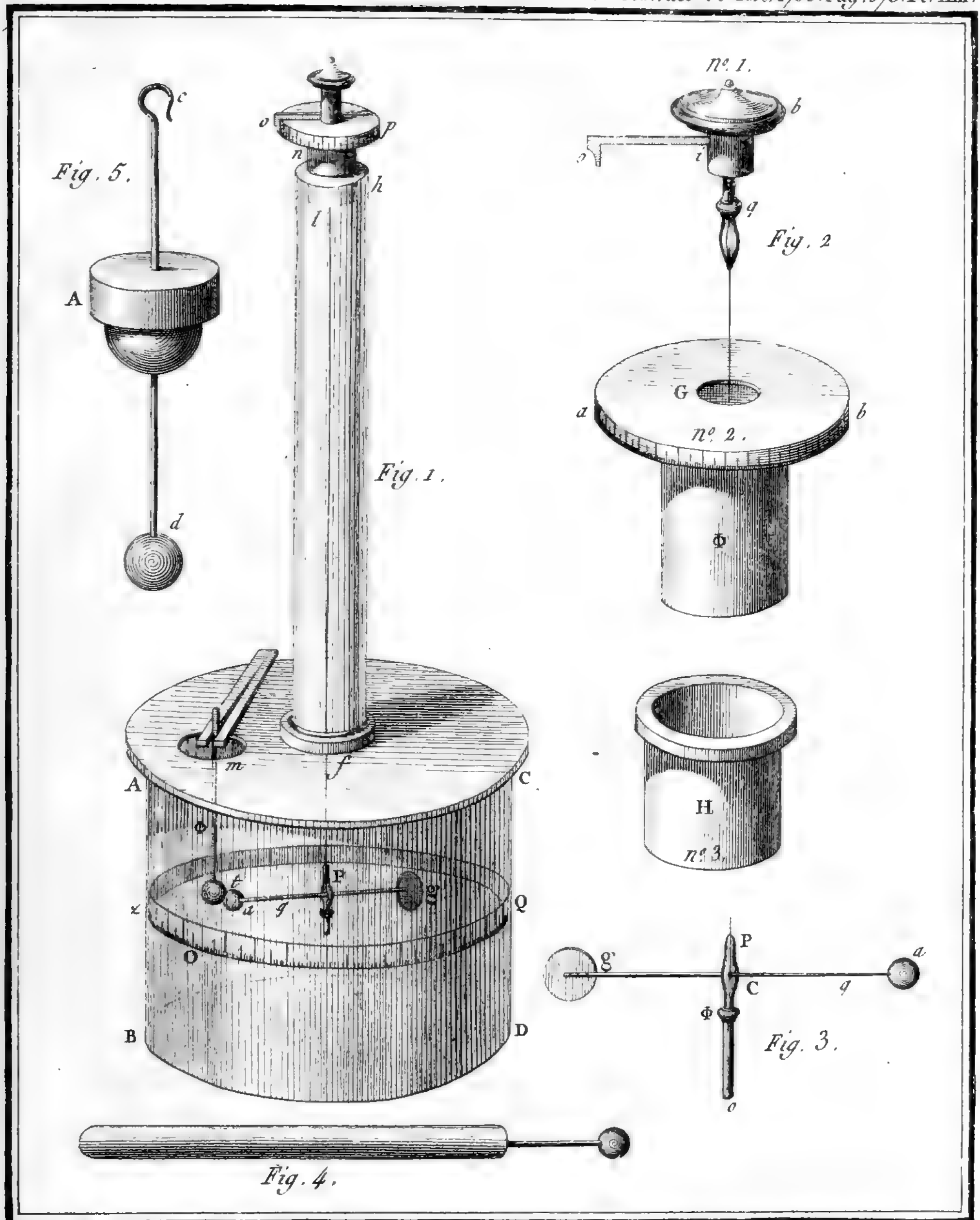
Troiſième Remarque.

La diſtance des deux balles, lorſqu'elles ſont éloignées l'une de l'autre par leur action répulſive réciproque, n'eſt pas préciſément meſurée par l'angle qu'elles forment, mais par la corde de l'arc qui joint leur centre; de même que le levier à l'extrémité duquel s'exerce l'action, n'eſt pas meſuré par la moitié de la longueur de l'aiguille, ou par le rayon, mais par le coſinus de la moitié de l'angle formé par la diſtance des deux balles; ces deux quantités, dont l'une eſt plus petite que l'arc, & diminue par conſéquent la diſtance meſurée par cet arc, dans le temps que l'autre diminue le levier, ſe compenſent en quelque façon; & dans les expériences du genre de celles dont nous ſommes occupés, l'on peut ſans erreur ſenſible, s'en tenir à l'évaluation que nous avons donnée, ſi la diſtance des deux balles ne paſſe pas 25 à 30 degrés; dans les autres cas, il faut en faire le calcul rigoureuſement.

Quatrième Remarque.

Comme l'expérience prouve, que dans une chambre bien fermée, l'on peut déterminer avec le premier fil d'argent à 2 ou 3 degrés près, la poſition de l'aiguille, quand la torſion eſt nulle, ce qui donne, d'après le calcul des forces de torſion, proportionnelles à l'angle de torſion, une force tout au plus d'un quarante millième de grains, les plus foibles degrés de l'électricité ſe meſureront facilement avec cette balance. Pour cette opération, l'on fait paſſer, *fig. 5,* à travers un bouchon de cire d'Eſpagne, un petit fil de cuivre *c d,* terminé en *c* par un crochet, & en *d,* par une petite balle de ſureau dorée, & l'on met le bouchon *A* dans le trou *m* de la balance *fig. 1*, de manière que le centre de la balle *d,* vue par le fil de ſuſpenſion, répond au point *o* du cercle *zoq;* en approchant enſuite un corps électriſé du crochet *c*, quelque foible que ſoit l'électricité de ce corps, la balle *a* ſe ſéparant de la balle *d,* donne des ſignes de l'électricité, & la diſtance des deux balles en meſure la force, d'après le principe de la raiſon inverſe du carré des diſtances.

Mais je dois prévenir que, depuis ces premières expériences, j'ai fait exécuter différens petits électromètres, d'après



Fossier del.

Y. le Gouaz sc.

d'après les mêmes principes de la force de torsion, en me servant pour le fil de suspension, d'un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, ou d'un poil de chèvre d'Angora. Un de ces électromètres qui a à peu-près la même forme que la balance électrique, décrite dans ce Mémoire, est beaucoup plus petit; il n'a que 5 à 6 pouces de diamètre, une tige d'un pouce; l'aiguille est un petit fil de gomme-laque de 12 lignes de longueur, terminé en *a* par un petit cercle très-léger de clinquant. L'aiguille & le clinquant pèsent à peu-près un quart de grain; le fil de suspension, tel qu'il sort du cocon, ayant 4 pouces de longueur, a une flexibilité telle, qu'en agissant avec un bras de levier d'un pouce, il ne faut qu'un soixante millième de grain pour le tordre d'un cercle entier ou de 360 degrés: en présentant dans cet électromètre au crochet *C* de la *figure 5*, un bâton ordinaire de cire d'Espagne, électrisé par frottement à 3 pieds de distance de ce crochet, l'aiguille est chassée à plus de 90 degrés. Nous décrirons plus en détail dans la suite cet électromètre, lorsque nous voudrons déterminer la nature & le degré d'électricité de différens corps, qui en frottant l'un contre l'autre, prennent un degré d'électricité très-foible.

SECOND MÉMOIRE
SUR
L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME,

Où l'on détermine, ſuivant quelles loix le Fluide magnétique, ainſi que le Fluide électrique, agiſſent, ſoit par répulſion, ſoit par attraction.

Par M. COULOMB.

LA balance électrique qne j'ai préſentée à l'Académie, au mois de Juin 1785, meſurant avec exactitude, & d'une manière ſimple & directe, la répulſion de deux balles qui ont une électricité de même nature, il a été facile de prouver, en ſe ſervant de cette balance, que l'action répulſive de deux balles électriſées de la même nature d'électricité, & placées à différentes diſtances, étoit très-exactement en raiſon inverſe du carré des diſtances; mais lorſque j'ai voulu me ſervir du même moyen pour déterminer la force attractive des deux balles chargées d'une électricité de différente nature, j'ai rencontré, en me ſervant de cette balance pour meſurer l'attraction des deux balles, un inconvénient dans la pratique, qui n'a pas lieu dans l'opération pour meſurer la répulſion. La difficulté pratique tient à ce que, lorſque les deux balles ſe rapprochent en s'attirant, la force d'attraction qui croît, comme nous allons bientôt le voir, dans le rapport de la raiſon inverſe du carré des diſtances, croît ſouvent dans un plus grand rapport que la force de torſion qui croît ſeulement comme l'angle de torſion; en ſorte que ce n'eſt qu'après avoir manqué beaucoup d'expériences, que l'on vient à bout d'empêcher les balles qui s'attirent, de ſe toucher, à moins d'oppoſer un obſtacle idio-électrique au mouvement de l'aiguille; mais comme notre balance est souvent destinée à mesurer des actions de moins d'un millième de grains, la cohérence de l'aiguille avec cet obstacle, trouble les résultats, & oblige à un tâtonnement, pendant lequel une partie de l'électricité se perd.

La *figure 1*, & le calcul qui va suivre, vont faire sentir en quoi consistent les difficultés de l'opération, & montreront en même temps les limites dans lesquelles il faut renfermer les expériences pour en assurer le succès.

Que $a c a'$ soit la position naturelle de l'aiguille, lorsque le fil de suspension n'est pas encore tordu; a représente la balle de sureau, attachée à l'aiguille $a a'$ de nature idio-électrique; b est la balle suspendue dans le trou de la balance. Que l'on électrise les deux balles, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de l'électricité que l'on nomme *négative*, elles s'attireront mutuellement; la balle a de l'aiguille tendant à s'approcher du globe b, prendra la position $\Phi c \Phi'$; cette position sera telle, que la force de réaction de torsion représentée par $a c \Phi$, angle dont le fil de suspension aura été tordu, sera égale à la force attractive des deux balles; & si cette force attractive étoit proportionnelle à la raison inverse du carré des distances, comme nous l'avons trouvée pour la force répulsive, dans notre premier Mémoire, l'on auroit, en faisant $a b = a$, $a\Phi = x$, $D =$ le produit de la masse électrique des deux balles, & les arcs a & x assez petits pour qu'ils puissent mesurer la distance des deux balles (autrement il faudroit prendre la corde de cet arc pour la distance, & le cosinus de sa moitié pour le bras de levier); l'on auroit, dis-je, d'après ces suppositions, pour l'équilibre entre l'attraction des deux balles & la réaction de la torsion, la formule

$$n x = \frac{D}{(a - x)^2},$$

ou $D = n x (a - x)^2$; d'où il résulte que lorsque $x = a$ ou 0, la valeur de D sera nulle, qu'ainsi il y a un point Φ entre a & b, où la quantité D est un *maximum*;

le calcul donne pour ce point $x = \frac{1}{3} a$. En ſubſtituant cette valeur de x dans la formule qui repréſente D dans le cas d'équilibre, l'on aura $D = \frac{4}{27} n a^3$; & par conſéquent toutes les fois que D ſera plus grand que $\frac{4}{27} n . a^3$, il n'y aura pas entre a & b de poſition Φ, où l'aiguille puiſſe reſter en équilibre, & les balles ſe toucheront néceſſairement: mais il faut obſerver que dans la pratique, quoique D ſoit plus petit que $\frac{4}{27} n a^3$, les balles ſe joignent ſouvent, parce que la flexibilité des ſuſpenſions de l'aiguille permet à l'aiguille d'oſciller, & que, paſſé $\frac{1}{3} a$, la force d'attraction augmente dans un plus grand rapport que la force de torſion; en ſorte que lorſque la balle Φ arrive, par l'amplitude de ſon oſcillation, à une diſtance x, où D eſt plus grand que $n x . (a - x)^2$, les deux balles continuent à s'approcher juſqu'à ce qu'elles ſe touchent.

C'eſt en me conduiſant d'après cette théorie, que je ſuis parvenu à mettre en équilibre, à différentes diſtances, la force attractive des deux balles électriſées, avec la force de torſion de mon micromètre; en comparant enſuite les différentes expériences, j'en ai conclu que la force attractive des deux balles électriſées, l'une de l'électricité que l'on nomme *poſitive*, l'autre de celle que l'on nomme *négative*, étoit en raiſon inverſe du carré des diſtances du centre de ces deux balles, même rapport déjà trouvé pour la force répulſive.

Pour aſſurer ce réſultat, j'ai tenté, pour le cas d'attraction, un autre moyen qui, quoique moins ſimple & moins direct que le premier, demande moins de ſoins & de précautions pour réuſſir; il a d'ailleurs l'avantage apparent de préſenter des expériences faites avec des globes d'un très-grand diamètre, au lieu que l'on ne peut opérer dans la balance, qu'avec des globes peu conſidérables; mais cet avantage n'eſt qu'apparent, & l'on verra par la ſuite, dans les différens Mémoires que je préſenterai ſucceſſivement à l'Académie, qu'avec des balles de deux ou trois lignes de diamètre, & au moyen de la balance, telle que nous l'avons décrite dans notre premier Mémoire, l'on peut, non-seulement mesurer la masse totale du fluide électrique contenue dans un corps d'une figure quelconque, mais encore la densité électrique de chaque partie de ce corps.

Deuxième Méthode expérimentale, pour déterminer la loi suivant laquelle un globe d'un ou deux pieds de diamètre, attire un petit corps électrisé d'une électricité de nature différente de la sienne.

La méthode que nous allons suivre, est analogue à celle que nous avons employée dans le septième volume des *Savans Étrangers*, pour déterminer la force magnétique d'une lame d'acier, relativement à sa longueur, son épaisseur & sa largeur. Elle consiste à suspendre une aiguille horizontalement, dont l'extrémité seulement soit électrisée, & qui, présentée à une certaine distance d'un globe électrisé, d'une nature différente d'électricité, est attirée, & oscille en vertu de l'action de ce globe: l'on détermine ensuite par le calcul, d'après le nombre des oscillations dans un temps donné, la force attractive à différentes distances, comme l'on détermine la force de la gravité par les oscillations du pendule ordinaire.

Voici quelques observations qui nous ont dirigé dans les expériences qui vont suivre. Un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, & qui peut porter jusqu'à 80 grains sans se rompre, a une flexibilité de torsion, telle, que si à un pareil fil de 3 pouces de longueur, l'on suspend horizontalement dans le vide une petite plaque circulaire, dont le poids & le diamètre soient connus, l'on trouvera par le temps des oscillations de la petite plaque, d'après les formules expliquées dans un Mémoire sur la force de torsion, imprimé dans le volume de l'*Académie pour 1784*, qu'en agissant avec un levier de 7 à 8 lignes, pour tordre la soie autour de son axe de suspension il ne faudra, pour un cercle entier de torsion, employer le plus souvent qu'une force d'un ſoixante millième de grain; & ſi le fil de ſuſpenſion, a une longueur double ou de ſix pouces, il ne faudra qu'un cent-vingt millième de grain. Ainſi, en ſuſpendant horizontalement une aiguille à cette ſoie, lorſque l'aiguille ſera parvenue à l'état de repos, ou que la ſoie ſera entièrement détordue. Si, par le moyen d'une force quelconque, l'on fait faire des oſcillations à cette aiguille, dont l'amplitude ne s'éloigne que de 20 à 30 degrés de la ligne, où la torſion eſt nulle; la force de torſion ne pourra influer que d'une manière inſenſible ſur la durée des oſcillations, quand même la force qui produiroit les oſcillations ne ſeroit que d'un centième de grain. D'après cette première donnée, voici comme l'on s'y eſt pris pour déterminer la loi de l'attraction électrique.

L'on ſuſpend, *fig. 2*, une aiguille *l g* de gomme-laque, à un fil de ſoie *s c* de 7 à 8 pouces de longueur, d'un ſeul brin, tel qu'il ſort du cocon; à l'extrémité *l*, l'on fixe perpendiculairement à ce fil un petit cercle de 8 à 10 lignes de diamètre, mais très-léger & tiré d'une feuille de papier doré; le fil de ſoie eſt attaché en *s*, à l'extrémité inférieure d'une petite baguette *s t*, ſéchée au four, & enduite de gomme-laque ou de cire d'Eſpagne; cette baguette eſt ſaiſie en *t*, par une poupée à pince qui coule le long de la règle *o E*, & s'arrête à volonté au moyen de la vis *v*.

G eſt un globe de cuivre ou de carton, couvert d'étain, porté par quatre pilliers de verre, enduits de cire d'Eſpagne, & ſurmontés chacun, pour rendre l'iſolement plus parfait, de quatre bâtons de cire d'Eſpagne, de trois à quatre pouces de longueur; ces quatre pilliers ſont fixés par leur partie inférieure à un plateau, que l'on place ſur une petite tablette à couliſſe, qui peut, ainſi que l'indique la figure, s'arrêter à la hauteur la plus commode pour l'expérience; la règle *E O*, peut auſſi, au moyen de la vis *E*, s'arrêter à la hauteur convenable.

Tout étant ainſi préparé, l'on place le globe *G*, de manière que ſon diamètre horizontal *G r*, réponde au centre de la plaque *l*, qui en eſt éloignée de quelques pouces. L'on donne une étincelle électrique au globe, au moyen de la bouteille de Leyde, l'on préſente un corps conducteur à la plaque *l*, & l'action du globe électriſé ſur le fluide électrique de la plaque non électriſée, donne à cette plaque, une électricité de différente nature de celle du globe; en ſorte que, en retirant le corps conducteur, le globe & la plaque agiſſent l'un ſur l'autre par attraction.

EXPÉRIENCE.

Le globe *G* avoit un pied de diamètre, la plaque *l* avoit 7 lignes, l'aiguille de gomme-laque *l g*, 15 lignes de longueur; le fil de ſuſpenſion *s c*, étoit une ſoie telle qu'elle ſort du cocon, de 8 lignes de longueur: lorſque la poupée étoit au point o, la plaque *l* touchoit le globe en *r*, & à meſure que l'on éloignoit la poupée vers *E*, la plaque s'éloignoit du centre du globe de la quantité donnée par les diviſions 0, 3, 6, 9, 12 pouces, & le globe étant électriſé d'une électricité appelée *électricité poſitive*, la plaque de l'électricité négative, par le procédé indiqué: l'on a eu,

1.^er *Eſſai.* La plaque *l*, placée à... 3 pouces de diſtance de la ſurface du globe, ou à 9 P. de ſon centre, a donné .... 15 oſcillations en... 20″.

2.^me *Eſſai.* La plaque *l*, éloignée de 18 pouces du centre du globe, l'on a eu................ 15 oſcillations en... 40″.

3.^me *Eſſai.* La plaque *l*, éloignée à 24 pouces du centre du globe, l'on a eu................ 15 oſcillations en... 60″.

Explication & réſultat de cette expérience.

Quand tous les points d'une ſurface ſphérique, agiſſent par une force attractive ou répulſive en raiſon inverſe du carré des diſtances, ſur un point placé à une diſtance quelconque de cette ſurface, l'on ſait que l'action eſt la même, que ſi toute la ſurface ſphérique étoit concentrée au centre de la ſphère.

Mais comme dans notre expérience, la plaque l n'a que 7 lignes de diamètre, & que dans les essais, la moindre distance au centre de la sphère, a été de 9 pouces, l'on peut, sans erreur sensible, supposer toutes les lignes qui vont du centre de la sphère à un point de la plaque, parallèles & égales; & par conséquent, l'action totale de la plaque, peut être supposée réunie à son centre, ainsi que l'action du globe; en sorte que, dans les petites oscillations de l'aiguille, l'action qui fait osciller l'aiguille, sera une quantité constante pour une distance donnée, & agira suivant la direction qui joint les deux centres. Ainsi, si l'on nomme φ la force, T le temps d'un certain nombre d'oscillations, l'on aura T proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{\varphi}}$: mais si d est la distance Gl du centre du globe, au centre de la plaque, & que les forces attractives soient proportionnelles à l'inverse du carré des distances ou à $\frac{1}{d^2}$, il en résultera que T sera proportionnel à d ou à la distance; en sorte qu'en faisant dans nos essais, varier la distance, le temps d'un même nombre d'oscillations a dû être comme la distance du centre de la plaque au centre du globe: comparons cette théorie avec l'expérience.

1.er *Essai.* Distance des centres...	9 pouces,	15 oscillations en	20″.
2.me *Essai*..................	18	....	41″.
3.me *Essai*..................	24	....	60″.
Les distances sont ici comme les nombres.....	3,	6,	8.
Les temps d'un même nombre d'oscillations::	20,	41,	60.
Par la théorie, ils auroient dû être::	20,	40,	54.

Ainsi dans ces trois essais, la différence entre la théorie & l'expérience, est de $\frac{1}{10}$ pour le dernier essai comparé au premier, & presque nulle pour le second comparé au premier; mais il faut remarquer qu'il a fallu à peu-près quatre minutes pour faire les trois essais; que quoique l'électricité tînt assez long-temps le jour de cette expérience,

expérience, elle perdoit cependant $\frac{1}{40}$ d'action par minute. Nous verrons, dans un Mémoire qui ſuivra celui que je préſente aujourd'hui, que lorſque la denſité électrique n'eſt pas très-forte, l'action électrique de deux corps électriſés diminue dans un temps donné, exactement comme la denſité électrique, ou comme l'intenſité de l'action; ainſi, puiſque nos eſſais ont duré quatre minutes, & que l'action électrique perdoit $\frac{1}{40}$ par minute, du premier au dernier eſſai, l'action dûe à l'intenſité de la denſité électrique, indépendante de la diſtance, a dû être diminuée à peu-près d'un dixième; par conſéquent, pour avoir le temps de la durée corrigée des 15 oſcillations dans le dernier eſſai, il faut faire $\sqrt{(10)} : \sqrt{(9)} :: 60''$: eſt à la quantité cherchée, que l'on trouvera de 57 ſecondes, qui ne diffère que de $\frac{1}{20}$ du nombre 60 ſecondes trouvé par l'experience.

Nous voici donc parvenus, par une méthode abſolument différente de la première, à un réſultat ſemblable; ainſi nous pouvons en conclure que l'attraction réciproque du fluide électrique appelé *poſitif*, ſur le fluide électrique nommé ordinairement *négatif*, eſt en raiſon inverſe du carré des diſtances; de même que nous avons trouvé, dans notre premier Mémoire, que l'action réciproque d'un fluide électrique de même nature, eſt en raiſon inverſe du carré des diſtances.

Première Obſervation.

L'ON ſent qu'il eſt très-facile, en employant la méthode qui précède, d'avoir, au moyen des oſcillations de l'aiguille électrique, les loix de la force répulſive, ainſi que nous venons de déterminer celle de la force attractive. En effet, ſi l'on fait toucher la plaque au globe électriſé, elle prendra une électricité de la même nature que celle du globe, & ſera repouſſée; en ſorte que l'aiguille oſcillera en vertu de cette répulſion, dans une poſition abſolument oppoſée à la première, & le nombre des oſcillations, dans un temps donné, comparé avec la diſtance du centre de la plaque, au centre du globe, feront connoître la force répulsive, par le même calcul que nous venons de suivre pour avoir la force attractive : cependant nous devons dire que toutes les expériences où l'on veut faire agir le fluide électrique par sa force répulsive, s'exécutent, comme nous le verrons dans la suite, d'une manière plus simple, plus exacte & plus commode, au moyen de la balance que nous avons décrite dans notre premier Mémoire.

Seconde Observation.

Si l'on vouloit se servir de la même méthode pour déterminer la quantité d'électricité qui se partage entre un globe électrisé & un corps conducteur d'une figure quelconque, mis en contact avec ce globe, voici comme l'on pourroit s'y prendre: après avoir électrisé le globe, & déterminé, dans ce premier état, au moyen des oscillations, son action électrique sur la plaque de l'aiguille, pour une distance donnée, l'on feroit tout de suite toucher le globe par le corps conducteur qui doit prendre une portion de l'électricité du globe ; & en séparant ce corps du globe, l'on détermineroit de nouveau, par les oscillations de l'aiguille, la quantité d'électricité qui reste au globe ; & la différence de cette quantité avec celle que le globe avoit avant le contact, mesurera celle qu'a pris le corps mis en contact. Il est inutile d'avertir que de pareilles expériences ne peuvent bien réussir que dans les jours très-secs, où les corps isolés perdent lentement leur électricité; qu'il faut avoir égard à cette diminution d'électricité dans la réduction des expériences qui se succèdent; qu'il faut éviter qu'il ne se forme aucun courant d'air dans la chambre où l'on opère, & éloigner tout corps conducteur au moins à trois pieds du globe électrisé, & même de l'aiguille: mais nous répétons que lorsque nous déterminerons dans la suite, par l'expérience & par la théorie, la manière dont le fluide électrique se distribue dans les différentes parties des corps, l'on verra que toutes ces expériences réussissent beaucoup mieux avec la balance électrique, que par la méthode des oscillations que nous venons d'expliquer.

EXPÉRIENCES pour déterminer la loi ſuivant laquelle le fluide magnétique agit, ſoit par attraction, ſoit par répulſion.

LES corps aimantés agiſſant l'un ſur l'autre par attraction & par répulſion à des diſtances finies, ainſi que les corps électriſés, le fluide magnétique, paroît avoir, ſi ce n'eſt par ſa nature, au moins par cette propriété, de l'analogie avec le fluide électrique; & d'après cette analogie, l'on peut préſumer que ces deux fluides agiſſent ſuivant les mêmes loix: dans tous les autres phénomènes d'attraction ou de répulſion que nous préſente la Nature, ſoit dans la cohérence des corps, ſoit dans leur élaſticité, ſoit dans les affinités chimiques, les forces d'attraction & de répulſion ne paroiſſent s'exercer qu'à de très-petites diſtances; d'où il ſembleroit réſulter, qu'elles ne ſuivent pas les mêmes loix que l'électricité & le magnétiſme. En effet, la théorie & le calcul de l'attraction & répulſion des élémens des corps, nous apprennent que toutes les fois que les molécules élémentaires des corps s'attirent ou ſe repouſſent par des forces qui diminuent dans le rapport, ou dans un rapport moindre que le cube des diſtances, par exemple, comme les diſtances, les corps peuvent agir l'un ſur l'autre à des diſtances finies; mais que dans le cas où l'action des molécules diminue dans le rapport, ou dans un plus grand rapport que le cube des diſtances, pour lors les corps ne peuvent agir l'un ſur l'autre, qu'à des diſtances infiniment petites *(a)*.

(a) De l'action attractive & répulſive des Corps, ſuivant la loi des diſtances.

La figure aa repréſente un cône ou une petite pyramide très-aiguë, dont toutes les parties attirent le point C, ſuivant la raiſon inverſe $(n + 2)$ des diſtances.

Nous aurons peut-être lieu de revenir sur cet objet, dans la suite de nos Mémoires sur l'électricité.

Nous avons employé dans cette nouvelle recherche, deux méthodes, pour déterminer par l'expérience, suivant quelle loi le fluide magnétique agit. La première de ces méthodes, consiste à suspendre une aiguille aimantée, à

Soit $x = cp$, l'action de la zone circulaire $p'm$ sur le point C, sera $\frac{m\,\partial x\, x^2}{x^{2+n}}$, dont l'intégrale sera $\frac{m}{1-n}\ (k + x^{1-n})$; pour avoir k, il faut supposer la pyramide tronquée, ou que l'action s'évanouit en D lorsque $x = CD = A$, ce qui donne pour l'intégration complète $\frac{m}{1-n}\ (-A^{1-n} + x^{1-n})$, où il faut remarquer que lorsque A est égal à 0, si n est plus grand que 1, A^{1-n} sera égal à $\frac{1}{0}$, ou infini; si n est plus petit que l'unité, pour lors $A^{(1-n)}$ sera égal à 0; ou, si l'on veut, toute la force attractive sera $= \frac{m\,x^{1-n}}{(1-n)}$.

