INSTITUTIONS ASTRONOMIQUES,

OU

LEÇONS ÉLÉMENTAIRES D'ASTRONOMIE,

Pour ſervir d'introduction à la Phyſique Céleſte, & à la Science des Longitudes,

Avec de nouvelles Tables d'Équation corrigées;

ET PARTICULIEREMENT

les Tables du Soleil, de la Lune & des Satellites;

PRÉCEDÉES

d'un Eſſai ſur l'Hiſtoire de l'Aſtronomie Moderne.

A PARIS,

Chez HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN, & JACQUES GUERIN, rue Saint Jacques, à Saint Thomas d'Aquin, vis-à-vis les Mathurins.

M. DCC. XLVI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

A MESSIRE

JEAN-BAPTISTE LANGUET DE GERGY,

CURÉ DE SAINT SULPICE,

ABBÉ DE BERNAY,

PERE DES ORPHELINS ET DES PAUVRES,

ET JUSTE ESTIMATEUR DES BEAUX ARTS;

QUI

JOIGNANT À DES CONNOISSANCES SUBLIMES

UNE GRANDE SAGESSE DANS L'ADMINISTRATION,

UNE CONSTANCE INÉBRANLABLE DANS LES ENTREPRISES,

UN AMOUR DÉCLARÉ POUR LE BIEN DE L'ÉTAT,

ET UN ZÉLE ARDENT POUR LA RELIGION,

EST PARVENU

A FAIRE ÉLEVER DANS LA CAPITALE DE CET EMPIRE,

UN TEMPLE DIGNE DE LA MAJESTÉ DU TRÈS-HAUT;

OÙ

APRÈS AVOIR CONSACRÉ

AU CULTE ET À LA GLOIRE DU SEIGNEUR

TOUT CE QU'ON PEUT RASSEMBLER DE PRÉCIEUX,

IL A FAIT PLACER

TANT POUR L'EXACTITUDE DU COMPUT ECCLÉSIASTIQUE,

QUE POUR LE PROGRÈS DE L'ASTRONOMIE,

UN GNOMON ET UN OBÉLISQUE

SUR LA LIGNE MÉRIDIENNE,

EN M. DCC. XLIV.

TABLE
DES CHAPITRES.

Fin de la Table des Chapitres.

AVIS AU RELIEUR pour placer les Figures.

FAUTES A CORRIGER.

PAGE 13 *ligne* 21, *au lieu de* KHM, *lisez* ABD
Page 36 *ligne* 12, 1661, *lisez* 1761.
Page 37 *ligne* 28, de nous que dans, *lisez* de nous dans
Page 109 *ligne* 30; CE, *lisez* SE
Page 207, *ligne* 14, diametre, *lisez* demi-diametre.
Page 212 *ligne* 14, à la, *lisez* avec la
Page 253 *ligne* 2, CEDG; par la, *lisez* CEDG, par la
7, H, A; *lisez* H A,
Page 338 *en marge*, se meuvent; *lisez* se montrent
Page 339 *en marge* de l'Ecliptique, *lisez* de l'Ellipse
Page 345 *ligne* 4 au plûtôt, *lisez* ou plûtôt
Page 398 *ligne* 5, 2^e^ *colomne au lieu de* ♈, *lisez* ♉.
Page 508 *ligne pénultiéme, au lieu de* au tems & GC; *lisez* au tems: Et GC
Page 565, *dernieres lignes en marge*, & véritables, *lisez* aux véritables
Page 582 *en marge* A : B, *lisez* des Cosinus A : B
Page 630 *ligne* 14, le 3 Aoust, *lisez* le 4 Aoust

ESSAI

ESSAI SUR L'HISTOIRE ET SUR LE progrès de l'Aſtronomie ; où l'on traite du Mouvement de la Terre, de la Préceſſion des Equinoxes, de l'Obliquité de l'Ecliptique, & du Moyen Mouvement de Saturne.

LES Elémens d'Aſtronomie qui ont été publiés juſqu'à préſent, ſont en ſi petit nombre, qu'on ne doit pas être étonné de voir rappeller ici & ce qu'ils contiennent, & les additions que divers Auteurs y ont faites preſque ſucceſſivement. On ſera peut-être bien-aiſe de ſçavoir à quel point de perfection l'Aſtronomie a été portée à meſure que l'on a fait de nouvelles découvertes, ou que les Mathématiciens ont imaginé des méthodes plus ſimples, plus naturelles & moins indirectes que celles dont on étoit obligé de ſe ſervir autrefois. L'Aſtronomie ayant déja bien changé de face, & étant devenue beaucoup plus ſimple depuis que l'on admet le Mouvement réel de la Terre autour du Soleil, il eſt à propos de commencer par déduire ici en peu de mots les preuves qu'on a données tant du mouvement annuel de la Terre, que de ſon mouvement de Rotation.

L'Aſtronomie devenue beaucoup plus ſimple depuis que l'on admet le mouvement de la Terre.

On avoit fait déja du tems de Képler assez de progrès dans la recherche du véritable Systeme du Monde ; & l'on pouvoit bien dire dès-lors que l'opinion ancienne de Philolaüs ou des Caldéens, sur le mouvement réel de la Terre autour du Soleil (introduite près de cent ans auparavant par Copernic) n'avoit plus besoin d'être défendue comme autrefois, lorsqu'elle n'étoit adoptée simplement que comme le systeme du monde le plus vraisemblable. En effet depuis la découverte du Télescope, faite en Hollande, & employé d'abord par Galilée, on a publié diverses démonstrations de ce systeme, qui ont été reçûes de tous les Mathématiciens, & généralement de tous ceux qui ont été à portée de prendre quelque connoissance de la Physique Céleste : Voici les principales preuves qu'on en donnoit, & qui ont achevé de convaincre les Philosophes.

La Terre & les Planetes tournent autour du Soleil.

Les différentes Phases de Mercure, de Vénus & de Mars vûes avec les meilleurs Télescopes prouvent déja que ces Planetes tournent autour du Soleil ; & les Eclipses des Satellites dans l'ombre des Planetes supérieures comparées aux tems de leurs conjonctions visibles, font aussi reconnoître que ces mêmes Planetes tournent autour du Soleil. D'ailleurs Képler avoit remarqué que toutes les Planetes, en faisant leur révolution, étoient assujetties à une même loi, qu'il avoit découverte : or cette loi lui avoit paru générale & toujours constante, en admettant le Soleil, & non pas la Terre, au centre du Mouvement des Planetes. D'aussi fortes preuves & l'analogie le conduisirent donc à en conclurre le moüvement réel de la Terre autour du Soleil.

Nouvelle preuve fondée sur la découverte de l'Aberration des Etoiles.

Mais on est parvenu à le prouver aujourd'hui d'une maniere encore plus simple, en y employant la découverte qu'on a faite tout récemment de l'Aberration des Etoiles fixes. L'explication si naturelle & si ingénieuse qu'on a donnée de ce Phénomene, satisfait merveilleusement & sans aucune exception, à toutes les apparences du mouvement des Etoiles dans le cours de chaque année. Ainsi le mouvement réel de la Terre ne sçauroit être prouvé d'une maniere plus décisive.

Elle dépend du mouvement annuel de la Terre autour du Soleil.

En effet pour bien entendre cette théorie de l'Aberration, qu'on détaillera néantmoins encore davantage au Chapitre VIII. il faut sçavoir qu'elle est fondée sur le mouvement réel de la Terre autour du Soleil, & sur le mouvement successif de la Lumiere. Il ne reste plus de doute aujourd'hui sur la propagation ou le mouvement successif de la Lumiere ; puisque si cette vérité, de même que la plûpart des autres, a été combattue dès le commencement, on peut dire à cette heure que ceux mêmes qui l'ont attaquée, l'ont adoptée depuis unanimement, comme il est aisé de s'en convaincre par leurs propres écrits. Il faut avouer aussi que la découverte de l'Aberration des Etoiles fixes a paru d'abord y ajouter un nouveau poids ; & que d'ailleurs l'action mutuelle des Satellites de Jupiter, les uns à l'égard des autres, auparavant inconnue, sembloit en quelque maniere autori-

L'Aberration dépend aussi du mouvement successif de la Lumiere.

ser ceux qui ne vouloient pas adopter la démonstration du mouvement successif de la Lumiere, fondée sur les Eclipses des Satellites. Cependant il n'étoit pas impossible d'appercevoir les effets de ce mouvement successif dans les trois Satellites supérieurs, comme dans le premier; & c'est ce qu'avoit déja prouvé M. Halleï long-tems avant la découverte de l'Aberration des Etoiles.

Le mouvement successif de la Lumiere avoit déja été prouvé par les Eclipses des Satellites de Jupiter.

Quoi qu'il en soit, le mouvement successif de la Lumiere étant universellement établi, on peut bien assurer aujourd'hui que le mouvement réel de la Terre autour du Soleil est démontré par la théorie de l'Aberration, puisqu'autrement cette théorie ne pourroit plus satisfaire aux observations du mouvement apparent des Etoiles, & deviendroit fausse dans des cas particuliers. D'un autre côté les Astronomes n'ont pas hésité à publier leurs observations faites à ce sujet, qui leur ont fait également reconnoître l'excellence & la vérité de cette ingénieuse théorie.

La Rotation de la Terre & des Planetes autour de leur Axe.

Le mouvement de la Terre autour du Soleil suppose nécessairement la Rotation de la Terre autour de son Axe qui s'acheve en 24 heures. Ce mouvement diurne ou de Rotation est confirmé d'ailleurs par celui que l'on observe dans la plûpart des Planetes, sur la surface desquelles on a découvert différentes taches qui ont fait enfin reconnoître qu'elles tournoient d'Occident en Orient avec une inclinaison constante de la part de leur Axe de Rotation. Feu M. Cassini a reconnu le premier que Jupiter tournoit en $9^h\ 56'$

autour de son Axe, Mars en $24^h 40'$, & Venus en $23^h 20'$; que l'Axe de Jupiter & de Mars est presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, ou plutôt au plan de leur orbite. Enfin celui de Venus, est incliné de 15° à l'Ecliptique; de sorte que cette Planete tourne, pour ainsi dire, autour de son Axe du Midi au Septentrion.

Inclinaison l'Axe de Venus au plan de l'Ecliptique.

Au reste, une des choses qui contribue le plus à attirer l'attention de ceux qui aiment l'étude des Mathématiques, c'est de s'appercevoir que tant de vérités qu'on a successivement découvertes, & qui ont exigé bien du tems & une infinité d'expériences pour être constatées, se trouvent pour l'ordinaire intimement liées, & découlent naturellement les unes des autres. Auroit-on jamais osé soupçonner, par exemple, sans les principes qu'on vient d'établir, & qui avoient déja été reconnus, que la Terre dût avoir une forme un peu différente d'une Sphere; qu'elle fût dis-je applatie vers les Poles, & que cet Applatissement ou altération dans sa rondeur ait été de tout tems la principale cause du Mouvement Apparent de toutes les Etoiles d'Occident en Orient? Car les Etoiles, comme presque tout le monde sçait, ont changé considérablement de lieu, & se sont avancées de près d'un signe, ou 30 degrés vers l'Orient depuis environ deux mille ans. Les Etoiles du Bélier, qui du tems d'Hipparque étoient placées à l'Equinoxe du Printems, occupent actuellement le lieu où se trouvoit pour lors la Constellation du Taureau;

La figure de la Terre est la cause du mouvement apparent des Etoiles selon l'ordre des signes, dont la révolution s'acheve en 26000 ans.

les Etoiles de celle-ci ont pris la place de la Constellation des Gemeaux, & ainsi de suite; de maniere qu'il faudra vingt-six mille ans ou environ avant que toutes les Etoiles ou Constellations, après avoir parcouru les douze signes du Zodiaque parallelement à l'Ecliptique, reparoissent au même lieu & dans les mêmes points du Ciel, où le fameux Hipparque les avoit observées près de 150 ans avant l'Ere Chrétienne.

Les points des Equinoxes ont un mouvement réel contre l'ordre des signes; ce qui est la cause du mouvement apparent des Etoiles d'Occident en Orient.

Il est difficile de s'accoutumer d'abord à comprendre ces grands mouvemens périodiques, comme aussi les causes qui ont dû les produire: on tâchera cependant d'expliquer dans la suite d'où elles dépendent; en un mot, comment doit se faire chaque année la Précession des points des Equinoxes: car les Etoiles n'ont pas en effet un mouvement propre qui les emporte vers l'Orient, mais ce sont au contraire les points des Equinoxes & des Solstices qui se meuvent contre l'ordre ou la suite des signes: & quoique la différence en soit insensible pour le commun des hommes dans l'espace de quelques années, néanmoins comme ces différences s'accumulent toujours dans le même sens, elles produisent enfin un effet qui devient dans la suite de plus en plus remarquable.

Degré du Méridien mesuré en France.

Quand le feu Roi LOUIS XIV. envoya des ordres à l'Académie des Sciences nouvellement établie par les soins de M. Colbert, pour qu'on mesurât la grandeur d'un degré en France, & pour en conclurre la grandeur de la Terre, M.

Picard qui en fut chargé, détermina fort exactement la distance terrestre; & quoiqu'il n'ait pas eu tout-à-fait le même succès dans la recherche de l'Arc Céleste *, n'ayant pu le vérifier dans la suite avec M. de Roemer, comme il l'avoit proposé, cependant il est aisé de voir qu'il étoit déja parvenu à conclurre à cent toises près la grandeur du degré de la circonférence de la Terre; d'où en supposant la Terre ronde, sa circonférence fut établie pour lors de 9000 lieues à raison de 25 lieues par degré.

Grandeur de la Terre.

M. Picard avertit dans son Livre de la Mesure de la Terre, publié en 1671. d'une conjecture proposée dans l'Assemblée de l'Académie des Sciences, & qui avoit déja fait soupçonner à quelques-uns que la Terre nétoit pas exactement Sphérique, mais un Sphéroïde applati par les Poles. Il dit qu'en supposant le Mouvement diurne de la Terre autour de son Axe, la Pesanteur devoit être (à cause de la force centrifuge)

L'Accourcissement du Pendule sous l'Equateur, & la figure de la Terre avoient d'abord été proposés dans l'Assemblée de l'Académie des Sciences, comme dépendans d'une même théorie physique.

* Il résulte de ses Observations que l'Arc compris entre Paris & Amiens, seroit de $7''\frac{1}{8}$ plus grand que celui qu'on a observé en 1739 de $1^\circ\ 1'\ 12''$; ou plutôt de $8''\frac{1}{5}$, si l'on a égard à la différence des réfractions, qui avoit été négligée par M. Picard, comme n'étant pas de grande conséquence : il est vrai que la différence est encore plus grande, si l'on a égard aux aberrations de l'Étoile qu'il avoit observée, & que cette erreur ne lui étant pas tout-à-fait inconnue, a fait enfin soupçonner que l'amplitude de son arc n'auroit pas été assez exactement déterminée. Mais comme il avoit recherché en même tems avec son Quart-de-cercle, l'amplitude du même arc par différentes Etoiles, & qu'il ne nous a donné que le résultat des distances au Zénit d'une même Etoile observée à son Secteur, la correction qu'on voudroit faire à cet arc, à cause de l'Aberration de l'Etoile, paroît assez inutile.

plus grande vers les Poles que vers l'Equateur; d'où l'on avoit conclu que dans la Zone Torride les corps graves pourroient descendre moins vîte, & qu'ainsi il faudroit peut-être y accourcir sensiblement le Pendule qui bat les secondes.

L'Accourcissement du Pendule déterminé par observation en l'Isle Cayenne en l'année 1672.

Cela fut vérifié l'année suivante dans un voyage fait par Richer en l'Isle Cayenne à près de cinq degrés de la Ligne Equinoctiale ou de l'Equateur. Il remarqua d'abord que sa Pendule bien réglée en France retardoit chaque jour d'environ $2\frac{1}{2}$ minutes. Mais comme on lui avoit recommandé principalement de mesurer la longueur du Pendule simple qui bat les secondes, il en répéta l'expérience pendant 8 mois entiers; & il résultoit toujours qu'en l'Isle Cayenne, le Pendule qui bat les secondes devoit être plus court d'une ligne & un quart, qu'à la latitude de Paris.

C'est ainsi que MM. Huygens & Newton reconnurent que la Terre devoit être applatie vers les Poles, & rehaussée vers l'Equateur. Enfin après bien des recherches tant sur la longueur du Pendule, que sur la grandeur du degré en différens climats, on est parvenu aujourd'hui à conclurre la juste quantité, dont l'axe qui passe par les Poles est plus court que le diametre de l'Equateur. La différence excede une deux-centieme partie, & peut même être fixée à $\frac{1}{175}$.

L'Axe terrestre est plus court que le diametre de l'Equateur de $\frac{1}{175}$ suivant les plus récentes observations faites en Laponie & dans le Pérou.

On donnera bientôt* d'après ces résultats, la maniere de calculer la quantité de la Précession

* Cet Essai a commencé d'être dicté au Collége Royal en 1745.

de

de l'Equinoxe & la Nutation de l'axe de la Terre : cela suppose divers principes de Physique céleste, qui doivent suivre immédiatement les Institutions Astronomiques que l'on développe ici. La Précession des Equinoxes & la nutation de l'axe de la Terre dépendent, comme on le verra, d'une même cause ; car la Terre n'étant pas sphérique, l'action du Soleil & de la Lune sur les Parties du Sphéroide, devient inégale pendant le cours de chaque révolution périodique. D'où il suit que l'inclinaison du plan de l'Equateur & par conséquent de l'axe terrestre, à l'égard de l'Ecliptique est variable, tant à chaque Lunaison, que dans le cours de chaque année, & cela alternativement au Nord & au Midi, ce qui fait rétrograder les points des Equinoxes. Mais pour donner ici quelque idée de cette Théorie, il nous faut parler d'une cause premiere, laquelle est universelle & dont nous connoissons les effets.

A cause que les Terres sont sensiblement rehaussées vers l'Equateur, l'action du Soleil & de la Lune sur le Sphéroïde terrestre, devient inégale, à mesure que ces Astres s'écartent vers le Nord ou vers le Midi.

Il faut donc sçavoir, qu'il y a dans la nature un principe que les Physiciens & les Astronomes admettent assez unanimement aujourd'hui, non-seulement parce que tous les phénomenes, même les plus rares & les plus singuliers, le confirment de jour en jour, mais aussi parce qu'il a conduit jusqu'à présent, ceux qui l'ont reconnu aux plus grandes découvertes : c'est la loi générale de la gravitation.

L'Astronomie physique presqu'entiérement fondée sur la théorie de la gravitation.

C'est par le secours de cette loi qu'on a découvert le mouvement réel des Cometes, si longtems ignoré des Astronomes & des Philosophes,

Cette théorie a fait enfin découvrir les regles du mouvement des Cometes.

même dans les deux siecles éclairés qui ont précédé celui-ci. Nous sçavons aujourd'hui que ces corps sont de vraies Planetes qui tournent autour du Soleil, en parcourant des Ellipses presque immenses.

On répond à à l'objection qui a été proposée depuis Tycho jusqu'en ces derniers tems, contre le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, & la distance presque immense des Etoiles, qui résulte du défaut de la parallaxe du grand orbe.

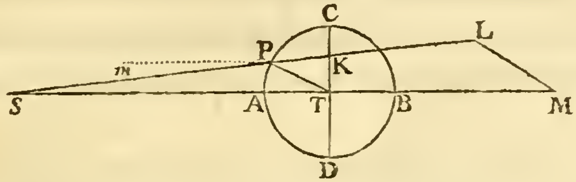
D'un autre coté, comme il a fallu reconnoître il y a déja long-tems que la distance des Etoiles étoit prodigieuse, puisqu'elle surpasse infiniment les plus grands espaces compris entre le Soleil & les orbites de la Terre ou des Planetes, on est à portée d'assigner aujourd'hui à quoi doit être destinée cette vaste étendue comprise entre Saturne & les plus proches Etoiles. On sçait, dis-je, que les Cometes y achevent leurs révolutions périodiques autour du Soleil, & de plus, il paroît assez vraisemblable, que d'autres Cometes les achevent pareillement autour des Etoiles, en y parcourant de très-grandes orbites & les plus excentriques qu'il soit possible d'imaginer.

La précession de l'Equinoxe.

Pour revenir à ce qui concerne la nutation de l'axe terrestre & la Précession des Equinoxes*, il

* Soit le Soleil ou la Lune en *S*, *DC* le plan du disque terrestre auquel la ligne *ST* est perpendiculaire, le centre de la Terre étant en *T*; soit aussi supposée avec M. Newton la gravitation moyenne de la Terre vers le Soleil représentée par *ST*; ou ce qui revient au même, la gravitation vers le Soleil de toute la matiere réunie au centre du globe terrestre *T*. Pour trouver la gravitation vers le Soleil d'une montagne ou masse quelconque *P*, prise sur l'Equateur Terrestre, on prendra sur *SP* (à cause que la gravitation croît ou diminue en raison renversée du quarré de la distance) la ligne *SL* qui soit à *ST*, comme ST^2 est à SP^2; d'où il est évident que la ligne *SL* représentera la gravitation de la particule ou masse *P* vers le Soleil. Ayant mené *LM* parallele à *PT*, qui rencontrera *ST* prolongée au point *M*, la gravitation *SL* se trouve composée des deux forces *LM*, *SM*, dont l'une qui est

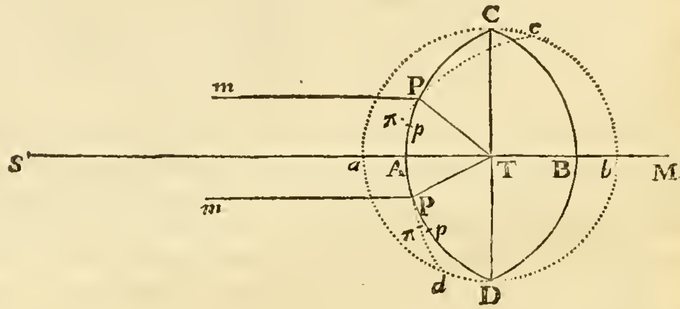
est à propos de considérer, que si l'axe de la Terre n'étoit pas incliné sur le plan de l'orbe qu'elle



parallele & sensiblement égale à *PT*, agit directement vers le centre de la Terre : quant à l'autre *SM*, comme une de ses parties *ST* est toujours commune à toutes les autres parties de la Terre, elle ne sçauroit non plus causer de changement dans le mouvement de l'Axe Terrestre. Il n'en est pas de même de l'autre partie *TM* de la ligne *SM* ; car outre qu'elle est variable (étant à très-peu près égale à trois fois *PK* cosinus de l'angle *PTS*) elle agit constamment suivant une direction *Pm* parallele au plan de l'Ecliptique. C'est pourquoi si la ligne *CTD* représente l'intersection commune de l'Equateur Terrestre avec le plan de l'Ecliptique, & si l'on imagine que la moitié *CPAD* de l'Equateur soit élevée au-dessus du plan *STC* pendant que l'autre moitié *DBC* est abaissée au-dessous du même plan, alors la particule ou masse placée en *P* sur la circonférence de l'Equateur Terrestre, est agitée comme ci-dessus par deux forces, dont l'une étant toujours dirigée vers le centre de la Terre ne sçauroit changer la situation de l'Axe du Globe : mais l'autre au contraire agissant suivant une direction parallele à *TS*, tend à ramener le plan de l'Equateur vers le plan de l'Ecliptique *CTS*.

Après avoir considéré ce qui doit arriver au Globe Terrestre par l'effet de la gravitation de la montagne ou particule *P* qui seroit continuellement attirée vers le plan de l'Ecliptique, supposons que toutes les particules qui excedent le Globe Terrestre depuis l'Equateur jusqu'au Pole (ou simplement les terres qui sont rehaussées vers l'Equateur) se réunissent dans le plan même de l'Equateur, & y forment un large Anneau fort mince, & dont le plan passeroit nécessairement par le centre de la Terre : à ne considérer uniquement que cet Anneau, il est aisé de s'appercevoir que chaque fois que son plan passera par le Soleil (ce qui doit arriver au tems des Equinoxes) ses nœuds ou intersections avec le plan de l'Ecliptique doivent être pour lors immobiles, l'action du Soleil qui est représentée par *Pm* se faisant alors dans le plan même de l'Anneau qu'on suppose passer en ce moment-là par le centre du Soleil : mais dans toute autre situation des nœuds de l'Anneau depuis l'Equinoxe jusqu'aux Solstices, son inclinaison décrit chaque année autour du Soleil ; si cet axe étoit disposé à peu-près comme celui de Jupiter (lequel est presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique) le Soleil nous paroîtroit en ce cas continuellement dans le plan de l'Equateur,

au plan de l'Ecliptique doit augmenter ou diminuer, & cela de la maniere qu'on va l'expliquer par le moyen de la figure suivante.



Car pour revenir à la particule *P*, quel que soit l'effort* qui doit se faire, soit sur cette particule, soit sur la matiere de l'Anneau qui excede le Globe Terrestre, & qui seroit réunie en ce seul point *P*, il s'agit de prouver que dans l'un ou l'autre cas l'angle de l'inclinaison de l'Anneau sur le plan de l'Ecliptique *STC* doit toujours diminuer depuis l'instant que le point *P* quitte les points *C* ou *D* des Equinoxes, jusqu'au tems de son arrivée aux points des Solstices *A* ou *B* ; qu'au-contraire cet angle augmentera depuis les Solstices jusqu'au tems des Equinoxes, c'est-à-dire, depuis le passage du point *P* de *A* ou *B*, jusqu'en *D* ou *C* ; qu'enfin dans l'un ou l'autre cas les points Equinoctiaux ou les Nœuds de l'Anneau doivent avoir un mouvement rétrograde sur le plan de l'Ecliptique : qu'on suppose *P* fort proche de *A*.

* *Voyez le I. Lemme de la prop. 39. du 3e Livre de la Philosophie de M. Newton.*

Dans le premier cas, *P* est emporté par le mouvement annuel de la Terre d'Occident en Orient, & s'éloigne du point de l'Equinoxe *C*, en s'avançant vers *A* qui répond au Solstice. Supposant donc que dans un instant donné il parcourre l'arc *Pp*, l'effort qui se fait pendant le même instant sur le point *P* parallelement à l'Ecliptique selon la direction *Pm*, lui fera donc parcourir par un mouvement composé la ligne droite *P* π. Ainsi son mouvement ne se fait point selon la premiere direction du plan de l'Equateur *CTP*, & l'Axe terrestre ne doit

& quelque applatissement qu'eût la Terre vers les Poles, pourvû qu'on l'admette uniformément dense ou homogene, le premier point d'♈ ou de l'Equinoxe répondroit constamment au même lieu dans le Ciel étoilé. En un mot, toutes les

pas s'avancer parallelement à lui-même : mais le mouvement du point *P* ou de l'Anneau se fera dans un nouveau plan *T P* π, lequel étant prolongé rencontrera celui de l'Ecliptique au-delà du point *C*, c'est-à dire, en *c*. Considérant aussi que l'effort qui se fait suivant *Pm* est très-petit, en comparaison de celui qui est produit par le mouvement annuel, & qui transporte le point *P* en *p*; il s'ensuit que l'angle *CPc* qui mesure la différence d'inclinaison des deux plans *CPT*, *cPT*, est très-petit, & qu'ainsi l'arc *Pc* differe à peine de l'arc *PC*. Ainsi comme depuis le tems des Equinoxes jusqu'au tems des Solstices, l'Arc *PC* est toujours moindre que le quart de cercle *CA*, d'une quantité finie *PA*, il s'ensuit que la somme des deux arcs *PC*, *Pc* est moindre que le demi-cercle; partant dans le triangle sphérique *CPc*, l'angle extérieur *PCa* sera plus grand que l'intérieur ou opposé *PcC*. L'inclinaison du plan de l'Anneau ou de l'Equateur doit donc diminuer continuellement depuis le passage du point *P* de *C* en *A*. Mais l'intersection ou le nœud *C* étant alors transporté de *C* en *c*, il est évident que son mouvement se fait dans le sens contraire au mouvement périodique du point *P*, & qu'ainsi le nœud ou point de l'Equinoxe *C* rétrograde, & se meut contre la suite des signes.

En second lieu, si le point *P* est transporté depuis le Solstice qui se fait en *A* jusqu'à l'Equinoxe en *D*, en quelque lieu qu'il se trouve alors, comme il est agité par deux forces, sçavoir, suivant la direction *Pp*, & suivant la direction *Pm*, il décrira par conséquent par un mouvement composé la ligne *P* π : ainsi le mouvement de l'Equateur se fera donc suivant cette derniere direction, & le plan de l'Equateur prolongé rencontrera celui de l'Ecliptique en *d*; d'où il suit que l'Equinoxe ou Nœud *D* doit rétrograder vers le point *d*, & l'angle extérieur *Pda* étant plus grand que son intérieur ou opposé *PDd*, il sera vrai de dire que l'inclinaison du plan de l'Anneau doit augmenter depuis le Solstice jusqu'à l'Equinoxe.

On démontrera de la même maniere le mouvement rétrograde des points des Equinoxes & la diminution ou l'augmentation qui doit arriver dans l'inclinaison de l'Anneau sur le plan de l'Ecliptique, pendant que le point *P* de cet Anneau (qui est opposé le plus directement au Soleil) parcourt les deux arcs *DB*, *BC*.

Constellations ne se seroient point avancées de près d'un signe depuis environ deux mille ans, & l'action du Soleil ou de la Lune ne causeroit pas deux fois, à chaque révolution périodique, la nutation de l'Axe terrestre.

Mais comme cet Axe fait un angle de $66^\circ\frac{1}{2}$ avec le plan de l'Ecliptique, ou que l'Equateur forme avec le plan de l'orbe annuel un angle de $23^\circ\frac{1}{2}$, il s'ensuit qu'à chaque fois que le Soleil ou la Lune nous paroissent s'écarter vers l'un ou l'autre Tropique, leur action étant inégale sur le Sphéroïde (à cause que les Terres sont sensiblement rehaussées vers l'Equateur), non-seulement la nutation de l'Axe terrestre doit avoir lieu, mais aussi la commune section du plan de l'Equateur avec celui de l'orbe annuel doit peu à peu changer de place par un mouvement continuel contre l'ordre des signes, ce qui fera paroître rétrograder les points des Equinoxes.

Origine des différens traités d'Astronomie, publiés dès le commencement du renouvellement des Lettres en Europe.

Il n'est pas nécessaire de s'arrêter long-tems ici aux divers Traités d'Astronomie qui ont été publiés sous les regnes de François I & de ses Successeurs : la plûpart de ces Ouvrages n'étoient que des Extraits de l'Almageste de Ptolomée, traduit de l'Arabe ou sur les manuscrits Grecs : ceux-ci furent recueillis & les passages restitués dans cette belle édition de Bâle de l'année 1538.

L'Almageste de Ptolomée.

L'Almageste étoit alors regardé comme une des plus importantes collections qui eût été faite de toute l'Astronomie ancienne. Cet Ouvrage avoit été publié sous l'empire d'Antonin, & il ne restoit gueres que ce seul Livre d'Astronomie qui eût échappé à la fureur des Barbares. On s'y étoit donc attaché d'autant plus volontiers, qu'il renferme non seulement les hypotheses, les méthodes pratiques & les théories des Anciens, mais encore plusieurs observations Astronomiques faites en Orient & à Alexandrie depuis la vingt-septieme année de Nabonassar, (qui est le tems de la plus ancienne Eclipse qu'on sçache avoir été observée à Babylone) jusques vers l'an 887, qui répond, selon nos Chronologistes, à l'année 140 de l'Ere Chrétienne. Les autres Livres qui s'étoient sans doute bien moins multipliés, avoient été détruits pendant les ravages presque continuels qui se firent durant cinq cens ans dans toutes les provinces Romaines.

Ce qu'en ont pensé les Mathématiciens.

Les plus anciennes observations Astronomiques qui nous soient restées, se trouvent dans ce Livre.

L'empire Romain, comme l'on sçait, ayant fini en Occident en l'année 476 de l'Ere Chrétienne, & les nations Gothiques qui en avoient conquis les provinces, s'y étant pour lors établies, une longue barbarie succéda tout-à-coup aux siecles éclairés de Rome : & cette grande ville, de même que celles de la Gaule, des Espagnes & de l'Afrique, ayant été plusieurs fois prise & saccagée, il n'est pas étonnant si les manuscrits furent détruits & dissipés ; l'ignorance étant tout-à-coup devenue si grande que même les Princes Conquérans connoissoient à peine l'usage des livres. Comme ces nations ne songeoient qu'à exterminer le nom Romain, leur

Les autres ouvrages d'Astronomie ancienne ont été détruits pendant les ravages des Barbares.

fureur s'étoit allumée à tel point, qu'ils prirent à tâche d'anéantir tous les écrits, & de détruire les monumens que la puissance Romaine avoit élevés dans les Gaules & dans l'Italie.

Omar fait brûler tous les Livres en Orient.

Cette perte eût été en quelque façon réparable, si vers le milieu du septieme siecle Omar, III^e Calife des Sarrasins, n'eût fait brûler tous les livres en Orient. Le nombre de ceux qui se trouvoient à Alexandrie étoit immense : comme il fallut employer plus de six mois pour exécuter l'ordre du Calife qui achevoit pour lors la conquête de la Perse, les ordres qu'il avoit envoyés ne furent pas si rigoureusement exécutés en Egypte, qu'il n'échappât quelques manuscrits. Enfin la persécution que les différentes Sectes qui s'étoient élevées parmi les Mahométans avoient fait naître tant en Afrique que dans l'Asie, ayant cessé presqu'entierement, les mêmes Arabes ou Sarrasins recueillirent bientôt après un grand nombre d'Ecrits que les premiers Califes Abbasides firent traduire d'après les Versions Syriaques, & ensuite du Grec en leur Langue, laquelle est devenue depuis ce tems la langue sçavante de tout l'Orient.

Ce qui n'empêche pourtant pas les Sectes de se multiplier parmi les Mahométans.

Versions Arabes faites par ordre des Califes de la seconde race.

Or, soit que l'Almageste nous ait d'abord été apporté par les Sarrasins d'Espagne, le nombre des Astronomes s'étant multiplié d'abord sous la protection des Califes de Bagdad; soit qu'on en eût enlevé diverses copies du tems des Croisades lorsqu'on fit la conquête de la Palestine sur les Sarrasins d'Egypte; il est certain que ce livre a

été

été d'abord traduit d'Arabe en Latin par ordre de l'Empereur Frederic II. vers l'an 1230 de l'Ere Chrétienne.

Cette traduction étoit informe, & celles qu'on a faites depuis, ne sont pas non plus trop exactes : on est souvent obligé d'avoir recours au texte original. Ismaël Bouillaud en a cependant rétabli divers passages dont il a fait usage dans son Astronomie Philolaïque, s'étant servi pour cet effet du manuscrit Grec que l'on conserve à la Bibliotheque du Roi.

Quel étoit l'état de l'Astronomie sous les rois d'Egypte successeurs d'Alexandre.

Le grand objet des Astronomes d'Alexandrie avoit été dans l'espace d'environ 200 ans de recueillir assez d'observations pour se mettre en état de fonder quelque théorie, & représenter ensuite par leurs calculs les mouvemens célestes. La protection que leur accorderent les Rois Grecs successeurs d'Alexandre (qui firent en effet fleurir les sciences & les arts parmi les Egyptiens infiniment plus que n'avoient fait les Rois naturels de cette nation) le grand nombre de Philosophes & de Sçavans en tout genre qu'ils attirerent par leurs bienfaits dans la capitale de leur royaume, ne contribua pas peu à faire surmonter les grands obstacles qui pouvoient retarder l'exécution de ce projet. En effet Pline qui a vécu sous l'empire de Trajan, c'est-à-dire, peu de tems avant Ptolomée l'auteur de l'Almageste, nous apprend qu'Hipparque avoit déja entrepris le Catalogue général des Etoiles, & qu'il exécuta un si grand ouvrage principalement à l'occasion d'une nouvelle Etoile qui parut tout-à-coup; que pour cet effet il avoit fait forger un très-grand nombre d'instrumens: environ cent ans auparavant Eratosthenes avoit déja placé par ordre de Ptolomée Evergetes de grandes Armilles dans l'un des portiques d'Alexandrie, & avoit commencé à s'en servir pour observer les mouvemens du Soleil & des Planetes.

Les Astronomes ont dû ébaucher dès le commencement, différentes Tables Astronomiques.

Il est évident dé-là que les observations Astronomiques faites à Alexandrie s'étoient déja multipliées dans l'espace de plus de deux cens ans sous Tymocharis, Aristille, Erathostenes & Hipparque: mais dans la suite sous un foible gouvernement les Rois étant déchus de ce haut degré de puissance, & l'Egypte ayant été bientôt après réduite en province Romaine, le nombre des Observateurs qui travailloient à l'avancement de l'Astronomie, & qui s'éclairoient mutuellement, diminua tout-à-coup; & la construction des Tables Astronomiques qu'on avoit entreprise, mais qu'on n'avoit pas encore jugé à propos de publier, étant devenue pour lors l'objet d'un seul homme, ce dernier moins occupé de l'histoire générale des Observations, que de ses hypotheses & de ses Tables, nous a causé en les publiant, une perte irréparable.

Ces Tables sont devenues d'autant plus nécessaires, qu'elles se sont perfectionnées de jour en jour.

L'idée de construire ces sortes de Tables Astronomiques est assez naturelle, mais étant une fois publiées, on ne doit songer d'abord qu'à les corriger, de même qu'on le pratique à l'égard des Tables Géographiques, qu'on ne cesse de réformer, comme l'on ſçait, à chaque ſiecle. Il n'y a donc pas lieu de croire qu'aucun Aſtronome juſqu'à ce jour, ait jamais prétendu ſérieuſement en conſtruire de perpétuelles.

Les obſervations des Equinoxes ſervent à déterminer la grandeur de l'année Solaire.

Ce fut dans cette vue qu'Hipparque avoit commencé d'abord par obſerver les momens des Equinoxes, ce qui devoit fixer la grandeur de l'année ſolaire : il avoit découvert auſſi la premiere inégalité de la Lune & quelques-unes de celles des Planetes, en même tems qu'il recherchoit leurs révolutions périodiques. De plus, en conſtruiſant ſon Catalogue, il s'étoit apperçû par les déclinaiſons de l'Epi de la Vierge & de quelques Etoiles, comparées à celles qu'Eudoxe & Tymocharis avoient obſervées avant lui, que ces Etoiles, de même que les Planetes, étoient aſſujetties à un mouvement propre ou apparent d'Occident en Orient, qui, quoique très-lent, étoit néantmoins devenu aſſez ſenſible.

L'année Solaire plus courte que l'année Sydéréale.

Si Ptolomée * en continuant les mêmes obſervations près de trois cens ans après Hipparque,

* Quòd autem tamdiu latuerit veritas Aſtronomica ex eo factum eſt quod veteres Artifices & imprimis *Ptolemeus* nulla omnino nobis tradiderint obſervata, præter ea quibus ad ſtabiliendas hypotheſes tabulaſque ſuas principiis uſi ſunt, cùm tamen multo magis ex re fuiſſet *Tymocharidis*, *Ariſtilli*, *Hipparchi*, ſuaſque *Ptolemei* τηρήσεις debitâ fide ad nos transmiſiſſe & numerorum ſuorum à cœlo diſſenſus ingenuè adnotaſſe, (ad exemplum magni *Hyppocratis* cui minimè pudori fuit ſub curâ ſuâ mortuos æquè ac ſanitati reſtitutos poſteritati conſignaſſe) potiùs quàm vanâ quâdam gloriolæ ſpecie ſphalmata ſibi ipſis perſpecta tacuiſſe, celatis ſcilicet obſervationibus iis quibus tabulas ſuas malè reſpondentes experti ſunt. Hoc autem ante *Tychonem-Braheum* omnium penè gentium Aſtronomis commune vitium. *Halleïus, Præf. ad Obſervat. D. Jac. Pound.*

Si Ptolomée avoit publié dans son Almageste, toutes les observations anciennes, l'Astronomie seroit aujourd'hui beaucoup plus avancée.

s'étoit contenté d'en publier une histoire générale; s'il n'eût pas d'ailleurs changé les positions des Etoiles du Catalogue, & qu'au lieu d'établir à l'aide des hypotheses par un petit nombre d'observations les Elémens du mouvement des Planetes, il eût discuté & recueilli fidelement tout ce qui pouvoit concourir à constater les moyens Mouvemens, les Nœuds, l'Inclinaison, l'Aphélie, l'Excentricité ou les plus grandes Equations des orbites des Planetes; il est certain que l'Astronomie seroit beaucoup plus avancée qu'elle ne l'est aujourd'hui, & qu'on connoîtroit bien mieux à présent les regles des Mouvemens célestes. Mais il a moins songé à rendre son Almageste ou Syntaxe utile aux Astronomes, que de le mettre à la portée du commun des hommes & des Calculateurs. Et comme le vrai moyen de perpétuer ces sortes d'ouvrages est d'anéantir toutes les observations qui peuvent y être contraires, il est arrivé de-là qu'à l'exception de celles qu'il fut obligé d'employer à la construction de ses Tables, les autres observations Astronomiques ont été perdues, le seul Almageste s'étant alors répandu, & la lecture des anciens Auteurs, qui étoient d'un plus difficile accès, ayant été presqu'entierement négligée.

Les Tables Alphonsines & Ilchaniques vicieuses, de même que celles de Ptolomée.

Voilà en peu de mots ce qui nous restoit à dire sur l'Astronomie ancienne. Les Mathématiciens du Roi Alphonse & ceux du Can des Tartares Houlacou, ayant suivi à peu-près le même plan que Ptolomée, nous ne parlerons point ici de leurs ouvrages, non plus que des Tables Astronomiques construites par les Mathématiciens d'Ulug-Beigh, dont les observations ne sont pas encore assez connues. Mais nous trouvons dans le 9[e] & dans le 12[e] siecle Albategnius & quelques autres Astronomes Arabes qui ont en effet travaillé utilement; & il seroit à souhaiter qu'on achevât la traduction de leurs ouvrages. Enfin au commencement du 16[e] siecle lorsque Copernic a renouvellé l'ancien systeme du mouvement de la Terre autour du Soleil, l'Astronomie avoit déja commencé à être cultivée en Europe. Les Astronomes qui nous ont laissé le plus d'observations dans ces tems-là, sont Regiomontanus & Bernard Walterus, l'un & l'autre ayant observé plusieurs années de suite les mouvemens du Soleil & des Planetes dans la ville de Nuremberg.

Aussi tôt après le renouvellement des Lettres en Europe, Regiomontanus & Walterus ont commencé à faire diverses observations du Soleil & des Planetes.

On trouvera dans les différentes parties de l'ouvrage suivant, une histoire abrégée de l'Astronomie ancienne & moderne, les découvertes & le progrès qu'on a fait dans cette science, y ayant été exposées, autant qu'il a été possible, soit par occasion (à mesure qu'on a traité chaque matiere dans la plûpart des Chapitres) soit en reprenant quelquefois le fil des faits historiques. A la vérité, il est impossible qu'il n'échappe toujours un certain nombre de faits : mais on ne sera peut-être pas fâché d'y en retrouver plusieurs qui n'avoient point été rapportés par Bouillaud ni par Flamsteed, qui les premiers ont écrit l'histoire de l'Astronomie ancienne & moderne.

Bouillaud & Flamsteed ont commencé à écrire l'histoire de l'Astronomie ancienne & moderne.

Ceux qui voudront étudier cette histoire d'une maniere plus particuliere, doivent nécessairement consulter les divers Auteurs qui en ont écrit, parmi lesquels nous trouvons d'abord les vies de Regiomontanus, de Copernic & de Tycho, composées par Gassendi. Feu M. Cassini a composé aussi une histoire de l'Astronomie ancienne, qu'il a fait imprimer à la tête du Recueil des Voyages de l'Acad. des Sciences, qui a paru en 1693. & dans le I. Volume des Mémoires de l'Académie des Belles Lettres, on en trouve une autre de M. l'Abbé Renaudot qui a conduit l'Astronomie ancienne jusqu'en ces derniers siecles, s'étant un peu étendu sur le progrès de cette science chez les Arabes & dans presque tout l'Orient. Enfin il y a environ deux ans qu'un Auteur moderne a fait quelques extraits de plusieurs Mémoires que j'en avois recueillis, & les a bientôt après publiés à la tête de son Livre. On pourra consulter encore, si l'on veut, les Préfaces des nouvelles éditions faites en Angleterre de Manilius & d'Hésiode.

Diverses autres histoires abrégées de l'Astronomie ancienne.

Parmi les Traités Elémentaires qui ont paru dans le siecle précédent & au commencement de celui-ci, on compte principalement les Institutions Astronomiques de Gassendi* & de Mercator, l'Astronomie Géométrique & Physique de Grégori, les Prélections Astronomiques de Whiston, & l'Introduction à l'Astronomie de Keill. Celui-ci s'étoit proposé de composer des Leçons qui fussent à la portée de ceux qui ne

Auteurs modernes.

* *Ces Institutions dictées au Collége Royal, ont été réimprimées avec toutes ses observations, dans le IVe. Tome du Recueil de ses Ouvrages.*

sçavent encore que les premiers élémens des Mathématiques, tel que pourroit être un abrégé de l'Astronomie de Gregori, dépouillé de toute théorie physique, & ces mêmes Leçons pouvoient servir d'introduction au 3e Livre des Principes de la Philos. de Newton. Comme Keill les a long-tems travaillées, soit à mesure qu'il les dictoit dans l'Université d'Oxfort, soit dans les différentes éditions qu'il en a publiées; que d'ailleurs elles ont été traduites en Latin à l'usage des Universités d'Angleterre, on avoit pris le parti d'en donner aussi une Version Françoise, & cela principalement afin que les Officiers de la Marine pussent y prendre les notions nécessaires pour rechercher les Longitudes soit sur terre, soit dans nos Isles, & sur-tout dans les principaux ports de mer, en y employant les observations de la Lune. Ç'a été d'abord dans ce dessein, & pour diverses autres considérations qu'on a été obligé d'y faire plusieurs additions; ce qui en a bientôt occasionné beaucoup d'autres qu'on croit plus utiles & plus convenables à une Astronomie Élémentaire, que la plûpart des Problemes ou Constructions Géométriques que Keill avoit recueillies dans ses dernieres éditions : on y a donc enfin inséré les Élémens du Mouvement des Planetes, qui méritoient bien assurément de trouver place à la fin du XXVIIe Chapitre.

Les Leçons Astronomiques de Keill sont les plus à la portée des Commençans.

Dans quelle vue on s'étoit proposé d'abord de les traduire.

Outre les diverses additions qu'on y avoit faites, on a pris le parti d'y insérer les principaux Elémens du mouvement des Planetes.

Les Astronomes entendent communément par le mot d'Élémens, les principaux résultats des Observations Astronomiques, & généralement

Les Elémens d'Astronomie supposent que l'on ait traité chaque matiere d'une maniere beaucoup plus étendue & même plus détaillée, qu'il n'a été possible de le faire jusqu'ici.

tous les nombres essentiels qu'ils employent à la construction des Tables du Mouvement des Planetes ; c'est peut-être-là ce qui a pu rendre ce mot d'Élémens équivoque, les Ouvrages qu'on a publiés sous ce titre n'étant pas toujours à la portée des Commençans, à moins qu'ils ne soient précédés d'un grand nombre de propositions préliminaires. D'un autre côté, ayant considéré qu'il étoit nécessaire que l'on apprît la maniere de calculer sur les Tables Astronomiques ; ou du moins que le Lecteur n'ignorât pas à quel point de perfection elles avoient été portées ; dans quel cas elles sont défectueuses & par quels moyens on peut parvenir à les perfectionner, (ce qui n'avoit été traité jusqu'ici qu'assez imparfaitement) on s'est étendu un peu sur cet article, les Auteurs dont nous avons parlé ci-dessus ayant négligé cette partie, comme étant peut-être susceptible d'un trop grand détail. Les additions faites à la fin des Chapitres, avoient été pour la plûpart composées il y a déja long-tems, & l'on étoit même dans le dessein de les publier en 1739. Mais quoique ce projet ait été mis enfin en exécution, il n'a pas cependant été possible d'y ajouter un Chapitre entier sur les Réfractions, faute d'un nombre suffisant d'observations Astronomiques. On s'est donc appliqué uniquement à achever les Tables de la Lune de M. Flamsteed & à rectifier celles du premier Satellite de Jupiter, publiées il y a plus de vingt ans par M. Pound, & l'on donne ici les unes & les autres sous

Nouvelles Tables de la Lune.

Tables du I. Satellite de Jupiter, corrisous la forme la plus commode que les Astronomes ayent pu imaginer jusqu'à ce jour. Il seroit fort à souhaiter qu'en Angleterre on entreprît de publier aussi les Tables du Mouvement des Planetes, que Flamsteed avoit ébauchées; car quoique la théorie des Planetes soit encore très-imparfaite, on retireroit néantmoins quelques lumieres de son travail. On remarquera cependant que les observations de cet Auteur & celles de Tycho ayant été publiées dans le plus grand détail, on est toujours à portée d'en faire usage, & même avec beaucoup plus d'avantage qu'autrefois, sur-tout si l'on veut calculer exactement les Elémens du mouvement des Planetes : en effet, nous connoissons déja plusieurs équations nouvelles dans la position des Etoiles qui ont été comparées aux Planetes, lesquelles étoient totalement négligées dans le dernier siecle; & c'est ce qu'on fera voir dans la suite de cet Essai. Enfin sans trop parler des méthodes nouvelles que l'on emploie à présent, & qui étant plus directes, abregent assez le travail pour que les Astronomes ayent égard jusqu'aux moindres circonstances dans le calcul des observations; nous avertirons seulement qu'afin de ne pas négliger l'accourcissement que les réfractions ont dû causer dans les distances des Astres, observées par Tycho & par Flamsteed, on peut par les formules de M. Côtes *, & le globe de Blaeu qui donne assez

gées sur les découvertes les plus récentes du mouvement successif de la Lumiere.

Les observations de Tycho & de Flamsteed ayant été publiées, on a quelque avantage aujourd'hui sur ces Astronomes, dans l'usage qu'on en pourra faire, pour restituer les mouvemens des Planetes.

De quelle maniere doivent être corrigées les distances des Planetes aux Etoiles, lorsqu'elles sont accourcies par les Réfractions.

* Voyez le Traité *Æstimatio Errorum in mixta Mathesi*, dans le Livre qui a pour titre *Harmonia Mensurarum*.

bien les hauteurs des Astres sur l'horison, rectifier les distances apparentes des Planetes aux Etoiles fixes. Il est vrai que Tycho n'employoit que des pinnules pour déterminer ces distances, mais cela n'empêche pas qu'elles n'ayent souvent été prises avec beaucoup de justesse: on peut même en être assuré quelquefois à moins d'une minute, sur-tout si les observations de ces distances ont été réitérées. Blaeu, bien instruit de ce qu'avoit fait Tycho, & qui a même publié un Traité où il explique l'usage des globes avec beaucoup de clarté, a construit pour l'année 1640 des globes célestes si parfaits, qu'il est difficile de trouver rien de plus précis en ce genre; & d'autant que le Catalogue des principales Etoiles venoit d'être tout récemment restitué par Tycho, l'erreur de deux à trois minutes qui auroit pu se glisser dans la longitude de quelques Etoiles de ce Catalogue, ne sçauroit être aucunement sensible sur des globes de trente pouces. Ainsi l'on pourra s'en servir pour connoître les hauteurs des Astres sur l'horison, & par conséquent leurs réfractions dans le cercle vertical.

Le globe de Blaeu est d'autant plus exact qu'il contient les positions des Etoiles du Catalogue de Tycho.

Pour déterminer l'élévation de l'Equateur, & les Latitudes de Villes, les Anciens se sont d'abord servis de Gnomons ou Obélisques plantés perpendiculairement à l'horison, & ils examinoient ensuite à Midi, aux tems des Solstices & des Equinoxes, dans quelle proportion se trouvoit l'ombre jettée sur le plan horisontal, relativement à la hauteur verticale de leurs Obélis-

Les Gnomons ou Obélisques avoient d'abord été employés par les anciens, pour déterminer les Solstices, les Equinoxes & les Latitudes des Villes.

ques. C'est ainsi que Pytheas qui vivoit du tems d'Alexandre, & dans la suite Hipparque déterminerent l'un à Marseille, & l'autre à Byzance les hauteurs Méridiennes du Soleil, ce qui leur en a fait conclurre la Latitude ou le Climat : mais suivant les observations du premier, l'obliquité de l'Ecliptique auroit-elle été de $23^{\circ}\frac{7}{8}$, environ 300 ans avant l'Ere Chrétienne ? On ne sçait trop quel fond il faut faire sur ce résultat ; car Pytheas n'avoit pas conclu cette obliquité, * mais avoit seulement mesuré l'ombre la plus courte. Si l'on désire un plus grand détail, & qu'on veuille juger avec plus d'avantage du degré de précision qui convient à cette observation de Pytheas, on doit consulter la seconde Lettre de Gassendi à Wendelin, imprimée dans le IV^e tome du Recueil des ouvrages de ce Philosophe. On verra par-là qu'après avoir considéré tant cette observation, que la plûpart des autres faites par les Anciens, on peut bien assurer que nous en ignorons les principales circonstances. En effet, ils ne nous ont gueres laissé par écrit que des rapports, tels que celui de la distance des Tropiques à la circonférence de la Sphere, (qu'Eratosthenes & Hypparque faisoient comme 11 à 83) & cela le plus souvent en nombres ronds, en sorte qu'il est assez difficile de reconnoître par-là si l'obliquité de l'Ecliptique a été la même autrefois que celle qu'on observe à présent. Ceux qui prétendent que cette obliquité auroit diminué d'environ 20′ en deux mille ans, ne manquent pas de faire usage & d'opposer aux

** Strabon au 2d Livre de sa Géographie, dit qu'Eratosthenes avoit établi Marseille sous le parallele de Byzance, à cause que Pytheas y avoit observé la même proportion de l'ombre à la hauteur du Gnomon, laquelle, selon Hipparque, étoit de 120 à 42 moins $\frac{1}{5}$. Il ne s'ensuit donc pas de-là, que Pytheas ait cherché à déterminer l'obliquité de l'Ecliptique.*

Les obſervations de Ptolomée ſont trop incertaines pour qu'on en puiſſe conclurre, quelle étoit de ſon tems l'obliquité de l'Ecliptique.

Aſtronomes du ſentiment contraire, les obſervations de Ptolomée; mais outre qu'elles ont été faites avec un trop petit Quart-de-cercle aux ſolſtices d'Hiver & d'Eté, comment peuvent-ils tirer quelque éclairciſſement d'un Obſervateur auſſi peu exact qu'étoit Ptolomée; puiſqu'on ſçait, à n'en pouvoir douter, qu'il n'a jamais pu parvenir à bien déterminer la Parallaxe de la Lune, ni découvrir la poſition d'aucune Etoile fixe?

Albategnius qui eſt venu 750 ans après, & qui vraiſemblablement n'ignoroit pas les plus récentes obſervations de l'obliquité de l'Ecliptique, faites par ordre du Calife Almamoun, tant à Bagdad qu'à Damas, réſolut de vérifier par lui-même, s'il étoit bien certain que cette obliquité fût ſi différente de celle qui eſt rapportée dans Ptolomée, ſçavoir de 23° 51′$\frac{1}{3}$. Ayant donc conſtruit un grand Inſtrument ſuivant la deſcription qui en a été donnée dans l'Almageſte, & qui eſt connu ſous le nom de Regles Parallactiques, Albategnius * trouva la diſtance des Tropiques (dans la ville de Racca en Méſopotamie ſous la Latitude de 36°) de 47° 10′, c'eſt-à-dire, l'obliquité de l'Ecliptique 16′ plus petite que ſelon

Albategnius détermine l'obliquité de l'Ecliptique 16′ plus petite que ne l'avoit obſervé Ptolomée.

* « Pour nous, dans ce ſiecle ci ayant employé une très-longue » Alidade ajuſtée à une Regle à plomb, dont la conſtruction & l'uſage » ſont expliqués dans l'Almageſte; après avoir fait la Réduction (*poſt* » *partium diminutionem*), & après avoir vérifié la poſition de l'Inſtru- » ment, auſſi exactement qu'il nous a été poſſible, nous avons fré- » quemment obſervé dans le Méridien la diſtance du Soleil au Zénit, » &c. Or il eſt prouvé par-là que la quantité de l'arc compris entre » les deux Solſtices eſt de 47° 10′, & que la déclinaiſon du Cercle

Ptolomée : l'observation de l'Astronome Arabe ne s'éloignant pas sensiblement de celles qui furent faites ensuite par Mousaïdes sur le pont de Bagdad, ni de ce qui avoit été déterminé auparavant par les Mathématiciens du Calife.

Les Arabes ayant plusieurs fois déterminé la distance des Tropiques dans le 9e siecle, & l'ayant toujours trouvée en nombres ronds, de 47° 10′, il est assez difficile de s'assurer s'ils ont pu éviter l'erreur de quelques minutes dans cette détermination; d'autant que les armilles & autres semblables instrumens qu'ils employerent d'abord à cette recherche, ne sçauroient gueres donner distinctement jusqu'aux minutes, mais seulement jusqu'à une cinquieme ou sixieme partie de degré, selon la maniere de compter de ces tems-là. D'un autre côté, s'ils ont eu égard à la Parallaxe * du Soleil (qu'ils supposoient de 3′ à l'horison, de même que Ptolomée), & s'ils ne nous ont donné que des observations toutes corrigées, l'obliquité de l'Ecliptique auroit été véritablement pour lors d'une minute plus grande, c'est-à-dire, de 23° 36′; de maniere que si l'on ne vouloit pas regarder leurs observations comme défectueuses, il ne seroit que trop prouvé par-

** Remarquez que Ptolomée n'a point eu égard à la Parallaxe lorsqu'il a observé la distance des Tropiques.*

» des Signes à l'égard du Cercle Equinoctial (qui est la moitié de ce » nombre) n'est que de 23° 35′, ce qui est la même chose que l'espace » compris entre les deux Poles. C'est pourquoi nous employerons » dans notre Livre, non pas le résultat que donne Ptolomée d'après » Hipparque, mais celui que nous venons de rapporter, puisque ce» lui-ci est fondé sur ce que nous avons vû par nous-même, & celui» là simplement sur un simple récit. (*Eo quod hoc oculo, id autem* » *auditu accepimus.*) Albategnius, *de scient. Stellarum*, *cap. IV.*

là que l'obliquité de l'Ecliptique auroit diminué sensiblement, les Astronomes d'aujourd'hui l'aïant déterminée seulement de 23° 28′½. Mais comme l'on n'ignore pas d'ailleurs que peu tems après, sçavoir, l'an 901 de l'Ere Chrétienne, Thébit fils de Corra, célebre Philosophe, l'avoit déterminée de 23° 33′½, & que vers l'année 992 Mahmud qui étoit de la ville de Cogende dans la Corassane (province d'où sortoient continuellement les plus grands Mathématiciens, Philosophes, Poëtes & Médecins) ayant employé à cette recherche un Sextans d'une grandeur immense, & dont le limbe étoit divisé en minutes & secondes, ne trouva l'obliquité que de 23° 32′⅓; il doit s'ensuivre, sur-tout si ces derniers n'ont pas corrigé leurs observations par la Parallaxe, que l'obliquité de l'Ecliptique n'auroit diminué qu'insensiblement, puisqu'on trouveroit à peine 4′ dans l'espace de 800 ans. Ce résultat ne s'accorde donc plus avec les observations de Ptolomée*, comparées à celles d'Albategnius, puisqu'elles donnoient 16′, comme nous l'avons rapporté, dans un pareil intervalle de tems.

Obliquité de l'Ecliptique, observée par Thébit & Mahmud pendant le 10e siecle.

* *Entre Ptolomée & Mahmud on auroit 19′ dans l'espace de 850 ans.*

De tout ce que nous venons de dire, on peut conclurre qu'il s'en faut bien qu'on prouve aujourd'hui que l'obliquité de l'Ecliptique ait sensiblement diminué, les observations anciennes s'accordant d'une part si peu les unes avec les autres, & celles qui ont été faites en Europe depuis le 15e siecle par Walterus & par Tycho, Picard, Richer, Flamsteed & quelques Modernes, nous donnant toutes à peu près la même obliquité. Dans le ſiecle précédent, les Aſtronomes s'étoient trouvés partagés touchant cette queſtion, de maniere que Gaſſendi après avoir fait toutes les recherches néceſſaires à ce ſujet, n'a point fait difficulté d'aſſurer que l'obliquité paroiſſoit conſtante ; Riccioli s'eſt ſervi à peu-près des mêmes argumens, mais l'un & l'autre n'ont gueres connu que les obſervations les plus anciennes : d'un autre côté Wendelin, & ſur-tout Bouillaud qui étoit fort attaché à l'Almageſte, leur avoient été fort oppoſés. Cependant Gravius & enſuite M. Bernard Profeſſeur d'Aſtronomie, très-verſé dans les Langues Orientales, ayant parcouru divers manuſcrits Arabes dont la plus grande partie ſe trouve à la Bibliotheque d'Oxfort, il eſt arrivé que par les réſultats qu'ils nous en ont communiqués, on a encore douté davantage ſi la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique pouvoit avoir lieu. Or c'eſt, à ce qu'il ſemble, à quoi le Chevalier de Louville auroit dû avoir égard, & dont il n'a cependant aucunement parlé lorſqu'il a publié ſon hypotheſe en 1719, où il prétend prouver que l'obliquité de l'Ecliptique diminue à raiſon d'une minute en 100 ans.

La queſtion touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique, avoit été déja pluſieurs fois agitée, principalement dans le dernier ſiecle.

Le Chevalier de Louville n'a point fait uſage des obſervations qui lui étoient contraires, quoiqu'il s'en trouvât pluſieurs incomparablement plus exactes que celles de Mouſaïdes qu'il employe.

Parmi les diverſes nations où l'on a cultivé l'Aſtronomie, il n'y en a certainement aucune où l'on ait entrepris avec le plus de ſoin, ni un plus grand nombre de fois, de déterminer l'obliquité de l'Ecliptique, que chez les Arabes & les Perſans ; car ils ont réitéré leurs obſervations à ce

Obliquité de l'Ecliptique, obſervée en Aſie vers le milieu du 13e & 15e ſiecle.

ſujet pendant près de ſix cens ans, ſoit parce qu'ils avoient d'abord reconnu que c'étoit-là le fondement des Tables du Soleil, ſans leſquelles il leur étoit impoſſible de reſtituer les lieux des Etoiles fixes, ſoit parce que l'obliquité ayant déja paru ſi différente de celle qui eſt rapportée dans l'Almageſte, ils étoient peut-être bien-aiſes de s'aſſurer par eux-mêmes ſi elle alloit en diminuant. C'eſt ainſi que Naſſir Oddin la trouva de 23° 30′ 00″, l'ayant obſervée, à ce qu'il aſſure, avec la plus grande exactitude à Maraga proche Tauris, peu de tems après la deſtruction de l'empire des Sarrazins, lorſque les Tartares, après pluſieurs irruptions, ayant enfin pris Bagdad, & fait mourir le dernier Calife, s'établirent pour quelque tems dans la Perſe, n'ayant pas encore entrepris la conquête de l'Inde. Enſuite les Mathématiciens d'Ulug-Beigh Prince Tartare, petit-fils de Tamerlan, lequel commandoit des deux côtés du Gange, déterminerent encore l'obliquité de l'Ecliptique de 23° 30′$\frac{1}{3}$ ſous la Latitude de 39° 37′ dans la ville de Samarkand. Gravius aſſure avoir appris de Turcs dignes de foi, que le Rayon de l'inſtrument que ce Prince Mogol fit conſtruire pour cette recherche, égaloit à très-peu de choſe près la hauteur du Temple de ſainte Sophie de Conſtantinople. Ces mêmes Mathématiciens publierent auſſi le ſecond Catalogue général des Etoiles, dont Gravius a ébauché la traduction, mais que Thomas Hyde a achevée il y a environ 80 ans; c'eſt cette derniere Traduction qui

a

a été réimprimée dans le troisieme volume de l'histoire céleste de Flamsteed, avec assez de soin & d'exactitude : on a cependant oublié d'avertir que l'époque de ce Catalogue commence à l'année 1437.

Les observations faites par ordre d'Ulug Beigh sont trop récentes & trop inconnues (les détails qui s'en trouvent parmi les Manuscrits de la Bibliotheque du Roi, & qui sont en Langue Persane, n'ayant pas encore été traduits) pour qu'on en puisse retirer quelqu'éclaircissement touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique : c'est pourquoi sans trop nous y attacher, il reste à examiner ce que l'on a fait de plus particulier à ce sujet, en France & en Angleterre depuis l'application des Lunettes d'Approche aux Quarts-de-cercles.

Les observations du dernier siecle, sçavoir, depuis l'application des Lunettes d'Approche aux Quarts-de-cercle, doivent être préférées, à celles qui ont été faites depuis le 15e siecle.

Ce seroit ici le lieu de faire quelque digression, pour examiner si l'on a effectivement éclairci cette question par le moyen des Gnomons, tels que celui de Gassendi élevé à Marseille en 1636, lequel avoit 52 pieds de hauteur, ou celui que feu M. Cassini a construit de nouveau à Boulogne dans l'Eglise de Ste Pétrone, & dont la hauteur étoit de 80 pieds; mais il semble qu'on ne doit pas s'y arrêter, à moins qu'on n'entreprenne de faire voir la raison pourquoi le résultat de ces observations anciennes s'éloigne un peu trop de ce qui a été trouvé depuis avec plus d'exactitude & avec de meilleurs instrumens. Car les Quarts-de-cercle ayant été dès l'année

Elles doivent encore être préférées, principalement vers le solstice d'Eté, à celles que l'on a déterminées par le moyen des Gnomons.

1667 garnis de Lunettes, il n'y a pas lieu de douter, à ce qu'il semble, que ce n'ait été depuis ce tems-là, c'est-à-dire, depuis 70 à 80 ans que les Astronomes sont enfin parvenus à s'accorder touchant l'obliquité de l'Ecliptique.

L'image du Soleil est distincte & terminée dans la Lunette des Quarts-de-Cercle: mais elle est fort confuse vers les bords, lorsqu'on l'observe aux Gnomons.

On ne sçauroit nier non plus, que dans les Quarts-de-cercle garnis de Lunettes, l'image du Soleil ne soit parfaitement terminée & si distincte, qu'on peut pointer à cet astre à $2''\frac{1}{2}$, ou $5''$ tout au plus; au lieu que dans les Gnomons, outre que l'image du Soleil est confuse vers les bords, & environnée de Pénombre, il y a d'ailleurs un autre inconvénient bien plus considérable, sçavoir, qu'au solstice d'Eté les divisions sont tellement rétrécies, en comparaison de celles dont on se sert pour déterminer l'Equinoxe ou le solstice d'Hiver, qu'à peine un tiers de minute ou $20''$ occupe-t-il alors sur la ligne Méridienne un espace d'une ligne, lorsqu'on se sert d'un Gnomon de 80 pieds de hauteur.

Le Verre objectif de 80 pieds de foyer, placé nouvellement au Gnomon de l'Eglise de St Sulpice, paroit remédier au défaut principal des Gnomons.

Pour remédier au défaut principal des Gnomons, & réparer en quelque maniere le peu de justesse que doit donner une distance devenue trop petite, dans la projection qui se fait des rayons du Soleil sur la ligne méridienne au tems du solstice d'Eté, on a placé en l'année 1744 dans le plan même du Gnomon de l'Eglise de St Sulpice, un peu au-dessous de l'ouverture du Trou par où passent les rayons du Soleil, un Verre objectif de 80 pieds de foyer. Cet Objectif étant exposé directement au Soleil lorsque cet Astre parvient au Tropique du Cancer, on a eu soin de lui ménager une ouverture particuliere pour le moment de Midi; en sorte que les rayons du Soleil tombant sur le Verre (qui d'ailleurs est bien centré) & n'y occupant qu'un espace de 3 pouces de diametre, se réunissent si distinctement sur une grande surface de Marbre qui est parfaitement horisontale, & que l'on découvre alors, qu'on peut être assuré de déterminer par l'observation des deux bords sur la ligne Méridienne, le lieu du centre de cette image à un quart & souvent à un sixieme de ligne près: il n'est pas même nécessaire que le Ciel soit chaque jour parfaitement serein, comme cela est requis à l'égard des Gnomons ordinaires. Or puisqu'à un quart de ligne répondent 5″, il est évident que l'erreur qu'on peut commettre dans une seule observation, ne doit gueres différer de celle que les Astronomes s'efforcent d'éviter aujourd'hui avec leurs meilleurs Quarts-de-cercle.

Ce Verre, dont on ne fait usage que vers le tems du Solstice d'Eté, semble donner une précision suffisante aux Astronomes, pour reconnoître les variations qui peuvent arriver dans les hauteurs solstitiales.

Car il ne suffit pas de considérer uniquement dans les Quarts-de-cercle la précision avec laquelle on peut pointer, & dont les limites s'étendent à 2″ ou 3″, si l'on se sert d'un Quart-de-cercle de six pieds de rayon: il faut encore considérer, non seulement les petites erreurs qui sont à craindre dans la maniere dont on estime les divisions sur le limbe, mais principalement celles qui peuvent résulter des diverses vérifications qu'on est obligé de faire au Zénit ou à l'Horison. Ainsi au lieu de déterminer la quantité absolue de l'Obli-

Quelles sont les erreurs que l'on doit craindre dans l'observation des hauteurs solstitiales faites avec les meilleurs Quarts-de-cercle.

quité de l'Ecliptique, il est à propos de changer d'objet; ou plutôt pour s'assurer de la diminution de cette obliquité, il est plus simple de se proposer, de reconnoître les variations qui arriveront dans les hauteurs solstitiales pendant un intervalle de dix ou vingt ans. Il est évident qu'on ne peut se dispenser d'abord de réitérer plusieurs fois la vérification du Quart-de-cercle avant & après chaque solstice, n'étant pas possible qu'un Instrument qu'on remue continuellement, & qui d'ailleurs est sujet à de légeres altérations causées par le chaud ou le froid, donne toujours parfaitement les hauteurs absolues, sans qu'il soit besoin d'avoir égard à quelques corrections, légeres à la vérité, mais qui peuvent devenir quelquefois assez sensibles. Or quand les plus petites erreurs s'accumulent toutes d'un même côté, il sera vrai de dire que la précision qu'on se flate d'obtenir avec les Quarts-de-cercle dans les hauteurs solstitiales, pourroit ne pas être absolument bien fondée, & qu'ainsi quoique l'obliquité de l'Ecliptique ne varie gueres d'une année à l'autre, il n'est pourtant pas impossible qu'on n'apperçoive un changement notable dans la hauteur solstitiale, de même qu'il doit arriver aussi qu'avec un semblable instrument on pourroit ne pas remarquer de différence sensible, quand même l'obliquité de l'Ecliptique varieroit de 5″ dans l'espace de quelques années.

Pour peu que l'on réitere la vérification des Quarts-de-cercle, on s'appercevra facilement, que l'axe de la Lunette ne fait pas toujours le même angle de 90 degrés, avec le premier point de la division.

Il n'en sera pas de même des observations faites au foyer du Verre objectif, si ce Verre &

le lieu où ſon image eſt projettée, ſont à l'abri de toute inſulte, & ſi le mur qui ſoutient l'équipage du Verre objectif, auſſi bien que le pilier ſur lequel eſt poſé le Marbre du ſolſtice d'Eté, ont une bonne fondation, & ſont inébranlables. C'eſt ce que l'on peut dire avec aſſez de certitude du Portail Méridional de l'Egliſe de Saint Sulpice, lequel a été fondé ſur le roc il y a plus de vingt ans : & comme le lieu où tombe l'image du Soleil au ſolſtice d'Eté, n'eſt pas ſujet à s'affaiſſer comme il arrive à tous les planchers qui ſont ſur des voutes ; que le Marbre qu'on découvre ſeulement à Midi pendant le mois de Juin a été placé ſur un très-gros pilier, & ne ſçauroit taſſer ayant été fondé en même tems que le Portail ; il eſt évident de-là que cet Inſtrument ſera également propre à donner les Aſcenſions droites du Soleil à la fin du mois de Juin, qu'à indiquer ſans erreur ſenſible les plus petites variations qui pourront arriver dans les hauteurs ſolſtitiales du Soleil. On y a donc marqué ſoigneuſement les termes de l'image au ſolſtice d'Eté de l'année 1745 ; c'eſt-à-dire, qu'après avoir eu égard à la petite correction pour le mouvement du Soleil en déclinaiſon d'un jour à l'autre, on a déterminé avec le plus grand ſoin, le lieu où chaque bord du Soleil ſeroit parvenu, ſi le Soleil étant pluſieurs jours de ſuite immobile au Tropique, ſon image eût été obſervée chaque fois ſur la ligne Méridienne. Cela peut s'executer d'une maniere ſi ſimple, que je n'en parlerai pas davantage:

Si le Gnomon de St Sulpice n'avoit été extraordinairement ſolide, en vain auroit-on tenté d'y fixer un Verre objectif ?

En comparant dans la ſuite le lieu de l'image du Soleil, au terme fixe auquel cette image eſt parvenue au ſolſtice d'Eté de l'année 1745, on pourra reconnoitre par-là les variations qui ont dû arriver dans l'obliquité de l'Ecliptique.

j'avertirai seulement que le terme où le Soleil étoit parvenu l'année précédente, a paru le même que celui qu'on a fait enfin graver sur le Marbre au mois de Juin de l'année 1745.

Les Gnomons ne doivent pas être employés par les Astronomes, pour déterminer les hauteurs absolues, mais seulement des différences de hauteurs.

Voilà, ce me semble, l'utilité principale qu'on peut retirer des Gnomons perfectionnés de la maniere dont je viens de le décrire. C'est ainsi qu'on peut espérer d'en retirer quelqu'avantage dans la suite, sur-tout si l'on s'est proposé de reconnoître les variations auxquelles sont sujettes les hauteurs solstitiales. Car de vouloir employer les Gnomons pour déterminer exactement les hauteurs absolues*, cela paroît impraticable. Il faut dire cependant à l'avantage des Gnomons, que comme ces Instrumens peuvent se construire assez facilement dans chaque ville, rien ne paroît plus propre aux usages Géographiques, puisque le plus souvent celui qu'on aura élevé dans quelque grande salle ou dans son propre logis, & à la construction duquel on aura apporté tous les soins nécessaires, peut donner, à une minute ou demi-minute près, la Latitude du lieu, ce qui semble mériter l'attention des Voyageurs.

* *Voyez les Mém. de l'Ac. année* 1703.

Les hauteurs absolues qu'on voudroit conclurre par le moyen des Gnomons, peuvent servir néantmoins aux usages géographiques.

Il y a encore ceci à remarquer dans l'usage de ces sortes d'Instrumens, sçavoir, que si l'on avoit observé à un même Gnomon inébranlable, les termes de l'image, non pas du solstice d'Eté, mais du solstice d'Hiver, pendant un intervalle d'environ trente ans, comme l'image du Soleil est en ce cas jettée à une très-grande distance, & que les divisions sont pour lors très-distinctes

& beaucoup plus sensibles, on pourroit parvenir peut-être à découvrir par ce moyen si l'obliquité de l'Ecliptique a diminué réellement; mais sans discuter ici si les deux derniers qu'on a construits, sçavoir, celui de S. Sulpice & celui de l'Eglise des Chartreux de Rome, sont plus propres à cette recherche que les autres, à cause de leur grande solidité, il y a une autre remarque plus importante à faire au sujet des observations du solstice d'Hiver, & à laquelle on n'avoit point encore eu égard. C'est que les réfractions paroissent fort inconstantes chaque année dans le mois de Décembre, même à l'instant du Midi, & cela à cause des variations subites où l'on passe du chaud au froid. Or, puisqu'il est nécessaire de reconnoître ces sortes d'inégalités dans les hauteurs Méridiennes, on doit donc conclurre que toutes les fois, qu'après avoir observé le solstice d'Hiver aux Gnomons ou avec des Quarts-de-cercle, on n'aura pas fait attention à l'état de l'air ou plutôt à l'inconstance des réfractions, la plûpart des observations, bien loin d'être décisives, ne sçauroient qu'à peine être de quelqu'usage. En 1743 à la fin du mois de Décembre l'air n'étant pas encore devenu sensiblement froid, & les nuages s'avançant le 28 à midi fort lentement par un vent de Sud-ouest, parce qu'un autre vent les poussoit en même tems au Sud-est, la réfraction parut changer tout-à-coup de 10″ à 12″; ce qui fut d'autant plus facile à reconnoître que le bord du Soleil étant placé sur le fil horisontal

Malgré la Pénombre, les Gnomons de St Sulpice & de Rome, peuvent être employés au solstice d'Hiver, à cause que l'image du Soleil est jettée à une tres-grande distance, & que les divisions deviennent bien plus distinctes & plus sensibles.

Avant que de faire usage des observations faites au solstice d'Hiver, il faut faire attention à l'inconstance des Réfractions.

En France à l'instant du midi, on a vu quelquefois l'hiver, la Réfraction changer d'une maniere sensible.

de la Lunette, ce même bord s'en détacha tout-à-coup très-sensiblement, au lieu de le parcourir, comme cela doit arriver à l'ordinaire. Il ne paroît pas nécessaire d'expliquer ici pourquoi dans l'espace d'une minute de tems le bord du Soleil ne sçauroit quitter ce fil, si la réfraction est constante: cela se voit assez, étant facile à déduire des premiers principes de la Sphere, sur-tout si l'on suppose que le plan du Quart-de-cercle, & par conséquent sa Lunette soit placée bien à plomb sur la ligne Méridienne. Mais la différence ou espece de saut qu'on vit faire au bord du Soleil, parut alors si sensible, & même si extraordinaire, qu'on ne put s'empêcher d'aller promptement reconnoître si le fil à plomb qui pend du centre du Quart-de-cercle ne se seroit point dérangé du milieu d'un des points de la division du Limbe où on avoit eu soin de le faire convenir d'abord. On trouva qu'il y répondoit encore de la même maniere qu'il y avoit été placé environ 7′ ou 8′ avant midi.

Ce phénomene avoit d'abord été remarqué dans les pays Septentrionaux.

Le même phénomene avoit été déja remarqué pendant le Voyage de Lapponie: mais il est à remarquer que le Soleil est si peu élevé l'Hiver dans ce climat à l'instant de Midi, & que les variations dans le froid paroissoient quelquefois si subites d'un instant à l'autre, qu'on en fut pour lors moins étonné; car le Soleil pendant l'Hiver est élevé à Paris d'environ 18 degrés à l'instant de midi. On avoit remarqué aussi en Lapponie que le diametre apparent du Soleil s'enfloit,

pour

pour ainſi dire, & diminuoit enſuite aſſez ſubitement. Quand le vent eſt d'un ſeul côté, & que le Ciel ſe trouve fort ſerein, ces variations n'ont pas lieu : ainſi ces jours là doivent toujours être préférés, ſi l'on veut déterminer les hauteurs ſolſtitiales. Les autres obſervations ne peuvent gueres être employées que pour la Géographie, ſur-tout, ſi dans les voyages, en traverſant les pays froids, le Soleil paroît quitter à midi le fil horiſontal du Micrometre de la Lunette du Quart-de-cercle. Il n'y a pour lors d'autre moyen d'établir à peu-près la hauteur Méridienne du Soleil, que de prendre la quantité moyenne des différens réſultats qu'on aura recueillis à midi, chaque fois que le bord du Soleil aura paru varier en traverſant la Lunette immobile : il n'eſt pas moins évident qu'on doit dire la même choſe des obſervations faites aux Gnomons.

Le diametre apparent du Soleil, lorſque cet aſtre eſt peu élevé ſur l'horiſon, n'eſt pas également accourci à même degré de hauteur, par les réfractions.

Ces circonſtances qu'on vient de rapporter ſemblent mériter tellement l'attention des Aſtronomes, qu'on ne doute pas qu'ils n'apportent déſormais une attention particuliere au changement des réfractions. Il reſte préſentement à conſidérer les hauteurs ſolſtitiales du Soleil obſervées à Paris depuis l'établiſſement de l'Académie des Sciences & de l'Obſervatoire, auquel tems on a commencé à appliquer les Lunettes d'Approche aux Quarts-de-cercle.

Je commencerai donc par expoſer ici en peu de mots ce qui réſulte de la comparaiſon des plus récentes & des plus anciennes obſervations.

Hauteurs méridiennes du bord ſupérieur du Soleil obſervées pour la premiere fois avec exactitude au ſolſtice d'Été.

Si l'on prend un milieu entre celles que M. Picard a faites en 1675 & 1676, on trouve pour la hauteur du bord ſupérieur du Soleil au ſolſtice d'Été $64^\circ\ 55'\ 15''$ ou $10''$: elle a été établie dix ans après avec le même Quart-de-cercle par M. de la Hire de $64^\circ\ 55'\ 24''$; mais il paroît par un examen plus particulier de l'état du Quart-de-cercle & par les obſervations de la hauteur du Pole, faites du côté du Nord, que l'erreur de cet Inſtrument n'avoit pas été tellement corrigée à l'horiſon, qu'on ne puiſſe ſuppoſer que ſa Lunette n'y ait baiſſé d'environ $5''$ du tems de M. Picard : au contraire il ſemble qu'elle y hauſſoit de quelques ſecondes en 1686, lorſque M. de la Hire a obſervé les plus grandes hauteurs Méridiennes au ſolſtice d'Été. On pourroit donc établir la plus grande hauteur Méridienne apparente du bord ſupérieur du Soleil en 1675 de $64^\circ\ 55'\ 17''\frac{1}{2}$ ou $20''$, c'eſt-à-dire (à cauſe de l'erreur des diviſions, de $25''$ à $30''$, dont il eſt parlé dans l'hiſtoire céleſte) de $64^\circ\ 54'\ 50''$.

Hauteurs du même bord, obſervées au ſolſtice d'Hiver.

Au ſolſtice d'Hiver de la même année 1675 & de la précédente, le bord ſupérieur du Soleil (en prenant un milieu entre les obſervations) a paru élevé de $18^\circ\ 00'\ 05''$ ou $15''$; & en 1676, de trois obſervations faites au mois de Décembre, il y en a deux qui s'accordent à donner $18^\circ\ 0'\ 15''$; mais la 3ᵉ ne paroît pas aſſez exacte, puiſqu'elle donne la hauteur $30''$ plus petite. On remarquera qu'il n'y a pas de correction bien ſenſible à faire ici, à cauſe de l'erreur des diviſions, comme cela se verra ci-après, lorsqu'il s'agira de comparer les observations de MM. de la Hire & de Louville, faites en 1715 : mais il semble d'ailleurs qu'on pourroit adopter 17° 00′ 15″ pour la hauteur apparente du bord supérieur du Soleil au tems du solstice d'Hiver, puisque si le Quart-de-cercle baissoit un peu, on a d'un autre côté la plûpart des hauteurs solstitiales des deux premieres années plus foibles que celles de l'année 1676. De plus, en même tems qu'on voudroit diminuer la hauteur établie ci-dessus, il faudroit par une autre raison l'augmenter, puisque si l'on fait usage des observations de M. de la Hire, ou de ce qui est rapporté au commencement de ses Tables Astronomiques, la hauteur méridienne du Soleil seroit d'environ 10″ plus grande que celle qu'on vient d'établir ci-dessus, sçavoir, 18° 00′ 15″.

Hauteurs méridiennes observées en l'année 1741.

La hauteur du bord supérieur du Soleil au solstice d'Été de l'année 1741 a été déterminée de 64° 54′ 30″, & au solstice d'Hiver de 18° 00′ 35″. Quant à l'erreur, s'il y en a, elle ne va pas certainement à 5″, puisqu'on a vérifié avec un soin tout particulier le Quart-de-cercle dont on s'est servi, & que l'une & l'autre de ces hauteurs s'accorde assez avec ce qui a été constaté par plusieurs Astronomes de l'Académie des Sciences.

Il sembleroit que la distance des Tropiques auroit un peu diminué dans un intervalle de plus de 60 ans.

Considérant donc que ces deux hauteurs ne different que très-peu, quoique assez également, de ce qui a été observé autrefois, il s'ensuit que l'obliquité de l'Ecliptique n'a pas varié à beaucoup près aussi sensiblement qu'on l'a prétendu jusqu'ici, puisque dans un intervalle de tems, qu'on peut regarder comme les deux tiers d'un siecle, à peine trouve-t-on 20″ de différence, lorsque selon l'opinion vulgaire l'obliquité de l'Ecliptique auroit dû diminuer deux fois autant, c'est-à-dire, de 40″ au moins.

Des différences plus petites, qui auroient été remarquées dans un moindre intervalle de tems, peuvent être facilement attribuées au défaut des instrumens.

On objectera peut-être ici à peu-près la même chose qu'on a alléguée ci-dessus, lorsqu'il a été question des avantages qu'on doit retirer du Verre objectif fixé à un Gnomon solide & inébranlable, sçavoir que pour parvenir à décider, s'il est arrivé quelque variation dans les hauteurs solstitiales, il vaudroit mieux n'y employer que des différences observées à un même Instrument, & non pas rechercher les véritables hauteurs, qui sont des quantités absolues qu'il est toujours difficile d'obtenir, si ce n'est après bien des réductions. Mais il est aisé de répondre à cette difficulté, puisque les observations dont on vient de faire usage, sont des plus éloignées; en sorte que l'objection n'a plus la même force ici, que s'il s'agissoit de petits intervalles de tems, pendant lesquels il ne paroît pas possible de pouvoir distinguer les différences réelles, d'avec les plus petites erreurs accumulées, tant de la part des observations, que des vérifications qu'il faut faire des Instrumens dont on s'est servi.

Cependant comme il pourroit rester encore quelque scrupule, tant sur les erreurs des divisions des Instrumens, que sur les corrections qu'on a été obligé d'employer, j'examinerai ici ce qui résulte des observations faites au solstice d'Eté avec un seul & même Instrument, & cela dans l'intervalle de tems rapporté ci-dessus, auquel cas les mêmes erreurs ne seront plus tant à craindre. On en exceptera tout au plus celles qui ont dû provenir de la négligence de l'Observateur, lorsqu'il a fallu vérifier son Quart-de-cercle à l'horison: mais comme cette vérification a été faite de la même maniere & à un même objet, il semble qu'on peut répondre de 5″ sur toute la différence des hauteurs solstitiales, d'autant mieux qu'il ne s'agit plus ici de hauteurs absolues. En 1739 la hauteur apparente du bord du Soleil a paru avec l'ancien Quart-de-cercle au solstice d'Eté de 64° 55′ 00″, ou 64° 54′ 55″: & parce qu'elle avoit été observée en 1675 de 64° 55′ 17″½, ou 20″, la différence est donc de 20″ dans un intervalle de 64 ans. Nous n'insisterons pas sur les hauteurs observées vers le solstice d'Hiver, puisqu'elles pourroient paroître à quelques-uns trop peu exactes: mais il convient de rapporter celles que MM. de la Hire & de Louville ont faites aux solstices d'Hiver & d'Eté de l'année 1715, c'est-à-dire, lorsque la dispute commençoit à s'élever entr'eux touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique. Or, on peut conclurre d'abord des observations faites avec l'ancien Quart-de-cercle au mois de Décembre par M. de la Hire, la hauteur solstitiale du bord supérieur du Soleil de 17° 00′ 35″, ou 45″: elle avoit été établie en même tems par M. de

Variations dans les hauteurs du solstice d'Eté observées depuis plus de 60 ans avec un seul & même instrument.

Les Quarts-de-cercle de MM. de la Hire & de Louville s'accordoient assez à donner une même hauteur au tems du solstice d'Hiver.

Louville de 17° 00′ 43″, en prenant un milieu entre ses observations. Ainsi les deux Quarts-de-cercle s'accordoient assez à ce degré de hauteur: mais au solstice d'Eté de la même année M. de Louville avoit déterminé la hauteur du bord inférieur du Soleil de 64° 22′ 53″; ce qui donne, en y ajoutant le diametre du Soleil 31′ 40″, la hauteur du bord supérieur de 64° 54′ 33″, conformément aux observations de l'année suivante 1716, lorsque par des observations immédiates du bord supérieur, la plus grande hauteur solstitiale a été déterminée de 64° 54′ 34″. Comme l'erreur des divisions ne paroît pas tout-à-fait proportionnelle sur le Quart-de-cercle de M. de la Hire (ainsi qu'on l'a reconnu après avoir corrigé, comme il est rapporté dans l'Histoire Céleste, les différentes hauteurs observées, selon que cet Instrument s'est trouvé hausser plus ou moins à l'horison) nous croyons devoir supposer qu'à 18° l'erreur n'est qu'insensible, & qu'à peine en faudra-t-il retrancher quelques secondes; qu'à 65° la correction soustractive est de 25″ à 30″; & qu'enfin au zénit elle se trouve assez exactement d'une minute. Corrigeant donc suivant cette supposition la hauteur du bord supérieur du Soleil, déterminée par M. de la Hire au solstice d'Eté 1715 de 64° 55′ 15″, ou 5″; il s'ensuit que le même bord auroit paru élevé de 64° 54′ 42″½ tout au plus; ce qui s'accorde assez avec les observations de M. de Louville.

En corrigeant les erreurs des divisions du Quart-de-cercle de M. de la Hire, on trouve au solstice d'Eté 1715 la même hauteur que celle qui a été déterminée par M. de Louville.

Cependant, comme par un examen particulier des diverses circonstances auxquelles on ne sçauroit se dispenser d'avoir égard dans la recherche de ces sortes d'observations, il m'a paru que M. de Louville, dont j'ai consulté les Registres, n'avoit pas assez vérifié son Quart-de-cercle à l'horison; & comme il s'en faut bien d'ailleurs que nous n'ayons une certitude complete de la justesse des divisions de cet Instrument, je serois porté à croire (malgré l'observation du solstice d'Eté) que la hauteur du Soleil, observée en Hiver par cet Astronome, est un peu trop grande, autrement l'obliquité de l'Ecliptique auroit augmenté depuis l'année 1715, ce qui n'est pas vraisemblable.

La hauteur méridienne du Soleil déterminée par M. de Louville au solstice d'Hiver, paroît un peu trop grande.

On a bien remarqué annuellement depuis l'année 1738 * quelques inégalités dans les hauteurs solstitiales: mais quoique ces inégalités paroissent dépendre de plusieurs causes, on peut dire cependant que celle qui est la plus considérable, & qui est périodique, n'a dû influer qu'insensiblement sur les hauteurs dont on a fait usage cidessus. Quant aux deux autres inégalités qu'on y soupçonne, & qui peut-être n'ont pas encore été assez reconnues pour paroître évidentes à tous

Il y a diverses inégalités dans les hauteurs solsticiales, & que l'on sçait ne devoir point être attribuées aux erreurs des observations.

* Dans le discours de M. de Maupertuis sur la Mesure du Degré du Méridien au Cercle Polaire, & qui est à la tête du Livre de la Figure de la Terre déterminée, &c. Il est dit page 44. qu'outre l'Aberration, M. Bradleï a observé un autre mouvement particulier dans les Etoiles fixes; & l'on sçait aujourd'hui que cela dépend de quelques inégalités dans la Précession de l'Equinoxe. Mais M. Bradleï a observé aussi un autre mouvement apparent, plus extraordinaire, & qui paroît périodique: on le remarque principalement dans les déclinaisons des Etoiles situées vers le colure des Solstices.

les Astronomes, il est certain que si elles ont lieu dans la nature, il s'en faut bien qu'elles soient assez considérables pour que la premiere dégagée de la seconde *, nous fasse appercevoir dans l'espace de trente ans quelque diminution sensible dans l'obliquité de l'Ecliptique. C'est pourquoi l'augmentation apparente dans la hauteur solstitiale du mois de Décembre de l'année 1715, laquelle se remarque principalement dans l'observation de M. de Louville, semble devoir être plutôt attribuée à l'erreur des observations, qu'à quelque cause inconnue : enfin on ne peut pas soupçonner qu'elle ait été produite par une trop grande réfraction, puisque les observations des années 1716 & 1717 s'accordent avec celles de l'année 1715, & qu'il s'en trouve même qui donneroient la hauteur solstitiale un peu plus grande.

* *Prix de l'Acad. Année 1740. page 200.*

L'obliquité de l'Ecliptique a été établie un peu trop petite par M. de Louville.

Il est aisé d'appercevoir par-là la vraie raison pourquoi M. de Louville avoit établi l'obliquité de l'Ecliptique si petite, sçavoir de 23° 28′ 24″.

C'est une chose remarquable que la plûpart des Astronomes qui ont adopté après M. de Louville l'opinion ancienne touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique, ayent tenté jusqu'ici de prouver la diminution de cette obliquité, à raison d'une minute, & même 1′ 10″ en cent ans; tandis que ni l'obliquité apparente, ni même la distance des Tropiques (qui en est le double) & qui a été observée par M. de Louville, n'auroit aucunement changé depuis 1715 jusqu'en 1739. Car on est assez porté à en tirer cette conclusion, si l'on ſi l'on vient à ſuppoſer que les obſervations faites de part & d'autre ſont aſſez certaines. Mais ſelon M. de Louville la diſtance des Tropiques auroit dû diminuer au moins de 25″.

L'hypotheſe de la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique, à raiſon d'une minute en 100 ans, doit donc être rejettée, puiſqu'en effet s'il y a quelque diminution, il s'en faut bien qu'elle ſoit auſſi ſenſible qu'on l'a prétendu juſqu'ici, les plus anciennes obſervations étant trop défectueuſes pour être comparées aux plus récentes. Il ſuffit donc d'avoir expoſé le moyen le plus avantageux de retirer quelque lumiere des obſervations modernes comparées les unes avec les autres, & d'avoir expoſé en même tems ce que l'on doit attendre des obſervations faites en Orient par les Arabes.

Les obſervations faites au ſolſtice d'Hiver par Tycho, ne ſçauroient gueres etre employées à déterminer la diſtance des Tropiques.

Il n'eſt pas moins évident, après ce qui vient d'être remarqué ci-deſſus, que les obſervations de Copernic & de Tycho faites au ſolſtice d'Hiver, ne ſçauroient être employées à cette recherche, puiſque ſans trop inſiſter ſur ce qu'elles ont été faites avec des pinnules, ou qu'elles ne ſont pas aſſez anciennes relativement aux nôtres, on doit d'abord conſidérer non-ſeulement que les réfractions ont pu être variables, lorſqu'on a obſervé le Soleil à midi au mois de Décembre dans les pays ſeptentrionaux, mais principalement que la quantité de la réfraction n'eſt pas aſſez connue dans ces climats. En effet, ſuivant les obſervations faites à Upſal en 1739, la réfraction paroît beaucoup plus grande dans cette ville qu'en France à l'Obſervatoire Royal.

Outre les obſervations de la diſtance des Tropiques, déterminée par les Arabes, dont nous avons aſſez parlé ci-deſſus, & qui pourroient faire ſoupçonner quelque diminution aſſez lente dans l'obliquité de l'Ecliptique, il nous reſte à examiner le changement de Latitude des Etoiles ſituées proche le colure des ſolſtices. Les Anciens ont ſuppoſé ces Latitudes invariables: mais Tycho ayant reconnu le contraire, s'étoit d'abord imaginé que leur variation étoit conforme au ſentiment de ceux qui admettent la diminution de l'angle ou obliquité de l'Ecliptique à l'Equateur. Cependant il paroît qu'on ignore la cauſe générale du mouvement de ces Etoiles en Latitude, & M. Halleï a fait voir en 1718 que l'opinion de Tycho ſur la cauſe de ce changement, n'étoit pas aſſez bien fondée, puiſque la Latitude de Syrius, par exemple, au lieu d'avoir diminué depuis Hipparque ou depuis Tycho juſqu'à préſent, a augmenté * au contraire d'une quantité aſſez ſenſible pour devoir être remarquée de tous les Aſtronomes.

Les changemens qu'on a déja remarqués dans les Latitudes des Etoiles ne prouvent aucunement que l'obliquité de l'Ecliptique ait diminué.

Si l'on ſuppoſe d'après les obſervations, que

* Cette augmentation dans la Latitude de Syrius, bien loin d'être conteſtée, ſe trouve aujourd'hui d'autant mieux établie, qu'il eſt aiſé de la déduire de la comparaiſon immédiate des plus anciennes obſervations de MM. Picard & de la Hire, rapportées dans l'Hiſtoire Céleſte, avec celles de M. de Louville & des autres Aſtronomes qui ſe trouvent répandus dans preſque toute l'Europe. Voyez ce changement de Latitude de Syrius dans la Table ci-après pag. 398. & ce qui a été dit par M. Halleï, *Tranſact. Philoſ.* n° 355.

la variation des Etoiles en Latitude ait été uniforme & d'un même ſens pour certaines Etoiles, à chaque ſiecle depuis Hipparque juſqu'à ce jour, en vain expliquera-t-on ce phénomene par l'action de très-groſſes Planetes ſur chacun de ces Soleils, autour deſquels on les ſuppoſeroit tourner. Nos deux groſſes Planetes Jupiter & Saturne peuvent bien déplacer le Soleil de ſon diametre, lorſqu'elles ſe trouvent en conjonction : mais notre Soleil vû d'une Etoile fixe, n'ayant aucun diametre apparent, ſon mouvement autour du centre commun de gravité, ne ſeroit aucunement ſenſible. Cependant quand même il ſeroit de quelques ſecondes, la conjonction de Saturne à Jupiter s'achevant tous les vingt ans, il s'enſuivroit que le déplacement apparent du Soleil vû des Etoiles, ſeroit périodique; en ſorte que ſe faiſant alternativement en ſens contraires, il ne ſeroit pas néceſſaire d'attendre dans le cas de notre ſyſteme ſolaire un peu plus de 59 ans, ou bien la 43^{e} conjonction, c'eſt-à-dire, lorſqu'après 853 ans Saturne doit ſe retrouver en conjonction avec Jupiter aux mêmes points du Zodiaque.

Selon la théorie de la Gravitation, Saturne & Jupiter ne peuvent déplacer le Soleil que d'environ ſon diametre.

Ces conſidérations ſuffiſent pour nous faire comprendre combien il eſt difficile d'expliquer les mouvemens particuliers & ſenſiblement uniformes des Etoiles, ſoit en Latitude, ſoit en Longitude ; comme auſſi d'aſſigner la raiſon pourquoi ces mouvemens ſont extraordinairement lents, & pourquoi Arcturus a changé ſa Latitude d'une quantité auſſi conſidérable depuis près de deux mille ans, puisque la différence monte à plus d'un demi-degré.

Après avoir établi les principaux Elémens de de l'Astronomie moderne, je pourrois m'étendre présentement sur ce qui regarde les effets de l'Aberration dans les lieux apparens des Planetes*, comme aussi sur les divers mouvemens que l'on découvre annuellement dans la position des Etoiles : mais cette matiere exigeroit un trop long détail. D'ailleurs les principaux faits n'étant pas assez généralement connus de tous les Astronomes, il faudroit de nécessité commencer par les bien établir ; car sans cela ceux qui voudroient entreprendre de les contester, répandroient infailliblement plusieurs doutes, & enfin beaucoup d'obscurité sur la matiere. C'est pourquoi nous nous bornerons au changement de Latitude des Etoiles, lequel après une longue suite d'années devient beaucoup plus sensible. Sans donc nous trop attacher aux causes particulieres qui le produisent & qui nous sont encore inconnues, si l'on veut y avoir égard, il faut observer que l'obliquité de l'Ecliptique venant à diminuer, doit y apporter aussi une autre sorte de mouvement apparent; de maniere que pour décomposer, pour ainsi dire, ces variations en Latitude, il faudra tenir compte du changement de l'obliquité de l'Ecliptique, ou bien choisir, pour l'éviter (ce qui est le cas le plus simple) les Etoiles situées proche le colure des Equinoxes, ainsi qu'on l'a pratiqué à peu-près, lorsqu'on a examiné les variations dans la Latitude d'Arcturus.

** En attribuant à la Terre le mouvement horaire de la Planete, réduit à l'Ecliptique.*

On explique ici les moyens de découvrir les mouvemens qui sont propres ou particuliers aux Etoiles.

Les longitudes & Latitudes des Etoiles rapportées ci-après pag. 398 ont été restituées nouvellement avec tant de soin & d'exactitude, (comme cela se voit dans l'Histoire Céleste) qu'à peine l'erreur peut-elle monter à quelques secondes, au lieu que dans les Catalogues de Flamsteed & de M. de la Hire il y a quelques-unes de ces mêmes Etoiles de la 1re ou 2e grandeur dont les ascensions droites & déclinaisons ont été trop peu soigneusement recherchées, & qui different quelquefois de 2′ ou 3′ d'avec les véritables. La raison n'en est pas fort difficile à découvrir.

Erreurs dans la position de quelques-unes des Etoiles de de la 1ere & 2e grandeur.

D'aussi grandes différences dans la position de quelques Etoiles de ces Catalogues auroient pu influer dans la position des Planetes qui leur ont été comparées, si l'on n'avoit eu soin de se précautionner contre ces positions douteuses. Mais quelles que soient les erreurs des Catalogues, il ne s'agit pas seulement aujourd'hui de deux ou trois minutes dans les longitudes des Planetes supérieures qui ont été comparées aux Etoiles, mais de quarts ou tiers de degré, dont les Tables les plus récentes s'écartent des observations, ce qui s'observe principalement dans la Planete de Saturne.

Ces erreurs n'ont influé qu'insensiblement sur les différences excessives qu'on trouve entre les Tables & l'observation du lieu de Saturne.

Cela vient de l'action mutuelle des deux Planetes Jupiter & Saturne, laquelle a été enfin reconnue; en sorte que la théorie de ces deux Planetes est devenue aussi difficile que celle de la Lune, & se trouve en effet bien moins avancée; car d'après les Elémens donnés par M. Newton les nouvelles Tables de la Lune que l'on a construites, représentent communément à une ou deux minutes près, le vrai lieu de la Lune; & la plus grande erreur de ces Tables ne sçauroit excéder 5 minutes. Mais on n'a pas encore construit pour Saturne & Jupiter les différentes Tables, où se trouvent la plûpart des équations qui dépendent (comme cela se voit dans celles de la Lune) de la théorie de la gravitation.

L'Astronomie Planétaire n'est pas encore fort avancée.

Les Astronomes ayant déja remarqué vers la fin du dernier siecle & au commencement de celui-ci un rallentissement apparent dans le moyen mouvement de Saturne, & les époques des moyens mouvemens de toutes les Tables Astronomiques étant devenues par-là trop peu exactes, il est à propos d'examiner ici avec le plus grand soin la quantité du moyen mouvement qui répond aux derniers siecles ou demi-siecles écoulés; ce qui est absolument nécessaire si l'on veut entreprendre de restituer ces époques & déterminer enfin les Longitudes de Saturne, de maniere qu'elles ne different plus des observations d'une quantité si énorme, que celle qu'on remarque actuellement dans les calculs ordinaires ou dans les Ephémérides.

Les Tables Astronomiques & les Ephémérides donnent fort imparfaitement le lieu des Planetes supérieures.

Il est donc à propos de commencer par vérifier le moyen mouvement de Saturne, en se servant des observations qui ont été faites lorsque cette Planete s'est trouvée à même configuration avec le Soleil & Jupiter, au tems de son opposition, & qu'elle paroissoit en même tems dans

Circonstances essentielles à la recherche ses moyennes distances du même côté de l'Aphélie : on verra par-là que Saturne acheve sa révolution quelques jours plus tard que selon les Tables Rudolphines de Képler. Comme cette Période du retour de Saturne vers les mêmes points du Zodiaque, au tems de son opposition au Soleil s'acheve en 59 ans, nous considérerons d'abord les observations faites à Dantzic par Hévélius, l'unique Astronome de ce tems-là qui ait publié ses observations sur Saturne, ayant mesuré plusieurs fois les distances de cette Planete aux Etoiles depuis le 14 Septembre jusqu'au 25 du même mois.

du moyen mouvement de Saturne.

Le 21 Septembre à $8^h\ 48'\frac{1}{2}$ de tems vrai, la distance de Saturne * à la Luisante du Bélier étoit de $36^\circ\ 31'\ 30''$, & à $9^h\ 54'$ sa distance à Markab ou α de Pégase, étoit de $23^\circ\ 59'\ 10''$: mais à cause de l'accourcissement causé par les réfractions, supposons que les distances apparentes soient changées en véritables, sçavoir $36^\circ\ 32'\ 02''\frac{1}{2}$, $24^\circ\ 00'\ 05''$; & ayant égard au mouvement de Saturne dans l'espace de $1^h\ 5'\frac{1}{2}$, sa vraie distance à la Luisante du Bélier, auroit été à $9^h\ 54'$ de $36^\circ\ 32'\ 12''\frac{1}{2}$. Partant on a la Longitude Géocentrique de Saturne ♓ $28^\circ\ 38'\ 09''\frac{1}{2}$, avec une Latitude Méridionale de $2^\circ\ 36'\ 22''\frac{1}{2}$. On s'est servi pour faire ce calcul, des positions rectifiées des Etoiles qu'on trouve ci-après, pag. 398 : on a supposé aussi la précession annuelle de l'Equinoxe de $0'\ 50''$, l'obliquité de l'Ecliptique de $23^\circ\ 28'\ 50''$, & même on a jugé à propos de te-

* *Machina Cœlestis, lib.* II. *&* III. *pag.* 608. *&* 96.

Calcul des observations faites à Dantzic par Hévélius en 1672.

nir compte de l'Aberration de ces Etoiles. Ainsi la Longitude Apparente de α du Bélier étoit alors ♉ 3° 05′ 17″, & sa Latitude Boréale 9° 57′ 25″ : celle de Markab ou α de Pégase ♈ 18° 55′ 11″½, & sa Latitude Boréale 19° 24′ 52″½. Enfin supposant le lieu de la Terre qui est opposé au vrai lieu du Soleil ♈ 29° 33′ 08″, & les distances au Soleil connues de la Terre & du lieu de Saturne réduit au plan de l'Ecliptique, on en a déduit la Parallaxe du grand orbe de 5′ 48″ ; d'où l'on a conclu la Longitude Héliocentrique de Saturne ♓ 28° 43′ 57″½ le 21 Septembre 1672 à 8ʰ 40′½ de tems moyen au Méridien de Paris.

Observations correspondantes dans les moyennes distances de Saturne, faites à Paris en 1731.

En 1731 le 23 Septembre Saturne observé à Paris étoit en opposition au Soleil à 14ʰ 45′, de tems moyen ♈ 0° 29′ 35″; ce qui a été conclu de diverses observations faites à 10ʰ du soir, en le comparant à quelques Etoiles du Zodiaque de Senex dont on a restitué peu de tems après l'Ascension droite & la Déclinaison. Mais faisant les réductions nécessaires, & ayant calculé avec le plus grand soin toutes les observations, comme aussi ayant égard à l'Aberration & à la Précession des Equinoxes, je trouve que le même jour à 8ʰ 40′½ de tems moyen (le lieu du Soleil étant selon les Tables de Flamsteed corrigées ♈ 0° 14′ 40″) la Longitude Héliocentrique de Saturne étoit ♈ 0° 29′ 5″, & sa Latitude au même instant vue de la Terre 2° 36′ 05″ Méridionale. Il est aisé de reconnoître par-là que Saturne dans l'espace de 59 années Juliennes & un jour a

parcouru

parcouru outre deux révolutions entieres 1° 45′ 07″½, ou plus exactement 1° 44′ 50″ par son moyen mouvement, si l'on a égard à la réduction & à quelques petites différences entre le moyen & le vrai mouvement de la Planete, comme n'étant pas alors précisément dans ses moyennes distances.

Le moyen mouvement de Saturne est trop rapide selon les Tables de Képler & de Street.

Les Tables Rudolphines & Carolines donnent pendant le même intervalle de tems (lequel excede à peine deux révolutions entieres) le mouvement de Saturne plus rapide de 7′½ ; c'est-à-dire, qu'il s'ensuivroit des observations qu'on vient de rapporter, que la révolution de Saturne sur son orbite a dû s'achever près de deux jours plus tard que selon les Tables de Képler & de Street.

Il s'en faut bien qu'on parvienne à conclurre un même moyen mouvement de Saturne, ou le même tems de sa révolution, par les observations faites dans l'autre demi-cercle d'anomalie, lorsque Saturne s'est trouvé dans ses moyennes distances en 1686 & en 1745 ; car dans le tems des observations ci-dessus, Jupiter se trouvoit fort éloigné, étant presque en opposition avec Saturne, & au contraire à peine en étoit-il distant d'un signe & demi au tems des observations que nous allons rapporter. On peut remarquer aussi que la distance de ces deux Planetes, vue du Soleil dans le dernier cas, n'a pas été sensiblement la même, puisqu'en 1686 Jupiter étoit plus avancé en longitude d'environ 47°½, mais seulement de 40° au mois de Mars de l'année derniere.

Autres obſervations de Saturne dans ſes moyennes diſtances.

Le 9 Mars 1686 à $12^h\ 31'\frac{1}{3}$ de tems moyen la longitude géocentrique de Saturne, déduite des obſervations de M. de la Hire étoit ♍ $27^\circ\ 18'\ 37''$ avec une latitude boréale de $2^\circ\ 37'\ 06''$. Si l'on ſuppoſe le lieu du Soleil ſelon les Tables de Flamſteed corrigées, & par conſéquent le lieu de la Terre qui lui eſt oppoſé ♍ $19^\circ\ 52'\ 50''$, on aura la longitude héliocentrique ♍ $26^\circ\ 32'\ 04''\frac{1}{2}$: de même le 18 Mars la longitude géocentrique de Saturne étoit à $12^h\ 4'\ 07''$ de tems moyen ♍ $26^\circ\ 37'\ 12''\frac{1}{2}$ & partant la longitude héliocentrique ♍ $26^\circ\ 50'\ 55''$. On peut donc conclurre de ces obſervations le tems de l'oppoſition de Saturne au Soleil le 16 Mars 1686 à $11^h\ 10'\frac{1}{2}$ de tems moyen, ſçavoir ♍ $26^\circ\ 46'\ 38''\frac{1}{2}$.

En 1745 le 18 & 21 Mars ayant obſervé Saturne à ſon paſſage au méridien, & l'ayant comparé à Arcturus & à l'Etoile η de la Vierge, j'ai déterminé le tems de ſon oppoſition le 18 à $10^h\ 37'\frac{1}{2}$ de tems moyen, le lieu de la Terre & de cette Planete étant ♍ $28^\circ\ 26'\ 10''$.

Grandes inégalités dans les révolutions de Saturne ſur ſon orbite.

Or, il eſt viſible par-là que les révolutions de Saturne ſur ſon orbite ſont très-inégales, puiſque dans le dernier intervalle de 59 années Juliennes & un jour, cette Planete par ſon moyen mouvement auroit parcouru outre deux révolutions entieres $1^\circ\ 39'\ 02''\frac{1}{2}$, au lieu de $1^\circ\ 44'\ 50''$ qu'on a trouvés ci-deſſus ; c'eſt-à-dire, environ $15'$ de moins que ſelon les Tables de Kepler & de Street, & le double du réſultat précédent.

Voyant donc que les révolutions de Saturne ſur ſon orbite étoient trop ſenſiblement inégales, & qu'il étoit comme impoſſible d'en fixer le moyen mouvement à la maniere des anciens Aſtronomes, je me ſuis propoſé, pour parvenir à la conſtruction des nouvelles Tables de Saturne, de l'établir d'abord d'une maniere plus générale, en prenant pour moyen mouvement celui qui doit tenir à peu près un milieu entre les moyens mouvemens les plus lents & les plus accélérés; d'où il réſulte que le moyen mouvement de Saturne demande à être corrigé par différentes Tables d'équations, de même qu'il a fallu le pratiquer à l'égard de la Lune. Cette théorie qui n'eſt encore qu'ébauchée, ſera facile à déduire des obſervations que nous allons rapporter.

Le moyen mouvement de Saturne doit être conſidéré d'abord d'une maniere générale.

Il reſte auſſi à développer de quelle maniere je ſuis parvenu à reconnoître les retours des inégalités de Saturne ſur ſon orbite, & comment à l'aide des obſervations & d'un même aſpect de Saturne à l'égard de Jupiter aux mêmes points de ſon orbite, on peut prédire aſſez juſte l'erreur des Tables, qui ſans cela ſeroit exceſſive dans bien des cas particuliers.

Comment on peut connoître les retours des inégalités du vrai mouvement de Saturne.

Si l'on conſidere ici les obſervations que ſont obligés de faire les Aſtronomes ou les Navigateurs, on conviendra bientôt que faute d'un tems aſſez ſerein, ils n'ont quelquefois d'autre reſſource pour connoître le lieu de la Lune, que de meſurer ſa diſtance à Saturne ou à Jupiter. Mais cela ſuppoſe, comme l'on voit, que le lieu de ces Planetes calculé par les Tables, ſoit donné auſſi

Utilité de cette recherche pour la ſcience des longitudes.

exactement que celui des Etoiles fixes; ou du moins, que l'erreur ne surpasse jamais une minute, comme il arrive lorsqu'on fait usage des Tables du Soleil. Cependant comme il est certain que non-seulement il s'en faut bien qu'on soit parvenu à perfectionner les Tables des Planetes autant que celles du Soleil, mais même que celles de Saturne pendant des années entieres, sont beaucoup plus défectueuses que les Tables de la Lune; qu'en un mot, de tous les mouvemens des Planetes ceux de Saturne & de Jupiter sont encore aujourd'hui les moins connus; envain recherchera-t-on le lieu de la Lune en mer, en le comparant à ces Planetes, tant que nous en ignorerons les inégalités & les regles de leur mouvement.

Le lieu des Planetes n'est pas à beaucoup près aussi exactement connu que celui des Etoiles ou du Soleil.

Voici d'abord ce qui s'est présenté à mes recherches au sujet de ces erreurs du mouvement de Saturne: en 1686 on trouve, comme il a été déja dit, que la longitude héliocentrique de Saturne étoit ♍ 26° 46′ 38″½ & que les Tables Carolines la donnoient plus avancée de 0° 21′ 09″. De même en 1745 la longit. de Saturne étoit ♍ 28° 26′ 10″, & les Tables la donnent plus avancée de 0° 36′ 12″½. Dans l'un & l'autre cas, la Planete se trouvant dans ses moyennes distances, auxquels points l'équation de son orbite a été la plus grande, ou à très-peu-près, il n'y a point d'erreur sensible à craindre dans la recherche de son moyen mouvement, quand même on ignoreroit & le mouvement & la situation de son Aphélie. Mais il suit de-là qu'en l'année 1716 lorsque Saturne a

Il importe peu que l'Aphélie ait un mouvement réel ou qu'il soit fixe dans le Ciel étoilé, lorsqu'on recherpassé semblablement dans les mêmes points de son orbite, l'erreur des Tables auroit dû se trouver moyenne entre les deux résultats rapportés ci-dessus; c'est-à-dire qu'on la devoit trouver d'environ $28'\frac{1}{2}$; car à moins que l'action de Jupiter sur Saturne n'ait troublé le mouvement de celui-ci, il n'y a pas de raison pour que l'erreur des Tables soit plus ou moins grande que les $28'\frac{1}{2}$ qu'on vient de conclurre pour l'année 1716. Cependant on trouve que Flamsteed dans son Histoire Céleste établit la longitude géocentrique de ♄ ♎ 4° 15′ 06″ le 6 Mars à 12h 28′ de tems vrai; & supposant le lieu du Soleil corrigé pour le même instant ♓ 27° 33′ 01″, & par conséquent la parallaxe du grand orbe de 41′ 50″, on en déduit la longitude héliocentrique de Saturne ♎ 3° 33′ 15″ plus avancée de $36'\frac{1}{3}$ que selon les Tables Carolines.

che le moyen mouvement d'une Planete par des observations faites dans ses moyennes distances, vers les memes poinrs de son orbite.

Il est donc certain que c'est en vain qu'on voudroit conclurre le vrai lieu de Saturne, des observations faites 29 à 30 ans auparavant dans les mêmes points de son orbite, & qu'on ne peut se dispenser de reconnoître une inégalité dans son moyen mouvement, laquelle dépend de l'action de Jupiter sur cette Planete; car comment expliquer sans cela l'erreur de 8′ dans son moyen mouvement, c'est-à-dire la différence de $28'\frac{1}{2}$ à $36'\frac{1}{3}$ qu'on vient de trouver en comparant les trois observations ci-dessus, sçavoir lorsque Saturne s'est trouvé à chaque période vers les mêmes points de son orbite?

On prouve ici par les observations que l'action de Jupiter sur Saturne est très-sensible.

En vain conclurroit-on l'erreur des Tables des observations de Saturne, faites aux memes points de son orbite, pendant la révolution précédente.

Une preuve qui peut-être achevera de convaincre que cette inégalité a dû provenir de l'action de Jupiter sur Saturne, c'est qu'en comparant alternativement trois positions semblables de Saturne aux mêmes points de son orbite, lorsque cette Planete s'est trouvée à même configuration avec Jupiter, le moyen mouvement de Saturne n'est plus sujet à ces sortes d'inégalités, mais paroît uniforme ou proportionnel. Cela est facile à prouver si l'on se donne la peine de calculer les observations des années 1598 & 1657 où l'on trouve selon les observations de Tycho faites le 13 Mars v. st. à $11^{h}\frac{1}{2}$ à Wandesbourg*, c'est-à-dire, à $11^{h}\,01'$ de tems vrai au Méridien de Paris la longitude héliocentrique de Saturne ♎ $0^{\circ}\,39'\,35''$ mais selon les Tables Carolines $2'\,00''$ plus avancée : semblablement, ayant restitué les lieux des Etoiles fixes, je trouve, par les observations de Riccioli, qui répondent au 22 Mars 1657 à $9^{h}\,22'\frac{1}{2}$ de tems vrai au Méridien de Paris, la longitude héliocentrique de Saturne ♎ $2^{\circ}\,11'\,05''$, & l'erreur dont les Tables Carolines donnent le lieu trop avancé de $20'$, ce qui s'accorde assez à donner le moyen mouvement proportionnel, si on le compare aux observations de l'année 1716, l'erreur des Tables ayant été conclue, comme nous l'avons déja dit, de $36'\frac{1}{3}$.

L'action de Jupiter sur Saturne est prouvée d'une maniere encore plus générale.

* *Le* 15 *à* $10^{h}\,59'$ *du soir la vraie distance de* ♄ *à* α ♍ *étoit* $18^{\circ}\,37'\,10''$, *& sa Décl. Bor.* $2^{\circ}\,19'\,30''$.

Enfin, pour confirmer de plus en plus ce que nous venons d'établir jusqu'ici, & constater en même tems ce qui doit nous conduire à la recherche du moyen mouvement de Saturne ; pour con-

En corrigeant le moïen mouvement des Tables, les mêmes erreurs du mouvement vrai de noître, dis-je, quel a été ce moyen mouvement dans l'espace de près de deux siecles, & prédire, par exemple, les erreurs des Tables pour l'année 1762, je donnerai les longitudes de Saturne, restituées comme ci-dessus d'après les observations immédiates & les nouvelles positions du lieu des Etoiles (c'est-à-dire, plus exactement que n'ont pu le pratiquer Tycho & ceux qui l'ont suivi) en choisissant pour cet effet trois positions semblables de Saturne sur son orbite vers le tems de sa conjonction à Jupiter.

Saturne, ne se répetent aux mêmes points de son orbite, que quand cette Planete reparoît à même configuration avec Jupiter.

En 1583 le 4 Septembre au soir à $9^h\ 25'$ de tems vrai à Uranibourg la longitude héliocentrique de Saturne étoit ♓ $19^\circ\ 55'\ 09''$, les Tables Carolines la donnent moins avancée de $3'\ 10''$.

En 1642 le 13 Septembre à $11^h\ 25'$ de tems vrai, réduisant au Méridien de Paris, je trouve la longitude héliocentrique de Saturne ♓ $21^\circ\ 37'\ 17''\frac{1}{2}$. Mais le 28 au soir à $8^h\ 45'$ ♓ $22^\circ 01' 50''$. Ces observations faites par Riccioli ne sont pas des plus exactes, on y apperçoit même des fautes de copiste: prenant un milieu, on trouve que les Tables Carolines ont donné le lieu trop avancé de $7'\frac{1}{2}$.

En 1702* M. de la Hire ayant observé les passages du Soleil & de Saturne par son Quart-de-Cercle Mural, je trouve qu'à $11^h\ 40'\ 12''$ de tems vrai le 5 Octobre, la longitude héliocentrique étoit ♈ $6^\circ\ 21'\ 30''$, & que les Tables la donnent plus avancée de $16'\frac{1}{3}$.

* La conjonction de Jupiter à Saturne s'est faite en 1583 au $17^\circ\frac{1}{2}$ de ♓ & celle de 1702 à 4° d'♈, l'Anomalie moyenne de Saturne étant $3^s\ 0^\circ\frac{1}{2}$ & $3^s\ 15^\circ$.

REMARQUES sur les Appulses de la Lune & des Planetes aux Etoiles Fixes.

La Phase générale de la Lune, insérée pag. 140, & qui a été tirée du Traité *de Motu Lunæ Libratorio*, publié par Hévélius, est d'autant plus nécessaire, qu'on trouve dans le Recueil des Observations de cet Auteur, intitulé *Machina Cœlestis*, & dans celles de Flamsteed & de M. Kirch, un grand nombre d'Appulses de la Lune aux Etoiles.

Quand on compare la Lune à une seule Etoile, il n'est pas toujours facile d'en déduire le lieu de cette Planete; on est quelquefois obligé de prendre quelques alignemens de l'Etoile aux principales taches: mais cela suppose qu'on connoisse la Libration de la Lune & le Lieu Apparent de l'Etoile. M. Newton a achevé la théorie de la Libration, ayant suppléé à ce qui manquoit à l'explication qu'en a donnée Hévélius. Celui-ci avoit déja tenté de représenter la circonférence du Disque Apparent pour chaque jour, par le moyen du Réticule qu'on voit au centre de sa figure. Il est certain que si l'excentricité de l'orbite de la Lune étoit constante, si l'Axe de Rotation de cette Planete étoit Perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, & si la plus grande Latitude de la Lune étoit constamment de 5^{o}, cette méthode d'Hévélius seroit beaucoup plus exacte; car en posant, par exemple, la pointe du Compas au centre du Réticule, & prenant pour Rayon l'intervalle compris jusqu'au milieu de l'espace où se fait la plus grande Libration, soit en Longitude, soit en Latitude, on a d'abord la Libration moyenne; c'est-à-dire, pour toutes les fois que la Lune est Apogée ou Périgée, & en même tems dans l'un ou l'autre de ses nœuds: ensuite on peut trouver la Libration pour chaque degré d'Anomalie, quelle que soit la Latitude de la Lune. Pour cet effet Hévélius divise en six parties la Libration qui doit se faire en Longitude, & dont la plus grande arrive au *Palus Mæotis*, lorsque la Lune est dans les moyennes distances, c'est-à-dire, à 9 signes ou environ de son Aphélie. De même en montant jusqu'à cinq divisions, on détermine (selon les différens cas) le centre du Disque, & par conséquent la Libration, à mesure que la Lune approche de sa plus grande Latitude ou Limite Austral; & au contraire en descendant jusqu'à cinq divisions, lorsque la Latitude augmente dans l'autre sens, & se trouve Boréale. Mais si l'on désire une plus grande exactitude, il faut avoir recours à la théorie qu'en a donnée M. Newton, & que Mercator a insérée à la fin de ses Institutions Astronomiques.

Pour connoître maintenant la Longitude Apparente d'une Etoile, il faut avoir égard à son Aberration: or il est à remarquer qu'au tems de la conjonction de l'Etoile au Soleil, son Aberration est alors la plus occidentale, & sa longitude la plus petite; & que trois signes après, l'Aberration en longitude est nulle, lorsqu'au même tems l'Aberration en Latitude est la plus grande vers le Midi. Cette Regle est générale, de même que les deux suivantes; sçavoir, que la plus grande Aberration en longitude, est à 20″, comme le cosinus de la latitude de l'Etoile, est au sinus total; & que la plus grande Aberration en latitude, est à 20″, comme le sinus total, est au sinus de la Latitude de l'Etoile. La plus grande Aberration étant une fois connue pour chaque Etoile, de même que le point de l'Ecliptique, où elle devient nulle, on trouvera l'Aberration qui convient à chaque jour, en faisant comme le sinus total, est au sinus de l'élongation ou distance du Soleil à ce point, ainsi la plus grande Aberration soit en longitude soit en latitude déja trouvée pour chaque Etoile, à un 4e terme.

Ces corrections pour l'Aberration, paroissent d'autant plus nécessaires, qu'on a déja rétabli les lieux d'un très-grand nombre d'Etoiles du Zodiaque.

INSTITUTIONS

INSTITUTIONS ASTRONOMIQUES.

CHAPITRE PREMIER.

Du Mouvement apparent.

LEs Elémens d'Aſtronomie qu'on ſe propoſe de donner, ſemblent exiger du Lecteur qu'il ait quelques principes ſur le mouvement viſible ou apparent des corps en général : c'eſt pourquoi nous commencerons par traiter cette matiere, avant que d'expliquer les mouvemens des corps céleſtes ; de ces corps, dis-je, ſi éloignés de nous, & dont il eſt queſtion d'expliquer ici les principaux phénomenes.

Des corps à qui nous n'attribuons aucun mouvement, & de ceux à qui on a coutume d'en attribuer.

Nous établirons premierement cette propoſition générale & qui eſt ſi évidente ; ſçavoir, que l'œil étant accoutumé de conſidérer comme en repos, les corps qui lui paroiſſent conſerver la même diſtance apparente, les uns à l'égard des autres ; qui lui ſemblent garder entr'eux une même ſituation, en un mot qui paroiſſent conſtamment dans un même lieu; il doit au contraire juger de leur mouvement toutes les fois que ces corps changeront leurs ſituations & leurs diſtances, ſoit entr'eux, ſoit par rapport au lieu d'où il les regarde;

Mais pour éclaircir encore davantage cette propoſition, nous remonterons pour un moment aux premiers principes de l'Optique: car il n'eſt peut-être pas inutile de rappeller ici ce que l'on y démontre; ſçavoir, que tout corps lumineux forme néceſſairement ſa propre image dans le fond de l'œil qui le regarde, & cela ſur la rétine, dont la ſurface eſt ſemblable à celle d'une Sphere concave: cette apparence, comme l'on voit, ne ſe peut faire que par les rayons qui émanent de l'objet lumineux. Or le lieu qu'occupe dans l'œil l'image de chaque point de l'objet, eſt toujours celui où les rayons qui partent d'un ſemblable point de l'objet, ſe réuniſſent apres s'être briſés en paſſant à travers de l'œil.

Maniere dont ſe fait la viſion.

Planche I. *Figure 1.*

Suppoſons, par exemple, que l'arc *AB* ſoit la ſurface antérieure de l'œil, dont le fond ou plutôt la rétine, qui eſt une membrane formée par l'expanſion du nerf optique, ſoit repréſenté par *DG*; ſoit auſſi le centre de l'œil *C*, je dis que l'image d'un point *F* ſera dans la ligne *FCH*, & par conſéquent en *H*, de même que l'image d'un point *E* ſe formera au point *L*; car les rayons de lumiere ſont tellement rompus par les membranes tranſparentes & par les humeurs de l'œil, que de cette quantité prodigieuſe de rayons qui émanent du point *F*, & qui tombent ſur notre œil, il n'y en a pas un ſeul qui puiſſe tomber ailleurs, qu'au point où ils doivent tous ſe réunir dans l'œil; c'eſt-à-dire, qui puiſſe s'écarter du point *H*. Il en eſt de même de ceux qui partent du point *E*, & dont la réunion doit ſe faire au point *L*. C'eſt pourquoi ces rayons cauſent dans chaque lieu où ils ſe réuniſſent, un ébranlement aux nerfs optiques: & c'eſt là préciſément ce qui occaſionne la ſenſation de la vûe.

Il eſt aiſé de confirmer ce que nous venons de dire, par une expérience fort ſimple : ſi l'on détache pour cet effet l'œil d'un homme qui vient de mourir, ou à ſon défaut, ſi l'on prend un œil de bœuf dont on aura enlevé légerement la membrane opaque que l'on nomme la Choroïde, ou ſeulement la partie de la Choroïde qui étoit du côté du cerveau, afin qu'il ne reſte plus que cette membrane mince & tranſparente que l'on nomme la Rétine; alors l'on pourra procéder à l'expérience comme il ſuit. On choiſira une chambre un peu obſcure, & l'on ſe placera dans le fond, pour y expoſer cet œil vers une fenêtre, ou vers quelque objet dont la lumiere ſoit fort vive; & l'on appercevra auſſi-tôt, même avec quelque étonnement, la peinture de la fenêtre ou de l'objet très-exactement deſſinée ſur la rétine de cet œil. On peut encore, au lieu d'un œil, employer un verre convexe ou une lentille, qui étant expoſée, comme on l'a dit ci-deſſus, à quelque objet dont la lumiere ſoit éclatante, ſervira de même à former l'image de cet objet; pourvû que l'on ait attention d'écarter peu à peu de l'autre côté du verre convexe, un papier blanc, ſur lequel cette peinture doit enfin paroître avec beaucoup de netteté.

Comment l'œil peut juger du mouvement.

Il ſuit de-là, que ſi l'image du point *F* demeure toujours au même endroit *H* de la rétine, & que l'œil demeure en même tems fixe & immobile, l'Obſervateur jugera pour lors que le point *F* ne change point de place; que ſi ce point *F* ſe meut vers *E*, alors ſon image parcourant ſucceſſivement dans le fond de l'œil, diverſes parties de la rétine, c'eſt-à-dire, l'eſpace *HL*, l'Obſervateur doit néceſſairement avoir les différentes ſenſations cauſées par ce mouvement : & ſi ce point eſt fort éloigné, & que ſon mouvement ſe faſſe dans le plan du triangle *FCE*, alors l'Obſervateur eſtimera le mouvement apparent du point *F* par la grandeur de l'angle *FCE*.

Mais ſi l'on ſuppoſe que dans la ligne *CF* il y ait un autre point viſible *M* à une diſtance encore aſſez grande de l'œil, & dont le mouvement ſe faſſe de *M* en *N*, l'œil jugera pour lors que ſon mouvement apparent eſt le même que celui du point *F*: car puiſque l'un & l'autre objet *MF* parcourent préciſément un même angle, leur mouvement ne ſçauroit produire qu'une même trace, & par conſéquent une même ſenſation dans le fond de l'œil. Il n'eſt pas moins évident, que lorſque l'objet *M* ſera mû ſelon la ligne *MF*, depuis *M* juſqu'en *F*, ſon mouvement ne ſçauroit jamais être connu de l'Obſervateur, parce que ſon image demeure conſtamment immobile en *H*, c'eſt-à-dire, au même point de la rétine. Ainſi toutes les fois que les objets qui ſont fort éloignés de nous, n'auront d'autre mouvement que ſelon la ligne droite qui paſſe par le centre de notre œil, il eſt certain qu'on ne pourra juger de leur mouvement, à moins que l'on ne faſſe attention à leur lumiere, qui peut-être paroîtra plus ou moins vive, ou bien à leurs grandeurs; c'eſt-à-dire, à quelque augmentation ou diminution dans leurs diametres apparens. Il faut bien remarquer, que nous ne parlons ici que des objets qui ſont fort éloignés: car quant aux objets qui ſont fort proches de notre œil, on ne manque pas de moyens aſſez ſûrs pour reconnoître leurs mouvemens, quand ils ſe font dans la ligne droite qui paſſe par le centre de l'œil, & qui conſiſtent à le comparer à d'autres objets, dont la ſituation & la diſtance ſont connues, & par rapport auſquels ils changent bientôt de poſition. Enfin quelque ſoit la route d'un objet dans le plan *ECF*, ſoit qu'il ſe meuve dans la ligne *FE*, ſoit dans l'arc du cercle *FPE*, ſoit dans une courbe quelconque *FGE*, je dis que ſi l'angle *FCE* qui meſure l'eſpace parcouru, eſt toujours le même, l'œil attribuera chaque fois à cet objet le même mouvement apparent: mais ſi l'on augmente ou ſi l'on diminue cet angle, le mouvement apparent doit néceſſairement paroître plus ou moins grand ; d'où il ſuit, que ce n'eſt que par le moyen des angles, dont il eſt aiſé de connoître l'ouverture, qu'on peut juger du mouvement apparent des objets, ou des corps céleſtes.

Voici donc la méthode dont les Géometres & les Aſtronomes ſe ſervent ordinairement pour meſurer le mouvement apparent des corps, laquelle, quoique vulgairement connue, mérite cependant d'être rapportée ici, pour ne rien obmettre de tout ce qui peut contribuer à rendre ces Elémens faciles, & à la portée des commençans.

Euclide ayant démontré que tous les angles, dont le ſommet ſe trouve placé au centre d'un même cercle, ſont toujours proportionnels aux arcs des circonférences, ſur leſquels ils ſont appuyés, il ſuit néceſſairement qu'il n'y a point de moyen plus ſimple pour meſurer l'ouverture des angles, que de ſe ſervir des arcs de cercles compris entre leurs côtés. Or les Aſtronomes ayant diviſé la circonférence du cercle en 360 parties égales, que l'on appelle degrés ; chaque arc d'un degré en 60. parties égales, que l'on nomme minutes ; chaque minute en 60. autres parties égales, que l'on nomme ſecondes ; chaque ſeconde en 60. tierces ; chaque tierce en 60. quartes & ainſi de ſuite ; ils ſont tous convenus, que le nombre des degrés, minutes, ſecondes, &c. compris dans l'arc ſur lequel ſont appuyés les côtés d'un angle ; que ce nombre, dis-je, en ſeroit la meſure, & en déſigneroit la grandeur. C'eſt pourquoi ſi l'on décrit du ſommet de cet angle, un cercle tel que l'on voudra, ſoit grand, ſoit petit, il n'y a jamais plus de degrés dans la circonférence de l'un, que dans la circonférence de l'autre, les degrés dans les moindres cercles étant à proportion plus petits : en un mot, le même angle ne peut s'appuyer que ſur des arcs d'un même nom-

Ce que c'eſt que degrés, minutes, ſecondes, &c.

bre de degrés dans l'une & dans l'autre circonférence ; puiſque chacun de ces arcs a toujours un même rapport à la circonférence entiere de ſon cercle. Soit, par exemple, l'angle propoſé *ACB*, & que du centre *C* on ait décrit deux arcs *AB*, *DE* : je dis, qu'il y aura autant de degrés, minutes, &c. dans l'arc *AB*, qu'il y en aura dans l'arc *DE*, & cela en général ou ſans exception, quelle que ſoit la grandeur du rayon. Car quand même le rayon de l'arc *AB*, n'auroit ſeulement qu'un pied de long, & que le rayon de l'autre arc *DE* ſeroit infiniment plus grand, comme s'il étoit, par exemple, prolongé juſqu'aux étoiles fixes, le degré de la circonférence *AB*, quoiqu'il paroiſſe infiniment petit par rapport au degré de la circonférence *DE* ; ces degrés, dis-je, auront néantmoins un même rapport entr'eux, que celui du rayon *CB* au rayon *CE*, & ce rapport ſera le même que celui des circonférences.

Planche I. *Figure 2.*

La valeur de l'angle *C* eſt donc toujours d'autant de degrés minutes, &c. que les arcs *AB* ou *CD* en contiennent : & c'eſt ſans doute après toutes ces réflexions qu'on a imaginé un inſtrument dont on ſe ſert communément pour meſurer les Angles, qui conſiſte en une portion de cercle diviſée en degrés & minutes, laquelle contient ordinairement le quart, la ſixieme ou la huitieme partie d'un cercle. On a donné à ces inſtrumens différens noms. Lorſque c'eſt un Quart-de-cercle, l'arc eſt diviſé en 90. degrés ; ſi c'eſt un *Sextans*, l'arc contient 60. degrés ; ſi c'eſt un *Octans*, ſon arc eſt de 45. degrés. Ils peuvent être de différentes grandeurs, mais il eſt néceſſaire qu'ils ayent au moins un pied de rayon pour y diſtinguer les *degrés* & *les minutes :* on pourroit en augmentant conſidérablement le rayon, en le faiſant, par exemple, de 15. ou 20. pieds, y faire encore une troiſieme diviſion, qui ſeroit celle des ſecondes : mais il y a diverſes autres méthodes pour les trouver, & dont on aura occaſion de parler dans la ſuite. On a coutume de placer ſur l'un des côtés de cet angle, ou bien ſur une ligne parallele à ce côté, deux pinnules, ou plutôt une lunette d'approche : on place auſſi d'autres pinnules ou une autre lunette à deux verres convexes (au foyer commun deſquels ſont fixés à angles droits deux filets d'argent ou de ſoie) ſur l'alidade ou regle mobile à l'entour du centre du cercle dont on a diviſé la circonférence ; or l'on obſerve avec cet inſtrument, les angles de la maniere ſuivante.

