



GVLIELMVS CAVELLAT BIBLIO  
pola, Candido Lectori S.

**I**nterfui multorum colloquiis candide lector, qui mirabantur mathematicas reliquas studiosè coli, vnicam musicè desereri, & quasi inutilem, aut illiberalem iacere: quæ apud veteres tantum studij ac generationis erat assequuta, vt nemo citra huius cognitionem satis liberaliter eruditus haberetur. Audio Platonem ac reliquos auctores classicos, vix ac ne vix quidem ab eo qui musicam non didicisset intelligi. Id quod vel vnum excitare debuerat omnium amorem ac studium in rem tam necessariam. Non dubito ab his qui serio Philosophantur retineri & haberi magno in pretio: sed eam sicut reliquas mathematicas publicè doceri non video. Quid causæ est? an arcana magis esse debet reliquis? an pauci multis inuide-re tantum bonum debent? Intellego Latinorum musicorum magnam penuriam, eorū præsertim qui artem calluerint, & methodo scripserint, exemplaria non adeo multa & ea non satis emendata, quæ causa videri potest, cur musicæ minus sit frequens. Quare cum prouentum mathematicarum plurimum desiderem. Offero tibi elementa musica Jacobi Fabri in hoc genere scribendi vt audio præstantissimi: quæ tibi gratissima ac vtilissima fore confido, si nulla sit doctrina melior, quàm quæ per elementa traditur. vale ac fruire.

Jacobi

ML171  
L4

81040  
206

**I**acobi Fabri Stapuleris *Elementa musicalia, ad clarissimum uirum  
Nicolaum de Haquenille, Inquisitorium Præsidentem.*

**D**ecreueram, clarissimè uir, nulli meas Elementorum musicalium, qualescunque sunt, prius dicare uigilias : quàm probatas cognouissem : quãuis id me minime lateret, demonstrationes, in quibus uel solis uis scientiæ consistit, non probari non potuisse. Verùm si præsentium iudicia parui ducis, reputásque: hi tibi ex antiquis summo opere musicos commendare labores iure ualebunt.

<b>Mercurius.</b>	<b>Tamyras.</b>	<b>Ptolemæus.</b>
<b>Orpheus.</b>	<b>Hismenias Thebanus.</b>	<b>Eubolides.</b>
<b>Pythagoras Samius.</b>	<b>Terpander Lesbios.</b>	<b>Hippasus.</b>
<b>Amphion Thebanus.</b>	<b>Lycaon samius.</b>	<b>Aristoxenus.</b>
<b>Linus.</b>	<b>Prophraustus Perrotæ.</b>	<b>Philolaus Pythagoricus.</b>
<b>Arion Lesbios.</b>	<b>Estiacus Colophonius.</b>	<b>Architas Tarentinus.</b>
<b>Mydas Phrygius.</b>	<b>Timotheus Milesius.</b>	<b>Albinus.</b>
<b>Corebus Lydius.</b>	<b>Nicomachus.</b>	<b>Diuus Seuerinus Boetius.</b>
<b>Hyagnis Phryx.</b>	<b>Plato.</b>	
<b>Marsias.</b>	<b>Aristoteles.</b>	

Et similium quamplurium: quos omnes eterna memoria disciplinarum eblanditissima Musica reddidit insignes. inter quos, duos præceptores meos Iacobum Labinium, & Iacobum Turbelinum annumero: tanquam ea arte posteritati uicturos. Commendant & eam mirifici eius effectus. Pythagorici enim animorum ferociam tibiis fidibusque emollicbant. Asclepiades frementis uulgi seditiones, crebro cantu compescuit: idemque tuba surdis medebatur. Damon Pythagoricus, ebrios & proinde petulantes adolescentes, grauioribus modulis, ad temperantiam reduxit. Febrim & uulnera, musica modulatione curauit antiquitas. Eadem quoque suauitate ischiadis, coxendicunque dolores emendauit: quod Hismenias Thebanus tentasse memoratur. Theophrastus, ad animi perturbationes moderandas, musicos adhibuisse memoratur modulos. Nec iniuria quidem. Est enim Musica, ut quædam moderationis lex atque regula. Quamobrem bono iure eos ridebat Diogenes Musicos, qui cum citharam ad harmonicos consensus haberent temperatam, animum gererent incompositum, & prorsus harmonia uitæ destitutum. Xenocrates, organicis modulis, lymphaticos liberauit. Tales Cretensis, suauitate citharæ, morbos, pestilentiamque fugauit. Terpander, & Arion, Aones, & Lesbios cantu à grauissimis morbis leuasse, diuus Seuerinus autor est. Herophilus medicus, egrorum uenas mu-

A ij                      fisis

ML 171

4065

sicis pensiculabat numeris. Timotheus autē musicus, dum noluit essitatum reddi-  
dit Alexandrum, ad armaque furentem: atque abierit cum libuit, ab armis ad con-  
niua retraxit emollitum. Thracius Orpheus, ferarum sensus fidibus, cantūque in-  
flexit. hoc est, ferinos hominum mores leges ad citharam cantando ad moderatam  
humanitatem reduxit. Cerui fistulis capiuntur: studiūque modulationum detinen-  
tur. Cygni hyperborei: cithare cantibus alliciuntur. Elephantes indi: organica dulce-  
dine permulcentur. Auicule: fistulis irretiuntur. Tenros adhuc infantium sensus: per-  
mouent cantus, crepitaculaque uagientium sedant. Delphinos: suis sibi fidibus can-  
ciliauit Arion. Serpentes: cantibus rumpuntur. Sepulorum manes: cantibus  
tantur. In aeliaco litore mare citharam personare memoratur. Megaris citharam  
personat saxum: & ad cuiuslibet pulsantis ictum fidicinat. Et possem pleraque ta-  
lia, uir clarissime, ad musicam commendationem adducere. at tot, tantisque & re-  
centium & prisorum commendatam auctoritatibus: tibi nunc ab me atque be-  
narum litterarum studiis dicatam disciplinam, equo suscipias animo, tuis auspiciis  
lucem habituram. Et me unum inter tuos clientulos tuarum uirtutum, tuique nomi-  
nis obseruatorem esse cognoscita. Vale.

Iacobus stapulensis Iacobo Labinio & Iacobo Turbelino Musicis:  
suis charissimis praeceptoribus.



Qvod inter oratorem atque rhetora: id inter cantorem & musicum  
interesse uolunt. neque oratorem quemquam dici mereri: qui idem  
rhetor non sit. ita uestrum semper iudicium fuit: ut ne cantor qui-  
dem dici mereatur unquam, qui idem musicus non fuerit, pulchre  
mimos, & histriones à cantorum honesto cetu sequestrantes tan-  
quam Epicureas à sobria mensa, castoque philosophorum dogmate. nec iniuria,  
nam Homerus diuinus poeta ubique doctum & seria modulatum introducit can-  
torem: ut apud Odysseam ubi Penelopen Phemium fidicinem ad neruos uerba mo-  
uentem his uerbis allocutam effingit.

Præterea illachrimans diuum est affata canentem.

Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus

Facta hominum atque deum: & quæ laudem auctoribus addunt.

Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: uos minime tales esse dubito, ut qui dudum à uobis pri-  
ma musices rudimenta perceperim. Quapropter ad uos nostros labores examinatio-  
dos committo. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalem scientiam ne-  
que apud grecos neque latinos quidem unquam elementis traditam esse legerim,  
at intro-

at introductiones quamplurimas. inter quas ea omnium nobilissima est, quam diuus Seuerinus Boetius sui monumentum reliquit: quem unum in hac re praesertim delegi meorum studiorum ducem. si ergo probaueritis: satis mihi est. In re enim nostra malumus aliorum iudicia sequi quam propria probare. valete.

Antiqui qui de musica scripserunt.		Insignes ex recentioribus qui de eadem scripsere.
Democritus	Plato	Albinus
Heracides Ponticus	Aristoteles	Diuus Seuerinus
Timotheus Milesius	Theophrastus	Basilius
Philolaus Pythagoricus	Nicomachus	Hilarius
Architas Tarentinus	Aristoxenus	Augustinus
Duo Theodori	Ptolomeus	Ambrosius
Xanthus Atheniensis		Gelasius.

Argumentum quatuor librorum musices.

¶ Primus liber interualla musicis modulationibus accommoda discutit. multiplex: duplare, triplare, quadruplare. superparticulare: sesquialterum, sesquitercium, sesquioctauum, bis sesquioctauum, ter sesquioctauum, quater sesquioctauum, quinquies & sexies sesquioctauum.

¶ Secundus: de tono, integro toni dimidio, semitono minore, semitono maiore, comate, schismate, atque diaschismate.

¶ Tertius: de sesqui tono, ditono, diatessaron, diapente, diapente & tono, diapason, diapason & trisemitonio, diapason & ditono, diapason & diatessaron, diapason & diapente, diapason diapente & tono, disdiapason, ac integro toni & consonantiarum omnium dimidio. Et de maximarum harmoniarum consonantiis, & quarundam uicinatuum.

¶ Quartus de monochordo, tetrachordo, pentachordo, heptachordo, octochordo, pentachordo, diatonicis, chromaticis, enarmonicis melodiis. Et de melodiarum modis. & haec sub breuitate contracta: argumentum libri sunt.

Jacobi Fabri stapulensis elementorum musicalium ad  
clarissimum uirum Nicolaum de Haqueuille  
Præsidentem Parisiensem  
liber primus.

**I**nteruallum, est soni grauis, acutique spaciouum habitudo.  
spacium uocamus neruum, chordam, expiratum aerem, & quic-  
quid simile est, a quo sonum elicimus.  
Multiplex interuallum, est quoties maius spacium continet mi-  
nus pluries. ut bis, & duplex interuallum dicitur. ut tertiu, & di-  
citur triplex. ut quarto, & quadruplex nuncupatur. & hoc pacto deinceps.  
Interuallum superparticulare, est cum maius continet minus, & partem eius  
aliquam.  
Pars, est qua metitur totum, ipsum aliquoties sumpta restituens.  
si maius continet minus & eiusdem dimidium, sesquialterum nominatur in-  
teruallum.  
si maius continet minus & minoris partem tertiam: dicitur sesquitercium.  
si uero continet minus & eiusdem minoris partem octauam: epogdium, sesqui-  
octauumque nominatur. Et ita reliqua superparticularia interualla, per facile est  
diffinire: sed parum musico conducunt proposito.  
superpatiens autem diceretur interuallum, si maius contineret minus & minoris  
partes aliquot, quæ partem unam non efficiunt.  
Numeri sunt adinuicem primi, quos sola metitur unitas.

Dignitates.

**Q**uicquid metitur alterum, metitur & omne mensuratum ab illo. 1  
Compositum, in ea resoluitur simplicia, ex quibus compositur. 2  
Cuiuslibet numeri pars: est unitas, ab eo denominata. 3  
Unitas in quemcunque numerum ducta, ipsum prouocit. 4  
Quicquid metitur detractum & residuum: metitur & totum. 5  
Quecunque uni & eidem æqua sunt, & ea inter se sunt æqua. 6  
Et quæ inter se sunt æqua eiusdem sunt æque multiplicia, aut sub multiplicia. 7  
Eorum quorum tota sunt æqua, & dimidia sunt æqua. 8  
Quicquid bis auctum aliquid transcendit, id ultra illius dimidium esse necesse est. 9  
Et quod duplicatum non implet integrum, id profecto non continet dimidium. 10  
Omne totum est maius sua parte. 11

¶ Petitiones.

- 1 Data æquali chorda, quæ spacij ad spacium proportio est, eam esse & soni ad sonum.
  - 2 Inter numeros sola unitate distantes, nullum intercipi posse medium.
  - 3 spacium quodlibet, in quotlibet æquas partes diuidere.
  - 4 Totum ad suam partem, & laxius ad se tensum, grauiorem sonum edere.
  - 5 omnem proportionem esse tanquam numeri ad numerum.
  - 6 Si numerus numerum datum multiplicet, idemque productum diuidat, numerum datum redire.
  - 7 Si numerum datum numerus diuidat, & quod prouenit rursus multiplicet: numerum datum redire.
  - 8 Extremorum proportionem, ex mediorum proportionibus ut suis partibus, esse compositam.
- Extremi ordinarum proportionum: maximus, minimusque terminus intelliguntur.

¶ Scientia subalternata, qualis ad arithmetica musica est, principiis & demonstratis scientiæ prioris subalternantisque utitur: at studuimus ut quàm fieri potest rarissimè in hac disciplina fiat: verum plerumque ubi, oportuna videbitur, alio quàm in arithmeticis factum est utemur demonstrandi modo: quo singula magis ex propriis facta videantur: quamuis arithmetico suffragio atque iis quæ in arithmeticis monstrata sunt, eadem promptius faciliusque fierent. attamen quando id fiet & quâdo non, sequentibus demonstrationibus cuilibet perquam perspicuum euadere poterit.

- 1 ¶ Si interuallum multiplex binario multiplicetur, id quod fit ex hac multiplicatione interuallum multiplex est.

d	e	c	
16	8	4	Multiplex exduplatione.
4	2		Multiplex interuallum.
A	B		

¶ Interuallum binario multiplicare, est interualli habitudinem duplare: quæ quo pacto duplanda sit, dudum tertia propositione quinti arithmetices notum esse potest. ut si a b sit  
A iiij      interuallum

interuallum quodcunque quod binario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus  $a$  in se &  $b$  in se proueniātque  $d$   $c$  eritque productorum  $d$  &  $c$  duplex interuallum interuallo producentium  $a$   $b$ . Quia si rursus ducimus  $a$  in  $b$  proueniātque productum  $e$ : erit per sextam quarti quæ proportio  $d$  ad  $e$  eadem  $e$  ad  $c$  & interuallum  $d$   $c$  in duo equa partitum. Sed esto nunc ut interuallum  $a$   $b$  sit multiplex quæadmodum proponit propositio quod modo paulo ante dicto, binario multiplicetur, sitque duplum  $d$   $c$  & ea proportio  $d$  ad  $e$  &  $e$  ad  $c$ : dico interuallum  $d$  ad  $c$  esse multiplex. Nam cum  $a$  ad  $b$  multiplex sit interuallum: cum geminatur manifestum est multiplex addi multiplici. quare per vicesimam secundam noni arithmetices statim notum est interuallum compositum multiplex esse. & propositum. Sed idē aliter hic demonstratur. Quoniā enim quæ proportio  $a$  ad  $b$  ea est  $d$  ad  $e$  &  $e$  ad  $c$ . nam vtraque proportionis duplate  $a$  ad  $b$  medietas. Proportio autem  $a$  ad  $b$  posita est multiplex: igitur & proportio  $d$  ad  $e$  multiplex est. metitur igitur per definitionē multiplicis:  $e$  ipsum  $d$  vel bis vel ter vel deinceps. Et eodem quoque iure  $c$  toties metitur ipsum  $e$ . quare &  $c$  per primum communem conceptum etiam metitur ipsum  $d$ . Quicquid enim alterum metitur: metitur & omne quod mensuratum est ab illo. est itaque per definitionem interuallum  $d$   $c$  multiplex. quod erat ostendendum.

*¶ Si fuerint termini proportionaliter constituti: cum primus fuerit ultimo comparatus, si primus ultimum fuerit mensus, metietur & secundum.*

2	4	8	1	2	4	A b c tres termini ppor
a	b	c	d	e	f	tionales quorū nūerat b.

¶ Tamen si hanc decimatertia quarti demonstret sufficienter: eam tamen amplius hoc in loco volumus manifestare. Sint enim  $a$   $b$   $c$  termini proportionaliter constituti &  $a$  numeret  $c$ : dico idem  $a$  numerare  $b$ . capio enim  $d$   $e$   $f$  terminos in ea proportione minimos. Quoniam enim  $d$  ad  $e$  ut  $a$  ad  $b$ : &  $e$  ad  $f$  ut  $b$  ad  $c$ . igitur per equam proportionalitatem quam vicesima prima secundi arithmetices monstrat:  $d$  ad  $f$  ut  $a$  ad  $c$ . sed  $a$  per hypothelīm metitur  $c$ : igitur &  $d$  metietur  $f$ . At quia  $d$   $e$   $f$  positi sunt in sua proportione minimi: ergo per quintam quarti  $d$  &  $f$  sunt adinvicem primi. Et cum  $d$  seipsum metiatur pariter &  $f$ : per definitionem



analeonem d est vnitas. At vero cum vnitas sit omnis numeris pars: d ergo metietur e. Et cum a ad b vt d ad e: metietur igitur a ipsum b secundum terminum, quod erat cognoscendum atque propositum.

¶ Si interuallum binario multiplicatum, multiplex effecerit interuallum: ipsum quoque multiplex erit.

2	4	8	A b interuallum binario multiplicatum multiplex efficiens.
a	b	c	

¶ Hæc est conuersa primæ: cuius hæc est ratio. Nam cum interuallum compositum multiplex sit & per secundam communem scientiam resoluetur in id interuallum ex cuius multiplicatione (circuit siquidem compositum omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coalitum, concretum, compositumque esse cognoscitur) per sexagesimam noni interuallum simplex multiplex erit. At id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum interuallum sit multiplex sic ut c multiplex sit ad a & ea proportio a ad b & b ad c: quoniam c ad a erit multiplex, a per diffinitionem metietur ipsum c. quare & per præcedentem a metietur ipsum b. est igitur interuallum simplex b ad a per diffinitionem multiplex. & propositum.

¶ Si terminorum interualli primus ad secundum comparatus, sese vt tertius ad quartum habuerit: quot proportionaliter medij primo & secundo, totidem tertio & quarto interuenire necesse est.

Et mediū proportionale inter d & f tertiu & quartu: ut b inter primū & secundū

27	18	12		18	12	8		9	6	4		2
A	b	c		d	e	f		g	h	k		l

¶ Hanc duodecima quarti monstrat. cuius adhuc hic ut ad sequentia momentum habens: cognitio promptior habeatur, repetitur demonstratio.

¶ Sit a cuiuscunque interualli primus terminus ad c secundum, ut d tertius ad f quartum: & sit b medius proportionaliter constitutus inter a & c. dico etiam inter d & f interuenire unum proportionaliter medium. Capiō enim per sextam quarti g h k tres minimos secundum proportionem a ad b: & argumentor ex uicesima-prima secundi per æquam proportionalitatem g ad h ut a ad b & h ad k ut b ad c. igitur g ad k ut a ad c. quare & ut d ad f. at si d & f sunt uidem termini cum g k: manifestum iam est inter d & f interuenire unum proportionaliter medium.

sin minus: ergo per decimam nonam tertij arithmetices g & k metientur d & f equaliter. sitque id secundum l. duco ergo l in g b & k & proveniant d e f: per sextam secundi d ad e ut g ad h, & e ad f ut b ad k. quare e interuenit proportionaliter medius terminis d & f. quod erat demonstrandum.

¶ Superparticularis interualli medius numerus: neque vnus neque plures proportionaliter interuenient.

Quia proportio superparticularis: in duo aequa diuidi non possit.

27		18					A c spacium superpartulare.
A	b	c	d	e	g	f	D e f tres minimi proportiois a ad b.

¶ Hanc intelligimus: nullum superpartulare interuallum in duas aut plures interuallorum habitudines proportionalesque secabile esse. quod demonstratione proxime subiecta perquam facile liquebit.

¶ Sit a c interuallum superpartulare quod diuidatur in duo aequalium habitudinum spacia a b & b c certis constitutisque numeris si possibile est. sitque iccirco ut a ad b ita b ad c. capio per sextam quarti arithmetices d e f tres minimos continue proportionales in proportione a ad b. & quia d ad e ut a ad b & e ad f ut b ad c: ergo per aequam proportionalitatem d ad f ut a ad c. atqui a ad c positum est superpartulare interuallum: igitur & d ad f est superpartulare. At uero quoniam d e f sunt tres illius habitudinis minimi terminus: igitur d & f primus & ultimus per quintam quarti sunt adinuicem primi. At cum d monstratus sit superpartularis ad f: per definitionem d continet f & eius partem quae idco per definitionem metitur f. Et si ea pars sit numerus cum ea etiam per communem conceptum metiatur d: metietur enim se partem detractam & residuum quod aequum est f. non erunt ergo d & f adinuicem primi: cuius oppositum iam monstratum est & impossibile. erit ergo ea pars unitas. Tunc addo unitatem ipsi f & fiat g: ut g & f solius unitatis discrimine distent. mox argumentor d ad f ut g ad f. sed inter d & f positus est vnus interuenire medius. igitur per praecedentem & inter g & f numeros sola unitate distantes interuenit intercipiturque aliquis numerus medius. quod per secundam petitionem est impossibile. non igitur superpartularis interualli vnus medius interuenit numerus. neque quoque eodem argumento interuenient plures. Et hanc etiam demonstrat sexagesima prima noni. Et ex hac quoque cognoscitur: reprehensionem demonstrationis Archite, quod nulla superpartularis in duo aequa diuidi possit quam tertio institutionis musicae capite undecimo uideatur diuus Seuerinus adducere, non tam esse diui seuerini quam Nichomachi aut aliorum

horum quos interpretatur elegantissime. qui & simile in plerisque tum arithmetice tum musicae institutionis locis fecisse comperitur. Et non uerentur quidam (pace omnium dixerim) eius libros perlustrare non ut sciant sed ut exsurculent & canino more si quid hians, subsultansque appareat: alius dentem infigant, mordeant & reprehendant & sanctum & uenerabile Philosophiae nomen & suorum conuiciis lacerent, & quod aliorum uicium est (si quod est) diui seuerini exclament errorem faciuntque aliorum crimine reum. & cum nihil norint, uolunt litterarios duces infectando, carpendo, laniando omnia scire uideri: atque supra Philosophicos uertices sese gloriabundos extollere, faciuntque quod est apud Comicum ne intelligendo ut nihil intelligant. quos idem statim ut maledicere desinant ammonet: malefacta ne cognoscant sua. sed haec praeter praesentis negocii officium. de Philosophis enim qui recte fuerit natura instituti: uel absque monitione semper recte cogitabunt. qui enim secus faciunt: ab eorum se segregant consortio, & ut Philosophi, quales se uideri uolunt, non amplius esse cognoscantur necesse est.

- 6 ¶ Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione neque multiplex est, neque superparticulare.

9	6	4	A c interuallū neque multiplex neque superparticulare.
A	b	c	A c duplatū interuallū a b quod quidē est nō multiplex.

¶ Sit interuallum non multiplex a b: & duplum sit a c. ita ut ea sit proportio a ad b & b ad c: dico interuallum a c neque multiplex esse neque superparticulare. quoniam si a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiam praesentis & a b interuallū erit multiplex. at positum est nō multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallum superparticulare, cum sit a ad b ut b ad c: erit interualli superparticularis medius proportionalis terminus. quod per praecedentem est impossibile. est itaque notum si interuallum non multiplex binario multiplicetur: compositum interuallum minime aut multiplex aut superparticulare esse & propositum.

- 7 ¶ Si interuallum binario multiplicetur, atque id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex non sit: ipsum quoque non erit multiplex.

¶ Haec est conuersa praecedentis. sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallum a c proueniat ex duplicatione habitudinis interualli a b: & non sit a c interuallum multiplex. dico itidem interuallum a b non esse multiplex. Nam si a b interuallū multiplex est: cum a c per hypotesim ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primam praesentis interuallum a c multiplex erit. at positum est non

B ¶ multiplex.

multiplex. ergo si interuallum non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicatione nascatur. neque ipsum quoque ex cuius multiplicatione ortum est multiplex erit quod erat monstrandum.

¶ CA numero partium superparticularis interualli, quæ in vnum adacte, & totum restituunt & numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul, minoribus simul acceptis respondeant, cognoscuntur.

A	3	4	5	6	7	8	9
B	2	3	4	5	6	7	8
C	2	3	4	5	6	7	8
D	3	4	5	6		8	9

¶ Sit a ad b interuallum superparticulare: manifestum est per diffinitionem superparticularis a continere b & unam partium b. ea igitur pars secundum numerum c, constituat suum totum b, & sit d numerus uno maior c: dico a sumpta secundum numerum c, æqua esse b sumptis secundum d. Nam a secundum c sumpta: continent b secundum c sumpta & insuper partes b sumptas secundum c. Atqui positum est eas secundum c constituere unum b. igitur a secundum c sumpta: continent b sumpta secundum numerum uno maiorem c. At uero d positus est numerus uno maior c. ergo a sumpta secundum c: continent b sumpta secundum d. quod erat monstrandum. ¶ Et si exemplarem requiris declarationem, si a ad b interuallum est sesquialterum: quoniam a sesquialterum est ad b, ergo a continet b & eius dimidium. & duo dimidia per commune proloquium: suum totum reddunt. dico ergo duo a tantum esse quantum tria b. quoniam enim duo a continent duo b, & insuper duo dimidia b quæ unum b restituunt: ergo duo a continent tria b, tribusque euadunt æqualia. Et si a ad b est sesquitercium: a continet totum b & tertiam partem b. at tres tertiæ b æque sunt uni b, ergo superiore argumento, tria a continent quatuor b, quatuorque euadunt æqualia. imo data quacunque superparticulari, maiores termini secundum proportionis minorem numerum: æquantur minoribus terminis secundum proportionis maiorem numerum sumptis. ut si a ad b sit sesquiquinta: quoniam minimi sesquiquinta æ sunt 6 & 5. idcirco quinque a æqui sunt sex b. & in non minimis, quoniam 12 & 10 sunt termini sesquiquinta, 10 a æquantur 12 b. Et si a ad b sit sesquioctaua: quoniam minimi sesquioctaua sunt 9 & 8, idcirco 8 a tantum sunt quantum nouem b. Et quia rursus 18 ad 17 sesquioctaua: ideo sexdecim a æqui sunt 18 b. & ita in cæteris. sed si id non modo particulariter sed & uniuersaliter contemplari cupis: id uniuersaliter uerum erit.

¶ Data

9 ¶ Data quacunque proportione: maiores termini secundum numerū minorum sumpti, æqui sunt minoribus secundum numerum maiorum sumptis.

aSuppti	3	4	5	6	7	8	9	Mtri	2	3	4	5	6	Supp	5	7	9	11
b cular.	2	3	4	5	6	7	8	plices	1	1	1	1	1	tiētes	3	4	5	6

¶ Ut sit a ad b quacunque proportio, & a maior terminus: b uero minor. dico a sumptos secundum b numerum minorem: æquos esse b sumptis secundum a numerum maiorem. Nam per octauam primi arithmetices, quod fit ex a in b: æquum est ei quod fit ex b in a. At uero quod fit ex a in b: sunt a sumpti secundum b. & quod fit ex b in a sunt b sumpti secundum a, igitur a sumpti secundum b: æquantur b sumptis secundum a. & in quibuslibet alijs, eadem est demonstratio & propositum.