C'est-à-dire que, dans le cas où n est plus grand que l'unité, ou lorsque la répulsion ou l'attraction diminue dans un rapport égal ou plus grand que le cube des distances, la valeur de la constante est infinie relativement à la valeur de la variable qui exprime la plus ou moins grande étendue du cône; & qu'ainsi l'attraction ou répulsion n'a lieu que dans le point de contact, & que celle des parties éloignées est infiniment petite relativement à celle du contact; mais dans le cas où n est plus petite que l'unité, c'est-à-dire, toutes les fois que l'action décroît dans un rapport moindre que le cube des distances, pour lors l'action des parties éloignées influe sur l'attraction totale, qui est nulle pour une pyramide infiniment petite & proportionnelle à x^{1-n}, pour la pyramide dont la longueur est x.

Il paroît résulter de ce calcul, que la cohésion, l'élasticité & toutes les affinités chimiques où les élémens des corps ne paroissent avoir d'action que très-près du point de contact, & où l'attraction élective paroît dépendre de la figure de ces élémens, ne peuvent agir entr'elles que dans un rapport très-approché de la raison inverse du cube des distances. Peut-être au surplus toutes les affinités chimiques dépendent-elles de deux actions, l'une répulsive, l'autre attractive, analogues à celles que nous trouvons dans l'électricité & le magnétisme.

lui préſenter dans ſon méridien magnétique une autre aiguille aimantée, placée convenablement, & à déterminer par le calcul & l'obſervation, à différentes diſtances, avec quelle force le fluide magnétique d'une des aiguilles, agit ſur le fluide magnétique de l'autre. Dans la deuxième méthode, l'on ſe ſert d'une balance magnétique, à peu-près ſemblable à notre balance électrique, décrite dans le premier Mémoire; mais avant de rapporter le détail de nos expériences, il faut rappeler quelques propriétés connues des aiguilles aimantées, qui nous ſeront utiles.

Une aiguille, depuis 0 juſqu'à 24 pouces de longueur, de bon acier, fortement trempée, aimantée par la méthode de la double touche, telle que M. Œpinus l'a décrite & pratiquée d'après ſon excellente théorie du magnétiſme & de l'électricité, prend un pôle à chaque extrémité; ſon centre aimantaire ſe place à peu-près vers ſon milieu.

Dans deux aiguilles aimantées, les pôles du même nom ſe repouſſent, & les pôles d'un nom différent s'attirent. Cette attraction ou répulſion augmente à meſure que la diſtance où l'on préſente les extrémités des aiguilles l'une à l'autre, diminue.

Si l'on ſuſpend horizontalement une aiguille aimantée, en ſorte qu'elle puiſſe tourner librement autour de ſon centre, elle ſe placera toujours dans la même direction, que l'on appelle ſon *méridien magnétique;* ce méridien formera un angle avec le méridien du monde, cet angle variera un peu dans le courant de la journée, ſuivant l'heure du jour, par une eſpèce de mouvement périodique: il variera tous les ans, par un autre mouvement probablement également périodique, mais dont la durée, pour chaque point de la Terre, nous eſt encore inconnue.

Si une aiguille, ainſi ſuſpendue horizontalement, eſt miſe en oſcillation, elle s'éloignera également des deux côtés de ſon méridien magnétique; & elle y ſera toujours ramenée, par une force facile à déterminer, ſi l'on obſerve la durée des oſcillations, & que l'on connoiſſe la figure &

le poids de l'aiguille. *Voyez le ſeptième volume des Savans étrangers, Mémoires de l'Académie.*

Préparation aux Expériences.

J'AI pris un fil d'excellent acier, tiré à la filière, il avoit 25 pouces de longueur, & 1 $\frac{1}{2}$ ligne de diamètre; je l'ai aimanté par la méthode de la double touche, ſon centre magnétique s'eſt trouvé à peu-près vers ſon milieu. J'ai enſuite ſuſpendu, au moyen d'un fil de ſoie, tel qu'il ſort du cocon, de trois lignes de longueur, une aiguille aimantée de 3 pouces de longueur; & lorſque cette aiguille s'eſt arrêtée, j'ai tracé ſon méridien magnétique, que j'ai prolongé juſqu'à deux pieds de diſtance du centre de ſuſpenſion. J'ai enſuite élevé *(fig. 3)*, des perpendiculaires ſur ce méridien magnétique; j'ai placé mon fil d'acier le long de ces perpendiculaires, & je l'ai fait gliſſer juſqu'à ce que l'aiguille *n a* reprît la direction de ſon méridien magnétique, comme elle y étoit placée naturellement avant que le fil d'acier lui fut préſenté; & j'ai obſervé enſuite, ſuivant que mon fil aimanté étoit plus ou moins éloigné de l'aiguille ſuſpendue, de combien l'extrémité de ce fil dépaſſoit, ou étoit en-deçà du méridien magnétique, lorſque l'aiguille s'arrêtoit ſur ſon méridien.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

	Le fil placé à la diſtance de l'extrémité de l'aiguille.		L'extrémité dépaſſe le Méridien magnétique de		
1.er Eſſai.		1 pouce		+	10 lig.
2.me Eſſai		2		+	9
3.me Eſſai		4		+	8
4.me Eſſai		8		—	4
5.me Eſſai		16		—	42

SECONDE EXPÉRIENCE.

L'ON a ſuſpendu horizontalement une aiguille aimantée de deux pouces de longueur par ſon centre: libre & ſollicitée ſeulement par la force magnétique du globe de la

Terre, elle faisoit 34 oscillations en 60 secondes. L'on s'est encore servi du même fil aimanté de l'expérience qui précède, qui avoit 25 pouces de longueur; mais, au lieu de le placer horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, comme tout-à-l'heure, on l'a placé verticalement dans ce méridien à 2 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille suspendue. Le pôle sud du fil vertical, répondant au pôle nord de l'aiguille, & ensuite en la faisant baisser verticalement, toujours à la distance de 2 pouces de l'extrémité de l'aiguille, l'on a compté le nombre d'oscillations que faisoit l'aiguille dans 60 secondes, suivant que l'extrémité du fil d'acier étoit plus ou moins baissée au-dessous du niveau de l'aiguille: voici le résultat de cette expérience.

1.er *Essai.* L'extrémité du fil au niveau de l'aiguille.......		120 oscillations en.....	60″.
2.me *Essai.* L'extrémité baissée de	6 lig.	122................	60″.
3.me *Essai*...............	1 pouce	122................	60″.
4.me *Essai*...............	2...	115................	60″.
5.me *Essai*...............	3...	112................	60″.
6.me *Essai*...............	4...	98................	60″.
7.me *Essai*...............	8...	39................	60″.

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu une aiguille de 4 lignes de longueur à la place de la première; le fil d'acier a été placé à 3 pouces de l'extrémité de cette aiguille, verticalement, comme dans l'expérience qui précède, dont on a suivi tous les procédés. L'aiguille libre n'étant sollicitée que par la force magnétique de la Terre, fait 53 oscillations en 60″.

1.er *Essai.* L'extrémité du fil d'acier au niveau de l'aiguille....	fait	152 oscillations en.....	60″.
2.me *Essai.* En dessous de...	1 pouce	152................	60″.
3.me *Essai*...............	2...	148................	60″.
4.me *Essai*...............	4...	120................	60″.
5.me *Essai*...............	8...	58................	60″.

Explication & résultat de ces trois Expériences.

Les trois expériences qui précèdent, prouvent que le centre d'action de chaque moitié de notre fil est placé à très-peu de distance de l'extrémité de ce fil; en sorte que dans notre fil d'acier de 25 pouces de longueur, l'on peut, sans erreur sensible, supposer tout le fluide magnétique condensé vers l'extrémité de ce fil, sur 2 ou 3 pouces de longueur. En effet, dans la première expérience, le fil d'acier est placé horizontalement & perpendiculairement à la direction du méridien magnétique où se trouve l'aiguille suspendue; cette aiguille est sollicitée par deux forces, la force magnétique du globe de la Terre, qui la retient dans le méridien, & la force magnétique des différens points du fil d'acier aimanté; mais puisque dans notre première expérience, l'aiguille se trouve, à tous les essais, placée sur son méridien magnétique, il en résulte que toutes les forces magnétiques du fil d'acier de 25 pouces de longueur, agissant sur l'aiguille, sont en équilibre entre elles: ainsi, dans les trois premiers essais, où les distances sont 1, 2 & 4 pouces, les forces magnétiques des huit à dix dernières lignes de l'extrémité de l'aiguille, qui dépassent le méridien, sont en équilibre avec les forces de tout le reste de l'aiguille; en sorte qu'il paroît que l'on peut à peu-près supposer que la moitié du fluide magnétique, dont la moitié de l'aiguille est chargée, est concentrée vers les dix dernières lignes de son extrémité.

Les seconde & troisième expériences donnent le même résultat. Dans ces deux expériences, le fil d'acier est placé verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille, par conséquent, l'action de la partie supérieure du fil étant très-oblique à l'aiguille suspendue, & agissant d'ailleurs à une grande distance, ne doit que peu influer sur les oscillations de l'aiguille; mais l'on voit dans ces deux expériences, que le plus grand nombre des oscillations de l'aiguille suspendue avoit lieu lorsque l'extrémité du fil

étoit

étoit baissée d'un peu moins d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue: ainsi la force moyenne de la moitié inférieure du fil d'acier, avoit sa résultante à 8 ou 10 lignes au-dessus de son extrémité, comme nous venons de le trouver par la première expérience, d'où il résulte que dans le fil d'acier de 25 pouces de longueur que nous avons employé, & qui avoit été aimanté par la méthode de la double touche, l'on peut, sans erreur sensible, supposer que le fluide magnétique est concentré à 10 lignes de son extrémité. Ce premier résultat étoit nécessaire avant de chercher à déterminer la loi suivant laquelle l'attraction & la répulsion ont lieu relativement à la distance: l'on verra dans un autre Mémoire, que la concentration du fluide magnétique vers l'extrémité des aiguilles aimantées par la méthode de la double touche, est une suite nécessaire de cette manière d'aimanter.

Le Fluide magnétique agit par attraction ou répulsion, suivant la raison composée directe de la densité du fluide, & la raison inverse du carré des distances de ses molécules.

La première partie de cette proposition n'a pas besoin d'être prouvée; venons à la seconde.

Nous venons de voir que le fluide magnétique de notre fil d'acier de 25 pouces de long, étoit concentré aux extrémités, sur une longueur de 2 ou 3 pouces; que le centre d'action de chaqne moitié de cette aiguille étoit à peu-près à 10 lignes de ses extrémités: ainsi, en éloignant de quelques pouces notre fil d'acier d'une aiguille très-courte, & dans laquelle, comme nous le verrons dans la suite, le fluide magnétique peut être supposé concentré à 1 ou 2 lignes des extrémités, l'on peut calculer l'action réciproque du fil sur l'aiguille & de l'aiguille sur le fil, en supposant le fluide magnétique dans le fil d'acier, réuni à 10 lignes des extrémités, & dans une aiguille d'un pouce de longueur à 1 ou 2 lignes des extrémités. Ces réflexions nous ont dirigé dans l'expérience qui va ſuivre.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a ſuſpendu un fil d'acier peſant 70 grains, d'un pouce de longueur, aimanté par la méthode de la double touche, à un fil de ſoie de 3 lignes de longueur, formé d'un ſeul brin, tel qu'il ſort du cocon; on l'a laiſſé s'arrêter ſur le méridien magnétique; l'on a placé enſuite verticalement dans ce méridien, à différentes diſtances, le fil d'acier de 25 pouces de longueur, de manière que ſon extrémité fût toujours de 10 lignes au-deſſous du niveau de l'aiguille ſuſpendue: à chaque eſſai, l'on changeoit la diſtance, & en faiſant oſciller l'aiguille ſuſpendue, on comptoit le nombre d'oſcillations qu'elle faiſoit dans un même nombre de ſecondes. Il a réſulté de ces expériences :

1.er *Eſſai.* L'aiguille libre, oſcille en vertu de l'action du globe de la Terre, à raiſon de. .	15 oſcillations en.	60″.
2.me *Eſſai.* Le fil placé à 4 pouces du milieu de l'aiguille.	41.	60″.
3.me *Eſſai.* Le fil placé à 8 pouces du milieu de l'aiguille.	24.	60″.
4.me *Eſſai.* Le fil placé à 16 pouces du milieu de l'aiguille.	17.	60″.

Explication & réſultat de cette Expérience.

LORSQU'UN pendule eſt ſuſpendu librement, & ſollicité par des forces placées dans une direction donnée, qui le font oſciller, les forces ſont meſurées par la raiſon inverſe du carré du temps d'un même nombre d'oſcillations, ou, ce qui revient au même, par la raiſon directe du carré du nombre d'oſcillations faites dans un même temps.

Mais, dans l'expérience qui précède, l'aiguille oſcille en vertu de deux puiſſances différentes; l'une eſt la force magnétique de la Terre, l'autre eſt l'action de tous les points du fil ſur les points de l'aiguille. Dans notre expérience, toutes les forces ſont dans le plan du méridien magnétique, & l'aiguille étant ſuſpendue horizontalement, la véritable force qui la fait oſciller, dépend de la partie de toutes ces forces, décompoſée ſuivant une direction horizontale.

Mais nous avons vu, dans les trois expériences qui précèdent, que le fluide magnétique étant concentré aux extrémités de notre fil, peut être ſuppoſé réuni à 10 lignes de l'extrémité de ce fil; & comme l'aiguille ſuſpendue a un pouce de longueur, que l'extrémité boréale eſt attirée à une diſtance de 3 pouces & demi, & que l'extrémité auſtrale eſt repouſſée par le pôle inférieur de l'aiguille, dont la diſtance eſt de $4\frac{1}{2}$ pouces; l'on peut ſuppoſer, ſans erreur ſenſible, que la diſtance moyenne à laquelle le pôle inférieur du fil d'acier exerce ſon action ſur les deux pôles de l'aiguille, eſt de 4 pouces. Conſéquemment, ſi l'action du fluide magnétique étoit comme la raiſon inverſe du carré des diſtances, l'action du pôle inférieur du fil d'acier ſur l'aiguille, ſeroit proportionnelle à $\frac{1}{4^2}$, $\frac{1}{8^2}$, $\frac{1}{16^2}$; ou à 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$.

Mais, puiſque les forces horizontales qui font oſciller l'aiguille, ſont proportionnelles au carré du nombre d'oſcillations faites dans un même temps, & qu'en vertu de la ſeule force magnétique du globe de la Terre, l'aiguille libre fait 15 oſcillations en 60″, cette dernière force ſera meſurée par le carré de ces 15 oſcillations ou par 15^2. Dans le deuxième eſſai, les forces réunies du globe de la Terre & du fil d'acier, font faire à l'aiguille 41 oſcillations en 60″; ainſi ces deux forces réunies ſont meſurées par 41^2, & la force ſeule dûe à l'action du fil d'acier aimanté, eſt par conſéquent meſurée par la différence de ces deux carrés; ainſi elle eſt proportionnelle à $\overline{41}^2 - \overline{15}^2$. Nous aurons, donc pour l'action du fil sur l'aiguille :

Distance.		*Force dépendante de l'action aimantaire du fil d'acier.*
Pour le 2.me Essai...à	4 pouces...............	$= \overline{41}^2 - \overline{15}^2 = 1456.$
3.me Essai...	8 pouces...............	$\overline{24}^2 - \overline{15}^2 = 351.$
4.me Essai...	16 pouces...............	$\overline{17}^2 - \overline{15}^2 = 64.$

Les deuxième & troisième essais, où les distances sont comme 1 : 2, donnent très-approchant, pour les forces, la raison inverse du carré des distances. Le quatrième essai donne un nombre un peu trop petit; mais il faut remarquer que, dans ce quatrième essai, la distance du pôle inférieur du fil d'acier au centre de l'aiguille, est de 16 pouces; & que la distance du pôle supérieur au centre de cette même aiguille, est à peu-près $\sqrt{(16^2 + 23^2)}$: ainsi l'action du pôle inférieur étant représentée par $\frac{1}{(16)^2}$, l'action horizontale du pôle supérieur, sera $\frac{16}{(16^2 + 23^2)^{\frac{3}{2}}}$; en sorte que l'action du pôle inférieur est à celle du pôle supérieur, à peu-près :: 100 : 19; d'où il résulte que les oscillations de l'aiguille étant produites par l'action de ces deux pôles, & celle du pôle supérieur agissant dans un sens opposé à celle du pôle inférieur, le carré des oscillations que produiroit l'action seule du pôle inférieur du fil aimanté, est diminué de $\frac{19}{100}$, par l'action opposée de la partie supérieure du même fil; ainsi, pour avoir l'action seule de la partie inférieure du fil, il faut, en supposant x, la véritable valeur de cette force, faire $(x - \frac{19}{100}x) = 64$, d'où $x = 79$. Substituons dans le résultat du quatrième essai, cette quantité, nous trouverons :

2.me Essai. Pour 4 pouces de distance, la force . . . . 1456.
3.me Essai. Pour 8 pouces de distance, ... 331.
4.me Essai. Pour 16 pouces de distance, ... 79.

Et ces forces sont très-approchant comme les nombres 16, 4, 1, ou comme la raison inverse du carré des distances.

J'ai répété plusieurs fois cette expérience, en suspendant des aiguilles de deux & trois pouces de longueur, & j'ai toujours trouvé qu'en faisant les corrections nécessaires que je viens d'expliquer, l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, étoit comme l'inverse du carré des distances.

Première Remarque.

L'ON a pu s'apercevoir, dans le courant de cette expérience, que nous supposons que notre fil étant aimanté par la méthode de la double touche; si l'on présente alternativement à une même distance, son pôle boréal & son pôle austral, à l'extrémité d'une aiguille aimantée par la méthode de la double touche, le pôle boréal du fil aimanté attirera le pôle austral de l'aiguille, exactement avec la même force que le pôle austral de ce fil repoussera le pôle austral de l'aiguille, & *vice versâ* pour le pôle boréal de l'aiguille. Cette propriété qui, comme nous le verrons dans la suite, est une conséquence nécessaire de la théorie du magnétisme, sera d'ailleurs prouvée par l'expérience, en se servant de la balance magnétique, dont nous allons tout-à-l'heure donner la description & les usages.

Deuxième Remarque.

LA loi de la raison inverse du carré des distances, étant une fois donnée, il seroit facile de déterminer par le calcul, si, dans la première expérience, où le fil aimanté est placé horizontalement, & perpendiculairement au méridien magnétique, & où l'on trouve, dans le dernier essai, qu'il faut éloigner à peu-près de 42 lignes, l'extrémité du fil du méridien de l'aiguille, le calcul donneroit, pour la direction de la résultante de toutes les actions de chaque moitié de ce fil, une ligne qui passeroit à neuf ou dix lignes de l'extrémité de ce fil. Nous allons présenter le calcul qui déterminera cette direction, d'après le dernier essai de la première expérience, où l'aiguille a trois pouces de longueur, & où le fil d'acier aimanté ayant 25 pouces de longueur, est placé horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, à 16 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille.

Soit dans la *figure 3*, x, le point où passe cette résultante, pour le pôle qui est placé le plus près de la ligne méridienne de l'aiguille; x', le point où l'on suppose à l'autre extrémité de ce fil, tout le fluide magnétique concentré: quant au fluide magnétique de l'aiguille suspendue, quoique son centre d'action soit à deux ou trois lignes de ses extrémités, l'on peut le supposer à ses extrémités, parce que chaque pôle du fil agit sur les deux pôles de cette aiguille; & que si, par cette supposition, l'on fait le pôle n de l'aiguille, trop près de deux ou trois lignes du pôle s du fil d'acier, l'on fait en même temps, le pôle a de l'aiguille, trop éloigné du pôle s de la même quantité; ainsi l'erreur de la supposition se trouve à peu-près compensée.

Mais nous trouvons par l'expérience, que la distance de l'extrémité du fil à la ligne méridienne de l'aiguille, est dans le dernier essai de $3\frac{1}{2}$ pouces. Ainsi en faisant $x = sx = Nx$, distance de l'extrémité du fil au centre d'action, nous aurons les formules suivantes, pour la force que les centres d'actions du fil exercent sur chaque extrémité de l'aiguille, dans une direction perpendiculaire à l'aiguille.

Action du Pôle S sur le Pôle n. . . . $\dfrac{3\frac{1}{2} + x}{\left[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$.

Action du Pôle S sur le Pôle a.... $\frac{3\frac{1}{2}+x}{[(19)^2+(3\frac{1}{2}+x)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Action du Pôle N sur le Pôle n.... $\frac{(28\frac{1}{2}-x)}{[(16)^2+(28\frac{1}{2}-x)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Action du Pôle N sur le Pôle a.... $\frac{28\frac{1}{2}-x}{[(19)^2+(28\frac{1}{2}-x)^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Mais, comme dans cette expérience, l'aiguille d'acier est placée sur son méridien magnétique, & que chacune des forces qui précèdent, agit perpendiculairement à cette aiguille avec le même bras de levier, pour la faire tourner autour de son point de suspension, il en résulte que toutes ces forces sont en équilibre entr'elles; d'où l'on tire l'équation :

$$\frac{3\frac{1}{2}+x}{[(16)^2+(3\frac{1}{2}+x)^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{3\frac{1}{2}+x}{[\overline{19}^2+(3\frac{1}{2}+x)^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\frac{28\frac{1}{2}-x}{[16^2+(28\frac{1}{2}-x)^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{28\frac{1}{2}-x}{[\overline{19}^2+(28\frac{1}{2}-x)^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Mais, comme nous avons déjà vu que x doit être moindre qu'un pouce, nous pouvons, pour première approximation, le négliger dans le dénominateur de notre équation, dont les nombres sont très-considérables, relativement à x, ou faire x égal à $\frac{1}{2}$ pouce, qui approche davantage de sa véritable valeur.

Ainsi, il résultera du calcul de la formule, pour la valeur $s\,x = x = \frac{56}{75}$ pouces, à peu-près 9 lignes, comme dans les deux premiers essais.

Par un calcul semblable, l'on trouvera que, lorsque l'extrémité du fil d'acier étoit éloignée de 8 pouces de l'extrémité de l'aiguille suspendue, la distance du point x au méridien, étoit à peu près de $12\frac{1}{2}$ lignes; mais comme l'expérience donne pour lors 4 lignes de distance du méridien à l'extrémité de l'aiguille, il en résulte que, dans cet essai, il faut retrancher 4 lignes pour avoir la distance du centre d'action à l'extrémité de l'aiguille. Ainsi le calcul donne encore ici 8 $\frac{1}{2}$ lignes pour la distance du centre d'action aux extrémités de l'aiguille.

Dans le troisième essai, où la distance de l'extrémité de l'aiguille au fil d'acier est de 4 pouces, le calcul donnera à peu-près 2 lignes pour la distance, depuis le centre d'action jusqu'à la méridienne : mais nous trouvons par l'expérience que, dans cet essai, l'extrémité du fil dépassoit le méridien, de 8 lignes; ainsi, dans cet essai, le calcul donne le centre d'action des extrémités du fil d'acier, à 10 lignes de ses extrémités.

Ainsi, il résulte de l'expérience & du calcul, que toutes les fois que des fils d'acier, de 25 pouces de longueur, agissent l'un sur l'autre, l'on peut supposer les centres d'actions, ou ce qui revient au même, tout le fluide magnétique réuni à 9 ou 10 lignes des extrémités de ces fils, & calculer, d'après cette supposition: dans les aiguilles très-courtes, le centre d'action est plus proche des extrémités; nous aurons lieu dans la suite de déterminer la loi de cette diminution, relative à la longueur des aiguilles, lorsque nous donnerons la manière la plus avantageuse d'aimanter les aiguilles, & de former des aimants artificiels.

Nous déterminerons en même temps la courbe qui, dans un fil d'acier aimanté, représente la densité du fluide magnétique depuis son extrémité jusqu'à son milieu où est placé son centre aimantaire; mais il est aisé de prévoir d'avance, d'après les expériences qui précèdent, que le lieu géométrique de cette densité, ne peut pas être une ligne droite, comme l'ont cru quelques auteurs.

Deuxième méthode de déterminer la loi d'attraction & de répulsion du fluide magnétique.

APRÈS avoir trouvé par les expériences qui précèdent, que dans une aiguille de 25 pouces de longueur, & à plus

plus forte raiſon, dans des aiguilles plus courtes, le fluide magnétique peut être ſuppoſé concentré dans les deux ou trois derniers pouces, vers leurs extrémités, & que, dans les aiguilles de 20 à 25 pouces, le centre d'action peut être ſuppoſé à 9 ou 10 lignes de chaque extrémité; il a été facile de conſtruire une balance magnétique, d'après les mêmes principes qui m'ont ſervi pour conſtruire la balance électrique, que j'ai décrite dans mon premier Mémoire. Mais je dois obſerver, que la forme & les détails des meſures de la balance magnétique que je vais donner, peuvent & doivent être changés à meſure que la pratique le preſcrira. Je n'ai cherché, dans ce premier eſſai, qu'à donner à cette balance une forme ſimple, peu coûteuſe, & qui fut cependant à peu-près ſuffiſante pour les expériences que j'avois deſſein de faire.

Deſcription de la balance magnétique.

J'ai fait faire, *figure 4*, une boîte carrée, de 3 pieds de côté, & 18 pouces de hauteur; les planches ne ſont fixées entr'elles, qu'avec des tenons, des mortoiſes & des chevilles de bois. À neuf pouces au-deſſus du fond, eſt placé un cercle horizontal, de bois bien ſec, ou de cuivre rouge, de 2 pieds 10 pouces de diamètre, diviſé à l'ordinaire en 360 degrés. Sur cette boîte, eſt placée une traverſe *AB* qui porte à ſon milieu une tige creuſe *id*, de 30 pouces de longueur, terminée en *d*, par un micromètre de torſion, ſemblable à celui que nous avons décrit pour la balance électrique. La pince de ce micromètre ſaiſit l'extrémité d'un fil de cuivre jaune, numéroté *12* dans le commerce, dont les ſix pieds pèſent 5 grains, & dont nous avons déterminé la force, dans le Mémoire ſur les forces de torſion des fils de métal, imprimé dans le *volume de l'Académie pour 1784*. La partie inférieure de ce fil eſt priſe par une double pince, ayant la figure d'un porte-crayon, repréſenté *figure 5*; cette double pince eſt fendue, comme l'indique la figure, dans preſque toute ſa longueur, pour former pince à ſes deux extrémités, qui s'ouvrent & ſe ferment au moyen de deux coulans. L'extrémité inférieure ſaiſit un anneau de plomb ou de cuivre; cet anneau eſt deſtiné à porter l'aiguille d'acier aimantée, que l'on veut mettre en expérience.

Avant de commencer les expériences avec cette balance, il faut que, lorſque la torſion eſt nulle, l'aiguille aimantée ſe place naturellement ſur ſon méridien magnétique; c'eſt ce qu'il eſt facile d'obtenir, en plaçant d'abord dans l'anneau ſuſpendu au porte-crayon, un fil de cuivre rouge, des mêmes dimenſions que le fil d'acier aimanté, que l'on compte ſoumettre à l'expérience; laiſſant enſuite l'index du micromètre fixement ſur la première diviſion de ce micromètre, l'on fait tourner tout le micromètre, (dont le tuyau, comme on l'a vu pour la balance électrique, peut gliſſer & tourner dans celui qui forme la tige *id*, *fig. 4*), juſqu'à ce que l'aiguille de cuivre s'arrête naturellement ſur la direction du méridien magnétique, que l'on a tracée d'avance.

La boîte doit être placée ſur ce méridien magnétique, de manière que la direction de ce méridien réponde aux diviſions 0,180 du cercle horizontal, que nous avons dit être élevé dans la boîte, à 9 pouces au-deſſus de ſon fond.