Soient deux objets *A* & *B*, que je ſuppoſe fort éloignés de l'œil placé en *C*. On propoſe de meſurer l'angle *ACB* ; pour cet effet il faut diſpoſer l'inſtrument en ſorte qu'on apperçoive le point *A* ſur la croiſée des filets, ſi c'eſt une lunette ; ou au milieu des fentes des deux pinnules placées ſur la ligne *CD*. Enſuite on fera mouvoir l'alidade *CE*, juſqu'à ce qu'on obſerve auſſi le point *B* ſur la croiſée des filets de la lunette, ou bien dans le milieu de chaque fente des deux pinnules attachées perpendiculairement ſur cette alidade. Il eſt évident, après ce que nous avons expliqué ci-deſſus, que l'arc *DE* ſera la meſure de l'angle *ACB*, & par conſéquent de l'arc *AB* ; c'eſt-à-dire, que l'angle *ACB*, & l'arc *AB* contiendront autant de degrés qu'il s'en trouve dans l'arc *DE*, parcouru par l'alidade ou regle mobile, depuis le point *D* de ſon parallèliſme avec la lunette ou les pinnules fixes, juſqu'au point *E*, où elle doit parvenir pour appercevoir l'objet *B*. PLANCHE I. *Figure 3.*

Les Aſtronomes ſont encore convenus de différens autres termes ou regles générales, leſquelles ont été adoptées depuis un grand nombre de ſiecles. Ils ont, par exemple, établi pluſieurs points où ils ont coutume de rapporter les arcs de diſtances des étoiles obſervées avec les inſtrumens dont nous venons de parler. On compte parmi ces points l'*Horizon*, qui n'eſt autre choſe que le plan qui touche en chaque lieu le Globe de la Terre, & qu'on ſuppoſe prolongé à l'infini dans le Ciel. Cet Horizon diviſe ſenſiblement la Sphere du monde en deux parties égales : de plus ſi l'on conçoit un arc ou cercle perpendiculaire à l'Horizon (qu'on nomme *Cercle vertical*) compris entre l'horizon d'un lieu, & tel Aſtre qu'on voudra ; cet arc compris ſera ce que l'on appelle *Hauteur* de l'Aſtre. On nomme encore *Zénit*, ou *Pole* de l'Horizon le point du Ciel qui eſt directement à plomb ſur un lieu donné, ou bien qui eſt perpendiculaire au plan de l'horizon : car la Terre étant à peu près de figure Sphérique, le plan de l'Horizon de chaque lieu ne doit toucher ſa ſurface que dans un point. Or c'eſt ſur ce point qu'on doit concevoir une ligne élevée perpendiculairement & qui prolongée dans le Ciel, paſſera par le Zénit : en un mot le Zénit eſt le point du Ciel, où ſe trouve terminée la ligne à plomb, ou la ligne que décrivent tous les corps qui tombent, lorſque leur chûte, cauſée par la peſanteur, ſe fait librement, ſoit dans l'air, ſoit dans le vuide. On ſçait aſſez que ſelon les loix de l'Hydroſtatique, la chûte des graves ſe fait ſelon une ligne perpendiculaire à la ſurface des Mers, des Lacs, en un mot des liquides, qui ſont répandus ſur la ſurface de la terre, ou qu'on ſuppoſe répandus dans le lieu dont on vient de conſidérer l'horizon.

De l'Horizon.

Ce que c'eſt que la hauteur d'un Aſtre & le Pole de l'Horizon.

Ainſi les Pilotes qui ont toujours beſoin, pour connoître la latitude du lieu où ils ſont, de prendre la hauteur du Soleil, ne meſurent par conſéquent autre choſe que l'arc, ou plutôt l'angle que forment dans leur œil les rayons viſuels, qui viennent du Soleil & des extrémités de l'Horizon. Il eſt à remarquer que cet Horizon leur eſt toujours determiné par la ſurface de la Mer. Mais les Aſtronomes n'ayant pas un Horizon viſible, ou qui puiſſe être

être déterminé avec aſſez d'exactitude, à cauſe des montagnes, des inégalités de la terre, ou des réfractions le plus ſouvent trop inconſtantes; ils ont coûtume d'obſerver l'angle que forme le rayon du Soleil ou d'une Etoile, avec la ligne qui paſſe par leur Zénit.

Ils ſe ſervent pour cet effet de quarts de cercle ou ſecteurs de cercle, dont le rayon eſt ordinairement de 2 à 3 pieds, & dans des cas extraordinaires, de 9, 12, & 15 pieds de rayon. Tous ces inſtrumens ſont garnis de lunettes que l'on a ſubſtituées aux Pinnules des Anciens. [C'eſt par le ſecours de ces lunettes que l'on diſtingue les objets, & que l'on y pointe avec une exactitude bien plus grande qu'avec les Pinnules les plus parfaites. On a de plus l'avantage d'appercevoir les Etoiles fixes à toutes les heures du jour; & même en plein midi, lorſque le ciel eſt bien ſerein. Mais il n'eſt pas néceſſaire de nous arrêter à expliquer la conſtruction des quarts de cercle garnis de Lunettes & de Micrometres; la maniere de les vérifier à l'horizon par le Renverſement, ou au Zénit par le Retournement. Ces détails ſont expliqués fort au long dans le Livre, qui a pour titre Degré du Méridien entre Paris & Amiens, ou dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, de l'année 1714.]

Des Diametres apparens.

Figure 4.

La Meſure des Angles ſert principalement à nous faire connoître les Diametres apparens des corps qui ſont éloignés de nous. Car ſoit ſuppoſée une ligne *AB*, apperçue directement par l'œil placé au point *C*, ſi l'on imagine les droites *AC*, *BC*, tirées de chacune de ſes extrémités juſqu'à l'œil qu'on ſuppoſe en *C*, elle ſera apperçue ſous l'angle *ACB*; & ſi cette ligne eſt le Diametre d'un Globe ou d'une Sphere, cet angle *ACB* ſera ce que l'on nomme ſon Diametre apparent. Il contiendra autant de degrés, minutes, ſecondes, &c. qu'il s'en trouvera dans l'arc compris entre les deux lunettes de l'inſtrument dont

on s'eſt ſervi pour faire cette obſervation. De la même
Figure 5. maniere on doit dire, que tout autre objet comme *DE*, apperçu par l'œil que je ſuppoſe en *F*, y eſt vû ſous l'angle *DFE* : or il ſuit de-là que les grandeurs apparentes des objets *AB*,*DE* ſeront entr'elles comme les angles *ACB*,*DFE*.

Si l'on imagine encore que l'œil ſoit plus proche de l'objet *AB* ; ſi on le ſuppoſe, par exemple, au point *G*, c'eſt-à-dire à une diſtance de la moitié moins grande, il eſt évident que l'objet paroîtra pour lors ſous un angle environ deux fois plus grand qu'auparavant. Si l'œil s'approche de l'objet trois fois plus près que la premiere fois lorſqu'on l'a ſuppoſé en *C*, l'angle ſous lequel paroîtra l'objet, ſera d'environ trois fois plus grand; & par conſéquent ſon Diametre apparent ſera le triple du premier Diametre obſervé. Il faut bien remarquer néantmoins que nous ne parlons que d'angles fort petits, comme d'un ou deux dégrés; & que c'eſt là ſeulement le cas où les Diametres apparens d'un même objet ſont à très-peu près proportionels aux diſtances de l'œil.

De cette maniere ſi l'on connoit par obſervation les Diametres apparens de deux corps céleſtes avec le rapport de leurs diſtances, on en déduira facilement le rapport exact de leurs Diametres, puiſqu'il eſt certain que les diſtances de l'un & l'autre objet étant égales, leurs vrais Diametres ſeront entr'eux, comme leurs Diametres apparens; & reciproquement ſi leurs Diametres apparens ſont égaux, leurs vrais Diametres ſeront entr'eux, comme
Fig. 4. 5. & 6. leurs diſtances à l'œil : par exemple, ſi l'angle *ACB* eſt égal à l'angle *DFE*, & ſi la diſtance *CB* eſt triple de la diſtance *FE*, il eſt clair que la droite *AB* ſera trois fois plus grande que la droite *DE* ; en un mot, ſi la diſtance *CB* eſt non-ſeulement triple de la diſtance *fe*; mais ſi l'angle *ACB* eſt encore double de l'angle *dfe*, alors *AB* ſurpaſſera ſix fois *de* : car prenant *CM* égal à *fe*, & ſuppoſant

un objet *MN*, vû ſous un angle *MCN* ou *ACB* double de l'angle *dfe*; il eſt clair que la ligne *MN* ſera deux fois plus grande que la ligne *de* : mais puiſque *BC* contient trois fois *CM*, *AB* ſera donc triple de *MN*, & par conſéquent il ſera ſix fois plus grand que *de* ; d'où il ſuit que ſi les Diametres apparens du Soleil & de la Lune étoient égaux, & ſi l'on ſuppoſoit que la diſtance du Soleil à la Terre, fût cent fois plus grande que celle de la Lune, le vrai Diametre du Soleil ſeroit cent fois plus grand que celui de la Lune : & parce que la diſtance du Soleil à la Terre eſt bien au-delà plus de cent fois plus grande que celle de la Lune, comme nous le ferons voir ci-après, il ſuit de là que le Diametre du Soleil doit excéder beaucoup plus de cent fois le Diametre de la Lune.

Les Diametres apparens des objets augmentent à meſure qu'on s'en approche.

Il eſt donc aiſé de concevoir, après ce que nous venons de dire, que le Diametre apparent d'un objet augmente toujours à meſure qu'on en approche, & cela à peu près dans le rapport des diſtances de l'œil au même objet. Par exemple, ſi un ſpectateur étoit placé dix fois plus près de la Lune que nous ne ſommes, ſans compter qu'il appercevroit la Lune bien plus éclatante qu'elle ne nous paroît, il obſerveroit auſſi ſon Diametre environ dix fois plus grand. Donc lorſque nous venons à la regarder avec un Téleſcope qui augmente dix fois les Diametres apparens des objets, c'eſt preciſément la même choſe que ſi l'on étoit placé dix fois plus près de la Lune; & par conſéquent ſi l'on regarde la Lune en ſe ſervant de Téleſcopes qui augmentent cent fois ou deux cens fois les Diametres apparens des objets, aſſurément on doit appercevoir l'Aſtre à peu près de la même maniere que ſi l'on en étoit cent fois, ou deux cens fois plus proche. Il eſt donc aiſé de concevoir, que nous pouvons connoître par-là certainement quelle ſeroit la grandeur apparente des objets, & ce que l'on pourroit remarquer

Avantages des Téleſcopes ou lunettes d'approche.

ſur la ſurface de la Lune, ſi nous n'en étions éloignés ſeulement, que d'environ dix mille lieues, ou trois Diametres de la terre; en un mot, ce qu'on y pourroit découvrir, ſi l'on en approchoit encore plus près, de maniere que notre œil n'en fût éloigné, par exemple, que de huit mille ſtades; car à cette diſtance on y diſtingueroit facilement ces longues chaînes de montagnes, ces vallées ſi profondes, & ces vaſtes plaines, qui comprennent une ſi grande étendue. Les lunettes d'approche nous donnent encore un très-grand avantage pour pénétrer à d'autres corps céleſtes, & qui ſont beaucoup plus éloignés, comme à Jupiter, par exemple, à Saturne, & aux Cometes, &c. tellement que par leur ſecours nous voyons toutes les étoiles du ciel, avec autant d'avantage, que s'il nous étoit poſſible d'en approcher continuellement, enſorte qu'il ne nous reſtât gueres que la centieme ou deux centieme partie de leurs diſtances à la terre. Auſſi depuis que l'on a commencé à s'en ſervir, a-t-on fait une infinité de belles découvertes, telles que la Rotation des Planetes autour de leur axe, les ſatellites de Jupiter & de Saturne, leurs éclipſes, l'Anneau de Saturne, & généralement les différentes Phaſes de toutes nos planetes. Cette digreſſion que nous venons de faire, au ſujet des lunettes d'approche, nous a ſemblé d'autant plus néceſſaire, qu'il étoit à propos de donner ici quelque idée de l'inſtrument que l'on emploie aujourd'hui pour obſerver les principales dimenſions, & les mouvemens apparens des corps céleſtes. Revenons maintenant au diſcours que nous avons interrompu ſur le mouvement apparent des corps en général.

De quelques cas particuliers où un corps céleſte auroit ſes mouvemens égaux, ou

Comme il n'y a donc qu'un ſeul & unique moyen de juger pour l'ordinaire du mouvement d'un objet qui eſt éloigné de nous; ſçavoir, d'obſerver les différens angles qu'il fait par rapport à l'œil; il faut bien prendre garde à ce qui peut arriver lorſqu'un corps céleſte, par exemple, parcourt d'un mouvement égal ou uniforme des eſpaces qui ſont égaux entr'eux; car à n'en juger uniquement que par les obſervations on ſeroit porté à croire tout le contraire & que ſon mouvement eſt irrégulier ou inégal: en voici un exemple.

uniformes, & paroîtroit néantmoins avoir des mouvemens fort irréguliers.

Supposons qu'une Planete parcourre la circonférence *ABDEGQ*, d'un cercle, avec un mouvement uniforme; c'eſt-à-dire, qu'elle emploie des tems égaux à décrire les arcs égaux *AB*, *BD*, *DE*, &c. ſoit auſſi l'œil de l'Obſervateur placé à une grande diſtance au point *O*, dans le même plan que le cercle décrit par la planete; lorſque cette planete parcourra l'eſpace *AB*, ſon mouvement apparent ſera obſervé ſous l'angle *AOB*; c'eſt-à-dire que la planete paroîtra décrire l'arc *HL*. Secondement lorſque dans un eſpace de tems égal au premier, la planete décrira l'arc *BD*, ſon mouvement apparent ſe fera ſous l'angle *BOD*, enſorte que l'Obſervateur l'aura vûe paſſer de *L* en *M*; d'où il faut conclure que cette planete ne lui aura paru décrire que l'arc *LM*, lequel eſt beaucoup plus petit que l'autre arc *HL*: en un mot lorſqu'elle ſera au point *D* de la circonférence *KHM*, elle paroîtra répondre au point *M*, de la Sphere des étoiles fixes. Troiſiemement, lorſque la planete décrira l'arc *DE*, égal à l'un des deux premiers *BD*, *AB*, & qu'elle ſera parvenue au point *E*, l'Obſervateur doit l'appercevoir encore au point *M*, enſorte qu'elle lui ſemblera comme ſtationaire pendant tout l'eſpace de tems qu'elle aura employé à décrire l'arc *DE*. En quatrieme lieu elle paroîtra rétrograder ou retourner de *M* en *L*, lorſqu'elle parcourra l'arc *EF*: enfin lorſqu'elle ira de *F* en *G*, l'Obſervateur l'aura vue ſucceſſivement rétrograder, & arriver à ce même point *H*, d'où elle lui avoit paru d'abord partir lorſqu'elle alloit de *A* en *B*. Quand elle ira du point *G* par le point *I* juſqu'en *Q*, l'Obſervateur lui verra décrire l'arc *HKN*, & elle paroîtra

Figure 7.

pour la feconde fois immobile ou ftationaire au point *N*, c'eft-à-dire pendant le tems qu'elle employera à parcourir l'arc *QP*. Enfin après fa plus grande digreffion au point *P*, elle doit retourner, ou paroître fe mouvoir comme auparavant, c'eft-à-dire avec des mouvemens apparens, fort inégaux felon l'arc *NKHLM*.

Ce que l'on entend par inégalité optique.

Les Aftronomes ont appellé *inégalité optique*, cette forte d'inégalité dans les mouvemens apparens; ainfi elle n'eft pas *réelle* dans les corps céleftes, mais c'eft une inégalité qui dépend de la fituation de l'œil, qui n'eft point au centre du mouvement de la planete: car fi l'œil au lieu d'être en *O*, eft tranfporté au point *C*, & qu'il y demeure pendant tout le tems d'une révolution de la planete, il eft évident que puifque la planete parcourt felon notre fuppofition des arcs de cercle égaux dans des tems égaux, le Spectateur n'appercevra du point *C*, que des mouvemens parfaitement égaux entr'eux.

Figure 8.

Si l'on prenoit dans le cercle tout autre point que le centre, & que l'Obfervateur fût, par exemple, fitué au point *O*, entre le centre & la circonférence; alors quoique la même planete parcourût des arcs égaux dans des tems égaux, fon mouvement paroîtroit néantmoins fort inégal vû du point *O*: car lorfque la planete fera dans fa plus grande diftance du point *A*, fon mouvement paroîtra fort lent; au contraire il paroîtra très-rapide lorfqu'elle fe fera approchée du point *C*, le plus près qu'il eft poffible; ce qui eft évident, puifque l'angle *COD* eft beaucoup plus grand que l'angle *AOB*, quoique les arcs *AB*, *CD* foient égaux entr'eux. Cependant il faut bien remarquer, que dans cette fuppofition de l'œil placé entre le centre & la circonférence, jamais la planete ne fçauroit paroître ftationaire, ni rétrograder; d'où il fuit, que s'il arrivoit que l'Obfervateur vînt à découvrir la Planete, tantôt directe, tantôt ftationaire, & tantôt rétrograde, il faudroit conclurre, qu'il auroit lui-même un mouvement particulier, & que son œil ne seroit plus situé dans un point fixe ou immobile, comme on l'a supposé jusqu'ici.

CHAPITRE SECOND.

Où l'on considere le mouvement apparent, lorsque l'Observateur change de lieu.

APrès avoir expliqué les différens cas où l'on observeroit les principaux phénomenes du mouvement apparent, dans la supposition que l'œil soit constamment dans un même lieu ; il reste à exposer ceux où l'œil, ou plutôt le lieu où il se trouve, sont emportés d'un même mouvement. Car il est aisé de concevoir que les objets paroîtront pour lors se mouvoir d'une maniere tout-à-fait différente de ce qui vient d'être établi ci-dessus, puisque l'œil jugera quelquefois en repos ce qui est emporté d'un mouvement très-rapide ; & qu'au contraire il attribuera divers mouvemens à certains objets fixes, ou qui seront dans un repos parfait. Il peut même arriver que les mouvemens observés d'un même objet seront tout-à-fait contraires, ou même directement opposés à ceux qu'il a réellement ; que les objets, dis-je, qui se meuvent vers l'Orient, paroîtront à l'Observateur emportés vers l'Occident ; ce que l'on peut expliquer d'une maniere plus simple, en prenant pour exemple les mouvemens que l'on observe si souvent dans une barque sur une riviere ou dans un vaisseau, lorsqu'il s'éloigne du port.

Ceux qui navigent sur une mer peu agitée ne s'apperçoivent pas du mouvement de leur vaisseau.

L'expérience nous apprend que ceux qui sont poussés par les vents d'un mouvement à peu près égal & uniforme, ne peuvent gueres s'appercevoir du mouvement de leur vaisseau ; qu'ils s'apperçoivent bien moins encore de celui de tous les objets fixes qui y ſont renfermés avec eux : cela vient uniquement de ce que toutes les parties du vaiſſeau gardant entr'elles la même ſituation & la même diſtance à l'égard de l'œil, l'image de tous ces objets ſe trouve toujours peinte dans le fond de l'œil au même endroit de la rétine, & par conſéquent l'image de chacun de ces objets doit y demeurer fixe & immobile. Ainſi quoique ces mêmes objets fixes qui ſont renfermés dans le vaiſſeau, ſoient emportés avec l'Obſervateur d'un même mouvement, & d'une viteſſe préciſément égale à celle de l'œil ; quelque grande que puiſſe être cette viteſſe, il eſt cependant très-certain que l'Obſervateur ne ſçauroit s'en appercevoir, parce qu'il eſt emporté d'un même mouvement, d'un mouvement qui leur eſt commun.

Ils s'imaginent au contraire que les objets fixes ſitués ſur le rivage ont un mouvement réel.

Mais enfin ſi l'Obſervateur vient à jetter les yeux ſur le rivage, il lui attribuera ſur le champ, auſſi-bien qu'aux arbres & à toutes les maiſons qu'il découvrira ſur la terre, un mouvement plus ou moins rapide, ſelon que ſon vaiſſeau ſera emporté d'une viteſſe plus ou moins grande. La raiſon eſt, que le vaiſſeau conjointement avec l'Obſervateur, change continuellement de lieu, & partant l'image des objets extérieurs venant à ſe placer ſucceſſivement dans les différentes parties de la rétine, ces mêmes objets quoiqu'immobiles & ſitués en terre ferme, lui paroîtront néceſſairement ſe mouvoir; au lieu que l'image des objets qui ſont dans le vaiſſeau occupera toujours la même place ſur la rétine dans le fond de ſon œil ; & par conſéquent le ſpectateur ne leur ſçauroit attribuer aucun mouvement réel.

Si l'on conſidere auſſi ce qui doit arriver lorſqu'on laiſſe tomber un boulet du haut du mât d'un vaiſſeau qui fait voile le long des côtes de la mer, on conviendra, ce me ſemble, que ce même boulet y paroîtra tomber ſuivant une ligne à plomb, c'eſt-à-dire, de la même maniere que ſi le vaiſſeau étoit en repos dans le port ou dans un calme; ainſi le boulet tombera néceſſairement au pied du mât. Mais il eſt à remarquer qu'il ne ſera réellement point tombé ſuivant la vraie ligne à plomb, c'eſt-à-dire, ſuivant une ligne perpendiculaire à la ſurface de l'eau, ou du globe terreſtre, mais par une ligne oblique à cette ſurface. Auſſi ceux qui ſe trouveront en même tems ſur le rivage lui verront-ils décrire cette ligne oblique; c'eſt-à-dire, que le boulet n'y paroîtra pas tomber de la même maniere qu'il auroit paru aux ſpectateurs placés dans le vaiſſeau. Voici une explication fort ſimple de ce phénomene. Une des principales loix du mouvement, & qui eſt ſi conforme à tout ce que l'on obſerve dans la nature, c'eſt qu'un corps mis une fois en mouvement, doit toujours, s'il ne trouve aucun obſtacle, continuer ſa route avec la même viteſſe, & ſans changer de direction. Or lorſque le boulet étoit attaché au haut du mât, lorſqu'il n'avoit d'autre mouvement que celui du vaiſſeau, ce mouvement lui étant alors imprimé ſelon la ligne horiſontale, il a dû le conſerver lorſqu'on l'a détaché du haut du mât. Mais quoique la peſanteur lui en ait communiqué bientôt un autre ſuivant la direction verticale, il a dû néantmoins conſerver le premier, parce que ces deux mouvemens n'étant ni oppoſés ni contraires l'un à l'autre, ils n'ont pu ſe détruire ni ſe cauſer mutuellement la moindre altération: ainſi le boulet devant ſe mouvoir en ce cas en avant & de haut en bas, il doit faire, dis-je, autant d'effort pour s'avancer & pour deſcendre, que ſi chaque force agiſſoit ſéparément. Donc tout ce que pourront produire ces deux forces qui agiſſent en même tems, ce ſera d'empêcher qu'il ne ſuive l'une ou l'autre direction horiſontale ou verticale, de ſorte qu'il décrira une ligne courbe oblique à l'horiſon, ſemblable à celle que nous voyons dé-

Explications du mouvement d'un boulet placé au haut du mât d'un vaiſſeau, & qui paroît tomber ſi différemment aux navigateurs & à ceux qui ſont ſur le rivage de la Mer.

crire à une pierre jettée horisontalement de quelque endroit élevé, cette pierre ne laissant pas de se mouvoir en avant pendant tout le tems qu'elle emploie à descendre. Or c'est précisément la même courbe que l'on verra de dessus le rivage décrire au boulet dans le tems de sa chûte : car puisque le boulet & le mât sont emportés d'une même vitesse, ils conserveront toujours la même distance entr'eux, & par conséquent le boulet tombera nécessairement au pied du mât. De plus, le mouvement par lequel ce boulet doit s'avancer horisontalement, est le même que celui du vaisseau, ou de tous les spectateurs qui sont dans le vaisseau. Mais ce mouvement commun, comme on l'a déja fait voir, ne pouvoit être apperçû avant la chûte du boulet, il ne doit donc pas l'être davantage dans le tems que le boulet tombe, d'où l'on voit par conséquent la vraie raison pourquoi l'on ne sçauroit appercevoir dans le vaisseau d'autres mouvemens, que celui que la pesanteur a donné au boulet ; c'est-à-dire, que dans le vaisseau il n'est pas possible de juger autrement de la chûte du boulet, que selon la perpendiculaire à la surface de la mer, en un mot, selon une ligne parallele au mât. Le grand nombre d'expériences qu'on a faites à ce sujet, sont rapportées par tant d'Auteurs, qu'il ne doit rester, ce me semble, aucun scrupule sur cet article.

Du mouvement d'une balle jettée de l'avant à l'arriere d'un vaisseau.

Nous pouvons encore examiner ce qui arrive, lorsque de la proue d'un vaisseau l'on jette une balle vers la poupe avec une force telle que la vitesse de cette balle soit exactement la même, que celle du vaisseau. Supposons pour un moment que la pesanteur n'agisse point sur cette balle, il est évident, que pour-lors elle ne sçauroit avancer ni reculer ; & que par conséquent elle resteroit immobile & suspendue dans l'air, précisément au même endroit d'où on l'a jettée. Mais si la pesanteur agit à l'ordinaire, cette balle doit tomber en ce cas perpendiculairement à la surface de la mer, ce qui ne sçauroit être néanmoins apperçû que de ceux qui sont sur le rivage, ou sur quelque navire situé vis-à-vis l'ancre; car la force donnée à cette balle par celui qui l'aura jettée, sera détruite par une autre force égale ou directement contraire; sçavoir, celle qui lui sera commune avec le mouvement du vaisseau: cependant on ne verra point dans le vaisseau cette balle demeurer immobile, & tomber selon une ligne à plomb; mais on la verra s'avancer vers la poupe de la même maniere que si le vaisseau étoit en repos.

Si enfin la vitesse avec laquelle la balle est jettée vers la poupe est moindre que celle du vaisseau, alors cette balle doit s'avancer dans le même sens que le vaisseau, mais bien plus lentement; parce que le mouvement qui lui est commun avec celui du vaisseau n'est pas entierement détruit: or dans ce même intervalle de tems ceux qui se trouveront dans le vaisseau, ne verront pas cette balle aller de la même maniere que le vaisseau, mais dans un sens tout contraire, & avec la même vîtesse qu'elle auroit euë, si le vaisseau eût été en repos, & la balle jettée avec la même force que celle qu'on a supposée. Il paroît donc évident par tout ce que nous venons de dire, que le mouvement apparent d'un corps peut quelquefois paroître directement contraire à son vrai mouvement.

On objectera peut-être que c'est une chose constante, que la balle étant une fois lancée, vient frapper la poupe du vaisseau; que même on y distingue la marque du coup qu'elle y aura imprimée; ce qui n'arriveroit point, si la balle ne se mouvoit réellement vers la poupe du vaisseau. OBJECTION.

Je réponds qu'il est bien vrai, que dans le vaisseau on appercevra la balle s'avancer vers la poupe & la frapper; mais que du rivage on appercevra la poupe s'avancer vers la balle, & non pas la balle vers la poupe: au reste REPONSE.

la force du coup sera la même, que si la balle eût été jettée vers la poupe, le vaisseau étant en repos, précisément avec la vitesse de la poupe lorsqu'elle a paru du rivage s'avancer vers la balle. Soient deux corps quelconques *A* & *B* égaux ou inégaux : on propose de considérer l'effort qu'ils font l'un contre l'autre dans le moment qu'ils viennent à se choquer : je dis que cet effort sera le même, soit que le corps *B* vienne rencontrer le corps *A* immobile avec une vîtesse donnée, soit que le corps *B* étant immobile, le corps *A* vienne le rencontrer avec la même vitesse : ou bien si l'un & l'autre corps se meuvent selon une même direction, mais que le corps *A* ayant une plus grande vitesse vienne frapper le corps *B*, l'effort sera précisément le même, que si le corps *B* étoit en repos, & que le corps *A* n'eût eu qu'une vitesse égale à la différence de celles qu'on a supposées à ces deux corps. Semblablement si les deux corps *A* & *B* sont poussés l'un vers l'autre dans une direction contraire, l'effort au moment du choc sera précisément le même, que si l'un des deux étoit en repos, & que l'autre eût une vitesse égale à la somme de celles qu'on a supposées. En un mot, la même vitesse relative par laquelle deux corps s'approchent, subsistant toujours, l'effort doit être le même, lorsqu'ils viendront à se choquer de quelque maniere qu'on distribue ces vîtesses. D'où il suit que toutes les fois que nous navigerons dans un vaisseau avec telle vitesse qu'on voudra supposer, tous nos mouvemens, comme aussi ceux des corps que nous ferons mouvoir, se feront toujours de la même maniere qu'ils nous paroîtroient, si le vaisseau étoit en repos : & c'est une regle générale que les mouvemens de tous les corps renfermés dans un même lieu sont précisément les mêmes, soit que ce lieu soit dans un repos parfait, soit qu'il soit emporté d'un mouvement uniforme. C'est la même chose à l'égard de leurs collisions,

PLANCHE I. Figure 9.

c'eſt-à-dire, de l'effort que font ces corps lorſqu'ils ſe choquent.

On a cru devoir rapporter tous ces exemples, pour mettre le Lecteur en état de connoître la différence qui peut ſe trouver entre les vrais mouvemens des corps, & leurs mouvemens apparens ; & pour qu'il puiſſe juger combien il eſt difficile de diſtinguer l'un d'avec l'autre.

Il ſuit encore de tout ce que nous venons de dire, que ſi un Obſervateur étoit placé dans Jupiter, dans Saturne, ou dans quelqu'autre Planete, il ne pourroit pas mieux diſtinguer le mouvement propre de la Planete qu'il habite, que celui qui navige ne diſtingue le mouvement propre de ſon vaiſſeau : toute la différence qu'il y auroit, c'eſt qu'on s'apperçoit ſouvent dans un vaiſſeau de certains mouvemens irréguliers qui ſe font ſubitement, & dont on n'eſt alors que trop incommodé ; mais parce que les Planetes font leurs révolutions d'un mouvement toujours uniforme, & qu'elles ne trouvent jamais le moindre obſtacle, elles ſe trouvent donc à très-peu près dans le même cas, qu'un vaiſſeau qui navigeroit ſur une mer peu agitée, où l'on ne connoîtroit ni les vagues, ni les grands coups de vent.

CHAPITRE TROISIEME.

Syſteme du monde.

QUoique nous nous ſoyons déja fort étendu ſur les différens Phénomenes que doit obſerver un même Spectateur placé à différens points de vûe, cependant pour donner ici une idée plus vaſte & plus étendue, qu'on n'a coutume de la concevoir, de la nature & de l'arrangement des parties de cet univers ; pour mieux faire connoître l'harmonie admirable des mouvemens céleſtes ; en un mot, pour parvenir au but que nous nous ſommes propoſé, & nous étendre en quelque maniere ſur la conſtruction & ſur la formation de ce monde ; il eſt néceſſaire de ſuppoſer l'œil de l'Obſervateur non pas ſeulement dans un même lieu, mais à diverſes diſtances de la Terre, à des diſtances de pluſieurs millions de lieuës, afin qu'étant accoûtumé à juger & à comparer le réſultat des obſervations qu'il auroit faites ſous ces différens points de vûe, il puiſſe ſe former une idée juſte & diſtincte des ouvrages du Créateur.

C'eſt pourquoi nous ſuppoſerons d'abord, pour mieux reconnoître les mouvemens des corps céleſtes, que nous ne ſommes plus habitans de la Terre, ni fixés ſur cet atome, mais que nous avons la liberté de parcourir l'immenſité de l'eſpace ; & afin de reconnoître plus exactement les diverſes apparences que l'on doit obſerver dans chaque lieu, nous nous tranſporterons tantôt dans le Soleil, tantôt dans les Planetes, dans les Etoiles fixes, & dans les Cometes *.

Car quoique nos corps arrêtés ſur la ſurface de la Terre par l'effet de la peſanteur, ne puiſſent s'élever juſques dans les Cieux, rien n'empêche néantmoins que notre ame, ou plutôt notre imagination, ne ſe tranſporte dans toutes les régions céleſtes : ce que l'on peut nous accorder d'autant plus facilement, que c'eſt un uſage anciennement établi, & qui n'a jamais été conteſté à aucun Aſtronome. Ils ont, dis-je, tranſporté l'œil de la ſurface au centre de la Terre, afin de mieux reconnoître la régularité des mouvemens céleſtes : bien plus ils ont fait paſſer des cercles & des lignes droites par le Soleil & par les

* *Juvat ire per alta*
Aſtra. Juvat terris & inerti ſede relictis,
Nube vehi, validique humeris inſiſtere
Atlantis . . . . Horat.

Etoiles ; ſuppoſitions, qu'ils ſont obligés de faire continuellement, & qu'il faut bien leur accorder, puiſqu'autrement ce ſeroit renverſer les fondemens de l'Aſtronomie, ou que cette ſcience demeureroit très-imparfaite, & qu'envain les Aſtronomes y ſacrifieroient tant de veilles, de fatigues, & de dépenſes.

Ainſi puiſque c'eſt une choſe ſi uſitée parmi les Aſtronomes d'imaginer l'œil du Spectateur tranſporté au centre de la Terre, pour en déduire cette regularité conſtante du mouvement diurne ou apparent, ne peut-on pas ſuppoſer pareillement, le Spectateur tranſporté dans les Cieux, ne peut-on pas le fixer dans le lieu du Monde, d'où il découvrira les mouvemens réels & abſolus des corps céleſtes, & d'où il les reconnoîtra ſemblables autant qu'il eſt poſſible ? Car les Aſtronomes, quelque ſyſteme qu'ils aient embraſſé, ont reconnu de tout tems que les mouvemens des Planetes étoient ſimples, réguliers, & uniformes ; mais à ne les obſerver que de la ſurface ou du centre de la Terre, on s'apperçoit bientôt que le mouvement apparent de toutes les Planetes, eſt inégal, & que leur cours eſt très-irrégulier ; d'où l'on doit naturellement conclure que la Terre n'eſt point le centre de leurs vrais mouvemens. C'eſt pourquoi pour obſerver les mouvemens propres de tous les corps céleſtes, il faudroit ſuppoſer que l'œil fût placé ou au centre du Soleil, ou du moins à une très-petite diſtance de ce corps lumineux. Examinons quelles doivent être les apparences du Ciel dans ce point de vuë.

Lorſque l'on compare les mouvemens des Planetes ; l'on s'apperçoit que vûs de la terre, leur cours eſt fort irrégulier.

Il y a néantmoins une remarque imporrante à faire avant que d'aller plus loin, ſçavoir, qu'en quelque lieu qu'on ſuppoſe un Obſervateur, il doit juger naturellement qu'il eſt au centre de tout ce qui l'environne. Car comme les objets dont il s'agit, ſont ſuppoſés fort éloignés, il importe peu qu'ils ſoient à une grande diſtance les uns des autres, ſurtout s'ils ſe trouvent dans une même ligne qui

Un Spectateur en quelqu'endroit qu'on le ſuppoſe, eſt toûjours placé au centre des objets les plus éloignés auxquels ſa vûë peut s'étendre.

passe par notre œil ; puisque nous les rapportons communément au même lieu de cet espace immense qui comprend l'univers : & que nous les jugeons tous à une même distance. Ainsi, l'Observateur ne pouvant appercevoir d'un seul coup d'œil, les vraies distances des objets qui l'environnent, il faut nécessairement qu'il les regarde tous comme fixes dans la surface concave d'une même sphere, qui auroit pour centre le lieu où il se trouve ; & partant il verra tous les mouvemens apparens se faire dans les différens cercles de cette même surface sphérique. C'est donc aussi pour cette raison que l'on s'imagine communément que le Soleil, la Lune, tous les autres Astres aussi bien que les nuages, sont placés à une même distance de nous dans une surface sphérique concave, quoiqu'il soit cependant certain que les Etoiles sont à une distance immense de la Terre en comparaison de celle de la Lune, & même que les nuages ne sont élevés tout au plus au-dessus de nous, que d'environ une ou deux lieues. On peut donc conclure qu'en quelque lieu que l'on veuille supposer un Observateur, soit dans le Soleil, soit dans Saturne qui est la Planete la plus élevée, soit même dans une Etoile fixe, ce lieu pourra toujours être pris pour le centre du monde; c'est-à-dire, que ceux qui l'habiteront, pourront se regarder comme au centre de l'univers.

Idée générale de ce que verroit un Spectateur placé dans le Soleil.

Considérons maintenant ce que doit observer un Spectateur qui seroit au centre du Soleil. Si malgré la lumiere éclatante de cet astre, il lui étoit possible de voir le Ciel, ne lui paroîtroit-il pas comme un voûte ou surface sphérique concave, remplie d'une multitude infinie de ces Etoiles que nous nommons fixes ? Car comme elles nous paroissent de la Terre conserver entr'elles une même situation & une même distance, ce sera la même chose étant vûes du Soleil, puisque leurs distances à la Terre ou au Soleil sont si grandes, comme on le verra ci-après, qu'à peine

peine un Obſervateur muni d'excellens inſtrumens pourroit s'appercevoir du plus petit changement ſenſible dans leurs ſituations apparentes. Il y a cependant cette grande différence entre un Obſervateur placé dans le Soleil, & un autre qui ſeroit ſur la Terre, que ce dernier, quoiqu'il apperçoive à la vérité les Etoiles fixes à des diſtances qui ſont chaque jour exactement les mêmes pendant le cours d'une ou pluſieurs années, elles lui ſemblent cependant dans un mouvement continuel, elles lui paroiſſent, dis-je, tantôt s'élever, tantôt s'abaiſſer: en un mot, tourner chaque jour autour de l'axe de la Terre: au lieu que celui qui ſeroit au centre du Soleil les remarqueroit conſtamment dans une ſituation fixe & invariable; il les appercevroit généralement toutes immobiles dans le même endroit du Ciel. Or il importe peu dans le cas préſent, que l'on attribue le mouvement qui ſe fait chaque jour en vingt-quatre heures à la Terre ou au Ciel. Car, ſoit que les Etoiles reſtent immobiles, ſoit que le Ciel avec toutes les Etoiles & le Soleil ſoit emporté chaque jour preſque d'un même mouvement d'Orient en Occident; l'Obſervateur que nous avons ſuppoſé au centre du Soleil n'appercevroit pas moins chaque Etoile immobile dans le même endroit du Ciel; puiſque ce prétendu mouvement continuel du Soleil & des Etoiles fixes autour de la Terre, ne lui ſeroit aucunement ſenſible. Il ſuffit de ſe rappeller ici ce que nous avons dit ci-deſſus à l'égard de ceux qui navigent en pleine mer, & qui ne s'apperçoivent point du mouvement de leur vaiſſeau.

La diſtance des étoiles fixes au Soleil eſt immenſe.

On apperçoit encore outre cette multitude d'Etoiles fixes, ſix autres Etoiles plus remarquables, mais qui tournent autour du Soleil dans des tems fort inégaux; ce qui n'empêche pas néantmoins que la durée de leurs révolutions ne ſoit toujours conſtante. Elles ont différentes poſitions, ſoit entr'elles, ſoit par rapport aux autres Aſtres:

Ce que l'on entend par les planetes, ou les ſix étoiles errantes.

elles changent presque continuellement de lieu dans le ciel. Ces Etoiles errantes ont été nommées Planetes, & la Terre que nous habitons, a été mise par le plus grand nombre des Astronomes au rang de ces mêmes Planetes: mais quand on supposeroit que la Terre est immobile ; & que c'est le Soleil qui fait chaque année une révolution dans l'Ecliptique, il ne sera pas moins vrai de dire qu'un Spectateur placé dans le Soleil, verroit chaque année la Terre parcourir le cercle de l'Ecliptique, comme on le démontrera d'une maniere plus évidente dans les Chapitres suivans.

Les planetes font leurs revolutions autour du Soleil & se meuvent d'Occident en Orient.

Les noms des Planetes & les caracteres qui les désignent sont, Saturne ♄, Jupiter ♃, Mars ♂, la Terre ♁, Venus ♀, & Mercure ☿, qui est le plus proche du Soleil.

Toutes ces Planetes se meuvent dans leurs Orbites autour du Soleil, & à peu près dans un même plan : leurs mouvemens se font d'Occident en Orient ; c'est-à-dire, qu'elles suivent toutes une même direction. Quand nous disons néantmoins, que leurs orbites sont à peu près dans un même plan, c'est qu'elles sont fort peu inclinées l'une à l'autre ; & que la ligne où se coupent les plans de ces orbites, passe toujours par le centre du Soleil. Or il suit de là qu'un Observateur placé à ce centre seroit toujours dans le vrai plan de l'orbite de chacune des Planetes qu'on vient de nommer ci-dessus : il leur verroit décrire exactement des révolutions périodiques dans le plan d'un grand cercle de cette surface sphérique concave du Ciel dont nous avons parlé ; mais il ne pourroit à la vûe simple juger de leur plus grande ou de leur plus petite distance au Soleil. C'est pourquoi pour mieux reconnoître ces différentes distances des Planetes au Soleil, aussi-bien que les principales inégalités apparentes de leurs mouvemens, il est à propos de transporter ailleurs l'œil de l'Observateur, que nous avons supposé jusqu'ici dans le Soleil. Nous pouvons donc le ſuppoſer élevé au-deſſus du plan des orbites des Planetes, ou plutôt dans la ligne perpendiculaire à l'orbite de la Terre, qui paſſe par le centre du Soleil, & de plus à la même diſtance de ce centre, que la Terre eſt éloignée du Soleil. C'eſt, dis-je, de cet endroit du Ciel que l'Obſervateur pourra juger facilement des différentes diſtances des Planetes au Soleil : il verra d'abord celles qui ſont plus proches du Soleil faire leurs révolutions périodiques dans un intervalle de tems moins conſidérable que celles qui en ſont plus éloignées : leur ſituation ſera auſſi telle que la figure les repréſente. On y apperçoit premierement le Soleil au centre de toutes les orbites ; il eſt immobile en ce lieu, & les ſix Planetes, Mercure, Venus, la Terre, Mars, Jupiter & Saturne tournent perpétuellement autour de lui d'Occident en Orient ; c'eſt-à-dire, ſelon l'ordre des lettres *ABCD*. Mercure qui eſt le plus proche du Soleil, fait ſa révolution en trois mois ; Venus dont l'orbite eſt un peu plus grande, y emploie huit mois ou environ : plus loin du Soleil eſt la Terre, qui acheve ſa révolution dans l'eſpace d'une année ; Mars en deux ans : mais Jupiter qui eſt beaucoup plus élevé, eſt douze ans à faire chaque révolution. Enfin Saturne eſt de toutes les Planetes celle qui met le plus de tems à parcourir ſon cercle autour du Soleil : l'orbite de cette Planete, comme l'on voit, renferme toutes les autres ; & l'on obſerve que ſa révolution périodique eſt de trente ans. Voilà l'expoſition la plus ſimple de cet ancien ſyſteme du monde, enſeigné par Pythagore, & par ſes Diſciples. Ce Philoſophe qui l'avoit appris dans l'Orient, le répandit bientôt dans la Grece : mais le commun des Philoſophes embraſſa long-tems après un autre ſyſteme, qui ſuppoſoit la Terre immobile, & qui attribuoit aux cieux tous les mouvemens apparens. Ariſtote & ceux de ſa ſecte, qui ont enſeigné dans les écoles pendant les ſiécles ſuivans, avoient adopté cette

Situation des planetes ſoit entr'elles ſoit à l'égard du Soleil.

PLANCHE I. *Figure 10.*

derniere opinion, & l'auroient long-tems soutenue, si le sçavant Astronome *Copernic* n'avoit tiré de l'oubli, & fait revivre, pour ainsi dire, l'ancien systeme de Pythagore, l'unique & le véritable systeme du Monde, comme il étoit aisé à tous les bons esprits de s'en convaincre, s'ils eussent réfléchis sur les solides raisons qu'il en a rapportées. Ce systeme a été appellé de son nom depuis le seizieme siecle, *systeme de Copernic*. Environ cent ans après * la découverte des lunettes d'approche a fait connoître aux hommes un nouveau Ciel. On y a apperçu tant de Phénomenes surprenans, que l'ancien systeme a bientôt été reconnu pour le vrai systeme du monde; ce qu'il est aisé de prouver d'une maniere à ne laisser, ce me semble, aucune réplique.

Les planetes sont des corps sphériques opaques.

Lorsqu'on considere les Planetes avec les meilleures lunettes d'approche, on remarque que semblables à la Terre, ce sont des corps sphériques & opaques. Car la portion du globe de chaque Planete qui est tournée vers le Soleil, étant éclairée, nous renvoie la lumiere par réflexion; mais l'autre portion qui est opposée, étant dans les ténebres, est entierement plongée dans l'ombre; & c'est cette ombre, comme on le verra ci-après, que nous voyons quelquefois jettée dans la partie opposée au Soleil. Or la ligne qui sépare la portion éclairée d'avec la partie obscure d'une Planete, nous paroît tantôt droite, & tantôt courbe, de maniere qu'elle est quelquefois concave, & quelquefois convexe, selon les diverses situations de notre œil & de la Planete par rapport au Soleil qui l'éclaire. Nous voyons cette portion éclairée de la Planete, plus ou moins grande, suivant les différentes situations où se trouve la Terre que nous habitons; ce qui doit arriver nécessairement à tous les corps sphériques qui seront opaques, & qui ne reçoivent d'autre lumiere, que celle qui est empruntée du Soleil.

* Sçavoir en 1608.

Des planetes secondaires ou satellites.

Il y a auſſi trois Planetes ; ſçavoir, la Terre, Jupiter, & Saturne, qui ſont actuellement environnées d'autres petites Planetes qui les accompagnent dans chaque révolution autour du Soleil : on appelle ces petites Planetes, *Lunes* ou *Satellites*. Elles font leurs révolutions autour de leur Planete principale. La Terre n'a qu'une Lune ou Satellite, qu'elle entraîne autour du Soleil en parcourant ſon orbite chaque année, pendant que cette Lune fait une révolution chaque mois autour de la Terre, qui eſt au centre de ſes révolutions périodiques.

La Lune eſt un ſatellite de la terre.

Quant à ce que la Lune jette une ſi grande lumiere, en comparaiſon de celle de toutes les autres Etoiles, & qu'elle nous paroît d'une grandeur à peu près égale à celle du Soleil ; cela vient uniquement de ce qu'elle eſt fort proche de la Terre. Car ſi on l'obſervoit du Soleil, elle ne paroîtroit pas ſous un angle ſenſible, de ſorte qu'à peine ſeroit-elle viſible. Ce ſeroit donc la même choſe ſi elle étoit auſſi éloignée de la Terre, qu'eſt le Soleil ; on ne l'appercevroit gueres avec la lunette d'approche, que comme un petit point lumineux.

Jupiter a quatre Lunes ou Satellites.

Jupiter eſt continuellement accompagné de quatre Lunes ou Satellites, qui tournent autour de lui en des tems fort différens ſelon leurs diſtances au centre de leur Planete principale. * Le premier Satellite qui eſt éloigné

* Révolutions Périodiques des Satellites autour de Jupiter.

Le I.	II.	III.	IV.
1 jour. 18 h. 27′. 34″.	3 j. 13 h. 13′. 42″.	7 j. 3 h. 42′. 36″.	16 j. 16 h. 32′. 09″.

Diſtances en demi-diametres de Jupiter, & déduites des Tems Périodiques.

5,667	9,017	14,384	25,299

M. Pound a déterminé avec de fort bons Micrometres, les élongations des Satellites, d'où il réſulte que la plus grande élongation Héliocentrique du 4e Satellite, obſervée par le moyen de la lunette de 15. pieds, & réduite à la moyenne diſtance de Jupiter à la Terre, ſeroit de 8′ 16″ à l'égard du centre de Jupiter ; enſuite il a conſtaté par le ſecours du Téleſcope de M. Huygens de 123 pieds Anglois, l'élongation du 3e Satellite 4′. 42″. Le Diametre de Jupiter avec le du centre de Jupiter, de trois fois le diametre de cette Planete, ou plus exactement $2\frac{5}{6}$, fait sa révolution en un jour & 18 heures : le second, qui est éloigné de $4\frac{1}{2}$ diametres acheve sa révolution en 3 jours & 13 heures : le troisieme, en 7 jours & 3 heures, étant éloigné de $7\frac{1}{2}$ diametres de Jupiter : le quatrieme enfin emploie 16 jours & 18 heures à faire sa révolution, étant distant d'environ 12 diametres de Jupiter.

Le Grand *Galilée* a été le premier qui ait apperçu ces quatre Satellites de Jupiter, par le moyen des lunettes d'approche qu'on venoit de découvrir ; il fut le premier à le perfectionner, & il s'en servit merveilleusement pour enrichir l'Astronomie. Il se crut même en droit de donner à ces nouvelles Planetes le nom des Medicis, dont il étoit le Mathématicien, & qui depuis près d'un siecle étoient devenus très-puissans en Italie. Ces Satellites de Jupiter ont été dans la suite très-utiles au progrès de la Physique céleste, & de la Géographie.

Cinq Satellites autour de Saturne.

Saturne dans ses révolutions autour du Soleil entraîne aussi avec lui cinq Satellites que l'on a apperçus successivement en y employant d'excellentes lunettes. Comme il est rare d'en trouver d'aussi excellentes & d'une aussi grande longueur, & qu'il est d'ailleurs fort difficile d'appercevoir ces Satellites à cause de leur extreme petitesse, on ne peut pas les observer aussi souvent que ceux de Jupiter.

même Télescope étant dans ses moyennes distances à la Terre de 39″. Enfin par les Tems Périodiques, les élongations réduites des deux autres Satellites ont été trouvées de 2′ 56″ 47‴ & 1′ 51″ 06‴.

MM. Newton & Pound, ont encore déduit de l'observation du passage de l'ombre du premier Satellite sur le disque de Jupiter, le diametre de cet astre de 37″. Mais par le tems du passage observé tant du premier, que du troisieme Satellite, ils ont déterminé le diametre de $37''\frac{1}{8}$. & $37''\frac{3}{8}$. C'est pourquoi M. Newton suppose le Diametre de Jupiter dans ses moyennes distances à la Terre de $37''\frac{1}{4}$. Et partant les élongations rapportées ci-dessus, réduites en demi-diametres de Jupiter, seront 5,965 9,494 15,141 & 26,63.

La révolution du premier Satellite autour de Saturne * est de $1\frac{7}{8}$ jour ; sa distance au centre étant de $4\frac{3}{4}$ demi-diametres de Saturne : le second Satellite fait sa révolution en 2 jours 17 heures à distance de $5\frac{3}{5}$ demi-diametres : le 3e en 4 jours 13 heures à distance de 8 demi-diametres : le 4e en 16 jours à distance de 18 demi-diametres. Enfin le cinquieme & dernier Satellite fait sa révolution en $79\frac{1}{2}$ jours, étant à distance du centre de Saturne de 54 demi-diametres.

Anneau de Saturne.

Saturne est encore environné d'un Anneau ou cercle lumineux semblable à la trace que feroit la Lune autour de la Terre, s'il en restoit un vestige lumineux, lorsque nous la voyons tourner chaque jour d'Orient en Occident. Cet Anneau ou bande lumineuse est également éloignée de la surface de Saturne, & se soutient à une assez grande distance comme une voûte, chaque partie pésant également vers le centre de la Planete. Son diametre ** est un peu

* Révolutions Périodiques des Satellites autour de Saturne.

I.	II.	III.
1 jour 21^h 18′ 27″	2 j. 17^h 41′ 22″	4 j. 12^h 25′ 12″.

IV.	V.
15 j. 22^h 41′ 14″.	79 j. 7^h 48′ 00″.

Distances au centre de Saturne, déduites des tems Périodiques

1,93 2,47 3,45 8,00 23,35.

Ces distances ont été calculées dans la supposition que le 4e Satellite, qui fut le premier découvert par M Huygens, se trouve éloigné dans sa plus grande élongation du centre de Saturne d'environ 8 demi-diametres de l'anneau de cette Planete.

Ensuite MM. Newton & Pound ont établi par les observations faites avec le Télescope de 123 pieds, la plus grande élongation du même Satellite de 8,7 demi-diametres de l'anneau de Saturne ; d'où l'on tire, selon les Tems Périodiques rapportés ci-dessus, les distances au centre de Saturne en demi-diametres de l'anneau.... 2,10 2,69 3,75 8,70 25,35.

** Vers la fin du Printems de l'année 1719 M. Pound a mesuré par le secours du Micrometre appliqué à la Lunette de 123 pieds, les diametres de Saturne & de son anneau ; & ayant déterminé leur rapport comme 3 à 7, & l'angle qu'occupoit ce dernier de 43″, il a été facile d'en conclurre que l'anneau de Saturne dans ses moyennes distances à la Terre, paroît sous un angle de 42″ & Saturne sous un angle de 18″. Mais la dilatation des rayons de lumiere, quoique bien moins sensible dans les grandes lunettes que dans celles dont on se sert ordinairement, semble les réduire à 40″ & 16″, comme il est démontré dans les principes d'Optique de M. Newton.

M. Huygens avoit déterminé autrefois le diametre de l'anneau de 22″ ou 24″ plus grand, c'est-à-dire, de 64″ : & il y avoit dans cette premiere observation deux plus du double du diametre de Saturne; & quoique l'épaisseur de cette bande circulaire soit fort mince, sa largeur ou profondeur est néantmoins si considérable, qu'elle égale à très-peu près la moitié de la distance entre la superficie extérieure de l'Anneau & la surface de Saturne; au reste, cet Anneau se soutient toujours de la même maniere, renfermant un grand vuide tout autour, entre sa surface concave & la surface extérieure du globe de Saturne. Quant à l'usage dont peut être un Anneau si extraordinaire, c'est ce que nous ne sçavons pas bien précisément: & même il est probable qu'on l'ignorera encore long-tems; car nous ne voyons rien de semblable ni d'analogue à ce phénomene en parcourant tout ce que l'on a observé de plus merveilleux dans la Nature. Nous pouvons seulement réfléchir sur la grandeur des ouvrages & la toute-puissance de Dieu; & sur ce qu'il nous inspire chaque jour les moyens de connoître la magnificence de ses ouvrages.

sources d'erreurs, qu'il a fallu corriger dans la suite. La premiere vient de ce que l'espece de Micrometre qu'il plaçoit au foyer de sa Lunette étoit défectueux, & donnoit nécessairement les diametres des corps lumineux un peu trop grands: la seconde y contribuoit aussi, en ce qu'il n'étoit pas possible de dépouiller, même avec les plus grandes Lunettes, cette fausse lumiere qui environne toujours le disque tant des Planetes que des Etoiles. Ces erreurs ne pouvoient cependant influer dans la recherche que M. Huygens fit d'abord de l'inclinaison du plan de l'anneau, ni dans la position de son nœud à l'égard de l'Ecliptique.

Mais en 1668 lorsque MM. Huygens & Picard rechercherent par une autre méthode l'inclinaison du plan de cet anneau, comme ils avoient choisi pour cet effet le tems auquel l'œil étoit le plus élevé sur le plan, & l'appercevoit par conséquent le moins obliquement qu'il fût possible, le rapport du cosinus de l'inclinaison au sinus total, qu'ils tirerent du rapport observé du petit au grand axe de l'anneau, n'étoit pas exact, & on le corrigera, si l'on diminue d'une même quantité ces deux axes, à cause de l'irradiation de la Lumiere. Il ne faut donc pas s'étonner si cette inclinaison du plan de l'anneau à l'égard de l'Ecliptique a pour lors été déterminée trop grande, & s'il faut la réduire à environ $23^{\circ}\frac{1}{2}$, comme il avoit été conclu par la premiere méthode.

On remarquera de plus que les nœuds de l'anneau rétrogradent, & qu'en cette année 1744. ils paroissent moins avancés de près d'un degré que vers le milieu du dernier siecle. Ceci n'a pu cependant être déterminé avec d'assez grandes lunettes: mais cela paroît néantmoins confirmé par les observations faites en 1716. avec le Télescope de Campani d'environ 34 pieds. On trouvera dans le Livre de la Figure des Astres de M. de Maupertuis les conjectures les plus vraisemblables qui aient été proposées jusqu'ici sur la formation de cet Anneau.

CHAPITRE QUATRIEME.

Où l'on prouve que le Syſteme qu'on vient d'expoſer, eſt le vrai ſyſteme du Monde.

UNe des principales objections que l'on pourroit faire contre le Syſteme que nous avons expliqué dans le Chapitre précédent, c'eſt qu'en vain y auroit-on ſuppoſé le Spectateur tranſporté dans le lieu du ciel d'où il découvriroit non-ſeulement les mouvemens propres de chaque Planete, mais auſſi l'ordre dans lequel elles font leurs révolutions périodiques; puiſque cette ſuppoſition ne pouvant être regardée que comme une fiction gratuite ou imaginaire, il en ſeroit de même de la ſituation que l'on vient d'attribuer à tous les Corps céleſtes. D'ailleurs, ſelon ce même principe, pour peu que l'on parte de quelque ſuppoſition différente, on ne manqueroit pas de donner tout autre arrangement aux Planetes. Ne ſeroit-il donc pas plus ſimple, étant d'ailleurs fondé ſur le rapport des ſens, de ſuppoſer la Terre immobile, & faire tourner autour de cette maſſe, comme autour d'un centre, le Soleil & les Planetes, pour en déduire les véritables regles de leurs mouvemens, & rendre raiſon de tous les Phénomenes? Je réponds à cette objection qu'il eſt bien vrai qu'on a ſuppoſé le Spectateur dans le ciel, & même dans le lieu d'où il pourroit appercevoir d'un même coup d'œil le Soleil & toutes les Planetes qui l'environnent; mais qu'il ne s'enſuit pas de cette ſuppoſition, que l'ordre & l'arrangement que nous avons donné aux Planetes ſoit une pure fiction, puiſqu'il eſt vrai de dire qu'effectivement il nous paroîtroit tel, ſi nous avions la liberté de parcourir les cieux, & nous croyons en effet être bien fondés lorſque nous

Dans la vraie Aſtronomie on doit rejetter toute hypothèſe, lorſqu'elle n'eſt fondée que ſur une fiction abſurde ou imaginaire.

aſſûrons qu'il n'y a rien de plus certain, de plus vrai, ni de plus inconteſtable. C'eſt à cette occaſion qu'il eſt à propos de faire remarquer que dans l'Aſtronomie qu'on ſe propoſe de donner ici, l'on a tâché de s'éloigner de toutes ces hypothèſes ou ſuppoſitions chimériques, ſi communes aux Philoſophes des derniers ſiecles. Nous ne voulons avoir ici d'autres guides que la nature & les Obſervations Aſtronomiques; nous croyons ne devoir rien aſſûrer, qui ne ſoit fondé ſur les meilleurs raiſonnemens phyſiques & ſur les démonſtrations géométriques: ce qui eſt bien différent de l'Aſtronomie qui s'eſt enſeignée dans les Ecoles depuis Ariſtote juſqu'à Tycho, laquelle étoit tellement embrouillée par de vaines fictions ou par des hypothèſes, qu'elle ne préſentoit autre choſe qu'un tiſſu de ſuppoſitions abſurdes & ſans aucun fondement, ſans compter que tout le ſyſteme du Monde y paroiſſoit défiguré d'une maniere bien étrange. Notre Aſtronomie au contraire, qui eſt bien plus ancienne, étant à peu de choſe près la même que celle de Pythagore, à été enſeignée long-tems avant cette derniere & dans des ſiecles plus éclairés: auſſi ſe ſoutient-elle par elle-même, & nous fait-elle connoître avec plus d'éclat la diſpoſition admirable des parties qui compoſent cet Univers. Mais en même-tems, pour peu que l'on y réfléchiſſe, y a-t-il rien qui puiſſe relever davantage l'eſprit humain, & qui puiſſe mieux nous apprendre tout ce qu'il eſt capable de produire, lorſqu'il joint à une grande ſagacité, des réflexions ſolides & profondes? Car pour être parvenu à découvrir le vrai ſyſteme du Monde, combien n'a-t-il pas fallu vaincre de préjugés? Quelle ſubtilité, quelle fineſſe, quelle ſolidité n'a-t-il pas fallu employer dans les raiſonnemens? Quel courage extraordinaire pour oſer s'élever & découvrir enfin l'ordre le plus naturel dans lequel ont été diſpoſées les parties de l'Univers? Il eſt donc tems de dévoiler ici les preuves ſur leſquelles eſt fondé le vrai ſyſteme du Monde, & de déſigner enfin les principales routes par où l'on eſt parvenu à frayer le chemin des cieux.

Preuve du mouvement des Planetes ; le Soleil ſe trouve renfermé dans leur orbite.

Je dis premierement qu'en quelque lieu que l'on place le Soleil, il faut néceſſairement reconnoître qu'il eſt renfermé dans l'orbite de Venus : en voici la preuve. Venus nous paroît paſſer tantôt derriere le Soleil, & tantôt entre le Soleil & la Terre. Elle paſſe derriere le Soleil lorſque vers le tems de ſa conjonction, quand elle nous paroît fort proche de ce Corps lumineux, on l'apperçoit pleine ou parfaitement ronde, ſa lumiere étant également vive de toute part. Qu'on ſe rappelle ici ce qui a été déja dit de cette Planete, qui eſt un Corps opaque auſſi-bien que toutes les autres. Elle ne reçoit d'autre lumiere que celle du Soleil qui l'éclaire d'un côté, pendant que ſon hemiſphere oppoſé au Soleil demeure dans les ténebres & dans l'obſcurité. Il eſt donc évident que toutes les fois que Venus nous paroît pleine ou parfaitement ronde, la ſurface ou la moitié de cette Planete que nous appercevons, eſt préciſément la même qui eſt tournée vers le Soleil ; & qu'ainſi Venus eſt à notre égard bien au-delà du Soleil. Soit, par exemple, le Soleil en *S*, la Terre en *T*, & Venus en *F* ou *V*; il eſt aiſé de voir que dans ce cas Venus nous paroîtra de la ſurface de la Terre, exactement ronde, puiſque c'eſt le tems qu'elle parcourt réellement la partie de ſon orbite, qui eſt au-delà du Soleil. Au conrraire, lorſque dans ſes conjonctions au Soleil elle diſparoîtra tout-à-fait, ou qu'on ne la verra ſeulement que comme un croiſſant fort mince (tel que celui de la Lune, le premier ou le dernier jour de chaque lunaiſon) nous devons en conclurre que cette Planete eſt alors entre la Terre & le Soleil ; car ſon hémiſphere éclairé n'eſt plus tourné vers nous, Venus étant alors au point *G* de

Planche I. *Figure* II.

ſon orbite ; ou bien elle ſera au point *H*, ſi l'on apperçoit une petite partie de ſon diſque éclairé. Auſſi lorſque Venus eſt entre la Terre & le Soleil, il doit arriver qu'elle paſſera quelquefois ſur le diſque même du Soleil. Et c'eſt ce qui a été déja obſervé une fois depuis la découverte des lunettes d'approche : on l'a vûe comme une groſſe tache noire & parfaitement ronde. Ce phénomene rare & ſingulier, obſervé pour la premiere fois par un jeune Anglois nommé Horroxius, eſt arrivé l'an 1639. On a calculé depuis, le tems où Venus y reparoîtroit pour la ſeconde fois, & l'on a trouvé que le 6 Juin de l'année 1661 elle traverſeroit le diſque apparent du Soleil. Enfin cette même Planete ne s'éloigne du Soleil qu'à une certaine diſtance, au-delà de laquelle on obſervé, qu'elle ne ſçauroit s'écarter. Jamais elle n'a paru à plus de 48° de diſtance au Soleil, ce qui eſt bien moins qu'un Arc de 60° & 90°; & par conſéquent Venus eſt bien éloignée de paroître en oppoſition ou à 180° du Soleil. Cependant, pour que ſon orbite renfermât l'orbite de la Terre, il faudroit qu'elle nous parût à d'auſſi grands arcs de diſtances.

Les mouvemens que l'on obſerve à l'égard de Venus ſont conformes à ceux que l'on remarque dans la Planete de Mercure.

Il en eſt de même de Mercure qui eſt preſque perpétuellement plongé dans les rayons du Soleil, & qui, parce qu'il s'en écarte beaucoup moins que Venus, doit par cette raiſon avoir une orbite plus petite. Nous ne répéterons point ici tout ce qui a été dit ci-deſſus pour prouver que ſon orbite ſemblable à celle de Venus, doit renfermer le Soleil enſorte que celui-ci en occupe le centre. Toute la différence qu'il peut y avoir en appliquant les mêmes preuves à Mercure, c'eſt que l'orbite de Venus comprend celle de Mercure, qui eſt plus petite ; mais le Soleil demeure conſtamment au centre de l'une & l'autre orbite. Une autre preuve que Mercure eſt plus proche du Soleil, c'eſt que ſa lumiere eſt très-vive, & bien plus éclatante que celle de Venus & des autres Planetes.

Mars, bien différent des deux Planetes dont nous venons de parler, paroît quelquefois en oppoſition, c'eſt-à-dire, à 180° de diſtance au Soleil. Il faut donc que ſon orbite contienne ou renferme non ſeulement la Terre, mais auſſi le Soleil, qui ſera par conſéquent au centre de l'orbite qu'il décrit. Car ſi l'on vouloit inſiſter au contraire, il faudroit que vers le tems de ſa conjonction au Soleil, Mars nous parût en croiſſant de même que Venus & Mercure, ce qui n'arrive point. Les obſervations nous ont appris que pour lors Mars eſt extrémement petit & parfaitement rond. Mais quand cette Planete ſe trouve éloignée du Soleil, & qu'elle en paroît diſtante d'environ 90°, alors ſa rondeur eſt un peu altérée, & c'eſt le ſeul tems où l'on puiſſe l'obſerver ſous cette phaſe.

L'orbite de Mars entoure auſſi le Soleil, qui par conſéquent en occupe le centre.

Soit le Soleil en *S*, la Terre en *T*, & l'orbite de Mars repréſentée par le cercle *MNPR* : il eſt aiſé de voir que lorſque Mars paroîtra en *M* ou en *P*, l'on doit appercevoir de la Terre ſon diſque exactement rond, parce que dans l'une & l'autre ſituation, c'eſt préciſément le diſque ou l'hémiſphere éclairé qui eſt tourné vers nous : mais il ne l'eſt plus entierement lorſque Mars arrive en *N* ou en *R* ; de là vient cette altération que l'on obſerve dans ſon diſque apparent, n'étant pas poſſible alors d'appercevoir l'hémiſphere lumineux dans toute ſon étendue. Enfin, quand Mars eſt en oppoſition au Soleil, ſon diſque apparent eſt ſept fois plus grand que vers ſa conjonction : il eſt donc ſept fois plus près de nous que dans l'oppoſition, & tout au contraire dans la conjonction il eſt le plus loin de nous qu'il puiſſe être. Par cette obſervation même, n'eſt-on pas bien fondé à conclurre que ce n'eſt pas la Terre, mais le Soleil qui eſt au centre de l'orbite de cette Planete & n'en réſulte-t-il pas la preuve la plus complete que la Terre eſt fort éloignée de ce centre ?

PLANCHE I. *Figure 12.*

La Terre n'eſt point au centre de l'orbite de Mars.

On obſerve encore à très-peu près les mêmes Phénomenes dans Jupiter & dans Saturne, qu'à l'égard de Mars.

Au reſte, la même choſe s'obſerve encore à l'égard des diametres apparens de Jupiter & de Saturne, n'y ayant de différence que dans la quantité dont ces diametres, & par conſéquent les diſtances à la Terre de ces Planetes, varient dans le cours de chaque année : car l'inégalité dans les diametres ou dans les diſtances eſt bien moins conſidérable dans Jupiter que dans Mars, & beaucoup moins encore dans Saturne que dans Jupiter. Mais il ſuit néantmoins de ces variétés de diametres & de diſtances, que l'une & l'autre Planete font leurs révolutions autour du Soleil dans des orbites qui ſont fort au-delà de l'orbite de Mars. De plus lorſqu'on obſerve de la Terre les mouvemens de toutes ces Planetes, ils nous paroiſſent inégaux & très-irréguliers. Nous les voyons toutes ſucceſſivement directes, ſtationaires & rétrogrades ; au lieu qu'en réduiſant leurs mouvemens à ceux que l'on obſerveroit du Soleil, on trouve que chaque Planete doit parcourir ſon orbite toujours dans le même ſens, ſuivant une même direction ; on n'y reconnoît plus qu'une ſeule loi générale, laquelle eſt inaltérable ou conſtante, comme on le verra ci-après.

Comment on prouve que la Terre ſe meut auſſi dans une orbite particuliere autour du Soleil.

De tout ce que nous venons de dire, l'on doit enfin conclurre, que c'eſt le Soleil & non pas la Terre qui eſt au centre des orbites de toutes les Planetes. Car, puiſque l'on a démontré que la Terre ſe trouve placée entre les orbites de Venus & de Mars, il faut néceſſairement qu'elle ait une orbite ſemblable à celle de ces Planetes, & que par conſéquent elle tourne autour du Soleil. Ceci eſt d'autant plus facile à démontrer, que ſi, malgré ce qui a été dit ci-deſſus, quelqu'un vouloit prétendre que la Terre reſte toujours immobile au-dedans des trois orbites de Mars, de Jupiter & de Saturne qui l'environnent, on le convaincroit bientôt par un calcul fort ſimple, que dans cette ſituation il ne ſeroit plus poſſible d'obſerver ces mêmes Planetes ſtationaires ou rétrogrades : or il eſt certain qu'on les obſerve chaque année tantôt directes & tantôt ſtationaires ou rétrogrades. Il faut donc conclurre que notre Terre ſe trouvant placée parmi un ſi grand nombre de Planetes, & à peu près vers le milieu entre les orbites de Mars & de Venus ; la Terre, dis-je, de même que toutes ces Planetes doit faire auſſi ſes révolutions dans une orbite à l'entour du Soleil. D'ailleurs, comme l'orbite de la Terre ſe trouve entre celle de Venus & de Mars, de même le tems de ſa révolution doit s'accomplir néceſſairement entre les tems des révolutions de ces deux Planetes. Or le tems que Venus emploie à faire ſa révolution eſt d'environ huit mois : la Terre, comme l'on ſçait, y emploie une année, & enfin la révolution de Mars ſe fait en deux ans. Voilà, ce me ſemble, aſſez de preuves inconteſtables pour démontrer le mouvement de la Terre : il n'en a pas fallu d'autres pour nous déterminer à placer la Terre dans le ciel au rang des Planetes, & pour établir le Soleil immobile au centre du Monde. Ce ſont-là les principes les plus certains & les raiſonnemens les plus ſolides ſur leſquels eſt fondé le vrai ſyſteme du Monde, & c'eſt de là d'où nous étions partis lorſqu'il en a fallu expoſer les principales parties ; en un mot lorſqu'il nous a fallu établir l'ordre, l'arrangement, & les mouvemens réels de tous les corps céleſtes.

Harmonie merveilleuſe entre les diſtances des Planetes au Soleil & leurs tems périodiques.

Que l'on compare maintenant le tems que toutes les Planetes emploient à faire leurs révolutions, avec leurs diſtances moyennes au Soleil, l'on y reconnoîtra bientôt une harmonie & une proportion admirable : car plus la Planete eſt proche du Soleil, plus ſon mouvement paroît rapide, ſa révolution périodique s'achevant beaucoup plus vîte que celle des autres Planetes. Mais on a découvert une loi conſtante & qui ſert de regle aux mouvemens

Grande Regle ou Loi de Kepler.

des Planetes. Selon cette loi générale, *les Quarrés des tems périodiques sont toujours proportionnels aux cubes des distances au Soleil.* Le fameux Kepler l'avoit d'abord appliquée aux Planetes principales : mais cette belle découverte s'est étendue dans la suite à toutes les autres Planetes. Car les Satellites de Saturne & de Jupiter suivent exactement cette loi ; c'est-à-dire, que les tems de leurs révolutions périodiques se sont trouvés tellement réglés, que les Quarrés de ces mêmes tems sont toujours proportionnels aux cubes des distances au centre de leur Planete principale. Par exemple, le premier Satellite est éloigné du centre de Jupiter de $2\frac{5}{6}$ diametres, & le tems de sa révolution périodique est de 42 heures. Mais le tems de la révolution de tout autre Satellite (ce sera, par exemple, le quatrieme Satellite) étant connu, sçavoir de 402 heures, si l'on fait comme 1764 quarré de 42 est à 161604 quarré de 402, ainsi $\frac{4913}{216}$ qui est le cube de $2\frac{5}{6}$ à un 4^e terme, l'on aura $\frac{450090}{216}$, dont la racine cubique $\frac{76}{6} = 12\frac{2}{3}$ sera la distance du quatrieme Satellite au centre de Jupiter : or c'est précisément la même distance en diametres de Jupiter que l'on a trouvée par les observations.

Newton a expliqué le premier la vraie cause physique de cette regle de Kepler.

Quoique Kepler ait fait cette admirable découverte, il s'en falloit bien cependant qu'il en connût la cause physique : aussi n'avoit-il établi cette loi qu'après avoir considéré une longue suite de distances des Planetes au Soleil, comparées au tems de leurs révolutions périodiques. Le grand Newton nous a enfin donné la vraie raison physique de cette loi, les principes dont il étoit parti lui en ayant fait connoître la vraie cause : elle est de telle nature, que toute autre loi ne sçauroit avoir lieu si l'on admet les premiers principes & les plus évidens de toute la Physique.

Ainsi tous les Astronomes sont obligés de reconnoître

que

que la loi de Kepler, dont on vient de parler, sert constamment de regle aux mouvemens des quatorze Planetes, c'est-à-dire, au mouvement de cinq Planetes principales qui font leurs révolutions autour d'un centre commun, & à celui de neuf autres que l'on connoît sous le nom de Satellites : d'ailleurs puisque la Terre est le centre de l'orbite que la Lune parcourt chaque Mois en faisant ses révolutions périodiques; c'est-à-dire, puisque la Lune est le Satellite de la Terre, il faudroit, pour appliquer au Soleil cette même loi générale, en supposant que ce Corps lumineux feroit ses révolutions autour de la Terre, admettre celle-ci pour un moment immobile, au centre de l'écliptique ou de l'orbite du Soleil. Mais d'autant que la Lune emploïe 27 jours à faire chaque révolution, & le Soleil une année ou 365 jours; que d'ailleurs la Lune est éloignée de nous d'environ 60 demi-diametres terrestres; on auroit donc comme le quarré de 27, sçavoir 729 est à 133225 quarré de 365, ainsi 216000 qui est le cube de 60 à un quatrieme terme; ce qui donneroit 39460356, dont la racine cubique 340 répondroit à la distance du Soleil en demi-diametres de la Terre.

On voit par là quelle seroit la distance du Soleil à la Terre, si en supposant que la Lune & le Soleil tournent autour d'elle, l'on vouloit y appliquer la loi de Kepler qu'observent tous les Corps célestes dans leurs révolutions périodiques autour d'un même centre : mais l'on sçait d'ailleurs, tous les Astronomes conviennent entr'eux, & même on le démontre d'une maniere à ne laisser aucun doute à ce sujet, que la distance du Soleil à la Terre est au moins trente fois plus grande; c'est-à-dire, qu'elle surpasse trente fois les 340 demi-diametres que l'on vient de trouver. Il faut donc conclurre nécessairement qu'on ne sçauroit admettre le mouvement du Soleil autour de la Terre, sans aller contre la loi générale qui s'observe dans

Cette harmonie n'a plus lieu, lorsqu'on vient à supposer le mouvement du Soleil autour de la Terre.

la nature, ni ſans troubler le rapport conſtant que l'on a été obligé de reconnoître dans les mouvemens de tous Corps céleſtes. C'eſt pourquoi pour ne point altérer la loi générale dont nous venons de parler, nous croyons devoir conſidérer deſormais la Terre dans le rang qu'elle tient parmi les autres Planetes, & nous lui ferons parcourir chaque année autour du Soleil l'écliptique qui certainement eſt ſon orbite. En effet, cette vérité une fois bien reconnue, que ce n'eſt point le Soleil, mais la Terre qui tourne & décrit une orbite, on rétablit auſſi-tôt l'harmonie des mouvemens céleſtes; en un mot, la loi ou régle de Kepler eſt obſervée ſans exception, ni ſans rien changer à l'ordre ſi ſagement établi par le ſouverain Etre dans ce vaſte Univers.

Le Soleil & les Etoiles fixes ne ſont point opaques, mais des Corps lumineux d'une même nature.

De même que l'on peut inférer que toutes les Planetes ſont à peu près d'une même nature, puiſque ſemblables à la Terre, nous voyons qu'elles n'ont aucune lumiere par elles-mêmes ou qu'il n'y en a jamais qu'une moitié d'éclairée ; & qu'étant rondes ou ſphériques, elles ne nous réfléchiſſent qu'une lumiere empruntée du Soleil ; qu'enfin elles tournent toutes à peu près de la même maniere autour de cet Aſtre : de même on peut conclurre que le Soleil & toutes les Etoiles fixes ſont auſſi d'une matiere à peu près ſemblable ou homogene, puiſqu'il faudra bientôt reconnoître que ces Aſtres ſont autant de Corps lumineux ; puiſqu'ils ſont immobiles dans le même lieu du Ciel, & qu'ils gardent une ſituation invariable, les uns à l'égard des autres. Car quant à ce que le Soleil nous paroît ſi grand en comparaiſon des Etoiles fixes, & que ſa lumiere eſt ſi vive qu'elle efface preſqu'entierement tous ces autres Corps lumineux, l'on en peut aiſément trouver la cauſe : la Terre eſt à une très-petite diſtance du Soleil, en comparaiſon de ſa diſtance aux Etoiles, que l'on ſçait être immenſe. Il arriveroit donc que ſi nous nous approchions tellement d'une Etoile fixe que nous n'en fussions plus qu'à la même distance où nous sommes du Soleil, cette Etoile s'appercevroit dès-lors aussi grande & aussi éclatante qu'est le Soleil : mais en même-tems comme nous serions à une distance immense de notre Soleil, il ne seroit pas facile de le distinguer des autres Etoiles, puisqu'il n'auroit en ce cas qu'un très-petit diametre & une lumiere semblable aux autres Etoiles : ainsi les Etoiles fixes sont autant de Soleils, ou si l'on veut, le Soleil est lui-même une Etoile fixe.

Voici de quelle maniere nous pouvons nous former une idée assez précise de toutes ces distances, & particulierement de la distance de la Terre au Soleil. Les Observations Astronomiques nous apprennent que la Terre, cette masse qui nous paroît d'abord si énorme, ne seroit vûe cependant du Soleil que comme un point imperceptible. Il faut donc que le Soleil soit prodigieusement éloigné de nous : & néantmoins cette distance de la Terre au Soleil est si petite en comparaison de celle des Etoiles fixes, que quand même on regarderoit des Etoiles fixes toute l'orbite que décrit la Terre chaque année, & dont le diametre est le double de la distance dont nous venons de parler : cette orbite, dis-je, ne paroîtroit que comme un point ; l'angle qu'elle formeroit à l'Etoile seroit si petit, qu'il ne doit point être étonnant s'il a échappé jusqu'ici aux recherches les plus subtiles des Astronomes. En effet, puisqu'il est certain que cet angle, qu'on nomme communément la Parallaxe de l'orbe annuel, est au-dessous d'une minute, il faut nécessairement que la distance de la Terre aux Etoiles, soit au moins dix mille fois plus grande que n'est celle de la Terre au Soleil.

La distance des Etoiles fixes est immense en comparaison de la distance de la Terre au Soleil.

Ceci servira à expliquer dans le systeme du mouvement de la Terre autour du Soleil, pourquoi certaines

Etoiles ne paroiſſent pas plus grandes dans un tems de l'année que dans l'autre ; & pourquoi la diſtance apparente où elles ſont les unes à l'égard des autres, ne ſçauroit varier ſenſiblement par rapport à nous. Car il y a telle Etoile dont la Terre s'approche effectivement dans l'eſpace de ſix mois de tout le diametre de ſon orbite ; & par la même raiſon elle doit s'en éloigner pendant les ſix autres mois de l'année. Si nous ne pouvons donc reconnoître de changemens ſenſibles dans la ſituation apparente de ces Etoiles, c'eſt une marque qu'elles ſont à une diſtance immenſe de la Terre, & que c'eſt préciſément de même que ſi nous ne changions point de lieu. Il en eſt à peu près de même que lorſqu'on apperçoit ſur la Terre deux tours à peu de diſtance l'une de l'autre, mais éloignées de notre œil de plus de dix mille pas ; car ſi nous n'avançons que d'un ſeul pas, aſſurément nous ne verrons pas pour cela les deux tours, ni plus grandes, ni à une diſtance plus conſidérable l'une de l'autre : il faudroit pour qu'il y eût un changement ſenſible, s'en approcher davantage. Ainſi quoique la Terre ſoit un peu plus proche dans un tems de l'année de certaines Etoiles que ſix mois après, ou qu'elle n'en étoit ſix mois auparavant, cependant comme ce n'eſt pas même d'une dixmillieme partie qu'elle s'en approche, il ne ſçauroit y avoir de changemens remarquables, ſoit dans la grandeur, ſoit par rapport à la diſtance apparente de ces Etoiles.

De l'angle ſous lequel on obſerveroit le Soleil s'il étoit tranſporté auſſi loin que ſont les Etoiles fixes à notre égard.

Que l'on ſuppoſe préſentement le Soleil à la même diſtance que l'Etoile fixe la plus proche de la Terre, il eſt aiſé de voir que l'angle ſous lequel il paroîtroit, ſeroit au moins dix mille fois plus petit qu'il ne nous paroît : or l'angle ſous lequel nous voyons le Soleil, eſt d'environ un demi-degré ou 30 minutes ; il ſuit donc, que ſi nous étions placés dans quelque Etoile fixe, le Soleil ne nous y paroîtroit que ſous un angle égal à la millieme partie de trois minutes, c'eſt-à-dire d'environ dix tierces.

Objection.

On objectera peut-être que ſi la diſtance des Etoiles fixes étoit auſſi conſidérable que nous venons de la ſuppoſer, il faudroit néceſſairement que les Etoiles fixes
beaucoup plus grandes que le Soleil : bien plus qu'il s'enſuivroit qu'elles ſeroient au moins auſſi grandes que le diametre de l'orbe annuel de la Terre ; car puiſque divers Auteurs ont prétendu que l'on voyoit les Etoiles ſous un angle d'une minute, & que d'ailleurs la Parallaxe de l'orbe annuel (c'eſt-à-dire, l'angle ſous lequel on verroit des Etoiles fixes le diametre de l'orbe terreſtre) eſt ſelon eux, d'environ une minute, il en faut conclurre que les Etoiles ſeroient auſſi grandes que l'orbe de la Terre. En effet, chaque Etoile deviendroit par-là un globe lumineux, qui ayant un demi-diametre égal à la diſtance qu'il y a de la Terre au Soleil, ſeroit dix millions de fois plus gros que le Soleil. Il y auroit donc une différence énorme entre la groſſeur du Soleil & celle des Etoiles & par conſéquent on ne pourroit plus dire que ce ſont des Corps lumineux ſemblables : on ſeroit, dis-je, très-mal fondé à mettre le Soleil au nombre des Etoiles fixes.

Reponse. Les Etoiles fixes ne paroiſſent ſous aucun diametre ni ſous aucun angle ſenſible: mais l'eſpace qu'elles occupent dans le ciel n'eſt qu'un

Il n'eſt pas difficile de répondre à cette Objection. Cette prétendue grandeur des Etoiles n'eſt fondée que ſur des Obſervations fort imparfaites, & il eſt vrai que quelques Aſtronomes peu habiles en ce genre ſe ſont trompés conſidérablement dans les diametres apparens qu'ils ont aſſignés aux Etoiles. L'angle ſous lequel on apperçoit les Etoiles fixes eſt ſi petit, * que ſelon les plus

* L'angle ſous lequel paroiſſent les Etoiles fixes de la premiere grandeur n'eſt pas même d'une ſeconde; car lorſque la Lune rencontre *l'Oeil du Taureau*, *le Cœur du Lion* ou *l'Epi de la Vierge*, l'occultation eſt tellement inſtantannée, & l'Etoile ſi brillante à cet inſtant, qu'un Obſervateur bien attentif ne ſçauroit ſe tromper, ni demeurer dans l'incertitude pendant une demi-ſeconde de tems. Or ſi ces Etoiles avoient, par exemple, un diametre au moins de 5 ſecondes, on les verroit s'éclipſer peu à peu & diminuer ſenſiblement de grandeur pendant près de 10 ſecondes de tems, à raiſon de 13 degrés que la Lune parcourt en 24 heures.

point imperceptible, comme on peut s'en convaincre en les dé- cette fausse lumiere qui les environne.

La preuve est fondée sur les Observations qui en ont été faites avec les meilleurs Télescopes.

parfaites Obſervations on ne l'a pas même trouvé de la ſoixantieme partie d'une minute. Il y a autour des Etoiles, ſur-tout lorſqu'on les obſerve pendant la nuit, une eſpece de fauſſe lumiere, un raïonnement ou ſcintillation qui nous trompe, & qui fait que nous les jugeons au moins cent fois plus grandes qu'elles ne ſont. On fait diſparoître cependant la plus grande partie de cette fauſſe lumiere, en regardant les Etoiles par un trou fait à une carte avec la pointe d'une aiguille, ou plutôt en y employant d'excellentes lunettes d'approche, qui en abſorbent la plus grande quantité, puiſqu'on n'y apperçoit plus les Etoiles fixes que comme des points lumineux, & beaucoup plus petites qu'à la vûe ſimple. On ſçait pourtant que les lunettes d'approche groſſiſſent les objets : or il ſemble que le contraire paroît à l'égard des Etoiles fixes ; ce qui prouve combien le diametre apparent des Etoiles eſt peu ſenſible à notre égard. On ne ſçait comment le P. Riccioli s'y eſt laiſſé tromper juſqu'à établir le diametre apparent de Sirius de 18 ſecondes : car ſi l'on ſuppoſe qu'à la vûe ſimple les deux lignes tirées des extrémités du diametre de Sirius forment dans notre œil un angle de 18 ſecondes, une lunette qui augmenteroit deux cens fois les objets, nous feroit par conſéquent appercevoir cette Etoile ſous un angle de 3600 ſecondes, c'eſt-à-dire, ſous l'angle d'un degré ; d'où il s'enſuivroit que le diſque apparent de Sirius excéderoit quatre fois le diſque apparent du Soleil. Or quoique les plus excellentes lunettes ne ſoient pas même capables d'abſorber totalement cette fauſſe lumiere qui environne les Etoiles fixes, il eſt certain toutefois que Sirius n'y paroît pas plus grand que la Planete de Mars meſurée ou au Micrometre ou à la vûe ſimple. Mais le diametre de Mars dans ſon oppoſition au Soleil eſt tout au plus de 30 ſecondes : ainſi quoique la lunette augmente d'environ deux cens fois le diametre apparent de Sirius, l'angle sous lequel on y apperçoit cette Etoile n'est que d'environ 30 secondes; c'est-à-dire, qu'à la vûe simple ce diametre ne seroit gueres que de $\frac{3}{20}$ de secondes; ce qui fait environ neuf tierces. Il est donc vrai de dire que Sirius est à peu près égal au Soleil; c'est-à-dire, que si nous en approchions à la même distance que nous sommes actuellement à l'égard du Soleil, nous le verrions pour lors à peu près aussi grand. On demandera peut-être maintenant comment nous pouvons appercevoir les Etoiles fixes, puisque leur diametre apparent répond à un angle qui n'est aucunement sensible; mais il faut faire attention que c'est ce raïonnement & cette scintillation qui les environne, qui est cause que les Corps lumineux se voyent à des distances si prodigieuses, au contraire de ce qui arrive à l'égard de tout autre objet. L'expérience ne nous apprend-t'elle pas qu'une bougie ou un flambeau allumé se voit pendant la nuit sous un angle très-sensible à plus de deux lieues de distance, au lieu que si dans le plus grand jour l'on expose tout autre objet de pareille grosseur à la même distance, on ne pourra jamais l'appercevoir; à peine pourroit-on même distinguer un objet qui occuperoit un espace dix fois plus grand que n'en occupe la flamme de la bougie pendant la nuit. La raison est que les Corps lumineux lancent de tous côtés une lumiere incomparablement plus forte que celle qui est réfléchie, & que celle-ci étant amortie par la réflexion, devient plus foible, & se fait à peine sentir à une grande distance; l'autre au contraire est tellement vive, qu'elle ébranle avec une force incomparablement plus grande les fibres de la rétine; ce qui produit une sensation tout-à-fait différente, & nous fait juger par cette raison les Corps lumineux beaucoup plus grands qu'ils ne sont en effet.

Nous avons déja fait voir que les Etoiles, ces objets

Les Etoiles fixes sont autant de feux, & par conséquent sont de véritables Corps lumineux & comme autant de Soleils.

lumineux dont chacun est un globe de feu, sont semblables à notre Soleil, non seulement en ce qu'ils sont immobiles dans le même endroit du Ciel; mais aussi parce qu'ils sont à très-peu de chose près d'une semblable grandeur. Ainsi nous les regarderons desormais comme autant de Soleils: mais tous ces Soleils ne doivent point être à égales distances ni dans une même surface sphérique du Ciel. Car comme cet Univers est immense, & qu'il n'a peut-être point de bornes, il n'y a point de doute que ces Soleils ne doivent être à de très-grandes distances les uns des autres, de maniere qu'entre deux Soleils ou deux Etoiles fixes, il y a peut-être le même intervalle que celui qui se trouve entre Sirius & le Soleil. En un mot, si un Observateur venoit à se trouver à une fort petite distance d'un de ces Soleils, il le regarderoit comme l'unique Soleil qui soit dans la nature, & tous les autres ne seroient pour lui que les Etoiles étincelantes du Firmament.

Au reste il est bien difficile de croire que Dieu ait placé tant de Soleils à de si grandes distances les uns des autres, sans qu'il y ait autour de chacun des Corps opaques qui en reçoivent de la lumiere & de la chaleur. Rien ne paroît assurément plus convenable à la sagesse divine, Dieu ne les ayant pas créés inutilement; il semble donc qu'il faudroit reconnoître qu'il y a diverses Planetes qui tournent autour de ces Soleils, chacune dans son orbite; & qu'elles sont aussi entourées de Lunes ou de Satellites placés à différentes distances.

Quelle grande idée ne doit-on pas avoir présentement de tout ce qui compose cette vaste étendue de l'Univers? Nous voyons d'abord un espace immense, où sont répandus tant de Soleils que le nombre n'en sçauroit jamais parvenir à notre connoissance. Ce sont les Etoiles que nous découvrons à la vûe simple, mais dont le nombre

augmente

augmente à l'infini lorſqu'on pointe la lunette d'approche dans les différentes régions du Ciel. Chaque Etoile ou Soleil fait un Monde particulier étant environné de Planetes ; chaque Etoile, dis-je, tient à peu près le même rang dans ſon ſyſteme, que tient parmi nous le Soleil dans ce que l'on appelle le ſyſteme ſolaire, ou dans notre Monde planétaire.

Tel eſt le ſpectacle incomparable, où l'on reconnoît d'abord la ſageſſe, la toute-puiſſance & la bonté divine, où l'on ne ſçauroit, dis-je, ſe laſſer d'admirer la gloire ſupreme, & l'étendue immenſe des ouvrages du Créateur.

CHAPITRE CINQUIEME.

Des taches du Soleil, de la rotation du Soleil & des Planetes autour de leurs axes, & de quelques changemens dans les Etoiles fixes.

La diſtance trop conſidérable du Soleil ou de la Lune fait diſparoître leur convexité à nos yeux.

LA grande diſtance de la Terre au Soleil eſt l'unique cauſe qui nous empêche d'en appercevoir la convexité ; ce qui n'eſt pas fort étonnant, puiſque nous ne voyons pas même celle de la Lune qui eſt bien moins éloignée de nous : au lieu d'appercevoir leur ſurface ſphérique, nous jugeons au contraire l'une & l'autre planes ou comme des diſques, au milieu deſquels nous imaginons un point, qui quoique réellement dans leur ſuperficie, n'en eſt pas moins regardé comme le centre de l'Aſtre, bien qu'il ne ſoit que celui de la ſurface ou du diſque apparent. Au reſte ſi la lumiere du Soleil étoit égale dans toute ſa ſurface, comme il n'y auroit jamais aucune variété, mais une uniformité conſtante, nous l'appercevrions toujours de la même maniere, de ſorte qu'il pourroit tourner autour de ſon axe ſans que nous en euſſions la moindre connoiſſance. Mais parce que dans le diſque lumineux du Soleil, au milieu de cette même lumiere ſi vive & ſi éclatante, l'on apperçoit aſſez ſouvent diverſes taches fort noires & qui occupent en effet le même lieu de ſa ſuperficie, le mouvement apparent de ces taches nous a fait enfin connoître le tems de ſa Rotation : car elles paroiſſent d'abord à la partie orientale du diſque du Soleil, enſuite elles s'avancent vers ſon milieu, d'où elles paſſent enfin à ſa partie la plus occidentale, pour y diſparoître juſqu'à ce que quatorze jours s'étant écoulés elles ſe font voir de nouveau à la partie orientale. Soit le cercle *AGHD* le diſque apparent du Soleil, c'eſt-à-dire, la ſurface de ce globe qui eſt tournée vers nous : il arrive, comme on vient de le dire, que nous voyons ſouvent en *A*, certains amas de matieres aſſez compacts & obſcurs, ſemblables à nos nuages, mais beaucoup plus ſolides & qui paroiſſent s'avancer vers *B*, en traverſant quelquefois le centre du diſque; ils paſſent enſuite en *C* & *D* juſqu'à ce qu'ils ſe perdent dans la circonférence où ils ſemblent néantmoins reſter immobiles pendant quelque eſpace de tems.

Diverſes taches ſur la ſurface du Soleil.

Elles nous font connoître que le Soleil tourne autour de ſon axe.

Planche I. *Figure* 13.

Quelquefois ces taches, environ 27 jours après leur premiere apparition en *A*, reviennent préciſément au même lieu, après avoir employé un auſſi long intervalle de tems à parcourir la ſurface oppoſée du Soleil, que celle qui eſt tournée de notre côté. Lorſque ces taches ſont en *A* & en *D*, leur mouvement paroît très-lent : mais il accélere à meſure qu'elles approchent du centre du diſque. De plus elles paroiſſent bien plus petites, & leur figure ſemble plus réguliere vers les bords du Soleil, que vers le centre, comme ſi elles ſe montroient dans toute leur étendue. Ce Phénomene eſt produit par une matiere denſe & obſcure, qui s'amaſſe vers la ſurface du Soleil & ſe trouve emportée d'un mouvement commun à chaque

Les taches qui ont commencé à paroître à quelque point déterminé de la ſurface du Soleil, y retournent aſſez ſouvent après une révolution qui dure 27 jours.

révolution du Soleil autour de ſon axe. Quelques Auteurs ont avancé que ces taches n'étoient point à la ſurface du Soleil, mais à une certaine diſtance, de maniere qu'elles feroient leurs révolutions autour du Soleil, de même que les Satellites autour de Jupiter : mais il eſt aiſé de détruire cette opinion. Car ſi ces taches n'étoient pas à la ſurface du Soleil, on ne verroit pas une même tache parcourir le diſque apparent ou la moitié de cette ſurface dans l'intervalle d'une demi-révolution périodique. Suppoſons que du point *B* de la ſurface de la Terre on obſerve le Soleil, dont le centre eſt au point *A*, ſous l'angle *DBC* d'environ 32 minutes; il eſt clair que ſi une tache quelconque avoit une orbite particuliere *HEG* éloignée de la ſurface du Soleil, elle ne commenceroit à paroître ſur le diſque que lorſqu'elle arriveroit au point *E* de ſon orbite, c'eſt-à-dire, dans le point où paſſe la tangente tirée de la Terre à la circonférence du Soleil. Tirant de la même maniere la tangente *BCG*, le point *G* feroit celui de l'orbite où diſparoîtroit la tache à qui l'on auroit vû parcourir le diſque du Soleil, & cela préciſément dans le même tems qu'elle auroit décrit l'arc *EG* : mais cet arc *EG* eſt beaucoup plus petit que la demi-circonférence de l'orbite, ainſi il feroit parcouru en bien moins de tems qu'une demi-période; ce qui ne s'accorde pas avec les Obſervations. Il y a certaines taches du Soleil à qui l'on a vû décrire deux ou trois révolutions ſans ſe diſſoudre, & qui ſont revenues conſtamment au même lieu au bout des 27 jours qui ſe ſont écoulés à chaque période : or toutes ces taches ont employé exactement $13\frac{1}{2}$ jours à paſſer du bord occidental du Soleil à ſon bord oriental. Il ſuit donc que puiſqu'elles ont employé à chaque fois la moitié du tems périodique, à parcourir le diſque apparent du Soleil, leur orbite doit convenir préciſément avec la ſurface extérieure de ce Corps lumineux; c'eſt-à-dire, qu'el-

Elles ſont véritablement à la ſurface & non pas à une plus grande diſtance du Soleil.

PLANCHE I. *Figure 14.*

les nagent, pour ainſi dire, ſur le Soleil.

Souvent lés taches ſemblent ſe diſſoudre & diſparoiſſent ; mais ſouvent elles s'accumulent ou ſe ramaſſent pluſieurs en une ſeule maſſe.

Entre toutes les taches que nous voyons, il y en a qui ne commencent à paroître que vers le milieu de ſon diſque, & d'autres qui diſparoiſſent entierement après s'être détruites peu à peu à meſure qu'elles ſe ſont avancées. Souvent pluſieurs taches ſe ramaſſent ou s'accumulent en une ſeule; & ſouvent une même tache ſe réſout en une infinité d'autres extrémement petites. Galilée eſt le premier qui les ait découvertes, auſſi-tôt après l'invention du Téleſcope ; Scheiner les obſerva dans la ſuite avec plus de ſoin, & a publié un gros Livre à ce ſujet. Dans ce tems-là on en voyoit plus de cinquante ſur le Soleil : mais depuis 1653 juſqu'en 1670 à peine en a-t-on découvert une ou deux ; depuis elles ont reparu aſſez ſouvent en abondance. Il ſemble qu'elles ne ſuivent aucune loi dans leurs apparitions.

La cauſe la plus vraiſemblable de cette pâleur du Soleil qui a duré pluſieurs années entieres au rapport de la plûpart des Hiſtoriens.

Les Hiſtoires ſont pleines de remarques ſur des années entieres où le Soleil a paru fort pâle & dépouillé de cette vive lumiere à laquelle les hommes ſont accoutumés : on prétend même que ſa chaleur étoit alors ſenſiblement ralentie ; ce qui pourroit bien venir d'une multitude extraordinaire de taches qui couvroient alors le diſque apparent du Soleil. Il eſt certain que nous voyons ſouvent des taches ſur le Soleil, dont la ſurface excede non ſeulement l'*Aſie* ou l'*Afrique*, mais même un plus grand eſpace que n'occuperoit ſur le Soleil toute la ſurface de la Terre.

L'axe du Soleil eſt incliné au plan de l'écliptique, & ſon équateur fait un angle de ſept degrés avec le plan de l'écliptique ou de l'orbe terreſtre.

Le mouvement des taches du Soleil eſt d'Occident en Orient : mais il ne ſe fait pas préciſément dans le plan de l'orbite de la Terre ; ainſi l'axe autour duquel tourne le Soleil n'eſt pas perpendiculaire à cet orbite. Si l'on fait paſſer par le centre du Soleil l'axe de l'orbite terreſtre, cet axe doit faire avec celui du Soleil un angle de 7 degrés ou environ. Ainſi l'équateur du Soleil, c'eſt-à-dire, le cercle qui eſt également éloigné des deux extrémités de ſon axe ou de ſes deux poles, cet Equateur, dis-je, fait un angle de 7 degrés avec le plan de l'orbite de la Terre : & ſi l'on imagine la ligne, où ces deux plans ſe coupent, prolongée de part & d'autre juſqu'à la circonférence de l'orbite terreſtre, lorſque la Terre arrivera dans l'un ou l'autre de ces deux points diamétralement oppoſés, la trace apparente des taches obſervées ſur le diſque du Soleil ſera pour lors une ligne droite ; ce qui eſt évident, puiſque l'œil eſt alors dans le plan où ſe fait leur vrai mouvement : mais dans toute autre ſituation de la Terre ſur ſon orbite, l'Equateur ſolaire ſera tantôt élevé au-deſſus de notre œil, & tantôt abaiſſé, & pour lors la trace apparente des taches obſervées ſur le Soleil, ſera une ligne courbe ou portion d'ellipſe.

On découvre auſſi des taches dans les Planetes.

Si dans un Corps auſſi lumineux qu'eſt le Soleil, il y a différentes matieres dont la plus épaiſſe ou la plus groſſiere forme les taches qui l'obſcurciſſent, on ne doit pas être étonné ſi les Planetes qui ſont opaques, contiennent auſſi des parties ſolides & fluides qui réfléchiſſent une lumiere plus ou moins vive, ou qui l'abſorbent preſqu'entierement. La ſurface de toutes nos Planetes doit donc paroître couverte d'une infinité de taches, & c'eſt ce que l'on a reconnu avec d'excellentes lunettes d'approche, principalement ſur Mars, Jupiter & Venus. C'eſt auſſi par le mouvement apparent des taches qui ont été remarquées ſur ces Planetes, qu'on eſt parvenu à découvrir le tems de leur Rotation autour de leurs axes. Le même argument qui nous a ſervi à prouver la Rotation du Soleil en 27 jours, ſubſiſte encore à l'égard des Planetes, & l'on ſçait depuis long-tems que Venus tourne ſur elle-même en 23 heures, & Mars en 24 heures 40 minutes : la Terre, comme l'on ſçait, fait ſa révolution en un jour, c'eſt-à-dire, dans le tems d'une révolution du Ciel étoilé,

Ces taches ſervent encore à faire connoître le tems de la Rotation des Planetes autour de leur axe.

qui nous femble à chaque fois emporté d'un mouvement très-rapide d'Orient en Occident.

Dans Jupiter, outre les taches, nous voyons plufieurs *Bandes paralleles* qui traverfent fon difque apparent. Elles ne font cependant pas toujours de même grandeur ni à même diftance; il femble qu'elles augmentent ou diminuent alternativement. Tantôt elles font fort éloignées l'une de l'autre, tantôt elles paroiffent fe rapprocher: mais c'eft toujours avec quelque nouveau changement. Elles font fujettes à s'altérer de même que les taches du Soleil. Une tache très-confidérable que M. Caffini avoit apperçue fur Jupiter en 1665, ne s'y conferva que près de deux années. Elle parut pendant tout ce tems immobile au même endroit de la furface. On en détermina pour lors la figure, auffi-bien que la fituation par rapport *aux Bandes*. Elle difparut enfin en 1667, & ne parut que vers l'an 1672 où l'on continua de l'appercevoir pendant trois années confécutives. Enfin elle s'eft montrée & cachée alternativement, de maniere qu'en 1708 on comptoit depuis 1665 huit apparitions completes. C'eft par les révolutions de cette tache obfervées un grand nombre de fois, qu'on a découvert le tems de la révolution de Jupiter autour de fon axe, lequel eft de 9 heures 56 minutes.

Or il eft vraifemblable que la Terre que nous habitons eft dans un état plus tranquille & bien différent de celui de Jupiter, puifque l'on obferve dans la furface de cette Planete de plus grands changemens qu'il n'arriveroit fur notre globe, tels que fi l'Ocean, par exemple, changeant de lieu, venoit à fe répandre indifféremment fur toutes les Terres, enforte qu'il s'y formât de nouvelles Mers, de nouvelles Ifles, & de nouveaux Continens.

La proximité de Mercure au Soleil, & la vivacité de la lumiere qu'il nous réfléchit, ont empêché jufqu'ici d'y découvrir aucune tache considérable, & par une raison toute contraire, on n'en a pu découvrir aucunes dans Saturne la plus éloignée de toutes les Planetes : c'est ce qui fait que l'on ignore le tems de leur Rotation. Il est probable cependant que l'un & l'autre tournent autour de leurs axes ; que leur Rotation est réiterée plusieurs fois dans le cours de chaque révolution périodique ; en un mot il faut que ces Planetes présentent successivement chaque partie de leur hémisphere au Soleil, & qu'elles participent aux vicissitudes du jour & de la nuit, conformément à tout ce qui s'observe de la nature.

CHAPITRE SIXIEME.

De la diversité des Grandeurs, & de la disposition des Etoiles dans le Ciel; Des principaux Catalogues, du nombre des Constellations, & de quelques changemens particuliers à certaines Etoiles fixes.

LA principale cause de la diversité des grandeurs que nous remarquons dans les Etoiles, doit être attribuée à l'inégalité de leurs distances : car celles qui sont les plus proches de nous, doivent, à ce qu'il semble, paroître beaucoup plus éclatantes & d'une grandeur qui surpasse toutes les autres : & c'est le contraire pour celles qui sont les plus éloignées; leur lumiere doit paroître plus affoiblie : quant à leurs grandeurs, elles doivent nous paroître plus petites que toutes les autres. Ces différences dans les grandeurs apparentes des Etoiles, ont porté les Astronomes à les distribuer en plusieurs classes. Celles de la premiere classe ou premiere espece, ont été nommées Etoiles de la premiere grandeur, les autres sont de la seconde, troisieme, &c. & ainsi de suite jusqu'à la sixieme gran-

Les Etoiles ont été distribuées en plusieurs classes, comme étant de différentes grandeurs.

deur, qui eſt le terme au-delà duquel il n'eſt plus poſſible de les diſtinguer à la vûe ſimple. Il reſte néantmoins une multitude très-conſidérable d'autres Etoiles qu'on découvre à meſure qu'on y emploie de plus longues lunettes: mais il n'étoit pas poſſible aux Anciens de les ranger dans les ſix claſſes dont nous venons de parler. Il faut encore remarquer que quoique l'on ſoit convenu depuis près de deux mille ans de conſerver preſque toutes les Etoiles fixes dans le même ordre & dans les mêmes claſſes où elles ont été d'abord diſtribuées par Hipparque & les autres Aſtronomes, il ne faut pas s'imaginer pour cela, que dans une même claſſe les Etoiles ſoient préciſément de même grandeur: il ſuffit de dire ici, pour faire comprendre à quel point s'étendent les différences que l'on y apperçoit, qu'il faudroit établir preſqu'autant de claſſes particulieres, qu'il y a d'Etoiles fixes. En effet il eſt bien rare d'en trouver deux qui ſoîent préciſément d'une même grandeur; & pour ne parler uniquement que de celles de la premiere grandeur, voici les principales différences que l'on y a reconnues. *Sirius* eſt la plus grande & la plus éclatante de toutes: enſuite on trouve qu'*Arcturus* ſurpaſſe en grandeur & en lumiere *Aldebaran* & l'*Epi de la Vierge*; & cependant on les nomme communément Etoiles de la premiere grandeur. Il eſt vrai que l'on en a diſtingué quelques-unes qui pourroient être placées entre la premiere & la ſeconde grandeur. Par exemple le *Petit chien*, autrement nommé *Procyon*, n'eſt que de la ſeconde grandeur ſelon Tycho, quoique Ptolomée l'ait rangé dans la premiere claſſe. L'on pourroit donc ne compter cette Etoile, ni parmi celles de la premiere grandeur, ni parmi celles de la ſeconde, mais l'établir parmi celles qu'il faut regarder comme d'un genre intermédiaire.

Des Conſtellations.

Au reſte les Aſtronomes ne ſe ſont pas ſeulement attachés à diſtribuer les Etoiles ſelon leurs différentes grandeurs,

grandeurs: mais ils ont encore imaginé pour les faire reconnoître plus facilement, de faire plusieurs cartes qui expriment la situation propre & la disposition des unes à l'égard des autres dans les différentes régions du Ciel. Ils ont formé pour cet effet ces assemblages, qu'on nomme Constellations, de sorte qu'une certaine quantité d'Etoiles se rapporte à telle ou telle Constellation. Il en est de même des autres. Le nom de Constellation n'est donc autre chose qu'un assemblage ou systeme d'une certaine quantité d'Etoiles qu'on regarde comme distinguées ou séparées des autres, parce qu'en effet on les a distribuées dans les principales régions du Ciel où se trouve le plus grand nombre d'Etoiles. D'ailleurs pour reconnoître encore plus facilement toutes les Etoiles dans le Ciel, & principalement pour ne point oublier celles dont on tire quelqu'usage pour l'observation des Planetes, les anciens Astronomes ont appliqué à ces Constellations des figures d'animaux ou de divers autres sujets qu'ils ont tirés des Fables ou des principaux évenemens rendus célebres par les Poëtes ou par les Prêtres de leurs Religions. Or les modernes ont jugé à propos de conserver ces anciennes Constellations pour éviter toute équivoque, ou plutôt l'incommodité trop fréquente & l'embarras continuel qu'il y auroit de comparer les Observations présentes avec celles des Anciens, si l'on venoit à faire quelques changemens à leurs Constellations.

La distribution des Etoiles fixes en Figures ou Constellations a jusqu'ici été regardée comme ce qui nous reste de plus ancien, elle pourroit bien avoir précédé l'Astronomie & la Philosophie. Dans un des Chapitres de Job, l'un des plus anciens Livres hebreux, il est parlé d'*Orion*, d'*Arcturus* & des *Pleïades :* Homere & Hesiode, qui ont précédé tous les autres Poëtes Grecs ont parlé plusieurs fois des différentes Constellations, & les noms s'en trouvent répétés dans les principaux endroits de leurs Ouvrages. En un mot il eſt vraiſemblable que les Aſtronomes ont ſenti dès le commencement la néceſſité de partager ainſi les régions du Ciel, & de ranger toutes les Etoiles fixes dans chaque Conſtellation & dans une diſpoſition conſtante.

Les Etoiles fixes doivent paroître dans le même ordre & dans une même ſituation de quelque Planete qu'on les regarde.

Comme la diſtance de toutes les Etoiles eſt immenſe par rapport à nous, il importe peu en quel endroit de notre ſyſteme ſolaire ſeroit placé l'Obſervateur qui les regarde: car ſoit qu'on le ſuppoſe dans le Soleil, ſur la Terre, ou dans Saturne, qui eſt la derniere & la plus éloignée de toutes les Planetes, il eſt certain que de chacun de ces différens points de notre ſyſteme Solaire, il appercevroit également les Etoiles fixes dans le même endroit du Ciel: effectivement quelque ſoin qu'il employât à examiner les différentes régions de cette vaſte étendue, les Etoiles lui paroîtroient exactement dans une même ſituation les unes par rapport aux autres, ſans que leurs diſtances paruſſent jamais altérées, malgré les différens points de vûe qu'il occupe à meſure qu'il a changé de lieu. Il s'enſuit donc que dans toutes les Planetes, l'on doit voir de la même maniere le Ciel étoilé; & qu'il en eſt de même que s'il n'y avoit uniquement qu'une ſeule voute, ou un même Monde qui environneroit chaque Planete en particulier, & préciſément de la même maniere.

Les trois Principales régions du Ciel étoilé.

Les Aſtronomes ont auſſi diſtribué le Ciel étoilé en trois parties principales; ſçavoir le *Zodiaque* qui eſt celle du milieu & qui renferme toutes les Etoiles qui ſe trouvent ou aux environs de la route des Planetes pendant leurs révolutions périodiques, ou dans les plans de leurs orbites. Non ſeulement le Zodiaque renferme les Conſtellations ou figures d'animaux qui ſe trouvent dans la route de toutes les Planetes, mais il s'étend auſſi juſqu'aux limites, au-delà desquelles elles ne sçauroient jamais s'écarter. Cette zone ou bande est terminée par deux autres régions immenses du Ciel, dont l'une s'appelle *Boréale*, & l'autre *Australe*.

Les XLVIII. Figures ou Constellations selon les Anciens.

Les anciens ayant partagé le Ciel entier en Quarante-huit Constellations, dont douze composoient le Zodiaque; voici les noms qui leur ont été donnés. Le *Belier*, le *Taureau*, les *Gemeaux*, l'*Ecrevisse*, le *Lion*, la *Vierge*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, la *Balance*, le *Verseau*, & les *Poissons*.

Du côté du Septentrion on compte vingt & une Constellations, sçavoir, la *petite Ourse*, la *grande Ourse*, le *Dragon*, *Céphée*, le *Bouvier*, la *Couronne Septentrionale*, *Hercules*, la *Lyre*, le *Cygne*, la *Cassiopée*, *Persée*, *Andromede*, le *Triangle*, le *Cocher*, *Pégase*, le *petit Cheval*, le *Dauphin*, la *Fleche*, l'*Aigle*, le *Serpentaire*, & le *Serpent*. On y a ajouté, quelques siecles après, d'autres Constellations formées par quelques Etoiles, qui se trouvoient entre ces anciennes Constellations, & qu'on nommoit pour cette raison *Etoiles informes*. Ces nouvelles sont *Antinoüs* proche l'*Aigle*, & la *Chevelure de Berenice* proche la *Queue du Lion*.

Du côté du Midi les Anciens ont établi quinze Constellations, sçavoir, la *Baleine*, l'*Eridan*, le *Lievre*, *Orion*, le *grand Chien*, le *petit Chien*, le *Vaisseau d'Argos*, l'*Hydre*, la *Coupe*, le *Corbeau*, le *Centaure*, le *Loup*, l'*Autel*, la *Couronne Australe*, & le *Poisson Méridional*. Mais dans ces derniers tems on y a ajouté douze Constellations, situées proche le Pole Austral, & qui ne sont point visibles en Europe, ni même dans presque tout l'hémisphere septentrional, à cause de la rondeur de la Terre. Voici leurs noms. Le *Phœnix*, la *Grue*, le *Paon*, l'*Indien*, l'*Oiseau du Paradis*, le *Triangle Austral*, la *Mouche*, le *Cameleon*, le *Poisson volant*, le *Toucan* ou l'*Oie d'Amerique*, l'*Hydre*, *Xiphias* ou la *Dorade*.

Des Etoiles qu'on nomme informes.

Nous avons déja dit qu'entre les Conſtellations il ſe trouvoit diverſes Etoiles, qu'on avoit pour cette raiſon nommées informes : or il eſt à remarquer que les principaux Aſtronomes modernes en ont formé quelquefois de nouvelles Conſtellations.

La Voie Lactée.

Parmi les Images céleſtes ou Conſtellations, on place communément la *Voie Lactée*, qui eſt une eſpece de bande très-remarquable, fort étendue, & qui approche fort de la blancheur du lait. Elle ſe diviſe en quelques endroits en deux branches : mais la plus grande partie n'eſt qu'une ſimple branche qui occupe, & même ſemble diviſer toute la région du Ciel. Galilée a dit que cet eſpace du Ciel étoit rempli d'un nombre innombrable de petites Etoiles fixes, & en effet il y en a découvert un grand nombre avec ſa lunette d'approche, la premiere qui ait été connue parmi les Aſtronomes. » * Quoique chaque » Etoile ſoit imperceptible à la vûe ſimple, à cauſe de ſon » extreme petiteſſe, la lumiere cependant de toutes ces » Etoiles enſemble forme une blancheur dans cette ré» gion du Ciel, qui nous fait paroître cet endroit plus » éclairé que n'eſt le reſte du Firmament. »

Opinion de Galilée adoptée par l'Auteur, conformément à ce qui a été dit par la foule des Ecrivains.

Les plus anciens Aſtronomes ayant donc diſtribué, comme nous l'avons déja dit, toutes les Etoiles répandues dans le Ciel, dans les différentes Conſtellations, on a ſongé dans la ſuite à conſtruire des Catalogues avec une attention toute particuliere. Ces Catalogues ayant eté néantmoins augmentés & même corrigés ſur les découvertes des Modernes, on y trouve aujourd'hui non-ſeulement toutes les Etoiles que l'on peut découvrir à la vûe ſimple, mais encore un grand nombre d'autres qui ne

* Cette opinion vulgaire a été répétée en une infinité d'endroits : mais elle n'a point été adoptée pour cela de tous les Aſtronomes ; puiſqu'en y employant de longues lunettes de 15 & 25 pieds, on n'y découvre pas plus d'Etoiles que dans les autres régions du Ciel. On remarque ſeulement dans la Voie Lactée une blancheur que l'on pourroit conjecturer provenir d'une matiere ſemblable à celle qui compoſe les Etoiles nébuleuſes.

ſçauroient être apperçues que par les lunettes d'approche.

Hipparque natif de Rhodes, & qui vivoit environ cent vingt ans avant J. C. a été le premier de tous les Grecs qui ait entrepris de réduire les Etoiles fixes dans un Catalogue. « Ce fut une entrepriſe bien hardie, & pour ainſi » dire, réſervée aux Dieux (ſelon Pline) de vouloir con» noître & de tranſmettre à la poſtérité le nombre & la » ſituation de toutes les Etoiles chacune ſelon ſon véri» table lieu. Il inventa divers inſtrumens néceſſaires pour » déterminer leurs longitudes & latitudes, après avoir » diſtingué leurs différentes grandeurs : car il ſe pro» poſoit de faciliter aux Aſtronomes qui lui ſuccéde» roient, tous les moyens poſſibles de reconnoître, non» ſeulement ſi quelques-unes de ces Etoiles s'éteindroient » ou s'il en reparoîtroit de nouvelles, mais encore s'il y » en auroit qui diſparoîtroient totalement; ſi d'ailleurs el» les n'auroient pas quelque mouvement particulier; en » un mot, ſi l'éclat de leur lumiere, ou leur grandeur ap» parente, n'augmenteroit ou ne diminueroit pas. Hip» parque regardoit cet eſpace immenſe du Ciel qu'il avoit » tant cultivé, comme un patrimoine ou eſpece d'héritage » qu'il laiſſoit aux Aſtronomes futurs, dans le deſſein que » ſi l'on pouvoit y remarquer quelques changemens, on » pût un jour parvenir à rendre raiſon de ces ſortes de » Phénomenes. »

Hipparque eſt le premier qui ait réuſſi à conſtruire un Catalogue général des Etoiles fixes.

Le nombre d'Etoiles qu'Hipparque nous a laiſſé dans ſon Catalogue, où il aſſigne à chacune ſa vraie longitude & latitude pour le tems où il vivoit, ne monte qu'à 1022. Il étoit parvenu à exécuter ce grand ouvrage par le ſecours de quelques obſervations des Anciens, qui furent dès lors comparées à celles qu'il fit en un bien plus grand nombre. Or c'eſt ce qui lui fit appercevoir ce mouvement des Etoiles qu'on nomme aujourd'hui la Préceſſion des Equinoxes.

Ptolomée l'a augmenté de 4 Etoiles.

Ptolomée, qui eſt venu enſuite, ne nous donne que quatre Etoiles de plus, ſon Catalogue n'étant compoſé que de 1026. Mais après lui *Ulug Beigh*, petit-fils du grand Tamerlan, entreprit de nouveau de reſtituer les poſitions des Etoiles de ce Catalogue, & publia les lieux vrais de 1017. Etoiles. Dans le ſeizieme ſiecle, & dans les ſuivans, il s'eſt formé un plus grand nombre d'Aſtronomes, entre leſquels on connoît principalement *Regiomontanus* & *Copernic*. Mais le fameux *Tycho-Brahé*, Danois, a ſurpaſſé par un travail immenſe tout ce qui avoit été fait dans les ſiecles qui l'ont précédé. Ce grand Aſtronome avoit réſolu de n'employer aux obſervations du Ciel que des inſtrumens beaucoup plus parfaits que ceux des Anciens; & bientôt il y réuſſit, & même avec une induſtrie ſi merveilleuſe, que ſans la découverte des lunettes d'approche, il n'auroit gueres été poſſible de pouvoir jamais déterminer plus exactement les vrais lieux des 777 Etoiles fixes qu'il nous a laiſſées dans le Catalogue qu'il en a publié. Il ne faut pas confondre ce Catalogue des longitudes & latitudes d'Etoiles établies par *Tycho*, avec un autre Catalogue que *Kepler* a rapporté dans ſes Tables Rudolphines, ſous le nom du même Auteur, & qui contient 1163 Etoiles; puiſque tout ce que l'on y trouve au-delà des 777 Etoiles de *Tycho*, a été recueilli en partie de l'Almageſte de *Ptolomée*, & en partie de quelques ouvrages particuliers publiés par différens Auteurs. Car *Tycho* n'a dû publier d'autres Etoiles dans ſon Catalogue, que celles qu'il avoit obſervées lui-même, ou du moins dont il avoit calculé la vraie poſition.

Le ſecond Catalogue publié par Ulug-Beigh, contient 1017 Etoiles.

Le troiſieme Catalogue a été entrepris par Tycho-Brahé qui a obſervé les lieux de plus de 1000 Etoiles, & ayant déja publié les longitudes & latitudes de 777 dont les poſitions étoient nouvellement reſtituées.

Guillaume, Prince de Heſſe, a obſervé les Poſitions de 400 Etoiles, & les a réduites en catalogue.

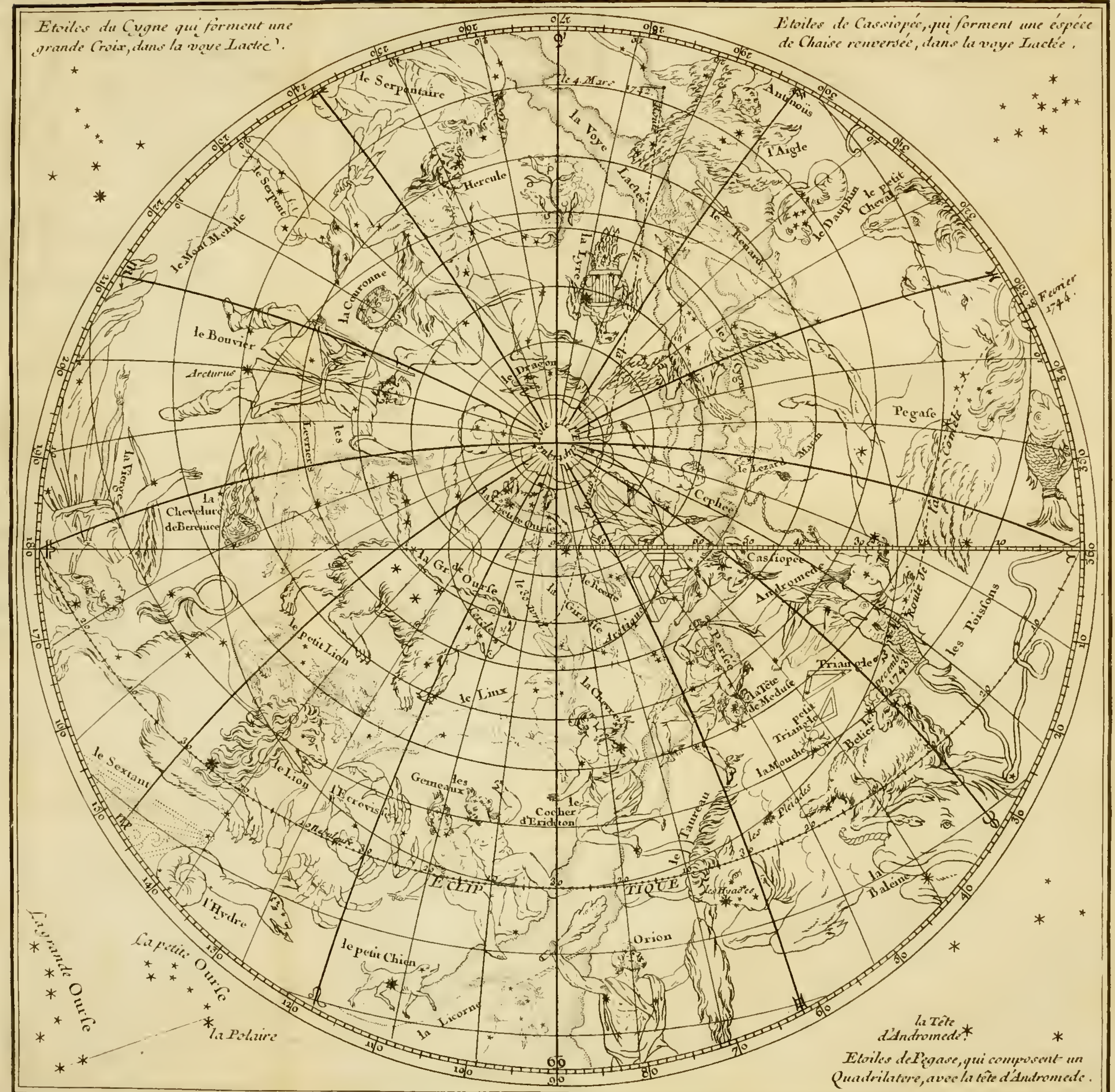
Dans le même ſiecle où vivoit Tycho, le Prince *Guillaume de Heſſe-Caſſel* s'appliqua long-tems à l'étude de l'Aſtronomie, & obſerva pendant plus de trente ans avec un ſoin tout particulier les lieux de plus de 400 Etoiles, dont il forma un Catalogue, étant aidé principalement des deux Mathématiciens *Rothmanus* & *Byrgius*, qui calculerent ſur toutes ces obſervations les lieux des Etoiles ſelon les longitudes qu'il avoit déduites des obſervations immédiates.

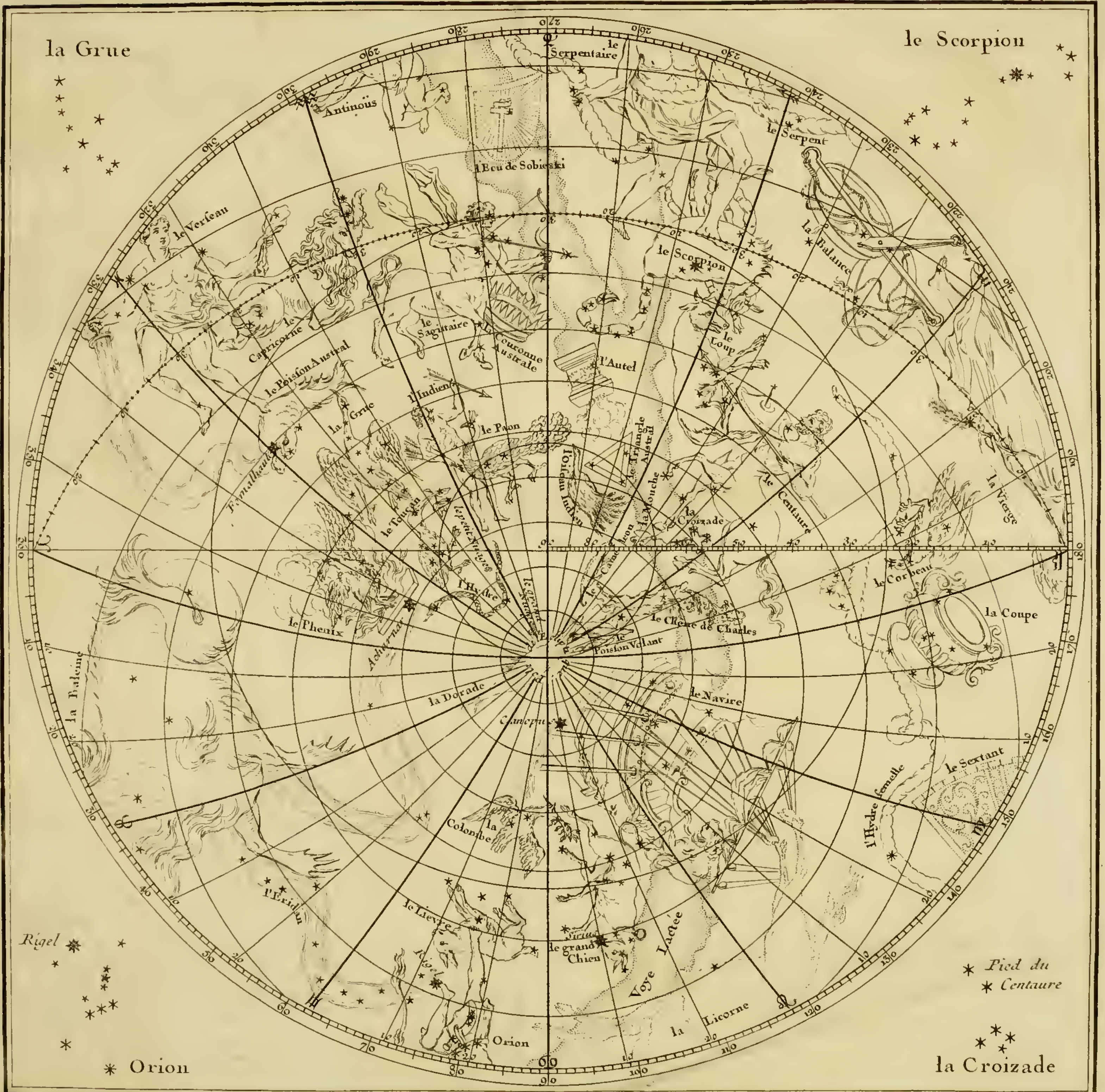
Riccioli, Jéſuite d'Italie, augmenta dans la ſuite le Catalogue de *Kepler* de 305 Etoiles, de maniere que le Catalogue étoit plus complet, & contenoit déja 1468 Etoiles fixes : mais il faut bien prendre garde que ce Catalogue n'a point été rectifié ſur les propres obſervations de *Riccioli* ; à peine cet Auteur, conjointement avec le P. *Grimaldi*, a-t-il pû déterminer les lieux vrais de 101 Etoiles : encore a-t-il été obligé d'y employer des inſtrumens particuliers, & moins exacts que ceux de *Tycho*, mais à la vérité aſſez ſimples & plus commodes pour la forme ordinaire de tous les calculs. Les autres Etoiles du Catalogue de *Riccioli* ont été priſes dans les ouvrages de *Tycho*, *Kepler*, & des aurres Auteurs. C'eſt une choſe remarquable que pluſieurs Etoiles qu'on voyoit diſtinctement du tems de Tycho, & même qu'il avoit obſervées avec ſoin, aient entierement diſparu dans l'eſpace de cinquante à ſoixante ans qui ſe ſont écoulés juſqu'au tems de *Riccioli*, ſans qu'on les ait jamais pû voir juſqu'à ce jour, & cependant cet Auteur nous les a données dans ſon Catalogue, comme s'il les avoit obſervées lui-même.

Le P. Riccioli a publié auſſi un catalogue : mais les Etoiles qu'il a obſervées ſont en très-petit nombre.

Bartschius dans la deſcription de ſon Globe céleſte, imprimée à Straſbourg en 1635. nous apprend que *Bayer* dans ſon *Uranométrie* avoit publié 1725 Etoiles, comme cela ſe voit en effet dans ſes Cartes céleſtes. Pour lui il tâche de faire valoir à ce ſujet ſon propre ouvrage qui en contient 1762; mais il ne dit pas quel Aſtronome les a obſervées, ni dans quel tems ces obſervations ont été faites.

Quant à ce qui regarde les autres Etoiles ſituées vers


Etoiles du Cygne qui forment une grande Croix, dans la voye Lactée.
Etoiles de Cassiopée, qui forment une espéce de Chaise renversée, dans la voye Lactée.
La grande Ourse
La petite Ourse
la Polaire
la Tête d'Andromede.
Etoiles de Pegase, qui composent un Quadrilatere, avec la tête d'Andromede.
le Serpentaire
la Voye Lactée
Antinoüs
l'Aigle
Hercule
le Serpent
le Mont Menale
la Couronne
la Lyre
le Renard
le Dauphin
le petit Cheval
le Bouvier
Arcturus
le Dragon
le Cygne
Pegase
les Levriers
la Vierge
la Chevelure de Berenice
la petite Ourse
le Lezard
Cephée
Cassiopée
Andromede
la Gr. Ourse
le Renne
la Giraffe
Cercle Arctique
les Poissons
le petit Lion
Persée
la Tête de Meduse
Triangle
petit Triangle
le Linx
la Chevre
le Belier
la Mouche
le Sextant
le Lion
l'Ecrevisse
les Gemeaux
le Cocher d'Ericthon
le Taureau
les Pleiades
la Baleine
l'Hydre
ÉCLIP TIQUE
les Hyades
Orion
le petit Chien
la Licorne
le 4 Mars 1744
28 Fevrier 1744
Décembre 1743



Dessiné et gravé par Dheulland

M. Hallei est le premier qui ait observé avec exactitude les Etoiles situées vers le Pole Austral.

le Pole Antarctique & qui ne sont point visibles dans nos climats, le premier qui les a observées avec soin est le célebre M. *Hallei*, Professeur d'Astronomie à Oxfort ; lequel ayant toujours conçu une passion naturelle pour le progrès de l'Astronomie, entreprit autrefois une navigation très-longue & très-dangereuse à l'Isle Sainte Helene, dans le dessein d'y observer les distances de toutes les Etoiles australes, & d'en déduire leurs véritables longitudes & latitudes. Il en a publié à son retour, le Catalogue qui contient les lieux de 373 Etoiles pour le commencement de l'année 1677.

Le quatrieme Catalogue général a été publié par Hévelius, qui a observé la position de 1553 Etoiles, & dont le catalogue qui contient les Etoiles australes de M. Hallei, renferme les longitudes & latitudes de 1888 Etoiles.

A peu près dans le même tems le célebre *Hévelius*, Consul à Dantzic, réputé dès lors pour un observateur infatigable, & muni d'un somptueux appareil d'instrumens faits avec soin & par les meilleurs Artistes, avoit déja observé un plus grand nombre de lieux d'Etoiles fixes, qu'on n'avoit fait dans les siecles précédens. Car selon ses propres observations il a calculé les positions de 1553 Etoiles. Mais le nouveau Catalogue qu'il a publié vers la fin du dernier siecle, contient 1888 Etoiles, dont il y en a 950 qu'on trouve dans les anciens Catalogues, lesquelles lui ont été visibles sur l'horison de Dantzic ; & de plus 603 autres Etoiles de celles qu'on n'avoit encore jamais observées avec une exactitude suffisante. Enfin il en a ajouté 335 du Catalogue des Etoiles australes publié par M. Hallei. M. Hévelius ne pouvoit appercevoir ces dernieres sous la latitude de Dantzic, où elles ne montent jamais sur l'horison : mais il les a calculées relativement à quelques autres que lui & M. Hallei avoient observées, & cela après les avoir extraites & réduites du catalogue publié par ce dernier.

Le Catalogue de Flamsteed, ou cinquieme Catalogue gé-

Depuis quelques années M. *Flamsteed*, Astronome de l'Observatoire royal de Greenvich, après avoir longtems promis un Catalogue de 3000 Etoiles, & par

conséquent

conſéquent beaucoup plus nombreux que tous les précédens, nous a donné ce grand ouvrage dans ſon Hiſtoire céleſte, où l'on trouve les lieux des Etoiles bien mieux déterminés que par tout ailleurs, les obſervations & les calculs ayant été fondés ſur une méthode particuliere, & même inconnue à tous les Aſtronomes qui l'ont précédé. Or de même qu'*Hévelius* avoit obſervé deux fois plus d'Etoiles que *Tycho*, de même l'infatigable Anglois a publié deux fois plus d'Etoiles qu'on n'en trouve dans le Catalogue d'*Hévelius*. Ainſi l'Aſtronomie s'eſt trouvée ſi fort avancée par les travaux de cet illuſtre Aſtronome, qu'à peine peut-on découvrir aujourd'hui d'Etoiles viſibles dans les Cieux, même ſi petites qu'elles ſoient, dont le lieu n'ait été déterminé plus exactement, que n'ont été rectifiés dans la partie la mieux connue de notre Géographie, les poſitions des villes & autres lieux conſidérables, tant des Continents, que des Caps, des Iſles ou des Ports de Mer. Il y auroit ſans doute lieu d'être étonné pourquoi les Aſtronomes ont ſoutenu tant de veilles & de fatigues pour déterminer la vraie poſition des Etoiles fixes, ſi l'on ne ſçavoit pas que ces lieux, une fois bien déterminés, procurent bientôt aux Obſervateurs un moyen ſûr & facile d'obſerver le mouvement, ſoit des Planetes, ſoit des Cometes, pour en déduire enfin la vraie poſition de leurs orbites. Ces lieux, dis-je, étant une fois bien connus, on a l'unique fondement de toute l'Aſtronomie-pratique. Ce ſont là les baſes d'où partent les Aſtronomes, ſemblables à ces colomnes que les anciens Architectes inventerent autrefois & deſtinées à ſoutenir les plus grands édifices.

neral le plus Ample & l'un des plus exacts qui ayent été publié juſqu'à ce jour.

Grande utilité des Catalogues dans l'Aſtronomie.

Il eſt à remarquer que des 3000 Etoiles que *Flamſteed* nous a données dans ſon Catalogue, il y en a beaucoup qu'on ne peut découvrir qu'avec la lunette d'approche : elles ſont trop petites pour être apperçues à la vûe ſimple.

Les Etoiles qu'on découvre à la vûe simple ne sont pas à beaucoup près en aussi grand nombre qu'on se l'imagine.