10 ¶ Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus æqui sunt: ea unus maiorum ad unum minorum reperitur proportio, quæ & numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec est conuersa præcedentis. Quoniam per præcedentem minores collecti secundum numerum maiorem: æqui sunt maioribus secundum numerum minorum collectorum, sed numerus maiorum est unus terminus maior. ergo eadem est proportio unius maiorum ad unum minorum: que numeri minorum collectorum ad numerum maiorum collectorum. ¶ Et quanquam hæ duæ ultimæ conclusiones faciles sunt: usus tamen earum paulo latentior est. Per primam enim earum quæ nona est habemus si numerus maior ad minorem sesquialter est, ut trium ad duo, duo maiores æqui sunt tribus minoribus. Et si maior ad minorem sesquitercius ut 4 ad 3: tres maiores æqui sunt quatuor minoribus. Et si maior sesquiquartus ut 5 ad 4: quatuor maiores æqui sunt quinque minoribus. si uero maior sesquioctauus: octo maiores æqui sunt nouem minoribus. & ita in consimilibus. In multiplicibus autē si maior duplus est ut duorum ad unum: unus maior æquus est duobus minoribus. si triplus: unus maior æquus est tribus. si quadruplus: unus, æquus est quatuor. si octuplus: unus æquatur ad octo. In superpartientibus uero consimile est. ut si maior est superbitertius ut 5 ad 3: tres maiores æqui sunt quinque minoribus. si supertriquartus ut 7 ad 4: quatuor maiores æqui sunt septem minoribus. si superoctupartiens ut 17 ad 9: nouem maiores, æqui sunt decem & septem minoribus. & hoc pacto in reliquis. ¶ Ex ultima autem, hanc in superparticularibus utēdi regulam elicimus. si duo maiores æqui sunt tribus minoribus, quatuor senis, sex

nouenis octo duodenis: unus maiorū ad unū minorū sesquialter est. Et si tres æqui  
 sunt quaternis, sex octonis: maior ad minorem est sesquitercius. Si quatuor maiores æ-  
 qui sunt quinque minoribus aut octodenis: unus maiorum unius minorū est sesqui-  
 quartus, si uero octo maiores nouem minoribus sunt æqui: unus maiorum ad u-  
 num minorum cognoscitur sesquioctauus. In multiplicibus. si unus binis, duo qua-  
 ternis, tres senis æqui sunt: maior minoris est duplus. Si unus ad tres, duo ad sex:  
 unus maior minoris est triplus. si unus ad quatuor, & duo ad octo: unus maiorū  
 ad unum minorum est quadruplus. si uero unus ad octo, duo ad sedecim: maior mi-  
 noris est octuplus. In superpartientibus. si tres maiores æqui sunt quibus minori-  
 bus, aut sex denis: unus maior ad minorem est superbitertius. si quatuor maiores  
 septem minoribus: maior minoris est supertriquartus. si uero nouem æqui sunt ad  
 decem & septem: maior minoris est superoctupartiens. Et in compositis numeris si-  
 mile est. ut si duo a æqui sunt quatuor b & dimidium unius, quemadmodum in  
 duobus coniunctis sesquialteris. quoniam quatuor & unius dimidium ad duo du-  
 plum sunt & sesquiquartum: ideo unus a ad unum b duplus est atque sesquio-  
 quartus. si tres a æqui sunt ad quinque b & tertiam unius, ut in duobus sesquiter-  
 tiis. quoniam quinque & tertia unius: continent tres semel, duas tertias & unam  
 nonam. proinde unus a: continebit b unum, duas eius tertias & unam eius nonam.  
 si quatuor æqui sunt ad sex & quartam unius: ut in duobus iunctis sesquiquar-  
 tus. quoniam sex & quarta unius: continent quatuor, dimidium, & decimam sex-  
 tam ex quatuor: ideo unus maior continet minorem semel, eius dimidium, & eius  
 unam decimam sextam. si uero octo ualent decem & octauam unius ut in duobus  
 sesquioctauis. quoniam decem continent octo: & quartam, & octaua unius ad o-  
 ctonos una est sexagesima quarta. ideo unus maiorum continet minorem semel, e-  
 ius quartam partem, & eius sexagesimam quartam. Et si compositionis series pro-  
 sensior euadit: ut si duo a æqui sunt sex b, medietati unius & quartæ ut in coniun-  
 ctione trium sesquialterorum. quoniam sex continent duos ter & dimidium unius  
 est quarta pars duorum, & quarta pars unius est octaua pars duorum. idcirco u-  
 nus a. triplex est b unius insuper quartam atque octauam partem b continens. Et  
 si tres æqui sunt ad septem & nonam unius: quod in tribus sesquiterciis coniu-  
 ctis enenit. quoniam septem bis continent tres, & trium tertiam partem: & nona  
 unius ad tres est uicesima septima. ideo unus maiorum continet minorem bis, eius  
 tertiam, & eius uicesimam septimam. Et si quatuor æqui sunt septem dodranti u-  
 nius hoc est tribus quartis & insuper decimæ sextæ unus: ut in coniunctione trium  
 sesquiquartorum. quoniam septem continent semel quatuor & tres quaternarij  
 partes: & tres quartæ unius ad quatuor sunt tres decimæ sextæ, & decimæ sexta  
 unius est ad quatuor una sexagesima quarta, idcirco unus maior continet unum

minorem

minorem semel, & dodorantem, & tres decimassextas atque unam sexagesimam quartam. si uero octo æqui sunt ad undecim, tres octauas unius & unam sexagesimam quartam: ut in tribus sesquioctauis coniunctis. quoniam undecim continent semel octonarium & octonarij tres partes: & tres octauæ unius sunt ad octo tres sexagesimæ quartæ, & una sexagesima quarta ad octo est una quingentesima duo decima. hinc fit ut unus maiorum contineat minorem semel, tres eius octauas, tres sexagesimas quartas & unam quingentesimam duodecimam. Et hæc adiecimus quo quæ barum duarum ultimarum in sequentibus patentior, manifestiorque habeatur.

II ¶ Duplex interuallum: ex duobus maximis superparticularibus, sesquialtero atque sesquiterno coniungitur.

6	4	3	A c duplex interuallum.
a	b	c	A c sesquialter. b c sesquiterminus.

¶ Sint a b c interuallū. a quidem sesquialter ad b, b uero sesquiterminus ad c, dico a duplū esse ad c. Quoniam enim a sesquialter est ad b: ergo per octauā huius duo a æqui sunt ad tres b. & rursus quia b sesquiterminus ad c: igitur per eandē tres b, æqui sunt quatuor c & tres b positi sunt æqui duobus a. duo igitur a æqui sunt ad quatuor c. cū quæcūque uni eidemque æqualia sunt: inter se sint & æqualia. & quatuor numerus minorum collectorū: duplex est duorum numeri scilicet collectorū maiorum. igitur per præcedentem unus a: duplex erit ad unum c. quod erat demonstrandum. potes & hoc ultimum etiā demonstrari. Quoniam enim duo a æqui sunt quatuor c: unus a per octauam proloquium æquus esse duobus c. quorum enim tota æqua sunt: & eorum quoque dimidia sunt æqua. at duo c: dupli sunt unius. igitur & unus a, duobus c æquus: duplex erit c unius. quod fuisse monstrandum.

2 ¶ Ex duplici interuallo atque sesquialtero: triplex nascitur interuallū.

6	3	2	A c triplex interuallum.
a	b	c	A b duplex interuallum. b c sesquialterum.

¶ Sint a b c interuallum: & a quidem ad b c duplex, & b ad c sesquialter. dico a eius quod est c triplicem esse. quoniam enim a ad b duplex est: ergo a per diffinitionem continet bis b. igitur a æquatur duobus b. & quia b sesquialter est ad c: igitur b continet c, & eius partem dimidiam. ergo per octauam huius duo b æqui sunt tribus c: & duo b æqui erant uni a. igitur & tres c æqui erunt uni a. tres autem: triplex sunt unius. igitur per decimam, unus a: triplex est unius c. quod erat demonstrandum.

**C** Duo duplicia interualla: quadruplex conlungunt interuallum. 13

4	2	1	A b duplex interuallum. b c consimiliter duplex.
a	b	c	A c geminarum duplex interuallum.

**C** Sit a duplex ad b: & b duplex ad c. dico quoniam a quadruplex est ad c nam quia a duplex est ad b: igitur duo b æqui sunt uni a. & rursus quia b duplex est ad c: igitur duo c æqui sunt uni b. & si duo c æqui sunt uni b: quatuor c æqui erunt duobus b. at duo positi sunt æqui uni a: igitur & quatuor c æquabuntur uni a. at quatuor quadruplum sunt unius. igitur per decimam unus a: quadruplex est unius c. quod erat ostendendum.

**C** Terminum reperire: ad quem quotcunque volumus. liceat superparticulares assignare. 14

9	8	6	A ad c sesquialter.
a	b	c	B ad c sesquitercius.

**C** Sit propositum terminum reperire: ad quem sesquialterum & sesquitercium ualeamus assignare. Capió duo & tria numeros denominantes partes sesquialteri atque sesquitercii: duo siquidem sesquialterum & tria sesquitercium denominant. & duco duo in tria: proueniat que ducta illo c manifestum est c habere partem dimidiam pariter & tertiam. iungo ad c partem eius dimidiam: & compositus sit a. & iterum ad c iungo partem eius tertiam: & sit compositus b. quoniam enim a continet c & eius partem dimidiam: ergo per diffinitionem a ad c sesquialter est. & quoniam b continet c & eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitercius c igitur repertus est terminus ad quem petiti superparticulares, rite sunt assignati, & hac lege de quibuslibet esset operandum, ut si essent assignandi: sesquioctauus & sesquiquintus duc octo in nouem & surget terminus octauam nonamque partem possidens ad quem & sesquioctauum & sesquiquintum rite assignaueris. & eodem quoque pacto: modo tres, modo quatuor aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.

640	600	575	540	480
a	b	c	d	e

Ut si ad eundem terminum peterentur assignari sesquitercius, sesquiquartus, sesquiquintus, & sesquioctauus ducantur tria, quatuor, quinque & octo in se inuicem & proueniat e: qui idcirco habet in se tertiam, quartam, quintam & octauam. ad e iungo e suam tertiam: compositusque sit a. & suam quartam: & compositus sit b. suans



suam quintam compositus sit c. suam denique octauam: & compositus sit d. dico demonstratione superiore: quoniam ad e constituti sunt a b c d sesquitercius, sesqui-  
 quartus, sesquiquitus, & sesquioctauus: quæ admodum prefixa monstrat formula.

¶ Si a sesquialtero interuallo sesquitercium demptum fuerit interuallū  
 15 erit quod relinquitur sesquioctauum.

9	8	6	A c sesquialter. B c sesquitercius.
a	b	c	A ad b sesquioctauus.

¶ Sit c terminus ad quæ per præcedentem assignati sint a sesquialter: & b sesqui-  
 tertius Ab a c sesquialtero subduco interuallum sesquitercium b c, relicto interual-  
 lo a ad b: quod dico esse sesquioctauum. quoniam enim a eius quod est c est sesqual-  
 ter: a semel habet c & eius dimidiam partem. quare per octauam huius: duo a æ-  
 qui sunt tribus c. & quatuor a: sex c. & octo a ad duodecim c. Rursus quoniam b hu-  
 ius quod est c sesquitercius est: b igitur habet in se c & eius tertiam partem. quo fit  
 ut per eandem octauam: tres b æqui sint quatuor c. & sex b: octo c. & nouem b: ad  
 duodecim c. at octo a quidem æqui erant ad duodecim c: igitur octo a æqui sunt ad  
 nouem b. per decimam igitur a continet b & eius octauam partem. est que a sesqui-  
 octauus ad b & propositum.

16 ¶ Interualli quarta & duodecima: vnam eius tertiarū restituunt.

¶ Nam quatuor interualli quartæ: totum cõplent interuallum. & duodecim eius-  
 dem interualli duodecimæ: totum itidem complent interuallū. quare quatuor quar-  
 tæ & duodecim duodecimæ: adinuicem æquantur. duæ igitur quartæ sex duodeci-  
 mis, & una quarta tribus duodecimis sunt æque. quorum enim tota æqua sunt:  
 & eorum dimidia. At quatuor duodecimæ: duodecim duodecimarum sunt una ter-  
 tia. quare & una totius tertia: cui quidem duodecim ille duodecimæ cognoscuntur  
 esse idem atque æque. una igitur totius quarta quæ tribus duodecimis æqua esse  
 monstrata est, & una duodecima illi adiuncta: totius tertiam partem restituunt. E-  
 quantur enim una quarta & una duodecima quatuor duodecimis. quod erat mō-  
 strandum. Et quamuis hoc demonstratio sequentis gratia particulariter facta sit:  
 possis tamen modo consimili monstrare omnem minorem cuiuscunque totius inter-  
 ualli partem, proxime maiorem partem efficere, illi adiecto una partium a numero  
 qui ex ductu denominationem utriusque partium enascitur, denominata. ut totius  
 tertia pars minor est, & secunda proxime maior, & si duo in tria duxeris sunt sex

Idcirco una tertia atque una sexta, unam restitunt secundam. similiter quoque quarta & quinta partes sunt proxime maior atque minor, & si ducis quinque quatuor or surgunt viginti: proinde una quinta & una vicesima, unam quartam restitunt & hoc pacto in sequentibus ut subiecta monstrat formula.

Tertia & sexta	unam secundam efficiunt.
Quinta & vicesima	unam quartam.
sexta & tricesima	unam quintam.
septima & quadragesima secunda	unam sextam.
octava & quinquagesima sexta	unam septimam.
Nona & septuagesima secunda	unam octavam.

¶ Dux proportiones sesquioctavae: minores sunt sesquitercio intervallo 17

b	72	04		A c duo sesquioctavi coniuncti.
a	b	c	d	A d sesquitercium intervallum.

¶ Continua per sextam quarti arithmetices duas sesquioctavas inter a & c: ita ut a sesquioctavus sit ad b, & b sesquioctavus ad c. & sit a ad d sesquitercium intervallum dico a ad c minus esse intervallum: quam a ad d. Quoniam enim a sesquioctavus est ad b: ergo per octavam huius octo a equi sunt ad novem b. sed & qui a b etiam sesquioctavus est ad c: per eandem octo b tantum sunt atque nove c. Et cum unus b equus sit. unum c & octava eius: ergo novem b equi sunt decem c & octavae unius c. Atqui novem b monstrati sunt equi esse octo a: igitur octo a equi sunt decem c & octavae unius. at decem & octava unius: continent octo semel, eius quartam & eius unam sexagesimam quartam. ergo per decimam huius: unum a continet unum c, unam eius quartam, & unam sexagesimam quartam. & una quarta & una sexagesima quarta: per precedentem minus sunt una tertia. complet enim quarta & duodecima unam tertiam. duo igitur sesquioctavi minus sunt uno sesquitercio intervallo. quod erat monstrandum.

¶ Tres sesquioctavi: amplius sunt sesquitercio, minus autem sesquialtero intervallo.

729			512	A d tres sesquioctavi coniuncti.
a	b	c	d	

¶ Sint a b c d tres coniuncti sesquioctavi, ut a ad b primus sit sesquioctavus, b ad c secundus, & c ad d tertius: dico primo a ad c amplius esse sesquitercio. Quoniam enim a ad b & b ad c duo sunt sesquioctavi: ergo per octavam huius octo a equi sunt decem c & octavae unius. sed & cum c iterum ad d positus sit sesquioctavus: ergo

per eandē octo c equi sunt nouem d, et nouē c equi decē d et octaua unius. et decē c equi undecim d et duabus octauis. et cū octo octaua c contineant nouem d: ergo per decimā. huius, una octaua c, cōtinēt octauā d et eius octauā partem, hoc est unam sexagesimam quartam. decē ergo c et una octaua unius: æquantur undecim d, tribus octauis et uni sexagesimæ quartæ. et per decimam ut undecim tres octaua et una sexagesimæ quartæ, ad octo: ita a ad d. sed undecim cōtinēt octo nos semel, tres eorū partes, tres octa. et unam sexagesimam quartam. unius, ac tres octonorū partes: amplius sūt tertia eorū parte. superant enī tres octonarij partes: tertiam eiusdē partē triete unius, hoc est tertia unius parte. a fortiori igitur tres octonorū partes, et tres octaua unius, et una 64. ita amplius sūt tertia octono. parte. cōtinēt ergo 11. tres octaua unius et una 64. 8 semel et amplius eorū parte tertia. quare et a continet d et amplius tertia eius parte. est itaq; a ad d amplius sesquialtero interuallo. secūdo dico a ad d minorē esse sesquialtero interuallo. Nam 11 cōtinēt 8 et 3 octauas: deest ergo una octaua ad cōplēdas 4 octauas, q; sūt octonorū dimidiū. At uero q; superant: 3 octaua unius, et una 64. minus efficiūt dimidio unius octaua. quare et multo minus efficiēt 1 octaua. 11 ergo, et 3 octaua, et una 64 unius: cōtinēt. 8 semel et minus octonorū dimidio, ergo per decimam huius: a continet d semel et minus eius dimidio. est itaque interuallum a ad d minus sesquialtero interuallo.

19 ¶ Quatuor sesquioctauis coniūcti: sesquialterum superant interuallum.

6561					4096		A e quatuor sesquioctauis
a		b		c	d		e coniuñcti.

¶ Sint a b c d e 4 cōiūcti sesquioctauis, a ad b primus, b ad c secūdus, c ad d tertius, et d ad e quartus: dico quoniam interuallu a e, amplius est sesquialtero interuallo. Nam ut in præcedenti uisū est: 8 a equi sunt 11 d, tribus octauis, et uni 64 unius. et 11 d, 3 octaua unius et una 64: æquantur 12 e, 6 octauis, quatuor sexagesimis quartis, et uni quingentesimæ duodecimæ. ergo 8 a: equi sūt 12 e. 6 octauis, 4 sexagesimis quartis, et uni quingentesimæ duodecimæ. At uero 12 e octaua, quatuor sexagesimæ quartæ, et una quingentesima duodecima: cōtinēt 8 semel et amplius q octonorū dimidiū. quoniam cōtinēt octo semel et dimidiū: et insuper sex octauas, quatuor sexagesimas quartas, et unam quingentesimam duodecimam unius. igitur per decimam huius: a cōtinēt e semel et amplius quam eius dimidiū. superat itaque a e interuallum quatuor sesquioctauis coniūctum: sesquialterum interuallum. quod erat monstrandum,

Cij.

Quin-

¶ **Quinque coniuñcti sesquioctau: minus duplici interuallo cõiuñgũt. 20**  
 ¶ **Nam per undecimam huius duplex interuallum ex duobus maximis superpartio-**  
**cularibus, sesquialtero scilicet & sesquitercio coniungitur. at constitutis quinque ses-**  
**quioctauis, tres primi sesquioctau: per decimã octauã huius minus sũt sesquialtero**  
**interuallo. & duo sequẽtes sesquioctau:, qui una cum tribus prioribus quinque cõ-**  
**plent: per decimã septimã huius, minus sunt sesquitercio. coniuñcti igitur quin-**  
**que sesquioctau: minus sunt duplici interuallo.**

¶ **Sex proportiones sesquioctauz: maiores sunt vno duplici interuallo.**

531441					262144	A g sex sesquioctau	21
a	b	c	d	e	f	g	cõiuñcti.

¶ **Uit a g interuallũ sex coniuñctorũ sesquioctauorũ, ita ut a ad b sit primus sesqui-**  
**octauus, b ad c secũdus, c ad d tertius, d ad e quartus, e ad f quintus, f autem ad g**  
**sextus: dico quoniã a ad g, amplius est duplici interuallo. Quoniã enĩ a ad b sesqui-**  
**octauus est. et ho per octauã huius octo a equi sũt nouẽ b. & nouẽ b: per eandẽ**  
**equi sũt decẽ c, & octauã unius. & decẽ c & octauã unius: equa sũt undecim d,**  
**trius octauis & uni sexagesimã quartã unius & undecim d, tres octauã, & una**  
**sexagesimã quartã unius: equantur duodecim e. sex octauis, quatuor sexagesimis-**  
**quartis & uni quingentesimã duodecimã. duodecim autẽ e, sex octauã, quatuor**  
**sexagesimã quartã, & una quingentesimã duodecimã: equatur tridecim f, decem**  
**oct. uis decẽ sexagesimis quartis, quinq; quinquagesimis duodecimis, & uni quartã**  
**mille: sime nonagesimã sextã. At uero decẽ octauã: unũ cõtinẽt integrũ, & insuper**  
**duas octauas. quo fit iterũ ut duodecimã, sex octauã, quatuor sexagesimã quartã**  
**& una quingentesimã duodecimã: equetur quatuordecĩ f, duabus octauis, decẽ sexa-**  
**gesimis quartis, quinq; quingentesimis duodecimis, & uni quartã millesimã nonagesi-**  
**mã sextã. At uero quatuordecĩ f, duã oct. uis, decẽ sexagesimã quartã. quinq; quin-**  
**gẽtesimã duodecimã, & una quartã millesimã nonagesimã sextã: equa sũt quidecĩ**  
**g & octo oct. uis eius, hoc est equa sũt sedecĩ g, duodecĩ sexagesimis quartis, quide-**  
**cim quingentesimis duodecimis, sex quartis millesimis nonagesimis sextis, & uni tris-**  
**cessimã secundã millesimã septingentesimã sexagesimã octauã. At sedecim & duo-**  
**decim sexagesimã quartã, & reliq; sequẽtes particule: cõtinẽt octo bis & amplis**  
**us. igitur per decimã huius a ad g maius est duplici interuallo. sex igitur sesquio-**  
**ct. uis maiores sũt uuo duplici interuallo: ut intẽdit ppositio. Et si hæc ppositio quo-**  
**ad suã demonstracionem nõnullis subdifficilior uideatur: hoc iccirco pueniet q̃ illis**  
**promptitudo, utendique habilitas octauã nonã, & decimã huius deerit. iccirco**  
**par cõsetancumque erit eos qui in musicis maculationibus & earum cõtẽplationi-**  
**bus se exercitare uolent: multos sesquialteros, deinde sesquitercios, & alios sequẽs**  
**ites superparticulares colligere: quouique usus colligendarum proportionum ipsis**  
**am sit factus peruius, patensque & quasi iam ipsis domesticus.**

¶ **Prim**

## ¶ Primi elementorum musicalium finis.



Consonantia: est soni grauis, acuti que mixtura suauiter, vniformiterque auribus incidens, ex multiplici aut superparticulari ratione profecta. Dissonantia: est duorum sonorum non se natura suauiter miscentium, ad aurem perueniens aspera, iniucundaque percussio. Tonus: est consonantiae principium, ex soni ad sonum sesquioctaua proportione proueniens. Semitonium minus, quod & diesis dicitur: est toni pars, qua sesquitertia proportio duobus tonis maior est. Semitonium maius, quam & vocant Apothomen: est toni reliqua pars, & qua ipse semitonium minus superat. Comma: est quo sesquioctaua proportio, duobus semitoniis minoribus maior est, quod & idem est: quo Apothome, semitonium minus vincit ac superat. Schisma: est commatis dimidium. Diachisma: est dimidium semitonij minoris. Hemisperium musicum est instrumentum, per quod aut neruo aut chorde vt decet suppositum, semitonia, tonos, consonantiasque, & consonantiarum particulas, ad sensum peruestigamus. Sonus emmelis is est: quo apte vtimur in melo. Emmelis vero is dicitur: quem melos, concentusque non admittit. Equales soni atque similes dicuntur: qui ex eadem interualli proportione nascuntur. Numerorum atque interuallorum pars ea maior est: quae a minore numero denominatur. & minor: quae denominatur a maiore. Multiplex proportio maior est: quam maior denominat numerus. & minor: quae denominatur a minore. Superparticularis proportio maior est: quae a maiore denominatur parte. minor autem: quae denominatur a minore.

## ¶ Tonum super datam chordam collocare.



¶ Sit a b c chorda quecunque supra quam iubeamur tonum collocare. diuido per tertiam petitionem chordam a b, in nouem aequas portiones: ita ut c b illarum nouenarum octo teneat, & a c unam. dico quoniam a b & c b, tonum continent: constitutumque supra datam chordam esse tonum. Nam totum chorde spacium a b: continet spacium c b & insuper octauam eius partem, quod a c uni illarum octauarum aequa sit. igitur per diffinitionem spacium a b: epogdoun, sesquioctauumque est spacio c b. quare per primam petitionem: ea erit soni totius chordae a b ad so-

C .iij num.

num e b proportio. Est itaque tonus in chorda a b, qui in epogdos, sesquialtera que ratione consistit: collocatus.

¶ Tonus tono, & quotquot libuerit: in data chorda subiungere. 2



¶ Sit data chorda a b: in qua propositum sit tres consequentes tonos subiungere. partior per tertiam petitionem (ut in precedenti factum est) spacium totius chordae a b in nouem aequas portiones. & in nota octauae portionis pono c: ita ut b c, octauas illarum nouem partium teneat: manifestum est per precedentem: a b & c b esse tonum. & per eandem petitionem: partior spacium c b in nouem aequas portiones. & in termino octauae particulae pono d: ita ut d b contineat octo earum partium quarum c b nouem continet. per precedentem c b ad d b sonat tonum, estque iam uni tono, tonus unus subiunctus. Rursum spacium d b consimili modo in nouem aequas portiones diduco, & notam octauae sectionis littera e designo: ita ut e b octo earum partium contineat, quarum d b continet nouem. per precedentem, d b ad e b resonat tonum. sunt igitur in data chorda a b tres continue subiuncti toni: scilicet a b c b, c b d b, d b e b. quod erat propositum. & hoc pacto quotquot lubet subiungere: quam facillimum est. Et si id sensu experiri, deprehendereque cupias, post pulsam totius chordae a b suppone hemisphaerium chordae a b in signo c, ita ut sola perstrepat resonetque particula c b: & sensu iudicio deprehendes soni totius a b ad sonum c b esse toni interuallum. quod si hemisphaerium transfers ad notam d: ex pulsu c b & d b iterum tonum deprehendas. sed ex totius a b sono ad sonum particulae d b duos tonos, duorumque tonorum interuallum perpendet auditus. & hoc pacto sensuum iudiciis quotquot uoles tonos deprehendendos committeres: & eorum mixturas tum suaves, tum inconcinnae (quas auditus tanquam offensus horret refugitque) discernendas.

¶ Tonorum continuatorum: minimos numeros assignare. 3

59049	52488	46056	41472	36864	32760	Quinq; to. adiuicē
n	o	p	q	r	s	contin. minimi nu.
6561	5832	5184	4608	4096		Quotro to. adiuicē
h	i	k	l	m		contin. minimi nu.
729	648	576	512			Triū tono. adiuicē
d	e	f	g			contin. minimi nu.
81	72	64				Duorū to. adiuicē
a	b	c				contin. minimi nu.