Après cette préparation, l'on ſubſtitue l'aiguille d'acier aimantée à l'aiguille de cuivre, & l'on eſt en état de commencer les opérations.

Nous ne donnerons ici que les expériences & les réſultats qui nous ſont abſolument néceſſaires pour déterminer la loi ſuivant laquelle le fluide magnétique agit, lorſque les molécules aimantaires ſont placées à différentes diſtances l'une de l'autre.

PREMIER RÉSULTAT. La force résultante de toutes les forces aimantaires que le globe de la Terre exerce sur chaque point d'une aiguille aimantée, est une quantité constante, dont la direction, parallèle au méridien magnétique, passe toujours par le même point de l'aiguille, dans quelque situation que cette aiguille soit placée par rapport à ce méridien.

J'avois déjà tâché de prouver ce principe dans un Mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le *septième volume des Savans étrangers;* mais les expériences que j'ai rapportées pour lors, pourroient être sujettes à quelques contestations; celle qui va suivre est directe, & me paroît décisive.

EXPÉRIENCE.

J'ai suspendu horizontalement dans la balance, un fil d'acier aimanté, ayant 22 pouces de longueur, & 1 $\frac{1}{4}$ ligne de diamètre. D'après la disposition de notre balance, cette aiguille s'est placée dans sa direction magnétique, son extrémité nord répondant au point o du grand cercle de 2 pieds 10 pouces de diamètre; la torsion du fil étant nulle, & l'index du micromètre étant sur le point o, ou sur la première division de ce micromètre.

Au moyen du bouton qui porte l'index du micromètre, l'on a tordu le fil de cuivre de suspension de différens angles, ce qui a forcé l'aiguille de s'éloigner de son méridien magnétique: à chaque opération, l'on a observé l'angle dont elle étoit éloignée de ce méridien, & la force de torsion qu'il falloit employer pour produire cet angle, & l'on a eu les résultats suivans.

	Le fil de suspension tordu de......		L'aiguille s'est arrêtée à...
1.er Essai.	1 cercle = 360.		10 $\frac{1}{2}$ de son Méridien.
2.me Essai.............	2....................		21 $\frac{1}{4}$.
3.me Essai.............	3....................		33.
4.me Essai.............	4....................		46.
5.me Essai.............	5....................		63 $\frac{1}{2}$.
6.me Essai.............	5 $\frac{1}{2}$....................		85.

Résultat & explication de cette expérience.

Notre aiguille aimantée eſt ici ſuſpendue par un fil de cuivre, numéroté *12* dans le commerce; nous avons vu, dans un Mémoire imprimé dans le *volume de 1784,* que, pour un même fil de ſuſpenſion, la force de torſion eſt proportionnelle à l'angle de torſion; ainſi, dans le premier eſſai, la force de torſion eſt 1 cercle — 10 $\frac{1}{2}$ degrés; dans le deuxième eſſai, elle eſt 2 cercles — 21 $\frac{1}{4}$ degrés. Si nous comparons, d'après cette expérience, la force de torſion, avec l'angle dont l'aiguille s'éloigne de ſon méridien, à chaque eſſai, nous trouverons très-exactement, que le ſinus de l'angle formé par le méridien magnétique, & la direction de l'aiguille dans les eſſais ſucceſſifs, ſont proportionnels à l'angle de torſion; d'où il ſuit, comme nous l'avons vu, dans le *ſeptième volume des Savans étrangers,* que la force réſultante de l'action magnétique du globe de la Terre, eſt une force conſtante dirigée parallèlement au méridien magnétique, & paſſant toujours à égale diſtance de l'extrémité de l'aiguille, dans quelque poſition que cette aiguille ſoit placée, relativement à ſon méridien: voici le calcul comparé à l'expérience.

Soit A, l'angle de torſion d'un eſſai quelconque, qui doit ſervir de terme de comparaiſon.

B, l'angle dont l'aiguille s'éloigne de ſon méridien à cet eſſai.

A', l'angle de torſion trouvé dans un autre eſſai.

B', l'angle dont l'aiguille s'éloigne de ſon méridien à cet eſſai; nous aurons généralement, d'après la théorie A A' : : ſin. B : ſin. B'.

D'où log. A' = log. A + log. ſin. B' — log. ſin. B. Prenons le deuxième eſſai pour terme de comparaiſon; en corrigeant l'angle de torſion, de l'angle dont l'aiguille s'éloigne de ſon méridien, cet angle ſera 699 degrés, & ſon logarithme ſera........................2,8444,
l'angle B étant de $21^d\ 15'$, log. ſin. B ſera .....9,5592.

En comparant ces deux quantités, d'après la formule, avec l'angle dont l'aiguille est éloignée de son méridien dans les autres essais, nous trouverons que,

Les 2.^{me} & 3.^{me} *Essais* comparés par la théorie, donnent pour la force de torsion du 3.^{me} *Essai*. . . . . 1052^d.
L'expérience donne pour la force de torsion du 3.^{me} *Essai*. 1047^d.
Différence. . . . . 5.
Erreur de l'expérience. . . . . $-\frac{1}{210}$.

Les 2.^{me} & 4.^{me} *Essais* comparés, donnent, par la théorie, pour la force de torsion. . . . . 1388^d.
L'expérience donne pour la force de torsion du 3.^{me} *Essai*. 1394^d.
Différence. . . . . 06^d.
Erreur de l'expérience. . . . . $+\frac{1}{232}$.

Les 2.^{me} & 5.^{me} *Essais* comparés, donnent, par la théorie, pour la force de torsion. . . . . 1726^d.
L'expérience donne au 5.^{me} *Essai*, pour la force de torsion, 1736$\frac{1}{2}$.
Différence. . . . . 10$\frac{1}{2}$.
Erreur de l'expérience. . . . . $+\frac{1}{169}$.

Les 2.^{me} & 6.^{me} *Essais* comparés, donnent, par la théorie, pour la force de torsion. . . . . 1921^d.
L'expérience donne au 5.^{me} *Essai*. . . . . 1895^d.
Différence. . . . . 26^d.
Erreur de l'expérience. . . . . $-\frac{1}{75}$.

L'on trouve donc le plus grand accord entre la théorie & l'expérience, ce qui prouve en même temps, la vérité de la théorie & l'exactitude de la méthode; exactitude que l'on ne peut attribuer qu'à la simplicité du moyen, car la boîte & toutes les parties qui forment la balance avoient été exécutées sans beaucoup de soin.

Première Remarque.

Cette propriété établie d'une manière qui me paroît incontestable, il sera facile, au moyen de notre balance, de comparer tout de ſuite & ſans calcul, la force de différentes aiguilles aimantées, ſoit entr'elles, ſoit avec le *momentum* d'un poids qui agiroit à l'extrémité d'un levier donné.

Il ne s'agit pour cette opération, que de ſuſpendre horizontalement l'une après l'autre, dans notre balance, les différentes aiguilles que l'on voudra comparer, de manière qu'elles ſe placent librement ſur le méridien magnétique, lorſque la torſion du fil de ſuſpenſion eſt nulle; l'on tordra enſuite le fil de ſuſpenſion au moyen du micromètre, de manière que les aiguilles ſuſpendues, forment dans tous les eſſais, un même angle avec le méridien magnétique, & l'on conclura de cette expérience, que, puiſque l'angle formé avec le méridien magnétique eſt conſtant, le *momentum* de la force avec laquelle chaque aiguille eſt ramenée à ſon méridien par l'action magnétique de la Terre, eſt proportionnel à l'angle de torſion qu'aura donné l'expérience.

Nous aurons lieu, dans un autre Mémoire, de revenir en détail ſur cet objet, ainſi que ſur beaucoup d'autres, relatifs au magnétiſme.

USAGE de la balance magnétique, pour déterminer la loi ſuivant laquelle les parties aimantaires agiſſent l'une ſur l'autre à différentes diſtances.

L'on a aimanté un fil de bon acier, tiré à la filière, de 24 pouces de longueur, & 1 $\frac{1}{2}$ ligne de diamètre, on l'a ſuſpendu horizontalement dans notre balance magnétique; l'on a cherché d'abord, avec quelle force le magnétiſme de la Terre ramenoit cette aiguille à ſon méridien, & l'on a trouvé qu'en tordant le fil de ſuſpenſion de deux cercles moins 20 degrés, l'aiguille s'arrêtoit à 20 degrés de ſon méridien magnétique, en ſorte que pour les angles de 20 à 24 degrés & au-deſſous, les ſinus étant à peu-près proportionnels aux arcs, il falloit pouréloigner l'aiguille d'un degré de ſon méridien magnétique, une force de torſion très-approchante de 35 degrés.

L'on a placé enſuite un autre fil aimanté des mêmes dimenſions, verticalement dans le méridien magnétique, à 11 pouces 2 lignes du centre de ſuſpenſion de la première aiguille, en baiſſant l'extrémité de ce fil, à peu-près d'un pouce au-deſſous du niveau de l'aiguille ſuſpendue horizontalement; en ſorte que, ſi les deux aiguilles, l'une ſuſpendue horizontalement, l'autre placée fixement verticalement dans le méridien de la première, s'étoient touchées, elles ſe ſeroient rencontrées à 1 pouce de leurs extrémités; mais comme c'étoit les pôles nord, ou du même nom de chaque aiguille, qui étoient oppoſés, elles ſe ſont chaſſées mutuellement, & l'aiguille horizontale, ſuſpendue dans la balance, a été repouſſée de la direction de ſon méridien, & ne s'eſt arrêtée que lorſque la force de répulſion des pôles oppoſés, a été en équilibre avec la force directrice du globe de la Terre. Voici le réſultat des différens eſſais.

EXPÉRIENCE.

Premier Eſſai. L'aiguille ſuſpendue horizontalement ſans tordre le fil de ſuſpenſion, a été chaſſée, & s'eſt arrêtée à 24 degrés de ſon méridien magnétique.

Deuxième Eſſai. Ayant tordu de trois cercles, l'aiguille s'eſt arrêtée à 17 degrés de ſon méridien magnétique.

Troiſième Eſſai. Ayant tordu de huit cercles, l'aiguille s'eſt arrêtée à 12 degrés de ſon méridien magnétique.

Explication & réſultat de cette expérience.

Nous avons dit que l'aiguille libre & uniquement ſollicitée par l'action magnétique du globe de la Terre, étoit retenue à 20 degrés de ſon méridien par une force de torſion de deux cercles moins 20 degrés; ainſi, lorſque l'aiguille formoit un angle de 20 degrés avec ſon méridien magnétique, la force qui la rappeloit vers ce méridien étoit de 700^d; & par conſéquent, comme dans le premier eſſai elle s'arrêtoit à 24^d de ſon méridien, elle y étoit ramenée avec une force de 849^d; mais, comme par la répulſion des aiguilles, le fil de ſuſpenſion étoit tordu de 24^d, la répulſion totale étoit de 864.

Dans le 2.^{me} *Eſſai*, l'aiguille s'arrêtoit à 17^d de ſon méridien magnétique; ainſi, elle étoit ramenée à ce méridien par l'action aimantaire de la Terre, avec une force de 595^d. Mais la torſion qui la retenoit à cette diſtance étoit 3 cercles $+ 17^d$. Ainſi, comme cette force de torſion agiſſoit dans le même ſens que la force aimantaire de la Terre, l'action des deux pôles de l'aiguille étoit meſurée par ... 1692^d.

Dans le 3.^{me} *Eſſai*, l'aiguille n'eſt qu'à 12^d de ſon méridien magnétique. Ainſi, l'action du globe de la Terre n'eſt meſurée que par une force de 420^d. Mais nous trouvons dans cet eſſai, que pour ramener l'aiguille à cette diſtance de 12^d il avoit fallu tordre le fil de ſuſpenſion de 8 cercles $+ 12^d$, $= 2890^d$. Ainſi, la force répulſive des deux aiguilles placées à 12^d de diſtance eſt meſurée dans ce dernier eſſai, par une torſion de $2892 + 420 = 3312^d$. Ainſi, dans nos expériences, où les diſtances ſont 24, 17, 12, la raiſon inverſe du carré des diſtances eſt meſurée par les nombres $\frac{1}{576}$, $\frac{1}{289}$, $\frac{1}{144}$, qui eſt très-approchant, comme $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1. Mais les expériences donnent pour les forces répulſives correſpondantes 864, 1692, 3312, qui ſont auſſi très-approchant, comme les nombres $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1. Ainſi, en ſuppoſant, comme nous avons vu plus haut, qu'il étoit permis de le faire, tout le fluide magnétique concentré à 10 lig. de l'extrémité de nos aiguilles de 24 pouces de longueur, il en réſulte que l'action répulſive du fluide magnétique eſt en raiſon inverſe du carré des diſtances.

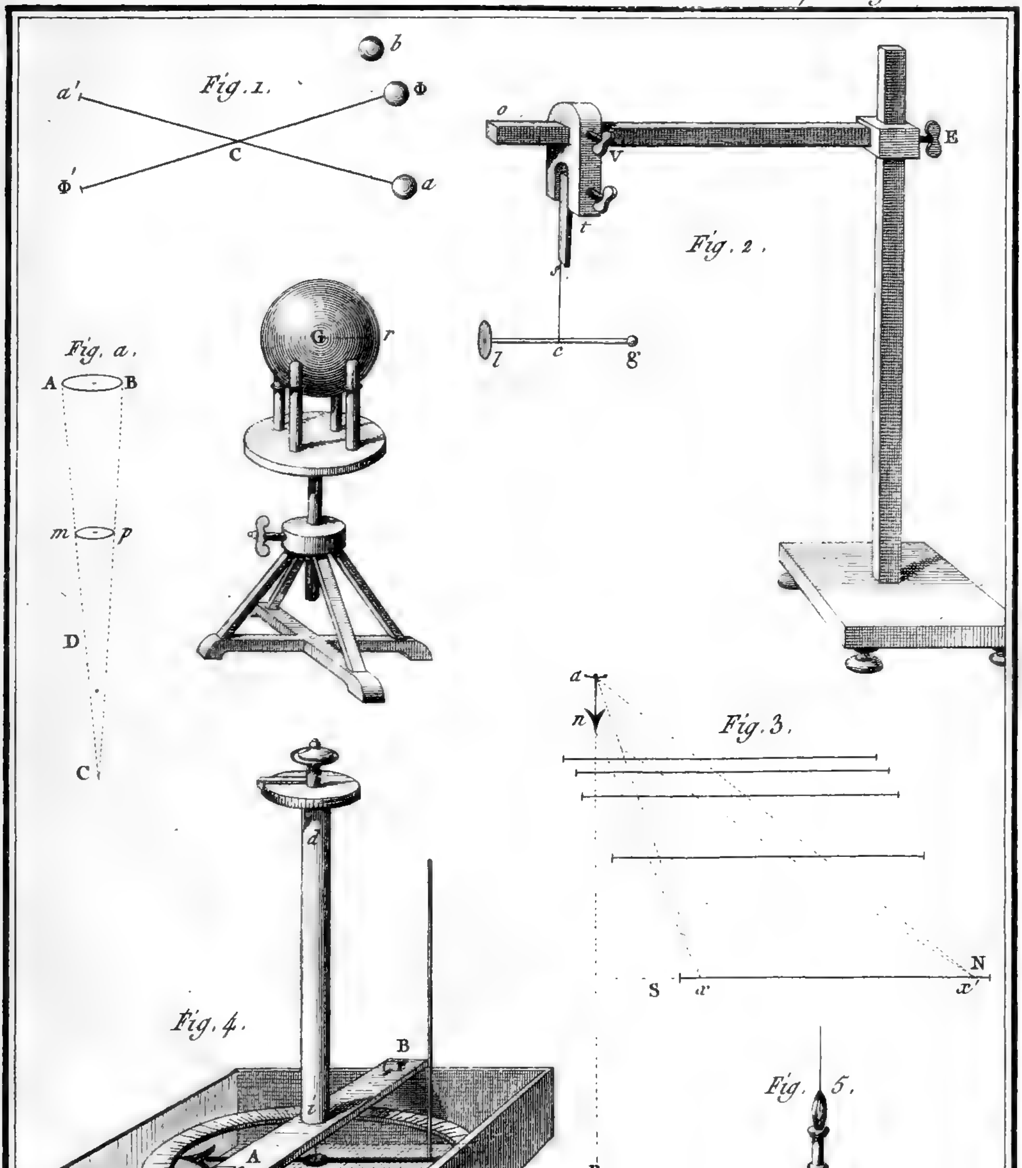
Nous avons pu négliger dans cette opération, l'action des autres pôles des aiguilles; car, puiſque l'action eſt en raiſon inverſe du carré des diſtances, que les aiguilles ont deux pieds de longueur, ces autres pôles ſe trouvant toujours à une diſtance au moins quatre fois plus grande que

les

les premiers, & agiſſant d'ailleurs très-obliquement à la longueur des aiguilles, leur action ne peut pas altérer d'une manière bien ſenſible notre réſultat. Mais s'il y avoit moins de différence entre la diſtance des différens pôles de l'aiguille que dans l'expérience qui précède, il faudroit, dans le calcul, avoir égard à l'action réciproque de tous les pôles, & à la longueur du levier ſur lequel chacune de ces actions s'exerce. Ce calcul n'auroit pas plus de difficulté que celui que nous avons fait plus haut pour déterminer le centre d'action des extrémités des aiguilles, ou le point, vers ces extrémités, dans lequel il eſt permis de ſuppoſer le fluide magnétique concentré.

L'on peut encore, au moyen de la balance magnétique que nous venons de décrire, prouver d'une manière inconteſtable, que le fluide magnétique dans les fils d'acier aimantés par la méthode de la double touche, eſt concentré vers les extrémités de ces fils.

Voici le précis de l'opération qui mène à ce réſultat. Ayant placé dans le méridien magnétique de notre balance, une règle verticale de deux lignes d'épaiſſeur, répondant à l'extrémité de l'aiguille ſuſpendue, l'on fait gliſſer verticalement, le long de cette règle, le fil d'acier aimanté, de manière que les pôles du même nom ſe répondent, la règle étant entre-deux. Comme les deux extrémités, ou les deux pôles des fils d'acier & de l'aiguille, ſe chaſſent, l'on tord, au moyen du micromètre, le fil de ſuſpenſion, juſqu'à ce que l'on ait ramené l'aiguille horizontale en contact avec la règle, en ſorte qu'il ne reſte que l'épaiſſeur de la règle, ou deux lignes de diſtance entre les points les plus rapprochés des deux aiguilles; mais comme le fil d'acier que nous plaçons derrière la règle eſt vertical, tous les points des deux aiguilles qui ſe trouvent à quatre ou cinq lignes de diſtance du recroiſement, n'ont l'une ſur l'autre pour ſe chaſſer mutuellement, qu'une force très-foible, à cauſe de leur diſtance & de l'obliquité de leur action ; en ſorte que la force de torſion qu'il faut employer pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact de la règle, est proportionnelle à la densité des deux ou trois lignes de longueur du fluide aimantaire qui avoisinent les points des deux aiguilles, qui ne sont qu'à deux lignes de distance l'un de l'autre. Ainsi, en faisant glisser verticalement notre fil d'acier le long de la règle, nous présenterons à cette petite distance de deux lignes de l'aiguille, tous les points de ce fil, & la force de torsion de la suspension pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact avec la règle, sera proportionnelle à la densité du fluide magnétique du point du fil vertical, qui, dans chaque essai, se trouvera à deux lignes de distance de l'aiguille. Si l'on tente cette expérience, l'on trouvera que s'il faut une torsion de huit cercles lorsque le point de recoupement est à deux lignes de l'extrémité du fil, il ne faut que deux ou trois cercles de torsion à un pouce, & tout au plus un demi-cercle de torsion à deux pouces; & que lorsque le fil d'acier vertical a son extrémité baissée de trois pouces au-dessous de l'extrémité de l'aiguille suspendue horizontalement, la répulsion est presque nulle. L'on trouvera la même chose pour l'attraction des pôles du même nom; mais il faut avertir que pour compter sur le résultat d'une pareille expérience, il ne faut employer que des aiguilles fortement trempées & d'excellent acier, & ne pas leur donner un trop fort degré de magnétisme; autrement, comme dans cette opération le point de recroisement des deux aiguilles n'a que deux lignes de distance, si la force du fluide magnétique est telle que le fluide puisse se déplacer dans les parties des aiguilles qui s'avoisinent, les résultats ne seront plus comparables. L'on verra, dans un autre Mémoire, que la force coërcitive, qui empêche le fluide magnétique une fois concentré par l'opération de la double touche, de se déplacer, est une quantité constante, qui varie suivant la nature & la trempe de l'acier; mais que, lorsqu'un point d'une aiguille est aimanté à satu-



Fossier del. *Y. le Gouaz sc.*

ration, cette force coërcitive, que l'on peut comparer au frottement dans la mécanique, fait équilibre avec la résultante de toutes les forces, soit répulsives, soit attractives de tout le fluide magnétique répandu dans l'aiguille, la force de chaque point étant en raison composée de la directe des densités & de l'inverse du carré des distances.

Récapitulation des objets contenus dans ce Mémoire.

Des recherches qui précèdent, il résultera:

1.° Que l'action, soit répulsive, soit attractive de deux globes électrisés, & par conséquent de deux molécules électriques, est en raison composée des densités du fluide électrique des deux molécules électrisées, & inverse du carré des distances.

2.° Que dans une aiguille de 20 à 25 pouces de longueur, aimantée par la méthode de la double touche, le fluide magnétique peut être supposé concentré à dix lignes des extrémités de l'aiguille.

3.° Que lorsqu'une aiguille est aimantée, dans quelque position où elle soit placée sur un plan horizontal, relativement à son méridien magnétique, elle est toujours ramenée à ce méridien par une force constante parallèle au méridien, & dont la résultante passe toujours par le même point de l'aiguille suspendue.

4.° Que la force attractive & répulsive du fluide magnétique, est exactement, ainsi que dans le fluide électrique, en raison composée de la directe des densités, & inverse du carré des distances des molécules magnétiques.

TROISIÈME MÉMOIRE

SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

De la quantité d'Électricité qu'un corps isolé perd dans un temps donné, soit par le contact de l'air plus ou moins humide, soit le long des soutiens plus ou moins idio-électriques.

Par M. COULOMB.

LORSQU'UN corps conducteur électrisé est isolé par des soutiens idio-électriques, l'expérience apprend que l'électricité de ce corps décroit & s'anéantit assez rapidement. L'objet de ce Mémoire est de déterminer suivant quelles loix se fait ce décroissement : la connoissance de cette loi est absolument nécessaire pour pouvoir soumettre par la suite, au calcul les autres phénomènes de l'électricité ; parce que les expériences destinées à évaluer ces phénomènes, ne pouvant s'exécuter dans un même instant, ne peuvent être comparées entr'elles, sans connoître l'altération qu'elles éprouvent dans le temps qui s'écoule de l'une à l'autre.

Deux causes paroissent principalement concourir à faire perdre l'électricité des corps : la première, c'est qu'il est probable qu'il n'y a dans la Nature aucun soutien parfaitement isolant, c'est-à-dire, qu'il n'y a aucun corps entièrement impénétrable à l'électricité, lorsqu'elle est portée à un très-grand degré d'intensité ; que d'ailleurs, quand même ce corps existeroit, l'air étant toujours chargé d'un certain degré d'humidité, cette humidité s'attache à la surface des corps idio-électriques en plus ou moins grande quantité, suivant que l'air est plus ou moins humide, &

que le corps idio-électrique, par sa nature, a une plus grande ou une moindre affinité avec l'eau, que n'en ont les parties de l'air; en sorte qu'il arrive souvent que les parties aqueuses répandues sur la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien à un corps électrisé, sont plus raprochées l'une de l'autre, qu'elles ne le sont dans l'air environnant; & comme ces parties aqueuses sont conductrices de l'électricité, dans ce cas, lorsque les corps idio-électriques qui servent de soutien n'ont pas une longueur suffisante, l'electricité se perd plus facilement le long de la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien, que par le contact de l'air.

La seconde cause, c'est que le corps électrisé étant enveloppé par l'air atmosphérique, cet air composé de différens élémens, est plus ou moins idio-électrique, soit par la nature de ces élémens, soit par leur affinité avec les molécules aqueuses; affinité qui varie encore suivant le degré de chaleur, en sorte que l'air peut être regardé comme composé d'une infinité d'élémens en partie idio-électriques, en partie conducteurs. Mais, comme un corps conducteur se charge toujours d'une partie de l'électicité du corps qui le touche, & que chargé de cette électricité, il est repoussé par ce corps; il en résulte, que chaque molécule de l'air qui touche un corps électrisé, se charge de l'électricité de ce corps plus ou moins rapidement, suivant que la densité électrique du corps est plus ou moins grande, & que l'air est plus ou moins chargé d'humidité ou de parties conductrices de l'electricité: dès l'instant qu'une molécule de l'air est chargée d'électricité, elle est chassée du corps électrisé, & remplacée par une autre qui s'électrise, & est chassée à son tour; chacune de ces molécules emportant une partie de l'électricité du corps électrisé qu'elles enveloppent, la densité électrique diminue plus ou moins rapidement, suivant l'état de l'atmosphère. L'explication que nous venons de donner sur la manière dont l'électricité se perd par le contact de l'air, dont les molécules infiniment petites ſe meuvent avec beaucoup de facilité, n'eſt pas applicable à la manière dont l'expérience apprend que l'électricité ſe perd le long des ſurfaces des ſoutiens devenus idio-électriques imparfaits, par le contract de l'air humide; parce que dans ce ſecond cas, les parties aqueuſes contractent un aſſez grand degré d'adhérence avec la ſurface de ces ſoutiens; que cette adhérence eſt quelquefois plus grande que l'action répulſive que le corps électriſé exerce ſur la molécule aqueuſe, à laquelle il a tranſmis une partie de ſon électricité; d'où il arrive, & ce réſultat eſt confirmé par l'expérience, que lorſque la molécule humide, la plus proche du corps électriſé, eſt chargée d'électricité, cette électricité paſſe en partie à la molécule ſuivante, ſans que cette molécule ſe déplace, & de-là de molécule en molécule, juſqu'à une certaine diſtance du corps: ainſi la denſité de chaque molécule diminuera à meſure qu'elle ſera plus éloignée du corps électriſé, parce que ces molécules aqueuſes étant ſéparées par un petit intervalle idio-électrique, il faut un certain degré de force, pour que l'électricité puiſſe paſſer d'une molécule à l'autre. La réſiſtance que ce petit intervalle idio-électrique oppoſe à l'écoulement du fluide électrique, paroît ne pouvoir être repréſentée que par une quantité conſtante pour un intervalle conſtant, & doit par conſéquent être proportionnelle à la différence de l'action de deux molécules conſécutives. Nous verrons tout-à-l'heure, que le calcul & les expériences qui déterminent la loi de la denſité du fluide électrique le long des ſoutiens idio-électriques imparfaits, s'accordent avec le raiſonnement qui précède.