Il faut se réduire à mille, ou environ, lorsqu'on veut fixer le nombre de celles qu'une bonne vûe peut appercevoir en Europe. Ce qui paroîtra sans doute difficile à croire à ceux qui, lorsque le Ciel est serein dans une des plus longues nuits d'Hiver, lorsqu'il n'y a point de clair de Lune, jettent leurs regards sur l'hemisphere qui les environne : ils jugent au premier coup d'œil que le nombre des Etoiles est immense, & qu'il ne se peut compter : mais cette apparence n'est qu'une illusion. Ce qui nous trompe c'est la scintillation, ou la vivacité avec laquelle les Etoiles lancent leurs lumieres, l'œil étant ébloui, & ne les regardant toutes à la fois que d'une maniere confuse & sans aucun ordre : au lieu que si l'on vient à les considérer plus attentivement, & même à les distinguer l'une après l'autre, il seroit bien difficile d'en trouver qui n'ayent été marquées dans les Cartes ou les Catalogues d'*Hévelius* & de *Flamsteed*. Bien plus, si l'on a devant les yeux un de ces grands Globes semblables à ceux de *Blaeu*, & qu'on le compare avec le Ciel, quelqu'excellente vûe que l'on ait, on n'en pourra gueres découvrir, même parmi les plus petites Etoiles, qui n'aient été placées sur la surface de ce Globe.

Mais aussi le nombre des Etoiles qu'on découvre avec les lunettes est presqu'immense.

Il faut avouer néantmoins que le nombre des Etoiles est immense & presqu'infini : car avec les lunettes d'approche on en découvre un grand nombre qui ne sont point encore dans les catalogues. Il n'est pas possible de les appercevoir à la vûe simple : mais plus la lunette est longue, plus on en découvre. On peut de cette maniere rendre une raison assez simple de ce que l'on a dit de la Voie Lactée, où l'on prétend qu'il y a un si grand nombre d'Etoiles voisines les unes des autres, & en même tems si petites, que cette région du Ciel semée d'Etoiles imperceptibles, produit néantmoins assez de lumiere pour augmenter cette blancheur que l'on y apperçoit depuis tant de siecles.

Le fameux *Hook* dit dans sa Micrographie, *p.* 241. qu'ayant une fois dirigé une lunette de 12 pieds aux Pleïades (qu'on découvroit autrefois jusqu'au nombre de sept, & qui sont réduites à six qu'on distingue actuellement à la vûe simple) il en découvrit jusqu'à 78: mais qu'ayant employé une lunette encore plus grande, le nombre en paroissoit plus considérable. Le P. *Reïta* *, dit aussi que dans la vaste Constellation d'Orion il en avoit compté près de 2000 par le secours de sa lunette d'approche.

La matiere qui compose les Corps célestes n'est point incorruptible.

Il paroît donc évident, suivant ce qui a été dit dans le précédent Chapitre, que cette vieille opinion des sectateurs d'Aristote, qui prétendoient que les Cieux étoient incorruptibles, est absolument fausse & dénuée de raisons solides. Peut-être qu'étant un peu trop prévenus en faveur de tous ces corps lumineux que nous voyons dans le Ciel, ils se sont laissé entraîner à dire qu'il ne pouvoit jamais y arriver de changement. Et comme il ne leur en coûtoit gueres plus de multiplier les avantages ou les propriétés des corps célestes, ils ont enfin pris le parti d'assûrer que la matiere des Cieux est tout-à-fait différente de celle dont la Terre est formée. Qu'il falloit regarder la matiere terrestre non-seulement comme sujette à se corrompre, mais encore comme étant propre à prendre toutes sortes de configurations; au lieu que celle dont les corps célestes ont été formés, étoit au contraire tellement incorruptible, qu'ils devoient nous paroître perpétuellement sous une même forme, avec les mêmes dimensions, sans qu'il leur arrivât le moindre changement. Mais nous avons vû ci-dessus que dans le Soleil & les Planetes il se forme continuellement de nouvelles taches ou amas de matieres très-considérables qui se détruisent ou se corrompent ensuite, & qu'il a fallu de nécessité, depuis l'in-

* *In Radio suo sidereo Mystico. pag.* 197. Ceci n'a point été confirmé.

vention des lunettes d'approche, reconnoître divers changemens sur la surface des Corps céleftes. Ainfi puifque c'eft une chofe certaine que fur la Terre & dans toutes les Planetes de notre fyfteme folaire, il fe fait des changemens continuels ; cette corruption générale de la matiere doit s'étendre fucceffivement à tous les Corps: car il y a par tout l'Univers un principe de génération & de corruption. Les Etoiles fixes qui font à une diftance énorme de la Terre ; les plus éloignées, dis-je, de ces Etoiles n'en font pas même exemptes ; en un mot tous les Corps céleftes, fans en excepter un feul, font fujets au changement.

Il y a dans la nature un principe univerfel de génération & de corruption qui s'étend jufqu'aux Etoiles les plus éloignées de notre fyfteme folaire.

Des Etoiles qui paroiffent & difparoiffent alternativement.

Il y a quelques Etoiles obfervées par les anciens qui ne paroiffent plus dans le Ciel, comme fi elles avoient été détruites entierement, ou du moins d'une partie confidérable. On en voit auffi d'autres qui s'allument, & renaiffent ; mais qui probablement feront détruites dans la fuite des fiecles. Ce qu'il y a de plus remarquable, c'eft qu'il y a des Etoiles dont la lumiere s'éteint abfolument pour reparoître enfuite après s'être montrées fous différens degrés de lumiere. Parmi ces dernieres Etoiles, celle du *Col de la Baleine* eft célebre parmi les Aftronomes. Il arrive pendant huit ou neuf mois qu'on ceffe abfolument de voir cette Etoile, & les trois ou quatre autres mois de l'année on la voit augmenter & diminuer de grandeur. L'on pourroit croire que cela vient uniquement de ce que la furface de cette Etoile eft couverte pour la plus grande partie de Corps opaques ou taches *.

* Cette derniere opinion des Philofophes fur l'apparition & la difparition des Etoiles, n'eft gueres vraifemblable ; fi l'on confidere que nonobftant quelques inégalités, l'Etoile de la Baleine paroît & difparoît affez régulierement dans les mêmes faifons de l'année ; ce que l'on ne doit pas raifonnablement foupçonner à l'égard des taches qui peuvent fe détruire ou renaître fans obferver d'ordre foit dans les tems, foit à l'égard des faifons. Il eft bien plus fimple d'imaginer que ces fortes d'Etoiles ne font pas rondes comme le Soleil, mais confidérablement applaties, parce qu'elles tournent fans doute très-rapidement autour de leur axe. Cette fuppofition eft d'autant plus légitime, que l'on voit

ſemblables à celles du Soleil ; qu'il n'y reſte qu'une partie découverte ou lumineuſe, & que cette Etoile achevant ſucceſſivement ſes révolutions ou Rotations autour de ſon axe, ne ſçauroit toujours préſenter directement ſa partie lumineuſe ; enſorte que nous devons l'appercevoir tantôt plus ou moins grande, ou ceſſer de la voir entiérement lorſque cette partie lumineuſe n'eſt preſque plus tournée vers nous. Ce qui a fait ſoupçonner que c'étoient des taches qui ſont la principale cauſe de tous ces changemens, c'eſt qu'en diverſes années l'Etoile ne conſerve pas une régularité conſtante, ou n'eſt pas préciſément de même grandeur : tantôt elle égale en lumiere & grandeur les plus belles Etoiles de la ſeconde grandeur, tantôt celles de la troiſieme ; en un mot l'augmentation ou la diminution de ſa lumiere ne répond pas à des intervalles égaux. Elle n'eſt viſible quelquefois que pendant trois mois entiers, au lieu qu'on l'a vûe ſouvent pendant quatre mois & davantage.

Au reſte les Obſervations Aſtronomiques nous apprennent qu'on a vû ſubitement en différens ſiecles de nouvelles Etoiles inconnues auparavant, & qui ont augmenté de grandeur & de lumiere à tel point qu'elles égaloient les plus éclatantes Etoiles ; bientôt après elles ont commencé à diminuer, juſqu'à ce qu'elles ſe ſont enfin éteintes entierement. Ce fut une Obſervation de cette eſpece que fit *Hipparque*, & qui a engagé cet Aſtronome le plus célebre de toute l'antiquité, à former ſon Catalo-

Des Etoiles nouvelles.

parmi nos Planetes celles qui tournent le plus rapidement autour de leur axe, bien plus applaties que les autres. Jupiter, ſelon l'obſervation de M. Picard faite en 1668. & ſelon les meſures de MM. Caſſini & Pound, eſt ſenſiblement applati, ce qu'on ne peut pas dire des autres Planetes. Pourquoi ne feroit-il donc pas permis de ſuppoſer des Etoiles fixes, plus ou moins applaties, ſelon qu'elles tournent plus ou moins rapidement. D'ailleurs comme de groſſes Planetes peuvent faire leurs révolutions autour de ces Etoiles, & changer à notre égard la ſituation de l'axe de ces Corps lumineux, il s'enſuit que ſelon leur inclinaiſon plus ou moins grande, ils paroîtront plus ou moins éclatans, juſqu'à ne nous envoyer qu'une très-petite quantité de lumiere. *Voyez la Figure des Aſtres, chap.* VII. *pag.* 114.

gue des Etoiles fixes ; il a voulu le tranſmettre à la poſtérité, afin que l'on pût reconnoître un jour par ce moyen s'il paroîtroit ſemblablement de nouvelles Etoiles, ou du moins ſi pluſieurs de celles qu'on appercevoit de ſon tems ne diſparoîtroient pas dans ſa ſuite.

De la nouvelle Etoile qui a paru dans la Caſſiopée.

Long-tems après *Hipparque*, *Tycho-Brahé* ce fameux reſtaurateur de l'Aſtronomie, apperçut auſſi une Etoile nouvelle dans la Conſtellation de Caſſiopée, & qui fut remarquée des autres Aſtronomes. Ce fut donc preſque le même motif qui avoit porté *Hipparque* à former ſon Catalogue, qui engagea *Tycho* à conſtruire un nouveau Catalogue. La nouvelle Etoile fut apperçue vers le milieu du mois de Novembre 1572. Elle demeura fixe comme les autres pendant tout le tems de ſon apparition, qui fut d'environ ſeize mois ; enfin elle s'éteignit peu à peu. D'abord elle égaloit en grandeur *la Lyre*, enſuite *Sirius*, deux des plus belles Etoiles du Ciel ; ſa groſſeur apparente parvint même à tel degré, qu'elle égaloit preſque Venus *Perigée*, & on la voyoit pour lors à la vûe ſimple en plein midi : mais ayant perdu peu à peu ſa lumiere, elle a ceſſé de ſe montrer, & on ne l'a pas encore apperçue depuis ce tems-là. *Leovicius* qui en parle, nous apprend que l'an de J. C. 945, ſous l'empire d'Othon le Grand, il avoit paru une nouvelle Etoile dans la Conſtellation de Caſſiopée, ſemblable à celle qu'il apperçut en 1572. Cet Auteur ſe fonde auſſi ſur un autre témoignage moins ancien, pour prouver que l'an 1264, on avoit apperçu du côté du Nord, proche cette même Conſtellation, une nouvelle Etoile fort grande & qui n'avoit aucun mouvement propre. On pourroit donc croire que c'eſt la même qui avoit paru en 945, & que *Tycho* obſerva enſuite l'an 1572.

D'une autre nouvelle Etoile dans la conſtellation du Cygne.

Pendant l'année 1600 & la ſuivante, *Kepler* en obſerva une autre dans la poitrine du Cygne. Cette Etoile a été vûe long-tems dans le même endroit; juſques-là même qu'*Hévelius* l'apperçut de la troisieme grandeur ; mais elle disparut en 1660. Au mois de Septembre 1666 Hévelius la revit pour la premiere fois, lorsqu'elle paroissoit à la vûe simple égale aux Etoiles de la sixieme grandeur. Elle n'avoit point changé de lieu par rapport aux autres Etoiles ; ensorte qu'elle n'auroit eu aucun mouvement particulier depuis 1601 jusqu'en 1662.

Il paroît donc certain, si l'on consulte les Catalogues dont nous avons parlé ci-dessus, que plusieurs Etoiles qui ont été observées par les anciens, & même par *Tycho* dans le seizieme siecle, ne sont plus visibles aujourd'hui : c'est aussi ce que nous avons déja dit par rapport aux Pleïades qui étoient anciennement au nombre de sept, mais dont on n'en apperçoit plus que six depuis fort longtems, même dans les climats orientaux où le Ciel est le plus serein. Ce qui a fait dire à *Ovide* au troisieme Livre des Fastes.

Quæ septem dici, sex tamen esse solent.

Montanari autrefois Professeur de Mathématiques à Boulogne, dans une de ses lettres du mois d'Avril 1670, écrites à la Société Royale de Londres, nous a assûré qu'il manquoit alors deux Etoiles de la seconde grandeur, * dans la poupe du vaisseau, & sur les bancs des rameurs. « Ces Etoiles sont, dit-il, marquées β & γ dans » *Bayer*, proche le Grand Chien. Elles ont été, ajoute-t-il, » observées & reconnues par moi & par d'autres Astro- » nomes, sur-tout à l'occasion de la Comete qui a paru » en 1664 : mais elles ont disparu ensuite, & il est diffi-

* Cette prétendue Observation de Montanari ne mérite gueres d'attention puisqu'il est vrai, selon M. Kirch, que les deux belles Etoiles que Montanari prétend avoir perdu de vûe, ont été apperçues continuellement depuis Ptolomée jusqu'à ce jour, à un signe au-delà, ou 30 degrés loin de l'endroit du Ciel où on les cherchoit. L'erreur des Cartes de Bayer vient sans de ce que cet Auteur s'en est rapporté aux Traductions Latines du Texte de Ptolomée; au lieu que l'Edition Gresque de Basle nous apprend qu'il falloit chercher ces Etoiles dans le vieux Catalogue vers le 15 deg. du Lion, & non pas au 15 deg. de l'Ecrevisse. *Misc. Berol. Cont.* IV.

» cile de retrouver le véritable tems où elles ont cessé
» d'être visibles. Ce qui est certain, c'est que depuis le 10
» Avril 1668, il n'a jamais été possible de les découvrir
» dans le Ciel, quoique les autres Etoiles qui les envi-
» ronnent, & qui sont de la troisieme & quatrieme gran-
» deur, n'aient souffert aucun changement ni altération
» sensibles. On peut dire la même chose d'un très-grand
» nombre d'autres Etoiles moins considérables, sur lesquel-
» les j'ai fait la même remarque à diverses occasions. »

De tout ce que l'on vient de dire nous devons être portés à conclurre que ces Etoiles fixes ont été entierement couvertes de Corps opaques, ou de taches beaucoup plus grosses que celles du Soleil, & qu'ainsi elles ont perdu totalement leur propre lumiere; d'où il s'ensuivroit que s'il y a plusieurs Planetes qui les accompagnent, ces Planetes sont alors réduites à ne plus recevoir la lumiere de leur Soleil, mais seulement cette foible lueur qui leur vient perpétuellement des autres Etoiles fixes.

CHAPITRE SEPTIEME.

Du mouvement annuel de la Terre à l'égard du Soleil, & de sa Rotation autour de son axe, d'où résulte le mouvement diurne apparent du Soleil, & de tous les autres Astres.

APRE's avoir parcouru, autant qu'il étoit nécessaire, ce qui regarde la disposition générale des parties de l'Univers, tant par rapport aux Etoiles, qu'à l'égard des divers amas de matiere qu'on observe dans les Cieux; il reste à examiner plus attentivement & dans toute son étendue ce qui concerne notre systeme solaire. Car l'Astronomie que nous allons traiter ne consiste pas seulement dans l'étude l'étude du mouvement des Etoiles fixes, dont on a déja parlé assez amplement : mais il s'agit principalement du mouvement des Planetes qui nous environnent, ou plutôt qui environnent le Soleil.

C'est pourquoi il est à propos de commencer par le mouvement de la Terre, qui est notre demeure ; il paroît même que rien n'est plus nécessaire que d'en bien distinguer les vrais mouvemens : car autrement nous ne sçaurions pas la cause des mouvemens apparens du Soleil, & il seroit impossible d'expliquer ceux des autres Planetes, ou de les réduire à une forme de calcul qui pût être exacte.

Il est necessaire de commencer par établir le mouvement de la Terre.

Nous avons fait voir dans les Chapitres précédens que le Soleil étoit la plus considérable & la premiere de toutes les Planetes qui se trouvent dans notre systeme ; qu'il n'y avoit que ce seul Corps qui fût lumineux ; & qu'étant au centre de notre Monde planétaire, il répandoit continuellement ses rayons de tous côtés, éclairant toujours l'hémisphere de chacune de nos Planetes, qui sont des Corps opaques, & leur communiquant sans cesse, de même qu'aux habitans de la Terre, cette chaleur si utile dans la nature, & même à notre conservation, puisqu'elle nous donne, pour ainsi dire, une nouvelle vie. Or les Planetes faisant leurs révolutions périodiques autour du Soleil chacune en différens tems & à différentes distances, il faut que la Terre, qui n'est autre chose qu'une Planete, fasse aussi sa révolution périodique chaque année, & qu'elle ait de plus une Rotation autour de son axe dans l'espace de vingt-quatre heures. Mais parce que la distance des Etoiles fixes au Soleil ou à la Terre est prodigieuse en comparaison de la distance de la Terre au Soleil ; il suit que ce doit être précisément la même apparence du Ciel étoilé, soit qu'on le regarde de la surface de la Terre ou du centre du Soleil, la situation de toutes les Etoiles dans

Le Soleil est au centre de notre systeme planétaire.

La Terre se meut autour du Soleil, nonobstant sa Rotation autour de son axe.

La ſituation ou l'arrangement des Etoiles doit paroître le même, vû du Soleil ou de la Terre.

ce dernier cas étant préciſément la même : ainſi elles paroîtront vûes du Soleil, arrangées de la même maniere qu'on les apperçoit de la ſurface de la Terre. Ce qui étant une fois établi pour conſtant, on voit d'abord qu'un Obſervateur qui ſeroit dans le Soleil, n'ayant point d'autre terme où il puiſſe borner ſa vûe, que le Ciel étoilé auquel il rapporte les mouvemens ſoit de la Terre, ſoit de tous les autres Corps qui ſont éloignés du lieu qu'il occupe ; cet Obſervateur, dis-je, doit s'imaginer que la Terre décrit chaque année dans cette eſpece de voute céleſte, qu'il regarde comme une ſphere, la circonférence d'un grand cercle, c'eſt-à-dire, d'un cercle dont le plan paſſe par le centre du Soleil ; en un mot qui eſt le même que celui du Ciel étoilé, & cela à cauſe de la diſtance preſqu'immenſe de toutes les Etoiles fixes.

Le mouvement de la Terre vû du Soleil. Planche I. Figure 15.

Soit le Soleil en *S*, l'orbite de la Terre *ABCD*, ſur laquelle cette Planete ſe meut d'Occident en Orient, ſçavoir de *A* en *BCD* : ſi l'Obſervateur eſt ſuppoſé en *S* au centre du Soleil, le lieu vrai qu'occupe la Terre lorſqu'elle eſt en *A*, lui paroîtra répondre au point ♈ dans le Ciel. Et lorſque la Terre ſera parvenue en *B*, elle lui paroîtra répondre aux Etoiles qui ſont en ♋. De même la Terre continuant à s'avancer juſqu'en *C*, elle paroîtra pour lors répondre au point ♎ de la ſphere. Enfin lorſque la Terre ſera arrivée en *D*, elle paroîtra répondre au point ♑ du Ciel étoilé ; de maniere que ſi l'on obſervoit du Soleil le tems auquel ſa période ſera achevée, ou ſa poſition lorſqu'elle ſeroit en *A*, elle répondroit alors pour la ſeconde fois aux Etoiles qui ſont en ♈, d'où on l'a vû partir l'année d'auparavant.

Pour mieux faire comprendre ce que nous venons de dire, imaginons le plan de l'orbite terreſtre continué de toutes parts juſqu'aux Etoiles fixes : ce plan formera dans la ſurface ſphérique du Ciel, un cercle qui ſera celui que l'œil placé dans le Soleil verroit décrire chaque année à la Terre parmi les Etoiles fixes ; c'eſt ce cercle qu'on nomme l'*Ecliptique*, & que les Aſtronomes ont partagé en douze parties égales, qu'ils appellent les ſignes de l'Ecliptique ou du Zodiaque. D'ailleurs comme chaque ſigne a pris ſon nom de la Conſtellation qui s'y trouvoit lorſqu'on a fait cette diſtribution pour la premiere fois, on a cru devoir les conſerver juſqu'à préſent & les voici tous dans leur ordre. *Le Belier* ♈, *le Taureau* ♉, *les Gemeaux* ♊, *l'Ecreviſſe* ♋, *le Lion* ♌, *la Vierge* ♍, *la Balance* ♎, *le Scorpion* ♏, *le Sagittaire* ♐, *le Capricorne* ♑, *le Verſeau* ♒, *& les Poiſſons* ♓.

L'Ecliptique.

Il eſt diviſé en douze parties égales.

Leurs noms.

Maintenant ſi au lieu de ſuppoſer l'Obſervateur dans le Soleil, nous le plaçons ſur la Terre, comme il doit être, dans cette ſuppoſition ſi le lieu de la Terre eſt au point *C* de ſon orbite, le Soleil lui paroîtra ſe mouvoir dans le Ciel étoilé de la même maniere & dans le même ſens qu'auroit été obſervée la Terre, l'œil étant placé au centre du Soleil. La Terre étant donc au point *C* de ſon orbite, l'Obſervateur qui s'y trouve, verra le Soleil au point ♈ de la ſphere des Etoiles fixes ; & parce que ce même Obſervateur eſt emporté & qu'il participe à tous les autres mouvemens, & ſur-tout au mouvement annuel de la Terre ; il eſt évident qu'il ne ſçauroit plus s'en appercevoir en aucune maniere, toutes les parties du globe de la Terre qui l'environnent étant en ce cas dans une même ſituation & dans une même diſtance à ſon égard. Mais continuant à obſerver le Soleil, il lui paroîtra s'avancer juſqu'en ♋, au lieu que c'eſt réellement la Terre qui s'eſt avancée juſqu'en *D* : ainſi l'Obſervateur attribuera un mouvement réel au Soleil, parce qu'il lui aura paru traverſer ſucceſſivement les Etoiles fixes qui ſont ſituées depuis ♈, ♉, ♊, juſqu'en ♋ : ſemblablement la Terre étant tranſportée de *D* en *A*, le Soleil paroîtra parcourir

Le mouvement apparent du Soleil vû de la Terre.

dans le même espace de tems les signes ♋, ♌, ♍, & enfin lorsqu'elle achevera l'autre demi-cercle *ABC*, le Soleil lui semblera avoir parcouru les six autres signes ♎, ♏, ♐, ♑, ♒, ♓, de la surface concave du Ciel étoilé. Ainsi les Habitans de la Terre ne s'appercevant jamais de leur propre mouvement autour du Soleil, l'attribuent par conséquent au Soleil, quoiqu'immobile, & ils lui voient parcourir dans l'espace d'une année le même cercle de la sphere, qu'un Observateur placé au centre de cet Astre verroit décrire à la Terre pendant le même intervalle de tems.

PLANCHE I. *Figure* 15.

Le Soleil nous paroît s'avancer chaque jour vers des Etoiles plus orientales.

Telle est donc l'origine de ce mouvement du Soleil, qui nous paroît se faire chaque jour vers les Etoiles orientales. Si l'on observe, par exemple, qu'une Etoile située proche l'Ecliptique se leve en même tems que le Soleil, on s'appercevra peu de jours après que le Soleil s'est avancé plus vers l'Orient, de maniere que l'Etoile se levera quelque tems auparavant, mais au contraire elle se couchera plutôt que le Soleil. De même une Etoile située vers l'Ecliptique, & que l'on voit le soir du côté de l'Occident à une distance assez considérable du Soleil, s'en approche tellement de jour en jour, qu'on ne sçauroit bientôt plus l'appercevoir la nuit, ou plutôt immédiatement après le coucher du Soleil. Or le mouvement apparent du Soleil qui se fait dans un sens contraire au mouvement diurne d'Occident en Orient, a été regardé par le commun des hommes, & sur-tout depuis Aristote & Ptolomée, comme un mouvement réel appartenant au Soleil. Mais nous avons fait voir d'une maniere assez simple la cause de ce mouvement apparent, qui ne doit être fondée que sur le mouvement propre de la Terre dans son orbite autour du Soleil.

Il est évident qu'on observeroit de meme dans les autres Planetes des mouvemens apparens du Soleil plus ou moins grands, ſelon qu'elles tournent plus ou moins vîte autour de ce Corps lumineux; de ſorte que ſi nous habitions ces mêmes Planetes, nous verrions le Soleil décrire préciſément le même cercle dans la ſphere des Etoiles fixes & y employer le même tems, qu'on l'obſerveroit à l'égard de chacune de ces Planetes, ſi l'œil au contraire étoit placé dans le Soleil. Je ſuppoſe, par exemple, que nous ſoyons dans Jupiter, nous y verrions le Soleil tourner autour de cette Planete dans un tems fort long, & dans un cercle peu différent de notre Ecliptique: mais nous verrions auſſi les mouvemens du Soleil plus lents qu'ils ne nous paroiſſent de deſſus la Terre; car le Soleil paſſant ſucceſſivement par différentes Etoiles, ne retourneroit à la même place, c'eſt-à-dire, n'acheveroit ſa révolution que dans l'eſpace de douze années.

On pourroit obſerver des mouvemens à peu près ſemblables, & qu'on attribueroit au Soleil, ſi l'on ſe trouvoit ſucceſſivement dans chaque Planete.

C'eſt ainſi qu'on peut encore s'imaginer pourquoi l'on verroit de Saturne décrire au Soleil un autre cercle encore plus grand & dans un tems beaucoup plus long; puiſque cette Planete emploie près de trente ans à achever ſa révolution périodique. Mais puiſqu'il n'eſt pas poſſible que le Soleil ait en même tems tous ces différens mouvemens; qu'il ſe meuve tout à la fois fort vîte & très-lentement, & que d'ailleurs il n'y a pas de raiſon pourquoi un de ces mouvemens apparens vû d'une Planete comme de la Terre, appartiendroit plutôt au Soleil, que celui qui ſeroit vû de Jupiter ou de Saturne, il s'enſuit que tous ces mouvemens apparens du Soleil ne lui ſont pas propres, qu'il n'en a en effet aucuns; qu'en un mot ce ne ſont là que des apparences dont il faut attribuer la cauſe aux mouvemens réels des Planetes.

La Rotation de la Terre autour de ſon axe.

Maintenant que nous avons aſſez parlé du mouvement annuel de la Terre dans ſon orbite, il eſt néceſſaire de parler auſſi de ce qui concerne ſa Rotation ou de la révolution diurne de la Terre autour de ſon axe, qui ſe fait d'Occident en Orient. Mais nous remarquerons auparavant que de même que les deux points où ſe rencontrent les deux extrémités de l'axe de la Terre, ſe nomment les deux Poles, de même les deux autres points où cet axe prolongé rencontre la ſurface concave de la ſphere des Etoiles fixes, ſe nomment auſſi les deux Poles du Monde. De plus excepté les deux Poles, tous les autres points de la ſurface de la Terre décrivent par le mouvement diurne de Rotation une circonférence plus ou moins grande, ſelon que ces points ſont plus ou moins éloignés des Poles. Il n'y a donc que les deux Poles de la Terre qui ſoient exempts du mouvement de rotation, tout le reſte étant dans un mouvement continuel. Ainſi les lieux de la Terre qui ſont également éloignés des deux Poles ſeront expoſés au mouvement le plus rapide, parce qu'ils ſont en effet ſitués de maniere qu'ils décrivent le plus grand cercle; on nomme ce cercle l'*Equateur* ou l'*Equinoxial;* au lieu que tous les autres petits cercles compris entre l'Equateur & les Poles, ſont appellés cercles paralleles.

Les Poles.

L'Equateur & ſes Paralleles.

Le Cercle de l'Horizon.

Si l'on conçoit auſſi qu'à chaque lieu que nous occupons ſur la ſurface de la Terre, il paſſe un plan qui ne la touche qu'en ce ſeul point, & qui étant prolongé de tous côtés ſoit terminé dans la ſphere des Etoiles fixes; ce plan à cauſe de la prodigieuſe petiteſſe de la Terre, diviſera le Ciel en deux parties égales, & y formera un grand cercle. C'eſt ce cercle que nous appellons l'*Horizon.* Il ſépare la partie viſible ou ſupérieure du Ciel, d'avec la partie inférieure, & qui nous eſt inviſible à cauſe de la rondeur de la Terre qui n'eſt point tranſparente, mais opaque. Cet horizon n'eſt proprement que l'horizon ſenſible, mais il ne differe qu'inſenſiblement de l'horizon rationel qui lui eſt parallele, & qui paſſe par le centre de la Terre. De plus, ces deux cercles, quoique paralleles, ſont cenſés ſe rencontrer dans le même lieu du Ciel,

L'Horizon ſenſible.

L'Horizon rationel.

parce qu'un auſſi petit intervalle qu'eſt le demi-diametre de la Terre, & qui eſt compris entre ces deux horizons, s'évanouit auſſi-tôt qu'on le compare à une diſtance auſſi énorme qu'eſt le rayon de la ſphere des Etoiles fixes.

PLANCHE I. *Figure 16.*

Conſidérons préſentement la rotation de la Terre autour de ſon axe. Il doit d'abord paroître évident que le Spectateur qui ſe trouve à la ſurface, doit être emporté, & par conſéquent tourner de la même maniere vers l'Orient que le plan de ſon propre horizon, qui eſt l'unique terme d'où il meſure la hauteur apparente de tous les Aſtres. Or il arrive de là que la partie du Ciel qu'il ne voyoit pas auparavant du côté de l'Orient, parce qu'elle étoit au-deſſous de l'horizon, doit ſe découvrir à ſon égard, pendant que du côté de l'Occident il perdra de vûe peu à peu tous les lieux du Ciel qu'il voyoit élevés au-deſſus de ſon horizon quelques moments auparavant. Il verra donc les Aſtres ſe lever d'un côté, monter enſuite & s'abaiſſer de l'autre pour ſe coucher dans l'horizon. C'eſt-là l'origine des noms *Lever* & *Coucher*, qu'on a donnés à ces deux points oppoſés. Il eſt donc vrai de dire que le mouvement de rotation de la Terre eſt la cauſe de ces mouvemens des Corps céleſtes vers l'Occident que nous obſervons chaque jour. Ces mouvemens nous paroiſſent tels, parce qu'on eſt naturellement porté à croire que la maſſe entiere du Ciel étoilé, le Soleil & toutes les Planetes, ſont emportés véritablement d'Orient en Occident d'un mouvement uniforme & régulier ; & qu'enfin tous les différens points que nous remarquons dans le Ciel, décrivent autour de l'axe de la Terre des cercles plus ou moins grands, ſelon qu'ils ſont plus ou moins éloignés des deux Poles : ceux-ci, comme on l'a déja dit, étant les ſeuls points du Ciel que l'on remarque conſtamment immobiles.

La Rotation de la Terre autour de ſon Axe eſt l'unique cauſe du mouvement apparent de tous les Aſtres, d'Orient en Occident, & qui ſe fait en 24 heures.

Quoique la lumiere des Etoiles fixes ſe répande continuellement ſur la ſurface de la Terre, néantmoins celle

Du Jour.

du Soleil est si grande, qu'elle efface, lorsqu'il est une fois levé sur l'horizon, la plus grande partie de l'éclat que nous voyons autour des Etoiles fixes ; ce qui fait que sans les lunettes d'approche nous ne pouvons voir les Etoiles en plein midi. Mais lorsqu'il arrive quelqu'éclipse du Soleil en plein jour, ou bien lorsque le Soleil est descendu sous l'horizon ; c'est-à-dire, pour parler plus exactement, lorsque notre horizon s'est élevé au-dessus de cet Astre, alors il fait nuit, & l'on peut appercevoir toutes les Etoiles fixes. Nous avons déja dit que la surface ou le globe entier de la Terre, puisqu'elle est à très-peu près sphérique, est un amas de matiere opaque, ou qui absorbe tellement les rayons, qu'elle n'en laisse jamais passer aucun, au contraire de ce qui arrive à l'égard de tous les Corps transparens. Ainsi le Soleil n'en peut éclairer que la moitié, & le reste est plongé dans une obscurité profonde. On peut donc se représenter ici un grand cercle qui sépare continuellement la moitié de la Terre qui est éclairée de celle qui se trouve dans l'ombre, c'est-à-dire, de celle qui ne reçoit aucun des rayons du Soleil. C'est ce cercle que nous appellerons dans la suite *le Terme de la lumiere & de l'ombre*, & sur le plan duquel est toujours perpendiculaire la ligne droite tirée du centre du Soleil au centre de la Terre.

De la Nuit.

Le terme de la lumiere & de l'ombre est toujours un grand cercle de la surface terrestre.

L'Axe de la Terre n'est point perpendiculaire au plan de l'Ecliptique.

Si l'axe de la Terre étoit perpendiculaire au plan de l'orbite (lequel est le même que le plan de l'Ecliptique) le terme de la lumiere & de l'ombre passeroit perpétuellement par les Poles, & diviseroit par conséquent l'Equateur & ses paralleles en deux parties égales; de sorte que le Soleil & tous les Astres paroîtroient en ce cas un aussi long-tems sur l'horizon, qu'ils en emploieroient à parcourir la partie inférieure & invisible du Ciel, & dans cette supposition les jours devroient être égaux aux nuits par toute la Terre & dans tous les tems. Mais l'axe de la Terre n'est

point

point perpendiculaire au plan de l'Ecliptique ; il y eſt incliné de $66^{\circ}\frac{1}{2}$. Ainſi le plan de l'Equateur eſt très-différent du plan de l'Ecliptique ; & il s'en faut bien que ces deux plans ne forment qu'un même cercle ; car il eſt évident que le plan de l'Equateur terreſtre étant prolongé dans le Ciel, y forme auſſi un grand cercle qu'on appelle l'Equateur céleſte, ou l'Equinoxial ; de ſorte que les plans de l'Ecliptique & de l'Equateur forment entr'eux un angle de $23^{\circ}\frac{1}{2}$.

La Terre parcourt ſon orbite de maniere que ſon axe demeure toujours parallele à lui-même ou à ſa premiere direction, ce qu'il eſt aiſé de concevoir ſi l'on imagine une fois une ligne tirée parallelement à l'axe dans telle ſaiſon ou telle ſituation de la Terre que l'on voudra : car cet axe lui demeurera toujours parallele dans quelque point que ce ſoit de l'orbite où la Terre ſe trouve : il ne changera jamais ſa premiere inclinaiſon, mais il paroîtra conſtamment dirigé vers le même point du Ciel : cela comme l'on voit, doit arriver naturellement ſi la Terre parcourant ſon orbite, n'a d'autre mouvement propre que celui de Rotation autour de ſon axe. Car ſoit une Planete quelconque, dont le centre parcourre une petite portion de ſon orbite, qu'on peut regarder ici comme une ligne droite *AB* : cet Aſtre étant en *A*, ſi l'on tire un diametre *CD* incliné ſous un certain angle à la ligne *AB* ; il eſt évident que ſi cette Planete n'a d'autre mouvement que celui ſelon lequel elle s'avance de *A* vers *B*, ſon diametre *CD* ne doit jamais avoir d'autre direction que ſelon la ligne *cd* parallele au premier diametre *CD* : mais ſi outre ce mouvement de tranſlation, on imagine que la Planete en ait un autre de Rotation autour de ſon axe *CD*, quoiqu'il ſoit vrai de dire en ce cas que tous les autres diametres de cette Planete changent continuellement de direction, le vrai axe *CD* ou *cd*, eſt néantmoins exempt de ce

PLANCHE I. *Figure 17.*

L

mouvement de rotation : il ne ſçauroit changer ſa direction, mais il doit toujours demeure parallele à lui-même en quelqu'endroit qu'il ſe trouve.

Cette explication eſt ſi ſimple & ſi naturelle, qu'il eſt aſſez ridicule que certains Philoſophes aient eu beſoin de ſuppoſer un troiſieme mouvement pour expliquer le parallélisme de l'axe de la Terre. On conviendra ſans doute qu'il ſuffit que la Terre n'ait d'autre mouvement que les deux dont nous avons parlé ci-deſſus, c'eſt-à-dire celui de Tranſlation & celui de Rotation autour de ſon axe. Car quoiqu'elle n'en ait pas un troiſieme, ſon axe n'en eſt pas moins exactement dirigé au même point du Ciel, & il eſt impoſſible qu'il ne ſoit toujours parallele à lui-même.

Puiſque le plan de l'Equateur eſt incliné à celui de l'Ecliptique, il faut néceſſairement que les plans de ces deux cercles ſe coupent dans une ligne droite, & que par conſéquent leur ſection commune ſe trouve auſſi parallele à elle-même, pendant tous le tems que la Terre parcourt ſon orbite. On peut alléguer ici les mêmes raiſons que celles qui ont été rapportées pour prouver le parallélisme de ſon axe. Or il ſuit de-là que cette ſection commune ſera toujours dirigée aux deux points de l'Ecliptique diamétralement oppoſés ; c'eſt-à-dire qu'elle ſera conſtamment dirigée aux mêmes points de l'Univers.

Si par cette commune ſection & par les poles du Monde on fait paſſer un grand cercle de la ſphere, ce cercle ſera celui qu'on nomme *le Colure des Equinoxes*, de même qu'on nomme *Colure des Solſtices* l'autre grand cercle qui lui eſt perpendiculaire, & qui paſſe auſſi par les Poles. Ce dernier déſigne par ſon interſection avec l'Ecliptique les deux points où ce cercle eſt le plus éloigné de l'Equateur. Mais puiſque le même Colure des Solſtices coupe à angles droits l'Ecliptique & l'Equateur, il s'enſuit qu'il paſſe par les Poles de ces deux cercles. Enfin

Le Colure des Equinoxes.

Le Colure des Solſtices.

les quatre points où ces deux colures coupent l'Ecliptique, ſont regardés comme les quatre points cardinaux; parce que quand le Soleil s'y rencontre, on commence à compter dès-lors le commencement de l'une des quatre ſaiſons de l'année. L'interſection du colure des Equinoxes avec l'Ecliptique détermine les points équinoxiaux, & celle du colure des Solſtices avec l'Ecliptique, détermine les points ou les tems auſquels arrivent les Solſtices.

Suppoſons maintenant que l'œil regarde obliquement le plan de l'orbite de la Terre, dont la projection ſelon les regles de la Perſpective, doit paroître alors une ovale ou ellipſe, au milieu de laquelle ſe trouve le Soleil en *S*: ſi l'on mene par le centre de cet Aſtre la droite ♈ *S* ♎ parallele à la ſection commune de l'Ecliptique & de l'Equateur, & qui rencontre l'Ecliptique en deux points ♈ & ♎; il eſt clair que lorſque la Terre paroîtra dans l'un de ces deux points, la ligne ♈♎ qui joint les centres de la Terre & du Soleil, ſera pour lors dans la ſection commune des deux plans. Cette ligne, dis-je, de même que la ſection commune des plans de l'Ecliptique & de l'Equateur ne doivent former qu'une même ligne droite: elle ſera donc en ce cas perpendiculaire à l'axe de la Terre, puiſque c'eſt une de celles qui ſe trouvent dans le plan de l'Equateur. Mais cette même ligne droite étant auſſi perpendiculaire au plan du cercle, que nous avons dit être le terme de la lumiere & de l'ombre, il ſuit que l'axe de la Terre ſe trouvera pour lors dans le plan de ce cercle, & paſſera par conſéquent par les Poles; enſorte qu'il diviſera tous les paralleles à l'Equateur en deux parties égales. La Terre étant donc au commencement de ♎ & le Soleil paroiſſant pour lors au commencement du ♈ dans la commune ſection des plans de l'Ecliptique & de l'Equateur, cet Aſtre doit par conſéquent nous paroître alors dans l'Equateur céleſte ſans aucune déclinaiſon, ſoit au

PLANCHE I. *Figure* 18.

Ce què l'on doit obſerver lorſque la Terre eſt en ♎ & que le Soleil eſt vû en ♈.

Nord soit au Midi, étant à égales distances des Poles. Il est encore évident qu'il paroîtra décrire par son mouvement diurne le cercle Equinoxial dont nous avons parlé ci-dessus ; de maniere que dans cette situation sa lumiere répandue sur la Terre, doit se terminer également aux deux Poles *A* & *B*, & que le grand cercle où se termine cette lumiere, divisera en deux parties égales tous les petits cercles paralleles à l'Equateur. Mais parce que tous les lieux de la Terre sont emportés d'un mouvement uniforme par la Rotation qui se fait autour de son axe en 24 heures, il s'ensuit qu'on y appercevra pour lors les jours égaux aux nuits, chaque point de la surface de la Terre demeurant autant plongé dans les ténebres qu'exposé aux rayons qui émanent du disque apparent du Soleil : or puisque pendant tout ce tems le jour est précisément égal à la nuit, on a pour cette raison nommé l'*Equinoxial* le cercle que le Soleil parcourt dans ces tems-là.

Ce que l'on doit observer lorsque la Terre est en ♑ & que le Soleil paroît au point ♋ du Solstice d'Eté.

Le mouvement annuel de la Terre sur son orbite détruit bientôt cette uniformité ; car cette Planete étant transportée depuis ♎, ♏, ♐, jusques en ♑, il arrive pour lors que la section des plans de l'Equateur & de l'Ecliptique, qui reste comme nous l'avons dit parallele à elle-même sans changer de direction, ne passe plus par le centre du Soleil, mais s'en écarte peu à peu considérablement. Elle forme bien en ♑ un angle droit avec la ligne *SP* tirée du centre du Soleil au centre de la Terre : mais parce que cette ligne *SP* est dans le plan de l'Ecliptique & non pas dans celui de l'Equateur, l'angle *BPS* formé par l'axe de la Terre avec la ligne *BP* n'est plus un angle droit, mais un angle aigu de $66^\circ\frac{1}{2}$; c'est-à-dire, égal à l'inclinaison de cet axe sur le plan de l'Ecliptique. Faisant donc au point *P* l'angle droit *SPL*, il est clair que le terme de la lumiere & de l'ombre passera par le point *L*, & que l'arc *BL* ou l'angle *BPL* sera de $23^\circ\frac{1}{2}$, sçavoir égal au complement à 90° de l'angle *BPS*. Mais faisant aussi l'angle droit *BPE*, il suit que la ligne *PE* sera dans le plan de l'Equateur; d'où l'on voit que puisque l'arc *BE* est égal à *LT*, l'un & l'autre étant de 90°, & que l'arc *BT* de $66^{\circ}\frac{1}{2}$ leur est commun, les deux autres arcs *TE*, *LB*, seront chacun de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, & par conséquent égaux. Il faut faire maintenant *EM* égal à *ET*, & décrire par les points *T* & *M* les deux paralleles à l'Equateur *TC*, *MN*, qui seront les deux Tropiques, dont l'inférieur *MN* se nomme le *Tropique du Capricorne* ♑, & l'autre *TC le Tropique du Cancer* ou *de l'Ecrevisse* ♋. Or dans cette situation de la Terre, le Soleil est à plomb ou perpendiculairement élevé sur le point *T*, & c'est le tems où il est le plus éloigné de l'Equateur, c'est-à-dire, dans sa plus grande déclinaison possible vers le Pole boréal. Le cercle qu'il paroît pour lors décrire par son mouvement diurne, se trouve dans le Ciel directement au-dessus du cercle *TC* de la Terre, & se nomme par conséquent le Tropique céleste du ♋: mais la révolution diurne de la Terre autour de son axe immobile, est cause que tous les points de la Terre qui sont sous ce même parallele à l'Equateur, doivent passer successivement par ce point *T* où l'œil apperçoit le Soleil perpendiculaire: ainsi le Soleil paroîtra pour lors à l'instant du midi à plomb ou vertical à tous les habitans de ce parallele. Enfin tant que la Terre demeurera dans cette situation, il est nécessaire que le cercle qui représente le terme de la lumiere & de l'ombre se trouve audelà du Pole boréal *B*, étant parvenu jusqu'en *L*; & qu'au contraire il soit écarté jusqu'en *F* du Pole austral *A*, & cela pendant plusieurs jours. Si l'on décrit donc enfin par les point *L* & *F* les deux paralleles à l'Equateur, on aura les deux *Cercles Polaires* qu'on nomme *Arctique* & *Antarctique*, & c'est toute cette région de la Terre comprise entre le Pole boréal & le cercle Polaire arctique *KL* qui

Les deux Tropiques.

Les deux Polaires.

demeurera pour lors dans un jour perpétuel, malgré la Rotation diurne de la Terre autour de ſon axe. Car le Soleil répand alors toujours ſa lumiere juſqu'à ce cercle Polaire, qui eſt tout entier au-delà du terme de la lumiere & de l'ombre, les rayons ne pouvant plus, indépendamment de la Rotation de la Terre, s'étendre au-delà du cercle Polaire arctique. Au contraire l'autre région oppoſée de la Terre, laquelle eſt compriſe entre le Pole auſtral & le Cercle polaire antarctique, ſe trouvera pour lors plongée dans de profondes ténebres : on n'y verra plus le Soleil, & le jour qu'on aura vû diminuer ou qu'on a perdu peu à peu dans l'eſpace de trois mois aura été changé en une nuit continuelle. On voit auſſi par là que dans les autres cercles paralleles compris entre l'Equateur & le Cercle polaire arctique ou antarctique, il ſe trouve une partie d'autant plus grande de ces Cercles plongée dans la lumiere ou dans la nuit, qu'ils ſont plus éloignés de l'Equateur ou plus avancés vers les Poles. C'eſt pourquoi dans cette ſituation de la Terre où l'on ſuppoſe que le Soleil paroît au ♋, il eſt néceſſaire que tous les habitans de l'hemiſphere ſeptentrional depuis l'Equateur juſqu'au Cercle polaire jouiſſent des plus longs jours & qu'ils n'aient que des nuits très-courtes, ce qui eſt à leur égard la ſaiſon qu'on nomme l'Eté; & qu'au contraire dans l'hemiſphere qu'on nomme méridional, les nuits y ſoient alors fort longues, & que les habitans s'y trouvent dans cette ſaiſon qu'on nomme l'Hiver, puiſque leurs jours ſont les plus courts & que le froid les pénetre alors davantage que dans les autres ſaiſons de l'année.

Des plus longs jours de l'année.

Des plus courts jours.

Après avoir expliqué pourquoi les lieux de la Terre où l'on doit obſerver les plus longs jours & les nuits les plus courtes, ſont ceux qui ſont les plus éloignés de l'Equateur, il eſt à propos de conſidérer que de tous les cercles paralleles, il n'y en a aucun qui ſoit véritablement un grand cercle, & partant qu'il ne ſçauroit y avoir que l'Equateur qui puiſſe être coupé en deux également par ce grand cercle que nous avons nommé le terme de la lumiere & de l'ombre : or il ſuit de là qu'il n'y a ſur la Terre que les habitans de l'Equateur qui ayent l'avantage de conſerver leurs jours égaux aux nuits dans toutes les ſaiſons de l'année.

Ce qui doit s'obſerver lorſque le Soleil paroît dans le point équinoxial de l'Automne.

Suppoſons en troiſieme lieu que la Terre s'avance ſur ſon orbite depuis ♑, ♒, ♓, juſqu'au ♈, pendant lequel tems le Soleil paroîtra parcourir les ſignes ♋, ♌ & ♍, alors on verra cet Aſtre ſe rapprocher peu à peu de l'Equateur, de maniere que la Terre étant une fois en ♈, le Soleil paroîtra pour lors en ♎, & ſe trouvera pour la ſeconde fois dans la commune ſection de l'Ecliptique & de l'Equateur, puiſqu'elle s'eſt toujours avancée dans une ſituation parallele. C'eſt pourquoi le Soleil doit alors paroître dans le cercle équinoxial, ce qui doit donner encore les jours égaux aux nuits dans toute l'étendue de la ſurface de la Terre, & cela préciſément de la même maniere qu'il eſt arrivé lorſque la Terre étoit en ♎ ou que le Soleil paroiſſoit en ♈. Dans ce cas le terme de la lumiere & de l'ombre paſſera encore par les deux Poles, & l'on a pu remarquer, par ce que nous avons dit juſqu'ici, qu'il n'y a que le Pole ſeptentrional *B* qui s'eſt trouvé continuellement éclairé du Soleil pendant l'eſpace de ſix mois que la Terre a employé à parcourir la moitié de ſon orbite depuis ♎ juſqu'en ♈ ; & qu'au contraire le Pole meridional a été conſtamment plongé dans l'ombre ou dans la nuit pendant le même intervalle de tems.

Ce qui doit arriver lorſque le Soleil paroît au ♑ qui eſt le point du Solſtice d'Hiver.

Enfin la Terre venant à s'avancer ſelon la ſuite des ſignes ♈, ♉ & ♊, c'eſt-à-dire, le Soleil paroiſſant parcourir les ſignes ♎, ♏ & ♐, il doit s'éloigner peu à peu de l'Equateur, de maniere que la Terre étant une fois parvenue en ♋, le Soleil paroîtra pour lors au commencement du ♑ de la ſphere des Etoiles fixes. D'ailleurs l'axe de la Terre n'ayant point changé sa direction, puisqu'il a conservé son parallélisme, la Terre se présentera pour lors au Soleil avec la même inclinaison de son axe, qu'elle s'y présentoit six mois auparavant lorsqu'elle étoit au commencement du ♑; mais avec cette différence qu'au lieu que la region renfermée dans le cercle *KL* étoit éclairée du Soleil lorsque la Terre passoit au point ♑ de son orbite, au contraire la Terre étant en ♋, cette même région se trouvera entierement plongée dans l'ombre, & enfin celle qui lui est opposée, ou qui est terminée par le cercle *FG*, se trouvera éclairée du Soleil dans toute son étendue, au lieu qu'elle étoit six mois auparavant dans une nuit profonde, parce qu'elle ne recevoit point les rayons du Soleil.

De même tous les paralleles qui sont entre l'Equateur & le Pole septentrional *B*, seront alors pour la plus grande partie plongés dans l'ombre, au contraire de ce qu'on remarquoit six mois auparavant; au lieu que vers le Pole meridional *A*, plus de la moitié de la circonférence de ces cercles paralleles sera éclairée du Soleil, là où six mois auparavant on a pu remarquer que c'étoit la plus grande partie de la circonférence de ces mêmes cercles qui étoit plongée dans l'ombre. Enfin le Soleil paroîtra pour lors à plomb ou vertical aux habitans du Tropique *MN*, comme s'il avoit effectivement descendu à l'égard de la surface de la Terre, depuis le parallele ou Tropique qui répond à *TC* jusqu'à l'autre Tropique celeste qui répond à *MN*, c'est-à-dire selon l'arc *CQN* de 47°. Il n'est pas moins évident que des deux diverses manieres dont la Terre se présente au Soleil tous les six mois, il en doit résulter cette regle générale; sçavoir que dans les lieux de l'hemisphere septentrional ou méridional compris entre les Poles & les Tropiques, le Soleil doit paroître de 47° plus près du zénit dans un tems de l'année, que dans l'autre; c'est-à-dire,

Le Soleil s'approche plus, dans un tems de l'année que dans l'autre, du zénit des habitans situés par de là les Tropiques d'environ 47°.

dire, qu'il doit s'approcher du Pole, ou monter tous les jours dans le Méridien depuis le Solſtice d'hiver juſqu'à celui d'été, comme s'il ne parcouroit autre choſe que l'arc de ce Méridien lequel eſt d'environ 47°. Il ne faut donc pas s'imaginer pour cela que c'eſt la Terre qui tantôt s'éleve & tantôt s'abaiſſe par un mouvement particulier ; au contraire ces changemens n'arrivent que parce qu'elle ne s'éleve, ni ne ſçauroit s'abaiſſer, mais qu'elle ſe préſente toujours de la même maniere par rapport au reſte de l'Univers, ou plutôt à l'égard des Etoiles. Il n'y a qu'à l'égard du Soleil qu'elle eſt inclinée différemment, parce qu'elle parcourt chaque année (ſon axe étant dans une inclinaiſon conſtante) une orbite à l'entour de cet Aſtre, & qu'elle doit par conſéquent lui préſenter ce même axe ſous différentes obliquités à meſure qu'elle tourne.

Expérience qui peut confirmer d'une maniere plus ſenſible ce que l'on vient d'établir.

On peut faire une expérience aſſez ſimple pour mieux comprendre ce que nous venons de dire : elle conſiſte à expoſer dans une chambre obſcure un globe à une bougie qui dans ce cas repréſentera le Soleil : ſi l'on prend ce globe pour la Terre, & que l'on y marque les Poles, l'Equateur, le Méridien & quelques uns des Paralleles, qu'enfin on le ſuſpende de maniere que ſon axe au lieu d'être perpendiculaire au plan de l'horizon, qu'il faut regarder ici comme l'Ecliptique, y ſoit incliné de pluſieurs degrés ; alors tournant ce globe de maniere qu'un de ſes Poles regarde le Nord & l'autre le Midi, & que la lumiere de la bougie éclaire également l'un & l'autre Pole; (il faut tâcher de conſerver exactement dans cette opération le paralléliſme ou la même poſition de l'axe) on le fera tourner ainſi autour de la circonférence d'un plan circulaire parallele à l'horizon, au centre duquel la bougie eſt immobile, & dès-lors on pourra obſerver à loiſir la maniere dont le Pole, les Paralleles, & l'Equateur de ce globe ſeront éclairés ; car il ſera facile de remarquer les mêmes phénomenes que nous venons d'expliquer par rapport à la Terre & au Soleil.

Dans toute autre Planete on obſerveroit, à quelques circonſtances près, les mêmes apparences que celles qui ſont produites ici par le mouvement de Rotation de la Terre autour de ſon axe. Par exemple, Jupiter tournant en près de dix heures ſur ſon axe, un Obſervateur placé dans Jupiter doit appercevoir toutes les Etoiles, la Terre & le Soleil emportés d'un mouvement au moins deux fois plus rapide d'Orient en Occident: mais d'autant que l'axe de Jupiter eſt à peu près perpendiculaire au plan de ſon orbite, il faut que le cercle qui repréſente dans cette Planete le terme de la lumiere & de l'ombre, paſſe continuellement par les Poles de Jupiter, de ſorte que les jours y ſont perpétuellement égaux aux nuits, & par conſéquent dans cette Planete on ne doit point éprouver toutes les viciſſitudes des ſaiſons; il n'y a point d'Eté ni d'Hiver; en un mot c'eſt la même température qui y regne pendant tout le cours de la révolution de cette Planete dans ſon orbite autour du Soleil.

Si par le centre de la Terre ou du Soleil (car c'eſt la même choſe, puiſque leur diſtance n'eſt rien en comparaiſon de celle des Etoiles fixes, l'orbite de la Terre ne paroiſſant des Etoiles que comme un ſeul point) on imagine une ligne perpendiculaire au plan de l'Ecliptique & qui ſoit prolongée de part & d'autre dans le Ciel, cette ligne ſera l'*axe de l'Ecliptique*; & les points où cet axe rencontrera la ſphere des Etoiles fixes, ſeront *les Poles de l'Ecliptique*. Enfin ſi l'on mene par ces Poles, des cercles qui paſſent par toutes les Etoiles, l'on conçoit aiſément que ces cercles ſeront de grands cercles de la ſphere, qui ſeront perpendiculaires à l'Ecliptique: on les a nommés *Cercles de latitude*. Or la Latitude ou la diſtance d'un Aſtre à l'Ecliptique, ſe meſure par l'arc d'un de ces

L'Axe de l'Ecliptique.

Les Poles de l'Ecliptique.

Les cercles ſecondaires de l'Ecliptique.

grands cercles perpendiculaires, compris entre cet Aſtre & l'Ecliptique : mais la Longitude d'une Etoile, eſt l'arc de l'Ecliptique compris entre la ſection faite en ♈ & l'interſection de l'Ecliptique & du cercle de la latitude qui paſſe par l'Etoile.

La latitude d'un Aſtre. Sa longitude.

Semblablement, ſi par le Pole de l'Equateur terreſtre, qui eſt le Pole de la Terre, l'on mene pluſieurs grands cercles qui paſſent par les principaux lieux de la ſurface, & qui ſoient par conſéquent perpendiculaires à l'Equateur, ces cercles prennent le nom de Méridiens, ou cercles de longitude: mais chacun retient le nom du Méridien d'un lieu particulier. Lorſque le Soleil paſſe par le plan de ce Méridien, il eſt midi pour tous les peuples qui ſe trouvent dans le demi-cercle ou du même côté de la circonférence de ce cercle. La *latitude d'un lieu ſur la Terre*, eſt l'arc du Méridien compris entre ce lieu & l'Equateur; & la *longitude* du même lieu, eſt l'arc de l'Equateur compris entre le point de l'interſection commune de l'Equateur & du Méridien de ce lieu, & un autre point fixe dont on eſt convenu.

Ce que c'eſt que la latitude d'un lieu ſur Terre. La longitude.

CHAPITRE HUITIEME.

De quelques autres Phénomenes qui dépendent du Mouvement de la Terre.

PUISQUE la Terre tourne autour du Soleil de maniere que ſon axe demeure conſtamment parallele à lui-même pendant tout le tems de ſa révolution, il eſt facile de concevoir que dans les différentes ſaiſons de l'année, ce même axe doit être dirigé à différens points du Ciel, & qu'il ſeroit même dirigé à différentes Etoiles fixes, ſi elles n'étoient pas à une diſtance preſqu'infinie à l'égard de la Terre. Car l'Etoile, ou le point du Ciel qui se trouveroit en Eté, par exemple, dans la direction des Poles de la Terre, ne devroit plus y paroître dirigé en Hiver, puisque le vrai point du Ciel où l'axe de la Terre répondroit dans cette derniere saison, sembleroit écarté du premier, d'un intervalle égal au diametre de l'orbe terrestre.

PLANCHE II. *Figure* 1. Si la Terre décrit un orbe annuel autour du Soleil, son axe doit par conséquent répondre dans chaque saison de l'année à différentes Etoiles, à moins qu'on ne les suppose à une distance presqu'immense du Soleil ou de la Terre.

Soit *ACBD* l'orbite de la Terre, au centre de laquelle est le Soleil, sçavoir en *S*: il est évident que si la Terre est en *A* & son axe dirigé vers quelque Etoile fixe *E*, qui se trouve par conséquent à plomb ou verticale sur l'un des Poles; lorsque la Terre six mois après sera parvenue en *B*, & que par conséquent son axe sera dans une direction parallele à la ligne *AE*, alors ce même axe ne doit plus être dirigé à la même Etoile *E*, mais à une autre Etoile *F*; ensorte que la distance de ces deux Etoiles l'une à l'égard de l'autre soit précisément égale au diametre *AB* de l'orbite de la Terre. Cela supposé l'angle sous lequel on appercevra ces deux Etoiles, c'est-à-dire, leur distance apparente, seroit mesuré par *EBF*, qui est égal à l'angle *AEB par la* 29*me Prop. du* 1*er Livre d'Euclide.* Or ce dernier angle *AEB* est celui sous lequel un Observateur placé dans l'Etoile en *E* verroit le diametre de l'orbite terrestre, que les Astronomes désignent autrement sous le nom de grand orbe : c'est pourquoi ils ont nommé l'angle *EBF* ou *AEB la parallaxe du grand Orbe.* Il est certain maintenant que si l'on pouvoit observer assez exactement cet angle ou cette parallaxe, on auroit aussi-tôt la distance de l'Etoile à la Terre, relativement à celle de la Terre au Soleil. Car dans le triangle *EAB*, on connoît l'angle *E* égal à l'angle *EBF* déterminé par l'observation; on connoit aussi l'angle *EAB* qui est droit ou de 90° au tems des Equinoxes, dans les Solstices de $66°\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, égal à l'inclinaison de l'axe de la Terre sur le plan

Ce que l'on entend par la Parallaxe du grand orbe.

de l'orbite, & en général qui est toujours égal au complément de la déclinaison du Soleil. Ainsi connoissant tous les angles & le côté *AB*, on peut calculer facilement par la Trigonometrie le côté *AE*, c'est-à-dire, la distance de l'Etoile à la Terre.

Cette méthode de trouver la parallaxe ou la distance des Etoiles fixes a été tentée, mais sans aucun succès principalement dans ces derniers siecles. On a reconnu depuis long-tems que l'angle *EBF* est si petit, qu'à peine peut-on le soupçonner de quelque grandeur sensible, même en y employant les meilleurs instrumens d'Astronomie. Ce qu'il y a de très-certain, c'est qu'on l'a trouvé jusqu'ici beaucoup plus petit qu'une minute *: & parce que sur un aussi petit angle la moindre erreur produit aussi-tôt des différences étonnantes ou excessives dans le calcul des distances, il n'est gueres possible de pouvoir rien conclurre de bien précis sur la distance des Etoiles, de tout ce qui a été observé à ce sujet. Car, si l'on suppose la parallaxe de l'orbe annuel de 42″ telle que Flamsteed ** l'a déterminée, & si l'on suppose aussi qu'il l'ait observée trop grande de 25″, ce qui est possible, puisqu'il est difficile de ne pas se tromper de cette quantité dans l'observation, il résulteroit de là que la vraie distance des Etoiles

La Parallaxe du grand orbe n'a pu être apperçue jusqu'ici & s'est trouvée presqu'insensible.

On ne sçauroit gueres espérer de déterminer par cette voie la distance des Etoiles fixes.

* L'Auteur pourroit bien dire aujourd'hui que cet angle ne s'est pas même trouvé d'une seconde dans le grand nombre d'Etoiles qui ont été observées jusqu'ici avec d'excellens secteurs à Wansteed proche de Londres, & à Paris près la rue de Louis le Grand. *Transf. Philos.* & *Degré du Meridien entre Paris & Amiens.*

** Les deux Auteurs des Elémens d'Astronomie *Keill* & *Wisthon* n'avoient pas assez réfléchi ni recherché ce qui avoit été publié sur cette matiere lorsqu'ils ont raisonné l'un & l'autre d'après ce qui avoit été publié par Flamsteed sur la Parallaxe. *Wisthon* admettant les observations de celui-ci comme très-certaines en a voulu conclurre le mouvement de la Terre, qu'il s'imaginoit par là avoir prouvé d'une maniere inconrestable. Il n'avoit cependant pas eu le premier cette idée sur la parallaxe; mais il la faisoit valoir d'après son Auteur. Or long-tems auparavant l'excellent Astronome M. *Picard* avoit découvert ce mouvement de l'Etoile polaire d'environ 40″, comme on le voit par ses observations rapportées dans le voyage d'Uranibourg & dans l'Histoire Céleste; & dès l'an 1680 il avoit publié sa découverte où il prouvoit évidemment qu'un mouvement si singulier dans cette Etoile ne pouvoit être causé par le mouvement de la Terre dans son orbite, ni par le changement des Réfractions.

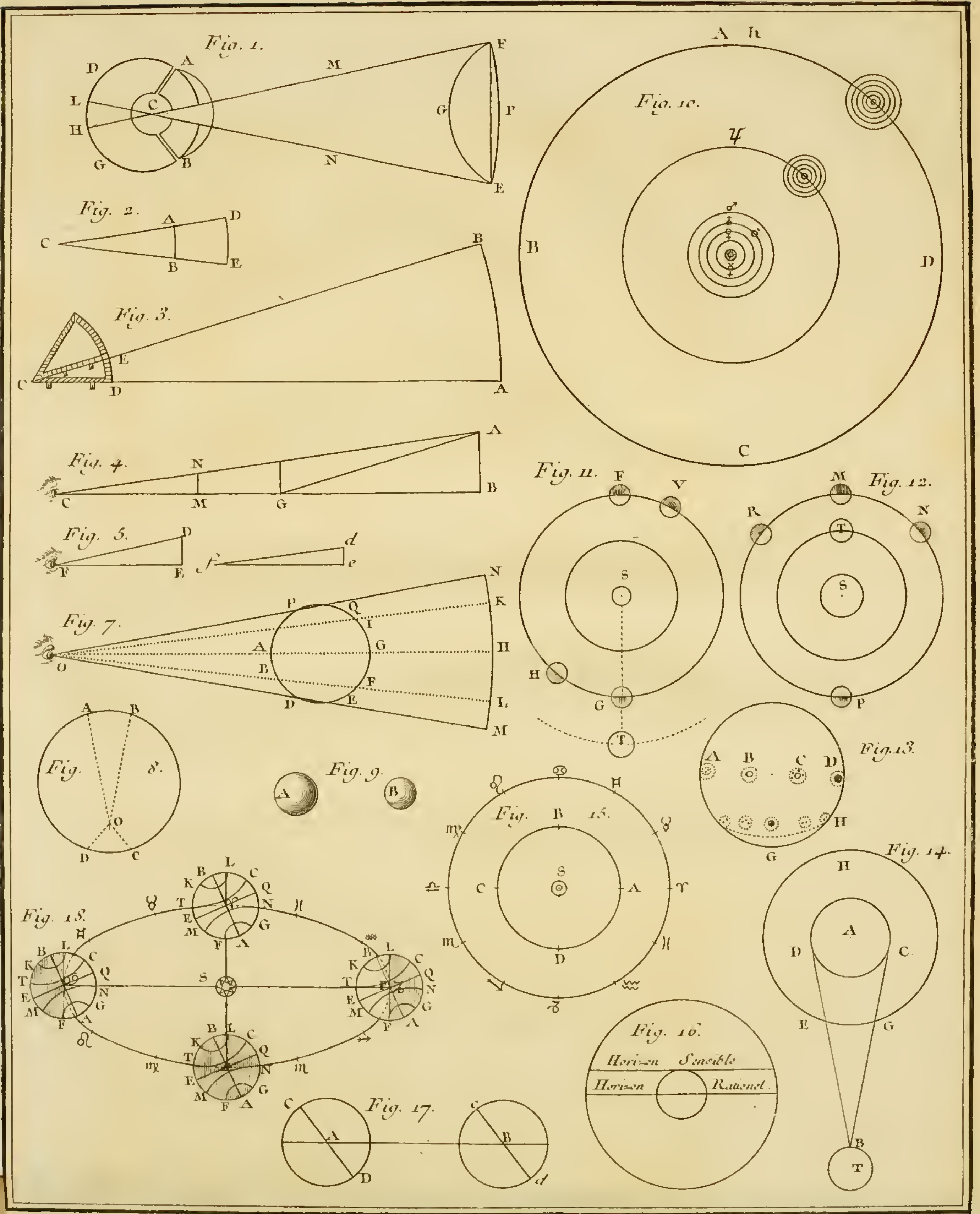


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Horizon Sensible
Horizon Rationel.
Fig. 17.
Fig. 18.

fixes feroit au moins deux fois plus grande que ne l'a obfervée Flamfteed. Mais il y a plus : fi l'on fuppofe des erreurs encore plus grandes dans ces fortes d'obfervations de la parallaxe, de maniere qu'il y en ait qui different les unes des autres d'environ une minute (erreur que l'on trouve communément parmi les obfervations aftronomiques*) alors les diftances des Etoiles fixes que l'on calculeroit fur ces obfervations différeroient d'une quantité énorme, & la diftance des Etoiles en deviendroit incertaine, & partant tout-à-fair inconnue.

** Voyez furtout ce qui a été dit fur les changemens qui ont pû arriver dans la hauteur du Pole. Mem. de l'Acad. 1693. Tom. X. p. 360.*

L'Aberration des Etoiles fixes.

[Les variations dans la hauteur de l'Etoile polaire, qui paroiffoit d'environ 40 fecondes plus élevée dans un tems de l'année que dans l'autre, n'ayant pu s'expliquer dans l'efpace de près de cinquante ans, on découvrit enfin en 1727 qu'elles étoient caufées par le mouvement fucceffif de la lumiere combiné avec le mouvement réel de la Terre dans fon orbite. Si la France a produit dans le dernier fiecle les deux plus grandes découvertes de l'Aftronomie phyfique, fçavoir l'Accourciffement du Pendule fous l'Equateur, dont Richer s'apperçut en 1672, & la Propagation ou le mouvement fucceffif de la lumiere démontré dans l'Académie des Sciences par M. Roemer, l'Angleterre peut bien fe flater aujourd'hui d'avoir annoncé la plus grande découverte de ce 18e fiecle.

Elle eft caufée par le mouvement réel de la Terre & par le mouvement fucceffif de la lumiere.

Voici de qu'elle maniere le grand Aftronome M. Bradleï a expliqué la théorie de l'aberration, après avoir obfervé pendant deux années confécutives, que l'Etoile γ de la tête du Dragon, qui paffoit à fon zenit & qui eft fort proche du Pole de l'Ecliptique, étoit plus méridionale de $39''$ au mois de Mars qu'au mois de Septembre.

Théorie de l'aberration découverte par M. Bradleï.

Si l'on fuppofe que l'œil foit emporté uniformément felon la ligne droite *AB* (qu'on peut bien regarder ici comme une très-petite partie de la tangente de l'orbe terreftre décrite dans l'efpace de quelques minutes) & qu'il

Planche II. *Figure 2.*

parcourre l'intervalle compris depuis *A* jufqu'à *B* précifément dans le tems que la lumiere fe meut depuis *C* jufqu'en *B* : je dis qu'au lieu d'appercevoir l'Etoile dans une direction parallele à *BC*, l'œil appercevra (dans le cas préfent) l'Etoile felon une direction parallele à la ligne *AC*. Car fuppofons que l'œil étant entraîné depuis *A* jufqu'en *B* regarde continuellement au travers de l'axe d'un tube très-délié & qui feroit toujours parallele à lui-même fuivant les directions *ac*, *ac*, &c. il eft évident que fi *la viteffe de la lumiere a un rapport affez fenfible à la viteffe de la Terre*, & que ce rapport foit comme *BC* à *AB*, alors la particule de lumiere qui d'abord s'étoit trouvée à l'extrémité *C* du tube, coulera uniformément & fans trouver d'obftacles le long de l'axe, à mefure que le tube viendra à s'avancer; puifque, felon la fuppofition, on a toujours *AB* eft à *BC* comme *aB* eft à *Bc* (*Euclide*, *Liv.* VI. *prop.* 2) c'eft-à-dire, que l'œil ayant parcouru l'intervalle *Aa* la particule de lumiere a du defcendre d'une maniere uniforme ou proportionnellement jufqu'en *c*. D'ailleurs il eft aifé de voir que fi l'on donnoit au tube toute autre inclinaifon, la particule de lumiere ne pourroit plus couler le long de l'axe, mais trouveroit dès fon entrée un obftacle à fon paffage pour peu que l'œil, qui eft à fon extrémité, s'avançât de *A* vers *B*. Or, puifque parmi cette multitude innombrable de rayons que lance l'Etoile & qui viennent tous parallelement à *BC*, il s'en trouve affez de quoi fournir continuellement de nouvelles particules qui fe fuccedant les unes aux autres à l'extrémité du tube, coulent le long de l'axe & forment par conféquent un rayon fuivant la direction *AC*, il eft évident que ce même rayon fera l'unique qui viendra frapper l'œil, qui par conféquent ne fçauroit l'appercevoir autrement que fuivant cette même direction. Maintenant fi au lieu de ce tube on imagine autant de lignes droites ou petits tubes extraordinairement fins & déliés, que la prunelle de l'œil peut admettre de rayons à la fois; le même raisonnement ayant lieu pour chacun de ces tubes, que s'il s'agissoit de celui dont nous venons de parler, l'œil ne sçauroit donc recevoir d'autres rayons de l'Etoile que ceux qui viendront suivant des directions paralleles *ac*; & partant ce qui reste de rayons étant rejettés, l'Etoile doit paroître en effet là où elle n'est pas véritablement ou dans une direction différente de celle où elle seroit apperçue si l'œil restoit fixe au point *B*.

Planche II. *Figure 3.* Si l'on prend aussi *bc* égal au rayon de l'orbe annuel on prouvera avec les Astronomes que la lumiere emploie sept à huit minutes à venir d'un intervalle égal à la distance du Soleil; car l'on trouvera en prenant l'angle *bca* de $20''$ ou égal à la moitié de l'aberration d'une Etoile située au Pole de l'Ecliptique, la petite portion *ab*, ou de la tangente parcourue, égale à environ $\frac{1}{10000}$ de *bc*, puisque *bc* est à *ba* comme le rayon est à la tangente de $20''$.

Au reste puisque les directions paralleles *bc*, *BC*, ou bien *ac*, *AC* concourent au même point du Ciel, il s'ensuit qu'à mesure que la Terre s'avancera sur la circonférence de son orbite, l'arc ou la petite tangente *ab* qu'elle décrit chaque jour, venant à changer de direction, il en sera de même à l'égard de la ligne *AC*, qui dans le cours d'une année entiere aura un mouvement conique autour de *BC* ou *A* E, ensorte que prolongée dans le Ciel, son extrémité doit décrire un petit cercle autour du vrai lieu qu'occupe l'Etoile: & parce que l'angle *ACB* ou l'angle alterne *CA* E est de $20''$, il sera vrai de dire, que l'*Etoile ne sçauroit jamais être apperçue dans son vrai lieu*; mais qu'à chaque année elle doit recommencer à parcourir la circonférence d'un cercle autour de son véritable lieu; ensorte que si elle est au zénit, par exemple, elle pourra être vûe à son passage au Méridien alternativement $20''$ plus

au

au Nord ou plus au Midi à chaque intervalle d'environ ſix mois.]

L'axe de la Terre ne conſerve pas perpétuellement ſon paralléliſme.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que l'axe de la Terre étoit perpétuellement dans une ſituation conſtante, ou qu'il conſervoit exactement ſon paralléliſme ; qu'en un mot il n'avoit d'autre mouvement que celui qui convient au mouvement annuel de la Terre dans ſon orbite autour du Soleil. Cependant il y a bien long-tems que les Aſtronomes en ont découvert un autre extrêmement lent, mais qui change peu à peu d'une très-grande quantité, le paralléliſme ou la direction de cet axe. Ce changement n'eſt gueres ſenſible dans l'eſpace d'une ou pluſieurs années, & néantmoins il devient très-conſidérable après pluſieurs ſiecles. C'eſt pour cette raiſon que lorſque nous avons tâché d'expliquer ci-deſſus tout ce qui regardoit le mouvement annuel de la Terre, nous avons évité de parler de ce mouvement particulier de ſon axe qu'on pouvoit regarder alors comme inſenſible, & cela afin de ne pas tomber dans un détail trop embarraſſant. Car, nous le diſons encore, ce changement dans la direction de l'axe n'influe qu'inſenſiblement chaque année ſur la plûpart des phénomenes dont nous avons parlé ci-deſſus : ce n'eſt donc qu'après une longue ſuite d'années qu'il devient aſſez conſidérable pour qu'on puiſſe s'appercevoir à la vûe ſimple que l'axe de la Terre ne répond plus aux mêmes Etoiles. Il ne faut pas pourtant confondre ce changement de direction de l'axe avec l'inclinaiſon qu'il a ſur le plan de l'Ecliptique. Cette inclinaiſon demeure conſtamment la même, & n'eſt aucunement altérée par cet autre mouvement particulier de l'axe dans le Ciel étoilé.

Pour expliquer comment cela doit arriver, & pour faire comprendre d'une maniere fort ſimple comment un mouvement particulier dans la direction de l'axe de la Terre ne ſçauroit changer ſon inclinaiſon ſur le plan de l'Ecliptique.

Planche II. *Figure* 4.

Soit la ligne *DCH* une petite partie de l'orbite de la Terre qui a pour lors ſon centre au point *C*: ſi l'on éleve de ce point *C* la ligne *CE* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, laquelle rencontre la ſphere ou le Ciel étoilé au point *E*, il eſt clair que cette ligne (quoiqu'elle ne ſoit véritablement qu'une parallele à celle qui paſſe par le Soleil ou par le centre de l'orbite) repréſentera l'axe de l'Ecliptique, & que le point *E* ſera dans le Ciel étoilé le vrai Pole de ce grand cercle. Mais ſi l'on tire auſſi par le centre de la Terre la ligne *Cp* qui en eſt l'axe, & qui prolongée dans le Ciel, ſe termine au point *P* qui eſt le Pole de l'Equateur ou le Pole du Monde; il eſt évident que ce ſera autour de ce point que tous les Aſtres nous paroîtront tourner chaque jour, à cauſe de la Rotation de la Terre autour de ſon axe. Or ſi l'on fait paſſer un grand cercle de la ſphere *EPA* par les points *E* & *P* qui ſont les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, ce cercle ſera par conſéquent perpendiculaire ſur leur plan; de ſorte que c'eſt ſur ſa circonférence qu'il faudra compter l'arc *PA*, qui meſure l'inclinaiſon de l'axe ſur le plan de l'Ecliptique, ou ce qui eſt la même choſe, l'angle *PCH* de $66^{\circ}\frac{1}{2}$: enfin l'arc *EP* qui eſt ſon complément à 90°, ſera de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, & c'eſt la diſtance des deux Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, cet arc meſurant l'angle *ECP* que forme l'axe de la Terre, avec l'axe de l'Ecliptique. Maintenant ſi du Pole *E* de l'Ecliptique on décrit un petit cercle de la ſphere *PFG*, qui ſera par conſéquent parallele à l'Ecliptique, il ſuit naturellement que l'axe de la Terre ne doit avoir d'autre mouvement dans le Ciel que ſelon la circonférence de ce petit cercle, ſi l'on veut qu'il ſoit toujours incliné de la même maniere au plan de l'Ecliptique; car dans toute autre ſuppoſition il arriveroit que l'angle de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ qu'il forme avec l'axe de l'Ecliptique, ou, ce qui revient au même, ſon inclinaiſon de $66^{\circ}\frac{1}{2}$ ſur

L'Axe de l'Ecliptique.

Pour que l'autre Axe ou celui qui paſſe par les Poles de la Terre, demeure toujours incliné de la même maniere ſur le plan de l'Ecliptique, il eſt néceſſaire de reconnoître que ſon mouvement, puiſqu'il en a un, ſe fait peu à peu ſelon la circonférence d'un petit cercle de la ſphere parallele au plan de l'Ecliptique.

le plan de l'Ecliptique feroit fujette à divers changemens. Ainfi le Pole du Monde *P*, qui eft défigné par l'extrémité de l'axe de la Terre, ne doit donc nous paroître fe mouvoir autrement que dans la circonférence du cercle *PFG*. On voit encore que fi l'axe de la Terre confervoit perpétuellement une feule direction conftante par rapport au Ciel étoilé, on s'appercevroit chaque année, lorfque la Terre revient au point *C* de fon orbite, que le Pole du monde répondroit au même point *P* des Cieux fans qu'il pût jamais y arriver aucun changement. Mais puifque l'on a obfervé qu'il a un mouvement fort lent, repréfenté par la circonférence *PFG* que nous venons de décrire, ce même axe au lieu de répondre au point *P*, aura effectivement au bour de 72 ans rétrogradé d'un degré contre l'ordre des fignes; c'eft-à-dire, qu'il fera dirigé pour lors vers le point *Q* du petit cercle parallele, lequel eft éloigné d'un degré du premier point *P*. Le mouvement de l'axe du Monde, ou de la Terre peut donc être regardé comme un mouvement conique; c'eft-à-dire qu'il doit être confidéré comme le mouvement d'une ligne qui décriroit la fuperficie d'un cone dont le fommet eft en *C* au centre de la Terre, & dont la bafe eft le cercle *PFG*. On doit auffi conclurre que le Pole *P* du Monde fait fa révolution périodique par un mouvement très-lent dans la circonférence *PFG*, mais d'un mouvement qui paroît rétrograde, puifqu'il fe fait d'Orient en Occident. Le tems de cette révolution eft de 25920 ans; c'eft-à-dire, que depuis la premiere obfervation qu'on auroit faite de la fituation du Pole, qui répondroit à l'Etoile *P* jufqu'à fon retour à la même Etoile, il doit s'écouler un auffi long intervalle de tems que celui de 25920 ans. Il eft facile auffi de reconnoître que l'Etoile *P* qui nous paroît aujourd'hui au Pole du Monde en fera éloignée après une demie période de 12960 ans de deux fois $23^{\circ}\frac{1}{2}$ ou 47°, c'eſt-à-dire lorſque le Pole ſera une fois parvenu en *G*.

Le cercle *EPA* qui paſſe toujours par le Pole de l'Ecliptique & par le Pole du Monde, eſt le colure des Solſtices.

Le grand cercle de la ſphere *EPA*, qui paſſe par les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, & qui leur eſt perpendiculaire, devient à chaque fois le colure des Solſtices. Ainſi le point *A* de l'Ecliptique eſt celui qui détermine le point du Solſtice lorſque le Pole eſt en *P*, & c'eſt auſſi le point de ce cercle qui eſt le plus éloigné de l'Equateur. Mais lorſque l'axe de la Terre répond au point *q* ou que cet axe prolongé eſt dans la ligne *CQ*, il ſuit encore qu'un grand cercle *EQB* qui paſſeroit par les Poles *E* & *Q* de l'Ecliptique & de l'Equateur, ſeroit par conſéquent perpendiculaire à ces deux cercles, & que dans cette ſituation de l'axe de la Terre, le cercle *EQB* ſera le véritable colure des Solſtices, comme auſſi le point *B* le vrai point où doit arriver le Solſtice. Les points ſolſtitiaux doivent donc paroître rétrograder de même que les Poles du Monde, & cela préciſément d'un même nombre de degrés & dans des intervalles de tems parfaitement égaux. Car ſi le mouvement *PQ* du Pole ſe fait d'un degré, par exemple, dans la circonférence du petit cercle *PFG* parallele à l'Ecliptique, l'arc *AB* dont le point du Solſtice aura paru rétrograder dans le même tems, ſera préciſément d'un degré, parce que les deux arcs *QP* & *BA* ſont ſemblables.

Pourquoi les points des Solſtices rétrogradent.

Il eſt maintenant très-facile d'appercevoir la raiſon pourquoi les points des Solſtices s'écartent continuellement des Etoiles fixes, de maniere que ſi le point du Solſtice répond aujourd'hui à une Etoile *A*, ce même point doit paroître par rapport à cette Etoile, d'un degré plus à l'Occident au bout de 72 ans. Mais puiſque c'eſt une ſuite néceſſaire du mouvement apparent de l'axe ou des Poles de la Terre que les points des Solſtices rétrogradent; il faut en même tems que les points équi-

Les points des Equinoxes rétrogradent auſſi d'un mounoxiaux, de même que tous les autres points de l'Ecliptique paroiſſent auſſi rétrograder d'un mouvement ſemblable. Car la diſtance de chaque point de l'Ecliptique aux points ſolſtitiaux eſt conſtamment la même : les points des Equinoxes, par exemple, ſont toujours à 90° des points ſolſtitiaux ; ainſi lorſque ceux-ci rétrogradent, ou qu'ils ſont d'un degré plus à l'Occident, les points équinoxiaux doivent auſſi rétrograder vers l'Occident de la même quantité, autrement leur diſtance ne ſeroit plus la même, & ſurpaſſeroit un Quart-de-Cercle ou les 90°, ce que l'on ne ſçauroit ſuppoſer. C'eſt pourquoi nous regarderons deſormais le mouvement rétrograde des Equinoxes & de tous les autres points de l'Ecliptique, comme dépendans d'un loi générale. C'eſt-là ce mouvement qu'on nomme communément Rétrograde ou contre *l'Ordre des Signes*, afin de le diſtinguer du mouvement ordinaire de la Terre & de toutes les Planetes, qui ſe fait continuellement autour du Soleil d'Occident en Orient, ſelon l'ordre ou la ſuite des Signes, c'eſt-à-dire ſuivant ♈, ♉, ♊, &c. Le mouvement rétrograde des Equinoxes ſe nomme encore *la Préceſſion*, parce qu'il ſe fait, comme nous venons de le dire, vers les Signes qui précédent, c'eſt-à-dire, au contraire de la ſuite des Signes.

vement ſemblable & uniforme.

La Préceſſion des Equinoxes.

Mais puiſque toutes les Etoiles fixes demeurent immobiles dans les Cieux, & que la commune ſection de l'Equateur & de l'Ecliptique, qu'on nomme autrement les points équinoxiaux, eſt emportée peu à peu d'un mouvement rétrograde ; la diſtance de ces Etoiles aux points équinoxiaux n'eſt donc plus la même qu'auparavant, ainſi ces Etoiles doivent paroître ſe mouvoir peu à peu, de même que les Planetes, d'Occident en Orient ; ce qui fait que leur longitude augmente, puiſqu'en effet on compte la longitude depuis l'une des ſections de l'Ecliptique & de l'Equateur, ſçavoir celle qui ſe fait en ♈.

Puiſque les points des Equinoxes rétrogradent ou ſe meuvent contre l'ordre des Signes, il s'enſuit que toutes les Etoiles paroîtront avoir un mouvement contraire, c'eſt-à-dire, ſelon la ſuite des Signes.

De-cette maniere les Etoiles fixes paroîtront s'avancer peu à peu ſelon l'ordre des ſignes, non pas parce qu'elles ont un mouvement propre ou réel, mais parce que c'eſt la ſection qui ſe fait en ♈, & d'où l'on commence à compter, qui ſe meut au contraire d'Orient en Occident.

Toutes les Conſtellations & principalement celles de l'Ecliptique ont changé de place.

Or il eſt arrivé de là que toutes les Conſtellations anciennes ont changé de place dans les Cieux: elles ne nous paroiſſent plus dans le même lieu où les premiers Aſtronomes les ont remarquées. La Conſtellation du Belier, par exemple, qui paroiſſoit du tems d'Hipparque dans la commune ſection de l'Ecliptique & de l'Equateur, n'a laiſſé que ſon nom dans cette région du Ciel: car préſentement elle paroît avancée juſques dans le lieu où étoit autrefois celle du Taureau, & celle-ci a pris la place de la Conſtellation des Gemeaux, laquelle occupe actuellement le lieu où les Anciens ont placé l'Ecreviſſe. Il en eſt ainſi des autres, l'Ecreviſſe ayant pris la place du Lion, & le Lion s'eſt avancé là où étoit la Vierge, &c. de ſorte que depuis le tems auquel l'on a d'abord obſervé le lieu des douze Conſtellations du Zodiaque, elles ſe ſont avancées d'une douzieme partie de ſa circonférence; c'eſt-à-dire, que chacune a pris la place de celle qui la précédoit. Il faut bien prendre garde ici de ne pas confondre les douze portions de l'Ecliptique ou les douze ſignes du Zodiaque avec les douze Conſtellations des Etoiles fixes qui s'y ſont trouvées du tems d'Hipparque & où elles ont laiſſé les mêmes noms qu'on y conſerve encore aujourd'hui. Pour les diſtinguer on appelle ces douze portions égales de l'Ecliptique de 30° chacune, *les douze ſignes du Zodiaque* *; & les douze figures qui comprennent les Etoiles qui s'y trouvoient autrefois, mais qui ſe ſont avancées d'un Signe, ſe nomment les *douze Conſtellations du Zodiaque* **.

* Latinè *Signa Anaſtra.* ** Signa *Stellata.*

Les anciens Aſtronomes s'étoient d'abord imaginé que la ſection commune de l'Ecliptique & de l'Equateur étoit fixe & immobile dans le Ciel étoilé : mais parce qu'on reconnut dans la ſuite que les Etoiles s'en éloignoient en s'avançant peu à peu au-delà de cette ſection, on a voulu conclurre que toute la ſphere des Etoiles fixes faiſoit ſes révolutions périodiques quoique par un mouvement très-lent, autour des Poles de l'Ecliptique. C'eſt ce qui fait qu'on a enſeigné communément dans les traités de Sphere, la plûpart copiés d'après l'Almageſte de Ptolomée, que les Etoiles s'avançoient par leur propre mouvement dans l'Ecliptique ou dans ſes paralleles, & qu'elles faiſoient leurs révolutions dans l'eſpace de 25920 ans. Après ce tems écoulé, elles ſe retrouveront dans les mêmes lieux où les premiers Aſtronomes les ont apperçues. Auſſi ont-ils donné le nom de Grande année à ce long eſpace de tems, qui ſurpaſſe quatre à cinq fois celui que l'on compte vulgairement depuis la création du Monde. Mais quelques Aſtrologues ſe ſont imaginé qu'après cette révolution des Etoiles, toutes choſes recommenceroient préciſément comme auparavant.

La Grande Année; ce que c'eſt.

La vraie cauſe phyſique de la préceſſion des Equinoxes, étoit tellement ignorée avant que Newton l'eût expliquée, qu'il eſt difficile de trouver à ce ſujet parmi les plus célebres Auteurs quelques conjectures qui puiſſent paroître aſſez vraiſemblables : mais ce grand Philoſophe ayant concilié les loix de la gravité avec les différens mouvemens qu'il en faut déduire, Newton, dis-je, nous a bientôt dévoilé la vraie cauſe de la préceſſion des Equinoxes. Elle dépend preſqu'uniquement de la figure qu'a la Terre. On ſçait aſſez que cette figure eſt un ſphéroïde applati ; & il a été démontré, il y a plus de 70 ans, que la Terre doit avoir cette figure, à cauſe de la Rotation qui ſe fait chaque jour autour de ſon axe.

La Figure de la Terre eſt l'une des principales cauſes de la Préceſſion des Equinoxes.

Le mouvement de la Terre dans son orbe, n'est point uniforme comme les Anciens l'ont supposé.

Quoique la Terre acheve sa révolution autour du Soleil chaque année, de maniere qu'elle y employe toujours le même intervalle de tems, & que par conséquent toutes ses révolutions périodiques se fassent généralement dans des tems égaux; il n'en est pas ainsi du mouvement qui répond aux différentes parties de son orbite: tantôt son mouvement s'accélere, & tantôt il diminue; mais de maniere qu'il y a une partie de l'orbite où la vitesse de la Terre augmente chaque jour, ensorte qu'elle parcourt alors un plus grand espace, au contraire de ce qui arrive dans la partie opposée de son orbite. Or il faut pour cet effet que son mouvement réel & par conséquent le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique, ne soit pas uniforme; ensorte que le Soleil ne parcourre pas des arcs de même grandeur dans des tems précisément égaux. Aussi voit-on qu'il fait moins de chemin chaque jour pendant l'Eté, qu'il ne fait en Hiver; sa vitesse même paroît si différente, que son vrai lieu surpasse dans un certain point de l'orbite d'environ deux degrés, celui où il seroit parvenu s'il ne se fût avancé que d'un mouvement égal & uniforme. La même chose s'apperçoit aussi lorsqu'il retarde son mouvement: car il arrive enfin qu'il s'en faut plus de deux degrés qu'il ne soit dans le vrai lieu où il seroit parvenu sans cette inégalité qui retarde son mouvement. En un mot le Soleil emploie huit jours de plus à parcourir les six Signes septentrionaux, que les six méridionaux; de maniere que depuis l'Equinoxe du Printems, jusqu'à celui d'Automne, il s'écoule près de 186 jours & demi, quoique pendant ce tems le Soleil paroisse parcourir précisément les 180° ou la moitié de l'Ecliptique: aussi depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'à celui du Printems, il n'employe que 178 jours & demi à parcourir l'autre moitié de l'Ecliptique, & qui répond aux six Signes méridionaux. Enfin les Observations nous font connoître que

Notre Eté est de huit jours plus long que n'est l'Hiver.

que le diametre apparent du Soleil pendant l'Hiver, lorſque ſon mouvement eſt le plus rapide, eſt beaucoup plus grand qu'en Eté lorſqu'il paroît ſe mouvoir le plus lentement. La différence eſt ſi grande, qu'en Hiver lorſque le Soleil paroît ſous le plus grand angle, ſon diametre eſt de 32′ 47″, & en Eté lorſque ſon diametre paroît le plus petit, on l'obſerve ſous un angle de 31′ 40″, avec une différence de plus d'une minute, ce qui nous fait connoître que pendant l'Eté le Soleil eſt beaucoup plus loin de la Terre que pendant l'Hiver.

Le diametre apparent du Soleil eſt plus grand pendant notre Hiver que dans l'Eté.

Les anciens Aſtronomes ont fait diverſes tentatives pour expliquer les inégalités qu'on obſerve dans le mouvement apparent du Soleil ; mais étant un peu trop prévenus en faveur des orbites circulaires, ne pouvant d'ailleurs s'imaginer qu'il y en eût d'autres dans les Cieux, & s'étant déja perſuadé que tous les mouvemens céleſtes devoient être uniformes, ils ont placé le Soleil un peu au-delà du centre de l'orbite de la Terre, afin qu'il pût réellement parcourir la circonférence d'un cercle d'un mouvement toujours égal & uniforme. Car il eſt évident que ſi nous étions au centre d'une orbite circulaire, nous verrions en ce cas le Soleil parcourir des angles égaux dans des tems égaux ; mais qu'il en ſeroit tout autrement ſi l'œil étoit placé dans tout autre lieu qu'au centre, à telle diſtance déterminée que ce ſoit.

Hypotheſe des Anciens.

Suppoſons, par exemple, que l'orbite circulaire que les Anciens ont attribuée à la Terre ſoit *ABCD*, & que le Soleil *S* ſoit à quelque diſtance du centre *E* de cette orbite ; il eſt clair que lorſque la Terre ſera en *A*, le Soleil paroîtra au même inſtant au point ♈ ; que quand la Terre ſera en *B*, le Soleil ſera vû en ♋, & qu'enfin lorſqu'elle ſera en *C*, l'on obſervera le Soleil en ♎. Ainſi le tems que la Terre aura employé à venir de *A* en *C*, ſera égal à celui que le Soleil aura paru employer à parcourir

Du mouvement de la Terre dans un cercle excentrique.
PLANCHE II. *Figure 5.*

la moitié de l'Ecliptique. A l'égard de l'autre moitié le Soleil paroîtra la parcourir pendant l'intervalle de tems que la Terre emploiera à décrire la partie *CDA* de son orbite. Mais puisque l'arc *ABC* est plus grand que l'arc *CDA*, il s'ensuit que le Soleil doit nous paroître employer plus de tems à parcourir la moitié de l'Eclipriqùe ♈, ♋, ♎, que l'autre moitié ♎, ♑, ♈. De plus lorsque la Terre est en *B*, elle est plus éloignée du Soleil, que lorsqu'elle arrive au point *D*. Et supposant ici avec les Anciens, que son mouvement est égal & uniforme dans toutes les parties de son orbite, il paroîtra néantmoins inégal, étant vû du Soleil; c'est-à-dire, qu'il paroîtra très-rapide au point *D*, & au contraire fort lent au point *B*. Mais parce qu'il en est de même à l'égard du mouvement apparent du Soleil vû de la Terre, on voit par cette explication la raison pourquoi le Soleil semble s'avancer plus lentement en Eté dans l'Ecliptique, & pourquoi il paroît au contraire accélérer son mouvement pendant l'Hiver. Les Astronomes avoient donc conclu autrefois que cette inégalité du mouvement de la Terre (ou du Soleil) n'étoit point réelle ni produite par aucune cause physique; mais que c'étoit uniquement une apparence, c'est-à-dire, une inégalité optique, laquelle n'avoit d'autre cause que la situation du Soleil, qui par hasard ne se trouvoit point au centre *E* de l'orbite terrestre, mais à quelques distances de ce centre. Car ils soutenoient tous unanimement, qu'un Observateur qui auroit été placé au centre *E* de l'orbite, se seroit d'abord apperçu que la Terre décrit en effet une orbite circulaire & d'un mouvement toujours égal.

Cette hypothese doit être rejettée s'il est vrai que les mouvemens réels & diurnes des Planetes ne sont pas

Cette hypothese des Anciens parut d'abord très-simple, & même si naturelle, qu'il sembloit presqu'impossible de rien imaginer de meilleur pour satisfaire à toutes les inégalités observées du mouvement apparent du Soleil, ou du moins pour expliquer aussi facilement la cause de tous les phénomenes. On étoit encore dans cette opinion avant Kepler, & l'on ne s'étoit guéres avisé de proposer aucune difficulté considérable à ce sujet, parce qu'on étoit convaincu, ou plutôt qu'on regardoit comme un axiome dont il n'étoit plus permis de douter, que tous les mouvemens céleſtes ne pouvoient être aſſujettis à aucune inégalité réelle; en un mot qu'ils ne devoient pas se faire autrement que dans des orbites circulaires. Mais cette opinion ou prétendue vérité a été jugée par le grand Kepler absolument fauſſe, & il a démontré qu'elle n'avoit aucun fondement. Car ayant examiné avec le plus grand soin les mouvemens céleſtes, & ayant comparé les plus récentes & les plus exactes observations qui furent faites vers la fin du seizieme siecle par le fameux Tycho-Brahé; il nous a fait connoître la fauſſeté de ce qu'avoient supposé les Anciens, & de quelle maniere cela devoit être incompatible avec les vrais mouvemens des Corps céleſtes. En un mot Kepler a démontré par les observations & par les faits, que les mouvemens de tous les Aſtres n'étoient point exempts d'inégalités réelles, & que leurs orbites bien loin d'être circulaires, s'écartoient souvent de cette figure d'une quantité aſſez considérable. Ainsi il a fallu reconnoître (puisque les observations des diametres l'ont décidé, ce qui a mis fin à toutes les disputes) que les orbites des Planetes sont des ovales ou de vraies ellipses qui different du cercle les unes un peu plus & les autres un peu moins; mais qui en different aſſez sensiblement pour nous faire connoître que les inégalités du mouvement des Planetes ne sont plus de simples apparences; qu'en effet ces mouvemens sont inégaux & réels dans toutes les Planetes, & que c'eſt là l'une des principales causes de leurs viteſſes plus ou moins grandes, quoique dans leurs ellipses elles se trouvent plus ou moins éloignées du Soleil.

égaux, & si en effet leurs orbites ne sont pas circulaires.

Les orbites des Planetes sont des ellipses.

L'Ellipse eſt une ligne courbe très-connue des Géo-

Maniere de décrire l'ellipse.

metres, & dont ils démontrent les différentes propriétés. L'origine de cette courbe n'eſt pas difficile à découvrir : c'eſt la ſection qui ſe fait lorſqu'on coupe obliquement un cone ou un cylindre. Mais nous ferons peut-être mieux connoître ici cette courbe par une opération méchanique, que s'il falloit renvoyer le Lecteur aux ſections obliques du cone ou du cylindre. C'eſt pourquoi imaginons deux aiguilles ou bâtons enfoncés perpendiculairement ſur une table ou ſur un terrein uni, dont l'une demeure immobile en *H* & l'autre en *G* : ſuppoſons auſſi que l'on ait une corde ou un fil, lequel étant plié en deux & noué par ſes extrémités ſoit un peu plus long que la diſtance *HG*. Si donc ce fil eſt mis à l'entour des deux aiguilles, & que l'on poſe un ſtilet au-dedans, de maniere qu'on le faſſe tourner en rond, ayant toujours attention de tenir le fil tendu, la pointe du ſtylet décrira par cette opération une ligne courbe qui ſera l'ellipſe que l'on demande. Si l'on vouloit décrire une autre ellipſe un peu moins allongée, ou qui approchât plus de la figure du cercle, on pourroit diminuer la diſtance des deux aiguilles *HG*, ſans changer pour cela l'étendue qu'occupe le fil qu'on ſuppoſe toujours noué par ſes deux extrémités : l'on pourroit même approcher tellement les deux aiguilles, que l'ellipſe ſe confondroit peu à peu avec la figure circulaire. Car ſi ces deux aiguilles ſe trouvent enfin réunies au même point, c'eſt-à-dire, s'il n'y avoit plus qu'une ſeule aiguille en *C*, la pointe du ſtylet tournée en rond par le moyen du fil (qui dans tous ces mouvemens doit toujours être également tendu) décriroit alors un cercle parfait.

PLANCHE II. *Figure 6.*

Les foyers de l'ellipſe.

Dans l'ellipſe que nous avons décrite ci-deſſus, les points *H* & *G*, où étoient placées les deux aiguilles, ſe nomment les *deux foyers de l'Ellipſe :* le point *C*, qui ſe trouve au milieu de la ligne *HG*, c'eſt-à-dire, à égale diſtance des deux foyers, eſt *le centre de l'Ellipſe :* & enfin la ligne *DK*, qui paſſe par ce centre, par les foyers, & qui ſe termine de part & d'autre dans la circonférence de l'ellipſe, ſe nomme l'*Axe*. Or il ſuit de cette génération de l'ellipſe, que ſi l'on tire de quelque point que ce ſoit de ſa circonférence, tel que *B*, aux deux foyers *G* & *H* les lignes *BG*, *BH*, la ſomme de ces deux lignes ſera néceſſairement égale à l'axe *KD* de l'ellipſe, c'eſt-à-dire, à la longueur du fil moins la diſtance des foyers *HG*.

Selon Kepler, le Soleil au lieu de ſe trouver au centre d'une courbe ſemblable à celle que nous venons de décrire, eſt placé en *S*, conformément aux Obſervations, c'eſt-à-dire, dans l'un des deux foyers de la courbe. Les Aſtronomes appellent l'axe *AP* de l'ellipſe, *la ligne des Apſides :* le point *A* eſt l'*Aphélie*, *P* le *Perihélie*, & la diſtance *SC* entre le Soleil & le centre de l'ellipſe, ſe nomme l'*Excentricité*. Si du centre de l'ellipſe on éleve à l'axe la ligne perpendiculaire *CE* qui ſe termine au point *E* de ſa circonférence, & que de ce point *E* on tire au Soleil la ligne droite *SE*, cette ligne repréſentera *la diſtance moyenne de la Planete au Soleil :* car elle eſt égale à la moitié de l'axe *CA* ou *CP*, & par conſéquent repréſente la moyenne proportionnelle arithmetique entre la plus grande & la plus petite diſtance *SA*, *SP* de la Terre au Soleil. Il faut bien remarquer à l'égard des Planetes, que quelques orbites, quoiqu'elliptiques, ne different pas conſidérablement de la figure circulaire. Celle de la Terre, par exemple, eſt telle que l'excentricité *SC* n'eſt gueres que dix-ſept fois la millieme partie de la moyenne diſtance *SE*; c'eſt-à-dire, que ſuppoſé cette diſtance *CE* de 1000 parties, *SC* n'en contiendroit que 17. A la vérité cette excentricité du Soleil n'eſt gueres que la moitié de celle qui a été ſuppoſée par les anciens Aſtronomes : mais il n'étoit plus poſſible à ceux-ci, à moins que de la ſuppoſer

PLANCHE II. *Figure 7.*

La ligne des Apſides.

L'Aphélie.

Le Perihélie.

L'Excentricité : ce que c'eſt.

Ce qu'il faut entendre par la moyenne diſtance.

Quelle eſt l'excentricité de l'orbite de la Terre.

deux fois plus grande qu'elle n'a été découverte en ces derniers tems, d'expliquer conformément aux Obſervations, les apparences du mouvement du Soleil en y employant une orbite circulaire.

Comment les Planetes ſe meuvent dans une ellipſe.

Les Planetes ne ſe mouvant donc pas uniformément dans des ellipſes, elles ont un mouvement qui augmente en effet juſqu'à un certain point, & qui diminue enſuite ſelon une même loi conſtante. On ſçait aujourd'hui que le rayon tiré du Soleil à la Planete, décrit par un mouvement continuel des Aires elliptiques proportionnelles au tems. Par exemple, la Planete partant du point *A* emploie un certain eſpace de tems à venir en *B*, de maniere qu'elle décrit pendant cet intervalle de tems l'aire *ASB*, ou plutôt cette aire eſt décrite par le rayon qui a ſes extrémités dans la Planete & dans le Soleil. Mais ſi l'on conſidere de la même maniere, lorſque la Planete part du point *P*, le tems qu'elle emploie à parvenir en *D* (qui eſt le point de ſon orbite où la ligne *SD* tirée du Soleil forme une aire *PSD* égale à l'autre aire *ASB*) ce tems ſe trouvera égal au premier; c'eſt-à-dire, que dans des tems égaux la Planete aura paru parcourir les arcs de l'ellipſe *AB*, *PD*, qui, comme l'on voit, ſont fort inégaux entr'eux. Or il eſt évident que ſi l'on eût pris d'abord ces aires, & par conſéquent les arcs décrits par la Planete, extremement petits, ils euſſent été alors à très-peu près en raiſon réciproque de leur diſtance au Soleil. Car puiſqu'on a ſuppoſé les aires parfaitement égales, l'arc *PD* doit ſurpaſſer d'autant l'arc *AB*, que la hauteur *PS* de l'aire *PSD* eſt ſurpaſſée par la hauteur *AS* de l'autre aire *ASB*. La démonſtration de tout ce que nous venons de dire ſur le mouvement des Planetes dans des orbes elliptiques a été donnée par le fameux Kepler dans ſes Commentaires ſur le mouvement de Mars, & elle a été conſtatée depuis par d'autres preuves ſi ſolides, que tous les

Elles décrivent des Aires égales dans des tems égaux.

M. Newton a démontré que les Planetes de-

Aſtronomes l'ont adoptée unanimement en ces derniers tems ſur-tout après en avoir connu la vraie cauſe phyſique : cette hypotheſe de Kepler ſatisfait merveilleuſement à tous les phénomenes. Au reſte l'arc de cercle compris entre les deux rayons prolongés dans le Ciel étoilé, l'angle qu'il meſure ou bien l'aire *ASG*, qui eſt toujours proportionnelle au tems, s'appelle l'*Anomalie moyenne* de la Planete. Il faut bien diſtinguer cet angle proportionnel au tems dans le Ciel étoilé, de l'angle *ASG* qu'on nomme l'*Anomalie vraie* de la Planete parvenue en *G*. L'anomalie moyenne auſſi-bien que l'Anomalie vraie de la Planete, ſe compte l'un & l'autre depuis l'Aphélie : mais ſi l'on veut compter depuis ♈, ou le commencement du ſigne du Belier, alors ce nom d'Anomalie ſe change en celui de *Mouvement de la Planete en longitude*, lequel eſt auſſi de deux ſortes, ſçavoir le *moyen Mouvement*, tel qu'il paroîtroit véritablement ſi l'œil étant au centre d'une orbite circulaire, voyoit décrire à la Planete cette même orbite d'un mouvement toujours égal & uniforme. Le *Mouvement vrai* eſt celui que l'on voit décrire à la Planete, l'œil étant placé au foyer *S* de ſon orbe elliptique : il eſt ſucceſſivement accéleré ou retardé, ſelon les différentes diſtances de la Planete au Soleil.

voient décrire des ellipſes, ſi l'on admet une péſanteur univerſelle vers le Soleil, & qui agit ſur les Corps céleſtes en raiſon renverſée du quarré de leur diſtance à cet Aſtre.

Anomalie moyenne.

Anomalie vraie.

Moyen mouvement en longitude.

Mouvement vrai de la Planete en longitude.

De cette maniere il eſt facile de déterminer le vrai lieu de chaque Planete dans ſon orbite pour quelque tems que ce ſoit depuis ſon paſſage par l'aphélie : car ſi l'on diviſe continuellement l'aire elliptique par la droite *SG*, de maniere qu'il y ait un même rapport entre le tems de la révolution péridioque de la Planete & le tems donné, comme entre l'aire totale ou la ſurface entiere de l'ellipſe & l'aire *ASG* ; le quatrieme terme de la proportion donnera la poſition de la ligne *SG*, & par conſéquent le point *G*, qui eſt le vrai lieu de la Planete que l'on cherche. Les

Comment on détermine le lieu d'une Planete dans ſon orbite.

Géometres ont publié depuis Kepler un grand nombre de ſolutions différentes de ce probleme ; ils nous ont, disje, enſeigné la vraie méthode de couper l'aire elliptique dans une raiſon donnée : nous en parlerons plus particulierement & d'une maniere plus étendue en ſon lieu.

Pourquoi le plus grand chaud arrive lorſque le Soleil eſt à notre égard dans ſa plus grande diſtance de la Terre.

On ſera peut-être ſurpris que le Soleil étant beaucoup plus éloigné de nous en Eté que pendant l'Hiver, nous reſſentions cependant un grand chaud pendant l'Eté, au contraire de ce qui devroit arriver & que le froid ſoit d'ailleurs ſi conſidérable pendant notre Hiver. Mais c'eſt qu'il faut conſidérer ici pluſieurs cauſes du chaud & du froid. S'il n'y avoit qu'une ſeule & unique cauſe, ſçavoir celle dont nous venons de parler, il eſt hors de doute que le contraire arriveroit de ce que nous éprouvons : mais les autres cauſes la détruiſent du moins en partie, ou ſans l'anéantir totalement. Une des plus fortes raiſons que l'on puiſſe apporter de la chaleur pendant l'Eté, c'eſt que les rayons du Soleil tombent ſur la Terre beaucoup plus directement dans cette ſaiſon, & produiſent par conſéquent, de même qu'une balle lancée contre un mur, un effet tout autre, que lorſqu'ils ſont fort obliques à notre égard, ainſi qu'il arrive pendant l'Hiver. D'ailleurs toutes choſes égales, il tombe beaucoup plus de rayons ſur une ſurface, lorſqu'ils ſont à très-peu près perpendiculaires, que lorſqu'ils ſont obliques. De plus en Hiver comme les rayons du Soleil traverſent fort obliquement notre Atmoſphere, & par conſéquent l'air groſſier qui nous environne, ils parcourent alors un plus grand eſpace de cet air groſſier qu'ils ne font pendant l'Eté lorſqu'ils tombent aſſez directement. Or il ſuit de là que la force de ces mêmes rayons eſt dans le premier cas, pour ainſi dire, amortie à cauſe des différentes réfractions qu'ils ſont obligés de ſouffrir : ces rayons ſont beaucoup plus briſés à midi pendant l'Hiver que pendant l'Eté ; & c'eſt pour cette raiſon que

lorſqu'ils

lorſqu'ils tombent le plus obliquement qu'il eſt poſſible, comme il arrive toutes les fois que le Soleil parvient à l'horizon, alors on peut ſans aucun riſque regarder cet Aſtre, ſoit dans la lunette, ſoit à la vûe ſimple, ce qui n'arrive pas à beaucoup près lorſqu'il eſt à de plus hauts degrés d'élévation, & ſur-tout dans les grands jours d'Eté vers le midi.

La cauſe de l'augmentation de la chaleur vient principalement de ce que les jours d'Eté ſont beaucoup plus longs que les nuits.

Mais il y a une raiſon beaucoup plus forte & qui influe bien davantage que toutes les autres ſur la viciſſitude des ſaiſons. L'on ſçait communément qu'un corps dur & compact s'échauffe d'autant plus qu'il demeure expoſé à un feu violent. Or en Eté la Terre eſt échauffée par les rayons du Soleil pendant ſeize heures continuelles, & ne ceſſe de l'être que pendant huit heures: on peut auſſi remarquer que c'eſt tout le contraire pendant l'Hiver ; d'où l'on voit clairement pourquoi il doit y avoir une ſi grande différence de chaleur dans ces deux ſaiſons.

OBJECTION.

On pourroit objecter ici. Puiſque la force des rayons du Soleil eſt la plus grande lorſqu'ils tombent le plus directement qu'il eſt poſſible, ils doivent par conſéquent cauſer une plus grande quantité de chaleur dans les plus longs jours d'Eté, & le plus grand chaud devroit ainſi ſe faire ſentir lorſque le Soleil entre dans l'Ecreviſſe : car c'eſt alors qu'il s'approche le plus du point qui eſt à plomb ſur notre tête & que ſes rayons nous frappent plus directement & ſe répandent ſur notre horizon pendant l'intervalle de tems le plus conſidérable. Cependant au contraire ce n'eſt preſque jamais que long-tems après le Solſtice d'Eté que commencent les plus grandes chaleurs ; & de l'aveu de tout le monde nous ne les reſſentons gueres que vers la fin du mois de Juillet ou dans le mois d'Août lorſque le Soleil a traverſé le ſigne entier de l'Ecreviſſe.

REPONSE.

Je répons qu'il faut bien ſe donner de garde de conſidérer l'action du Soleil ſur les corps terreſtres qu'il échauffe, On explique ici pourquoi la chaleur n'eſt pas la plus grande lorſque le Soleil parvient au Tropique, c'eſt-à-dire, lorſqu'il paroît s'élever à ſa plus grande hauteur ſur l'horizon.

de même que celle de la lumiere, laquelle n'eſt gueres que paſſagere : car cette action a un effet permanent & d'aſſez longue durée. Un corps qui eſt une fois échauffé par le Soleil, demeure encore échauffé fort long-tems quoiqu'il n'y ſoit plus expoſé. La raiſon en eſt fort ſimple. Les rayons ou particules de chaleur qui viennent du Soleil, pénetrent, ou ſont abſorbés du moins pour la plus grande partie, par les Corps qui leur ſont expoſés : ils s'y introduiſent peu à peu ; ils y reſtent même aſſez pour y exciter une grande chaleur ; & les corps ne commencent à ſe refroidir qu'à meſure que cette chaleur s'évapore, ou ſe communique à l'air qui l'environne. Mais ſi un corps eſt toujours plus échauffé qu'il ne perd de ſa chaleur, ſi les intervalles de tems ſont inégaux, enſorte qu'il perde bien moins de chaleur qu'il n'en a acquis, il eſt certain qu'il doit recevoir continuellement de nouveaux degrés d'augmentation de chaleur. Or c'eſt préciſément le cas qui arrive à la Terre. Car lorſque le Soleil paroît au Tropique du ♋ les degrés de chaleur qui ſe répandent chaque jour tant dans notre air que ſur la Terre augmentent preſque continuellement. Il n'eſt donc pas ſurprenant que la Terre s'échauffe de plus en plus & même fort au-delà du tems du Solſtice. Suppoſons, par exemple, qu'en Eté dans l'eſpace d'un jour, c'eſt-à-dire, pendant tout l'intervalle de tems que le Soleil paroît ſur notre horizon, la Terre & l'air qui nous environnent reçoivent cent degrés de chaleur ; mais que pendant la nuit, qui eſt alors beaucoup plus courte que le jour, il s'en évapore cinquante ; il reſtera encore cinquante degrés de chaleur : le jour ſuivant le Soleil agiſſant preſqu'avec la même force, en communiquera à très-peu près cent autres, dont il ſe perdra encore environ cinquante pendant la nuit. Ainſi au commencement du troiſieme jour, la Terre auroit acquis déja cent degrés de chaleur. D'où il ſuit que puiſqu'elle acquiert pour lors beaucoup plus de chaleur pendant le jour, qu'elle n'en perd pendant la nuit, il se doit faire en ce cas une augmentarion très-considérable. Mais après l'Equinoxe les jours venant à diminuer, & les nuits devenant beaucoup plus longues, il se doit faire une compensation ; de sorte que lorsqu'on est en Hiver, il s'évapore une plus grande quantité de chaleur de dessus la surface de la Terre pendant la nûit, qu'elle n'en reçoit pendant le jour ; ainsi le froid doit se faire sentir à son tour.

CHAPITRE NEUVIEME.

De la Lune, de ses différentes Phases, & de son Mouvement.

De tous les Corps célestes celui qui nous donne le plus de lumiere dans l'absence du Soleil & principalement pendant la nuit, c'est assurement la Lune que nous regardons communément comme une Planete appartenante à la Terre, puisqu'elle est son Satellite, qu'elle l'accompagne ou la suit dans chacun de ses mouvemens périodiques autour du Soleil. Elle est même dans une si grande proximité de la Terre, qu'à peine l'appercevroit-on du Soleil s'en écarter de plus de dix minutes dans ses plus grandes digressions, c'est-à-dire, vers le premier ou le dernier quartier. Mais puisque la Lune est le Satellite de la Terre & qu'elle est emportée chaque année avec elle d'un mouvement commun autour du Soleil, il faut donc qu'elle fasse aussi chaque mois autour de la Terre ses révolutions périodiques dans une orbite particuliere & qui lui soit propre. La principale différence qu'on apperçoit entre les mouvemens des autres Planetes & celui de la Lune se peut aisément concevoir. Car puiſque toutes ces Planetes tournent autour du Soleil qui eſt à très-peu près au centre de leur mouvement, & puiſqu'il les attire, pour ainſi dire, à chaque inſtant, il arrive de là que tantôt elles ſe trouvent aſſez proches de la Terre, & que tantôt elles en ſont prodigieuſement éloignées. Mais il n'en eſt pas tout-à-fait de même à l'égard de la Lune : on doit la regarder comme un Corps terreſtre. Ainſi ſelon les loix de la Gravitation elle ne ſçauroit gueres s'éloigner de nous, mais elle eſt retenue à très-peu près dans tous les tems à la même diſtance, puiſque cette force la détourne continuellement de ſon mouvement rectiligne en la repouſſant vers le centre de la Terre. De cette maniere elle doit faire ſes révolutions autour de ce centre, & par conſéquent elle ne ſçauroit trop changer ſa diſtance. Chaque révolution de la Lune autour de la Terre étant d'environ 27 jours & 8 heures, il reſte à faire voir de quelle maniere lorſqu'elle tourne ainſi autour de nous, elle nous doit paroître ſucceſſivement ſous différentes phaſes ; en un mot pourquoi elle prend différentes figures de Croiſſans, de Quartiers, &c. Il y a certaines choſes dans la nature ſi ſimples par elles-mêmes, & ſi faciles à expliquer qu'on eſt ſouvent fort étonné comment elles nous ont rebuté tant de fois lorſqu'il s'agiſſoit d'en déſigner la vraie cauſe. Rien ne paroît d'abord ſi embarraſſant que de pénétrer la raiſon véritable pourquoi la Lune, ſoit dans ſon décours, ſoit lorſqu'elle croît après ſa conjonction au Soleil, nous paroît tantôt comme un croiſſant fort mince, tantôt coupée en deux parties égales ; pourquoi elle eſt enſuite peu à peu moins altérée dans ſa rondeur ; pourquoi elle eſt pleine ; pourquoi immédiatement après ſon décours elle diſparoît : en un mot pourquoi on ne la voit quelquefois vers le ſoir, que pendant quelques heures, comme auſſi d'autres fois quelques heures de grand matin. Il eſt encore à remarquer qu'on l'apperçoit auſſi ſoit à différentes ſoit à pareilles phaſes, tantôt fort haute & tantôt baſſe; tantôt vers le Nord & tantôt vers le Midi, & cela même dans certaines années, beaucoup plus avant que ne nous paroît le Soleil aux ſolſtices d'Hiver & d'Eté. Ces ſortes d'obſervations avoient été faites autrefois avec un très-grand ſoin par *Endymion*, qui vraiſemblablement n'en avoit laiſſé échapper aucune circonſtance remarquable. C'eſt, ſans doute, ce qui a fait dire aux Poëtes qu'il étoit en commerce avec la Lune, dont ils l'ont ſuppoſé éperduement amoureux. Mais voici l'explication de toutes ces apparences.

La Lune eſt un Corps opaque à très-peu près de figure ronde, ſemblable à la Terre, c'eſt-à-dire, compoſée d'une matiere fort denſe, & ayant diverſes inégalités dans ſa ſurface. Elle emprunte ſa lumiere du Soleil, qu'elle nous reflèchit enſuite; car elle n'eſt point lumineuſe par elle-même. En effet, comme cette quantité prodigieuſe de lumiere qui émane du diſque du Soleil & ſe répand de tous côtés, rencontre la Terre, la Lune & les Planetes, qui ſont des Corps ronds & opaques; il s'en trouve donc continuellement une moitié d'éclairée, ſçavoir celle qui regarde le Soleil; l'autre moitié étant de neceſſité plongée dans l'ombre, comme on l'a déja expliqué dans les Chapitres précédens. Mais cette même moitié du globe de la Lune qui eſt éclairée du Soleil, n'eſt pas toujours celle que nous devons appercevoir : cela ne peut arriver qu'une ſeule fois, ſçavoir dans la pleine Lune. Ainſi ſelon les différentes ſituations de la Lune par rapport à la Terre & au Soleil, nous la voyons éclairée de différentes manieres : & c'eſt ce qui fait que nous ne ſçaurions appercevoir qu'une partie plus ou moins grande de l'hémiſphere éclairé : c'eſt la ſeule raiſon pourquoi nous voyons la Lune d'abord entiere, enſuite moins grande, plus petite encore, & enfin diſparoître tout-à-fait. Une figure fera peut-être comprendre

PLANCHE II. *Figure* 8.

ceci un peu plus facilement. Soit le Soleil au point *S*, la Terre en *T*, & l'arc *RTZ* une partie de l'Ecliptique ou de l'orbite que la Terre décrit en une année autour du Soleil. Soit aussi *ABCDEFGH* l'orbite que la Lune décrit chaque mois autour de la Terre par son mouvement qui se fait remarquer assez sensiblement chaque jour d'Occident en Orient. Si l'on tire par les centres de la Lune & du Soleil les lignes droites *SL*, & qu'on fasse passer par le centre *L* de la Lune un plan *MLN* perpendiculaire à la direction de cette ligne *SL*; ce plan formera dans la superficie du globe lunaire un cercle qui sera *le Terme de la Lumiere & de l'Ombre*, & qui séparera l'hémisphere éclairé de la Lune, de celui qui se trouve plongé dans les ténebres. Si l'on tire de la même maniere les lignes *TL* par le centre de la Terre & de la Lune, & que par le point *L*, qui est le centre de la Lune, l'on fasse encore passer un plan *PLO* perpendiculaire à la direction de *TL*; ce plan formera dans la surface de la Lune un autre cercle qui séparera l'hémisphere visible de la Lune, de celui qui nous est caché par la rondeur de ce globe. Or on peut appeller ce dernier cercle, *le Terme où se borne notre vûe à la surface de la Lune*.

Explication du Mouvement de la Lune d'Occident en Orient.

Situation du cercle qui représente dans la Lune le terme de la lumiere & de l'ombre.

Situation du cercle où se borne notre vûe à la surface du globe lunaire.

Il est aisé d'appercevoir maintenant que lorsque la Lune est en *A*, c'est-à-dire, dans le point de son orbite où elle nous paroît en opposition au Soleil, alors le cercle qui est le Terme de la lumiere & de l'ombre, & celui où se borne notre vûe à la surface de la Lune, ne sont qu'un seul & même cercle; & partant que tout l'hemisphere éclairé de la Lune doit être alors tourné vers nous; il doit, dis-je, être apperçu en entier en quelque point de la Terre que nous soyons, & c'est-là le véritable tems où la Lune doit nous paroître dans son Plein. Ainsi les oppositions de la Lune au Soleil, peuvent être regardées comme les vrais momens ausquels arrivent les pleines lu-

La pleine Lune.

nes ; car c'eſt le ſeul tems où la Terre ſe trouve dans la ligne droite qui paſſe par les centres de la Lune & du Soleil, ou que ces deux Aſtres nous paroiſſent dans les points du Ciel oppoſés. Mais lorſque la Lune ſe ſera avancée juſqu'au point *B* de ſon orbite, le demi-cercle éclairé *MPN* ne ſera plus entierement vû de la Terre, puiſque la partie *MP* n'en ſçauroit être apperçue. Ainſi le reſte de l'hemiſphere éclairé de la Lune que l'on obſervera pour lors ne doit plus avoir la rondeur d'un cercle, mais on appercevra le diſque ſenſiblement altéré dans une partie de ſa circonférence. En un mot la Lune nous paroîtra ſous une phaſe ſemblable à celle qu'on voit au point *B* dans la neuvieme figure. Enſuite la Lune venant au point *C* de ſon orbite, & l'angle *CTS* qu'elle nous paroît former avec le Soleil étant d'un quart-de-cercle ou de 90°, il n'eſt plus gueres poſſible d'appercevoir qu'environ la moitié du diſque éclairé de la Lune *MPN*, & en ce cas la Lune paroîtra dans ſon quartier comme il eſt repréſenté au point *C* de la neuvieme figure. On nomme auſſi la Lune *Dichotome* le tems auquel cet Aſtre paroît en quartier : cette ſituation de la Lune eſt telle qu'il ſe trouve en ce moment un arc de près de 90° ou d'un quart-de-cercle entre la Lune & le Soleil. Cet aſpect de la Lune a été nommé pour cette raiſon *Quadrat* : mais on dit encore plus communément que la Lune eſt dans ſes Quadratures. Quelque tems après la Quadrature, la Lune s'avançant en *D*, nous ne voyons pour lors qu'une petite portion *PN* de ſon hémiſphere éclairé, la plus grande partie *ON* de l'hémiſphere ou du diſque *ONP* qui eſt tourné vers la Terre, étant abſolument plongé dans l'ombre : or c'eſt ce qui fait que nous voyons alors la Lune en croiſſant ; car ſa ſurface étant ſphérique, & néantmoins regardée par le commun des hommes comme un diſque plat, il doit s'enſuivre qu'à chaque fois que le cercle qui eſt le terme de la lumiere

Les autres phaſes de la Lune.

Le diſque de la Lune altéré dans ſa rondeur, ou *Luna Gibboſa*.

La Lune Dichotome ou ſéparée en deux aux tems des Quadratures.

La Lune en croiſſant.

& de l'ombre, & celui où ſe termine notre vûe dans la ſurface de la Lune, formeront un angle aigu ou plus petit qu'un droit, alors la partie de l'hémiſphere éclairé de la Lune, nous paroîtra comme un croiſſant, c'eſt-à-dire comme en *D* de la neuvieme figure. Enfin lorſque la Lune ſera parvenue en *E*, l'on ne pourra appercevoir d'aucun point de la ſurface de la Terre, la moindre partie de l'hemiſphere éclairé de la Lune, l'hemiſphere plongé dans l'ombre étant alors exactement tourné vers nous. Or comme ce cas arrive à chaque conjonction de la Lune & du Soleil, c'eſt-à-dire, lorſque ces deux Aſtres répondent au même point de l'Ecliptique, ces conjonctions doivent par cette raiſon répondre préciſément aux tems des nouvelles Lunes. Juſqu'ici nous venons de conſidérer toutes les phaſes que l'on obſerve dans le décours ou depuis la pleine Lune juſqu'à la nouvelle : paſſons maintenant à celles qui ſont formées dans l'autre moitié de la révolution. Il paroît évident qu'on doit retrouver préciſément les mêmes phaſes à égales diſtances du Soleil : il y aura cependant cette différence qu'elles doivent être tournées dans un ſens oppoſé : car, ſelon ce qui a été dit ci-deſſus, ſi la Lune s'avance au point *F* de ſon orbite, alors elle nous paroîtra de nouveau comme un croiſſant, mais les pointes des cornes ſeront tournées vers l'Orient, au lieu que dans le décours avant la nouvelle Lune elles étoient tournées vers l'Occident. En *G* dans la Quadrature, ou lorſqu'elle ſera à 90° du Soleil, nous la verrons dans ſon Quartier. Elle nous paroîtra plus grande en *H*; & enfin la Lune ſera Pleine lorſqu'elle ſera revenue au point *A*.

Des nouvelles Lunes, Neomenies, ou inter-lunes.

L'Elongation de la Lune au Soleil.

Au reſte les Aſtronomes entendent par *Elongation de la Lune au Soleil* l'arc *EL* ou l'angle *STL* compris entre les lignes droites tirées des centres de la Lune & du Soleil au centre de la Terre. Or l'arc *MO*, ou la partie du demi-

cercle

cercle éclairé *MON* tournée vers la Terre, & qui meſure l'angle que forment les deux cercles qui repréſentent d'une part le terme de notre vûe, & de l'autre celui de la lumiere & de l'ombre; cet arc, dis-je, eſt à très-peu près égal à l'arc *EL* ou à l'élongation de la Lune au Soleil. Car l'arc *EL* eſt la meſure de l'angle *STL*, qui eſt à très-peu près égal à *PLN*, ou à ſon oppoſé au ſommet *MLO*, ce qui ſe peut démontrer comme il ſuit. Puiſque les angles *TLP*, *MLS* ſont égaux entr'eux étant droits ou chacun de 90°, ſi l'on prolonge la ligne *SL*, vers *X*, & qu'on retranche de l'angle droit les angles égaux *OLS*, *PLX*, puiſqu'ils ſont oppoſés au ſommet; les angles qui reſtent *MLO*, *TLX* ſeront par conſéquent égaux entr'eux. Mais puiſque l'angle *TLX* eſt extérieur ou bien égal aux deux intérieurs oppoſés *STL*, *TSL* du triangle *STL*, il ſuit que l'angle *MLO* ſera égal à ces deux intérieurs. D'un autre côté l'angle *TSL* eſt toujours fort petit, puiſqu'il n'excede pas même dans les Quadratures la ſixieme partie d'un degré ou dix minutes, la diſtance de la Lune à la Terre étant peu conſidérable en comparaiſon de celle du Soleil. On peut donc négliger abſolument cet angle. Partant l'angle *MLO* doit être regardé comme égal à l'angle *STL*, ou l'arc *MO* comme ſemblable à l'arc *EL*.

Voyez la ſituation de la Lune en F. PLANCHE II. *Figure* 8.

Maniere de décrire les phaſes, étant donnée l'élongation de la Lune au Soleil. PLANCHE II. *Fig.* 8 & 10.

Puiſque le plan du demi-cercle *OMP* paſſe par notre œil, ſa projection doit donc ſe faire en une ligne droite; c'eſt-à-dire, qu'il doit paroître comme une ligne droite *OP* ſur le diſque de la Lune: mais il n'en eſt pas de même du cercle qui eſt le terme de la lumière & de l'ombre. Comme nous le voyons preſque toujours obliquement, ſa projection doit être apperçue comme une ellipſe. Cela ſuppoſé, étant donnée l'élongation de la Lune au Soleil, on peut facilement repréſenter la phaſe qui convient au tems propoſé. Car ſoit le cercle *COBP* le diſque apparent de la Lune tel qu'il nous paroît de la Terre, *OP* la projection du demi-cercle *OMP* représentée par une ligne droite à laquelle soit élevé un autre diametre perpendiculaire *BC*: il faut prendre maintenant la ligne *LF*, (en suppósant *LP* pour rayon) égale au cosinus de l'élongation de la Lune au Soleil; & les deux demi-axes *LB*, *LF* étant donnés, on décrira l'ellipse *BFC*, qui séparera sur le disque de la Lune qui est tourné vers nous, la partie éclairée *BFCPB* de celle qui est dans l'ombre.

Planche II. *Figure* 10.

Démonstration de la méthode dont on s'est servi pour déterminer la portion éclairée.

Car puisque dans la supposition que le rayon est *LP*, la ligne *LF* représente le cosinus de l'élongation de la Lune au Soleil, *PF* sera donc le sinus verse qui répond à cette même élongation, & partant la demi-ellipse *BFC*, qui sépare la partie éclairée de la Lune de celle qui est dans l'ombre est ainsi déterminée, puisque, son grand axe étant égal au diametre de la Lune qui est constant, la moitié de l'autre axe est égale au demi-diametre de la Lune moins le sinus verse de l'élongation de la Lune au Soleil. Soit, par exemple, *OBPC* le disque de la Lune tourné vers nous, & *BFC* la demi-ellipse qui sépare la partie du disque éclairée de celle qui ne l'est pas: si l'on tire une droite quelconque *GHN* parallele au petit axe & qui rencontre le grand axe en *M*, alors selon cette propriété générale pour l'ellipse & pour le cercle, les deux rapports de *LP* à *LF* & de *MG* à *MH*, seront égaux entr'eux, ou ce qui est la même chose (en divisant) *LP* sera à *PF* comme *GM* à *GH*. De même si l'on prend le double des antécédens, *PO* sera à *PF* comme *GN* à *GH*. Or comme c'est la même propriété pour toute autre ligne *GN* parallele au petit axe; il suit selon la douzieme proposition du cinquieme Livre d'Euclide, que *PO* doit être à *PF* comme toutes les lignes *GN* à tous les sinus verses *GH*; c'est-à-dire, (puisque toutes les lignes *GN* forment le disque entier de la Lune, & que tous les sinus verses *GH* composent la partie éclairée de la Lune qui nous est visible) que le diametre de la Lune *PO* doit être au ſinus verſe de l'élongation au Soleil, comme le diſque entier de la Lune eſt à la phaſe que l'on s'eſt propoſé de déterminer. Ainſi en quelque tems que ce ſoit, il y aura toujours le même rapport entre la phaſe de la Lune & le diſque entier tel que nous le voyons dans les pleines Lunes, comme entre le ſinus verſe de ſon élongation au Soleil, & le double du ſinus total ou le diametre du cercle.

Il n'eſt peut-être pas inutile de conſidérer ici que comme la lumiere que nous recevons de la Lune n'eſt autre choſe que celle du Soleil qu'elle emprunte, & qui eſt réfléchie vers nous; de même celle de la Terre éclaire la Lune, ou plutôt étant bien plus abondante, réfléchit ſur la Lune une quantité beaucoup plus conſidérable des rayons qu'elle reçoit du Soleil. En effet la ſurface de la Terre ſurpaſſe environ quinze fois celle de la Lune; & ſi l'on ſuppoſe que l'une des deux Planetes n'abſorbe pas une plus grande quantité de rayons que l'autre, & que par conſéquent ces rayons ſoient réfléchis avec une force égale, il doit s'enſuivre que la Lune ſera quinze fois plus éclairée par la lumiere que la Terre réfléchit dans quelque phaſe que ce ſoit, que nous ne recevons de lumiere de la Lune à pareille phaſe. Ce qui ſe peut comprendre d'autant plus facilement, qu'on ſçait déja, ſuivant ce qui a été dit ci-deſſus, qu'un Obſervateur placé dans la Lune, appercevroit la Terre quinze fois plus grande que la Lune ne nous paroît dans le Ciel. Dans les nouvelles Lunes toute la ſurface de la Terre qui eſt éclairée, eſt exactement tournée vers la Lune; c'eſt donc alors qu'elle doit paroître pleine étant vûe de la Lune: mais cette grande lumiere réfléchie vers la Lune, en éclaire toute la partie obſcure qui eſt dans la nuit, ou qui eſt privée des rayons du Soleil, & c'eſt ce que l'on y pourroit appeller *Pleine Terre.* Or on peut expliquer par là d'une maniere aſſez

La Lune eſt encore éclairée par la lumiere de la Terre, laquelle s'y trouve réfléchie principalement vers les tems de la conjonction au Soleil.

La Lumiere Secondaire de la Lune eſt d'autant plus ſenſible que le Croiſſant eſt moins éloigné de la nouvelle Lune.

La Lumiere Secondaire nous fait appercevoir tout le reste du disque lorsque la Lune est en Croissant.

naturelle la cause d'un phénomene que l'on remarque un peu avant ou après la nouvelle Lune, lorsque le Croissant paroît assez foible : on a pu s'appercevoir qu'outre le Croissant qui n'occupe alors qu'une très-petite partie de son disque, le reste, quoique plongé dans l'ombre, puisqu'il ne reçoit point de rayons du Soleil, paroît cependant assez visible, & se distingue même à tel point, qu'on y voit des taches, & qu'il n'est gueres possible de n'y pas soupçonner quelque lumiere. A la vérité cette lumiere est bien moins vive que celle du Croissant, mais elle n'en est pas moins réelle : la preuve qu'on en peut donner, c'est qu'elle va en s'affoiblissant à mesure que la Terre s'écarte du lieu qu'elle occupoit relativement au Soleil & à la Lune, c'est-à-dire à mesure que la Lune s'approche des quadratures & de son opposition au Soleil. Aussi lorsque la Lune nous paroît en opposition, l'Observateur placé dans la Lune, nous appercevroit au contraire en conjonction avec le Soleil, & alors la Terre cesseroit de réfléchir aucune lumiere sur la Lune, puisque son hémisphere obscur est tourné vers cet Astre; ensorte qu'il ne lui seroit pas plus facile d'appercevoir la lumiere de la Terre en conjonction, qu'à nous la Lune dans ses conjonctions ou nouvelles Lunes lorsqu'il n'y a point d'Eclipses. De cette maniere l'Observateur placé dans la Lune ne peut retrouver la Terre qu'un peu après sa conjonction au Soleil, lorsqu'elle reparoît en forme de Croissant. En un mot il doit y observer successivement les mêmes phases que celles que nous remarquons ici à l'égard de la Lune, avec cette différence que ce sera dans des tems contraires ou dans des situations opposées.

Des Mois périodiques & synodiques.

Quoique la révolution de la Lune dans son orbite autour de la Terre, & qu'on nomme communément son *Mois périodique*, se fasse dans l'espace d'environ 27 jours 7 heures 43 min. 5 sec. cependant le tems que cette Planete emploie à retourner vers le Soleil à chaque conjonction est un peu plus long de quelques jours: on nomme ce dernier espace de tems *Lunaison*, ou *Mois synodique*. La cause de ces différences entre les révolutions périodiques & les révolutions synodiques de la Lune est bien facile à découvrir. Elle vient uniquement de ce que la Terre, & par conséquent la Lune qui est son Satellite, s'avance sur l'Ecliptique ou sur le grand orbe, pendant que la Lune parcourt son orbite en 27 jours 7 heures. Dans cet espace de tems le mouvement commun à ces deux Planetes est tel qu'il s'en faut bien peu qu'elles ne parcourent un signe entier d'Occident en Orient; d'où il suit que le point de l'orbite de la Lune qui nous paroissoit au tems de la premiere conjonction dans la ligne droite qui joignoit les centres de la Terre & du Soleil, doit être plus occidental au tems de la conjonction suivante, & qu'ainsi la Lune étant revenue au même point de son orbite, il s'en faudra près d'un signe qu'elle ne paroisse en conjonction avec le Soleil.

Le Mois synodique est de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 sec. 10. tierces.