¶ Si duo, tres, quatuor, quinque aut quotlibet toni sint continuè in nervo constituti: sic eorum minimos numeros reperiemus. Quoniam enim nouem & octo minimi sunt numeri toni: duco nouem in se & proueniat a, & noui in octo & proueniat b, & octo in se & proueniat c. per uicesimātertiam tertij & per sextam quarti arithmetices inter a b & b c sunt duo sesquioctauū in minimis numeris coniuncti: & proinde duo toni in minimis numeris continuati. Et si nouem duco in a b c & octo in c & surgant d e f g: per eandem inter d e f g tres sunt in minimis numeris sesquioctauū constituti. quare d e f g: sunt trium continuatorum tonorum minimi numeri. Et si ducis nouem in d e f g & octo in g & surgant h i k l m: per idē quod prius, h i k l m quatuor continuorum sesquioctauorū minimi sunt numeri. quare & quatuor continuorum tonorum. Et si rursum hoc pacto ducis nouem in h i k l m & octo in m & surgant n o p q r s: ipsi erunt quinque continuorum tonorum minimi numeri. & hoc modo quotquot tonorum uoles: minimos numeros reperias. Atamen in modis musicis tot continuè subiungere opus non est: sed tonis semitonia subiunguntur. de quibus posterior proprius, accommodusque expectandus est sermo.

4 ¶ Spacio quotlibet per quotlibet æqua spacia diuiso: totius ad totam proximè sectionis partem minor est proportio, quàm eiusdem partis ad totam reliquam proximè sectionis partem. Quo fit ut quanto tonus tono subiungitur acutior: tanto ipsum contractiora contineant spacia.



¶ Chordam, neruum, tibiam, efflatum aera, es tinnulum & quidquid sonum edit in harmonicis modis (ut iam quoque dictum est) spacium nuncupamus: in quibus analogiæ ratio uim, naturamque seruat eandem. sit ergo a b totum spacium per a c, c d, d e, e f, & reliquas nouem æquas partes (ut fit in interuallo toni habendo) diuisum: quotquot enim alias posueris idem ualuerit. dico minorem esse proportionem a b ad c b quàm c b ad d b. Nam cum a b positum sit in nouem æquas partes per medias notas c d e f & reliquas diuisum: c b continet solum earum partium octo: quarū a b cōtinet nouē. ergo a b cōtinet spacium c b, & eius octauā partē. si d & cū c b octo partes parti c d æquas cōtineat: ergo d b cōtinet partiū totarum solū septē. ergo c b cōtinet spacium d b, & in super eius septimā partē. at octaua pars: per diffinitionem minor est parte septima. igitur iterū per diffinitionē a b ad c b proportio superparticularis: minor est quàm c b ad d b utpote quæ a minore parte denominetur. est enim hæc a septima parte sesquiseptima proportio: illa uero a b octaua sesquioctaua. Et hanc non modo in superparticularibus: uerum & in quibuslibet medietatibus

C iiij      demonstrat

demonstrat prima decimi arithmetice ubi scilicet ratio medietatisque arithmetica imperantur. quod & in dicta spacijs diuisione & sumpta (ut propositum est) proportione inuentum conspiciebatur. Correlarium uirgo hinc cognoscatur quod totum per quartam petitionem ad suam partem grauius sonat: pars autem ad suum totum acutius. Itaque si tono a b & c b tonum subiunxeris: subiunctus erit acutior. Et quoniam spacijs c b in nouem equas partes partiretur: quarum quelibet minor erit spacio c d quod eius octaua est. nam quelibet earum est nona, & a maiore numero denominata. erit igitur & quelibet earum nouem partium: minor spacio a c. equa sunt enim a c & c d. & hoc pacto de quibuslibet subiunctis acutioribus tonis esset dicendum. manifestum est igitur ut quanto tonus tono subiungitur acutior: tanto ipsum contractoria contineant spacia.

¶ Medio extremitatum toni spacio in duo æqua diuiso: tonus minimè 5 in duo secatur æqualia.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t	

¶ Hæc & sequentia intelliguntur ut tonus minimè in duo æqua ratione geometrica dirimatur: non autem arithmetica. nam & hic tonus tonique intervalum: in duo æqua ratione arith. diremptum est. diuido ergo spacijs a b ut prius, in nouem æqua spacia: per notas a c, d e, f g, h i, k b, manifestum est a b & c b esse toni extremitates, tonumque continere. dico ergo quoniam a c in medio harum extremitatum interstitio, in duo æqua per signum in dirempto: tonus minimè in duo æqua partiatur, quodque sonus a b & l b æqualis non sit l b, & c b. diuido enim singula reliquorum octo æqualium spacijs consimili modo per æqualia, per notas m, n, o, p, q, r, s, t: manifestum est totum spacijs a b diuisum esse in 18 æqualia spacia, quæ sunt a, l, c, m, d, n, e, o, & reliqua. ergo per præcedentem minor est proportio a b & l b: quam l b & c b. est enim hæc sesquiseptimidecimi: illa uero sesquiseptimidecimi. non est ergo tonus hoc pacto in duo æqua diuisus. & soni a b l b, & l b c b per definitionem adinuicem inæquales: quiquidè soni ecmeles sunt, musicoque melo per partem apti.

¶ Toni spacio hoc modo diuiso, totius medie sectionis sonus: maioris 6 extremi toni sonum acumine, minoris uero grauitate superat.



A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l										

¶ Sit a b ut in præcedenti iam dictum est, diuisum: ita ut a b ad c b recrepet tonum. dico quoniam sonus l b acuminè superat sonum a b, quòdque idem sonus l b grauitate uincit c b. Nam a b totum est & l b eius pars: ergo per quartam petitionem a b grauiorem sonum edit & l b graciliorem. & per eandem quoniam l b totum est ad c b: sonus l b grauior est sono c b. superat ergo l b, maius toni extremum acumine: & minus grauitate. quod propositum erat demonstrandum.

7 ¶ Tonum in duo æqua, certo, constitutoque numero, diuidi: impossibile est.

¶ Nã per 5 primi huius, nullū superparticulare interuallū, in plura æqualia dirimitur: & per 1 petitionē quæ proportio spaciorem interualli inter s, ea quoque est & soni ad sonum. Atqui tonus ex superparticulari nascitur ex interuallo nascitur enim ex epogdoā, sesquioctauāque ratione. igitur tonus minime in duo æqualia dirimitur, diuiditurque. imo uero neque in plura duobus æqua: ut in tria aut quatuor. Ex quo facile cognoscitur Aristoxenus musicus aurium iudicio cuncta committens, perparum esse probandus. qui semitonia secus quàm Pythagorici, non arbitratur esse dimidio tono contractiora: sed quemadmodum semitonia dicuntur, ita quoque & esse integra tonorum dimidia. Nec minus Martianus Felix simili lapsus errore deprehenditur: qui non modo tonum in duo æqualia: sed & in tria, & in quatuor dirimit atque sciat. sciat enim imprimis tonum in duo æqualia: quæ iccirco hemitonia uocat. secundo in tria: & earum tertiarum quamlibet, diesim tritemoriam nuncupat. Tertio in quatuor: & hanc toni partem quartam, uocat diesim tertemoriam. quòd hæc dieses nunc tertiæ, nunc quartæ toni sunt partes. Est enim tritos tertius, tetartos quartus, & meros pars siue morion particula. Ponit & tertiam dieseos acceptionem: ut eai ipsa toni tertiæ & tertiæ dimidia pars dicatur. Et rursus primi modi primæque acceptionis dieses: chromatias uocat, secundas uocat enarmonicas, tertias uero enarmonicè diuisionis hemiolias, partim Aristoxeno similiter, partim autem dissimiliter. similiter quidem: quòd Aristoxenus toni dimidium semitonium ponat, & toni tertiam, diesim chromaticam uocet sed chromatis mollis, & toni quartam, diesim enarmonicam. at dissimiliter: quòd toni quartam cum propria quartæ medietate, uocet diesim chromatis hemiolij. Et certè uel Martianus in tertia dieseos acceptione nouo errore lapsus putandus est: uel eundem putasse hemitonium & diesim enarmonici hemiolij idem esse. nam cum omne totum tri-

bus suis tertils integretur : unam ergo tertiarum & tertia medietatem totius di-  
 midium implere necesse est. sed cum hæc se satis falsa esse prodant & nulla sui paro-  
 te cohereant: non est cur in his diutius sermo sit protrahendus. sic enim qui stoli-  
 dum sensus iudicium sequentes, intellectum relinquunt: facile ex disciplinarum a-  
 dytis se explosos sentiunt.

¶ Quicumque numerus in terminos toni ducatur: interuallum toni re- 8  
 linquet.

¶ Nam cum tonus & toni interuallum in proportione sesquioctaua consistat: sui ter-  
 mini erunt nouem ac octo, aut quicumque alij qui simul sibi proportione respon-  
 deant. At cum per septimam secundi arithmetices, si unus idemque numerus duos  
 multiplicet, productorum & multiplicatorum eadem sit proportio: ergo quicumque  
 numerus ducetur in terminos se, quioctaua, sesquioctauam producet, relinquetque  
 tonum atque toni interuallum. quod est propositum. Et non modo de sesquioctauo  
 & toni interuallo id sentiendum est: sed & de quolibet altero interuallo.

¶ Omnis numerus: extremorum toni differentia constitui potest. 9

¶ Si enim tonus in minimis constituatur ut sunt nouem atque octo: monas diffe-  
 rentia est, cum nouenarius atque octonarius sola unitate dissentiant. Et si ducatur  
 binarius in nouenarium & octonarium, & producantur a & b: per præcedentem  
 a & b erunt toni extrema. At uero per nonam primi arithmetices, quod fit ex bi-  
 nario in nouenarium: tantum est quantum quod fit ex binario in octonarium &  
 unitatem sed binarius in unitatem: per commune proloquium seipsum producit. igitur  
 extremorum toni a & b: binarius differentia constituitur. Et si ducatur ternari-  
 us in nouem & octo: eodem quoque argumento ternarius extremorum toni diffe-  
 rentia constituetur. Et ita quicumque alter numerus in eosdem minimos toni termi-  
 nos ducetur: idem extremorum toni differentia constituetur. Manifestum itaque est  
 omnem numerum, extremorum toni differentiam constitui posse. Et quamquam ita  
 est: placuit tamen Philolao Pythagorico primordium toni, primordialémque eius  
 differentiam ternarium cōstituere, qui primus cubum a primo impari numero pro-  
 creat, ac gignit. quod is numerus apud Pythagoricos maxime honorabilis fuerit.  
 Nam cum ternarium primum quidem imparem numerum tertio duxeris: nouem  
 consurgunt. quæ terducta: septem supra uiginti, scilicet cubum a primo impari red-  
 dunt. at 27 ad 24 tono distant, tonique claudunt interuallum: & horum differen-  
 tia ternarius constituitur. est enim ternarius summe 24 pars octaua: quæ eidem  
 adiecta summe primum a ternario cubum rursus instaurat atque perficit. Et idem  
 Philolaus summam septem & uiginti in duas partes secuit 13 & 14: quarum hæc  
 maior

maior illa uero minor habetur. & hanc primordium a potomes facit, quæ est toti portio maior: illam autem facit principium dieleos, quæ est toti decisio minor atque portio, & quam posterius definitonium minus nuncupabimus. & illarum duarum partium differentiam quæ est unitas: facit commatis principium. sed de his satis.

- 10 ¶ Numeri dati partem quotancunque reperire. Quo fit ut cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: & a denominante eiusdem partis sit denominata.

272	17		306	18		136	17
c	d		g	h		m	n
17	16		18	17		17	8
A	b		e	f		k	l

Quæuis enim numerorū numeratiū qui exēplares in anima sunt, unitas in se ab illis existat: numerorū tamen numeratorū quales in physicis sunt motuū numeri, in geometricis linearū & planorū, in astrologicis tēporū, in musicis autē tonorū atq; interuallorū unitas aut uerius unū sectionē recipit. sit ergo a quicūq; numerus cuius una partiū denominata ab b quæ sita sit: resoluo a in oēs suas partes denominatas ab b, ducēdo scilicet denominatē numeri a in denominatē partis b, ita ut proueniat c. manifestū est. partes c simul denominatas ab b: equari toti numero a. diuido igitur c per b & proueniat d: dico d esse partē petitā, & numeratam ab a. hoc est a nūero denominatē a. Quia enim sit pars a denominata ab b quæ petita erat: patet. quia a in d per septimā petitionē reproducit c. quare d: est pars c denominata ab b. at c æquatur. igitur & d pars est a denominata ab b. sed & q̄ d nūeretur ab a: patet. quia a in b producit c: ergo per sextam petitionē c diuiso per b, redibit a. sed & eodē c diuiso per b: prius ueniebat d. nūerat igitur a: semel d. & sic ppositio atq; suū correlarium: nota sunt. Et quæuis hæc ut mōstretur per facilis sit: usus tamē eius aliquāto latēior, quæ exēplaris deductio facile cuiq; reddet illustriore. ut quæ sita sit uerbi causa summē decem & septē, pars sextadecima: duco utriusq; denominates in se inuicē, hoc est 17 & 16, & surgēt 272 sextadecimæ. tot enim sextadecimas continet nūerus 17 resolutus. diuido ergo 272 per 16 & puenient 17 sextadecimæ: quæ erunt totius summē partium 372 pars sextadecima. quare & numeri 17 pars itidem sextadecima. at 17 sextadecimæ unitatem continent & unam sextadecimam. est itaque unitas & una sextadecima: dati numeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem & octo quæreretur pars septimadecima, duco decem & octo in decem & septem & productum diuido per 17 & uenient 18 septimadecimæ, quæ unum complent integrum, unam septimam decimam. Est ergo unitas & una unitatis septimadecima: date summē decem & octo pars una septimadecima.

D ij                      si uero

si uero summè decem & septem uolo partem octauam reperire:duco 17 in octo. & quod productum fuerit diuido per octo: & prouenit 17 octaua, quæ duas unitates & unam octauam efficiunt. erunt ergo duo & octaua unius: totius summè decem & septem pars octaua. quod quærebatur. Et ita in quibuslibet se quibus ualeat exercitare. habent tamen quæ particulari, exemplariq̃. demonstratione sunt ostensa: ad sequentia pondus ac momentum.

¶ Si duo inæquales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum maior est proportio, & minoris minor. 11

9	8	7
A	b	c

¶ Ut sint a b duo inæquales numeri quorum a sit maior, & b minor: qui comparentur ad eundem minorem c. dico a ad c maiorem esse proportionem quam b ad c. Nam cum per octauam petitionem, extremorum a ad c proportio composita sit ex proportionibus a ad b & b ad c ut suis partibus: ergo proportio b ad c pars est proportionis a ad c, & proportio a ad c totum. & cum per ultimum cōmune proloquium, omne totum maius sit sua parte: igitur proportio a ad c maior est proportione b ad c. & ita de quibuslibet aliis simili argumento est agendum.

¶ Sesquisextadecima proportio: integrum toni dimidium superat.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	l
m	n	o	p	q	r	s	t	u	v

¶ Quinta huius monstrauit medio extremorum toni spacio in duo æqua diuiso: tonum minime in duo æqua geometrica ratione partiri, & sectionem hinc & inde altrinsecus sesquiseptimadecimam, & sesquisextadecimum retinere proportionem. hæc uero ostendit sesquisextadecimam proportionem quæ illic ex parte intentionis acuminisque relinquatur: henutonio, integroque toni dimidio esse maiorem. & sequens monstrabit sesquiseptimadecimam ex grauiori parte sumptam: eodem toni dimidio esse minorem. sit ergo ut in quinta huius spaciū a b in decem & octo æquas partes per a c d e f & reliquas notas diuisum: ita ut a b earum partiū contineat decem & octo, & c b sedecim, & l b decem & septem. manifestum est a b & c b (ut prius uisum est) esse tonū: & l b 17 ad c b 16 esse sesquisextadecimā, quam tabitudinem dico esse integro semitonio maiorē. quoniam cum per decimam huius, unitas

unitas & sextadecima unius: est summa decem & septem, pars sextadecima. q; si eidem summa adiciatur: fient decem & octo, & sexta decima unius. at octo-decim & sextadecima unius ad decem & septem: per definitionem est sesquisepta decima. sunt ergo decem & octo & sextadecima unius, ad decem & septem, & decem & septem ad sexdecim: duae coniunctae sesquiseptadecimae. sed decem & octo & sextadecima unius: per praecedentem maior est sesquioctava ad sedecim. Nam decem & octo ad sexdecim ut prius uisum est: sesquioctava est. igitur sesquiseptadecima bis aucta: tonum, tonique interuallum transcendit. quare per nonum proloquium sesquiseptadecima proportio integrum toni dimidium superat. quidquid enim bis auctum transcendit aliquid: id ultra eius dimidium esse necesse est. Ex quo ualentiore iure cognoscitur sesquiquintam decimam & omnem proportionem sesquiquintadecimam & omnem proportionem sesquiseptadecima maiorem: integrum toni dimidium superare.

13 ¶ Sesquiseptimadecima: minor est integro toni dimidio.

19	1	19	1	18	17	A ad b sesquidecimae. proport.
d	8	c	17	a	b	continet: q; integro to. di. con. est.

¶ Sint a decem & octo interualli partes, & b decem & septem, c decem & noue & una septimadecima: d uero decem & nouem & una octava. per decimam huius a ad b est sesquiseptimadecima. & c ad a similiter sesquiseptimadecima, sunt ergo c ad b duae sesquiseptimadecimae ad inuicem coniunctae. sed & per eandem d ad b sesquioctava est atque tonus. d enim continet b & eius partem octauam. ad d ad b proportio maior est proportione c ad b, nam unius pars octava maior est una septimadecima: ergo sesquiseptimadecima: proportio per decimum proloquium minor est integro semitonio. quod enim duplatum non implet integrum: neque id quoque continet dimidium, Est ergo notum sesquiseptimadecimam proportionem integro toni dimidio esse minorem.

14 ¶ Integram toni medietatem: inter sesquiseptadecimam & sesquiseptimadecimam proportionem cadere necesse est.

¶ Nam per duodecimam, sesquiseptadecima maior est toni dimidio: & per decimam tertiam sesquiseptimadecima minor est eodem toni dimidio. at per communem scientiam inter maius atque minus dimidio: ipsum dimidium consistere necesse est ergo integrum toni dimidium: inter sesquiseptadecimam & sesquiseptimadecimam

nam cadere necesse est. sed id in nota, integroque numero, nullo pacto. Cat. septima monstravit fieri continget: ut neque in geometricis diameter quadrati, eius coste certo, constitutoque numero commensurari potest. sed hoc ultimum: ex altero loco requirendum est.

¶ Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiungere.



¶ Intelligitur semitonium subiungi: quando ex acutiori parte duobus quidem tonis ad grauiorem partem relictis, ipsum semitonium collocatur. præiungi uero quando ipsum ex parte remissiori duobus tonis adhibetur. Continuo ergo per secundam huius duos tonos in chorda a b per notas a c d b. sitque a b c b: primus: & secundus: sit c b d b. qui quia per diffinitionem in sesquioctaua proportione consistunt & per decimam septimam primi huius, duæ sesquioctauæ minores sunt sesquitertia proportione: erit ergo a b & d b minus sesquitertio. Diuido ergo a b in quatuor partes æquas: & initium tertiæ sectionis, facio notam e, ita ut e b tres earum quartarum contineat per diffinitionem igitur a b ad e b sesquitertia proportio est. sed sesquitertia proportio a b & e b: superat duos tonos a b & d b in proportione d b. & e b. est igitur d b & e b per descriptionem semitonium minus: duobus tonis (ut propositum erat) subiunctum.

¶ Semitonium minus: duobus tonis præponere.



¶ Facio a b ad c b sesquitertiam interuallum & diuido c b in octo æquas partes. & supra c uersus a, facio d c uni earum octo partium æquam: ita ut d b earum partium nouem contineat. & per diffinitionem d b & c b unum constituunt tonum. similiter diuido d b in octo æquas partes: & unam earum adiungo supra d per notam e. quare iterum e b & d b erit tonus. suntque duo toni e b & c b. sed a b & c b sesquitertia proportio: maior est duobus illis

illis tonis in proportione a b & e b. est igitur per diffinitionem a b & e b semitonium minus. quod cum sit duobus tonis præpositum, quoniam ex parte remissa illis adiunctum: factum est propositum.

17 ¶ Duobus tonis: diesim, semitoniumque minus interponere.



¶ Idem diesim atque semitonium minus. hic (ut iam quoque dictum est) intelligimus. Sit ergo a b & c b ut in præcedenti sesquitercia proportio in tota chorda a b. ab a, c uersus: intendo tonum per notam d. & ab c uersus a remitto tonum ut in præcedenti factum est per notam e: ita ut a b & d b sit tonus, & similiter e b & c b tonus. manifestum a b & c b sesquiterciam proportionem: superare duos illos tonos in media proportione d b & e b. est igitur per diffinitionem d b & e b: semitonium minus duobus tonis interceptum, & propositum.

18 ¶ Semitonij minoris, minimos numeros reperire. & quomodo libet semitonium minus in chorda una aut pluribus collocare.

324	288	256	243
f	g	h	k
81	72	64	
c	d	e	
9	8		
a	b		
4	3		
l	m		

¶ Sit a nouenarius & b octonarius: minimi numeri toni. duco a in se, & a in b, & b in se & consurgant numeri c d e. inter quos per sextam quarti arithmetices: erunt duo sesquioctavi, duoque toni in minimis continuati.

Diii.

Sit

sit præterea l quaternarius, & in ternarius. duco l in c d e & producant f g h: in  
ter quos per septima secundi arithmetices, similiter coniuncti sunt duo sesquioctarij  
& proinde duo toni. duco præterea itidem m in c & proueniat k. per octavam ser  
cundi arithmetices f ad k: est proportio sesquitertia quæ per 17 primi huius maior  
est f h, & differētia est h k: dico ergo esse minimos numeros semitonij minoris. q̄ enī  
sint numeri semitonij minoris: per definitionem notum est. sed quod minimi: id iam  
declarandum est. Nam quia c e sunt in sua proportione minimi: per decimam octa  
uam tertij arithmetices sunt contra se primi. & quia etiam l & a quaternarius &  
nouenarius sunt contra se primi. ergo per undecimam tertij arithmetices: l est pri  
mus ad c. & per decimam eiusdem h qui nā, citur ex l e e primis eidem numero c:  
erit primus ad c. Rursum m et b ternarius atque octonarius: sunt aduicem primi  
ergo per undecimam tertij: & in primus est ad c. sed & cum l, m quaternarius &  
ternarius sint etiam primi: ergo per decimam eiusdem, m etiam primus est ad h. Cū  
ergo c & m monstrati sunt primi: ergo per eandem decimam tertij, numerus k ex  
c & m productus. primus est ad h. sunt itaque h & k semitonij minoris numeri ad  
inuicem primi: quare per uicesimam tertij arithmetices in sua proportione minimi  
quod est propositum quo ad hoc. Et data quacunque chorda, si eam divides secun  
dum numerum h. & earum partium accipias secundum numerum k numeros  
scilicet semitonij minoris interuallum. In diuersis autem facillimæ idem feceris: si  
eas chordas æquales æqualiter tensas unisonasque posueris, & partiaris earum  
quamcunque uoles secundum h. quarum partium alterius acceperis secundum k:  
eris tum in pluribus chordis semitonij minoris constitutum interuallum. quod est  
totum propositum.

¶ Semitonium minus: in minore quam sesquiseptimadecima sit, pro<sup>19</sup>  
portione consistit. Que fit ut regula semitonij sumendi: non sit differē  
tiam extremorum toni in duo æqua partiendo.

324	288	257	5	256	243	
f	g	l	17	h	k	

¶ Sint ut in præcedenti, h k minimi numeri semitonij minoris: ut ducentia quinqu  
ginta sex, & ducenta quinquaginta sex, & ducenta quadraginta tria. capio per  
decimam huius: septimadecimam partem numeri k ducentorum scilicet quadra  
gintatrium, erisque quatuordecim & quinque septimadecimæ. addo itaque quatu  
ordecim & 5 septimadecimas ad k & fiat l numerus 257 & 5 septimadecimæ.  
erit ergo numerus l ad k sesquiseptimus decimus. at l ducenta quinquaginta septē



¶ *quinque septimadecima: transcendit h qui solum est ducentorum quinquaginta sex. consistet itaque semitonium minus per undecimam huius: In minore proportione quam sit proportio sesquiseptimadecima. quare ¶ a fortiori in minore consistit proportione quam sit sesquisextadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiendo extremorum Toni spacium: ex quinta huius cognoscuntur sesquisextadecima atque sesquiseptimadecima altrinsecus constitul. quarum utraque præsens monstravit semitonij minoris habitudinem esse minorem.*

¶ *Sesquioctauadec. proportio: semitonio minore rursus maior euadit.*

20

256	1	256	243
c	2	a	b

¶ *Sint a b minimi numeri semitonij minoris pr decimamoctauam huius reperti: scilicet ducenta quinquaginta sex, ¶ ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius, octauamdecimam partem numeri b: quam reperio esse tridecim ¶ semis. quã quidem addo numero b, fiatque aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima proportio est. at c maior numerus est a. nam a duntaxat continet ducenta quinquaginta sex: c uero æqualium partium totidem ¶ insuper semissem unius. est igitur sesquioctauadecima proportio: semitonio minore maior.*

21

¶ *Sesquiquonadecima: est semitonio minore minor. Quo fit vt semitonium minus inter sesquioctauadecimã, & sesquiquonadecimã consistat collocatum.*

256	255	15	243
A	c	19	b

¶ *Sint ut prius minimi termini semitonij minoris a ¶ b: dico sesquiquonadecimam proportionem minorem esse proportione a ad b. capio enim per decimam huius: nonadecimam partem numeri b, quam inuenio esse duodecim ¶ quindecim nonadecimas. quam partem adiucio numero b: ¶ fiat c. proportio c ad b est sesquiquonadecima. sed a maius est c. igitur per undecimam huius, maius est semitonium minus sesquiquonadecima proportione, atque sesquiquonadecima proportio semitonio minore minor. Correlarium uero ut decimaquarta huius: notum esse potest.*

22 ¶ *Semitonium maius: in data chorda constituere.*

E

sin

A	a	c								b
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	---

¶ Sit  $a b$  &  $c b$  semitonij minoris intervallum. diuido  $c b$  in octo partes æquas: quibus æquam facio partem  $c d$ . ita ut  $d b$  novem contineat. ergo  $d b$  &  $c b$  erit tonus. demo igitur a tono  $d b$  &  $c b$  semitonium minus scilicet  $a b$  &  $c b$ , relinqueturque  $d b$  &  $a b$  toni reliqua pars & qua ipse semitonium minus superat. igitur per diffinitionem  $d b$  &  $a b$  semitonium maius est in data chorda (ut propositum erat) constitutum. & quemadmodum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem, ita quoque ad partem acuminis collocare facillimum esset.