Les recherches qui vont ſuivre, doivent donc avoir deux objets; le premier, de déterminer ſuivant quelle loi l'électricité ſe perd par le contact de l'air; le deuxième, de déterminer ſuivant quelle loi cette même électricité ſe perd le long de la ſurface des ſoutiens idio-électriques: mais comme dans toutes les expériences que l'on peut faire, les corps conducteurs chargés d'électricité, ſont toujours ſoutenus par des corps idio-électriques, ces expériences doivent naturellement toujours préſenter un réſultat composé de la perte de l'électricité par le contact de l'air, & de la perte de l'électricité le long de la ſurface du ſoutien idio-électrique, à moins que l'on ne parvienne à ſoutenir le corps par un ſupport idio-électrique dont la ſurface ſoit proportionnellement moins chargée d'humidité, ou des parties conductrices que les molécules de l'air environnant; car pour lors en diminuant beaucoup la ſurface du contact du corps électriſé & de ſon ſoutien, la diminution de l'électricité du corps ſeroit dûe en entier au contact de l'air. D'après ce raiſonnement, j'ai eſſayé, pour ſervir de ſoutien au corps électriſé, pluſieurs matières idio-électriques, & j'ai trouvé que lorſque la denſité électrique du corps ſoutenu n'étoit pas très-conſidérable, un petit cylindre de cire d'Eſpagne ou de gomme-laque, d'une demi-ligne de diamètre & de 18 à 20 lignes de longueur, ſuffiſoit preſque toujours pour iſoler parfaitement une balle de ſureau de cinq à ſix lignes de diamètre; j'ai également trouvé que lorſque l'air étoit ſec, un fil de ſoie très-fin, paſſé dans de la cire d'Eſpagne bouillante, & ne formant enſuite qu'un petit cylindre tout au plus d'un quart de ligne de diamètre, rempliſſoit le même objet, pourvu que l'on donnât à ce fil une longueur de cinq à ſix pouces. Un fil de verre, tiré à la lampe d'émailleurs, de cinq ou ſix pouces de longueur, n'iſole la balle que dans les jours très-ſecs, & lorſqu'elle eſt chargée d'un très-foible degré d'électricité; il en eſt de même d'un cheveu ou d'une ſoie qui ne ſont pas enduits de cire d'Eſpagne, ou ce qui vaut encore mieux, de gomme-laque pure.

PREMIÈRE PARTIE.

Expériences pour déterminer la perte de l'électricité par le contact de l'air.

J'AI donné dans mon premier Mémoire ſur l'électricité, la deſcription de la balance dont je me ſers dans toutes les expériences électriques. L'on peut se rappeler, en jetant les yeux sur la figure de cette balance, qu'une aiguille horizontale, formée par un fil de soie enduit de cire d'Espagne ou même par une paille terminée par un petit cylindre de gomme-laque, porte une petite balle de sureau, de quatre ou cinq lignes de diamètre à son extrémité; que cette aiguille est suspendue horizontalement par un fil d'argent de 28 pouces de longueur, & qu'en agissant avec un levier de 4 pouces pour tordre ce fil de suspension autour de son axe, il ne faut employer qu'une force de $\frac{1}{340}$ grain pour le tordre de 360^d; que les forces de torsion sont généralement proportionnelles à l'angle de torsion, en sorte que, par exemple, pour tordre notre fil de 36^d, ou pour faire varier l'aiguille de 36^d, il ne faut employer que $\frac{1}{3400}$ de grain. L'on doit encore se rappeler que la force de torsion de ce fil de suspension se mesure d'une manière bien simple, au moyen d'un micromètre placé au haut de la tige de notre balance, & qu'en présentant à la balle de l'aiguille une seconde balle de la même grosseur, isolée comme celle de l'aiguille, leur action réciproque lorsqu'elles sont chargées d'une électricité de même nature, tend à les éloigner l'une de l'autre; qu'en tordant le fil de suspension, au moyen du micromètre, il est facile de mesurer cette action que nous avons trouvée dans ce Mémoire, exactement comme l'inverse du carré de la distance des deux balles.

Pour déterminer au moyen de cette même balance, la loi suivant laquelle un corps électrisé perd son électricité dans un temps donné, voici la méthode qui m'a paru la plus simple & la plus exacte.

Je suspends à un fil de soie très-fin, enduit de cire d'Espagne, & terminé par un petit cylindre de gomme-laque de 18 à 20 lignes de longueur, une petite balle de sureau semblable à celle de l'aiguille; je l'introduis par le trou du couvercle de ma balance, comme je l'ai fait dans mon premier

premier Mémoire, & je la place de la même manière.

Au moyen d'une épingle à grosse tête, que je charge d'électricité, & qui est isolée comme dans le premier Mémoire, j'électrise également les deux balles, ce qui est très-facile en les faisant toucher l'une à l'autre; lorsque ces balles sont électrisées, elles se repoussent mutuellement, & l'aiguille ne s'arrête que lorsque la distance des deux balles est telle que la force de torsion est égale à la force répulsive: un exemple fera mieux entendre l'opération, que toute autre explication.

Je suppose que la balle de l'aiguille soit chassée à 40 degrés; en tordant le fil de suspension, je la ramène à une moindre distance, à 20 degrés, par exemple, ce que je suppose encore avoir obtenu, en tordant le fil de suspension de 140 degrés. J'observe l'instant où cette balle répond très-précisément à 20 degrés: comme l'électricité se perd, les balles se rapprocheront quelques minutes après l'opération; ainsi, pour pouvoir les observer toujours à la première distance de 20 degrés, je détors, au moyen de l'index, le fil de suspension, de 30 degrés, & la force de torsion étant diminuée de ces 30 degrés, les balles se chassent à un peu plus de 20 degrés. J'attends l'instant où la balle de l'aiguille arrive à 20 degrés, & je tiens compte très-exactement du temps écoulé entre les deux opérations; je suppose que ce temps soit $3'$; il résultera de cette opération, qu'à la première observation, la distance des balles étant 20, la force répulsive avoit pour mesure, 140 degrés $+$ 20; que $3'$ après, la force répulsive à la même distance de 20 degrés, n'étoit plus que $110^d + 20^d$, c'est-à-dire, qu'elle étoit diminuée de 30 degrés, ou de 10 degrés par minute: ainsi comme la force moyenne entre les deux observations étoit mesurée par 145 degrés, & qu'elle diminue de 30 degrés en $3'$, ou de 10 degrés par minute, la force électrique des deux balles diminuoit de $\frac{10}{145}$ par minute.

C'eſt d'après cette méthode, que j'ai formé le premier tableau, qui repréſente des obſervations faites le 28 Mai, le 29 Mai, le 22 Juin & le 2 Juillet; j'ai choiſi ces quatre obſervations parmi une infinité d'autres, parce que l'hygromètre annonçoit ces quatre jours des différences conſidérables dans le degré d'humidité de l'air, & que le degré de chaleur étoit à peu-près le même.

Obſervation ſur le Tableau ci-joint.

Dans ce tableau, la première colonne repréſente l'inſtant de l'obſervation; la deuxième, la diſtance des deux balles; la troiſième, le degré de torſion donné par le micromètre; la quatrième, la durée du temps écoulé entre deux obſervations conſécutives; la cinquième, la perte de la force électrique dans le temps écoulé entre deux obſervations; la ſixième, la force moyenne de répulſion entre deux obſervations conſécutives, meſurée par la torſion moyenne, indiquée par le micromètre, plus par la diſtance des deux balles; enfin, la ſeptième colonne indique le rapport de la force électrique perdue dans 1′, à la force totale.

L'on voit, d'après cette ſeptième colonne, que le rapport de la force électrique perdue à la force totale, a été repréſenté le même jour, ou dans le même état d'humidité de l'air, par une quantité conſtante; que ce rapport n'a varié qu'à meſure que l'hygromètre a annoncé une variation dans l'humidité de l'air, d'où il réſulte, que pour un même état de l'air, la perte de l'électricité eſt toujours proportionnelle à la denſité électrique.

La loi de la perte de la denſité électrique étant déterminée par les expériences qui précèdent, il eſt facile d'avoir par le calcul l'état électrique des deux balles après un temps donné; prenons pour exemple la première expérience de notre table, où nous avons vu que l'action électrique des deux balles, dont l'électricité primitive étoit la même, diminuoit de $\frac{1}{41}$ partie à chaque minute. Puisque la densité électrique décroît, ainsi que nous venons de le voir, proportionnellement aux densités; nous avons $-(\frac{d\delta}{\delta}) = m\,\partial t$, où δ représente la densité de chaque balle; mais puisque cette densité décroît, comme on le verra dans l'article suivant, de $\frac{1}{82}$ par minute, si $\partial t = 1'$, l'on aura $m = (\frac{1}{82})$. Ainsi, dans cette expérience, $-\frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\partial t}{82})$, multipliant par le module μ du système logarithmique, l'on aura $-\mu\frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\mu\,\partial t}{82})$, dont l'intégrale donne $\frac{\mu t}{82} = \log.(\frac{D}{\delta})$, D représentant la densité primitive du fluide électrique de chaque balle, & par conséquent $\frac{2\mu t}{82} = \frac{\mu}{41}t = \log.(\frac{D^2}{\delta^2})$; mais la distance étant constante, D^2 est proportionnel à l'action primitive, & δ^2 est proportionnel à l'action, lorsque le temps est $= t$: ainsi, en se servant des tables ordinaires, puisque le module $\mu = 0{,}4343$, l'on aura $\frac{0{,}4343}{41}t = \log.(\frac{D^2}{\delta^2})$. Si l'on cherche d'après cette formule, la valeur de δ dans cette première expérience, l'on trouvera qu'au premier essai, $D^2 = 150$, qu'au 6.^{me} essai $\delta^2 = 50$; ainsi, $\frac{0{,}4343\,t}{41} = \log.\frac{150}{50} = \log.3$; & par conséqnent $t = (\frac{41\log.3}{0{,}4343}) = 45'$ par l'expérience. Le *1.^{er} Essai* a commencé à $6^h\ 32'\ 30''$; le *6.^{me} Essai* n'a eu lieu qu'à $7^h\ 17'$: ce qui donne $44'\ 30''$, au lieu de $45'$ trouvées par l'expérience.

Deuxième Remarque.

Le rapport donné dans la ſeptième colonne de la table, repréſente exactement la portion de la force perdue dans une minute par le corps électriſé, à la force totale: mais ce rapport eſt double de celui de la perte de la denſité de chaque corps à la denſité totale; il eſt facile de s'en convaincre par les réflexions ſuivantes.

Nous avons vu, dans nos deux premiers Mémoires, que lorſque deux globes égaux électriſés, agiſſoient l'un ſur l'autre, leur action réciproque étoit en raiſon compoſée des denſités électriques & de l'inverſe du carré des diſtances de ces deux globes. Ainſi, puiſque dans nos expériences, les deux balles ſont égales, & qu'elles ont au premier inſtant reçu une égale doſe d'électricité, leur action réciproque, en nommant δ, la denſité électrique, & a, la diſtance des deux balles, ſera proportionnelle à $\left(\frac{\delta^2}{a^2}\right)$, & la variation de cette action dans l'inſtant dt ſera également proportionnelle à $\left(\frac{2\delta d\delta}{a^2} + d\delta^2\right)$: ainſi le rapport de cette variation d'action, à l'action, ſera en négligeant $d\delta^2$ égal à $\left(\frac{2d\delta}{\delta}\right)$. Mais $\left(\frac{d\delta}{\delta}\right)$ eſt le rapport de la perte de la denſité de chaque balle à ſa denſité, & par conſéquent elle a pour meſure, la moitié du rapport donné pour la perte d'action, à l'action donnée dans nos expériences: ainſi, le 28 Juin, notre tableau donnant moyennement $\frac{1}{41}$ pour le rapport de la force électrique perdue dans une minute à la force totale; il en réſulte, que ce même jour, la denſité électrique des balles diminuoit de $\frac{1}{82}$ partie par minute.

Par une ſuite d'expériences du même genre, j'ai également trouvé que, quoique les balles euſſent des groſſeurs très-différentes, que la maſſe d'électricité & la denſité électrique de chaque balle fuſſent très-différentes, le rapport de la force perdue dans une minute, à la force totale, reſtoit toujours une quantité conſtante; en ſorte, par exemple, que, quoique le 28 Juin, je préſentaſſe à la balle de l'aiguille, une balle double de groſſeur, & que je donnaſſe à cette balle une denſité électrique plus grande ou plus petite que celle de l'aiguille, la perte de la force électrique par minute, étoit toujours $\frac{1}{41}$ partie de la force totale. Pour peu que l'on y faſſe attention, l'on verra que ſi dans un temps donné, la denſité décroît proportionnellement à ſon intenſité, le réſultat que donne l'expérience, eſt une ſuite néceſſaire de la théorie; car l'action des deux balles dont la groſſeur & la denſité ſont différentes, étant repréſentée par $m\ (\frac{D\delta}{a^2})$, où m eſt un coéfficient conſtant dépendant de la ſurface des balles, où D & δ repréſentent les denſités, & a la diſtance; la variation de la force répulſive diviſée par cette force, aura pour meſure, $(\frac{dD}{D} + \frac{d\delta}{\delta})$, quantité qui ſera toujours une quantité conſtante, quelle que ſoit la valeur de δ, de D & de m, pourvu que pour un même inſtant dt, $\frac{dD}{D} = \frac{d\delta}{\delta} =$ une quantité conſtante.

Mais une remarque fournie par l'expérience, & qui me paroît mériter la plus grande attention, c'eſt que, quelque figure qu'ait un corps électriſé, & quelle que ſoit ſa groſſeur, le décroiſſement de la denſité électrique, relativement à cette denſité, a dans tous les cas pour meſure, à peu près une quantité conſtante, lorſque l'air eſt ſec, & que le degré d'électricité n'eſt pas très-conſidérable. J'ai fait cette expérience avec un globe d'un pied de diamètre, avec des cylindres de toutes les groſſeurs & de toutes les longueurs; j'ai ſubſtitué à la place des balles, dans ma balance électrique, des cercles de papier ou de métal; j'ai même, un jour très-ſec, armé une des balles d'un petit fil de cuivre, de 10 lignes de longueur & de $\frac{1}{4}$ ligne de diamètre, & en obſervant le décroiſſement de l'électricité, j'ai trouvé le jour où j'ai fait cette expérience, que la denſité électrique décroiſſoit dans tous ces corps, quelques figures qu'ils euſſent, d'une centième partie par minute : mais il faut ſeulement prévenir, que les corps de différentes figures ne donnent cette égalité de décroiſſement dans la denſité électrique, que lorſque cette denſité eſt diminuée à un certain point; que dans toutes les figures anguleuſes, lorſqu'on leur communique une électricité très-forte, elles perdent rapidement une portion de cette électricité, ſuivant des loix que nous déterminerons en parlant de l'électricité des pointes; mais lorſque l'électricité eſt diminuée à un certain point, pour lors, quelle que ſoit la denſité électrique, ſon rapport avec le décroiſſement pendant l'inſtant dt, ſera une quantité conſtante.

Une ſeconde obſervation que l'expérience m'a fait faire, c'eſt que la nature du corps n'influe nullement ſur la loi du décroiſſement de l'électricité; ainſi, le 28 Juin où nous voyons par notre tableau, que l'électricité décroiſſoit de $\frac{1}{82}$ par minute, pour des balles de ſureau, elle décroiſſoit de la même quantité pour une balle de cuivre, & ce qui paroîtra plus extraordinaire, pour une balle de nature idio-électrique, formée avec de la cire d'Eſpagne, & que l'on avoit chargée d'électricité, en la faiſant toucher à un corps fortement électriſé. Nous aurons lieu dans la ſuite de revenir ſur tous ces réſultats, lorſque nous aurons déterminé par l'expérience & le calcul, les loix des autres phénomènes électriques.

Troiſième Remarque.

Si l'on veut actuellement chercher, d'après le tableau qui repréſente le décroiſſement de l'électricité dans une minute, la correſpondance entre l'état plus ou moins humide de l'air, & ce décroiſſement d'électricité, l'on formera la petite table ſuivante.

	Hygromètre.	Quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en diſſolution.	Électricité perdue à chaque minute.
Le 29 Mai...	69.......	6,197 grains...............	$\frac{1}{60}$.
Le 28 Mai...	75.......	7,295...............	$\frac{1}{41}$.
Le 2 Juillet...	80.......	8,045...............	$\frac{1}{29}$.
Le 22 Juin...	87.......	9,221...............	$\frac{1}{14}$.

Dans ce tableau, la première colonne marque le jour où l'expérience a été faite; la deuxième, l'état de l'hygromètre de M. de Sauſſure; la troiſième, la quantité d'eau que l'air tient en diſſolution par pied cube, lorſque le thermomètre eſt entre 15 & 16 degrés, évaluée d'après une petite table du dixième chapitre, *page 173* de l'hygrométrie de M. de Sauſſure, qui exprime pour tous les degrés du thermomètre, la quantité d'eau que l'air tient en diſſolution, relativement au degré marqué par l'hygromètre de cet auteur.

Si, d'après cette table, l'on cherche par le calcul à déterminer une loi entre le décroiſſement de l'électricité & la quantité d'eau contenue dans un pied cube d'air, lorſque le thermomètre eſt entre 15 & 16 degrés, point où il ſe trouvoit dans le temps des quatre expériences; en nommant *m* la puiſſance qui exprime ce rapport, & en comparant la première expérience avec les trois autres, l'on aura:

1.ere & 2.eme........... $\frac{60}{41} = \left(\frac{7,197}{6,180}\right)^m$ d'où $m = 2,76$;

1.ere & 3.eme........... $\frac{60}{29} = \left(\frac{8,045}{6,180}\right)^m$ d'où $m = 2,76$;

1.ere & 4.eme........... $\frac{60}{14} = \left(\frac{9,221}{6,180}\right)^m$ d'où $m = 3,61$;

& la quantité moyenne donne $m = 3,04$.

En ſorte qu'il paroîtroit que le décroiſſement de la force, ou, ce qui revient au même, de la denſité électrique, eſt proportionnel au cube du poids de l'eau contenue dans un volume d'air.

Mais ce réſultat dépendant de pluſieurs élémens, qui ne ſont peut-être pas encore déterminés d'une manière aſſez ſûre, a beſoin d'être confirmé par des recherches plus directes. C'eſt dans cette vue, que j'avois imaginé, pour compléter mon travail, de renfermer des corps électriſés dans différentes eſpèces d'air, de donner à cet air différens degrés de denſité & d'humidité, de chercher enſuite dans chaque état de ces airs, la loi du décroiſſement de l'électricité; mais je me ſuis bientôt aperçu que cette opération demandoit beaucoup de temps, de patience, & des inſtrumens que je n'avois pas, ou qui n'exiſtent même pas encore pour meſurer avec exactitude le degré de pureté de chaque air, & ſon degré d'humidité: j'ai été obligé, avec regret, de renoncer au moins pour le moment à un travail ſur lequel je deſire de pouvoir revenir dans la ſuite.

Quatrième Remarque.

Dans les différens eſſais qui forment la table générale de nos expériences, je me ſuis aſſuré que l'électricité ſe perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les ſoutiens, par la méthode ſuivante.

Les balles renfermées dans la balance électrique étant ſoutenues par un ſeul fil de ſoie enduit de cire d'Eſpagne, terminé par un fil de gomme-laque de 18 lig. de longueur, je cherchois la quantité d'électricité qui ſe perdoit dans une minute, & qui ſe trouve dans le tableau des expériences; je faiſois enſuite toucher la balle par quatre fils abſolument ſemblables à celui qui ſervoit de ſoutien, & je déterminois dans cet état le décroiſſement de l'électricité dans une minute, que je trouvois le même que s'il n'y avoit eu qu'un ſeul ſoutien: il eſt clair qu'ayant dans

dans cette expérience quatre ſoutiens au lieu d'un ſeul, ſi une partie ſenſible de l'électricité s'étoit perdue par les ſoutiens, le décroiſſement auroit été ſenſiblement plus grand lorſque la balle étoit touchée par quatre fils enduits de cire d'Eſpagne, que lorſqu'elle étoit ſoutenue par un ſeul; & puiſque l'expérience a prouvé le contraire, il en réſulte que l'électricité ſe perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les ſoutiens.

Cinquième Remarque.

À meſure que le degré de chaleur indiqué par le thermomètre augmente, quoique l'hygromètre de M. de Sauſſure, qui a ſervi à la comparaiſon de nos expériences, reſte au même degré, cependant la quantité d'eau qu'un volume d'air déterminé tient en diſſolution, augmente avec cette chaleur. Mais comme il paroît que le décroiſſement plus ou moins prompt de l'électricité, dépend de la quantité d'eau ou du nombre des parties conductrices qui ſe trouvent dans un même volume d'air, il doit en réſulter que, pour le même degré hygrométrique, l'électricité doit ſe perdre plus promptement les jours chauds que les jours froids. C'eſt effectivement ce que l'expérience confirme toujours; mais il reſte à chercher ſi à différens degrés de chaleur, le décroiſſement de l'électricité dépend uniquement de la quantité d'eau tenue en diſſolution dans un volume d'air déterminé.

Ici les expériences nous manquent: l'on trouve à la vérité dans l'excellent Eſſai d'hygrométrie de M. de Sauſſure, *chapitre X, page 181*, une table qui repréſente la correſpondance des degrés de ſon hygromètre avec la quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en diſſolution à chaque degré du thermomètre. Mais M. de Sauſſure annonce qu'il ne répond pas de cette table, qu'il n'a publiée que pour préſenter un modèle de la réduction des expériences qu'il compte faire par la ſuite. Ainſi, tous les réſultats que nous pourrions tirer, en comparant d'après cette table, la perte électrique avec la quantité d'eau tenue en diſſolution dans un pied cube d'eau, à un degré de chaleur & d'hygromètre obſervé, ne ſeroient qu'hypothétiques. L'on peut ſeulement dire en général, qu'il paroît qu'à meſure que le degré de chaleur augmente, l'électricité ne ſe perd pas auſſi promptement qu'elle devroit ſe perdre, en calculant d'après cette table la quantité d'eau que le pied cube d'air tient en diſſolution; c'eſt-à-dire, qu'en admettant pour vraie la table de M. de Sauſſure, un pied cube d'air tenant, par exemple, ſix grains d'eau en diſſolution, eſt plus idio-électrique ou moins conducteur de l'électricité, à meſure que la chaleur augmente.

Sixième Remarque.

AVANT de finir cette première partie de mon Mémoire, je dois encore avertir que quoique le thermomètre, l'hygromètre, & même le baromètre, marquent à différens jours les mêmes degrés, le décroiſſement de l'électricité n'eſt cependant pas toujours le même: l'on ne peut, ce me ſemble, expliquer ces variétés par une autre cauſe que par la compoſition de l'air formé de différens élémens plus ou moins idio-électriques, dont la denſité, les proportions varient preſque continuellement, & qui ont des degrés d'affinités différens avec les vapeurs aqueuſes. La ſeule obſervation qui m'a paru aſſez générale, c'eſt que lorſque le temps change ſubitement, & que l'hygromètre varie ſenſiblement dans quelques heures de l'humidité au ſec, la perte de l'électricité, relativement à ſa denſité, reſte pendant quelque temps plus grande qu'elle ne devroit l'être d'après ce degré de ſéchereſſe indiqué par l'hygromètre; *& vice verſâ*, lorſque l'hygromètre paſſe ſubitement du ſec à l'humide. Ainſi, par exemple, ſi dans douze ou quinze heures, l'hygromètre paſſe de l'humide au ſec de 8 ou 10 degrés, & qu'il ſe fixe enſuite à ce degré de ſéchereſſe pendant pluſieurs jours, l'on obſervera ſouvent que ſi la denſité électrique décroît le premier jour après cette marche de l'hygromètre, de $\frac{1}{50}$ par minute, quelques jours après, quoique la ſéchereſſe indiquée par l'hygromètre, reſte invariable, la denſité électrique ne décroît plus que de $\frac{1}{100^{me}}$ partie par minute. La cauſe de ce phénomène ne dépendroit-elle pas de ce que les vapeurs aqueuſes, après avoir ſéjourné un certain temps dans l'air, y contractent une adhérence de plus en plus grande, & que le cheveu de l'hygromètre n'attire que les parties aqueuſes qui ſont encore libres & qui ont un plus foible degré d'adhérence avec l'air que les premières; d'où il réſulteroit que dans les variations ſubites, l'hygromètre annonceroit ſeulement la quantité des parties *aqueuſes* libres dans l'air, & non la quantité abſolue de ces parties. Ce qui paroîtroit venir à l'appui de cette opinion, c'eſt que l'état de diminutions électriques ſe fixe preſque toujours au bout de quelques heures, relativement à l'hygromètre, lorſque la variation prompte de ſéchereſſe ou d'humidité a lieu avec un vent violent, & que ce n'eſt qu'avec un temps calme, que l'on éprouve quelquefois le contraire. Il ſe pourroit cependant que ce phénomène fût uniquement produit par l'humidité ou la ſéchereſſe des corps qui avoiſinent l'aiguille.

Cette remarque, ainſi que la troiſième, dépendant, comme nous l'avons dit, de pluſieurs élémens hygrométriques qui ſont encore incertains, les réſultats ne ſont qu'hypothétiques, & il ne faut pas les confondre avec les principaux points de ce Mémoire, qui paroiſſent avoir pour baſe une ſuite d'expériences ſuivies.

DEUXIÈME PARTIE.

De la quantité d'électricité qui ſe perd le long des ſoutiens idio-électriques imparfaits.

NOUS avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que lorſque l'électricité ſe perd par le contact de l'air, le décroiſſement momentané de l'électricité étoit très-exactement proportionnel à la denſité électrique du corps électriſé. L'on peut ſe rappeler que pour nous diriger dans les expériences propres à mener à ce réſultat, nous avons dû chercher à iſoler le corps électriſé ſur un ſoutien le plus idio-électrique poſſible.

Pour ſuivre la même méthode, il faudroit dans la recherche actuelle, ſoutenir les corps par des iſoloirs dont l'idio-électricité fût tellement imparfaite, que la perte de l'électricité le long de ces ſoutiens, fût dans un rapport très-grand avec la quantité d'électricité que le corps perd par le contact de l'air. Mais l'on ſent que plus ce rapport ſera grand, plus l'électricité du corps électriſé ſe perdra rapidement. Et comme dans la pratique des expériences, dès l'inſtant que, dans notre balance électrique, la balle ſoutenue par l'aiguille eſt électriſée, l'aiguille oſcille pendant quelques minutes, qu'elle oſcille également toutes les fois que l'on touche au micromètre, pour augmenter ou diminuer la torſion du fil de ſuſpenſion; l'on voit que ſi l'électricité ſe perdoit très-rapidement, à chaque obſervation l'électricité ſe trouveroit preſque entièrement anéantie avant que l'aiguille s'arrêtât, & que l'on pût déterminer ſa poſition d'une manière préciſe: cet inconvénient-pratique nous a donc obligé à nous ſervir de ſoutiens qui euſſent aſſez de forces idio-électriques pour pouvoir, ſans électriſer à chaque fois les balles, faire pluſieurs obſervations conſécutives; il eſt facile enſuite par le calcul, de déterminer, dans ces expériences, la partie de l'électricité perdue par le contact de l'air, & celle perdue le long du ſoutien.

La deuxième Table a été formée ſur le même modèle que la première, ainſi que l'indiquent les titres: mais la balle introduite dans le trou de la balance, & qui eſt deſtinée à chaſſer la balle de l'aiguille, au lieu d'être iſolée comme dans les expériences de cette première partie, par un petit cylindre de gomme-laque de quinze à dix-huit lignes de longueur, eſt ſoutenue par un fil de ſoie d'un ſeul brin, tel qu'il ſort du cocon; ce fil a quinze pouces de longueur. Les deux expériences de cette deuxième Table, ont été faites comme celle de la première, le 28 & le 29 Mai. La première table détermine la quantité d'électricité que le contact de l'air faiſoit perdre: ainſi, en comparant le réſultat de cette première table avec celui de la deuxième, il ſera facile de déterminer la quantité d'électricité perdue à chaque inſtant le long des ſoutiens.

Mais une remarque bien importante que nous offre cette ſeconde table, c'eſt que le décroiſſement de l'électricité, d'abord beaucoup plus prompt lorſque la denſité eſt conſidérable, qu'il ne devroit l'être s'il étoit uniquement produit par le contact de l'air, parvient dans l'une & l'autre expérience de la deuxième table, lorſque la denſité électrique de la balle ſoutenue par le fil de ſoie, eſt réduite à un certain degré, à être préciſément la même, que lorſque l'idio-électricité de l'iſoloir eſt parfaite, ou pour mieux dire, lorſque la perte de l'électricité eſt entièrement dûe au contact de l'air, comme dans la première table.