Soit *AB* une partie quelconque de l'orbite de la Terre, *S* le Soleil, *ACDL* l'orbite de la Lune. Supposons d'abord la Terre en *T* & que la Lune soit au point *L* de son orbite; c'est-à-dire, qu'elle nous paroisse en conjonction avec le Soleil: il est évident qu'après cette premiere conjonction, à mesure que la Lune s'éloignera du point L & qu'elle parcourra son orbite *LACD*, la Terre décrira l'arc *Tt* du grand orbe. Quand donc la Terre sera parvenue au point *t* & que par conséquent l'orbite de la Lune se trouvera portée en *l a c d*, le point *L* doit se retrouver dans la ligne *tl* parallele à la ligne *TL* où la premiere conjonction vient d'être observée. Or il est évident que quoique la Lune ait fait une révolution exacte *l a c d* sur le plan de son orbite, quoiqu'elle se retrouve, dis-je, précisément au point *l*, elle ne nous doit pas pour cela paroître en

PLANCHE II. *Figure* 11.

conjonction avec le Soleil, puisqu'il faut qu'elle parcourre encore l'arc *l M* de sa révolution suivante, avant qu'elle rencontre la ligne droite *t M S* tirée de la Terre au Soleil. Supposant donc le tems de la révolution périodique de la Lune d'environ 27 jours 7 heures, on auroit environ 27° pour l'arc *Tt* que la Terre décrit en même tems sur son orbite, & qui seroit égal à l'arc *l M* à cause des angles alternes égaux *lt M*, *MSL*. Cependant l'arc qui reste à décrire pour que la Lune reparoisse en conjonction avec le Soleil, est encore plus grand que l'arc *l M* ou *Tt*, à cause que la Terre se meut encore quelque peu au-delà du point *t* dans le commencement de cette seconde révolution; d'où l'on voit que le tems qui s'écoule dans l'espace d'une lunaison, c'est-à-dire, depuis une nouvelle Lune jusqu'à la suivante, doit s'étendre à plus de 29 jours, comme d'environ douze heures au-delà, puisqu'en effet le mouvement dont la Lune s'éloigne chaque jour du Soleil n'est que de 12° & quelques minutes. On a nommé ce mouvement comparé, *le Mouvement diurne de la Lune au Soleil.*

Mouvement diurne de la Lune au Soleil.

La Lune ne se meut pas dans le plan de l'Ecliptique, mais elle s'en écarte alternativement au Nord & au Midi.

Si le plan de l'orbite de la Lune n'étoit point différent du plan de l'Ecliptique; c'est-à-dire, si les deux orbites de la Lune & de la Terre, n'avoient aucune inclinaison l'une à l'égard de l'autre; si ces plans, dis-je, ne formoient point entr'eux d'angle sensible, il est très-certain que la trace du mouvement de la Lune que l'on observeroit dans les cieux, seroit la même que celle du Soleil, & que l'un & l'autre Astre parcourreroit exactement le plan de l'Ecliptique. C'est pourquoi il n'y auroit d'autre différence dans l'observation de leurs mouvemens, qu'à l'égard du tems de leurs révolutions périodiques, la Lune paroissant parcourir le cercle entier en un mois, au lieu que le Soleil y emploie toute une année. Mais, parce que le plan de l'orbite de la Lune est sensiblement incliné ſur le plan de l'Ecliptique ou de l'orbite de la Terre; puiſque ces deux orbites ſe coupent ſous un angle d'environ cinq degrés (leur ſection commune ſe faiſant toujours dans une ligne droite qui paſſe par le centre de la Terre) il faut donc ici conſidérer les phénomenes du mouvement de la Lune, qui par cette raiſon doivent être encore changés à notre égard.

PLANCHE II. *Figure 12.*

Suppoſons que l'arc *AB* repréſente une partie de l'orbite de la Terre, & que le cercle *CEDF* ſoit l'orbite de la Lune dont le centre *T* eſt le même que celui de la Terre; il eſt clair que ſi de ce centre *T*, on décrit dans le plan de l'orbite terreſtre, le cercle *CGDH* dont le diametre ſoit égal à celui de l'orbite de la Lune, ce cercle pourra repréſenter l'Ecliptique, enſorte qu'il formera un angle d'environ 5° avec le plan de l'orbite lunaire. Mais puiſque ces deux cercles ont un même centre *T*, & que leur ſection commune ſe fait dans une ligne droite qui paſſe par le centre de la Terre, il eſt clair qu'une moitié *CED* de l'orbite de la Lune ſera élevée au-deſſus du plan de l'Ecliptique *CGDH* du côté du Septentrion, & qu'au contraire l'autre moitié *DFC* ſera abaiſſée ſous ce plan de la même quantité du côté du Midi. Or la ligne *CD*, qui eſt la commune ſection de ces deux cercles, s'appelle *la Ligne des nœuds*, & les ſommets des angles que forment ces cercles en *C* & *D* ſe nomment *les Nœuds* de la Lune. Comme c'eſt au point *C* que cette Planete paſſe de la partie méridionale de ſon orbite dans la partie ſeptentrionale, on l'a nommé pour cet effet *le nœud Aſcendant* ou *la Tête du Dragon*, & on le déſigne par ce caractere ☊; quant à l'autre nœud *D* où la Lune paſſe de la partie ſeptentrionale de ſon orbite dans la partie méridionale, on le nomme *nœud Deſcendant*, ou *la Queue du Dragon*, & on le déſigne par cet autre caractere ☋. Il faut bien faire attention maintenant que ſi la ligne des nœuds étoit immobile, ou ſi elle n'avoit

La ligne des nœuds.

Le nœud aſcendant.

Le nœud deſcendant.

d'autre mouvement que celui qui eſt commun à l'orbite de la Lune & à la Terre dans leurs révolutions périodiques autour du Soleil, cette ligne ſeroit perpétuellement dirigée au même point du Ciel ou de l'Ecliptique; ou plutôt elle ſeroit parallele à elle-même en quelque lieu que l'orbite ſe trouvât dans le cours de chaque année: mais parce qu'elle ſe meut continuellement d'Orient en Occident, ou qu'elle rétrograde contre l'ordre des ſignes, elle ne peut reparoître aux mêmes points des Cieux qu'au bout d'une révolution d'environ dix-neuf ans; ainſi les nœuds ne ſe retrouvent aux mêmes points de l'Ecliptique où on les auroit une fois obſervés de la ſurface ou du centre de la Terre, qu'après une révolution entiere dont la durée eſt d'un peu moins que dix-neuf ans.

Le mouvement des nœuds eſt rétrograde.

Leur révolution s'acheve en 18 ans 224 j. $4^{h}\frac{1}{3}$.

De tout ce que nous venons de dire, l'on peut conclurre qu'à chaque lunaiſon ou chaque révolution de la Lune ſur ſon orbite, nous ne devons l'appercevoir que deux fois ſeulement dans l'Ecliptique, ſçavoir lorſqu'elle eſt dans l'un ou l'autre nœud: car dans tout autre point de ſon orbite, elle ſe trouve plus ou moins écartée du plan de l'Ecliptique, ſelon qu'elle ſera plus ou moins éloignée des nœuds, & le tems auquel la Lune paroîtra dans ſa plus grande diſtance de l'Ecliptique, doit arriver lorſqu'elle ſera également éloignée des nœuds, comme en *E* & *F*: on nomme ces deux points *les Limites*: & la diſtance de la Lune à l'Ecliptique, s'appelle auſſi *la Latitude*. Elle ſe meſure par l'arc d'un grand cercle perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, & que l'on ſuppoſe paſſer par le centre de la Lune. Comme cet arc nous fait connoître la plus grande diſtance entre la Lune & l'Ecliptique, & par conſéquent la latitude; c'eſt pour cette raiſon qu'on a attribué vraiſemblablement à ces ſortes de cercles perpendiculaires à l'Ecliptique, le nom de *cercles de Latitude*. Or la plus grande latitude poſſible de la Lune arrive

Des limites & de la latitude de la Lune.

Les cercles de latitude.

arrive lorſqu'elle ſe trouve en E ou en F dans ſes limites, on l'obſerve auſſi quelquefois de cinq degrés & dix-huit minutes, mais l'angle qui meſure cette grande latitude, a toujours ſon ſommet dans l'un ou l'autre nœud.

CHAPITRE DIXIEME.

Des inégalités du mouvement de la Lune ; de la figure de ſon diſque apparent ; des Montagnes & des Cavités profondes que l'on y apperçoit.

La Lune ſe meut dans une orbe ellipti-que.

COMME toutes les Obſervations Aſtronomiques s'accordent à nous faire connoître que la diſtance de la Lune à la Terre change à notre égard d'une maniere très-ſenſible, c'eſt-à-dire, qu'on l'apperçoit d'abord plus éloignée dans certains points de ſa révolution, & qu'au contraire dans d'autres elle ſe trouve plus proche de nous, paroiſſant alors ſous un bien plus grand angle *; il faut donc néceſſairement que ſon orbite ne ſoit point circulaire, mais une ellipſe qu'elle ſemble décrire autour de la Terre, telle que la courbe $ABPD$ dont le grand axe ou la ligne des Apſides eſt AP, le point T l'un des foyers qu'occupe la Terre, TC l'excentricité, A l'*Apogée* ou le lieu que la Lune occupe lorſqu'elle eſt dans ſa plus grande diſtance de la Terre, & P le *Périgée*, c'eſt-à-dire, le point où la Lune approche de nous le plus près qu'il eſt poſſible. De plus ſi l'orbite de la Lune n'avoit d'autre mouvement que celui qui l'emporte de même que la Terre autour du Soleil dans le cours de chaque année, alors le grand axe de cette orbite elliptique ſeroit toujours parallele

PLANCHE II. *Figure 13.*

Son Apogée & ſon Perigée.

* L'angle ſous lequel le diametre horizontal de la Lune a été obſervé lorſqu'elle étoit Pleine & Périgée, excede un peu 33′ ½ : mais étant Pleine & Apogée on ne l'apperçoit gueres que ſous un angle de 29′ 30″.

à lui-même & nous paroîtroit constamment dirigé au même point des Cieux : c'est pourquoi à chaque retour de la Lune à ce point, cet Astre nous paroîtroit précisément à la même distance de la Terre. Mais il est certain que ce grand axe ou ligne des apsides a un mouvement propre & particulier, ainsi qu'on l'a déja dit à l'égard des nœuds, quoiqu'il y ait bien de la différence, puisqu'au contraire du mouvement des nœuds, celui de l'axe se fait d'Occident en Orient, & par conséquent sa révolution s'acheve suivant l'ordre des signes : en un mot cet axe ou ligne des apsides ne se retrouve au même point du Ciel qu'après un intervalle d'environ neuf ans.

La révolution moyenne de l'Apogée se fait en 8 ans 309 j. 8h 37'½.

Il n'y a point d'Astres particuliers dans les Cieux dont le cours ou l'orbite même se trouvent aussi affectés de mouvemens variés, ni qui soient assujettis à tant d'irrégularités apparentes, que la Lune. Car 1°. lorsque la Terre est dans son aphélie, ou lorsqu'elle est de même que la Lune qui est son Satellite, dans sa plus grande distance du Soleil, le mouvement de ce Satellite nous paroît alors très-rapide : au contraire la Terre étant perihélie, & la Lune se trouvant par cette raison plus près du Soleil, son mouvement nous paroît très-rallenti ; ensorte que la Lune parcourt son orbite, ou, ce qui est la même chose, acheve sa révolution périodique beaucoup plus vîte, la Terre étant aphélie, que lorsqu'elle est perihélie ; & c'est ce qui est cause que les Mois périodiques sont presque toujours inégaux entr'eux.

Différentes inégalités dans le mouvement de la Lune.

2°. Lorsque la Lune est dans les Sisigies, c'est-à-dire, dans la ligne qui passe par les centres de la Terre & du Soleil, on observe alors (toutes choses d'ailleurs étant supposées égales) qu'elle se meut bien plus rapidement.

3°. Selon les différentes distances de la Lune aux Sisigies, c'est-à-dire, à l'égard de ses conjonctions ou oppositions au Soleil, son mouvement est sujet à diverses inégalités : car dans la 1re des quatre parties qui composent chaque lunaison, c'est-à-dire, depuis la conjonction, ou la nouvelle Lune, jusqu'au premier Quartier, son mouvement se rallentit peu à peu; mais il accélere ensuite depuis la quadrature jusqu'à l'opposition. De même dans la troisieme partie de la lunaison il nous paroît retardé peu à peu, mais enfin il augmente ou commence à s'accélérer dans la quatrieme partie de la lunaison, c'est-à-dire, depuis le dernier Quartier jusqu'à la nouvelle Lune. Telle est cette inégalité si célebre que Tycho a découverte le premier & que l'on a nommée jusqu'à ce jour *la Variation.*

Ce que l'on entend par la variation dans le mouvement de la Lune.

4°. Puisque la Lune se meut dans une ellipse, au foyer de laquelle se trouve la Terre, & d'où cet Astre doit paroître décrire des aires ou espaces elliptiques proportionnels aux tems, il faut absolument que de même que les Planetes principales, elle se meuve plus lentement dans l'Apogée, & au contraire très-rapidement dans le Périgée.

5°. Mais l'orbite de la Lune paroît presque continuellement changer de figure; ce n'est jamais une ellipse de même espece; elle est tantôt plus ou moins allongée, son excentricité étant sujette à divers accroissemens ou diminutions. Or la plus grande excentricité de l'orbite de la Lune arrive lorsque le grand axe, ou la ligne des apsides se trouve dans les Sisigies, c'est-à-dire, quand le grand axe convient exactement avec la ligne qui passe par les centres de la Terre & du Soleil; d'où l'on voit que la plus petite excentricité * doit s'observer lorsque ces deux lignes se coupent à angles droits. Il est encore à remar-

L'orbite de la Lune & son excentricité varient jusqu'à souffrir d'assez grands changemens.

* Cela est aisé à reconnoître par les diametres apparens que l'on observe. M. Picard est le premier qui ait découvert que la Lune périgée au 1er & au 2d quartier paroissoit sous un angle d'environ une minute plus petit que lorsqu'elle étoit pleine & périgée; ce qui a fait connoître la loi suivant laquelle l'excentricité de son orbite varioit à chaque lunaison. Celle du Soleil, qui est constante, ne produit dans les moyennes distances qu'une différence d'environ 1° 56' entre son lieu moyen & son lieu vrai, & c'est là sa plus grande Equation du centre. Par les obser-

quer que la différence entre la plus grande & la plus petite excentricité eſt ſi grande que dans le premier de ces deux cas, elle excede la moitié de cette derniere.

Inégalités dans le mouvement de l'Apogée.

6°. L'apogée de la Lune eſt lui-même ſujet à une inégalité très-conſidérable. Car lorſque cet apogée ſe trouve dans la ligne des Siſigies, il paroît ſe mouvoir de même que le Soleil ſelon la ſuite des ſignes : mais dans les Quadratures il eſt au contraire rétrograde. Or les mouvemens de l'apogée, ſoit qu'il s'accélere ou qu'il rétrograde, ne ſont pas toujours égaux : car il doit arriver, lorſque la Lune eſt dans l'un ou l'autre Quartier, que la ligne de ſon apogée, s'avancera bien plus lentement qu'à l'ordinaire, ou qu'il deviendra rétrograde ; au lieu que ſi la Lune eſt en conjonction, le mouvement de l'apogée eſt le plus rapide que l'on puiſſe obſerver.

7°. Le mouvement des nœuds quoique perpétuellement rétrograde n'eſt pas non plus égal ni uniforme, puiſqu'il arrive à chaque fois que la ligne des nœuds ſe trouve dans les Siſigies, que ſon mouvement devient à peine ſenſible, & qu'au contraire le mouvement de cette même ligne ſe fait très-rapidement contre l'ordre des ſignes lorſqu'elle ſe trouve dans les Quadratures.

Il eût été très-difficile, pour ne pas même dire preſqu'impoſſible, ſoit en Aſtronomie, ſoit dans la Phyſique, de découvrir les cauſes de toutes ces inégalités du mouvement de la Lune, ſi le grand Newton ne l'eût entrepris, en y appliquant ſa Théorie de la Gravitation. Suivant cette Théorie l'on démontre d'une maniere fort élégante les loix méchaniques d'où dépendent les mouvemens que l'on a reconnus tant à l'égard de la Lune, que

vations des Eclipſes de Lune, on avoit conclu autrefois la plus petite excentricité de l'orbite de cette Planete, ce qui donnoit pour ſa plus grande équation du centre 5° ou 4° 59′ 30″. Mais de l'obſervation de M. Picard il a fallu conclure que l'équation du centre pouvoit être vers le 1er ou 2d Quartier de 7° 30′ 00″ & qu'ainſi les deux plus grandes équations qui peuvent arriver l'une dans la pleine Lune, & l'autre dans les Quadratures different d'environ 2° 30′.

de ſon orbite apparente. C'eſt une choſe remarquable que l'Aſtre qui eſt le plus proche de la Terre, ſoit celui dont les mouvemens nous ſoient, pour ainſi dire, les moins connus. Ces mouvemens de la Lune ſont néantmoins ſi irréguliers, qu'on n'eſt pas encore parvenu à découvrir entierement ce qui appartient à la Théorie de cette Planete, & cela faute d'une longue ſuite d'Obſervations qui demandent beaucoup de veilles & d'aſſiduités.

La Lune tourne uniformément autour de ſon axe.

Le ſeul mouvement régulier & uniforme que l'on obſerve par rapport à la Lune, c'eſt celui de Rotation autour de ſon axe: il s'acheve préciſément dans le même eſpace de tems que celui de la révolution de cette Planete autour de la Terre. C'eſt-là ce qui fait que nous voyons toujours à très-peu près le même hémiſphere de la Lune. Cette uniformité même eſt cauſe d'une inégalité ſinguliere que l'on obſerve par rapport au diſque apparent de la Lune, cet Aſtre nous paroiſſant avoir une Libration ou eſpece de balancement, tel que feroit un commencement de rotation apparente autour de ſon axe. La libration ſe fait d'abord d'Occident en Orient, enſuite d'Orient en Occident; de ſorte que diverſes régions qui paroiſſoient ſituées vers le bord occidental ou oriental de la Lune, ou ſe cachent, ou ſe montrent alternativement. Il en eſt de même de toutes les autres régions du diſque apparent de la Lune, qui s'approchent auſſi plus ou moins, ou s'éloignent ſucceſſivement de ſa circonférence; en un mot c'eſt-là ce qui a fait donner le nom de *Libration* à ce mouvement qui reſſemble très-bien à une eſpece de balancement. L'une des principales cauſes de cette Libration vient de l'inégalité du mouvement de la Lune dans la circonférence de ſon orbite qui eſt une ellipſe. En effet il eſt évident que ſi la Terre occupoit le centre d'un cercle dont la circonférence ſeroit l'orbite véritable de la Lune, & ſi la Lune employoit à tourner autour de

La Libration.

ſon axe le même eſpace de tems qu'elle employeroit à parcourir la circonférence de ce cercle, aſſurément ce ſeroit toujours le même plan d'un Méridien lunaire qui paſſeroit par notre œil ou par le centre de la Terre; & partant l'on appercevroit exactement chaque jour le même hémiſphere de la Lune. Mais puiſque l'orbite de la Lune eſt une ellipſe dont la Terre occupe le foyer, & que d'ailleurs la rotation de cette Planete autour de ſon axe eſt uniforme; ou ce qui revient au même, puiſqu'un Méridien quelconque de la Lune décrit perpétuellement autour de l'axe des angles proportionnels aux tems, il ſuit que le plan du même Méridien ne ſçauroit être conſtamment dirigé vers le centre de la Terre, mais qu'il doit s'en écarter de part & d'autre juſqu'à un certain point.

PLANCHE II. *Figure* 14. Soit *ALP* l'orbite de la Lune, dont le foyer *T* eſt au centre de la Terre. Si l'on ſuppoſe d'abord la Lune en *A*, il eſt clair que le plan d'un de ſes Méridiens *MN* étant prolongé, paſſera par le point *T*, ou par le centre de la Terre. Or ſi la Lune n'avoit aucune rotation autour de ſon axe, comme elle s'avance chaque jour ſur ſon orbite, ce même Méridien *MN* ſeroit toujours parallele à lui-même, & la Lune étant parvenue en *L*, ce Méridien paroîtroit dans la ſituation repréſentée par *PQ*, c'eſt-à-dire, parallelement à *MN*: mais le mouvement de rotation de la Lune autour de ſon axe qui eſt uniforme, eſt cauſe que le Méridien *MN* change de ſituation; & parce qu'il décrit des angles proportionnels aux tems & qui répondent à quatre angles droits dans l'eſpace d'une révolution périodique, il ſera par conſéquent dans une ſituation *mLn*, telle que l'angle *QLn* qu'il forme avec *PQ*, ſeroit à un angle droit ou de 90°; comme le tems que la Lune emploie à parcourir l'arc *AL* eſt au quart du tems périodique. Mais le tems que la Lune emploie à parcourir l'arc *AL* eſt au quart du tems périodique comme l'aire *ATL* eſt à l'aire

ACL ou au quart de l'aire elliptique; ainſi l'angle *QLn* ſera à un angle droit dans le même rapport: & d'autant que l'aire *ATL* eſt beaucoup plus grande que l'aire *ACL*, de même l'angle *QLn* ſera néceſſairement plus grand qu'un angle droit. Or puiſque *QLT* eſt un angle aigu, il s'enſuit que l'angle *QLn* qui eſt obtus ſera plus grand que l'angle *QLT*, & partant la Lune étant en *L*, ce même Méridien *MN* dont le plan paſſoit par le centre de la Terre lorſque la Lune étoit au point *A*, ne ſçauroit être davantage dirigé vers le point *T* ou vers le centre de la Terre. Il eſt donc vrai de dire que l'hémiſphere viſible de la Lune, ou qui eſt tourné vers la Terre en *L*, n'eſt plus exactement le même qu'il étoit apperçu lorſque la Lune s'eſt trouvée en *A*, & qu'ainſi au-delà du point *Q* de la circonférence du diſque, on pourra découvrir quelques régions qui n'étoient nullement viſibles auparavant. Enfin lorſque la Lune ſera parvenue au point *P* de ſon orbite où elle eſt périgée, comme ſon Méridien *MN* aura préciſément achevé une demi-révolution, alors le plan de ce Méridien paſſera exactement par le centre de la Terre. On verra donc en ce cas le diſque de la Lune au même état que lorſqu'elle étoit apogée en *A*; d'où il ſuit que les termes de la Libration de la Lune ſont l'Apogée & le Périgée, & que ce phénomene peut s'obſerver deux fois dans chaque lunaiſon, ou dans chaque Mois périodique.

La ſurface de la Lune eſt inégale & raboteuſe.

Si la ſurface de la Lune étoit unie ou polie comme ſont nos glaces de miroirs, il s'en faudroit bien qu'elle pût réfléchir ſa lumiere de tous côtés; elle ne nous renverroit qu'une petite image du Soleil preſque imperceptible, & qu'on ne diſtingueroit peut-être qu'à cauſe de l'éclat ou de la vivacité des rayons de lumiere lancés par le Soleil: mais il en ſera autrement, ſi la Lune eſt entierement ſemblable à la Terre. Or ſa ſurface inégale eſt parſemée de montagnes & de cavités qui réfléchissent la lumiere du Soleil de tous côtés ; c'est donc ce qui fait qu'elle nous renvoie les rayons en une bien plus grande quantité, ce qui étoit absolument nécessaire pour que la Terre en fût éclairée pendant les nuits.

Il s'y trouve de très-hautes montagnes.

Ces inégalités ou montagnes que nous prétendons être à la surface de la Lune, ne sont pas peu considérables : elles ne ressemblent pas néantmoins à la plupart de celles que nous voyons communément sur la Terre, car il y a en effet dans la Lune une multitude prodigieuse de montagnes énormes, de profondes vallées, de grandes cavités ou abîmes qu'on n'y auroit peut-être jamais soupçonnés, si l'on n'étoit parvenu à en constater des mesures exactes. D'ailleurs s'il n'y avoit point de semblables inégalités dans la surface de la Lune, si toutes les parties de sa surface étoient dans un niveau parfait, semblable aux eaux de la mer lorsque nous la voyons dans un calme, il est certain que ce seroit toujours une ligne droite ou portion d'ellipse très-réguliere qui détermineroit dans les Quadratures & les autres phases, le terme de la lumiere & de l'ombre. Mais les lunettes d'approche nous le représentent bien différemment ; ce n'est plus une courbure uniforme, mais très-inégale & comme dentelée, ayant dans chaque interruption de profondes cavités qui la rendent irréguliere, & qui la défigurent, pour ainsi dire. Bien plus on voit dans la partie du disque qui n'est point éclairée, quelques endroits lumineux & même fort loin au-delà du terme qui sépare la lumiere & l'ombre : si, par exemple, l'on observe le Croissant environ quatre jours après la nouvelle Lune, on distingue dans la partie obscure divers points lumineux semblables à des pointes de rochers ou aux petites Isles soit de l'Ocean soit de la Méditerranée, & cela bien avant au-delà du terme de la lumiere & de l'ombre. On voit aussi au-dedans de la partie du disque éclairé,

Ce qui est démontré d'une maniere fort évidente.

éclairé, divers petits eſpaces en forme de croiſſans, qui augmentent & qui changent peu à peu de figure à meſure que la Lune croît ou s'approche de ſon oppoſition au Soleil, de ſorte que la lumiere les entourant tout-à-fait, ils ſont enfin confondus dans la partie éclairée lorſque les rayons de cette même lumiere les ont, pour ainſi dire, pénétrés de toute part. Il en eſt de même dans les phaſes ſuivantes d'une infinité d'autres qu'on découvre ſucceſſivement chaque jour, & qui ſortent de la partie obſcure à meſure que la Lune croît. Enfin c'eſt tout le contraire dans le décours : ces mêmes points lumineux ſe trouvent à moitié éclairés dans le ſens oppoſé, de maniere que lorſqu'ils ſont vers le terme de la lumiere & de l'ombre, ils diſparoiſſent ſucceſſivement; mais ce n'eſt pour l'ordinaire, que lorſqu'ils ſe trouvent un peu au-delà de ce terme. Or il ſeroit impoſſible d'obſerver tous ces phénomenes ſi ces points qui nous paroiſſent lumineux, n'étoient pas plus élevés que le reſte de la ſurface de la Lune, & même aſſez élevés pour recevoir plus long-tems la lumiere du Soleil lorſqu'il devient preſque horiſontal à leur égard. Il faut pour cet effet que ces points qu'on remarque aſſez avant dans la partie obſcure au-delà du terme de la lumiere & de l'ombre, ne ſoient autre choſe que les pointes ou ſommets de quelques montagnes très-élevées, qui, à cauſe de leurs hauteurs prodigieuſes, peuvent recevoir beaucoup plutôt la lumiere du Soleil, & c'eſt par une raiſon à peu près ſemblable qu'ils la perdront beaucoup plus tard que les autres points de la ſurface de la Lune. On peut dire auſſi que les taches noires que l'on remarque en même tems dans la partie éclairée aſſez proche du terme de la lumiere & de l'ombre, ſont les cavités où ces vallées ſi profondes qui n'étant pas encore remplies de la lumiere du Soleil dont les rayons ſont pour lors trop obliques à leur égard, n'en reçoivent ſeulement qu'un peu vers

On apperçoit dans la Lune de très grandes cavernes.

leurs extrémités ſupérieures, c'eſt-à-dire, vers les parties les plus élevées de leurs circonférences. Elles doivent donc ainſi nous paroître d'autant plus noires, qu'étant entourées de rayons qui réfléchiſſent une lumiere très-vive, elles s'en trouvent alors privées totalement; & cependant le Soleil venant à s'élever peu à peu, ſes rayons deviennent chaque jour bien moins obliques: auſſi ces taches paroiſſent-elles peu à peu plus éclairées, & l'ombre diminue d'autant plus que le Soleil s'éleve ſur leur horizon, de maniere que lorſque le Soleil ſe trouve une fois vertical ou perpendiculaire, l'ombre s'évanouit, & ces mêmes endroits reſſemblent à d'autres taches lumineuſes. C'eſt peut-être la ſeule raiſon pourquoi il eſt alors très-difficile de les reconnoître ſur le diſque de la Lune: elles ſont dans ce dernier cas confondues avec les pointes ou ſommets des montagnes, puiſqu'elles réfléchiſſent de la même maniere les rayons du Soleil, leur ombre étant ſans doute l'unique cauſe qui pouvoit nous les faire diſtinguer. Cependant il ſemble qu'on doit les reconnoître dans la Pleine Lune, parce qu'elles ſont beaucoup plus éclairées que tout le reſte: en effet ces mêmes vallées ſi profondes réfléchiſſent une plus grande multitude de rayons que les pointes ou ſommets des montagnes. Il eſt donc démontré que la Lune eſt couverte de montagnes & qu'elle a des vallées profondes. Paſſons maintenant à ce qu'il y a de plus particulier à ce ſujet.

La Géométrie fournit un moyen fort ſimple pour meſurer la hauteur des montagnes de la Lune.

PLANCHE II. *Figure 15.*

Il y a ſur la ſurface de la Lune des montagnes beaucoup plus hautes que celles qui ſont ſur la ſurface de la Terre; voici comment les Géométres ou les Aſtronomes les ont meſurées. Soit *EGD* l'hémiſphere éclairé de la Lune, *ECD* le diametre du cercle qui eſt le terme de la lumiere & de l'ombre, *A* le ſommet d'une montagne obſervé, s'il eſt poſſible, au premier inſtant qu'elle commence à paroître. On meſurera par le moyen d'un treillis placé au foyer d'une Lunette, ou ſi l'on aime mieux, avec le micrometre, la diſtance *AE* comme auſſi le diametre apparent de la Lune, ce qui ſera connoître leur rapport. Cela ſuppoſé, puiſque *ES* eſt une tangente au globe de la Lune, ſi l'on tire la droite *AC*, le triangle *ACE* ſera rectangle *, & partant étant données *AE*, *EC*, on connoîtra *CA* dont on retranchera *CB* égale à *CE*, & le reſte *BA* ſera la hauteur de la montagne que l'on cherche. En voici un exemple. *Riccioli* dit que le quatriéme jour après la nouvelle Lune il a obſervé l'inſtant où la montagne qu'il nomme Sainte Catherine a commencé d'être éclairée, & que ſa diſtance *AE* au terme de la lumiere & de l'ombre (lequel paroît quelquefois aſſez régulier) étoit égale à la ſeizieme partie du diametre de la Lune, c'eſt-à-dire, égale à la huitieme partie du demi-diametre. Suppoſant donc *EA* d'une partie dont *EC* en contiendroit 8, les quarrés de *EA* & *EC* ſeront 1 & 64, dont la ſomme 65 ſera égale au quarré de l'hypothénuſe *AC ſelon la* 47^{e} *Prop. du* 1er *liv. d'Euclide.* Or la racine quarrée de 65 eſt 8,062 égale *AC*; c'eſt pourquoi ſi l'on en retranche 8,000 = *BC* ou *CE*, le reſte 0,062 ſera la vraie hauteur de la montagne *AB*; d'où il ſuit que *CB* ou *CE* eſt à *AB* comme 8000 à 62. Or le demi-diametre de la Lune étant d'environ 400 lieues, ſi l'on fait comme 8000 à 62 : ainſi 400 lieues ſont à un quatriéme terme, on trouvera exactement 3,1 lieues pour la hauteur de cette montagne, ce qui eſt environ trois fois la hauteur de nos plus hautes montagnes Européennes.

* *Euclid. liv. 3. prop. 16.*

Varietés ſurprenantes ſur la ſurface de la Lune.

Ceux qui conſidéreront la Lune avec les meilleures lunettes d'approche, y reconnoîtront bien-tôt peut-être avec une ſurpriſe agréable, une variété preſqu'infinie d'objets éclairés, dont les uns ſont ſi éclatans que quelques bons Philoſophes ſe ſont avancés juſqu'à dire que c'étoient des roches d'une matiere ſemblable à nos diamans; d'autres veulent qu'elles reſſemblent à nos perles ; d'autres enfin à des volcans. Toutes ces parties de la Lune ſont ou des montagnes, ou des corps très-ſolides, la plupart très-aiſés à diſtinguer de quantité d'autres taches beaucoup plus étendues & en très-grand nombre qui paroiſſent obſcures ou noirâtres & que l'on a regardées comme des lacs, des marais, ou des mers. Cependant ſi l'on vient à ſe ſervir des plus excellentes lunettes d'approche, on reconnoîtra d'abord que ces grandes taches qu'on a prétendu reſſembler à nos mers, ne ſont point de véritables amas de matieres fluides ; car on y apperçoit une infinité de cavernes ou de cavités très-profondes (ce qui ſe remarque principalement par le moyen des ombres qui ſont jettées au-dedans lorſque la Lune croît ou qu'elle eſt dans ſon décours.) Or c'eſt ce qui ne paroît gueres convenir à une mer d'une vaſte étendue. Ainſi il eſt probable que ces régions de la Lune ne ſont point des mers, mais qu'elles ſont d'une matiere moins dure & moins blanche que les autres contrées des pays montueux. On doit auſſi remarquer que parmi ces taches pâles & comme obſcures, il s'en trouve d'autres petites qu'elles renferment & qui ſont d'une lumiére bien plus vive & même preſqu'auſſi éclatante que les ſommets des montagnes dont nous avons parlé ci-deſſus. Enfin il y a beaucoup d'apparence que ſur la Lune il n'y a jamais de nuages * ni de pluies ; car s'il s'y trouvoit des nuages on les verroit ſe répandre indifféremment ſur les différentes régions du

Il eſt aſſez vraiſemblable qu'il n'y a point de mers dans la Lune.

* Les nuages pourroient néantmoins ſe trouver dans la partie de l'Athmoſphere qui n'eſt point éclairée du Soleil ; car la chaleur qui eſt très-grande dans la partie éclairée (l'unique Hemiſphere qu'il nous eſt permis d'appercevoir) cette chaleur, dis-je, excitée par les rayons du Soleil qui éclairent ſans diſcontinuer ces regions de la Lune pendant près de 15 fois 24 heures, ſuffit, à ce qu'il ſemble, pour rarefier l'Athmoſphere de la Lune. De plus au ſujet de cet Athmoſphere on a remarqué en 1736 & 1738 que l'Etoile *Aldebaran* s'avançoit en *plein-jour* un peu ſur le diſque éclairé de la Lune, où cette même Etoile a diſparu enſuite après avoir entamé très-ſenſiblement le diſque, & cela vers le diametre horiſontal de la Lune.

diſque apparent, ce qui feroit diſparoître aſſez ſouvent ces mêmes régions à notre égard : mais c'eſt ce que l'on n'a jamais remarqué, enſorte qu'il faut que le Ciel y ſoit perpétuellement ſerein. Il ne paroît pas non plus que la Lune ait d'athmoſphere, puiſque les Planetes & les Etoiles fixes qui approchent de ſon bord, ne paroiſſent ſouffrir aucune réfraction.

Voyez cependant l'Obſervation du P. Feuillée Minime & celle de M. de la Hire en 1699.

Parmi les Obſervateurs qui ont tâché de repréſenter la figure de la Lune telle qu'on l'apperçoit avec les lunettes ordinaires, on connoît principalement **Langrenus*, *Hevelius*, *Grimaldi* & *Riccioli*. Ils ont ſur-tout repréſenté dans leurs Selenographies les plus belles taches, & leur ont donné des noms afin qu'on pût mieux les reconnoître. Langrenus & Riccioli dans cette diſtribution n'ont employé d'autres noms que ceux de quelques perſonnes illuſtres ou des principaux Philoſophes; ainſi chaque tache porte le nom d'un Roi, d'un Prince, d'un Philoſophe, ou d'un Mathématicien. Mais Hevelius, qui appréhendoit les guerres civiles qui ſe ſeroient élevées à ce ſujet entre les Philoſophes modernes, au lieu de leur diſtribuer tout ce domaine, comme il ſe l'étoit propoſé, jugea qu'il ſeroit plus à propos d'y appliquer des noms ** de notre Géographie. Il eſt vrai que ces taches ne reſſemblent gueres, tant par rapport à leurs ſituations qu'à l'égard de leurs figures, aux mers & aux continents de notre terre dont ils portent le nom.

Joann. Hevelii Senelographia Gedani, Edit. ann. 1647.

* De toutes les figures de la Lune qui ont été publiées juſqu'à ce jour, on peut dire que celles qui ont été gravées en 1635 par le fameux Cl. *Mellan* par ordre de *Peïreſc* ſur les Obſervations de Gaſſendi (& qui conſiſtent en trois phaſes dont l'une repréſente la Pleine Lune & les deux autres le Premier Quartier & le Décours) ont été regardées ſans contredit comme les meilleures & les plus reſſemblantes. Quoiqu'il n'y ait pas plus de 20 ans qu'elles ſoient devenues publiques, ces mêmes phaſes ſont néantmoins des plus anciennes, puiſqu'elles ont précédé celles d'Hévélius & de Riccioli, qui ſont celles que l'on a le plus imitées & dont les Aſtronomes ont tâché de faire uſage juſqu'à ce jour.

** On a recommandé juſqu'ici aux Aſtronomes ces noms géographiques, qui ne ſçauroient leur devenir trop familiers, principalement à ceux qui veulent étudier dans *Ptolomée* la Géographie ancienne.

TABLE génerale des Phases de la Lune selon la Sélenographie d'Allemagne; avec les termes de la plus grande & de la plus petite Libration publiée par HÉVELIUS en 1645.

1. Palus Marœotis
2. Mons Audus.
3. Mons Porphyrites.
4. Loca Paludosa.
5. Mons Catarractes.
6. Mons Troïcus.
7. Atlas Major.
8. Atlas Minor.
9. Insula Malta.
10. Mons Neptunus.

11. Mons Ætna.
12. Promont. Sin. Apollinis.
13. Insula Didyma.
14. Insula Creta.
15. Insula Vulcania.
16. Insula Corsica.
17. Lacus Niger Major.
18. Mons Argentarius.
19. Mare Adriaticum
20. Mons Mortuum.

21. Mons Sinai.
22. Mons Carpathes.
23. Mons Serrorum
24. Insula Besbicus.
25. Bysantium.
26. Lac. Hyperboreus Inferior.
27. Insula Macra.
28. Mons Amanus.
29. Apollonia Minor.
30. Mons Moschus.

31. Lacus Thospitis
32. Promont. Heracleum
33. Montes Amadoci
34. Promont. Euxinum.
35. Mons Corax.
36. Montes Riphœi.
37. Mons Paropamisus.
38. Mons Nerosus.
39. Insula Major.
40. Promont. Herculeum.

A. Sinus Sirbonis.
B. Mare Pamphilium.
C. Mare Mediterraneum.
D. Sinus extremi ponti.
E. Sinus Atheniensis.
F. Pontus Euxinus.
G. Mare Caspium.
H. Palus Mæotis.

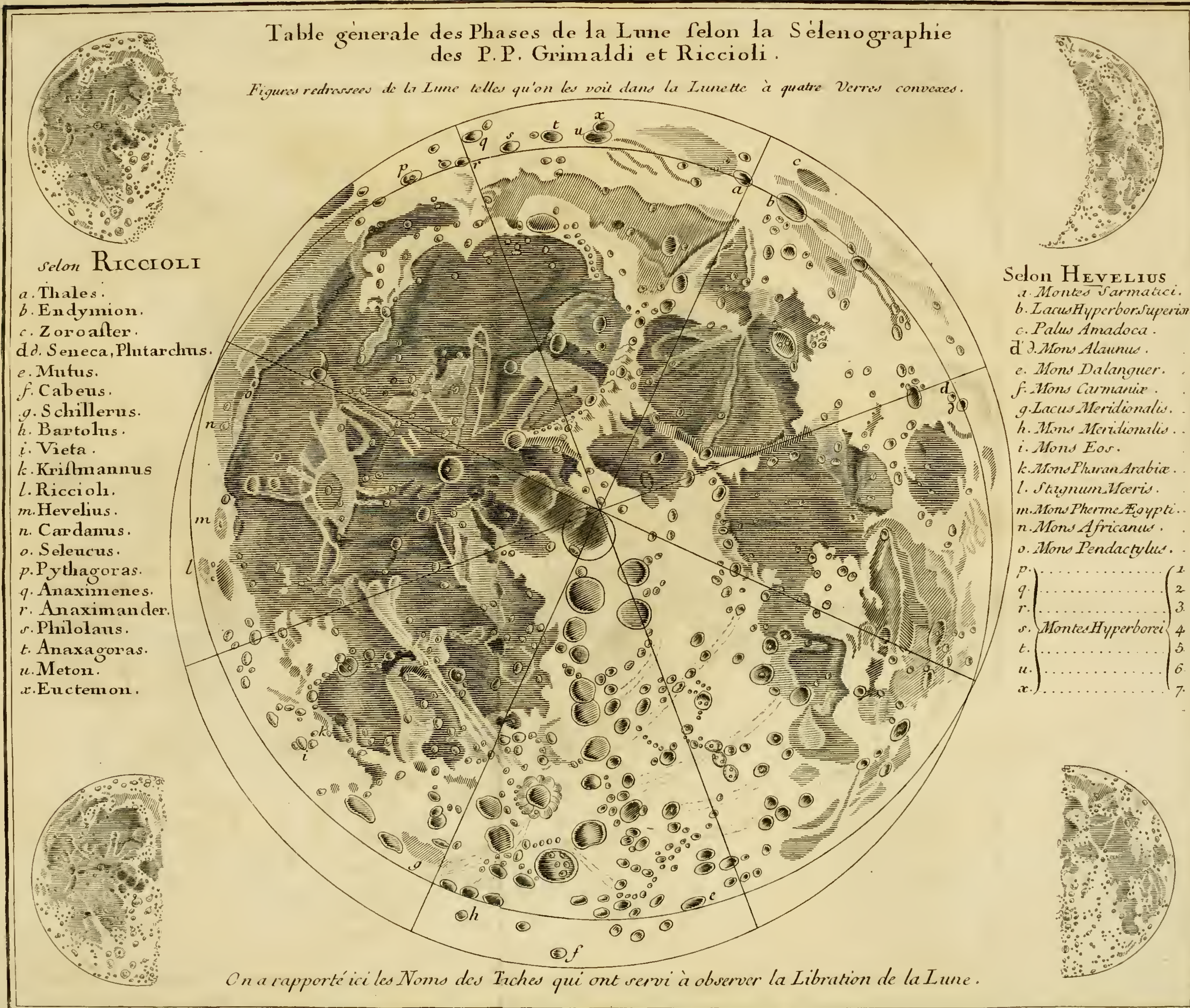


Table génerale des Phases de la Lune selon la Sélenographie des P.P. Grimaldi et Riccioli.
Figures redressées de la Lune telles qu'on les voit dans la Lunette à quatre Verres convexes.
selon Riccioli
a. Thales.
b. Endymion.
c. Zoroaster.
d ∂. Seneca, Plutarchus.
e. Mutus.
f. Cabeus.
g. Schillerus.
h. Bartolus.
i. Vieta.
k. Kristmannus
l. Riccioli.
m. Hevelius.
n. Cardanus.
o. Seleucus.
p. Pythagoras.
q. Anaximenes.
r. Anaximander.
s. Philolaus.
t. Anaxagoras.
u. Meton.
x. Euctemon.
Selon Hevelius
a. Montes Sarmatici.
b. Lacus Hyperbor. Superior.
c. Palus Amadoca.
d ∂. Mons Alaunus.
e. Mons Dalanguer.
f. Mons Carmaniæ.
g. Lacus Meridionalis.
h. Mons Meridionalis.
i. Mons Eos.
k. Mons Pharan Arabiæ.
l. Stagnum Mœris.
m. Mons Pherme Ægypti.
n. Mons Africanus.
o. Mons Pendactylus.
p. q. r. s. t. u. x. Montes Hyperborei 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.
On a rapporté ici les Noms des Taches qui ont servi à observer la Libration de la Lune.

SUR LA PREMIERE EQUATION des Moyens Mouvemens de la Lune.

Le moyen Mouvement de la Lune eſt inégal ſelon les diverſes diſtances de la Terre au Soleil.

LA theorie de la Gravitation a confirmé entierement les inégalités qu'on avoit depuis longtems ſoupçonnées, & que les Aſtronomes commençoient déja à établir à l'égard du moyen mouvement de la Lune. Ce mouvement moyen ne ſçauroit être le même à chaque Lunaiſon, parce que l'orbite de la Lune ſe dilate, pour ainſi dire, plus ou moins par l'action du Soleil, ſelon que la Terre & la Lune ſe trouvent à une plus grande ou à une plus petite diſtance de cet Aſtre.

Le moyen Mouvement d'une Planete n'eſt ſuppoſé égal & uniforme, que parce que chacunes de ſes Révolutions périodiques ſont parfaitement égales ou de même durée.

Ce que l'on a dû entendre juſqu'ici par le moyen mouvement d'une Planete, n'eſt autre choſe, comme on l'a aſſés expliqué ci-deſſus, que le mouvement égal & uniforme d'un corps céleſte, que l'on feint employer le même intervalle de tems que la Planete, à revenir à l'Apogée, c'eſt-à-dire, préciſément au même point de l'orbite d'où on les auroit vu partir. On ſuppoſe pour cet effet que le corps céleſte parcourt la circonférence d'un cercle concentrique à l'orbite de la Planete; & afin de mieux établir les moyens mouvemens, au lieu de ne conſidérer que le tems d'une révolution ſur laquelle il eſt preſqu'impoſſible de ne pas commettre quelque erreur, les Aſtronomes y ont employé les intervalles les plus éloignés qui leur ſoient parvenus, comme de deux ou trois mille ans, pour que les erreurs inévitables des obſervations ſe puiſſent repartir autant de fois qu'il y a de révolutions écoulées. En effet, l'erreur ſur la révolution du Soleil devient par-là deux à trois mille fois moindre, & partant preſqu'inſenſible lorſqu'elle eſt déduite de révolutions auſſi éloignées; au lieu que ſi l'on n'eût jamais obſervé que deux révolutions conſécutives, l'erreur s'y trouveroit entiere, & s'accumulcroit prodigieusement dans la suite. Au reste l'orbite apparente du Soleil ou plûtôt l'orbite de la Terre ne change pas comme celle de la Lune, dont la figure est altérée ou varie continuellement dans l'espace d'une année, c'est-à-dire, à mesure que la Terre & par conséquent la Lune qui est son Satellite, s'approche ou s'éloigne du Soleil. Aussi les moyens mouvemens de la Lune que les Astronomes avoient établis autrefois de la même maniere que ceux du Soleil, ne doivent-ils plus être considérés que d'une maniere vague ou générale, comme on le va voir par ce qui suit; car puisqu'il est certain que chacunes des révolutions de cette Planete à son Apogée sont inégales selon les différentes Lunaisons, on ne sçauroit se dispenser d'introduire ici une nouvelle Equation qui puisse rétablir un mouvement moyen plus ou moins accéléré, selon qu'il est nécessaire.

M. Newton ayant calculé l'Equation annuelle du moyen mouvement de la Lune, trouve (en supposant l'excentricité de l'orbite terrestre de $17\frac{7}{8}$ sur 1000 qui est le rayon du grand orbe) qu'elle peut aller à 11′ 49″; car l'action du Soleil est la plus grande lorsque la Terre est Périgée, & dilate par conséquent pour lors, le plus qu'il est possible, l'orbite de la Lune. Au contraire elle est la plus petite lorsque la Terre est Apogée; ce qui fait qu'alors l'orbite lunaire se contracte, pour ainsi dire, davantage, la pesanteur de la Terre vers la Lune agissant en ce cas avec bien plus d'effet. Or lorsque l'orbite lunaire est la plus dilatée, la révolution de la Lune s'acheve plus lentement; & au contraire la vîtesse de la Lune est la plus grande, lorsqu'environ six mois après l'orbite s'est contractée le plus qu'il est possible. Ainsi l'Equation annuelle qui en résulte est la plus grande dans les moyennes distances de la Terre au Soleil, & doit être nulle, lorsque la Terre se trouve tant au Périhélie qu'à l'Aphélie.

L'Equation du moyen Mouvement de la Lune est toujours soustractive, lorsque l'Equation du centre du Soleil est additive, & au contraire.

La même Théorie * a fait encore découvrir que lors-

* *Philosoph.*

Natur. Princ. Math. lib. 3.

que la Terre eſt au Périhélie, l'action du Soleil qui eſt alors la plus grande, fait mouvoir l'Apogée & le Nœud de la Lune avec plus de vîteſſe qu'au tems de l'Aphélie, & cela en raiſon réciproque des cubes de la diſtance de la Terre au Soleil : les Equations du mouvement de l'Apogée & du Nœud qui en réſultent, ſont ainſi proportionnelles à l'Equation du centre du Soleil. Car le mouvement du Soleil (comme on le démontrera au chapitre XXIII.) eſt toûjours réciproquement comme le quarré de ſes diſtances à la Terre, en ſorte que les inégalités du mouvement de cet Aſtre produiſent dans les moyennes diſtances, ſuivant cette loi, la plus grande Equation du centre du Soleil, de $1^\circ\ 56'\ 26''$. (Ce qu'il faut entendre dans la ſuppoſition que cette plus grande Equation du centre répond à $17\frac{15}{16}$ qui ſeroit l'excentricité de l'orbite terreſtre.) Conſidérant d'ailleurs que ſi le mouvement réel du Soleil étoit réciproquement comme les cubes de ſa diſtance, la ſomme des inégalités qui en réſulteroient, produiroit la plus grande Equation poſſible, de $2^\circ\ 56'\ 09''$, il doit donc s'enſuivre que les plus grandes Equations des inégalités du mouvement de l'Apogée & du Nœud ſeront à $2^\circ\ 56'\ 09''$ comme les moyens mouvemens diurnes, tant de l'Apogée que du Nœud, ſont au moyen mouvement diurne du Soleil; c'eſt-à-dire, que la plus grande Equation du moyen mouvement de l'Apogée ſera de $19'\ 52''$ dans les moyennes diſtances de la Terre au Soleil, comme auſſi celle du Nœud, de $9'\ 27''$. Quant aux autres Equations, elles ſont, comme on l'a déja dit, proportionnelles à chacune des Equations du centre du Soleil; mais l'on voit aſſez que celle de l'Apogée doit s'ajoûter, au lieu que celle du Nœud (qui eſt rétrograde) doit ſe retrancher lorſque la Terre va du Périhélie à l'Aphélie, & que c'eſt le contraire lorſque la Terre deſcend de l'Aphélie à ſon Périhélie.

TABLES

TABLES DU SOLEIL ET DE LA LUNE.

Tables des Moyens Mouvemens du Soleil & de son Apogée.

Années Juliennes.	Moyens mouvemens.				Mouvemens de l'Apogée.				Mouvement des Etoiles fixes.		
	Signe.	D.	M.	S.	*Signe.*	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	11	29	45	40	0	00	01	03	00	00	50
2	11	29	31	20	0	00	02	06	00	01	40
3	11	29	17	00	0	00	03	09	00	02	30
4 B	00	00	01	48	0	00	04	12	00	03	20
5	11	29	47	28	0	00	05	15	00	04	10
6	11	29	33	09	0	00	06	18	00	05	00
7	11	29	18	49	0	00	07	21	00	05	50
8 B	00	00	03	37	0	00	08	24	00	06	40
9	11	29	49	17	0	00	09	27	00	07	30
10	11	29	34	58	0	00	10	30	00	08	20
11	11	29	20	38	0	00	11	33	00	09	10
12 B	00	00	05	26	0	00	12	36	00	10	00
13	11	29	51	06	0	00	13	39	00	10	50
14	11	29	36	46	0	00	14	42	00	11	40
15	11	29	22	27	0	00	15	45	00	12	30
16 B	00	00	07	15	0	00	16	48	00	13	20
17	11	29	52	55	0	00	17	51	00	14	10
18	11	29	38	35	0	00	18	54	00	15	00
19	11	29	24	15	0	00	19	57	00	15	50
20 B	00	00	09	04	0	00	21	00	00	16	40
21	11	29	54	44	0	00	22	03	00	17	30
22	11	29	40	24	0	00	23	06	00	18	20
23	11	29	26	04	0	00	24	09	00	19	10
24 B	00	00	10	53	0	00	25	12	00	20	00
25	11	29	56	33	0	00	26	15	00	20	50
26	11	29	42	13	0	00	27	18	00	21	40
27	11	29	27	53	0	00	28	21	00	22	30
28 B	00	00	12	42	0	00	29	24	00	23	20
29	11	29	58	22	0	00	30	27	00	24	10
30	11	29	44	02	0	00	31	30	00	25	00
31	11	29	29	42	0	00	32	33	00	25	50
32 B	00	00	14	30	0	00	33	36	00	26	40
33	00	00	00	10	0	00	34	39	00	27	30
34	11	29	45	50	0	00	35	42	00	28	20
35	11	29	31	30	0	00	36	45	00	29	10
36 B	00	00	16	19	0	00	37	48	00	30	00
37	00	00	01	59	0	00	38	51	00	30	50
38	11	29	47	39	0	00	39	54	00	31	40
39	11	29	33	19	0	00	40	57	00	32	30
40 B	00	00	18	08	0	00	42	00	00	33	20
60 Bissextiles	00	00	27	12	0	01	03	00	00	50	00
80	00	00	36	16	0	01	24	00	01	06	40
100	00	00	45	20	0	01	45	00	01	23	20
200	00	01	30	40	0	03	30	00	02	46	40
400 Bissextiles	00	03	01	20	0	07	00	00	05	33	20
600	00	04	32	00	0	10	30	00	08	20	00
800	00	06	02	40	0	14	00	00	11	06	40
1000	00	07	33	20	0	17	30	00	13	53	20
2000 Bissextiles	00	15	06	40	1	05	00	00	27	46	40
3000	00	22	40	00	1	22	30	00	41	40	00
4000	01	00	13	20	2	10	00	00	55	33	20
5000	01	07	46	40	2	27	30	00	69	26	40
6000	00	15	20	00	3	15	00	00	83	20	00

Epoques des mouvemens du Soleil réduites au Méridien de PARIS.

Années.	Longitude moyen. du Soleil.				Lieu de l'Apogée du Soleil.				Années.	Longitude moyen. du Soleil.				Lieu de l'Apogée du Soleil.			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.		S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
1581 Jul.	9	19	49	03	3	05	38	30	1709 Greg.	9	09	56	32	3	07	52	52
1582	9	19	34	43	3	05	39	33	1710	9	09	42	12	3	07	53	55
1582 Greg.	9	09	43	20	3	05	39	31	1711	9	09	27	52	3	07	54	58
1601	9	10	06	44	3	05	59	28	1712 B	9	10	12	41	3	07	56	01
1661	9	10	33	56	3	07	02	28	1713	9	09	58	21	3	07	57	04
1662	9	10	19	36	3	07	03	31	1714	9	09	44	01	3	07	58	07
1663	9	10	05	16	3	07	04	34	1715	9	09	29	41	3	07	59	10
1664 B	9	10	50	04	3	07	05	37	1716 B	9	10	14	30	3	08	00	13
1665	9	10	35	45	3	07	06	40	1717	9	10	00	10	3	08	01	16
1666	9	10	21	25	3	07	07	43	1718	9	09	45	50	3	08	02	19
1667	9	10	07	05	3	07	08	46	1719	9	09	31	30	3	08	03	22
1668 B	9	10	51	53	3	07	09	49	1720 B	9	10	16	19	3	08	04	25
1669	9	10	37	34	3	07	10	52	1721	9	10	01	59	3	08	05	28
1670	9	10	23	15	3	07	11	55	1722	9	09	47	39	3	08	06	31
1671	9	10	08	55	3	07	12	58	1723	9	09	33	19	3	08	07	34
1672 B	9	10	53	43	3	07	14	01	1724 B	9	10	18	08	3	08	08	37
1673	9	10	39	23	3	07	15	04	1725	9	10	03	48	3	08	09	40
1674	9	10	25	03	3	07	16	07	1726	9	09	49	28	3	08	10	43
1675	9	10	10	44	3	07	17	10	1727	9	09	35	08	3	08	11	46
1676 B	9	10	55	31	3	07	18	13	1728 B	9	10	19	57	3	08	12	49
1677	9	10	41	12	3	07	19	16	1729	9	10	05	37	3	08	13	52
1678	9	10	26	52	3	07	20	19	1730	9	09	51	17	3	08	14	55
1679	9	10	12	32	3	07	21	22	1731	9	09	36	57	3	08	15	58
1680 B	9	10	57	20	3	07	22	25	1732 B	9	10	21	45	3	08	17	01
1681	9	10	43	00	5	07	23	28	1733	9	10	07	25	3	08	18	04
1682	9	10	28	40	3	07	24	31	1734	9	09	53	05	3	08	19	07
1683	9	10	14	20	3	07	25	34	1735	9	09	38	46	3	08	20	10
1684 B	9	10	59	08	3	07	26	37	1736 B	9	10	23	34	3	08	21	13
1685	9	10	44	49	3	07	27	40	1737	9	10	09	14	3	08	22	16
1686	9	10	30	29	3	07	28	43	1738	9	09	54	54	3	08	23	19
1687	9	10	16	09	3	07	29	46	1739	9	09	40	34	3	08	24	22
1688 B	9	10	00	57	3	07	30	49	1740 B	9	10	25	23	3	08	25	25
1689	9	10	46	37	3	07	31	52	1741	9	10	11	03	3	08	26	28
1690	9	10	32	18	3	07	32	55	1742	9	09	56	43	3	08	27	31
1691	9	10	17	58	3	07	33	58	1743	9	09	42	23	3	08	28	34
1692 B	9	10	02	46	3	07	35	01	1744 B	9	10	27	11	3	08	29	37
1693	9	10	48	26	3	07	36	04	1745	9	10	12	52	3	08	30	40
1694	9	10	34	06	3	07	37	07	1746	9	09	58	32	3	08	31	43
1695	9	10	19	46	3	07	38	10	1747	9	09	44	12	3	08	32	46
1696 B	9	10	04	34	3	07	39	13	1748 B	9	10	29	00	3	08	33	49
1697	9	10	50	14	3	07	40	16	1749	9	10	14	40	3	08	34	52
1698	9	10	35	54	3	07	41	19	1750	9	10	00	21	3	08	35	55
1699	9	10	21	34	3	07	42	22	1751	9	09	46	01	3	08	36	58
1700	9	10	07	15	3	07	43	25	1752 B	5	10	30	49	3	08	38	01
1701	9	09	52	55	3	07	44	28	1753	9	10	16	29	3	08	39	04
1702	9	09	38	35	3	07	45	31	1754	9	10	02	09	3	08	40	07
1703	9	09	24	15	3	07	46	34	1755	9	09	47	50	3	08	41	10
1704 B	9	10	09	03	3	07	47	37	1756 B	9	10	32	38	3	08	42	13
1705	9	09	54	43	3	07	48	40	1757	9	10	18	18	3	08	43	16
1706	9	09	40	23	3	07	49	43	1758	9	10	03	58	3	08	44	19
1707	9	09	26	03	3	08	50	46	1759	9	09	49	38	3	08	45	22
1708 B	9	10	10	52	3	08	51	49	1760 B	9	10	34	27	3	08	46	25

TABLES

DES

MOYENS MOUVEMENS

DU SOLEIL

Pour les Jours de l'Année.

Années Bissextiles.	Années Communes.	Janvier. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.	Fevrier. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.
jours	jours	S. D. M. S.	S.	S. D. M. S.	S.
1	0	0.00.00.00.	00	1.00.33.18.	05
2	1	0.00.59.08.		1.01.32 27.	
3	2	0.01.58.17.		1.02.31.35.	
4	3	0.02.57.25.		1.03.30.43.	
5	4	0.03.56.33.		1.04.29.52.	
6	5	0.04 55.42.		1.05.29.00.	
7	6	0.05.54.50.	01	1.06.28.08.	06
8	7	0.06.53.58.		1.07.27.16.	
9	8	0.07.53.07.		1.08.26.25.	
10	9	0.08.52.15.		1.09.25.33.	
11	10	0.09.51.23		1.10.24.41.	
12	11	0.10.50.32.	02	1.11.23.50.	07
13	12	0.11.49.40.		1.12 22.58.	
14	13	0.12.48.48.		1.13 22.06.	
15	14	0.13.47.57.		1.14.21.15.	
16	15	0.14.47.05.		1.15.20.23.	
17	16	0.15.46.13		1.16.19.31.	
18	17	0.16.45.22.	03	1.17.18.40.	08
19	18	0.17.44.30.		1.18.17.48.	
20	19	0.18.43.38.		1.19.16.56.	
21	20	0.19.42.47.		1 20.16.04.	
22	21	0.20.41.55.		1.21.15.13.	
23	22	0.21.41.03.		1.22.14.21.	
24	23	0.22.40.12.	04	1.23.13.30.	09
25	24	0.23.39.20.		1.24.12.38.	
26	25	0.24.38.28.		1.25.11.46.	
27	26	0.25.37.37.		1.26.10.55.	
28	27	0.26.36.45.		1.27 10.03.	
29	28	0.27.35.53.		1.28.09.11.	10
30	29	0.28.35.02.	05		
31	30	0.29.34.10.			
	31	1.00.33.18.			

Années Communes ou Bissextiles.	Mars. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.	Avril. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.
jours	S. D. M. S.	S.	S. D. M. S.	S.
1	1.29.08.20.	10	2.29 41.38.	16
2	2 00.07.28.		3.00.40.46.	
3	2.01.06.36.		3.01.39.55.	
4	2.02.05.45.		3.02.39.03.	
5	2.03.04.53.	11	3.03.38.11.	
6	2.04.04.01.		3.04.37.20.	17
7	2.05.03.10.		3.05.36.27.	
8	2.06.02.18.		3.06.35.36.	
9	2.07.01.26.		3.07.34.45.	
10	2.08 00.35.	12	3.08.33.53.	
11	2.08.59.43.		3.09.33.01.	
12	2.09.58.51.		3.10.32.10.	18
13	2.10.58.00.		3.11.31.18.	
14	2.11.57.08.		3.12.30.26.	
15	2.12.56.16.		3.13.29.35.	
16	2.13.55.25.	13	3.14 28.43.	
17	2.14.54.33.		3.15.27.51.	
18	2.15.53.41.		3.16.27.00.	19
19	2.16.52.50.		3.17.26.08.	
20	2.17.51.58.		3.18.25.16.	
21	2.18.51.06.		3.19.24.24.	
22	2.19.50.15.	14	3.20.23.33.	
23	2.20.49.23.		3.21.22.41.	
24	2.21.48.31.		3.22.21.49.	20
25	2.22.47.40.		3.23.20.58.	
26	2.23.46.48.		3.24.20.06.	
27	2.24.45.56.	15	3.25.19.14.	
28	2.25.45.05.		3.26.18.23.	
29	2.26.44.13.		3.27.17.31.	
30	2.27.43.21.		3.28 16.39.	21
31	2.28.42.30.			

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DU SOLEIL
Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	MAI. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.	JUIN. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.
jours	S. D. M. S.	S.	S. D. M. S.	S.
1	3.29.15.48.	21	4.29.49.06.	26
2	4.00.14.56.		5.00.48.14.	
3	4.01.14.04.		5.01.47.23.	
4	4.02.13.13.		5.02.46.31.	
5	4.03.12 21.		5.03.45.39.	27
6	4.04.11.29.	22	5.04.44.48.	
7	4.05.10.38.		5.05.43.56.	
8	4.06.09.46.		5.06.43.04.	
9	4.07.08.54.		5.07.42.13.	
10	4.08.08.03.		5.08.41.21.	
11	4.09.07.11.		5.09.40.29.	28
12	4.10.06.19.	23	5.10.39.38.	
13	4.11.05.28.		5.11.38.46.	
14	4.12.04.36.		5.12.37.54.	
15	4.13.03.44.		5.13.37.03.	
16	4.14.02.53.		5.14.36.11.	29
17	4.15.02.01.		5.15.35.19.	
18	4.16.01.09.	24	5.16.34.28.	
19	4.17.00.18.		5.17.33.36.	
20	4.17.59 26.		5.18.32.44.	
21	4.18.58.34.		5.19.31.53.	
22	4.19.57.42.		5 20.31.01.	30
23	4.20 56.51.		5.21.30.09.	
24	4.21.55.59.	25	5.22.29.18.	
25	4.22.55.08.		5.23.28.26.	
26	4.23.54.16.		5.24.27.34.	
27	4.24.53.24.		5.25.26.43.	
28	4.25.52.33.		5.26.25.51.	31
29	4.26 51.41.		5.27.24.59.	
30	4.27.50.49.	26	5.28.24.08.	
31	4.28.49.58.			

Années Communes ou Bissextiles.	JUILLET. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.	AOUST. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.
jours	S. D. M. S.	S.	S. D. M. S.	S.
1	5.29.23.16.	31	6.29.56.34.	37
2	6.00.22.24.		7.00.55.42.	
3	6.01.21.32.		7.01.54.51.	
4	6.02.20.40.	32	7.02.53.59.	
5	6.03.19.49.		7.03.53.07.	
6	6.04.18.57.		7.04.52.16.	38
7	6.05.18.06.		7.05.51.24.	
8	6.06.17.14.		7.06.50.32.	
9	6.07.16.22.		7.07.49 41.	
10	6.08.15.31.	33	7.08 48.49.	
11	6.09.14.39.		7.09.47.57.	
12	6.10.13.47.		7.10.47.06.	39
13	6.11.12.56.		7.11.46.14.	
14	6.12.12.04.		7.12.45.22.	
15	6.13.11.12.	34	7.13.44 31.	
16	6.14.10.21.		7.14.43.39.	
17	6.15.09.29.		7.15.42.47.	40
18	6.16.08.37.		7.16.41.56.	
19	6.17.07.46.		7.17.41.04.	
20	6.18 06.54.		7.18.40.12.	
21	6.19.06.02.		7.19.39.21.	
22	6.20.05.11.	35	7.20.38.29.	
23	6.21.04.19.		7.21.37.37.	41
24	6.22.03.27.		7.22.36.46.	
25	6.23.02.36.		7.23.35.54.	
26	6.24.01.44.	36	7.24.35.02.	
27	6.25.00.52.		7.25.34.11.	
28	6.26.00.01.		7.26.33.19.	
29	6.26.59.09.		7.27.32.27.	42
30	6 27.58.17.		7.28.31.36.	
31	6.28.57.26.		7.29.30.44.	

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DU SOLEIL
Pour les Jours de l'Année

Années Communes ou Bissextiles.	SEPTEMB. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.	OCTOBRE. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.
jours	S. D. M. S.	S.	S. D. M. S.	S.
1	8.00.29.52.	42	9.00.04.02.	47
2	8.01.29.01.		9.01.03.10.	
3	8.02.28.09.		9.02.02.19.	
4	8.03.27 17.		9.03.01.27.	
5	8.04.26.36.		9.04.00.35.	
6	8.05.25.34.	43	9.04.59.44.	48
7	8.06.24.42.		9.05.58.52.	
8	8.07.23.51.		9.06.58 00.	
9	8.08.22.59.		9.07.57.08.	
10	8.09.22.07.		9.08.56.17.	
11	8.10.21.16.		9.09.55.25.	
12	8.11.20.24.	44	9.10.54.34.	49
13	8.12.19.32.		9.11.53.42.	
14	8.13.18.41.		9.12.52.50.	
15	8.14.17.49.		9.13.51.59.	
16	8.15.16.57.		9.14.51.07.	
17	8.16.16.05.		9.15.50.15.	
18	8.17.15.14.	45	9.16 49.24.	50
19	8.18.14.22.		9.17.48.32.	
20	8.19.13.30.		9.18.47.40.	
21	8.20.12.39.		9.19.46.49.	
22	8 21.11.47.		9.20.45.57.	
23	8.22.10.55		9.21.45.05.	
24	8.23.10.04.	46	9.22.44.14.	51
25	8 24.09.12.		9.23.43.22.	
26	8.25.08.20		9.24.42.30.	
27	8.26.07.29.		9.25.41.39.	
28	8.27.06.37.		9.26.40.47.	
29	8.28.05.45.		9.27 39.55.	
30	8.29.04.54	47	9.28.39.04.	
31			9.29.38.12.	52

Années Communes ou Bissextiles.	NOVEMB. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.	DECEMB. Moyen mouvement du Soleil.	Apogée.
jours	S. D M. S.	S.	S. D. M. S.	S.
1	10.00.37.20	52	11.00.11.30	
2	10.01.36.29		11.01.10.38	58
3	10.02.35.37		11.02.09.47	
4	10.03.34.45		11.03.08 55	
5	10.04.33.54	53	11.04.08.03	
6	10.05.33.02		11.05.07.12	
7	10.06.32.10		11 06.06.20	59
8	10.07.31.19		11.07 05.28	
9	10.08.30.27		11.08.04.37	
10	10.09.29.35	54	11.09.03.45	
11	10.10.28.44		11.10.02.53	
12	10.11.27.52		11.11.02.02	
13	10.12.27 00		11.12.01.10	60
14	10.13.26.09		11.13.00.18	
15	10.14.25.17	55	11.13.59.27	
16	10.15.24.25		11.14.58.35	
17	10.16.23.34		11.15.57.43	
18	10.17.22.42		11.16.56.52	
19	10.18.21.50		11.17.56.00	61
20	10.19.20.59		11.18.55.08	
21	10.20.20.07	56	11.19.54.17	
22	10.21.19.15		11.20.53.25	
23	10.22.18.24		11.21.52.33	
24	10 23.17.32		11.22.51.42	
25	10.24.16.40		11.23 50.50	62
26	10.25.15.49		11.24.49.58	
27	10.26.14.57	57	11.25 49.07	
28	10.27 14.05		11.26.48.15	
29	10.28.13.13		11.27.47.23	
30	10.29.12.22		11.28.46.32	
31			11.29.45.40	63

SUITE DE LA TABLE DES MOYENS MOUVEMENS DU SOLEIL.

Heures	D. M. S.	Heures	D. M. S.
M.	M. S. T.	M.	M. S. T.
S.	S. T. Q.	S.	S. T. Q.
0	0 00 00	30	1 13 55
1	0 02 28	31	1 16 23
2	0 04 56	32	1 18 51
3	0 07 24	33	1 21 19
4	0 09 51	34	1 23 47
5	0 12 19	35	1 26 14
6	0 14 47	36	1 28 42
7	0 17 15	37	1 31 10
8	0 19 43	38	1 33 38
9	0 22 11	39	1 36 06
10	0 24 38	40	1 38 34
11	0 27 06	41	1 41 02
12	0 29 34	42	1 43 29
13	0 32 02	43	1 45 57
14	0 34 30	44	1 48 25
15	0 36 58	45	1 50 53
16	0 39 25	46	1 53 21
17	0 41 53	47	1 55 49
18	0 44 21	48	1 58 16
19	0 46 49	49	2 00 44
20	0 49 17	50	2 03 12
21	0 51 45	51	2 05 40
22	0 54 13	52	2 08 08
23	0 56 40	53	2 10 36
24	0 59 08	54	2 13 03
25	1 01 36	55	2 15 31
26	1 04 04	56	2 17 59
27	1 06 32	57	2 20 27
28	1 09 00	58	2 22 55
29	1 11 27	59	2 25 23
30	1 13 55	60	2 27 50

TABLE DU DEMI-DIAMETRE DU MOUVEMENT HORAIRE, ET DE LA PARALLAXE DU SOLEIL.

ANOMALIE MOYENNE DU SOLEIL.

	Demi-diametre.	Mouv. Horaire.	Parall.	
Sig. D.	M. S.	M. S.	S.	
O. 0	15 50	2 23	$14\frac{3}{4}$	XII. 0
6	15 50	2 23		24
12	15 50	2 23		18
18	15 50	2 23		12
24	15 51	2 23		6
I. 0	15 52	2 23		XI. 0
6	15 53	2 24		24
12	15 54	2 24		18
18	15 55	2 24		12
24	15 56	2 25		6
II. 0	15 58	2 25		X. 0
6	15 59	2 26		24
12	16 1	2 26		18
18	16 2	2 27		12
24	16 4	2 27		6
III. 0	16 6	2 28	15	IX. 0
6	16 8	2 28		24
12	16 9	2 29		18
18	16 11	2 29		12
24	16 13	2 30		6
IV. 0	16 14	2 30		VIII. 0
6	16 15	2 31		24
12	16 17	2 31		18
18	16 19	2 32		12
24	16 20	2 32		6
V. 0	16 21	2 32		VII. 0
6	16 21	2 33		24
12	16 22	2 33		18
18	16 22	2 33		12
24	16 23	2 33		6
VI. 0	16 23	2 33	$15\frac{1}{4}$	VI. 0
	Demi-diametre.	Mouv. Horaire.	Parall.	

ANOMALIE MOYENNE DU SOLEIL.

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DU SOLEIL.

Otez en descendant.

Anomalie moyenne du *Soleil*.

Anomalie moyenne.	O. *Signe.* D. M. S.	*Différence* M. S.	I. D. M. S.	*Différence* M. S.	II. D. M. S.	*Différence* M. S.	Anomalie moyenne.
0	0 00 00	1 59	0 57 07	1 44	1 39 41	1 01	30
1	0 01 59	2 00	0 58 51	1 42	1 40 42	0 59	29
2	0 03 59	1 59	1 00 33	1 42	1 41 41	0 58	28
3	0 05 58	1 59	1 02 15	1 40	1 42 39	0 56	27
4	0 07 57	1 59	1 03 55	1 40	1 43 35	0 54	26
5	0 09 56	1 59	1 05 35	1 39	1 44 29	0 52	25
6	0 11 55	1 58	1 07 14	1 37	1 45 21	0 50	24
7	0 13 53	1 58	1 08 51	1 36	1 46 11	0 49	23
8	0 15 51	1 58	1 10 27	1 34	1 47 00	0 46	22
9	0 17 49	1 58	1 12 01	1 34	1 47 46	0 45	21
10	0 19 47	1 58	1 13 35	1 32	1 48 31	0 42	20
11	0 21 45	1 57	1 15 07	1 31	1 49 13	0 40	19
12	0 23 42	1 56	1 16 38	1 29	1 49 53	0 39	18
13	0 25 38	1 57	1 18 07	1 29	1 50 32	0 37	17
14	0 27 35	1 55	1 19 36	1 27	1 51 09	0 35	16
15	0 29 30	1 55	1 21 03	1 25	1 51 44	0 33	15
16	0 31 25	1 55	1 22 28	1 23	1 52 17	0 31	14
17	0 33 20	1 54	1 23 51	1 23	1 52 48	0 28	13
18	0 35 14	1 54	1 25 14	1 21	1 53 16	0 27	12
19	0 37 08	1 53	1 26 35	1 20	1 53 43	0 24	11
20	0 39 01	1 52	1 27 55	1 18	1 54 07	0 23	10
21	0 40 53	1 51	1 29 13	1 15	1 54 30	0 20	9
22	0 42 44	1 51	1 30 29	1 14	1 54 50	0 19	8
23	0 44 35	1 50	1 31 43	1 13	1 55 09	0 16	7
24	0 46 25	1 49	1 32 56	1 12	1 55 25	0 14	6
25	0 48 14	1 48	1 34 08	1 10	1 55 39	0 12	5
26	0 50 02	1 48	1 35 18	1 08	1 55 51	0 10	4
27	0 51 50	1 46	1 36 26	1 07	1 56 01	0 08	3
28	0 53 36	1 46	1 37 33	1 05	1 56 09	0 06	2
29	0 55 22	1 45	1 38 38	1 03	1 56 15	0 04	1
30	0 57 07		1 39 41		1 56 19		0
Anom. moy.	XI.		X.		IX.		Anom. moy.

Anomalie moyenne du *Soleil*.

Ajoutez en montant.

TABLE

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DU SOLEIL.

Otez en descendant.

Anomalie moyenne du *Soleil.*

Anomalie moyenne.	III. D. M. S.	*Différence* M. S.	IV. D. M. S.	*Différence* M. S.	V. D. M. S.	*Différenc.* M. S.	Anomalie moyenne.
0	1 56 19		1 41 48		0 59 15		30
1	1 56 20	0 01	1 40 48	1 00	0 57 26	1 49	29
2	1 56 19	0 01	1 39 46	1 02	0 55 37	1 49	28
3	1 56 16	0 03	1 38 41	1 05	0 53 48	1 49	27
4	1 56 12	0 04	1 37 35	1 06	0 51 57	1 51	26
5	1 56 05	0 07	1 36 27	1 08	0 50 05	1 52	25
6	1 55 56	0 09	1 35 17	1 10	0 48 13	1 52	24
7	1 55 45	0 11	1 34 05	1 12	0 46 19	1 54	23
8	1 55 31	0 14	1 32 52	1 13	0 44 25	1 54	22
9	1 55 15	0 16	1 31 37	1 15	0 42 30	1 55	21
10	1 54 58	0 17	1 30 20	1 17	0 40 34	1 56	20
11	1 54 38	0 20	1 29 01	1 19	0 38 37	1 57	19
12	1 54 16	0 22	1 27 41	1 20	0 36 40	1 57	18
13	1 53 52	0 24	1 26 19	1 22	0 34 41	1 59	17
14	1 53 26	0 26	1 24 55	1 24	0 32 42	1 59	16
15	1 52 58	0 28	1 23 30	1 25	0 30 43	1 59	15
16	1 52 27	0 31	1 22 03	1 27	0 28 43	2 00	14
17	1 51 55	0 32	1 20 35	1 28	0 26 42	2 01	13
18	1 51 20	0 35	1 19 05	1 30	0 24 41	2 01	12
19	1 50 44	0 36	1 17 33	1 32	0 22 39	2 02	11
20	1 50 05	0 39	1 16 00	1 33	0 20 37	2 02	10
21	1 49 24	0 41	1 14 26	1 34	0 18 34	2 03	9
22	1 48 42	0 42	1 12 50	1 36	0 16 31	2 03	8
23	1 47 57	0 45	1 11 13	1 37	0 14 28	2 03	7
24	1 47 11	0 46	1 09 34	1 39	0 12 24	2 04	6
25	1 46 22	0 49	1 07 54	1 40	0 10 21	2 03	5
26	1 45 31	0 51	1 06 13	1 41	0 08 17	2 04	4
27	1 44 38	0 53	1 04 31	1 42	0 06 13	2 04	3
28	1 43 43	0 55	1 03 47	1 44	0 04 09	2 04	2
29	1 42 47	0 56	1 01 02	1 45	0 02 04	2 05	1
30	1 41 48	0 59	0 59 15	1 47	0 00 00	2 04	0
Anom. moy.	VIII.		VII.		VI.		Anom. moy.

Anomalie moyenne du *Soleil.*

Ajoutez en montant.

I. TABLE DE L'EQUATION DU TEMS.

Otez en descendant.

Anomalie moyenne du Soleil.

Anom. moyen.	O s.	I.	II.	III.	IV.	V.	Anom. moyen.
D	M S	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0. 00	3. 48	6. 39	7. 45	6. 47	3. 57	30
1	0. 08	3. 55	6. 43	7. 45	6. 43	3. 50	29
2	0. 16	4. 02	6. 47	7. 45	6. 39	3. 42	28
3	0. 24	4. 09	6. 50	7. 45	6. 53	3. 35	27
4	0. 32	4. 15	6. 54	7. 45	6. 30	3. 28	26
5	0. 40	4. 22	6. 58	7. 44	6. 26	3. 20	25
6	0. 48	4. 29	7. 01	7. 44	6. 21	3. 13	24
7	0. 55	4. 35	7. 05	7. 43	6. 16	3. 05	23
8	1. 03	4. 42	7. 08	7. 42	6. 11	2. 57	22
9	1. 11	4. 48	7. 11	7. 41	6. 06	2. 50	21
10	1. 19	4. 54	7. 14	7. 40	6. 01	2. 42	20
11	1. 27	5. 00	7. 17	7. 38	5. 56	2. 34	19
12	1. 35	5. 06	7. 19	7. 37	5. 51	2. 26	18
13	1. 42	5. 12	7. 22	7. 35	5. 45	2. 18	17
14	1. 50	5. 18	7. 24	7. 34	5. 40	2. 11	16
15	1. 58	5. 24	7. 27	7. 32	5. 34	2. 03	15
16	2. 06	5. 30	7. 29	7. 30	5. 28	1. 55	14
17	2. 13	5. 35	7. 31	7. 28	5. 22	1. 47	13
18	2. 21	5. 41	7. 33	7. 25	5. 16	1. 39	12
19	2. 28	5. 46	7. 35	7. 23	5. 10	1. 30	11
20	2. 36	5. 52	7. 36	7. 20	5. 04	1. 22	10
21	2. 44	5. 57	7. 38	7. 17	4. 58	1. 14	9
22	2. 51	6. 02	7. 39	7. 15	4. 52	1. 06	8
23	2. 58	6. 07	7. 40	7. 12	4. 45	0. 58	7
24	3. 06	6. 12	7. 41	7. 09	4. 38	0. 49	6
25	3. 13	6. 16	7. 42	7. 06	4. 31	0. 41	5
26	3. 20	6. 21	7. 43	7. 02	4. 25	0. 33	4
27	3. 27	6. 26	7. 44	6. 59	4. 18	0. 25	3
28	3. 34	6. 30	7. 44	6. 55	4. 11	0. 16	2
29	3. 41	6. 34	7. 45	6. 51	4. 04	0. 08	1
30	3. 48	6. 39	7. 45	6. 47	3. 57	0. 00	0
Anom. moyen.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	Anom. moyen.

Anomalie moyenne du Soleil.

Ajoutez en montant.

Supposant l'Equation du centre du Soleil $\left\{\begin{matrix} 1^{\circ}\ 56'\ 26'' \\ 1\ \ 55\ 20 \end{matrix}\right\}$ On a $\left\{\begin{matrix} 0^{h}\ 07'\ 45''\frac{3}{4} \\ 0\ \ 07\ 41\ \frac{1}{3} \end{matrix}\right\}$

II. TABLE DE L'EQUATION DU TEMS.

Otez en descendant.

Lieu du Soleil.

Lieu du Soleil.	♈ ♎ 0 6		♉ ♏ 1 7		♊ ♐ 2 8		Lieu du Soleil.
D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	D.
0	0	00	8	24	8	45	30
1	0	20	8	34	8	35	29
2	0	40	8	44	8	24	28
3	1	00	8	54	8	13	27
4	1	19	9	02	8	01	26
5	1	39	9	10	7	48	25
6	1	59	9	17	7	34	24
7	2	18	9	24	7	20	23
8	2	37	9	30	7	06	22
9	2	57	9	35	6	50	21
10	3	16	9	40	6	35	20
11	3	34	9	44	6	18	19
12	3	52	9	48	6	02	18
13	4	10	9	50	5	44	17
14	4	28	9	52	5	27	16
15	4	46	9	53	5	08	15
16	5	04	9	54	4	50	14
17	5	20	9	54	4	31	13
18	5	37	9	53	4	11	12
19	5	53	9	51	3	52	11
20	6	09	9	49	3	32	10
21	6	25	9	46	3	11	9
22	6	40	9	42	2	51	8
23	7	54	9	37	2	30	7
24	7	09	9	31	2	09	6
25	7	23	9	25	1	48	5
26	7	36	9	19	1	26	4
27	7	48	9	12	1	05	3
28	8	01	9	04	0	43	2
29	8	13	8	55	0	22	1
30	8	24	8	24	0	00	0
Lieu du Soleil.	11 5 ♓ ♍		10 4 ♒ ♌		9 3 ♑ ♋		Lieu du Soleil.

Lieu du Soleil.

Ajoutez en montant.

Cette Table & la précédente servent à réduire le Tems vrai ou Apparent en Tems moyen.

AVERTISSEMENT.

Les Tables de la Lune que l'on donne ici sont dues principalement aux grandes découvertes que M. Newton a faites dans la Théorie de cette Planete : on avoit regardé jusqu'ici comme les meilleures celles que Flamsteed publia pour la seconde fois il y a plus de 60 ans dans le cours de Mathématique du Chevalier J. Moore ; mais ces Tables étant encore fort imparfaites, l'Auteur s'appliqua depuis à les perfectionner, en y substituant la plus grande partie de celles que l'on trouve ici. Quoique ces dernieres Tables de Flamsteed n'ayent pas été publiées, on ne sçauroit assûrer cependant si c'est uniquement parce qu'elles n'étoient pas achevées. Dans l'état où elles se trouvoient lorsqu'elles nous ont été communiquées, on jugea d'abord qu'il n'y manquoit que la Table qui sert à calculer les Latitudes : encore cette Table étoit-elle déja commencée.

Cependant comme Flamsteed n'y avoit inseré que trois Tables différentes de l'Equation du centre de la Lune, en supposant la plus grande Equation possible de chaque orbite, de cinq, six & sept degrés on n'a pas été long-tems sans reconnoître combien il seroit incommode de faire usage de ces Tables toutes les fois que l'Apogée de la Lune ou le grand Axe de son orbite viendroit à se rencontrer dans la ligne des Sisigies ; car la plus grande Equation possible est alors de $7^{\circ}\ 39'\ \frac{1}{2}$. On a donc entrepris de calculer rigoureusement une quatrieme Table d'Equation en y employant la solution du Probleme de Kepler, donnée par M. Newton.

En construisant cette quatrieme Table de l'Equation du centre de la Lune, on a déterminé en même-tems les distances de la Planete au foyer, ce qui a encore augmenté les Tables des Parallaxes & Diametres de la Lune qui ne se trouvoient pas calculées, pour la plus grande excentricité possible, dans les Tables manuscrites de Flamsteed.

Au reste, il est nécessaire de reconnoître ici que dès l'an 1640 Bouillaud & Horoxius avoient certainement contribué à l'avancement de la Théorie de la Lune : leurs Ouvrages ont fait connoître à tous les Astronomes que l'orbite lunaire ne conservoit pas constamment la même figure, mais qu'elle répondoit successivement à différentes Ellipses ; en un mot qu'elle changeoit son excentricité : ceci ne fut pas d'abord adopté unanimement, parce que les orbites du Soleil & des Planetes étant invariables, la plûpart des Modernes en avoient jugé de même à l'égard de la Lune qui est notre Satellite. Cependant Flamsteed s'est fondé principalement sur la variation Apparente du diametre de la Lune Perigée observée dans les Pleines Lunes & aux Quadratures. La découverte de cette variation Apparente étoit due, comme on l'a déja dit, à la vigilance de M. Picard, & en 1672 Flamsteed confirma la même chose par ses propres Observations. Par là on ne pouvoit plus ignorer la véritable cause de cette seconde inégalité de la Lune introduite par Ptolomée au Tems des Quadratures.

Anciennement avant l'Almageste, on ne connoissoit qu'une seule Equation dans la Lune, & cette premiere Equation qu'Hypparque avoit reconnue par les Observations d'un grand nombre d'Eclipses n'alloit gueres qu'à cinq degrés : mais la seconde inégalité de la Lune qui se fit appercevoir au tems de quelques Quadratures selon Ptolomée, supposoit comme l'on voit une orbite bien différente, puisqu'il ne falloit pas moins qu'augmenter la plus grande Equation d'environ deux degrés & demi. Flamsteed a donc senti la nécessité de calculer diverses Tables d'Equations, & il a publié le premier les deux différentes Tables qui représentoient toutes les Equations du centre dans les Ellipses de la plus grande & de la plus petite excentricité. Ces Tables sont imprimées à la fin des Ouvrages d'Horoxius. D'un autre côté la troisieme inégalité de la Lune découverte par Tycho-Brahé ne pouvoit être confondue avec les deux premieres, puisque lorsqu'elle est la plus grande, la Lune se trouve dans les Octans. Aussi a-t-on eu soin de séparer ces trois inégalités les unes des autres, comme dépendantes de causes très-différentes : il en a fallu séparer aussi les Tables de corrections qui conviennent au Moyen Mouvement, de la Lune, de son Apogée & de son Nœud, lesquelles ont été proposées d'abord sous différents titres par les Astronomes du dernier siécle, mais dont la cause n'étoit gueres connue avant MM. Halleï & Newton : on en reconnoît aisément quelque vestige dans Kepler & principalement dans Lansberge ; ensorte que Flamsteed, le Fevre & M. de la Hire s'en servoient en 1684 dans le calcul des Eclipses. Enfin les difficultés que M. de la Hire s'est proposées en 1710 & qu'il ne pouvoit résoudre, ne portent aucune atteinte à ce que l'on vient de dire, puisque tous les Astronomes conviennent avec lui que la plus grande Equation du centre de la Lune ne sçauroit excéder cinq degrés quand le grand Axe de l'orbite est dans les Quadratures, mais qu'il n'en est pas de même lorsque ce même Axe est dans la ligne des Sisigies.

M. Newton ayant changé au 3e Livre de la derniere Edition des Princ. Mathem. de la Philosophie, *l'époque du Moyen Mouvement de la Lune, qu'il suppose à* $10^{s}\ 15^{\circ}\ 21'\ 00''$ *le* 31 *Decembre* 1700 *v. st. à midi de Tems Moyen, & ayant aussi avancé celle de l'Apogée de* $1'\ 40''$, *on les a réduites au n. st. & au Meridien de Paris, ensuite les deux Tables suivantes ont été nouvellement construites.*

Table des Moyens Mouvemens de la Lune, de son Apogée & de son Nœud.

Années Juliennes.	Moyens Mouvemens de la Lune.				Moyens Mouvemens de l'Apogée.				Nœud Ascendant Rétrograde.			
	Signes.	D.	M.	S.	*Signes.*	D.	M.	S.	*Signes.*	D.	M.	S.
1	4	09	23	03	1	10	39	50	0	19	19	43
2	8	18	46	06	2	21	19	41	1	08	39	26
3	0	28	09	10	4	01	59	31	1	27	59	10
4 B	5	20	42	49	5	12	46	03	2	17	22	04
5	10	00	05	52	6	23	25	53	3	06	41	47
6	2	09	28	56	8	04	05	44	3	26	01	31
7	6	18	51	59	9	14	45	34	4	15	21	13
8 B	11	11	25	38	10	25	32	06	5	04	44	07
9	3	20	48	41	0	06	11	56	5	24	03	50
10	8	00	11	45	1	16	51	47	6	13	23	33
11	0	09	34	48	2	27	31	37	7	02	43	16
12 B	5	02	08	27	4	08	18	09	7	22	06	10
13	9	11	31	30	5	18	57	59	8	11	25	53
14	1	20	54	34	6	29	37	50	9	00	45	36
15	6	00	17	37	8	10	17	40	9	20	05	19
16 B	10	22	51	16	9	21	04	12	10	09	28	13
17	3	02	14	19	11	01	44	02	10	28	47	56
18	7	11	37	23	00	12	23	53	11	18	07	39
19	11	21	00	26	01	23	03	43	00	07	27	22
20 B	04	13	34	05	03	03	50	15	00	26	50	15
21	08	22	57	08	04	14	30	05	01	16	09	58
22	01	02	20	12	05	25	09	56	02	05	29	41
23	05	11	43	15	07	05	49	46	02	24	49	24
24 B	10	04	16	54	08	16	36	18	03	14	12	19
25	02	13	39	57	09	27	16	08	04	03	32	02
26	06	23	03	01	11	07	55	59	04	22	51	45
27	11	02	26	04	00	18	35	49	05	12	11	28
28 B	03	24	59	43	01	29	22	21	06	01	34	22
29	08	04	22	46	03	10	02	11	06	20	54	05
30	00	13	45	50	04	20	42	02	07	10	13	48
31	04	23	08	53	06	01	21	52	07	29	33	31
32 B	09	15	42	32	07	12	08	24	08	18	56	25
33	01	25	05	35	08	22	48	14	09	08	16	08
34	06	04	28	39	10	03	28	05	09	27	35	51
35	10	13	51	42	11	14	07	55	10	16	55	34
36 B	03	06	25	21	00	24	54	27	11	06	18	28
37	07	15	48	24	02	05	34	17	11	25	38	11
38	11	25	11	28	03	16	14	09	00	14	57	54
39	04	04	34	31	04	26	53	59	01	04	17	37
40 B	08	27	08	10	06	07	40	30	01	23	40	30
60 Bissextiles	01	10	42	15	09	11	30	45	02	20	30	45
80	05	24	16	20	00	15	21	00	03	17	21	00
100	10	07	50	25	03	19	11	15	04	14	11	15
200	08	15	40	50	07	08	22	30	08	28	22	30
400 Bissextiles	05	01	21	40	02	16	45	00	05	26	45	00
600	01	17	02	30	09	25	07	30	02	25	07	30
800	10	02	43	20	05	03	30	00	11	23	30	00
1000	06	18	24	10	00	11	52	30	08	21	52	30
Selon *la Hire.*	06	18	20	10	00	12	22	41	08	21	51	10
Kepler.	06	18	08	30	00	12	22	41	08	21	51	07
Bouilland.	06	18	06	01	00	13	04	56	08	22	02	46

Table des Moyens Mouvemens de la Lune, de son Apogée & de son Nœud Ascendant.

Années.	Moyens Mouvemens de la Lune.				Moyens. Mouvemens de l'Apogée.				Nœud Ascendant Retrograde.			
	Sig.	D.	M.	S.	Sig.	D.	M.	S.	Sig.	D.	M.	S.
1581 Jul.Greg.	7	23	51	22	4	15	18	27	10	08	25	51
1582	0	03	14	25	5	25	58	17	09	19	06	08
1582	7	21	28	35	5	24	51	26	09	19	37	54
1601	7	25	39	37	7	18	01	52	09	12	07	22
1661	9	06	21	52	04	29	32	37	06	21	36	37
1662	1	15	44	56	06	10	12	27	06	02	16	54
1663	5	25	08	00	07	20	52	17	05	12	57	11
1664 B	10	17	41	38	09	01	38	49	04	23	34	17
1665	02	27	04	42	10	12	18	39	04	04	14	33
1666	07	06	27	44	11	22	58	30	03	14	54	50
1667	11	15	50	48	01	03	38	20	02	25	35	07
1668 B	04	08	24	26	02	14	24	53	02	06	12	13
1669	08	17	47	30	03	25	04	43	01	16	52	30
1670	00	27	10	33	05	05	44	33	00	27	32	47
1671	05	06	33	37	06	16	24	23	00	08	13	05
1672 B	09	29	07	16	07	27	10	55	11	18	50	11
1673	02	08	30	20	09	07	50	46	10	29	30	28
1674	06	17	53	23	10	18	28	36	10	10	10	45
1675	10	27	16	37	11	29	10	27	09	20	51	02
1676 B	03	19	50	05	01	09	56	58	09	01	28	08
1677	07	29	13	08	02	20	36	49	08	12	08	25
1678	00	08	36	12	04	01	16	39	07	22	48	42
1679	04	17	59	16	05	11	56	30	07	03	29	59
1680 B	09	10	32	54	06	22	43	01	06	14	06	05
1681	01	19	55	58	08	03	22	52	05	24	46	22
1682	05	29	19	01	09	14	02	42	05	05	26	39
1683	10	08	42	05	10	24	42	33	04	16	06	56
1684 B	03	01	15	43	00	05	29	04	03	26	44	02
1685	07	10	38	47	01	16	08	55	03	07	24	19
1686	11	20	01	50	02	26	48	45	02	18	04	36
1687	03	29	24	54	04	07	28	36	01	28	44	53
1688 B	08	21	58	32	05	18	15	08	01	09	21	59
1689	01	01	21	35	06	28	54	58	00	20	02	16
1690	05	10	44	39	08	09	34	48	00	00	42	33
1691	09	20	07	43	09	20	14	39	11	11	22	50
1692 B	02	12	41	21	11	01	01	10	10	21	59	56
1693	06	22	04	25	00	11	41	01	10	02	40	13
1694	10	31	27	28	01	22	20	51	09	13	20	30
1695	03	10	50	32	03	03	00	42	08	24	00	47
1696 B	08	03	24	10	04	13	47	14	08	04	37	53
1697	00	12	47	14	05	24	27	04	07	15	18	10
1698	04	22	10	17	07	05	06	55	06	25	58	27
1699	09	01	33	21	08	15	46	45	06	06	38	44
1700	01	10	56	24	09	26	26	36	05	17	19	01
1701	05	20	19	28	11	07	06	26	04	27	59	18
1702	09	29	42	31	00	17	46	17	04	08	39	35
1703	02	09	05	35	01	28	26	07	03	19	19	52
1704 B	07	01	39	13	03	09	12	39	02	29	56	58
1705	11	11	02	17	04	19	52	29	02	10	37	15
1706	03	20	25	20	06	00	32	20	01	21	17	32
1707	07	29	48	24	07	11	12	10	01	01	57	49
1708 B	00	22	22	02	08	21	58	42	00	12	34	55
1709 Greg.	05	01	45	06	10	02	38	32	11	23	15	12
1710	09	11	08	09	11	13	18	23	11	03	55	29
1711	01	20	31	13	00	23	58	13	10	14	35	46
1712 B	06	13	04	51	02	04	44	45	09	25	12	52
1713	10	22	27	55	03	15	24	35	09	05	53	09
1714	03	01	50	58	04	26	04	26	08	16	33	26
1715	07	11	14	02	06	06	44	16	07	27	13	43
1716 B	00	03	47	40	07	17	30	48	07	07	50	49
1717	04	13	10	44	08	28	10	38	06	18	31	06
1718	08	22	33	47	10	08	50	29	05	29	11	23
1719	01	01	56	51	11	19	30	19	05	09	51	40
1720 B	05	24	30	29	01	00	16	51	04	20	28	46
1721	10	03	53	33	02	10	56	41	04	01	09	03
1722	02	13	16	36	03	21	36	32	03	11	49	21
1723	06	22	39	40	05	02	16	22	02	22	29	38
1724 B	11	15	13	18	06	13	02	54	02	03	06	44
1725	03	24	36	22	07	23	42	44	01	13	47	01
1726	08	03	59	25	09	04	22	35	00	24	27	18
1727	00	13	22	29	10	15	02	25	00	05	07	35
1728 B	05	05	56	07	11	25	48	57	11	15	44	41
1729	09	15	19	11	01	06	28	47	10	26	24	58
1730	01	24	42	14	02	17	08	38	10	07	05	15
1731	06	04	05	18	03	27	48	28	09	17	45	32
1732 B	10	26	38	56	05	08	35	00	08	28	22	38
1733	03	06	02	00	06	19	14	50	08	09	02	55
1734	07	15	25	03	07	29	54	40	07	19	43	11
1735	11	24	48	07	09	10	34	31	07	00	23	28
1736 B	04	17	21	45	10	21	21	02	06	11	00	34
1737	08	26	44	49	00	02	00	53	05	21	40	51
1738	01	06	07	52	01	12	40	43	05	02	21	08
1739	05	15	30	56	02	23	20	34	04	13	01	25
1740 B	10	08	04	34	04	04	07	05	03	23	38	31
1741	02	17	27	38	05	14	46	56	03	04	18	48
1742	06	26	50	41	06	25	26	46	02	14	59	06
1743	11	06	13	44	08	06	06	37	01	25	39	23
1744 B	03	28	47	23	09	16	53	09	01	06	16	29
1745	08	08	10	27	10	27	32	59	00	16	56	46
1746	00	17	33	30	00	08	12	49	11	27	37	03
1747	04	26	56	34	01	18	52	40	11	08	17	20
1748 B	09	19	30	12	02	29	39	11	10	18	54	26
1749	01	28	53	16	04	10	19	02	09	29	34	43
1750	06	08	16	19	05	20	58	52	09	10	15	00
1751	10	17	39	22	07	01	38	43	08	20	55	17
1752 B	03	10	13	01	08	12	25	14	08	01	32	23
1753	07	19	36	05	09	23	05	05	07	12	12	40
1754	11	28	59	08	11	03	44	55	06	22	52	56
1755	04	08	22	12	00	14	24	46	06	03	33	13
1756 B	09	00	55	50	01	25	11	17	05	14	10	19
1757	01	10	18	54	03	05	51	08	04	24	50	36
1758	05	19	41	57	04	16	30	58	04	05	30	53
1759	09	29	05	01	05	27	10	49	03	16	11	10
1760 B	02	21	38	39	07	07	57	20	02	26	48	16

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DE LA LUNE
Pour les Jours de l'Année.

JANVIER.

Années Bissextiles.	Années Communes.	Moyen mouvement de la Lune.				Moyen Mouvem. de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
jours	jours	Sig.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	0	0	00	00	00	0	00	00	0	00	00
2	1	0	13	10	35	0	06	41	0	03	11
3	2	0	26	21	10	0	13	22	0	06	21
4	3	1	09	31	45	0	20	03	0	09	32
5	4	1	22	42	20	0	26	44	0	12	43
6	5	2	05	52	55	0	33	25	0	15	53
7	6	2	19	03	30	0	40	06	0	19	04
8	7	3	02	14	05	0	46	48	0	22	14
9	8	3	15	24	40	0	53	29	0	25	25
10	9	3	28	35	15	1	00	10	0	28	36
11	10	4	11	45	50	1	06	51	0	31	46
12	11	4	24	56	25	1	13	32	0	34	57
13	12	5	08	07	00	1	20	13	0	38	08
14	13	5	21	17	35	1	26	54	0	41	18
15	14	6	04	28	10	1	33	35	0	44	29
16	15	6	17	38	45	1	40	16	0	47	40
17	16	7	00	49	20	1	46	57	0	50	50
18	17	7	13	59	55	1	53	38	0	54	01
19	18	7	27	10	30	2	00	19	0	57	11
20	19	8	10	21	05	2	07	00	1	00	22
21	20	8	23	31	40	2	13	41	1	03	33
22	21	9	06	42	15	2	20	23	1	06	43
23	22	9	19	52	50	2	27	04	1	09	54
24	23	10	03	03	26	2	33	45	1	13	05
25	24	10	16	14	01	2	40	26	1	16	15
26	25	10	29	24	36	2	47	07	1	19	26
27	26	11	12	35	11	2	53	48	1	22	37
28	27	11	25	45	46	3	00	29	1	25	47
29	28	0	08	56	21	3	07	10	1	28	58
30	29	0	22	06	56	3	13	51	1	32	09
31	30	1	05	17	31	3	20	32	1	35	19
	31	1	18	28	06	3	27	13	1	38	30

FEVRIER.

Années Bissextiles.	Années Communes.	Moyen mouvement de la Lune.				Moyen Mouvem. de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
J.	J.	Sig.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	0	1	18	28	06	3	27	13	1	38	30
2	1	2	01	38	41	3	33	54	1	41	41
3	2	2	14	49	16	3	40	35	1	44	52
4	3	2	27	59	51	3	47	16	1	48	02
5	4	3	11	10	26	3	53	57	1	51	13
6	5	3	24	21	01	4	00	38	1	54	24
7	6	4	07	31	36	4	07	19	1	57	34
8	7	4	20	42	11	4	14	01	2	00	44
9	8	5	03	52	46	4	20	42	2	03	55
10	9	5	17	03	21	4	27	23	2	07	06
11	10	6	00	13	56	4	34	04	2	10	16
12	11	6	13	24	31	4	40	45	2	13	27
13	12	6	26	35	06	4	47	26	2	16	38
14	13	7	09	45	41	4	54	07	2	19	49
15	14	7	22	56	16	5	00	48	2	22	59
16	15	8	06	06	51	5	07	29	2	26	10
17	16	8	19	17	26	5	14	10	2	29	20
18	17	9	02	28	01	5	20	51	2	32	31
19	18	9	15	38	36	5	27	32	2	35	41
20	19	9	28	49	11	5	34	13	2	38	52
21	20	10	11	59	46	5	40	54	2	42	03
22	21	10	25	10	21	5	47	35	2	45	13
23	22	11	08	20	56	5	54	16	2	48	24
24	23	11	21	31	31	6	00	57	2	51	35
25	24	0	04	42	06	6	07	38	2	54	45
26	25	0	17	52	41	6	14	19	2	57	56
27	26	1	01	03	16	6	21	01	3	01	07
28	27	1	14	13	51	6	27	42	3	04	17
29	28	1	27	24	26	6	34	24	3	07	28

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DE LA LUNE
Pour les Jours de l'Année.

MARS.

Années Communes ou Bissextiles.	Moyen mouvement de la Lune.				Moyen mouvem. de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
jours	*Sig.*	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	2	10	35	01	6	41	04	3	10	38
2	2	23	45	36	6	47	45	3	13	49
3	3	06	56	11	6	54	26	3	16	59
4	3	20	06	46	7	01	07	3	20	10
5	4	03	17	21	7	07	48	3	23	20
6	4	16	27	56	7	14	29	3	26	31
7	4	29	38	31	7	21	11	3	29	42
8	5	12	49	07	7	27	52	3	32	52
9	5	25	59	42	7	34	33	3	36	03
10	6	09	10	17	7	41	14	3	39	14
11	6	22	20	52	7	47	55	3	42	24
12	7	05	31	27	7	54	36	3	45	35
13	7	18	42	02	8	01	17	3	43	46
14	8	01	52	37	8	07	58	3	51	56
15	8	15	03	12	8	14	39	3	55	07
16	8	28	13	47	8	21	20	3	58	17
17	9	11	24	22	8	28	01	4	01	28
18	9	24	34	57	8	34	42	4	04	39
19	10	07	45	32	8	41	23	4	07	49
20	10	20	56	07	8	48	04	4	11	00
21	11	04	06	42	8	54	46	4	14	10
22	11	17	17	17	9	01	27	4	17	21
23	0	00	27	52	9	08	08	4	20	32
24	0	13	38	27	9	14	49	4	23	42
25	0	26	49	02	9	21	30	4	26	53
26	1	09	59	37	9	28	11	4	30	04
27	1	23	10	12	9	34	52	4	33	14
28	2	06	20	47	9	41	33	4	36	25
29	2	19	31	22	9	48	14	4	39	36
30	3	02	41	57	9	54	55	4	42	46
31	3	15	52	32	10	01	36	4	45	57

AVRIL.

Années Communes ou Bissextiles.	Moyen mouvement de la Lune.				Moyen mouvem. de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
jours	*Sig.*	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S
1	3	29	03	07	10	08	18	4	49	08
2	4	12	13	42	10	14	59	4	52	18
3	4	25	24	17	10	21	40	4	55	29
4	5	08	34	52	10	28	21	4	58	40
5	5	21	45	27	10	35	02	5	01	50
6	6	04	56	02	10	41	43	5	05	01
7	6	18	06	37	10	48	25	5	08	12
8	7	01	17	12	10	55	06	5	11	22
9	7	14	27	47	11	01	47	5	14	33
10	7	27	38	22	11	08	28	5	17	44
11	8	10	48	57	11	15	09	5	20	54
12	8	23	59	32	11	21	50	5	24	05
13	9	07	10	07	11	28	31	5	27	16
14	9	20	20	42	11	35	12	5	30	27
15	10	03	31	17	11	41	53	5	33	37
16	10	16	41	52	11	48	34	5	36	48
17	10	29	52	27	11	55	15	5	39	59
18	11	13	03	02	12	01	56	5	43	09
19	11	26	13	37	12	08	37	5	46	20
20	0	09	24	13	12	15	18	5	49	31
21	0	22	34	48	12	22	00	5	52	42
22	1	05	45	23	12	28	41	5	55	53
23	1	18	55	58	12	35	22	5	59	03
24	2	02	06	33	12	42	03	6	02	14
25	2	15	17	08	12	48	44	6	05	24
26	2	28	27	43	12	55	25	6	08	35
27	3	11	38	18	13	02	06	6	11	45
28	3	24	48	53	13	08	47	6	14	56
29	4	07	59	28	13	15	28	6	18	06
30	4	21	10	03	13	22	09	6	21	17

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DE LA LUNE
Pour les Jours de l'Année.

MAI.

Années Communes ou Bissextiles.	Moyen mouvement de la Lune.				Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
jours	*Sig.*	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	5	04	20	38	13	28	50	6	24	27
2	5	17	31	13	13	35	31	6	27	38
3	6	00	41	48	13	42	12	6	30	48
4	6	13	52	23	13	48	53	6	33	59
5	6	27	02	58	13	55	34	6	37	10
6	7	10	13	33	14	02	15	6	40	20
7	7	23	24	08	14	08	57	6	43	31
8	8	06	34	43	14	15	38	6	46	42
9	8	19	45	18	14	22	19	6	49	52
10	9	02	55	53	14	29	00	6	53	03
11	9	16	06	28	14	35	41	6	56	14
12	9	29	17	03	14	42	22	6	59	24
13	10	12	27	38	14	49	03	7	02	35
14	10	25	38	13	14	55	44	7	05	46
15	11	08	48	48	15	02	25	7	08	56
16	11	21	59	23	15	09	06	7	12	07
17	0	05	09	58	15	15	47	7	15	18
18	0	18	20	33	15	22	28	7	18	28
19	1	01	31	08	15	29	09	7	21	39
20	1	14	41	43	15	35	50	7	24	50
21	1	27	52	18	15	42	32	7	28	00
22	2	11	02	53	15	49	13	7	31	11
23	2	24	13	28	15	55	54	7	34	22
24	3	07	24	03	16	02	35	7	37	32
25	3	20	34	38	16	09	16	7	40	43
26	4	03	45	13	16	15	57	7	43	54
27	4	16	55	48	16	22	38	7	47	04
28	5	00	06	23	16	29	19	7	50	15
29	5	13	16	58	16	36	00	7	53	25
30	5	26	27	33	16	42	41	7	56	36
31	6	09	38	08	16	49	22	7	59	47

JUIN.

Années Communes ou Bissextiles.	Moyen mouvement de la Lune.				Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
jours	*Sig.*	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	6	22	48	43	16	56	03	8	02	57
2	7	05	59	18	17	02	44	8	06	08
3	7	19	09	54	17	09	25	8	09	18
4	8	02	20	29	17	16	06	8	12	29
5	8	15	31	04	17	22	47	8	15	40
6	8	28	41	39	17	29	28	8	18	50
7	9	11	52	14	17	36	10	8	22	01
8	9	25	02	49	17	42	51	8	25	11
9	10	08	13	24	17	49	32	8	28	22
10	10	21	23	59	17	56	13	8	31	33
11	11	04	34	34	18	02	54	8	34	43
12	11	17	45	08	18	09	35	8	37	54
13	0	00	55	44	18	16	16	8	41	05
14	0	14	06	19	18	22	57	8	44	15
15	0	27	16	54	18	29	38	8	47	26
16	1	10	27	29	18	36	19	8	50	37
17	1	23	38	04	18	43	00	8	53	47
18	2	06	48	39	18	49	41	8	56	58
19	2	19	59	14	18	56	22	9	00	09
20	3	03	09	49	19	03	03	9	03	19
21	3	16	20	24	19	09	45	9	06	30
22	3	29	30	59	19	16	26	9	09	41
23	4	12	41	34	19	23	07	9	12	51
24	4	25	52	09	19	29	48	9	16	02
25	5	09	02	44	19	36	29	9	19	13
26	5	22	13	19	19	43	10	9	22	23
27	6	05	23	54	19	49	51	9	25	34
28	6	18	34	29	19	56	32	9	28	45
29	7	01	45	04	20	03	13	9	31	55
30	7	14	55	39	20	09	55	9	35	06

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DE LA LUNE
Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	JUILLET. Moyen mouvement de la Lune.				Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrgrade.		
jours	Sig	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	7	28	06	14	20	16	36	9	38	16
2	8	11	16	49	20	23	17	9	41	27
3	8	24	27	24	20	29	58	9	44	37
4	9	07	37	59	20	36	39	9	47	48
5	9	20	48	34	20	43	20	9	50	59
6	10	03	59	09	20	50	01	9	54	09
7	10	17	09	44	20	56	43	9	57	20
8	11	00	20	19	21	03	24	10	00	31
9	11	13	30	54	21	10	05	10	03	41
10	11	26	41	29	21	16	46	10	06	52
11	0	09	52	04	21	23	27	10	10	03
12	0	23	02	39	21	30	08	10	13	13
13	1	06	13	14	21	36	49	10	16	24
14	1	19	23	49	21	43	30	10	19	35
15	2	02	34	24	21	50	11	10	22	45
16	2	15	44	59	21	56	52	10	25	56
17	2	28	55	35	22	03	33	10	29	07
18	3	12	06	10	22	10	14	10	32	17
19	3	25	16	45	22	16	55	10	35	28
20	4	08	27	20	22	23	36	10	38	39
21	4	21	37	55	22	30	18	10	41	49
22	5	04	48	30	22	36	59	10	45	00
23	5	17	59	05	22	43	40	10	48	10
24	6	01	09	40	22	50	21	10	51	21
25	6	14	20	15	22	57	02	10	54	31
26	6	27	30	50	23	03	43	10	57	42
27	7	10	41	25	23	10	24	11	00	52
28	7	23	52	00	23	17	05	11	04	03
29	8	07	02	35	23	23	46	11	07	14
30	8	20	13	10	23	30	27	11	10	24
31	9	03	23	45	23	37	08	11	13	35

Années Communes ou Bissextiles.	AOUST. Moyen mouvement de la Lune.				Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
jours	Sig.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	9	16	34	20	23	43	49	11	16	45
2	9	29	44	55	23	50	30	11	19	56
3	10	12	55	30	23	57	11	11	23	06
4	10	06	06	05	24	03	52	11	26	17
5	11	09	16	40	24	10	33	11	29	28
6	11	22	27	15	24	17	14	11	32	38
7	0	05	37	50	24	23	56	11	35	49
8	0	18	48	25	24	30	37	11	39	00
9	1	01	59	00	24	37	18	11	42	10
10	1	15	09	35	24	43	59	11	45	21
11	1	28	20	10	24	50	40	11	48	31
12	2	11	30	45	24	57	21	11	51	42
13	2	24	41	20	25	04	02	11	54	53
14	3	07	51	55	25	10	43	11	58	03
15	3	21	02	30	25	17	24	12	01	14
16	4	04	13	05	25	24	05	12	04	25
17	4	17	23	40	25	30	46	12	07	35
18	5	00	34	15	25	37	27	12	10	46
19	5	13	44	50	25	44	08	12	13	57
20	5	26	55	25	25	50	49	12	17	07
21	6	10	06	00	25	57	31	12	20	18
22	6	23	16	35	26	04	12	12	23	29
23	7	06	27	10	26	10	53	12	26	39
24	7	19	37	45	26	17	34	12	29	50
25	8	02	48	20	26	24	15	12	33	01
26	8	15	58	55	26	30	56	12	36	11
27	8	29	09	30	26	37	37	12	39	22
28	9	12	20	05	26	44	18	12	42	33
29	9	25	30	40	26	50	59	12	45	43
30	10	08	41	15	26	57	40	12	48	54
31	10	21	51	51	27	04	21	12	52	05

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DE LA LUNE
Pour les Jours de l'Année.

SEPTEMBRE.

Années Communes ou Bissextiles.	Moyen mouvement de la Lune.	Moyen Mouvem. de l'Apogée.	Nœud Ascendant Retrograde.
jours	*Sig.* D. M. S.	*S.* D. M. S.	D. M. S.
1	11 05 02 26	0 27 11 02	12 55 15
2	11 18 13 01	0 27 17 43	12 58 26
3	0 01 23 36	0 27 24 24	13 01 36
4	0 14 34 11	0 27 31 05	13 04 47
5	0 27 44 46	0 27 37 46	13 07 58
6	1 10 55 21	0 27 44 27	13 11 08
7	1 24 05 56	0 27 51 09	13 14 19
8	2 07 16 31	0 27 57 50	13 17 30
9	2 20 27 06	0 28 04 31	13 20 40
10	3 03 37 41	0 28 11 12	13 23 51
11	3 16 48 16	0 28 17 53	13 27 01
12	3 29 58 51	0 28 24 34	13 30 12
13	4 13 09 26	0 28 31 15	13 33 23
14	4 26 20 01	0 28 37 56	13 36 33
15	5 09 30 36	0 28 44 37	13 39 44
16	5 22 41 11	0 28 51 18	13 42 55
17	6 05 51 46	0 28 57 59	13 46 05
18	6 19 02 21	0 29 04 40	13 49 16
19	7 02 12 56	0 29 11 21	13 52 27
20	7 15 23 31	0 29 18 02	13 55 37
21	7 28 34 06	0 29 24 44	13 58 48
22	8 11 44 41	0 29 31 25	14 01 59
23	8 24 55 16	0 29 38 06	14 05 09
24	9 08 05 51	0 29 44 47	14 08 20
25	9 21 16 26	0 29 51 28	14 11 30
26	10 04 27 01	0 29 58 09	14 14 41
27	10 17 37 36	1 00 04 50	14 17 52
28	11 00 48 11	1 00 11 32	14 21 02
29	11 13 58 46	1 00 18 12	14 24 13
30	11 27 09 21	1 00 24 53	14 27 24

OCTOBRE.

Années Communes ou Bissextiles.	Moyen mouvement de la Lune.	Moyen Mouvem. de l'Apogée.	Nœud Ascendant Retrograde.
jours	*Sig.* D. M. S.	*S.* D. M. S.	D. M. S.
1	0 10 19 56	1 0 31 34	14 30 34
2	0 23 30 31	1 0 38 15	14 33 45
3	1 06 41 06	1 0 44 56	14 36 56
4	1 19 51 41	1 0 51 37	14 40 06
5	2 03 02 16	1 0 58 18	14 43 17
6	2 16 12 51	1 1 04 59	14 46 27
7	2 29 23 26	1 1 11 41	14 49 38
8	3 12 34 01	1 1 18 22	14 52 49
9	3 25 44 36	1 1 25 03	14 55 59
10	4 08 55 11	1 1 31 44	14 59 10
11	4 22 05 46	1 1 38 25	15 02 21
12	5 05 16 21	1 1 45 06	15 05 32
13	5 18 26 56	1 1 51 47	15 08 42
14	6 01 37 32	1 1 58 28	15 11 53
15	6 14 48 06	1 2 05 09	15 15 03
16	6 27 58 42	1 2 11 50	15 18 14
17	7 11 09 16	1 2 18 31	15 21 25
18	7 24 19 52	1 2 25 12	15 24 35
19	8 07 30 27	1 2 31 53	15 27 46
20	8 20 41 02	1 2 38 34	15 30 56
21	9 03 51 37	1 2 45 16	15 34 07
22	9 17 02 12	1 2 51 57	15 37 18
23	10 00 12 47	1 2 58 38	15 40 28
24	10 13 23 22	1 3 05 19	15 43 39
25	10 26 33 57	1 3 12 00	15 46 50
26	11 09 44 32	1 3 18 41	15 50 00
27	11 22 55 07	1 3 25 22	15 53 11
28	0 06 05 42	1 3 32 03	15 56 21
29	0 19 16 17	1 3 38 44	15 59 32
30	1 02 26 52	1 3 45 25	16 02 43
31	1 15 37 27	1 3 52 06	16 05 53

TABLES
DES
MOYENS MOUVEMENS
DE LA LUNE
Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	NOVEMBRE.			
	Moyen mouvement de la Lune.	Moyen mouvem. de l'Apogée.	Nœud Ascendant Retrograde.	
jours	*Sig.* D. M. S.	*S.* D. M. S.	D. M. S.	
1	1 28 48 02	1 3 58 48	16 09 04	
2	2 11 58 37	1 4 05 29	16 12 15	
3	2 25 09 12	1 4 12 10	16 15 25	
4	3 08 19 47	1 4 18 51	16 18 36	
5	3 21 30 22	1 4 25 32	16 21 47	
6	4 04 40 57	1 4 32 13	16 24 57	
7	4 17 51 32	1 4 38 55	16 28 08	
8	5 01 02 07	1 4 45 36	16 31 19	
9	5 14 12 42	1 4 52 17	16 34 29	
10	5 27 23 17	1 4 58 58	16 37 40	
11	6 10 33 52	1 5 05 39	16 40 50	
12	6 23 44 27	1 5 12 20	16 44 01	
13	7 06 55 02	1 5 19 01	16 47 12	
14	7 20 05 37	1 5 25 42	16 50 22	
15	8 03 16 12	1 5 32 23	16 53 33	
16	8 16 26 47	1 5 39 04	16 56 44	
17	8 29 37 22	1 5 45 45	16 59 54	
18	9 12 47 57	1 5 52 26	17 03 05	
19	9 25 58 32	1 5 59 07	17 06 16	
20	10 09 09 07	1 6 05 48	17 09 26	
21	10 22 19 42	1 6 12 30	17 12 37	
22	11 05 30 17	1 6 19 11	17 15 48	
23	11 18 40 52	1 6 25 52	17 18 58	
24	0 01 51 27	1 6 32 33	17 22 09	
25	0 15 02 02	1 6 39 14	17 25 20	
26	0 28 12 38	1 6 45 55	17 28 30	
27	1 11 23 13	1 6 52 36	17 31 41	
28	1 24 33 47	1 6 59 17	17 34 51	
29	2 07 44 23	1 7 05 58	17 38 02	
30	2 20 54 58	1 7 12 39	17 41 12	

Années Communes ou Bissextiles.	DECEMBRE.		
	Moyen mouvement de la Lune.	Moyen mouvem. de l'Apogée.	Nœud Ascendant Retrograde.
jours	*Sig.* D M. S.	*S.* D. M. S.	D. M. S.
1	3 04 05 33	1 7 19 20	17 44 23
2	3 17 16 08	1 7 26 01	17 47 34
3	4 00 26 43	1 7 32 42	17 50 44
4	4 13 37 18	1 7 39 23	17 53 55
5	4 26 47 53	1 7 46 04	17 57 06
6	5 09 58 28	1 7 52 45	18 00 16
7	5 23 09 03	1 7 59 27	18 03 27
8	6 06 19 38	1 8 06 08	18 06 38
9	6 19 30 13	1 8 12 49	18 09 48
10	7 02 40 48	1 8 19 30	18 12 59
11	7 15 51 23	1 8 26 11	18 16 10
12	7 29 01 58	1 8 32 52	18 19 20
13	8 12 12 33	1 8 39 33	18 22 31
14	8 25 23 08	1 8 46 14	18 25 42
15	9 08 33 43	1 8 52 55	18 28 52
16	9 21 44 18	1 8 59 36	18 32 03
17	10 04 54 53	1 9 06 17	18 35 14
18	10 18 05 28	1 9 12 58	18 38 24
19	11 01 16 03	1 9 19 39	18 41 35
20	11 14 26 38	1 9 26 20	18 44 46
21	11 27 37 13	1 9 33 02	18 47 56
22	0 10 47 48	1 9 39 43	18 51 07
23	0 23 58 23	1 9 46 24	18 54 18
24	1 07 08 58	1 9 53 05	18 57 28
25	1 20 19 33	1 9 59 46	19 00 39
26	2 03 30 08	1 10 06 27	19 03 50
27	2 16 40 43	1 10 13 08	19 07 00
28	2 29 51 18	1 10 19 49	19 10 11
29	3 13 01 53	1 10 26 30	19 13 21
30	3 26 12 28	1 10 33 11	19 16 32
31	4 09 23 03	1 10 39 52	19 19 43

EQUATIONS ANNUELLES,

O U

PREMIERES EQUATIONS
DES MOYENS MOUVEMENS,
DE LA LUNE, DE SON APOGÉE, ET DE SON NOEUD.

Anomalie moyenne du Soleil.

	O. *Signe.*			I.			II.			
Anomalie moyenne.	*ajoutez.* Longitude.	*ôtez.* Apogée.	*ajoutez.* Nœud.	*ajoutez* Longitude.	*ôtez.* Apogée.	*ajoutez.* Nœud.	*ajoutez.* Longitude.	*ôtez.* Apogée.	*ajoutez.* Nœud.	Anomalie moyenne.
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0 00	0 00	0 00	5 47	9 49	4 40	10 07	17 08	8 09	30
1	0 12	0 20	0 09	5 58	10 07	4 48	10 14	17 19	8 14	29
2	0 24	0 41	0 19	6 09	10 24	4 57	10 20	17 29	8 19	28
3	0 36	1 01	0 29	6 19	10 42	5 05	10 26	17 39	8 24	27
4	0 48	1 22	0 39	6 29	10 59	5 13	10 31	17 48	8 28	26
5	1 00	1 42	0 48	6 39	11 16	5 21	10 37	17 58	8 32	25
6	1 12	2 03	0 58	6 49	11 33	5 29	10 42	18 07	8 36	24
7	1 24	2 23	1 08	6 59	11 49	5 37	10 47	18 16	8 40	23
8	1 36	2 43	1 18	7 09	12 06	5 45	10 52	18 24	8 44	22
9	1 48	3 04	1 27	7 19	12 22	5 53	10 56	18 32	8 48	21
10	1 59	3 24	1 37	7 28	12 39	6 00	11 01	18 39	8 52	20
11	2 11	3 44	1 46	7 37	12 55	6 08	11 05	18 46	8 55	19
12	2 23	4 04	1 56	7 46	13 10	6 15	11 09	18 53	8 58	18
13	2 35	4 24	2 05	7 55	13 26	6 22	11 14	19 00	9 02	17
14	2 46	4 44	2 15	8 04	13 41	6 30	11 19	19 06	9 05	16
15	2 58	5 04	2 24	8 13	13 56	6 37	11 22	19 12	9 07	15
16	3 10	5 24	2 34	8 22	14 10	6 44	11 25	19 18	9 10	14
17	3 22	5 44	2 43	8 31	14 25	6 50	11 28	19 23	9 12	13
18	3 34	6 03	2 53	8 39	14 39	6 57	11 30	19 28	9 15	12
19	3 46	6 23	3 02	8 47	14 53	7 04	11 32	19 33	9 17	11
20	3 57	6 43	3 11	8 55	15 07	7 11	11 35	19 37	9 19	10
21	4 09	7 02	3 20	9 03	15 21	7 17	11 38	19 41	9 21	9
22	4 20	7 21	3 29	9 11	15 33	7 23	11 40	19 44	9 22	8
23	4 31	7 40	3 38	9 19	15 46	7 29	11 42	19 48	9 24	7
24	4 42	7 59	3 47	9 27	15 58	7 35	11 43	19 51	9 25	6
25	4 53	8 18	3 56	9 34	16 11	7 41	11 45	19 53	9 26	5
26	5 04	8 36	4 05	9 41	16 23	7 46	11 46	19 55	9 27	4
27	5 15	8 54	4 14	9 47	16 35	7 52	11 47	19 57	9 28	3
28	5 26	9 13	4 23	9 54	16 46	7 58	11 48	19 58	9 29	2
29	5 37	9 31	4 31	10 01	16 57	8 04	11 48	19 59	9 29	1
30	5 47	9 49	4 40	10 07	17 08	8 09	11 49	20 00	9 30	0
Anomalie moyenne.	Longitude. *ôtez.*	Apogée. *ajoutez.*	Nœud. *ôtez.*	Longitude. *ôtez.*	Apogée. *ajoutez.*	Nœud. *ôtez.*	Longitude. *ôtez.*	Apogée. *ajoutez.*	Nœud. *ôtez.*	Anomalie moyenne.
	XI.			X.			IX.			

Anomalie moyenne du Soleil.

EQUATIONS ANNUELLES,

OU

PREMIERES EQUATIONS DES MOYENS MOUVEMENS, DE LA LUNE, DE SON APOGE'E, ET DE SON NOEUD.

Anomalie moyenne du Soleil.

Anomalie moyenne.	III. *ajoutez.* Longitude.	III. *otez.* Apogée.	III. *ajoutez.* Nœud.	IV. *ajoutez.* Longitude.	IV. *otez.* Apogée.	IV. *ajoutez.* Nœud.	V. *ajoutez.* Longitude.	V. *otez.* Apogée.	V. *ajoutez.* Nœud.	Anomalie moyenne.
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	11 49	20 00	9 30	10 21	17 30	8 19	6 00	10 11	4 50	30
1	11 49	20 00	9 30	10 15	17 20	8 14	5 49	9 52	4 41	29
2	11 49	20 00	9 30	10 07	17 09	8 09	5 38	9 33	4 32	28
3	11 48	19 59	9 30	10 01	16 58	8 04	5 27	9 15	4 23	27
4	11 48	19 58	9 29	9 55	16 46	7 58	5 16	8 56	4 14	26
5	11 47	19 57	9 29	9 47	16 34	7 53	5 05	8 36	4 05	25
6	11 47	19 56	9 28	9 40	16 23	7 48	4 53	8 17	3 56	24
7	11 45	19 54	9 27	9 33	16 11	7 42	4 42	7 58	3 47	23
8	11 44	19 51	9 26	9 26	15 58	7 35	4 30	7 38	3 38	22
9	11 42	19 49	9 25	9 19	15 45	7 29	4 18	7 18	3 29	21
10	11 41	19 46	9 24	9 11	15 32	7 23	4 06	6 58	3 19	20
11	11 39	19 42	9 22	9 02	15 18	7 16	3 54	6 38	3 09	19
12	11 36	19 38	9 20	8 54	15 04	7 09	3 43	6 18	2 59	18
13	11 34	19 34	9 18	8 46	14 50	7 03	3 31	5 58	2 50	17
14	11 31	19 30	9 16	8 37	14 36	6 56	3 19	5 38	2 40	16
15	11 29	19 25	9 14	8 28	14 21	6 49	3 07	5 17	2 30	15
16	11 25	19 20	9 12	8 20	14 06	6 42	2 54	4 56	2 20	14
17	11 22	19 14	9 09	8 11	13 51	6 35	2 42	4 35	2 10	13
18	11 19	19 08	9 06	8 01	13 35	6 27	2 30	4 14	2 00	12
19	11 15	19 02	9 03	7 52	13 20	6 20	2 18	3 54	1 50	11
20	11 11	18 55	8 59	7 43	13 04	6 12	2 05	3 33	1 40	10
21	11 06	18 48	8 56	7 34	12 48	6 04	1 52	3 12	1 30	9
22	11 02	18 41	8 52	7 24	12 31	5 56	1 40	2 51	1 20	8
23	10 58	18 33	8 49	7 14	12 15	5 49	1 28	2 30	1 10	7
24	10 53	18 25	8 45	7 03	11 58	5 41	1 15	2 08	1 00	6
25	10 48	18 17	8 41	6 53	11 41	5 33	1 02	1 46	0 50	5
26	10 43	18 08	8 37	6 43	11 23	5 24	0 49	1 25	0 40	4
27	10 38	17 59	8 33	6 33	11 05	5 16	0 37	1 04	0 30	3
28	10 32	17 50	8 28	6 22	10 47	5 08	0 25	0 43	0 20	2
29	10 26	17 40	8 23	6 11	10 29	4 59	0 12	0 21	0 10	1
30	10 21	17 30	8 19	6 00	10 11	4 50	0 00	0 00	0 00	0
Anomalie moyenne.	Longitude. *ôtez.* VIII.	Apogée. *ajoutez.* VIII.	Nœud. *ôtez.* VIII.	Longitude. *ôtez.* VII.	Apogée. *ajoutez.* VII.	Nœud. *ôtez.* VII.	Longitude. *ôtez.* VI.	Apogée. *ajoutez.* VI.	Nœud. *ôtez.* VI.	Anomalie moyenne.

Anomalie moyenne du Soleil.

TABLE
qui sert à trouver
LES PLUS GRANDES
d'entre les Secondes
EQUATIONS
DU MOYEN MOUVEMENT,
& les plus grandes
VARIATIONS
de la Lune.

Anomalie moyenne du Soleil.	La plus grande Equation.	La plus grande Variation.	Anomalie moyenne du Soleil.
S. D.	M. S.	M. S.	S. D
O. 00	3 33	33 04	XII. 00
10	3 33	33 05	20
20	3 34	33 12	10
I. 00	3 34	33 21	XI. 00
10	3 35	33 34	20
20	3 37	33 50	10
II. 00	3 38	34 09	X. 00
10	3 40	34 30	20
20	3 42	34 52	10
III. 00	3 44	35 15	IX. 00
10	3 46	35 37	20
20	3 48	36 00	10
IV. 00	3 50	36 20	VIII. 00
10	3 51	36 39	20
20	3 53	36 55	10
V. 00	3 54	37 08	VII. 00
10	3 55	37 18	20
20	3 56	37 24	10
VI. 00	3 56	37 25	VI. 00
Anomalie moyenne du Soleil.	La plus grande Equation.	La plus grande Variation.	Anomalie moyenne du Soleil.

TABLE
DE LA SECONDE
EQUATION
DU MOYEN MOUVEMENT.

Argument annuel.	ôtez en descendant.			Argument annuel.
	Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.			
	O. s VI	I. VII.	II. VIII	
D	M. S.	M. S.	M. S.	D
0	0 00	3 15	3 15	30
1	0 08	3 19	3 11	29
2	0 16	3 22	3 06	28
3	0 23	3 25	3 02	27
4	0 31	3 28	2 57	26
5	0 39	3 31	2 52	25
6	0 47	3 34	2 47	24
7	0 54	3 36	2 41	23
8	1 02	3 38	2 36	22
9	1 09	3 40	2 30	21
10	1 17	3 42	2 24	20
11	1 24	3 43	2 18	19
12	1 31	3 44	2 12	18
13	1 38	3 44	2 05	17
14	1 46	3 45	1 59	16
15	1 52	3 45	1 52	15
16	1 59	3 45	1 46	14
17	2 05	3 44	1 38	13
18	2 12	3 44	1 31	12
19	2 18	3 43	1 24	11
20	2 24	3 42	1 17	10
21	2 30	3 40	09	9
22	2 36	3 38	1 02	8
23	2 41	3 36	0 54	7
24	2 47	3 34	0 47	6
25	2 52	3 31	0 39	5
26	2 57	3 28	0 31	4
27	3 02	3 25	0 24	3
28	3 06	3 22	0 16	2
29	3 11	3 19	0 08	1
30	3 15	3 15	0 00	0
	XI. V.	X. IV.	IX. III.	
	Argument annuel.			
Argum. annuel.	ajoutez en montant.			Argum. annuel

TABLE
DE LA TROISIEME
EQUATION
DU MOYEN MOUVEMEMT.

D. du Sol. au Nœud.	ôtez en descendant.			D. du Sol. au Nœud.
	Argument ou distance du Soleil au Nœud.			
	O. s VI.	I. VII.	II. VIII	
D	M. S.	M. S.	M. S.	D
0	0 00	0 41	0 41	30
1	0 01	0 41	0 40	29
2	0 03	0 42	0 39	28
3	0 05	0 43	0 38	27
4	0 06	0 43	0 37	26
5	0 08	0 44	0 36	25
6	0 10	0 45	0 35	24
7	0 11	0 45	0 34	23
8	0 13	0 45	0 32	22
9	0 14	0 46	0 31	21
10	0 16	0 46	0 30	20
11	0 17	0 46	0 29	19
12	0 19	0 47	0 27	18
13	0 20	0 47	0 26	17
14	0 22	0 47	0 25	16
15	0 23	0 47	0 23	15
16	0 25	0 47	0 22	14
17	0 26	0 47	0 20	13
18	0 27	0 47	0 19	12
19	0 29	0 46	0 17	11
20	0 30	0 46	0 16	10
21	0 31	0 46	0 14	9
22	0 32	0 45	0 13	8
23	0 34	0 45	0 11	7
24	0 35	0 44	0 10	6
25	0 36	0 44	0 08	5
26	0 37	0 43	0 06	4
27	0 38	0 43	0 05	3
28	0 39	0 42	0 03	2
29	0 40	0 41	0 01	1
30	0 41	0 41	0 00	0
	XI. V.	X. IV.	IX. III.	
	Distance du Soleil au Nœud.			
D. du Sol. au N.	ajoutez en montant.			D. du Sol. au N.

La Table du milieu a été calculée pour l'unique cas auquel la plus grande d'entre les secondes Equations est moyenne, sçavoir 3′ 45″: on en pourra construire, si l'on veut, deux autres pour 3′ 33″ & 3′ 56″. Mais on voit du premier coup d'œil que si, dans les octans, ou à 45° de l'Argument annuel, la différence est de 12″ à 11″ entre la moyenne & la plus petite ou la plus grande Equation, elle doit être précisément de 6″ à 5″½ à 15° de l'Argument annuel.

TABLE
DE
L'EQUATION DE L'APOGÉE
DE LA LUNE.

Ajoutez en descendant.

Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.

Argument annuel.	Sign. O. VI.	Différence	I. VII.	Différence	II. VIII.	Différence	Argument annuel.
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	0 00 00	21 04	9 28 08	14 15	11 40 14	9 20	30
1	0 21 04	21 04	9 42 23	13 46	11 30 54	10 25	29
2	0 42 08	21 02	9 56 09	13 16	11 20 29	11 30	28
3	1 03 10	21 00	10 09 25	12 44	11 08 59	12 36	27
4	1 24 10	20 57	10 22 09	12 12	10 56 23	13 42	26
5	1 45 07	20 52	10 34 21	11 38	10 42 41	14 48	25
6	2 05 59	20 47	10 45 59	11 03	10 27 53	15 53	24
7	2 26 46	20 41	10 57 02	10 26	10 12 00	16 58	23
8	2 47 27	20 35	11 07 28	9 49	9 55 02	18 04	22
9	3 08 02	20 28	11 17 17	9 10	9 36 58	19 08	21
10	3 28 30	20 19	11 26 27	8 30	9 17 50	20 12	20
11	3 48 49	20 10	11 34 57	7 48	8 57 38	21 15	19
12	4 08 59	19 59	11 42 45	7 05	8 36 23	22 15	18
13	4 28 58	19 49	11 49 50	6 22	8 14 08	23 14	17
14	4 48 47	19 37	11 56 12	5 36	7 50 54	24 13	16
15	5 08 24	19 24	12 01 48	4 48	7 26 41	25 10	15
16	5 27 48	19 10	12 06 36	4 02	7 01 31	26 03	14
17	5 46 58	18 56	12 10 38	3 12	6 35 28	26 53	13
18	6 05 54	18 40	12 13 50	2 21	6 08 35	27 41	12
19	6 24 34	18 23	12 16 11	1 28	5 40 54	28 26	11
20	6 42 57	18 07	12 17 39	0 36	5 12 28	29 08	10
21	7 01 04	17 48	12 18 15	0 19	4 43 20	29 48	9
22	7 18 52	17 28	12 17 56	1 15	4 13 32	30 25	8
23	7 36 20	17 08	12 16 41	2 13	3 43 07	30 54	7
24	7 53 28	16 46	12 14 28	3 10	3 12 13	31 20	6
25	8 10 14	16 23	12 11 18	4 10	2 40 53	31 43	5
26	8 26 37	16 01	12 07 08	5 11	2 09 10	32 01	4
27	8 42 38	15 36	12 01 57	6 12	1 37 09	32 15	3
28	8 58 14	15 10	11 55 45	7 14	1 04 54	32 25	2
29	9 13 24	14 43	11 48 31	8 17	0 32 29	32 29	1
30	9 28 07		11 40 14		0 00 00		0
Argument annuel.	V. XI.	Différence	IV. X.	Différence	III. IX.	Différence	Argument annuel.

Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.

Otez en montant.

TABLES
DE L'EQUATION DU NŒUD, ET DE L'INCLINAISON DE L'ORBITE DE LA LUNE

Distance du Soleil au Nœud ascendant.

Distance du Soleil au Nœud.	O. Sign.	VI.	I.	VII.	II.	VIII.	Distance du Soleil au Nœud.
	Equation du Nœud additive.	Inclinaison.	Equation du Nœud additive.	Inclinaison.	Equation du Nœud additive.	Inclinaison.	
D.	D. M. S.	D. M. S.	D M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D M. S.	D.
0	0 00 00	5 17 30	1 16 39	5 13 00	1 18 41	5 04 00	30
1	0 03 03	5 17 30	1 18 13	5 12 44	1 17 07	5 03 44	29
2	0 06 06	5 17 29	1 19 41	5 12 27	1 15 27	5 03 29	28
3	0 09 08	5 17 27	1 21 03	5 12 10	1 13 41	5 03 13	27
4	0 12 10	5 17 25	1 22 20	5 11 53	1 11 49	5 02 58	26
5	0 15 11	5 17 22	1 23 31	5 11 35	1 09 57	5 02 43	25
6	0 18 11	5 17 18	1 24 36	5 11 17	1 07 48	5 02 29	24
7	0 21 09	5 17 13	1 25 35	5 10 59	1 05 40	5 02 15	23
8	0 24 06	5 17 08	1 26 22	5 10 41	1 03 28	5 02 02	22
9	0 27 02	5 17 04	1 27 14	5 10 23	1 01 11	5 01 49	21
10	0 29 56	5 16 58	1 27 54	5 10 04	0 58 49	5 01 36	20
11	0 32 48	5 16 51	1 28 28	5 09 44	0 56 22	5 01 24	19
12	0 35 37	5 16 43	1 28 56	5 09 25	0 53 51	5 01 13	18
13	0 38 24	5 16 35	1 29 17	5 09 07	0 51 15	5 01 02	17
14	0 41 09	5 16 27	1 29 31	5 08 48	0 48 35	5 00 52	16
15	0 43 51	5 16 18	1 29 38	5 08 30	0 45 52	5 00 42	15
16	0 46 29	5 16 08	1 29 39	5 08 12	0 43 05	5 00 33	14
17	0 49 05	5 15 58	1 29 34	5 07 53	0 40 15	5 00 25	13
18	0 51 37	5 15 47	1 29 23	5 07 35	0 37 22	5 00 17	12
19	0 54 05	5 15 36	1 29 05	5 07 16	0 34 26	5 00 09	11
20	0 56 30	5 15 24	1 28 41	5 06 57	0 31 27	5 00 02	10
21	0 58 51	5 15 11	1 28 10	5 06 38	0 28 25	4 59 56	9
22	1 01 08	5 14 58	1 27 33	5 06 19	0 25 21	4 59 52	8
23	1 03 21	5 14 45	1 26 49	5 06 01	0 22 15	4 59 47	7
24	1 05 29	5 14 31	1 25 58	5 05 43	0 19 07	4 59 42	6
25	1 07 33	5 14 17	1 25 01	5 05 25	0 15 58	4 59 38	5
26	1 09 33	5 14 02	1 23 57	5 05 07	0 12 48	4 59 35	4
27	1 11 27	5 13 47	1 22 47	5 04 50	0 09 37	4 59 33	3
28	1 13 16	5 13 31	1 21 31	5 04 38	0 06 25	4 59 31	2
29	1 15 00	5 13 16	1 20 09	5 04 16	0 03 13	4 59 30	1
30	1 16 39	5 13 00	1 18 41	5 04 00	0 00 00	4 59 30	0
Distance du Soleil au Nœud.	Equation Soustractive.	Inclinaison.	Equation Soustractive.	Inclinaison.	Equation Soustractive.	Inclinaison.	Distance du Soleil au Nœud.
	V.	XI.	IV.	X.	III.	IX.	

Distance du Soleil au Nœud ascendant.

TABLE

TABLE
DES PLUS GRANDES EQUATIONS
QUI REPONDENT AUX DIFFERENTES EXCENTRICITE'S
DE L'ORBITE LUNAIRE.

Argument annuel.	Argument annuel, ou diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune.						Argument annuel.
	Sign. O. VI.	*Différence*	I. VII.	*Différence*	II. VIII.	*Différenc.*	
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	7 39 30		7 04 54		5 45 28		30
1	7 39 27	00 03	7 02 42	02 12	5 42 48	02 40	29
2	7 39 20	00 07	7 00 26	02 16	5 40 11	02 37	28
3	7 39 09	00 11	6 58 07	02 19	5 37 36	02 35	27
4	7 38 52	00 17	6 55 45	02 22	5 35 04	02 32	26
5	7 38 30	00 22	6 53 21	02 24	5 32 35	02 29	25
6	7 38 03	00 27	6 50 54	02 27	5 30 09	02 26	24
7	7 37 32	00 31	6 48 24	02 30	5 27 46	02 23	23
8	7 36 55	00 37	6 45 52	02 32	5 25 27	02 19	22
9	7 36 14	00 41	6 43 18	02 34	5 23 13	02 14	21
10	7 35 28	00 46	6 40 42	02 36	5 21 03	02 10	20
11	7 34 37	00 51	6 38 03	02 39	5 18 57	02 06	19
12	7 33 42	00 55	6 35 22	02 41	5 16 56	02 01	18
13	7 32 43	00 59	6 32 40	02 42	5 15 00	01 56	17
14	7 31 38	01 05	6 29 57	02 43	5 13 09	01 51	16
15	7 30 30	01 08	6 27 12	02 45	5 11 22	01 47	15
16	7 29 16	01 14	6 24 26	02 46	5 09 42	01 40	14
17	7 27 58	01 18	6 21 39	02 47	5 08 08	01 34	13
18	7 26 36	01 22	6 18 51	02 48	5 06 40	01 28	12
19	7 25 09	01 27	6 16 03	02 48	5 05 19	01 21	11
20	7 23 38	01 31	6 13 14	02 49	5 04 04	01 15	10
21	7 22 03	01 35	6 10 25	02 49	5 02 55	01 09	9
22	7 20 24	01 39	6 07 36	02 49	5 01 53	01 02	8
23	7 18 41	01 43	6 04 47	02 49	5 00 58	00 55	7
24	7 16 54	01 47	6 01 58	02 49	5 00 10	00 48	6
25	7 15 04	01 50	5 59 10	02 48	4 59 29	00 41	5
26	7 13 09	01 55	5 56 22	02 48	4 58 56	00 33	4
27	7 11 10	01 59	5 53 36	02 46	4 58 30	00 26	3
28	7 09 08	02 02	5 50 52	02 44	4 58 11	00 19	2
29	7 07 02	02 06	5 48 09	02 43	4 58 00	00 11	1
30	7 04 54	02 08	5 45 28	02 41	4 57 56	00 04	0
	V. XI.	*Différence*	IV. X.	*Différence*	III. IX.	*Différence*	
Argument annuel.	Argument annuel, ou diſtance du Soleil à l'Apogée de la Lune.						Argument annuel.

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DE LA LUNE.

ôtez en descendant.

Anomalie moyenne de la Lune.

O. *Signe.*

Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619	*Diff.*	Excentricité 52336	*Diff.*	Excentricité 61048	*Diff.*	Excentricité 66800	*Diff.*	Anomalie moyenne de la Lune.
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	0 00 00		0 00 00		0 00 00		0 00 00		30
1	0 04 58	4 58	0 05 53	5 53	0 06 48	6 48	0 07 24	7 24	29
2	0 09 56	4 58	0 11 47	5 54	0 13 36	6 48	0 14 48	7 24	28
3	0 14 54	4 58	0 17 40	5 53	0 20 24	6 48	0 22 11	7 23	27
4	0 19 51	4 57	0 23 33	5 53	0 27 12	6 48	0 29 34	7 23	26
5	0 24 48	4 57	0 29 26	5 53	0 33 59	6 47	0 36 56	7 22	25
6	0 29 44	4 56	0 35 18	5 52	0 40 46	6 47	0 44 18	7 22	24
7	0 34 40	4 56	0 41 09	5 51	0 47 32	6 46	0 51 40	7 22	23
8	0 39 35	4 55	0 47 00	5 51	0 54 17	6 45	0 59 01	7 21	22
9	0 44 30	4 55	0 52 51	5 51	1 01 02	6 45	1 06 21	7 20	21
10	0 49 24	4 54	0 58 41	5 50	1 07 46	6 44	1 13 40	7 19	20
11	0 54 18	4 54	1 04 30	5 49	1 14 29	6 43	1 20 58	7 18	19
12	0 59 11	4 53	1 10 17	5 47	1 21 11	6 42	1 28 15	7 17	18
13	1 04 03	4 52	1 16 04	5 47	1 27 51	6 40	1 35 31	7 16	17
14	1 08 54	4 51	1 21 50	5 46	1 34 30	6 39	1 42 45	7 14	16
15	1 13 43	4 49	1 27 34	5 44	1 41 08	6 38	1 49 58	7 13	15
16	1 18 31	4 48	1 33 17	5 43	1 47 45	6 37	1 57 09	7 11	14
17	1 23 18	4 47	1 38 59	5 42	1 54 20	6 35	2 04 18	7 09	13
18	1 28 04	4 46	1 44 39	5 40	2 00 53	6 33	2 11 26	7 08	12
19	1 32 49	4 45	1 50 17	5 38	2 07 24	6 31	2 18 32	7 06	11
20	1 37 32	4 43	1 55 54	5 37	2 13 54	6 30	2 25 35	7 03	10
21	1 42 14	4 42	2 01 29	5 35	2 20 21	6 27	2 32 37	7 02	9
22	1 46 54	4 40	2 07 02	5 33	2 26 46	6 25	2 39 37	7 00	8
23	1 51 33	4 39	2 12 33	5 31	2 33 09	6 23	2 46 34	6 57	7
24	1 56 10	4 37	2 18 02	5 29	2 39 30	6 21	2 53 28	6 54	6
25	2 00 45	4 35	2 23 29	5 27	2 45 49	6 19	3 00 20	6 52	5
26	2 05 18	4 33	2 28 54	5 25	2 52 05	6 16	3 07 10	6 50	4
27	2 09 49	4 31	2 34 17	5 23	2 58 18	6 13	3 13 57	6 47	3
28	2 14 17	4 28	2 39 38	5 21	3 04 29	6 11	3 20 41	6 44	2
29	2 18 43	4 26	2 44 56	5 18	3 10 37	6 08	3 27 21	6 40	1
30	2 23 08	4 25	2 50 11	5 15	3 16 42	6 05	3 33 58	6 37	0
Anomal. moyenne de la Lune.									Anomal. moyenne de la Lune.

XI. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DE LA LUNE.

ôtez en descendant.

Anomalie moyenne de la Lune.

I. *Signe.*

Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619	*Diff.*	Excentricité 52336	*Diff.*	Excentricité 61045	*Diff.*	Excentricité 66800	*Diff.*	Anomalie moyenne de la Lune.
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	2 23 08	4 22	2 50 11	5 12	3 16 42	6 03	3 33 58	6 35	30
1	2 27 30	4 20	2 55 23	5 09	3 22 45	6 00	3 40 33	6 32	29
2	2 31 50	4 17	3 00 32	5 07	3 28 45	5 56	3 47 05	6 28	28
3	2 36 07	4 15	3 05 39	5 05	3 34 41	5 53	3 53 33	6 25	27
4	2 40 22	4 13	3 10 44	5 02	3 40 34	5 50	3 59 58	6 21	26
5	2 44 35	4 10	3 15 46	4 58	3 46 24	5 46	4 06 19	6 17	25
6	2 48 45	4 07	3 20 44	4 55	3 52 10	5 42	4 12 36	6 14	24
7	2 52 52	4 04	3 25 39	4 52	3 57 52	5 39	4 18 50	6 11	23
8	2 56 56	4 01	3 30 31	4 49	4 03 31	5 35	4 25 01	6 06	22
9	3 00 57	3 59	3 35 20	4 45	4 09 06	5 32	4 31 07	6 02	21
10	3 04 56	3 56	3 40 05	4 42	4 14 38	5 27	4 37 09	5 57	20
11	3 08 52	3 53	3 44 47	4 38	4 20 05	5 24	4 43 06	5 53	19
12	3 12 45	3 49	3 49 25	4 35	4 25 29	5 19	4 48 59	5 49	18
13	3 16 34	3 46	3 54 00	4 31	4 30 48	5 16	4 54 48	5 45	17
14	3 20 20	3 43	3 58 31	4 27	4 36 04	5 11	5 00 33	5 41	16
15	3 24 03	3 40	4 02 58	4 23	4 41 15	5 07	5 06 14	5 35	15
16	3 27 43	3 36	4 07 21	4 20	4 46 22	5 02	5 11 49	5 30	14
17	3 31 19	3 33	4 11 41	4 15	4 51 24	4 58	5 17 19	5 26	13
18	3 34 52	3 30	4 15 56	4 11	4 56 22	4 53	5 22 45	5 20	12
19	3 38 22	3 26	4 20 07	4 07	5 01 15	4 49	5 28 05	5 16	11
20	3 41 48	3 22	4 24 14	4 03	5 06 04	4 44	5 33 21	5 11	10
21	3 45 10	3 18	4 28 17	3 59	5 10 48	4 39	5 38 32	5 06	9
22	3 48 28	3 15	4 32 16	3 54	5 15 27	4 34	5 43 38	5 00	8
23	3 51 43	3 11	4 36 10	3 50	5 20 01	4 29	5 48 38	4 54	7
24	3 54 54	3 07	4 40 00	3 45	5 24 30	4 24	5 53 32	4 49	6
25	3 58 01	3 03	4 43 45	3 41	5 28 54	4 18	5 58 21	4 44	5
26	4 01 04	2 59	4 47 26	3 36	5 33 12	4 13	6 03 05	4 38	4
27	4 04 03	2 55	4 51 02	3 31	5 37 25	4 08	6 07 43	4 31	3
28	4 06 58	2 51	4 54 33	3 26	5 41 33	4 02	6 12 14	4 26	2
29	4 09 49	2 46	4 57 59	3 22	5 45 35	3 56	6 16 40	4 20	1
30	4 12 35		5 01 21		5 49 31		6 21 00		0
Anomal. moyenne de la Lune.									Anomal. moyenne de la Lune.

X. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DE LA LUNE.

ôtez en descendant.

Anomalie moyenne de la Lune.

II. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619	*Diff.*	Excentricité 52336	*Diff.*	Excentricité 61045	*Diff.*	Excentricité 66800	*Diff.*	Anomalie moyenne de la Lune.
D	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	4 12 35		5 01 27		5 49 31		6 21 00		30
1	4 15 18	2 43	5 04 37	3 10	5 53 22	3 51	6 25 14	4 14	29
2	4 17 56	2 38	5 07 49	3 12	5 57 08	3 46	6 29 22	4 08	28
3	4 20 30	2 34	5 10 55	3 06	6 00 47	3 39	6 33 23	4 01	27
4	4 22 59	2 29	5 13 56	3 01	6 04 20	3 33	6 37 18	3 55	26
5	4 25 24	2 25	5 16 53	2 57	6 07 48	3 28	6 41 08	3 50	25
6	4 27 45	2 21	5 19 44	2 51	6 11 10	3 22	6 44 51	3 43	24
7	4 30 01	2 16	5 22 29	2 45	6 14 26	3 16	6 48 27	3 36	23
8	4 32 12	2 11	5 25 09	2 40	6 17 35	3 09	6 51 56	3 29	22
9	4 34 19	2 07	5 27 44	2 35	6 20 38	3 03	6 55 18	3 22	21
10	4 36 21	2 02	5 30 13	2 29	0 23 34	2 56	6 58 34	3 16	20
11	4 38 18	1 57	5 32 36	2 23	6 26 25	2 51	7 01 43	3 09	19
12	4 40 10	1 52	5 34 54	2 18	6 29 09	2 44	7 04 44	3 01	18
13	4 41 58	1 48	5 37 06	2 12	6 31 46	2 37	7 07 38	2 54	17
14	4 43 41	1 43	5 39 12	2 06	6 34 17	2 31	7 10 25	2 47	16
15	4 45 19	1 38	5 41 12	2 00	6 36 41	2 24	7 13 05	2 40	15
16	4 46 52	1 33	5 43 07	1 55	6 38 58	2 17	7 15 39	2 34	14
17	4 48 20	1 28	5 44 56	1 49	6 41 09	2 11	7 18 05	2 26	13
18	4 49 43	1 23	5 46 39	1 43	6 43 13	2 04	7 20 22	2 17	12
19	4 51 00	1 17	5 48 16	1 37	6 45 10	1 57	7 22 32	2 10	11
20	4 52 12	1 12	5 49 47	1 31	6 47 00	1 50	7 24 35	2 03	10
21	4 53 20	1 08	5 51 11	1 24	6 48 43	1 43	7 26 31	1 56	9
22	4 54 22	1 02	5 52 29	1 18	6 50 18	1 35	7 28 19	1 48	8
23	4 55 19	0 57	5 53 42	1 13	6 51 46	1 28	7 29 59	1 40	7
24	4 56 11	0 52	5 54 48	1 06	6 53 07	1 21	7 31 31	1 32	6
25	4 56 58	0 47	5 55 48	1 00	6 54 21	1 14	7 32 55	1 24	5
26	4 57 39	0 41	5 56 41	0 53	6 55 28	1 07	7 34 11	1 16	4
27	4 58 15	0 36	5 57 28	0 47	6 56 27	0 59	7 35 20	1 09	3
28	4 58 46	0 31	5 58 09	0 41	6 57 19	0 52	7 36 20	1 00	2
29	4 59 11	0 25	5 58 43	0 34	6 58 04	0 45	7 37 12	0 52	2
30	4 59 31	0 20	5 59 11	0 28	6 58 41	0 37	7 37 56	0 44	0
Anomal. moyenne de la Lune.									Anomal. moyenne de la Lune.

IX. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DE LA LUNE.

ôtez en descendant.

Anomalie moyenne de la Lune.

III. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619	*Diff.*	Excentricité 52336	*Diff.*	Excentricité 61045	*Diff.*	Excentricité 66800	*Diff.*	Anomalie moyenne de la Lune.
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D M. S.	M. S.	D.
0	4 59 31		5 59 11		6 58 41		7 37 56		30
1	4 59 45	0 14	5 59 32	0 21	6 59 10	0 29	7 38 31	0 35	29
2	4 59 54	0 09	5 59 47	0 15	6 59 32	0 22	7 38 58	0 27	28
3	4 59 57	0 03	5 59 55	0 08	6 59 47	0 15	7 39 17	0 19	27
4	4 59 55	0 02	5 59 56	0 01	6 59 53	0 06	7 39 29	0 12	26
5	4 59 47	0 08	5 59 51	0 05	6 59 52	0 01	7 39 31	0 02	25
6	4 59 34	0 13	5 59 39	0 12	6 59 44	0 08	7 39 26	0 05	24
7	4 59 16	0 18	5 59 21	0 18	6 59 28	0 16	7 39 11	0 15	23
8	4 58 52	0 24	5 58 57	0 24	6 59 04	0 24	7 38 48	0 23	22
9	4 58 22	0 30	5 58 26	0 31	6 58 31	0 33	7 38 16	0 32	21
10	4 57 47	0 35	5 57 48	0 38	6 57 51	0 40	7 37 36	0 40	20
11	4 57 06	0 41	5 57 03	0 45	6 57 04	0 47	7 36 47	0 49	19
12	4 56 20	0 46	5 56 11	0 52	6 56 08	0 56	7 35 50	0 57	18
13	4 55 28	0 52	5 55 12	0 59	6 55 05	1 03	7 34 44	1 06	17
14	4 54 30	0 58	5 54 07	1 05	6 53 54	1 11	7 33 29	1 15	16
15	4 53 27	1 03	5 52 56	1 11	6 52 35	1 19	7 32 06	1 23	15
16	4 52 19	1 08	5 51 38	1 18	6 51 08	1 27	7 30 35	1 31	14
17	4 51 05	1 14	5 50 13	1 25	6 49 33	1 35	7 28 55	1 40	13
18	4 49 45	1 20	5 48 41	1 32	6 47 51	1 42	7 27 05	1 50	12
19	4 48 20	1 25	5 47 02	1 39	6 46 00	1 51	7 25 07	1 58	11
20	4 46 49	1 31	5 45 16	1 46	6 44 02	1 58	7 23 01	2 06	10
21	4 45 13	1 36	5 43 24	1 52	6 41 55	2 07	7 20 46	2 15	9
22	4 43 31	1 42	5 41 26	1 58	6 39 41	2 14	7 18 23	2 23	8
23	4 41 44	1 47	5 39 21	2 05	6 37 19	2 22	7 15 50	2 33	7
24	4 39 52	1 52	5 37 09	2 12	6 34 50	2 29	7 13 09	2 41	6
25	4 37 54	1 58	5 34 50	2 19	6 32 13	2 37	7 10 19	2 50	5
26	4 35 50	2 04	5 32 25	2 25	6 29 28	2 45	7 07 20	2 59	4
27	4 33 41	2 09	5 29 53	2 32	6 26 34	2 54	7 04 13	3 07	3
28	4 31 27	2 14	5 27 15	2 38	6 23 33	3 01	7 00 57	3 16	2
29	4 29 08	2 19	5 24 31	2 44	6 20 24	3 09	6 57 33	3 24	1
30	4 26 43	2 25	5 21 40	2 51	6 17 08	3 16	6 54 02	3 31	0
Anomal. moyenne de la Lune.									Anomal. moyenne de la Lune.

VIII. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DE LA LUNE

ôtez en descendant.

Anomalie moyenne de la Lune.

I V. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619	*Diff.*	Excentricité 52336	*Diff.*	Excentricité 61045	*Diff.*	Excentricité 66800	*Diff.*	Anomalie moyenne de la Lune.
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	4 26 43		5 21 40		6 17 08		6 54 02		30
1	4 24 13	2 30	5 18 42	2 58	6 13 44	3 24	6 50 21	3 41	29
2	4 21 38	2 35	5 15 38	3 04	6 10 12	3 32	6 46 31	3 50	28
3	4 18 57	2 41	5 12 28	3 10	6 06 33	3 39	6 42 34	3 57	27
4	4 16 11	2 46	5 09 11	3 17	6 02 47	3 46	6 38 28	4 06	26
5	4 13 21	2 50	5 05 48	3 23	5 58 53	3 54	6 34 14	4 14	25
6	4 10 25	2 56	5 02 19	3 29	5 54 51	4 02	6 29 52	4 22	24
7	4 07 25	3 00	4 58 44	3 35	5 50 42	4 09	6 25 21	4 31	23
8	4 04 19	3 06	4 55 03	3 41	5 46 26	4 16	6 20 41	4 40	22
9	4 01 08	3 11	4 51 16	3 47	5 42 03	4 23	6 15 54	4 47	21
10	3 57 52	3 16	4 47 23	3 53	5 37 32	4 31	6 10 59	4 55	20
11	3 54 32	3 20	4 43 23	4 00	5 32 54	4 38	6 05 57	5 02	19
12	3 51 07	3 25	4 39 18	4 05	5 28 09	4 45	6 00 47	5 10	18
13	3 47 37	3 30	4 35 07	4 11	5 23 18	4 51	5 55 28	5 19	17
14	3 44 02	3 35	4 30 51	4 16	5 18 20	4 58	5 50 02	5 26	16
15	3 40 23	3 39	4 26 29	4 22	5 13 14	5 06	5 44 29	5 33	15
16	3 36 40	3 43	4 22 01	4 28	5 08 02	5 12	5 38 50	5 39	14
17	3 32 52	3 48	4 17 28	4 33	5 02 44	5 18	5 33 02	5 48	13
18	3 28 59	3 53	4 12 49	4 39	4 57 19	5 25	5 27 06	5 56	12
19	3 25 02	3 57	4 08 05	4 44	4 51 48	5 31	5 21 03	6 03	11
20	3 21 02	4 00	4 03 16	4 49	4 46 11	5 37	5 14 53	6 10	10
21	3 16 57	4 05	3 58 22	4 54	4 40 26	5 45	5 08 36	6 17	9
22	3 12 48	4 09	3 53 22	5 00	4 34 36	5 50	5 02 12	6 24	8
23	3 08 35	4 13	3 48 17	5 05	4 28 40	5 56	4 55 42	6 30	7
24	3 04 18	4 17	3 43 08	5 09	4 22 38	6 02	4 49 01	6 35	6
25	2 59 57	4 21	3 37 54	5 14	4 16 31	6 07	4 42 24	6 43	5
26	2 55 32	4 25	3 32 35	5 19	4 10 18	6 13	4 35 34	6 50	4
27	2 51 04	4 28	3 27 12	5 23	4 03 59	6 19	4 28 38	6 56	3
28	2 46 32	4 32	3 21 44	5 28	3 57 35	6 24	4 21 36	7 02	2
29	2 41 57	4 35	3 16 11	5 33	3 51 06	6 29	4 14 29	7 07	1
30	2 37 18	4 39	3 10 35	5 36	3 44 31	6 35	4 07 16	7 13	0
Anomal. moyenne de la Lune.									Anomal. moyenne de la Lune.

V I I. *Signes.*

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

TABLES
DE
L'EQUATION DU CENTRE
DE LA LUNE.

Anomalie moyenne de la Lune.	*ôtez en descendant.* Anomalie moyenne de la Lune. V. *Signes.*								Anomalie moyenne de la Lune.
	Excentricité 43619	*Diff.*	Excentricité 52336	*Diff.*	Excentricité 61045	*Diff.*	Excentricité 66800	*Diff.*	
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	2 37 18		3 10 35		3 44 31		4 07 16		30
1	2 32 36	4 42	3 04 55	5 40	3 37 51	6 40	3 59 57	7 19	29
2	2 27 51	4 45	2 59 10	5 45	3 31 06	6 45	3 52 33	7 24	28
3	2 23 02	4 49	2 53 22	5 48	2 24 17	6 49	3 45 04	7 29	27
4	2 18 11	4 51	2 47 30	5 52	3 17 23	6 54	3 37 29	7 35	26
5	2 13 17	4 54	2 41 34	5 56	3 10 25	6 58	3 29 49	7 40	25
6	2 08 20	4 57	2 35 34	6 00	3 03 22	7 03	3 22 04	7 45	24
7	2 03 20	5 00	2 29 31	6 03	2 56 16	7 06	3 14 14	7 50	23
8	1 58 17	5 03	2 23 25	6 06	2 49 05	7 11	3 06 20	7 54	22
9	1 53 12	5 05	2 17 16	6 09	2 41 51	7 14	2 58 22	7 58	21
10	1 48 05	5 07	2 11 04	6 12	2 34 33	7 18	2 50 19	8 03	20
11	1 42 55	5 10	2 04 49	6 15	2 27 11	7 22	2 42 13	8 06	19
12	1 37 43	5 12	1 58 31	6 18	2 19 47	7 24	2 34 03	8 10	18
13	1 32 29	5 14	1 52 11	6 20	2 12 19	7 28	2 25 50	8 13	17
14	1 27 13	5 16	1 45 48	6 23	2 04 48	7 31	2 17 34	8 16	16
15	1 21 55	5 18	1 39 22	6 26	1 57 14	7 34	2 09 14	8 20	15
16	1 16 35	5 20	1 32 55	6 27	1 49 37	7 37	2 00 51	8 23	14
17	1 11 14	5 21	1 26 25	6 30	1 41 57	7 40	1 52 25	8 26	13
18	1 05 51	5 23	1 19 54	6 31	1 34 16	7 41	1 43 56	8 29	12
19	1 00 27	5 24	1 13 21	6 33	1 26 32	7 44	1 35 24	8 32	11
20	0 55 01	5 26	1 06 46	6 35	1 18 47	7 45	1 26 51	8 33	10
21	0 49 34	5 27	1 00 10	6 36	1 10 59	7 48	1 18 16	8 35	9
22	0 44 06	5 28	0 53 32	6 38	1 03 10	7 49	1 09 39	8 37	8
23	0 38 38	5 28	0 46 53	6 39	0 55 19	7 51	1 01 00	8 39	7
24	0 33 08	5 30	0 40 13	6 40	0 47 27	7 52	0 52 19	8 41	6
25	0 27 38	5 30	0 33 32	6 41	0 39 34	7 53	0 43 38	8 41	5
26	0 22 07	5 31	0 26 50	6 42	0 31 41	7 53	0 34 56	8 42	4
27	0 16 35	5 32	0 20 08	6 42	0 23 46	7 55	0 26 13	8 43	3
28	0 11 04	5 31	0 13 26	6 42	0 15 51	7 55	0 17 29	8 44	2
29	0 05 32	5 32	0 06 43	6 43	0 07 55	7 56	0 08 45	8 44	1
30	0 00 00	5 32	0 00 00	6 43	0 00 00	7 55	0 00 00	8 45	0
Anomal. moyenne de la Lune.	VI. *Signes.* Anomalie moyenne de la Lune. *ajoutez en montant.*								Anomal. moyenne de la Lune.

TABLES DE LA VARIATION DE LA LUNE.

Distance de la Lune au Soleil.	ajoutez en descendant. Distance de la Lune au Soleil. O. & VI. Signes. La plus grande Variation.										Distance de la Lune au Soleil.
	33′	Diff.	34′	Diff.	35′	Diff.	36′	Diff.	37′	Diff.	
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0 00		0 00		0 00		0 00		0 00		30
1	1 09	1 09	1 11	1 11	1 13	1 13	1 15	1 15	1 17	1 17	29
2	2 18	1 09	2 22	1 11	2 26	1 13	2 31	1 16	2 35	1 18	28
3	3 27	1 09	3 33	1 11	3 39	1 13	3 46	1 15	3 52	1 17	27
4	4 36	1 09	4 44	1 11	4 52	1 13	5 01	1 15	5 09	1 17	26
5	5 44	1 08	5 54	1 10	6 05	1 13	6 15	1 14	6 25	1 16	25
6	6 51	1 07	7 04	1 10	7 16	1 11	7 29	1 14	7 41	1 16	24
7	7 59	1 06	8 14	1 10	8 28	1 12	8 43	3 14	8 57	1 16	23
8	9 06	1 07	9 24	1 10	9 39	1 11	9 55	1 12	10 12	1 15	22
9	10 12	1 06	10 30	1 06	10 49	1 10	11 07	1 12	11 26	1 14	21
10	11 17	1 05	11 38	1 08	11 58	1 09	12 19	1 12	12 39	1 13	20
11	12 21	1 04	12 44	1 06	13 06	1 08	13 29	1 10	13 51	1 12	19
12	13 25	1 04	13 50	1 06	14 14	1 08	14 38	1 09	15 03	1 12	18
13	14 28	1 03	14 54	1 04	15 20	1 06	15 47	1 09	16 13	1 10	17
14	15 29	1 01	15 58	1 04	16 26	1 06	16 54	1 07	17 22	1 09	16
15	16 30	1 01	17 00	1 02	17 30	1 04	18 00	1 06	18 30	1 08	15
16	17 29	0 59	18 01	1 01	18 33	1 03	19 05	1 05	19 37	1 07	14
17	18 27	0 58	19 01	1 00	19 34	1 01	20 08	1 03	20 41	1 04	13
18	19 24	0 57	19 59	0 58	20 34	1 00	21 10	1 02	21 45	1 04	12
19	20 19	0 55	20 56	0 57	21 33	0 59	22 10	1 00	22 47	1 02	11
20	21 13	0 54	21 51	0 55	22 30	0 57	23 08	0 58	23 47	1 00	10
21	22 05	0 52	22 45	0 54	23 25	0 55	24 05	0 57	24 46	0 59	9
22	22 56	0 51	23 37	0 52	24 19	0 54	25 01	0 56	25 42	0 56	8
23	23 44	0 48	24 28	0 51	25 11	0 52	25 54	0 53	26 37	0 55	7
24	24 31	0 47	25 16	0 48	26 00	0 49	26 45	0 51	27 30	0 53	6
25	25 17	0 46	26 03	0 47	26 49	0 49	27 35	0 50	28 21	0 51	5
26	26 00	0 43	26 48	0 45	27 35	0 46	28 22	0 47	29 09	0 48	4
27	26 42	0 42	27 30	0 42	28 19	0 44	29 07	0 45	29 56	0 47	3
28	27 21	0 39	28 11	0 41	29 01	0 42	29 50	0 43	30 40	0 44	2
29	27 59	0 38	28 50	0 39	29 41	0 40	30 32	0 42	31 23	0 43	1
30	28 35	0 36	29 27	0 37	30 19	0 38	31 11	0 39	32 03	0 40	0
Distance de la Lune au Soleil.	XI. & V. Signes. Distance de la Lune au Soleil. ôtez en montant.										Distance de la Lune au Soleil.

TABLES DE LA VARIATION DE LA LUNE.

ajoutez en descendant.

Distance de la Lune au Soleil.

I. & VII. *Signes.*

La plus grande Variation.

Distance de la Lune au Soleil.	33′	*Diff.*	34′	*Diff.*	35′	*Diff.*	36′	*Diff.*	37′	*Diff.*	Distance de la Lune au Soleil.
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	28 35		29 27		30 19		31 11		32 03		30
1	29 08	0 33	30 01	0 34	30 54	0 35	31 47	0 36	32 40	0 37	29
2	29 40	0 32	30 34	0 33	31 28	0 34	32 22	0 35	33 16	0 36	28
3	30 09	0 29	31 04	0 30	31 59	0 31	32 53	0 31	33 48	0 32	27
4	30 36	0 27	31 32	0 28	32 27	0 28	33 23	0 30	34 18	0 30	26
5	31 01	0 25	31 57	0 25	32 53	0 26	33 50	0 27	34 46	0 28	25
6	31 23	0 22	32 20	0 23	33 17	0 24	34 14	0 24	35 11	0 25	24
7	31 44	0 21	32 41	0 21	33 39	0 22	34 37	0 23	35 34	0 23	23
8	32 02	0 18	33 00	0 19	33 58	0 19	34 56	0 19	35 55	0 21	22
9	32 17	0 15	33 16	0 16	34 14	0 16	35 12	0 16	36 11	0 16	21
10	32 30	0 13	33 29	0 13	34 28	0 14	35 26	0 14	36 26	0 15	20
11	32 41	0 11	33 40	0 11	34 40	0 12	35 38	0 12	36 38	0 12	19
12	32 49	0 08	33 49	0 09	34 48	0 08	35 48	0 10	36 48	0 10	18
13	32 55	0 06	33 55	0 06	34 55	0 07	35 55	0 07	36 54	0 06	17
14	32 59	0 04	33 59	0 04	34 59	0 04	35 59	0 04	36 59	0 05	16
15	33 00	0 01	34 00	0 01	35 00	0 01	36 00	0 01	37 00	0 01	15
16	32 59	0 01	33 59	0 01	34 59	0 01	35 59	0 01	36 59	0 01	14
17	32 55	0 04	33 55	0 04	34 55	0 04	35 55	0 04	36 54	0 05	13
18	32 49	0 06	33 49	0 06	34 48	0 07	35 48	0 07	36 48	0 16	12
19	32 41	0 08	33 40	0 09	34 40	0 08	35 39	0 09	36 38	0 10	11
20	32 30	0 11	33 29	0 11	34 28	0 12	35 27	0 12	36 26	0 12	10
21	32 17	0 13	33 15	0 14	34 14	0 14	35 12	0 15	36 11	0 15	9
22	32 02	0 15	33 00	0 15	33 58	0 16	34 55	0 17	35 55	0 06	8
23	31 44	0 18	32 41	0 19	33 39	0 19	34 36	0 19	35 34	0 21	7
24	31 23	0 21	32 20	0 21	33 17	0 22	34 14	0 22	35 11	0 23	6
25	31 01	0 22	31 57	0 23	32 53	0 24	33 50	0 24	34 46	0 25	5
26	30 37	0 24	31 32	0 25	32 27	0 26	33 23	0 27	34 18	0 28	4
27	30 10	0 27	31 04	0 28	31 59	0 28	32 53	0 30	33 48	0 30	3
28	29 41	0 29	30 34	0 30	31 28	0 31	32 21	0 32	33 16	0 32	2
29	29 10	0 31	30 01	0 33	30 54	0 34	31 47	0 34	32 40	0 36	1
30	28 35	0 35	29 27	0 34	30 19	0 35	31 11	0 36	32 03	0 37	0

IV. & X. *Signes.*

Distance de la Lune au Soleil.

ôtez en montant.

TABLES
DE LA VARIATION
DE LA LUNE.

ajoutez en descendant.

Distance de la Lune au Soleil.

La plus grande Variation.

II. & VIII. *Signes.*

Distance de la Lune au Soleil.	33'		Diff.	34'		Diff.	35'		Diff.	36'		Diff.	37'		Diff.	Distance de la Lune au Soleil.
D.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.	D.
0	28	35	0 36	29	27	0 37	30	19	0 38	31	11	0 39	32	03	0 40	30
1	27	59	0 38	28	50	0 39	29	41	0 40	30	32	0 42	31	23	0 43	29
2	27	21	0 39	28	11	0 41	29	01	0 42	29	50	0 43	30	40	0 44	28
3	26	42	0 42	27	30	0 42	28	19	0 44	29	07	0 45	29	56	0 47	27
4	26	00	0 43	26	48	0 45	27	35	0 46	28	32	0 47	29	09	0 48	26
5	25	17	0 46	26	03	0 47	26	49	0 47	27	35	0 50	28	21	0 51	25
6	24	31	0 47	25	16	0 48	26	00	0 49	26	45	0 51	27	30	0 53	24
7	23	44	0 48	24	28	0 51	25	11	0 52	25	54	0 53	26	37	0 55	23
8	22	56	0 51	23	37	0 52	24	19	0 54	25	01	0 56	25	42	0 56	22
9	22	05	0 52	22	45	0 54	23	25	0 55	24	05	0 57	24	46	0 59	21
10	21	13	0 54	21	51	0 55	22	30	0 57	23	08	0 58	23	47	1 00	20
11	20	19	0 55	20	56	0 57	21	33	0 59	22	10	1 00	22	47	1 02	19
12	19	24	0 57	19	59	0 58	20	34	1 00	21	10	1 02	21	45	1 04	18
13	18	27	0 58	19	01	1 00	19	34	1 01	20	08	1 03	20	41	1 04	17
14	17	29	0 59	18	01	1 01	18	33	1 03	19	05	1 05	19	37	1 07	16
15	16	30	1 01	17	00	1 02	17	30	1 04	18	00	1 06	18	30	1 08	15
16	15	29	1 01	15	58	1 04	16	26	1 06	16	54	1 07	17	22	1 09	14
17	14	28	1 03	14	54	1 04	15	20	1 06	15	47	1 09	16	13	1 10	13
18	13	25	1 04	13	50	1 06	14	14	1 08	14	38	1 09	15	03	1 12	12
19	12	21	1 04	12	44	1 06	13	06	1 08	13	29	1 10	13	51	1 12	11
20	11	17	1 05	11	38	1 07	11	58	1 09	12	19	1 12	12	39	1 13	10
21	10	12	1 06	10	31	1 07	10	49	1 10	11	07	1 12	11	26	1 14	9
22	9	06	1 07	9	24	1 10	9	39	1 11	9	55	1 12	10	12	1 15	8
23	7	59	1 07	8	14	1 10	8	28	1 12	8	43	1 14	8	57	1 16	7
24	6	51	1 07	7	04	1 10	7	16	1 11	7	29	1 14	7	41	1 16	6
25	5	44	1 08	5	54	1 10	6	05	1 13	6	15	1 14	6	25	1 16	5
26	4	36	1 09	4	44	1 11	4	52	1 13	5	01	1 15	5	09	1 17	4
27	3	27	1 09	3	33	1 11	3	39	1 13	3	46	1 15	3	52	1 17	3
28	2	18	1 09	2	22	1 11	2	26	1 13	2	31	1 16	2	35	1 18	2
29	1	09	1 09	1	11	1 11	1	13	1 13	1	15	1 15	1	17	1 17	1
30	0	00		0	00		0	00		0	00		0	00		0
Distance de la Lune au Soleil.																Distance de la Lune au Soleil.

III. & IX. *Signes.*

Distance de la Lune au Soleil.

ôtez en montant.

TABLE DE LA SIXIEME EQUATION DE LA LUNE.

Somme des Distances de la Lune au Soleil, & de l'Apogée de la Lune à l'Apogée du Soleil.

ajoutez en descendant.

O. *Signe.* | I. | II

otez en descendant.

Somme des Distances, &c. D.	VI. M.	VI. S.	VII. M.	VII. S.	VIII. M.	VIII. S.	Somme des Distances, &c. D.
0	0	00	1	05	1	53	30
1	0	02	1	07	1	54	29
2	0	04	1	09	1	55	28
3	0	07	1	11	1	56	27
4	0	09	1	13	1	57	26
5	0	11	1	14	1	58	25
6	0	13	1	16	1	59	24
7	0	16	1	18	2	00	23
8	0	18	1	20	2	01	22
9	0	20	1	22	2	01	21
10	0	22	1	23	2	02	20
11	0	25	1	25	2	03	19
12	0	27	1	27	2	03	18
13	0	29	1	29	2	04	17
14	0	31	1	30	2	05	16
15	0	34	1	32	2	05	15
16	0	36	1	34	2	06	14
17	0	38	1	35	2	07	13
18	0	40	1	37	2	07	12
19	0	42	1	38	2	08	11
20	0	44	1	40	2	08	10
21	0	47	1	41	2	08	9
22	0	49	1	42	2	09	8
13	0	51	1	44	2	09	7
24	0	53	1	45	2	09	6
25	0	55	1	47	2	09	5
26	0	57	1	48	2	10	4
27	0	59	1	49	2	10	3
28	1	01	1	50	2	10	2
29	1	03	1	51	2	10	1
30	1	05	1	53	2	10	0
Somme des Distances, &c.	V.		IV.		III.		Somme des Distances, &c.

ajoutez en montant.

XI. | X. | IX.

otez en montant.

Somme des Distances de la Lune au Soleil, & de l'Apogée de la Lune à l'Apogée du Soleil.

TABLE DE LA SEPTIEME EQUATION DE LA LUNE.

DISTANCE DE LA LUNE AU SOLEIL.

ôtez en descendant.

O. *Signe.* | I. | II.

ajoutez en descendant.

Dist. de la Lune au Soleil. D.	VI. M.	VI. S.	VII. M.	VII. S.	VIII. M	VIII. S.	Dist. de la Lune au Soleil. D
0	0	00	1	10	2	01	30
1	0	02	1	12	2	02	29
2	0	05	1	14	2	04	28
3	0	07	1	16	2	05	27
4	0	10	1	18	2	06	26
5	0	12	1	20	2	07	25
6	0	15	1	22	2	08	24
7	0	17	1	24	2	09	23
8	0	19	1	26	2	10	22
9	0	22	1	28	2	11	21
10	0	24	1	30	2	12	20
11	0	27	1	32	2	12	19
12	0	29	1	34	2	13	18
13	0	31	1	35	2	14	17
14	0	34	1	38	2	15	16
15	0	36	1	39	2	15	15
16	0	39	1	41	2	16	14
17	0	41	1	42	2	16	13
18	0	43	1	44	2	17	12
19	0	46	1	46	2	17	11
20	0	48	1	47	2	18	10
21	0	50	1	49	2	18	9
22	0	52	1	50	2	19	8
23	0	55	1	52	2	19	7
24	0	57	1	53	2	19	6
25	0	59	1	55	2	20	5
26	1	02	1	56	2	20	4
27	1	04	1	58	2	20	3
28	1	06	1	59	2	20	2
29	1	08	2	00	2	20	1
30	1	10	2	01	2	20	0
Dist. de la Lune au Soleil.	V.		IV.		III.		Dist. de la Lune au Soleil.

ôtez en montant.

XI. | X. | IX.

ajoutez en montant.

DISTANCE DE LA LUNE AU SOLEIL.

REDUCTIONS
DES LIEUX DE LA LUNE
AU PLAN DE L'ECLIPTIQUE.

ôtez en descendant.

Argument de la Latitude ou Distance de la Lune au Nœud Ascendant.

Argument de la Latitude.	O. *Sign.*		VI.		I.		VII.		II.		VIII.		Argument de la Latitude.
	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	
	5° 0'	5° 6'	5° 12'	5° 18'	5° 0'	5° 6'	5° 12'	5° 18'	5° 0'	5° 6'	5° 12'	5° 18'	
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0 00	0 00	0 00	0 00	5 40	5 54	6 08	6 22	5 41	5 55	6 09	6 23	30
1	0 14	0 14	0 15	0 16	5 47	6 01	6 15	6 30	5 34	5 47	6 01	6 15	29
2	0 27	0 29	0 30	0 31	5 53	6 07	6 22	6 37	5 26	5 39	5 53	6 07	28
3	0 41	0 43	0 44	0 46	5 59	6 13	6 28	6 44	5 18	5 31	5 44	5 57	27
4	0 55	0 57	0 59	1 01	6 04	6 19	6 34	6 50	5 10	5 22	5 35	5 48	26
5	1 08	1 11	1 13	1 16	6 09	6 24	6 39	6 55	5 02	5 13	5 25	5 38	25
6	1 22	1 25	1 28	1 31	6 14	6 29	6 44	7 00	4 53	5 03	5 15	5 28	24
7	1 35	1 38	1 42	1 46	6 18	6 33	6 48	7 04	4 43	4 53	5 05	5 17	23
8	1 48	1 52	1 57	2 01	6 21	6 37	6 52	7 08	4 34	4 43	4 55	5 06	22
9	2 01	2 06	2 11	2 16	6 24	6 40	6 56	7 12	4 23	4 33	4 44	4 55	21
10	2 14	2 19	2 25	2 31	6 27	6 43	6 59	7 15	4 13	4 23	4 33	4 44	20
11	2 27	2 32	2 38	2 45	6 29	6 45	7 01	7 17	4 02	4 12	4 22	4 32	19
12	2 40	2 45	2 52	2 59	6 31	6 47	7 03	7 19	3 51	4 00	4 10	4 20	18
13	2 52	2 58	3 05	3 13	6 32	6 48	7 04	7 21	3 40	3 49	3 58	4 07	17
14	3 04	3 11	3 18	3 27	6 33	6 49	7 05	7 22	3 29	3 37	3 45	3 54	16
15	3 16	3 24	3 32	3 41	6 33	6 49	7 05	7 22	3 17	3 24	3 32	3 41	15
16	3 28	3 37	3 46	3 54	6 33	6 49	7 05	7 22	3 05	3 11	3 18	3 27	14
17	3 40	3 49	3 58	4 07	6 32	6 48	7 04	7 21	2 53	2 58	3 05	3 13	13
18	3 51	4 00	4 10	4 20	6 31	6 47	7 03	7 19	2 40	2 45	3 52	2 59	12
19	4 02	4 12	4 22	4 32	6 29	6 45	7 01	7 17	2 28	2 32	2 38	2 45	11
20	4 12	4 23	4 33	4 44	6 27	6 43	6 59	7 15	2 15	2 19	2 25	2 31	10
21	4 23	4 33	4 44	4 55	6 25	6 40	6 56	7 12	2 02	2 06	2 11	2 16	9
22	4 33	4 43	4 55	5 06	6 22	6 38	6 52	7 08	1 49	1 52	1 57	2 01	8
23	4 43	4 53	5 05	5 17	6 18	6 34	6 48	7 05	1 35	1 38	1 42	1 46	7
24	4 52	5 03	5 15	5 28	6 14	6 30	6 45	7 01	1 22	1 25	1 28	1 31	6
25	5 01	5 13	5 25	5 38	6 10	6 25	6 40	6 56	1 08	1 11	1 13	1 16	5
26	5 09	5 22	5 35	5 48	6 05	6 20	6 35	6 51	0 55	0 57	0 59	1 01	4
27	5 18	5 31	5 44	5 57	6 00	6 14	6 29	6 45	0 41	0 43	0 44	0 46	3
28	5 26	5 39	5 53	6 06	5 54	6 08	6 23	6 38	0 27	0 29	0 30	0 31	2
29	5 33	5 47	6 01	6 14	5 47	6 02	6 16	6 31	0 14	0 14	0 15	0 16	1
30	5 40	5 54	6 08	6 22	5 41	6 55	6 09	6 23	0 00	0 00	0 00	0 00	0
Argument de la Latitude.	V.		XI.		IV.		X.		III.		IX.		Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude ou Distance de la Lune au Nœud Ascendant.

ajoutez en montant.

TABLES
DE
LA LATITUDE DE LA LUNE.

Latitudes Boreales ou *Australes.*

Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.	O.		&				VI. *Signes.*		Argument de la Latitude.
	Inclinaison de l'Orbite. 5° 0′	*Diff.*	Inclinaison de l'Orbite. 5° 6′	*Diff.*	Inclinaison de l'Orbite. 5° 12′	*Diff.*	Inclinaison de l'Orbite. 5° 18′	*Diff.*	
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	0 00 00		0 00 00		0 00 00		0 00 00		30
1	0 05 14	5 14	0 05 20	5 20	0 05 27	5 27	0 05 33	5 33	29
2	0 10 28	5 14	0 10 40	5 20	0 10 54	5 27	0 11 05	5 32	28
3	0 15 42	5 14	0 16 00	5 20	0 16 20	5 26	0 16 37	5 32	27
4	0 20 55	5 13	0 21 19	5 19	0 21 45	5 25	0 22 09	5 32	26
5	0 26 08	5 13	0 26 38	5 19	0 27 10	5 25	0 27 41	5 32	25
6	0 31 20	5 12	0 31 57	5 19	0 32 35	5 25	0 33 12	5 31	24
7	0 36 32	5 12	0 37 15	5 18	0 37 59	5 24	0 38 42	5 30	23
8	0 41 43	5 11	0 42 33	5 18	0 43 23	5 24	0 44 12	5 30	22
9	0 46 53	5 10	0 47 49	5 16	0 48 45	5 22	0 49 41	5 29	21
10	0 52 02	5 09	0 53 04	5 15	0 54 06	5 21	0 55 09	5 28	20
11	0 57 10	5 08	0 58 18	5 14	0 59 27	5 21	1 00 36	5 27	19
12	1 02 18	5 08	1 03 32	5 14	1 04 47	5 20	1 06 01	5 25	18
13	1 07 24	5 06	1 08 45	5 13	1 10 06	5 19	1 11 25	5 24	17
14	1 12 29	5 05	1 13 56	5 11	1 15 23	5 17	1 16 49	5 24	16
15	1 17 33	5 04	1 19 06	5 10	1 20 39	5 16	1 22 12	5 23	15
16	1 22 36	5 03	1 24 14	5 08	1 25 54	5 15	1 27 33	5 21	14
17	1 27 37	5 01	1 29 21	5 07	1 31 07	5 13	1 32 52	5 19	13
18	1 32 36	5 59	1 34 26	5 05	1 36 18	5 11	1 38 09	5 17	12
19	1 37 34	4 58	1 39 30	5 04	1 41 27	5 09	1 43 24	5 15	11
20	1 42 29	4 55	1 44 32	5 02	1 46 35	5 08	1 48 37	5 13	10
21	1 47 23	4 54	1 49 33	5 01	1 51 41	5 06	1 53 48	5 11	9
22	1 52 16	4 53	1 54 30	4 57	1 56 45	5 04	1 58 58	5 10	8
23	1 57 06	4 50	1 59 26	4 56	2 01 47	5 02	2 04 06	5 08	7
24	2 01 54	4 48	2 04 20	4 54	2 06 46	4 59	2 09 11	5 05	6
25	2 06 39	4 45	2 09 11	4 51	2 11 43	4 57	2 14 14	5 03	5
26	2 11 23	4 44	2 14 00	4 49	2 16 37	4 54	2 19 14	5 00	4
27	2 16 04	4 41	2 18 47	4 47	2 21 29	4 52	2 24 12	4 58	3
28	2 20 42	4 38	2 23 31	4 44	2 26 19	4 50	2 29 07	4 55	2
29	2 25 18	4 36	2 28 12	4 41	2 31 06	4 47	2 34 00	4 53	1
30	2 29 51	4 33	2 32 50	4 38	2 35 50	4 44	2 38 50	4 50	0
Argument de la Latitude.	V.		&				XI. *Signes.*		Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.

Latitudes Boreales ou *Australes.*

TABLES
DE
LA LATITUDE DE LA LUNE.

Latitudes Boreales ou *Australes.*

Argument de la Latitude.

I. & VII. *Signes.*

Argument de la Latitude.	Inclinaison de l'Orbite. 5° 0'	*Diff.*	Inclinaison de l'Orbite. 5° 6'	*Diff.*	Inclinaison de l'Orbite. 5° 12'	*Diff.*	Inclinaison de l'Orbite. 5° 18'	*Diff.*	Argument de la Latitude.
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	2 29 51	4 31	2 32 50	4 37	2 35 50	4 42	2 38 50	4 47	30
1	2 34 22	4 28	2 37 27	4 33	2 40 32	4 38	2 43 37	4 44	29
2	2 38 50	4 25	2 42 00	4 30	2 45 10	4 36	2 48 21	4 40	28
3	2 43 15	4 22	2 46 30	4 27	2 49 46	4 33	2 53 01	4 38	27
4	2 47 37	4 19	2 50 57	4 25	2 54 19	4 29	2 57 39	4 35	26
5	2 51 56	4 15	2 55 22	4 21	2 58 48	4 26	3 02 14	4 31	25
6	1 56 11	4 13	2 59 43	4 18	3 03 14	4 22	3 06 45	4 28	24
7	3 00 24	4 09	3 04 01	4 14	3 07 36	4 19	3 11 13	4 24	23
8	3 04 33	4 06	3 08 15	4 10	3 11 55	4 16	3 15 37	4 20	22
9	3 08 39	4 03	3 12 25	4 07	3 16 11	4 12	3 19 57	4 17	21
10	3 12 42	3 59	3 16 32	4 04	3 20 23	4 09	3 24 14	4 13	20
11	3 16 41	3 55	3 20 36	4 00	3 24 32	4 05	3 28 27	4 10	19
12	3 20 36	3 52	3 24 36	3 56	3 28 37	4 01	3 32 37	4 06	18
13	3 24 28	3 48	3 28 32	3 53	3 32 38	3 57	3 36 43	4 02	17
14	3 28 16	3 44	3 32 25	3 49	3 36 35	3 53	3 40 45	3 57	16
15	3 32 00	3 40	3 36 14	3 45	3 40 28	3 49	3 44 42	3 54	15
16	3 35 40	3 37	3 39 59	3 40	3 44 17	3 44	3 48 36	3 50	14
17	3 39 17	3 32	3 43 39	3 36	3 48 01	3 41	3 52 26	3 45	13
18	3 42 49	3 28	3 47 15	3 32	3 51 42	3 37	3 56 11	3 41	12
19	3 46 17	3 24	3 50 47	3 29	3 55 19	3 33	3 59 52	3 36	11
20	3 49 41	3 21	3 54 16	3 25	3 58 52	3 28	4 03 28	3 32	10
21	3 53 02	3 16	3 57 41	3 20	4 02 20	3 24	4 07 00	3 27	9
22	3 56 18	3 11	4 01 01	3 15	4 05 44	3 19	4 10 27	3 23	8
23	3 59 29	3 07	4 04 16	3 11	4 09 03	3 15	4 13 50	3 18	7
24	4 02 36	3 03	4 07 27	3 06	4 12 18	3 10	4 17 08	3 14	6
25	4 05 39	2 58	4 10 33	3 02	4 15 28	3 05	4 20 22	3 09	5
26	4 08 37	2 53	4 13 35	2 57	4 18 33	3 00	4 23 31	3 04	4
27	4 11 30	2 49	4 16 32	2 52	4 21 33	2 56	4 26 35	2 59	3
28	4 14 19	2 45	4 19 24	2 48	4 24 29	2 51	4 29 34	2 54	2
29	4 17 04	2 40	4 22 12	2 43	4 27 20	2 46	4 32 28	2 50	1
30	4 19 44		4 24 55		4 30 06		4 35 18		0
Argument de la Latitude.									Argument de la Latitude.

IV. & X. *Signes.*

Argument de la Latitude.

Latitudes Boreales ou *Australes.*

TABLES
DE
LA LATITUDE DE LA LUNE.

Latitudes Boreales ou *Auſtrales.*

Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.	II.		&				VIII. *Signes.*		Argument de la Latitude.
	Inclinaiſon de l'Orbite.	*Diff.*	Inclinaiſon de l'Orbite.	*Diff.*	Inclinaiſon de l'Orbite.	*Diff.*	Inclinaiſon de l'Orbite.	*Diff.*	
	5° 0'		5° 6'		5° 12'		5° 18'		
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.
0	4 19 44	2 34	4 24 55	2 38	4 30 06	2 42	4 35 18	2 45	30
1	4 22 18	2 31	4 27 33	2 33	4 32 48	2 37	4 38 03	2 40	29
2	4 24 49	2 25	4 30 06	2 28	4 35 25	2 31	4 40 43	2 34	28
3	4 27 14	2 20	4 32 34	2 23	4 37 56	2 26	4 43 17	2 28	27
4	4 29 34	2 16	4 34 57	2 19	4 40 22	2 20	4 45 45	2 23	26
5	4 31 50	2 10	4 37 16	2 13	4 42 42	2 16	4 48 08	2 18	25
6	4 34 00	2 06	4 39 29	2 08	4 44 58	2 11	4 50 26	2 13	24
7	4 36 06	2 00	4 41 37	2 03	4 47 09	2 05	4 52 39	2 08	23
8	4 38 06	1 56	4 43 40	1 58	4 49 14	2 00	4 54 47	2 02	22
9	4 40 02	1 50	4 45 38	1 52	4 51 14	1 55	4 56 49	1 57	21
10	4 41 52	1 45	4 47 30	1 47	4 53 09	1 49	4 58 46	1 52	20
11	4 43 37	1 40	4 49 17	1 42	4 54 58	1 44	5 00 38	1 46	19
12	4 45 17	1 35	4 50 59	1 37	4 56 42	1 38	5 02 24	1 40	18
13	4 46 52	1 29	4 52 36	1 31	4 58 20	1 33	5 04 04	1 35	17
14	4 48 21	1 24	4 54 07	1 26	4 59 53	1 27	5 05 39	1 29	16
15	4 49 45	1 19	4 55 33	1 20	5 01 20	1 22	5 07 08	1 24	15
16	4 51 04	1 14	4 56 53	1 15	5 02 42	1 16	5 08 32	1 18	14
17	4 52 18	1 08	4 58 08	1 09	5 03 58	1 11	5 09 50	1 12	13
18	4 53 26	1 02	4 59 17	1 04	5 05 09	1 06	5 11 02	1 06	12
19	4 54 28	0 58	5 00 21	0 59	5 06 15	1 00	5 12 08	1 01	11
20	4 55 26	0 52	5 01 20	0 53	5 07 15	0 54	5 13 09	0 56	10
21	4 56 18	0 46	5 02 13	0 48	5 08 09	0 49	5 14 05	0 50	9
22	4 57 04	0 41	5 03 01	0 42	5 08 58	0 43	5 14 55	0 43	8
23	4 57 45	0 36	5 03 43	0 36	5 09 41	0 37	5 15 38	0 37	7
24	4 58 21	0 30	5 04 19	0 31	5 10 18	0 31	5 16 15	0 32	6
25	4 58 51	0 25	5 04 50	2 25	5 10 49	0 25	5 16 47	0 26	5
26	4 59 16	0 19	5 05 15	0 20	5 11 14	0 20	5 17 13	0 20	4
27	4 59 35	0 14	5 05 35	0 14	5 11 34	0 14	5 17 33	0 15	3
28	4 59 49	0 08	5 05 49	0 08	5 11 48	0 09	5 17 48	0 09	2
29	4 59 57	0 03	5 05 57	0 03	5 11 57	0 03	5 17 57	0 03	1
30	5 00 00		5 06 00		5 12 00		5 18 00		0
Argument de la Latitude.	III.		&				IX. *Signes.*		Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.

Latitudes Boreales ou *Auſtrales.*

TABLES
DES
DEMI-DIAMETRES DE LA LUNE
qui répondent aux différentes Excentricités.

Anomalie moyenne de la Lune.	La plus gr. Equation. 5° — 43619 — Demidiametre de la Lune.	Differences.	La plus gr. Equation. 6° — 52336 — Demidiametre de la Lune.	Differences.	La plus gr. Equation. 7° — 61045 — Demidiametre de la Lune.	Differences.	La plus gr. Equation $7^{\circ}\ 39'\frac{1}{2}$ — 66800 — Demidiametre de la Lune.	Differences.	Anomalie moyenne de la Lune.
	M. S.	S.	M. S.	S.	M. S.	S.	M. S.	S.	
O.^s 0	15 04		14 57		14 49		14 44		XII. 0
6	15 04	0	14 57	0	14 50	1	14 44	0	24
12	15 05	1	14 58	1	14 51	1	14 45	1	18
18	15 06	1	14 59	1	14 52	1	14 46	1	12
24	15 07	1	15 00	1	14 53	1	14 47	1	6
I. 0	15 09	2	15 02	2	14 55	2	14 50	3	XI. 0
6	15 11	2	15 05	3	14 58	3	14 54	4	24
12	15 13	2	15 07	2	15 01	3	14 57	3	18
18	15 16	3	15 10	3	15 05	4	15 01	4	12
24	15 19	3	15 14	4	15 09	4	15 05	4	6
II. 0	15 22	3	15 18	4	15 13	4	15 10	5	X. 0
6	15 26	4	15 22	4	15 18	5	15 15	5	24
12	15 30	4	15 26	4	15 23	5	15 19	4	18
18	15 34	4	15 31	5	15 28	5	15 26	7	12
24	15 38	4	15 36	5	15 34	6	15 33	7	6
III. 0	15 42	4	15 41	5	15 40	6	15 39	6	IX. 0
6	15 46	4	15 46	5	15 46	6	15 45	6	24
12	15 51	5	15 52	6	15 52	6	15 52	7	18
18	15 55	4	15 57	5	15 58	6	15 59	7	12
24	15 59	4	16 02	5	16 05	7	16 06	7	6
IV. 0	16 03	4	16 07	5	16 11	6	16 13	7	VIII. 0
6	16 07	4	16 12	5	16 17	6	16 19	6	24
12	16 11	4	16 17	5	16 22	5	16 25	6	18
18	16 15	4	16 21	4	16 27	5	16 30	5	12
24	16 18	3	16 25	4	16 31	4	16 35	5	6
V. 0	16 21	3	16 28	3	16 35	4	16 40	5	VII. 0
6	16 23	2	16 31	3	16 39	4	16 44	4	24
12	16 25	2	16 33	2	16 42	3	16 47	3	18
18	16 26	1	16 35	2	16 44	2	16 49	2	12
24	16 27	1	16 36	1	16 45	1	16 50	1	6
VI. 0	16 27	0	16 36	0	16 45	0	16 51	1	VI. 0

Anomalie moyenne de la Lune.

On a ſuppoſé le Demi-diametre de la Lune dans ſes moyennes Diſtances aux Tems des Siſigies de $15'\ 43''\frac{1}{2}$. Si l'on en ôte $13''\frac{1}{2}$, le reſte $15'\ 30''$ ſera le Demi-diametre de la Lune au Tems des Quadratures; ce qui ne différe qu'inſenſiblement de ceux que M. Newton avoit établi, ſçavoir $15'\ 31''\frac{1}{2}$ dans les Quadratures, & $15'\ 45''$ au Tems des Siſigies.

Anomalie moyenne de la Lune.

TABLES
DES PARALLAXES HORISONTALES
DE LA LUNE
qui répondent aux différentes Excentricités.

Anomalie moyenne de la Lune.	La plus gr. Equation. 5° — 43619 — Parallaxe horisontale de la Lune. M. S.	*Différences.* S.	La plus gr. Equation. 6° — 52336 — Parallaxe horisontale de la Lune. M. S.	*Différences.* S.	La plus gr. Equation. 7° — 61045 — Parallaxe horisontale de la Lune. M. S.	*Différences.* S.	La plus gr. Equation. 7° 39′½ — 66800 — Parallaxe horisontale de la Lune. M. S.	*Différences.* S.	Anomalie moyenne de la Lune.
O.ˢ 0	54 40		54 12		53 46		53 29		XII. 0
6	54 40	0	54 13	1	53 47	1	53 30	1	24
12	54 42	2	54 16	3	53 49	2	53 33	3	18
18	54 46	4	54 20	4	53 53	4	53 37	4	12
24	54 51	5	54 25	5	54 00	7	53 44	7	6
I. 0	54 57	6	54 32	7	54 08	8	53 53	9	XI. 0
6	55 04	7	54 41	9	54 18	10	54 03	10	24
12	55 13	9	54 51	10	54 29	11	54 15	12	18
18	55 22	9	55 02	11	54 42	13	34 29	14	12
24	55 33	11	55 15	13	54 57	15	54 45	16	6
II. 0	55 45	12	55 29	14	55 13	16	55 02	17	X. 0
6	55 58	13	55 44	15	55 30	17	55 21	19	24
12	56 12	14	56 00	16	55 49	19	55 41	20	18
18	56 26	14	56 17	17	56 08	19	56 02	21	12
24	56 41	15	56 35	18	56 29	21	56 25	23	6
III. 0	56 56	15	56 53	18	56 50	21	56 48	23	IX. 0
6	57 12	16	57 12	19	57 12	22	57 12	24	24
12	57 28	16	57 31	19	57 34	22	57 36	24	18
18	57 44	16	57 50	19	57 56	22	58 00	24	12
24	57 59	15	58 09	19	58 18	22	58 25	25	6
IV. 0	58 14	15	58 27	18	58 40	22	58 49	24	VIII. 0
6	58 28	14	58 45	18	59 01	21	59 12	23	24
12	58 42	14	59 01	16	59 21	20	59 33	21	18
18	58 54	12	59 16	15	59 39	18	59 54	21	12
24	59 05	11	59 30	14	59 55	16	60 12	18	6
V. 0	59 15	10	59 42	12	60 10	15	60 28	16	VII. 0
6	59 23	8	59 53	11	60 22	12	60 43	15	24
12	59 30	7	60 01	8	60 32	10	60 53	10	18
18	59 35	5	60 07	6	60 39	7	61 01	8	12
24	59 38	3	60 10	3	60 43	4	61 06	5	6
VI. 0	59 39	1	60 12	2	60 45	2	61 08	2	VI. 0
Anomalie moyenne de la Lune.									Anomalie moyenne de la Lune.

Dans les Tables publiées en 1680, Flamſteed a fait la Parallaxe horiſontale de la Lune aux tems de ſes moyennes diſtances & dans les Siſigies de 58′ 2″½ : M. Newton l'admet de 57′ 30″, mais celle qu'on ſuppoſe ici de 57′ 2″½, paroît confirmée par les grandes Latitudes Auſtrales & Boréales de la Lune qui ont été obſervées en France depuis 7 à 8 ans.

TABLE DE LA CORRECTION DES DEMI-DIAMETRES ET DES PARALLAXES HORISANTALES DE LA LUNE.

TABLE DE L'AUGMENTATION DU DEMI-DIAMETRE HORISONTAL DE LA LUNE.

Distance de la Lune au Soleil.	La Lune Apogée. Demi-Diametre.	La Lune Apogée. Parallaxe horisont.	La Lune Périgée. Demi-Diametre.	La Lune Périgée. Parallaxe horisont.	Distance de la Lune au Soleil.	Distance de la Lune au zénit.	La Lune Apogée. Demi-Diametre.	La Lune Périgée. Demi-Diametre.	Hauteur de la Lune sur l'horison.
Os.VI. 00	00″	00″	00″	00″	00 VI. XII.	90	00″	00″	00
10	02	08	02	09	20	80	02	03	10
20	04	16	05	18	10	70	05	06	20
I. VII. 00	06	23	07	26	00 V. XI.	60	07	09	30
10	08	30	09	34	20	50	09	12	40
20	10	35	11	41	10	40	11	14	50
II. VIII. 00	11	40	12	46	00 IV. X.	30	12	16	60
10	12	44	13	50	20	20	13	17	70
20	13	46	14	52	10	10	14	18	80
III. IX. 00	13	46	14	53	00 III. IX.	00	14	18	90

Cette correction est toujours soustractive, & par conséquent doit être retranchée, soit du Demi-Diametre, soit de la Parallaxe horisontale.

Cette correction est additive, à cause que le Demi-Diametre de la Lune augmente à mesure qu'elle s'éleve sur l'horison.

TABLE

De l'angle que forme avec l'Ecliptique, dans les Eclipses, l'orbite apparente de la Lune.

Mouvement Horaire de la Lune au Soleil.

Signes. O.&VI.	27′ D.M.	28′ D.M.	29′ D.M.	30′ D.M.	31′ D.M.	32′ D.M.	33′ D.M.	34′ D.M.	35′ D.M.	36′ D.M.	*Signes.* XI.&V.
0°	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	30°
1	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	29
2	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	28
3	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	27
4	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	26
5	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	25
6	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	24
7	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	23
8	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	22
9	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	21
10	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	5 32	20
11	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	5 32	5 31	19
12	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	5 32	5 31	5 30	18

TABLE
DES
DES MOYENS MOUVEMENS
DE LA LUNE
Pour les Heures, Minutes & Secondes.

Heures.	Moyen Mouvement. D. M. S.	Apogée. M. S.	Nœud. M. S.	Min. / Sec.	Moyen Mouvement. M. S. / Sec. Tierc.	Apogée. Sec. / Tierc.	Nœud. Sec. / Tierc.	Min. / Sec.	Moyen Mouvement. M. S. / Sec. Tierc.	Apogée. Sec. / Tierc	Nœud. Sec. / Tierc.
1	0 32 56	0 17	0 08	1	0 33	0	0	31	17 01	9	4
2	1 05 53	0 33	0 16	2	1 06	1	0	32	17 34	9	4
3	1 38 49	0 50	0 24	3	1 39	1	0	33	18 07	9	4
4	2 11 46	1 07	0 32	4	2 12	1	1	34	18 40	9	4
5	2 44 42	1 24	0 40	5	2 45	1	1	35	19 13	9	5
6	3 17 39	1 40	0 48	6	3 18	2	1	36	19 46	10	5
7	3 50 35	1 57	0 56	7	3 51	2	1	37	20 19	10	5
8	4 23 32	2 14	1 04	8	4 24	2	1	38	20 52	10	5
9	4 56 28	2 30	1 12	9	4 56	2	1	39	21 25	11	5
10	5 29 24	2 47	1 19	10	5 29	3	1	40	21 58	11	5
11	6 02 21	3 04	1 27	11	6 02	3	1	41	22 31	11	6
12	6 35 18	3 20	1 35	12	6 35	3	2	42	23 04	12	6
13	7 08 14	3 37	1 43	13	7 08	4	2	43	23 36	12	6
14	7 41 10	3 54	1 51	14	7 41	4	2	44	24 09	12	6
15	8 14 07	4 11	1 59	15	8 14	4	2	45	24 42	13	6
16	8 47 03	4 27	2 07	16	8 47	4	2	46	25 15	13	6
17	9 20 00	4 44	2 15	17	9 20	5	2	47	25 48	13	6
18	9 52 56	5 01	2 23	18	9 53	5	2	48	26 21	13	6
19	10 25 53	5 18	2 31	19	10 26	6	3	49	26 54	14	6
20	10 58 49	5 34	2 39	20	10 59	6	3	50	27 27	14	7
21	11 31 46	5 51	2 47	21	11 32	6	3	51	28 00	14	7
22	12 04 42	6 08	2 55	22	12 05	6	3	52	28 33	14	7
23	12 37 39	6 24	3 03	23	12 38	6	3	53	29 06	15	7
24	13 10 35	6 41	3 11	24	13 11	7	3	54	29 39	15	7
25	13 43 32	6 58	3 19	25	13 44	7	3	55	30 12	15	7
26	14 16 28	7 14	3 27	26	14 16	7	3	56	30 45	16	7
27	14 49 24	7 31	3 35	27	14 49	8	4	57	31 18	16	8
28	15 22 21	7 48	3 43	28	15 22	8	4	58	31 51	16	8
29	15 55 17	8 05	3 51	29	15 55	8	4	59	32 24	16	8
30	16 28 15	8 21	3 59	30	16 28	8	4	60	32 56	17	8

Pour connoître le véritable Mouvement Horaire, ſoit dans les Eclipſes, ſoit pour tout autre inſtant propoſé, l'opération la plus certaine, quoique longue & penible, ſera de calculer trois fois le lieu de la Lune, c'eſt-à-dire d'abord pour le moment propoſé, enſuite pour une heure avant ou après l'inſtant qui répond à ce premier calcul M. Newton l'admet dans les Siſigies de 33′ 32″½ la Lune étant dans ſes moyennes diſtances, mais dans les Quadratures de 32′ 12″.

Des Inégalités de la Lune au tems des Sisigies.

ON a fait voir il y a déja long-tems, qu'au lieu de publier tant de Tables Astronomiques différentes, il eut peut-être mieux valu s'en tenir aux anciennes qu'on auroit corrigées (de même que l'a pratiqué Flamsteed pour celles d'Horoxius sur la Lune) puisqu'on est continuellement fatigué dans l'étude de l'Astronomie, lorsqu'il s'agit de comparer tant de Tables les unes aux autres, & de découvrir les causes des changemens ou Equations qu'on y a fait entrer. C'étoit-là le projet de quelques uns des plus anciens Astronomes de l'Académie des Sciences & qui avoient déja commencé à le mettre en exécution; mais la théorie des Planetes paroissant peut-être encore trop imparfaite, on a cru devoir s'en écarter dans la suite. Il semble néantmoins que ceux qui se sont le plus appliqués à construire les Tables de la Lune n'ont gueres connu, au tems des Sisigies, que la seule Equation découverte par Hipparque; car la seconde & troisieme inégalité de cet Astre n'ayant plus lieu au tems des Nouvelles & Pleines Lunes, on n'en pouvoit faire usage que dans les situations de la Lune qui répondent aux autres phases. Il est à remarquer cependant qu'on a souvent confondu, ou même qu'on n'a pas assez distingué ces deux inégalités; que dans la plûpart des Tables on a négligé l'Equation du Nœud, introduite par Kepler (laquelle s'étend jusqu'à $1^{\circ}\frac{1}{2}$ dans les octans), comme aussi de faire l'inclinaison de l'orbite Lunaire, sur le plan de l'Ecliptique, de $18'$ plus grande, quand les nœuds sont dans les Sisigies, que lorsqu'ils se trouvent dans les Quadratures, conformément aux découvertes qui en ont été faites par Tycho & qui ont été confirmées par Kepler.

Au reste depuis le tems de Tycho-Brahé on avoit senti, comme nous l'avons dit, la nécessité d'employer une nouvelle Equation du tems, dans le calcul du lieu de la Lune; mais Flamsteed ayant discuté fort au long cette matiere, il semble qu'elle ait été décidée dès l'an 1673, ou du moins très-peu de tems après lorsque M. Halleï entreprit de la développer, attribuant cette Equation non pas au tems, mais au Moyen Mouvement de la Lune, comme on le peut voir en consultant ce qui est inséré à la fin de son Catalogue des Etoiles Australes.

Nous avons assez expliqué d'où dépendoit cette Equation, aussi-bien que celles du Moyen Mouvement, soit du Nœud, soit de l'Apogée, qui ne doivent plus être négligées dans les calculs. Ainsi nous n'insisterons pas davantage sur ce sujet, non plus que sur deux autres Equations du Moyen Mouvement de la Lune * bien moins sensibles que celle dont on vient de parler, mais dont on ne sçauroit gueres se dispenser de faire usage.

L'orbite de la Lune n'étant pas véritablement une Ellipse, à cause de l'action du Soleil qui détourne à chaque

* Ces deux Equations sont fondées sur ce que l'Action du Soleil sur la Lune est la plus grande & par conséquent dilate davantage l'orbite, lorsque le grand axe de cette orbite se trouve dans la ligne des Sisigies, comme aussi lorsque la ligne des Nœuds vient à s'y rencontrer. Cela doit arriver deux fois chaque année, à cause du mouvement réel de la Terre attribué au Soleil, lequel parcourant la circonférence de l'Ecliptique rencontre successivement l'Apogée & le Périgée de la Lune, ou son Nœud ascendant & descendant, à chaque révolution sur le grand orbe. On doit bien remarquer ici, 1° que quand le grand Axe ou le Nœud sont dans les Sisigies ou dans les Quadratures, ces Equations sont nulles : 2° que la seconde & troisiéme Table de la p. 166. ont été calculées pour l'unique cas auquel la Terre se trouve dans ses moyennes distances au Soleil; en sorte que s'il arrive pour lors que le grand Axe ou le Nœud de la Lune se rencontre dans les octans, les plus grandes Equations moyennes seront de 3′ 45″ & de 0′ 47″. D'ailleurs la Terre étant dans son Aphélie la premiere de ces deux Equations ne sçauroit s'étendre (lorsque le grand Axe est dans les octans) que jusqu'à 3′ 34″ & la seconde (la ligne des Nœuds étant dans les octans) qu'à 0′ 45″ : enfin la Terre étant au Périhélie elles doivent augmenter jusqu'à 3′ 56″ & 0′ 49″ ; car elles augmentent ou diminuent dans la raison renversée des cubes de la distance de la Terre au Soleil. Dans tous les autres cas ces Equations sont à la plus grande, comme le sinus de deux fois la distance de l'Axe ou du Nœud à la plus proche Sisigie ou Quadrature, est au rayon ou sinus total, & c'est sur ce principe que les deux Tables ont été calculées.

inſtant cette Planete de la route qu'elle devroit ſuivre dans chaque révolution périodique autour de la Terre, on a proposé de ramener cette orbite à différentes Ellipſes, en ſuppoſant une excentricité variable * & admettant un mouvement réel dans le lieu de l'Apogée. Cette idée a paru d'autant plus naturelle & la forme de calculer les lieux de la Lune ſelon cette Méthode, d'autant plus commode, quà l'aide de ces deux ſuppoſitions on ne ſçauroit gueres s'écarter ſenſiblement de l'orbite véritable. Mais on en approchera encore plus exactement ſi l'on a égard

Planche II. *Fig.* A.

* Qu'on ſuppoſe la moyenne diſtance de la Lune à la Terre diviſée en 100000, & la Terre étant en *T*, ſoit *TC* l'Excentricité moyenne de l'orbite lunaire de 5505 parties. Si l'on prolonge *TC* juſqu'en *B*, enſorte que *CB* ſoit le ſinus de 12° 18′ ou de la plus grande Equation de l'Apogée pour un rayon *TC*, & ſi l'on décrit du centre *C* & de l'intervalle *CB* le cercle *BDA*, ce cercle ſera celui ſur la circonférence duquel, doit être placé le centre de l'orbite lunaire; de maniere qu'il pourra parcourir la circonférence de ce cercle ſuivant l'ordre des lettres *BDA*.

Ainſi pour découvrir dans un tems quelconque l'Equation de l'Apogée ſans avoir recours à la Table page 167, comme auſſi l'Excentricité & par conſéquent la plus grande Equation de l'orbite lunaire, on fera l'angle *BCD* égal à deux fois l'argument annuel, c'eſt-à-dire, à deux fois la diſtance du vrai lieu du Soleil à l'Apogée de la Lune déja corrigé (par la Table, pag. 164 & ſuiv.) ce qui donnera l'angle *CTD* égal à l'Equation de l'Apogée que l'on cherche: on connoîtra auſſi dans le même Triangle *CTD* le côté *TD* qui ſera l'Excentricité correſpondante au tems propoſé, c'eſt-à-dire, qui convient à l'Ellipſe dont le grand Axe répondroit préciſément au lieu de l'Apogée qu'on vient de déterminer.

On voit par là que l'orbite actuelle de la Lune étant connue, puiſqu'on vient de découvrir le lieu de ſon Apogée & ſon Excentricité, il ſera aiſé de calculer ſelon la Méthode de M. Newton (qui ſera expliquée ci-après au Chap. XXIV), l'Equation du centre qui répond au moyen mouvement de la Lune pour l'inſtant propoſé. Les quatre Tables de la pag. 170 & ſuiv. ont été calculées ſuivant cette Méthode; mais comme il n'eſt pas poſſible de calculer autant de Tables qu'il ſe trouve d'Excentricités différentes, ceux qui ſe propoſeront de connoître l'Equation du centre de la Lune plus exactement qu'en ſe ſervant de quelques unes des quatre Tables dont nous venons de parler, ou bien qui ne voudront pas déduire l'Equation, en prenant des parties proportionnelles entre les deux Tables les plus prochaines, pourront en ce cas avoir recours à la Méthode de M. Nevvton.

Le lieu de la Lune ainſi corrigé par l'Equation du centre ne differera pas beaucoup du véritable dans les Siſigies & le calcul qu'on en aura fait ſe trouve (à certaines corrections près qu'on n'a pu ſe diſpenſer d'y faire entrer) entierement ſemblable à celui dont on s'eſt ſervi pour connoître le vrai lieu du Soleil.

Mais parce que dans tout ce que l'on vient d'établir au ſujet de l'Equation du centre de la Lune ou de ſes différentes Excentricités on a ſuppoſé la Terre dans ſa moyenne diſtance au Soleil, & que cette Equation ou Excentricité doit varier ſelon que la Terre s'approche ou s'éloigne du Soleil. Il reſte donc à parler de la ſeconde Equation du centre que M. Newton a introduite.

à une ſeconde ou nouvelle Equation du centre que M. Newton a introduite & dont il explique la cauſe dans le 3e Livre des Principes Mathématiques de ſa Philoſophie.

La plus grande Equation du lieu de l'Apogée avoit été établie autrefois par Flamſteed de 11° 47′$\frac{2}{5}$. Mais M. Newton l'a augmentée & s'eſt aſſuré qu'elle devenoit plus conforme aux Obſervations lorſqu'on la ſuppoſe de 12° 18′.

La premiere des deux Tables de la page 179 étant donc une ſeconde Equation du centre, il ne faut pas la confondre avec l'autre Table intitulée, Septiéme Equation de la

Lorſque la Terre eſt dans ſon Périhélie, l'action du Soleil étant alors plus grande à l'égard de la Lune, que dans les moyennes diſtances, le centre de l'orbite lunaire doit donc ſe mouvoir avec plus de viteſſe autour du point *C*: par une raiſon toute contraire ce centre aura moins de viteſſe au tems de l'Aphelie & cela en raiſon réciproque des cubes de la diſtance du Soleil à la Terre. Mais l'Equation du centre du Soleil étant compriſe dans l'argument annuel, la viteſſe du centre de l'orbite lunaire doit ſe trouver déja dans la raiſon réciproque des quarrés de la diſtance de la Terre au Soleil. Or afin de faire mouvoir ce centre encore plus vîte & cela dans la raiſon ſimple, mais inverſe, de la diſtance de la Terre au Soleil, il faut mener du centre *D* la droite *DE* vers le lieu de l'Apogée de la Lune & qui ſoit parallele à *TC*; enſuite on prendra l'angle *EDF* égal à l'excès de l'argument annuel déterminé ci-deſſus, ſur la diſtance de l'Apogée de la Lune au Périgée du Soleil & cela en comptant toujours ſuivant l'ordre des Signes: ou bien on prendra l'angle *CDF* égal au complement à 360 degré de l'Anomalie vraie du Soleil. On fera enſuite *DF* eſt à *DC* comme la double Excentricité de l'orbe terreſtre eſt à la moyenne diſtance du Soleil à la Terre, & de plus comme le mouvement moyen diurne du Soleil relativement à l'Apogée de la Lune eſt au mouvement moyen du Soleil compté du lieu de ſon Aphélie, c'eſt à-dire, comme 33$\frac{7}{8}$ eſt à 1000, & comme 52′ 27″ 16‴ eſt à 59′ 8″ 10‴, en un mot comme 3 eſt à 100. On aura donc ainſi la poſition du point *F*, où il faut imaginer préſentement le centre de l'orbite lunaire qu'on peut ſuppoſer en mouvement dans la circonférence d'un nouvel Epicicle : ce centre doit y achever ſa révolution préciſément dans le même-tems que le point *D* parcourt la circonférence du cercle *DABD*. Par là on ſatisfera à ce qui a été propoſé ci-deſſus, ſçavoir que le centre de l'orbite lunaire ſoit mû dans une courbe donnée autour du point C, & cela à peu de choſe près dans la raiſon réciproque des cubes de la diſtance du Soleil à la Terre.

On peut, ſi l'on veut, ſe ſervir de l'aproximation donnée par M. Newton pour connoître la ſeconde Equation du centre. Cette ſeconde Equation eſt à très-peu-près comme le ſinus de l'angle que la droite *DF* forme avec la ligne tirée du point *F* à la Lune: dans la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, elle peut s'étendre juſqu'à 2′ 25″ lorſqu'elle eſt la plus grande. Quant à l'angle que forme continuellement cette droite *DF* avec la ligne tirée du point *F* à la Lune, on le trouve, ſoit en retranchant l'angle *EDF* de l'Anomalie moyenne de la Lune, ſoit en ajoutant la diſtance de la Lune au Soleil à la diſtance de l'Apogée de la Lune à l'Apogée du Soleil. Enfin ſelon ces memes principes on pourra conſtruire une autre Table ſemblable à la premiere des deux de la page 179, ſi l'on fait comme le rayon eſt au ſinus de l'angle dont on vient de parler, ainſi 2′ 25″, ſont à la ſeconde Equation du centre de la Lune que l'on cherche.

De la septiéme Equation ou seconde Variation de la Lune.

Lune & qui n'est autre chose qu'une correction de la Variation. La 7^{e} Equation n'a lieu, selon cette derniere Table, que hors les tems des Sisigies & principalement au tems des Quadratures. On peut donc la désigner sous le nom de 2^{e} Variation de la Lune, puisqu'il est vrai de dire que, toutes choses égales, la Variation découverte par Tycho dans les octans, n'est pas la même dans les Croissans ou vers la Nouvelle Lune, qu'avant ou après la Pleine Lune.

M. Newton ayant augmenté de 15$''$ la seconde Equation du centre de la Lune, dans le 3^{e} Liv. des Princip. Mathem. de sa Philosophie, & ayant donné la Méthode de la calculer avec plus d'exactitude qu'en se servant de la Table qui en avoit été construite selon les Elémens publiés dans l'Astronomie de Gregori, il paroît nécessaire de rapporter aussi la meilleure Méthode de calculer la seconde Variation, au cas que l'on veuille déterminer le lieu de la Lune (dans ses moyennes distances *) avec un peu plus de précision. Mais nous devons avertir auparavant qu'au lieu de supposer la Variation de la Lune, lorsque la Terre est Apogée ou Périgée, comme elle se trouve dans la premiere Table page 166, M. Newton l'a établie en dernier lieu de 33$'$ 14$''$ & 37$'$ 11$''$.

** Dans les autres cas la sixiéme & septiéme Equation varient de plus en même raison que les Parallaxes.*

Maniere de calculer la seconde variation, plus exactement qu'en se servant de la seconde Table insérée p. 179.

La seconde Variation a pour origine l'action du Soleil sur la Lune qui fait varier son orbite selon les diverses positions du grand Axe ou de l'Apogée de la Lune à l'égard du Soleil. Pour la calculer, on fera comme le Rayon est au Sinus verse de la distance de l'Apogée de la Lune au Périgée du Soleil (comptée selon l'ordre des Signes), ainsi 2$'$ sont à un quatrieme Terme: ensuite comme le Rayon est au Sinus de la distance de la Lune au Soleil, ainsi le quatriéme Terme trouvé plus 1$'$, à la seconde Variation ou septiéme Equation de la Lune. Au reste les Observations n'ont pas encore fait connoître si les quantités 2$'$ & 1$'$ doivent être diminuées ou augmentées de quelques secondes.

CHAPITRE

CHAPITRE ONZIEME.

Des Eclipſes de Soleil & de Lune.

S'Il y a quelque choſe dans l'Aſtronomie qui puiſſe nous faire connoître les plus grands efforts de l'eſprit humain, lorſqu'il s'agit de choſes très-ſubtiles & qui demandent le plus de ſagacité, c'eſt aſſurément la Théorie des Eclipſes de Soleil & de Lune, c'eſt, dis-je, la juſteſſe avec laquelle on eſt parvenu depuis long-tems à les calculer & à les prédire. Nous voilà donc arrivés à cette partie de l'Aſtronomie ſi ſublime & ſi digne d'occuper les plus excellens eſprits : rien ne paroît d'abord plus difficile à bien traiter ; mais l'explication claire & ſimple qu'on en va donner fera bientôt connoître que les regles en ſont certaines & inconteſtables.

Le mot d'*Eclipſe* vient du mot grec ἐκλείπω, qui ſignifie manquer, tomber en défaillance, &c. Lorſque la Lune eſt pleine & que ſa lumiere eſt fort éclatante, s'il arrive qu'elle rencontre l'ombre de la Terre, & qu'elle ſe trouve dépouillée de cette lumiere ſi vive qu'elle reçoit du Soleil ; alors ou cet Aſtre ſemble s'éteindre, ou paroît totalement manquer dans le Ciel. On peut dire à peu près la même choſe à l'égard du Soleil que l'on voit 15 jours avant & après s'obſcurcir peu à peu ou diſparoître entierement ; ce qui ne peut arriver que quand la Lune paſſe entre le Soleil & la Terre. Or l'on conçoit aſſez maintenant ce que nous devons entendre par le mot d'Eclipſe de Soleil & de Lune ; nous entrerons néantmoins ici dans quelques détails particuliers. Des Eclipſes. Ce que c'eſt.

Il faut d'abord faire attention que tout Corps opaque expoſé à la lumiere du Soleil jette perpétuellement ſon Réflexions ſur l'ombre que jettent les corps opaques.

ombre vers la partie opposée. Cette ombre n'est autre chose qu'un espace qui manque de lumiere ; ce qui vient de ce que le Corps opaque absorbe, ou du moins arrête tous les rayons du Soleil qui couvrent environ la moitié de sa superficie. Ainsi la Terre étant un Corps opaque, il est évident qu'elle doit jetter son ombre vers la partie opposée au Soleil ; & que la Lune lorsqu'elle traversera cet espace, perdra nécessairement la lumiere qu'elle recevoit du Soleil : en un mot il faut qu'elle soit obscurcie pendant tout le tems de cette traversée. De plus la figure de la Terre étant à très-peu près sphérique, il faut que son ombre prenne une des trois formes suivantes, sçavoir ou une forme cylindrique, ce qui supposeroit que la Terre est égale en grosseur au Soleil, ou bien la figure d'un cone tronqué qui va en augmentant, ce qui arriveroit si la Terre étoit plus grosse que le Soleil ; dans l'un ou l'autre de ces deux cas, l'ombre de la Terre s'étendroit à l'infini & par conséquent les Planetes supérieures, comme *Mars*, *Jupiter* & *Saturne*, seroient successivement éclipsées. Enfin l'ombre de la Terre pourroit prendre aussi la figure d'un cone & diminuer peu à peu en s'éloignant. Or c'est ce troisieme cas que nous voyons arriver, puisque les Planetes supérieures ne sont jamais éclipsées, & que l'on sçait d'ailleurs que la Terre est moins grosse que le Soleil.

Des différentes figures d'ombres. PLANCHE II. *Fig.* 16 & 17.

Fig. 18.

Le Soleil est beaucoup plus grand que la Terre.

Il suit aussi de ce que nous venons de dire, que la Lune doit être beaucoup plus petite que la Terre puisqu'en effet le diametre de la Lune est contenu environ trois fois dans l'ombre de la Terre ; car il est évident qu'à cette distance le diametre de l'ombre qui va toujours en diminuant, est beaucoup plus petit que n'est le diametre de la Terre ; aussi ce dernier contient-t-il environ quatre fois le diametre de la Lune.

PLANCHE III. *Fig.* 1.

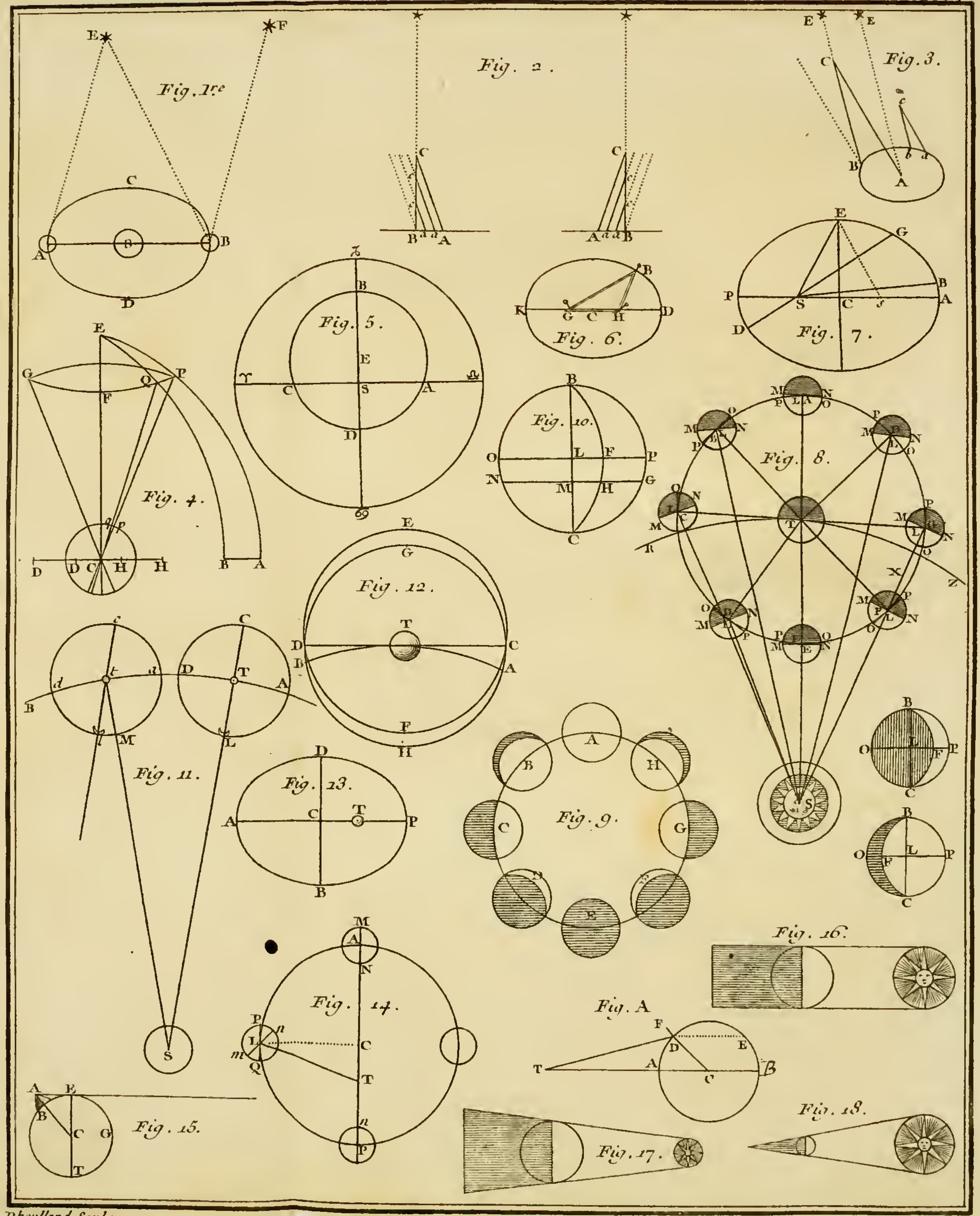
Soit maintenant *S* le Soleil ; *T* la Terre, *ABC* le cone d'ombre de la Terre : il eſt évident qu'on ne peut tirer aucunes lignes droites du Soleil à tel point qu'on voudra de l'eſpace *ABC*, puiſqu'elles rencontreront la Terre, laquelle n'étant point tranſparente, doit néceſſairement arrêter ces lignes droites ou rayons qui, comme l'on voit, ne peuvent ni remplir ni éclairer l'eſpace *ABC*. Or il ſuit de là que ſi la Lune au tems de ſon oppoſition au Soleil, vient à traverſer cet eſpace, elle ſera pour lors entierement plongée dans les ténebres, & que par conſéquent il y aura Eclipſe au moment de la Pleine Lune.

Dans quel tems arrivent les Eclipſes de Lune, & celles du Soleil.

Il arrive à peu près la même choſe au tems de la Nouvelle Lune lorſque l'ombre conique de cette Planete, qui eſt directement oppoſée au Soleil, vient à rencontrer la Terre : car alors les Obſervateurs qui ſe trouvent dans le lieu de la Terre où l'on voit la Lune en conjonction avec le Soleil, c'eſt-à-dire, dans le lieu où tombe la pointe du cone de l'ombre de la Lune, ſont plongés pour quelques momens dans une nuit obſcure, de maniere qu'ils ceſſent de voir le Soleil pendant tout le tems que cette ombre emploie à traverſer le lieu qu'ils habitent. Il faut cependant remarquer que comme la Lune eſt beaucoup plus petite que la Terre, ſon ombre n'en ſçauroit jamais couvrir toute la ſuperficie ; mais ſeulement une partie comme *BC*, laquelle eſt tout-à-fait plongée dans les ténebres : car il ſe répand continuellement ſur tout le reſte de la ſurface de la Terre une quantité ſuffiſante de rayons venans d'une partie plus ou moins grande du diſque du Soleil, & qui ſuffiſent pour éclairer les lieux où ils tombent. Auſſi doit-on appercevoir de ces mêmes lieux le Soleil plus ou moins éclipſé, ſelon qu'on ſe trouve plus ou moins près du cone d'ombre de la Lune. Par exemple, ceux qui habitent vers *P*, apperçoivent le Soleil à moitié éclipſé : mais ceux qui habitent depuis *M* juſqu'en *N*, ne ſe trouvent plus ſitués comme il convient pour

PLANCHE III. *Fig.* 2.

L'Eclipſe du Soleil ne paroît pas de la même maniere par toute la Terre ; car les uns l'obſervent totale, lorſque d'autres ou ne l'obſervent que partiale, ou ne s'en apperçoivent aucunement.



Dheulland Sculp.

apperceveoir la moindre marque ſenſible de l'Eclipſe.

On voit encore très-clairement qu'il n'eſt pas poſſible qu'il y ait jamais d'Eclipſe de Lune dans d'autre tems que dans des Pleines Lunes, c'eſt-à-dire, lorſque la Lune eſt en oppoſition avec le Soleil; ni qu'il y ait d'Eclipſe de Soleil, ou plutôt de Terre, que dans les Nouvelles Lunes, lorſque cette Planete paroît en conjonction avec le Soleil. Mais comme il y a dans chaque Mois une Nouvelle & Pleine Lune, on demandera peut-être pourquoi on n'y obſerve pas régulierement deux ſortes d'Eclipſes? C'eſt ce que nous allons tâcher d'expliquer; comme auſſi pourquoi il y a des Eclipſes totales & des Eclipſes partiales dont la grandeur ſe trouve varier à l'infini. Je dis donc en premier lieu, que ſi la Lune n'avoit point d'autre orbite que l'Ecliptique, c'eſt-à-dire, que ſi ſa révolution périodique ne s'achevoit point tous les Mois autour de la Terre dans un plan différent de celui que parcourt la Terre chaque année dans l'Ecliptique autour du Soleil, aſſurément l'axe de l'ombre terreſtre ne pouvant jamais ſortir de ce même plan, il y auroit à chaque Pleine Lune une Eclipſe totale & centrale. Il en ſeroit de même à chaque nouvelle Lune & ces Eclipſes ſeroient encore plus ſenſibles dans le cas où la Lune eſt le plus proche qu'elle puiſſe être de la Terre; car ſon ombre venant à tomber exactement au milieu de la ſurface de la Terre qui eſt tournée du côté du Soleil, y obſcurciroit le plus grand eſpace. Mais parce qu'on a fait voir ci-devant que le plan de l'orbite de la Lune étoit incliné à celui de l'Ecliptique, & que ces deux plans ne ſe rencontroient que dans une ſeule ligne ou ſection commune, laquelle doit paſſer par le centre de la Terre, il eſt évident que la Lune ne ſe trouvera plus dans le plan de l'Ecliptique, que lorſqu'elle paſſera vers l'une ou l'autre extrémité de cette ligne, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle ſe trou-

Pourquoi la Lune & le Soleil ne ſont pas éclipſés chaque mois.

vera dans ses nœuds; il s'ensuit donc que toutes les fois que le lieu de la Pleine Lune se rencontrera dans la ligne des nœuds, l'axe de l'ombre terrestre passera pour lors par le centre de la Lune, & que l'Eclipse sera totale & centrale. Soit un cercle *MN* qui représente la coupe ou section perpendiculaire du cone de l'ombre terrestre, soit aussi une partie de l'orbite de la Lune représentée par *CD*. Cette portion de son orbite que la Lune parcourt au tems de son opposition n'étant pas d'une grandeur bien considérable, on peut sans erreur sensible la représenter par une ligne droite. Imaginons encore que la droite *EGA* représente une partie de l'Ecliptique. Cela supposé, si l'on conçoit maintenant le centre de la Lune au point *F*, sçavoir au premier instant qu'elle commence à entrer dans l'ombre, & si l'on observe ensuite ce même centre au point *E* où la Lune doit paroître sortir entierement de l'ombre, ce centre aura nécessairement passé au point *G* dans l'axe de l'ombre de la Terre, & c'est-là précisément ce que l'on appelle Eclipse totale & centrale. Ces sortes d'Eclipses n'arrivent donc que quand les centres de la Lune & de l'ombre se rencontrent précisément dans l'un ou l'autre nœud, ce qui est un cas fort rare. Il faut aussi remarquer que la plus grande durée d'une Eclipse de Lune se doit connoître par le tems que le centre de la Lune emploie à parcourir l'arc *EF* qui est égal à 3 ou 4 diametres de Lune, ou environ deux degrés. Cet arc *EF* représente le mouvement de la Lune par rapport à celui de l'ombre de la Terre; & ce mouvement ne s'acheve ordinairement que dans l'espace d'environ quatre heures.

PLANCHE III. *Figure 3.*

Des Eclipses totales & centrales.

Il n'est pas moins évident qu'il peut y avoir aussi plusieurs Eclipses totales, mais qui ne seront pas centrales. Cela doit varier à tel point qu'il peut arriver que le nœud de la Lune, non seulement ne se trouvera pas dans l'axe, mais même qu'il pourroit être entierement hors de

PLANCHE III. *Figure 4.*

Des Eclipses partiales. PLANCHE III. *Fig. 5 & 6.*

l'ombre, comme on le peut voir dans la figure. Enfin le nœud de la Lune peut être si éloigné de l'ombre, qu'il n'y aura qu'une petite partie de son disque qui y sera plongée : & alors il y aura une Eclipse partiale, qui sera plus ou moins grande, selon que le nœud sera plus ou moins proche de l'ombre de la Terre. Cependant si ce nœud en est éloigné au moment de la Pleine Lune, d'un peu plus de treize degrés, alors la distance de la Lune à l'Ecliptique sera trop grande pour que son disque apparent puisse rencontrer ou effleurer l'ombre terrestre : on voit donc par là pourquoi les Eclipses de Lune arrivent si rarement. Mais il est tems de parler des Eclipses de Soleil, de celles, dis-je, qu'on devroit plutôt nommer des Eclipses de Terre.

Des Eclipses de Terre.

Nous venons de voir tout à l'heure comment l'ombre de la Terre jettée sur la Lune, doit y produire les Eclipses totales ou partiales que l'on y observe de tems en tems ; ce n'est donc que par un effet à très-peu près semblable que la Lune, lorsqu'elle jette son ombre sur la Terre, forme une Eclipse de Terre : toute la différence qui s'y trouve vient uniquement de ce que la Lune étant beaucoup plus petite que la Terre, son ombre n'en sçauroit couvrir toute la surface, mais seulement une très-grande partie de cette même surface. Ainsi il n'y aura que ceux qui habitent cette partie de la Terre qui se trouveront dans les ténebres; ensorte que la Lune venant à jetter son ombre dans une fort petite étendue, on y verra disparoître le Soleil. C'est la raison pourquoi on nomme ce phénomene Eclipse de Soleil, quoiqu'improprement, puisque le Soleil ne manque point pour cela de lumiere. En effet il la conserve toujours avec le même éclat, ce sont au contraire les régions de la Terre où l'ombre vient à se répandre, qui en manquent effectivement, & ce sont elles qui sont véritablement éclipsées.

Mais pour mieux faire entendre cette théorie des Eclipſes, il faut auparavant rechercher ici les véritables grandeurs des cones formés par l'ombre de la Terre & de la Lune. C'eſt ce que nous nous propoſons de détailler, lorſque nous aurons établi quelques ſuppoſitions ou demandes néceſſaires pour y parvenir.

Les lignes tirées du centre du Soleil à la ſurface de la Terre doivent être regardées comme ſenſiblement paralleles.

Je ſuppoſe donc que deux lignes droites, ou deux rayons qui partent du centre du Soleil, & qui aboutiſſent à différens points de la ſurface de la Terre, ſoient regardés comme deux lignes exactement paralleles. Car deux lignes ſont cenſées paralleles lorſqu'elles ne peuvent ſe rencontrer qu'à une diſtance infinie. Or la diſtance de la Terre au Soleil eſt ſi grande par rapport aux plus grands intervalles donnés des deux lignes dont nous venons de parler; cette diſtance, dis-je, eſt ſi grande par rapport au diametre de la Terre, que ce diametre ne peut être regardé que comme un point en comparaiſon d'un éloignement auſſi conſidérable. C'eſt auſſi ce dont tous les Aſtronomes conviennent aujourd'hui, puiſque ſelon le calcul de leurs obſervations, le diametre de la Terre vû du Soleil paroîtroit ſous un angle ſi petit, qu'à peine peut-il être ſenſible à l'œil. Ainſi la Terre n'eſt vûe du Soleil que comme un point imperceptible; & en vertu de cette diſtance preſqu'immenſe, toutes les lignes tirées du centre du Soleil à la ſurface de la Terre ſont cenſées, non pas géométriquement, mais du moins phyſiquement paralleles. Cette ſuppoſition paroît d'autant plus légitime qu'on ſçait d'ailleurs (*Euclide*, *liv.* 1. *Prop.* 29.) que lorſqu'une ligne droite tombe ſur deux autres & forme les deux angles intérieurs égaux à deux droits, ces lignes ſont pour lors paralleles entre elles. Or ſuppoſons que le diametre de la Terre ſoit repréſenté par la ligne *AB*, & que le centre du Soleil ſoit en *C*, ſi l'on tire les deux lignes *AC*, *BC*, les trois angles *A*, *B*, *C*, du triangle ſont

Planche III. *Fig.* 7.

égaux à deux droits : mais parce que l'angle *C* eſt infiniment petit ou égal à zero, la Terre n'étant vûe du Soleil que comme un point imperceptible, il faut néceſſairement que les deux angles *A* & *B* faſſent entre eux une ſomme précisément égale à deux droits, & que par conſéquent les lignes droites *AC*, *BC*, ſoient ſenſiblement paralleles. Il en eſt de même de deux fils à plomb ou de deux filets déliés ſuſpendus librement & chargés d'un poids par en bas, & que l'on appelle communément *Pendules ſimples*; on regarde ces fils comme paralleles entre eux ; cependant ſi l'on fait attention à ce qui arriveroit en les prolongeant chacuns ſuivant leurs directions, on trouvera qu'ils devroient concourir vers le centre de la Terre, c'eſt-à-dire, à ce point où tendent généralement tous les Corps qui tombent.

Ce que nous venons de dire à l'égard de la Terre, peut s'appliquer à plus forte raiſon à la Lune dont le diametre a un rapport beaucoup plus petit que n'eſt celui de la Terre, relativement à la diſtance du Soleil. Mais il y a plus, les lignes tirées du centre du Soleil aux deux points qui nous paroiſſent auſſi éloignés que ſont les centres de la Terre ou de la Lune, doivent encore être regardés comme paralleles ; & généralement deux lignes tirées du centre du Soleil, l'une à la ſurface de la Terre, & l'autre à celle de la Lune, ne different pas ſenſiblement d'être parallelles, puiſque l'angle qu'elles forment au Soleil eſt fort petit, & qu'il diminue tellement depuis les Quadratures juſqu'aux Siſigies qu'il devient même preſqu'inſenſible : on peut même fort bien calculer toutes les phaſes des Eclipſes ſans y avoir égard, ou ſans que cela influe ſur les quantités que l'on détermine par les calculs ordinaires. Mais il eſt à propos de donner encore ici le Lemme ſuivant, dont la démonſtration eſt fort ſimple.

Si

Si les deux lignes AE, BF *touchent le cercle ABC, & si des deux points d'attouchement l'on tire au centre du cercle les rayons AD, BD, l'angle au centre formé par ces deux rayons, sera égal à celui que forment extérieurement les deux Tangentes.* PLANCHE III. *Fig. 8.*

Pour le démontrer on doit considérer que dans le Quadrilatere *GADB*, la somme de tous les angles est égale à quatre droits : mais parce que chacun des deux angles *A* & *B* est droit, les angles *AGB*, & *D* seront donc égaux à deux droits. D'ailleurs les deux angles (*Euclide, Liv.* 1 *Prop.* 13) *AGB*, *AGF* sont aussi égaux à deux droits; l'angle *D* sera donc égal à l'angle *AGF.*

Méthode pour mesurer l'angle du cone de l'ombre. PLANCHE III. *Fig. 9.*

Soit maintenant le globe terrestre représenté par le cercle *ABK*; si l'on regarde la ligne *CM* comme tirée du centre de la Terre à celui du Soleil, & qu'on lui éleve perpendiculairement le diametre de la Terre *CB*, alors la ligne droite *BF* tirée de *B* au centre du Soleil, doit être regardée, selon ce que nous avons dit ci-dessus, comme parallele à *CM.* Faisant donc l'angle *BCD* égal au demi-diametre apparent du Soleil, c'est-à-dire à l'angle sous lequel l'on observe de la Terre le demi-diametre du Soleil, & menant par le point *D* la tangente *DG* ; il est évident par le Lemne précédent, que l'angle *GEF* sera égal à l'angle *BCD*, c'est-à-dire au demi-diametre apparent du Soleil; & partant comme la ligne *BF* prolongée passeroit par le centre du Soleil, la droite *GED* doit toucher nécessairement la circonférence de son disque : mais elle touche aussi la Terre au point *D*, & étant prolongée, elle rencontre la droite *MCH* au point *H*, ensorte que l'angle *DHC* est la moitié de l'angle que forme le cone d'ombre ; il suit donc que puisque *FE* est parallele à *MH*, l'angle *DHC* sera égal à l'angle *GEF*, (*Eucl.liv.* 1 *Prop.* 29.) c'est-à-dire, au demi-diametre apparent du Soleil. Ainsi l'angle total formé par le cone d'ombre doit être regardé comme égal au diametre apparent du Soleil.

Les angles des cones d'ombres sont égaux dans toutes les Sphéres qui n'excedent point de beaucoup la Terre en grosseur.

On peut démontrer la même chose pour la Lune & même généralement pour toutes les spheres opaques dont le diametre n'excede pas considérablement le diametre de la Terre; car le diametre du Soleil étant toujours supposé le même, tous les angles de ces cones d'ombre seront égaux entre eux, ces cones, dis-je, ne formeront par conséquent que des figures parfaitement semblables, ce que l'on peut encore démontrer de la maniere suivante.

Planche III. *Fig.* 10.

Soit, par exemple, *AGF* le Soleil, *DHE* la Terre ou telle autre sphere qu'on voudra, qui n'excede pas trop la Terre en grosseur; soit aussi *SC* la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre, & *AD* une ligne droite qui les touche & qui étant prolongée rencontre la ligne *SC* au point *M*. Alors l'angle *AMS* représentera la moitié de l'angle du cone d'ombre: & comme l'angle extérieur *ADS* du triangle *SDM* est égal aux deux intérieurs opposés *DMS* & *DSM*; que d'ailleurs l'angle *DSM*, celui sous lequel le diametre de la Terre est vû du Soleil, est comme imperceptible ou égal à zero (la Terre n'étant vûe du Soleil que comme un point) l'angle *DMS* qui est le demi-angle du cone d'ombre sera donc égal à l'angle *ADS*, c'est-à-dire, au demi-diametre apparent du Soleil.

CHAPITRE DOUZIEME.

De la Penombre, & du cone qu'elle forme. La Méthode d'en mesurer la hauteur, comme aussi les diametres apparens des ombres de la Terre & de la Lune.

Ce que c'est que la Pénombre.

NOUS n'avons traité jusqu'ici que de l'ombre véritable qui est jettée continuellement par des Corps opaques, tels que la Terre ou la Lune qui se trouvent dans ce vaste espace où le Soleil lance une multitude presqu'infinie de rayons de lumiere: mais il arrive aussi qu'aux environs de cette ombre, il ſe trouve quelque eſpace couvert d'une lumiere plus ou moins foible. C'eſt cet eſpace qu'on appelle communément *la Pénombre:* la raiſon eſt qu'on n'y reçoit qu'une partie des rayons du Soleil, l'autre étant interceptée par la Terre ou par la Lune; d'où l'on voit que cette Pénombre eſt plus ou moins forte, ſelon que le lieu propoſé eſt plus ou moins proche de la véritable ombre; & c'eſt ce qui paroîtra encore plus évident par le moyen de la figure à laquelle on va appliquer le diſcours ſuivant.

Soit le Soleil *AEFG*, & *HED* une ſphere opaque quelconque, telle que ſeroit par exemple celle de la Lune: ſoit auſſi tirée la ligne *SC* par les centres du Soleil & de la Lune, de même que la ligne *FDO* qui touche le bord inférieur du Soleil & le bord ſupérieur de la Lune: on tirera encore la ligne *AHP* qui touche le bord ſupérieur du Soleil & le bord inférieur de la Lune, enſorte que ces deux dernieres lignes coupent la ligne *SC* au point *I*; alors le point *I* demeurant immobile, ſi l'on ſuppoſe que les lignes droites *IDO*, *IHP* ſoient prolongées indéfiniment & qu'étant emportées d'un mouvement conique autour de l'axe *IM*, elles demeurent néanmoins tangentes à la circonférence ou à la ſurface de la Lune, leur mouvement produira une ſurface conique indéfinie *PHDO*, laquelle outre la vraie ombre, renfermera un autre eſpace tel que *ODM*, *PHM*; or c'eſt dans cet eſpace qu'une partie plus ou moins grande des rayons du diſque du Soleil ne ſçauroit parvenir, parce qu'ils ſont interceptés par le corps opaque de la Lune. Voilà donc ce qu'on nomme *la Pénombre*, ce même eſpace étant d'autant moins éclairé qu'on s'approche vers *X* ou *Y*, c'eſt-à-dire, vers les extrémités de la vraie ombre; car les autres lieux plus éloignés, comme *V* & *N* ſont plus éclairés ou reçoivent plus de rayons. Mais puiſque PLANCHE III. *Fig.* 11.

l'on voit aſſez que les lieux qui ſont en *Y* & *X* apperçoivent beaucoup moins du diſque éclairé du Soleil, que ceux qui ſont plus éloignés de l'axe du cone d'ombre, il eſt évident que ſi la Terre vient à traverſer quelquefois cet eſpace, il arrivera néceſſairement que certains points comme *S* de ſa ſuperficie, ſe trouveront totalement plongés dans les ténebres (enſorte que les Obſervateurs qui s'y rencontreront, verront une Eclipſe totale de Soleil) pendant que ceux qui ſe trouveront un peu hors du cone d'ombre, c'eſt-à-dire, dans le cone formé par la Pénombre comme en *Q*, n'appercevront en ce cas qu'une partie de la lumiere ou du diſque du Soleil, l'autre partie leur étant cachée par le diſque de la Lune. La preuve en eſt manifeſte ſi l'on tire de ce point *Q* la ligne *QD* tangente à la Lune, & que de ce même point *Q* immobile, on donne autour de la Lune un mouvement conique à la tangente *QD* prolongée indéfiniment vers le Soleil; car la portion du cone qu'on aura décrite retranchera la partie du diſque du Soleil, qui paroîtra du point *Q* entierement cachée, ou pour mieux dire éclipſée par la Lune.

Comment on peut connoître les dimenſions du cone qui forme la Pénombre.
PLANCHE III. *Fig.* 12.

On peut connoître les dimenſions exactes du cone qui forme la Pénombre de la maniere ſuivante. Soit le cercle *HDL* qui repréſente une Sphere opaque telle que la Lune, du centre de laquelle on ait tiré à celui du Soleil la ligne *SC*: ſi l'on éleve perpendiculairement à cette ligne le demi-diametre de la Lune *CB*, ſi par le point *B* l'on mene la tangente *BF* & que l'on faſſe enfin l'angle *BCD* égal au demi-diametre apparent du Soleil, la tangente *DG* menée par le point *D*, formera, ſelon le Lemme que nous avons démontré ci-deſſus, l'angle *FEG* égal à l'angle *BCD*, c'eſt-à-dire au demi-diametre apparent du Soleil: mais parce que la ligne *EF* eſt dirigée au centre du Soleil, il s'enſuit que la ligne *EG* touchera ſon bord ſupérieur. Or puiſqu'elle touche en même tems le bord de la Lune, si l'on suppose cette ligne emportée d'un mouvement conique autour de la Lune & du point *I* immobile, elle décrira nécessairement un cone qui sera celui de la Pénombre. Il faut à présent considérer que les angles alternes *FEI*, *EIC* sont égaux entre eux à cause des paralleles *EF*, *CS*: mais puisque l'angle *EIC* est la moitié de l'angle du cone de la Pénombre, il suit que la moitié de l'angle de la Pénombre sera toujours égale au demi-diametre apparent du Soleil. Ainsi l'on voit clairement que le cone d'ombre & que la partie de la Pénombre qui se trouve entre le Soleil & la Sphere opaque, sont toujours deux figures égales & parfaitement semblables, puisque leurs bases & leurs angles sont égaux entre eux.

Voici comme on trouve la hauteur du cone d'ombre de la Terre. Soit *CT* le demi-diametre de la Terre, & *TM* la hauteur du cone d'ombre. Si l'on prend *TM* pour sinus total, *CT* sera le sinus de l'angle *TMC* qui est la moitié de l'angle du cone, & par conséquent égal au demi-diametre apparent du Soleil, c'est-à-dire, d'environ 16′ dans sa moyenne distance à la Terre; on fera donc comme le sinus de 16′ est au sinus total, ainsi le demi-diametre de la Terre à un quatrieme terme; & l'on aura *TM* de 214,8 demi-diametres terrestres; au lieu que lorsque la Terre est dans sa plus grande distance au Soleil, c'est-à-dire lorsque le demi-diametre apparent du Soleil, ou le demi-angle du cone d'ombre est de 15′ 50″, alors la longueur du cone d'ombre est 217 demi-diametres terrestres. Maintenant puisque le diametre de la Terre est au diametre de la Lune comme 100 est à 28, le même rapport subsistera entre les cones d'ombre de la Terre & de la Lune; car ce sont des figures parfaitement semblables, & par conséquent la moyenne hauteur du cone d'ombre de la Lune sera de 59, 36 demi-diametres terrestres. D'où l'on voit que si la distance de la Lune à la Terre ex-

Hauteur du cone d'ombre de la Terre. PLANCHE III. *Fig.* 13.

Hauteur du cone d'ombre de la Lune.

cede sa moyenne distance qui est à peu près de 60 demi-diametres, la pointe du cone d'ombre de la Lune n'arrivera point jusqu'à la Terre, & dans ce cas l'Eclipse qui pourroit être centrale, ne sçauroit plus être totale. On verra pour lors un anneau lumineux autour de la Lune, ensorte quelle paroîtra par conséquent plus petite que le Soleil. Ces sortes d'Eclipses annulaires arrivent toujours lorsqu'au tems des Nouvelles Lunes l'anomalie moyenne de la Lune est moindre que trois signes ou plus grande que neuf signes; car dans l'un ou l'autre cas il ne sçauroit y avoir d'Eclipse totale, puisque dans ces degrés d'anomalie la distance de la Lune à la Terre excede sa moyenne distance.

On détermine ici quelle est la plus grande quantité de la surface de la Terre qui puisse être plongée dans l'ombre.

Pour trouver aussi qu'elle est la plus grande partie de la surface de la Terre qui puisse être plongée dans l'ombre de la Lune; prenons d'abord le Soleil à sa plus grande distance de la Terre, afin d'avoir le cone d'ombre de la Lune le plus long qu'il soit possible, sçavoir à très-peu-près 60 demi-diametres de la Terre: supposons aussi la Lune dans sa plus petite distance à la Terre, afin qu'elle traverse la plus grande largeur d'ombre qu'il est possible; supposons, dis-je, la Lune à environ 56 demi-diametres terrestres.

Planche III. Fig. 14.

Soit *L* le globe de la Lune, *ABD* la Terre dont *T* est le centre, *LM* la hauteur du cone d'ombre d'environ 60 demi-diametres terrestres, *LT* la distance de la Lune à la Terre d'environ 56 demi-diametres terrestres. On aura donc *TM* égal à quatre demi-diametres terrestres; c'est pourquoi *TB* sera à *TM* comme 1 est à 4: mais comme *TB* est à *TM*, ainsi le Sinus de l'angle *TMB* sera au Sinus de l'angle *TBM*, & parce que l'angle *TMB* est de $15' 50''$, donc l'angle *TBM* sera de $63' 13''$, & partant l'angle extérieur *ATB* qui est égal aux deux intérieurs *TMB*, *TBM*, sera de $79'$: or cet angle est mesuré par l'arc AB, dont le double BAC ſera de 158′ ou de 2° 38′, c'eſt-à-dire d'environ 65 lieues ou de 180 milles d'Angleterre. Nous ſuppoſons ici que l'axe de l'ombre paſſe exactement par le centre de la Terre; car ſi ce même axe étoit oblique à la ſurface de la Terre, alors le cone d'ombre de la Lune traverſeroit avec plus ou moins d'obliquité la ſurface de la Terre & n'y formeroit plus un cercle, mais un ovale ou ellipſe plus ou moins allongée.

On détermine auſſi la plus grande quantité poſſible de la ſurface de la Terre, qui dans un même inſtant peut ſe trouver enveloppée dans la Pénombre. PLANCHE III. *Fig.* 15.

Si l'on demande quelle eſt la plus grande étendue de la ſurface de la Terre qui puiſſe être, pour ainſi dire, enveloppée dans un même-tems par la Pénombre, voici de quelle maniere on pourroit procéder pour répondre à cette queſtion. Suppoſons le plus grand diametre apparent du Soleil dans ſon périhélie de 16′ 23″, & ſoit ABD la Terre, L la Lune, & par conſéquent AMB la moitié de l'angle du cone de la Pénombre de 16′ 23″; on aura, ſelon ce qui a été dit ci-deſſus, la hauteur du cone LM de $58\frac{1}{2}$ demi-diametres terreſtres. De plus ſi l'on prend la Lune dans ſon Apogée, c'eſt-à-dire dans ſa plus grande diſtance à la Terre, laquelle ſe trouve égale à 64 demi-diametres terreſtres, la ſomme de ces deux diſtances TL, LM, c'eſt-à-dire TM ſera de $122\frac{1}{2}$ demi-diametres de la Terre, & partant TM ſera à TB, comme $122\frac{1}{2}$ eſt à 1. Or ſelon ce que l'on démontre dans la Trigonometrie TB eſt à TM comme le Sinus de l'angle TMB de 16′ 23″ eſt au Sinus de l'angle MBN qui ſera par conſéquent de 35° 42′. Si l'on ôte donc de cet angle extérieur, l'angle intérieur TMB égal à 16′ 23″ l'autre intérieur MTB ou l'arc AB ſera d'environ 35° 25′, & par conſéquent l'arc CAB, qui en eſt le double, ſera de 70° 50′, c'eſt-à-dire d'environ 1770 de nos lieuës ou 4900 milles d'Angleterre.

Puiſque le cone d'ombre de la Terre peut s'étendre au-delà de l'orbite de la Lune, & qu'étant traversé par un plan perpendiculaire, il s'y forme un cercle qui est proprement ce que nous appellons l'ombre terrestre, il est nécessaire de bien déterminer sous quel angle cette ombre ou section circulaire pourroit être vue du centre de la Terre. Soit donc *T* le centre de la Terre, *CMT* la moitié de l'angle du cone de l'ombre, *FGH* sa section circulaire qu'on suppose faite dans l'orbe de la Lune par un plan perpendiculaire & dont le diametre est *FH*. Il faut d'abord calculer la hauteur *TM* du cone d'ombre par le moyen de la moitié de l'angle *CMT*, qui est connu. Ce qui étant déterminé & la distance *TL* de la Lune à la Terre étant donnée, on aura par conséquent la valeur de *ML*. Or l'angle *FML* étant égal au demi-diametre apparent du Soleil, & les angles sous lesquels on voit un même objet étant réciproquement comme les distances de cet objet, on aura donc comme *TL* est à *ML*, ainsi l'angle donné *FML* sera à l'angle *FTL* que l'on cherche.

Diametre apparent de l'ombre terrestre. Planche III. Fig. 13.

On peut encore trouver cet angle *FTL* par une autre Méthode; car étant donnée la distance *FT* de la Lune à la Terre & le demi-diametre de la Terre *CT*, on aura l'angle *CFT* qui est celui sous lequel on verroit de la Lune le demi-diametre de la Terre, lequel ne differe pas sensiblement de celui qu'on nomme *la Parallaxe horisontale*. Or l'angle *CFT* qui est extérieur par rapport au triangle *TFM* est égal aux deux intérieurs opposés, & partant si l'on ôte de ce même angle *CFT* qui est connu, l'angle *FMT* qui est donné, le reste sera l'autre angle *FTM* ou *FTL*, c'est-à-dire l'angle ou le demi-diametre apparent de l'ombre que l'on se proposoit de découvrir. A l'égard du demi-diametre apparent de la Terre vu de la Lune, c'est-à-dire sa parallaxe horisontale, les Tables Astronomiques la donnent pour les différentes distances de la Lune à la Terre.

Autre Méthode de déterminer le diametre apparent de l'ombre terrestre.

Parallaxe horisontale de la Lune.

Soit

Soit maintenant ☊ *L* la partie de l'orbite de la Lune que cet Aſtre parcourt vers les tems de ſon oppoſition au Soleil, & que nous ſuppoſerons ici être une ligne droite; ce qui ne ſçauroit produire d'erreur, parce que nous n'en conſidérons qu'une très-petite étendue: imaginons auſſi un plan qui paſſe par cette ligne, & qui étant perpendiculaire à l'Ecliptique nous y déſigne la ſection commune repréſentée par ☊ *M.* Il faut abaiſſer du lieu de la Lune *L*, la perpendiculaire *LG* & décrire le cercle *FMO*, qui repréſentera l'ombre de la Terre dont le centre doit être au point *G* au moment de la Pleine Lune: cela ſuppoſé *LG* repréſentera la latitude de la Lune ou ſa diſtance à l'Ecliptique, & cette ligne *LG* ne ſçauroit différer beaucoup de la plus petite diſtance de la Lune au centre de l'ombre. Or il eſt évident que ſi la latitude *LG* de la Lune ſurpaſſe la ſomme des demi-diametres de l'ombre & de la Lune, alors cette Planete doit éviter totalement & paſſer au-delà de l'ombre, & par conſéquent il n'y aura point d'Eclipſe pour cette fois au tems de la Pleine Lune. Mais ſi la latitude *LG* eſt préciſément égale à la ſomme de ces demi-diametres, alors l'ombre de la Terre doit effleurer ſeulement le bord de la Lune, mais ſans pouvoir l'entamer encore ſenſiblement. Il n'y a donc que les cas auſquels la latitude *LG* eſt moindre que la ſomme des demi-diametres apparens de l'ombre & de la Lune, où il doit y avoir une Eclipſe: elle ſera partiale ſi la latitude excede la différence de ces mêmes demi-diametres. Enfin l'Eclipſe ſera totale ſi la latitude de la Lune eſt moindre que la différence qui ſe trouve entre les demi-diametres apparens de la Lune & de l'ombre terreſtre. Ces diverſes circonſtances ont fait penſer à quelques Aſtronomes à établir le Terme de toutes les Eclipſes poſſibles. Car ce terme étant connu, toutes les fois qu'aux tems des Pleines Lunes la diſtance de

Circonſtances qui limitent les principaux cas auſquels doivent arriver les Eclipſes de Lune.

PLANCHE III. *Fig.* 16, 17 & 18.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Les termes Ecliptiques. Ce que c'eſt.

la Lune à ſon nœud ſera plus petite que le nombre des degrés & minutes qui convient à ce terme, alors on peut aſſurer qu'il y aura une Eclipſe, & qu'au contraire il n'y en aura pas ſi la diſtance de la Lune à ſon nœud eſt un peu plus grande. Soit donc ☊ *S* une partie de la circonférence de l'Ecliptique, & ☊ *L* une partie de l'orbite de la Lune, *SL* la latitude de la Lune au moment de ſon oppoſition au Soleil, & qui ſoit telle que le bord du diſque apparent de cette Planete effleure ſeulement l'ombre de la Terre: ſoit enfin ☊ le lieu du nœud, enſorte que l'angle *L*☊*S* repréſente l'inclinaiſon de l'orbite de la Lune ſur le plan de l'Ecliptique, ſçavoir d'environ 5°. Or puiſque la latitude *LS* de la Lune à l'inſtant que ſon bord effleure l'ombre eſt de 66′, & qu'on connoît de plus l'angle *L* ☊ *S*, on aura par conſéquent dans le triangle rectangle *LS*☊ la valeur du côté ☊ *S*, ou la diſtance du nœud au point de l'Ecliptique qui eſt oppoſé au vrai lieu du Soleil, ſçavoir 754′ ou de 12°, 34′. D'où l'on voit que ſi la diſtance du nœud à ce point oppoſé au Soleil ou bien au centre de la Lune à l'inſtant qu'elle eſt pleine, ſurpaſſe les 12° 34′ qu'on vient de déterminer, il ne ſçauroit en ce cas y avoir aucune Eclipſe, la Lune paſſant au-delà du cone d'ombre de la Terre.

Planche III. *Fig.* 19.

Diametre apparent de l'ombre lunaire vue de la Lune.
Planche III. *Fig.* 20.

Soit auſſi le centre de la Lune au point *L*, le cone de ſon ombre *DME*; il doit arriver ici de même que pour l'ombre de la Terre, ſçavoir que le plan qui traverſera ce cone perpendiculairement, y formera une ſection circulaire. Or puiſque le demi-diametre de ce cercle repréſente le demi-diametre de l'ombre, il faut faire voir que l'angle ſous lequel il eſt vu de la Lune eſt égal à la différence des demi-diametres apparens du Soleil & de la Lune vus de la Terre. Soit donc l'angle *LPD* le demi-diametre apparent de la Lune, lequel eſt égal aux deux intérieurs *PLM*, *PML*; il eſt évident que l'angle *PLM* ou *PLT* qui eſt le demi-diametre apparent de l'ombre vu de la Lune ſera égal à l'angle *LPD* moins l'angle *LMP*, c'eſt-à-dire qu'il ſera toujours égal au demi-diametre apparent de la Lune moins le demi-diametre apparent du Soleil.

Diametre apparent de la Pénombre. PLANCHE III. *Fig.* 21.

Soit enfin *L* le centre de la Lune, *AMB* le cone de la Pénombre qui environne la Terre, *MT* l'axe de ce cone qu'il faut ſuppoſer traverſé par un plan perpendiculaire dont la ſection ſera un cercle. Ce cercle eſt, comme nous l'avons déja vu, ce qu'on appelle la Pénombre, dont le demi-diametre eſt *AT*: l'angle ſous lequel *AT* eſt vu de la Lune eſt *TLA* qui étant extérieur par rapport au triangle *LMA* eſt par conſéquent égal aux deux intérieurs oppoſés *LAM*, *LMA*: mais l'angle *LMA* eſt le demi-angle du cone & partant ne différe pas du demi-diametre apparent du Soleil: d'ailleurs *MAL* ou *CAL* eſt égal au demi-diametre apparent de la Lune vu de la Terre; il ſuit donc que le demi-diametre apparent de la Pénombre vu de la Lune ſera égal à la ſomme des demi-diametres apparens de la Lune & du Soleil.

La Route apparente de la Lune à l'égard du Soleil.

Au reſte ſi dans les Nouvelles ou Pleines Lunes aux tems des Eclipſes, le Soleil n'avoit point ce mouvement apparent que l'on obſerve chaque jour d'Occident en Orient, & qui eſt cauſé par le mouvement propre de la Terre ſur ſon orbite, *la Route de la Lune à l'égard du Soleil* feroit exactement la même que celle qui convient à l'inclinaiſon de ſon orbite ſur le plan de l'Eclîptique. Mais parce que dans le même intervalle de tems que la Lune nous paroît s'avancer ſur ſon orbite, le Soleil s'avance auſſi, quoique beaucoup moins vîte, à très-peu-près du même ſens, ou ſur le plan de l'Ecliptique; la route apparente de la Lune à l'egard du Soleil doit donc être différente de celle qu'elle décrit réellement dans ſon orbite, & partant la ligne qui déſigne cette route, aura une plus grande inclinaiſon ſur le plan de l'Ecliptique.

PLANCHE III. *Fig.* 22. Soit par exemple ☊ *A* une partie de l'orbite de la Lune, ☊ le point de l'Ecliptique où s'est faite la vraie conjonction du Soleil & de la Lune : il est évident que si la Lune décrit dans un certain espace de tems la partie ☊ *L* de son orbite & que le Soleil par son mouvement apparent sur le plan de l'Ecliptique, s'avance pendant le même tems de la quantité ☊ *S*, la ligne *SL* sera la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil. En effet on démontre dans la Méchanique que si deux corps quelconques sont poussés avec différentes forces vers un même côté, le mouvement relatif de ces deux corps, c'est-à-dire le mouvement dont l'un paroît s'éloigner à l'égard de l'autre, sera le même que si ce dernier demeuroit actuellement dans un repos parfait & que l'autre fût poussé seulement à la différence de leurs vitesses. Si l'on tire donc par le lieu de la Lune *L* la parallele à l'Ecliptique *BL*, sur laquelle on abbaisse la perpendiculaire ☊ *B*, il est évident que quand la Lune décrit la partie ☊ *L* de son orbite, alors son mouvement par rapport à l'Ecliptique doit être mesuré par l'espace *BL* : faisant donc *Ll* égal à *S* ☊, & tirant la ligne ☊ *l*, cette ligne sera parallele à *SL*, & le mouvement de la Lune à l'égard du Soleil sera le même que si l'on eût vu le Soleil immobile au ☊ & que la Lune ne se fût avancée à l'égard de l'Ecliptique qu'avec la vitesse *Bl* égale à la différence des deux vitesses de la Lune & du Soleil. Mais puisque les angles *BL*☊ & *Bl*☊ sont fort petits, on peut les supposer réciproquement dans un même rapport que les côtés *Bl*, *BL*, & l'on aura comme la différence des mouvemens du Soleil & de la Lune considérés sur le plan de l'Ecliptique, est au mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique, ainsi l'angle que forment les plans de l'Ecliptique & de l'orbite de la Lune, sera à l'angle *Bl*☊ ou son égal *l*☊*E* ou *LSE* qui est l'angle d'inclinaison apparente sur l'Ecliptique formé par la route de la Lune à l'égard du Soleil.

On connoîtra auſſi par ce moyen l'angle que doit former, avec cette Route de la Lune à l'égard du Soleil, le cercle de Latitude mené par un point quelconque de l'Ecliptique ; car dans le triangle ſphérique rectangle qui eſt formé par ces trois côtés, ſçavoir l'Ecliptique, la route de la Lune, & le cercle de latitude: on connoît 1° l'angle de l'inclinaiſon apparente ſur l'Ecliptique de la route de la Lune à l'égard du Soleil, on connoît auſſi la diſtance du cercle de latitude au nœud; & partant l'on trouvera par la Trigonométrie ſphérique l'autre angle aigu que l'on cherche.

CHAPITRE TREIZIEME.

Où l'on conſidere la projection de l'ombre de la Lune ſur le diſque de la Terre.