¶ Semitonij maioris: minimos numeros reperire.

23

2187	2048		1944
e	d		c
	256		243
	a		b
		8	
		f	

¶ Sint  $a b$  minimi numeri semitonij minoris ex decimaoctava huius reperti & foetonarius. quoniam ex demonstratione decimaoctava huius f octonarius primus est ad  $b$ . ergo  $f$  non numerat  $b$ . non habet igitur  $b$  octavam partem. Duco igitur  $f$  in  $b$  &  $a$  & consurgant  $c d$ . per septimam secundi elementorum arithmetices  $d$  ad  $c$ : ut  $a$  ad  $b$ . est igitur inter  $d c$  semitonium minus, semitonique minoris intervallum. & quia  $c$  habet partem octavam ut  $b$ : addo eidem numero  $c$  partem octavam eius  $b$ : & coaceruatus fiat  $e$ . continet igitur  $e$  numerum  $c$ , & partem eius octavam. quare  $e c$  tonus. & quia tonus  $e c$  superat, semitonium minus  $d c$  interuallo  $e d$ : ergo  $e d$  sunt numeri semitonij maioris. Quia autem iidem sint minimi: facile ex decimaquinta tertij arithmetices cognoscas, distrahendo  $d$  ab  $e$ , & quod reliquum fuerit, iterum quoties potes distrahendo ab  $d$ . & hoc pacto deinceps. & uidebis ad ultimum relictam unitatem: eritque modo qui ad latus apparet distractio. quare per eandem decimaquintam:  $d$  &  $e$  sunt aduicem primi. sunt igitur per uicesimam eiusdem: in sua proportione minimi quod est propositum,

¶ Semitonij maioris habitudo: sesquiquintam decimam superat pro  
por-

24

portionem.

3187	2184 8	2048	136 8
A	c 15	b	d 15

¶ Sint a b minimi termini habitudinis semitonij minoris per præcedentem reperti: dico habitudinem a ad b maiorem esse sesquiquintadecima. sumo enim (ut in præcedentibus iam sæpe factum est) per decimam huius: quintam decimam partem numeri b. & hoc inuenitur. centum triginta sex, & octo quintadecimæ unius; que sit d. adicio ergo d ad b & fiat c: certum est c ad b esse sesquiquintadecimam. at c minor numerus est quam a. est enim a numerus duum milium centum octuaginta septem: c autem solum duum milium centum octuaginta quatuor & fere semis paulo amplius. Est igitur per undecimam huius: semitonij maioris habitudo sesquiquintadecima proportione maior, eamque superans. quod est propositum.

25 ¶ Apotomes interuallum: minus est sesquiquartodecimo interuallo. Vnde manifestum est semitonij maioris proportionem: inter sesquiquintadecimam & sesquiquartadecimam reperiri collocatam.

2194 4	2187	2048	1465 4
c 14	A	b	d 14

¶ Apotomen & semitonium maius: idem esse iam diximus. sint ergo a b minimi numeri semitonij maioris ut duo milia centum & octuaginta septem, & duo milia quadraginta octo. sumo per decimam huius quartadecimam partem b scilicet duum milium & quadraginta octo: quam inuenio esse centum quadraginta sex, & quatuor quartadecimæ, quæ sit d. addo eam quartadecimam ad b: & fiat numerus aggregatus c. tunc numeri ad b sesquiquartadecima proportio est. at c maior numerus est a. siquidem duo milia quadraginta octo, & centum quadraginta sex, & quatuor quartadecimæ: summam simul attollunt c, duum milium centum nonaginta quatuor, & fere quartam unius. & a solum summa est duum milium centum octuaginta septem. constat ergo per undecimam huius sesquiquartadecimam proportione maiorem esse semitono maiore atque propositum. Correlarium ut præcedentium correlaria notum est,

2187  
2048  
139  
102  
37  
28  
9  
1

Eij.

Semito?

¶ Semitonium minus atque semitonium maius, in super particulari 26  
proportione non cadunt: sed ea in superpartiente ratione consistere ne-  
cesse est.

¶ Nam semitonium minus per correlatum uicesimæ primæ huius: cadit inter ses-  
quioctauamdecimam & sesquinonamdecimam. atque inter sesquioctauamdecimam  
& sesquinonamdecimam: nulla cadere ualet intercepta, mediæque superpar-  
ticularis habitudo. sunt enim ille superparticulares proximæ maior atque minor. i-  
gitur semitonium minus: in superparticulari ratione consistit. neque per idem semi-  
tonium maius. Nam per correlatum præcedentis: cadit in aliqua proportione me-  
dia inter sesquiquintamdecimam & sesquiquartamdecimam duas proximas super-  
particulares, quæ superparticularē mediā nullam admittunt. non igitur semito-  
nium maius: cadit in superparticulari ratione. sed & cum rationes semitonij mi-  
noris atque maioris. multis superparticularibus (ut iam uisum est) sunt minores  
erunt etiam minores ratione duplari, quæ multiplicium minima est, utque a mini-  
mo numero denominetur. nullus enim numerus binario minor. non est ergo semito-  
nij minoris habitudo multiplex: similiter neque semitonij maioris. relinquitur igitur  
a sufficienti diuisione, cum ille sint inter maiorem terminum, & minorem: eas  
esse in superpartienti genere. quod est propositum. Id tamen propter sophistas ad-  
uertere licet: quod tonus & suæ partes, consonantiæ: & consonantiarum partes in-  
tensæ, semper in superparticulari, superpartienti, aut multiplici habitudine cadunt.  
remissæ uero: in superparticulari, superpartienti, aut submultiplici. At uero & si ita  
est: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulari habitudine, superpartio-  
enti, aut multiplici, idem superparticularē & superparticularē reputantes: &  
pro uno computantes. similiter superpartiens & superpartiens, & multiplex &  
submultiplex.

¶ Musicum comnia in chorda reperire.

27

A	f	g	c	b
256		243		
d		e		

¶ Sit a b chorda supra quam sit propositum reperire musicum comnia: in qua a b  
& c b sit sesquioctaua proportio atque tonus. sint præterea de minimi termini se-  
mitonij minoris. diuido spacium a b in partes æquales secundum d: ex quarum  
numero

numero ab ipso b uersus a, capio secundum numerum e, & in termino earum pono notam f. tunc quæ proportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b semitonium minus. Rursum c b spacium seco in æquas partes secundum numerum e: & earum partium ab ipso b uersus a metiendo, summo secundum numerum d, & in earum termino pono notam g. manifestum etiam est g b & c b esse semitonium minus. sed & cum a b & f b probatum sit etiam semitonium minus. ergo intervalum f b & g b est quo sesquioctaua proportio a b & c b: maior est duobus semitoniis minoribus. est igitur per diffinitionem f b & g b inuentum musicum comma: quod erat monstrandum.

28 ¶ Comma: in minimis numeris constituere.

531441	524288		497664	472392
k	g		h	i
	65536		62208	39040
	c		d	e
	256		243	
	A		b	
		8		
		f		

¶ Sint a b minimi numeri semitonij minoris. duco a in se & in b, & b in se & exurgant c d e: eruntque c d & d e duo semitonia minora coniuncta. sit præterea f octonarius: qui ex decima octaua huius est primus ad b. quare per undecimam tertij arithmetices, & primus ad e. non habet igitur e octauam. duco ergo f octonarium in c d e: & proueniant g h i, ut i scilicet oriatur ex f in e. certum est etiam inter g h & h i esse duo semitonia minora. & quia c est octaua pars i: addo e & i simul, sitque eorum aggregatus k. dubium nullum est k ad i esse sesquioctauam: & k g esse proportionem, qua sesquioctaua maior est g h & h i duobus semitoniis minoribus. sunt igitur k g numeri commatis. sed quod sint minimi ex decima quinta tertij arithmetices notum est. Nam subtracto ut eai ipsa docet g ab k, & eo quod relictum est subtracto quoad potest ab g, & sic deinceps: tandem (ut ad latus adiectum apparet) relinquitur unitas. Et quemadmodum comma duabus diesibus est præpositum: ita quoque quam facillimum est comma duabus diesibus subiungere, aut duabus interserere.

E ij

Sesquise-

¶ Seseptuagesimaquarta: commatis proportione transcenditur. 29

531441	531372	72	524288	7084	72
A	d	74	b	c	74

¶ Sint enim a b minimi commatis, per præcedentem reperti. elicio per decimam huius: septuagesimamquartam b, quæ sit c. adicio itaque b & c simul: & coalescat aggregeturque numerus d. qui si ad b conferatur: comperitur seseptuagesimusquartus. atqui idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per undecimam huius: ratio commatis septuagesimamquartam proportionem.

¶ Commatis ratio: seseptuagesimatertia proportione minor est. unde fit vt commatis ratio: interseptuagesimamquartam & septuagesimatertiam constituta reperiatur habitudinem. 30

531470	2	531441	524288	7182	2
d	73	A	b	c	73

¶ Sint a b, ut prius, minimi numeri commatis. capio septuagesimatertiam partem b: quæ sit c. iungo b & c simul: & aggregetur d. eritque d ad b seseptuagesimus tertius. & d maior a esse conspicitur. ergo commatis ratio per undecimam huius, seseptuagesimatertia proportione minor est: quod erat monstrandum. Corollarium ut alia notum est.

¶ Commatis ratio: in superpartiente ratione consistit. 31

¶ Non enim in superparticulari consistet: quandoquidem duæ superparticulares proximè seseptuagesimaquarta & seseptuagesimatertia, omnem prorsus mediam excludant superparticularem. & tanto minus in genere multiplici consistere valebit: ut quæ septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquatur ergo ut ea in superpartiente genere consistere possit. est enim ea maioris & minoris habitudo.

¶ Rationes schismatis atque diaschismatis: sunt ignote, atque irrationalis. Quo fit vt quarum minimi numeri tetragonum latus non habeant: medietatum rationes ignote irrationalisque sint omnes. 32

256	243				
A	b	c	d	e	
53144	524288				

¶ *Eas rationes ignotas atque irrationales dicimus: quæ nullo certo, constitutoque numero designari ualent unquam. ut neque in geometricis diametri & costæ quadrati proportio: quales schismatum, diaschismatumque proportiones esse dicimus. sint ergo primo ab minimi semitonij minoris: per decimamoctauam huius inuenti. b enim, ut illic quoque monstratum est) nascitur ex nouenario in se, & ternario in productum nouenarij in se. at numerus qui ex ductu nouenarij in se exurgebat, erat quadratus: & ternarius non est quadratus. ergo per decimamquartam sexti arithmetices b minus semitonij minoris extremum, ex ductu quidem non quadrati in quadratum proueniens: non est numerus quadratus. si possibile est ergo ut diaschismatos proportio in numeris sit nota: sint ergo per sextam quarti arithmetices duo diaschismata in minimis c d e coniuncta. manifestum enim est cum diaschisma sit semitonij minoris dimidium: c d & d e simul esse semitonium minus, & c ad e esse semitonij minoris interuallum. sed & cum proportiones c d & d e sint concinuate in minimis: ergo per quintam quarti arithmetices, c e sunt in sua proportione minimi. sunt ergo minimi in proportione semitonij minoris. sed & tales positi sunt a & b. igitur c & e iidem erunt numeri cum a & b: scilicet c idem a, & e idem b. Præterea quia quæ proportio c ad d ea est d ad e: ergo per primam sexti arithmetices c numerus est quadratus, & e numerus quadratus. quare & b idem numero e etiam quadratus. at b demonstratus est non quadratus. erit itaq; idem numerus quadratus & non quadratus: quod est impossibile. non igitur diaschisma note proportionis habebitur. Et idem de proportione schismatos demonstrabitur, sint enim a b subter designati minimi numeri commatis. quia per uicesimamoctauam huius b minor proportionis commatis terminus: fit ex ductu octonarij in quadratum lateris ducentorum quinquagintasex, & octonarius non est quadratus: ergo per decimamquartam sexti arithmetices b minor terminus commatis, non est quadratus. non igitur, simili ut prioris partis demonstratione: a b certis designatisque numeris potest æquis proportionibus diduci. est igitur schismatos eius scilicet medietatis ratio ignota, atque irrationalis. Correlarium ex modo demonstrationis notum est.*

3) ¶ *Tonus: duobus semitoniis minoribus: & commate constat.*

¶ *Nam ratio sesquiocstaua: duobus semitoniis minoribus, atque uno commate constat. superat enim duas dieses duoque semitonia minora uno commate. at to-*

M

nus in eadem ratione consistit. constat igitur tonus ex duobus semitonis minoribus & commate.

¶ Tonus a duobus semitonis minoribus: vno commate distat. 34

¶ Nam subtracto a sesquioctava proportione uno commate relinquuntur duo semitonia minora: igitur & eodem commate a tono deducto duæ dieses & duo semitonia minora relinquuntur. distat ergo tonus a duobus semitonis minoribus: uno commate.

¶ Semitonium minus tribus commatibus maius est: vero quattuor. 35  
vnde manifestum est apotomen: plura quattuor & pauciora quinque continere commata.

r	277531995223258301621530747994112
q	328128389443693511257205710231761
p	263600061952401802360312389097530
o	2178396179632950626746368
n	2153693963075557766310747
m	2067895430987964852731904
l	17098604635172352
k	1607718169966569
h	16231265527136256
g	134217728
f	129140163
e	127401984
d	524288
c	531441
b	243
A	256

¶ Non est græci curiositas calculi labore deterrita: quo minus quot commata in diesi, quot in apotome, quot denique in tono sint, peruestigaret. quod nisi a prioribus tentatum cognovissem, cum id quoque plus laboris quam (ut mihi visum est) in musicis modulationibus usus, utilitatique afferat: missum fecissem. qui tamen id cognoscere desideraverint: hoc pacto deprehendent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris,



minoris, & e d minimi commatis: per decimiam octauam & uicesimam octauam huius reperti. duco b in c & d & proueniant e f, & a in c & ueniat g: per septimam secundi arithmetices f ad e est commatis habitudo. & per octauam eiusdem: g ad e habitudo dieseos, semitonii que minoris. Deinde duco e in e, & f in f, & e in g: & nascantur h k l. per sextam quarti arithmetices perquam facile cognosci potest k h, continere duo commata: & per septimam secundi eiusdem l ad h esse semitonium minus. deinde duco d in h, & c in k, & d in l: & eo ordine ueniant m n o. per eandem sextam quarti cognitu facillimum est n m continere tria commata. & per septimam secundi: o m continere semitonium minus. at n numerus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus: tria uincit, exuperatque commata. Deinde duco h in h & k in k & h in l. & suo ordine exurgant, orianturque p q r. manifestum est per idem quod prius: q p continere quatuor commata, & r p continere semitonium minus. at numerus r minor est numero q. igitur quatuor commata: amplius sunt semitono minore. Correlarium autem hinc notum est: quod semitonium maius solo commate superat semitonium minus. atqui semitonium minus: plura tribus & pauciora quatuor ut modo uisum est, continet commata. igitur unico superadicto commate: semitonium maius quod uocant apotomen, plura quatuor & pauciora quinque continere est necesse.

36 ¶ Tonum: plura septem continere commata necesse est.

¶ Nam tonus ex semitono minore & apotome coalescit atque constituitur. at semitonium minus per penultimam tria continet commata & amplius: & per precedentem apotome quatuor & amplius. tria autem & quatuor & amplius: septem sunt & amplius. igitur tonus plura quam septem continet commata.

### ¶ Secundi elementorum Musicalium finis.



Esquitonus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem & trihemitonium, trisemitoniumque: inferius dicemus.

Ditonus: est qui duos complectitur tonos.

Tritonus uero: qui tres.

Consonantia simplices sunt diatessaron, diapente, & diapason.

Composita uero: diapason, diapente, bis diapason.

Diatessaron: est consonantia, quae ex interualli sesquitercia ratione nascitur.

F

Diapente:

Diapente: quæ nascitur ex sesquialtera.

Diapason vero: quæ ex dupla.

Diapason diapente: est quam adinuicem iunctæ constituunt diapason ac diapente consonantiæ.

Bis diapason: est quam coniungunt duæ diapason consonantiæ-

**C** Nec alius ascendunt Pythagorici: quòd alius ascendentibus uoces quoquo pacto illis stridula uisæ sint. Et quòd unicuique ferme suæ uocis modum, limitesque ad consonantiã bis diapason natura fecerit, quòdque habita contemplatione musici ad usque consonantiã bis diapason: reliquam ut habeatur quàm facillimam putauerunt, ut qui ad ter atque quater diapason musicos modulos aptare uoluerint. Et hac quoque de causa musici ferme omnes in definienda, determinandãque atque tradenda disciplina musiciã limites Pythagore non transcendunt: putantes eius limitibus contenti, et priscam, ueteremque auctoritatem secuti, sufficiẽter determinasse. quod et nos in hoc opere tentabimus imitari.

**C** Sesquitonus: inter sesquiquintam atque sesquisextam collocatus est. unde fit ut etsi sesquitonus iocundæ, suauiterque auditum feriat: nondum tamen consonantiã ponendus sit.

291	3	288	283	3	256	243	48	3	40	3
d	f	A	e	6	b	c	f	5	g	6

**C** sit ergo a ducenta octuaginta octo: b uero ducenta quinquaginta sex, et c ducenta quadraginta tria. per decimanoctauam secundi huius: manifestum est a ad b esse tonium, et b ad c esse semitonium minus. quare a ad c per diffinitionem erit sesquitonus. quem dico in proportione minore consistere, quàm sit sesquiquinta: et maiore sesquisexta. Nam capio per decimam secundi huius quintam partem c: et ueniet numerus 48 et tres quintæ qui sit f. addo igitur f ad c et aggregatus fiat d: qui maior inuenitur quàm a. igitur per undecimam secundi huius: d ad c proportio maior est quàm a ad c. At uero d ad c sesquiquinta est. est itaque sesquitonus in proportione minore constitutus: quàm sit sesquiquinta proportio. Capio denique per eandem decimam secundi sextam partem c: et ueniet mihi numerus 40 et semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerum c: restituat numerum e. certum est numerum e minorem esse quàm a. quare ut prius, a ad c sesquitonus: maior est quàm e ad c, qui in sesquisexta proportione constituitur. quod est propositum. Correlarium etiam cognoscitur. et primum quòd sesquitonus suauiter feriat auditum: cuiuslibet

culuſlibet muſicis modulationibus intenti, fidem facit ſenſus. quòd uero nondũ conſonantia ſit : iccirco euenit quòd ſeſquitonus in ſuperparticulari ratione non conſiſtit. quandoquidem inter ſeſquiquintam & ſeſquiſextam proximas ſuperparticulariter: nulla cadit interſtes, mediãque ſuperparticularis habitudo. neque quidem eſt in multiplici genere: quoniam per undecimam primũ huius dupla proportio quæ multiplicium minima eſt, ex ſeſqualtera, & ſeſquitertia proportione maximus quidem ſuperparticularibus, exurgit atque naſcitur. conſonantia autem omnis per diffinitionem in ſuperparticulari aut multiplici ratione conſiſtit. eſt ergo totum propoſitum notum.

- 2 ¶ Itidem ditonus, inter ſeſquitertiam atque ſeſquiquartam medius: minime muſicam complet atque perficit harmoniam.

85	1	81	80	72	64	21	1	16
D	3	A	E	B	C	F	3	G

¶ Harmoniam & conſonantiam idem dicimus: & huius ut præcedentis procedit demonſtratio. ſint ergo a b c duo toni in minimis conſtituti: ut 81, 72, 64. dico ditonum a ad c: conſiſtere in proportione minore ſeſquitertia, & maiore ſeſquiquarta, & muſicam conſonantiam haudquaquam perficere. Capiò enim tertiam partem c per decimam ſecundi huius, ut sæpè factum eſt: ut uenit unum & uiginti cum triente unius, qui numerus ſit f. addo itaque f 21 & trientem ad numerum c 64: & aggregatus eſt 85 cum tertia parte unius qui idem ſit d. manifeſtum eſt d ad c eſſe ſeſquitertium. at d maior eſt a. continet enim a duntaxat unum & octuaginta: d uero octuaginta quinque & amplius. eſt ergo ſeſquitertia proportio: ditono maior. Et ruſum capio quartam partem c quæ ſit g: quam addo ad c & ſurgat e, qui erit ad c ſeſquiquartus. at a maior eſt e. igitur per undecimam ſecundi huius: ditonus ſeſquiquartum transcendit. & cum inter ſeſquitertium & ſeſquiquartum nullus cadat ſuperparticularis medius, neque multiplex: erit ergo ditonus in proportione ſuperpartiente collocatus. quare muſicam conſonantiam (eſi in muſicis modulationibus ſit eupbonus ſuauiſſimèque auditũ feriens) nondum tamen perficit.

- 3 ¶ Ditoni interuallum: ſola ſeſquitonum ſuperat apotome.

¶ Nam ſeſquitonus unum tonum continet integrum: & ſecundi toni continet ſemitonium minus. ſed cum tonus ex ſemitonio minore & apotome conſtet euas datque coalitus. ergo ſeſquitono ad ſecundi toni completionem: ſola deeſt

F ij apotome.

apotome. at ditomis solos duos incolumes, integrósque possidet tonos. ergo ditoni interuallum: sola apotome, solóque semitonio maiore, sesquitoni superat interuallum. quod est propositum.

¶ Diatessaron consonantiam: in data chorda collocare.

4

4	3				
A	c	d	e	e	b

¶ Cum enim epitrita, sesquitertiaque proportio, consonantiam diatessaron creet: i. circo data quacunque chorda ut a b eam in quatuor æquas portiones diuido. ut a c, c d, d e, & e b. & dico a b ad c b: consonare diatessaron. Nam a b continet c b: & insuper a c, quæ tertiæ parti c b æquatur. est ergo interuallum a b sesquitercium ad c b. ergo a b ad c b, per diffinitionem consonat diatessaron: & consonantia diatessaron in chorda a b data, collocata. quod est propositum.

¶ Tritonus: consonantiam diatessaron transcendit.

5

¶ Nam per decimamoctauam primi: tres sesquioctauæ proportionēs, amplius sunt sesquitercio interuallo. atqui in tribus sesquioctauis: per diffinitionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctauis consistit tritonus. & in epitrito, sesquitercioque interuallo: consistit consonantia diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit, ut proponebatur: tritonus.

¶ Consonantiam diatessaron: duobus tonis atque semitonio minore constare necesse est. Vnde facile comparatum est: sesquitonum tono, & ditonum semitonio minore citra diatessaron concentum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron: quinque dieses & duo commata continere.

¶ Diatessaron consonantia.					
A	c				b

¶ Sit a b & c b consonantia diatessaron. dico eam duobus tonis & semitonio minore constare. Nam cum a b & c b sit diatessaron: erit a b & c b per conuersionem diffinitionis sesquitercius. at cum semitonium minus: per diffinitionem sit id quo  
sesquitercia

sesquitercia. duobus tonis maior est. continet ergo a b & c b: semitonium minus & duos tonos. igitur consonantia diatessaron: duobus tonis, semitonoque minore constat. Et primum correlarium: hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitorus solum tonum & semitonium tonus contineat deest igitur ipsi ad consonantiam diatessaron complendam per presentem unus tonus. Et cum ditonus solum duos complectatur tonos: deest ipsi ad eandem complendam semitonium minus. Secundum uero hinc haud difficile perspicitur cognitum. Nam cum tonus per tricesimamtertiam secundi duas dieses & unum comma contineat: duo toni quatuor dieses & duo continebunt commata. at per presentem diatessaron consonantia: duobus tonis unam diesim superaddit. continet igitur consonantia diatessaron: quinque dieses atque duo commata. quod est totum propositum.

7 ¶ Quinque toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt, euaduntque maiores.

¶ Putauit Aristoxenus musicus diatessaron consonantiam duobus tonis & integro semitono constare. & proinde duas diatessaron consonantias: quique tonos implere cuius error ex tertio musices diui Seuerini Boetij, & ex hac & precedentem consonantia diatessaron non ex duobus tonis & semitono minore. quod ex uicesima prima secundi: inter sesquioctauamdecimam & sesquinonamdecimam proportionem collocatur. integrum autem semitonium per decimamquartam eiusdem: inter sesqui sextamdecimam & sesquiseptimamdecimam collocaretur. diminutius est ergo semitonium minus integro semitono. Quia ergo (ut per precedentem dictum est) consonantia diatessaron duos tonos, & semitonium minus continet: duae igitur diatessaron consonantiae continebunt tonos quatuor, & duo semitonia minora. & quia per tricesimamtertiam secundi: tonus continet duo semitonia minora & unum comma. ergo duae diatessaron consonantiae: quinque tonos uno commate minus, continent. quinque igitur toni: duas diatessaron consonantias uno commate vincunt atque euadunt maiores. quod intendebatur.

8 ¶ Consonantiam diapente: in assignato neruo constituere.

3	2		Consonantia diapente.
A	c	d	b

¶ Sit assignatus numerus ab supra quem iussum sit consonantiam diapente collocari. diuido a b in tres adinucem aequas partes per notas a c d b: ita ut a h tres contineat, & c b earum contineat duas. erit per diffinitionem a b ad c b: bemolium, ses-  
E iij.

sesquialterumque interuallum. sed consonantia diapente: per diffinitionem ex ea interualli ratione nascitur. ergo a b ad c b consonabit diapente. eritque a b ad c b in data chorda assignatoue neruo, consonantia diapente collocata.

¶ Tres toni: consonantia diapente minus sunt. & quatuor: eandem consonantiam transcendunt.

¶ Et si ex quinta huius satis cognoscitur tritonum non posse efficere diapente consonantiam: hæc etiam ostendit tritonum diapente consonantia esse minorem. Nam per decimamoctauam primi huius: tres sesquioctauis minus sunt sesquialtero interuallo. & per decimamnonam eiusdem: quatuor sesquioctauis sesquialterum superant interuallum. consonantia autem diapente: in sesquialtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti: minus sunt consonantia diapente. & quatuor toni in quatuor consistentes sesquioctauis: eandem consonantiam magnitudine transcendunt. quod est totum propositum.

¶ Consonantia diapente: tribus tonis, semitonioque minore constat. Quo fit ut a diapente subducto tono: diatessaron consonantia relinquatur. subducta autem diatessaron consonantia: relinquatur & tonus.