Il réſulte certainement de cette obſervation, que notre fil de ſoie de quinze pouces de longueur iſole parfaitement, lorſque l'action réciproque des deux balles eſt meſurée dans la première expérience de notre ſeconde table, par une force de torſion de 40^d & au-deſſous, puiſque pour lors la perte électrique n'eſt que de $\frac{1}{42}$ par minute, la même qui avoit été trouvée pour le même jour dans la première table, & qui étoit, ainſi qu'il eſt prouvé dans la première partie de ce Mémoire, uniquement dûe au contact de l'air. Il réſulte également de cette même obſervation, que dans la deuxième expérience de notre ſeconde table, le fil de ſoie de quinze pouces de longueur iſoloit parfaitement, lorſque l'action répulſive des deux balles étoit de 70^d & au-deſſous, puiſqu'alors la perte de l'action électrique n'étoit que de $\frac{1}{60}$, ainſi que nous l'avions trouvé le même jour dans la première table. Actuellement, puiſque les forces répulſives ſont meſurées pour une diſtance conſtante, par le produit des denſités des deux balles égales, nous allons chercher à connoître le rapport entre la denſité primitive, & les degrés de denſité de la balle ſoutenue par le fil de ſoie, lorſque ce fil de ſoie commence à iſoler parfaitement cette balle.

Détermination de la denſité électrique de la balle ſoutenue par le fil de ſoie, lorſque ce fil commence à iſoler parfaitement.

UNE application du calcul développé dans la première partie de ce Mémoire, & comparé avec le réſultat de la première expérience de notre ſeconde table, ſuffira pour faire connoître la méthode que nous devons ſuivre dans cette recherche. Dans la première expérience de notre deuxième table, qui a commencé à dix heures, nous avons donné une égale quantité de fluide électrique aux deux balles, puiſque ces balles ſont égales, & que l'on a eu ſoin de les faire toucher après qu'elles ont été électriſées. La balle ſoutenue par l'aiguille, étant iſolée au moyen de la gomme-laque, perdoit ce jour-là $\frac{1}{82}$ partie de ſon fluide électrique par minute, & perdoit ce fluide uniquement par le contact de l'air. La balle ſoutenue par le fil de ſoie, perdoit ſon électricité par le contact de l'air, & le long de ſon ſoutien idio-électrique imparfait: ce n'eſt qu'à peu-près vers dix heures quarante minutes, que le fil de ſoie à commencé à iſoler parfaitement cette ſeconde balle, & pour lors, l'action répulſive des deux balles avoit pour meſure 40 degrés; mais à dix heures, au commencement de l'expérience, l'action répulſive des deux balles, chargées l'une & l'autre d'une égale quantité de fluide électrique, avoit pour meſure 180 degrés, ainſi que l'indique le premier eſſai de cette expérience: ainſi la denſité électrique de chaque balle, étoit à dix heures, proportionnelle à $\sqrt{(180)}$, puisque l'action, pour une distance constante, est toujours proportionnelle au produit des densités, & que les densités, au premier essai, étoient égales. Mais nous avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que le décroissement de l'électricité, dans le contact de l'air, étoit exprimé par la formule $\frac{d\delta}{\delta} = m\,dt$, ou m dans notre première expérience $= (\frac{1}{82})$; cette formule intégrée donne, $\log. (\frac{D}{\delta}) = \frac{4343}{82}\,t$, où D est la densité primitive de la balle, δ sa densité au bout d'un temps t, 0,4343, le module du système logarithmique décimal des tables ordinaires: ainsi l'on aura $\log. \delta = \log. D - \frac{0,4343}{82}\,t$; ainsi, si nous cherchons ce qu'est devenue la densité D, après 40^{m}, lorsque le fil de soie commence à isoler parfaitement, nous trouvons, pour la balle de l'aiguille soutenue par la gomme-laque, & isolée parfaitement pendant toute l'expérience, en supposant $D = \sqrt{(180)}$, & $\log. \delta = 1,1276 - 2648 = 8628$. Ainsi δ ou la densité de la balle de l'aiguille, à 10^{h} 40, ayant été mesurée au commencement de l'expérience par $\sqrt{(180)} = 13,4$, étoit mesurée $40'$ après, par le nombre 7, 3; mais puisque l'action des deux balles est toujours proportionnelle au produit de la densité, si l'on suppose Z, la densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil isole parfaitement, ou que l'action des deux balles a pour mesure 40 degrés; l'on aura $7,3\,z = 40^{d}$, ou $z = \frac{40}{7,3} = 5,5$; d'où l'on conclud que la densité électrique de la balle, soutenue par le fil de soie, de quinze pouces de longueur, a pour mesure les nombres 5, 5, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement, les deux balles étant à 30 degrés de distance l'une de l'autre. D'après ce calcul, en comparant plusieurs expériences, j'ai trouvé qu'un petit cylindre de gomme-laque, de 18 lignes de longueur, ne cessoit d'isoler parfaitement, que lorsque la balle étoit chargée d'une densité électrique à peu-près triple de celle de notre fil de soie; c'est-à-dire, qu'en prenant le nombre 5, 5, pour la densité électrique de la balle, soutenue par notre fil de soie de quinze pouces de longueur, lorsqu'il commence à isoler parfaitement, il faudroit tripler à peu-près cette densité, pour avoir celle où un petit cylindre de gomme-laque de dix-huit lignes, commence à isoler parfaitement, & il cesse d'isoler lorsque la densité est plus forte: d'après cette théorie, il sera facile de déterminer, quand on le voudra, par l'expérience, le degré d'idio-électricité des différens corps dont on est dans l'usage de se servir pour isoler les corps électrisés. Les tentatives que j'ai faites à ce sujet, ne sont pas assez nombreuses pour en publier encore les résultats: l'on sent au surplus que ces résultats varient pour un même corps, avec la chaleur & l'humidité de l'air, & que chaque jour donne un rapport différent.

Après avoir trouvé que dans les soutiens idio-électriques imparfaits, il y avoit toujours un certain degré de densité électrique, au-dessous duquel ces soutiens isolent parfaitement, j'ai cherché, par les méthodes que je viens d'expliquer, quel étoit le rapport entre cette densité électrique & la longueur des soutiens; & l'expérience m'a appris que le degré de densité électrique où une soie, un cheveu, & tout corps cylindrique très-fin dont l'idio-électricité étoit imparfaite, commence à isoler, étoit pour le même état de l'air, proportionnel à la racine de la longueur; en sorte, par exemple, que si une soie d'un pied de longueur, commence à isoler le corps parfaitement, lorsque sa densité est D, un fil de quatre pieds commencera à l'isoler lorsque sa densité sera $2\ D$.

Ce que l'expérience nous apprend ici, se trouve conforme à la théorie, en supposant, comme nous l'avons prouvé,

prouvé dans nos deux premiers Mémoires, que l'action du fluide électrique suit la raison inverse du carré des distances, & que l'imperfection de l'idio-électricité des corps, dépend de la distance idio-électrique, à laquelle se trouvent les molécules conductrices qui entrent dans la composition du soutien idio-électrique imparfait, ou qui sont répandues le long de sa surface; que, par conséquent, pour que le fluide électrique passe d'une molécule conductrice à l'autre, il faut qu'il traverse un petit espace idio-électrique plus ou moins grand, suivant la nature du corps; que cet espace à traverser, oppose une résistance constante pour le même corps, parce que ces molécules conductrices sont distribuées uniformément, ou à une même distance l'une de l'autre. Ces suppositions admises, pour appliquer la théorie, l'on observera que, dans un fil très-fin, conducteur, le fluide électrique se distribueroit uniformément dans toute sa longueur; que si ce fil a un certain degré d'idio-électricité, & que le fluide y soit répandu suivant une loi quelconque, l'action qu'éprouveroit chaque point, dépendroit seulement de la densité électrique de la molécule en contact avec ce point, & que l'action du reste du fil, peut être regardée comme nulle. Voici la démonstration de ces deux propositions : dans la *fig. 1*, fi représente un fil, dont toutes les parties agissent l'une sur l'autre, suivant la raison inverse du carré des distances, la courbe hMh', représente la densité électrique de chaque point du fil; sur la longueur de ce fil, je prends deux portions Pa & Pa', égales, finies, mais assez petites, pour que dans la pratique, MNb puisse être regardé comme un triangle.

Soit $Mn = Pp = x$, $\frac{bN}{MN} = a$, nm sera $= ax$,

& l'action qu'éprouvera le point M, dont la densité est D, de la part du petit élément dx, placé en p, sera

$\frac{Dax.dx}{x^2} = Da\left(\frac{dx}{x}\right)$; intégrant cette quantité, &

ſuppoſant qu'elle s'évanouiſſe, quand $x = A$, l'on aura, pour l'action de toute la partie Pp, Da, log. $\left(\frac{x}{A}\right)$: quantité qui ſera une quantité finie, tant que A ſera une quantité finie, mais qui deviendra infinie quand $A = 0$: d'où réſulte, que l'action qu'éprouve le point P dépend uniquement de l'incrément de la denſité dans l'élément qui touche le point P, & que la denſité du reſte de la ligne n'y influe pas; d'où réſulte également que, ſi cette action dépend d'un fluide qui peut ſe mouvoir librement le long du fil, ou ſi ce fil eſt conducteur parfait, le fluide qui agit en raiſon inverſe du carré des diſtances, ſe répandra uniformément tout du long de ce fil: nous déterminerons dans la ſuite la denſité électrique de l'extrémité de ce fil.

Appliquons le réſultat qui précède à la queſtion actuelle: le globe en C (*fig. 2*) eſt ſoutenu au moyen du fil de ſoie AB, dont l'idio-électricité eſt imparfaite, c'eſt-à-dire, dont chaque élément oppoſe une réſiſtance conſtante A, à l'écoulement de ce fluide; ſoit A' la maſſe électrique du globe, réunie à ſon centre; ſoit δ la denſité électrique en p, l'on aura pour l'action totale avec laquelle le point p eſt repouſſé par le fluide électrique $\frac{A'\delta}{(R+x)^2} - \frac{\delta\, d\delta}{dx}$, quantité égale à la réſiſtance idio-électrique B, du fil que nous avons vu devoir être une quantité conſtante. L'on prend $d\delta$ négativement, parce que δ décroît à meſure que x augmente; mais nous prouverons, dans le Mémoire qui ſuivra celui-ci, que l'action du petit globe C électriſé, ſur le point P, eſt incomparablement plus petite que l'action de l'élément dx multiplié par l'incrément de δ; ainſi l'on peut, ſans erreur ſenſible, négliger le premier terme $\frac{A\delta}{(R+x)^2}$, & l'équation ſe réduira à $-\frac{\delta\, d\delta}{dx} = B$, qui, intégrée, donne $K - \frac{-\delta^2}{2} = Bx$. Mais lorſque *erdue pendant une minute par le contact de l'air.*

FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute, à la force moyenne du corps.
hermomètre, $15^d \frac{1}{2}$; Baromètre, $28^p\ 3^l$.		
20	140	$\frac{1}{40}$.
20	120	$\frac{1}{38}$.
20	100	$\frac{1}{42}$.
20	80	$\frac{1}{40}$.
20	60	$\frac{1}{42}$.

PREMIÈRE TABLE *pour déterminer la quantité d'Électricité perdue pendant une minute par le contact de l'air.*

MOMENT de L'EXPÉRIENCE.	DISTANCE des BALLES.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute à la force moyenne du corps.
Première Expérience le 28 Mai. Hygromètre, 75ᵈ; Thermomètre, 15ᵈ ½; Baromètre, 28ᵖ 3ˡ.						
Matin						
1.ᵉʳ Essai ...... 6ʰ 32′ 30″	30	120.	$5\frac{3}{4}$	20	140	$\frac{1}{40}$.
2.ᵐᵉ Essai ...... 6. 38. 15.	*idem.*	100.	$6\frac{1}{4}$	20	120	$\frac{1}{30}$.
3.ᵐᵉ Essai ...... 6. 44. 30.	*id.*	80.	$8\frac{1}{2}$	20	100	[illegible]
4.ᵐᵉ Essai ...... 6. 53. 0.	*id.*	60.	10	20	80	[illegible]
5.ᵐᵉ Essai ...... 7. 3. 0.	*id.*	40.	14	20	60	$\frac{1}{42}$.
6.ᵐᵉ Essai ...... 7. 17. 0.	*id.*	20.				
Seconde Expérience le 29 Mai. Hygromètre, 69ᵈ; Thermomètre, 15ᵈ ½; Baromètre, 28ᵖ 4ˡ.						
Matin						
1.ᵉʳ Essai ...... 5ʰ 45′ 30″	30	130.	$7\frac{1}{2}$	20	150	$\frac{1}{56}$.
2.ᵐᵉ Essai ...... 5. 53. 0.	*idem.*	110.	$9\frac{1}{2}$	20	130	$\frac{1}{61}$.
3.ᵐᵉ Essai ...... 6. 2. 30.	*id.*	90.	$9\frac{3}{4}$	20	110	[illegible]
4.ᵐᵉ Essai ...... 6. 12. 15.	*id.*	70.	$20\frac{3}{4}$	30	75	$\frac{1}{58}$.
5.ᵐᵉ Essai ...... 6. 33. 30.	*id.*	40.	18	20	60	$\frac{1}{54}$.
6.ᵐᵉ Essai ...... 6. 51. 0.	*id.*	20.				
Troisième Expérience le 22 Juin. Hygromètre, 87ᵈ; Thermomètre, 15ᵈ ¾; Baromètre, 27ᵖ 11ˡ.						
Matin						
1.ᵉʳ Essai ...... 11ʰ 53′ 45″	20	80.	3	20	90	$\frac{1}{13\frac{1}{2}}$.
2.ᵐᵉ Essai ...... 11. 56. 45.	*idem.*	60.	3	20	70	$\frac{1}{11}$.
3.ᵐᵉ Essai ...... 11. 59. 45.	*id.*	40.	$5\frac{1}{4}$	20	50	$\frac{1}{13\frac{1}{2}}$.
4.ᵐᵉ Essai ...... 12. 5. 0.	*id.*	20.	$11\frac{3}{4}$	25	28	$\frac{1}{13}$[illegible].
5.ᵐᵉ Essai ...... 12. 16. 15.	*id.*	5.				
Quatrième Expérience le 2 Juillet. Hygromètre, 80ᵈ; Thermomètre, 15ᵈ ¾; Baromètre, 28ᵖ 2ˡ.						
Matin						
1.ᵉʳ Essai ...... 7ʰ 43′ 40″	20	80.	$5\frac{1}{3}$	20	90	$\frac{1}{[illegible]4}$.
2.ᵐᵉ Essai ...... 7. 49. 0.	*idem.*	60.	$8\frac{1}{3}$	20	70	$\frac{1}{19}$.
3.ᵐᵉ Essai ...... 7. 57. 20.	*id.*	40.	12	20	50	$\frac{1}{30}$.
4.ᵐᵉ Essai ...... 8. 9. 15.	*id.*	20.	$8\frac{1}{4}$	10	35	$\frac{1}{19}$.
5.ᵐᵉ Essai ...... 8. 17. 30.	*id.*	10.				

SECONDE TABLE, *pour déterminer la perte de l'Électricité le long des soutiens idio-électriques imparfaits.*

MOMENT de L'EXPÉRIENCE.		DISTANCE des BALLES.	TORSION du MICROMÈTRE.	TEMPS ÉCOULÉ entre DEUX OBSERVATIONS consécutives.	FORCE ÉLECTRIQUE perdue entre deux OBSERVATIONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	RAPPORT DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue pendant 1 minute, à celle qui reste au corps.
Première Expérience le 28 Mai.							
1.er Essai	10h 0′ 0″	30.	150.				
				$2\frac{1}{2}$	30.	165	$\frac{1}{14}$
2.me Essai	10. 2. 30.	*idem.*	120.				
				$5\frac{1}{2}$	40.	130	$\frac{1}{18}$.
3.me Essai	10. 8. 0.	*id.*	80.				
				5	20.	100	$\frac{1}{25}$.
4.me Essai	10. 13. 0.	*id.*	60.				
				$16\frac{1}{2}$	40.	70	$\frac{1}{29}$.
5.me Essai	10. 29. 30.	*id.*	20.				
				21	20.	40	$\frac{1}{42}$.
6.me Essai	10. 50. 30.	*id.*	0.				
				$16\frac{1}{2}$	10.	25	$\frac{1}{41}$.
7.me Essai	11. 7. 0.	*id.*	— 10.				
Seconde Expérience le 29 Mai.							
1.er Essai	7h 34′ 0″	30.	150.				
				2′ 40″	20.	170	$\frac{1}{23}$.
2.me Essai	7. 36. 40.	*idem.*	130.				
				4. 50.	20.	150	$\frac{1}{29}$.
3.me Essai	7. 41. 30.	*id.*	110.				
				6. 50.	20.	130	$\frac{1}{44}$.
4.me Essai	7. 48. 20.	*id.*	90.				
				7. 25.	20.	110	$\frac{1}{43}$.
5.me Essai	7. 55. 45.	*id.*	70.				
				11. 45.	20.	90	$\frac{1}{53}$.
6.me Essai	8. 7. 30.	*id.*	50.				
				17. 30.	20.	70	$\frac{1}{61}$.
7.me Essai	8. 25. 0.	*id.*	30.				
				17. 30.	15.	50	$\frac{1}{58}$.
8.me Essai	8. 42. 30.	*id.*	15.				
				22. 30.	14.	38°	$\frac{1}{56}$.
9.me Essai	9. 5. 0.	*id.*	1.				

$x = 0$, δ devient D égale à la densité du globe, ainsi nous aurons l'équation générale $D^2 - \delta^2 = 2 . B x$; & si dans cette équation, l'on fait $\delta = 0$, elle donnera la longueur x, où le fil commence à isoler parfaitement, & l'on aura pour lors $x = \frac{D^2}{B}$: ainsi les longueurs de différens fils de soie, ou de soutiens quelconques idio-électriques imparfaits, sont entr'eux, comme le carré des densités; lorsqu'ils commencent à isoler parfaitement, ainsi que nous l'avions trouvé par l'expérience, il est facile de voir, d'après la formule, que la courbe qui représente dans notre figure, la densité de l'électricité pour chaque point du fil de soie, est une parabole dont l'axe est BA, dont le sommet est en B, point où la densité est nulle, & dont la concavité est tournée du côté de la balle; car, puisque nous avons $(D^2 - \delta^2) = Bx$, que $AB = (\frac{D^2}{B})$, l'on aura $Bp = (\frac{D^2}{B} - x) = z$ ou $x = (\frac{D^2}{B} - z)$; substituant cette valeur de x, dans notre équation, l'on aura $(\delta^2 = B z)$, équation à la parabole, dont le sommet est en B, l'axe $B p$, & dont le paramètre est B, quantité qui croît avec l'idio-électricité du soutien.

En réfléchissant sur la théorie que nous venons de présenter, il est facile de voir que la formule qui précède, détermine la disposition du fluide électrique le long du soutien idio-électrique imparfait, en supposant que l'on a communiqué, comme nous l'avons fait dans nos expériences, une certaine dose de fluide électrique au globe soutenu par la soie; parce que pour lors ce fluide se communiquant de proche en proche le long du soutien idio-électrique, se répandra jusqu'au point B, de manière que la répulsion du fluide soit dans tous les points exactement en équilibre avec le *maximum* de résistance que la force coërcitive du soutien idio-électrique peut oppoſer à l'écoulement de ce fluide. Mais il faut bien remarquer que comme ce *maximum* de réſiſtance, eſt une force coërcitive & non active, que l'on peut comparer à la réſiſtance d'un frottement ; toute action répulſive du fluide électrique, moindre que le *maximum* de cette réſiſtance, ne troublera point l'état de ſtabilité de ce fluide répandu ſuivant une loi quelconque, le long du ſoutien ; en ſorte que, ſi la ligne $A\ D$, qui repréſente dans la figure ci-jointe la denſité du globe, reſte conſtante, que l'on prolonge d'une quantité quelconque $B\ B'$, l'axe $A\ B$, & que l'on décrive une courbe de denſité $D\ B'$ quelle qu'elle ſoit, pourvu que dans tous les points, $\frac{\delta\, d\, \delta}{d\, x}$ ſoit plus petit que B, le fluide électrique répandu le long de la ligne $A\ B'$, conſervera ſon état de ſtabilité, ſans couler d'un point à un autre; d'où l'on conclud qu'il y a toujours une infinité de courbes de denſité $D\ B'$ qui ſatisfont également à l'état de ſtabilité du fluide électrique répandu le long d'un ſoutien idio-électrique imparfait, & que la recherche générale de la diſpoſition du fluide électrique dans un corps idio-électrique imparfait, eſt un problème indéterminé, qui, pour devenir déterminé, a beſoin d'être ſoumis à quelques conditions particulières. Ainſi dans la courbe $A\,D\,B$, que nous avons trouvée, article qui précède, repréſentée par la formule $(D^2 - \delta^2) = B\,x$, nous avions pour condition, que le *maximum* de la réſiſtance idio-électrique étoit dans tous les points égal à la répulſion électrique; cette courbe, eſt en outre le cas particulier du problème général indéterminé, où l'axe $A\ B$ eſt un *minimum*. En effet, puiſque dans toutes les autres courbes de denſité, il faut que $\frac{\delta\, d\, \delta}{\partial\, x}$ ſoit plus petit que B, ſi dans la courbe $D\,B$ l'on faiſoit varier un ſeul élément, pour que l'état de ſtabilité ne fût pas troublé en laiſſant $d\,\delta$ conſtant, il faudroit néceſſairement pour que $\frac{d\delta\delta}{\partial x}$ fût plus petit que B, augmenter la quantité ∂x, & alonger l'axe de la courbe.

Il réſulte encore de la théorie que nous venons d'expliquer, que dans tous les corps conducteurs où le fluide électrique ſe répand librement, la détermination de la denſité du fluide électrique pour un point quelconque, eſt un problème déterminé; mais que pour les corps idio-électriques imparfaits, le problème eſt indéterminé, une de ſes limites étant cependant fixée par l'état du fluide électrique lorſqu'il eſt diſpoſé dans le corps idio-électrique imparfait, de manière que dans tous les points, l'action de ce fluide ſoit exactement en équilibre avec le *maximum* de réſiſtance, que la force coërcitive idio-électrique oppoſe, pour empêcher le fluide de couler d'un point à un autre.

Il eſt inutile d'avertir que d'après la théorie & les expériences qui précèdent, il faut dans pluſieurs cas prendre beaucoup de précautions lorſque l'on veut avoir la force électrique d'un petit corps iſolé par un ſoutien idio-électrique imparfait, & qu'il arrive ſouvent qu'après pluſieurs expériences, ſur-tout lorſque les premières ont été faites avec un degré de denſité électrique très-conſidérable, le ſoutien idio-électrique ſe trouve chargé d'une certaine quantité d'électricité, dont il ſe dépouille difficilement, qui influe ſenſiblement enſuite ſur les réſultats; qu'à chaque expérience, il faut en même temps que l'on dépouille de ſon électricité le corps porté ſur le ſoutien, en dépouiller, autant qu'il eſt poſſible, le ſoutien idio-électrique lui-même; qu'il faut changer de ſoutien à chaque expérience, lorſque la denſité électrique que l'on communique eſt un peu forte; qu'enfin il faut toujours *être ſûr* que le ſoutien a une force de réſiſtance idio-électrique aſſez grande, pour que dans toutes les expériences, la quantité d'électricité dont il ſe chargera, ſoit beaucoup plus petite que celle du corps conducteur dont on veut déterminer l'action.

Il eſt facile d'entrevoir que la théorie qui précède, peut être applicable au magnétiſme; que dans une aiguille d'acier, par exemple, la diſpoſition du fluide magnétique pour tous les états de ſtabilité, eſt un problème indéterminé, qui ne devient déterminé que par les conditions à remplir. Ainſi, par exemple, ſi l'on demande la meilleure manière d'aimanter une aiguille d'inclinaiſon ou de déclinaiſon, le problème à réſoudre, conſiſte à donner au fluide magnétique de cette aiguille, parmi toutes les diſpoſitions dont il eſt ſuſceptible, ſans troubler ſon état de ſtabilité, celle où le *momentum* de la force directrice aimantaire du globe de la Terre ſur cette aiguille, eſt un *maximum*.

Fig. 1.

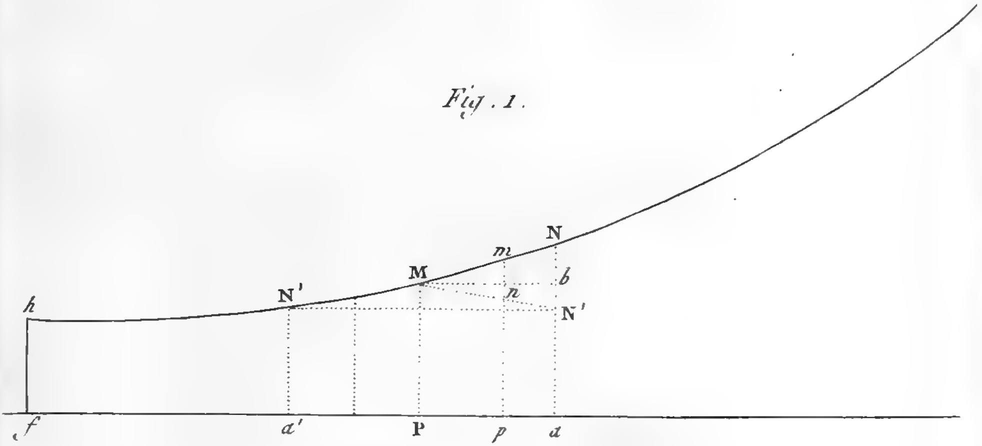
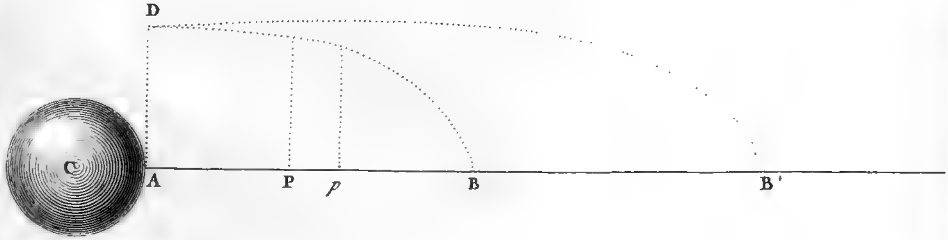


Fig. 2.



Fossier del. *Y. le Gouaz sc.*

MÉMOIRE
CONTENANT LES OBSERVATIONS DE LA PREMIÈRE COMÈTE de 1785,
Découverte & observée à Paris, de l'Observatoire de la Marine, au mois de Janvier (a).

Par M. MESSIER.

LE 7 Janvier 1785, après avoir observé le soir, la nouvelle planète de Herschel, je parcourus le ciel avec une lunette de nuit, & je découvris une nouvelle comète, qui paroissoit au cou de la Baleine, sur le parallèle de l'étoile ν de cette constellation. Je pris d'abord cette comète pour une nébuleuse; mais ayant consulté le grand Catalogue des nébuleuses, que j'ai publié dans nos *Mémoires & dans la Connoissance des Temps*, je ne l'y trouvai point, & je la regardai alors comme une comète: ses apparences étoient peu sensibles, on la voyoit avec la lunette sous la forme d'une tache blanchâtre, assez grande, le centre un peu plus lumineux. Je déterminai son lieu, en la comparant directement à l'étoile ν de la Baleine, au moyen de ma grande lunette acromatique, de 40 lignes

(a) C'est la vingt-troisième des comètes que j'ai observées de l'observatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny, & la soixante-onzième comète dont l'orbite ait été calculée, en suivant la Table des Comètes, qui est rapportée dans l'*Astronomie* de M. de la Lande, *tome III, page 366*; & *tome IV, page 704.*

d'ouverture, montée ſur une machine parallactique, placée dans le plan du méridien & garnie d'un micromètre à fils. La comparaïſon de la comète à cette étoile, ne put être faite qu'une fois, à cauſe du montant d'une des croiſées de mon obſervatoire; pour répéter l'obſervation, il auroit fallu déranger la machine parallactique du plan du méridien, & la difficulté de la remettre m'obligea à m'en tenir à ma ſeule détermination, qui fut encore douteuſe, parce que la comète & l'étoile ne furent obſervées qu'à la ſortie du champ de la lunette: la différence en déclinaiſon déterminée par les fils du micromètre, eſt également douteuſe, n'ayant pas eu le temps de diſpoſer exactement les fils pour ſuivre le parallèle de l'étoile.