SI l'on ſuppoſe qu'une ligne droite eſt projettée ſur un plan qui lui eſt parallele, ou que l'on imagine pluſieurs lignes droites perpendiculairement abbaiſſées de chaque partie de cette ligne ſur le plan parallele, leur rencontre avec ce plan y déterminera la vraie projection que l'on cherche ; enſorte que cette projection ſera une ligne droite égale & parallele à la ligne droite propoſée. Car puiſque les perpendiculaires abbaiſſées des extrémités de la ligne droite propoſée ſur le plan donné ſont néceſſairement égales & paralleles, il faut donc que les deux lignes droites qui aboutiſſent à leurs extrémités ſoient auſſi égales & paralleles. Or il ſuit de là que ſi deux lignes droites qui concourent ou qui forment un angle quelconque, ſont néantmoins toutes deux paralleles à un plan donné, leur projection ne ſçauroit être autrement repréſentée que par deux autres lignes ſemblablement inclinées, ou qui formeront un angle précisément égal à celui des deux premieres. Cette vérité découle assez naturellement de ce qui est démontré à la Proposition 10^e de l'onzieme livre d'Euclide ; mais il suit encore de ce que nous venons d'établir, que si une figure plane quelconque est projettée sur un plan qui lui est parallele, sa projection doit toujours être une figure semblable & parfaitement égale. Ce qui étant une fois accordé,

Il ne reste plus qu'à considérer quelle doit être la projection d'une ligne qui est inclinée à l'égard du plan sur lequel on la projette. Or je dis que si l'on abbaisse de chaque point de cette ligne des perpendiculaires sur le plan donné, il y aura un même rapport entre la ligne droite proposée & sa projection, que du cosinus de l'angle d'inclinaison au sinus total. Soit *AB* une ligne proposée & inclinée comme l'on voudra à l'égard du plan donné *DE* : si l'on abaisse des points *A* & *B* les perpendiculaires *A a*, *B b*, la droite *a b* sera la projection de la ligne *AB*, & si l'on tire par le point *B* la ligne *BC* perpendiculaire à *A a* & qui la rencontre au point *C*, l'on aura *BC* égale à *a b* : mais *BC* est à *AB* comme le cosinus de l'angle *ABC* est au sinus total ; on aura donc *ab* est à *AB* comme le cosinus de l'angle d'inclinaison est au sinus total. Il suit encore que toute figure plane qui sera perpendiculaire au plan de projection, ne sçauroit être autrement projettée que selon une ligne droite ; car toutes les perpendiculaires qu'on abbaisseroit des différens points de cette figure, doivent de nécessité tomber dans la section commune, qui, comme l'on sçait, est nécessairement une ligne droite. Cette sorte de projection des lignes & des figures qui se fait par des perpendiculaires abbaissées sur un plan, se nomme *la Projection Orthographique*.

Planche III. *Fig.* 23.

Ce que l'on entend par la Projection Orthographique.

Présentement imaginons un plan qui passe par le centre de la Terre, & qui soit tel que la ligne droite qui joint les centres de la Terre & du Soleil lui ſoit perpendiculaire : il eſt clair que ce plan formera à la ſurface de la Terre un cercle qui ſéparera l'hémiſphere éclairé d'avec celui qui eſt dans l'ombre. Or c'eſt préciſément le cercle que nous avons nommé ci-deſſus le Terme de la lumiere & de l'ombre. Qu'il nous ſoit donc permis de l'appeller actuellement *le Diſque de la Terre*, puiſqu'auſſi-bien c'eſt le plan qui ſeroit directement expoſé à l'œil de l'Obſervateur ſitué dans la Lune * au moment de ſa conjonction au Soleil, c'eſt-à-dire quand elle ſe trouve dans la ligne droite qui joint les centres de la Terre & du Soleil. On conçoit aſſez d'ailleurs comment l'Equateur terreſtre, ſes paralleles, ſes deux Poles & tous les autres points de la ſurface de la Terre, doivent être projettés ſur ce plan, & l'on doit regarder enfin comme paralleles toutes les lignes droites ou rayons qui partent du centre du Soleil & qui ſe terminent à la ſurface de la Terre : mais auſſi puiſque la ligne droite qui joint les centres de la Terre & du Soleil eſt exactement perpendiculaire au plan du diſque, il ſuit que toutes les autres lignes tirées du centre du Soleil à quelque point que ce ſoit de la ſurface de la Terre, ſeront par conſéquent perpendiculaires au même plan. De plus à cauſe de la rotation ou du mouvement diurne de la Terre autour de ſon axe, toutes les Régions de la Terre,

Le diſque de la Terre.

Projection orthographique faite ſur le diſque.

* Cette maniere de conſidérer les Eclipſes au tems des Nouvelles Lunes comme des Eclipſes de Terre a été inventée par *Kepler* & miſe ſucceſſivement en pratique par *Bouillaud*, *Wreen*, *Caſſini*, *Halleï*, *Flamſteed* & *de la Hire*. Voyez ſur-tout le IV. Chapitre du quatriéme Livre de l'Aſtronomie Philolaïque, publiée par Bouillaud en 1645, où l'on prétend que dans l'ancienne maniere de calculer les Eclipſes du Soleil, le calcul eſt ſi long & ſi pénible à cauſe des parallaxes qui changent à chaque inſtant, qu'on a bien de la peine à ſe réſoudre à l'entreprendre, d'autant qu'il s'agit d'un travail plein d'ennui & fort ingrat ; au lieu qu'en traitant ces Eclipſes comme des Eclipſes de Terre on évite la Parallaxe, comme il arrive aux Eclipſes de Lune. En effet dans ces dernieres la Parallaxe de l'ombre à meſure qu'elle varie, étant toujours la même que celle de la Lune, celle-ci ne ſçauroit donc cauſer d'embarras ni d'obſtacles, & c'eſt ce qui fait que de toutes les régions de la Terre d'où l'on apperçoit la Lune, l'Eclipſe paroît préciſément de la même grandeur. Il en doit donc être de même des Eclipſes de Terre, ſi l'on ſuppoſe pour un moment que l'œil du Spectateur qui les obſerve ſoit placé dans la Lune.

les Villes, & généralement tous les lieux remarquables paroîtront, vûs de la Lune, décrire chacun leurs traces sur le disque apparent : en effet le mouvement diurne leur fait décrire en 24 heures ou l'Equateur ou ses paralleles. De plus si Soleil est dans l'Equateur au tems de l'observation d'une Eclipse, toutes ces traces ou cercles paralles seront alors projettés en lignes droites paralleles, sur le plan du disque, puisque dans cette situation ils sont tous perpendiculaires à ce plan. Dans les autres cas où le Soleil est hors de l'Equateur, la projection de ces cercles sera une ellipse plus ou moins ouverte, & l'Observateur placé dans la Lune la verra décrire à chaque lieu sur le plan du disque. Considérant donc comme immobile un de ces cercles qui aboutissent aux deux Poles, c'est-à-dire, le Meridien terrestre dont le plan prolongé passeroit par le centre du Soleil, on pourra donc regarder le plan de ce cercle comme un Méridien universel; desorte que le moment auquel chaque lieu de la Terre traversera ce plan, sera celui où les Habitans compteront le vrai midi. De même lorsqu'un lieu quelconque de la Terre sera parvenu, par le mouvement diurne, à la circonférence occidentale du disque, alors les habitans de ce lieu verront le Soleil se lever, & ce sera aussi le premier instant auquel l'Observateur placé dans la Lune l'appercevra sur la circonférence du disque terrestre : ensuite ce même lieu paroîtra s'éloigner & s'avancer peu à peu vers l'Orient. Mais lorsqu'après le passage au Méridien ce lieu sera devenu plus oriental que le Soleil, les habitans verront pour lors cet Astre s'avancer vers l'Occident, de maniere qu'étant enfin parvenu à la circonférence occidentale du disque, les mêmes habitans verront le Soleil se coucher, alors même que l'Observateur placé dans la Lune verra ce lieu disparoître pour entrer dans la partie obscure ou invisible de la surface de la Terre.

Supposition que l'on peut faire d'un Méridien universel.

La

La grandeur apparente du diſque de la Terre ſe meſure communément par l'angle ſous lequel on appercevroit ſon diametre du centre de la Lune : cet angle eſt auſſi ce que l'on nomme la parallaxe horiſontale de la Lune. D'ailleurs ſi du centre de la Lune on abbaiſſe une perpendiculaire ſur le plan de l'Ecliptique, pour avoir la meſure de ſa diſtance à ce plan, cette ligne ſera, comme l'on voit, parallele au plan du diſque terreſtre, & partant la projection s'en fera par une ligne droite égale & parallele. Ainſi l'angle ſous lequel on appercevroit de la Lune cette perpendiculaire projettée ſur le diſque, ſera égal à l'angle ſous lequel on appercevroit cette ligne du centre de la Terre. Car deux lignes égales vues de diſtances égales, doivent néceſſairement paroître ſous des angles égaux.

La grandeur apparente du diſque.

Il eſt encore évident que l'on peut conſidérer comme une ligne droite, cette petite partie de la route de la Lune à l'égard du Soleil, qui au moment de l'Eclipſe ſe trouve projettée ſur le diſque : ſa projection, dis-je, ſera une autre ligne droite égale, qui formera avec le cercle de latitude le même angle que celui qui eſt compris dans le Ciel entre le cercle de latitude & la route de la Lune à l'égard du Soleil. Ainſi le centre de la Pénombre doit donc paroître parcourir cette ligne projettée ſur le plan du diſque terreſtre.

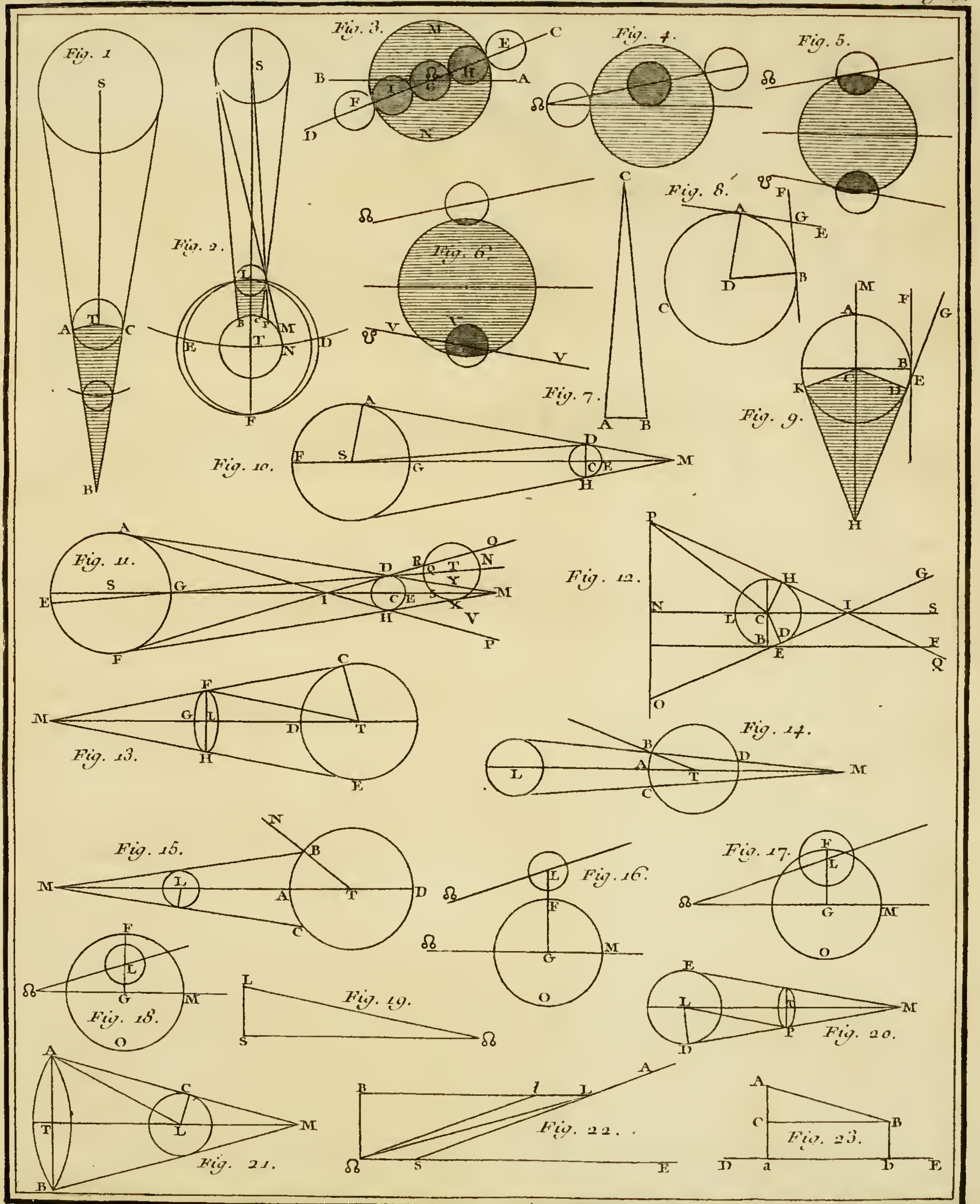
La route de la Lune à l'égard du Soleil, projettée ſur le plan du diſque.

Soit maintenant le diſque de la Terre repréſenté par le cercle *DKG* dont le demi-diametre ſoit diviſé en autant de parties qu'il y a de minutes & de ſecondes dans la Parallaxe horiſontale de la Lune, c'eſt-à-dire dans l'angle ſous lequel on appercevroit du centre de la Lune le demi-diametre de la Terre. Soit *NT* la diſtance de la Lune au plan de l'Ecliptique au moment de la Nouvelle Lune, ou plutôt ſoit *NT* ſa projection qu'il faut auſſi concevoir diviſée en autant de parties ou minutes & ſecondes, qu'il s'en trouve dans la latitude de la Lune. Soient enfin ☊ *K*

PLANCHE IV. *Fig.* 1.

La latitude de la Lune projettée ſur le plan du diſque.

Ee



Dheulland Sculp.

une partie de l'Ecliptique, ☊ *l* la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil, l'une & l'autre projettées sur le plan du disque : il est clair que si du centre *T* on abbaisse, sur la trace du centre de l'ombre, la perpendiculaire *TV*, cette ligne sera la mesure de la plus petite distance entre les centres du disque & de l'ombre de la Lune. C'est pourquoi l'on décrira du point *V* comme centre, un petit cercle dont le demi-diametre sera égal à l'excès du diametre apparent de la Lune sur celui du Soleil. Ce cercle représentera l'ombre véritable de la Lune, puisqu'en effet on a fait voir que cette même ombre vue de la Lune étoit égale à la différence des diametres apparens du Soleil & de la Lune. De plus si l'on décrit le cercle *HM* concentrique au premier, & dont le demi-diametre *VM* soit au demi-diametre du disque, comme la somme des demi-diametres apparens de la Lune & du Soleil, est au demi-diametre apparent de la Terre, c'est-à-dire à la Parallaxe horisontale de la Lune, ce cercle *HM* représentera l'espace qu'occupe la Pénombre de la Lune, au moment de la plus petite distance de cet Astre au centre du disque de la Terre ; car on a fait voir ci-dessus que le demi-diametre apparent de la Pénombre, doit être tel qu'on vient de le représenter. Or il est aisé de reconnoître ici que toutes les fois que ce cercle n'arrivera pas jusqu'à la circonférence du disque, il n'y aura point en ce cas d'Eclipse de Soleil ; ou pour s'expliquer plus clairement, si la distance *VT* surpasse la somme des demi-diametres apparens du disque & de la pénombre, si elle est, dis-je, plus grande que la somme des demi-diametres apparens du Soleil, de la Lune & de la Parallaxe horisontale, on sera pour lors assuré qu'il n'y aura point d'Eclipse de Soleil. Mais si cette distance *VT* est précisément égale à la somme dont nous venons de parler, alors la Pénombre doit effleurer le disque de la Terre sans néantmoins l'entamer.

Quels sont les cas ausquels la Terre ne doit point être éclipsée.

Enfin ſi *VT* eſt moindre que cette même ſomme, c'eſt-à-dire ſi *VT* eſt moindre que *VM* & *TR*, la Pénombre pour lors s'étendra ſur une partie du diſque de la Terre, & les habitans qui occuperont en ce cas le ſegment *RZMY* verront pour lors une Eclipſe partiale du Soleil.

Dans quels cas doivent arriver les Eclipſes partiales. PLANCHE IV. *Fig.* 2.

Mais ſi la plus petite diſtance des centres *TV* eſt moindre que la différence des demi-diametres du diſque & du petit cercle de la Pénombre, c'eſt-à-dire, ſi cette diſtance eſt plus petite que la différence des demi-diametres du Soleil, de la Lune & de la Parallaxe horiſontale, alors le petit cercle de l'ombre, ou qui eſt au milieu de la Pénombre, couvrira ſucceſſivement divers endroits du diſque de la Terre, de maniere qu'en les parcourant, il y aura pour chacuns de ces endroits une Eclipſe totale de Soleil, qui par conſéquent ſera obſervée de tous les habitans de ces mêmes lieux. Il faut bien remarquer ici que les Eclipſes totales du Soleil ne ſont jamais de longue durée, parce que le cercle de l'ombre eſt toujours très-petit; ce qui vient de ce que le diametre apparent de la Lune ne ſçauroit jamais excéder de beaucoup le diametre apparent du Soleil; car cet excès ou différence ne va gueres qu'à deux minutes: c'eſt pourquoi le plus grand eſpace que l'ombre occupe ſur la ſurface de la Terre doit ſe trouver parcouru par l'ombre en près de quatre minutes d'heures. Il eſt vrai que l'on a obſervé quelquefois qu'elle y a demeuré un peu plus de quatre minutes; mais ce n'eſt que dans certaines circonſtances favorables, ſçavoir quand le lieu éclipſé eſt emporté directement du même ſens que l'ombre par la rotation de la Terre autour de ſon axe.

Eclipſes totales. PLANCHE IV. *Fig.* 3.

On peut encore, de même que nous l'avons pratiqué pour les Eclipſes de Lune, déterminer ici les termes des Eclipſes de Soleil, c'eſt-à-dire la plus grande diſtance où la Lune puiſſe être de ſon nœud, pour qu'il y ait à peine

Les Termes écliptiques.

Eclipſe, ou que la Pénombre effleure le diſque vers les tems de la conjonction de la Lune au Soleil. Soit *ROG* le diſque de la Terre, ☊ *TK* la ligne qui repréſente la ſection commune du plan de l'Ecliptique & du plan du diſque terreſtre. Soit de même ☊ *N* la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil projettée ſur le diſque : ſoit enfin *TV* la plus petite diſtance entre les centres de l'ombre & du diſque, égale à la ſomme des demi-diametres du diſque & de la Pénombre. Dans le triangle ☊ *TV*, on connoît le côté *TV*, qui dans le cas où il eſt le plus grand qu'il eſt poſſible, n'excede pas $94'\frac{1}{2}$ minutes : d'ailleurs l'angle ☊ eſt au moins de $5° \; 30'$: c'eſt pourquoi l'on trouvera le côté ☊ *T* de $986'$, c'eſt-à-dire de $16° \; 26'$: or comme c'eſt alors que la Pénombre effleure le diſque terreſtre ſans l'entamer, on eſt donc fondé à dire qu'il faut qu'au tems de la Nouvelle Lune ſa diſtance au nœud ſoit tout au plus de $16° \; 26'$ pour qu'il y ait Eclipſe du Soleil.

PLANCHE IV. *Fig.* 4.

PLANCHE IV. *Fig.* 5.

Suppoſons, comme ci-devant, que le cercle *RKG* repréſente le diſque de la Terre, ☊ *TK* la partie de l'Ecliptique qui eſt projettée ſur le plan du diſque, ☊ *l* la route apparente du centre de la Pénombre ſur le plan du diſque terreſtre ; il eſt évident que *TN* ſera la latitude de la Lune au moment de la conjonction, & *TV* la plus petite diſtance des centres de l'ombre & du diſque. Soit donc le cercle *OPQ* la Pénombre qui s'avance ſucceſſivement depuis le point *D* ſelon *V* & *N* juſqu'en *l*, & ſoit au milieu de la Pénombre le petit cercle qui repréſente la véritable ombre. Si l'on connoît le tems vrai de la conjonction de la Lune au Soleil, ou, ce qui eſt la même choſe, le moment auquel le centre de la Pénombre doit arriver au point *N*, ce qui ſe peut déduire des Tables Aſtronomiques, l'on aura par conſéquent le vrai moment auquel le centre de l'ombre arrivera au point *V*, c'eſt-à-dire l'heure du milieu de l'Eclipſe. Car dans le Triangle rectangle

TVN on connoît la latitude de la Lune *TN* & l'angle *TNV* que le cercle de latitude forme avec la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil, on connoîtra donc le côté *VN* de même que le côté *TV*. Mais puisque le mouvement de la Lune au Soleil est donné par les Tables, on connoîtra par ce moyen le tems que le centre de l'ombre employe à parcourir l'espace *VN*. L'ajoutant donc ou le soustrayant, selon les différens cas, du tems de la conjonction, on en déduira par conséquent le tems du milieu de l'Eclipse. De plus dans le Triangle rectangle *DTV* on connoît *DT* qui est la somme des demi-diametres du disque & de la pénombre, on connoît aussi *TV* qui est la plus petite distance des centres & que l'on vient de déterminer ci-dessus; on pourra donc, comme ci-dessus, calculer la valeur de *DV*, & par conséquent le tems que l'ombre doit employer à parcourir l'arc *DV*; ce qui donnera la demi-durée de l'Eclipse à l'égard du disque de la Terre. Connoissant ainsi le premier instant auquel la Pénombre doit commencer à entamer le disque terrestre, par une opération semblable l'on déterminera le tems auquel elle doit en sortir tout-à-fait.

Maniere de déterminer l'instant du milieu de l'Eclipse du Soleil.

Calcul de la demi-durée de l'Eclipse.

Maintenant étant donné le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique pour un tems déterminé, il sera facile de sçavoir quel est le point de la surface de la Terre qui pour lors a le Soleil au zénith, c'est-à-dire, où cet Astre doit paroître vertical, ou dans le point du Ciel le plus élevé: en un mot qui est à plomb au-dessus de ce lieu. Car sa latitude ou hauteur du Pole sera nécessairement égale à la distance du Soleil à l'Equateur, c'est-à-dire, à sa déclinaison, & cette déclinaison est déterminée dès que l'on connoît par le calcul le vrai lieu du Soleil. Quant à la longitude de ce lieu, il faut la conclurre relativement à celle du Méridien des Tables Astronomiques dont on se

Calcul du lieu de la Terre qui doit être à plomb au-dessous du Soleil à tel instant donné qu'on voudra.

ſert. Il ne faut pour cela que convertir en degrés, à raiſon de quinze degrés pour chaque heure & de quinze minutes de degrés pour une minute d'heure, la différence du tems écoulé depuis midi. Par exemple, ſi l'on demande la longitude du lieu qui a le Soleil à ſon zénith lorſque nous comptons à Paris $9\frac{1}{2}$ heures du matin ; il faut d'abord prendre la différence de $9^h\ 30'$ à 12^h qui eſt $2^h\ 30'$: or cet intervalle de tems répond à $37^\circ\ 30'$, à raiſon de 15° pour chaque heure ; il s'enſuit donc que la longitude du lieu que l'on cherche eſt de $37^\circ\frac{1}{2}$ à l'orient du Méridien de Paris.

De l'élévation du Pole ſur le plan du diſque. PLANCHE IV. *Fig. 6.*

Suppoſant encore, comme ci-deſſus, que le cercle *FRK* repréſente le diſque de la Terre, & que la ligne *FTK* ſoit la projection d'une partie de l'Ecliptique ſur ce diſque, ſi l'on y éleve par le centre la perpendiculaire *TR*, elle repréſentera la projection de l'axe de l'Ecliptique dont le Pole ſera au point *R*. Soit auſſi le point *P* le Pole de la Terre projetté ſur le plan de ce même diſque, & imaginons que par les points *T* & *P* on faſſe paſſer un cercle *TPS* qui ſera en ce cas le Méridien que nous avons nommé ci-devant Méridien univerſel ; il s'enſuit que l'élévation du Pole ſur le plan du diſque ſera toujours égale à la déclinaiſon du Soleil : car l'arc du cercle compris entre le Soleil & la circonférence du diſque eſt ici de 90°, mais l'arc du même Méridien compris entre l'Equateur & le Pole étant auſſi de 90°, ſi l'on ôte de ces deux Quarts-de-Cercle, qui ſont égaux, la partie commune *TP*, il doit reſter la diſtance du Soleil à l'Equateur égale à *P S*, qui ſera l'élévation du Pole ſur le plan du diſque.

Il faut bien remarquer que quand le Soleil paroît en ♑, ♒, ♓, ♈, ♉, ♊, c'eſt-à-dire quand la Terre parcourt les ſix autres Signes oppoſés de l'Ecliptique, alors le point *S*, où le Méridien rencontre la circonférence du diſque, tombe toujours à la droite du Pole de l'Ecliptique, * & qu'au contraire dans les six Signes opposés ce point tombe à la gauche du même Pole. Cette projection des axes est renversée à l'égard de celle que nous verrions se faire dans l'orbe de la Lune sur un plan parallele à celui du disque de la Terre, ou sur le plan auquel la ligne qui joint les centres de la Terre & du Soleil, se trouveroit perpendiculaire.

Position du Méridien qui passe par le Soleil.

Pour connoître l'angle *RTS* où l'arc du disque *RS* compris entre le Pole de l'Ecliptique & le Méridien universel, dans le Triangle sphérique rectangle *RSP*, on connoît *RP* qui est la distance du Pole de l'Ecliptique au Pole de l'Equateur, sçavoir $23^{\circ}\frac{1}{2}$. On connoît aussi le côté *PS* égal à la déclinaison du Soleil. On aura donc par la Trigonométrie le côté *RS* ou bien l'angle *RTS* dont l'arc *RS* est la mesure. Enfin si l'on prend sur *TS* dont la position vient d'être déterminée, la ligne *TP* égale au cosinus de la déclinaison du Soleil, dans la supposition que *TS* est le rayon, le point *P* déterminera le lieu où doit être projetté le Pole de l'Equateur.

Détermination du lieu de la Terre où la Pénombre doit commencer à paroître.

Pour trouver présentement le lieu de la Terre *Q* où la Pénombre commence à toucher le disque terrestre, c'est-à-dire le lieu où le Soleil au moment de son lever doit commencer à paroître éclipsé vers le haut de sa circonférence, il faut tirer par le Pole, le Méridien *PQ*, c'est-à-dire qui passe par le point *Q* où la Pénombre doit commencer à toucher le disque : car puisque l'on connoît dans le Triangle rectangle & rectiligne *DTV*, les côtés *DT*, *TV*, on trouvera par conséquent la valeur de l'angle *DTV*; ensuite selon les différens cas y ajoutant ou soustrayant l'angle *VTP*, qui est la somme ou la diffé-

* C'est-à-dire que l'œil placé dans le Soleil & considérant le disque de la Terre lorsqu'elle est en ♎ verroit l'axe *BA* à la droite de l'axe de l'Ecliptique ; au lieu que la *Fig.* 18 de la *Planche* 1. nous le représenteroit vers la gauche, ou dans une situation contraire, si l'on ne faisoit attention que le disque doit se présenter ici à nos yeux, tel qu'il seroit vû du Soleil, c'est-à-dire par sa partie éclairée & non pas par celle qui est dans l'ombre.

rence des angles connus *VTN*, *NTP*, l'on aura l'angle *DTP* que l'on cherche. C'eſt pourquoi dans le Triangle rectangle ſphérique *SPQ* dont les côtés ſe trouvent ſur la ſurface du Globe terreſtre, puiſque le côté *SP* eſt égal à la déclinaiſon du Soleil; & que l'arc *SQ* eſt meſuré par l'angle *STQ* qui vient d'être connu, on aura donc la valeur de l'arc *PQ* complément de la latitude du lieu *Q* que l'on cherche. On calculera de même l'angle *SPQ*, ou l'angle *QPT* qui eſt ſon ſupplément à deux droits, & qui meſure la différence des Méridiens entre le lieu *Q* & celui où le Soleil eſt vertical au moment donné: & comme ce dernier lieu a été déterminé ci-deſſus, le point *Q* ſera donc connu, puiſque ſa vraie longitude & latitude ſont déterminées ſur le Globe terreſtre.

Maniere de déterminer la poſition du lieu où la véritable ombre commencera à paroître à un inſtant donné.

On ſe ſervira de la même méthode pour découvrir quel eſt le lieu de la Terre où l'ombre totale doit commencer à ſe répandre: enfin l'on obſervera à peu près les mêmes regles pour trouver le lieu de la Terre *M* qui doit entrer dans l'ombre à certain moment donné, ſoit avant ou après le milieu de l'Eclipſe. Car puiſque l'on ſuppoſe le tems donné ou l'heure connue, il eſt évident que par le moyen du mouvement horaire de la Lune au Soleil, on connoîtra la ligne droite *MV*, & par conſéquent le point *M* du diſque qui répond alors au centre de l'ombre. C'eſt pourquoi dans le Triangle rectangle *VMT* étant donné les côtés *MV*, *VT*, on aura la valeur du côté *MT*, comme auſſi celle de l'angle *MTV*, à laquelle ſi l'on ajoute, ou bien ſi l'on en ôte, l'angle donné *VTP*, on pourra connoître ainſi la valeur de l'angle *MTP*: or *MT* eſt le ſinus de l'arc d'un cercle vertical qui paſſeroit par le zénith du point *M* & par celui du lieu qui eſt à plomb au-deſſous du Soleil, dans la ſuppoſition que le ſinus total eſt le demi-diametre du diſque. Si l'on fait donc comme le demi-diametre du diſque eſt à *MT*, ainſi le ſinus total

total à un quatrieme terme : ce sera le sinus d'un arc qui répond à la distance du Soleil au zénith du point *M*. ainsi dans le Triangle sphérique *MPT* qui est sur la surface de la Terre, on connoît l'arc de la distance *PT* du Soleil au Pole, on connoît aussi l'arc dont *MT* est le sinus, qui est la distance du Soleil au zénith, & l'angle *MTP*; on aura donc l'arc *MP* qui est le complément de la latitude du lieu, & l'angle *MPT* qui sera la différence des Méridiens que l'on cherche entre le point *M* & le lieu de la Terre qui est à plomb au-dessous du Soleil : mais on a trouvé ci-dessus la différence des Méridiens entre le lieu de la Terre qui est à plomb au-dessous du Soleil & le lieu du Méridien des Tables sur lesquelles on calcule ; l'on aura donc la vraie différence en longitude entre le Méridien des Tables & le lieu *M* dont il falloit déterminer la position. Enfin si on calcule de cette maniere un grand nombre de points par où doit passer le centre de l'ombre, & que l'on fasse passer une ligne par tous ces points, ce sera la trace de l'ombre sur la surface de la Terre.

Maniere de connoître la quantité du Soleil qui doit être éclipsée. PLANCHE IV. *Fig.* 7.

La quantité dont le Soleil doit paroître éclipsé pour un moment donné se peut connoître, si l'on a la vraie position du lieu que l'Observateur occupe pour lors à l'égard de la Pénombre, ou du moins si l'on a sa distance au centre de l'ombre. Soit *ASB* le diametre du Soleil parallele au diametre *EF* de la Pénombre : si l'on tire la droite *MCB* qui touche la Lune & qui se termine à l'extrémité du diametre du Soleil vers la droite, & la ligne *FCA* qui touche le Soleil vers l'autre extrémité du même diametre à la gauche, on aura l'angle *ACB* égal au diametre apparent du Soleil, & les Triangles *ACB*, *MCF* seront semblables. Soit donc un Observateur placé au point *G* de la Pénombre, de maniere que le rayon tiré de son œil au Soleil soit représenté par la ligne droite *GCP*, qui touche le globe de la Lune & qui se terminant au disque apparent de ce corps lumineux, détermine le point *P* qui sépare la partie visible d'avec la partie *AP* qui paroît éclipsée : il est clair que puisque la droite *GP* passe à très-peu-près par le sommet commun *C* de deux Triangles semblables & opposés, elle divisera leurs bases *AB*, *MF*, sensiblement dans un même rapport. On aura donc *AP* est à *AB*, comme *GF* est à *MF*; c'est-à-dire que la partie éclipsée du Soleil, ou la quantité de l'Eclipse pour un moment donné sera au diametre apparent du Soleil, comme la distance du lieu de l'Observateur à la circonférence de la Pénombre est au demi-diametre de la Pénombre moins le demi-diametre de l'ombre.

La quantité de l'Eclipse mesurée en doigts ou douziémes parties.

Les Astronomes divisent communément dans les Eclipses le diametre du Soleil de même que celui de la Lune en douze parties égales qu'ils appellent doigts. Ils s'en servent pour mesurer la quantité de l'Eclipse, & c'est ainsi qu'ils ont coutume de dire que l'Eclipse est de tel ou de tel nombre de doigts, lorsqu'il s'en manque telle ou telle douzieme partie au diametre apparent tant de la Lune que du Soleil.

La situation d'un lieu sur le disque étant donnée pour un instant déterminé, on peut trouver au même instant la phase de l'Eclipse. PLANCHE IV. *Fig.* 8.

Si l'on a déterminé une fois la situation d'un lieu sur le disque de la Terre pour une certaine heure proposée & que l'on veuille connoître quelle sera pour lors la phase ou la quantité de l'Eclipse dans ce même lieu, voici de quelle maniere on y doit procéder. Soit le point *S* la situation donnée du lieu sur le disque terrestre, on trouvera d'abord pour le moment donné, la situation *M* du centre de la Pénombre, & cela dans la trace qu'elle doit décrire sur le disque. Ensuite posant la pointe du compas à ce centre & d'un intervalle égal au demi-diametre apparent de la Lune, on décrira le cercle *AFL* : enfin du centre *S* & de l'intervalle *SB* égal au demi-diametre du Soleil, on décrira le cercle *EBF* qui rencontrera le cercle *EFL* en *E* & *F*. Or l'espace *EBFA* compris entre ces deux cercles déterminera la quantité dont le Soleil doit paroître éclipsé à l'Observateur situé au point *S*. Car si l'on prolonge le demi-diametre *MA* de la Lune jusqu'à ce que *AD* qui passe par le centre *S* se trouve égale au demi-diametre du Soleil ou égale à *BS*, on aura la droite *MD* égale à la somme des demi-diametres apparens du Soleil & de la Lune, & partant égale au demi-diametre de la Pénombre : c'est pourquoi *SD* sera la distance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre. Mais puisque *BS* est égale à *AD*, il faut par conséquent que *AB* soit égale à *SD*. Ainsi faisant *AN* égale au demi-diametre apparent du Soleil, ensorte que *MN* représente la différence des demi-diametres du Soleil & de la Lune ; il s'ensuit que puisqu'on a démontré que *DS* est à *DN* comme la quantité de l'Eclipse est au diametre apparent du Soleil ; l'on aura donc le même rapport entre *AB* & *DN*, *AB* étant égal à *DS*; & par conséquent il faut conclurre que si *DN* représente le diametre du Soleil, *AB* pourra représenter exactement la partie qui est éclipsée à l'instant proposé.

Ceci doit encore nous conduire à déterminer la position des pointes des cornes par rapport à la ligne verticale : car si l'on tire le cercle verticale *TSG*, les arcs *GE*, *GF*, représenteront la vraie distance des pointes des cornes à l'extrémité supérieure du diametre vertical du Soleil.

Enfin si l'on veut sçavoir avec quelle vitesse l'ombre de la Lune doit parcourir le disque de la Terre, il faut observer premierement que la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil, est continuellement projettée sur le disque en une ligne droite égale & parallele, & que par conséquent la vitesse du centre de l'ombre sur le disque, est égale à celle de la Lune sur la route qu'elle doit paroître décrire à l'égard du Soleil. Or le mouvement apparent de la Lune à l'égard du Soleil eſt d'environ $30'\frac{1}{2}$ par heure; & partant l'eſpace que le centre de la Pénombre parcourt à chaque heure ſur le diſque terreſtre, eſt égal aux $30'\frac{1}{2}$ du mouvement obſervé dans l'orbe de la Lune. D'ailleurs la moyenne diſtance de la Lune à la Terre, ou le demi-diametre moyen de ſon orbe étant d'environ 60 demi-diametres terreſtres : il s'enſuit que $1'$ de l'orbite de la Lune répond à $60'$ de la ſurface de la Terre, c'eſt-à-dire à un degré d'un grand cercle, lequel ſelon nos meſures eſt de 25 lieues de France ou 69 millés d'Angleterre. D'où l'on tire à proportion un peu plus de 760 lieues ou 2104 milles d'Angleterre pour les $30'\frac{1}{2}$ déterminées ci-deſſus. Tel eſt l'eſpace que parcourt l'ombre ſur le diſque de la Terre à chaque heure. Mais quoique ce ſoit-là aſſez exactement la valeur de l'eſpace parcouru par l'ombre ſur le diſque terreſtre, néantmoins il ſe trouve que cet eſpace eſt en effet plus petit, ſoit pour un lieu particulier ſoit pour telle ville que ce ſoit ſituée ſur la ſurface du diſque : car pendant que l'ombre ſe meut de l'Occident vers l'Orient par ſon mouvement propre, tous les points du diſque ſe meuvent ſenſiblement à cauſe de la rotation de la Terre autour de ſon axe d'Occident en Orient ; & quoique ce dernier mouvement ſoit beaucoup plus lent que l'autre, il doit néantmoins détruire un peu la viteſſe de l'ombre.

CHAPITRE QUATORZIEME.

Où l'on expoſe la Méthode nouvelle de calculer les Eclipſes du Soleil qui doivent être viſibles pour un lieu donné.

APRE'S avoir traité d'une maniere générale les principaux Phénomenes des Eclipſes du Soleil, après avoir, dis-je, expliqué de quelle maniere un Obſervateur placé dans la Lune pourroit parvenir à déterminer d'une maniere univerſelle l'entrée ou la ſortie du diſque terreſtre dans l'ombre, comme auſſi le tems du milieu de l'Eclipſe; il reſte à conſidérer deſormais les autres cas particuliers qui nous regardent. Car le commencement ou la fin d'une Eclipſe telle qu'on vient de la déterminer au Chapitre précédent ne peuvent convenir qu'à ceux qui ſe trouvent alors vers les bords ou vers la circonférence du diſque apparent de la Terre; encore faut-il qu'ils ſe trouvent peu éloignés de la trace que décrit l'ombre ſur le diſque. Il n'y a donc qu'un très-petit nombre d'habitans qui pourroient obſerver les phaſes telles que nous les avons déja déterminées; car quant aux autres régions ſituées vers l'intérieur du diſque, on n'y ſçauroit encore voir l'Eclipſe, quoique déja commencée ailleurs, & cela parce qu'il ſe paſſe un intervalle de tems aſſez conſidérable avant que la Pénombre y puiſſe parvenir. En effet le commencement de l'Eclipſe pour chaque lieu particulier doit ſe faire, lorſque la Pénombre vient à le rencontrer; de même que la fin n'y ſçauroit être apperçue qu'après que la Pénombre a traverſé ce lieu, c'eſt-à-dire au moment qu'elle en ſort. Il eſt donc évident que ſelon les diverſes ſituations des lieux ſur le diſque, la durée de l'E-

Le commencement ou la fin d'une Eclipſe calculée ſuivant la méthode générale ne ſçauroit gueres être obſervé que d'un très-petit nombre d'habitans ſitués aux extrémités du diſque apparent de la Terre.

Les tems qui doivent déſigner le commencement, la fin & la durée d'une Eclipſe, ſont différens ſelon les diverſes régions ſituées ſur le diſque terreſtre.

clipſe ſera plus ou moins grande, & qu'il en ſera de même de la quantité dont le Soleil paroîtra éclipſé, puiſque la grandeur apparente des phaſes dépend abſolument de la diſtance du lieu à la trace de l'ombre ſur le diſque terreſtre.

C'eſt pourquoi ſi l'on veut déterminer les phaſes d'une Eclipſe pour un lieu particulier, on y pourra employer la Méthode nouvelle qui eſt exempte de ces calculs ſi compliqués & ſi pénibles, où l'on fait entrer les Parallaxes & dont on faiſoit autrefois tant d'uſage, ſur-tout avant que d'avoir imaginé cette nouvelle voie plus abrégée. Je ſuppoſe donc que le demi-cercle *AEB* repréſente la moitié du diſque terreſtre qui eſt éclairé du Soleil, *E* le Pole de l'Ecliptique, *P* celui de l'Equateur, qu'on nomme autrement le Pole de la Terre. Il a été dit ci-devant que chaque point de la ſurface eſt emporté d'un inſtant à l'autre par le mouvement diurne, & qu'ainſi chaque point décrit en un jour un cercle parallele à l'Equateur. On a expliqué de plus comment tous les paralleles, hors les tems des Equinoxes, ſont inclinés à l'égard du plan du diſque : or il ſuit de là que leur projection étant des ellipſes, elles repréſenteront la trace que chaque lieu paroîtra décrire, vu de la Lune, ſur le plan du diſque terreſtre. Soit donc *F XII D* une portion d'ellipſe qui repréſente le parallele d'un lieu donné, & ſur la circonférence de laquelle ſont déja projettés les cercles horaires, ou du moins les points où ces cercles horaires rencontrent le parallele. Je ſuppoſe auſſi que ces points ſoient *VI*, *VII*, *VIII*, *IX*, *X*, *XI*, *XII*, *I*, *II*, *III*, *IV*, *V*, *VI*, & que le lieu propoſé ſoit à ſix heures du matin au point *VI*; à 7^h en *VII*, à 8^h en *VIII*, à 9^h en *IX*, & ainſi de ſuite.

PLANCHE IV. *Fig. 9.*

Projection de tous les paralleles à l'Equateur en autant d'ellipſes ſur le diſque terreſtre.

Soit enfin *CT* une partie de la trace du centre de la Pénombre, laquelle ſe trouve, par exemple, à deux heures au point 2, à trois heures en 3, à quatre heures en 4, & ainſi de ſuite : il eſt donc évident qu'à deux heures le lieu donné ſur le diſque ſe trouvera au point *II* de ſon parallele, & partant que ſa diſtance au centre de l'ombre ſera 2*II*. Si l'on veut rapporter cette diſtance à la trace que décrivent l'ombre ou la Pénombre, on abaiſſera du point *II* la perpendiculaire *IIL*, & la diſtance du lieu donné au centre de l'ombre conſidérée de cette maniere, ſera 2 *L*; de ſorte que le point *L* ſera le point correſpondant du lieu donné réduit à la trace de l'ombre ſur le diſque. Mais à trois heures le centre de l'ombre s'étant avancé au point 3, & le lieu du parallele juſqu'au point *III*, leur diſtance ſera 3*III*, elle ſera donc plus petite que n'étoit la précédente. A quatre heures le centre de l'ombre étant au point 4, & le lieu donné au point *IV* ſur ſon parallele, l'ombre ſe trouvera encore plus près du lieu donné qu'auparavant, & même il s'en faut alors bien peu que l'Eclipſe ne commence; ou, ce qui eſt la même choſe, que la circonférence de la Pénombre ne rencontre le lieu donné ſur le diſque. A 5 heures le centre de l'ombre étant au point 5, & le lieu donné s'étant avancé au point *V* de ſon parallele, ce lieu ſera pour lors plongé plus avant dans la Pénombre; c'eſt-à-dire, qu'il ſera encore plus près du centre de l'ombre que dans les trois cas précédens. Mais enfin à ſix heures, le centre de l'ombre s'étant avancé juſqu'en *6*, c'eſt-à-dire, un peu plus à l'Orient que n'eſt le lieu donné, qui pour lors occupe le point *VI* de ſon parallele, le centre de l'ombre aura donc paſſé au-delà du lieu donné, de ſorte que l'inſtant auquel l'on aura remarqué la plus petite diſtance entre le centre de l'ombre & le lieu donné, ſeroit arrivé entre cinq ou ſix heures du ſoir; car après cet inſtant la diſtance du lieu au centre de l'ombre doit devenir plus grande, juſqu'à ce qu'enfin la circonférence de la Pénombre venant à s'avancer ſur le lieu

La poſition du lieu réduite à la trace de l'ombre.

donné & à le quitter, on y observe dans ce moment la véritable fin de l'Eclipse. Or il est tems que nous donnions ici la méthode de déterminer dans ces cas particuliers le commencement, le milieu, la fin & les aurres phases des Eclipses ; mais il est nécessaire avant toutes choses de résoudre les deux Problemes suivans.

PROBLEME I.

Trouver sur le Disque de la Terre la situation d'un lieu quelconque, pour tel moment donné que l'on voudra.

Recherche du lieu que doit occuper une ville, ou un point quelconque sur le disque, dans un tems donné. PLANCHE IV. *Fig.* 10. *Voyez aussi la Fig.* B.

Soit *AEB* le demi-cercle qui représente la moitié du disque terrestre exposé directement au Soleil, *AB* une partie de l'Ecliptique projettée sur le disque, & dont l'axe est *SE*, *E* le Pole de l'Ecliptique, *SP* la ligne droite qui représente la projection de l'axe de la Terre, & par conséquent *P* la projection du Pole du Monde. On fera comme le sinus total est au sinus de la laritude du lieu, ainsi *SP* est à *SH*, & le point *H** sera la projection du centre du parallele à l'Equateur, dont la circonférence doit passer par le lieu proposé. Pour trouver ce lieu on élevera par le point *H* perpendiculairement à *SP*, la droite *HG* égale au demi-diametre du parallele ou au sinus de la distance au Pole du lieu donné : cette ligne sera la moitié du grand axe de l'ellipse qui doit représenter la projection du parallele du lieu. Maintenant ** si l'on fait comme le sinus total

* Dans la Fig. A (Planche IV.) si l'on prend *PS*, *Sh* ou *SÆ* pour sinus total, la ligne *hs* ou son égale *HS* sera le sinus de la latitude mesurée par l'arc du Médien *hÆ*.

** Selon ce qui a été démontré ci-dessus page 214 le sinus total est au cosinus de l'inclinaison du parallele, qui est la même chose que le sinus de l'élévation du Pole sur le plan du disque, comme *GH* est à *HL*. De plus, il est évident, si l'on fait attention aux termes de la 3e analogie, que si *HG* est le demi-diametre du parallele du lieu projetté sur le plan du disque ; c'est-à-dire, que si *HG* est le sinus d'un arc de 90°, ou de l'arc de 6 heures (qui est le quart de la circonférence du parallele), il doit s'ensuivre que *HQ* sera le sinus de l'angle du Cercle horaire & du Méridien. Ayant donc ainsi déterminé sur le diametre du parallele le point *Q* où tomberoit la perpendiculaire abbaissée du lieu proposé, il ne s'agit plus que de découvrir sur le plan de projection le point *R*, ou la distance *RQ*, à l'égard de ce lieu.

est

eſt au ſinus de l'élévation du Pole ſur le plan du diſque, ainſi *GH* eſt à *HL*, la ligne *HL* ſera la moitié du petit axe de l'ellipſe, qu'on pourra par conſéquent décrire ſi l'on veut. Prenant donc ſur *GH* la ligne *HQ* qui ait un même rapport à *G H* que celui du ſinus de l'angle du Cercle horaire & du Méridien au ſinus total, on élevera par le point *Q* la perpendiculaire *QR* ſur la ligne *HG*, & l'on fera enſuite comme le ſinus total eſt au coſinus de l'angle que fait le Cercle horaire avec le Méridien, ainſi *GH* à un quatrieme Terme. On nommera *D* ce quatrieme Terme, & faiſant enfin comme le ſinus total eſt au ſinus de l'élévation du Pole ſur le plan du diſque, ainſi la quantité *D* eſt à une autre : cette derniere quantité déterminera *QR*, & le point *R* ſera ſur le diſque la ſituation du lieu qu'il s'agiſſoit de trouver pour le tems propoſé.

Autrement, en ne ſe ſervant que du Cercle horaire.

Soit *A O B* la moitié du diſque de la Terre éclairé du Soleil, *P* le Pole du Monde, *S P* le Méridien, qu'on a appellé univerſel, pour le diſtinguer des cercles horaires, & qui prolongé, rencontre au point *G* la circonférence du diſque, *F P O* la ſituation du cercle horaire pour un moment donné quelconque. Dans le Triangle ſphérique rectangle *PGO*, on a *PG* qui eſt la hauteur du Pole ſur le plan du diſque, & l'angle *GPO* que fait le Cercle ho- PLANCHE IV. *Fig.* 11.

Pour cet effet, ſoit pris ſur *HL* prolongée, *Hg* égale à *HG*, & du point *H* comme centre ſoit décrit l'arc de cercle *Grg*, lequel vaut un quart de la circonférence, puiſque l'angle *GHg* eſt droit. Soit encore élevé au point *Q* la perpendiculaire *QRr*, laquelle rencontre le cercle au point *r* & l'arc de l'ellipſe, qui repréſente le parallele du lieu donné, au point *R*. On voit d'abord que puiſque *HQ* eſt le ſinus de l'angle compris entre le Cercle horaire & le Méridien, *Qr* en ſera le coſinus ; la ligne *Q r* ſera donc le quatrieme terme, de l'avant derniere analogie, qu'on a nommé *D* : mais par la propriété ſi connue de l'ellipſe, on a *gH* : *HL* : : *Qr* : *QR*, ou bien *GH* : *HL* : : *Q r* ou *D* : *QR*. Or les deux premiers termes de cette proportion, ou les deux demi-axes de l'ellipſe, ſont entr'eux (ſelon la ſeconde analogie) comme le ſinus total eſt au ſinus de l'élévation du Pole ſur le diſque ; il eſt donc vrai de dire que les lignes *D* ou *Qr* & *QR* ſeront dans le même rapport ; & partant, que le point *R* ſera la ſituation du lieu qu'on s'eſt propoſé de déterminer ſur le plan du diſque. *Voyez la fig. C de la Planche IV.*

PLANCHE IV. *Fig. 11.* raire avec le Méridien ; l'on aura donc l'angle *GOP* qui sera l'inclinaison du Cercle horaire sur le plan du disque, comme aussi les deux arcs *PO*, *GO*, & partant on connoîtra le lieu du point *O* où le cercle horaire coupe la circonférence du disque. Maintenant si l'on tire la droite *SO*, elle représentera la commune section des plans du cercle horaire & du disque terrestre. Soit donc *FP* la distance du lieu donné au Pole, ou le complément de la latitude du lieu : si l'on prend *SO* pour rayon, *SQ* sera le sinus d'un arc, dont le complément est *FO*, égal à la somme des deux arcs donnés *FP* & *PO*. Si l'on suppose aussi que *D* * est égal au cosinus de l'arc dont le sinus est *SQ*, on pourra élever à ce point *Q* la perpendiculaire *QR* sur *OS*, ensorte qu'elle soit à *D* comme le cosinus de l'angle d'inclinaison du cercle horaire sur le plan du disque est au Rayon & le point *R* sera le lieu, dont on demande la position sur le disque au tems proposé. De la même maniere on trouvera pour tout autre instant d'autres positions du lieu sur le disque, lesquels se rencontreront tous dans la circonférence d'une ellipse, qui sera la vraie projection du Parallele. La démonstration de ces méthodes est fondée sur les loix de la Projection Orthographique.

PROBLEME II.

Trouver au tems d'une Eclipse du Soleil la situation du centre de la Pénombre sur le Disque pour un moment donné quelconque.

PLANCHE IV. *Fig. 9.* Soit comme ci-dessus *AEB* la moitié du disque de la Terre éclairé du Soleil, *SE* l'axe de l'Ecliptique, *CL* la trace du centre de la Pénombre décrite sur le plan

* La propriété générale de l'ellipse donne encore *D* est à *QR* comme la moitié du grand Axe *SO* est à la moitié du petit Axe, de l'ellipse prolongée *OPF*; mais il est ** évident que les deux demi-Axes sont entr'eux comme le sinus total est au cosinus de l'angle d'inclinaison du Cercle horaire sur le plan. Donc, &c.

** *Voyez ce qui a été démontré page 214.*

du diſque, & qui rencontre l'axe de l'Ecliptique au point N: il eſt évident que lorſque le centre de la Pénombre eſt en N, on doit alors obſerver le vrai moment de la conjonction de la Lune & du Soleil : or comme ce tems eſt donné par les Tables Aſtronomiques auſſi-bien que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, on fera comme la Parallaxe horiſontale, eſt au mouvement horaire de la Lune à l'égard du Soleil, ainſi le demi-diametre du diſque, à un quatrieme terme qui ſera M, & cette ligne M ſera l'eſpace que le centre de l'ombre doit parcourir ſur le diſque en une heure. On fera auſſi comme l'intervalle qui répond à une heure, eſt à l'intervalle de tems qui s'écoule entre le moment véritable de la conjonction & celui pour lequel on cherche la ſituation du centre de l'ombre ſur le diſque, ainſi la ligne M trouvée ci-deſſus, eſt à une autre. Ce quatrieme terme fera connoître, pour l'inſtant propoſé, la diſtance du centre de la Pénombre (meſurée ſur la trace qu'elle parcourt) au point N de la vraie conjonction. De cette maniere la poſition du centre de l'ombre ſera toujours facile à déterminer pour un tems donné. Suppoſons que le tems propoſé précede immédiatement la vraie conjonction & ſoit, par exemple, quatre heures du ſoir : on fera, comme l'intervalle d'une heure eſt à l'intervalle de tems écoulé entre quatre heures du ſoir & le moment de la vraie conjonction, ainſi la quantité M eſt à un quatrieme terme N 4, & le point 4 ſera le vrai lieu du centre de l'ombre ſur le diſque à quatre heures du ſoir. Il faut prendre maintenant les lignes ou intervalles 4-3, 3-2 & 4-5, 5-6, chacune égales à la ligne M, & l'on déterminera ainſi les points 2, 3, 4, 5, 6, qui déſignent le lieu qu'occupera le centre de la Pénombre aux heures qui s'y rapportent.

Préſentement que nous avons conſtruit les deux Pro-

Calcul du commencement de l'Eclipſe pour un lieu déterminé.
PLANCHE IV. *Fig.* 12.

blemes précédens, ſoit *AEB* la moitié du diſque terreſtre, *CT* la trace de l'ombre ſur le plan du diſque & qui rencontre l'axe de l'Ecliptique au point *N*, c'eſt-à-dire, dans le lieu que doit occuper l'ombre au moment de la vraie conjonction de la Lune & du Soleil. Suppoſant d'ailleurs que le tems donné qui précede celui de la conjonction, ſoit deux heures du ſoir & que l'on ait marqué ſur la trace de l'ombre tous les lieux où ſon centre doit ſe trouver à 1, 2, 3, 4, & 5 heures, comme auſſi la ſituation du lieu donné ſur ſon parallele aux mêmes heures *I*, *II*, *III*, *IV*, & *V*: il eſt évident qu'à une heure la diſtance de l'ombre à l'égard du lieu propoſé ſera 1*I*: c'eſt pourquoi ſi l'on applique cette diſtance ſur une échelle de parties égales pour connoître ſa valeur en nombres, & que l'on en ôte le demi-diametre de la Pénombre, l'on aura par le moyen de la même échelle la diſtance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre: de même ſi l'on prend encore à deux heures la diſtance du lieu donné, qui pour lors eſt en *II*, à la circonférence de la Pénombre, la différence de ces deux diſtances (car on ſuppoſe, par exemple, que dans ces deux cas la Pénombre eſt plus occidentale que le lieu donné) ſera le progrès apparent ou le mouvement horaire de la Pénombre à l'égard du lieu propoſé. On fera donc comme le mouvement horaire de la Pénombre qu'on vient de trouver eſt à la diſtance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre à deux heures, ainſi une heure ou 60 minutes à un quatrieme Terme: ce quatrieme Terme ſera ce qu'il faut ajouter au tems donné, ſçavoir à deux heures du ſoir, pour avoir le vrai tems auquel la circonférence de la Pénombre rencontrera le lieu propoſé; ce qui donnera par conſéquent le commencement de l'Eclipſe.

Calcul de l'inſtant auquel arrive la

Si l'on abbaiſſe préſentement du lieu propoſé *II* la perpendiculaire *IIa* ſur la trace de l'ombre, il eſt clair que quand le centre de l'ombre ſera parvenu au point 2, la diſtance Réduite du lieu donné au centre de l'ombre ſera 2 *a*: ſemblablement à trois heures du ſoir le lieu propoſé s'étant avancé juſqu'en *III*, & ayant abbaiſſé une autre perpendiculaire *III b* ſur la trace de l'ombre, la diſtance réduite du lieu donné au centre de l'ombre ſera 3 *b*. Or il eſt clair que la différence de ces deux diſtances réduites, donne le mouvement horaire de l'ombre à l'égard du lieu Réduit, & que cette différence ſe peut connoître par le moyen de l'échelle. On fera donc comme le mouvement horaire de l'ombre à l'égard du lieu réduit, eſt à la diſtance de ce lieu au centre de l'ombre à 3 heures du ſoir, ainſi une heure ou 60 minutes à un quatrieme Terme; ce dernier Terme donnera le tems qu'il faut ajouter à trois heures pour avoir le milieu de l'Eclipſe, ou le tems qui doit répondre à très-peu-près au moment de la plus grande obſcurité. plus grande quantité de l'Eclipſe.

Maintenant je ſuppoſe qu'à Quatre heures le centre de l'ombre ſe ſoit avancé juſqu'en 4 & le lieu propoſé juſqu'au point *IV* de ſon parallele: meſurant cette diſtance ſur une échelle, & prenant ſa différence au demi-diametre de la Pénombre, puiſque dans le cas préſent, c'eſt cette diſtance qui ſe trouve la plus petite, l'on aura la diſtance du lieu donné au bord occidental de la Pénombre; ce qui fera connoître la quantité dont ce bord eſt plus à l'occident que le lieu propoſé. Enſuite à cinq heures l'ombre s'étant avancée juſqu'en 5 & le lieu donné juſqu'en *V*, leurs diſtances 5 *V* eſt alors plus grande que le demi-diametre de la Pénombre, & le bord occidental de la Pénombre ſe trouve plus vers l'Orient que le lieu donné. C'eſt pourquoi la Pénombre aura paſſé au-delà de ce lieu, & l'on aura dû y appercevoir la fin de l'Eclipſe. Donc ſi de la diſtance 5 *V* on ôte le demi-diametre de la Pénombre, le reſte ſera la diſtance occidentale du bord de la Pénombre au lieu Calcul de l'heure à laquelle doit arriver la fin de l'Eclipſe.

donné. Or puiſque dans le premier cas ce bord étoit plus occidental que le lieu, & que dans l'autre il eſt plus oriental, la ſomme des deux diſtances qu'on vient de trouver, ſera le mouvement relatif de l'ombre par rapport au lieu propoſé dans l'eſpace d'une heure ou 60 minutes. On fera donc, comme cette même ſomme eſt à la diſtance du bord occidental de la Pénombre au lieu propoſé à 4 heures du ſoir, ainſi l'intervalle de tems qui répond à une heure ou 60 minutes, eſt à un quatrieme Terme : ce quatrieme Terme étant ajouté à quatre heures du ſoir, donnera le vrai moment auquel le bord occidental de la Pénombre doit quitter le lieu propoſé, c'eſt-à-dire, l'heure de la fin de l'Eclipſe.

Autre détermination encore plus exacte.

Si l'on propoſoit de déterminer le commencement, la fin, & les autres phaſes de l'Eclipſe avec une plus grande préciſion, alors au lieu des deux heures que l'on a choiſies, par exemple, avant la conjonction, on pourroit prendre des intervalles encore plus petits, comme d'une demi-heure ou d'un quart-d'heure &c immédiatement avant la conjonction; & dans ce cas il faudroit déterminer le mouvement de l'ombre relativement au lieu propoſé dans l'eſpace d'une demi-heure ou d'un quart-d'heure, &c. Car ce mouvement n'étant pas égal ni uniforme, moins il s'écoulera de tems dans les intervalles que l'on a choiſis pour ce calcul, moins il y aura d'erreur ſenſible, parce que l'erreur ne ſçauroit gueres influer qu'à proportion du tems qui s'écoule, ſur-tout ſi ce mouvement relatif croît ou diminue ſuivant une aſſez grande progreſſion.

Car il eſt bien certain que le mouvement de l'ombre ſur la trace qu'elle décrit n'eſt pas tout-à-fait uniforme: mais du moins pourroit-on, ſans commettre une erreur bien conſidérable, le ſuppoſer tel dans un auſſi petit intervalle de tems qu'eſt celui des Eclipſes. Il n'en eſt pas de même à l'égard du lieu propoſé ſur le diſque de la Terre: ſon mouvement eſt fort rallenti proche des bords & très-rapide vers le milieu du diſque. Or l'on vient de ſuppoſer dans le calcul précédent que le mouvement relatif de l'ombre à l'égard du lieu étoit conſtamment égal & uniforme, & que le milieu de l'Eclipſe ou la plus grande proximité du centre de l'ombre & du lieu propoſé, arrivoit quand la ligne qui les joint tombe perpendiculairement ſur la trace que décrit l'ombre. Mais parce que ni l'une ni l'autre de ces deux ſuppoſitions n'eſt exactement vraie, il en doit réſulter quelque erreur dont il faut tenir compte : voici donc de quelle maniere on peut découvrir cette erreur & en faire la correction dans tous les cas où l'on le jugera néceſſaire. On calculera d'abord le vrai lieu du centre de l'ombre pour le moment auquel l'Eclipſe commence, & qu'on ſuppoſe déja déterminé par la premiere Méthode. On cherchera auſſi pour le même inſtant la ſituation du lieu propoſé ſur le diſque. Enſuite on décrira du centre de l'ombre le cercle où ſe termine la Pénombre ; & ſi la circonférence de ce cercle paſſe par le lieu propoſé, alors le vrai commencement de l'Eclipſe ſera préciſément le même que par le premier calcul. Mais s'il y a quelque différence notable, on prendra en ce cas la diſtance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre. Enſuite on fera une regle de proportion comme ci-deſſus, en y employant le mouvement relatif de l'ombre à l'égard du lieu qui répond à un petit intervalle de tems tel qu'une demi-heure, par exemple, & l'on aura par ce moyen le véritable commencement de l'Eclipſe. Semblablement on corrigera l'erreur, s'il y en a, qui s'eſt gliſſée dans la premiere recherche que l'on aura faite du moment auquel arrive la fin de l'Eclipſe. Au reſte par cette nouvelle Méthode de calculer les Eclipſes de Soleil, on peut déterminer au moins auſſi exactement les phaſes que par la Méthode des Anciens,

Moyens de corriger les grandes erreurs preſqu'inévitables dans la premiere forme de calcul.

où le calcul se faisoit en y employant les Parallaxes. Car on suppose même dans l'ancienne Méthode que le mouvement apparent de la Lune est égal & uniforme pendant un certain intervalle de tems, ce qui n'est pas plus exact que de supposer sur le disque un mouvement uniforme de la part du lieu proposé. En effet le mouvement apparent de la Lune n'est-il pas sujet à diverses inégalités causées par la Parallaxe, laquelle augmente ou diminue, comme l'on sçait, presque à chaque instant?

La plus grande quantité de l'Eclipse déterminée.

Si après avoir déterminé le lieu de l'ombre pour le tems qui répond au milieu de l'Eclipse, on décrit de ce point comme centre un cercle dont le diametre soit égal au diametre de la Lune; & de même, que du lieu proposé comme centre, on décrive encore un autre cercle qui ait un diametre égal à celui du Soleil, l'espace compris entre les deux interfections de ces cercles déterminera la plus grande quantité de l'Eclipse.

Mais parce que cette Méthode de mesurer les lignes & les distances par le moyen d'une échelle ne paroîtra peut-être pas suffisante à ceux qui voudroient parvenir à une bien plus grande précision, on peut y suppléer en employant au lieu du compas & de l'échelle, le calcul trigonométrique, & conservant néantmoins les mêmes principes que ci-dessus. On y procédera suivant la maniere que nous allons enseigner.

Maniere de calculer trigonométriquement les distances entre l'ombre & le lieu donné. Planche V. *Fig.* 1.

Soit, comme ci-devant, *AEB* la moitié du disque de la Terre, *P* le Pole de l'Equateur, *CNT* la route ou la trace du centre de l'ombre sur le disque: le point 2 la place de l'ombre pour un tems donné, & au même instant *II* un lieu quelconque sous un parallele proposé. Soit aussi *SE* l'axe de l'Ecliptique qui coupe la trace de l'ombre au point *N*, il est certain que *SN* sera la latitude de la Lune au tems de la vraie conjonction. C'est pourquoi si du centre de l'ombre & du lieu proposé, on tire au centre du disque

disque les lignes droites $2S$, IIS, & qu'on joigne aussi par une ligne droite les points 2, II, dans le Triangle rectiligne $2NS$, on connoît NS qui est la latitude de la Lune, & $2N$ qui est la distance mesurée (sur sa propre route) du centre de l'ombre au point de la conjonction: de plus l'angle $2NS$ est l'inclinaison de la route ou de la trace apparente de la Lune avec le cercle de latitude. On aura donc par la Trigonométrie le côté $2S$ aussi-bien que l'angle $2SN$. Ensuite dans le Triangle sphérique $PSII$ on connoît PS qui est le complément de la déclinaison du Soleil, & PII qui est le complément de la latitude du lieu, on connoît encore $SPII$ qui est l'angle du cercle horaire & du Méridien. On aura donc l'arc SII, qui est la distance du Soleil au zénith, dont le sinus sera égal à la distance SII, en prenant SE pour rayon. Il est encore aisé de concevoir que la résolution du même Triangle fera connoître l'angle $PSII$, lequel ajouté ou retranché de l'angle connu PSE, fera connoître l'angle $NSII$: or ce dernier étant ajouté à l'angle $2SN$ dont on a trouvé la valeur ci-dessus, la somme sera l'angle total $2SII$. Enfin dans le Triangle rectiligne $2SII$ on a $2S$, IIS, & l'angle compris $2SII$, on trouvera donc par la Trigonométrie rectiligne la distance $2II$ que l'on cherchoit. On voit d'ailleurs que pour calculer par cette Méthode, il n'est pas nécessaire de connoître d'abord la situation de l'ombre ni du lieu donné à l'égard du disque, puisque l'on y pourroit parvenir uniquement par le calcul.

Ceci nous fournit encore une autre Méthode de trouver la situation d'un lieu sur le disque pour un tems donné quelconque, puisqu'en résolvant le Triangle $PSII$, on connoîtra l'angle $PSII$ & la distance SII.

Les Eclipses du Soleil servent encore à déterminer les longitudes sur Terre.

Les Eclipses du Soleil ne sont pas moins propres que les Eclipses de Lune à faire découvrir les longitudes sur terre. Il suffit pour cette recherche qu'on ait observé dans

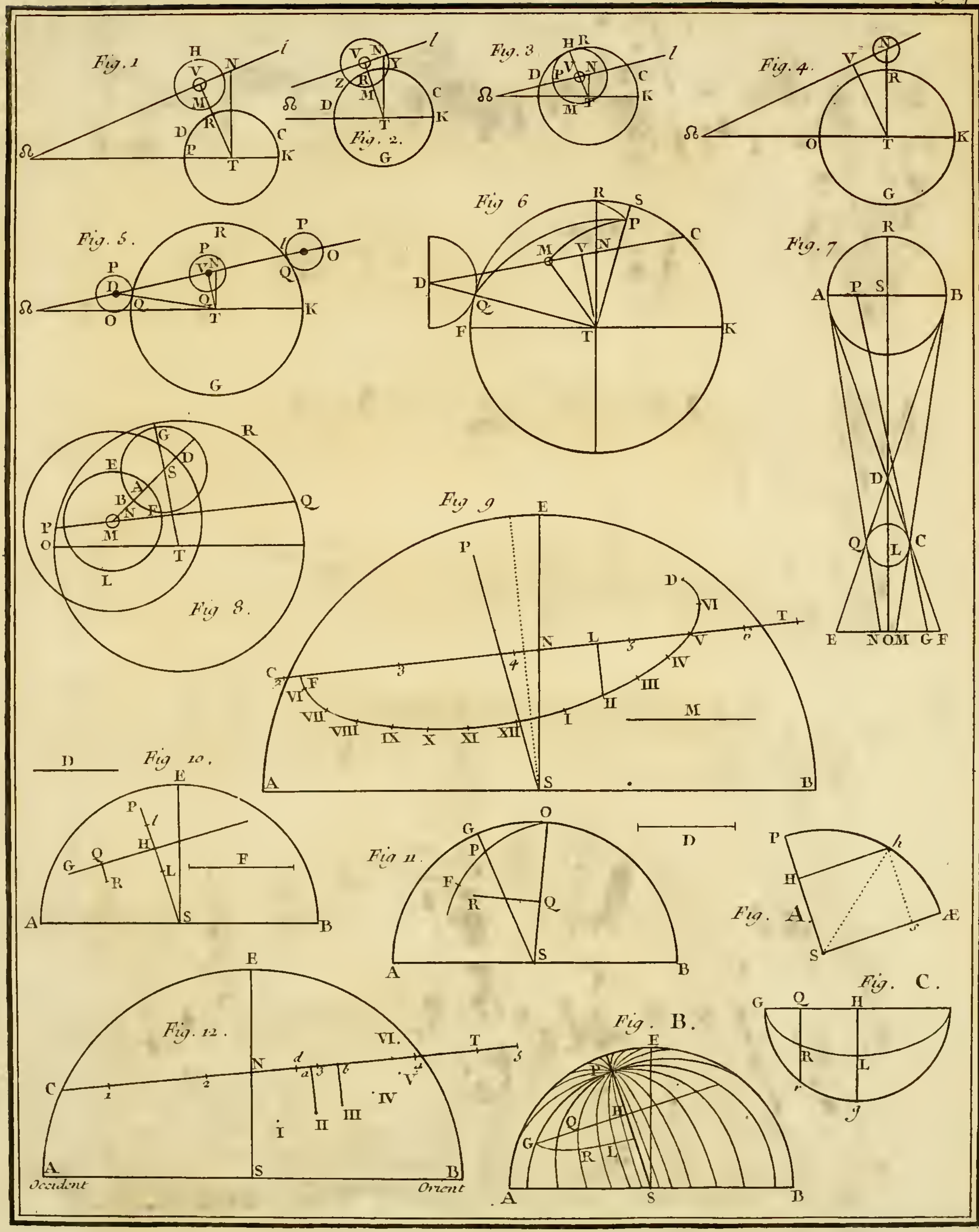


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig 6
Fig. 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig. A
Fig. B
Fig. C
Occident
Orient

PLANCHE IV. *Fig.* 12.

chaque lieu dont on cherche la longitude, le commencement ou la fin d'une même Eclipse. Je suppose, par exemple, qu'à 5 heures du soir on ait observé l'une de ces deux phases : il faudra décrire du point *V* qu'occupe en ce moment le lieu donné sur le disque, & d'un intervalle égal au demi-diametre de la Pénombre, deux arcs de cercles qui coupent de part & d'autre la trace que l'ombre décrit sur le disque. Soit donc l'un des points où se fait la section en *d* : ce sera le lieu qu'occupe le centre de l'ombre au commencement ou à la fin de l'Eclipse observée : c'est pourquoi l'on mesurera par le moyen de l'échelle la distance *Nd*, qui étant connue par ce moyen aussi-bien que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, l'on aura par conséquent le tems vrai de la conjonction relativement au Méridien du lieu. Ensuite si dans tout autre lieu quelconque on a observé le commencement ou la fin de l'Eclipse, on aura de la même maniere le vrai moment de conjonction relativement au Méridien de ce lieu : or la différence de ces deux tems réduite en parties de l'Equateur, donnera la différence en longitude que l'on cherche entre les deux lieux proposés.

Dans la pratique ordinaire il est à propos de donner au moins dix pouces au demi-diametre du disque, & ce nombre est d'autant plus commode qu'on peut avoir une échelle de cette longueur divisée en mille parties par des transversales. Ce dernier nombre peut être aussi pris pour celui qui répond au rayon des Tables, ensorte que la latitude de la Lune & toutes les autres lignes dont on veut connoître les dimensions seront exprimées relativement aux mêmes parties. Car si l'on fait, par exemple, comme la Parallaxe horisontale de la Lune réduite en secondes, est à la latitude de la Lune, ainsi 1 000 est à un quatrieme Terme ; & qu'on prenne sur l'échelle l'intervalle *SN* égal à ce quatrieme Terme connu, cette ligne représentera la latitude de la Lune ſur le diſque, & obſervant la même regle dans la recherche des autres lignes, on en déterminera la vraie longueur relativement au demi-diametre du diſque.

Nous avons enfin expliqué aſſez au long la nouvelle Méthode de déterminer pour un lieu donné quelconque, le commencement, la fin & les autres phaſes des Eclipſes du Soleil. Nous y ſommes parvenus ſans avoir beſoin de ces calculs ſi pénibles & ſi embarraſſans où l'on fait entrer les Parallaxes, pour en déduire le lieu apparent de la Lune dans le Ciel à l'égard d'un lieu propoſé, ou qui ſervent à trouver pour chaque inſtant le lieu viſible de cet Aſtre. Or quoique pluſieurs Aſtronomes ſe ſervent encore de l'ancienne Méthode, il ſemble néantmoins qu'indépendamment de diverſes autres conſidérations, ils ſont toujours comme obligés de reconnoître que cette derniere eſt beaucoup plus facile & pour le moins auſſi exacte que celle qu'ils ont employé juſqu'à ce jour. Effectivement en ſe ſervant de l'ancienne Méthode, il eſt certain que les différentes ſituations de l'Ecliptique qui varie à chaque inſtant à l'égard de l'horiſon, produiſent dans les mouvemens apparens de la Lune conſidérés tant en longitude qu'en latitude, une inégalité aſſez conſidérable, eu égard à ſon vrai mouvement; de plus les Parallaxes de la Lune changent, comme l'on ſçait, à meſure que cet Aſtre s'éleve ou s'abbaiſſe ſur l'horiſon, de ſorte que ſi l'on n'y fait attention preſqu'à chaque inſtant, on riſque de tomber dans des erreurs aſſez conſidérables.

Mais ſi l'on veut eſſayer néantmoins de pratiquer l'ancienne Méthode de calculer les Eclipſes par les Parallaxes, puiſqu'elle eſt même encore en uſage parmi les Aſtronomes, nous allons tâcher de l'expliquer le plus ſuccinctement qu'il ſera poſſible. Pour cet effet nous ſuppoſerons d'abord que l'on ſe ſoit mis un peu au fait des différentes eſpeces de Parallaxes; ce que l'on apprendra, ſi l'on veut plus en détail, soit en lisant ce qui en a été dit dans presque tous les Livres d'Astronomie, soit dans le Traité particulier que nous donnerons au vingt-deuxieme Chapitre de cet Ouvrage. Or quand on sçait une fois distinguer ces Parallaxes, il ne reste pas grande difficulté pour bien entendre les principes sur lesquels est fondée l'ancienne Méthode de calculer les Eclipses.

La conjonction véritable de la Lune au Soleil differe souvent très-sensiblement de la conjonction apparente.

Il faut déterminer en premier lieu en se servant des Tables Astronomiques, la conjonction apparente & la trace visible de la Lune dans le Ciel; car il y a presque toujours une différence considérable entre la vraie conjonction & la conjonction apparente: elles peuvent se faire à notre égard dans des tems bien différens. Si l'on veut sçavoir la raison pourquoi ces deux conjonctions different entre elles, c'est que le lieu de la Lune que nous observons dans le Ciel n'est presque jamais le même que son lieu vrai, ou que le lieu de la Lune vu du centre de la Terre. Nous rendrons peut-être ceci encore plus évident par la figure suivante. Soit un demi-cercle *CAB* qui représente l'hémisphere terrestre, *T* le centre de la Terre, d'où tirant une ligne droite *TL* au centre de la Lune *L*, cette même ligne prolongée parvienne au centre du Soleil & se termine en *S*. Puisque dans ce moment les centres du Soleil & de la Lune sont vus du centre de la Terre, dans une même ligne droite; l'œil qui seroit placé à ce centre doit les rapporter au même point du Ciel, & appercevoir ainsi l'instant de leur vraie conjonction. Mais un autre Observateur qui se trouveroit dans le même-tems au point *A* de la surface de la Terre, rapportera les centres du Soleil & de la Lune à différens points du Ciel: leur distance apparente dans le Ciel sera l'arc *SE* qui en est à peu près la mesure. Or le point *S* du Ciel où va se terminer la droite *TL* qui passe par les centres de la Lune & du Soleil, se nomme le véritable lieu de la Lune, au lieu que le point

Planche V. Fig. 2.

E du Ciel où va ſe terminer la droite *AL* qui paſſe par les points *A* & *L*, ſe nomme le lieu apparent de la Lune. Ainſi ces deux points *S* & *E* ſont comme l'on voit très-différens, & l'arc *SE* qui en meſure la diſtance, ou ce qui eſt la même choſe, qui donne la différence entre le lieu vrai & le lieu apparent de la Lune, eſt ce que l'on nomme la Parallaxe. D'ailleurs en comparaiſon de la diſtance preſqu'immenſe du Ciel étoilé où ces lignes ſe terminent, l'intervalle *TL* qui eſt compris entre les centres de la Lune & la Terre, ſe réduit à rien, ou du moins ne ſçauroit être plus ſenſible, & partant l'arc *SE* ſera préciſément de même grandeur, ſoit que l'œil ſe trouve en *T*, ſoit qu'il ſe trouve en *L*; d'où il ſuit que l'arc *SE* peut bien paſſer pour la meſure exacte de l'angle *SLE* ou de ſon oppoſé au ſommet *ALT*. Mais parce que l'angle *ALT* eſt celui ſous lequel l'on verroit du centre de la Lune le demi-diametre de la Terre *AT*, on peut donc conclurre que la Parallaxe de la Lune eſt toujours égale à l'angle ſous lequel on verroit du centre de cet Aſtre le demi-diametre de la Terre. On doit remarquer ici que cet angle eſt le plus grand qu'il eſt poſſible lorſque de l'Aſtre on apperçoit directement le rayon de la Terre qui ſe termine au lieu propoſé, c'eſt-à-dire, lorſque l'angle *LAT* eſt droit, & que par conſéquent la Lune eſt à l'horiſon; ce qui prouve, comme l'on voit, que de toutes les Parallaxes que nous obſervons, la Parallaxe horiſontale eſt la plus grande: au contraire ſi la Lune s'élevoit juſqu'au zénith en *F*, l'angle *ALT* ſe réduiroit à rien, ou ſeroit totalement détruit; de ſorte que le lieu vrai & le lieu apparent de la Lune, ſeroient préciſément les mêmes dans le Ciel: mais ce cas eſt unique, & il ne peut jamais y avoir que cette ſeule ſituation où la Parallaxe ſoit anéantie.

La Parallaxe du Soleil eſt inſenſible.

Puiſque la Parallaxe d'un Aſtre eſt toujours égale, comme nous venons de le démontrer, à l'angle ſous lequel on verroit du centre de cet Aſtre le demi-diametre de la Terre, il s'enſuit que le Soleil ne doit avoir aucune Parallaxe ſenſible : car comme nous l'avons répété tant de fois, la Terre vue du Soleil ne doit paroître que comme un point imperceptible, & par conſéquent elle ne ſçauroit être vue ſous aucun angle ſenſible. Mais quant à la Parallaxe de la Lune, il arrive le plus ſouvent, quand cet Aſtre eſt à l'horiſon, que ſa Parallaxe ſurpaſſe un degré, ſurtout lorſque la Lune eſt Périgée ou dans ſa plus petite diſtance au centre de la Terre.

Il ſuit encore de ce que nous venons d'expliquer ci-deſſus que les Parallaxes de la Lune ſoit horiſontales, ſoit de hauteurs, font toujours paroître ſon lieu moins élevé, c'eſt-à-dire à une plus grande diſtance du zénith, qu'on ne l'obſerveroit en effet du centre de la Terre. Mais le changement apparent dans la hauteur de la Lune influe en même-tems ſur ſa longitude & ſa latitude ; car la Parallaxe abbaiſſant le centre de cet Aſtre, & par conſéquent faiſant varier ſon vrai lieu à l'égard de l'Ecliptique, il faut de néceſſité que la longitude & latitude apparente du centre de la Lune different auſſi plus ou moins à chaque inſtant, de la véritable.

Planche V. *Fig.* 3.

Soit, par exemple, le cercle *HCZ* le Méridien, c'eſt-à-dire, un cercle qui paſſe par le zénith & par les Poles du monde, *Z* le zénith, *HED* l'horiſon du lieu propoſé, *CE* l'Ecliptique où ſe trouve pour un inſtant donné le centre de la Lune ſans aucune latitude, en ſorte que ſon vrai lieu ſoit en *L*. Suppoſons auſſi un cercle vertical *ZT* qui paſſe par le centre de la Lune, comme il eſt certain que la Parallaxe abbaiſſe la Lune dans le cercle vertical ou de hauteur, ſon lieu apparent ſera donc plus éloigné du zénith que ſon lieu vrai. Soit le lieu apparent *o* & par conſéquent la Parallaxe de hauteur exprimée par *L o*. Il faut ſuppoſer maintenant un cercle *om* perpendiculaire à l'Ecliptique, qui partant du lieu apparent de la Lune *o*, soit terminé sur l'Ecliptique en *m* : ce point *m* sera le lieu apparent de la Lune réduit à l'Ecliptique, & l'arc *L m* sera la Parallaxe de la Lune en longitude, c'est-à-dire, la distance entre le lieu vrai & le lieu apparent réduite à l'Ecliptique : enfin l'arc *o m* qui mesure la distance du centre de la Lune à l'Ecliptique, sera dans ce cas la Parallaxe en latitude.

La Parallaxe de longitude.

La Parallaxe de latitude.

C'est pourquoi lorsqu'on voudra déterminer par le moyen des Parallaxes le tems des principales phases d'une Eclipse de Soleil pour un lieu donné, il faudra chercher pour le tems proposé en se servant des Tables Astronomiques, les vrais lieux de la Lune & du Soleil ; ensuite on réduira le lieu vrai de la Lune à son lieu apparent dans le Ciel, ce qui se doit pratiquer en calculant les Parallaxes qui conviennent à chaque instant au lieu vrai, & les appliquant ensuite à la longitude & à la latitude de la Lune ; ce qui étant une fois connu, voici la Méthode de déterminer le tems du commencement & de la fin, comme aussi la quantité des phases de l'Eclipse.

Soit *p k* une partie de l'Ecliptique, *s* le lieu du Soleil au moment de la vraie conjonction, *l* le lieu apparent de la Lune réduit à l'Ecliptique pour le même instant, *l o* la latitude apparente de la Lune, *l s* sa longitude apparente à l'égard du Soleil. Il faut aussi connoître, peu de tems avant la vraie conjonction, le lieu apparent *p* de la Lune réduit à l'Ecliptique & sa latitude apparente *p q* : ensuite on tirera la ligne *q o*, qui prolongée, rencontrera l'Ecliptique au point *k*, & la ligne *q k* sera la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil. Présentement dans le Triangle rectangle *q n o*, on a *o n* qui est la différence des deux longitudes apparentes de la Lune à l'égard du Soleil, on connoît aussi *q n* différence en latitude correspondante. On aura donc par la Trigonométrie rectiligne

PLANCHE V. *Fig.* 4.

l'angle *qon* ou *qkp* qui eſt l'inclinaiſon de la route apparente de la Lune à l'égard de l'Ecliptique. Et parce que l'on peut avoir en même tems la valeur du côté *qo*, on conclurra par ce moyen celle des lignes *ot*, *tk* & *sk*; car *pl* eſt à *qo* comme *ls* eſt à *ot*: & dans le Triangle rectangle *olk*, puiſque l'on connoît *ol* & l'angle *k*, on aura par conſéquent la valeur de *ok* & *lk*; & partant auſſi celle des lignes *tk*, *sk* & *st*. Or lorſque le centre de la Lune ſera parvenu en *t*, l'on obſervera dans cet inſtant la conjonction apparente de la Lune au Soleil: c'eſt pourquoi ſi l'on fait comme *qo* eſt à *ot*, ou bien comme *pl* eſt à *ls*, ainſi le tems que la Lune emploie à parcourir la ligne *oq* eſt à un quatrieme terme. Ce quatrieme terme ſera le tems écoulé entre la conjonction vraie & l'apparente. Abbaiſſant donc du point *s*, ſur la route apparente de la Lune, la perpendiculaire *sm*, dans le Triangle rectangle *skm*, on connoît le côté *sk* & l'angle *k*, on connoîtra donc *sm* qui eſt la plus petite diſtance viſible des centres du Soleil & de la Lune. Si cette diſtance eſt plus grande que la ſomme des demi-diametres du Soleil & de la Lune, il eſt certain qu'il n'y aura pour cette fois aucune Eclipſe : mais ſi cette diſtance eſt plus petite, on en prendra la différence, qui étant réduite en doigts, à raiſon de 12 pour le Diametre du Soleil, donnera la plus grande quantité de l'Eclipſe pour le lieu propoſé. De même étant donné le côté *sm* & l'angle *tsm* qui eſt égal à l'angle *k*, on aura dans le Triangle rectangle *tms* le côté *tm*; ce qui fera connoître le tems que la Lune emploie à parcourir la partie *tm* de ſa route apparente, c'eſt-à-dire, le tems qui doit s'écouler entre la conjonction apparente de la Lune au Soleil & le moment qui répond à la plus grande quantité de l'Eclipſe.

Mais voici enfin de quelle maniere on découvrira

l'heure

l'heure à laquelle l'Eclipſe doit paroître commencer. Soit, comme ci-devant, *pk* une partie de l'Ecliptique, *s* le centre du Soleil, *qk* la route apparente de la Lune, *sm* la plus petite diſtance apparente des centres de la Lune & du Soleil : on tirera du centre du Soleil à la route apparente de la Lune, la droite *sq*, en ſorte qu'elle ſoit préciſément égale à la ſomme des demi-diametres apparens de la Lune & du Soleil. Or il eſt évident que lorſque le centre de la Lune ſera en *q*, ſon bord commencera à entamer le diſque apparent du Soleil, ce qui donnera par conſéquent le commencement de l'Eclipſe. Mais dans le Triangle rectangle *qsm* étant donnés, *qs* & *sm*, on aura par conſéquent l'angle d'incidence *qsm*, comme auſſi la valeur du côté *qm*; on aura donc par ce moyen le tems que la Lune emploie à parcourir l'eſpace *qm* de ſa route apparente, qui étant enfin retranché du tems de la plus grande obſcurité, donnera l'heure vraie du commencement de l'Eclipſe. PLANCHE V. *Fig.* 5.

On trouvera de la même maniere le tems de la fin de l'Eclipſe. Mais il faut faire attention qu'il eſt néceſſaire de trouver auparavant la route apparente de la Lune, qui n'eſt plus la même, après la conjonction, que celle que l'on a employée pour déterminer le commencement de l'Eclipſe, ou les autres phaſes qui l'ont ſuivie. Car il eſt certain que l'inclinaiſon apparente de la route de la Lune à l'égard du Soleil, change à chaque inſtant, à cauſe de la Parallaxe qui varie continuellement, ſur-tout lorſque la hauteur de la Lune ne demeure plus la même, & que cet Aſtre monte ou deſcend ſur notre horiſon. Il faut donc chercher au moins dans l'eſpace d'une heure, ou, pour plus grande exactitude, dans de plus petits intervalles de tems immédiatement après la conjonction, la longitude apparente de la Lune à l'égard du Soleil, comme auſſi ſa latitude apparente, & de cette maniere l'on trouvera l'inclinaiſon apparente de la Lune à l'égard de l'Ecliptique, & le mouvement de la Lune à l'égard du Soleil : ce qui étant enfin connu, il ſera facile de trouver la fin de l'Eclipſe en faiſant les mêmes opérations que nous avons indiquées ci-deſſus, pour trouver le commencement de l'Eclipſe.

Si l'on demande auſſi quelle eſt la phaſe de l'Eclipſe qui doit répondre à un certain tems propoſé, on cherchera pour cet inſtant le lieu de la Lune dans ſa route apparente, & de ce point comme centre & d'un intervalle égal au demi-diametre de la Lune, l'on décrira la circonférence d'un cercle : ſemblablement du lieu du Soleil comme centre, on décrira un autre cercle dont le rayon doit être égal au demi-diametre du Soleil, & l'interſection de ces deux cercles déterminera la phaſe de l'Eclipſe, ou la quantité dont le Soleil eſt éclipſé auſſi-bien que l'inclinaiſon des pointes des cornes qui répondent au tems propoſé.

Avant que de finir ce chapitre des Eclipſes du Soleil & de la Lune, il ne ſera pas inutile de faire quelques remarques au ſujet d'un Phénomene aſſez ſingulier, & dont il eſt facile d'expliquer la véritable cauſe.

Dans les Eclipſes totales de Lune, même dans celles qu'on nomme centrales (parce que le centre de la Lune paſſe exactement au centre de l'ombre) on s'apperçoit preſque toujours que cet Aſtre eſt éclairé d'une lumiere, très-foible à la vérité, mais du moins aſſez vive pour que l'on ne puiſſe pas perdre de vue la Lune pendant tout le tems de ſon immerſion dans l'ombre. Or il doit d'abord paroître ſurprenant que la Lune ait cette lumiere : auſſi quelques-uns pour expliquer cette apparence, ont-ils prétendu que cette lumiere étoit propre ou particuliere à la Lune même, ou bien que c'étoit la lumiere des Planetes & des Etoiles fixes qui ſe trouvoit réfléchie par la Lune. On voit par-là qu'ils ont imaginé ces deux causes, parce qu'ils étoient obligés de reconnoître que le corps opaque de la Terre qui se trouve dans la ligne droite entre la Lune & le Soleil, arrêtoit entierement tous les rayons du Soleil, & que par conséquent tout ce qui se trouve dans le cone d'ombre devoit être plongé dans une obscurité profonde. Mais il est inutile de nous arrêter à réfuter ces deux opinions. La vraie cause de ce phénomene a été découverte peu de tems après que l'on a connu les Réfractions Astronomiques. La Terre étant environnée de l'air ou d'une athmosphere sphérique qui est fort épaisse, & qui a une puissance réfractive, cette Athmosphere brise continuellement ou détourne de leur vraie direction les rayons du Soleil ; car tous les rayons y sont rompus, dès qu'ils y entrent obliquement, & qu'ils passent d'un milieu plus rare dans un plus dense. Mais comme parmi ces rayons, il arrive que les uns souffrent une plus grande réfraction que les autres, il s'ensuit qu'une partie assez considérable doit se détourner très-sensiblement pour se répandre dans l'ombre de la Terre ; ce qui produit par conséquent cette lumiere foible que l'on observe sur la Lune dans les Eclipses totales. La seule inspection de la Figure suffit pour faire connoître la maniere dont se répandent les rayons du Soleil après les deux différentes réfractions qu'ils éprouvent en traversant l'athmosphere terrestre. PLANCHE V. *Fig. 6.*

Remarquez que l'Athmosphere peut détourner les rayons du Soleil, de maniere qu'ils se brisent en s'approchant de l'axe du cone depuis la surface de la Terre jusqu'à la hauteur de 12 à 15 lieues au-dessus. Or comme il n'est pas possible que ces Rayons rompus se répandent vers l'axe de l'ombre, sans que le cone d'ombre ou le diametre du disque en soit augmenté ; il s'ensuit que dans le calcul des Eclipses on ne doit point considérer l'Athmosphere comme transparente, mais plutôt comme une couche de matiere opaque qui environneroit la Terre & augmenteroit, pour ainsi dire, son diametre d'environ $\frac{1}{150}$, il sera donc nécessaire dans le calcul des Eclipses de Lune d'augmenter d'une minute le diametre de l'ombre, qu'on aura déja calculé selon la Méthode expliquée ci-dessus.

Le Paſſage de Mercure dans le Soleil étant donné, déterminer ſon orbite*, &c.

Planche V. *Fig. A.* *S* eſt le centre du Soleil, *AB* un diametre repréſentant l'Ecliptique indéfiniment prolongé, *C* eſt l'entrée de Mercure dans le Soleil, *D* ſa ſortie.

Par *C* tirez au-dedans du cercle la droite *CE* parallele à *A B*, & égale au chemin que le Soleil a fait dans tout le tems du paſſage *C D*, puis joignez *D E*, & la prolongez juſqu'à ce qu'elle rencontre l'Ecliptique en *N*.

Je dis 1°. Que *D N*, eſt l'orbite de Mercure & que ſon obliquité eſt *D N A*.

2°. Que *NE*, *ND*, ſont les diſtances entre Mercure & le Nœud pour le commencement & pour la fin du paſſage *CD*.

3°. Que *NS*, eſt la diſtance entre le Nœud & le centre du Soleil, pour la fin du paſſage.

Soit achevé le Parallélogramme *CE DG*.

Demonstration.

CD, eſt décrite dans le Soleil par la compoſition de deux mouvemens droits & uniformes, l'un propre à Mercure dans ſon orbite contre l'ordre des Signes, & l'autre qui eſt propre au Soleil, mais qui peut être imaginé dans Mercure, ſuppoſé que le Soleil demeure arrêté pendant que l'orbite de Mercure conſervant toujours ſa même obliquité ſera portée contre l'ordre des Signes, & qu'ainſi Mercure outre ſon mouvement propre en aura un ſecond qui ſera meſuré par la droite *CE* qui eſt donnée de gran-

* Cette Addition qui contient un Mémoire très-ſuccinct lû à l'Académie des Sciences le 27 Fevrier 1677 par M. Picard (& qui n'avoit pas encore été publié) pourra peut-être ſervir à faire connoître dans quel tems on a commencé à tenir compte du mouvement horaire de la Terre ou du Soleil, ſoit dans les Eclipſes, ſoit dans les conjonctions des Planetes, pour en déduire leurs Routes apparentes ſur le diſque.

deur & de poſition, auſſi-bien que *CD*; & par conſéquent au Parallélogramme *CEDG*; par la ſcience des mouvemens composés, la droite *DE* déterminera la direction, & meſurera la viteſſe du mouvement propre de Mercure dans ſon orbite.

Notez qu'ayant prolongé *CG* juſqu'à ce qu'elle coupe le cercle en *H*, la moitié de la différence des arcs *H*, *A*; *CB*, meſurera l'obliquité *DNA*, laquelle excede celle de la ligne *DC*, de la moitié de l'arc *DH*.

PREMIERE PROPOSITION.

Le Paſſage de Venus ou de Mercure dans le Soleil étant donné par obſervation, déterminer l'obliquité de leur orbite.*

* *Ceci a été lû le 13 Mars 1677.*

PLANCHE V. *Fig.* B.

S eſt le centre du Soleil, *NS*, l'Ecliptique, *CD* le paſſage de Mercure rétrograde de *C* en *D*.

Par le point d'entrée *C*, ſoit menée dans le diſque du Soleil, la droite *CE* parallele à *NS*, & égale au chemin que le Soleil aura fait durant le tems du paſſage *CD*, & ſoit jointe *DE*.

Au Triangle *CED*, les côtés étant donnés, l'angle *CED* ſera donc connu.

Or ſi *EM* perpendiculaire à *NS*, n'excede pas environ $6'$, la droite *DE* prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre l'Ecliptique déterminera le Nœud *N*, dont l'obliquité *DNS*, ſera égale au ſupplément de l'angle *CED*.

Mais ſi *EM* excede $6'$, il faudra en ce cas conſidérer *NEM* comme un Triangle ſphérique rectangle, pour trouver par le calcul l'angle oblique *N*, qui ſera l'obliquité de *NED*, orbite de Mercure.

Pour le démontrer ſoit achevé le Parallélogramme *CEDG*, & ſoit prolongée *GC* juſqu'à ce qu'elle rencontre l'Ecliptique en *O*.

Dans la fig. *B* qu'on voit ici, Mercure rétrograde s'éloigne du Nœud de ſon orbite, pendant que le Soleil tend à ce même Nœud; mais nous pouvons conſerver les mêmes apparences en ſuppoſant que le Soleil demeure arrêté, & que ce ſoit l'orbite de Mercure qui par un mouvement contraire, mais égal à celui du Soleil, ſoit tranſporté de *O G* à *ND*, pendant que Mercure s'éloignant du Nœud de ſon orbite, fera un chemin égal à la différence des lignes *O C*, *ND*. Or dans cette ſuppoſition Mercure aura deux mouvemens qui ſont repréſentés par les lignes *C G*, *C E*, & qui en compoſeront un troiſieme dans la Diagonale *C D*. Donc au Parallélogramme *C E D G*, la Diagonale *C D*, & le côté *C E* étant donnés de grandeur & de poſition, le reſte ſera connu.

Sur quoi il eſt à remarquer que plus la raiſon du mouvement du Soleil comparé avec celui de Mercure vu de la Terre ſera grande, plus la ligne du paſſage *C D* ſera inclinée à l'Ecliptique, en ſorte que la différence entre la vraie obliquité de l'orbite, & celle du paſſage vu, peut aller à deux degrés & demi, ſuppoſé que l'orbite ſoit inclinée d'environ ſix degrés.

SECONDE PROPOSITION.

Un lieu de Mercure dans le Soleil étant donné par les Tables, déterminer la ligne viſible du paſſage entier.

Cette Propoſition eſt l'inverſe de la précédente.

Planche V. *Fig.* C.

Soit *F* le lieu de Mercure dans le Soleil, *N* le Nœud de l'orbite de Mercure, *F S* la latitude de Mercure.

Si le Triangle *N F S*, eſt ſi petit qu'il puiſſe paſſer pour rectiligne, l'angle *S F N* ſera le complément de l'angle *N*. Mais ſi *N F* diſtance du Nœud excede un degré, au Triangle ſphérique rectangle *N F S*, on trouvera *N F S* par le calcul.

Cela ſuppoſé, ſoit menée *F H* indéfinie & parallele à l'Ecliptique, contre l'ordre des Signes ; puis ayant fait l'angle *SFK* égal au ſupplément de *SFN*, ou ce qui eſt la même choſe, ayant fait l'angle *HFK* égal au complément du même angle *SFN*, retranchez les droites *FH*, *FK*, enſorte que, comme le mouvement du Soleil, eſt au mouvement de Mercure vu de la Terre, ainſi *FH*, ſoit à *FK*. Le Parallélogramme *FKLH* étant achevé, la Diagonale *FL* prolongée de part & d'autre autant qu'il ſera de beſoin, & coupant le cercle aux points *C*, *D*, déterminera le paſſage viſible de Mercure dans le Soleil ; ce qui s'enſuit clairement de ce que nous avons démontré.

Remarques touchant les Eclipſes du Soleil & de la Lune.

Bien que la compoſition des mouvemens ne faſſe pas un effet ſi ſenſible dans les Eclipſes du Soleil & de la Lune, que dans les paſſages de Venus & de Mercure dans le Soleil, elle ne doit pas néantmoins être négligée, principalement lorſqu'il s'agit de corriger les Tables ſur les Obſervations. Car pour commencer par les Eclipſes du Soleil, prenant la choſe à la maniere de ceux qui dans l'hypotheſe de la Terre mobile ſuppoſent que l'œil du Spectateur ſoit dans le Soleil, on doit conſidérer la Lune comme rétrograde qui va vers la Terre *, pendant que la

* Cette inclinaiſon apparente de l'orbite de la Lune ou de Mercure avec le plan de l'Ecliptique n'ayant pas été prouvée par Keill ni par Gregori dans l'hypotheſe du mouvement de la Terre, il s'agit de voir ce qui doit arriver en ſuppoſant le Soleil immobile ; & quelle doit être la Route apparente de la Lune ou de Mercure à l'égard de cet aſtre.

Car les Aſtronomes n'employant qu'une ſeule & unique Table dans les Eclipſes, & faiſant d'ailleurs l'angle de l'orbite apparente avec l'Ecliptique plus grand, ſoit dans les Eclipſes, ſoit dans les paſſages de Mercure ſur le Soleil, que celui de l'orbite véritable ; il eſt néceſſaire d'expoſer ici pourquoi on eſt parvenu à une concluſion toute contraire, dans la Remarque précédente, ou dans les trois propoſitions énoncées ci-deſſus.

Cela vient de ce qu'on n'a pas fait attention, 1°. à ce que Mercure ſe meut du même ſens que la Terre, & qu'ainſi il faut prendre la différence & non pas la ſomme des vîteſſes, ce qui donne néceſſairement l'inclinaiſon apparente de l'orbite dans ſes conjonctions inférieures proche le nœud aſcendant de $8°\frac{1}{2}$, & d'un peu plus de $10°\frac{1}{3}$ dans l'autre conjonction au nœud deſcendant, lorſque le mouvement propre de cette Planete eſt moins accéleré, étant alors vers ſon aphélie. 2°. De ce qu'en même tems que la Lune paroîtroit vue du Soleil avoir un mouvement rétrograde, ſon orbite eſt emportée pendant le même tems dans un ſens con-

Terre va vers elle (de même que nous avons considéré Mercure à l'égard du Soleil) de sorte que la ligne décrite par le passage visible du centre de la Lune dans le disque de la Terre n'est pas l'orbite de la Lune, mais une ligne plus inclinée à l'Ecliptique, d'une différence qui peut aller à 24 minutes.

Et dans les Eclipses de la Lune, si l'on considere les mouvemens de la Lune, & de l'ombre de la Terre, qui sont tous deux directs, on trouvera que la ligne du passage visible du centre de la Lune dans l'ombre de la Terre, est moins inclinée à l'Ecliptique que la vraie orbite.

PLANCHE V. *Fig. D.* *BAD* est parallele à l'Ecliptique, ou l'Ecliptique même, *AC* est l'orbite de la Lune. Mais au lieu que l'ombre de la Terre est portée de *D* vers *A*, si nous supposons qu'elle demeure arrêtée, il faudra faire mouvoir l'orbite *AC*, de *A* vers *D*, contre l'ordre des Signes, pendant que la Lune directe s'avancera de *A* en *C*; de sorte que la ligne du mouvement composé sera *AE*, Diagonale du Parallélogramme *CADE*, dans lequel *AC* est à *AD*, comme le mouvement de la Lune est à celui du Soleil : or plus la raison du mouvement du Soleil à celui de la Lune sera grande, plus l'angle *BAE* sera grand, la différence *CAE* pouvant monter à 28 minutes.

Ceux qui voudront représenter les Eclipses du Soleil à la maniere ancienne, auroient une semblable composition de mouvemens à considérer, outre le mouvement des Parallaxes qui regarde le mouvement journalier; ce qu'il n'est pas nécessaire d'expliquer plus au long.

traire, & qu'ainsi relativement au centre de la Terre, la Lune, vue du Soleil, ayant deux mouvemens contraires ou opposés, cela doit produire une différence de vitesses. C'est pourquoi son orbite apparente doit être moins inclinée que l'orbite véritable, & non pas comme il a été conclu par M. Picard. Enfin, qu'on suppose aussi le parallélisme de l'orbite Lunaire, entraînée d'un même mouvement que la Terre au tems de l'Eclipse de Lune, & l'on trouvera qu'il en résulte semblablement une différence de vitesse : ainsi l'orbite apparente doit dans tous les cas faire un plus grand angle avec l'Ecliptique, que l'orbite véritable.

CHAPITRE

CHAPITRE QUINZIEME.

Où l'on considere les différens Phénomenes qui sont occasionnés par le mouvement de la Terre, & par celui des deux Planetes inférieures Venus & Mercure.

JUSQU'ICI nous avons tâché de développer les principaux mouvemens de la Terre & de la Lune, sans presqu'omettre aucuns des différens Phénomenes qui en résultent. La Lune n'est pas cependant une Planete du premier ordre, elle ne doit être mise qu'au second rang, puisqu'elle ne tourne autour du Soleil, qui est le centre de notre Systeme planétaire, qu'autant que la Terre, dont elle est le Satellite, s'y meut chaque année par son mouvement périodique, sur le plan de l'Ecliptique.

Les six Planetes du premier ordre.

Quant aux Planetes du premier ordre, qui sont renfermées dans notre Systeme solaire, elles tournent toutes autour du Soleil au nombre de six, sçavoir Mercure ☿, Venus ♀, la Terre ♁, Mars ♂, Jupiter ♃, & Saturne ♄. Il s'agit donc présentement d'expliquer ici leurs mouvemens & les phénomenes qui en dépendent : sur quoi il faut d'abord se ressouvenir qu'on a démontré aux Chapitres précédens que les orbites de Mercure & de Venus sont les plus proches du Soleil & que ces mêmes orbites l'environnant, toutes deux se trouvent néantmoins renfermées dans celle de la Terre. Mais d'autant que Venus & Mercure achevent leurs révolutions dans un espace de tems bien moins considérable que ne fait la Terre, il doit s'ensuivre que ces deux Planetes vues du Soleil paroîtront dans le Ciel plus ou moins éloignées de la Terre, felon les diverſes circonſtances, & qu'elles paroîtront auſſi quelquefois en conjonction ou en oppoſition à l'égard de la Terre. D'ailleurs leur mouvement périodique étant plus rapide que n'eſt celui de la Terre, l'Obſervateur placé dans le Soleil s'appercevra immédiatement après la conjonction, qu'elles s'en écarteront très-ſenſiblement, qu'elles ſeront bientôt plus orientales & que le mouvement de la Terre ſe fera plus lentement, en un mot avec bien moins de rapidité.

Deux ſortes de conjonctions, des Planetes inférieures, avec le Soleil.

Mais il n'eſt pas moins évident que ſi l'on obſerve chaque jour ces deux Planetes de la ſurface de la Terre, il faut néceſſairement qu'elles nous paroiſſent s'éloigner plus ou moins du Soleil, juſqu'à ce qu'elles ſe trouvent en conjonction avec cet Aſtre. Or il faut bien diſtinguer ici deux ſortes de conjonctions apparentes des deux Planetes inférieures à notre égard: elles ſont en conjonction avec le Soleil, non ſeulement lorſque l'une ou l'autre Planete vue du Soleil paroiſſent en conjonction avec la Terre, mais auſſi lorſqu'elles y paroiſſent en oppoſition. Soit le Soleil en *S*, *ABTC* l'orbite de la Terre, *FHV* l'orbite de Venus, la Terre au point *T*, & Venus au point *V* ſçavoir dans la ligne droite qui joint les centres de la Terre & du Soleil: il eſt clair que dans cette ſituation Venus ſera vue du Soleil en conjonction avec la Terre, & qu'en même-tems le Soleil vu de la Terre, doit paroître en conjonction avec Venus.

PLANCHE V. *Fig. 7.*

Mais ſi la Terre ſe trouve encore au point *T* lorſque Venus eſt en *F*, alors ces deux Planetes vues du Soleil paroîtront en oppoſition, c'eſt-à-dire, dans des points du Ciel diamétralement oppoſés, & au contraire nous obſerverons de la Terre, Venus dans ſa conjonction au Soleil. Remarquez que dans le premier cas, des deux conjonctions dont nous venons de parler, Venus eſt à peu près au milieu entre la Terre & le Soleil, au lieu que dans le ſecond cas c'eſt le Soleil qui ſe trouve entre la Terre & Venus. La premiere de ces deux conjonctions ſe nomme Inférieure, & la ſeconde s'appelle la conjonction Supérieure.

On voit encore qu'après l'une ou l'autre conjonction, quoique Venus s'écarte continuellement du Soleil, elle ne ſçauroit cependant nous paroître s'en éloigner que juſqu'à un certain point. C'eſt la raiſon pourquoi nous ne la voyons jamais en oppoſition au Soleil, ou qu'elle ne ſçauroit s'en écarter de 90° ni de 60°. Enfin la plus grande élongation de cet Aſtre arrive lorſque la ligne qui joint les centres de Venus & de la Terre devient tangente à l'orbite de Venus, c'eſt-à-dire, vers les points *D*; car auſſi-tôt que Venus s'avance un peu au-delà dans ſon orbite comme en *H*, alors ſon lieu apparent dans le Ciel paroît moins diſtant du Soleil qu'auparavant. Il eſt donc vrai de dire que depuis la conjonction de cette Planete juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenue en *D*, ſon lieu, vu de la Terre, doit paroître augmenter continuellement ſa diſtance à l'égard du Soleil; mais que lorſqu'elle a paſſé ce terme, elle doit paroître s'en approcher de jour en jour. De plus entre ces deux mouvemens apparens de Venus, dont l'un eſt direct & l'autre rétrograde, il eſt néceſſaire que cette Planete devienne quelque tems ſtationnaire à l'égard du Soleil; or dans ce cas le mouvement diurne apparent de Venus à l'égard des Etoiles ſera égal à celui du Soleil & c'eſt auſſi pour lors que l'arc d'un grand cercle de la Sphere compris entre les centres de Venus & du Soleil meſurera le nombre de degrés qui répondent à la diſtance que l'on nomme communément *la plus grande élongation de la Planete au Soleil.*

L'Elongation de la Planete au Soleil.

Il faut pourtant remarquer que ce n'eſt que dans le cas d'une orbite exactement circulaire & dont le Soleil ſeroit au centre, que la plus grande élongation de la Pla-

La plus grande élongation n'arrive pas toujours lorſqu'on apperçoit la Planete dans la tangente tirée de la Terre à son orbite.

nete au Soleil doit se faire lorsque la ligne droite tirée du centre de la Terre à cette Planete devient tangente à son orbite : car il peut arriver dans un orbe elliptique qu'aussitôt après que la Planete est passée au-delà de la ligne droite qui est tirée de la Terre au point d'attouchement, sa distance au Soleil augmente encore, quoique pendant le même tems les distances soit du Soleil, soit de la Planete à la Terre ne changent pas, ou même quoique réellement elles diminuent d'une quantité assez sensible, comme il sera aisé de s'en convaincre si l'on se donne la peine de tracer une ellipse, selon la Méthode enseignée ci-dessus, & si l'on dispose, par exemple, son plus grand axe de maniere qu'il soit incliné sous un certain angle aigu à la ligne droite tirée du point d'attouchement au foyer de l'orbite. Car il sera facile de former deux Triangles, dont celui qui aura sa base sur le grand axe s'appuira sur un plus grand angle, que celui qui aura pour base la ligne droite tirée du foyer de l'ellipse au point d'attouchement. Mais parce que les orbites des Planetes sont à très-peu-près circulaires, on peut bien négliger ces différences qui sont presqu'insensibles.

La plus grande élongation de Venus au Soleil, c'est-à-dire l'angle STD, à été déterminé par Observation d'environ 48 degrés ; ainsi dans la supposition que son orbite est circulaire, on peut calculer la distance de Venus au Soleil, si l'on connoît une fois celle du Soleil à notre égard ; autrement l'on aura le rapport de ces deux distances ; car ST est à SD comme le sinus total est au sinus de l'angle STD qui est égal à la plus grande élongation observée.

On peut aussi remarquer que pendant tout l'intervalle de tems que Venus emploie à parcourir une partie de son orbite depuis sa conjonction supérieure (ou sa plus grande distance à la Terre) jusqu'à sa conjonction inférieure, c'eſt-à-dire, juſqu'à ſa plus petite diſtance à notre égard ; cette Planete doit néceſſairement nous paroître plus orientale que le Soleil: & alors Venus doit paroître ſe coucher chaque jour un peu plus tard. Or c'eſt dans ce tems-là qu'on l'obſerve le ſoir & c'eſt cette même Planete qu'anciennement on a nommée *Veſperus*, parce qu'elle annonce la fin du jour ou le commencement de la nuit. Au contraire lorſque Venus paſſe de ſa conjonction inférieure à ſa conjonction ſupérieure, elle eſt plus occidentale que le Soleil : elle ſe couche pour lors avant cet Aſtre, de maniere que le ſoir on ne ſçauroit plus l'appercevoir au couchant, mais elle ſe leve chaque jour avant le Soleil : elle paroît pour lors de même que l'Aurore régulierement tous les matins. Enfin c'eſt cette même Etoile qu'on nommoit anciennement *Phoſphorus*, c'eſt-à-dire, l'avant-courriere ou le premier flambeau de la lumiere & du jour.

Suppoſons préſentement que l'on obſerve du Soleil la conjonction de Venus & de la Terre, c'eſt-à-dire, que ces deux Planetes, ſituées dans les points *V* & *T* de leurs orbites, paroiſſent répondre au même point de l'Ecliptique, & qu'enſuite Venus ayant achevé une révolution périodique, ſe trouve encore au même point *V* de ſon orbite, il eſt très-certain qu'alors la Terre n'aura pas à beaucoup près achevé ſa révolution autour du Soleil; c'eſt pourquoi il ſera néceſſaire que Venus, qui ſe meut plus rapidement, parcourre encore une partie de ſa ſeconde révolution pour qu'on la voie du Soleil dans la ligne droite qui eſt tirée à la Terre, & qui déſignera ſa conjonction à l'égard du Soleil. Soit donc cette ligne droite *SLM* dont il faut trouver la poſition, c'eſt-à-dire, on demande le vrai lieu *L* & *M* de Venus & de la Terre ſur leurs orbites, lorſque Venus reparoîtra en conjonction avec la Terre ; de ſorte qu'il s'agit de déterminer la quantité de l'angle au Soleil *VSM* ou de l'arc *VDL* que Venus doit parcourir, outre ſa révolution périodique de 360° pour rencontrer une seconde fois la ligne droite tirée au centre de la Terre, puisque celle-ci a dû s'avancer depuis la conjonction précédente. Pour cet effet il faut considérer que les mouvemens angulaires de la Terre & de Venus autour du Soleil qui répondent à un même intervalle de tems, sont entre eux réciproquement comme les tems de leurs révolutions périodiques. On aura donc, comme le tems de la révolution périodique de la Terre, est au tems de la révolution périodique de Venus, ainsi le mouvement angulaire de Venus, lequel a pour mesure 360° ou la circonférence du cercle plus l'arc que la Terre a parcouru entre deux conjonctions immédiates, est au mouvement angulaire de la Terre qui répond à l'arc dont nous venons de parler. Mais par division des rapports, l'on aura, comme la différence des tems péridioques de la Terre & de Venus, est au tems périodique de Venus, ainsi la circonférence entiere de 360°, est à un quatrieme Terme qui sera l'arc que l'on cherche, c'est-à-dire, la vraie mesure de l'angle que la Terre aura parcourru à l'égard du Soleil entre deux conjonctions immédiates. Par exemple, la Terre fait sa révolution en 365 jours 6 heures ou environ, c'est-à-dire en 8766 heures: on sçait aussi que Venus fait la sienne en 224 jours & 16 heures, c'est-à-dire en 5392 heures: or la différence de ces deux nombres est 3374 heures. On fera donc, comme 3374 heures sont à 5392, ainsi 360° à un quatrieme Terme, & l'on trouvera 575° qui valenr une révolution & demie plus 35°; de sorte qu'il faudra que Venus parcourre encore une demi-révolution plus 35°, & tout le tems écoulé sera un an & 218 jours. Il est donc évident que si l'on observe aujourd'hui une conjonction inférieure de Venus avec le Soleil, le retour de cette Planete au Soleil dans une conjonction semblable telle que l'inférieure, ne sçauroit arriver

Maniere de déterminer le tems qui doit s'écouler entre deux conjonctions de même espece.

qu'après un an ſept mois & douze jours: d'où il ſuit enfin que ſi la premiere de ces deux conjonctions inférieures a été obſervée au commencement du *Belier*, l'autre conjonction doit ſe faire vers le ſeptieme degré du *Scorpion*. Il faudra ſuivre auſſi la même regle à l'égard de toute autre ſituation quelconque de Venus, comme de deux conjonctions ſupérieures ou deux poſitions ſemblables de cette Planete à l'égard du Soleil, c'eſt-à-dire pour qu'elle puiſſe revenir à une ſemblable élongation donnée.

Autre Méthode de réſoudre le Probleme.

Les Aſtronomes ſe ſervent communément d'une autre forme de calcul lorſqu'il s'agit de réſoudre ce Probleme ou quelques autres ſemblables, tels que ſont, par exemple, les conjonctions moyennes de la Lune à l'égard du Soleil. Car ils cherchent premierement le moyen mouvement diurne de la Terre à l'égard du Soleil, & de même celui de Venus vu du Soleil. La différence de ces deux mouvemens eſt ce qu'ils appellent le mouvement de Venus à l'égard de la Terre. Ainſi le moyen mouvement diurne de la Terre étant 59′ 8″, & celui de Venus de 1° 36′ 8″, leur différence eſt 37′, ce qui donne par conſéquent l'eſpace, dont on verroit du Soleil chaque jour, Venus s'éloigner de la Terre, ou celui dont on la verroit chaque jour s'en approcher. Si l'on fait donc, comme 0° 37′ ſont à 360° ou 21600′, ainſi un jour eſt à un quatrieme Terme, l'on aura l'intervalle de tems que Venus doit paroître employer à parcourir 360° relativement à la Terre, c'eſt-à-dire, l'intervalle de tems compris juſqu'à ſon retour à une même conjonction, que l'on trouvera par conſéquent de 583 jours.

Dans les deux calculs précédens nous n'avons employé que les moyens mouvemens de la Terre & de Venus pour déterminer l'intervalle de tems compris immédiatement entre les deux conjonctions de même eſpece; & de cette maniere nous avons limité les retours des conjonctions moyennes: mais parce que la Terre & Venus se meuvent autour du Soleil dans des orbes elliptiques, & que leurs mouvemens sont successivement accélérés ou retardés, il suit de là que les vraies conjonctions pourront arriver quelquefois un peu plutôt & d'autres fois un peu plus tard que selon le calcul précédent. Voici la Méthode de déterminer le tems des conjonctions vraies, lorsqu'on sçait une fois celui qui répond aux conjonctions moyennes. Soit *ABC* l'Ecliptique, le point *A* celui qui répond au lieu de la moyenne conjonction. On calculera pour le même tems par les Tables Astronomiques le vrai lieu de Venus réduit à l'Ecliptique, & qui sera, par exemple, en *D* de la circonférence: on déterminera de même le vrai lieu *T* de la Terre, & partant l'on aura la distance *DT* entre les lieux de Venus & de la Terre. Mais parce que l'on peut connoître aussi par les mêmes Tables la différence des mouvemens vrais ou angulaires de ces deux Planetes pour un tems quelconque proposé, comme de six heures, par exemple; on sçaura par ce moyen la juste quantité dont Venus s'approche ou s'éloigne de la Terre pendant un intervalle de six heures. C'est pourquoi l'on fera, comme la différence de ces deux mouvemens est à l'arc *DT*, ainsi l'intervalle de tems donné de six heures est à un quatrieme Terme; ce quatrieme Terme sera le tems que l'on cherche & qui doit être compris entre la conjonction vraie & la conjonction moyenne. On ajoutera donc ce dernier tems trouvé, ou bien on le retranchera de celui qui répond à la moyenne conjonction, selon que Venus est orientale ou occidentale, & l'on aura enfin l'heure de la vraie conjonction.

PLANCHE V. *Fig.* 8.

La distance de Venus à la Terre doit changer continuellement.
PLANCHE V. *Fig.* 7.

Lorsque l'on jette les yeux sur la figure où sont représentées les orbites de la Terre & de Venus, il est facile de reconnoître que la distance de Venus à la Terre doit varier continuellement & même d'une quantité très-sensible à notre

égard;

égard; car la plus grande distance de Venus à la Terre arrive lorsque cette Planete est dans sa conjonction supérieure avec le Soleil, & sa plus petite au contraire lorsqu'elle se trouve dans sa conjonction inférieure. Or ces deux distances sont très-différentes l'une de l'autre, puisqu'il s'en faut le diametre entier, de l'orbite de Venus, que cette Planete ne soit aussi près de nous dans l'une de ces deux conjonctions que dans l'autre. Mais la distance de Venus à la Terre dans sa conjonction supérieure avec le Soleil étant à sa distance à la Terre dans sa conjonction inférieure environ comme 6 est à 1: il s'ensuit donc que Venus est six fois plus près de la Terre au tems de la derniere de ces deux conjonctions qu'au tems de la précédente, & que par conséquent sa grosseur ou plutôt son diametre apparent doit nous paroître augmenté d'environ six fois. L'on considerera pourtant que la plus grande & la plus petite distance de Venus à la Terre, n'arrive pas toujours à chaque conjonction supérieure & inférieure, parce que l'excentricité des deux orbites peut y apporter quelque différence sensible. En effet la plus grande distance de Venus à la Terre ne doit arriver (au tems de la conjonction supérieure) que dans le cas où la Terre & Venus sont aphélies; & quant à la plus petite distance de Venus à la Terre au temps de la conjonction inférieure, ce n'est que quand Venus se trouve aphélie, & qu'en même tems la Terre est dans son perihélie.

Considérant aussi que la Planete de Venus est un corps sphérique, opaque, qui n'a d'autre lumiere que celle qu'elle emprunte du Soleil & qui nous est réfléchie; il s'ensuit qu'on ne sçauroit l'appercevoir que par l'hémisphere tourné du côté du Soleil, car il n'est pas possible de distinguer l'autre hémisphere, puisqu'il est entiérement dans l'ombre ou privé de lumiere, étant opposé au Soleil. C'est pour cette raison que s'il arrive jamais que la Terre se trouve directement située devant l'hémisphere obscur de Venus, on ne poutra plus l'observer dans les cieux, à moins que ce ne soit lorsqu'elle passe sur le disque du Soleil, auquel cas elle nous paroîtroit comme une tache ronde, mais fort noire qui parcourt son disque & qui le traverse: au contraire si c'est l'hémisphere éclairé qui est directement tourné vers la Terre, alors le disque de Venus paroîtra entierement lumineux & d'une rondeur parfaite. Mais dans tout autre cas ce disque sera plus ou moins altéré, & doit être observé sous différentes phases, de la même maniere qu'il arrive dans chaque mois à la Lune que nous voyons en Croissant, en Quartiers, puis augmenter successivement en lumiere jusqu'au tems de son opposition où elle devient Pleine, la circonférence de son disque se trouvant en ce cas parfaitement circulaire à notre égard.

Les phases de Venus.
PLANCHE V. *Fig. 9.*

Soit *ABCDEFG* l'orbite de Venus, *TL* une partie de celle de la Terre, soit aussi le lieu de la Terre en *T* & celui de Venus en *A* dans sa conjonction supérieure au Soleil. On voit d'abord que dans cette situation nous devons appercevoir de la Terre tout l'hémisphere de Venus qui est éclairé du Soleil. Venus sera donc dans cette position semblable à la Pleine Lune, c'est-à-dire, que la rondeur de son disque sera parfaite à notre égard. Mais lorsque Venus changera de situation par rapport à la Terre & au Soleil, & qu'elle s'avancera, par exemple, jusqu'en *B*, alors une partie de l'hémisphere obscur sera tournée vers nous, & partant le disque de Venus nous paroîtra altéré dans sa circonférence, ensorte que ce ne sera plus un cercle parfait: ensuite Venus continuant à s'avancer, & étant enfin parvenue jusqu'en *C*, il ne sera gueres possible d'observer de la Terre qu'environ la moitié de l'hémisphere éclairé, l'autre moitié du disque étant cachée de la même maniere qu'on l'observe à l'égard de la Lune aux premiers ou aux derniers Quartiers. Enfin Venus étant parvenue en *D*, il ne reſtera plus qu'une petite portion de l'hémiſphere éclairé tournée vers la Terre. Or parce que Venus eſt un corps rond, comme nous l'avons déja fait remarquer ci-deſſus, & que d'ailleurs à cauſe de ſa grande diſtance ce globe ne ſçauroit nous paroître autrement que comme un diſque plan, il ſuit de là que la plus petite partie de l'hémiſphere éclairé, qui ſeule nous ſera viſible, doit paroître alors ſous la forme d'un Croiſſant dont les pointes ſeront oppoſées au Soleil. Il n'eſt pas moins évident que s'il étoit poſſible d'appercevoir Venus au point *E* dans ſa conjonction inférieure avec le Soleil, on ne pourroit reconnoître tout au plus que ſon hémiſphere obſcur : ainſi c'eſt-là le cas où elle ne ſe voit plus ſi ce n'eſt lorſqu'elle paſſe ſur le Soleil. Il arrive cependant en cette occaſion un phénomene bien merveilleux, ſur-tout par ſa rareté, puiſqu'il n'a été encore obſervé qu'une ſeule fois depuis la découverte des lunettes. Au reſte il eſt inutile, à ce qu'il ſemble, de nous arrêter plus long-tems à rapporter ſucceſſivement les différens cas où l'on doit retrouver dans le reſte de la révolution les mêmes phaſes, quoique dans un ſens contraire à celles que nous venons de reconnoître ci-deſſus. Car il eſt évident que quand Venus paſſera de *F* en *G* & *H*, on s'appercevra qu'en *F* Venus paroît en Croiſſant, au point *G* en Quartier, & enfin en *H* preſque ronde, c'eſt-à-dire, à quelque altération près.

Copernic avoit prédit, ce qui a été obſervé dans la ſuite ſur les phaſes de Venus, c'eſt-à-dire, auſſi-tôt après l'invention des lunettes d'approche.

Enfin quoiqu'il ne ſoit pas poſſible de remarquer ces phaſes de Venus à la vue ſimple, il eſt néantmoins très-certain qu'on les découvre, même avec les lunettes d'approche les plus ordinaires. Ainſi lorſque Copernic long-tems avant la découverte des lunettes d'approche, renouvella l'ancien Syſteme de Pythagore, & qu'après l'avoir répandu par toute l'Europe, les Aſtronomes eurent bientôt reconnu avec ce grand homme le mouvement de la Terre & des autres Planetes autour du Soleil, cet Aſtre étant alors regardé comme immobile au centre de leurs révolutions;il s'éleva tout-à-coup beaucoup dePhilosophes contre cette opinion,& l'une des principales objections qui ait été proposée contre le mouvement de laTerre & de toutes les Planetes autour du Soleil, c'est que dans cette nouvelle hypothese Venus devroit paroître à chaque révolution avoir précisément les mêmes phases que la Lune : or à cela Copernic ne pouvoit répondre autre chose, sinon qu'elle les avoit en effet, & même qu'il ne falloit pas desespérer qu'un jour les Astronomes ne pussent en rendre un témoignage authentique. En effet cette prédiction de Copernic fut confirmée peu de tems après, lorsque le célebre Galilée, profitant de la découverte qui venoit de se faire des lunettes d'approche ou du thélescope, observa le premier les phases de Venus semblables à celles de la Lune; de sorte qu'ayant aussi-tôt fait connoître ce phénomene à tous les Philosophes, l'on fut enfin obligé de conclurre avec Galilée que rien ne pouvoit mieux confirmer le systeme de Copernic ou des Pythagoriciens, que cette observation des phases de Venus.

Autre détermination plus exacte des phases de Venus.
Planche V. Fig. 10.

Présentement si l'on tire des lignes droites du centre du Soleil aux centres de la Terre & d'une Planete telle que Venus, en sorte qu'elles forment le triangle *TSO*, & si par le centre de la Planete on fait passer deux plans, de maniere que les lignes droites *TO*, *SO* leur soient perpendiculaires, il est évident que l'un de ces deux plans séparera l'hémisphere visible de la Planete de celle qui ne sçauroit être apperçue de la Terre. Et de même que l'autre plan séparera l'hémisphere éclairé de celui qui est dans l'ombre : on aura donc l'angle *SOP* dont le sommet est centre de la Planete & qui est extérieur à l'égard du triangle *TSO*, égal à l'angle *mOq* qui a pour mesure l'arc *mq*, du demi-cercle éclairé qui seul peut être apperçu de la Terre. Car l'angle *SOr* est égal à l'angle *pOm*, puisque l'un

& l'autre angle eſt droit ou de $90°$, de plus l'angle $r O P$ eſt égal à l'angle $p O q$ ces deux angles étant oppoſés au ſommet: ſi l'on prend donc la différence entre ces angles égaux, l'on aura l'angle $S O P$ égal à l'angle $m O q$ qui a pour meſure l'arc $m q$. C'eſt pourquoi la partie ou l'arc mq du demi-cercle éclairé de la Planete, & qui ſeule peut être apperçue de la Terre, a donc pour meſure l'angle $S O P$: mais cet arc mq vu de la Terre eſt projetté de maniere qu'il paroît égal à ſon ſinus verſe, comme on l'a déja démontré dans les Chapitres précédens à l'égard de la Lune & de ſes phaſes. Il ſuit donc enfin que la partie lumineuſe de Venus que nous voyons de la Terre, eſt à ſon diſque entier & lumineux (toutes choſes d'ailleurs égales) comme le ſinus verſe de l'angle extérieur qui a ſon ſommet au centre de Venus, eſt au diametre du cercle qui eſt à la ſurface de Venus.

Quoique le diſque de Venus nous paroiſſe entierement éclairé, lorſque cette Planete parvient au point A de ſon orbite, la Terre étant en T, cependant ce n'eſt jamais dans cette ſituation que ſa lumiere devient la plus vive ou plus abondante: ſon plus grand éclat n'arrive que longtems après, parce qu'étant au point A ſa diſtance devient trop grande à l'égard de la Terre. Ainſi c'eſt la trop grande diſtance de Venus à la Terre qui eſt cauſe que la force de ſa lumiere diminue d'une part, dans un plus grand rapport que la quantité de lumiere n'augmente de l'autre, c'eſt-à-dire, à meſure que nous voyons ſous un plus grand angle ſon diſque éclairé. Car la lumiere de Venus décroit conſtamment en raiſon doublée ou comme les quarrés de ſes diſtances à meſure que celles-ci augmentent; au lieu que la partie éclairée, que nous appercevons ſucceſſivement un peu plus grande juſqu'à ce que le diſque nous paroiſſe entierement lumineux, ne croît autrement que dans la raiſon des ſinus verſes de l'angle extérieur qui eſt à la

La lumiere de Venus n'eſt pas la plus éclatante lorſqu'elle eſt Pleine ou que ſon diſque nous paroît dans toute ſa rondeur.

Planete. Le plus grand éclat de Venus n'arrive donc pas, comme l'on voit, lorsque la Planete est au point *A*, mais aux environs du point *O* de son orbite. Je suppose, par exemple, que Venus soit quatre fois plus proche de la Terre au point *O* que lorsqu'elle étoit en *A*, il est évident qu'une même partie du disque lumineux de Venus sera seize fois plus grande : ainsi quoique nous ne puissions gueres appercevoir (lorsque Venus est en *O*) qu'environ la quatrieme partie de son disque éclairée; il est cependant vrai de dire que son éclat est bien plus augmenté à cause de sa proximité, qu'il ne doit être affoibli par la perte que nous faisons du disque entier & qui dépend de la diminution apparente de ses phases.

Dans quelle situation Venus doit paroître plus vive & plus éclatante.

Enfin si l'on veut connoître plus précisément quelle doit être la situation de Venus pour qu'elle nous paroisse dans son plus grand éclat, on peut voir *dans les Transactions Philosophiques N*° 349 la solution qu'a donnée de ce probleme le célebre Astronome M. Hallei. Ce sçavant Mathématicien a démontré que ce cas arrive, soit avant, soit après la conjonction inférieure, lorsque l'élongation de Venus au Soleil est d'environ 40 degrés, c'est-à-dire, lorsqu'on ne voit seulement que la quatrieme partie du disque : aussi apperçoit-on pour lors cette Planete en plein jour à la vue simple, lors même que le Soleil est dans ses plus grandes hauteurs sur l'horison. Il n'y a rien assurément de plus digne de notre attention, ni de plus étonnant que cette lumiere éclatante de Venus, qui même quoiqu'elle ne lui soit pas propre (puisque ce n'est qu'une lumiere empruntée du Soleil qu'elle nous réfléchit) est néanmoins si vive & lancée avec tant de force, qu'elle est supérieure à celle de Jupiter & de la Lune lorsque ces Planetes sont à pareilles distances, c'est-à-dire, à mêmes degrés d'élongation au Soleil. Car si l'on compare leur lumiere à celle de Venus, à la vérité celle-ci devroit paroître moins considérable parce que leurs diametres aparens surpassent celui de Venus ; mais d'un autre côté la lumiere de Jupiter ou de la Lune paroît si foible qu'elle n'étincelle jamais, sur-tout celle de Jupiter qui tire un peu sur la couleur duplomb ; ce qui est bien éloigné de l'éclat avec lequel Venus lance cette vive lumiere qui semble nous éblouir presqu'à chaque instant.

Si le plan de l'orbite de Venus étoit précisément le même que celui de l'Ecliptique, nous ne verrions jamais Venus dans le Ciel s'écarter de part ou d'autre de l'Ecliptique ; mais parce que son mouvement bien observé nous a fait reconnoître qu'elle peut s'en écarter, soit au Nord, soit au Midi de $3^{\circ} 24'$, il faut nécessairement que son orbite y soit inclinée sous cet angle ; & d'autant qu'elle coupe le plan de l'Ecliptique, en sorte que la commune section, qu'on nomme autrement *la ligne des nœuds* passe par le centre du Soleil, il s'ensuit que Venus ne sçauroit paroître dans le plan de l'Ecliptique étant vue du Soleil ou de la Terre, si ce n'est uniquement lorsqu'elle se trouve dans l'un ou l'autre nœud. Ces points sont déterminés, comme l'on sçait, par le prolongement qui se fait de part & d'autre de la commune section de l'Ecliptique & de l'orbite de Venus jusques dans le Ciel étoilé. Dans tous les autres points de l'orbite, Venus paroîtra plus ou moins éloignée de l'Ecliptique, de maniere que si l'on continue d'observer du Soleil cette Planete, lorsqu'elle a passé l'un ou l'autre de ses nœuds ou lorsqu'elle en sera éloignée de 90°, on la verra dans sa plus grande distance de l'Ecliptique.

Le plan de l'orbite de Venus n'est pas le même que celui de l'Ecliptique, mais en differe sensiblement.

Soit un cercle TAB qui représente le plan de l'Ecliptique, $LnVN$ l'orbite de Venus qu'on suppose couper le plan de l'Ecliptique selon la ligne Nn : il faut concevoir ici que la moitié NLn de l'orbite s'éleve sur le plan de l'Ecliptique, pendant que l'autre moitié NVn s'abaisse

PLANCHE V, Fig. 11.

PLANCHE V. *Fig.* 11.

au dessous de ce plan. Lorsque Venus est, par exemple, au point *N* de son orbite, cette Planete se trouve alors dans le plan de l'Ecliptique : mais si elle s'avance un peu au-delà, comme en *P*, elle doit pour lors paroître au-dessus & s'en écarter de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle parvienne au point *L*; car étant éloignée pour lors de 90° de l'un ou l'autre nœud, c'est-à-dire l'arc *NL* étant le quart de la circonférence d'un cercle, Venus y paroîtra dans sa plus grande distance du plan de l'Ecliptique. C'est ce point *L* & son opposé *V* que l'on a nommé *les Limites*; puisque si la Planete se trouve un peu plus près du point *n* que du point *N*, elle paroîtra en ce cas se rapprocher de l'Ecliptique. Maintenant si d'un point quelconque *P* de l'orbite, on abbaisse sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire *PE*, & qu'on tire sur ce plan la ligne *SE*, il est clair que l'angle *PSE* mesurera la distance de Venus à l'Ecliptique. Cet angle se nomme la latitude *Heliocentrique*, c'est-à-dire, la latitude telle qu'on l'observeroit du Soleil. Voici la Méthode de calculer cette latitude lorsqu'on connoît une fois le vrai lieu de la Planete dans son orbite. Soit *NE* un arc de l'Ecliptique, *P* le lieu de la Planete que l'on suppose connu dans le Ciel étoilé, aussi-bien que le vrai lieu *N* de son nœud, *NP* l'arc de son orbite qu'on suppose aussi prolongée dans le Ciel : si l'on imagine un plan perpendiculaire à l'Ecliptique & qui passe par le centre de la Planete, l'arc *PE* de ce cercle, compris entre la Planete & le plan de l'Ecliptique sera sa vraie distance à ce plan, & par conséquent, sera la mesure de l'angle *PSE* ou *PNE*; car dans le Triangle sphérique *PNE* rectangle en *E*, on connoît le côté *NP* qui est la distance de la Planete à son nœud ; on connoît aussi l'angle *N* qui est l'inclinaison donnée du plan de l'orbite sur le plan de l'Ecliptique ; on aura donc par la Trigonometrie le côté *PE*, c'est-à-dire, la latitude héliocentrique que

La latitude Héliocentrique.

Voyez le Triangle sphérique qui est à côté de la figure 11.

Fig. 11.

que l'on cherche. Cette latitude héliocentrique d'une Planete eſt toujours exactement la même lorſque la Planete revient au même point de ſon orbite, elle ne ſouffre pas le moindre changement, en un mot elle n'eſt ſujette à aucune variation. Mais il n'eſt pas de même de la *Latitude Géocentrique*, c'eſt-à-dire de la diſtance de la Planete à l'Ecliptique, telle que nous l'obſervons de la Terre; car quoique la Planete reparoiſſe préciſément au même point de ſon orbite, néantmoins cette latitude eſt plus ou moins grande ſelon les différentes diſtances ou les diverſes poſitions de la Terre à l'égard de la Planete. Je ſuppoſe que *BTAt* ſoit l'orbite de la Terre, *NPn* l'orbite de la Planete dont le vrai lieu eſt en *P*: on abbaiſſera de ce lieu ſur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire *PE*, & cette ligne, en quelqu'endroit que l'on ſuppoſe la Terre ſur ſon orbite, ſera toujours la ſoutendante de l'angle qui meſure la latitude géocentrique. Soit donc la Terre au point *T*, c'eſt-à-dire, le plus proche qu'il eſt poſſible de Venus en *P* (ce qui arrive lorſque Venus paroît preſque dans ſa conjonction inférieure avec le Soleil); la latitude géocentrique de cette Planete, aura donc pour meſure l'angle *PTE*. Mais ſi au contraire la Terre ſe trouve en *t*, de maniere que Venus paroiſſe dans ſa conjonction ſupérieure avec le Soleil, cette Planete étant alors dans ſa plus grande diſtance de la Terre, ſa latitude géocentrique ſera meſurée par l'angle *PtE*, qui eſt beaucoup plus petit que l'angle *PTE*, puiſque la diſtance *Pt* ſurpaſſe beaucoup la diſtance *PT*. On doit concevoir la même choſe à l'égard de *Mercure*; d'où l'on voit que la latitude apparente de ces Planetes, toutes choſes d'ailleurs égales, deviendra d'autant plus grande à notre égard qu'elles s'approcheront de la Terre; & qu'au contraire cette latitude doit paroître diminuer à meſure qu'elles s'en éloigneront. C'eſt auſſi pour cette raiſon que la latitude géocentrique de

La latitude Géocentrique.