¶ Nam per decimam quintam primi si a sesquialtero interuallo sesquitercium demptum fuerit: relinquatur sesquioctauum. sed ut in demonstratione sextæ huius uisum est: sesquitercium continet duos tonos cum semitonio minore. ergo consonantie diapente sesquioctauum hoc est tonum, ultra duos tonos cum semitonio minore continens tribus tonis & semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Correlarium cognoscitur. Nam diapente per presentem continet 3 tonos cum semitonio minore at subtracto tono: residui sunt duo toni, atque semitonium minus. & per 6 huius 2 toni cum semitonio minore: constituunt consonantiam diatessaron. subtracto igitur tono a consonantia diapente: reliquitur diatessaron. sed & cum diapente constet ex tribus tonis cum semitonio minore: subtracta ergo diatessaron. consonantia que duobus tonis & semitonio more completur, relinquatur (quemadmodum secunda pars correlarij proponit) tonus. quod est totum correlarium.

¶ Diapente consonantia: minus octo semitonij minoribus continet.

¶ Nam cum tonus unus, duo semitonia minora & unum comma contineat: tres toni & unum semitonium minus, septem semitonia minora & tria commata continebunt. at tria commata per tricesimam quintam secundi huius: semitonio minore sunt contractiora. ergo diapente quæ per præcedentem tribus tonis & semitonio minore constat minus octo semitonij minoribus continebit. sed quemadmodum facile monstratum est diapente consonantiam nondum octauum attingere semitonium minus, octauam que diesum: ita quoque facile monstratum esset, eandem consonantiam nonum septimam attingere apotomen.

Diapente

12 ¶ Diapente consonantia: ditono, sesquitonoque coniungitur.

¶ Nam diapente per penultimam tribus tonis & semitono minore constat. & ditonus & sesquitonus simul tres tonos & semitonium minus efficiunt. igitur ditonus atque sesquitonus pariter copulati: consonantiam diapente iungunt. quod intenditur.

¶ Consonantiarum diapente & diatessaron: tonus differentia est. Quo

13 fit ut diatessaron consonantia, adiuncto tono: consonantiam diapente restituat.

¶ Differentia hic uocatur ea proportio: qua maior superat minorem. Nam per correlarium decimæ huius: subducto tono a consonantia diapente, relinquitur consonantia diatessaron solo igitur tono: consonantia diapente, consonantia diatessaron. est maior. est igitur per diffinitionem: harum consonantiarum tonus differentia. & correlarium statim ex propositione notum est.

14 ¶ Bis diatessaron: sesquitono consonantiam diapente transcendit.

¶ Diatessaron enim: per sextam huius, duos tonos atque semitonium minus continet. ergo bis diatessaron: quatuor tonos, & duo semitonia minora continebit. atqui a quatuor tonis & duobus semitoniis minoribus dempto sesquitono: relinquuntur tres toni & semitonium minus. At uero per decimam huius: consonantia diapente, totidem tonos cum semitono minore complectitur. ergo bis diatessaron: sesquitono consonantiam diapente transgreditur transcenditque, quemadmodum proponitur.

15 ¶ Consonantiæ diatessaron, ac diapente, in maximis superparticularibus sunt collocatæ.

¶ Nam ex diffinitione: consonantia diatessaron in epitrita siquitertia quæ proportionem collocatur, & diapente in hemiolia atque sesquialtera, at nullæ superparticulares: sesquialter a & siquitertia sunt maiores. nam a secunda & tertia parte. quæ maximæ sunt sese consequentes partes: denominantur. igitur hæ consonantiæ ex maximarum superparticularium originibus ductæ: in maximis superparticularibus sunt collocatæ, quod est propositum.

16 ¶ Bis diatessaron, aut bis diapente: nullam consonantiam componere potest.

¶ Hæc proponit duas diatessaron consonantias, aut duas diapente consonantias: nullam conflare posse consonantiam. Nam & diatessaron & diapente non in multiplicibus: sed superparticularibus sunt constitutæ. & per primam petitionem quæ interualli ad interuallum proportio est: ea quoque est & soni ad sonum. at per sextam primi duo similia interualla non multiplicia: neque multiplex neque superparticulare creant interuallum. quare neque illorum soni in multiplici:

F iij. neque

neque in superparticulari genere existunt. omnis autem consonantia: aut in superparticulari, aut in multiplici ratione collocanda est. sic enim consonantiae nomine: hoc in loco, Pythagoricam sequentes auctoritatem suscepimus utendum. ergo duae consonantiae diatessaron aut duae diapente: nullam efficiunt consonantiam. & non modo id uerum sit: sed & quotquot consonantiae diatessaron in immensum copulentur, & quotquot diapente, nullam unquam consonantiam ex quinta primi huius efficere ualebunt.

¶ Ad iuncto ad consonantiam diapente tono: nulla parabitur consonantia. item neque ad diatessaron trisemitonio.

G	11		Numerorum tria	T	3384	Numerorum R S tria			
E	27	F	16	Sexta maior	R	9216	S	5832	Sexta min.
C	9	D	8	Tonus	P	2304	Q	1944	Sesquiton.
A	3	B	2	Diapente	N	4	O	3	Diatessaron
					L	256	P	243	Semit. mi.
					H	9	R	8	Tonus.

¶ Et si hic sonorum congressus nondum consonantia sit: euphonia tamen musici reputant in clo, modulaminibusque aptum. sextamque: quot sex impleatur uocibus, nostri nunc nuncupant, & quatuor tonis atque una diesi, hoc est semitonio minore: constat. qui quod nondum consonantia sit patet. Accipio enim a & b ternarium & binarium: minimos scilicet numeros consonantiae diapentae. & c d nouenarium atque octonarium minimos numeros toni. & duco c in a & ueniat e septem supra uiginti, & d in b & ueniat f decem & sex. per tertiam, quinti arithmetices e ad f consistit sesquialterum & sesquioctuum: quare e ad f continet diapente atque adiunctum etiam tonum at manifestum est e ad f 27 scilicet ad 16 non esse multiplex. nam septem & uiginti: non continent bis aut tertio aut deinceps sedecim. neque e superparticularis est ad f. nam tria numeri e ad f est undecim qui numerus summae 16 pars nulla est. transcendit enim undenarius sedenarij dimidium. igitur adiunctus ad consonantiam diapente tonus: nullam parit consonantiam & simili argumento adiecto ad consonantiam diatessaron sesquitono nulla fit consonantia ut ex secundafiguratione per facile patere potest. sit tamen euphonia uocum congressio: quam item sextam nuncupant, sed que a prima contractior tota distet apotome. est ergo haec minor: illa uero maior. constat enim prima ut dictum iam est, quatuor tonis & una diesi: secunda uero tribus tonis & duabus diesibus. Primam sonat parhypate hypaton ad mese: secundam uero quae contractior est, sonat hypatæ bypaton ad lichanon



lichanon meson, quæ autem hypate, quæ parhypate, quæ lichani, & quæ mese dicantur: sequens liber declarabit.

18 ¶ Quo pacto diapason consonantia: in chorda sit adiungenda.



¶ Hæc consonantiarum ut in libro problematum testatus est Aristoteles: elegantissima pulcherrimaque est. Chordam ergo a b secundo per medium per notam c. & quia a b ad c b est dupla interualli habitudo: ergo per diffinitionem a b ad c b consonat diapason.

19 ¶ Consonantia diapason: in sex tonis minime consistit. sed quinque amplior: sex vero tonis, consonat contractior.

¶ Nam per uicesimam primi, quinque coniuncti secundo octauæ: minus duplici interuallo coniungunt. & per uicesimam primam eiusdem: sex coniuncti maiores uno duplici interuallo euadunt. ergo quinque toni, minores sunt diapason consonantia: & sex, eadem sunt ampliores. consonat ergo diapason quinque tonis amplior: sed & sex eadem modulabitur inferior.

20 ¶ Diapason: ex diatessaron & diapente consonantis coniungitur.

¶ Nam per decimam quintam huius: diatessaron & diapente in maximis superparticularibus sunt collocatæ. at per undecimam primi: duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur. & duplex interuallum: consonantia diapason interuallum existit. igitur consonantiam diapason: diatessaron & diapente consonantia simul coniungunt. quod est propositum.

21 ¶ Consonantia diapason: quinque tonis & duobus semitoniiis minoribus, quæ tonum minime complent, perficitur. Vnde quoque manifestum esse potest: consonantiam diapason solo a sex tonis commate distare.

¶ Per præcedentem enim diatessaron & diapente consonantiam diapason iungunt diatessaron autem per sextam huius duobus tonis & semitonio minore constare monstrata est: & diapente per decimam tribus tonis semitonioque minore. at duo toni & semitonium minus, & tres toni & itidem semitonium minus simul conflati: quinque efficiuntur toni atqui duo semitonia minora tonum non perficiunt: uerum ab eo deficiunt commate. igitur consonantia diapason: quinque tonis & duobus semitoniiis minoribus, quæ tonum implent, quemadmodum iam propositum est, perficitur. Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest. Ex quo liquet perfacile esse in neruo musicum comma peruestigare. Nam in eo a principio constitutis, continuatisque sex tonis, & ab eodem nerui initio ad mediam chordæ notam intensa diapason consonantia: quod inter mediam nerui notam, & ultimum sex tonorum signum continetur, ex præsentis correlario erit commatis interstitium.

¶ Dempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron.  
 & ex eadem dempta consonantia diatessaron: relinquitur diapente. de  
 ptis autem ex ea diapente & tono: relinquitur sesquitonus. 22

¶ Prima pars & secunda statim per perultimam cognita sunt. Item & per præcedentem. Nam per præcedentem diapason quinque tonis & duobus semitonis minoribus constat: a quibus si tres tonos & unum semitonium minus tollas, quæ per decimam huius diapente consonantiam continent, relinquuntur duo toni & semitonium minus, quæ per sextam huius diatessaron consonantiam efficiunt. dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron, quod est primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nam ex quinque tonis & duobus semitonis minoribus: si duos tonos & semitonium minus tollas, relinquuntur tres toni & semitonium minus. Tertium consimiliter. demptis enim a consonantia diapason, hoc est a quinque tonis & duobus semitonis minoribus: demptis inquam quatuor tonis & semitonio minore: reliquus est tonus unus & semitonium minus. Et quot dieses, quot apotomas, quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillime. in nulla tamen æqualiter: tota ipsa diuidua est. quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit: quæ omnino in quotlibet æquas proportionales quæ multiplices non sint, per sexagesimam noni arithmetices diuidi non potest.

¶ Nulla simplex consonantia: in duo æqualia, certo, constitutoque numero diuisibilis est. 23

¶ Simpliciter consonantias uocamus diatessaron, diapente, diapason. de diatessaron autem & diapente constat: quæ ex superparticularibus interuallis surgunt, quæ per quintam primi nullo pacto huc in modum dirimi possunt, de diapason uero consonantia: idem subit iudicium. Nam quoniam minimi eius numeri sunt duo & unum & duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesimæ secundæ secundi huius consonantia diapason quæ consistit in proportione duorum ad unum. minime in duo æqualia partitur, & eodem quoque iure neque eadem consonantia in plura duobus dimetietur, dirineturque æqualia. Et profecto uelle hoc pacto consonantiam diapason in plura æqua diducere: est in geometricis diametrum coste quadrati uelle commensurare. sed id ultimum: musicum non est. 24

¶ Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse.

E	8		f	3		g	2	
	2	1		4		3		
A	b		c		d			

¶ Et si in diapason ac diatessaron sit duarum uocum dulcis, amenaque congressio, ut quemadmodum compulsetur sesquitonus: non ideo tamen euenit diapason ac  
 di.

diatessaron consonantiam dic intereri. Tametsi Ptolomæo secus quam Pythagorici hac in re uisum sit: quod monstratur facillimum, est. Sint enim a & b binarius & unitas, minimi scilicet numeri consonantiæ diapason. & c d quatuor & tria minimi idemtidem consonantiæ diatessaron. duco c in a & ueniet octonarius qui sit e: & d in b & ueniet ternarius, qui sit f. per tertiam quinti arithmetices, e ad f continet duplam & sesquiterciam: quare diapason ac diatessaron. sed e octonarius, non est multiplex ad f ternarium, neque superparticularis: quod eum bis contineat & in super binarium qui ternarij non pars ulla est sed partes. est enim octonarius ad ternarium: duplex superbipartiens. Non est igitur diapason ac diatessaron consonantia. omnis enim consonantia: aut in superparticulari, aut in multiplici genere, ex diffinitione consistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nono problematum libro quod Pythagoricis consensit Aristoteles: cum inquit cur non bis diapente, aut bis diatessaron reddi consonantia potest, ut bis diapason coaptari solet. Hoc (inquit) ideo est quod diapente consonantia posita in proportione sesquialtera est: diatessaron uero in sesquitercia. quod si duo sesquialteri aut sesquitercij numeri ordine disponantur: extremi nullam inuicem proportionem habebunt. neque enim superparticulares neque multiplices esse poterunt. at diapason concinentia quonia in duplari proportione consistit: hoc geminata, quadruplam inuicem extremi tenebunt. habebuntque proportionem. Vides ergo quo pacto Aristoteles consonantiarum proportiones solas superparticulares aut multiplices efficit: superpartientes: quasi prorsus nullæ sint, repudians. Et re uera Ptolomæi cum Pythagoricis magis in nomine quam in re ipsa dissensio putanda est. sed de his hætenus.

25 ¶ Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. estque diapason ac diapente: consonantia vna.

¶ Quia enim diapason ac diapente in tripla ratione consistat: hoc ideo est, quod ex duodecima primi ex duplici atque sesquialtero interuallo triplex nascitur interualum. duplex autem & sesquialterum: sunt consonantiarum diapason & diapente interualla. igitur iunctæ consonantiæ diapason ac diapente: in tripla ratione consistunt. sed cum sensu iam satis exploratum hunc concentum modulatæ: suauiterque ad auditum peruenire: ergo per diffinitionem is concentus consonantia est. quod est totum propositum.

¶ Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.

26

27			8
e			f
3		1	9 8
a	†	b	c d

G ij.

Melos

¶ Melos hic uocamus suauem auribus acceptam uoculationem, amenumque plurimū uocum congressum, sed quod diapason diapente & tonus simul iuncta, melos cōstituent. statim notum est. Nam hæc sonorum uoculatio suauiter. ut experientia discitur, auribus accidit. sed quod consonantiam nullam parent: ostenditur. quoniam enim per præcedentem diapason ac diapente in tripla proportione consistit. sint ergo a b tria & unum minimi consonantiæ diapason ac diapenter: & c d nouem & octo, minimi numeri toni. duco c in a & d in b, & ueniant e f, 27 scilicet & 8. inter quæ est diapason diapente atque tonus. sed e ad f neque superparticularis neque multplex: quinimo e continet f ter & tres eius octauas, estque e ad f triplus superpartiens octauas. non concinit igitur e f aliqua consonantia. quod totum est propositum.

¶ Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitu dine. 27

¶ Quia enim bis diapason in quadruplari consistat: statim est manifestum. Nam per decimam tertiam primi, duo duplicia interualla: quadruplex iungunt interuallum. diapason autem in duplari consistit. igitur bis diapason quadruplarem iungit habitudinem: quæ est multiplex. & cum bis diapason ad auditum suauis, emodulataque perueniat: ut id quoque sensu satis perceptum est. ergo per diffinitionem erit consonantia. quod erat monstrandum. Pythagorici & prioris musici omnes, concentuum modum in terminis quadruple atque in finibus consonantiæ bis diapason perstrinxerunt: non temere longius progressi, aut quod inter illos terminos unicuique factus a natura reperitur suæ uocis modus, aut quod stridulus ille canor illis (ut iam quoque dictum est) uisus est, quodue seriam iam relinquunt mediocritatem, aut quod hætenus contemplatio satis ipsis esse uisa est ad musicam institutionem. posteritas autem ad ter diapason uel & amplius adauxit ad terminos usque octuple longius euagata: de quibus necessaria speculatio non incumbere uidetur, sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nam qui modulationem supra bis diapason cognoscere desyderabunt: facili demonstratione ut præcedentia percipient. bis enim diapason ac diatessaron: in proportione quincupla sesquitertia consistit. & proinde plane consonantia putanda non est. bis diapason ac diapente in proportione sescupla: & ideo consonantiis annumerata. ter uero diapason: in proportione octupla.

¶ Omnes consonantias: in data chorda suo ordine subiungere: & eas sensu perceptibiliter experiri. 28

a	c	d	e	f	g	h
---	---	---	---	---	---	---

sit

¶ Sit a b data chorda in qua propositum sit consonantias diatessaron, diapente, diapason, diapason ac diapente, & bis diapason situare. colloco in signoa brachium circini immobile & ad totius chorde quartam partem extendo circini brachium mobile: & in termino eius pono notam c. deinde extēdo idem brachium ad eiusdem chorde partem tertiam: & in termino pono d. mox ad totius chorde partem mediam quam designo nota e. deinde eodem brachio capio totius chorde bissen, hoc est duas tertias: & in termino bisses pono f. mox extendo circinum ad chorde dodrantem, hoc est ad tres eius completas quartas: in cuius sine affigo notam g. tunc sic a b & c b, per quartam huius: consonat diatessaron. a b & d b per octavam: diapente. a b & e b per decimamoctavam: diapason. a b & f b per uicesimam quintam: diapason ac diapente. postremo uero a b & g b per præcedentem: bis diapason. suppone igitur musicale hemispherium sensim singulis chorde notis, & sonos ad totius chorde nam diligenter attende: & suo ordine propositas concinentias annotabis. quod promptius experiri ualebis: si chorde a b chordam equisonam, unisonamque etiam collocaueris, cuius sonum cum singulis sectionum a b percussionibus non segnitèr attenderis.

29 ¶ Consonantiarum hoc pacto digestarum: finis consonantiæ diatessaron, ad finem diapente sonat tonum. ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac diapente: inconsonus. ad finem uero bis diapason: consonat diapente ac diapason.

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

¶ Sint a, c, d, e, f, g, b modo qui dictus est digestæ consonantiæ: dico c b finem consonantiæ diatessaron ad d b sonare tonum, ad e b esse diapente, ad f b inconsonum esse, ad g b uero consonare diapente ac diapason. Nam per præcedentem a b & c b est diatessaron: & a b & d b diapente. dempta ergo a b & c b diatessaron consonantia, a b c b & d b diapente: per correlarium decimæ huius relinquitur tonus. quod autem relinquitur est c b & d b: igitur c b ad d b sonat tonum. & quoniam per præcedentem a b & e b concinit, modulaturque diapason: subtracta igitur a b & c b diatessaron ab a b & e b, per uicesimam secundam huius quod relinquitur est diapente. atqui quod relinquitur est c b & e b: igitur c b ad e b consonat diapente. & quia per præcedentem a b & f b consonat diapason ac diapente: subducta igitur a b & e b consonantia diapason: quod relinquitur est diapente. quod autem relinquitur est e b & f b. igitur e b & f b consonantia est diapente. sed per modo monstratum c b & e b etiam diapente est: igitur c b & f b est bis diapente. at per

G. iiij      decimam.

de cimam sextam huius bis diapente consonantia componi non potest: igitur e b ad f b inconsonus est. postremo quoniam ut ex precedenti notum est a b & g b consonat bis diapason. dempta igitur a b & e b diapason consonantia: relinquitur e b & g b esse diapason. atque c b & e b per secundam partem huius monstrata est esse diapente. igitur adiuncta c b & e b consonantia diapente ad e b & g b, constituitur diapente ac diapason. consonat ergo c b & g b diapente ac diapason. quod est et otum propositum.

¶ Sic positis consonantiis: finis diapente ad finem diapason modulari 30  
diatessaron. & ad finem diapason ac diapente: modulari diapason. ad finem vero bis diapason, euphonus est: sed qui nondum consonantia est.

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

¶ Eslo precedentium hypothesis: dico d b finē diapente, ad e b consonare diatessaron. ad f b: diapason. & ad g b sonare diatessaron ac diapason. Nā per penultimā a b & e b cōsonantia est diapason. & a b & d b diapente. subtracta igitur a b & d b diapente, ab a b & e b consonantia diapason: per uicesimam secundam huius relinquitur diatessaron. quod autem relinquitur est d b & e b: igitur d b ad e b consonat diatessaron. & quia in precedenti monstratum est e b & f b esse diapente, & nunc d b & e b esse diatessaron: ergo per uicesimam huius d b & f b ex illis duabus conflata, coalitāque consonantia, modulabitur diapason. Rursum cum e b & g b in precedenti monstrata sit diapason, & e b & f b diapente: ergo per uicesimam secundam huius f b & g b est diatessaron. & d b & f b nunc monstrata est diapason. igitur d b & g b est diapason ac diatessaron. quæ cum modulatio sit euphona, & eam monstrauerit uicesima quarta huius non esse consonantiam: totum liquet monstratum propositum. & ex hac quoque pariter cognitum est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapente ut e b ad f b. & ad finem bis diapason: consonare diapason.

¶ Consonantiarum sic collocatarum: totius chorde atque cuiusque sectionis numeros designare.

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	b

¶ **D**uco duo, tria, & quatuor in se invicem: & numerum inde surgentem atque productum qui habebit secundam tertiam & quartam, pono totius lineæ numerum quem iccirco uoco numerum a b. ab quo demo quartam partem & reliquus sit c. b: & erit primus numerus ad ipsum sesquitercius, quare diateffaron. & ab eodem numero demo partem tertiam & residuus sit d b: eritque a b ad b sesquialter, quare consonantia diapente. & iterum ab a b diduco partem mediam, & residuus sit e b: eritque a b ad e b duplus. quocirca diapason consonantia inter eos exurgit. & numeri a b sumo solam tertiam quæ sit f b: erit ergo a b ad f b habitudo tripla. continebunt igitur a b & f b diapason ac diapente. Rursum numeri a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadruplus. quare a b & g b sunt numeri bis diapason. sunt itaque totius chorde a b & cuiusque sectionis eius secundum assignatas consonantias designati numeri. quod erat demonstrandum.

33 ¶ **Q**uotcunque harmonicas medietates assignare: inter quarum terminos eorumque differentias, omnes musicæ reperiantur consonantiæ.

Harmonicæ	12	8	6	Epitritus	b c	Diateffaron
Medietates	6	4	3	Hemiolius	a b	Diapente
	a	b	c	Duplaris	a c	Diapason
Differentiæ		2	1	Triplaris	c e	Diapason diapente
		d	e	Quadruplaris	b e	Bis diapason.

¶ **H**armonica medietas in arithmetiis diffinita est: quando trium terminorum ut maximus ad minimum, ita differentia maiorum ad differentiam minorum. sit ergo c quicumque numerus partem tertiam habens quæ sit e. duplo c: sitque duplatus a. manifestum est a ad c esse duplum. & quia c continet tria e: ipsum a continet sex e. addo e ad c & fiat b & erit notum b ad c esse sesquitercium, & b continere quatuor e, atque e esse differentia b ad c. Itidem quia b continet quatuor e, & a continet sex e: a erit sesquialter ad b. & quia b æquatur quatuor e, & a sex: ergo differentia a ad b æquatur duobus e, quæ sit d. quia enim d æquatur duobus e: ergo d duplus est ad e. dico ergo a b c datam esse harmonicam medietatem: inter cuius terminos a b c & eorum differentias d e, omnes musicæ consonantiæ reperiantur. nam a ad b maximi ad minimum monstrata est proportio esse dupla: & similiter habitudo d ad e differentia scilicet maiorum ad differentiam minorum etiam ostensa dupla. sunt igitur per diffinitionem a b c termini in harmonica medietate constituti. At si b ad c compares: monstratus est sesquitercius, quare consonantiæ diateffaron intervallum. & si a ad b: monstratus est sesquialter atque hemiolius, & diapente intervallum. & si a ad c: duplū habes & consonantiam diapason. si uero c ad e contuleris: habes:

habes triplum, & per uicesimam quintam huius consonantiam compositam diapason ac diapente. & si b ad e: quadruplum, & per uicesimam septimam huius bis diapason. at cum cætera monstrata sint non esse consonantias: constat diatessaron, diapente, diapason, diapason ac diapente, & bis diapason omnes consonantias quibus in disciplina se exercere solent musici, inter terminos harmonicæ medietatis & eorum differentias, fuisse reperiatas. & si duxeris binarium in a b c & in illos qui eundem prouenerint, & quoties uolueris in prouenientes: ex septima secundi arithmetices cognoscere promptum est toties constitui harmonicam medietatem, consimiles inter suos terminos & suorum terminorum differentias, consonantias musicas seruauantem. & idem fuerit si quemcunque alterum numerum in illos terminos duxeris. placuit tamen diuo seuerino quadragesimo octauo capite secundi sue arithmetices ad omnes consonantias musicas complectendas: duas ordinare medietates harmonicæ, unam in duplari, & alteram in triplari: sed & idem etiam fieri posse una sola constituta: iam satis monstratum arbitramur.

¶ Quotlibet maximas harmonias, quarum quælibet primordium consonantiarum, consonantiasque contineat omnes: constituere.

Maxima har.	24	18	16	12			
Maxima har.	12	9	8	6	Epogdous	bc	Tonus
	a	b	c	d	Epitritus	ab	Diatessaron
Differentiæ.	3			3	Hemiolus	ac	Diapente
	e			f	Duplari	ad	Diapason
Differentiæ.		4		2	Triplari	dh	Diapason diapente.
		g		h	Quadruplus	ch	Bis diapason.