De la comparaiſon qui fut faite de la comète avec l'étoile ν de la Baleine, il en a réſulté la poſition ſuivante. Le 7 Janvier, à 9 heures 38 minutes 38 ſecondes, temps vrai, la comète étoit à l'occident de l'étoile ν de 3 degrés 50 minutes 45 ſecondes; elle étoit plus au ſud que l'étoile, de 22 minutes 7 ſecondes. Ainſi l'aſcenſion droite de la comète étoit de 32 degrés 18 minutes 37 ſecondes, & ſa déclinaiſon 4 degrés 16 minutes 32 ſecondes boréale.

Je ne rapporte ces détails que pour cette première obſervation; on trouvera les autres poſitions de la comète & celles des étoiles qui ont ſervi à déterminer ſes poſitions, dans deux Tables que je rapporte à la ſuite de ce Mémoire.

Le 8 Janvier, j'annonçai à l'Académie, la découverte de cette comète, & M. Méchain l'y annonça auſſi, comme l'ayant découverte la veille à l'Obſervatoire royal, preſque à la même heure que moi.

Le 9 Janvier, le ciel fut couvert toute la journée d'un brouillard élevé; vers les huit heures du ſoir, le brouillard ſe diſſipa, & le ciel devint parfaitement beau. La comète paroiſſoit avoir un peu plus de lumière que le 7; le noyau plus clair que la nébuloſité qui l'environnoit, ſans apparence

apparence de queue, & on ne pouvoit pas encore l'apercevoir à la vue ſimple. La comète fut comparée pluſieurs fois à δ de la Baleine ; à l'étoile 69 du Catalogue de Flamſteed, & à pluſieurs étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées; je fixai leurs lieux, en les comparant à des étoiles connues: on trouvera ces déterminations dans la ſeconde Table, & celle de la comète dans la première.

Le 10, le ciel fut très-beau pendant la journée, le ſoir, un peu de brouillard, la comète avoit les mêmes apparences que les jours précédens; je la comparai directement aux étoiles 70 & 84 de la Baleine, & à d'autres étoiles dont les lieux furent déterminés par des étoiles connues.

Le 11, beau temps le ſoir; mais le ciel étoit chargé de vapeurs, & il y avoit un peu de brouillard; la comète ſe voyoit plus difficilement que le jour précédent; je la comparai pluſieurs fois à la 71.e étoile de la Baleine, & à pluſieurs étoiles qui n'avoient pas encore été déterminées: leurs poſitions ſont rapportées dans la ſeconde Table.

Le 12, le ciel fut très-beau pendant la journée, & ſans nuages; mais le ſoir, il s'éleva un brouillard aſſez épais & bas, & ce ne fut pas ſans peine que je pus voir la comète. Je la comparai directement à une étoile, eſtimée de 7.me grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; pour connoître ſa poſition, je la comparai aux étoiles de la Baleine, 79 & 81 : la poſition de la comète qui en eſt réſultée, eſt rapportée dans la première Table.

Depuis le 12, juſqu'au 16 Janvier, je ne pus voir la comète à cauſe du mauvais temps : le 16, le ciel aſſez beau le ſoir; mais il y avoit un peu de brouillard, & la Lune, ſur l'horizon, répandoit une grande lumière: ce ne fut pas ſans peine, que je pus voir la comète; ſa lumière étoit preſque effacée; celle que j'employois pour éclairer les fils du micromètre, quoique très-foible, la faiſoit diſparoître; je fus obligé de me contenter de celle de la Lune. La comète étoit ſur le parallèle de l'étoile ε de la Baleine, de 3.me grandeur, à laquelle la comète fut comparée deux fois.

Le 17 Janvier, je vis encore la comète, ſans pouvoir déterminer ſon lieu. Les mauvais temps qui ſuivirent, & la grande lumière de la Lune, empêcherent de la revoir; je la cherchai encore le 22, mais ce fut inutilement, & je l'abandonnai: ainſi ma dernière obſervation eſt du 16 Janvier au ſoir.

Suivant mes obſervations, la comète a été vue depuis le 7 de Janvier juſqu'au 16, ce qui fait dix jours; pendant ces dix jours, elle en a été obſervée ſix; ces ſix jours d'obſervations m'ont donné trente-deux déterminations du lieu de la comète, en aſcenſion droite & en déclinaiſon; elles ſont rapportées dans la première Table qui ſuit, avec les différences de paſſages entre la comète & les étoiles au fil horaire du micromètre, & les différences en déclinaiſon entre la comète & les étoiles: ces différences ſont marquées des ſignes + & —, le premier indique qu'il faut ajouter ces différences obſervées, aux poſitions des étoiles, avec leſquelles la comète a été comparée, pour obtenir celle de la comète en aſcenſion droite & en déclinaiſon; le ſecond qu'il faut ôter.

La ſeconde Table renferme les aſcenſions droites & les déclinaiſons des étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la comète, tant celles qui ont été priſes de différens catalogues, que les nouvelles étoiles que j'ai déterminées, en les comparant à des étoiles connues; ces nouvelles étoiles, ſont au nombre de douze. Leurs poſitions ſont réduites au temps des obſervations; je n'y ai fait d'autre réduction, que celle qu'on trouve dans les catalogues, ſous le titre de *variation annuelle*.

Je joins à ce Mémoire, une carte céleſte, qui eſt diviſée en degrés d'aſcenſion droite & de déclinaiſon; j'y ai marqué la route apparente que la comète a tenue parmi les étoiles;

fixes: à l'inſpection de cette carte, il ſera facile de juger de la poſition de la comète, & de celle des étoiles qui ont ſervi à ſa détermination; je les ai renfermées dans un cercle. On verra auſſi, par cette carte, que la comète n'a été obſervée que dans la conſtellation de la Baleine.

M. Méchain a calculé les élémens de l'orbite de cette comète, ſur l'enſemble de ſes obſervations faites à l'Obſervatoire royal: voici ces élémens, tels qu'il les a publiés dans la *Connoiſſance des Temps de 1788, page 335.*

Lieu du nœud aſcendant.......	$8^s\ 24^d\ 12'\ 15''$.
Inclinaiſon de l'orbite........	70. 14. 12.
Lieu du périhélie........	$3^s\ 19^d\ 51'\ 56''$
Logarithme de la diſtance périhélie,	0,0581975.

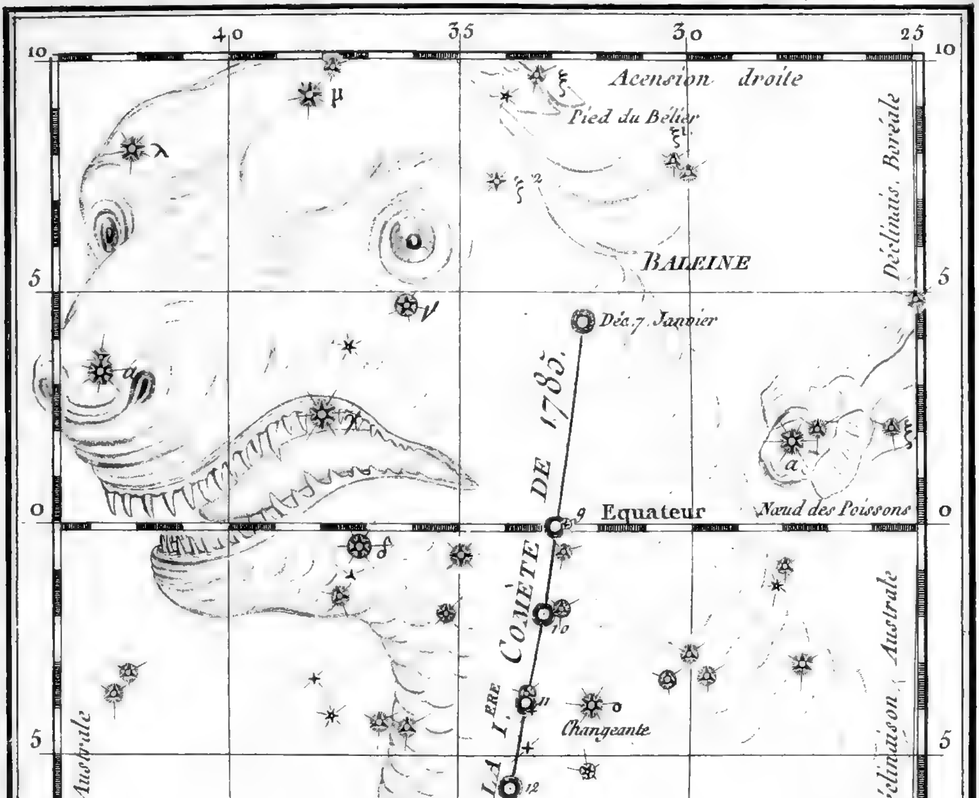
Paſſage au périhélie, 27 Janv. 1785, à $7^h\ 58^d\ 4''$, temps moyen à Paris; ſens du mouvement direct.

TABLE I.

Des Lieux apparens de la première Comète de 1785, comparée aux Étoiles fixes.

1785.	TEMPS VRAI.	ASCENSION droite de la Comète observée.	DÉCLINAIS. de la Comète observée. Australe	DIFFÉRENCE en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. entre la Comète & les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
Janvier 7	9. 38. 38	32. 18. 37	4. 16. 32	— 3. 50. 45	— 22. 7	4.5	ν	
9	8. 35. 40	32. 54. 54	0. 3. 19	— 4. 12. 30	— 33. 17	3	δ	de la Baleine.
	8. 35. 40	32. 54. 54	0. 3. 18	+ 0. 10. 45	— 32. 21	6	69	
	8. 35. 40	32. 54. 59	0. 3. 23	— 2. 1. 45	— 38. 57	5	7	déterminée.
	8. 59. 4	32. 54. 59	0. 5. 35	— 2. 1. 45	— 36. 45	5	7	
	8. 59. 4	32. 55. 9	0. 5. 36	— 4. 12. 15	— 31. 0	3	δ	
	8. 59. 4	32. 55. 9	0. 5. 29	+ 0. 11. 0	— 30. 10	6	69	de la Baleine.
	9. 19. 30	32. 54. 54	0. 7. 11	— 4. 12. 30	— 29. 25	3	δ	
	9. 19. 30	32. 54. 54	0. 7. 11	+ 0. 15. 15	+ 5. 48	8	2	déterminée.
	9. 19. 30	32. 54. 54	0. 7. 19	+ 0. 10. 45	— 28. 20	6	69	de la Baleine.
	9. 19. 30	32. 54. 59	0. 7. 0	— 2. 1. 45	— 35. 11	5	7	déterminée.
10	6. 55. 38	33. 11. 2[illegible]	1. 57. 46	+ 0. 22. 45	+ 5. 21	6	70	de la Baleine.
	6. 55. 38	33. 11. 2[illegible]	1. 57. 46	— 0. 56. 15	+ 14. 0	8	6	déterminée.
	6. 55. 38	33. 11. 24	1. 57. 44	— 4. 21. 52	+ 20. 19	6	84	
	6. 55. 38	33. 11. 30	1. 57. 48	— 2. 6. 37	— 1. 51	5.6	75	
	7. 24. 39	33. 11. 27	2. 0. 16	+ 0. 22. 52	+ 7. 51	6	70	
	7. 24. 39	33. 11. 3[illegible]	2. 0. 20	— 2. 6. 37	+ 0. 41	5.6	75	de la Baleine.
	7. 24. 39	33. 11. 31	2. 0. 10	— 4. 21. 45	+ 22. 54	6	84	
	8. 0. 55	33. 12. 7	2. 2. 52	— 2. 6. 0	+ 3. 13	5.6	75	
	8. 0. 55	33. 12. 9	2. 2. 57	— 4. 21. 7	+ 25. 32	6	84	
	8. 0. 55	33. 12. 20	2. 2. 5[illegible]	+ 0. 23. 45	+ 10. 34	6	70	
11	6. 43. 29	33. 28. 35	3. 54. 41	— 4. 15. 15	— 14. 7	7	11	déterminée.
	6. 43. 29	33. 28. 35	3. 54. 41	— 4. 39. 30	+ 26. 58	8	12	
	6. 43. 29	33. 29. 5	3. 54. 59	— 0. 2. 0	+ 8. 43	6	71	de la Baleine.
	7. 11. 56	33. 29. 50	3. 57. 26	— 0. 1. 15	+ 11. 10	6	71	
	7. 24. 0	33. 29. 20	3. 57. 37	+ 0. 48. 15	0. 0	9	3	déterminée.
	7. 24. 0	33. 29. 20	3. 57. 37	— 0. 1. 45	+ 11. 21	6	71	de la Baleine.
	7. 48. 0	33. 30. 5	4. 0. 26	— 0. 1. 0	+ 14. 10	6	71	
12	6. 55. 5	33. 47. 39	5. 46. 42	+ 1. 35. 15	+ 25. 58	7	1	déterminée.
	7. 54. 5	33. 47. 16	5. 48. 52	+ 1. 34. 52	+ 28. 8	7	1	
16	6. 22. 36	34. 58. 49	12. 15. 32	— 2. 18. 52	— 32. 10	3	ε	de la Baleine.
	6. 50. 1	35. 0. 4	12. 17. 17	— 2. 17. 37	— 30. 25	3	ε	

Nota. La déclinaison de la Comète le 7 Janvier est boréale; toutes les autres sont australes.



Gravé par Y. le Gouaz, d'après le Dessin de Mr. Messier.

TABLE II.

Des Ascensions droites & des Déclinaisons des Étoiles avec lesquelles la première Comète de 1785 a été comparée.

Leurs positions sont réduites au temps de l'Observation.

Ascension droite des Étoiles. D. M. S.	Déclinaison des Étoiles D. M. S.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.° des Étoiles.	Noms des Étoiles. qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
30. 25. 58	3. 24. 36 *A*	6	66	Baleine, déduite de Flamstéed. Comète comparée le 11 Janvier.
32. 12. 24	5. 20. 44	7	1	déterminée par la 81.e de la Baleine. Comète comparée le 12 Janvier.
32. 39. 39	0. 1. 23	8	2	déterminée par δ de la Baleine. Comète comparée le 9 Janvier.
32. 41. 5	3. 57. 37	9	3	déterminée par la 71.e de la Baleine. Comète comparée le 11 Janvier.
32. 44. 9	0. 35. 39	6	69	Baleine, comparée à δ. Comète comp. le 9 Janvier.
32. 48. 35	1. 52. 25	6	70	Baleine, comparée à la 84.e & à δ. Comète comp. le 10 Janvier.
33. 22. 20	4. 5. 26	8	4	déterminée par la 71.e de la Baleine.
33. 30. 39	4. 52. 26	8	5	déterminée par la 81.e de la Baleine.
33. 31. 5	3. 46. 16	6	71	Baleine, déduite de Flamstéed. Comète comparée le 11 Janvier.
33. 53. 34	13. 16. 4	4	ρ	Baleine comparée à ε.
34. 7. 35	1. 43. 46	8	6	déterminée par la 70.e & δ. Comète comparée le 10 Janvier.
34. 56. 44	0. 42. 20	5	7	déterminée par δ. Comète comparée le 9 Janvier.
35. 18. 7	1. 59. 39	5.6	75	Baleine, comparée à la 70.e & à δ. Comète comp. le 10 Janvier.
35. 53. 34	13. 17. 45	6	8	déterminée par ρ, la différence en déclin. estimée.
36. 8. 14	4. 29. 1	7	79	Baleine, comparée à la 71.e, estimée de la 7.e grand.
36. 9. 22	4. 38. 39 *B*	4.5	ν	Baleine, déd. de Mayer. Comète comp. le 7 Janv.
36. 42. 30	4. 20. 21 *A*	6	81	Baleine, comparée à la soixante-onzième.
37. 7. 24	0. 36. 36	3	δ	Baleine, *Connoissance des Temps.* Comète comparée le 9 Janvier.
37. 17. 41	12. 47. 42	3	ε	Baleine, *Connoiss. des T.* Comète comp. le 16 Janv.
37. 18. 39	1. 12. 9	9	9	déterminée par δ de la Baleine.
37. 25. 33	3. 55. 58	7	10	déterminée par α de la Baleine.
37. 33. 16	1. 37. 25	6	84	Baleine, comparée à δ. Comète comp. le 10 Janv.
37. 43. 50	4. 8. 48	7	11	déterminée par la 66.e. Comète comp. le 11 Janv.
38. 8. 5	3. 27. 43	8	12	déterminée par la 66.e. Comète comp. le 11 Janv.
42. 46. 3	3. 14. 0	2	α	Baleine, déduite de la *Connoissance des Temps.*

Nota. La déclinaison de l'Étoile ν de la Baleine est boréale; toutes les autres sont australes.

MÉMOIRE

CONTENANT LES OBSERVATIONS DE LA SECONDE COMÈTE de 1785,

Observée à Paris de l'Observatoire de la Marine, pendant les mois de Mars & d'Avril (a).

Par M. MESSIER.

M. MÉCHAIN découvrit cette comète de l'Obſervatoire royal, le 11 Mars au ſoir, près de l'étoile ε de l'épaule gauche d'Andromède; il en fit part le lendemain à l'Académie.

Le 13 au ſoir, par un ciel aſſez beau, je cherchai la comète avec ma lunette acromatique de 40 pouces de foyer & 40 lignes d'ouverture; je la trouvai au-deſſous de l'étoile ε: elle paroiſſoit belle, le noyau brillant, environné d'une nébuloſité ſenſible, ſans apparence de queue. Je pouvois également la voir avec une lunette de nuit de 15 pouces de foyer, mais à la vue ſimple l'on ne pouvoit pas l'apercevoir. Pour déterminer ſon lieu, j'employai une étoile de ſeptième grandeur, qui n'avoit pas encore été déterminée; pour avoir ſa poſition, je la comparai à deux étoiles, & ces deux étoiles à ε d'Andromède; de la comparaiſon qui fut faite de la comète à l'étoile, en

(a) C'eſt la vingt-quatrième des comètes que j'ai obſervées de l'Obſervatoire de la Marine, à l'hôtel de Clugny, & la ſoixante-douzième comète dont l'orbite ait été calculée, en ſuivant la Table des Comètes qui eſt rapportée dans l'*Aſtronomie* de M. de la Lande, *tome III, page 366*; & *tome IV, page 704*.

aſcenſion droite & en déclinaiſon, il en a réſulté le lieu de la comète que voici: le 13 Mars, à 7 heures 26 minutes 15 ſecondes du ſoir, temps vrai, la comète avoit 6 degrés 34 minuies 13 ſecondes d'aſcenſion droite, & 26 degrés 53 minutes 41 ſecondes de déclinaiſon boréale. La comète fut encore comparée trois fois à la même étoile: les poſitions s'en trouveront dans la première Table qui eſt à la ſuite de ce Mémoire, & celle de l'étoile dans la ſeconde, ſous le *n.° 6.*

Je ne rapporte ces détails que pour cette première obſervation; les poſitions de la comète, pour les jours ſuivans, ſe trouveront dans la Table que je viens de citer; ainſi que dans une ſeconde Table, celles des étoiles qui ont ſervi à ſa détermination.

Le 14, le ciel parfaitement beau le ſoir, dans un grand crépuſcule, je recherchai l'étoile α d'Andromède de ſeconde grandeur, qui devoit ſe trouver à peu-près ſur le parallèle de la comète, ayant fait ſuivre exactement à cette étoile le fil du micromètre; je déterminai enſuite l'étoile à laquelle la comète avoit été comparée la veille, une étoile intermédiaire entr'elle & α ſuffit pour la déterminer: l'obſervation fut répétée deux fois, & donna le même réſultat. Cette étoile de la veille fut encore employée le ſoir à la détermination du lieu de la comète, ainſi qu'une ſeconde étoile qu'on trouvera dans la deuxième Table, ſous le *n.° 5,* qui fut eſtimée de la huitième grandeur.

Le 17 Mars, le ciel fut couvert preſque toute la journée; il s'éclaircit vers les 7 heures du ſoir; je comparai la comète à trois étoiles, ce ſont celles de la ſeconde Table, *n.os 6, 7 & 8.* Ces étoiles n'avoient pas encore été déterminées, elles le furent toutes trois par la comparaiſon qui fut faite avec α d'Andromède. L'on trouvera dans la première Table cinq poſitions de la comète que ces nouvelles étoiles ont données: la comète paroiſſoit avoir la même lumière & les mêmes apparences que les jours précédens.

Le 19, le ciel en partie couvert pendant la journée;

vers les cinq heures du soir il commença à s'éclaircir. Je comparai directement la comète aux deux belles étoiles α & ε d'Andromède; près de la comète, étoit une étoile de huitième grandeur, que j'avois déterminée, & qu'on trouvera dans la seconde Table, sous le *n.°* 5. La lumière du noyau de la comète égaloit celle de cette étoile; il sembloit aussi que la comète étoit plus apparente que les jours précédens: l'on ne pouvoit en juger que difficilement: à cause du crépuscule, de la grande lumière de la Lune & des vapeurs de l'horizon. Je cessai de voir la comète à 8 heures du soir.

Le 22, le ciel couvert en grande partie pendant la journée, le soir il s'éclaircit; je comparai directement la comète aux mêmes étoiles que le 19, à α & ε d'Andromède. Le crépuscule, qui étoit encore augmenté par la lumière de la Lune, & le voisinage de la comète à l'horizon, empêchèrent de reconnoître si sa lumière augmentoit; le noyau étoit toujours brillant, environné de nébulosité.

Le 23, beau temps le soir; la comète avoit les mêmes apparences que le 22: elle fut encore comparée aux mêmes étoiles du 19 & du 22, à α & ε d'Andromède.

Le 24, il ne fut pas possible de voir la comète, à cause des nuages, ainsi que les 25, 26 & 27; pendant ces trois jours le ciel fut couvert; le 25, il tomba trois lignes de neige; la nuit du 27 au 28, il en tomba encore trois lignes.

Le 28, beau temps le soir, mais la comète étoit plongée dans les vapeurs de l'horizon, & ces vapeurs étoient encore augmentées par les illuminations de Paris, pour la naissance du duc de Normandie : je vis cependant la comète qui étoit près de l'étoile α d'Andromède; je n'eus pas le temps de la comparer à cette étoile, parce qu'un instant après elle disparut derrière une cheminée, & je ne pus la revoir.

Le 29, beau temps le soir, la comète étoit près de α d'Andromède, mais le crépuscule & la cheminée dont je viens de parler, empêchèrent de l'observer: il ne fut plus possible de voir la comète le soir, de mon observatoire, à cause à cauſe de ſon coucher dans un grand crépuſcule; mais le matin on devoit la voir ſe levant à trois heures.

Les 1, 2, 3 & 4 Avril au matin, le ciel fut couvert; mais le 5 au matin il devint paſſablement beau, je cherchai la Comète aux environs de l'étoile α d'Andromède, je la trouvai, au moyen de la lunette, au-deſſous de cette étoile; je la vis enſuite à la vue ſimple. À la lunette, le noyau étoit très-brillant, environné d'une nébuloſité claire, avec une queue d'une lumière foible qui s'étendoit à 7 ou 8 degrés du noyau, qu'on ne pouvoit bien voir qu'avec une lunette de nuit. Près de la Comète, il y avoit une étoile de ſeptième grandeur, qui n'étoit pas déterminée; & au-deſſous d'elle, une autre étoile de la ſixième grandeur, la quatre-vingt-cinquième de Pégaſe, ſuivant le catalogue de Flamſtéed: la Comète fut comparée à ces deux étoiles, & ces deux étoiles à β de ſeconde grandeur. Les obſervations de la Comète ſont rapportées dans la première table, & celles des étoiles dans la ſeconde.

Le 6 Avril au matin; la Comète avoit les mêmes apparences que la veille, le noyau très-brillant, avec une queue de 7 à 8 degrés de longueur: près de la Comète, étoit une étoile de la cinquième grandeur; je reconnus que c'étoit l'étoile ψ de Pégaſe, à laquelle la Comète fut comparée pluſieurs fois; j'en ai rapporté les déterminations dans la première table.

Le 7 au matin, beau temps; la Comète avoit les mêmes apparences que le 6, elle s'étoit rapprochée de l'étoile ψ; la Comète & l'étoile paroiſſoient dans le même champ de la lunette: la Comète fut comparée cinq fois à cette étoile.

Je comparai enſuite le diamètre du noyau de la Comète, à l'épaiſſeur de l'un des fils du micromètre, je le trouvai de 14 ſecondes; celui de la nébuloſité qui l'environnoit, de 3 minutes 41 ſecondes: la queue avoit environ 8 degrés.

Le 10 au matin, beau temps; la Comète étoit comme les jours précédens, la queue cependant plus affoiblie, ce qui venoit du crépuſcule. La Comète & une étoile de ſeptième grandeur paroiſſoient dans le même champ de la lunette, mais cette étoile n'avoit pas encore été déterminée: pour connoître ſa poſition, je la comparai pluſieurs fois à l'étoile *y* de Pégaſe, ſixième grandeur; & la Comète fut rapportée pluſieurs fois à ces deux étoiles.

Ayant déterminé la poſition de la Comète, comme je viens de le dire, je voulus voir juſqu'à quelle heure je pourrois la ſuivre avec ma grande lunette, dans un grand crépuſcule; je ceſſai de la voir en même temps que l'étoile de ſeptième grandeur, à 4 heures 46 minutes, ou 34 minutes avant le lever du Soleil, & 1 heure 33 minutes après le crépuſcule commencé.

Le 11 au matin, le ciel parfaitement beau & pur, je commençai à voir la Comète auſſitôt qu'elle eut quitté le haut des maiſons; elle étoit très-apparente à la lunette, le noyau très-brillant, la nébuloſité très-lumineuſe; la queue étoit foible, on ne pouvoit la voir qu'avec une lunette de nuit, elle paſſoit ſur les deux étoiles r^1 & r^2 de Pégaſe; la poſition de r^2 eſt rapportée dans le catalogue de Flamſtéed, celle de r^1 n'y eſt pas, mais les deux étoiles ſont ſur les cartes: j'ai déterminé la poſition de r^1 dans la ſeconde table.

Le 12 au matin, le ciel parfaitement beau, la Comète toujours très-apparente à la lunette, la queue d'une lumière foible, paſſoit au-deſſous des deux étoiles *r*, alloit ſe terminer vers les deux étoiles μ & λ de Pégaſe. La Comète fut comparée aux étoiles φ & χ de cette conſtellation; les poſitions, ſoit de la Comète, ſoit de ces deux étoiles, ſont rapportées dans les tables qui ſont à la ſuite de ce Mémoire.

Le 16 Avril au matin, le ciel parfaitement beau & ſans nuages, je vis la Comète auſſitôt qu'elle parut au-deſſus des maiſons, à 3 heures 50 minutes, dans un très-grand crépuſcule; ſes apparences étoient diminuées, ſa queue effacée par le grand jour, le noyau encore brillant, environné de nébuloſités. La Comète, dans le champ de la lunette, étoit très-près d'une étoile de cinquième à ſixième grandeur, à laquelle la Comète fut comparée plusieurs fois; je reconnus que cette étoile étoit la quatre-vingt-sixième de Pégase. À 4 heures 35 minutes, je cessai de voir la Comète dans un très-grand jour, 34 minutes avant le lever du Soleil; 9 minutes après que j'eus cessé de voir la Comète, l'étoile disparut aussi.

Le 17 au matin, je commençai à voir la Comète, comme le jour précédent, près d'une étoile de sixième grandeur; c'étoit l'étoile trente-quatrième des Poissons, suivant Flamstéed: la Comète fut comparée plusieurs fois à cette étoile.