PLANCHE V. *Fig.* 12.

Venus paroît quelquefois surpasser sa plus grande latitude héliocentrique, sçavoir lorsque Venus passe entre le Soleil & la Terre; auquel cas elle se trouve plus près de la Terre que du Soleil. Mais il n'en est pas de même à l'égard de Mercure; car comme dans ses conjonctions inférieures il est toujours beaucoup plus proche du Soleil que de la Terre, sa latitude géocentrique doit toujours paroître plus petite que sa latitude héliocentrique. Cette derniere peut monter quelquefois, lorsque Mercure est dans ses limites, à 7 degrés ou environ, & telle est l'inclinaison du plan de son orbite sur le plan de l'Ecliptique.

Le Zodiaque. Ce que c'est.

Comme il n'y a donc aucune Planete dont l'orbite ne soit inclinée au plan de l'Ecliptique, la commune section de chaque orbite avec ce plan étant néantmoins une ligne droite qui passe toujours par le centre du Soleil, il arrive delà que les Planetes ne sçauroient jamais paroître, à chaque révolution périodique, que deux fois seulement dans le plan de l'Ecliptique, sçavoir lorsqu'elles se trouvent dans l'un ou l'autre nœud. Dans tout autre cas elles s'éloignent de plus en plus de ce plan, jusqu'à ce qu'étant enfin passées au-delà des limites (où l'on doit les observer, comme nous l'avons dit, dans leurs plus grandes latitudes) elles commencent à s'approcher successivement de ce plan de la même maniere qu'elles ont paru s'en écarter auparavant. Or si l'on imagine dans le Ciel une Bande ou un espace en forme d'Anneau applati, large d'environ 20 degrés, au milieu duquel passe la circonférence de l'Ecliptique, cette bande ou Zone renfermera nécessairement toutes les routes que peuvent décrire les Planetes dans le Ciel. Or cette Zone a été nommée par les Astronomes le *Zodiaque*, à cause des divers animaux qui forment la plus grande partie des Constellations qui occupent cette région du Ciel. Au reste la Terre parcourt exactement la route qu'elle s'est comme frayée au milieu de cet eſpace, & nous regardons cette Route comme la principale, parce qu'elle eſt la circonférence du plan de l'Ecliptique dont la Terre ne s'écarte jamais, ou plutôt parce que nous n'en voyons jamais ſortir le Soleil; au lieu que la Lune peut s'en écarter d'environ $5^{\circ}\frac{1}{3}$, & les autres Planetes encore davantage. Enfin puiſque leurs plus grandes latitudes, ſoit au Midi, ſoit au Septentrion, ne vont jamais à dix degrés, il s'enſuit que leurs mouvemens ſeront toujours compris & comme renfermés dans ce peu d'eſpace qui a pour limites celles que l'on donne au Zodiaque.

Mouvemens apparens de Venus en longitude, ou dans le Zodiaque.

Juſqu'ici nous n'avons gueres conſidéré que le mouvement de Venus à l'égard du Soleil, ou les phaſes de cette Planete relativement aux ſituations du Soleil & de la Terre; mais le mouvement apparent de Venus à notre égard, n'étant pas ſuffiſamment développé dans ce qui vient d'être expliqué ci-deſſus, il paroît néceſſaire d'en expoſer ici les principaux phénomenes. Soit donc *ABC* l'orbite de Venus, *TGF* celle de la Terre, & le cercle *MLO* le Zodiaque qu'on ſuppoſe dans le Ciel étoilé. Soit auſſi la Terre en *T*, & Venus en *A* proche ſa conjonction ſupérieure: il eſt évident qu'étant vue de la Terre elle paroîtra pour lors répondre au point *L* du Zodiaque. Mais ſi l'on ſuppoſe que la Terre demeure en repos pendant que Venus continue à ſe mouvoir & qu'elle parcourt l'arc *AB* de ſon orbite, en ce cas on lui verroit décrire l'arc *LM* du Zodiaque; au lieu que la Terre ayant en effet un mouvement réel pendant ce même intervalle de tems, & parcourant l'arc *TH* dans le même tems que Venus s'avance juſqu'au point *B* de ſon orbite, l'on appercevra, de ce point *H*, Venus au point *N* du Zodiaque, c'eſt-à-dire, qu'elle nous paroîtra avoir décrit dans le Ciel l'arc entier *LMN*. De cette maniere elle paroîtra plus vers l'Orient que dans le cas précédent où l'on ſuppoſoit la Terre im-

PLANCHE V. fig. 13.

Mouvement progreſſif & accéléré de Venus.

mobile. Ensuite Venus s'avançant jusqu'en C & la Terre en G, Venus paroîtra en ce cas dans la tangente menée de la Terre à son orbite & par conséquent au point O du Ciel. Or dans cette situation le mouvement apparent de Venus sera à peu près égal à celui du Soleil. Peu de tems après Venus, s'avançant de C vers A, & la Terre parcourant alors l'arc $G K$, Venus paroîtra enfin dans sa conjonction inférieure avec le Soleil, & pour lors on la verra de la Terre répondre au point P du Zodiaque. Mais d'autant que Venus paroissoit d'abord répondre au point O, cette Planete aura donc paru rétrograder selon l'arc $O P$, c'est-à-dire, s'être avancée de l'Orient vers l'Occident, ou contre l'ordre des Signes: cependant elle paroissoit directe en C, lorsqu'elle avoit un mouvement à peu près semblable à celui du Soleil; mais puisque lorsqu'elle s'est mue depuis C jusqu'en A on l'a vue rétrograder par un mouvement assez rapide, il faut donc que cette Planete n'ait paru avancer ni reculer dans quelque point intermédiaire entre A&C, c'est-à-dire qu'elle a dû paroître quelque tems stationnaire & rester comme immobile au même point des cieux. De plus Venus étant parvenue en E, la Terre doit être en F, ainsi nous devons appercevoir cette Planete en Q, c'est-à-dire encore plus occidentale qu'auparavant, jusqu'à ce qu'elle se trouve une seconde fois dans la tangente de son orbite où commençant à paroître directe, elle s'avancera vers l'Orient, de même que le Soleil: Venus aura donc encore paru pendant ces deux mouvemens apparens, dont l'un est direct & l'autre rétrograde, n'en avoir aucun; c'est-à-dire qu'elle aura été observée stationnaire pendant quelques jours. Mais la Terre continuant de s'avancer jusqu'en D, pendant que Venus se meut jusqu'en C, alors le mouvement de Venus aura du paroître très-rapide, de sorte qu'elle aura parcouru en très-peu de tems l'arc $Q R$ du Zodiaque vers l'Orient, ou selon la suite des Signes;

Venus Rétrograde.

Venus Stationnaire.

d'où il ſuit que lorſque Venus paroîtra dans ſa conjonction ſupérieure avec le Soleil, l'on obſervera toujours ſon mouvement direct ou ſelon l'ordre des Signes, & qu'au contraire il doit être rétrograde ou contre l'ordre des Signes, lorſque cette Planete nous paroîtra dans ſa conjonction inférieure.

Dans quel cas Venus paroit directe.

Dans quel cas elle paroit rétrograde.

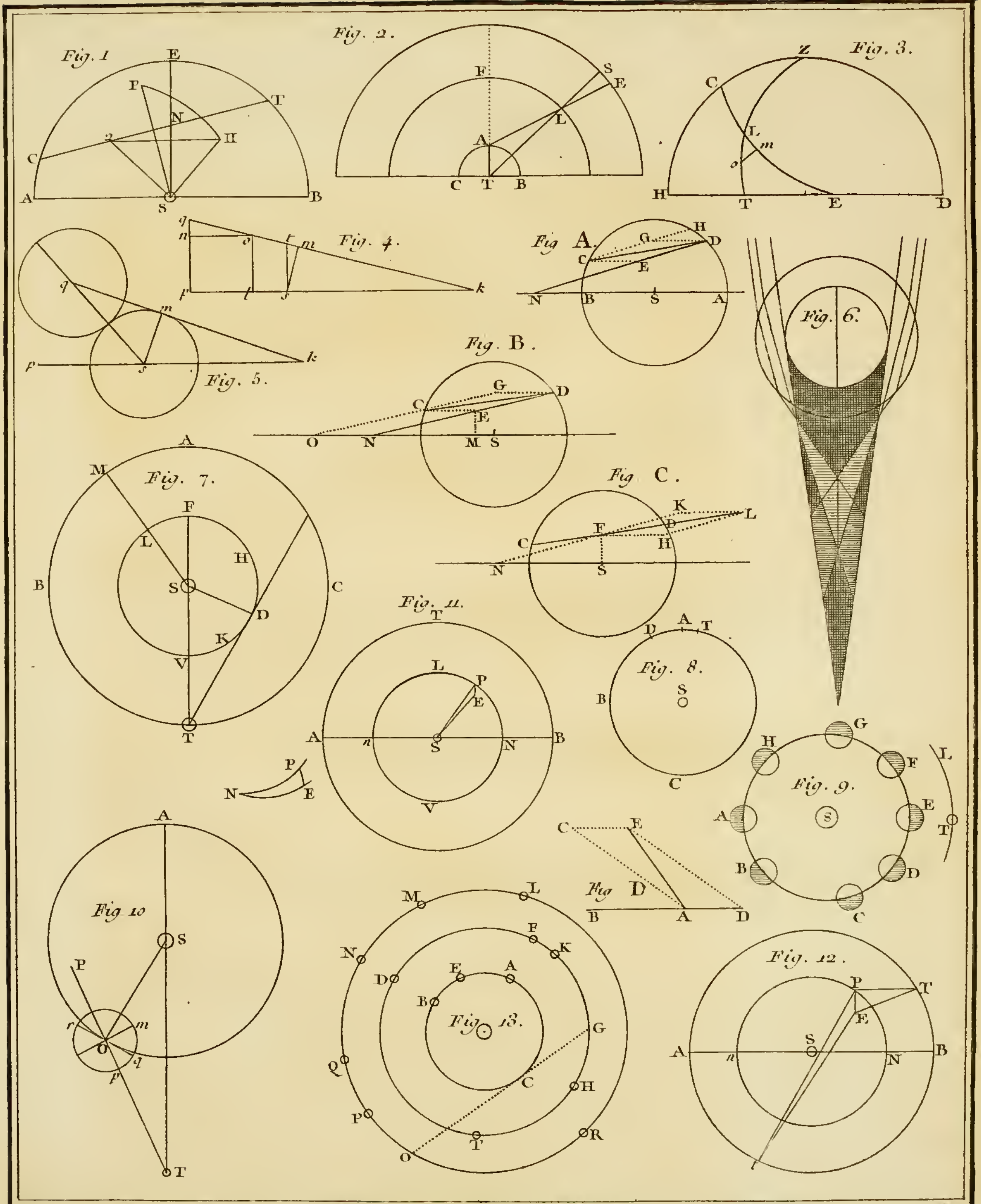
Il eſt aiſé de concevoir, que tout ce que l'on vient de dire au ſujet des mouvemens apparens de Venus, peut s'appliquer de la même maniere aux mouvemens de Mercure, avec cette ſeule différence, qu'après les deux conjonctions de Mercure au Soleil, ſes mouvemens directs, ſtationnaires, & rétrogrades ſe ſuccederont beaucoup plus fréquemment que ceux de Venus, parce que le mouvement de Mercure eſt des plus rapides, cette Planete ayant une orbite extrêmement petite à parcourir. De cette maniere Mercure doit rencontrer plus ſouvent la ligne droite tirée du Soleil à la Terre, que cela n'arrive pour Venus: d'ailleurs la plus grande digreſſion de Mercure à l'égard du Soleil, n'eſt que d'environ 30°. Au reſte il eſt conſtant que les mouvemens apparens de ces deux Planetes ſont fort inégaux à notre égard, puiſqu'elles nous doivent paroître ſucceſſivement directes, ſtationnaires & rétrogrades. Mais l'on doit bien faire attention qu'il n'en ſeroit pas de même à l'égard d'un Obſervateur placé dans le Soleil: il verroit continuellement Venus & Mercure s'avancer ſur leur orbite ſelon la ſuite des Signes; car telle eſt l'inégalité apparente que nous obſervons dans le mouvement de ces deux Planetes, qu'elle ſe réduit à un mouvement aſſez uniforme dès qu'on le conſidere comme ſe faiſant autour du Soleil; ce qui prouve merveilleuſement que ce n'eſt pas la Terre, mais le Soleil qui eſt le centre du mouvement des Planetes inférieures.

Enfin de même que l'on a démontré que l'orbite de la Terre n'eſt pas un cercle, mais une Ellipſe, on peut

Les orbites de Venus, de Mercure &

des autres Planetes sont des Ellipses.

dire aussi la même chose des orbites de Venus, de Mercure, & de toutes les autres Planetes. Ces orbites elliptiques ont toutes un foyer commun qu'occupe perpétuellement le Soleil : & quoique ces mêmes Planetes ne se meuvent pas à chaque instant d'un mouvement égal & uniforme autour de ce foyer, néantmoins leur mouvement se fait constamment suivant une loi générale, laquelle ne sçauroit être altérée ; car elles parcourent tellement la circonférence de ces ellipses, que chaque ligne tirée du centre de la Planete à celui du Soleil, décrit à chaque instant des aires proportionnelles aux tems écoulés, en sorte que dans l'aphélie ces Planetes se meuvent un peu plus lentement qu'à l'ordinaire, & au contraire un peu plus rapidement dans leurs périhélies. Il est à remarquer néantmoins qu'il n'arrive pas à la ligne de leur aphélie la même chose qu'à celle de l'apogée de la Lune ; car ou cette ligne est fixe dans le Ciel étoilé, ou si elle se meut, c'est d'un mouvement si lent qu'à peine la vie d'un homme peut-elle suffire pour y appercevoir un changement bien sensible. On remarquera aussi que l'orbite de Mercure est la plus Excentrique de toutes celles des Planetes, son excentricité étant à sa distance moyenne comme 2051 est à 10000.



Dheulland Sculp.

CHAPITRE SEIZIEME.

Du Mouvement des Planetes Supérieures, Mars, Jupiter & Saturne, & des Phénomenes qui en résultent.

PUISQUE nous nous sommes arrêtés dans le Chapitre précédent à expliquer les phénomenes que produisent à notre égard les divers mouvemens de la Terre & des Planetes inférieures, il paroît convenable de développer ici, autant qu'il sera possible, ceux qui appartiennent à chacune des trois Planetes supérieures. On supposera donc que *ABCT* soit l'orbite de la Terre, & que Mars, Jupiter & Saturne tournant autour du Soleil, chacuns dans son orbite achevent leurs révolutions dans des tems différens & à diverses distances de cet Astre lumineux. Soit aussi *PQV* une partie du Zodiaque, dans le Ciel étoilé où les Astronomes sont obligés de rapporter les mouvemens des Planetes. Il paroît d'abord évident que ces mêmes Planetes vues du Soleil, doivent se trouver quelquefois en conjonction ou en opposition avec la Terre, c'est-à-dire que si l'on suppose l'une des trois Planetes, telle que Saturne, par exemple, en ♄, la Terre se trouvant alors au point *M* dans la ligne droite qui joint les centres de Saturne & du Soleil, l'une & l'autre Planete vue du Soleil sera observée en ce cas en conjonction. La Terre peut encore se trouver dans la même ligne droite, mais de l'autre côté du Soleil comme en *B*, auquel cas l'on verra du Soleil la Terre & Saturne en opposition; ce qui formera une apparence toute contraire à celle que l'on observeroit de la Terre: car c'est alors que Saturne doit

PLANCHE VI. *Fig. 1.*

nous paroître dans sa conjonction au Soleil. Il n'est pas moins évident que les trois Planetes supérieures, vues de la Terre, peuvent nous paroître successivement former toutes sortes d'angles aigus ou obtus avec le Soleil, en sorte que leur élongation peut être de 180° ou n'aura point de terme ; au contraire de ce qui s'observe dans les Planetes inférieures, puisque celles-ci ne peuvent jamais s'écarter du Soleil que d'une élongation limitée, comme nous l'avons démontré ci-dessus. En effet la Terre étant supposée au point *T*, il est clair qu'on peut tirer de ce point la droite *TP*, qui coupant les trois orbites, formera avec la droite *TS* tirée du centre du Soleil au centre de la Terre, l'angle donné *STP*; partant la Terre étant en ce lieu, & Saturne se trouvant, par exemple, en ce moment au point *F* de son orbite, son élongation au Soleil sera pour lors observée sous l'angle *STF*. Ensuite quand la Terre, vue du Soleil, se trouvera en conjonction avec quelqu'une des trois Planetes supérieures, cette même Planete vue de la Terre paroîtra au contraire en opposition * au Soleil, de maniere que nous appercevrons alors le Soleil & la Planete dans deux points du Ciel diamétralement opposés.

Méthode de déterminer le tems qu'une Planete supérieure doit employer depuis sa conjonction ou son opposition au Soleil, jus-

C'est pourquoi si l'on observoit, par exemple, du Soleil la conjonction de la Terre à une Planete supérieure, telle que Saturne, il est certain que peu de tems après cette conjonction, comme le mouvement angulaire de la Terre à l'égard du Soleil est beaucoup plus rapide que n'est celui de Saturne, on verroit du Soleil la Terre s'écarter de plus en plus chaque jour de la Planete. En effet

* Les Astronomes ont toujours été fort attentifs à observer les Planetes supérieures, aux tems de leur opposition au Soleil ; car c'est alors le seul cas auquel elles paroissent de la Terre avoir la même longitude que si on les observoit du Soleil, c'est-à-dire, du foyer de leur orbite. Dans tout autre tems il faut réduire le Lieu observé de la Planete, au Lieu du Ciel où elle paroîtroit vue du Soleil : ce qui ne sçauroit se pratiquer facilement, parce qu'il faut supposer qu'on connoisse la distance du Soleil & de la Planete à la Terre ou la Parallaxe du grand orbe ; au lieu que dans les oppositions des Planetes au Soleil, on connoît immédiatement par observation, la vrai longitude de la Planete.

la Terre par son moyen mouvement diurne parcourant un arc de $59' 8''$, au lieu que Saturne ne parcourt qu'un arc d'environ deux minutes, il s'ensuit que le mouvement diurne de la Terre à l'égard de Saturne, paroîtroit, vu du Soleil, d'environ $57' 8''$. Si l'on fait donc comme $57' 8''$ sont à 360^{o}, ainsi un jour est à un quatrieme Terme, l'on aura par ce moyen le nombre de jours écoulés depuis une conjonction de la Terre à Saturne jusqu'à l'autre, sçavoir de 378 jours. On conçoit aussi fort aisément que puisque la Terre & Saturne, vus du Soleil, se trouvent en conjonction, le Soleil au contraire, vu de la Terre, paroîtra en même tems en opposition avec Saturne : d'où il suit que le nombre de jours écoulés entre les deux plus proches oppositions moyennes du Soleil & de Saturne sera d'environ 378 jours ou d'une année & 13 jours. La même regle a lieu encore pour le tems écoulé entre deux conjonctions moyennes de Saturne au Soleil, ou deux élongations quelconques, mais semblables. On aura dans tous ces cas-là environ 378 jours, en supposant les moyens mouvemens de la Terre & de Saturne tels qu'on les a rapportés ci-dessus. En un mot le tems écoulé entre une conjonction & l'opposition qui suit immédiatement après, est de 189 jours, ou la moitié de 378.

qu'à celle qui suit immédiatement cette conjonction ou opposition proposée.

Ayant calculé de la même maniere le tems écoulé entre les deux plus proches conjonctions ou oppositions de Jupiter au Soleil, on a trouvé un an & 33 jours. A l'égard de Mars quand on l'a observé une fois en opposition au Soleil, on ne doit pas l'attendre à l'opposition suivante qu'au bout de deux ans & 50 jours.

On remarquera que les Planetes supérieures au tems de leur opposition, ne se levent qu'au moment que le Soleil se couche, & ne se couchent que lorsqu'il se leve; qu'aussi-tôt après qu'elles ont passé le lieu de leur opposition au Soleil, elles paroissent alors orientales, & qu'elles ſont viſibles le ſoir, juſqu'au tems de la conjonction : car pour lors elles ſe levent & ſe couchent en même tems que le Soleil ; qu'au contraire après la conjonction elles deviennent occidentales & qu'on ne ſçauroit les appercevoir qu'avant le lever du Soleil, puiſqu'elles ſe couchent le ſoir quelque tems avant cet Aſtre, qui d'ailleurs nous les efface tout le jour. Elles ſont donc viſibles uniquement le matin, juſqu'à ce qu'étant parvenues à leurs oppoſitions, elles ſe levent enfin au moment du coucher du Soleil.

Les plans des orbites des Planetes ſupérieures ſont un peu inclinés à celui de l'Ecliptique.

On ne doit pas être étonné après ce que nous avons dit au ſujet des Planetes inférieures, de trouver les orbites des Planetes ſupérieures inclinées au plan de l'Ecliptique : mais comme la commune ſection de ce plan avec celui de chaque orbite eſt toujours une ligne droite qui paſſe par le Soleil, il y a donc autant de lignes des nœuds qu'il y a d'orbites, & les nœuds ſe trouvent par conſéquent placés aux points de la circonférence de l'Ecliptique où ſe terminent les extrémités de chaque ligne d'interſection. D'où l'on voit la raiſon pourquoi les Planetes ſupérieures ne ſçauroient paroître dans le plan de l'Ecliptique, à moins qu'elles ne ſe rencontrent préciſément aux nœuds. Dans tout autre point de la circonférence de leurs orbites, elles ſont plus ou moins éloignées de l'Ecliptique ; en un mot elles en paroîtront d'autant plus écartées, qu'elles s'approcheront des Limites, qui ſont les points, comme l'on ſçait, où elles ſe trouvent à diſtances égales de l'un & l'autre nœud. Or ces points ou limites dans leſquels les Planetes doivent paroître arrivées à leurs plus grandes latitudes héliocentriques, ſe trouvent éloignés du plan de l'Ecliptique de 2° 30′ pour Saturne, 1° 20′ pour Jupiter, & pour Mars 1° 52′. *Voyez les Tab. Carol. de Street.*

Les mêmes Tables Carolines donnent 3° 24′ & 6° 54′ pour les plus grandes Latitudes de Venus & de Mercure; mais cette derniere doit être augmentée de 5′ à 6′, celle de Saturne de 1′, & celle de Mars diminuée d'environ 1′ 1/4.

Il ſera facile de rechercher de la même maniere qu'on l'a pratiqué pour Venus & Mercure, la latitude héliocentrique d'une Planete ſupérieure, lorſque ſon lieu, ou ſa diſtance au nœud comptée ſur ſon orbite ſera donnée. Quant aux latitudes géocentriques ou diſtances apparentes de la Planete à l'Ecliptique vues de la Terre, elles dépendent toujours de la ſituation & de la diſtance de la Planete à la Terre. En effet une même latitude héliocentrique peut répondre à différentes latitudes apparentes, ſelon les diverſes ſituations de la Terre à l'égard de la Planete. Car ſoit l'orbite de la Terre *T* ♁ *t*, ♂ *Nn* l'orbite de Mars, qui eſt celle des Planetes ſupérieures qu'on ſe propoſe de conſidérer ici : puiſque l'orbite de Mars eſt inclinée au plan de l'Ecliptique, on peut ſuppoſer que la ſection commune de ces deux plans, qui eſt la ligne des nœuds, ſoit repréſentée par *Nn*. Suppoſons d'abord la Terre en *T* & Mars en ♂, de maniere que cette Planete paroiſſe en oppoſition au Soleil, alors abbaiſſant du point ♂ la perpendiculaire ♂ *E* ſur le plan de l'Ecliptique, cette perpendiculaire ſera la ſoutendante de l'angle que nous appellons la Latitude géocentrique. Or dans le cas préſent où la Terre eſt en *T*, entre le Soleil & la Planete, cette Latitude apparente ou géocentrique de Mars ſera meſurée par l'angle ♂ *TE*. Mais ſi l'on ſuppoſe enſuite la Terre au point *t* de ſon orbite, en ſorte que Mars & le Soleil paroiſſent preſqu'en conjonction, il s'enſuit que la latitude de Mars vue de la Terre, aura pour meſure l'angle ♂ *t E*, lequel eſt bien moindre que l'angle ♂ *TE*, puiſque cet angle qui eſt fort petit ſe trouve diminué à très-peu de choſe près dans la raiſon des diſtances, ſçavoir de *T* ♂ à *t* ♂. On conçoit auſſi que la Terre étant en *T*, la latitude géocentrique de Mars ſera plus grande que la latitude héliocentrique, & au contraire la Terre étant en *t*. On expliquera de même les autres changemens qui doivent arriver à la latitude géocentique ou vue de la Terre ſelon les différentes ſituations de Mars ou de la Terre relativement

Planche VI. *Fig.* 3.

au Soleil ; en forte que, toutes chofes d'ailleurs égales, la latitude géocentrique fera d'autant plus petite que Mars approchera de fa conjonction au Soleil, & au contraire d'autant plus grande, que cette Planete paroîtra s'avancer vers le lieu de fon oppofition.

Il eft encore évident qu'aucune des trois Planetes fupérieures ne paroîtra jamais, vue de la Terre, fur le difque du Soleil, comme il arrive quelquefois à l'égard de Mercure ou de Venus : il doit arriver au contraire qu'elles pafferont au-delà du Soleil, en forte que dans leurs conjonctions, toutes les fois qu'elles fe trouveront aux nœuds, elles feront cachées par le difque du Soleil.

Le difque des Planetes fupérieures n'eft jamais fenfiblement altéré dans fa rondeur.

Puifque chaque Planete a toujours une hémifphere tourné vers le Soleil, & qu'elle n'eft lumineufe qu'autant qu'elle nous réfléchit les rayons de cet Aftre, il s'enfuit que nous ne devons gueres obferver de variétés dans les phafes des Planetes fupérieures dont le difque doit nous paroître rond, puifque la Terre eft toujours vue de Jupiter ou de Saturne aux environs du Soleil. Mais fi le difque de ces deux Planetes n'eft jamais fenfiblement altéré à notre égard, il n'en eft pas de même à l'égard du difque de Mars, qui peut paroître tantôt plein & tantôt entamé *; car faifant fes révolutions dans une orbite qui approche davantage de la Terre, il doit arriver que fon hémifphere tourné vers le Soleil, fera quelquefois différent de celui qui eft tourné vers nous ; de maniere que vers la Quadrature, c'eft-à-dire, lorfque Mars paroiffant à 90° du Soleil fera en *R* ou en *N*, la Terre étant en *M* ou en *B*, nous ne pourrons appercevoir qu'une certaine quantité de fon hémifphere éclairé, & partant fon difque fera altéré & paroîtra fous une phafe différente de celle qu'on appercevoit, foit dans l'oppofition, foit avant ou après fa conjonction au Soleil. On doit encore remarquer que vers le tems de l'oppofition, Mars étant plein & en même-tems fort proche de la

* *Gibbofus.*

Il en faut néantmoins excepter Mars dont le difque lumineux paroit un peu entamé lorfque cette Planete paroît à 90° du Soleil. PLANCHE VI. *Fig.* 1.

Terre, cette Planete paroîtra pour lors à nos yeux très-éclatante, parfaitement ronde, & beaucoup plus lumineuse que dans toute autre situation.

Cette différence d'éclat que nous venons de remarquer ici à l'égard de Mars convient aussi aux deux autres Planetes supérieures, qui paroissent en effet au tems de leur opposition beaucoup plus grandes & plus éclatantes que vers le tems de leur conjonction au Soleil. Car elles sont véritablement bien moins éloignées dans l'un de ces deux cas que dans l'autre, la différence de leurs distances étant alors égale au diametre du grand orbe, c'est-à-dire, au diametre de l'orbe que parcourt la Terre autour du Soleil. Il y a cependant cette considération à faire ici, sçavoir que la différence qui en résulte a un beaucoup plus grand rapport au diametre de l'orbite de Mars qu'à celui des deux autres Planetes; d'où l'on voit que la diminution de grandeur apparente depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, doit être bien plus sensible dans Mars qu'à l'égard de Jupiter & de Saturne. Aussi Mars se trouve-t'il cinq fois plus près de nous dans son opposition au Soleil qu'au tems de sa conjonction; & parce que le disque & l'éclat d'un corps lumineux quelconque augmente en raison doublée ou comme les quarrés de ses distances à mesure qu'il s'approche de nous; il faut donc conclurre que Mars au tems de son opposition paroîtra vingt-cinq fois plus grand & plus lumineux que vers sa conjonction au Soleil.

Les Planetes supérieures paroissent bien plus grandes au tems de leur opposition que vers leur conjonction au Soleil.

Jupiter étant environ cinq fois plus éloigné du Soleil que n'en est la Terre, le diametre apparent du Soleil, vu de Jupiter, ne paroîtra gueres que sous un angle de 6'. Et si l'on suppose que le Soleil nous paroisse à peu près sous un angle d'un demi-degré ou d'environ 30', un Spectateur placé dans Jupiter appercevroit le Soleil vingt-cinq fois * plus petit que nous le voyons; d'où il suit que cette

Différences très-sensibles dans la chaleur que les Planetes reçoivent du Soleil.

* 5 x 5.

Planete ne ſçauroit recevoir que la vingt-cinquieme partie de la lumiere & de la chaleur que nous recevons ſur la Terre. Mais auſſi puiſque Saturne eſt dix fois plus loin du Soleil que nous, le Soleil n'y doit donc paroître que ſous un angle de trois minutes, c'eſt-à-dire ſous un angle environ deux fois plus grand que celui ſous lequel nous obſervons Venus lorſqu'elle eſt périgée. Ainſi le diſque du Soleil vu de Saturne paroît cent fois * plus petit que nous ne le voyons : or la lumiere & la chaleur que Saturne reçoit du Soleil doivent diminuer dans la même raiſon. On voit par là que les régions ſituées ſous l'Equateur de Saturne ſeront moins échauffées que nos zones glaciales.

* *Quarré de 10, c'eſt-à-dire*, 10 x 10.

Les Planetes ſupérieures vues du Soleil paroiſſant régulierement chaque jour s'avancer du même ſens, c'eſt-à-dire, ſelon une loi conſtante, en conſervant l'égalité des aires proportionnelles aux tems, il doit donc arriver de là que leur mouvement angulaire autour du Soleil paroîtra un peu inégal; car étant comme retardées aux environs de l'aphélie, elles doivent ſe mouvoir un peu plus lentement, & au contraire leur viteſſe augmentant vers le périhélie, elles doivent accélérer leur mouvement. Mais ces mêmes Planetes vues de la Terre ſembleront aſſujetties, en parcourant le Zodiaque, à de prodigieuſes inégalités, puiſqu'elles ne s'avanceront pas toujours d'Occident en Orient, comme ſemble l'exiger la loi de leur mouvement réel. En effet elles paroîtront rallentir leurs viteſſes juſqu'à devenir ſtationnaires & même rétrogrades, comme ſi leur mouvement changeoit de direction, paroiſſant alors emportées d'un ſens contraire, c'eſt-à-dire, vers l'Occident : ces mêmes Planetes après avoir paru quelque tems rétrogrades deviendront enſuite ſtationnaires & continueront enfin à reprendre leur véritable route, en s'avançant d'Occident en Orient. Il faut bien remarquer que le mouvement de la

Le mouvement des Planetes conſidéré, non du Soleil, mais de la Terre, eſt tout-à-fait irrégulier.

Terre autour du Soleil, que l'on a prouvé ci-dessus, étant une fois supposé, ces variétés apparentes de mouvemens & de vitesses s'expliquent d'une maniere fort simple, ce qui n'arriveroit pas si l'on négligeoit d'avoir égard au mouvement & aux divers lieux qu'occupe la Terre sur son orbite.

PLANCHE VI. *Fig. 2.*

Soit *PQO* une partie du Zodiaque, *ABCD* l'orbite de la Terre, *EMGXZ* l'orbite d'une Planete supérieure, telle que Saturne, par exemple, en sorte que la Terre étant en *A* & Saturne en *E*, cette Planete vue de la Terre paroisse répondre au point *O* du Zodiaque. Il est certain que si Saturne n'a aucun mouvement, en ce cas celui qui est particulier à la Terre & qui la transporte en *B*, nous feroit paroître Saturne au point *L* du Zodiaque, comme si cet Astre eût en effet parcouru l'arc *OL* d'Occident en Orient, ou selon la suite des Signes. Mais puisque dans l'espace de tems que la Terre emploie à se mouvoir depuis *A* jusqu'en *B*, Saturne au lieu de rester immobile, se trouve transporté par son propre mouvement de *E* en *M*, paroissant alors en conjonction au Soleil; cette Planete vue de la Terre aura semblé parcourir l'arc *OQ* du Zodiaque, lequel est bien plus grand que l'arc *OL*. On voit par là que les Planetes supérieures au tems de leurs conjonctions au Soleil, paroissent se mouvoir plus rapidement qu'elles ne doivent en effet, leurs accélérations ou vitesses apparentes étant alors composées de celle qui dépend de leur mouvement propre autour du Soleil, & de la vitesse avec laquelle la Terre se meut dans le demi-cercle opposé autour du même centre. Cette régle est générale pour toutes les Planetes, sçavoir que lorsqu'elles sont parvenues à la plus grande distance où elles peuvent se trouver à l'égard de la Terre, & qu'elles sont en même tems en conjonction avec le Soleil, alors leur vitesse apparente est plus grande, c'est-à-dire, que leur vitesse apparente surpasse celles qu'elles ont effectivement ou qu'on leur attribueroit

Quand est-ce que les Planetes supérieures sont directes & que leur mouvement paroît s'accélérer?

ſi la Terre demeuroit pour lors immobile au même point de ſon orbe. Qu'on ſuppoſe préſentement la Terre parvenue au point *C* pendant que Saturne a parcouru l'arc *MG*, nous verrons par conſéquent cette Planete au point *R* du Zodiaque. Mais quand la Terre ſera en *K* & Saturne en *H*, la Terre parcourant alors l'arc de ſon orbe qui ne differe pas beaucoup de ſa tangente qui prolongée paſſeroit par Saturne (ou, ce qui revient au même, la ligne droite qui joint les centres de Saturne & de la Terre étant pour lors à peu près une tangente de l'orbe terreſtre), il eſt certain que nous verrons en ce cas Saturne répondre preſqu'au même point *P* du Zodiaque : cette Planete ſera donc alors ſtationnaire & doit rencontrer pluſieurs jours de ſuite à très-peu-près les mêmes Etoiles fixes.

Des tems auſquels les Planetes ſupérieures doivent paroître ſtationnaires.

Enſuite la Terre étant parvenue en *D*, & Saturne qui eſt en *X* paroiſſant alors en oppoſition au Soleil, on doit l'appercevoir au point *V* du Zodiaque, de maniere que Saturne ſemblera avoir rétrogradé ſelon l'arc *PV*. Il eſt donc évident que les Planetes ſupérieures au tems de leur oppoſition au Soleil ſont rétrogrades, & que leur mouvement apparent ſe fait alors contre l'ordre des Signes. Mais la Terre étant en *A* & Saturne en *Z*, on le doit voir dans ſa ſtation ; c'eſt-à-dire, qu'au point *N* du Zodiaque, Saturne ſera ſtationnaire, & cela pour la ſeconde fois. Enfin la Terre quittant cette ſituation, Saturne continuera à paroître s'avancer ſelon l'ordre des Signes, & ſon mouvement ſe fera à l'ordinaire d'Occident en Orient.

Ce que l'on vient d'expliquer ici à l'égard de Saturne peut s'appliquer facilement aux deux autres Planetes Jupiter & Mars : on voit par là la raiſon pourquoi elles nous doivent paroître tantôt directes, ſtationnaires & rétrogrades, enſuite ſtationnaires & directes. Mais il y a ceci à remarquer que Saturne paroît plus ſouvent rétrograde que Jupiter, & la raiſon en eſt très-ſimple, Saturne s'avançant beaucoup

beaucoup moins vîte chaque année sur son orbite, que Jupiter dont le mouvement propre est plus sensible : or il suit de là que la Terre doit l'appercevoir plutôt en opposition au Soleil, & par conséquent plus souvent rétrograde. On concevra aisément la même chose à l'égard de Jupiter, qui doit paroître plus souvent rétrograde que Mars, parce que celui-ci ayant plus de vitesse & un mouvement plus rapide, doit parcourir en effet un plus grand espace, en sorte qu'il faut à Mars un tems incomparablement plus long qu'à Jupiter pour reparoître en opposition au Soleil.

Effet de la Parallaxe de l'orbe annuel dans les Planetes.

Présentement soit *A C* un arc de l'orbe terrestre dont *A N* est la tangente : on suppose, que selon cette tangente, l'on puisse observer de la Terre successivement les trois Planetes supérieures, sçavoir Mars en ♂, Jupiter en ♃, & Saturne en ♄ : Soit aussi *KLMN* un arc du Zodiaque. Il est évident que le lieu de Mars, vu du Soleil, seroit au point *K*, lequel représente par conséquent son lieu vrai ou héliocentrique. Mais parce que la Terre est en *A*, nous rapporterons le lieu apparent de Mars au point *N* du Zodiaque : ainsi le point *N* sera son lieu vu ou apparent. Semblablement Jupiter vu du Soleil paroîtroit en *L*, c'est-à-dire, dans son lieu vrai, quoique de la Terre il paroisse en *N*. Enfin Saturne observé du Soleil qui est au foyer de son orbite, paroîtroit en *M*, mais son lieu apparent dans le Zodiaque vu de la Terre répondra au point *N*. Ainsi les arcs *KN*, *LN*, *MN*, qui sont les différences entre les lieux vrais & apparens, sont nommés les Parallaxes de l'orbe annuel à l'égard de chacune de ces Planetes. Menant donc par le point *S* la ligne *SO* parallele à *AN*, on aura les angles *A*♂*S*, *A*♃*S*, *A*♄*S* égaux aux correspondans *KSO*, *LSO*, & *MSO*, lesquels ont pour mesure les arcs *KO*, *LO*, & *MO*. Car l'angle *ANS* est égal à l'angle *NSO* sous lequel on verroit du Ciel étoilé le demi-diametre de l'orbe terrestre : mais ce demi-

PLANCHE VI. *Fig.* 4.

diametre AS de l'orbe n'eſt qu'un point relativement à la diſtance des Etoiles fixes, ou, ce qui eſt la même choſe, ce demi-diametre vu des Etoiles fixes ne ſçauroit paroître ſous aucun angle ſenſible ; il eſt donc vrai de dire que l'angle NSO, ou l'arc NO qui en eſt la meſure, ſe réduit à rien dans le Ciel étoilé ; & partant les points N & O peuvent être pris pour un ſeul & même point ; d'où il ſuit que les arcs KO, LO, MO different à peine des arcs KN, LN, & MN, & meſureront par conſéquent les angles $A ♂ S$, $A ♃ S$, $A ♄ S$. Or comme ces angles repréſentent les demi-diametres apparens de l'orbite terreſtre, ou vus de chaque Planete, il eſt donc vrai de dire, à l'égard des Planetes ſupérieures, que la Parallaxe de l'orbe annuel eſt toujours l'angle ſous lequel le demi-diametre du grand orbe ſeroit vu de la Planete ; enſorte que plus une Planete ſupérieure ſera proche de la Terre, plus cet angle deviendra ſenſible. Ainſi dans Mars la Parallaxe de l'orbe annuel eſt plus grande que dans Jupiter, de même que dans Jupiter elle eſt plus grande que dans Saturne ; enfin elle eſt inſenſible dans les Etoiles fixes.

Au reſte les angles $A ♂ S$, $A ♃ S$, $A ♄ S$, ſont à très-peu de choſe près les plus grandes élongations de la Terre au Soleil, relativement à chacune des trois Planetes ſupérieures. Cet angle dans Mars eſt d'environ 42°, & partant la Terre vue de Mars doit s'écarter un peu moins du Soleil que ne nous le paroît Venus. Dans Jupiter la plus grande élongation de la Terre au Soleil paroît de 11°, ce qui n'eſt pas la moitié de la plus grande élongation qui a été obſervée juſqu'ici dans Mercure à l'égard du Soleil. Enfin dans Saturne cet angle parallactique, ou la plus grande élongation de la Terre au Soleil n'excede pas 6°, c'eſt-à-dire, qu'elle n'eſt pas le quart de la plus grande élongation que nous obſervons dans Mercure à l'égard du Soleil. C'eſt pourquoi Mercure étant rarement viſible à notre égard, on doit juger que la Terre doit l'être encore bien moins vue de Saturne, en ſorte qu'il pourroit très-bien ſe faire qu'un Obſervateur placé dans Saturne ignoreroit fort long-tems que notre Terre exiſte, & qu'elle décrit une orbite autour du Soleil, la Terre étant une fort petite Planete que vraiſemblablement il ſeroit très-difficile d'y découvrir.

On peut dire auſſi que la quantité dont Mars paroît rétrograder, eſt bien plus conſidérable que celle qui convient à Jupiter, de même que celle-ci excede à ſon tour l'arc ſous lequel Saturne nous paroît rétrograde. Cela eſt fondé ſur deux cauſes, dont l'une eſt que Mars eſt plus près de la Terre que n'en eſt Jupiter, & celui-ci plus près que Saturne ; l'autre cauſe vient de ce que la plus proche de ces trois Planetes eſt celle qui a le mouvement le plus rapide.

Les Arcs de rétrogradation ſont bien plus grands à notre égard dans Mars que dans Jupiter, & dans celui-ci encore plus grands que dans Saturne.

La Parallaxe de l'orbe annuel étant une fois connue dans les Planetes, on a dès-lors le rapport de leurs diſtances à celle de la Terre au Soleil. Car ſuppoſons qu'à l'égard de Mars on connoiſſe l'angle *A ♂ S*, qui eſt la Parallaxe de l'orbe annuel dans cette Planete, comme il n'y a preſqu'aucune difficulté à déterminer l'autre angle *♂ A S*, ſoit par obſervation, ſoit par le calcul, cet angle étant l'élongation de la Planete au Soleil, on pourra faire cette analogie. Comme le ſinus de la Parallaxe de l'orbe annuel eſt au ſinus de l'élongation de Mars au Soleil, ainſi *SA* diſtance de la Terre au Soleil, eſt à un quatrieme terme, qui ſera la diſtance de Mars au Soleil. On doit remarquer ici que cette Parallaxe du grand orbe qui nous fait paroître les Planetes s'avancer plus ou moins vîte dans le Ciel (puiſqu'elles ſemblent aller tantôt vers l'Orient & tantôt vers l'Occident) eſt l'unique cauſe d'une inégalité qui trouble leur mouvement réel, que tous les Aſtronomes ont enfin reconnue & qu'ils ont bien ſoin de

La Parallaxe de l'orbe annuel étant une fois connue dans chaque Planete, on a dès-lors leurs diſtances relatives à l'égard du Soleil.

De la seconde inégalité dans les mouvemens apparens des Planetes, & que les Astronomes appellent inégalité optique.

distinguer, l'appellant *inégalité optique*, ou *inégalité seconde :* en effet elle doit être séparée de la premiere inégalité, laquelle est réelle & se trouve toujours dans les Planetes, puisque leur mouvement, comme on l'a suffisamment expliqué ci-dessus, est alternativement un peu accéléré ou retardé à chaque révolution périodique. Cette inégalité optique ou parallaxe disparoît néantmoins dans les conjonctions ou oppositions des Planetes au Soleil; ou du moins c'est dans ces cas-là principalement que les Astronomes ont coutume d'observer le lieu des Planetes, puisque leur longitude géocentrique est pour lors exactement la même que la longitude héliocentrique, ou qui seroit vue du foyer de la Planete.

Des Satellites de Jupiter & de Saturne.

Enfin les deux plus élevées de nos Planetes supérieures sont accompagnées de plusieurs Lunes ou Satellites, Jupiter en ayant quatre & Saturne cinq. Cette multitude de Lunes doit y produire un spectacle merveilleux. En effet chacun de ces Satellites faisant diverses révolutions autour de sa Planete principale, ne paroît pas s'en éloigner au-delà de certaines bornes, mais l'accompagne à mesure qu'elle tourne autour du Soleil; d'où il arrive que chaque fois qu'un Satellite approchera de son opposition au Soleil, il paroîtra sous des phases différentes de même que la Lune; car dans l'opposition le Satellite vu de la Planete principale, paroîtra en entier, son disque étant alors plein & très-lumineux : en un mot son disque doit s'altérer ensuite, paroître en Quartier, & enfin en Croissant, à mesure que ce Satellite approchera de sa conjonction, où il cessera de se montrer jusqu'à ce que vers le commencement d'une autre révolution synodique il reparoisse sous de nouvelles phases.

Quoique ces Satellites vus de la Terre ne semblent jamais s'écarter beaucoup de leur Planete principale, cependant on s'apperçoit qu'alternativement ils s'en éloignent & s'en approchent. Soit *ABT* l'orbe terreſtre dont le Soleil occupe le centre, *EF* un arc de l'orbite de Jupiter, cette Planete étant ſuppoſée en ♃ au centre des cercles que parcourent les quatre Lunes ou Satellites ; il eſt évident que quand ces Satellites parcourent la partie inférieure de leur orbite *LMN*, ils paroîtront vus de la Terre ou du Soleil s'avancer vers l'Occident ; & qu'au contraire lorſqu'ils parcourront la partie ſupérieure *GHK* de leurs orbites, ils paroîtront ſe mouvoir dans leur ſens naturel, c'eſt-à-dire vers l'Orient. Or lorſque ces Satellites paroiſſent ſe mouvoir vers l'Orient, il arrive que nous les perdrons deux fois de vue, étant cachés d'abord en *O* par l'interpoſirion du corps de Jupiter, parce qu'ils ſont alors dans la ligne droite qui paſſe par les centres de la Terre & de Jupiter. Enſuite ils diſparoîtront dans l'ombre de Jupiter, ces ſecondes occultations étant proprement leurs véritables Eclipſes. Ce phénomene arrivera toutes les fois que Jupiter ſe trouvera directement entre ces Lunes & le Soleil, c'eſt-à-dire, au moment qu'elles ſeront pleines, ou plutôt lorſqu'elles ſeront entierement privées de lumiere, comme il arrive à notre Pleine Lune, qui s'éclipſe dans l'ombre de la Terre, lorſqu'au moment de ſon oppoſition au Soleil, elle n'a qu'une très-petite latitude. PLANCHE VI, Fig. 5.

Quand Jupiter eſt plus oriental que le Soleil, ou qu'on l'apperçoit vers le commencement de la nuit, la Terre étant, par exemple, en *A*, les Satellites paroiſſent alors ſe cacher derriere Jupiter, & cela à cauſe de leur conjonction apparente au diſque de cet Aſtre, ce qui arrive aſſez long-tems avant que ces Satellites entrent dans l'ombre : enſuite ils s'y plongent peu à peu. Mais au contraire quand Jupiter eſt plus occidental que le Soleil, c'eſt-à-dire, quand immédiatement après ſa conjonction cette Planete eſt ſortie de ſes rayons ; en un mot lorſqu'on l'obſerve le matin du côté de l'Orient, la Terre étant en ce cas en *B*, alors les Satellites paroiſſent entrer dans l'ombre de Jupiter, ſçavoir en *V*, long-tems avant que de ſe cacher en *P* derriere le diſque de Jupiter. Enfin lorſque ces Satellites ou Lunes ſont rétrogrades à notre égard, c'eſt-à-dire, lorſque parcourant la partie inférieure de leur orbite, ils tendent vers l'Occident, alors ces Satellites ne ſe cachent plus qu'une fois, pour ainſi dire, ſçavoir lorſqu'ils ſont confondus avec le diſque de Jupiter, ſur lequel on ne les peut diſtinguer que très-difficilement chaque fois qu'ils le traverſent. Au reſte ſi du Soleil on les obſervoit dans leur conjonction inférieure avec Jupiter, ou, ce qui revient au même, ſi de Jupiter ces Satellites paroiſſoient paſſer ſur le Soleil, leur ombre tomberoit pour lors néceſſairement ſur Jupiter, en ſorte qu'une petite partie de la ſurface de cet Aſtre ſeroit éclipſée; de cette maniere ceux qui ſe trouveront dans les lieux du diſque traverſés par cette ombre, obſerveront une Eclipſe de Soleil. Enfin nous ne répeterons pas ici quelles ſont les diſtances ni les périodes des Satellites de Jupiter & de Saturne, puiſque le détail s'en trouve au troiſieme Chapitre.

Premiere utilité qu'on a retirée des Eclipſes des Satellites de Jupiter.

Par les mouvemens obſervés & par les Eclipſes des Satellites, on peut découvrir aſſez exactement la Parallaxe de l'orbe annuel, & par conſéquent la diſtance de Jupiter au Soleil. Car ſoit *P O R* l'orbite du quatrieme Satellite, ſoit auſſi la Terre au point *A* de ſon orbe, on obſervera le moment auquel ce Satellite ſe cache derriere Jupiter en *O*; c'eſt-à-dire, qu'en prenant le milieu des tems auxquels il diſparoît & paroît alternativement derriere cet Aſtre, on connoîtra l'inſtant auquel ce Satellite s'eſt trouvé dans la ligne droite qui paſſe par les centres de la Terre & de Jupiter. De même obſervant le tems auquel le Satellite ſe trouve au milieu de l'ombre lorſqu'il eſt éclipſé en *V*, on aura par conſéquent l'intervalle de tems qu'il aura em-

Les Aſtronomes s'en ſont ſervis pour découvrir la Parallaxe de l'orbe annuel dans Jupiter, comme auſſi la vraie diſtance de cette Planete au Soleil.

ployé à parcourir l'arc *O V*: or ſuppoſant d'ailleurs ſon mouvement autour de Jupiter égal ou uniforme, on connoîtra donc l'arc *O V*, puiſque ce Satellite acheve ſa révolution autour du Soleil en 402 heures qui répondent à 360°. Ainſi dans la ſuppoſition que le quarrieme Satellite ait employé 12 heures à ſe mouvoir de *O* en *V*, on fera comme 402 heures ſont à 12 heures, ainſi 360° à un quatrieme terme, ſçavoir 10° 44′: l'arc *O V* ſera donc de 10°44′. Mais l'arc *O V* eſt la meſure de l'angle *O* ♃ *V*, ou de ſon oppoſé au ſommet *A* ♃ *S*, qui eſt la meſure de la parallaxe de l'orbe annuel dans Jupiter. Connoiſſant donc cette Parallaxe, on réſoudra le Triangle *A* ♃ *S* dans lequel l'angle à ♃ eſt donné: on a de plus par obſervation l'angle en *A*, qui eſt l'élongation de Jupiter au Soleil vu de la Terre, l'on pourra donc réſoudre le Triangle en ſuppoſant le côté *A S* égal à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, de 100000; car tous les angles & un côté étant connus, on aura par la Trigonométrie rectiligne le côté *S* ♃ diſtance de Jupiter au Soleil, comme auſſi le côté *A* ♃, qui eſt la diſtance de cette Planete à la Terre. Que ſi l'on vouloit parvenir à connoître ces diſtances avec la plus grande exactitude, il faudroit réitérer un grand nombre de fois les Obſervations, & y employer les meilleures & même les plus grandes lunettes d'approche.

Le mouvement de la Lumiere ſe fait ſucceſſivement, & par conſéquent n'eſt pas inſtantané comme les Sectateurs de Deſcartes l'ont ſi long-tems prétendu.

Les Eclipſes des Satellites de Jupiter ont été d'une utilité merveilleuſe pour réſoudre l'une des plus belles queſtions de la Phyſique céleſte. Il s'agiſſoit de décider, *Si la lumiere étoit inſtantanée, ou ſi ſon mouvement devoit ſe faire ſucceſſivement.* Or il eſt démontré par les Eclipſes des Satellites, que c'eſt envain qu'on a prétendu que la lumiere étoit inſtantanée, quoique d'ailleurs ce mouvement ſoit très-rapide, la lumiere venant à nous avec une viteſſe qui doit nous étonner: en voici la démonſtration.

Si la lumiere ne venoit pas à nous ſucceſſivement, mais qu'elle fût inſtantanée, il eſt évident que la Terre étant en *T* dans ſa plus grande diſtance de Jupiter, on appercevroit l'Eclipſe du Satellite au même inſtant que ſi la Terre étoit en *X*, c'eſt-à-dire, dans ſa plus petite diſtance à Jupiter; puiſque ſelon la ſuppoſition que l'on vient de faire, la lumiere ſe répandroit à des diſtances infinies & au même inſtant dans tous les eſpaces. Mais ſi au contraire la propagation de la lumiere ſe fait ſucceſſivement ou d'une maniere qui nous ſoit ſenſible; il eſt évident qu'un Obſervateur placé en *X* étant plus près de Jupiter (de la diſtance *XT* égale au demi-diametre du grand orbe) qu'un autre placé en *T*, il appercevroit plutôt l'Eclipſe du Satellite, qu'elle ne ſeroit obſervée du point *T*; en ſorte que par le moyen de l'intervalle de tems écoulé & comparé à la diſtance *XT*, on connoîtroit la viteſſe de la lumiere qui convient à cette diſtance, laquelle répond à un tems déterminé, & à proportion le tems qui doit répondre à tout autre eſpace propoſé. Or c'eſt précisément ce que les Obſervations ont fait découvrir, puiſque toutes les fois que la Terre s'approche de Jupiter, les Eclipſes des Satellites arrivent tous les jours un peu plutôt que quand elle s'en éloigne vers *T*. Car on s'apperçoit peu-à-peu d'une différence entre le calcul & les obſervations, qui devient aſſez conſidérable. Les Eclipſes de Satellites ayant donc ainſi paru pluſieurs années de ſuite anticiper chaque jour pendant près de ſix mois & retarder au contraire dans les autres ſaiſons de l'année, M. de *Roëmer* * a été inconteſtablement le premier qui ait démontré que ce Phénomene établiſſoit

*Dans le Journal des Sçavans du 7 Décembre 1676 on lit ce qui ſuit, pag. 235 » La néceſſité de cette nouvelle Equation du retardement de la Lumiere, eſt établie par toutes les Obſervations faites à l'Académie & à l'Obſervatoire depuis » 8 ans, & nouvellement elle a été confirmée par l'Emerſion du premier Satellire » obſervé à Paris le 9 Novembre dernier à $5^h\ 35'\ 45''$ du ſoir, 10 minutes plus » tard qu'on n'eut du l'attendre en la déduiſant de celles qui avoient été obſervées » au Mois d'Août, lorſque la Terre étoit beaucoup plus proche de Jupiter; ce » que M de Roëmer avoit prédit à l'Académie dès le commencement de Sep» tembre.

le mouvement ſucceſſif de la lumiere. Et quoique depuis la découverte de l'Aberration des Etoiles fixes faite il y a environ vingt ans, cette fameuſe queſtion ait été pleinement décidée, il eſt cependant vrai de dire que la plupart des Aſtronomes & des Philoſophes avoient depuis long-tems adopté la démonſtration de M. de Roemer que l'on vient de rapporter. Car il faut ſçavoir que l'on avoit déja établi une premiere inégalité apparente dans les retours des Satellites à l'ombre de Jupiter, laquelle répondoit à l'excentricité de Jupiter, & qui pouvoit produire une équation tantôt additive, & tantôt ſouſtractive, dont la plus grande montoit à $0^h\ 39'\ 08''$, pour le premier Satellite, & pour les trois autres à $1^h\ 18'\ 35''$; $2^h\ 38'\ 27''\frac{1}{2}$; $6^h\ 10'\ 26''\frac{1}{2}$. Cette premiere inégalité dépendoit uniquement de l'excentricité, & devoit répondre à la plus grande équation du centre de Jupiter, laquelle étant de $5^\circ\ 31'\frac{1}{2}$, lorſque cette Planete ſe trouve dans ſes moyennes diſtances, il faut néceſſairement que chaque Satellite parcourre dans ſon orbe un arc de pareille grandeur, lorſqu'il s'agit de réduire les conjonctions moyennes aux véritables. Le calcul de cet élément (& des autres équations pour le I^er Sat. pag. 310) eſt facile, puiſque ces Satellites font leurs révolutions de 360°, dans les intervalles de tems qu'on a rapportés vers la fin du III^e Chapitre. Or après avoir expoſé la néceſſité d'employer cette premiere inégalité à laquelle il faut toujours avoir égard dans le calcul des conjonctions des Satellites, comme auſſi à l'équation du tems Aſtronomique (dont tous les Aſtronomes ſont enfin convenus depuis que Flamſteed l'a démontrée en 1672, de la maniere qu'on le trouvera expliqué au Chapitre XXVI,) on trouve que M. Caſſini aſſure dans un Diſcours publié en l'année 1693, en même tems que la ſeconde édition de ſes Tables, « Qu'après » cette équation il reſte encore d'autres inégalités dans les

Les deux démonſtrations ingénieuſes qu'en ont données MM. de Roemer & Bradlei.

L'excentricité de l'orbite de Jupiter, produit une premiere inégalité ou équation dans chaque retour des Satellites à l'ombre de Jupiter.

» mouvemens desSatellites de Jupiter, qui sont différentes » en chacun d'eux ». Il ajoute encore : » Dans la construc- » tion de mes premieres Tables le mouvement du quatrie- » me Satellite me parut plus égal que celui de tous les » autres, & le premier Satellite me parut approcher de » l'égalité du quatrieme. Je remarquai que dans le second » & le troisieme il y avoit des inégalités plus considéra- » bles; & j'avouai que dans les Ephémérides je m'étois » servi de certaines équations empiriques qui m'étoient » connues par les observations, sans que j'en eusse encore » pu découvrir les causes. M. de Roemer * expliqua très- » ingénieusement une de ces inégalités qu'il avoit obser- » vées pendant quelques années dans le premier Satellite, » par le mouvement successif de la lumiere, qui demande » plus de tems à venir de Jupiter à la Terre, lorsqu'il en » est plus éloigné, que lorsqu'il en est plus près; mais il » n'examina pas si cette hypothese s'accommodoit aux au- » tres Satellites ».

La seconde inégalité, dans les Eclipses ou retours du Ier Satellite à l'ombre de Jupiter, dépend du mouvement successif de la lumiere.

M. Hallei a répondu à ces derniers articles, n'ayant pu s'empêcher de témoigner son étonnement sur ce que M. Cassini nous dit : « Il m'est arrivé souvent qu'ayant éta- » bli les époques des Satellites dans les oppositions avec » le Soleil où les inégalités synodiques doivent cesser, » & les ayant comparées ensemble pour avoir le moyen » mouvement, lorsque je calculois sur ces époques & sur » ce moyen mouvement les Eclipses arrivées près de l'une » & de l'autre quadrature de Jupiter avec le Soleil; le » moyen mouvement calculé aux tems de ces quadratu- » res, s'est trouvé différer d'un degré entier ou un peu » plus, du vrai mouvement trouvé par les observations » immédiates ; de sorte que les Satellites dans les quadra-

Cette seconde inégalité differe de la premiere, en ce qu'elle n'est pas proportionnelle aux tems des révolutions, étant exactement la même pour les trois autres Satellites.

* On ne sçauroit contester à M. de Roemer cette découverte, puisque le passage qu'on lui oppose de l'Histoire Latine de M. Duhamel, est non-seulement sans date * mais encore inintelligible. Il faudroit qu'on y lût conformément à la copie originale *Ex. gr. Emersio Primi* Proxima 16 *Novembris* (*anni* 1676) 10 *circiter minutis tardius* accidet *quàm indicat calculus qui eam vulgari modo deducit ex emersionibus factis statim post oppositionem Jovis*, mense Julio vel Augusto.

* *Voyez le Journal des Sçavans.*

» tures avoient environ un degré d'équation soustractive à » l'égard du moyen mouvement établi dans les oppositions; d'où l'on pourroit inférer que cette équation seroit » doublée dans les conjonctions ».

Il suit de-là, selon M. Hallei, qu'au lieu de 14′, 10″, que M. Cassini a établi pour la seconde équation du premier Satellite dans les conjonctions, on auroit à proportion 28′ 27″ pour le second Satellite, & que pour les deux autres la seconde équation monteroit à 57′ 22″ & 2^h 14′ 07″; au lieu que si la seconde équation dépend du mouvement successif de la lumiere, elle sera la même pour tous les Satellites.

Calcul de la seconde inégalité, proposée par M. Hallei.

Or l'an 1676, l'émersion du troisieme Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Paris le 14 Novembre à 6^h, 5′, 55″, de tems moyen, a été déterminée 43 jours, 0^h, 6′, 18″, après une semblable émersion qui se trouve avoir encore été observée par M. Cassini au commencement d'Octobre. Cet intervalle de tems surpasse six moyennes révolutions du Satellite de 8′ 22″: mais à cause de la Ire équation & de la durée, &c. il en faut ôter 4′ 27″, de maniere qu'à peine reste-t-il 4′ pour la seconde équation, c'est-à-dire, environ $0'\frac{3}{4}$ de moins que selon le calcul du mouvement successif de la lumiere, ce qui peut être attribué facilement aux petites erreurs des observations. Mais au lieu de 4′ on auroit dû trouver, suivant les suppositions de M. Cassini, $18'\frac{2}{3}$, c'est-à-dire, l'intervalle entre les observations beaucoup plus grand d'environ un quart d'heure.

Cela paroît encore plus évident à l'égard du quatrieme Satellite, car selon les observations de Flamsteed faites à Greenvich en 1682 le 24 Septembre, vieux stile, à 17^h 32′, ou 30′ de tems moyen, le Satellite a paru sortir de l'ombre; & après un intervalle de 83^j 17^h 48′, sçavoir, le 17 Décembre on a observé une semblable émersion. Or si l'on suppose, selon M. Hallei, que le

Satellite a dû achever cinq moyennes révolutions en 83 jours $18^h\ 25'\frac{1}{2}$, il n'y auroit donc qu'un excès sur l'observation de $37'\frac{1}{2}$ à distribuer aux différentes inégalités qui ont dû affecter le Satellite. Il en faut d'abord attribuer $21'$ à la premiere équation, ce qui réduit à $18'\frac{1}{2}$ la seconde inégalité (d'autant que la durée de la derniere Eclipse a dû être plus grande, Jupiter approchant de son nœud descendant, & qu'ainsi au lieu de supposer $21'$ pour la premiere équation, on pourroit ne compter seulement que $19'$.) Et comme la Terre a dû approcher pendant ce tems-là de Jupiter d'un peu plus que le Rayon de son orbe, on auroit dû trouver $1^h\ 20'\frac{1}{2}$ d'excès, selon les suppositions de M. Cassini : mais puisqu'on n'a trouvé que $18'\frac{1}{2}$, cette différence, quoiqu'un peu trop grande, ne s'écarte pas beaucoup du calcul fondé sur la théorie de la succession de la lumiere. On remarquera que la plus grande équation possible du premier Satellite de Jupiter, qui convient au diametre de l'orbe terrestre, est selon M. Cassini, qui s'étoit fondé sur un grand nombre d'observations, de $14'\ 10''$; que M. de Roemer l'a faite beaucoup trop grande; & qu'enfin, selon la découverte de M. Bradlei, elle doit être exactement de $16',\ 15''$. Il est donc aisé de voir par le calcul rapporté ci-dessus, que la seconde équation est la même, tant à l'égard du premier que du quatrieme Satellite, & qu'elle dépend en effet du mouvement successif de la lumiere; car l'observation du mois de Décembre ayant été faite seulement une demi-heure avant le lever du Soleil, on peut attribuer, selon M. Hallei, une partie de l'erreur au défaut de l'observation, d'autant que la seconde équation, qui est celle de la lumiere, n'a dû être tout au plus que de $10'$, si l'on considere le chemin que la Terre a parcouru sur son orbe dans l'espace de près de 84 jours.

Il est difficile de s'accoutumer d'abord à comprendre comment en ſi peu de tems la lumiere parcourt un ſi grand eſpace, ſa viteſſe étant ſi prodigieuſe qu'elle ſurpaſſe preſqu'infiniment la viteſſe des corps que nous voyons ſe mouvoir avec le plus de rapidité. Sans donc nous arrêter à une comparaiſon trop vague que Keill a alléguée ſur la viteſſe de la lumiere, on peut calculer (*Planche II. Fig. 3.*) quel eſt l'eſpace *a b* que parcourt la Terre ſur ſon orbe pendant que la lumiere traverſe l'intervalle *c b* égal au rayon de l'orbe annuel; ce qui eſt facile, puiſque l'angle *b c a* eſt donné par l'obſervation de la plus grande aberration poſſible des Etoiles, ſçavoir, de 20″. On fera donc, comme le rayon, eſt à la tangente de 20″, ainſi *cb*, eſt à un quatrieme terme qui ſera la valeur de la petite tangente *ab* de l'orbe terreſtre, laquelle ſe trouve excéder un peu la dix-millieme partie de la moyenne diſtance de la Terre au Soleil *A B* ou *A b*, puiſqu'elle en eſt la $\frac{1}{10313}$ partie. C'eſt pourquoi la Terre parcourant 360° en 365 jours $\frac{1}{4}$, & à proportion un arc de 57°, 29575 (égal au rayon de l'orbe annuel) dans l'eſpace de 58 jours, 131 ou de 83709′, il s'enſuit que la $\frac{1}{10313}$ partie de ce dernier nombre, ſçavoir, 8′, 12 ou 8′ 7″ $\frac{1}{2}$, ſera la viteſſe que la lumiere des Etoiles doit employer à traverſer le demi-diametre de l'orbe annuel.

Calcul de la viteſſe de la lumiere & du tems qu'elle emploie à traverſer le demi diametre de l'orbe annuel, ſelon la Théorie de l'aberration.

Quant aux Satellites de Saturne, M. Huygens qui découvrit d'abord celui qu'on nomme actuellement le quatrieme, en avoit ébauché la Théorie, & donné des Tables en 1659, dont les époques ont été corrigées dans la ſuite, & les moyens mouvemens un peu mieux déterminés. C'eſt ce même Satellite qui fit enfin connoître à M. Huygens la figure ou le vrai ſyſteme de l'anneau, & cela bien peu de tems après en avoir fait la découverte. M. Hallei en reſtitua auſſi le moyen mouvement par quelques obſervations des années 1682 & 1683; mais il s'eſt apperçu dans la ſuite qu'il le falloit ſuppoſer moins rapide d'environ

6′ par an, que dans les Tables qu'il en avoit d'abord publiées, & qui étoient déja un peu plus correctes que celles qu'on trouve dans le *Systema Saturnium*.

La Théorie générale des Satellites.

La méthode dont s'est servi M. Huygens pour déterminer le tems de la révolution périodique du Satellite de Saturne, & qu'il a démontrée dans son Livre, a dû s'appliquer de la même maniere aux autres Satellites : c'est pourquoi nous croyons devoir la rapporter ici.

On suppose que les Satellites décrivent autour de la Planete principale des cercles ou des orbites qui ne sont pas sensiblement excentriques. PLANCHE VI. *Fig.* A.

Soit *AFB* l'orbite de Saturne, *S* le Soleil, *a* le lieu de la Terre au moment que le Satellite a paru dans son Périgée ou dans sa conjonction inférieure *P*; sçavoir, le 23 Mars 1656; *b* le lieu de la Terre lorsqu'après 68 révolutions ce Satellite a paru encore dans sa conjonction inférieure en *p* le 14 Mars 1659. Comme d'une conjonction inférieure à la suivante, M. Huygens avoit remarqué qu'il s'écouloit environ 16 jours, voici de quelle maniere il est parvenu à établir avec exactitude la révolution périodique de cette Planete. Ayant mené *AE* parallele à *Ba*, il est évident que si le Satellite, au lieu de paroître en *p*, eût été vu en *E*; il s'ensuivroit que dans l'espace de 1086 jours il auroit paru vu du centre de Saturne parcourir 68 fois son orbite relativement aux Etoiles fixes, puisqu'en effet les lignes paralleles *Ba*, *AE*, doivent nécessairement répondre au même point du Ciel. Mais comme le Satellite a décrit de plus l'arc *Ep*, qui contient autant de degrés que Saturne vu du Soleil (ou ce qui revient presque au même, vu de la Terre) en a parcouru sur son orbite dans l'espace d'environ trois années, ou de 1086 jours, & qu'ainsi l'angle *pAE* est sensiblement égal à celui que forment les lignes *aB*, *bA*, il est facile en consultant les Ephémérides de trouver la valeur de l'arc *Ep*, qui étant, selon M. Huygens, de 40° 48′, on fera, si en 1068 jours le Satellite a achevé 68 révolutions, & de plus 40° 48′, c'est-à-dire, 24520° 48′, combien doit-il parcourir en un jour? On trouvera 22° 34′ 44″, pour le mouvement diurne de Saturne à l'égard des Etoiles fixes. Si l'on fait encore, comme 24520° 48′, sont à 1086 jours, ainsi 360°, à un quatrieme terme; on aura la révolution périodique du Satellite de 15^{j} 22^{h} 39′. Enfin le moyen mouvement diurne de Saturne étant de 2′, M. Huygens établit le moyen mouvement diurne du Satellite vu du Soleil de 22° 32′ 44″, & sa révolution synodique de 15^{j}, 23^{h}, 13′.

Dans le calcul on a négligé de réduire les lieux vus du Satellite aux longitudes qui doivent être comptées selon le plan de l'anneau, & non pas relativement au plan de l'Ecliptique ou de l'orbite de Saturne. Or pour que la méthode prise dans le cas le plus simple, tel qu'on vient de le proposer ci-dessus, fût absolument exacte, il auroit fallu choisir deux situations de Saturne en opposition au Soleil, où le Satellite paroissant, soit dans son Apogée, soit dans son Périgée, se fût trouvé en même tems à mêmes distances des nœuds de l'anneau, comme aussi autant qu'il est possible vers les limites de l'orbite de Saturne. Car le plan de l'anneau de Saturne, qui ne paroît pas différer bien sensiblement du plan de l'orbite du Satellite, est incliné de 23°$\frac{1}{2}$ au plan de l'Ecliptique, son nœud ascendant & descendant étant en 1655, selon M. Huygens, au 20°$\frac{1}{2}$ de la Vierge & des Poissons. Or de même que l'ascension droite observée du Soleil differe quelquefois beaucoup de sa longitude, & qu'on se tromperoit si l'on vouloit substituer l'un pour l'autre, ou sans faire aucune réduction, de même le lieu apparent du Satellite observé doit différer sensiblement de sa longitude réduite au plan de l'anneau. Ainsi il a fallu y avoir égard toutes les fois que l'on a comparé deux conjonctions Apogées ou Périgées qui ne répondoient pas précisément aux mêmes distances de ces nœuds; & c'est ce qui a été pratiqué d'abord par M. Hallei, & ensuite par M. Pound, dont nous donnons ici les Tables réduites & corrigées.

Le lieu du nœud de l'Anneau, est le même que celui de l'orbite du quatrieme Satellite de Saturne.

TABLES

DES MOYENS MOUVEMENS

DU IV. SATELLITE

DE

SATURNE,

Découvert par M. HUYGENS *en* 1655.

Années Gregor.	Epoques. S. D. M.	Années.	Moyens mouvem. S. D. M.	Jours.	Moyens mouvem. S. D. M.	Moyens mouv. H. / M.	D. M. / M. S.	Minutes	Moyens mouvem. M. S.
1641	1 16 53	1	10 20 35	1	0 22 35	1	0 56	31	29 10
1661	3 27 28	2	9 11 10	2	1 15 09	2	1 53	32	30 06
1681	5 12 03	3	8 01 45	3	2 07 44	3	2 49	33	31 03
1701	6 04 03	4	7 14 55	4	3 00 18	4	3 46	34	31 59
1721	7 18 38	5	6 05 30	5	3 22 53	5	4 42	35	32 55
1741	9 03 13	6	4 26 05	6	4 15 28	6	5 39	36	33 52
1746	3 08 43	7	3 16 40	7	5 08 02	7	6 35	37	34 48
1747	1 29 18	8	2 29 50	8	6 00 37	8	7 31	38	35 45
1748 B	0 19 53	9	1 20 25	9	6 23 12	9	8 28	39	36 41
1749	0 03 03	10	0 11 00	10	7 15 46	10	9 24	40	37 38
1750	10 23 38	11	11 01 35	11	8 08 21	11	10 21	41	38 34
1751	9 14 13	12	10 14 45	12	9 00 55	12	11 17	42	39 31
1752 B	8 04 48	13	9 05 20	13	9 23 30	13	12 14	43	40 27
Mois.	S. D. M.	14	7 25 55	14	10 16 05	14	13 10	44	41 24
		15	6 16 30	15	11 08 39	15	14 07	45	42 20
Janvier.	0 00 00	16	5 29 40	16	0 01 14	16	15 03	46	43 17
Fevrier.	11 09 54	17	4 20 15	17	0 23 48	17	16 00	47	44 13
Mars.	8 12 02	18	3 10 50	18	1 16 23	18	16 56	48	45 10
Avril.	7 21 55	19	2 01 25	19	2 08 58	19	17 52	49	46 06
Mai.	6 09 14	20	1 14 35	20	3 01 32	20	18 49	50	47 03
Juin.	5 19 07	40	2 29 10	21	3 24 07	21	19 45	51	47 59
Juillet.	4 06 26	60	4 13 45	22	4 16 42	22	20 42	52	48 56
Août.	3 16 18	80	5 28 20	23	5 09 16	23	21 38	53	49 52
Septemb.	2 26 12	100	7 12 55	24	6 01 51	24	22 35	54	50 49
Octobre.	1 13 30	120	8 27 30	25	6 24 25	25	23 31	55	51 45
Novemb.	0 23 24	140	10 12 5	26	7 17 00	26	24 27	56	52 42
Decemb.	11 10 42	160	11 26 40	27	8 09 35	27	25 24	57	53 38
				28	9 02 09	28	26 20	58	54 35
				29	9 24 44	29	27 17	59	55 31
				30	10 17 18	30	28 13	60	56 27

Dans l'année Bissextile, après le mois de Fevrier, il faudra ajouter un jour.

Le mouvement de ce quatrieme Satellite se faisant dans le plan de l'Anneau, lequel est à très-peu près parallele au plan de l'Equateur terrestre, c'est-à-dire, incliné de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ au plan de l'Ecliptique, on pourra calculer par le moyen de ces Tables, les conjonctions & autres configurations du Satellite, si l'on suppose que les nœuds tant de l'anneau que de l'orbite du Satellite, se trouvoient en 1700 au 20° de la Vierge & des Poissons.

EPOQUES

EPOQUES

DES CONJONCTIONS MOYENNES

DU PREMIER SATELLITE

DE

JUPITER

AU MERIDIEN DE PARIS.

Années	Conjonctions. J. H. M. S.	Nomb. A.	Nomb. B.	Années	Conjonctions. J. H. M. S.	Nomb. A.	Nomb. B.
1719	1 15 29 17	870	369	1749	0 20 27 38	398	839
1720	1 05 40 44	954	283	1750	0 10 39 05	483	752
1721	1 14 20 48	038	202	1751	0 00 50 33	567	666
1722	1 04 32 15	122	116	1752	1 09 30 37	651	585
1723	0 18 43 41	206	030	1753	1 18 10 41	736	504
1724	0 08 55 10	290	939	1754	1 08 22 09	820	418
1725	0 17 35 14	375	862	1755	0 22 33 36	904	331
1726	0 07 46 41	459	776	1756	0 12 45 03	989	245
1727	1 16 26 45	544	695	1757	0 21 25 08	073	164
1728	1 06 38 12	628	609	1758	0 11 38 33	157	078
1729	1 15 18 16	713	527	1759	0 01 48 01	241	992
1730	1 05 29 43	897	441	1760	1 10 28 05	326	911
1731	0 19 41 10	881	355	1761	0 00 39 33	409	824
1732	0 09 52 38	965	269	1762	1 09 19 36	494	743
1733	0 18 32 42	050	188	1763	0 23 31 04	578	657
1734	0 08 44 10	134	102	1764	0 13 42 32	662	571
1735	1 17 24 13	218	020	1765	0 22 22 35	747	490
1736	1 07 35 41	303	934	1766	0 12 34 03	830	404
1737	1 16 15 44	387	853	1767	0 02 45 30	915	318
1738	1 06 27 12	471	767	1768	1 11 25 33	000	236
1739	0 20 38 40	555	681	1769	0 01 37 01	083	150
1740	0 10 50 08	640	595	1770	1 10 17 04	168	069
1741	0 19 30 11	724	514	1771	1 00 28 32	252	983
1742	0 09 41 39	808	427	1772	0 14 40 00	337	897
1743	1 18 21 41	893	346	1773	0 23 20 04	421	815
1744	1 08 33 09	970	260	1774	0 13 31 31	505	729
1745	1 17 13 12	061	178	1775	0 03 42 59	591	643
1746	1 07 24 40	145	092	1776	1 12 23 02	674	562
1747	1 21 36 07	229	006	1777	0 02 34 29	758	475
1748	0 11 47 35	314	920	1778	1 11 14 32	842	394
1749	0 20 27 38	398	839	1779	1 01 26 00	927	308

L'Epoque véritable pour 1700, qu'on trouve en ajoutant l'Equation $0^h\,39'\,08''$ à $1^j\,00^h\,31'\frac{1}{3}$ ſeroit, ſelon les Elémens établis par M. Pound, de $0^h\,06'$ moins avancée que ſelon les Tables de M. Caſſini publiées en 1693. En 1719 on trouve $0^h\,09'$ ou $0^h\,48'\frac{1}{3}$ de différence entre les Epoques des anciennes & des nouvelles Tables.

EPOQUES

DES CONJONCTIONS MOYENNES

DU PREMIER SATELLITE

DE

JUPITER

AU MERIDIEN DE LONDRES.

Années Jul.	Conjonctions. J. H. M. S.	Nomb. A.	Nomb. B.	Années Jul.	Conjonctions. J. H. M. S.	Nomb. A.	Nomb. B.
1719	1 6 11 13	872	396	1749	0 11 9 34	400	866
1720	0 20 22 40	956	310	1750	0 1 21 1	485	780
1721	1 5 2 44	40	229	1751	1 10 1 5	569	698
1722	0 19 14 11	125	143	1752	1 0 12 33	653	612
1723	0 9 25 38	209	57	1753	1 8 52 37	738	531
1724	1 18 5 42	293	971	1754	0 23 4 4	822	445
1725	0 8 17 10	377	889	1755	0 13 15 32	906	359
1726	1 16 57 13	462	808	1756	0 3 27 0	990	273
1727	1 7 8 41	546	722	1757	0 12 7 3	75	191
1728	0 21 20 8	630	636	1758	0 2 18 30	159	110
1729	1 6 0 12	715	554	1759	1 10 58 34	243	24
1730	0 20 11 39	799	468	1760	1 1 10 01	328	938
1731	0 10 23 7	883	382	1761	1 9 50 05	412	856
1732	0 0 34 34	967	296	1762	1 0 1 32	496	770
1733	0 9 14 38	52	215	1763	0 14 13 00	580	684
1734	1 17 54 41	136	133	1764	0 4 24 27	665	598
1735	1 8 6 9	220	47	1765	0 13 4 31	749	517
1736	0 22 17 36	305	961	1766	0 3 15 58	833	431
1737	1 6 57 40	389	880	1767	1 11 56 2	918	349
1738	0 21 9 7	473	794	1768	1 2 7 29	2	263
1739	0 11 20 35	557	708	1769	1 10 47 33	86	182
1740	0 1 32 2	642	622	1770	1 0 59 0	171	96
1741	0 10 12 6	726	540	1771	0 15 10 28	255	10
1742	0 0 23 33	810	454	1772	0 5 21 56	339	924
1743	1 9 3 37	895	373	1773	0 14 2 0	423	842
1744	0 23 15 4	979	287	1774	0 4 13 27	508	761
1745	1 7 55 8	63	205	1775	1 12 53 31	592	675
1746	0 22 6 35	148	119	1776	1 3 4 58	676	589
1747	0 12 18 3	232	33	1777	1 11 45 1	761	507
1748	0 2 29 30	316	947	1778	1 1 56 28	845	421
1749	0 11 9 34	400	866	1779	0 16 7 56	929	335

Dans les Tranſ. Phil. de l'année 1714. M. Hallei avoit déja averti que le moyen mouvement du I^er Satellite devoit être un peu plus grand que ſelon les anciennes Tables, & que cela pouvoit aller à 2' ſur une révolution périodique de Jupiter. On a donc ici un peu plus de 8″ dont les révolutions du Satellite ſeroient plus courtes chaque année qu'on ne les ſuppoſoit autrefois.

TABLES

DES

REVOLUTIONS

DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER

Pour les Jours de l'Année.

Janvier.					
J.	*H.*	*M.*	*S.*	*N.A.*	*N.B.*
1	18	28	36	0	5
3	12	57	12	1	9
5	07	25	48	1	14
7	01	54	24	2	18
8	20	23	00	2	23
10	14	51	36	2	27
12	09	20	12	3	32
14	03	48	48	3	37
15	22	17	24	4	41
17	16	46	00	4	46
19	11	14	36	4	51
21	05	43	12	5	55
23	00	11	47	5	60
24	18	40	23	6	64
26	13	08	59	6	69
28	07	37	35	7	73
30	02	06	11	7	78
31	20	34	47	7	82

Fevrier.					
0	20	34	47	7	82
2	15	03	23	8	87
4	09	31	59	8	92
6	04	00	35	9	96
7	22	29	11	9	101
9	16	57	47	9	105
11	11	26	23	10	110
13	05	54	59	10	114
15	00	23	35	11	118
16	18	52	11	11	123
18	13	20	47	11	128
20	07	49	23	12	132
22	02	17	59	12	137
23	20	46	35	13	141
25	15	15	11	13	146
27	09	43	47	13	150

Mars.					
J.	*H.*	*M.*	*S.*	*N.A.*	*N.B.*
1	04	12	23	14	155
2	22	40	59	14	159
4	17	09	35	15	164
6	11	38	10	15	168
8	06	06	46	16	173
10	00	35	22	16	177
11	19	03	58	16	182
13	13	32	34	17	186
15	08	01	10	17	190
17	02	29	46	18	195
18	20	58	22	18	199
20	15	26	58	18	204
22	09	55	34	19	208
24	04	24	10	19	213
25	22	52	46	20	217
27	17	21	22	20	221
29	11	49	58	20	225
31	06	18	34	21	230

Avril.					
0	06	08	34	21	230
2	00	47	10	21	235
3	19	15	46	22	239
5	13	44	22	22	244
7	08	12	58	22	248
9	02	41	34	23	252
10	21	10	10	23	257
12	15	38	46	24	261
14	10	07	22	24	265
16	04	35	58	25	270
17	23	04	33	25	274
19	17	33	09	25	279
21	12	01	45	26	283
23	06	30	21	26	287
25	00	58	57	27	292
26	19	27	33	27	296
28	13	56	09	27	300
30	08	24	45	28	304

TABLES
DES
REVOLUTIONS
DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER
Pour les Jours de l'Année.

Mai. J.	H.	M.	S.	N.A.	N.B.	*Juillet.* J.	H.	M.	S.	N.A.	N.B.
0	08	24	45	28	304	1	07	05	44	42	455
2	02	53	21	28	309	3	01	34	20	42	459
3	21	21	57	29	313	4	20	02	56	43	463
5	15	50	33	29	317	6	14	31	32	43	468
7	10	19	09	19	322	8	09	00	08	44	472
9	04	47	45	30	326	10	03	28	44	44	476
10	23	16	21	30	330	11	21	57	20	45	480
12	17	44	57	31	335	13	16	25	55	45	485
14	12	13	33	31	339	15	10	54	31	45	489
16	06	42	09	31	343	17	05	23	07	46	493
18	01	10	45	32	348	18	23	51	43	46	498
19	19	39	21	32	352	20	18	20	19	47	502
21	14	07	57	33	356	22	11	48	55	47	506
23	08	36	33	33	361	24	07	17	31	47	510
15	03	05	09	33	365	26	01	46	07	48	515
26	21	33	45	34	369	27	20	14	43	48	519
28	16	02	21	34	373	29	14	43	19	49	523
30	10	30	57	35	378	31	09	11	55	49	528
Juin.						*Aoust.*					
0	10	30	57	35	378	0	09	11	55	49	528
1	04	59	32	35	382	2	03	40	31	49	532
2	23	28	08	36	386	3	22	09	07	50	536
4	17	56	44	36	391	5	16	37	43	50	541
6	12	25	20	36	395	7	11	06	19	51	545
8	06	53	50	37	399	9	05	34	55	51	549
10	01	22	32	37	403	11	00	03	31	51	554
11	19	51	08	38	408	12	18	32	07	52	558
13	14	19	44	38	412	14	13	00	43	52	562
15	08	48	20	38	416	16	07	29	19	53	567
17	03	16	56	39	420	18	01	57	55	53	571
18	21	45	32	39	425	19	20	26	31	54	575
20	16	14	08	40	429	21	14	55	07	54	580
22	10	42	44	40	433	23	09	23	43	54	584
24	05	11	20	40	438	25	03	52	18	55	588
25	23	39	56	41	442	26	22	20	54	55	593
27	18	08	32	41	446	28	16	49	30	56	597
29	12	37	08	42	450	30	11	18	06	56	602

TABLES
DES
REVOLUTIONS
DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER
Pour les Jours de l'Année.

SEPTEMBRE.

J.	*H.*	*M.*	*S.*	*N.A.*	*N.B.*
1	05	46	42	56	606
3	00	15	18	57	610
4	18	43	54	57	615
6	13	12	30	58	619
8	07	41	06	58	624
10	02	09	42	58	628
11	20	38	18	59	632
13	15	06	54	59	637
15	09	35	30	60	641
17	04	04	06	60	646
18	22	32	42	60	650
20	17	01	18	61	655
22	11	29	54	61	659
24	05	58	30	62	663
26	00	27	06	62	668
27	18	55	42	62	672
29	13	24	18	63	677

OCTOBRE.

J.	*H.*	*M.*	*S.*	*N.A.*	*N.B.*
1	07	52	54	63	681
3	02	21	30	64	686
4	20	50	06	64	690
6	15	18	41	65	695
8	09	47	17	65	699
10	04	15	53	65	704
11	22	44	29	66	708
13	17	13	05	66	713
15	11	41	41	67	717
17	06	10	17	67	721
19	00	38	53	67	726
20	19	07	29	68	730
22	13	36	05	68	735
24	08	04	41	69	739
26	02	33	17	69	744
27	21	01	53	69	749
29	15	30	29	70	753
31	09	59	05	70	758

NOVEMBRE.

J.	*H.*	*M.*	*S.*	*N.A.*	*N.B.*
0	09	59	05	70	758
2	04	27	41	71	762
3	22	56	17	71	767
5	17	24	53	71	772
7	11	53	29	72	776
9	06	22	05	72	781
11	00	50	41	73	785
12	19	19	17	73	790
14	13	47	53	74	794
16	08	16	29	74	799
18	02	45	05	74	804
19	21	13	40	75	808
21	15	42	16	75	813
23	10	10	52	76	817
25	04	39	28	76	822
26	23	08	04	76	827
28	17	36	40	77	831
30	12	05	16	77	836

DECEMBRE.

J.	*H.*	*M.*	*S.*	*N.A.*	*N.B.*
0	12	05	16	77	836
2	06	33	52	78	840
4	01	02	28	78	845
5	19	31	04	78	849
7	13	59	40	79	854
9	08	28	16	79	859
11	02	56	52	80	863
13	21	25	28	80	868
14	15	54	04	80	873
16	10	22	40	81	877
18	04	51	16	81	882
19	23	19	52	82	886
21	17	48	28	82	891
23	12	17	04	82	897
25	06	45	40	83	900
27	01	14	16	83	905
28	19	42	52	84	909
30	14	11	28	84	914

TABLE
DE LA PREMIERE EQUATION
DES CONJONCTIONS
DU PREMIER SATELLITE
DE
JUPITER.

No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.	No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.	No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.	No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.
0	39	08	15	128	12	07	26	256	0	01	31	384	11	52	26
4	38	12	16	132	11	27	26	260	0	00	31	388	12	37	26
8	37	16	16	136	10	47	26	264	0	01	31	392	13	23	25
12	36	21	16	140	10	09	27	268	0	03	31	396	14	11	25
16	35	26	17	144	9	31	27	272	0	07	31	400	14	59	25
20	34	30	17	148	8	45	27	276	0	12	31	404	15	48	24
24	33	35	17	152	8	19	27	280	0	19	31	408	16	38	24
28	32	40	18	156	7	44	28	284	0	28	30	412	17	30	24
32	31	45	18	160	7	10	28	288	0	38	30	416	18	22	23
36	30	50	19	164	6	38	28	292	0	50	30	420	19	15	23
40	29	56	19	168	6	07	28	296	1	03	30	414	20	09	23
44	29	03	19	172	5	37	28	300	1	17	30	428	21	04	22
48	28	10	20	176	5	08	29	304	1	33	30	432	22	59	22
52	27	16	20	180	4	41	29	308	1	50	30	436	22	55	22
56	26	23	20	184	4	15	29	312	2	08	30	440	23	53	21
60	25	30	21	188	3	49	29	316	2	28	30	444	24	51	21
64	24	38	21	192	3	24	29	320	2	51	30	448	25	49	21
68	23	47	21	196	3	01	29	324	3	15	29	452	26	48	20
72	22	56	22	200	2	40	30	328	3	40	29	456	27	48	20
76	22	05	22	204	2	20	30	332	4	06	29	460	28	48	19
80	21	15	22	208	2	01	30	336	4	34	29	464	29	49	19
84	20	26	23	212	1	42	30	340	5	03	29	468	30	50	19
88	19	37	23	216	1	25	30	344	5	34	29	472	31	51	18
92	18	48	23	220	1	10	30	348	6	05	28	476	32	53	18
96	18	00	24	224	0	58	30	352	6	38	28	480	33	55	17
100	17	14	24	228	0	47	30	356	7	13	28	484	34	57	17
104	16	28	24	232	0	36	30	360	7	50	28	488	35	59	17
108	15	42	24	236	0	26	30	364	8	27	27	492	37	01	16
112	14	57	25	240	0	18	30	368	9	06	27	496	38	05	16
116	14	13	25	244	0	12	31	372	9	46	27	500	39	08	15
120	13	30	25	248	0	07	31	376	10	27	27	504	40	11	15
124	12	48	26	252	0	04	31	380	11	09	26	508	41	15	14
128	12	07	26	256	0	01	31	384	11	52	26	512	42	17	14

TABLE

DE LA PREMIERE EQUATION

DES CONJONCTIONS

DU PREMIER SATELLITE

DE

JUPITER.

No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.	No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.	No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.	No. A.	Equations M.	Equations S.	Eq. du No. B.
512	42	17	14	640	70	26	3	768	77	40	0	896	61	48	6
516	43	19	14	644	71	03	3	772	77	29	0	900	61	02	7
520	44	21	13	648	71	38	3	776	77	18	0	904	60	15	7
524	45	23	13	652	72	11	2	780	77	06	0	908	59	28	7
528	46	25	13	656	72	42	2	784	76	51	1	912	58	39	8
532	47	26	12	660	73	13	2	788	76	34	1	916	57	50	8
536	48	27	12	664	73	42	2	792	76	15	1	920	57	01	8
540	49	28	11	668	74	10	2	796	75	56	1	924	56	11	9
544	50	28	11	672	74	36	1	800	75	36	1	928	55	20	9
548	51	28	11	676	75	01	1	804	75	15	1	932	54	29	9
552	52	27	10	680	75	25	1	808	74	52	1	936	53	38	10
556	53	25	10	684	75	48	1	812	74	27	1	940	52	46	10
560	54	23	9	688	76	08	1	816	74	01	2	944	51	53	10
564	55	21	9	692	76	26	1	820	73	35	2	948	51	00	11
568	56	17	9	696	76	43	0	824	73	08	2	952	50	06	11
572	57	12	8	700	76	59	0	828	72	39	2	956	49	13	11
576	58	07	8	704	77	13	0	832	72	09	2	960	48	20	12
580	59	01	8	708	77	26	0	836	71	38	3	964	47	26	12
584	59	54	7	712	77	38	0	840	71	06	3	968	46	31	12
588	60	46	7	716	77	48	0	844	70	32	3	972	45	36	13
592	61	38	6	720	77	57	0	848	69	57	3	976	44	41	13
596	62	28	6	724	78	04	0	852	69	21	3	980	43	46	13
600	63	17	6	728	78	09	0	856	68	45	4	984	42	50	14
604	64	05	5	732	78	13	0	860	68	07	4	988	41	55	14
608	64	53	5	736	78	15	0	864	67	29	4	992	41	00	14
612	65	39	5	740	78	16	0	868	66	49	4	996	40	04	15
616	66	24	5	744	78	15	0	872	66	09	5	1000	39	08	15
620	67	07	4	748	78	12	0	876	65	28	5	1004	38	12	16
624	67	49	4	752	78	09	0	880	64	46	5	1008	37	16	16
628	68	30	4	756	78	04	0	884	64	03	5	1012	36	21	16
632	69	10	4	760	77	58	0	888	63	19	6	1016	35	26	17
636	69	49	3	764	77	50	0	892	62	34	6	1020	34	30	17
640	70	26	3	768	77	40	0	896	61	48	6	1024	33	[illegible]	17

TABLE
DE LA SECONDE EQUATION
DES
CONJONCTIONS
DU PREMIER SATELLITE
DE JUPITER.

Equations de la Lumiere additives.

Nombre B. corrigé.	0. Equations. M. S.	100 Equations. M. S.	200 Equations. M. S.	300 Equations. M. S.	400 Equations. M. S.	500 Equations. M. S.	600 Equations. M. S.	700 Equations. M. S.	800 Equations. M. S.	900 Equations. M. S.
0	16 15	14 56	11 18	6 21	1 52	0 00	1 52	6 21	11 18	14 56
4	16 15	14 49	11 07	6 09	1 44	0 00	2 01	6 34	11 28	15 02
8	16 15	14 43	10 56	5 58	1 36	0 01	2 11	6 46	11 39	15 08
12	16 14	14 36	10 46	5 46	1 28	0 02	2 21	6 58	11 49	15 13
16	16 13	14 29	10 34	5 34	1 20	0 03	2 31	7 10	12 00	15 19
20	16 12	14 22	10 22	5 22	1 13	0 05	2 41	7 22	12 10	15 24
24	16 10	14 15	10 10	5 11	1 06	0 07	2 51	7 34	12 20	15 29
28	16 09	14 07	9 59	4 59	1 00	0 10	3 01	7 47	12 30	15 34
32	16 07	13 59	9 47	4 48	0 54	0 12	3 11	7 59	12 40	15 38
36	16 05	13 51	9 36	4 37	0 48	0 15	3 21	8 11	12 49	15 43
40	16 02	13 43	9 24	4 26	0 42	0 19	3 32	8 23	12 59	15 46
44	15 59	13 35	9 12	4 15	0 37	0 23	3 42	8 36	13 08	15 50
48	15 55	13 26	9 00	4 04	0 32	0 27	3 53	8 48	13 17	15 53
52	15 53	13 17	8 48	3 53	0 27	0 32	4 04	9 00	13 26	15 55
56	15 50	13 08	8 36	3 42	0 23	0 37	4 15	9 12	13 35	15 59
60	15 46	12 59	8 23	3 32	0 19	0 42	4 26	9 24	13 43	16 02
64	15 43	12 49	8 11	3 21	0 15	0 48	4 37	9 36	13 51	16 05
68	15 38	12 40	7 59	3 11	0 12	0 54	4 48	9 47	13 59	16 07
72	15 34	12 30	7 47	3 01	0 10	1 00	4 59	9 59	14 07	16 09
76	15 29	12 20	7 34	2 51	0 07	1 06	5 11	10 10	14 15	16 10
80	15 24	12 10	7 22	2 41	0 05	1 13	5 22	10 22	14 22	16 12
84	15 19	12 00	7 10	2 31	0 03	1 20	5 34	10 34	14 29	16 13
88	15 13	11 49	6 58	2 21	0 02	1 28	5 46	10 46	14 36	16 14
92	15 08	11 39	6 46	2 11	0 01	1 36	5 58	10 56	14 43	16 15
96	15 02	11 28	6 34	2 01	0 00	1 44	6 09	11 07	14 49	16 15
100	14 56	11 18	6 21	1 52	0 00	1 52	6 21	11 18	14 56	16 15

TABLE
de la troisiéme
EQUATION
DES
CONJONCTIONS
du I. Satellite
DE
JUPITER.

Nombre A.	Equations. M. S.	Nombre A.
0	4 05	1000
20	4 04	980
40	4 01	960
60	3 57	940
80	3 51	920
100	3 44	900
120	3 35	880
140	3 24	860
160	3 12	840
180	2 59	820
200	2 46	800
220	2 32	780
240	2 18	760
260	2 01	740
280	1 45	720
300	1 30	700
320	1 15	680
340	1 01	660
360	0 48	640
380	0 36	620
400	0 25	600
420	0 17	580
440	0 10	560
460	0 04	540
480	0 01	520
500	0 00	500

TABLE
DE LA DEMI-DURE'E
DES ECLIPSES
DU PREMIER SATELLITE
DE JUPITER.

Nombre A.	Demi-durée des Eclipses. H.M.S.	Nombre A.	Demi-durée des Eclipses. H. M. S.	Nombre A.	Demi-durée des Eclipses. H. M. S.	Nombre A.	Demi-durée des Eclipses. H. M. S.
0	1 5 09	250	1 7 00	500	1 5 09	750	1 7 46
10	1 4 56	260	1 7 15	510	1 4 53	760	1 7 57
20	1 4 44	270	1 7 31	520	1 4 39	770	1 8 07
30	1 4 33	280	1 7 45	530	1 4 26	780	1 8 15
40	1 4 23	290	1 7 57	540	1 4 15	790	1 8 22
50	1 4 13	300	1 8 07	550	1 4 07	800	1 8 26
60	1 4 07	310	1 8 15	560	1 4 03	810	1 8 28
70	1 4 04	320	1 8 22	570	1 4 01	820	1 8 30
80	1 4 02	330	1 8 27	580	1 4 00	830	1 8 28
90	1 4 00	340	1 8 28	590	1 4 03	840	1 8 26
100	1 4 02	350	1 8 29	600	1 4 07	850	1 8 22
110	1 4 03	360	1 8 27	610	1 4 13	860	1 8 16
120	1 4 06	370	1 8 24	620	1 4 23	870	1 8 08
130	1 4 12	380	1 8 17	630	1 4 35	880	1 8 00
140	1 4 21	390	1 8 09	640	1 4 49	890	1 7 50
150	1 4 31	400	1 7 58	650	1 5 04	900	1 7 37
160	1 4 42	410	1 7 46	660	1 5 19	910	1 7 22
170	1 4 55	420	1 7 31	670	1 5 36	920	1 7 08
180	1 5 09	430	1 7 14	680	1 5 54	930	1 6 55
190	1 5 23	440	1 6 58	690	1 6 10	940	1 6 40
200	1 5 39	450	1 6 40	700	1 6 28	950	1 6 23
210	1 5 55	460	1 6 20	710	1 6 46	960	1 6 08
220	1 6 11	470	1 6 02	720	1 7 02	970	1 5 54
230	1 6 26	480	1 5 45	730	1 7 17	980	1 5 37
240	1 6 43	490	1 5 26	740	1 7 33	990	1 5 22
250	1 7 00	500	1 5 09	750	1 7 46	1000	1 5 09

La Table de la 3[e] Equation que l'on donne ici, eſt une correction du mouvement ſucceſſif de la lumiere, qui dépend de la diſtance de Jupiter au Soleil, depuis le Périhélie juſqu'à ſon Aphélie. Quant à la demi-durée des Eclipſes, il eſt évident qu'elle doit augmenter â meſure que le Satellite traverſera un plus grand eſpace dans l'ombre de Jupiter ; ce qui ſuppoſe qu'on ait eu égard dans le calcul, aux variations du cône d'ombre, ſelon que Jupiter s'approche ou s'éloigne du Soleil, comme auſſi au Lieu du nœud & à l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter. Cette inclinaiſon a été limitée à 3°, étant à peu près double de celle de l'orbite de Jupiter ſur le plan de l'Ecliptique. Quand Jupiter ſe trouve vers le milieu du ſigne du Verſeau ou du Lion, c'eſt-à-dire, au nœud aſcendant ou deſcendant de l'orbite du Satellite, la demi-durée de l'Eclipſe eſt la plus longue, parce que le Satellite traverſe pour lors le demi-diametre du cône d'ombre : trois ſignes avant ou après, la demi-durée eſt la plus courte.

Le nombre *A* exprime en milliemes du cercle l'anom. moy. de ♃ : le nombre *B* la diſtance moy. de ♃, au vrai lieu du Soleil, & *B* corrigé le vrai angle de *Commutation.*

Les configurations du quatrieme Satellite de Saturne se peuvent facilement observer avec des Lunettes de 15 à 25 pieds, comme aussi avec les Lunettes catadioptriques d'environ 15 pouces, qui sont assez communes aujourd'hui. Ce Satellite est rarement éclipsé par Saturne, & par conséquent on n'en a gueres fait encore d'observation qui puisse servir à déterminer les longitudes sur Terre. Celle du 25. Mars 1715. faite à Paris & à l'Observatoire Royal, lorsque le Satellite s'est caché à la partie occidentale du disque de Saturne vers les 11 heures du soir, a servi principalement à restituer les Tables que l'on vient de rapporter (pag. 304.) A l'égard des quatre autres Satellites qui ne sont vus que très-difficilement, parce qu'il faut y employer de trop grandes Lunettes, comme leurs mouvemens ne sont pas encore assez connus, on a cru devoir se dispenser d'en donner ici les Tables, de même que celles des trois Satellites les plus éloignés de Jupiter. Car à la réserve du premier qui se dégage le plus vîte de l'ombre, l'effet de la gravitation de ces Satellites qui agissent les uns sur les autres, produit un trop grand nombre d'inégalités * dans les mouvemens observés pour qu'on puisse en donner aujourd'hui des Tables exactes, outre qu'on n'est point d'accord si chaque orbite des Satellites de Jupiter a son nœud fixe** au même point, sçavoir au milieu du Verseau & du Lion; & qu'il est même assez probable que l'inclinaison de leur orbite est variable, de même que leur excentricité qu'on n'a pu encore constater, n'ayant pas été possible d'en soumettre toutes les inégalités au calcul de la Théorie, parce qu'il reste en effet de trop grandes difficultés à surmonter.

** *Celui du quatrieme Satellite doit rétrograder de* 8° 24' *en* 100 *ans*. Newton. Phil. nat. Lib. 3. Prop. 23.

* M. Bradlei a remarqué en 1726 que ces inégalités étoient remarquables, principalement dans le second Satellite, dont le mouvement est quelquefois accéléré ou retardé à tel point, qu'on s'apperçoit d'une différence qui monte à 30 ou 40 minutes dans l'espace d'environ sept mois: cet espace de tems d'environ 7 mois, répond à une demi-période ou intervalle, dans lequel les trois Satellites les plus proches de Jupiter, retournent à peu près à une même situation, soit entre eux, soit à l'égard de l'ombre de Jupiter.

Au reſte on pourra tenter de conſtruire de nouvelles Tables de ces Satellites pour en déduire leurs configurations à l'égard de leur Planete principale, lorſque les époques & les autres élémens qui ſervent à établir leurs mouvemens, auront été vérifiés un très-grand nombre de fois. Il eſt certain que ſi l'on peut parvenir à conſtater un jour les nœuds & l'inclinaiſon des orbites de ces Satellites, on pourra corriger les Tables qu'en a données en 1693. feu M. Caſſini, de même que celles de Saturne en ſe ſervant de la méthode, & ayant égard aux circonſtances indiquées pag. 302, 303. Enfin les époques & les moyens mouvemens des Satellites de Saturne qu'on a corrigés, en comparant les premieres obſervations (que feu M. Caſſini, qui les avoit découvertes, communiqua en 1687. à la Société Royale de Londres) à celles qui ont été continuées en France à l'Obſervatoire, & en Angleterre par MM. Hallei & Pound, ſe trouvent réduites au Méridien de Paris : comme il ſuit.

	I. Satellite.	II.	III.	IV.	V.
1700....	$3^s\,02^\circ\,53'$	$7^s\,04^\circ\,15'$	$3^s\,07^\circ\,07'$	$7^s\,13^\circ\,28'$	$4^s\,15^\circ\,24'$
En 20 ans	6 27 46	0 18 20	0 19 01	1 14 35	1 03 13

On trouve auſſi que les époques & les moyens mouvemens des Satellites de Jupiter ont été un peu corrigés en France * & en Angleterre, comme il ſuit.

** Mem. de l'Academ. Tom. VIII.*

	I. Satell.	II.	III.	IV.
Sçavoir pour 1700...	$2^s\,12^\circ 12' 10''$	$2^s\,12^\circ 28' 11''$	$5^s\,12^\circ 47' 16''$	$7^s\,17^\circ 05' 44''$
1719.	5. 12. 11. 59.	2. 11. 49. 08	3. 26. 48. 06	4. 29. 02. 08
	5. 12. 36. 30.	2. 12. 27. $12\frac{1}{2}$	3. 27. 02. 26	4. 29. 12. 45

Un 3ᵉ avantage que l'on a retiré des Eclipſes des Satellites, c'eſt qu'en les obſervant de différens lieux de la Terre, on peut déterminer les longitudes ſur le globe : mais pour mieux développer ici la Méthode générale de déterminer les longitudes ſur Terre, il eſt néceſſaire d'établir ici quelques principes.

Les Eclipſes des Satellites ſervent à découvrir les longitudes ſur Terre.

Si par les poles de la Terre & par un lieu quelconque de ſa ſurface, on fait paſſer un grand cercle de la Sphere, ce cercle, à cauſe de la rotation diurne de la Terre, tournera uniformément en 24 heures autour de l'axe terreſtre. Et lorſque ſon plan paſſera par le Soleil, tous les habitans qui ſe trouveront dans la circonférence de ce grand cercle, compteront exactement Midi ou Minuit : ainſi ce cercle ſera leur Méridien. Mais ſi l'on ſuppoſe un autre Méridien vers l'Occident qui faſſe avec le premier un angle de 15°, le plan de ce ſecond cercle ne paſſera par le Soleil qu'une heure après le premier ; de maniere qu'à l'inſtant auquel les habitans ſitués dans la circonférence de celui-ci compteront midi, les habitans de l'autre méridien, c'eſt-à-dire, du premier, compteront déja une heure après midi. De même ſi l'angle des méridiens étoit double, ou de 30 degrès ; comme l'arc de l'Equateur compris entre les deux cercles ſeroit auſſi de 30 degrés, il eſt viſible que quand il ſera midi ſous le méridien le plus occidental, on comptera deux heures ſous le premier méridien qui eſt à l'Orient. Ainſi comptant toujours autant d'heures qu'il y a de fois 15 degrés dans l'arc de l'Equateur compris entre deux Méridiens, on pourra connoître de combien les Peuples Orientaux ſont plus avancés que les Occidentaux ; en un mot de combien leurs horloges doivent anticiper. On comptera de même pour chaque degré de l'Equateur 4 minutes de tems *, & pour 15 minutes de l'Equateur une minute de tems, & ainſi de ſuite. Si l'arc de l'Equateur compris, par exemple, entre deux méridiens eſt de 85 degrés, diviſant 85 par 15 le quotient $5\frac{2}{3}$, fera connoître que ſous le méridien le plus oriental, on compte 5 heures 40 minutes de plus que ſous le méridien le plus occidental ; enſorte que lorſqu'il ſera midi à l'égard des habitans ſitués ſous le Méridien qui eſt vers l'Orient, les habitans ſitués ſous l'autre méridien d'Occident compteront ſeulement $6^h\,20'$ du matin : en un mot à quelques heures du jour que ce ſoit, il y aura toujours une différence de $5^h\frac{2}{3}$, dans l'heure comptée à ces deux différens lieux, ſi véritablement l'arc

* *Puiſque 4'×15 valent une heure, &c.*

de l'Equateur compris entre les deux méridiens eſt de 85 degrés.

Par une opération contraire étant donnée la différence des heures que l'on compte au même inſtant dans deux lieux différens, on aura l'arc de l'Equateur compris entre leurs méridiens : cet arc ſe nomme la différence en longitude de ces deux lieux, & l'on eſt convenu * de compter auſſi les longitudes de chaque lieu depuis un méridien fixe, & qu'on a nommé le Premier méridien. On connoîtra cette différence ou cet arc, en multipliant la différence donnée par 15, & le produit ſera le nombre de degrés que l'on cherche : s'il y a des minutes de tems, on les multipliera par 15, & ſi le produit ſurpaſſe 60, on le diviſera par 60, le quotient & le reſte ſera le nombre de degrés & minutes, qui, ajoutés à ceux que l'on vient de trouver, donneront la différence en longitude des deux lieux propoſés. Soit, par exemple, la différence des heures de deux lieux $7^h\ 22'$: on multipliera 7 par 15, & le produit ſera 105°; multipliant auſſi 22 par 15, on a pour le produit $330'$ ou $5^\circ\ 30'$: ainſi la différence totale en longitude ſera de $110^\circ\ 30'$. Ceci étant ſuppoſé,

** Depuis la Déclaration de Louis XIII. on compte le premier Méridien à la Partie occidentale de l'Iſle de Fer, qu'on ſçait aujourd'hui être à 20° ou à $20^\circ\ 2'\frac{1}{2}$ à l'Occident du Méridien de Paris.*

Si dans divers lieux on obſerve le commencement d'une Eclipſe de Lune, ou bien l'immerſion d'un Satellite de Jupiter, & que l'on ait marqué dans chaque endroit les heures & minutes auſquelles l'obſervation a été faite, la différence de tems réduite en degrés & minutes, comme on vient de l'expliquer ci-deſſus, donnera la différence en longitude des lieux qu'occupe chaque Obſervateur.

Bien plus ſi par le moyen des Ephémérides on ſçait le moment de l'Eclipſe d'un Satellite, le calcul en ayant été fait ſur les meilleures Tables pour un Méridien donné, on n'aura plus beſoin d'un ſecond Obſervateur, ſçavoir, dans celui des deux lieux pour lequel ont été calculées les Ephémérides : car dès que l'on n'ignore plus à quelle heure doit y arriver l'émerſion ou l'immerſion de la Lune ou du Satellite dans l'ombre, on pourra comparer ce tems avec celui du lieu où l'on en aura fait l'obſervation, & la différence ſera le nombre d'heures ou minutes qui répondent à la longitude que l'on cherche.

Voyez ce qui en eſt rapporté dans l'Almageſte du P. Riccioli, pag. 492 & 493.

On s'eſt d'abord ſervi des Eclipſes de Lune pour découvrir les longitudes.

Avant qu'on eût propoſé * de faire uſage dans la recherche des longitudes, des immerſions & émerſions des Satellites dans l'ombre de Jupiter, & que feu M. Caſſini en eût publié pour la Ire fois les Ephémerides en 1668. on n'employoit gueres pour déterminer les longitudes, que les Eclipſes de Lune, ce qui ſe pratiquoit aſſez rarement: car on ſe contentoit ſeulement de comparer quelquefois les milieux obſervés d'une même Eclipſe vue en différens lieux de la Terre, comme l'avoient pratiqué en pareil cas Ptolomée * & les Aſtronomes Arabes, & lorſqu'après la découverte du Téleſcope on penſa à multiplier les obſervations, en déterminant le paſſage de l'ombre par les taches de la Lune, on ne fit cependant pas de progrès bien ſenſibles dans la Géographie, puiſque vers le milieu du dernier ſiecle on diſputoit encore s'il falloit adopter une correction importante que Gaſſendi & Peireſc avoient faite par le moyen des Eclipſes de Lune ſur preſque toute l'étendue de la Mer Méditerranée.

* *Geog. lib. I. cap. IV.*

Les Occultations des Etoiles par la Lune, & les Eclipſes des Satellites de Jupiter, ont été employés depuis à cet uſage. *Voyez Hevelii Selenographia, pag. 479 & 302.*

Or immédiatement après la fondation de l'Obſervatoire de Paris, & le voyage fait à Uranibourg en 1671, on commença à ſe ſervir des immerſions ou émerſions des Satellites de Jupiter pour déterminer les différences en longitudes; & dans le même tems Flamſteed commença à faire uſage de l'occultation des Etoiles fixes par la Lune, ce qui donnoit un moyen encore plus certain de connoître les différences en longitudes ſur Terre.

Mais comme il n'y a preſque aucune difficulté dans cette recherche, lorſque deux Obſervateurs ſitués dans des lieux fort éloignés, peuvent ſe communiquer des obſervations correſpondantes, parce qu'il eſt facile de prévoir par les Tables l'heure à laquelle on doit ſe préparer aux obſervations ; il ne reſtoit donc plus pour parvenir à réſoudre *par Approximation* le fameux Probleme des longitudes, que de ſuppléer à un ſecond Obſervateur, ce qui réduiſoit toute la queſtion à pouvoir prédire à deux minutes près, le tems de l'immerſion ou de l'émerſion des Satellites, ou bien à une minute de degrés près, le vrai lieu de la Lune pour un Méridien donné.

A la vérité feu M. Caſſini, & long-tems après M. Pound, ont fait quelques efforts pour perfectionner la théorie du 1er & du 2d Satellite, & il eſt certain (ſans s'arrêter ici aux Elémens qui ſervent à la conſtruction des Tables, qu'ils ont enfin achevées, non ſans un très-grand travail) qu'on leur a de grandes obligations d'avoir réduit les mouvemens du premier Satellite à une forme de calcul ſi facile & ſi commode, qu'elle ſe trouve à la portée de ceux même qui ſçavent à peine les premiers Elémens d'Aſtronomie. Mais il auroit été très-avantageux qu'ils euſſent publié en même tems les obſervations du 1er & du 2d, & qu'ils nous euſſent fait connoître dans quels tems ou dans quelles circonſtances les Tables ſont défectueuſes ; autrement on ne ſçauroit ſe flater dans les voyages de long cours (& peut être même dans les calmes ſur la mer) de parvenir à connoître la longitude en obſervant ces mêmes Satellites. Enfin un Navigateur qui voudroit relâcher à quelque côte ou iſle inconnue, ne pourroit encore ſçavoir aujourd'hui qu'à un degré & demi près la longitude du lieu, ou de ſon vaiſſeau, l'erreur des Tables du Ier Satellite étant quelquefois de *5* à *6* minutes.

Les Tables du premier Satellite réduites à une forme très-commode par MM. Caſſini & Pound.

De quelle maniere on pourroit remédier aux défauts de ces mêmes Tables.

On ne peut gueres eſpérer une plus grande exactitude en ſe ſervant des Tables de la Lune fondées ſur la Théorie de M. Newton : mais on a l'avantage de pouvoir obſerver preſque tous les jours le lieu de la Lune en mer ;

& cela à quelque heure que ce ſoit quand la Lune eſt ſur l'horiſon, au lieu qu'on n'a pas encore réuſſi à y faire l'obſervation du premier ni des autres Satellites. Or puiſqu'on vient d'expoſer tout-à-l'heure par quel moyen on pourroit remédier au défaut des Tables des Satellites de Jupiter, il eſt à propos de dire ici comment on doit parvenir à connoître l'erreur des Tables Lunaires, & par conſéquent à prédire, peut-être mieux qu'à une minute de degrés près, le vrai lieu de la Lune pour un méridien donné.

M. Hallei après avoir reſtitué un paſſage de Pline où il eſt parlé du Saros Caldaique, ou retour périodique des Eclipſes après 223 lunaiſons, avoit fait uſage de cette période dès l'année 1684. pour en déduire les inégalités du mouvement de la Lune. En effet on reconnut bientôt que dans les conjonctions ou Eclipſes de Soleil, & enſuite dans toutes les autres phaſes, les erreurs des Tables ſe répétoient à chaque période, lorſque la Lune étoit à même diſtance du Soleil, & dans une poſition ſemblable du Lieu de ſon Apogée à l'égard du Soleil. Il n'y a donc pas de voie qui paroiſſe aujourd'hui plus certaine pour déterminer les longitudes par Approximation, le mouvement de la Lune étant ſi rapide * que $2'$, & quelquefois $2'\frac{1}{2}$ dans ſon Lieu apparent, répondent à un degré de longitude.

* Quand on obſerve en Mer la diſtance de la Lune au Soleil, ou aux Etoiles fixes, ſi l'on ſe ſert du nouveau Quartier de réflexion inventé par M. Newton, on ne s'apperçoit plus du mouvement du vaiſſeau, & par conſéquent on peut déterminer mieux qu'à une minute près, par diverſes opérations réitérées, le vrai lieu de la Lune de la maniere qui ſera enſeignée ci-après page 396. Or ſoit qu'on meſure ces diſtances, ſoit que la Lune éclipſe quelque Etoile, il eſt certain qu'on aura tout ce qu'on peut déſirer pour déterminer les longitudes tant ſur Mer que ſur Terre, ſi les Aſtronomes nous donnent une ſuite complete d'obſervations du mouvement de la Lune pendant une période entiere de 18 ans, & ſuppoſé qu'ils en publient tout le détail, ou qu'ils nous apprennent ſeulement, après avoir comparé les Tables aux obſervations pendant une ou pluſieurs périodes, quelles ſont les erreurs de ces mêmes Tables dans chaque point de l'orbite lunaire, pendant deux révolutions de l'Apogée, ou une révolution des nœuds. On pourroit auſſi obſerver en mer avec une Lunette de 4 à 5 pieds l'inſtant auquel une Etoile ſe trouve dans la ligne des cornes, ce qui donnera la conjonction apparente : mais il n'y a rien de plus précis que les occultations des Etoiles fixes par la Lune, lorſqu'il en arrive, ce qui eſt aſſez fréquent lorſque cet aſtre ſe trouve dans les hyades.

CHAPITRE DIX-SEPTIEME.

Des Cometes.

Les Cometes doivent être regardées comme de vraies Planetes.

OUTRE les Planetes de notre ſyſteme Solaire & dont on peut obſerver preſque tous les jours le mouvement apparent dans l'étendue du Zodiaque, il y a encore une autre eſpece de corps céleſtes, qu'on nomme Cometes, mais que l'on voit rarement & dont l'apparition eſt de peu de durée; car à peine les a-t-on obſervées quelques Mois, qu'elles diſparoiſſent entierement, parce que leur grande diſtance eſt cauſe qu'elles échappent à notre foible vue. Les anciens Philoſophes avoient placé les Cometes dans ces vaſtes régions du Ciel qui ſe trouvent au-deſſus de l'orbite de la Lune. Selon le témoignage d'Ariſtote de Seneque, de Plutarque & des divers Auteurs tant Grecs que Latins, les Pythagoriciens & les autres Philoſophes de la Secte Italique enſeignoient depuis longtems que les Cometes n'étoient autre choſe que des Etoiles errantes, ſemblables aux Planetes; qu'elles parcouroient des orbites d'une grandeur preſqu'immenſe, & qu'elles ne pouvoient être apperçues qu'après de très-longs intervalles de tems, c'eſt-à-dire, lorſqu'elles retournoient à chaque Révolution aux mêmes points de leurs orbites. Ce ſentiment, ſi l'on en croit Ariſtote, étoit auſſi celui d'Hippocrate de Chio : enfin c'étoit celui de Démocrite. En effet Seneque nous rapporte au Chap. III. du VII. Liv. de ſes Queſtions Naturelles, ce qui en a été dit par Démocrite l'un des plus ingénieux & peut-être le plus profond Philoſophe de la haute Antiquité. Il dit qu'*entre tous les Aſtres qu'on avoit obſervés, on pourroit ſoupçonner qu'il y a encore un grand nombre d'autres Planetes* *différentes de celles que nous connoissons.* Ce qui doit s'entendre, comme l'on voit, des Cometes qu'on regardoit alors comme des Etoiles errantes, c'est-à-dire, qu'on mettoit au nombre des Planetes. On ignore cependant si le nombre en a été fixé, ni si plusieurs de ces Cometes ont été distinguées par des noms particuliers, étant d'ailleurs incertain si l'on avoit alors quelque théorie du mouvement des cinq Planetes qui nous environnent. Cependant Seneque ajoute encore, qu'Apollonius le Myndien, l'un de ceux qui avoit le plus de connoissance dans la Physique, étoit persuadé que les Chaldéens plaçoient depuis long-tems les Cometes au rang des Etoiles errantes, qu'elles avoient un cours réglé & dans des orbites particulieres qui leur étoient connues. Le même Apollonius * soutenoit aussi que les Cometes étoient de véritables Astres semblables au Soleil & à la Lune. Leur cours ne se fait pas, ajoute-t-il, dans l'Univers sans être assujetti à quelque loi constante : elles descendent & remontent alternativement au plus haut des Cieux, mais lorsqu'elles achevent de descendre il nous est permis de les appercevoir, parce qu'elles décrivent la partie la plus basse de leur orbite. Ce sentiment semble avoir été adopté par Seneque : voici ce qu'il pensoit à ce sujet. Je ne suis pas, dit-il *, de ceux qui prétendent que les Cometes ne sont autre chose qu'un feu qui s'allume subitement : je les regarde comme des corps célestes d'une durée éternelle, de même que tant d'autres qui composent cet Univers. Chaque Comete a un certain espace assigné à parcourir. Les Cometes ne sont point détruites, mais elles se trouvent bientôt hors la portée de notre vue. Si on les met au nombre des

* *Suspicari ait se plures esse Stellas quæ currant.*

* *Apollonius ipse aiebat quod proprium sidus est Cometes sicut Solis & Lunæ, &c. Altiora mundi secat & tum demum apparet cum in imum cursûs sui venit.*

* » Non existimo Cometem subitaneum esse ignem, sed inter æterna opera » naturæ. Cometes habet suam sedem, & ideo non citò expellitur, sed emetitur » spatium suum, nec extinguitur, sed excedit. Si erratica Stella esset, in Signifero » esset, sed quis unum Stellis limitem ponit? Quis in angustum divina compellit? » Nempè hæc ipsa quæ sola moveri credis, alios & alios circulos habent ; quare » ergo non aliqua sunt, quæ in proprium iter & ab istis remotum secesserint.

Planetes, il ſemble qu'elles ne devroient jamais ſortir du Zodiaque. Mais pourquoi le Zodiaque renfermeroit-il le cours des Aſtres, pourquoi les reſtraindre à un ſi petit eſpace? Le petit nombre des corps céleſtes qui ſont les ſeuls qui paroiſſent ſe mouvoir, décrivent des orbites différentes les unes des autres ? Pourquoi donc n'y auroit-il pas d'autres corps céleſtes qui auroient chacun leurs routes particulieres à parcourir, quoique fort éloignées de celles des Planetes ? Ce Philoſophe ajoute encore qu'il faudroit pour les reconnoître, avoir recueilli une ſuite non interrompue d'Obſervations des anciennes Cometes qu'on auroit vues ; mais que faute d'un tel ſecours, ces Obſervations ne lui étant pas parvenues, & l'apparition des Cometes étant d'ailleurs aſſez rare, il ne croyoit pas qu'il fût poſſible dans le ſiecle où il vivoit, de parvenir à régler leurs mouvemens, ni le tems de leurs révolutions périodiques ; qu'ainſi il ignore entierement le tems de leurs réapparitions & la loi ſuivant laquelle elles doivent revenir à même diſtance de la Terre ou du Soleil. Enfin il prédit ce qui eſt arrivé vers la fin du dernier ſiecle. « Le tems viendra * que les ſecrets » les plus cachés de la nature ſeront dévoilés & mis au » plus grand jour par la vigilance & par l'attention que » les hommes y apporteront pendant une longue ſuite » d'années ; un ſiecle ou deux ne ſuffiſent pas pour une » auſſi grande recherche. Un jour viendra que la poſtérité » ſera étonnée de ce que nous aïons ignoré l'explication » d'un phénomene auſſi ſimple ; ſur-tout lorſqu'après avoir » trouvé la vraie Méthode d'étudier la nature, quelque » grand Philoſophe ſera parvenu à démontrer dans quels » endroits des Cieux les Cometes ſe répandent, combien

Opinion de Seneque touchant les Cometes.

* » Veniet tempus quo ipſa quæ nunc latent, dies extrahet & longioris ævi » diligentia. Ad inquiſitionem tantorum ætas non una ſufficit. Veniet tempus quo » poſteri noſtri tam aperta nos neſciſſe mirabuntur. Erit qui demonſtret aliquando » in quibus Cometæ partibus errant, cur ſeducti à cæteris eunt, quanti qualeſque » ſunt.

» il y en a, & parmi quelles eſpeces de corps céleſtes on » doit les ranger. »

Les Sectateurs d'Ariſtote ont prétendu que les Cometes étoient des feux ou des météores répandus dans notre Athmoſphere.

Malgré ces réflexions les Sectateurs d'Ariſtote ont placé les Cometes parmi les corps ſublunaires, & cela parce qu'ils craignoient qu'on ne renversât tant de vieilles opinions qu'ils ont ſoutenues avec opiniâtreté pendant pluſieurs ſiecles, ne voulant pas admettre de générations ni de corruptions dans les cieux. Ils prétendoient donc que c'étoient des Météores; mais cette ſuppoſition tombe d'elle-même ſi l'on fait voir qu'elle répugne aux Obſervations; car une preuve évidente que les Cometes ne ſe forment pas dans notre air, c'eſt qu'étant apperçues au même inſtant des régions de la Terre les plus éloignées, elles ſont par conſéquent fort élevées au-deſſus de l'Athmoſphere terreſtre, au contraire de ce qui arrive à l'égard de quelque Météore que ce ſoit, formé dans notre air, à cauſe de ſa trop petite élévation au-deſſus de la ſurface du globe terreſtre.

Il eſt aiſé de reconnoître qu'elles ne ſont point dans notre air.

Preuve inconteſtable que Cometes ſont plus élevées au-deſſus de la Terre, qu'en'eſt la Lune.

Il y a plus: il eſt conſtant que non ſeulement les Cometes ſont fort élevées au-deſſus de notre air, mais même qu'elles ſont à une plus grande hauteur que la Lune. La preuve en eſt fondée ſur ce qu'étant obſervées de différens lieux ſitués ſur le globe terreſtre, leur diſtance aux Etoiles les plus proches paroît aſſez ſenſiblement la même. On peut prendre pour exemple la Comete de 1577, la même qui a ſervi à faire cette découverte. Tycho-Brahé l'obſervoit à Uranibourg & Hagécius à Prague en Boheme, c'eſt-à-dire, à très-peu-près ſous le même Méridien, mais environ ſix degrés plus au Midi vers l'Equateur. Or Tycho & ſon Correſpondant s'attacherent à déterminer de combien la Comete étoit diſtante de la Luiſante * du Vautour; c'eſt-à-dire, combien elle paroiſſoit plus baſſe; ce qui étoit d'autant plus facile que ces deux Aſtres paroiſſoient dans un même vertical.

** C'eſt α de l'Aigle dans les Cartes de Bayer.*

Ils trouverent donc qu'au même inſtant la diſtance de la Comete à l'Etoile paroiſſoit ſenſiblement la même, & partant que ſi la Comete vue de deux lieux éloignés de plus de 150 lieues ſur la Terre, paroiſſoit répondre au même point des cieux, cela ne pouvoit ſe faire à moins qu'elle ne fût fort au-deſſus de la Lune.

La Démonſtration. PLANCHE VI. *Fig.* 7.

Soit *ABG* un cercle qui repréſente un Méridien tracé ſur la ſurface de la Terre où l'on ſuppoſe Uranibourg en *A* & la ville de Prague en *B*, *FCE* un grand cercle tracé dans la ſphere des Etoiles fixes, & le point *F* le lieu de l'Etoile de la Conſtellation du Vautour: ſi l'on vouloit qu'en *D* fut le lieu de la Comete, il eſt évident que ſon lieu, vu d'Uranibourg, auroit été rapporté au point *E* du Ciel, ſa diſtance apparente à l'Etoile du Vautour ayant pour meſure l'arc *FE*. Mais la Comete vue de Prague paroiſſant en *C*, ſa diſtance apparente à l'Etoile du Vautour auroit donc été meſurée par l'arc *FC* plus petit que l'arc *FE*. Cependant on a trouvé par obſervation que de deux lieux ſi différemment ſitués ſur le globe, la diſtance de la Comete à l'Etoile du Vautour paroiſſoit la même, & partant que les arcs *FE*, *FC* étoient égaux. Il eſt donc vrai de dire que la diſtance de la Comete à la Terre s'eſt trouvée ſi grande que l'arc *CE* n'a pu être de quelque grandeur ſenſible. Or puiſque cela n'arrive pas à l'égard de la Lune (où l'on remarque une différence qui va à quelques minutes) il doit s'enſuivre que la Comete étoit élevée bien au-deſſus de l'orbite de la Lune.

Le lieu vrai & le lieu apparent d'une Comete. Sa Parallaxe.

Au reſte s'il arrivoit que la diſtance d'une Comete ne ſurpaſsât pas de beaucoup celle de la Lune à la Terre, ſon lieu vrai ſeroit ſenſiblement éloigné de ſon lieu *apparent*, & la Comete auroit une grande *parallaxe*. Je ſuppoſe que ſon véritable lieu, vu du centre de la Terre, réponde au point *G* du Ciel étoilé & que ſon lieu, vu du point *A* de la ſurface de la Terre, réponde au point *E*: la diſtance *G E* dont on l'obſerveroit plus baſſe du point *A* eſt ce qu'on nomme ſa Parallaxe ; de ſorte que ſon effet ſera toujours d'abbaiſſer la Comete vers l'horiſon. Cette Parallaxe, comme on l'a prouvé ci-deſſus à l'égard de la Lune, eſt toujours égale à l'angle ſous lequel on verroit de l'Aſtre le demi-diametre de la Terre tiré du centre au Lieu propoſé ſur la ſurface du globe.

On voit par-là que ſi la Parallaxe ne ſçauroit être obſervée dans une Comete, c'eſt une preuve que l'angle ſous lequel on verroit de la Comete le demi-diametre de la Terre, ne ſçauroit être ſenſible ; & partant que la Comete doit être à une prodigieuſe diſtance, puiſque la Terre, vue de cet Aſtre, ne paroîtroit que comme un point imperceptible.

Maniere de découvrir la Parallaxe du mouvement diurne dans les Cometes.

Un ſeul fil tendu, ſuffit ou pourra faire connoître dans une recherche auſſi ſubtile, la parallaxe des Cometes, pour peu qu'elle ſoit ſenſible. Car lorſque la Comete vers la fin de ſon apparition ſemble avoir tellement rallenti ſon mouvement, qu'à peine change-t-elle de place d'un jour à l'autre, on fera par le moyen de ce fil deux différentes Obſervations en la maniere ſuivante. Premierement lorſque la Comete ſera fort haute ſur l'horiſon, on remarquera, s'il y a deux Etoiles fort proches, enſorte que la Comete ſe trouve avec ces deux Etoiles dans une même ligne droite parallele à l'horiſon ; c'eſt ce dont on s'aſſurera par le moyen du fil tendu, ſi l'œil s'apperçoit qu'il paſſe en même-tems par la Comete & par les deux Etoiles. Enſuite vers le coucher de la Comete on vérifiera encore par le ſecours du fil tendu ſi la Comete paroît en ligne droite avec les mêmes Etoiles. Car il eſt évident que ſi la Comete a une Parallaxe ſenſible, & qui l'abbaiſſe vers l'horiſon, elle doit certainement ne plus paroître dans la ligne qui joint les deux Etoiles obſervées : enfin s'il arrive qu'elle paroiſſe conſtamment dans la même ligne droite comme auparavant, ce ſera une preuve que ſa parallaxe ne ſçauroit être ſenſible, & partant que la Comete eſt à une très-grande diſtance de la Terre. Au reſte la réfraction ne ſçauroit cauſer aucune erreur ici, quoiqu'elle éleve manifeſtement tous les Aſtres proche l'horiſon au-deſſus du Lieu vrai, parce que ſon effet, quoiqu'il nous trompe, affecte néantmoins de la même maniere les Etoiles que la Comete, & partant ne cauſe plus d'erreur dans leur diſtance ou dans leur poſition rélative.

Autre Méthode pour trouver la Parallaxe.

On peut auſſi découvrir ſi une Comete a une parallaxe en l'obſervant proche l'horiſon Oriental dans un même cercle perpendiculaire ou vertical & qui paſſe par deux Etoiles. Car quand la Comete ſera fort élevée, quoiqu'elle ne paroiſſe plus alors dans le même vertical que les deux Etoiles, ſi néantmoins elle continue à paroître dans la même ligne droite qui paſſe par ces deux Etoiles, c'eſt une marque que ſa parallaxe eſt inſenſible, & que par conſéquent elle ſe trouve dans les régions les plus éloignées du Ciel. Si au contraire elle paroît un peu plus baſſe que la ligne qui joint les deux Etoiles fixes, alors ſa parallaxe ſera ſenſible & par conſéquent ſera déſignée par cette même quantité. Au reſte ces deux méthodes ſont encore également praticables ſi la Comete a un mouvement propre dans l'intervalle des Obſervations; car il eſt facile d'en tenir compte en obſervant ce mouvement d'un jour à l'autre & le diſtribuant ſelon le tems écoulé entre les Obſervations.

** Ce qui ſuit eſt tiré du 3e Liv. des Princip. Mathem. de la Philoſoph. de M. Newton.*

Les Cometes ſont ſujettes à la Parallaxe de l'orbe annuel.

» *Comme c'eſt par le défaut de parallaxe du mouvement diurne qu'on eſt parvenu à prouver que les Cometes étoient dans des régions fort au-deſſus de la Lune, c'eſt au contraire par la quantité obſervée d'une autre parallaxe (qui eſt celle de l'orbe annuel) qu'on peut prouver que ces Aſtres deſcendent dans la région des Planetes. Car les Cometes qui s'avancent ſelon la ſuite

» des Signes, nous ſemblent vers la fin de leurs apparitions ou rallentir trop ſenſiblement leur mouvement, » ou même rétrograder, & cela lorſque la Terre eſt entre » elles & le Soleil. Au contraire elles paroiſſent ſe mou- » voir trop rapidement ſi la Terre eſt en oppoſition, c'eſt- » à-dire, ſi elles ſe trouvent en conjonction avec le Soleil. » Or c'eſt précisément ce que nous obſervons à l'égard » des Planetes. D'un autre côté celles qu'on nomme rétro- » grades, parce qu'elles ſe meuvent effectivemenr contre » la ſuite des Signes, ces Cometes, dis-je, ſemblent plus » rapides vers la fin de leur apparition, ſi la Terre eſt en- » tre elles & le Soleil; enfin elles paroiſſent ou rallentir » trop ſenſiblement leur cours, ou même rétrograder ſi la » Terre eſt dans une ſituation oppoſée, c'eſt-à-dire, ſi la » Comete paroît en conjonction avec le Soleil. Il eſt » donc aiſé de voir que la cauſe de ces apparences eſt le » mouvement de la Terre dans ſon orbite, de la même » maniere qu'il arrive à l'égard des Planetes. Car ſelon que » le mouvement de la Terre ſe fait dans le même ſens, ou » eſt contraire à celui de la Planete, elle paroît tantôt » rétrograde, tantôt ſe mouvoir trop lentement & tantôt » avec trop de rapidité.

» On peut connoître la diſtance d'une Comete au So- » leil ou à la Terre ſi l'on connoît la quantiré dont elle ſe » détourne de ſa premiere route, c'eſt-à-dire, auſſi-tôt » qu'elle paroît accélérer ou retarder ſon mouvement vers » la fin de ſon cours apparent. Car ſoient ΥQA, ΥQB, » ΥQC trois longitudes obſervées d'une Comete au com- » mencement de ſa deviation & ſoit ΥQF une autre » longitude obſervée qui convient à l'inſtant où la Co- » mete eſt ſi petite & à une ſi grande diſtance qu'on ceſſe » de l'appercevoir. On tirera la droite ABC dont les par- » ties AB, BC compriſes entre les lignes droites QA, » QB & QC ſoient entre elles dans le même rapport

PLANCHE VI. Fig. A.