¶ Maximam harmoniam uocant: quando quatuor solidorum terminorum in geometrica medietate constitutorum, inter maximum, unum mediorum & minimum medietas arithmetica continetur, & rursum inter maximum terminorum, alterum mediorum, & minimum continetur harmonica. Medietas geometrica: est quando terminorum, est proportionum similitudo. Arithmetica uero: quando terminorum est differentiarum equalitas. quid harmonica iam dictum est. solidi termini dicuntur: qui ex trium in se laterum ductu producuntur. sed hæc omnia ex arithmeticis quam notissima sunt. Primordium consonantiarum: appellamus tonum. Capiō ergo d numerum quemcunque qui secundam & tertiam habeat: sitque eius secunda f. & tertia h. duplo d & sit duplatus a: qui quidem a duplus erit ad d. addo h ad d sitque



sūque compositus c. eritque sesquitercius ad d. sed & cum a monstratus sit duplus ad d: ergo per undecimam primi huius, a ad c est sesquialter. Præterea f secundam partem d addo ipsi d, & compositus sit b: certum est b ad d esse sesquialterum. quare per eandem undecimam primi, a ad b est sesquitercius. Ab a c igitur qui monstratus est sesquialter, ablato a b sesquitercio: per quintamdecimam primi, relinquitur b ad c sesquioctauus. sit præterea g differentia a ad c. quia d continet tria b: c continebit quatuor, & a sex. ergo g differentia a ad c: continet duo h. est itaque g ad b duplus. & quia f est medietas d, & b est sesquialterum ad d: ergo b continet tria f. est itaque f tertia pars b. sed & a sesquitercius ad b addit super eum tertiam partem ipsius b: ergo differentia a ad b q; sit e æquatur f. dico ergo a, b, c, d maximam constituere harmoniam: q; tonū consonantiarū elementū, & omnē cōplectitur cōsonātiā. Nā a ad b monstratus sesquitercius. & similiter c ad d sesquitercius cōtinēt igitur a ad b & ad d per diffinitionē: geometricam medietatē. & differentia a ad b maximam ad unū mediorum est e, & b ad d eiusdem mediū ad minimum est f: & e & f monstrate sunt æquari. igitur per diffinitionem a ad b & b ad d constituuntur in arithmetica medietate. sed & a ad d maximus ad minimum monstratus est duplus: & similiter g differentia a ad c maximam ad reliquum mediorū, demonstrata dupla ad b differentiam c ad d eiusdem mediū ad minimum. igitur per diffinitionem a c d consistunt in harmonica medietate. Constat igitur per diffinitionem a, b, c, d si solidi sint constituere maximam harmoniam. quod si solidi non sint: duc quemcunque numerum in quemlibet ipsorum, & prouenient solidi in eisdem habitudinibus quorum cuiuslibet latera erunt unitas, numerus in illos ductus & singuli eorum ad singulos, sicque constabit maximam constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per diffinitionem b ad c continet tonum consonantiarum primordium. & a ad b est sesquitercius: igitur a ad b continet diatessaron. & a ad c monstratus est sesquialter: igitur a ad c continet diapente. & a ad d duplus: igitur a ad d diapason. & d ad b triplus: igitur d ad b diapason ac diapente. & c ad b monstratus quadruplus: igitur c ad b continet bis diapason. & quoties duxeris quemcunque numerum in a, b, c, d aut in productos ex illis: adiuuante septima secundi arithmetices & diffinitionibus, toties constitues maximam harmoniam, tonum & omnes consonantias continentem. est igitur effectum quod proponebatur. Et ex hac intelligere potes: esse demonstratum quæ diuus seuerinus affert de harmonia cubi quadragesimonono, & de maxima harmonia quinquagesimoquarto capite secundi suæ arithmetices.

34 **C**Omnia numerus ternaria progressionem ad se adiectus: omnem consonantiam in arithmetica medietate complet.

H

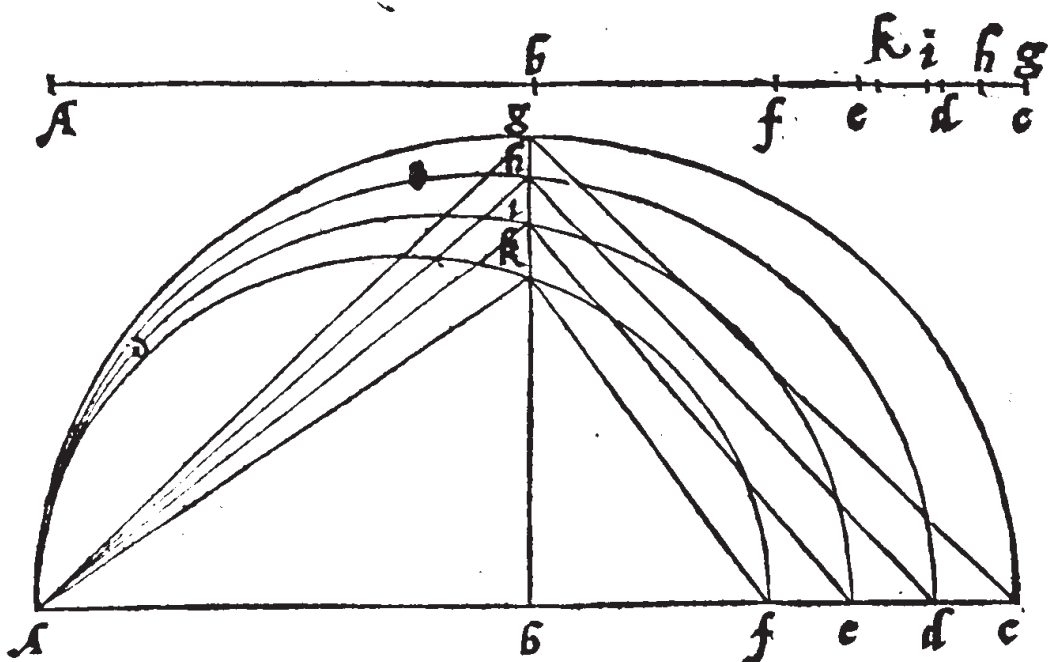
Consonantie

Consonantiae in arithmetica medietate				A prima unitate			
3	6	9	12	1	2	3	4
duplus diapason		sesquialterus diatessaron		duplaris epitri			
		sesquialterus diapente		bemiol.			
Triplus diapason		diapente		Triplaris			
Quadruplus bis diapason				Quadruplaris			
A secunda unitate				A tertia unitate			
10	20	30	40	100	200	300	400
diapas.	diatess.	diapas.	diatessa.				
diapen.			diapente				
diapa. diapē.	diapa.		diapente				
Bis diapason	Bis diapason						

Intelligitur ternaria progressionem ad se addit numerus: quando additur primo ad se semel, deinde bis, deinde ter. dico ergo quencunque numerum ad se hoc pacto additum: omnem constituere consonantiam musicam. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficitur & diapason consonantiam. & bis sibi additus: ad primam additionem sesquialterum constituit & diapente, & ad se triplum atque diapason diapente. nam in prima additione bis: & in secunda ter continetur. ter vero sibi additus: ad secundam additionem facit sesquialterum & diatessaron. nam primus numerus hic quater, illic vero ter continetur. & ad se quadruplum facit & bis diapason. in hac igitur progressionem omnis continetur consonantia musica. & quia continue numerorum ex eius additione surgentium, ipse numerus additus est differentia: ergo reperte consonantiae in arithmetica medietate continentur. & ex hac cognoscitur, cur in omnium unitatum quaternaria progressionem quae ubique denarii Pythagorici plenitudinem implet: omnes consonantiae musicae, & in arithmetica quidem medietate reperiantur.

Tonum & omnem consonantiam simplicem: in duo aequa partiri, ve 35  
raque medietatum puncta in chorda, geometricè monstrare.

Præcedentes septima secundi, & vicesimatertia terti: præcedunt tonum, diatessaron diapente ac diapason in duo aequa diuidi non posse. hæc uero monstrat quo pacto ea omnia possint in duo aequa partiri. nec hoc quidem repugnat. Nam præcedentes contendunt id effici non posse arithmetice certo, constitutoque numero, atque rationali habitudine: hæc uero id effici posse geometricæ sine numeri certa, constantique ratione.



¶ Sit ergo data chorda a b superior in qua lubeamur integrum semitonium, & cōsonantiarum diatessaron, diapente, ac diapasōn uera media reperire. facio a b & c b tonum. a b & d b diatessaron. a b & e b diapente. a b & f b diapasōn: eo qui in præcedentibus monstratus est modo. deinde in inferiori lineæ a c in definite quantitatis: capio a b æqualem lineæ superiori a b, & b c continue æqualem lineæ b c superiori. & a puncto b uersus c: capio lineam b d æqualem chordæ b d, & b e æqualem chordæ b e, & b f chordæ b f. & intelligo quatuor dimidios circulos a c, a d a e, a f. & a puncto b educo perpendicularem lineæ a c ad circumferentias semicirculorum a c, a d, a e, a f. & puncta ubi eos contingit lineæ sint g, h, i, k: ad quæ puncta educo a g, c g, a h, d h, a i, e i, a k, f k. at per nonam sexti geometriæ a b ad b g, ut b g ad b c. facio igitur in chorda superiore a b lineam b g æqualem inferiori lineæ b g. & cum proportio a b ad g b ut g b ad c, b ut præostensum est: sequitur tonum a b & c b esse in duo æqua diuisum, & punctum g esse medium ueri semitonij signum. & per eandem quæ proportio a b ad b h ea sit b h ad b d, esto igitur h b in chorda a b æqualis lineæ b h. per idem ut prius: ea erit proportio a b ad h b quæ h b ad d b. quare a b & d b diatessaron: in duo æqua partita est. & eodem pacto facta chorda i b superiori æquali lineæ b i, & chorda k b æquali lineæ b k: monstrabis consonantias diapente, & diapasōn in duo æqua esse partitas. & re uera hoc pacto uera schismata atque diaschismata, & dieses tetartemorias, atque reperias assignatis commatis: diescos, atque completi huius semitonij

ny interaallis: & sumptis (ut in precedentibus factum est) medijs proportionalibus chordis. sed hæc statim aliquantulum in geometricis exercitijs nota esse possunt. Hæc autem posteaquam repereris discere (si libet) per chordam in uoce tonum mediare, & semitonium: & quamcumque uoles in arte musica consonantiam.

¶ Tertij elementorum Musices finis.

**H**armonica regula: instrumentum est, quo cum (rationis adhibito iudicio) consonantiæ, consonantiarumque partes, in chorda perquiruntur. Melorum tria sunt genera: Diatonicum, Chromaticum, Enarmonicum. Diatonicum genus: melos est cuius partitio per semitonium minus, & duos tonos continuè procedit. Chromaticum: quod per duo inæqualia semitonia & trihemitonium conscendit. Enarmonicum uero: quod per duas dieses conscendit & ditonum. Diesis hoc in loco, semitonij minoris medietas est: ex differentiæ extremorum habitudinis eius, partitione proueniens, quæ & tetartemoria dicta est. sed ut earum semper maior quæ acutior, & minor quæ grauior, reperiatur: necesse est. Voces, nerui chorde, spacia: hoc ordine a graui in acumen nitentia, in vno quoque melorum genere sunt nuncupata.

Græcè nuncupationes	Nuncupationes latinè.
¶ Proslambanomenos	Acquisitus
Hypate hypaton	Principalis principalium
Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
Hypate meson	Principalis mediarum
Parhypate meson	Subprincipalis mediarum
Lichanos meson	Index mediarum
Mese	Media
Trite synezeugmenon	Tertio coniunctarum
Paranete synezeugmenon	Penultima coniunctarum
Nete synezeugmenon	Ultima coniunctarum
Paramese diezeugmenon	Submedia disiunctarum
Trite diezeugmenon	Tertia disiunctarum

Paranete

Paranete diezeugmenon	Penultima disiunctorum
Nete diezeugmenon	Vltima disiunctorum
Trite hyperboleon	Tertia excellentium
Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
Nete hyperboleon	Vltima excellentium

¶ Monochordum: est quod vnica chorda continet modulationem. Tetrachordum: quod chordis quatuor: Polychordum vero: quod pluribus chordis id continet quam quatuor. vt pentachordum: quod quinque. hexachordum: quod sex. & ita de heptachordo, octachordo, ennachordo, decachordo, endecachordo, dodecachordo, tridecachordo, tessara deca chordo, & pentadecachordo est intelligendum, quod vltimum omnino quindecim constat chordis. Proslambanomenos: est in vnoquoque genere, primo tetrachordorū grauissimus neruus adiūctus, a proximo primi tetrachordi neruo, toni interuallo distans. Tetrachordum coniūctum: est cuius principium est præcedentis tetrachordi finis. Disiūctum vero: cuius primordialis neruus in vnoquoque melorum genere, a proximo præcedentis tetrachordi finali neruo, vno tono disiūgitur.

¶ Tetrachorda sunt quinque: Tetrachordum hypaton, Tetrachordū meson, Synezeugmenon, Diezeugmenon, hyperboleon.

¶ Tetrachordum hypaton est.	¶ Tetrachordū synezeugmenō
Hypate hypaton	Mese
Parhypate hypaton	Trite synezeugmenon
Lychanos hypaton	Paranete synezeugmenon
Hypate meson	Nete synezeugmenon.
¶ Tetrachordum meson est.	¶ Tetrachordon diezeugmenō
Hypate meson	Paramese diezeugmenon
Parhypate meson	Trite diezeugmenon
Lychanos meson	Paranete diezeugmenon
Mese	Nete diezeugmenon

¶ Tetrachordum hyperboleon

Nete diezeugmenon

Trite hyperboleon

Paranete hyperboleon

Nete hyperboleon

¶ Modum hic vocamus: remissionem aut intensiorem omnium tetrachordorum gradatim in aliquo genere melorum, sui generis progressionem seruans.

¶ Modi sunt septem.

¶ Primus Hypodorius	1
¶ Secundus Hypophrygius	2
¶ Tertius Hypolydus	3
¶ Quartus Dorius	4
¶ Quintus Phrygius	5
¶ Sextus Lydius	6
¶ Septimus Mixoldius	7

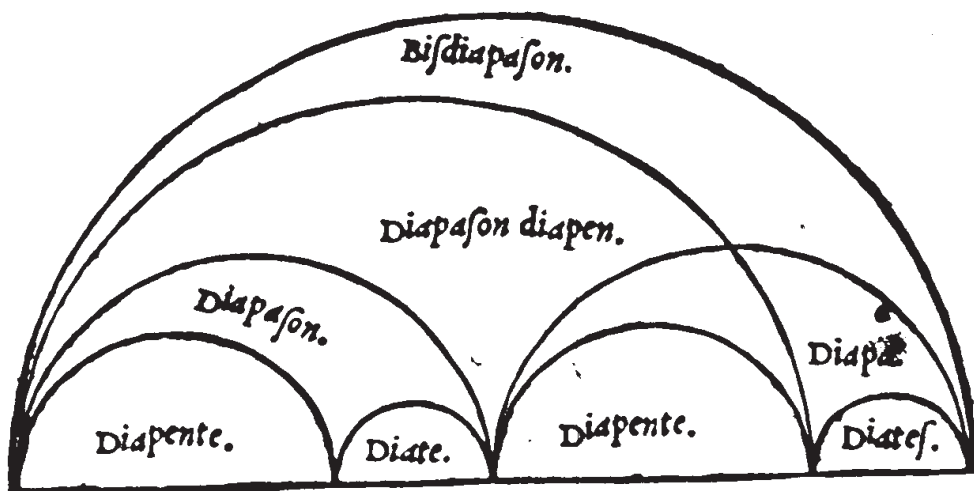
¶ Monochordi regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

¶ Quauis instrumenta musices quamplurima reperiantur ut Cythara, Tibie, Tuba. Licui, Multiforatile fistulae, Dextrae, Leue, simplices, Duplices: in quibus uno spiritu animandis (ut inquit Appuleius) fertur Hiagnis Lydorum rex Marsiæque pater primus in canendo manus discapedina. Je. præterea ut Pelte, Chordaciste, Sabuci, Hydraulæ, Nabilæ, Psalteria, Magades, Barbiti, Nauula, Pentades, Cornua, Hætagona. Mele, Testudo, Barbati, Plectra, Monochorda, Tetrachorda, Polychorda, & cætera id genus musica instrumenta: placuit tamen Philosophis in Monochordis, Tetrachordis, atque Polychordis monstrandis: cæterorum nos intelligere rationem atque compositionem. quocirca ut de monochordorum & Tetrachordorum compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordi regularis nos ostensionem conuertamus.

monochordū diatonicum.	A	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	b				
		T		S		T		T		S		T		S		T		T	
	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r				
T. Tonus S. semitonium minus.																			

¶ **M**onochordum igitur regulare iccirco dicitur: quod in unico neruo musice consonantiae harmonica regula peruestigentur. sit ergo a b chorda: in qua uolumus in diatonico genere consonantias regulariter collocare. accipio c planissimam regulam nullaq; ex parte subsultantem: aequalem lineae a b. & per primam & decimam-octauam secundi huius: ab c in d intendo tonum. & ab d in e semitonium minus. & ab e in f, in g intendo duos tonos. & ab g in h semitonium minus. ab h in i & i in k, duos tonos. Rursus ab k in l tonum. & ab l in m semitonium minus. ab m in n & n in o: duos tonos. ab o in p semitonium. ab p in q & q in r. duos tonos. ita quod continue semitono minori subiuncti sint duo toni: demptis d qui pro proslambanomeno primo semitono praepositus est tonus, & l tono qui tetrachordi diezeugmeni, hoc est disiuncti principium est. Rursum applico totam regulam harmonicam c r toti chordae a b. ita ut c sit cum a, & r cum b. & in chorda a b ubi applicantur d, e, f, g, & reliquae sectionum regulae notae: signo d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q & dico monochordum a b esse in genere diatonico regulariter diuisum. Quoniam enim sua interualla interuallis regulae c r respondent, euaduntque aequalia: a b & d b sonat tonum & d b & e b semitonium, & iterum e b & f b tonum continet. igitur a b & f b duos tonos & semitonium minus continens: per sextam tertij consonat diatessaron. Et quia f b & g b ut in regula continet tonum, & g b & h b semitonium minus, & h b & i b, & i b & k b, duos tonos. ergo per decimam tertij f b & k b tres tonos semitoniumque minus continens: concinit diapente. sed & monstratum est a b & f b modulari diatessaron: ergo per uicesimam tertij a b & k b quod ex consonantiis diatessaron & diapente consurgit coalitum, consonat diapason. Rursus k b & l b sonat tonum, l b & m b semitonium minus, m b, n b & o b duos tonos. quare k b & o b tres tonos & semitonium minus continens: per decimam tertij consonat diapente. sed a b & k b monstrata est diapason consonantia: ergo a b & o b consonat diapason ac diapente. Praeterea quia o b & p b semitonium est, & p b, q b & b duo toni: ergo o b & b concinit diatessaron. k b igitur & b ex diapente, diatessaronque constans: per uicesimam tertij consonat diapason. At uero a b & k b itidem monstratum est concinere diapason. ergo a b & b concinunt bis diapason. Et quia haec monochordi partitio per semitonium & duos tonos tacta processit, & est que modo monstratae sunt consonantiae harmonice regulae suffragio peruestigare: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per diffinitionem monstrata est. quod est propositum.

¶ **M**onochordi regularis constitutionem: in genere chromatico declarare.



	a	g					o					r							
Monochordum chromaticum.	A	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	b				
	T		S		A		TR		S		A		TR		S		A		TR
	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q					
	T. Tonus. S. Semitonium. A. Semitonium maius. TR, Trihemitonium.																		

In omni monochordo, atque polychordo hæc obseruatur proprietas: ut octaua modo nota, modo chorda prima, & decimaquinta octauæ, in consonantia diapason rectepet. & ubique pro proslambanomeno præiungitur tonus: interferiturque ubique inter mesen atque paramesen pro concentu disiuncto tonus. hoc est in monochordis a prima nota in secundam: & ab octaua in nonam collocatur tonus. sit ergo a b ut prius chorda in qua uolumus consonantias in genere chromatico regulariter reperire. capio c r regulam planissimam & illi assignate chordæ æquam. factoque per primam secundæ huius c, d tonum: & per decimam octauam eiusdem d e semitonium minus, & iterum per primam d f toni interuallum. erit ergo e f semitonium maius: & d e & e f duo semitonia. sed & ab f ad g metior tonum & semitonium minus: quæ æqua erunt trihemitonio. & g h & h i facio duo semitonia: minus scilicet atque maius. & i k extendo ad tonum & semitonium minus. simili quoque pacto k l fiat tonus, & l, m, n duo semitonia, & n o trihemitonium. Et regulam hoc pacto diuisam applico ex æquo lineæ a b. & in linea a b signo consimiles & consimilibus distantius notas: scilicet a, d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, b. quo per actio dico lineam a b esse regulariter in melodia chromatica diuisam. Nam c d tonus, & d f tonus, & f g tonus & semitonium minus. quare a & g continent tres tonos & semitonium minus. ergo per decimam tertij a ad g consonat diapente. & quia



quia g b l continent tonum: & i k trihemitonium igitur g ad k duos tonos & semitonium mixus continens per sextam tertij modulatur diateffaron. sed & a g probata est diapente: ergo a k constans ex a g & g k diapente & diateffaron per uicesimam tertij concinit diapason. Et penitus eadem ratione probaueris k o consonare diapente, & k b diapason. quare a o diapason ac diapente & a b recrepabit bis diapason: quam consonantiam nos transcendere Pythagoricorum uetat autoritas. qui tamen uolet ulterius conscendere: ex his que iam demonstrata sunt & que post ea demonstranda suscipientur, facile conscendet. Et cum iam monstrata partitio, per semitonium & semitonium & trihemitonium processerit, nisi ubi integer adiectus est tonus ut tum diapason, tum concentus disiuncti seruetur proprietas: patet ergo ex diffinitione factum esse quod in chromatico genere proponebatur faciendum, atque propositum.

3 Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere.

A Monochordum enarmonicum.														
T	D	D	TT	D	D	TT	T	D	D	TT	D	D	TT	
c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r
D. Diesis tetartemoria.							TT. Ditonus.							

Utit ut prius chorda a b, & c r regula eidem ut i ceteris æqua. ab pūcto c ad d extendo tonum, & ab d ad f semitonium minus: & spacium d f partior in æqualia per notam e. eruntque d e f duæ dieses. & f g facio duos tonos: qui ditonum implent. g h i ut prius duas dieses. i k ditonum. k l tonum. l m n duas dieses. n o ditonum. o p q duas dieses. & q r ditonum. quam regulam hoc pacto partitam, æqualiter applico lineæ a b: & similes notas, æqualiaque interualla in lineæ a b designo per medias inter a & b litteras d, e, f, g, h, i, k, l, m, n, o, p, q, b. & quia a d tonus, & d e f duæ dieses semitonium minus implentes, & f g ditonus: ergo a g tres toni & semitonium minus, per decimam tertij sonant diapente. sed & g h i duæ dieses & i k ditonus duos tonos & semitonium minus continentes: per sextam tertij sunt diateffaron. igitur (ut prius) per uicesimam tertij: a k continet diapason. & hoc pacto monstretur k o continere diapente & k b diapason: quare a o consonare diapason ac diapente, & a ad b consonare bis diapason. & quia hæc modulationis progressio per duas dieses & ditonum procedit: constat per diffinitionem monochordum enarmonicum regulariter esse partitum, in eoque musicas situtas esse consonantias & propositum.

4 Tetrachordum hypaton: in diatonico melo diuidere.

I

Prof.

## M

Proslambanomenos	A	A		
Hypate Hypaton	b	T	B	
Parhypate Hypaton	c	S		C
Lichanos Hypaton	d	T		D
Hypate meson	e	T		E

**C**superiores: Monochorda docuerunt ordinare. Inferiores autem: Tetrachorda, Pentachorda, Hexachorda & alia quæque Polychorda ad Pentadecachordum usque. quibus cognitis: cætera que amplius desiderarentur cognoscantur facillime. Constituto ergo b c d e tetrachordum hypaton: ita ut b sit hypate hypaton, c parhypate hypaton, d Lichanos hypaton, e Hypate meson, cui præiungo ad gravitatis partem a Proslambanomenon, chordam quidem quæ in tetrachordis non computatur: sed primo adiecta tetrachordo creat pentachordum. facio ergo intervalum chorde a sesquioctavum ad chordam b, & sesquiertium ad chordam d, & sesquialterum ad e. item facio c ad d se, quioctavum. dico ergo tetrachordum hypaton in genere diatonico (ut dictum est) esse divisum. Nam per diffinitionem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus. & quia a ad d sesquiertium est: isidem per diffinitionem proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron. sed & cum a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesquialterum: per idem a ad e consonat diapente. per decimamtertiam igitur tertij d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono disiungitur. Rursum quia c ad d sesquioctavum est: ergo c ad d sonat tonum. at vero quia a ad d diatessaron est, & ab tonus est, & c d tonus: igitur per b tertij b ad c reliquitur semitonium minus. Est itaq; hypate hypaton ad parhyp. hyp. semitonium minus. & parhypate hypaton ad lichanon hypaton tonus: lichanos hypaton ad hypaten meson tonus. constitutum est ergo b, c, d, e tetrachordum hypaton, per semitonium minus & duos subiunctos tonos procedens: per diffinitionem in genere diatonico pariter & pentachordum a, b, c, d, e. sed incidit dubitatio forsitan, cur nostra tempestate musici duos tonos ad tetrachordorum partem seriam, gravemque prelocant: nos autem solum tonum qui est proslambanomeni atque hypates hypaton? Responsio peruia, in promptuque est: musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram chordam tono distantem præfixisse, & id primum memorant Gregorium fecitasse.

**C**In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere, & in octochordo: a proslambanomeno in mesen: diapason contineri.

Proslā-

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	T B
Parhypate Hypaton	c	S C
Lichanos Hypaton	d	T D
Hypate Meson	e	T E
Parhypate Meson	f	S F
Lichanos meson	g	T G
Mese	h	T H

¶ Sit e, f, g, h, tetrachordum meson. facio e sesquitercium ad h, & g sesquioctauum ad b, & f sesquioctauum ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad mese diatessaron. & quia g ad h tonus & similiter f ad g tonus. nam utrumque ex sesquioctaua proportione nascitur. ergo per sextam tertij: e ad f erit semitonium minus. est itaque e, f, g, h, tetrachordum meson, per semitonium minus & duos tonos procedens: in genere diatonico diuisum. & quia a e proslambanomenos & hypate meson in precedenti monstrata sunt consonare diapente: & in presenti e h hypate meson & mese, diatessaron. ergo per uicesimam tertij: proslambanomenos ad mesen, consonat diapason. continet igitur octochordum a, b, c, d, e, f, g, h: consonantiam diapason. quod est totum propositum.