Les jours suivans, le ciel fut couvert les matins, le crépuscule augmentoit chaque jour, de manière que l'observation du 17 Avril est la dernière qui ait été faite de son apparition.

Suivant mes observations, cette Comète a été vue depuis le 13 Mars au soir jusqu'au 17 Avril au matin, ce qui fait un intervalle de trente-cinq jours, qui comprennent quatorze jours d'observations.

L'on trouvera les déterminations de la Comète en ascension droite & en déclinaison, dans une des tables qui suit, avec les différences de passages entre la Comète & les étoiles, au fil horaire du micromètre: celle de déclinaison entre la Comète & les étoiles. Ces différences en ascension droite & en déclinaison sont marquées des signes + & —: le premier indique qu'il faut ajouter ces différences aux positions des étoiles avec lesquelles la Comète a été comparée, pour avoir celle de la Comète en ascension droite & en déclinaison; le second indique qu'il faut ôter.

La seconde table renferme les ascensions droites & les déclinaisons des étoiles qui ont été employées à la détermination du lieu de la Comète, tant celles qui ont été prises de différens catalogues, que les nouvelles étoiles que j'ai déterminées en les comparant à des étoiles connues. Leurs positions sont réduites aux temps des observations, je n'y ai fait d'autre réduction que celle qu'on trouve dans les catalogues, sous le titre de *variation annuelle*.

Je joins à ce Mémoire une carte céleste qui est divisée en degrés d'ascension droite & de déclinaison; j'y ai rapporté les positions de la Comète, la route qu'elle a tenue parmi les étoiles fixes : à l'inspection de cette carte, il sera facile de juger de la position de la Comète & de celle des étoiles qui ont servi à sa détermination, je les ai renfermées dans un cercle. On verra aussi par cette carte, que la Comète a commencé à paroître près de la tête d'Andromède, qu'elle s'est peu élevée en déclinaison, qu'elle s'est approchée de l'étoile α, & qu'ensuite sa déclinaison a diminué pour descendre & disparoître à l'extrémité de l'aile de Pégase.

M. le Président de S. ** a déterminé des élémens très-approchés de l'orbite de cette Comète, d'après mes observations : on les trouve imprimés dans la *Connoissance des temps de 1788, page 336;* les voici.

Lieu du nœud ascendant	2^s	4^d	$44'$	$40''$
Inclinaison de l'orbite		87.	7.	0.
Lieu du périhélie	9.	27.	34.	30.
Logarithme de la distance périhélie		9,631024.		

Passage au périhélie, 8 Avril 1785, à $11^h\ 29'$, temps moyen à Paris.

Sens du mouvement rétrograde.

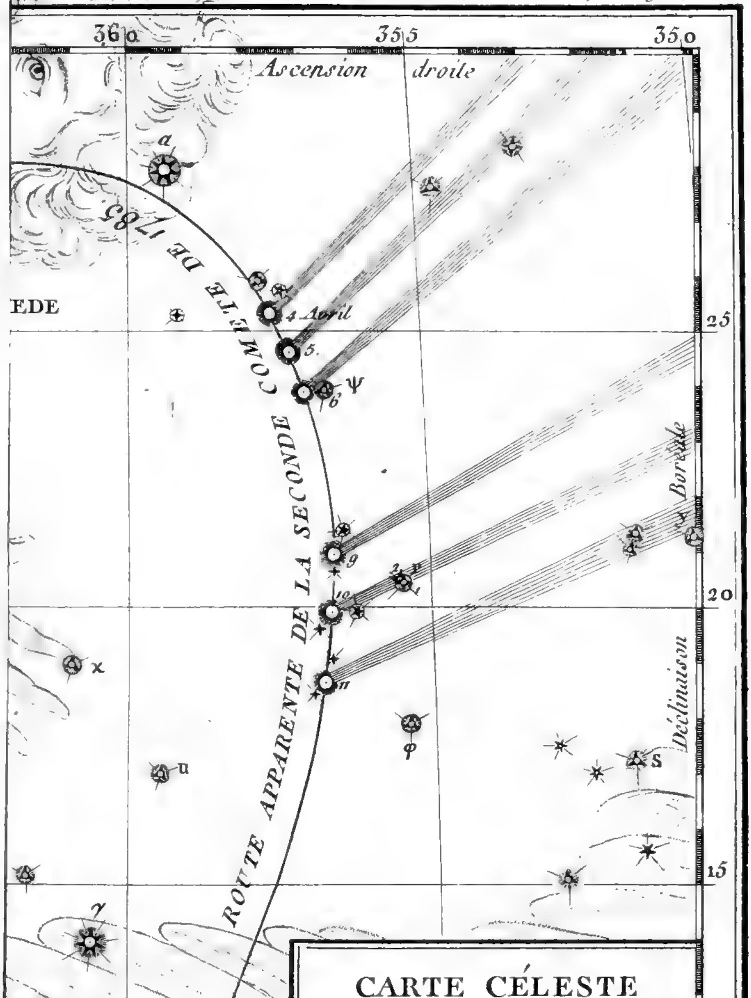
TABLE I.

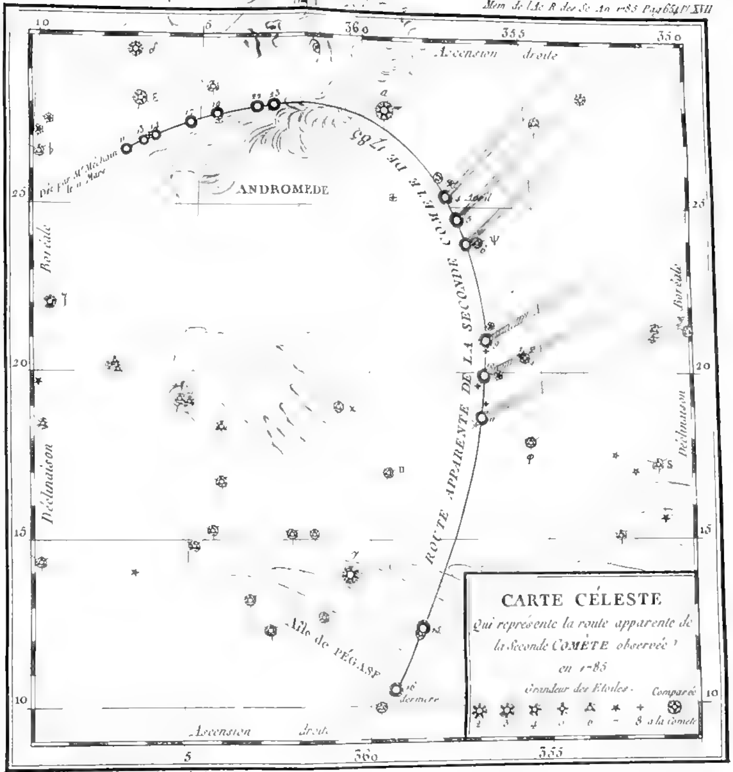
Des positions apparentes de la seconde Comète observée en 1785, & comparée avec les Étoiles fixes, depuis le 13 Mars jusqu'au 16 Avril.

1785.	Temps vrai des Observ.	Ascensions droites de la Comète observées.	Déclinais. de la Comète observées. Boréale.	Différence en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	Différence en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.os des Étoiles.	Étoiles avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. R.	D. M. S.	M. S.			
Mars 13	7. 26. 15	6. 34. 13	26. 53. 41	+ 1. 10. 7	− 12. 22	7	6	
	7. 33. 13	6. 33. 58	26. 53. 44	+ 1. 9. 52	− 12. 19	7	6	
	8. 19. 5	6. 33. 13	26. 54. 31	+ 1. 9. 7	− 11. 32	7	6	
	8. 25. 7	6. 32. 58	36. 54. 31	+ 1. 8. 52	− 11. 32	7	6	
14	7. 6. 41	6. 13. 51	27. 2. 47	+ 0. 49. 45	− 3. 16	7	6	
	7. 6. 41	6. 13. 59	27. 2. 46	+ 1. 42. 45	− 35. 42	8	5	
	7. 46. 57	6. 13. 28	27. 3. 7	+ 0. 49. 22	− 2. 56	7	6	Nouvelles Étoiles déterminées.
	7. 46. 57	6. 13. 21	27. 3. 10	+ 1. 42. 7	− 35. 18	8	5	
17	7. 9. 18	5. 12. 59	27. 27. 6	− 0. 11. 7	+ 21. 3	7	6	
	7. 13. 17	5. 12. 51	27. 27. 10	− 0. 11. 15	+ 21. 7	7	6	
	7. 16. 26	5. 12. 36	27. 27. 16	− 0. 11. 30	+ 21. 13	7	6	
	7. 16. 26	5. 12. 0	27. 27. 6	− 4. 13. 37	− 5. 52	7	7	
	7. 16. 26	5. 11. 30	27. 27. 13	− 4. 30. 22	+ 15. 5	7	8	
19	7. 5. 23	4. 27. 37	27. 40. 55	+ 5. 7. 45	− 13. 26	2	α	
	7. 40. 20	4. 26. 44	27. 41. 6	+ 5. 6. 52	− 13. 15	2	α	
	7. 40. 20	4. 26. 48	27. 41. 3	− 2. 21. 30	− 27. 22	4	ε	
	7. 53. 21	4. 26. 41	27. 41. 7	− 2. 21. 37	− 27. 18	4	ε	
22	6. 54. 48	3. 17. 7	27. 55. 1	+ 3. 57. 15	− 0. 40	2	α	
	7. 14. 4	3. 16. 43	27. 54. 59	− 3. 31. 37	− 13. 30	4	ε	
	7. 31. 34	3. 16. 28	27. 54. 57	− 3. 31. 52	− 13. 32	4	ε	Étoiles d'Androm.
	7. 48. 50	3. 16. 5	27. 54. 56	− 3. 32. 15	− 13. 33	4	ε	
23	7. 14. 26	2. 51. 14	27. 57. 5	+ 3. 31. 22	+ 2. 44	2	α	
	7. 14. 26	2. 51. 14	27. 57. 5	− 3. 57. 7	− 11. 21	4	ε	
	7. 46. 36	2. 50. 37	27. 57. 8	+ 3. 30. 45	+ 2. 47	2	α	
	7. 46. 36	2. 50. 36	27. 57. 12	− 3. 57. 45	− 11. 14	4	ε	
Avril. 4	15. 57. 55	357. 30. 20	25. 14. 24	− 0. 14. 15	− 43. 13	6	85	de Pégase.
	15. 57. 55	357. 30. 39	25. 14. 30	+ 0. 9. 30	− 30. 0	7	3	nouvelle.

Suite des positions apparentes de la seconde Comète, &c.

1785.	TEMPS vrai des Observ.	ASCENSIONS droites de la Comète observées.	DÉCLINAIS. de la Comète observées. Boréale.	DIFFÉRENCE en ascens. dr. de la Comète avec les Étoiles.	DIFFÉRENCE en déclinais. de la Comète avec les Étoiles.	Grandeur des Étoiles.	Lettres & N.os des Étoiles.	ÉTOILES avec lesquelles la Comète a été comparée.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.			
4	16. 39. 46	357. 30. 5	25. 15. 24	— 0. 14. 30	— 42. 13	6	85	de Pégase.
	16. 39. 46	357. 29. 46	25. 15. 7	+ 0. 8. 37	— 29. 23	7	3	nouvelle.
Avril. 5	15. 34. 11	357. 13. 2	24. 37. 31	+ 0. 30. 0	+ 39. 36	5	ψ	de Pégase.
	15. 49. 47	357. 12. 47	24. 37. 25	+ 0. 29. 45	+ 39. 30	5	ψ	
	15. 57. 56	357. 12. 47	24. 37. 25	— 1. 52. 15	— 39. 8	8	4	nouvelle.
6	15. 46. 22	356. 58. 2	23. 53. 26	+ 0. 15. 0	— 4. 29	5	ψ	
	15. 50. 29	356. 58. 2	23. 53. 23	+ 0. 15. 0	— 4. 32	5	ψ	
	16. 23. 17	356. 57. 32	23. 52. 5	+ 0. 14. 30	— 5. 50	5	ψ	de Pégase.
	16. 27. 3	356. 57. 32	23. 52. 5	+ 0. 14. 30	— 5. 50	5	ψ	
	16. 29. 16	356. 57. 32	23. 51. 52	+ 0. 14. 30	— 6. 3	5	ψ	
9	15. 46. 13	356. 36. 11	21. 2. 37	+ 0. 10. 45	— 24. 10	7	z	nouvelle.
	15. 47. 55	356. 36. 3	21. 2. 33	+ 0. 10. 37	— 24. 14	7	z	
	16. 34. 40	356. 35. 35	20. 59. 54	+ 5. 55. 30	— 18. 21	6	y	Pégase.
	16. 37. 12	356. 35. 41	21. 0. 7	+ 0. 10. 15	— 16. 40	7	z	la même ci-dessus.
	16. 44. 40	356. 35. 33	20. 59. 56	+ 0. 10. 7	— 26. 51	7	z	
10	15. 32. 16	356. 39. 31	19. 49. 59	+ 1. 17. 45	— 38. 31	6	r^1	Pégase.
	15. 35. 52	356. 39. 12	19. 50. 26	+ 0. 25. 0	— 4. 10	7	r	
	15. 58. 51	356. 39. 27	19. 49. 7	+ 0. 25. 15	— 5. 29	7	r	
	16. 7. 35	356. 39. 12	19. 48. 44	+ 0. 25. 0	— 5. 52	7	r	nouvelle.
	16. 32. 53	356. 39. 42	19. 47. 19	+ 0. 25. 30	— 7. 17	7	r	
	16. 38. 26	356. 39. 42	19. 47. 1	+ 0. 25. 30	— 7. 35	7	r	
11	15. 30. 14	356. 48. 47	18. 36. 21	+ 1. 26. 15	— 41. 4	6	φ	Pégase.
	15. 31. 18	356. 48. 46	18. 36. 55	— 4. 2. 45	— 22. 43	6	χ	Pégase.
	16. 21. 13	356. 49. 17	18. 34. 11	+ 1. 26. 45	+ 38. 54	6	φ	ci-dessus.
15	15. 53. 3	358. 33. 59	12. 19. 21	— 0. 4. 45	+ 7. 36	5.6	86	Pégase.
	16. 1. 47	358. 34. 13	12. 18. 47	— 0. 4. 30	+ 7. 2	5.6	86	la même.
	16. 11. 1	358. 34. 29	12. 18. 15	— 0. 4. 15	+ 6. 30	5.6	86	la même.
	16. 20. 17	358. 34. 37	12. 17. 45	— 0. 4. 7	+ 6. 0	5.6	86	la même.
	16. 26. 29	358. 34. 59	12. 17. 19	— 0. 3. 45	+ 5. 34	5.6	86	la même.
16	16. 5. 1	359. 20. 8	10. 25. 35	— 0. 24. 30	+ 29. 12	6	34	Poissons.
	16. 8. 34	359. 20. 8	10. 25. 25	— 0. 24. 30	+ 29. 2	6	34	la même.
	16. 17. 49	359. 22. 13	10. 24. 55	— 0. 24. 15	+ 28. 32	6	34	la même.


360
355
350
Ascension droite
ROUTE APPARENTE DE LA SECONDE COMETE DE 1785
EDE
4 Avril
5.
6
Ψ
9
10
11
15
16.
derniere
a
x
u
φ
S
γ
25
20
15
10
Boreale
Déclinaison
de PÉGASE
droite
CARTE CÉLESTE
Qui représente la route apparente de la Seconde COMÈTE observée en 1785
Grandeur des Etoiles.
Comparée
2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. a la Comète



Gravé par Y. le Gouaz, d'après le dessin de M. Messier.

TABLE II.

Des Ascensions droites & des Déclinaisons des Étoiles avec lesquelles la seconde Comète de 1785 a été comparée ; leurs positions réduites au temps des Observations.

ASCENSION droite des Étoiles. D. M. S.	DÉCLINAISON Boréale des Étoiles. D. M. S.	Grandeur des Étoiles.	N.° des Étoiles.	NOMS DES ÉTOILES qui ont servi à la détermination du lieu de la Comète.
350. 40. 5	21. 18. 15	6	y	Pégase, déduite de Flamstéed. Comète comparée le 9 Avril.
355. 21. 46	20. 28. 30	6	r^1	Pégase, comparée à y. Comète comp. le 10 Avril.
355. 25. 54	20. 32. 50	6	r^2	Pégase, rapportée dans le catalogue de Flamstéed.
355. 22. 32	17. 55. 17	6	φ	Pégase, déduite de Flamstéed. Comète comparée le 11 Avril.
356. 14. 12	19. 54. 36	7	1	nouvelle, comparée à r^1. Comète comparée le 10 Avril.
356. 25. 26	21. 26. 47	7	2	nouvelle, comparée à y. Comète comp. le 9 Avril.
356. 43. 2	23. 57. 55	5	ψ	Pégase, déduite de Famstéed. Comète comparée le 5 & le 6 Avril.
357. 21. 9	25. 44. 30	7	3	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 4 Avril.
357. 44. 35	25. 57. 37	6	85	Pégase comparée à α d'Andromède. Comète comp. le 4 Avril.
358. 38. 44	12. 11. 45	5.6	86	Pégase, déduite de Flamstéed. Comète comparée le 11 Avril.
359. 5. 2	25. 16. 33	8	4	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 5 Avril.
359. 19. 52	27. 54. 21	2	α	d'Andromède, déduite de la *Connoïssance des Temps.* Comète comp. les 19, 22, 23, 28, 29 Mars.
359. 44. 38	9. 56. 23	6	34	Poissons, déduite de Flamstéed. Comète comp. le 16 Avril.
0. 51. 31	18. 59. 38	6	χ	Pégase, déduite de Flamstéed. Comète comparée le 11 Avril.
4. 31. 14	27. 38. 28	8	5	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 14 Mars.
5. 24. 6	27. 6. 3	7	6	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comp. les 13, 14 & 17 Mars.
6. 48. 18	28. 8. 25	4	ε	d'Andromède. Comète comparée les 19, 22 & 23 Mars.
9. 25. 37	27. 32. 58	7	7	nouvelle, comp. à α d'Andromède. Comète comp. le 17 Mars.
9. 41. 52	27. 12. 8	7	8	nouvelle, comparée à α d'Andromède. Comète comparée le 17 Mars.

OCCULTATIONS DE QUELQUES ÉTOILES DES PLEÏADES, LES 11 AVRIL ET 13 DÉCEMBRE 1785.

Observées à Paris, de l'Observatoire de la Marine.

Par M. MESSIER.

LE 11 Avril, le ciel étant parfaitement beau le soir, vers les huit heures ayant regardé la Lune avec une lunette de nuit, je vis qu'elle étoit près des *Pléïades*, & que plusieurs de ces étoiles seroient éclipsées par le bord obscur (ces observations n'étoient pas annoncées); je fis usage pour ces observations, de ma grande lunette acromatique, j'observai les occultations de sept étoiles; voici le temps vrai de leurs immersions.

Immersions.	La 1.re, 7me grandeur, *g. Céléno*......	8^h	45′	38″ $\frac{1}{4}$,	à la seconde.
	La 2.me, 5.me grandeur, *e. Taygeta*......	8.	55.	11. $\frac{3}{4}$,	à la seconde.
	La 3.me, 9.me grand. au-dessous de *Maya*...	9.	31.	30. $\frac{1}{4}$,	à la seconde.
	La 4.me, 4.me grandeur, *c. Maya*......	9.	7.	29,	à la seconde.
	La 5.me, 7.me grandeur, o^1............	9.	14.	19,	à la seconde.
	La 6.me, 7.me grandeur, o^2............	9.	15.	38 $\frac{3}{4}$,	à la seconde.
	La 7.me, 9.me gr. sur le parallèle de o^2....	9.	35.	1 $\frac{3}{4}$,	à 5 sec. près.

La nuit du 13 au 14 Décembre.

Il étoit annoncé, dans la *Connoissance des Temps*, que la Lune éclipseroit trente-sept étoiles des Pléïades; mais la majeure partie n'étoit que des étoiles télescopiques, qui ne pouvoient pas être observées, même avec les meilleures lunettes,

lunettes, à cauſe de la grande lumière de la Lune qui approchoit de ſon plein : cette grande lumière les faiſoit diſparoître à une grande diſtance; les principales étoiles, en approchant du bord obſcur de la Lune, perdoient également de leur lumière, & il étoit très-difficile de les apercevoir à leur ſortie du bord éclairé.

J'ai employé à cette obſervation une grande lunette acromatique, ayant quarante lignes d'ouverture.

Le 13, à 11 heures 52 minutes du ſoir, des nuages s'élevèrent du ſud, couvrirent la Lune, de manière que toutes les étoiles qui étoient autour d'elle, diſparurent. L'étoile *g, céléno,* que j'avois ſuivie juſqu'auprès du bord obſcur, alloit être éclipſée lorſqu'un nuage couvrit la Lune & l'étoile; je ſoupçonnai ſon entrée à 12 heures 4 minutes 42 ſecondes, temps vrai. Différence de déclinaiſon entre l'entrée de l'étoile & le bord inférieur de la Lune, 18 minutes 54 ſecondes.

L'étoile *b, electra,* 5.^{me} grandeur, fut cachée à 12 heures 12 minutes 18 ſecondes $\frac{1}{2}$. Au moment de l'obſervation, il y avoit de légers nuages au-devant de la Lune, qui affoibliſſoient la lumière de l'étoile, de manière que l'immerſion fut douteuſe à 1 ou 2 ſecondes. La différence en déclinaiſon entre l'étoile & le bord inférieur de la Lune, étoit de 7 minutes 43 ſecondes.

À 12 heures 17 minutes 39 ſecondes, le diamètre de la Lune, meſuré entre les deux cornes, & ſuivant ſon parallèle, fut trouvé de 32 minutes 57 ſecondes.

Pour l'étoile *e, taygeta,* 5.^{me} grandeur, l'immerſion fut obſervée à la ſeconde, à 12 heures 24 minutes 22 ſecondes. La différence de déclinaiſon, entre l'entrée de l'étoile & le bord inférieur de la Lune, étoit de 26 minutes 34 ſecondes.

L'étoile *c, maïa,* 4.^{me} grandeur, dont l'immerſion fut obſervée à la ſeconde, diſparut à 12 heures 35 minutes 17 ſecondes. La différence de déclinaiſon, entre l'entrée de l'étoile au bord inférieur de la Lune, étoit de 20′ 56″.

Pour l'étoile o² 7.^{me} grandeur, l'immersion fut observée à 12 heures 52 minutes 47 secondes, mais douteuse; la lumière de l'étoile étoit extrêmement affoiblie par celle de la Lune, quoique le ciel fut parfaitement beau: l'incertitude dans l'observation, peut aller à 2 ou 3 secondes.

L'étoile o¹ 7.^{me} grandeur, se trouvoit dans le même cas que la précédente, sa lumière étoit extrêmement diminuée par celle de la Lune; je présume cependant que l'observation est bonne: immersion de l'étoile à 12 heures 53 minutes 10 secondes.

L'étoile *e, taygeta,* sortit du bord éclairé de la Lune, à 13 heures 24 minutes 27 secondes. Cette émersion fut douteuse à plusieurs secondes, à cause de la grande lumière de la Lune.

La petite étoile de 6.^{me} grandeur, qui précède *η alcyone,* a dû être éclipsée vers le bord inférieur; je n'ai pu en faire l'observation à cause de la grande lumière de la Lune, qui avoit fait disparoître l'étoile à l'approche de son immersion.

À 14 heures 13 minutes 18 secondes, le diamètre de la Lune mesuré entre les deux cornes, fut trouvé de 32 minutes 51 secondes.

À 14 heures 37 minutes 14 secondes, l'étoile *h, pleïone,* de 6.^{me} grandeur, a dû raser le bord inférieur de la Lune; elle a même pu être éclipsée; à son approche de la Lune, la grande lumière de cet astre l'avoit fait disparoître.

À 13 heures 57 minutes 21 secondes, *alcyone* étoit près du bord inférieur de la Lune; différence de déclinaison entre le même bord & l'étoile, 25 secondes.

À 14 heures 42 minutes 7 secondes, l'étoile *f, atlas,* étoit près du bord inférieur de la Lune; différence en déclinaison entre le même bord & l'étoile, 5' 43".

OCCULTATION DE VÉNUS PAR LA LUNE,

Obſervée à Paris le 12 Avril 1785.

Par M. MESSIER.

IL faiſoit beau temps depuis pluſieurs jours, le baromètre étoit à ſa plus grande hauteur, 28 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, ce qui promettoit un ciel ſerein pour l'obſervation de Vénus.

Le 12 Avril, jour annoncé pour l'occultation, je pris un grand nombres de hauteurs correſpondantes du Soleil, qui donnèrent le midi à une grande préciſion.

Pour l'obſervation, j'ai employé une lunette acromatique, de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer, à grande ouverture, que j'avois fait groſſir cent quarante fois; c'eſt avec ce groſſiſſement que j'ai obſervé l'immerſion de Vénus, ſous le bord obſcur de la Lune.

Immerſion.	Attouchement du 1.^{er} bord éclairé de ♀.....	0^h	1′	50″	Temps vrai.
	Entrée du milieu de ſon croiſſant eſtimé.....	0.	2.	36.	
	Entrée totale de la dernière corne..........	0.	3.	8.	

Pour l'émerſion de Vénus, j'ai employé la même lunette; mais j'avois changé le groſſiſſement, au lieu de 140, je ne l'avois fait groſſir que quatre-vingt fois, pour avoir plus de netteté au bord de la Lune, & pour pouvoir découvrir une plus grande étendue de ſon bord, où la planète devoit ſortir.

Émerſion.	Commencement du 1.^{er} bord éclairé de ♀...	0.	50.	28.	Temps vrai.
	Milieu du croiſſant fort, eſtimé.........	0.	51.	18.	
	Sortie totale de la 2.^{me} corne de ♀......	0.	52.	5.	

Je n'ai rien vu de particulier ſur Vénus dans cette obſervation; ſa lumière m'a paru être la même à ſon immerſion & à ſa ſortie.

Avant & après l'obſervation, j'ai pris un grand nombres de différences de paſſages entre le premier bord de Vénus & celui de la Lune.

Vénus ſe voyoit très-bien ſans lunette, avant l'occultation & après la ſortie.

SUITE DE L'ESSAI

Pour connoître la Population du Royaume, & le nombre de ses habitans, en adaptant aux Villes, Bourgs & Villages, portés sur chacune des Cartes de M. de Cassini, l'année commune des Naissances, prise sur les années 1781, 1782 & 1783, & en la multipliant par 26.

Par M.rs DU SÉJOUR, le Marquis DE CONDORCET & DE LA PLACE.

Population de la Carte de la France, n.° 96.

MAYENNE.

« CETTE Carte contient la ville de Mayenne, & 206 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Mayenne, est de	311.
Celle des 206 bourgs ou villages, est de	9227.
TOTAL	9538.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	206.	8086.	239902.	247988.	959.

LONS-LE-SAUNIER.

Population de la Carte de la France, n.° 116.

« CETTE Carte contient les villes de Lons-le-Saunier, « de Louhans, d'Orgelet, de Saint-Claude & de Tournus, & 242 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Lons-le-Saunier, est de	244.
Dans celle de Louhans, de	96.
Dans celle d'Orgelet, de	63.
Dans celle de Saint-Claude, de	141.
Dans celle de Tournus, de	192.
	736.
Et dans les 242 bourgs ou villages, de	7729.
TOTAL	8465.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	242.	19136.	200954.	220090.	804.

SAINT-ÉTIENNE.

Population de la Carte de la France, n.° 88.