6 ¶ Præpositio octachordo: in eodem genere tetrachordum disiunctarum submittere, & dodecachordum diapason ac diapente continere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	b
Parhypate hypaton	c	c
Lichanos hypaton	d	d
Hypate meson	e	e
Parhypate meson	f	f
Lichanos meson	g	g
Mese	h	h
Paramele diezeug.	k	Trite coniunctarum k
Trite diezeugmenon	l	Paranete coniunctarum l
Paranete diezeugmen.	m	Nete coniunctarum m
Nete diezeugmenon	n	n

¶ Sit k l m n tetrachordum diezeugmenon, quod & disiunctarum dicitur. facio h ad k mesem ad paramesen disiunctarum sesquioctauam, & ad m paraneten disiunctarum sesquiterciam. ad n uero neten disiunctarum sesquialteram. deinde l ad m triten ad paraneten facio sesquioctauam. sic ergo mese ad paraneten disiunctarum

concinet diateffaron, & ad neten diapente. est ergo per decimam tertiam tertij: m ad n paranetes ad neten. toni interuallum, & l ad m trites diezeugmenon, ad para neten: similiter tonus est. sed & cum mese ad paraneten consonet diateffaron, & l ad m sit tonus, & similiter h ad k tonus: ergo per sextam tertij k ad l, erit semitonium minus. erit itaque paramese ad triten diezeugmenon semitonium minus. trite ad paraneten tonus. & paranete ad neten diezeugmenon, consimiliter tonus. quare tetrachordum disiunctarum superiori octa chordo in diatonico genere subiunctum est. Et cum precedens monstrauerit a h esse diapason, & praesens h n esse diapente: igitur a n proslambanomenos & nete diezeugmenon in dodecachordo a b e n continent diapason ac diapente. Quia si in molliori canendi modo, tetrachordum a chorda mese coniunctum partiri, constituereque uelimus: sit id tetrachordum b k l m, quae sunt mese, trite synezeugmenon, paranete synezeugmenon, nete synezeugmenon. facioque mesen ad neten synezeugmenon sesquiertiam. quare & concinentem diateffaron. & l ad m paraneten synezeugmenon ad neten, tono distantem: pariter & k ad l tono. erit ergo per sextam tertij: h ad k meses ad triten synezeugmenon semitonij minoris interuallum, & k l & l m duo toni, & tetrachordum synezeugmenon hoc est disiunctarum in genere diatonico diuisum.

¶ Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere praedictis 7 copulare: & in pentadecachordo, bis diapason consonantiam copleri.

A re	Proslambanomenos	A	A
b mi	Hypate hypaton	b	b
c fa ut	Parhypate hypaton	c	c
d sol re	Lychanos hypaton	d	d
e la mi	Hypate meson	e	e
F fa ut	Parhypate meson	f	f
G sol re ut	Lychanos meson	g	g
a la mi re	Mese	h	h
b mi	Paramese diezeug.	k	b fa Trite syn. k
C sol fa ut	Trite diezeugmenon	l	c sol fa ut Paranete syn. l
d la sol re	Paranete diezeug.	m	d la sol re Nete syn m
e la mi	Nete	n	n
f fa ut	Trite hyperboleon	o	o
G sol re ut	Paranete hyperboleon	p	p
a la mi re	Nete hyperboleon	q	q

Tetrachordum hypaton					Tetrachordū diezeug.									
To.	Semi.	To.	To.	Semi	To.	To.	To.	Semi.	To.	Semi	To	To.		
A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q
Tetrachordum meson					Tetrachordū hyperboleon									

¶ Sit n o p q tetrachordum hyperboleon. facio ut in prioribus n neten diezeugmenon ad q neten hyperboleon, sesquiterciam: & iccirco ad eam concinentem diatessaron. & p ad q facio toni interuallum. & o ad p isidem toni interuallum. per sextam tertij: n ad o erit semitonium minus. est ergo tetrachordum hyperboleon n o p q, ex semitonio minore duobus subiunctis tonis: in genere diatonico dimensionum. sed & per præcedentem h mese ad n neten diezeugmenon consonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex consonantia diapente & diatessaron constans, consonat diapason. ergo a ad q proslabanomenos ad neten hyperboleon: consonabit bis diapason. & cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pentadecachordo & in genere diatonico constitutum est bis diapason. quod est totum propositum.

8 ¶ Pentadecachordi in diatonica melodia cōstituti: numeros reperire.

proslabanomenos	A	9	216	1728	13824	
Hypate hypaton	b	8	192	1536	12288	Tonus
Parhypate hypaton	c			1458	11664	Semi.minus
Lychanos hypaton	d		162	1296	10368	Tonus
Hypate meson	e		144	1152	9216	Tonus
Parhypate meson	f				8748	Semi.minus
Lychanos meson	g			972	7776	Tonus
Mese	h		108	864	6912	Tonus
Paramese diezeug:	k			768	6144	Tonus
Trite diezeugmenon	l			729	5832	Semi.minus
Paranete diezeug.	m		81	648	5184	Tonus
Nete diezeug.	n		72	576	4608	Tonus
Trite hyperboleon	o				4374	Semi.minus
Paranete hyperboleon	p			486	3888	Tonus
Nete hyperboleon	q		54	432	3456	Tonus
		prim		se	terti.	quar.loc.

Numeri qui in musica disciplina precipue desiderantur: sunt duplares, triplares, quadruplares, hemiolij, epitriti, epogdoi: hoc est dupli, tripli, quadrupli, sesquialteri, sesquiterij, et sesquioctavi. quocirca si desideras cognoscere ad quem numerum numerus maior est duplex: ipsum partire per duo. ad quem triplus. partire per tria. ad quem quadruplus: partire per quatuor. ad quem sesquialter: partire per tria et tertiam auge per duo. ad quem sesquiterius: partire per 4. et quartam auge per tria. ad quem sesquioctavius: partire per novem, et nonam auge per 8. et numeri per octavam secundi arithmetices ubique surgent petiti: si maior duplex, triplus, quadruplus, sesquialter, sesquiterius, aut sesquioctavius est. Et si rursus cognoscere desideras quem numerus minor duplum habet: ipsum auge per duo. quem triplum: auge per 3. quem quadruplum: auge per quatuor. quem sesquialterum: partire per 2, et illi medietate adde. quem sesquiterium: partire per tria, et tertiam adde. quem sesquioctavum: partire per octo, et octavam adde, et statim per eandem octavam, et divisiones: cognosces petitum. sed nunc ad monstrandum propositum nos conveniamus, sit per eadecachordum in diatonico genere modo repertum, cuius numeri quaeruntur: a b c d e f g h k l m n o p q. duco in se invicem duo, tria, quatuor, et productum in minimos toni, hoc est vigintiquatuor, in 9 et 8 minimos terminos toni: et veniant in secundo loco a b, quae per septimam secundi arithmetices sunt in proportione sesquioctava, et continentia tonum. capio sesquiterium numeri a: sitque d. et sesquialterum: qui sit e. et subduplum: qui sit b. Rursus sumo sesquiterium numeri h: qui sit m. et sesquialterum qui sit n. et eius subduplum: qui sit q. quia a ad d est diatessaron, et a ad e diapente. ergo per decimam tertiam tertij d ad e tonus est, et eadem quoque ratione m ad n tonus. Et si d octavam partem haberet: ea eidem adiecta facerem c sesquioctavum ad d, et c d continetia tonum. modo autem quia d comperitur octava parte carere: augeo a b d e h m n q per octo, surgantque tertio loco a b d e h m n q: qui numeri per eandem septimam adinvicem eandem servabunt proportionem, quam et numeri secundo loco positi. quia ergo d tertio loco positus habet octavam: ea igitur adiecta ad d fiat c, eritque c ad d sesquioctavius, atque cum eo tonum continens. itidem adiecta octava parte h ad h fiat g. et octavam parte m ad m fiat l. et octava q ad q fiat p. eruntque idem talem g ad h, l ad m, et p ad q: sesquioctavi et numeri tonorum. et quia h comperitur habere nonam partem, illam augeo per octo et veniat k: eritque h ad k per octavam secundi arithmetices sesquioctavius. Et si g octavam partem haberet: facerem f sesquioctavum ad g. At vero quoniam ea caret: augeo omnes numeros tertio loco repertos per octo et exurgant in quarto loco a b c d e f g h k l m n o p q: qui per eandem septimam erunt in eisdem adinvicem habitudinibus, ut et numeri tertij loci. adiecta igitur octava eius parte ad g: facio f. et octava parte

ad p:facio o.dico ergo numeros quarto loco constitutos esse numeros pētaecachor di. Nā a ad d est diateffaron, & a ad b tonus: & c ad d tonus: ergo per sextam tertij, b ad c semitonium minus. & quia a h est diapason & a e diapente: ergo per uicesimam tertij e h est diateffaron. & g h & f g monstrati sunt sesquioctauj atque toni. ergo per sextam tertij: f h est semitonium minus. & eodem pacto ostendas k l & n o esse semitonia minora: & ceteri adinuicem sunt cogniti toni. igitur pentade cachordi diatonici numeri sunt reperi. Ist enim numerus proslambanomeni ad numerum hypates hypaton, tonus: & hypates hypaton ad parhypatē hypaton, semitonium minus. parhypates hypaton ad lichanon hypaton, & lichani ad hypaten meson duotoni. hypates meson ad parhypaten meson: semitonium minus. parhypates meson ad lichanon meson, & lichani ad mesen, & meses ad paramesen disiunctarum: tres toni parameses ad triten: semitonium minus. trites ad paraneten, & paranetes ad neten: duo toni. netes ad triten hyperboleon: semitonium minus. trites ad paraneten & paranetes ad neten: duo toni. est igitur notum propositum.

¶ Tres diatonice diateffaron consonantix species: a proslambanomeno ad parhypaten meson concinunt. & quatuor diapente species: a proslambanomeno ad triten diezeugmenon. septem vero diapason species: inter proslambanomenon & paraneten hyperboleon.

	species diateffa.			species diapente				species diapason						
	pri.	sec.	te.	pri.	se.	ter.	qu.	pr.	sec.	te.	4	5.	je.	sep.
Proslamba. A														
Hypa.hyp. b	To.	o	o	To.	o	o	o	To	o	o	o	o	o	o
Parhy.hyp. c	se.	se.	o	se.	o	o	o	se.	se.	o	o	o	o	o
Licha.hyp. d	To.	to.	to.	To.	to.	o	o	To	to.	to.	o	o	o	o
Hypa. me. e		to.	to.	To.	to.	o	o	To	to.	to.	to	o	o	o
Parhy. me. f			se.		se.	se.	o	se.	se.	se.	se	se	o	o
Licha. me. g				to.	to.	to.		To	to.	to.	to	to	t.	t.
Mese h					to.	to.		To	to.	to.	to	to	t.	t.
Para. die. k					to.	to.		to.	to.	to	to	t.	t.	to.
Trite die. l						se.			se.	se.	se	se	se	se.
Para. die. m												to	t.	t.
Nete die. n													t.	t.
Trite hy. o													se	se.
Para. hy. p														to.
Nete by. q														

Prima

**¶** Prima species diateffaron: tono, semitonio minore atque tono constat. Secunda: semitonio & duobus tonis. Tertia: duobus tonis & sequente semitonio. Prima species diapente: est quæ constat ex tono, semitonio minore & duobus tonis. Secunda: duobus tonis, semitonio, atque tono. Tertia: semitonio & tribus tonis. Quarta: tribus tonis & semitonio. Prima species diapason: est quæ constat ex tono, semitonio minore, duobus tonis, semitonio minore, atque duobus tonis. Secunda: semitonio, duobus tonis, semitonio & tribus tonis. Tertia: duobus tonis, semitonio, tribus tonis, atque semitonio. Quarta: tono, semitonio, tribus tonis, semitonio, atque tono. Quinta: semitonio, tribus tonis, semitonio, duobus tonis. Sexta: tribus tonis, semitonio, duobus tonis, semitonio. Septima: duobus tonis, semitonio, duobus tonis, semitonio, atque tono. Erit itaque per diffinitionem: prima diateffaron species à proslambanomeno in lichanon hypaton. Nam proslambanomenos ad hypaten hypaton tonus est, & hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonium minus est: parhypate uero hypaton ad lichanon hypaton tonus. Et itidem per diffinitionem: secunda diateffaron species ab hypate hypaton in hypaten meson reperietur. Et tertia: a parhypate hypaton in parhypaten meson. species uero diapente: hoc pacto per diffinitiones sumuntur. Prima: a proslambanomeno in hypaten meson. secunda: a parhypate hypaten in lichanon meson. Tertia: ab hypate meson in paramesen diezeugmenon. Et quarta: a parhypate meson in triten diezeugmenon. Et septem species diapason: consimiliter per diffinitiones quaeruntur. Prima: a proslambanomeno in mesen. Secunda: a parhypate hypaton in paramesen diezeugmenon. Tertia: a parhypate hypaton in triten diezeugmenon. Quarta: a lichano hypaton in paraneten diezeugmenon. Quinta: ab hypate meson in neten diezeugmenon. sexta: a parhypate meson in triten hyperboleon. septima uero: a lichano meson in paraneten hyperboleon. sed hæc cognitu facilia sunt: inspecta diligenter superiore figura.

**¶** Chromaticum principalium tetrachordum meson: subiungere.

10

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e

**¶** Chromata apud Lacedæmonios induxit olim Timotheus Milesius, in liorem cantum superiore diatonico: in quo canendi modo hic tetrachordum hypaton quaerimus

mus



mus. sit ergo b c d e tetrachordum ad bypatas in chromatico melo constituendas assignatum. prepono chordam a, quae sit proslambanomenos: quam facio sesquialteram ad b hypaten hypaton primam tetrachordi constituendi chordam. deinde facio a sesquialteram ad e bypaten meson: eritque ut in omnibus a ad b tonus, & a ad e diapente. deinde facio b ad c semitonium minus, & b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. & quia per decimam tertij dempto a b tono ab a e consonantia diapente: relinquitur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. sed cum per sextam tertij diatessaron ex duobus tonis & semitono minore constet, & b c & c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum & semitonium minus. est igitur d e trisemitonium. Cum ergo b c bypate hypaton & parhypate hypaton, sit semitonium minus, & c d parhypate hypaton & lichanos hypaton sit semitonium maius, & d e lichanos hypaton & hypate meson trisemitonium ut monstratum est: constat ergo per diffinitionem tetrachordum b c d e in genere chromatico esse constitutum. idem enim trisemitonium & trihemitonium dicimus.

<sup>11</sup> ¶ Chromaticum tetrachordum meson: subiungere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi. minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e
Parhypate meson	f	Semi. minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h

¶ Sint pro tetrachordo meson in genere chromatico constituendo e f g h: facio a ad h duplam & concinentem diapason. & e ad f semitonium minus. & idem e ad g facio tonum. erit ergo f ad g apotome. sed cum a ad e monstrata sit consonantia diapente. ea igitur subtracta ab a h consonantia diapason: per uicesimam secundam tertij relinquitur diatessaron. est ergo e ad h hypate meson ad meson: diatessaron. & cum diatessaron duos tonos & semitonium minus impleat, & e g sit tonus: ergo g h continet tonum & semitonium minus. erit ergo g h: trisemitonium. erit igitur e f g h ex duobus semitonijs e f & f g, & trisemitonio g h constitutum: in genere chromatico tetrachordum. quod erat monstrandum.

<sup>12</sup> ¶ Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere praedictis adiacere. & in pentadecachordo consonantiam bis diapason collocare.

K

M

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.mi. c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitonium h
Paramese diezeugme.	k	Tonus   Tritesyn.Semi.mi. k
Trites diezeugmenon	l	Semi.mi.   Paranetesyn.Apoto. l
Paranetes diezeugmenon	m	Apoto.   Netesyn.Trisemiton. m
Netes diezeugmenon	n	Trisem. n
Trites hyperboleon	o	Semi.minus o
Paranetes hyperboleon	p	Apotome p
Netes hyperboleon	q	Trisemitonium q

¶ Sint pro reliquis tetrachordis complendis k l m n o p q. quia tetrachordum meson distinctum est a tetrachordo netarum diezeugmenon: ideo facio mesen ad paramesen diezeugmenon distantiam, esse tonum. Et mesen ad neten diezeugmenon facio consonare diapente: & ad neten hyperboleon diapasoson. & tetrachordum k l m n partior ut tetrachordum hypaton. tetrachordum vero n o p q partior ut in precedenti tetrachordum meson. Eritque utrumque in genere chromatico diuisum. Et quia a ad b cognita est esse diapasoson. Et b ad q itidem, diapasoson. ergo a ad q consonat bis diapasoson. quod cum quindecim uocibus atque chordis contentum sit: constat effectum esse id quod erat propositum. sed si k l m facis tetrachordum synzeugmenon: ipsum partiaris ut tetrachordum chromaticum meson. & facile factum intuebere propositum.

¶ Chromatici pentadecachordi numeros assignare

Proslambanomenos	A	2592	5971968		
Hypate hypaton	b	256	2304	5308416	Tonus
Parhypate hypaton	c	243	2187	5038848	Semio.minus
Lichanos hypaton	d		2048	4718592	Semio.maius
Hypate meson	e		1728	3981312	Trisemitonium
Parhypate meson	f			3779136	Semi.minus

Licha

Lichanos meson	g			3538944	Semi. maior
Mese	b		1296	2985984	Trisemitonium
Paramese diezeugmenon	k		1152	2654208	Tonus
Trite diezeugmenon	l			2519424	Semi. minus
Paranete diezeugmenon	m			2359296	Semi. maior
Nete diezeugmenon	n		964	2221056	Trisemitonium
Trite hyperbolcon	o			2108268	Semi. minus
Paranete hyperbolcon	p			1974272	Semi. maior
Nete hyperbolcon	q		648	1492992	Trisemitonium

¶ Sint b & c minimi numeri semitonij minoris, per decimamoctavam secundi huius reperti. quia b nona parte caret: augeo b & c per nouē & ueniant b & c in secundo loco. quoniam igitur in secundo loco b nonam partem habet: eam augeo per octo & fiat d. tunc b ad d: per septimam secundi arithmetices erit sesquioctauus. quare b d continentia tonum. & b & c per eandem est semitonium minus. ergo c d est apotome. rursum quia b habet octauam, aducio eidem suam octauam & fiat a: eritque a ad b sesquioctauus atque tonus, & quoniam a habet tertiam: facio a ad e sesquialterum. & quia habet secundam: facio itidem a duplum ab h. Resperio item b habere nonam, tertiam & secundam. facio igitur b sesquioctauum ad k: sesquialterum ad n, & duplum ad q. quo facto duco b secundi loci in a b c d e b k n q & ueniant in tertio loco a b c d e h k n q. Deinde duco c d secundi loci in e secundi & ueniant f g, & in k & ueniant l m, & in n & ueniant o p in tertio loco. eruntque per septimam & octauam secundi arithmetices numeri pentadecachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus & b c semitonium minus & c d apotome. & quia a ad e est sesquialter, a & e sunt numeri diapente, & a b numeri toni. dempto igitur a b tono, relinquatur b e diatessaron. & b c & c d simul sunt tonus. igitur per sextam tertij d e sunt trisemitonium. Et a h est diapason & a e diapente. igitur e h est diatessaron. & per octauam secundi arithmetices e f & f g sunt semitonium minus & apotome. igitur g h est trisemitonium. & consimiliter monstrabit b k esse tonum, k l & l m duo semitonia, et m n trisemitonium, n o p duo semitonia, et p q trisemitonium. clarum igitur euadit propositum.

14 ¶ Modorum diatonici & chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis, atque trite tritis correspondent.

¶ Nam in utrisque generibus hypate ad parhypatas semitonii minoris obseruant,  
K ij      in-

interuallam. & mese ad paramesas tonum. & trite ad tritas minus semitonium. est igitur notum illas uoculas in utroq; canendi modo sibi inuicē respondere. & non modo id uerū sit: sed & hypate hypatis, & mese mesis, & nete netis correspondēt. Nam utrobique proslambanomeni ad hypatas hypaton concinunt tonum. & ad hypatas meson diapente. ad mesas diapason. ad netas disjunctarum diapason ac diapente. & ad netas hyperboleon bis diapason. est ergo quod proponebatur & amplius: facile cognitum.

¶ Pentadecachordum enarmonicum constituere.

Proslambanomenos	A	A	
Hypate hypaton	b	Tonus	b
Parhypate hypaton	c	diesis	c
Lichanos hypaton	d	diesis	d
Hypate meson	e	dionus	e
Parhypate meson	f	diesis	f
Lichanos meson	g	diesis	g
Mese	b	dionus	h
Paramese diezeugmenon	k	tonus	Trite syn. diesis k
Trite diezeugmenon	l	diesis	Paranete syn. diesis l
Paranete diezeugmenon	m	diesis	Nete syn. dionus m
Nete diezeugmenon	n	dionus	n
Trite hyperboleon	o	diesis	o
Paranete hyperboleon	p	diesis	p
Nete hyperboleon	q	dionus	q

¶ Huius cōpositio perfacilis est. facio enim: ut in ceteris precedentibus, a ad b interuallum toni. & a ad e diapente. & b ad d facio semitonium minus. & diuido chordā c in medio differentie b ad d: erit ergo b ad c diesis tetartemonia atque quadripartialis, pariter & c ad d diesis. sed per quartam secundi huius hæc latior, illa uero contractior. neque per tricesimam secundam eiusdem: semitonium minus in duo æqua certo, constitutoq; numero diuidi potest. & a ad e diapente. subtracto igitur a b tono: relinquitur per correlatiū decime terti huius b ad e esse diatessarō. & cū diatessarō semitonium minus et duos tonos cōplectatur, & b ad d sit semitonium minus relinquitur igitur d ad e esse dionus. erit igitur b c d e hypates hypaton, parhypates hypaton, lichanique hypaton, & hypates meson, tetrachordum per b c, c d, & d e diesim & diesim & dionum procedens: per diffinitionem in enarmonico genere diuisum. similiter constituas e f g h tetrachordum meson faciendo a ad h diapason. & e ad g semitonium minus. & partiendo mediam differentiam per f ita ut e f & f g sint due dieses. Nam ab a h consonantia diapason subducta a e cōsonantia

sonantia diapente: relinquatur e h esse diatessaron. & cum e g sit semitonium minus: igitur g b erit ditonus. & cum e f & f g sint duæ dieses & g b ditonus. ergo hæc tetrachordi partitiō: in genere enarmonico facta conspicitur. Et facta h mese ad neten disiunctarū diapente, & ad neten hyperboleon diapason, & cæterda mese a paramese tetrachordi disiunctarū tono disclusa, perinde ac proslambanomeno ab hypate hypaton: partieris tetrachordum disiunctarum k l m n ut b c d e tetrachordum hypaton. & tetrachordum n o p q hyperboleon excellentiumque: ut e f g b tetrachordum meson. tetrachordum autem coniunctarum h k l m: partieris ut tetrachordum meson. & id quoque facile est.

16 ¶ Pentadecachordi enarmonici numeros: colligere.

Proslambanomenos	A	1 3 8 2 4		1 3 8 2 4	
Hypate hypaton	b	1 2 2 8 8	Tonus	1 2 2 8 8	Tonus
Harhypate hypaton	c	1 1 6 6 4	sem. m.	1 1 9 7 6	diesis
Lichanos hypaton	d	1 0 3 6 8	Tonus	1 1 6 6 4	diesis
Hypate meson	e	9 2 1 6	Tonus	9 2 1 6	ditonus
Parhypate meson	f	8 7 4 8	sem. m.	8 9 8 2	diesis
Lichanos meson	g	7 7 7 6	Tonus	8 7 4 8	diesis
Mese	h	6 9 1 2	Tonus	6 9 1 2	ditonus
Paramese diezeugmenon	k	6 1 4 4	Tonus	6 1 4 4	Tonus
Trite diezeugmenon	l	5 8 3 2	sem. m.	5 9 8 8	diesis
Paranete diezeugmenon	m	5 1 8 4	Tonus	5 8 3 2	diesis
Nete diezeugmenon	n	4 6 0 8	Tonus	4 6 0 8	diesis
Trite hyperboleon	o	4 3 7 4	sem. m.	4 4 9 1	diesis
Paranete hyperboleon	p	3 8 8 8	Tonus	4 3 7 4	diesis
Nete hyperboleon	q	3 4 5 6	Tonus	3 4 5 6	ditonus

¶ Sint numeri a b c d e f g h k l m n o p q in primo loco constituti numeri pentadecachordi diatonici per octavam huius reperti. pono iterum a b e h k n q in secundo loco & in respondentibus locis rursum c in secundo loco transmuto ad d, & f ad g, & l ad m & o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d & eius medietatem adicio ad d & fiat c. similiter differentiam e g & medietatem addo ad g & fiat f. & differentiam k m & medietate differentiae adiecta ad m: fiat l. & differentiam n p & medietate adiecta ad p: fiat o. dico a b c d e f g h k l m n o p q numeros secundo loco positos: esse numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c, & c d duæ dieses consti-

constituentes si mitonium minus b d. quod enim est b c in diatonico: factum est b d in enarmonico. & d e est ditonus. nam quod est in diatonico c e: est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus est. nam continens c d tonum & d e tonum n. & hoc pacto reperientur e f g duae dieses & g h ditonus. b k tonus. k l m duae dieses. m n ditonus. n o p duae dieses. p q ditonus. sunt itaque collecti numeri pentadecachordi enarmonici: quae ad modum propositum fuerat. quod est propositum.

¶ Modi diatonici parh. hyp. in enarmonica modulatione transit in lichanon: & parhypate meson in lichanon meson, atque trite in paranetas. 17

¶ Id prospici statim promptum est. nam in diatonico pentadecachordum: a proslambanomeno ad hypaten hypaton, incidit tonus. & ab hypate ad parhypaten hypaton: semitonium minus. in enarmonico uero a proslambanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. & ab hypate ad lichanon hypaton: semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatatur, transitque in lichanon. & hoc pacto de reliquis ostendatur. quod & facile sensu deprehendetur: si in utroque emodulandi genere & diatonico & enarmonico, proslambanomeni ponantur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos, unisonosque. pariter & huius paranetas: illius tritis esse equisonos.

¶ Consentunt in tribus modulationum generibus: proslambanomeni, hypate principales, hypate medie, mese, paramese, nete, cum disiuncte, tum coniuncte, atque excellentibus netis excellentes. 18

¶ Nam in tribus generibus per quartam, quintam, sextam, septimam, decimam, undecimam, duodecimam & quindecimam huius: proslambanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. & ydem ad hypatas meson: sonant diapente. ad mesas: diapason ad netas disiunctas: sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas: deimpro tono sonarent diapason ac diatessaron. & ad netas excellentes: consonant abilibet proslambanomeni bis diapason. consentiunt igitur in tribus generibus quae adducte sunt uocule. quod est propositum.