« CETTE Carte contient les villes de Saint-Étienne, « Condrieux, Issengeaux, Saint-Chamond & Annonay, & 202 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Saint-Etienne, est de	1033.
Dans celle de Condrieux, de	214.
Dans celle d'Issengeaux, de	203.
	1450.

ci-contre.	1450.
Dans celle de Saint-Chamond, de.	191.
Dans celle d'Annonay, de.	175.
	1816.
Et dans les 202 bourgs ou villages, de.	7712.
TOTAL.	9528.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	202.	47216.	200512.	247728.	802.

Population de la Carte de la France, n.° 3.

AMIENS.

« CETTE Carte contient les villes d'Amiens, de Montdidier & de Roye, & 530 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Amiens, est de.	1535.
Dans celle de Montdidier, de.	131.
Dans celle de Roye, de.	100.
	1766.
Et dans les 530 bourgs ou villages, de.	7250.
TOTAL.	9016.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	530.	45916.	188500.	234416.	754.

VIENNE.

Population de la Carte de la France, n.° 118.

« CETTE Carte contient les villes de Belley, de Montluel & de Vienne, & 317 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Belley, eſt de	127.
Dans celle de Montluel, de	107.
Dans celle de Vienne, de	351.
	585.
Et dans les 317 bourgs ou villages, de	6199.
TOTAL	6784.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
222.	3.	317.	15210.	161174.	176384.	726.

ALENÇON.

Population de la Carte de la France, n.° 6.

« CETTE Carte contient les villes d'Alençon, de « Bonneſtable, de Mamers & de Mortagne, & 329 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville d'Alençon, eſt de	470.
Dans celle de Bonneſtable, de	216.
Dans celle de Mamers, de	204.
Dans celle de Mortagne, de	126.
	1016.
Et dans les 329 bourgs ou villages, de	6900.
TOTAL	7916.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	329.	26416.	179400.	205816.	718.

Population de la Carte de la France, n.° 119. GRENOBLE.

« CETTE Carte contient les villes de Grenoble & de Voiron, & 321 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Grenoble, est de........................... 873.

Dans celle de Voiron, de.................... 152.

1025.

Et dans les 321 bourgs ou villages, de......... 6742.

TOTAL................ 7767.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
247.	2.	321.	26650.	175292.	201942.	710.

Population de la Carte de la France, n.° 64. LE MANS.

« CETTE Carte contient la ville du Mans, & 243 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville du Mans, est de.................................... 501.

Et dans les 243 bourgs ou villages, de............ 6729.

TOTAL........................ 7230.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	243.	13026.	174954.	187980.	700.

COMPIEGNE.

Population de la Carte de la France, n.° 2.

« CETTE Carte contient les villes de Beauvais, « Compiegne, Senlis, Pont-Sainte-Maixence & Clermont, & 457 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Beauvais, est de.................................... 486.

Dans celle de Compiegne, de.................. 205.

Dans celle de Senlis, de...................... 138.

Dans celle de Pont-Sainte-Maixence, de.......... 112.

Dans celle de Clermont, de.................... 38.

979.

Et dans les 457 bourgs ou villages, de............ 6629.

TOTAL. .... 7608.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	457.	25454.	172354.	197808.	689.

Population de la Carte de la France, n.° 115.

DÔLE.

« CETTE Carte contient les villes d'Arbois, d'Auxonne, de Dôle, de Nuits, de Poligny, de Quingey, de « Saint-Jean-de-Lône, de Salins & de Seurre, & 290 « bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville d'Arbois, eſt de	224.
Dans celle d'Auxonne, de	170.
Dans celle de Dôle, de	333.
Dans celle de Nuits, de	111.
Dans celle de Poligny, de	247.
Dans celle de Quingey, de	78.
Dans celle de Saint-Jean-de-Lône, de	111.
Dans celle de Salins, de	263.
Dans celle de Seurre, de	157.
	1694.
Et dans les 290 bourgs ou villages, de	6512.
TOTAL	8206.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	9.	290.	44044.	169312.	213356.	677.

Population de la Carte de la France, n.° 98.

ANGERS.

« CETTE Carte contient les villes d'Angers & d'Ancenis, & 215 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville d'Angers, eſt de.. 1099.

Dans celle d'Ancenis, de........................ 162.

1261.

Et dans les 215 bourgs ou villages, de............ 6485.

TOTAL............ 7746.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	215.	32786.	168610.	201396.	674.

CHOLLET.

Population de la Carte de la France, n.° 99.

« CETTE Carte ne contient pas de villes, & renferme ſeulement 187 bourgs ou villages. »

Dont l'année commune des naiſſances eſt de........ 6302.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	0.	187.	0.	163852.	163852.	655.

LE PUY.

Population de la Carte de la France, n.° 89.

« CETTE Carte contient les villes du Puy, de Privas & de Langogne, & 185 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville du Puy, eſt de. . . . . 584.
Dans celle de Privas, de. . . . . 100.
Dans celle de Langogne, de. . . . . 92.

776.

Et dans les 185 bourgs ou villages, de. . . . . 6106.

TOTAL. . . . . 6882.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	185.	20176.	158756.	178932.	635.

Population de la Carte de la France, n.° 32.

LA SOUTERAINE.

« CETTE Carte contient la ville de la Souteraine, & 158 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de la Souteraine, eſt de. . . . . 103.
Et dans les 158 bourgs ou villages, de. . . . . 5857.

TOTAL. . . . . 5960.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	158.	2678.	152282.	154960.	609.

LAVAL.

Population de la Carte de la France, n.° 97.

« CETTE Carte contient les villes de Laval, de Château-» Gontier, de Craon & de la Guerche, & 210 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Laval, est de	422.
Dans celle de Château-gontier, de	114.
Dans celle de Craon, de	130.
Dans celle de la Guerche, de	121.
	787.
Et dans les 210 bourgs ou villages, de	5803.
TOTAL	6590.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	210.	20462.	150878.	171340.	604.

VIVIERS.

Population de la Carte de la France, n.° 90.

« CETTE Carte contient les villes de Viviers, » d'Aubenas, du Saint-Esprit, de Montelimart, de Saint-Paul-trois-châteaux, & 197 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Viviers, est de	81.
Dans celle d'Aubenas, de	92.
Dans celle du Saint-Esprit, de	187.
Dans celle de Montelimart, de	223.
Dans celle de Saint-Paul-trois-châteaux, de	76.
	659.
Et dans les 197 bourgs ou villages, de	5657.
TOTAL	6316.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	197.	17134.	147082.	164216.	588.

Population de la Carte de la France, n.° 47. AUXERRE.

« CETTE Carte contient les villes d'Auxerre, de Joigny & de Saint-Florentin, & 241 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Auxerre, est de	380.
Dans celle de Joigny, de	162.
Dans celle de Saint-Florentin, de	74.
	616.
Et dans les 241 bourgs ou villages, de	5507.
TOTAL	6123.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	241.	16016.	143182.	159198.	573.

Population de la Carte de la France, n.° 147. NOZEROY.

« CETTE Carte ne contient aucune ville, mais seulement 45 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans les 45 bourgs ou villages, eſt de . . . . 1537.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
70.	0.	45.	0.	39962.	39962.	570.

Population de la Carte de la France, n.° 65.

TOURS.

« CETTE Carte contient les villes de Tours, de Beau- « fort, de la Flèche & de Château-du-Loir, & 192 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Tours, eſt de	756.
Dans celle du Beaufort, de	182.
Dans celle de la Flèche, de	145.
Dans celle de Château du-Loir, de	70.
	1153.
Et dans les 192 bourgs ou villages, de	5475.
TOTAL	6628.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	192.	29978.	142350.	172328.	569.

Population

Population de la Carte de la France, n.° 91.

NISMES.

« CETTE Carte contient les villes d'Alais, d'Anduze, de Bagnols, de Beaucaire, de Nismes, de Saint-Hippolyte « & Tarascon, & 262 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Alais, est de	364.
Dans celle d'Anduze, de	180.
Dans celle de Bagnols, de	199.
Dans celle de Beaucaire, de	334.
Dans celle de Nismes, de	1670.
Dans celle de Saint-Hippolyte, de	208.
Dans celle de Tarascon, de	380.
	3335.
Et dans les 262 bourgs ou villages, de	5338.
TOTAL	8673.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	7.	262.	86710.	138788.	225498.	555.

Population de la Carte de la France, n.° 124.

MARSEILLE.

« CETTE Carte contient les villes d'Aubagne, de la Ciotat & de Marseille, & 27 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Aubagne, est de	234.
Dans celle de la Ciotat, de	180.
Dans celle de Marseille, de	2736.
	3150.
Et dans les 27 bourgs ou villages, de	557.
TOTAL	3707.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
27.	3.	27.	91900.	14482.	96382.	533.

LA ROCHELLE.

Population de la Carte de la France, n.° 101.

« CETTE Carte contient les villes de la Rochelle, de Marans & de Niort, & 245 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de la Rochelle, est de....................	632.
Dans celle de Niort, de....................	416.
Dans celle de Marans, de....................	155.
	1203.
Et dans les 245 bourgs ou villages, de............	4754.
TOTAL....................	5957.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
234.	3.	245.	31278.	123604.	154882.	528.

SAUMUR & RICHELIEU.

Population de la Carte de la France, n.° 66.

« CETTE Carte contient les villes de Saumur, Chinon, » Loudun, Thouars, Richelieu, Montreuil-Bellay, & 254 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Saumur, est de.. 341.
Dans celle de Chinon, de.......................... 189.
Dans celle de Loudun, de.......................... 154.
Dans celle de Thouars, de.......................... 131.
Dans celle de Richelieu, de.......................... 119.
Drns celle de Montreuil-Bellay, de.................. 56.

990.
Et dans les 254 bourgs ou villages, de............ 5068.

TOTAL.............. 6058.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	6.	254.	25740.	131768.	157508.	527.

Population de la Carte de la France, n.° 100.

LUÇON.

« CETTE Carte contient les villes de Luçon, de Fontenay-le-Comte, de Parthenay & de Saint-Maixent, & 215 « bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Luçon, est de.. 118.
Dans celle de Fontenay-le-Comte, de............ 208.
Dans celle de Parthenay, de.......................... 126.
Dans celle de Saint-Maixent, de.................. 131.

583.
Et dans les 215 bourgs ou villages, de............ 5041.

TOTAL.......................... 5624.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	215.	15158.	131066.	146224.	524.

MAURIAC.

Population de la Carte de la France, n.° 14.

« CETTE Carte contient les villes de Bord, de Mauriac & d'Ussel, & 166 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Bord, est de	86.
Dans celle de Mauriac, de	94.
Dans celle d'Ussel, de	114.
	294.
Et dans les 166 bourgs ou villages, de	4951.
TOTAL	5245.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HATABINS de la campagne par lieue.
250.	3.	166.	7644.	128726.	136370.	515.

COSNE.

Population de la Carte de la France, n.° 48.

« CETTE Carte contient les villes de Cosne, de Clamecy & de Vézelay, & 212 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Coſne, eſt de. . . . . 164.

Dans celle de Clamecy, de. 157.

Dans celle de Vézelay, de. 38.

359.

Et dans les 212 bourgs ou villages, de. . . . . 4899.

TOTAL. . . . . 5258.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	212.	9334.	127374.	136708.	509.

Population de la Carte de la France, n.° 150. BARRAUX.

« CETTE Carte ne contient aucune ville, mais ſeulement 76 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans les 76 bourgs ou villages, eſt de. . . . . 1927.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
102.	0.	76.	0.	50102.	50102.	491.

SABLES-D'OLONNE.

Population de la Carte de la France, n.° 132.

« CETTE Carte contient la ville des Sables-d'Olonne, & 98 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville des Sables-d'Olonne, est de	81.
Et dans les 98 bourgs ou villages, de	2808.
TOTAL	2889.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
150.	1.	98.	2106.	73008.	75114.	487.

TOULON.

Population de la Carte de la France, n.° 155.

« CETTE Carte contient les villes d'Hyères, de Saint-Tropez & de Toulon, & 27 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Hyères, est de	275.
Dans celle de Saint-Tropez, de	115.
Dans celle de Toulon, de	1104.
	1494.
Et dans les 27 bourgs ou villages, de	1959.
TOTAL	3453.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
106.	3.	27.	38844.	50934.	89778.	480.

Population de la Carte de la France, n.° 28. VENDÔME.

« CETTE Carte contient les villes de Vendôme, de Châteaudun & de Beaugency, & 226 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Vendôme, est de	233.
Dans celle de Châteaudun, de	226.
Dans celle de Beaugency, de	162.
	621.
Et dans les 226 bourgs ou villages, de	4528.
TOTAL	5149.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	3.	226.	16146.	117728.	133874.	471.

Population de la Carte de la France, n.° 167. ANTIBES.

« CETTE Carte contient les villes d'Antibes, de Grasse & de Fréjus, & 33 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Antibes, est de	140.
Dans celle de Grasse, de	400.
Dans celle de Fréjus, de	106.
	646.
Et dans les 33 bourgs ou villages, de	1193.
TOTAL	1839.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
66.	3.	33.	16796.	31018.	47814.	470.

Gex.

Population de la Carte de la France, n.° 148.

« Cette Carte contient la ville de Gex, & 32 bourgs ou villages. «

L'année commune des naissances dans la ville de Gex, est de.	67.
Et dans les 32 bourgs ou villages, de.	536.
Total.	603.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
30.	1.	32.	1742.	13936.	15678.	464.

Loches.

Population de la Carte de la France, n.° 30.

« Cette Carte contient la ville de Loches, & 159 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Loches, est de.	159.
Et dans les 159 bourgs ou villages, de.	4437.
Total.	4596.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	159.	4134.	115362.	119496.	461.

Population de la Carte de la France, n.° 68. CONFOLENS.

« CETTE Carte contient la ville de Confolens, & 191 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Confolens, est de	75.
Et dans les 191 bourgs ou villages, de	4406.
TOTAL	4481.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	191.	1950.	114556.	116506.	458.

Population de la Carte de la France, n.° 124. AIX.

« CETTE Carte contient les villes d'Aix, de Lambesc, de Martigues, de Pertuis & de Salons, & 99 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville d'Aix, eſt de	553.
Dans celle de Lambeſc, de	131.
Dans celle de Martigues, de	225.
Dans celle de Pertuis, de	158.
Dans celle de Salons, de	197.
	1264.
Et dans les 99 bourgs ou villages, de	3882.
TOTAL	5146.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
224.	5.	99.	36864.	100932.	137796.	451.

BLOIS.

Population de la Carte de la France, n.° 29.

« CETTE Carte contient les villes d'Amboiſe & de Blois, & 193 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville d'Amboiſe, eſt de	219.
Dans celle de Blois, de	389.
	608.
Et dans les 193 bourgs ou villages, de	4790.
TOTAL	5398.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	193.	15808.	124540.	140348.	448.

Population de la Carte de la France, n.° 31.

CHÂTEAU-ROUX.

« CETTE Carte contient la ville de Châteauroux, & 136 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Châteauroux, eſt de	347.
Et dans les 136 bourgs ou villages, de	4196.
TOTAL	4543.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	1.	136.	9022.	109096.	118118.	436.

Population de la Carte de la France, n.° 120.

VALENCE.

« CETTE Carte contient les villes de Creſt, de Die, de Tournon & de Valence, & 108 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Creſt, eſt de	135.
Dans celle de Die, de	116.
Dans celle de Tournon, de	108.
Dans celle de Valence, de	245.
	604.
Et dans les 108 bourgs ou villages, de	4061.
TOTAL	4665.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	4.	108.	15704.	105586.	121290.	422.

DRAGUIGNAN.

Population de la Carte de la France, n.° 154.

« CETTE Carte contient les villes de Brignolles, de Draguignan & de Lorgues, & 91 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Brignolles, est de	209.
Dans celle de Draguignan, de	281.
Dans celle de Lorgues, de	175.
	665.
Et dans les 91 bourgs ou villages, de	3965.
TOTAL	4630.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
249.	3.	91.	17290.	103142.	120432.	414.

POITIERS.

Population de la Carte de la France, n.° 67.

« CETTE Carte contient les villes de Poitiers & de Châtellerault, & 192 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Poitiers, eſt de . . . . 583.

Dans celle de Châtellerault, de . . . . 275.

858.

Et dans les 192 bourgs ou villages, de . . . . 3916.

TOTAL . . . . 4774.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	192.	22308.	101816.	124124.	407.

Population de la Carte de la France, n.° 146. BESANÇON.

« CETTE Carte contient les villes de Beſançon, d'Ornans, de Pontarlier, & 147 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Beſançon, eſt de . . . . 822.

Dans celle d'Ornans, de . . . . 70.

Dans celle de Pontarlier, de . . . . 117.

1009.

Et dans les 147 bourgs ou villages, de . . . . 2611.

TOTAL . . . . 3620.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
172.	3.	147.	26234.	67886.	94120.	395.

VAISON & VALRÉAS.

Population de la Carte de la France, n.° 121.

« CETTE Carte contient les villes de Vaison & de Valréas, & 222 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Vaison, est de	72.
Dans celle de Valréas, de	135.
	207.
Et dans les 222 bourgs ou villages, de	3498.
TOTAL	3705.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	222.	5382.	90948.	96330.	364.

GIEN.

Population de la Carte de la France, n.° 9.

« CETTE Carte contient les villes de Gien & de Sancerre, & 82 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Gien, est de	174.
Dans celle de Sancerre, de	89.
	263.
Et dans les 82 bourgs ou villages, de	2835.
TOTAL	3098.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	2.	82.	6838.	73710.	80548.	295.

Population de la Carte de la France, n.os 152 & 181.

EMBRUN & LARCHE.

« CES deux Cartes contiennent les villes d'Embrun, de Barcelonnette, de Gap & de Sisteron, & 164 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville d'Embrun, est de	85.
Dans celle de Barcelonnette, de	83.
Dans celle de Gap, de	217.
Dans celle de Sisteron, de	159.
	544.
Et dans les 98 bourgs ou villages, de	2872.
TOTAL	3416.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
274.	4.	164.	14144.	73216.	87360.	267.

Population de la Carte de la France, n.o 153.

DIGNE.

« CETTE Carte contient les villes de Castellane, Digne, Forcalquier, Manosque, Riez, & 140 bourgs ou villages. «

L'année commune des naissances dans la ville de Castellane, est de	77.
Dans celle de Digne, de	146.
Dans celle de Forcalquier, de	77.
Dans celle de Manosque, de	123.
Dans celle de Riez, de	134.
	557.
Et dans les 140 bourgs ou villages, de	2403.
TOTAL	2960.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
250.	5.	140.	14482.	62478.	76960.	250.

BRIANÇON & QUEIRAS.

Population de la Carte de la France, n.os 151 & 180.

« CES deux Cartes contiennent la ville de Briançon, & 118 bourgs ou villages. »

L'année commune des naissances dans la ville de Briançon, est de	115.
Et dans les 118 bourgs ou villages, de	2293.
TOTAL	2408.

NOMBRE des LIEUES de superficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS ou VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
284.	1.	118.	2990.	63908.	66898.	225.

nt l'ordre des Généralités, pendant l'année 1784.

S	Rapport des Naissances avec les Décès.			
TOTAL des Morts.	Excédant des Naissances sur les Morts.	Excédant des Décès sur les Naissances.	Excédant absolu des Naissances sur les Morts.	OBSERVATIONS.
21,778.	//	2,224.		
44,368.	//	1,109.		
26,885.	430.	//		
51,396.	//	2,109.		
23,784.	3,058.	//		
18,444.	2,559.	//		
22,905.	3,758.	//		
15,164.	3,166.	//		
39,760.	4,578.	//		
13,208.	4,151.	//		
16,314.	5,441.	//		
22,502.	4,219.	//		
20,294.	3,766.	//		
21,477.	5,699.	//		
22,975.	2,281.	//		
28,080.	2,081.	//		
1,314.	189.	//		
16,620.	376.	//		
20,415.	1,319.	//	78,493.	
26,485.	1,000.	//		
21,453.	3,776.	//		
19,212.	//	617.		
88,523.	2,378.	//		
21,910.	4,655.	//		
3,635.	762.	//		
56,616.	12,531.	//		
25,632.	5,666.	//		
41,827.	//	1,903.		
28,828.	//	2,756.		
21,571.	4,221.	//		
13,168.	//	73.		
29,985.	2,374.	//		
7,657.	3,792.	//		
28,019.	973.	//		
4,951.	85.	//		
387,155.	89,284.	10,791.		

Ce Tableau offre, par comparaison avec celui de l'année précédente, une augmentation dans le nombre des Naissances & dans celui des Mariages, qui contribuera à réparer une partie des grandes pertes que la Population a éprouvées en 1782 & en 1783. A l'égard des Morts, quoique leur nombre présente des résultats bien moins funestes à l'Humanité que ceux de l'année précédente, & qu'ils soient inférieurs aux Naissances de 78,493; ils donnent cependant la preuve que les maladies épidémiques ont fait quelques nouveaux ravages pendant l'année 1784: ce fléau, qui avoit porté en 1783 la mortalité dans plus de la moitié des Généralités du Royaume n'a continué en 1784 que dans celles de Paris, de Tours, d'Alençon, de Dijon & de Metz; mais il a pénétré dans celle de Besançon, qui, jusqu'à cette époque, en avoit été préservée.

La Généralité de Pau & de Bayonne, qui se trouve, en 1784, portée pour la première fois sur l'état de la Population, a été établie par Édit de Février 1784, & elle est un démembrement de celles de Bordeaux, d'Auch & de Perpignan.

POPULATION dans le Royaume, compris l'île de Corse, suivant l'ordre des Généralités, pendant l'année 1784.

NUMÉR. qui contiennent l'ordre des Généralités & Provinces.	DÉNOMINATIONS des Généralités du Royaume, compris l'île de Corse, distinguées en pays d'Élections & en pays d'États, la ville de Paris distinguée de la Généralité, comme Capitale du Royaume.	NAISSANCES.	MARIAGES.	PROFESSIONS en Religion.	MORTS dans la Société civile.	MORTS en Religion.	MORTS TOTAL des Morts.	Rapport des Naissances avec les Décès. Excédant des Naissances sur les Morts	Excédant des Décès sur les Naissances.	Excédant absolu des Naissances sur les Morts.
	PARIS (Ville)........	19,554.	5,039.	108.	21,703.	75.	21,778.	"	2,224.	
	GÉNÉRALITÉS en pays d'Élections.									
1.	PARIS.	43,253.	7,833.	71.	44,270.	98.	44,368.	"	1,115.	
2.	ORLÉANS........	27,315.	6,984.	36.	26,855.	30.	26,885.	430.	"	
3.	TOURS........	49,287.	13,977.	34.	51,319.	77.	51,396.	"	2,109.	
4.	POITIERS........	26,842.	7,265.	33.	23,724.	60.	23,784.	3,058.	"	
5.	BOURGES........	21,003.	5,352.	8.	18,422.	22.	18,444.	2,559.	"	
6.	LIMOGES........	26,663.	6,717.	27.	22,872.	33.	22,905.	3,758.	"	
7.	LA ROCHELLE........	18,330.	4,773.	17.	15,144.	20.	15,164.	3,166.	"	
8.	BORDEAUX........	44,338.	11,605.	56.	39,708.	52.	39,760.	4,578.	"	
9.	AUCH........	17,359.	3,681.	15.	13,187.	21.	13,208.	4,151.	"	
10.	MONTAUBAN........	21,755.	5,195.	41.	16,274.	40.	16,314.	5,441.	"	
11.	GRENOBLE........	26,721.	5,885.	29.	22,454.	48.	22,502.	4,219.	"	
12.	LYON........	24,060.	5,464.	25.	20,242.	52.	20,294.	3,766.	"	
13.	RIOM........	27,176.	5,859.	40.	21,437.	40.	21,477.	5,699.	"	
14.	MOULINS........	25,236.	6,584.	11.	22,952.	23.	22,975.	2,261.	"	
15.	CHÂLONS........	30,161.	6,502.	25.	28,045.	35.	28,080.	2,081.	"	
16.	LE CLERMONTOIS........	1,503.	337.	1.	1,312.	2.	1,314.	189.	"	
17.	SOISSONS........	16,996.	3,951.	15.	16,583.	37.	16,620.	376.	"	
18.	AMIENS........	21,734.	5,322.	20.	20,378.	37.	20,415.	1,319.	"	78,493.
19.	ROUEN........	27,485.	7,644.	78.	26,376.	109.	26,485.	1,000.	"	
20.	CAEN........	25,229.	6,153.	39.	21,406.	47.	21,453.	3,776.	"	
21.	ALENÇON........	18,595.	5,406.	28.	19,176.	36.	19,212.	"	617.	
	GÉNÉRALITÉS en pays d'États.									
22.	RENNES........	90,901.	21,872.	100.	88,418.	105.	88,523.	2,378.	"	
23.	PAU & BAYONNE........	26,565.	5,941.	23.	21,872.	38.	21,910.	4,655.	"	
24.	PERPIGNAN........	4,397.	1,255.	2.	3,627.	8.	3,635.	762.	"	
25.	MONTPELLIER........	69,147.	[illegible]	82.	56,525.	91.	56,616.	12,531.	"	
26.	AIX........	31,298.	6,852.	27.	25,566.	66.	25,632.	5,666.	"	
27.	DIJON........	39,924.	[illegible]	53.	41,742.	85.	41,827.	"	1,903.	
28.	BESANÇON........	26,072.	5,755.	35.	28,762.	66.	28,828.	"	2,756.	
29.	STRASBOURG........	25,792.	5,775.	29.	21,525.	46.	21,571.	4,221.	"	
30.	METZ........	13,095.	2,685.	23.	13,098.	70.	13,168.	"	73.	
31.	NANCY........	32,359.	6,622.	75.	29,889.	96.	29,985.	2,374.	"	
32.	VALENCIENNES........	11,449.	2,717.	31.	7,600.	57.	7,657.	3,792.	"	
33.	LILLE........	28,992.	7,558.	115.	27,845.	174.	28,019.	973.	"	
34.	ÎLE DE CORSE........	5,036.	1,107.	30.	4,021.	30.	4,051.	985.	"	
	RÉSULTAT du Royaume, compris l'île de Corse.	965,648.	229,827.	1,382.	885,229.	1,926.	887,155.	89,284.	10,791.	

OBSERVATIONS.

Ce Tableau offre, par comparaison avec celui de l'année précédente, une augmentation dans le nombre des Naissances & dans celui des Mariages, qui contribuera à réparer une partie des grandes pertes que la Population a éprouvées en 1782 & en 1783. A l'égard des Morts, quoique leur nombre présente des résultats bien moins funestes à l'Humanité que ceux de l'année précédente, & qu'ils soient inférieurs aux Naissances de 78,493, ils donnent cependant la preuve que les maladies épidémiques ont fait quelques nouveaux ravages pendant l'année 1784; ce fléau, qui avoit porté en 1783 la mortalité dans plus de la moitié des Généralités du Royaume n'a continué en 1784 que dans celles de Paris, de Tours, d'Alençon, de Dijon & de Metz, mais il a pénétré dans celle de Besançon, qui, jusqu'à cette époque, en avoit été préservée.

La Généralité de Pau & de Bayonne, qui se trouve, en 1784, portée pour la première fois sur l'état de la Population, a été établie par Edit de Février 1784, & elle est un démembrement de celles de Bordeaux, d'Auch & de Perpignan.

Population de la Carte de la France, n.° 166. VENCE.

« CETTE Carte contient les villes de Vence & d'Entrevaux, & 31 bourgs ou villages. »

L'année commune des naiſſances dans la ville de Vence, eſt de	105.
Dans celle d'Entrevaux, de	56.
	161.
Et dans les 31 bourgs ou villages, de	451.
TOTAL	612.

NOMBRE des LIEUES de ſuperficie.	NOMBRE des VILLES.	NOMBRE des BOURGS *ou* VILLAGES.	NOMBRE des HABITANS des Villes.	NOMBRE des HABITANS des campagnes	TOTAL des HABITANS.	NOMBRE des HABITANS de la campagne par lieue.
64.	2.	31.	4186.	11726.	15912.	183.

FIN.