¶ Quae chordae mobiles & ue immobiles in pentadeca existant iuestigare. 19

Proslambanomeni	A	Stabiles
Hypate hypaton	b	Stabiles
Parhypate hypaton	c	Instabiles
Lichani hypaton	d	Instabiles
Hypate meson	e	Stabiles
Parhypate meson	f	Instabiles
Lichani meson	g	Instabiles
Mese	h	Stabiles

Paramese diezeugm. k	Stabiles	Trite synezeugmenon. Instabiles
Trite diezeugmenon l	Instabiles	Paranete synezeugme. Instabiles
Paranete diezeugme. m	Instabiles	Nete synezeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon n	Stabiles	
Trite hyperboleon o	Instabiles	
Paranete hyperboleo p	Instabiles	
Nete hyperboleou q	Stabiles	

¶ Chordas stabiles immobilesque uocamus: quæ in omni pentadecachordorum diuisione eadem seruant interualla, eandemque ad proslambanomenon habitudinem. in stabiles uero atque mobiles: quæ id non seruant sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus. cum enim per præcedentem in tribus generibus consentiant proslambanomeni, principales hypate, medie hypate, mese, paramese, nete tum synezeugmene tum diezeugmene ac hyperboles, & eadem ut ex demonstratis iam patet seruent interualla: erunt ergo proslambanomenos, hypate hypaton hypate meson, mese, paramese, nete synezeugmenon, nete diezeugmenon. & nete hyperboleon simpliciter immobiles atque firme. sed cum 17 huius monstrauerit parhypatas diatonice modulationis, in enarmonico melo transire permutarique in lichanas, & tritas in paranetas: constat ergo reliquas a prædictis esse mobiles, ut parhypaten hypaton, lichanon hypaton, parhypaton meson, lichanon meson, triten synezeugmenon paraneten synezeugmenon triten diezeugmenon paraneten diezeugmenon triten hyperboleon, paraneten hyperboleo. id tamē animaduerti dignum est quod cum per 14 huius parhypate & trite in diatonicis & chromaticis respondeant similiaquæ possideant interualla: eas non usquæ adeo (ut cætere sunt) esse instabiles. & proinde partim mobiles, partimquæ immobiles: bono iure dici posse uidentur.

10 ¶ In tetrachordis diatonicis: ab hypate hypaton primo limite consonantiarum ad quartum usque limitem ter diatessaron continetur, sed semel duntaxat in stabilibus immobilibusque. & ad quintum limitem idem idem ter diapente: semel in mobilibus, semel partim variabilis, & semel penitus inuariabilis atque firma. ad octauum uero septies consonabit, diapason: ter in immobilibus, & quater in mobilibus.

Hypate hyp. | & consequentes suis locis.

	sem.	Ton.	ton,	Sem.	ton.	ton.	ton.	Sem.	to	to.	Se.	t.	t.
Stabiles	b		e			b	k			n			q
Instabiles		c	d		f	g			l	m		o	p

¶ Cum dicitur a primo limite ad quartum usque limitem, quintum, ac octauum: primus limes non excluditur, sed quartum, quintum, ac octauum excludi intelligimus. sit ergo b c d e f usque ad q quatuor tetrachorda: & b hypate hypaton, cætere uero consequentes. Dico primo ab b usque e ter contineri diatessaron: sed semel  
k iij      solu

solum in immobilibus. Nam per quartam bulus: b ad c continet semitonium minus  
 & c ad d tonum, & d ad e tonum. ergo b ad e consonat diatessaron: eritque b ad  
 e consonat diatessaron: eritque b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cum  
 ostensum sit c ad d & d ad e esse duos tonos, & per quintam huius e ad f sit semi-  
 tonium minus: ergo c ad f consonat diatessaron. eritque c ad f: secunda diatessaron.  
 Item monstratus est d ad e esse tonus, & e ad f semitonium minus, & per quintam  
 huius f ad g est tonus: ergo d ad g est diatessaron, eritque d ad g, tertia diatessaron.  
 sed cum prima harum trium quæ est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten me-  
 son, quas monstravit præcedens stabiles immobilesque, & secunda ab c in f parhy-  
 pate hypaton in par hypaten meson, & tertia ab d in g lichanos hypaton in lichano  
 non meson, & parhypate & lichano monstrate sunt mobiles: constat ergo ab b ad e  
 ter diatessaron, sed semel duntaxat in stabilibus, immobilibusque contineri. Secundo  
 dico ab b hypate hypaton ad f usque parhypaten meson: solum ter contineri diapen-  
 te. Nam per decimam tertij: diapente tribus tonis semitoniaque minore constat. sed  
 per quartam & quintam huius: b ad f solum duos tonos & duo semitonia minora  
 continet, quæ duo semitonia minora per 34 secundi: minus uno tono, commate re-  
 stituunt. ergo ut b ad f diapente consonantiam compleat: plena deest apotome. non  
 constituit ergo b ad f diapente. Item c ad g per quartam & quintam huius conti-  
 net tres tonos qui sunt c ad d, d ad e, & f ad g, & unum semitonium minus quod est  
 e ad f: igitur per decimam tertij e ad f consonat diapente. eritque c ad g prima diapente &  
 per eadẽ d ad h continet 3 ton. qui sunt d ad e, f ad g, & g ad h & semitonium minus  
 e ad f. ergo d ad h consonat diapente: eritque d ad h secunda diapente. & ab e ad k per  
 4, 5 & 6: consimiliter continentur 3 toni & semitonium minus. erit ergo e ad k  
 tertia diapente. ter igitur ab b usque ad f: continetur diapente. sed cum prima sit  
 ab c parhypate hypaton in g lichano meson, & parhypatas & lichanos monstras-  
 uerit decimam nona huius esse mobiles: erit ergo c ad g prima diapente in mobilibus  
 constituta. & cum secunda sit ab d lichano principalium in h meson, lichanos autẽ  
 mobilis sit, & mese immobilis: secunda igitur diapente partim variabilis existit. Et  
 cum tertia sit ab e hypate meson ad k paramesen, que per eandem decimam nonam  
 stabiles monstrate sunt. erit igitur tertia diapente omnino stabilis atque firma. Ter-  
 to dico ab b hypate hypaton usque ad k paramesen septies contineri diapason: sed so-  
 lum ter in immobilibus, quater autem in mobilibus. Nam b ad k per quartam, qui-  
 tam & sextam huius continet quinque tonos & duo semitonia minora. ergo per vi-  
 cesimam partem tertij: b ad k consonat diapason, eritque b ad k prima diapason.  
 Et per idem c ad l, d ad m, & e ad n: singulæ intercipiunt quinque tonos & duo se-  
 mitonia minora. erit ergo c ad l secunda diapason. & d ad m tertia. & e ad n quar-  
 ta. sed per quartam, quintam, sextam atque septimam simul: f ad o similiter conti-  
 nebit quinque tonos & duo semitonia minora. similiter & g ad p & h ad q. erit er-



go quinta diapason f ad o. sexta g ad p. & septima h ad q. igitur ab b ad k usque continetur septies diapason. atqui primam præbent hypate hypaton & paramese diezeugmenon. & quartam hypate meson & nete diezeugmenon. & septimam mese & nete hyperboleon. hypatas autem mesas, paramesas & netas monstravit de cimaoctava immobiles atque stabiles. igitur inter illas septem diapason consonantias: diapason ter in immobilibus reperitur. sed secunda præbent parhypate hypaton & trise diezeugmenon: tertiam lichanos hypaton & paranete diezeugmenon. quartam parhypate meson & trise hyperboleon. sextam lichanos meson & paranete hyperboleon. sed decimanona parhypatas, tritas, lichanas, & paranetas: monstravit esse mobiles. igitur inter illas septem consonantiae diapason uices, quater in mobilibus mutabilibusque facta reperitur. quod est totum propositum. Quia autem diuus seuerius sapientum latinorum disciplinas sectantium primus, quem & in hoc opere quantum ualemus imitamur suis disciplinis non parum adiuti, decimotertio capite quarti suæ musices, species diapente numerando eas quatuor faciat, id introductorie factum putetur, ubi præcisam non curauit ueritatem, sed communem secutus illic est estimationem. quod facile ex eius superiori determinatione cognoscitur. hic autem non introductionis sed exacte determinationis locus est.

¶ Tessaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itidem diatessaron solum semel immobiliter. bis diapente: semel immobiliter, semelq; partim mobiliter. septies autem diapason: ter ut in diatonico genere immobiliter, quaterq; mobiliter continetur.

21

se.	Apo.	Trise.	se.	Apo.	Trise.	To.	se.	Apo.	Trise.	se.	Apo.	Trise.
b		e				h k			n			q
c	d	f	g			l	m		o	p		

¶ Tessaradecachordum ex quatuor tetrachordis constituitur: iccirco sic nuncupatum, quod quatuordecim chordis, neruis, uoculisue contineatur. dico enim primo quatuordecim chordarum in genere chromatico continue per literas b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n, o, p, q ad hypate hypaton dispositarum: a primo ad quartum usq; limitem, ter contineri diatessaron solum semel immobiliter. Nam per decimam b ad e concinit diatessaron. eritq; b ad e prima diatessaron. sed & quia per eandem c ad d est apotome & d ad e trisemitonium: ergo c ad e continet duos tonos. & per undecimam e ad f est semitonium. ergo per sextam tertij c ad f duos tonos & semitonium continens: erit diatessaron. erit igitur c ad f secunda diatessaron. & quia rursus per undecimam e ad f est semitonium minus, & f ad g apotome: ergo e ad g tonus. sed d ad e monstratum est trisemitonium. ergo d ad g continet duos tonos & semitonium: estq; d ad g tertia diatessaron. Et cum prima b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson. per decimamoctauam sit immobiliter. secunda uero c f, & tertia d g: sunt a parhypate & lichano principalium, quæ decimanona patefecit esse mobiles. constat ergo pri-

mum. secundo dico solum bis intra quintum limitem contineri diapente. quia enim b ad e per immediate monstratum est diatessaron. & e ad f, & f ad g simul tonus. ergo per decimamtertiam tertij: b ad g concinit diapente. eritque b ad g prima diapente. ea tamen sex uocibus & non quinque explebitur: proprietatem diapente non seruans. at c ad g non explebit diapente. Nam per modo monstratum: ad diapente complementum decrit b ad c semitonium minus. neq; c ad h. Nam per undecimam huius: g ad h continet trisemitonium. at c g ad diapente complementum solum decrat semitonium minus: superat igitur c h consonantiam diapente completo tono. neq; d b continet diapente. Nam cum c h superet consonantiam diapente integro, completoq; tone depra ergo c d apotome relinquitur d h superans diapente consonantiam semitonio minore. sed e ad k consonat diapente: est enim h ad k per duodecimam tonus. sed d ad b per immediate monstratum superat consonantiam diapente semitonio minore. dempto ergo d e trisemitonio trisemitonio minore: relinquitur e b deficientes tono a diapente. ad duo igitur b k tono fiet diapente. est itaq; e ad k: secunda diapente. Ab b igitur ad f quintum limitem: solum bis sumitur diapente. Et cum prima diapente b g sit ab hypate hypaton immobili, ad lichanon meson partim mobilem: fit ergo primo partim mobiliter. At uero cum secunda e k sit ab hypate meson ad paramesen, quae monstratae sunt immobiles: fit ergo secundo modo immobiliter seruaturq; secundo modo diapente proprietate ut de quinto loco in quintum fiat locum. Tertio dico septies fieri diapason: ter immobiliter, quater uero mobiliter. Nam cum b ad e per primam partem huius monstrata sit diatessaron, & per secundam e ad k diapente: ergo per uicesimam tertij b ad k consonat diapason. erit itaque b ad k prima diapason. Praeterea quia c ad f fuit inuenta secunda diatessaron, & f g est apotome g h trisemitonium: ergo f h duo sunt toni & b k tonus & k l semitonium. ergo f l diapente. & c f ut iam dictum est diatessaron. concinit igitur c ad l diapason: eritque c l secunda diapason. & eodem iure d in tertia diapason adiuuante duodecima huius. & e n quarta. f o quinta g p sexta. & h q septima. sed ter fieri immobiliter & quater mobiliter: eodem modo ut in uicesima monstratur.

¶ In tetradecachordo enarmonico: inter assignatos limites ter diatessaron & septies diapason, ut in praecedentibus continetur. at semel duntaxat diapente atque immobiliter.

Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito.	Tonus	Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito
b		e			b	k			n			q
	c	d		f	g		l	m		o		p

¶ Tetradecachordum & tessaradecachordum: idem dicimus. fit igitur b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n, o, p, q, tessaradecachordum enarmonicum. dico primo inter b e ter contineri diatessaron. Nam quia per decimam quintam huius b c d sunt duae dieses tetrartermonie: rit b d semitonium minus. & d e est ditonus. erit igitur b e prima diatessaron

teffaron. & eodem iure c f secunda. & d g tertia. & quia b e sunt hypate hypaton & hypate meson: fit igitur prima immobiliter. & c d sunt parhypate hypaton & lichanos hypaton mobiles: fit igitur & duobus modis mobiliter. secundo dico solu' semel a primo ad quintum limitem fieri diapente: & id quidem immobiliter. na' non fiet diapente b f: quia solum superaddit consonantiae diateffaron b e diesim tetartemorian. neque b g: quia solum superaddit consonantiae diateffaron duas dieses, quae sunt semitonium minus. neque fiet b h: quia consonantiae diateffaron superaddit semitonium minus & duos tonos. neque per idem fiet diapente c g aut c h. nam hic abundabit tonus & diesis: illic autem deerit tonus minus una diesi. neque d g. nam deerit tonus. neque d h: nam tonus abundabit. at uero cum c h sit diateffaron. nam e f g due dieses, & g h ditonus, & cum h k sit tonus: erit igitur e k diapente. & cum e sit hypate meson & k paramese, quae monstratae sunt immobiles. fit igitur inter assignatos limites: solum semel diapente atque immobiliter. Tertio septies fieri diapason ut in diatonicis: ex decima quinta declaratur, quemadmodum uicesima huius monstrata est.

23 ¶ Diatonicæ modulationis: septem modos ordine collocare.

	A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	O	P	
R Hypodorius															q 7 dia
S Hypophrygius	Tonus														q to
T Hypolydius	Semito. A														q ni
V Dorius	Tonus	A													q ci
X Phrygius	Tonus	A													q mo
Y Lydius	semitonium	A													di
Z Myxolydius	Tonus	A													

A B C D E F G H K L M N O P Q

¶ Sit a b c d usque ad q pentadecachordum diatonicum. fit r pro hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h k l m n o p q grauisimum: quod ut aliorum basis atque fundamentum statuatur. extendo uno tono in acumen proslambanomenon pentadecachordi s amplius quam sit proslambanomenos r: ad quem ceteras uoces suo ordine per quartam & sextam huius, in diatonico modulandi genere subiungo. eritque pentadecachordum s per diffinitionem: hypophrygiy modi. simiiter extendo proslambanomenon pentadecachordi t semitono amplius quam tenus sit proslambanomenos pentadecachordi s: cui tetrachorda per quartam, quintam, & sextam huius ut prius coapto. eritque per diffinitionem: t pentadecachordum hypolydyi modi. & proslambanomenon u uno tono extendo amplius quam hypolydyi: cui ceteras uoces suo ordine sequentes in diatonico genere coapto. eritque contentus pentadecachordi u: per diffinitionem dori. & si amplius extendo x uno tono: erit pentadecachordi x cantus phrygius. & si y semitono minore: erit eius contentus lydius.

L ij Atz

At  $\gamma$  amplius extensio uno tono: sicut concentus myxolydius. sicque factum per definitiones patebit propositum.

¶ Quae diversorum modorum in aliquo genere fuerit prime vocis ad primam habitudo: ea erit secundae ad secundam, & tertiae ad tertiam, & cuiuslibet totius ad totam similis, eademque habitudo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P
R Hypodorius															
S Hypophrygius															

¶ Sit a, b, c, d ad p usque pentadecachordum hypodorium in aliquo genere ut diatonico: & q, r, s, & sequentes pentadecachordum hypophrygium. distabitque igitur quod proslambanomenos hypophrygij: ab a proslambanomeno hypodoryi modi, acutior uno tono. dico ergo singulas hypophrygij: singulis hypodoryi ut hypatas hypatis, parhypatas parhypatis, lichanas lichanis & ita consequentes, simili ter tono, tonique proportione distare. Nam cum pentadecachordum a p & pentadecachordum q g, sint utraque a proslambanomeno in neten hyperboleon diatonice extensa: ergo quae proportio a ad b, ea est per quartam huius q ad r. ergo per tertia secundae arithmetice: permutatum ut a ad q ita b ad r. at a ad q monstratus est esse tonus: igitur & b ad r tonus. & consimiliter de sequentibus ostendatur.

¶ Totus ordo diatonicus pentadecachordi hypophrygij modi: totum hypodorium unius acumine toni superat. & totus hypolydius eundem trisemitonio. singule quoque dori singulas hypodoryi diatellaron consonantia. totus vero phrygius consonantia diapente. lydius autem diapente atque semitonio. & myxolydius diapente atque lesquitono.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P
R Hypodorius															p 7 dia
S Hypophrygius	Tonus														p to
T Hypolydius	Semitono. A														p ni
V Dorius	Tonus	A													p ci
X Phrygius	Tonus	A													p mo
Y Lydius	Semitonium	A													di
Z Myxolydius	Tonus	A													

¶ Nam proslambanomenos hypophrygij: toni superat acumine proslambanomenon hypodoryi. ergo per precedentem totus hypophrygius ordo totum hypodorium ordinem, toni superat acumine. & quia proslambanomenos hypolydij superat acumine semitonij minoris hypophrygium: ergo idem superat acumine proslambanomenon hypodoryi.

hypodorium trisemitonio. igitur per præcedentem: totus hypolydius ordo totum hypodorium ordinem trisemitonio superuadit acutior, sed & quia dorus toni acutie vincit hypolydium: ergo dorus duobus tonis & semitonio acutior est hypodorio. ergo per sextam tertij. eo acutior est consonantia diatessaron. quare per præcedentem singulæ dorij singulis hypodorij diatessaron consonantia sonant acutiores. & phrygius addit tonum in acumine dorio: igitur totus phrygius toto hypodorio, diapente consonantia modulatur acutior. & lydius phrygio addit semitonium minus, & mixolydius lydio tonum: igitur lydius hypodorio diapente & semitonio, & mixolydius diapente & sesquitono sonabit acutior. quod totum est propositum.

26 ¶ Hypolydius diatonicus: hypophrygium diatonicum semitonio, & dorus trisemitonio, phrygius diatessaron, lydius diatessaron & semitonio mixolydius diatessaron consonantia, atque sesquitono superuadit acutior. & dorus hypolydio tono, phrygius ditono, lydius diatessaron, & mixolydius diapente. phrygius autem ad dorium sonat tonum, lydius trisemitonium & mixolydius diatessaron, lydius phrygio semitonium, & mixolydius sesquitonum. mixolydius autem lydio: tonum.

¶ Hæc ut præcedens uel quam facillime monstrabitur.

27 ¶ Septem modos chromatische modulationis constituere.

		A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q	
R Hypodorus																	q 7.
S Hypophry.	Tonus																q Chro
T Hypolydi.	Semito.	A															q ma
V Dorus	A potome	A															q tici
X Phrygius	Trisemitonium	A															q mo
Y Lydius	Semitonium	A															di.
Z Myxolydius	A potome	A															
			A	b	c	d	e	f	g	h	k	l	m	n	o	p	q

¶ Facio r pentacachordum chromaticum per decimam, undecimam, & duodecimam huius: & similiter sex alia scilicet s, t, u, x, y, z. facioque pentacachordum s tono acutius r. & t, pentacachordum: semitonio acutius s. u uero: apotomes inter uallo acutius t. & x: trisemitonio amplius quam u y: semitonio amplius quam x, & z: apotome transcendere y. dico ergo septem modos chromatische modulationis esse  
 I iij      ordina

M

ordinatos. non r erit hypodorius. s per diffinitionem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. u dorius. x phrygius. y lydius. z myxolydius.

¶ Quo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respondeant: ostendere.

¶ Distat per precedentem hypophrygius ab hypodoro chromatico: tono & hypolydius ab hypophrygio: semitonio. distat igitur hypolydius ab hypodoro: acutior tri semitonio. & dorius ab hypolydio distat apotome. igitur dorius ab hypodoro. remotus est ditono. phrygius autem ab dorio trisemitonio. igitur phrygius ab hypodoro remouetur tribus tonis & semitonio: hoc est totius consonantie diapente interuallo. & lydius a phrygio semitonio. igitur lydius ab hypodoro diapente atque semitonio myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodoro diapente consonantia distat acutior, atque tono. Et hoc pacto de reliquis ex precedente perfacilis est ostensio. ut hypolydius ab hypophrygio distat semitonio. dorius tono. phrygius diatessaron. lydius diatessaron & semitonio. myxolydius diapente. Dorius a hypolydio distat apotome. phrygius ditono, lydius diatessaron. myxolydius tritono. Phrygius a dorio trisemitonio. lydius tono & duobus semitoniis minoribus. myxolydius uero diatessaron. Lydius a phrygio semitonio. & myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quoque dictum est: a lydio maiore semitonio. sicque constructum est propositum.

¶ Septem itidem enarmonicos modos ordinare.

		A	b	c	d	e	f	g	b	k	l	m	n	o	p	q	
R	Hypodorius																q 7
S	Hypophry.	Tonus															q Enar
T	Hypolydi.	Diesis	A														q mo
V	Dorius	Diesis	A														q ni
X	Phrygius	Ditonus	A														q ci
Y	Lydius	Diesis	A														mo
Z	Myxolydius	Diesis	A														di.

A b c d e f g b k l m n o p q

¶ Sint r, s, t, u, x, y, z septem pentadecachorda, & sit per decimam quintam huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proflambanomenon pentadecachordi s u no tono amplius pentadecachordo r. & t diesi amplius quam s. & u diesi amplius quam t. & x ditono amplius quam u. & y amplius diesi x. & z amplius itidem diesi quam y. erunt ergo secundum acumen intensa sex post primum pentadecachorda

da: primo tono, deinde duabus diesibus & ditono, demum duabus diesibus. qui quidem intendendi modus: enarmonice modulationi peculiaris propriusque habetur. sūt igitur septem pentadecachorda r, s, t, u, x, y, z: septem enarmonice modulationis modos continentia. quod demonstrari propositum erat.

¶ Singulorum enarmonicorum modorum: ad quemlibet habitudines demonstrare.

¶ Huius ex precedenti demonstratio clara esse potest. Primo hypophrygiū ab hypodorio distantiam: esse tonum. hypolydiū: tonum & diesim. doriū: sesquitonum. phrygiū diapente. lydiū: diapente ac diesim. myxolydiū: diapente & semitonium. secundo hypolydium distare ab hypophrygio. diesi. dorium: semitono. phrygium: diatessaron. lydiū: diatessaron & diesi. myxolydium: diatessaron & semitono, tertio dorium ab hypolydio: diesi. phrygium: ditono & diesi. lydiū: diatessaron. myxolydium: diatessaron & diesi. Quarto phrygium a dorio: ditono. lydiū: ditono & diesi. myxolydium: diatessaron. Quinto lydiū a phrygio: diesi. & myxolydium: semitono. Sexto myxolydium distare diesi a lydio. Septem enim modos & non plures adiecit priscorum autoritas Pythagoricorum. Vt enim numerus a monade ad denarium usque uariis crescens progreditur, mox uero sequens denarius unitatis uicem obtinet primamque explicat unitatem eiusdem indiuiduæ monadis consors, & æmulus, qui ad centenarium usque rursus nouenaria progressionē se extendit, relapsus tandem in tertiam unitatem: ita quoque uocum dissimilitudo ac uarietas ex quibus instar cælestis harmoniæ concentus humani, modique formantur ad octonarium usque surgit. suntque septem continue uoces inter se uariæ: quibus succedens octonaria uocis plenitudo (primus enim numeralis cubus primaque tessera octonarius) ad primam rursus sonat ut eadem, & ad eam sese habens perinde ac denarius ad unitatem. Et hæc octonaria series in omni modulationis genere sic rata procedit: ut cōtinuè octauo quoque loco octauum per similem sibi & pæne eundem sonus offendat sonum. ita ut ex duobus natiua quadam, concordique affinitate: iam unum sonum & non multos parere uideantur. usque adeo enim se miscent: & mutua se iungunt, copulantque amicitia. Et harum septem uocum quæ grauissima tar. dissimilissimaque est: Saturno debetur. proxima: Ioui. tertia Marti. quarta Phæbo. quinta Veneri. sexta Mercurio. septima uero earum acutissima, concitatissimaque: Lunæ. octaua autem: rursus reuoluitur ad Saturnum. nona: ad Iouem decima: ad Martem & hoc pacto consequentes: ut sapiens uoluit antiquitas. Et reuera totius uniuersi harmonia septenario cōpleta est. & hæc 7 in cælo cælestē, in his autē inferioribus corporeā, sensibilemque tēperāt harmoniā. sed hæc magi plenius discutiāt. hīc licet cognoscere cur hypermyxolydius, 7 pyth. modis haud multū ueniat accommodāndus.

Nam si in diatonico genere myxolydium pentadecachordum pro hypermyxolydio uno tono amplius acuat: tonus is ubique modus ad hypodorium consonans diapason, octavausque natus esset sonus, qui ad primum idē, congenensque naturali affinitate reddatur. quare non ab hypodorio, primo modo omnifarium uariis putandus est & aequē sit myxolydium intenderetur trisemio in chromate & ditono in enarmonio, sed de his forte amplius, quam praesenti negotio par sit: dictum est. Et modi quas adiecere recentiores, ut diuus Gregorius: ab hac modorum antiquitate recedunt. & pleraque alia quae posteriores musici inculcauerunt. & quae ab illis facile requiras. & nostra quoque tempestate musicum modulamen, atque omnium concinentiam ad celeritatem quandam praecipitemque leuitatem reducere conantur: modestam, grauem feriamque ac decoram concentuum moderationem perparū attendentes a moderatione enim dicti sunt modi, parum item attendentes priscū musices honestatis, grauitatisque decus: qua amentes arreptitiosq; soluebant, sanitates inducebant, feros hominum mores (ut olim Thracius Orpheus) ad mansuetos & uirtutis callem reuocabant. & ex sensibiliū harmonia ad caelestis harmoniae desiderium captiuas animas: tanquam sui iam memores exiliū uertim fluentibus oculis euocabant. hoc enim modorum accommoda mediocritate Pythagorae discipuli faciebant. non enim is inter homines modestior: cuius omnis incessus cursus uidetur. neque is cuius praecipitium loquela praesentium ludit intelligentiam. Ita quoque neque ij modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in uenerca chorea lasciuientes praeterfugiant audientium. hac enim de causa Pythagorae schola molles chromatis modos repudiauit: & spartiate solenni decreto Timotheum milesimum increpuerunt uehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur: uirtutis praeseferunt modestiam. ut enim nimia tarditate ceu torpore quodam fastidimur inani: ita nimia celeritas molliciem quandam praeseferunt in honestam. medium enim neque celeritate praecipitium neque tarditate pigrum: laudabile uirtutisque emulam. quam omnis aetas probare probaturaque est: & ad quam musici modi tanquam moderationis animi quaedam terete regula nos perducere debent, & ad diuina mentes nostras iugiter rapere. & faelices ij erunt: qui hoc sine & musicen & omnem mundanā philosophiam quaesierint. neque talibus deesse solet caelestis fauor atque praesidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra haec modulationum elementa peruenerint futuros desideramus, quin eis omnis harmoniae uitae decus, feliciter optamus, nostrique uicturos memores.

FINIS.