» que

» que les tems écoulés entre les trois premieres Ob-
» ſervations. Enſuite on prolongera AC en G, de manie-
» re que AG ſoit à AB comme le tems qui s'eſt écoulé
» entre la premiere & la derniere, eſt au tems écoulé
» entre la premiere & la ſeconde obſervation : on tirera
» auſſi QG, enſorte que s'il étoit vrai que la Come-
» te eût eu un mouvement égal & uniforme & que la
» Terre pendant le même tems fût demeurée immobile ou
» qu'elle eût parcouru uniformément une ligne droite, on
» pourroit aſſurer que l'angle ♈QG ſeroit la longitude
» de la Comete au tems de la derniere obſervation : mais
» puiſqu'il ſe trouve une différence en longitude repré-
» ſentée par l'angle FQG, elle ſera donc cauſée par les
» inégalités du mouvement tant de la Comete que de la
» Terre. Or cet angle FQG doit être ajouté à l'an-
» gle ♈QG, s'il arrive que la Terre & la Comete ſe meu-
» vent en ſens contraire, de maniere que le mouvement
» de la Comete en doit paroître plus rapide ; mais ce ſera
» le contraire ſi la Terre & la Comete ſont emportées du
» même ſens : l'angle FQG ſera ſouſtractif & il pourroit
» même arriver un tel rallentiſſement dans le mouvement
» obſervé de la Comete, qu'il en paroîtroit rétrograde.
» Cependant il eſt vrai de dire que la plus grande partie
» de cette différence, ou même l'angle entier FQG, a pour
» origine le mouvement réel de la Terre, & partant qu'on
» peut le conſidérer comme un effet de la Parallaxe du
» grand orbe, la petite quantité dont la Comete auroit ac-
» céléré ou rallenti ſon mouvement réel pouvant être
» négligée en cette rencontre. Voici donc la maniere
» de calculer la diſtance de la Comete à la Terre lorſ-
» qu'on connoît cette parallaxe. Soit S le Soleil, acT
» l'orbe annuel, a le lieu de la Terre au tems de la pre-
» miere obſervation, c le lieu de la Terre au tems de la
» troiſieme obſervation, & encore T le lieu qu'elle oc-

Maniere de découvrir la diſtance d'une Comete, lorſqu'on l'obſerve vers le commencement ou vers la fin de ſon apparition.
PLANCHE VI. *Fig. B.*

» cupe au tems de la derniere obſervation. Soit auſſi *T*♈ » la ligne droite tirée au commencement du Bélier : on » prendra l'angle ♈*TV* égal à l'angle ♈*QF* (*fig.* A) c'eſt-» à-dire égal à la longitude de la Comete obſervée lorſque » la Terre étoit en *T*. Ayant auſſi tiré *ac*, on la prolongera » juſqu'en *g*, enſorte que *ag* ſoit à *ac* comme *AG* eſt à » *AC* (*fig.* A), & le point *g* ſera le lieu que la Terre au-» roit occupé au tems de la derniere obſervation, ſi elle » s'étoit mue uniformément en ligne droite ſelon la ligne » *ac*. C'eſt pourquoi ſi l'on mene *g*♈ parallele à *T*♈, & ſi » l'on prend l'angle ♈*gV* égal à l'angle ♈*QG* (*fig.* A), cet » angle ♈*gV* ſera égal à la longitude de la Comete qu'on » obſerveroit du point *g*, enſorte que l'angle *TVg* ſera » l'eſpece de parallaxe que l'on cherche, puiſqu'elle ſeroit » cauſée par le changement de poſition ou tranſport de la » Terre de *g* en *T*. Enfin le point *V* étant ainſi déterminé, ce » ſera le lieu de la Comete réduit au plan de l'Eclipti-» que. Or la diſtance au Soleil de ce lieu *V* de la Co-» mete (réduit au plan de l'Ecliptique) lorſqu'on ceſſe de » l'appercevoir, ſe trouve ordinairement plus petite que » celle de Jupiter.

Du tems auquel une Comete paroît rétrograde, directe, ou ſe mouvoir trop lentement.

On conçoit donc facilement que ſi la Terre ſe meut du même ſens qu'une Comete, & ſi ſon mouvement angulaire autour du Soleil eſt aſſez rapide pour que la ligne droite tirée continuellement à la Comete tende chaque jour de plus en plus en arriere, alors cette Comete, vue de la Terre, & dont le mouvement commençoit à ſe rallentir, doit paroître rétrograder à notre égard. Cependant ſi la Terre ſe meut plus lentement que la Comete, alors la Comete paroîtra directe, mais s'avançant moins vîte, puiſqu'il faut faire déduction du mouvement de la Terre. Au contraire ſi la Terre ſe meut dans un ſens oppoſé, la Comete paroîtra accélérer ſon mouvement, qui par cette même raiſon deviendra bien plus ſenſible à notre égard.

Quand elle paroît trop rapide.

La même chose est confirmée par la courbure apparente de la route des Cometes. Car tant qu'elles se meuvent assez vîte, elles parcourent à très-peu-près des arcs d'un grand cercle : mais sur la fin de leur apparition, lorsque cette partie de leur mouvement apparent qui doit être attribuée à la parallaxe de l'orbe annuel, devient trop considérable relativement au mouvement propre des Cometes (ou qu'elles auroient si la Terre demeuroit au même point de son orbe), alors ces Astres paroissent se détourner de leur route ordinaire ou s'écarter de la circonférence d'un grand cercle; ensorte que si la Terre se meut d'un côté, elles semblent au contraire emportées selon une direction opposée. Les différences de parallaxes qui sont causées chaque jour par le mouvement de la Terre sur son orbe, étant donc alors très-sensibles, l'observation qui en a été faite plusieurs fois, a fait enfin conclure que vers le commencement ou la fin de l'apparition des Cometes, leur distance n'étoit pas si excessive que quelques Philosophes l'avoient supposé; mais qu'elles se trouvoient alors bien au-dessous de l'orbite de Jupiter. De-là on est bientôt parvenu à conclurre qu'au tems de leur Périgée ou de leur Périhélie (les Cometes paroissant alors sous un bien plus grand angle, parce qu'elles sont beaucoup plus proche de la Terre) elles devoient descendre au-dessous des orbites de Mars, & de la Terre : quelques-unes ont aussi descendu au-dessous de l'orbite des Planetes inférieures.

Il est démontré que les Cometes peuvent descendre dans la région des Planetes.

En effet à mesure qu'elles s'éloignent de la Terre en s'approchant du Soleil, elles paroissent bien plus éclatantes, & leur lumiere devient plus vive de jour en jour. C'est pourquoi le diametre apparent d'une Comete s'observe en ce cas d'autant plus petit qu'elle s'approche du Soleil : comme en effet elle ne sçauroit s'en approcher, sans s'éloigner de la Terre, le Périgée d'une Comete arrivant quelquefois vingt ou vingt-cinq jours avant son passage par le Périhélie.

Grandes variétés dans les configurations apparentes des Cometes, & leurs différentes grandeurs.

Il n'y a rien d'ailleurs de si varié que la figure des Cometes, les unes ayant une chevelure qui les enveloppe, & qui s'étend de tous côtés, les autres une barbe ou une queue qu'on voit toujours dans une direction opposée au Soleil. Leur grandeur se trouve aussi fort souvent très-différente. Quelques-unes, indépendamment de leur queue, paroissent surpasser, dans certaines circonstances favorables de leur apparition, les Etoiles de la premiere & seconde grandeur. Enfin si l'on consulte les Historiens qui en ont parlé, il semble qu'aucune Comete n'ait jamais paru aussi grande que celle qui fut observée du tems de Neron : cette Comete, selon Seneque, égaloit le Soleil en grosseur. Hévélius en a cependant observé une autre en 1652 presqu'aussi grande que la Lune : mais elle étoit bien inférieure en lumiere à cette Planete, étant extraordinairement pâle, & comme enveloppée de fumées, qui loin de lui laisser quelqu'éclat, rendoient son aspect assez triste & peu agréable aux yeux. On doit remarquer que les Cometes sont toujours environnées d'une Athmosphere très-dense & chargées de vapeurs grossieres, qui absorbent presque toute la lumiere que ces Astres peuvent recevoir du Soleil ; & néantmoins lorsqu'une partie de ces vapeurs s'éleve ou se dissipe, on apperçoit quelquefois au travers de ce qui en reste, un noyau fort vif, très-éclatant & qui est le vrai corps solide ou l'hémisphere éclairé de la Comete.

Les Cometes de même que tous les autres Astres paroissent emportées chaque jour par le mouvement diurne d'Orient en Occident.

Les Cometes étant donc si fort élevées au-dessus de notre athmosphère, il doit s'ensuivre qu'elles paroîtront assujetties de même que les autres corps célestes au mouvement diurne apparent d'Orient en Occident, lequel est produit chaque jour, comme l'on sçait, par le mouvement de rotation de la Terre autour de son axe. Mais outre ce mouvement qui est commun à tous les Astres, elles en ont un autre qui leur est propre, ensorte qu'elles ne restent jamais fixes au même lieu du Ciel où l'on a commencé à les appercevoir. Elles s'en éloignent peu à peu, & semblent bientôt après se répandre indifféremment dans toutes les Constellations. Les Anciens n'avoient que trop souvent remarqué ce mouvement; en sorte qu'ils n'auroient sans doute jamais placé ces Astres au rang des Planetes, si de même qu'aux six Etoiles errantes, ils ne leur eussent connu un cours particulier. Certainement Seneque ne l'ignoroit pas, puisqu'il remarqua que les Cometes décrivoient une ligne droite dans le Ciel, ou selon quelques Astronomes, un grand cercle de la Sphere. Dans le Chapitre 8. du 7me Livre de ses Questions Naturelles, il dit que le cours des Cometes n'est pas impétueux ni semblable à celui des tourbillons de vent qui causent les tempêtes formées dans notre Athmosphere; mais toujours tranquille, se faisant avec ordre, & suivant une route déterminée. Il parle au Chap. 29. des deux grandes Cometes qu'il observa, dont l'une, dans l'espace de six mois parcourut la moitié du Ciel, & l'autre du tems de l'Empereur Claude, parut d'abord au Septentrion, ensuite sembloit s'élever continuellement, & cela en ligne droite jusqu'à s'éloigner hors la portée de sa vue.

Du mouvement propre ou réel des Cometes.

Pour connoître méchaniquement ou à peu près la route d'une Comete dans les cieux, on pourra se servir d'un globe céleste, sur la superficie duquel soient exactement placées les Etoiles, chacunes dans leurs Constellations. On comparera tous les jours la Comete aux quatre Etoiles les plus proches, & que l'on aura choisies de maniere que la Comete se trouve dans l'intersection des deux lignes tirées de chaque Etoile à celle qui lui est opposée; ce qui se peut pratiquer par le moyen d'un fil tendu à la vue simple (ou plutôt dans la lunette) & que l'on fera passer par la Comete & par les Etoiles: il y en a un si grand nombre de très-petites qu'on pourra souvent répé-

Maniere d'observer le cours apparent des Cometes.

PLANCHE VI. *Fig.* 8.

ter cette opération sur différentes Etoiles, sur-tout si l'on y emploie des lunettes de douze à quinze pieds. Soit donc la Comete, par exemple, en *A* au milieu des quatre Etoiles *B*, *C*, *D*, *E*, que l'on aura choisies, en sorte que le fil qui coupe en deux la Comete, passe exactement par les Etoiles *B* & *D*, comme aussi par les deux autres *C* & *E*. Ayant reconnu ces Etoiles sur le globe, selon leurs longitudes & latitudes, on étendra sur la surface sphérique de ce globe deux fils qui passeront semblablement chacuns par deux de ces Etoiles, & alors l'intersection commune de ces deux fils désignera le lieu apparent de la Comete dans le Ciel. Si l'on répete chaque jour cette opération, & qu'on ait soin de déterminer ainsi de nouvelles positions de la Comete sur le globe, en choisissant parmi les Etoiles environnantes celles dont les lieux se trouvent dans les Catalogues, on s'appercevra aussi-tôt que la Route apparente de la Comete, laquelle passe par tous ces lieux déterminés, sera un grand cercle de la Sphere; car il est certain que tous les points où l'on a observé le lieu de la Comete ne s'écarteront pas sensiblement de la circonférence d'un grand cercle, les observations l'ayant d'ailleurs confirmé tant de fois; ce que l'on pourra vérifier en suivant la Méthode que nous venons d'exposer ici.

Il est évident par là qu'il suffira désormais d'avoir déterminé seulement deux ou trois positions du cours d'une Comete (lorsque son mouvement est très-sensible & qu'il paroît à la vue simple se faire en ligne droite) puisque deux de ces points suffisent pour déterminer la position du grand cercle: on aura donc ainsi l'inclinaison apparente * de son orbite sur le plan de l'Ecliptique, son intersection ou son nœud apparent, ce que l'on doit d'abord découvrir assez facilement par le prolongement du fil appliqué sur la surface du globe, pourvu que l'on ait attention de le faire passer exactement par les deux points

** Cette inclinaison qui paroît d'abord constante, & qu'on a trouvé néantmoins assez différente, vers la fin* qui répondent aux lieux de la Comete obſervés.

de l'apparition des Cometes, a fait connoître qu'elles étoient ſujetes à la Parallaxe de l'orbe annuel.

Autre Méthode d'obſerver le cours apparent des Cometes.

Une autre Méthode en uſage depuis très-long-tems parmi les Aſtronomes, c'eſt d'obſerver chaque jour la diſtance de la Comete à deux Etoiles fixes, dont les longitudes & latitudes ſoient connues, ce qui déterminera ſon lieu dans le Ciel. Or l'on conçoit aſſez que pluſieurs de ces lieux placés comme ci-devant ſur la ſurface du globe, déſigneront bientôt le mouvement de la Comete vu de la Terre (puiſqu'elle ne s'écarte pas d'un grand cercle), à moins que ce ne ſoit le mouvement propre & journalier de la Terre ſur ſon orbite, ou la parallaxe du grand orbe qui la détourne * un peu de ſon cours; ce qui n'arrive gueres, comme nous l'avons dit, qu'au commencement ou vers la fin de ſon apparition. Quant aux diſtances de la Comete aux plus proches ou aux plus belles Etoiles fixes, on peut les obſerver avec des Quarts-de-Cercle ou Sextans, en les plaçant de maniere que le plan de leur limbe paſſe par la Comete & par l'Etoile; car alors ſi on dirige la pinnule ou lunette fixe à l'Etoile, par exemple, & celle de l'Alidade à la Comete, les degrés & minutes &c de la circonférence, marqués par l'Alidade déſigneront la diſtance apparente de la Comete à l'Etoile, ce que l'on pourra réitérer autant de fois qu'on voudra, & cela ſur deux ou pluſieurs Etoiles fixes: les Aſtronomes ſe ſervent auſſi d'une lunette garnie d'un Micrometre, ce qui eſt d'autant plus avantageux qu'il n'eſt beſoin en ce cas que d'un ſeul Obſervateur pour meſurer la diſtance de la Comete aux Etoiles qui l'environnent.

Les Cometes ſe meuvent toujours dans un plan qui paſſe par le Soleil.

Il ſuit de ce que nous venons de dire que les Cometes ſe meuvent toutes dans un plan qui paſſe, non pas par notre œil, mais par le Soleil, & dès-lors il eſt néceſſaire que quelque mouvement qu'ait un corps céleſte dans

* Elle peut auſſi changer aſſez ſubitement de direction vers le tems de ſa conjonction au Soleil, ou plutôt, un peu avant ou après ſon paſſage par le Périhélie, comme il eſt arrivé à celles de 1680 & de 1744.

ce plan, son cours ne paroisse plus s'écarter de la circonférence d'un grand cercle. Ainsi le mouvement des Cometes sera donc régulier & parfaitement réglé: car quoiqu'elle soit sujette à certaines inégalités, on observe néantmoins dans son cours une assez grande régularité, nonobstant les inégalités apparentes qui l'accélerent ou la retardent.

Variétés surprenantes dans leurs cours.

Cependant le mouvement propre de chaque Comete ne se fait pas à beaucoup près dans le même sens, puisqu'il est varié à l'infini, les unes s'avançant d'Occident en Orient, lorsqu'au contraire la plupart se trouvent emportées contre l'ordre des Signes, c'est-à-dire, dans un sens opposé à celui des Planetes. Bien plus, depuis que l'on observe le cours des Cometes avec quelque attention, on s'est apperçu qu'il se dirigeoit tantôt vers le Nord & tantôt vers le Midi, & cela avec des inclinaisons si différentes, qu'il n'a pas été possible de les renfermer dans un Zodiaque, de la même maniere que les Planetes; car si elles se trouvent une fois dans ce Zodiaque, elles en sortent bientôt avec plus ou moins de vitesse & par différens côtés. Regiomontanus en a observé une qui paroissoit avoir une vitesse bien extraordinaire, puisqu'elle parcourut 40 degrés en un jour. Enfin il y a des Cometes dont le mouvement est plus rapide au commencement qu'à la fin de leur cours: au contraire d'autres se meuvent très-rapidement au milieu, & très-lentement soit au commencement soit à la fin de leur apparition.

Les Cometes vers la fin de leur apparition semblent se détourner un peu de la circonférence du grand cercle qu'elles ont suivies.

On a observé encore que plusieurs Cometes avant que de disparoître entierement commençoient à s'écarter vers la fin de leur cours, de la circonférence du grand cercle qu'elles avoient suivies jusques là si constamment; ce que l'on a remarqué d'autant plus facilement qu'en recherchant, comme nous l'avons expliqué ci-dessus, leur inclinaison apparente, ou l'angle que sembloit former leur orbite avec le plan de l'Ecliptique, on a trouvé qu'il changeoit

geoit bien plus ſenſiblement vers la fin de leur apparition; mais cette déviation apparente eſt bien moins cauſée par le mouvement réel de la Comete que par celui de la Terre, ainſi qu'il arrive tant aux Planetes ſupérieures qu'aux inférieures, dont les diſtances au plan de l'Ecliptique ſont ordinairement, très-différentes (toutes choſes d'ailleurs égales) ſelon les diverſes poſitions de la Terre ſur ſon orbite. Car il eſt certain que ſi les Cometes étoient obſervées du Soleil, elles paroîtroient décrire véritablement un grand cercle.

Quels ſont les véritables orbites des Cometes.

Au reſte, il ne faut pas s'imaginer que parce que les Cometes paroiſſent décrire aſſez exactement un grand cercle de la Sphere, leur véritable cours ſe faſſe pour cela dans la circonférence d'un cercle; car les mêmes apparences s'obſerveront conſtamment, ſoit qu'une Comete ſe meuve dans une ligne droite, ſoit dans une ellipſe, une parabole ou une hyperbole, pourvu qu'elle ne ſorte pas effectivement du même plan. En effet, dès que l'on ſuppoſe un plan qui paſſe par l'œil, tout corps en mouvement, quel qu'il ſoit, & quelque route qu'on lui attribue, paroîtra conſtamment dans la circonférence d'un grand cercle. Auſſi le plus grand nombre des Philoſophes & des Aſtronomes du dernier ſiécle ont-ils ſuppoſé que les orbites des Cometes étoient rectilignes, juſqu'à ce qu'on ſe ſoit enfin apperçu qu'une orbite parabolique ou elliptique s'accordoit bien mieux avec les phénomenes obſervés. Il eſt vrai que pour ſuppoſer leurs orbites elliptiques, il les faut imaginer prodigieuſement allongées ou excentriques, c'eſt-à-dire, que leur premier axe doit être incomparablement plus grand que le ſecond, & c'eſt en cela que les orbites des Cometes pourroient être diſtinguées de celles des Planetes, puiſque ces dernieres décrivent des ellipſes ſi peu excentriques qu'elles ne different preſque pas d'un cercle, à moins qu'on n'en

Hévélius s'eſt apperçu le premier qu'elles ſe courbent en s'approchant du Soleil.

veuille excepter Mars & Mercure qui ont une excentricité un peu plus grande que les autres Planetes. Mais on doit bien remarquer que le Soleil se trouve toujours au foyer commun de toutes les orbites tant des Planetes que des Cometes, & que généralement tous les Astres se meuvent autour de ce point ou foyer, sans s'écarter de cette fameuse loi constante, qui consiste à décrire des aires proportionnelles aux tems. Or il suit de là que les Cometes sont assujetties de même que les Planetes à l'effet de la gravitation qu'on peut bien considérer comme une pésanteur universelle vers le Soleil.

Dans quels tems les Cometes se meuvent à nos yeux, & dans quels tems elles disparoissent.

On voit présentement la raison pourquoi les Cometes ne doivent être uniquement apperçues que lorsqu'elles descendent dans la partie la plus basse de leur orbite, c'est-à-dire, vers le Soleil; car comme elles remontent ensuite vers la partie la plus haute, qui est l'extrémité du premier axe de leur orbite, elles s'éloignent par conséquent du Soleil; & venant à parcourir des régions fort éloignées, elles se trouvent en ce cas hors la portée de notre vue. On comprendra ceci d'autant plus facilement qu'il est nécessaire de considérer deux causes principales de leur peu de lumiere; car outre qu'elle diminue & qu'elle est bien moins vive à mesure qu'une Comete s'éloigne du Soleil (dont elle nous réfléchit les rayons de la même maniere que les Planetes) il arrive aussi que le diametre apparent des Cometes diminue à mesure qu'elles s'éloignent, jusqu'à devenir insensible à notre égard. On doit aussi remarquer que vers le tems de leur passage par l'Aphélie lorsqu'elles parcourent les régions les plus éloignées du Soleil, leur mouvement doit être prodigieusement lent; c'est pourquoi dans des orbites aussi excentriques, il doit arriver qu'elles seront comme immobiles au tems du passage par l'Aphélie, & qu'au contraire leur mouvement doit se faire avec une rapidité prodigieuse au tems du passage par le

Périhélie, & c'eſt ce qui fait qu'on les apperçoit ſi peu de tems à chaque fois qu'elles deſcendent vers le Soleil.

Soit le Soleil en *S*, *ABPD* l'orbite elliptique d'une Comete, *TCE* l'orbite de la Terre. Si l'on ſuppoſe que le demi-axe de l'ellipſe ou de l'orbite de la Comete ſoit cent fois plus grand que la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, il eſt évident que cette Comete n'achevera ſa révolution périodique autour du Soleil que dans mille ans ou environ; car ſelon la regle de Kepler, les Quarrés des tems périodiques doivent conſtamment ſe trouver dans le même rapport que les cubes des diſtances moyennes * à l'égard du Soleil. Ainſi il eſt vrai de dire qu'une Comete, dans la ſuppoſition que l'on vient de faire, ne doit ſe retrouver à la portée de notre vue qu'après avoir parcouru un très-long eſpace, ſçavoir lorſqu'elle s'approchera de la Terre, à meſure qu'elle deſcend vers le Soleil comme en *F*, ou bien lorſqu'elle commencera à remonter auſſi-tôt après ſon paſſage par le Périhélie; car dans ce dernier cas on doit l'appercevoir encore quelque tems juſqu'à ce qu'elle ceſſe de ſe montrer en *G*. D'un autre côté, ſi la diſtance Aphélie eſt à la diſtance Périhélie, c'eſt-à-dire, ſi la plus grande diſtance de la Comete au Soleil eſt à ſa plus petite diſtance comme 1000 eſt à 1, la viteſſe de la Comete au tems de ſon paſſage par le Périhélie ſera donc à la viteſſe qu'elle doit avoir au tems de ſon Aphélie dans le même rapport: cela eſt évident, puiſque l'aire *ASB* doit toujours être égale à l'aire *DSP*, les arcs *AB*, *DP* étant parcourus dans des tems égaux. Mais il n'eſt pas moins évident que la viteſſe angulaire de la Comete autour du Soleil doit être alors en raiſon doublée ou comme les quarrés de 1000 & de 1. C'eſt pourquoi ſi la Comete parcourt en un jour un angle d'un degré autour du Soleil au tems du paſſage par le Périhélie, elle ne parcourra plus au paſſage par l'Aphélie que la $\frac{1}{1000000}$ partie d'un

PLANCHE VI, *Fig. 9.*

* *La moitié du grand Axe eſt toujours égale à la diſtance moyenne de la Planete, au foyer de l'Ecliptique.*

degré : on voit par là quelle doit s'y mouvoir si lentement qu'il faudra plusieurs années pour qu'elle puisse parcourir un degré.

Dans l'Astronomie on peut supposer que les petites portions d'Ellipses que nous voyons parcourir aux Cometes pendant quatre à cinq Mois, ne different pas sensiblement d'une Parabole.

Les ellipses que décrivent les Cometes ayant donc une si grande excentricité, on a regardé jusqu'ici comme des vraies paraboles, les petites portions de ces orbites que nous voyons décrire aux Cometes ; car une ellipse dont les foyers seroient à une distance presqu'immense, ne differe pas sensiblement d'une parabole, de la même maniere qu'elle dégénere en un cercle lorsque ses deux foyers s'approchent & se réunissent au même point. L'avantage que l'on a trouvé à supposer que les orbites des Cometes étoient de véritables paraboles, c'est qu'il en résulte une approximation ou forme de calcul beaucoup plus facile que si l'on venoit à considérer ces mêmes orbites comme de véritables ellipses. C'est aussi ce qui a principalement déterminé le célebre Mathématicien M. *Halleï* à construire une Table générale pour calculer les mouvemens des Cometes ; car une seule Table suffit, toutes les paraboles étant semblables, au lieu que les ellipses ayant une excentricité variable ne sont plus de même espece & le calcul en devient plus pénible & plus compliqué. Supposant donc que le mouvement des Cometes se fait dans un orbe parabolique, M. Halleï a appliqué cette théorie à toutes les Cometes qui avoient été soigneusement observées, & le calcul étant achevé, on s'est apperçu que leurs mouvemens déduits jour par jour de la théorie, étoient si conformes & s'accordoient avec tant de précision dans l'espace de plus 180° & même de 9 Signes, qu'à peine y a-t-on trouvé quelquefois une différence de 3 minutes. Tant de Cometes observées, & qui ont toutes paru si conformes à la théorie, ont fait voir manifestement qu'on pouvoit espérer de prédire, selon ces principes, le mouvement apparent des Cometes avec au moins autant de précision que celui des Planetes calculées sur les meilleures Tables Astronomiques, & quoiqu'il soit vrai de dire que les Cometes ont une bien plus grande inégalité réelle dans leur mouvement que nos Planetes (puisque l'excentricité de leur orbe est infiniment plus grande) cela n'empêche pas néantmoins que leur orbite calculée ne réponde aussi parfaitement aux observations que celles des Planetes, parce que la regle des aires proportionnelles au tems paroît générale & constante pour tous les corps célestes, & se trouve par là confirmée merveilleusement. Or la théorie de M. Newton sur les Cometes a paru d'autant plus véritable qu'elle ne suppose d'autres causes physiques que celles qui sont communes à toutes les Planetes, tous ces Astres étant assujettis constamment aux mêmes loix, & les Observations Astronomiques s'y étant accordées si parfaitement jusqu'à ce jour.

Cette grande découverte de M. Nevvton sur la vraie théorie des Cometes a paru si belle & si intéressante qu'elle a anéanti tout-à-coup les hypotheses des autres Astronomes.

Les Observations des Cometes dont Tycho s'étoit déja servi si utilement pour renverser l'opinion des Sectateurs d'Aristote, n'ont gueres été plus favorables en ces derniers tems aux Tourbillons imaginés par Descartes; puisqu'on s'est enfin apperçu qu'au moins la moitié des Cometes observées jusqu'ici, avoient un cours opposé ou directement contraire à celui des Planetes. Quand Descartes composa son systeme sur les débris de la Philosophie d'Aristote, il ne sçavoit gueres l'Astronomie de son tems, comme on le verra ci-après. Il n'ignoroit pas cependant au sujet des Cometes ce que Tycho avoit découvert, c'est-à-dire, qu'il étoit impossible que ces Corps fussent répandus dans notre air. Mais comme les Cieux solides n'avoient été imaginés par Aristote que pour retenir chaque Planete ou les empêcher de s'échapper par la tangente, & qu'il avoit, pour ainsi dire, précipité par cette raison, toutes les Cometes au-dessous de la Lune, cette opinion ne pouvant plus subsister, Descartes imagina un grand fluide ou Tourbillon solaire dans lequel il a prétendu qu'elles devoient nager. Cette nouvelle hypothese paroissoit d'autant plus simple qu'on se persuadoit déja d'être bientôt en état d'expliquer par là tous les phénomenes, à quoi on s'est d'autant plus attaché que les découvertes de Galilée & de MM. Huyghens & Cassini sur les Satellites de Jupiter & de Saturne, n'exigeoient autre chose que de petits tourbillons qu'on faisoit mouvoir dans le même sens; ce qui n'auroit pas été aussi facile si les Planetes tant du premier que du second ordre eussent fait leurs révolutions dans des sens opposés les unes aux autres.

Un grand nombre de Cometes se meuvent d'Orient en Occident ou contre l'ordre des Signes.

Mais quoique toutes les Planetes se meuvent dans leurs orbites d'Occident en Orient, on observe cependant un grand nombre de Cometes qui sont emportées en sens contraire, en sorte que leur mouvement réel est véritablement rétrograde ou contre l'ordre des Signes. Descartes auroit dû considérer, par exemple, celle qui fut observée par Regiomontanus l'an 1472 & dont la vitesse apparente sembloit prodigieuse, puisqu'elle parcourut environ 40 degrés en un jour. S'il se fût donné la peine de calculer les orbites de plusieurs autres Cometes, lui qui étoit si grand Géometre, il se seroit bientôt apperçu qu'il y en avoit un très-grand nombre qui étoient rétrogrades. Mais il s'est contenté d'expliquer le mouvement des Planetes d'une maniere vague, ne faisant pas même attention à l'inclinaison de leur orbe sur le plan de l'Ecliptique; en sorte que dans son systeme, on ne sçauroit concevoir pourquoi le mouvement du fluide ou grand Tourbillon solaire emporteroit les Planetes autrement que selon un seul & même plan, sçavoir celui de l'Ecliptique. Il paroît donc présentement que les Tourbillons de Descartes n'existent point comme quelques Phisophes l'ont cru ſans l'avoir examiné ; car ſi le grand Tourbillon ſolaire avoit lieu, ce Tourbillon, de même qu'un torrent, emporteroit d'Occident en Orient les Cometes lorſqu'elles y deſcendent. En effet lorſqu'une Comete eſt parvenue à la hauteur de la Terre, la viteſſe du Tourbillon devient alors ſi grande, que ſi ce Tourbillon exiſtoit réellement, il faudroit de néceſſité qu'il l'entraînât, & qu'ainſi la Comete parcourût à chaque heure plus de 7000 lieues ; d'où l'on voit que cet eſpece de torrent ou entraîneroit les Cometes avec une très-grande rapidité, ou détruiroit bientôt leurs mouvemens s'ils ſe faiſoient en ſens contraire. Qui ne voit donc pas à préſent, de la maniere du monde la plus évidente, qu'aucun corps ne pourroit ſe maintenir long-tems contre l'effort prodigieux d'un ſemblable torrent ? D'un autre côté l'on obſerve qu'un grand nombre de Cometes ſe meuvent contre la direction de ce prétendu torrent, & cela avec la plus grande facilité, ayant un mouvement très-libre; en ſorte qu'elles obſervent les loix générales auſquelles elles ſont toutes aſſujetties, préciſément de même que s'il n'y avoit aucun fluide qui pût leur réſiſter. On voit ainſi que ces obſervations ſont abſolument contraires & répugnent à la nature des Tourbillons ; car dès qu'on ſuppoſe un fluide qui entraîne les Planetes, il faut néceſſairement qu'il entraîne auſſi dans le même ſens tous les autres corps ſolides à meſure qu'ils y tomberont. C'eſt pourquoi, puiſque cela n'arrive pas à l'égard des Cometes, on peut donc établir comme une vérité dont il n'eſt plus permis de douter, qu'il n'y a aucune matiere dans les Cieux capable de réſiſter au mouvement des Planetes ; qu'il n'y a, dis-je, aucun milieu qui ait une denſité aſſez ſenſible, ni qui ſoit comparable à notre air. Car il eſt certain que ce dernier détruit bien ſenſiblement le mouvement des corps lancés au-deſſus de la ſurface de la Terre, comme cela ſe voit par le jet des bombes & des autres projectiles.

Il n'y a point de Tourbillons dans les cieux, comme l'ont prétendu Deſcartes & ceux de ſa Secte.

Il y a donc lieu de croire que ceux qui ont étudié les Principes de la Philoſophie de Deſcartes ou de Leibnits, s'en détacheront d'autant plus facilement, quant à ce qui regarde les Tourbillons, qu'il eſt aiſé de voir, ſur-tout lorſqu'on a appris un peu d'Aſtronomie, que ces prétendus Tourbillons répugnent aux Obſervations des Cometes. Quant à ceux qui ſemblent s'efforcer d'expliquer par là le mouvement des corps céleſtes, ils ne doivent gueres être écoutés, puiſqu'ils n'ont qu'un tiſſu de fictions impoſſibles ou imaginaires à nous propoſer.

La matiere fluide répandue dans les cieux eſt ſi rare, qu'elle n'a pas la moindre denſité ſenſible.

On doit encore conſidérer que puiſque la réſiſtance d'un milieu dépend de ſa denſité, il doit s'enſuivre que là où le milieu ne réſiſte pas, ſa denſité ne ſçauroit gueres être bien ſenſible. Mais puiſqu'on eſt convaincu aujourd'hui que les Cometes n'éprouvent aucune réſiſtance ſenſible dans les Cieux, mais qu'elles parcourent avec la plus grande liberté leurs trajectoires, de la même maniere que ſi elles ſe mouvoient dans le vuide, la réſiſtance du milieu doit donc être bien peu conſidérable. En effet on prouve que ce milieu peut être ſi rare, que ſi l'on en excepte la maſſe des Planetes & des Cometes, auſſibien que leurs athmoſpheres, ce qui reſte de matiere dans tout l'eſpace Planétaire, c'eſt-à-dire, depuis le Soleil juſqu'au delà de l'orbite de Saturne, doit être ſi rare & en ſi petite quantité, qu'à peine occuperoit-elle, étant ramaſſée, plus d'eſpace que celui qui eſt contenu dans un pouce d'air pris dans l'état où nous le reſpirons : la démonſtration géométrique s'en trouve dans les Ouvrages de MM. Newton, Keill & Gregori ; mais celle qu'en a donnée Roger Côtes dans ſes Leçons phyſiques paroît plus ſimple, étant d'ailleurs plus à la portée des Commençans.

Le mouvement des Cometes étant

Les Philoſophes Scholaſtiques qui ont fait juſqu'ici tant de mauvais raiſonnemens métaphyſiques contre le vuide

vuide, n'ont pas befoin d'être réfutés davantage. Semblables à ces fameux Sophiftes de la Grece, il femble qu'ils tâchent d'envelopper leurs queftions de tant de fubtilités qu'il vaut mieux n'y faire aucune attention, au plutôt y répondre à la maniere de Diogene qui les voyant difputer contre le mouvement, imagina que de fe promener c'étoit la meilleure façon de leur répondre : ainfi bien loin de s'embarraffer dans cette multitude de fophifmes que les Scholaftiques mettent à chaque inftant dans la difpute, on ne leur doit propofer autre chofe que de vouloir bien fuivre les Mouvemens d'une Comete dans les cieux ; car malgré les raifonnemens ou fubtilités de l'Ecole, ils connoîtront bientôt la néceffité d'admettre le vuide.

Il paroît d'abord qu'on doit voir bien moins fouvent les Cometes lorfqu'elles defcendent vers le Soleil, que lorfqu'elles en remontent immédiatement après leur paffage par le Périhélie*; car lorfqu'elles defcendent elles n'ont prefque point de queues, n'étant pas encore affez échauffées par le Soleil. Auffi font-elles alors bien moins remarquables, en forte qu'elles échappent fouvent à nos yeux; au lieu qu'après leur paffage par le Périhélie, elles paroiffent fouvent avec des queues prefqu'immenfes & du moins affez grandes pour être remarquées de tout le monde. Ces queues femblent compofées d'une matiere lumineufe, très-rare ** & des plus fubtile. Il femble que la chaleur du Soleil ait atténué les particules de cette matiere, qui pour lors s'éleve avec beaucoup de force de la

* La Comete de 1742 qui a été rétrograde n'a été apperçue qu'après fon paffage par le Périhélie, mais c'eft uniquement parce qu'elle n'étoit pas vifible en Europe (étant dans la Partie auftrale du Ciel) lorfqu'elle defcendoit vers le Soleil : le contraire eft arrivé à l'égard de celle de 1744. En général la propofition énoncée ci-deffus eft vraie, mais il faut bien prendre garde qu'on y fuppofe toutes chofes égales ; autrement une Comete en defcendant vers le Soleil pourroit fe trouver beaucoup plus près de la Terre qu'en remontant, & partant feroit fans doute vifible uniquement dans le premier, & non pas dans le fecond cas.

** Remarquez qu'on apperçoit les plus petites Etoiles fixes à travers les queues les plus épaiffes des Cometes, & cela de la même maniere qu'on les apperçoit dans les pays feptentrionaux à travers les plus fortes Aurores boréales.

surface des Cometes. Il pourroit bien se faire qu'elle auroit la même origine qu'une matiere à peu près semblable qui s'exhale de notre Terre * & qu'on a vu dans ces derniers tems s'élever à une hauteur prodigieuse au-dessus de notre Athmosphere ; car ces vapeurs lumineuses, appellées *Aurores Boréales*, ont été apperçues généralement dans toute l'Europe, & il est à remarquer qu'elles ressemblent fort, tant par leur figure, que par leur splendeur à celles des Cometes, n'y ayant peut-être que le défaut de matiere qui puisse faire disparoître l'Aurore Boréale.

** On remarquera que dans la Suede il n'y a aucune nuit d'hiver où l'on n'apperçoive parmi les constellations ces aurores, & cela dans toutes les régions du ciel.*

Les queues des Cometes sont toujours à l'opposite du Soleil.

Il y a encore ceci à remarquer dans les queues des Cometes, sçavoir qu'elles sont toujours dans la partie opposée au Soleil, c'est-à-dire, que si le Soleil est à l'Occident, la queue semble se répandre vers l'Orient, & au contraire ; en un mot à minuit la queue tend vers le Nord. Ces mêmes queues, comme on l'a déja dit, augmentent sensiblement à mesure que les Cometes descendent vers le Soleil : elles sont très-grandes vers le Périhélie, ensuite elles décroissent à mesure que les Cometes s'éloignent du Soleil, diminuant peu à peu jusqu'à rentrer tout-à-fait dans l'Athmosphere des Cometes.

Elles participent au mouvement du corps de la Comete.

Lorsque les queues des Cometes ne sont pas encore fort grandes, il ne faut pas s'imaginer qu'elles montent avec rapidité, ni qu'elles s'élevent continuellement de la tête de la Comete pour disparoître ensuite ; ce sont plutôt des colomnes permanentes de vapeurs ou d'exhalaisons qui s'éloignant assez lentement de la Comete participent à son mouvement ; car il leur a été communiqué par la tête dès le commencement, ainsi elles continuent de la suivre dans les cieux. On voit clairement par là que dans toute l'étendue des cieux il n'y a point de matiere capable de résister, en sorte que des corps aussi solides que les Planetes & les Cometes, doivent non-seulement s'y mouvoir sans trouver d'obstacles & y achever perpétuellement leurs révolutions, mais auſſi que la même facilité de parcourir les cieux a lieu dans le mouvement de ces vapeurs ſi rares qui compoſent les queues des Cometes.

La fameuſe Comete de 1680. que l'on commença à obſerver à Londres & à Paris, auſſi-tôt après ſon paſſage par le Périhélie, avoit alors une queue ſi prodigieuſe qu'elle parut occuper 40 & même 60 degrés dans le Ciel : cela doit d'autant moins nous ſurprendre qu'elle a ſi fort approché du Soleil qu'à peine étoit-elle éloignée de ſa ſurface d'environ la ſixieme partie du diametre Solaire. Ainſi l'œil placé en ce moment dans la Comete auroit vu le Soleil ſous un angle d'environ 120 degrés, c'eſt-à-dire, que le Soleil auroit paru ſi exceſſivement grand, qu'il lui auroit ſemblé occuper plus de la moitié du ciel. On ne doit donc pas être étonné ſi la chaleur que cette Comete a du pour lors reſſentir a été ſi terrible, puiſqu'elle a dû ſurpaſſer trois mille fois celle d'un fer rouge. Mais on voit par là la néceſſité de regarder les Cometes comme de vraies Planetes : elles doivent être conſidérées comme des corps ſolides, très-compacts & permanens ; car ſi la Comete de 1680. n'eût été autre choſe qu'un amas de vapeurs ou d'exhalaiſons de la Terre, du Soleil & des autres Planetes, il eſt évident qu'à ſon paſſage par le Périhélie, cette Comete eût été anéantie, & qu'une chaleur bien moins grande, eût été capable de diſſiper bientôt ces vapeurs.

Longueur de la Queue de la Comete de 1681. auſſi-tôt après ſon paſſage par le Périhélie.

Cette Comete a été vue pendant plus de quatre Mois, ſçavoir depuis le 14. Novembre qu'elle fut obſervée à Cobourg en Saxe par M. Kirck, juſqu'au 19. Mars de l'année 1681. que M. Newton ceſſa de l'appercevoir : comme elle parut couper deux fois le plan de l'Ecliptique, on vit d'abord ce qu'Hévélius avoit déja remarqué ſur d'autres Cometes, que ſa trajectoire n'étoit pas tout-à-fait rec-

M. Gottfroy Kirck a apperçu le premier cette Comete.

La Comete de 1680. & de 1681. a été obsérvée avant & après sa conjonction au Soleil.

tiligne, mais qu'elle se courboit un peu en s'approchant du Soleil. Il y a plus, on s'apperçut pour la premiere fois qu'elle tournoit autour du Soleil: & c'est ce qui confirma entierement M. Newton dans la découverte qu'il fit pour lors de sa véritable théorie; car le mouvement de cette Comete calculé dans une orbe parabolique & ensuite dans une ellipse, s'accorde si parfaitement avec cette multitude d'Observations qu'on avoit faites du mouvement de la Comete dans l'espace de 9 Signes qu'elle a parcourus en longitude, qu'on peut bien dire que la théorie s'accorde aux observations avec autant de certitude qu'on calcule le Lieu des Planetes. Le mouvement apparent de cette Comete sembloit assujetti à des inégalités extraordinaires: mais, comme on l'a expliqué ci-dessus, ce n'étoit autre chose qu'un effet du mouvement réel de la Terre autour du Soleil. Lorsqu'elle parut pour la premiere fois au 29° 51′ du Lion, elle ne parcouroit pas deux degrés par jour: environ quinze jours après, vers le commencement de Décembre, son mouvement diurne étoit d'environ cinq degrés, ensuite il a paru retarder entre le 5 & le 20 du Mois de Décembre, la Comete n'ayant parcouru dans un intervalle de 15 jours & demi qu'environ 40 degrés. Après son passage par le Périhélie elle recommença à accélérer son mouvement, faisant alors environ 5 degrés par jour. Enfin elle a retardé sensiblement de jour en jour jusqu'au 19 Mars qu'on l'a observée pour la derniere fois au 0° 43′ des Gemeaux.

Irrégularités apparentes dans le mouvement de cette Comete.

La Comete de 1744.

L'orbite de la Comete qui a commencé à paroître au 13 Décembre 1743 ** & qu'on a cessé d'observer en Europe au commencement du Mois de Mars de l'année suivante, peu de tems après son passage par le Périhélie, a été calculée comme il suit dans une orbe parabolique. En voici les principaux résultats.

***La premiere observation en a été faite à Lausanne par M. de Cheseaux.*

La distance Périhélie ou sa plus grande proximité du

Soleil a été de $\frac{2253}{10000}$ de la moyenne diſtance du Soleil à la terre : ainſi la Comete s'en eſt plus approchée que Mercure.

Soit le lieu de la Terre en T, le 21 Décembre 1743. à $6^h\ 57'\ 57''\frac{1}{2}$ de tems moyen, & le lieu du Soleil calculé pour le même inſtant ♐ $29^\circ\ 36'\ 02''\frac{1}{2}$, le logarithme de ſa diſtance à la Terre ST 9.992675 : ſoit auſſi le lieu apparent de la Comete α, mais réduit au plan de l'Ecliptique (par la Perpendiculaire abaiſſée en A) ♈ $22^\circ\ 23'\ 02''\frac{1}{2}$, avec une latitude géocentrique boréale $16^\circ\ 18'\ 55'$, meſurée par l'angle αTA : l'élongation de la Comete au Soleil ou l'angle STA auroit donc été de $112^\circ\ 47'\ 00''$. PLANCHE VI. *Fig. C.*

De même ſi on ſuppoſe qu'au 17. Fevrier 1744. à $6^h\ 34'\frac{2}{3}$ de tems moyen, la Terre ſe ſoit trouvée au point τ de ſon orbite, la longitude du Soleil étant ♒ $28^\circ\ 31\ 20''$; & le logarithme de ſa diſtance à la Terre 9.9951803, puiſque la longitude géocentrique de la Comete a été déterminée au même inſtant ♓ $20^\circ\ 55'\ 35''$ ou $40''$, & ſa latitude géocentrique boréale de $19^\circ\ 24'\ 43''$, on aura donc l'élongation $S\tau C$ de $22^\circ\ 24'\ 20''$, & l'angle $\sigma\tau C$, qui eſt la latitude apparente de la Comete au moment de l'obſervation, de $19^\circ\ 24'\ 43''$.

La Comete ayant paru ſous un angle un peu plus grand au tems de la ſeconde, que de la premiere obſervation, il s'enſuit que ſa Trajectoire ou ſa projection a dû paſſer entre la Terre & le Soleil. Ainſi on a cru devoir eſſayer à diverſes fois de connoître la valeur de l'angle τSC * qui eſt l'élongation, vue du Soleil, de la Comete à

* Dans le Triangle τSC étant connus les angles, comme auſſi le côté τS diſtance de la Terre au Soleil, on a calculé la valeur des côtés τC, SC : mais dans cette ſuppoſition, puiſque la Perpendiculaire σC élevée ſur le plan de l'Ecliptique, paſſe par le lieu de la Comete σ, on fera donc au Triangle Rectangle $\tau C\sigma$, comme le Rayon, eſt à la Tangente de la latitude géocentrique obſervée, ainſi τC, ſera à $C\sigma$: & la ſomme des quarrés de SC, $C\sigma$, donnera au Triangle Rectangle $SC\sigma$, la valeur du quarré de l'hypotenuſe, & par conſéquent la diſtance de la Comete au Soleil $S\sigma$.

l'égard de la Terre, & on l'a ſuppoſé d'abord de la moitié, enſuite des deux tiers de l'angle droit. Enfin après pluſieurs tentatives on en approché juſqu'à pouvoir le conclurre aſſez juſte de 56°.

De quelle maniere on peut déterminer par approximation les Trajectoires des Cometes.

Quoique la méthode que l'on explique ici ſoit un des meilleurs moyens de trouver par le calcul & par approximation la vraie trajectoire des Cometes, il faut avouer cependant qu'on eſt obligé de revenir ſouvent à de nouvelles ſuppoſitions, & de recommencer un long calcul pour approcher davantage dans la recherche des angles au Soleil, ou de la vraie poſition de la trajectoire que la Comete a parcourue. C'eſt ainſi qu'après pluſieurs tentatives on a trouvé la valeur approchée de l'angle τSC: mais pour y parvenir il a fallu en même tems tenter à diverſes fois celle de l'angle TSA, lequel angle devient toujours déterminé relativement à l'angle τSC, comme on le verra par ce qui ſuit.

Soit ſuppoſé en ſecond lieu l'angle TSA de 34° 12′ 20″, ſçachant la diſtance TS de la Terre au Soleil, on connoîtra donc comme ci-deſſus les côtés TA, SA, du Triangle TSA, comme auſſi l'hypotenuſe ou diſtance $S\alpha$ de la Comete au Soleil, au moment de la premiere obſervation.

PLANCHE VI. *Fig.* C. & D.

Il ne s'agit donc plus que de trouver le côté $\sigma\alpha$ ou l'angle $\sigma S\alpha$ * compris entre les deux diſtances données de la Comete au Soleil au tems de la premiere & de la ſeconde obſervation; car ſi l'on fait paſſer enſuite par les points σ & α une Parabole, cette courbe repréſentera (dans la ſuppoſition qu'on a faite ci-deſſus des angles au Soleil de

* Pour trouver l'angle $\sigma S\alpha$, on doit conſidérer que la Projection CSA de cet angle ſur le plan de l'Ecliptique eſt déja connue, & partant la baſe CA peut être facilement calculée par la Trigonométrie, ou plutôt en ſe ſervant de la méthode de Street expliquée page 552: mais parce qu'on connoît auſſi les Perpendiculaires $C\sigma$, $A\alpha$, & par conſéquent leur différence de hauteur $a\alpha$, il ſera facile de connoître enfin le côté $\sigma\alpha$, en menant par le point σ, c'eſt-à-dire, par l'extrémité de la Perpendiculaire la moins élevée, une ligne droite σa parallele ou égale à la baſe CA, & calculant enſuite la valeur de l'hypotenuſe $\sigma\alpha$.

56° & de $34^\circ\ 12'\frac{1}{3}$) la trajectoire de la Comete que l'on cherche.

La valeur de l'hypotenuſe de $\sigma\alpha$ (laquelle ſeroit égale à CA ſi les perpendiculaires $C\sigma$, $A\alpha$, étoient égales) étant une fois déterminée, & connoiſſant auſſi les trois côtés du Triangle $S\sigma\alpha$, il ſera facile de faire paſſer une Parabole * par les points σ & α, & qui aura ſon foyer au point S.

Pour s'aſſurer préſentement ſi l'angle TSA que l'on a ſuppoſé de $34^\circ\ 12'\frac{1}{3}$ dans le calcul du Triangle TSA, n'eſt point trop grand ou trop petit relativement au premier angle τSC, il n'eſt queſtion que de vérifier ſi dans l'eſpece de Parabole qu'on vient de déterminer, l'aire** PLANCHE VI. *Fig.* C. *Voyez la Théorie des Cometes*

* Soit le Triangle $\sigma S\alpha$ formé par les lignes droites tirées de la Comete au Soleil: des points σ & α, comme centre, & des intervalles σS, αS, on décrira les cercles SNI, SML. Ayant enſuite mené la ligne droite MNO qui touche l'une & l'autre circonférence: on abaiſſera les perpendiculaires SO, σN, αM, & par le point σ on menera la ligne droite $R\sigma r$ parallele à MNO: la ligne OSr, ſera l'axe de la Parabole, & la diſtance SO la moitié du Parametre. Diviſant donc SO en deux également au point P, le point P ſera l'extrémité de l'axe de la Parabole, & par conſéquent le Lieu du Périhélie de la Comete dans ſon orbite. *Fig.* D.

Il eſt facile de déterminer les angles $PS\sigma$, $PS\alpha$, compris entre l'un & l'autre lieu de la Comete déduit des obſervations & le Périhélie, comme auſſi la plus petite diſtance SP de la Comete à l'égard du Soleil. Car dans le Triangle Rectangle $\sigma R\alpha$, on connoît l'hypotenuſe $\sigma\alpha$, & le côté $R\alpha$ (qui eſt égal à la différence des lignes $M\alpha$, $N\sigma$ ou de $S\alpha$, $S\sigma$,) on pourra donc calculer la valeur de l'angle $R\sigma\alpha$ ou de ſon ſupplément à 180° $\alpha\sigma r$: mais puiſque les trois côtés de Triangle $\alpha\sigma S$ ſont connus, l'angle $\alpha\sigma S$ eſt donc auſſi déterminé, & partant la différence des angles connus $\alpha\sigma r$, $\alpha\sigma S$, ſçavoir, $r\sigma S$ étant donnée, on pourra calculer dans le Triangle Rectangle σrS la valeur du côté Sr: on connoîtra auſſi la valeur de l'angle σSr ou de ſon complément à 90° σSP, d'où il ſera facile de conclurre αSP. Enfin la diſtance SP du Périhélie de la Comete au Soleil ſera donnée, puiſqu'on a $2PS + Sr = rO = \sigma S$, qui eſt la diſtance de la Comete au Soleil déja calculée pour le tems de la ſeconde obſervation.

** Le complément arithmétique du logarithme Seſquialtere de la diſtance de la Comete au Soleil, ſçavoir, dans notre exemple 0.970846 étant ajouté au logarithme d'un jour 9.960128, la ſomme eſt le logarithme de 0.930974, qui étant retranché du logarithme de l'angle $PS\sigma$, qui eſt de $94^\circ\ 02'\ 53''$ (& qu'on trouvera par la Table générale de la Cométographie de M. Hallei de 2.046916) le reſte ſera le logarithme de l'aire $PS\sigma$ parcourue en 13, 05966 jours. De la même maniere l'aire $PS\alpha$ qui répond à la ſomme des angles $PS\sigma + \sigma S\alpha = 94^\circ\ 2'\ 53'' + 43^\circ\ 07'\ 33'' = 137^\circ\ 10'\ 26''$, a dû être parcourue en 71, 025 jours. Ainſi dans la Parabole qu'on vient de déterminer, la Comete auroit employé 57 jours, 965 à deſcendre depuis α juſqu'en σ, ce qui differe à peine du tems écoulé entre les obſervations, puiſqu'on auroit dû trouver tout au plus 57 jours, 985; d'où l'on peut conclurre que l'angle TSA (*Fig.* C.) qu'on a ſuppoſé ci-deſſus de $34^\circ\ 12'\ 20''$, ſeroit d'environ $10''$ trop petit, ce qui eſt preſque inſenſible.

La loi générale de la gravitation étant connue, il eſt facile de découvrir l'eſpece de Parabole parcourue par la Comete, & qui doit répondre au tems écoulé entre la premiere & la ſeconde obſervation.

parcourue par la Comete répond exactement au tems écoulé entre la 1re & la 2de obſervation. Cela ſuppoſe, comme l'on voit, la loi générale de la Gravitation, ſelon laquelle la Comete à meſure qu'elle s'approche ou s'éloigne du Soleil augmente ou diminue ſa peſanteur en raiſon renverſée du quarré de ſa diſtance à l'égard de cet aſtre.

Lorſqu'on s'eſt une fois aſſuré que l'angle TSA qu'il a fallu ſuppoſer d'abord connu à très-peu près, a été approché autant qu'il a été poſſible du véritable angle vu du Soleil, & qu'il répond au mouvement de la Comete depuis α juſqu'en σ, il ne reſte plus qu'à vérifier la ſuppoſition que l'on a premierement faite à l'ègard de l'autre angle au Soleil τSC: mais pour cet effet il faut achever de déterminer par rapport au plan de l'Ecliptique * la poſition de la trajectoire de la Comete. Enſuite on pourra comparer avec une 3e obſervation le lieu apparent de la Comete, calculé ſelon cette orbite, & en conclurre l'angle τSC.

PLANCHE VI. *Fig.* C. & E.

* Dans le Triangle Rectangle $\sigma a \alpha$, on fera comme αa, eſt à σa ou CA; ainſi le rayon, eſt à la tangente de l'angle $\sigma \alpha a = ☊ \sigma C$: mais au Triangle Rectangle $☊ C \sigma$, comme le rayon, eſt à la tangente de $☊ \sigma C$, ainſi σC, eſt à $C☊$. Ces deux Triangles ſont dans un plan perpendiculaire à l'Ecliptique; mais ſi l'on conſidere le Triangle $☊ SC$, lequel eſt dans le plan même de l'Ecliptique, puiſqu'on connoît les côtés $☊ C$, SC, & l'angle compris $☊ CS$ ſupplément de SCA, il ſera facile de calculer par la Méthode de Street l'angle $☊ SC$, qui donnera la poſition de la ligne des nœuds, & le lieu du ☊ en ♏ $15^{\circ}\ 36'\ 06''\frac{1}{2}$. Car la longitude du point C eſt déterminée à cauſe de l'angle τSC qu'on a ſuppoſé de 56°.

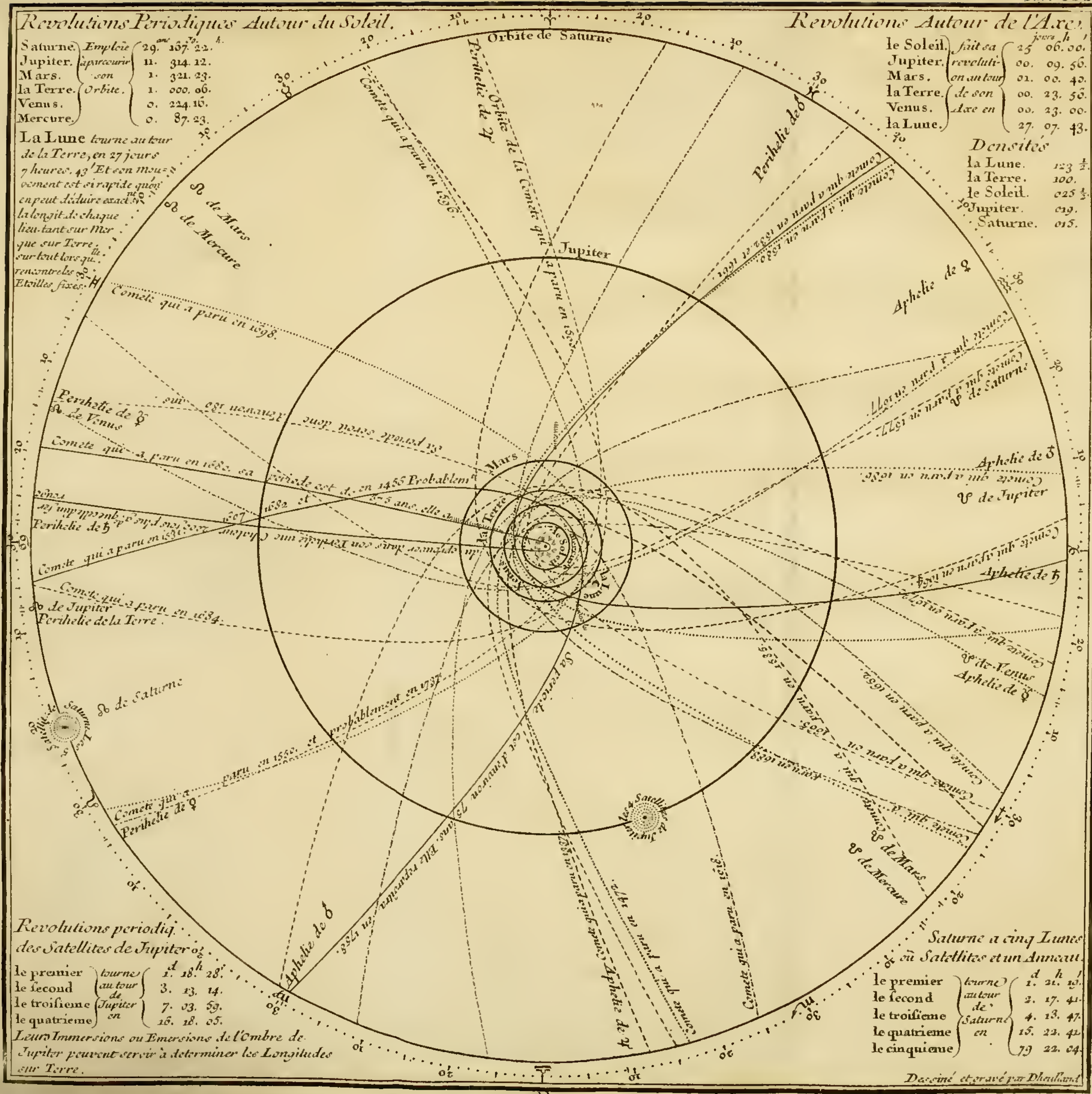
Ayant abaiſſé du point C ſur la ligne des nœuds la perpendiculaire CG, on connoît dans le Triangle Rectangle CGS l'hypotenuſe CS, comme auſſi l'angle CSG compl. à 180° de $☊ SC$; on calculera donc la valeur de CG: mais au Triangle Rectangle $GC\sigma$ (lequel eſt dans un plan perpendiculaire à celui de l'Ecliptique) on aura $GC : C\sigma ::$ Rayon : Tang. $CG\sigma$ de $46^{\circ}\ 22'\ 45''$, qui ſera l'inclinaiſon de la Trajectoire ſur le plan de l'Ecliptique.

* *Voyez le Lemme démontré pag. 114.*

Enfin le Coſinus de l'inclinaiſon * de la Trajectoire, eſt au ſinus total, comme le ſinus de l'angle $☊ SC$, au ſinus de $☊ S\sigma$: ainſi le lieu de la Comete dans ſon orbite (vu du Soleil) ſera connu au tems de la ſeconde obſervation, & partant l'angle $☊ SP$ ſera donné, ce qui détermine le lieu du Périhélie en ♎ $16^{\circ}\ 49'\ 22''\frac{1}{2}$: or en ſe ſervant de la Table générale de la Cométographie, on découvrira auſſi le tems du paſſage par le Périhélie, le 1 Mars 1744. à $8^{h}\ 00'\ 35''$ de tems moyen.

La même Table générale doit ſervir à faire découvrir ſi l'angle τSC qu'on a ſuppoſé de 56°, doit être augmenté ou diminué; car il ſuffit de comparer pour cet effet aux obſervations du commencement de Décembre ou du mois de Mars, les Lieux de la Comete déduits des Elémens qu'on vient d'établir ci-deſſus, & les différences feront connoître ſi l'on a aſſez approché de la vraie Trajectoire. De cette maniere on pourra, ſi l'on veut, recommencer tout le calcul en faiſant varier de quelques minutes l'angle τSC, ſans qu'il ſoit néceſſaire pour cela de changer bien ſenſiblement l'angle TSA.

CHAPITRE


Revolutions Periodiques Autour du Soleil.
Saturne. Jupiter. Mars. la Terre. Venus. Mercure. Emploie a parcourir son Orbite.
29. 167. 22.
11. 314. 12.
1. 321. 23.
1. 000. 06.
0. 224. 16.
0. 87. 23.
La Lune tourne au tour de la Terre, en 27 jours 7 heures, 43' Et son mouvement est si rapide qu'on en peut déduire exact. la longit. de chaque lieu tant sur Mer que sur Terre sur tout lors qu'elle rencontre les Etoilles fixes.
Revolutions Autour de l'Axe.
le Soleil. Jupiter. Mars. la Terre. Venus. la Lune. fait sa revolution au tour de son Axe en
25. 06. 00.
00. 09. 56.
01. 00. 40.
00. 23. 56.
00. 23. 00.
27. 07. 43.
Densités
la Lune. 123 ½.
la Terre. 100.
le Soleil. 025 ½.
Jupiter. 019.
Saturne. 015.
Orbite de Saturne
Jupiter
Mars
la Terre
Perihelie de ♃
Orbite de la Comete qui a paru en 1680
Comete qui a paru en 1698.
Comete qui a paru en 1680. sa periode est de 575 ans. elle a paru en 1106 et probablement en 1455
Comete qui a paru en 1682 et 1607
Comete qui a paru en 1684.
Comete qui a paru en 1556 et probablement en 1737
Comete qui a paru en 1618
Perihelie de ♂
Aphelie de ♀
Aphelie de ♄
Aphelie de ♃
Aphelie de ♂
Perihelie de ♀
Perihelie de ♄
Perihelie de la Terre
☊ de Mars
☊ de Mercure
☊ de Venus
☊ de Jupiter
☊ de Saturne
Satellites de Saturne
Satellites de Jupiter
Revolutions periodiq. des Satellites de Jupiter
le premier le second le troisieme le quatrieme tourne au tour de Jupiter en
1. 18. 28.
3. 13. 14.
7. 03. 59.
16. 18. 05.
Leurs Immersions ou Emersions de l'Ombre de Jupiter peuvent servir à determiner les Longitudes sur Terre.
Saturne a cinq Lunes ou Satellites et un Anneau
le premier le second le troisieme le quatrieme le cinquieme tourne au tour de Saturne en
1. 21. 19.
2. 17. 41.
4. 13. 47.
15. 22. 41.
79. 22. 04.
Dessiné et gravé par Dheulland

CHAPITRE DIX-HUITIEME.

De la Sphere & de ses différens Cercles.

L'œil de l'Observateur peut toujours être supposé au centre du Ciel.

Comme il est certain que chaque Observateur, en quelque endroit de l'Univers qu'on le suppose, est exactement au centre de cette vaste étendue qui l'environne, puisqu'elle n'a point de bornes à son égard, ou du moins qu'il ne lui est pas possible d'en reconnoître les limites; il s'ensuit que toutes les fois qu'il considerera soit de jour, soit de nuit, la profondeur ou l'étendue du Ciel, elle doit nécessairement lui paroître comme une voute ou surface sphérique concave, qui aura pour centre le lieu que son œil occupe. Car quoiqu'il soit nécessaire d'admettre à des distances fort inégales, cette multitude prodigieuse d'Etoiles que nous voyons sous tant de sortes de grandeurs différentes: néantmoins, comme celles qui sont les plus proches de nous, se trouvent certainement à des distances presque infinies, il semble que rien n'est plus simple que d'imaginer, au lieu de plusieurs surfaces concentriques, une seule & unique Sphere ou surface sphérique concave, qui sera regardée comme le terme le plus éloigné où l'on puisse rapporter tous les mouvemens, tant des Planetes que des autres Astres, que nous observons dans les cieux. C'est pour cette raison que dans l'application des cercles de la Sphere nous ne devons tenir aucun compte de la distance de la Terre au Soleil, puisqu'elle est presque nulle en comparaison du demi-diametre de la Sphere ou du Ciel étoilé.

Il importe peu, & ce sont les mêmes apparences, soit que l'œil du

Cela supposé, l'on doit concevoir maintenant, pourquoi l'apparence du Ciel étoilé doit être exactement la même à notre égard, en quelque endroit que la Terre se

Spectateur soit placé sur la Terre ou dans le Soleil.

trouve sur son orbite, & pourquoi nous devons appercevoir les Etoiles ou les Constellations précisément de la même maniere que si nous étions placés, soit dans le Soleil, soit à la circonférence, soit au centre de notre systeme Planétaire. Ainsi l'on peut établir comme un principe certain, que c'est la même apparence quant au Ciel étoilé, soit que l'on fasse passer les plans des différens cercles de la Sphere par le centre de la Terre, ou que l'on en suppose d'autres semblables & paralleles, qui passent par le centre du Soleil; car ces cercles paralleles doivent se confondre dans le même endroit du Ciel à notre égard, leur distance n'étant pas sensible en comparaison de celles des Etoiles fixes, ou de la Sphere où ils se terminent. De cette maniere on doit voir ces cercles paralleles dans le même point des cieux, soit qu'on les observe de la Terre ou du Soleil.

Les grands cercles de la Sphere. Ce que c'est.

Pour mieux déterminer les véritables lieux des Etoiles, & reconnoître par conséquent la vraie route ou l'ordre suivant lequel se font leurs mouvemens apparens dans les cieux, il est à propos d'y distinguer de grands & de petits cercles. Les grands cercles sont ceux qui divisent la Sphere en deux parties égales, & qui par conséquent ont même centre que le centre de la Sphere. Ainsi tous les grands cercles de la Sphere ayant un même centre, se coupent toujours en deux également, soit qu'ils se rencontrent à angles droits, ou à angles obliques.

Des petits cercles de la Sphere.

Les petits cercles au contraire sont ceux qui divisent la Sphere en deux parties inégales, & qui par conséquent ont des centres différens de celui de la Sphere. Ces cercles prennent leur nom de quelque grand cercle, auquel ils sont paralleles.

Les Poles de ces cercles.

Chaque cercle a deux Poles, c'est-à-dire, deux points sur la superficie de la Sphere, lesquels pris de part & d'autre & considerés séparément sont de tous côtés également éloignés de la circonférence : ces Points ou Poles ſont aiſés à déterminer, car ce ſont les endroits où une ligne droite qu'on ſuppoſe paſſer par le centre du cercle & qui eſt perpendiculaire ſur ſon plan, vient aboutir dans les points oppoſés de la ſuperficie de la Sphere.

Il y a des cercles qui ſe déterminent par rapport au lieu où eſt l'Obſervateur, tels ſont l'Horiſon & le Méridien. Il y en a d'autres qui dépendent du mouvement des Corps céleſtes. Ces derniers ſont appellés *Mobiles* parce qu'ils changent de place en même tems que l'Obſervateur, les premiers étant appellés *Immobiles*, parce qu'ils occupent conſtamment les mêmes points du Ciel.

Parmi les cercles de la Sphere, il y en a d'immobiles & d'autres qui ſont mobiles.

Les principaux cercles mobiles ſont l'Ecliptique, l'Equateur, & leurs Paralleles. Comme la Terre tourne autour du Soleil par ſon mouvement annuel, ſi un Obſervateur étoit dans le Soleil, il s'appercevroit peu à peu que la Terre décrit un cercle parmi les Etoiles fixes. C'eſt-là le cercle qu'on appelle l'*Ecliptique*, & c'eſt préciſément le même cercle, que nous qui ſommes placés ſur la Terre, voyons parcourir au Soleil par un mouvement apparent, dans l'eſpace d'une année, comme on l'a fait voir ci-deſſus.

L'Ecliptique.

L'Ecliptique ſe diviſe en douze parties égales, qu'on appelle les douze Signes ou les douze maiſons du Soleil. Elles tirent leur nom de la Conſtellation voiſine & commencent à l'Equinoxe du Printems, continuant à ſe ſuccéder les unes aux autres d'Occident en Orient. Les trois premiers Signes, ſçavoir ♈, ♉, ♊, s'étendent depuis l'Equinoxe du Printems juſqu'au Solſtice d'Eté, en tirant un peu vers le Nord. Les trois ſuivans, qui ſont ♋, ♌, ♍, commencent au Solſtice d'Eté, & ſe terminent à l'Equinoxe d'Automne. Les trois qui viennent enſuite, ſçavoir ♎, ♏, ♐, commencent à l'Equinoxe d'Automne, deſcendent un peu vers le Sud, & ſe terminent au Solſtice d'Hiver. Enfin les trois derniers qui ſont ♑, ♒, ♓, commencent au Solſtice d'Hiver, & finiſſent à l'Equinoxe du Printems.

Chacun de ces douze Signes eſt diviſé en trente degrés, & par conſéquent tout l'Ecliptique en 360 : on voit perpétuellement le Soleil dans ce cercle & il n'en ſort jamais. Il n'en eſt pas de même des Planetes ; elles s'en écartent de part & d'autre, dans l'eſpace d'environ huit degrés ; de ſorte que ſi l'on imagine un cercle, une zone ou ceinture qui ait ſeize degrés de large, & au milieu de laquelle ſoit placé l'Ecliptique, cette zone déſignera l'étendue du Ciel où les Planetes font leurs révolutions. Cette zone ou anneau applati a été nommée *Zodiaque* par les *Grecs* *, à cauſe des Signes ou Animaux qui en forment les Conſtellations.

Le Zodiaque.

* Latinè, *Signifer*.

Les cercles de Latitude, ou cercles Secondaires de l'Ecliptique.

Si l'on fait paſſer par les Poles de l'Ecliptique une infinité de cercles qui coupent perpendiculairement l'Ecliptique, on aura ce qu'on appelle les cercles *Secondaires* de l'Ecliptique. C'eſt par le moyen de ces cercles qu'on détermine la ſituation de chaque Etoile ou de chaque point du Ciel par rapport à l'Ecliptique ; car le lieu de chaque Etoile, relativement à l'Ecliptique, eſt celui où le cercle Secondaire qui paſſe par l'Etoile, va rencontrer l'Ecliptique. L'arc qui ſe trouve compris entre ce lieu & le premier point d'♈, ou le commencement du Belier, ſe nomme la *Longitude* de l'Etoile, elle ſe meſure par degrés, minutes, &c. Mais l'arc du cercle Secondaire compris entre l'Etoile & l'Ecliptique, eſt ce qu'on appelle la *Latitude* de cette Etoile. De là vient que ces cercles Secondaires de l'Ecliptique ſont nommés cercles de Latitude. La latitude d'une Etoile peut être ſeptentrionale ou méridionale ; car l'Ecliptique diviſe le Ciel étoilé en deux hémiſpheres, dont l'un eſt ſeptentrional & l'autre méridional.

Ce qu'il faut entendre par la longitude d'une Etoile.

La latitude d'une Etoile.

Comme la Terre tourne ſur ſon axe, il arrive de là que tous les Aſtres, c'eſt-à-dire, tout le Ciel étoilé ſemble tourner autour de la Terre dans l'eſpace de vingt-quatre heures. Ce mouvement apparent s'appelle *Diurne:* on peut imaginer au contraire qu'il ſe fait par le moyen d'un premier mobile qui entraîne la maſſe du Ciel, comme ſi la Terre étoit véritablement en repos, & que le Ciel tournât autour d'elle. Or le cercle qui eſt préciſément ſitué à diſtances égales entre les deux Poles de la Terre,& qu'on nomme l'Equateur, étant continué juſqu'au Ciel étoilé forme l'Equateur céleſte; de maniere que toutes les Etoiles, & généralement tous les points du Ciel, excepté les deux Poles, ſemblent décrire ou l'Equateur ou quelques-uns de ſes paralleles; en ſorte qu'un de ces mêmes cercles paralleles ſe trouve plus grand ou plus petit, ſelon que les Etoiles ou les différens points du Ciel par où il paſſe, ſont plus ou moins éloignés des Poles.

L'Equinoctial ou l'Equateur céleſte.

L'Equateur & l'Ecliptique étant de grands cercles, ſe coupent néceſſairement, comme nous l'avons dit, en deux parties égales; & la ſection de leurs plans demeurant toujours parallele à elle-même, regarde conſtamment les mêmes points du Ciel, ſçavoir le commencement d'♈ & de ♎ (car nous faiſons ici abſtraction de ce mouvement très-lent par lequel l'axe de la Terre, ou l'interſection de l'Ecliptique & de l'Equateur rétrograde de 50″ par année.) Ainſi lorſque le Soleil ſe voit dans le point de l'Ecliptique où ſe fait cette interſection, ſçavoir en ♈; c'eſt-à-dire, lorſque la Terre ſe trouve réellement dans la ſection oppoſée en ♎, c'eſt alors que le Soleil ſemble décrire dans le Ciel par ſon mouvement diurne le cercle équinoctial, qu'on appelle autrement l'Equateur. C'eſt pourquoi le Soleil ne ſçauroit décrire chaque année par ſon mouvement diurne que deux fois ſeulement l'Equateur, ſçavoir lorſqu'il vient paſſer à l'un ou à l'autre des deux interſections de l'Ecliptique & de l'Equateur, dont l'une eſt le commencement du Printems & l'autre de l'Automne; car c'eſt alors que tous les habitans de la Terre ont les jours égaux aux nuits, & c'eſt de cette égalité que l'Equateur a pris ſon nom. L'angle que l'Ecliptique fait avec l'Equateur dans ces points d'interſections eſt de $23°\frac{1}{2}$. Enſuite le Soleil quittant l'Equateur paroît s'avancet peu à peu vers le Nord ou vers le Sud, & décrire chaque jour de petits cercles paralleles à l'Equateur, juſqu'à ce que s'étant avancé dans l'Ecliptique à $90°$ de l'interſection comptée depuis ♈ ou ♎, il paroiſſe enfin éloigné de $23°\frac{1}{2}$ de l'Equateur, ce qui ſert à déſigner ſa plus grande déclinaiſon. En effet on le doit voir enſuite retourner vers l'Equateur, & de là vient que les deux petits cercles qu'il ſemble décrire par ſon mouvement diurne, dans les deux points qui répondent à ſa plus grande diſtance de l'Equateur, ſont nommés *Tropiques*, du mot grec Τρέπω, qui ſignifie *Retourner.* Or celui de ces deux petits cercles qui eſt du côté du Nord s'appelle *Tropique de l'Ecreviſſe*, & celui qui eſt du côté du Sud, *Tropique du Capricorne.* Nous avons aſſez expliqué ci-deſſus au Chapitre VII. comment le Soleil, quoique réellement en repos, ſemble néantmoins avoir ce mouvement apparent, & changer ſa déclinaiſon ou s'éloigner de l'Equateur, & cela à cauſe du mouvement réel de la Terre ſur ſon orbite.

Des petits cercles qu'on nomme les deux Tropiques.

Les deux autres petits cercles, qu'on nomme Polaires.

Il y a encore dans la Sphere deux autres petits cercles remarquables, que les Poles de l'Ecliptique ſemblent décrire chaque jour à cauſe du mouvement diurne ou de Rotation de la Terre autour de ſon axe : ils ſont éloignés de $23°\frac{1}{2}$ des Poles de l'Equateur ou des Poles du Monde : on les a nommés cercles polaires. Le premier ou plutôt celui qui eſt dans l'hémiſphere ſeptentrional, eſt appellé *Arctique*, à cauſe du voiſinage de l'une ou l'autre Conſtellation de l'Ourſe, qui ſe nomme en grec ἄρκτος.

Le fecond qui à notre égard fe trouve dans l'hémifphere méridional, eft appellé *Antarctique*, parce qu'il eft à l'oppofite du premier.

Si l'on fait paffer par les Poles du Monde, c'eft-à-dire, par ceux de l'Equateur, une infinité de grands cercles, ces cercles feront les Secondaires de l'Equateur. Ils fervent à déterminer tous les points du Ciel relativement à l'Equateur, de même que les cercles Secondaires de l'Ecliptique fervent, comme nous l'avons dit, à déterminer ces mêmes points relativement à l'Ecliptique. Ainfi l'*Afcenfion droite* d'une Etoile ou d'un point du Ciel, quel qu'il foit, n'eft autre chofe que l'arc de l'Equateur, compris entre le commencement du Belier, & le point où coupe l'Equateur le cercle Secondaire qui paffe par l'Etoile. De même la *Déclinaifon* d'une Etoile n'eft autre chofe que l'arc du même cercle Secondaire, compris entre cette Etoile & l'Equateur ou cercle équinoctial : la déclinaifon eft feptentrionale ou méridionale, fuivant que l'Etoile fe trouve écartée de l'Equateur vers l'un ou l'autre Pole. De là vient que les cercles Secondaires de l'Equateur font auffi appellés cercles de Déclinaifons.

L'Afcenfion droite. Ce que c'eft.

La Déclinaifon.

Les principaux, d'entre ces cercles de Déclinaifon, font les deux *Colures*, dont l'un qui paffe par les points des Equinoxes fe nomme pour cet effet Colure des Equinoxes, & l'autre qui le coupe à angles droits, & qui paffe conftamment par les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, fe nomme Colure des Solftices, parce qu'en effet il rencontre l'Ecliptique dans les deux points les plus éloignés de l'Equateur. Or comme le Soleil, lorfqu'il eft dans l'un ou l'autre de ces deux points oppofés, femble y demeurer quelque tems, fa diftance à l'égard de l'Equateur ne paroiffant prefque pas changer, on a cru devoir nommer ces mêmes points les Solftices.

Les deux grands cercles qu'on nomme Colures.

L'Equateur terreſtre eſt ſitué préciſément au milieu entre les deux Poles de la Terre, c'eſt-à-dire, à diſtances égales de chaque côté. Nous avons dit ci-deſſus que le plan de ce cercle prolongé juſqu'aux Etoiles fixes formoit l'Equateur céleſte. Mais il faut obſerver que ſi la longitude & la latitude des Etoiles fixes ſe déterminent dans le Ciel relativement à l'Ecliptique & à ſes cercles Secondaires; il n'en eſt pas de même de la longitude & la latitude des villes & des autres lieux de la Terre qui ſe déterminent relativement à l'Equateur, & à ſes cercles Secondaires, ceux-ci paſſant toujours par les deux Poles de la Terre. On doit remarquer que le cercle Secondaire de l'Equateur, par quelque lieu que ce ſoit qu'il paſſe, s'appelle le *Méridien du lieu*, parce qu'en effet, lorſque le Soleil traverſe le plan de ce cercle, à chaque révolution de la Terre autour de ſon axe, il eſt midi pour ceux qui habitent ſous ce Méridien. On appelle auſſi la *Longitude* d'un lieu l'arc de l'Equateur, compris entre un Méridien, qu'on nomme *Premier* (lequel paſſe par un lieu déterminé) & le Méridien du lieu dont il s'agit.

Le Méridien d'un lieu.

La longitude d'un lieu.

Les anciens Géographes faiſoient paſſer leur premier Méridien par un endroit de la Terre qui leur étoit connu, & qu'ils croyoient pour lors être le plus occidental: depuis ce cercle ils comptoient la longitude de tous les autres endroits de la Terre, en tirant vers l'Orient. Mais parce que la navigation a fait enfin connoître dans le XV^e^ ſiecle qu'il n'y a point de lieu qu'on puiſſe appeller le plus occidental de tous, il ſemble qu'on ait peu à peu négligé cette maniere de compter la longitude depuis un premier Méridien; en ſorte que chacun s'eſt donné la liberté de déterminer la longitude des différens endroits de la Terre relativement au Méridien du lieu ou du Port de mer où il habite. Quant à qu'on appelle la *Latitude* d'un lieu, c'eſt l'arc du Méridien, compris entre ce lieu propoſé & l'Equateur.

La latitude d'un lieu.

l'Equateur. La latitude eſt ſeptentrionale ou méridionale, ſuivant que le lieu eſt éloigné de l'Equateur vers l'un ou vers l'autre Pole.

Au reſte les habitans de la Terre portent divers noms ſuivant les différens Méridiens & les différens paralleles où ils ſont placés. On appelle *Periœciens* ceux qui habitent en effet ſous le même parallele; mais ſous le demi-cercle oppoſé du même Méridien. Ils ont les mêmes ſaiſons dans les même tems, parce que le Soleil s'approche d'eux ou bien s'en éloigne dans les mêmes tems de l'année, mais quand il eſt midi chez les uns, il eſt minuit pour les autres. On appelle auſſi *Antœciens* ceux qui habitent ſous le même demi-cercle d'un Méridien, mais ſous des paralleles oppoſés: ainſi il eſt midi & minuit chez les uns & les autres en même tems; mais ils n'éprouvent pas les mêmes ſaiſons aux mêmes jours de l'année: elles arrivent dans des tems alternativement oppoſés à leur égard.

Periœciens.

Antœciens.

Enfin on appelle *Antipodes* ceux qui participent aux deux conditions dont nous venons de parler, ou qui étant ſous des Méridiens & ſous des paralleles directement contraires, ont les pieds diamétralement oppoſés les uns aux autres. De là vient qu'alternativement ils ont l'Eté & l'Hiver, midi & minuit, enfin le lever & le coucher des Aſtres dans des tems entierement oppoſés.

Antipodes.

Les quatre petits cercles de la Terre, qui répondent perpendiculairement au-deſſous des quatre petits cercles du Ciel, ſçavoir les deux Tropiques & les deux Polaires, diviſent la Terre en cinq portions, qu'on appelle *Zones*. L'une de ces zones qui eſt nommée *Torride*, eſt compriſe entre les deux Tropiques. C'eſt celle que les Anciens croyoient inhabitée à cauſe du trop grand chaud: mais on a découvert il y a deux ou trois cens ans, qu'au contraire les pays qu'elle renferme, ſont la plupart très-fertiles, peu

Des cinq zones.

incommodes aux habitans & même très-riches & bien peuplés. Les deux autres zones appellées *Froides* ou *Glaciales*, s'étendent jusque sous les deux Poles, à compter depuis le cercle Arctique & le cercle Antarctique: il y regne un froid continuel qui les rend presque inhabitables. Il reste enfin deux zones *Tempérées*, & qui sont situées entre la zone torride & les zones glaciales. Nous habitons une de ces zones, & l'autre est peuplée par nos Antipodes & nos Antœciens. Virgile a décrit ces cinq zones au 1er Livre des Georgiques. *

Amphisciens. Ceux qui habitent la zone torride, sont nommés *Amphisciens*, parce que selon les diverses saisons leur ombre à midi se porte alternativement deux fois chaque année vers l'un ou l'autre Pole. On les a encore nommés *Asciens*, parce que le Soleil passe aussi deux fois sur leurs têtes, & qu'à midi ils ne font aucune ombre. Ceux qui habitent les zones tempérées, sont appellés *Hétérosciens*, d'autant qu'à midi leur ombre ne se porte jamais que vers l'un des Poles. Enfin ceux qui habitent les zones glaciales, sont nommés *Périsciens*, parce qu'en Eté le Soleil ne se couchant point, ils voient leur ombre tourner continuellement autour d'eux.

Asciens.

Hétérosciens.

Périsciens.

Les cercles que l'on regarde comme immobiles, parce qu'en effet ils se déterminent par rapport à l'endroit où est l'Observateur, sont l'Horison & le Méridien. L'*Horison* est un cercle qui se présente naturellement à nos yeux, lorsqu'étant dans une plaine ou au milieu de la mer, on porte la vue de tous côtés, ce cercle ainsi déterminé, divisant la partie visible du Ciel d'avec celle qui est invisible:

L'Horison sensible.

* *Quinque tenent cœlum zonæ, quarum una corusco*
Semper Sole rubens, & torrida semper ab igni:
Quam circum extremæ dextrâ, lævâque trahuntur,
Cæruleâ glacie concretæ atque imbribus atris;
Has inter, mediamque duæ mortalibus ægris
Munere concessæ Divûm. Virgil. Georgic. I. v. 233.

on le nomme horiſon *Senſible* pour le diſtinguer de l'horiſon *Rationel* qui lui eſt parallele, & qui paſſe par le centre de la Terre. Car nous devons rapporter tous les phénomenes céleſtes à une ſurface ſphérique, qui a pour centre, celui de la Terre, & non pas le lieu qu'occupe l'œil. L'Horiſon rationel.

Il eſt vrai que ces deux horiſons étant continués juſqu'aux Etoiles fixes, ſe confondent enſemble, & qu'ainſi la Terre comparée à la ſphere des Etoiles fixes, n'étant qu'un point, il doit s'enſuivre que des cercles qui ne ſeront diſtans relativement aux Etoiles, que d'un intervalle qui differe à peine d'un point imperceptible, doivent être regardés comme ne faiſant qu'un ſeul & même cercle: mais il n'en eſt pas de même à l'égard de la Lune & des Planetes les plus proches de la Terre.

Les Poles de l'Horiſon ſont deux points, dont l'un eſt directement ſur la tête de l'Obſervateur, & ſe nomme *Zénit*; l'autre qui lui eſt diamétralement oppoſé s'appelle *Nadir*. De ces deux points partent une infinité de cercles qui vont à l'Horiſon & qui ſont ſes cercles ſecondaires. On les nomme *Verticaux* ou *Azimuts*. Les petits cercles paralleles à l'Horiſon ſont appellés *Almicantarats*. Tous ces mots viennent des Arabes, qui les ont introduits dans l'Aſtronomie. Ils diſent *Semt* pour *Zénit*, *Al Sumut*, *&c.* Les Poles de l'Horiſon. Le Zénit & le Nadir. Des cercles Verticaux ou Azimuts. Almicantarats.

Entre les cercles verticaux, les principaux ſont le *Méridien* & le *premier Vertical*. Le Méridien paſſe par les Poles du Monde & par le Zénit & le Nadir: il coupe l'Horiſon dans deux points diamétralement oppoſés, qui ſont le Septentrion & le Midi, & par conſéquent il ſert à les déterminer. De même le premier Vertical qui coupe le Méridien à angles droits, ſert à déſigner dans l'Horiſon les points de l'Orient & de l'Occident. Ainſi ces deux cercles diviſent l'Horiſon en quatre parties égales, chacune deſquelles ſe ſoudiviſant auſſi en huit parties égales, produit une diviſion entiere de l'Horiſon en trente deux Le premier Vertical.

parties ou rumbs de Vents, que l'on nomme aussi Quarts de Vent.

La hauteur ou l'élévation d'une Etoile, & son Abbaissement au-dessous de l'Horison.

L'*Elévation* ou l'*Abbaissement* d'une Etoile sous l'Horison est l'arc du cercle Vertical, qui se trouve compris entre cette Etoile & l'Horizon. L'*Azimut* d'une Etoile est l'arc de l'Horison, qui se trouve compris entre le point du Septentrion ou du Midi, & le cercle Vertical qui passe par l'Etoile. Ainsi l'Azimut peut être oriental ou occidental. L'*Amplitude* orientale ou occidentale d'un Astre est l'arc de l'Horison, compris entre le point du lever ou du coucher de cet Astre, & le point de l'Orient ou de l'Occident. Cette Amplitude peut donc être aussi septentrionale ou méridionale.

L'Azimut d'une Etoile.

L'Amplitude orientale ou occidentale.

C'est dans le Méridien que s'observe la plus grande élévation des Etoiles.

Comme c'est à l'Horison que toutes les Etoiles se levent & se couchent, de même c'est au Méridien qu'elles sont dans leur plus grande hauteur, & c'est aussi dans le même Méridien au-dessous de l'Horison qu'elles sont dans leur plus grand abbaissement. Car puisque le Méridien est situé perpendiculairement, tant à l'égard de l'Equateur, qu'à l'égard de l'Horison, il est évident de là qu'il doit diviser en parties égales, soit au-dessus, soit au-dessous de l'Horison, les Segmens de tous les cercles paralleles ou Almucantarats, & qu'ainsi le tems qui doit s'écouler entre le lever d'une Etoile & son passage au Méridien est toujours égal à celui qui est compris entre le passage au Méridien & le coucher. Au reste le Soleil semble décrire chaque jour par son mouvement apparent ou l'Equateur ou un de ses paralleles, de maniere que quand il est arrivé au Méridien au-dessus de l'Horison, il est midi; mais quand il est arrivé au Méridien au-dessous de l'Horison, il est minuit, & c'est sans doute ce qui a fait donner à ce cercle le nom de Méridien.

Le *Nonantieme* ou *Nonagésime degré* est le point de l'Ecliptique, qui est éloigné de quatre-vingt-dix degrés du lieu où l'Ecliptique coupe l'Horiſon. La hauteur de ce point, qui varie à chaque inſtant, nous fait connoître la meſure de l'angle que l'Ecliptique forme avec l'Horiſon. On donne auſſi le nom de *Milieu du Ciel* au point de l'Ecliptique qui ſe rencontre dans le Méridien. Dans les Signes aſcendans, c'eſt-à-dire depuis ♑ juſqu'au ♋ le nonantieme degré eſt à l'Orient du Méridien : mais dans les Signes deſcendans, depuis le ♋ juſqu'au ♑, il eſt au contraire à l'Occident du Méridien.

L'Horiſon & le Méridien ſont véritablement des cercles mobiles.

Quoique nous ayons conſidéré tout à l'heure l'Horiſon & le Méridien comme des cercles immobiles, en regardant le mouvement diurne ou apparent du Ciel comme réel, il eſt cependant vrai de dire que ces deux cercles ſont les ſeuls qui ſoient mobiles. En effet une Etoile, ou ſi l'on veut, le Soleil ſe leve, lorſque le plan de l'Horiſon, qui eſt emporté circulairement par le mouvement diurne de la Terre, deſcend aſſez bas pour le laiſſer paroître ; de même cet Aſtre ſe couche lorſque le plan de l'Horiſon s'éleve aſſez haut pour le dérober à notre vue, de maniere que c'eſt le Soleil qui de ſon côté demeure en repos. Enfin les Etoiles, le Soleil ou les Planetes arrivent au Méridien d'un lieu, lorſque le plan de cet Horiſon, par ſon mouvement angulaire autour de l'axe de la Terre, vient à traverſer le lieu où ſont ces Etoiles ou Planetes comme immobiles. Ainſi il faut ſe donner bien de garde de leur attribuer un mouvement que ces Aſtres n'ont aucunement.

Méridien univerſel.

Mais ſi l'on conçoit un cercle immobile, qui paſſe par le Soleil & par les Poles, ce cercle ne ſera pas ſeulement le Méridien d'un lieu déterminé, ce ſera un Méridien univerſel, en ſorte qu'on comptera midi dans un endroit, lorſque le Méridien particulier à ce lieu, en tournant autour de l'axe de la Terre, ſe confondra avec le plan de ce Méridien univerſel.

Comme chaque Méridien acheve en vingt-quatre heures par un mouvement angulaire autour de l'axe une circonférence entiere ou 360 degrés, il faut de néceſſité qu'il parcourre dans chaque heure quinze degrés, c'eſt-à-dire, la vingt-quatrieme partie de 360. D'où il ſuit que ſi l'on conçoit un autre Méridien, qui paſſant par les Poles, forme un angle de quinze degrés avec le premier que nous avons ſuppoſé paſſer par le Soleil, on comptera une heure après midi, quand le Méridien du lieu, après avoir quitté le plan du Méridien univerſel, viendra ſe confondre avec cet autre Méridien, c'eſt-à-dire, quand il ſe réunira à celui qui forme un angle de quinze degrés avec le Méridien univerſel. Ce cercle ſera donc ce qu'on appelle le cercle d'une heure. Semblablement ſi l'on conçoit un autre cercle, qui paſſe par les Poles, & qui coupe l'Equateur à trente degrés du Méridien univerſel, ce ſera le cercle de deux heures, en ſorte que quand le Méridien d'un lieu y ſera parvenu, on comptera dans ce lieu deux heures après midi. De même ſi l'on conçoit des cercles qui paſſent par les Poles & par chaque diviſion de quinze en quinze degrés de l'Equateur, ces cercles repréſenteront ceux qu'on appelle cercles *Horaires* : ils diviſent l'Equateur en vingt-quatre parties égales, & chacun de ces cercles horaires doit déterminer à ſon tour l'heure que l'on compte en quelque endroit, c'eſt-à-dire, lorſque le Méridien de cet endroit vient à ſe rencontrer dans le plan de ces cercles. Par exemple, lorſque le Méridien d'un lieu vient ſe réunir au cercle qui fait un angle de 75 degrés avec le Méridien univerſel, on comptera dans ce lieu cinq heures après midi : ſi ce Méridien eſt éloigné de 90 degrés du Méridien univerſel, on comptera ſix heures après midi. Mais ſi l'on regarde le Méridien d'un lieu comme immobile, & que l'on conçoive un cercle qui paſſant par les Poles & par le Soleil, tourne avec le Soleil autour de

Les cercles Horaires.

l'axe de la Terre par un mouvement angulaire, comme il ſemble en effet que cela ſe fait ; alors quand ce cercle ſe rencontrera dans le plan de celui qui forme un angle de quinze degrés avec le Méridien du lieu propoſé, on comptera dans ce moment une heure après midi, & de cette maniere le cercle qui forme l'angle de quinze degrés, ſera le cercle d'une heure. Enſuite celui qui fera un angle de trente degrés avec le Méridien du lieu, ſera le cercle de deux heures, & celui qui formera un angle de 45 degrés, ſera le cercle de trois heures, & ainſi des cercles ſuivans.

On démontre ici que la hauteur du Pole eſt toujours égale à la latitude du Lieu. PLANCHE VI. *Fig.* 10.

Dans quelque endroit de la Terre que ce ſoit, la hauteur ou l'élévation du Pole au-deſſus de l'Horiſon, eſt toujours égale à la latitude de ce lieu. Car ſoit, par exemple, le cercle *HZQ* le Méridien, *HCO* l'Horiſon, *ÆCQ* l'Equateur, *Z* le Zénit, & *P* le Pole ; la hauteur du Pole, ou ſa diſtance à l'Horiſon ſera meſurée par *PO*, & la latitude du lieu par l'arc *ZÆ*. Or comme l'arc *PÆ* entre le Pole & l'Equateur, eſt le Quart-de-cercle, & que l'arc *ZO* compris entre le Zénit & l'Horiſon, vaut auſſi un Quart-de-cercle, il s'enſuit que les arcs *PÆ*, & *ZO* ſeront égaux entre eux : ôtant donc l'arc commun *ZP*, les arcs *ZÆ* & *PO* qui reſteront ſeront par conſéquent égaux entre eux ; c'eſt-à-dire que la latitude d'un lieu ſera toujours égale à l'élévation du Pole au-deſſus de l'Horiſon de ce lieu.

Maniere de connoître la grandeur de la circonférence de la Terre.

Cette propoſition une fois démontrée nous fournit d'abord une Méthode pour meſurer la circonférence de la Terre. Car ſi l'on s'avance en droite ligne vers le Nord, juſqu'à ce que l'élévation du Pole* augmente d'un degré, par exemple, & qu'on meſure enſuite en toiſes le che-

* C'eſt ainſi que dans les Plaines de *Sinjar*, *Chalid ibn Abd'imlic*, *&* *Ali ibn Iſa* meſurerent ſéparément l'un vers le Nord & l'autre vers le Sud, un degré de la circonférence de la Terre, ce qui fut exécuté vers l'an 820. de l'Ere Chrétienne par ordre du Caliphe Almamoun, le ſeptieme de la race des Abbaſſides.

min que l'on aura fait, le nombre de toises que l'on trouvera, sera justement le nombre que doit contenir un degré d'un grand cercle de la Terre. Ce nombre multiplié par 360 donnera le nombre de toises contenues dans toute la circonférence de la Terre. Or par des mesures très-exactes il se trouve que la longueur d'un degré comprend 25 lieues moyennes de France qui font environ 69 milles d'Angleterre.

CHAPITRE DIX-NEUVIEME.

De quelques autres Elemens de la Sphere.

PLANCHE VI. *Fig.* 10.

L'ANGLE que forme le plan de l'Equateur avec celui de l'Horison étant mesuré par l'arc *Æ H* doit toujours être égal à *Z P* complément à 90° de la latitude du Lieu. Or il suit de là que si cet angle est droit, la latitude du Lieu sera nulle, & que par conséquent le cercle de l'Equinoctial passera par le Zénit : mais il suit encore que dans cette position perpendiculaire de l'Equateur, tous ses paralleles formeront aussi des angles droits avec le plan de l'Horison, & c'est-là ce qu'on nomme *la Sphere droite*, ces mêmes cercles paralleles étant coupés en deux parties égales par le plan de l'Horizon : ainsi le tems qu'une Etoile paroîtra sur l'Horison doit constamment être égal à celui qu'elle emploiera à passer sous l'Horison. De plus il paroît encore évident par la figure 11, que dans cette situation de la Sphere les deux Poles seront nécessairement dans l'Horison ; car dans la Sphere droite le Zénit est traversé par l'Equateur, en sorte que les points *Z* & *Æ* se réunissent, comme aussi les Poles *P* & *P* avec les deux points *H*, *O* diamétralement opposés dans l'Horison.

Fig. 11.

De la Sphere droite.

Ensuite

Enſuite pour peu qu'on s'éloigne de l'Equateur vers l'un ou l'autre Pole, l'Equateur s'écarte auſſi du Zénit en s'approchant de l'Horiſon, de ſorte qu'il fait pour lors un angle oblique avec le plan de ce dernier, ce qui a fait nommer *la Sphere oblique* cette autre poſition de la Sphere, où le Pole vers lequel on s'eſt avancé paroît autant élevé au-deſſus de l'Horiſon, & l'autre Pole autant abbaiſſé au-deſſous, qu'on compte de degrés dans la latitude du Lieu. La figure 12 repréſente cette ſeconde poſition de la Sphere, qui eſt préciſément celle qui nous convient, puiſque nous habitons les Zones tempérées; car quoique l'Equateur *Æ Q* ſoit encore coupé en deux également par le plan de l'Horiſon, comme cela arrive dans la Sphere droite; quoiqu'il ſoit vrai de dire que le Soleil venant à parcourir l'Equateur, le jour ſoit égal à la nuit dans quelque poſition que ce ſoit de la Sphere oblique, cependant les paralleles à l'Equateur ne s'y trouvent plus coupés en deux parties égales. En effet on voit au premier coup d'œil que du côté du Pole élevé il y a une plus grande partie *IL* de ces cercles au-deſſus de l'Horiſon, comme auſſi une moindre partie *LM* au-deſſous; en ſorte que plus ces paralleles ſe trouvent proches du Pole, plus la portion élevée ſera grande, juſqu'à ce qu'étant moins éloignés du Pole qu'il n'y a de degrés dans la latitude du Lieu, alors chaque parallele, comme cela ſe voit dans la figure, ſera en ce cas tout entier au-deſſus de l'Horiſon *HO*. Le contraire doit auſſi arriver à l'égard des autres paralleles ſitués au-delà de l'Equateur du côté du Pole abbaiſſé: la partie *RS* de ces mêmes paralleles qui demeurera cachée ſous l'Horiſon ſera d'autant plus grande, qu'ils ſe trouveront plus éloignés de l'Equateur; & la partie élevée *NR*, ou qui nous eſt viſible, en ſera d'autant plus petite. Enfin ceux d'entre ces paralleles, qui ſe trouveront plus proches du Pole abbaiſſé qu'il n'y a de degrés com-

De la Sphere oblique.

pris dans la latitude du Lieu, feront perpétuellement cachés à notre égard, auffi-bien que toutes les Etoiles & Conftellations qui s'y rencontrent. De là il fuit néceffairement que, comme le Soleil parcourt chaque jour un des paralleles à l'Equateur, les jours doivent augmenter peu à peu depuis l'Equinoxe du Printems jufqu'au Solftice d'Eté, & au contraire diminuer jufqu'à l'Equinoxe d'Automne; les jours pendant tout cet intervalle de tems étant plus longs que les nuits, après quoi les nuits feront plus longues jufqu'à l'autre Equinoxe: en effet il eft évident que les jours doivent diminuer peu à peu depuis l'Equinoxe d'Automne jufqu'au Solftice d'Hiver, & augmenter enfuite depuis ce dernier Solftice jufqu'à l'Equinoxe du Printems, où ils reparoîtront précifément égaux aux nuits.

Dans la Sphere oblique tous les Aftres paroiffent fe lever & fe coucher felon des routes obliques. Or de même que l'Afcenfion droite d'une Etoile eft l'arc compris entre le commencement du Bélier & le point de l'Equateur qui paffe au Méridien en même tems que l'Etoile, ou le point de l'Equateur, qui dans la Sphere droite, monte ou fe leve en même tems que l'Etoile, de même l'Afcenfion oblique eft l'arc de l'Equateur compris entre le premier point du Belier & le point de l'Equateur qui dans la Sphere oblique fe leve en même tems que l'Etoile: elle doit donc toujours être comptée du même fens, mais elle fera différente felon les diverfes obliquités de la Sphere. On a nommé *Différences Afcenfionnelles* les différences des Afcenfions droites & obliques.

L'Afcenfion oblique d'un Aftre.

La différence Afcenfionnelle.

On doit encore remarquer que dans la Sphere oblique, il doit y avoir un cercle parallele autant éloigné du Pole élevé qu'il y a de degrés compris dans la latitude du Lieu: or ce parallele, felon ce qui vient d'être expliqué ci-deffus, peut être nommé à jufte titre *le Cercle de* *perpétuelle Apparition*, & c'est le plus grand de tous les Cercles paralleles qui paroissent continuellement entiers sur l'Horison. Toutes les Etoiles comprises entre ce Cercle & le Pole ne se couchent plus, ni ne se levent, mais elles montent & descendent alternativement en s'approchant tantôt du Zénit & tantôt de l'Horison. On peut aussi appeller *Cercle d'Occultation perpétuelle* le cercle qui lui est opposé vers l'autre Pole ; car les Etoiles comprises dans ce dernier espace ne doivent plus paroître se lever ni se coucher, en sorte qu'elles sont tout-à-fait invisibles à l'égard de ceux qui se trouvent dans la Sphere oblique qu'on vient de supposer.

Le cercle de perpétuelle Apparition.

Si le plan de l'Equateur ne formoit plus d'angle avec celui de l'Horison, mais si ces deux cercles venoient à se réunir ou se confondre, alors le Pole paroîtroit au Zénit, & tous les paralleles à l'Equateur seroient des paralleles à l'Horison. Cette troisieme position de la Sphere a été nommée *la Sphere Parallele* : il est évident que les Etoiles ne doivent plus y paroître se lever ni se coucher, mais tourner uniquement chaque jour selon des cercles paralleles à l'Horison. Quant au Soleil, lorsqu'il sera parvenu dans l'Equateur, il rasera pour lors l'Horison, tournant ainsi tout autour, jusqu'à ce que par son mouvement propre s'élevant peu à peu vers le Pole, il ne se couchera plus, mais doit produire un grand jour de six mois entiers. Au contraire lorsque le Soleil s'éloignera de l'Equateur vers le Pole opposé, on ne l'appercevra plus, il ne se levera point, ce qui doit produire, dans cette position de la Sphere, une longue nuit de six mois. Telle est la condition de ceux qui passeroient leur vie sous les deux Poles : mais on ignore s'il y a des habitans dans ces deux régions de la Terre.

De la Sphere parallele. PLANCHE VI. Fig. 13.

Les anciens n'étant pas encore assez avancés dans la Géographie pour distinguer les latitudes par degrés &

Ancienne division des Régions de la

Terre en climats & en cercles paralleles.

minutes, s'étoient contentés de divifer les régions de la Terre en *Climats*, par des cercles paralleles. La regle qui leur fervoit pour la diftribution de ces climats étoit la plus grande durée des jours. Car dans la Sphere droite, c'eft-à-dire fous l'Equateur les jours font perpétuellement égaux aux nuits: mais fi l'on s'en écarte vers l'un ou l'autre Pole, alors les jours d'Eté deviennent plus longs que les nuits, & même d'autant plus longs qu'on s'approche des Poles, jufqu'à ce qu'enfin au Solftice d'Eté il n'y a plus de nuit fous le cercle Polaire. Ainfi un lieu plus avancé vers le Pole & dont le plus grand jour excédoit d'un quart d'heure la durée du jour d'un autre lieu, donnoit une divifion géographique, c'eft-à-dire que pour faire la divifion du Globe terreftre on avoit imaginé de faire paffer précifément autant de paralleles à l'Equateur qu'il en falloit pour qu'au Solftice d'Eté la durée du jour pût augmenter de quart en quart d'heure d'un parallele à l'autre. Suppofant donc l'Equateur pour le premier de ces paralleles, le fecond devoit paffer par tous les lieux de la Terre où le plus long jour d'Eté devoit être de $12^h\frac{1}{4}$, le troifieme par tous les lieux où le plus long jour devoit être de $12^h\frac{2}{4}$, le quatrieme devoit répondre à $12^h\frac{3}{4}$; & ainfi de fuite jufqu'au cercle Polaire. On appelloit climats deux fois l'intervalle compris entre ces mêmes paralleles. Ainfi les climats étoient diftingués par des augmentations d'une demi-heure dans la durée du plus grand jour. Au refte l'excès du plus grand jour d'Eté fur 12 heures peut continuellement augmenter à mefure qu'on s'approchera de plus en plus du Pole élevé, jufqu'à ce qu'on arrive au cercle Polaire*; car en ce lieu le Tropique doit toucher l'Horifon en un feul point,

* C'eft ce qui s'obfervoit dans l'Iflande ou l'Ifle Thulé felon Strabon & Ptolomée, qui fe font fondés fur l'obfervation de Pithéas, les Marfeillois ayant navigué jufqu'en cet Ifle du tems d'Aléxandre le Grand. Vers la fin du dernier fiecle le Roi de Suede Charles XI. & les Académiciens envoyés par le Roi de France en dernier lieu au Cercle Polaire ont obfervé ces longs jours d'Eté fur les Montagnes fituées au Nord du Golfe de Botnie.

ſans le couper, & partant le cercle parallele que parcourt le Soleil au jour du Solſtice, doit être tout entier ſur l'Horiſon : ainſi le Soleil ne paroîtra point ſe coucher ſous ce climat. Or le jour étant alors de 24 heures, excede par conſéquent de 12 heures ou de 24 demi-heures la durée de celui qu'on obſerveroit ſous l'Equateur; c'eſt pourquoi la diviſion géographique de la Terre ne s'étendoit qu'à vingt-quatre climats, ou tout au plus à quarante-huit paralleles.

Comme dans la haute Antiquité la plupart des peuples n'avoient pas tout-à-fait réglé la grandeur de l'année, parce qu'ils ne connoiſſoient pas encore aſſez le mouvement apparent du Soleil, il eſt évident que ſi l'on eût fixé à certains jours du mois quelque évenement remarquable, on auroit eu trop de peine à découvrir dans la ſuite, préciſément le tems de l'année auquel cela devoit répondre : on ſe ſervoit donc de la méthode uſitée parmi les gens qui vivoient à la campagne, car ceux-ci ne pouvoient ſe régler ſur le Calendrier civil, puiſque les mêmes jours du mois civil ne répondoient jamais aux mêmes ſaiſons de l'année, & qu'ainſi il falloit avoir recours à d'autres Signes pour diſtinguer les tems & les Saiſons. Or les Laboureurs, les Hiſtoriens & les Poëtes y ont employé le lever & le coucher des Aſtres : pour cet effet ils diſtinguoient trois ſortes de lever & coucher des Aſtres qu'ils ont nommé *Coſmique*, *Achronique* & *Héliaque*. Lorſqu'on dit qu'un Aſtre ſe leve ou ſe couche coſmiquement, c'eſt qu'il ſe leve ou ſe couche à l'inſtant que le Soleil ſe leve : ainſi une Etoile qui ſe leve ou ſe couche le matin, ſe leve ou ſe couche coſmiquement. Mais le lever d'une Etoile s'appelle achronique lorſqu'elle ſe leve au coucher du Soleil, c'eſt-à-dire lorſqu'elle ſe leve le ſoir étant en oppoſition au Soleil & ſe faiſant voir toute la nuit.

Des différens noms qu'on a donnés au lever & au coucher des Etoiles.

Le lever d'une Etoile eſt héliaque, lorſque s'étant peu à peu éloignée des rayons du Soleil, elle s'en trouve suffisamment distante pour qu'on puisse l'appercevoir le matin avant le lever du Soleil. Cet effet dépend comme l'on voit du mouvement apparent du Soleil qui s'éloigne chaque jour de l'Etoile en s'avançant vers l'Orient. De même le coucher d'une Etoile est héliaque quand le Soleil commence à s'approcher tellement de l'Etoile qu'on commence à la perdre le soir dans ses rayons : on auroit donc pu donner le nom d'occultation ou de réapparition à ces sortes de lever ou coucher héliaques.

Toutes les Etoiles fixes du Zodiaque comme aussi les Planetes supérieures Mars, Jupiter & Saturne se trouvent le matin dans leur lever héliaque un peu avant celui du Soleil, & cela peu de tems après s'être levées cosmiquement : la raison est que le Soleil ayant un grand mouvement apparent vers l'Orient, laisse derriere lui ces Astres au bout de quelques jours. On peut concevoir la même chose à l'égard de leur coucher héliaque qui doit arriver avant leur coucher achronique. A l'égard de la Lune, comme elle s'avance tous les jours vers l'Orient bien plus vîte que le Soleil, elle se leve le soir héliaquement lorsqu'elle est nouvelle & qu'elle sort des rayons du Soleil : mais au contraire son coucher héliaque arrive le matin lorsqu'étant en décours elle approche de sa conjonction au Soleil. Quant aux Planetes inférieures Venus & Mercure, qui tantôt précedent le Soleil à l'Orient, & tantôt le laissent en arriere vers l'Occident, il doit arriver que tantôt le lever de ces Planetes sera héliaque le matin, sçavoir lorsqu'elles seront rétrogrades, & tantôt le soir lorsqu'elles seront directes.

Planche VII. *Fig.* 1.

Pour observer la hauteur du Soleil ou d'une Etoile on se sert d'un Quart-de-Cercle mobile *EAD* garni de pinnules ou lunettes fixes *AB* qu'on place sur l'un des deux rayons qui le terminent, ou du moins parallelement à l'un de ces rayons. On diſpoſe enſuite l'inſtrument dans une ſituation verticale par le moyen d'un cheveu qui pend du centre, & qui eſt chargé d'un plomb ou balle par le bas. Le Quart étant dans cet état on peut le faire mouvoir enhaut ou en bas par le ſecours d'un genou, juſqu'à ce que la lumiere du Soleil paſſant par la pinnule antérieure vienne ſe placer ſur le trou de la pinnule qui eſt du côté de l'œil, ou bien (ſi c'eſt une lunette dont on ſe ſert) juſqu'à ce que l'Aſtre ſoit coupé en deux également par le fil horiſontal placé au foyer commun des deux verres convexes; car l'inſtrument étant arrêté dans cette poſition, le fil à plomb ou cheveu doit marquer ſur le limbe l'arc *EC* qui eſt ſemblable à la hauteur du Soleil ou de l'Aſtre. Pour le démontrer, ſoit prolongé *AZ* juſqu'au Zénit, & ſoit *AH* une ligne horiſontale, il eſt évident que les angles *EAB*, *ZAH* ſont toujours égaux, puiſque ce ſont des angles droits: mais les angles *BAC*, *ZAS* qui ſont oppoſés au ſommet ſont encore égaux; ôtant donc ces deux derniers angles, de grandeurs égales, c'eſt-à-dire, de chacun des angles droits, il reſtera l'angle *EAC* égal à l'angle *SAH*. Or l'arc *EC* du Quart-de-Cercle meſure l'angle *EAC* d'une part, & de l'autre part l'angle *SAH* eſt meſuré par l'arc du cercle vertical compris entre le Soleil & l'Horiſon; il eſt donc vrai de dire que ce dernier arc ou angle de la hauteur du Soleil eſt d'un même nombre de degrés & minutes, &c que l'arc *EC* marqué ſur le Quart-de-Cercle. Lorſqu'il eſt queſtion d'une Etoile on regarde directement par les deux pinnules au lieu de recevoir, comme on vient de l'expliquer, l'image ſur la ſeconde pinnule. De plus, ſi l'on ſe ſert de lunettes d'approche, il faut placer le bord du Soleil ſur le fil horiſontal, en ſorte que le fil paroiſſe comme une tangente au diſque; car il eſt évident que ſi l'on a obſervé la hauteur du bord ſupérieur, il ſera aiſé de con-

Maniere d'obſerver la hauteur du Soleil ou des Etoiles.

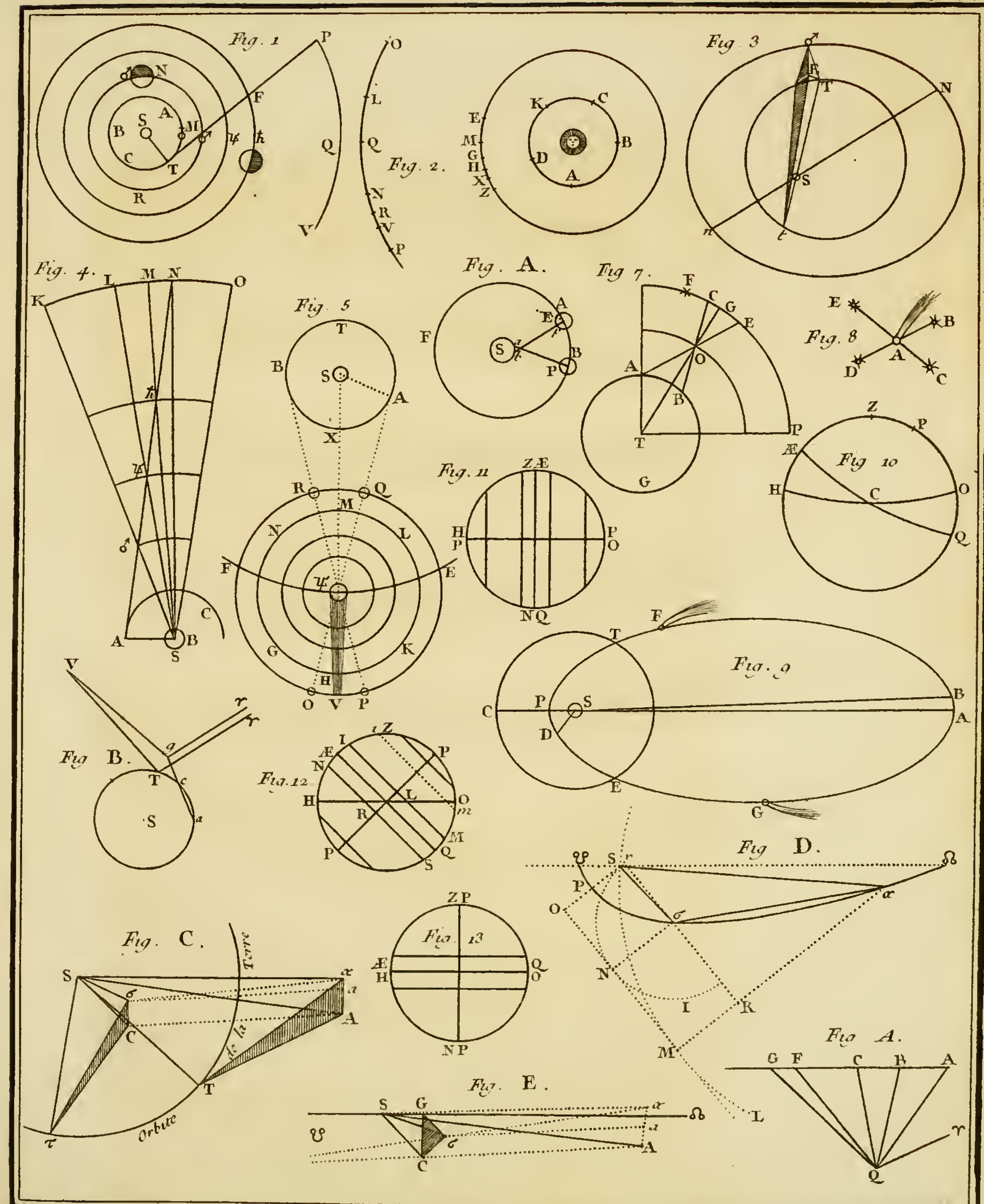


Fig. 1
Fig. 2.
Fig 3
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. A.
Fig 7.
Fig. 8
Fig 10
Fig. 11
Fig. 9
Fig B.
Fig. 12
Fig D.
Fig. C.
Terre
Orbite
Fig. 13
Fig. E.
Fig A.

noître celle du centre, en retranchant de la quantité observée le demi-diametre apparent du Soleil, & l'ajoutant au contraire si c'est le bord inférieur dont on a pris la hauteur. On trouve communément dans les voyages, la hauteur méridienne du Soleil ou d'une Etoile, en observant à chaque instant les hauteurs de l'Astre aux environs du Méridien, & faisant attention à celle qui est la plus grande de toutes. La raison de cette pratique est fondée sur ce qui a été expliqué ci-devant, sçavoir que c'est dans le Méridien que les Astres parviennent à leur plus grande hauteur. Cependant si l'Astre est bien proche du Zénit cette méthode peut souvent ne pas réussir; c'est pourquoi il est à propos, 1°. de tracer une ligne méridienne; 2°. de bien placer tant le plan du limbe que le centre du Quart-de-Cercle à plomb sur cette ligne; 3°. de s'assurer si la lunette ou pinnule est exactement parallele au plan du Quart-de-Cercle; 4°. d'élever l'instrument à très-peu de chose près à la hauteur où l'Astre doit passer; 5°. de faire attention à l'heure du passage, pour servir ensuite de vérification, & s'assurer si c'est la hauteur méridienne qu'on a observée; car pour peu qu'on se néglige sur ces cinq articles, on risque de connoître imparfaitement la plus grande hauteur de l'Astre, ce qui influe nécessairement sur les déclinaisons observées, comme aussi sur les latitudes géographiques, comme on le va voir tout à l'heure.

Méthode de déterminer la latitude du Lieu.

La connoissance de la latitude du Lieu étant le fondement de toutes les observations & de la plupart des calculs astronomiques, il est donc nécessaire de s'attacher principalement à la bien déterminer. Or comme on a prouvé qu'elle étoit égale à la hauteur du Pole, il s'ensuit que pour la connoître, il suffit d'observer l'élévation du Pole sur l'Horison. D'un autre côté le Pole étant un point mathématique dans l'espace, & que par conséquent on ne sçauroit appercevoir, il n'est gueres possible d'observer

yer

ver sa hauteur, de la même maniere qu'on vient de l'enseigner à l'égard des hauteurs Méridiennes, tant du Soleil que des Etoiles : ainsi il faut avoir recours à d'autres méthodes. Parmi le grand nombre de celles qu'on peut employer, on a jugé à propos d'expliquer d'abord ici celle qui suppose la connoissance de la ligne Méridienne, c'est-à dire, de la section du plan du Méridien avec celui de l'Horison. Pour tracer cette ligne on peut se servir de Gnomons dont on recherchera soignement le pied par le moyen d'un fil à plomb suspendu librement; & ayant trouvé ce point, on en décrira comme d'un centre, avec de très-grands compas, plusieurs circonférences de cercles sur le plancher (qu'on suppose ici parfaitement horisontal, ce qu'on peut reconnoître avec de grandes regles & des niveaux), de maniere que l'image du Soleil venant à rencontrer successivement toutes ces circonférences, on ait soin de marquer les lieux où chacun des deux bords de cette image les a touchées, & par conséquent le point qui a dû répondre au centre de l'image *: cette opération doit être tentée au moins deux heures avant midi, & l'on choisira pour y réussir un appartement fort obscur pour mieux distinguer l'image. Le soir on trouvera de la même maniere qu'on l'a pratiqué avant midi, les points du centre de l'image correspondans à ceux qu'on aura marqués le matin sur chaque circonférence ; & divisant celui de ces arcs qu'on voudra en deux également, la ligne qui passera par le milieu de l'arc & par le pied du Gnomon sera la ligne méridienne. Il est aisé de voir que cette ligne doit diviser aussi en deux également chacun des arcs marqués sur les autres circonférences, c'est-à-dire, qui auront été déterminés par les points correspondans du soir & du matin, ce qui servira de preuve ; en sorte que ces sortes d'opérations réitérées sur plusieurs cercles concentriques peuvent servir à se corriger mutuellement.

Comment on peut tracer la ligne Méridienne. PLANCHE VII. *Fig.* 2.

* *Les distances de chaque extrémité du diametre au centre de l'image, sont en même raison que leurs distances à l'ouverture du Gnomon. Voyés Eucl. Liv.* VI. *Prop.* 3.

Au reste cette méthode n'est exacte qu'au tems des Solstices ; car dans toutes autres saisons la méridienne tracée déclinera de quelques secondes soit à l'Orient soit à l'Occident, à cause du changement du Soleil en déclinaison, qui devient assez sensible pour que cet Astre, quoique à même hauteur, se trouve plus ou moins éloigné du Méridien le soir que le matin : on corrigera donc cette erreur par le moyen des Tables qui en ont été construites, ou bien en calculant les deux triangles sphériques *AZP*, *SZP*, dont deux côtés sont constans ; car le côté variable *AP* est la distance du Soleil au Pole, ou le complément de sa déclinaison lorsqu'on l'a observé le matin du côté de l'Orient ; & dans l'autre triangle, qui est occidental, le côté *SP* est la distance du Soleil au Pole au moment de l'observation du soir. Considérant qu'on peut supposer constans les côtés *AZ* & *SZ*, comme aussi les angles *AZP*, *SZP*, il sera facile de déterminer par les analogies qu'a données M. Cotes dans son Livre intitulé, *Harmonia mensurarum*, la petite variation de l'angle au Pole, c'est-à-dire, la différence des deux angles *APZ*, *SPZ*, laquelle réduite en tems à raison de 24 heures pour 360° sera la correction de la méridienne que l'on cherche.

La correction de la Méridienne trouvée par les hauteurs correspondantes. PLANCHE VII. *Fig.* 3.

Les côtés que nous supposons ici constans, sçavoir *AZ* & *SZ* sont les complémens de la hauteur du Soleil sur l'Horison : on en connoîtra la valeur si l'on mesure la hauteur du Gnomon, comme aussi la distance du centre de l'image observée au pied de ce Gnomon ; car soit *GP* la hauteur du Gnomon qui est à plomb ou perpendiculaire, *SP* la ligne horisontale terminée au centre de l'image observée le matin par exemple, il est évident que puisqu'on peut mesurer les deux côtés du triangle rectangle *GPS* il sera facile de découvrir la valeur de l'angle *SGP* ou de son alterne *ASZ* complément de la hauteur du Soleil sur l'Horison.

Fig. 2.

A l'égard des angles AZP ou SZP qu'on peut supposer égaux, il est évident qu'ils ont pour mesure la moitié de l'arc tracé sur le plancher & qui est compris entre l'observation du matin & sa correspondante du soir. Car si l'on imagine deux plans verticaux qui passent par l'ouverture du Gnomon & par les extrémités de cet arc, l'angle qu'ils formeront entre eux aura pour mesure l'arc qui aura été déterminé par l'observation du soir & du matin sur l'une des circonférences de cercle. PLANCHE VII *Fig.* 3.

Enfin si le plan n'étoit pas assez horisontal, on en pourroit mesurer l'inclinaison par le moyen d'une grande regle & d'un niveau, d'où il seroit facile de corriger les angles PSG du soir ou du matin, qui donneront chacun la hauteur du Soleil, par le calcul de deux triangles; ou bien on recevra l'image du soir sur un carreau rétabli dans un même niveau que le point correspondant du matin, après quoi on pourra tracer la ligne méridienne. On pourroit aussi prendre les hauteurs du Soleil avec un Quart-de-Cercle, & tracer en même-tems les Azimuts du soir & du matin.

Comment on observe la hauteur du Pole. PLANCHE VII. *Fig.* 4.

Pour déterminer la hauteur du Pole il faut placer le plan du Quart-de-Cercle le plus exactement qu'il sera possible, à plomb sur la ligne méridienne, & on observera la plus grande hauteur SO de quelques-unes des Etoiles qui ne se couchent point: on déterminera aussi sa plus petite hauteur sO, & prenant la moitié Ps de la différence Ss de ces hauteurs, on l'ajoutera à la plus petite hauteur, ou bien on la retranchera de la plus grande, & l'on aura par ce moyen la hauteur apparente du Pole sur l'Horison.

Si l'on veut se servir du Gnomon au défaut d'un Quart-de-cercle en y employant les observations du Soleil, il faudra calculer sa déclinaison, laquelle comme on l'enseignera ci-après, suppose son vrai lieu déduit des Tables ou des Ephémerides, & marquant ſur la ligne méridienne le centre de l'image, on aura par conſéquent ſa diſtance au Zénit *MGP* (fig. 2.) ou le complément de ſa hauteur apparente ſur l'Horiſon. Cette diſtance au Zénit étant donc connue, ſoit avec un Quart-de-Cercle, ſoit par le moyen d'un Gnomon, on y ajoutera, ou l'on en retranchera la déclinaiſon du Soleil, ſelon que cet Aſtre eſt au Sud ou au Nord de l'Equateur, & l'on aura ainſi la diſtance de l'Equateur au Zénit, laquelle eſt toujours égale à la hauteur du Pole, puiſque c'eſt préciſément la latitude du Lieu. Au reſte ſi la déclinaiſon du Soleil excede la latitude du Lieu, ce qui peut arriver dans la Zone torride, lorſque le Soleil eſt moins éloigné du Pole que le Zénit du Lieu, alors la différence entre la déclinaiſon du Soleil & ſa diſtance au Zénit ſera la latitude du Lieu.

De l'obliquité de l'Ecliptique.

Lorſqu'on connoît une fois la latitude, il eſt facile de découvrir l'obliquité de l'Ecliptique, c'eſt-à-dire, ſon inclinaiſon au plan de l'Equateur; car ſi l'on obſerve au tems du Solſtice d'Eté la plus petite diſtance méridienne du Soleil au Zénit, & qu'on retranche cette diſtance de la latitude (on ſuppoſe ici que le lieu de l'obſervation ſoit moins éloigné du Pole que le Soleil) le reſte ſera la vraie obliquité de l'Ecliptique. Dans le ſiecle précédent * la plupart des Aſtronomes ont fait l'obliquité de l'Ecliptique de 23° 31′ ou 30′; enſuite ayant égard aux Tables de réfractions & de parallaxes pour corriger les diſtances apparentes du Soleil au Zénit & les réduire aux véritables, ils ont établi cette obliquité de 23° 29′ ou

* *En 1437 on a trouvé à Sarmakand avec un inſtrument (dont le rayon ſurpaſſoit 100 pieds) conſtruit par ordre d'Ulugbeigh Prince Tartare 23° 30′ 17″.*

Les Arabes ayant déterminé vers l'an 820 l'obliquité de 23° 33′ Almamoun fit encore conſtruire un plus grand inſtrument pour cette recherche, avec lequel Ali fils d'Iſa habile Méchanicien & quelques-uns de ceux qui avoient travaillé à la meſure de la Terre, obſerverent à Damas l'obliquité de 23° 33′ 52″ la meme année que le Caliphe mourut en conduiſant ſon armée contre les Grecs. En 1269 Naſſir Oddin l'obſerva fort exactement proche Tauris de 23° 30′ 00″.

23° 28′ 50″; mais on l'a obſervée dans ces derniers tems de 23° 28′ 30″ ou 20″, ce qui a fait imaginer à quelques Aſtronomes qu'elle diminuoit, ſans examiner quelle pouvoit être la préciſion à laquelle on tâchoit de parvenir il y a ſoixante ans dans une recherche auſſi délicate. D'ailleurs ils ont adopté les obſervations faites avec des Gnomons, ne conſidérant pas que ces ſortes d'inſtrumens ne doivent gueres être employés que pour obſerver les latitudes géographiques, puiſqu'il eſt conſtant qu'avec les plus grands Gnomons comme de 60 à 80 pieds de hauteur perpendiculaire, on ne ſçauroit répondre d'un tiers de minute vers le Solſtice d'Eté, au lieu qu'avec les Quarts-de-Cercle garnis de lunettes on peut connoître les hauteurs abſolues à $2''\frac{1}{2}$ ou 5″ tout au plus, parce que le diſque du Soleil eſt terminé dans la lunette, ce qui n'arrive jamais aux Gnomons : en effet la pénombre y rend toujours l'image confuſe vers les bords, & par cette raiſon l'obſervation de la hauteur trop incertaine.

Il eſt incertain ſi elle diminue ou ſi elle eſt conſtante.

Les Obſervations faites avec des Gnomons, jugées inſuffiſantes pour décider cette queſtion.

Ce que nous venons de dire à l'égard de la plus grande déclinaiſon ou obliquité de l'Ecliptique, peut s'appliquer auſſi à toute autre déclinaiſon du Soleil, on pourra toujours y employer la même méthode, & même les Gnomons donneront dans les Zones tempérées les latitudes ou déclinaiſons d'autant mieux qu'on approchera du Solſtice d'Hiver, parce que les rayons du Soleil étant projettés à une grande diſtance, l'image de cet Aſtre, de même que les eſpaces qui répondent aux minutes & ſecondes du Méridien, augmentent très-ſenſiblement & ſemblent compenſer en quelque maniere les erreurs que pourroient cauſer l'eſtime ou l'incertitude des Termes de la pénombre. Maintenant ſi l'on obſerve la hauteur du Soleil ou d'un Aſtre en ſe ſervant de la méthode propoſée ci-deſſus, on doit faire attention dans le calcul de la déclinaiſon, qu'il peut arriver que le Soleil ou l'Aſtre

Maniere de calculer les déclinaiſons du Soleil dans la zone torride.

sera moins éloigné de l'Equateur que le lieu de la Terre où se fait l'observation, & en ce cas on prendra la différence entre la latitude du Lieu & la distance de l'Astre au Zénit, ce qui donnera la déclinaison que l'on cherche. Mais si au contraire le Zénit du lieu est situé entre l'Astre & l'Equateur, il est évident que c'est la somme de ces deux distances qu'il faudra prendre pour avoir la déclinaison de l'Astre.

On explique ici d'où dépendent, & comment on peut découvrir l'ascension droite du Soleil, sa longitude, sa déclinaison & l'angle que forme l'Ecliptique avec le Méridien. PLANCHE VII. *Fig.* 5.

Lorsque l'on connoît la déclinaison du Soleil, il suffit de résoudre un triangle sphérique rectangle pour en déduire son ascension droite. Soit, par exemple, *ÆQ* le cercle équinoctial, *ÆC* l'Ecliptique, *S* le lieu du Soleil, d'où abbaissant un cercle *SD* perpendiculairement sur l'équinoctial, l'arc *SD* représente la déclinaison. Dans le triangle rectangle *SDÆ* étant donné *SD*, & l'angle *Æ* qui est l'obliquité de l'Ecliptique, on aura par la Trigonométrie sphérique l'arc *ÆD* qui est l'ascension droite du Soleil, comme aussi l'arc *ÆS* qui est le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique: on connoîtra encore l'angle *ÆSD* qui sera l'inclinaison du Méridien ou cercle de déclinaison à l'égard de l'Ecliptique. De plus puisque dans le même triangle rectangle *ÆSD* l'angle *Æ* est toujours le même, & par conséquent doit être regardé comme constant, il s'ensuit que si l'on ne connoissoit uniquement que l'ascension droite, il seroit facile de connoître la déclinaison *DS* & la longitude du point *S* qui passe au Méridien en même-tems que le point *D* qu'on appelle en ce cas le *Milieu du Ciel;* qu'enfin on pourroit encore trouver par le calcul la valeur de l'angle *DSÆ* qui est l'inclinaison de l'Ecliptique & du Méridien en cet endroit. Mais si au lieu de l'ascension droite l'on connoissoit seulement la longitude du point *S*, on pourroit toujours résoudre ce triangle pour en déduire, suivant les analogies indiquées dans la Trigonométrie, l'ascension droite *ÆD*, la déclinaiſon DS du point S, & l'angle DSC de l'Ecliptique & du Méridien.

Les Aſtronomes qui ont travaillé le plus aſſiduement à perfectionner les Tables des mouvemens du Soleil, en ont enfin découvert la théorie, en ſe ſervant des méthodes dont nous venons de parler. Car ils ont d'abord obſervé chaque jour la déclinaiſon du Soleil, ce qui leur a fait bientôt connoître les longitudes correſpondantes, & par conſéquent le mouvement diurne ou apparent de cet Aſtre dans l'Ecliptique, c'eſt-à-dire, le mouvement réel de la Terre ſur ſon orbite qui ſe fait dans le même tems. Or ces obſervations ont fait encore découvrir que le mouvement apparent du Soleil n'étoit point égal, ni uniforme dans le plan de l'Ecliptique, & qu'ainſi la Terre devoit ſe mouvoir avec différentes viteſſes autour du Soleil, en ſorte qu'un peu après le Solſtice d'Eté, elle ſe meut beaucoup plus lentement que vers le Solſtice d'Hiver, & qu'enfin elle eſt aſſujettie à cette fameuſe loi conſtante de Kepler, qui conſiſte à décrire autour du Soleil, qui eſt le foyer de l'Ellipſe qu'elle parcourt chaque année, des aires proportionnelles aux tems : ces aires, comme on l'a déja dit, ſont compriſes entre les rayons tirés chaque jour du Soleil, ou ce qui eſt la même choſe, du foyer, au point de la circonférence de l'Ellipſe qu'occupe la Terre.

Ancienne Méthode de déterminer les aſcenſions droites & les déclinaiſons des Etoiles fixes.

Si l'on ſe propoſe de découvrir l'aſcenſion droite des Etoiles fixes, on peut d'abord y employer la méthode ordinaire, laquelle eſt propoſée dans tous les Livres d'Aſtronomie, & qui ſuppoſe de même que celle qui a été imaginée depuis par Flamſteed, qu'on ait recherché le lieu du Soleil dans l'Ecliptique & que l'on ait d'ailleurs une Pendule à ſecondes bien reglée. Car en allongeant ou en accourciſſant le Pendule on peut tellement regler le mouvement de cette Horloge qu'elle achevera ſa révolution de 24 heures dans le même tems que les Etoiles fixes emploient à revenir au Méridien : on doit remarquer que les révolutions d'Etoiles sont un peu plus courtes que la durée du jour naturel à cause du mouvement du Soleil qui est très-sensible & qui se fait chaque jour d'un degré ou environ vers l'Orient. Supposant donc l'Horloge réglée comme on vient de l'expliquer tout à l'heure, & qu'elle marque précisément le midi à l'instant du passage du Soleil par le Méridien, il faudra prendre garde aux heures, minutes & secondes marquées par les aiguilles à l'instant qu'une Etoile fixe paroîtra dans le Méridien ; car le tems écoulé depuis midi étant converti en degrés, minutes & secondes de l'Equateur, à raison de 360° pour 24 heures, sera la différence en ascension droite apparente entre le Soleil & l'Etoile fixe : ajoutant donc cette différence à l'ascension droite * du Soleil, la somme sera l'ascension droite de l'Etoile que l'on cherche. Or étant une fois connue l'ascension droite d'une Etoile fixe, il sera facile de connoître celles de toutes les autres Etoiles, puisqu'il suffit de convertir en degrés, minutes, &c. le tems écoulé entre les passages au Méridien de ces Etoiles & celui de la premiere Etoile dont on a découvert l'ascension droite. Il ne s'agit donc uniquement que de bien déterminer les passages de ces Etoiles par le plan du Méridien & d'appercevoir à chaque fois l'instant marqué par les aiguilles d'une Horloge bien réglée : mais comme il pourroit y avoir trop de difficultés à déterminer les passages de tous les Astres par le Méridien, voici un moyen encore plus simple.

** Cette Méthode suppose qu'on connoisse la parallaxe du Soleil & la réfraction, & par conséquent elle est d'autant moins exacte, qu'on ignore la juste quantité de ces deux Elémens.*

La construction & l'usage du Réticule.

Quand on connoît déja l'ascension droite d'une Etoile, au lieu d'attendre les passages au Méridien pour lui comparer toutes les autres, on pourra se servir de la méthode suivante pour connoître leurs ascensions droites. On placera au foyer commun des deux verres convexes d'une lunette deux fils *AB*, *CD* qui se coupent à angles droits,

PLANCHE VII *Fig. 6.*

&

& deux autres *EF*, *GH* auſſi à angles droits, mais qui forment des angles de 45° avec les deux premiers, ces quatre fils ayant une même interſection commune en *o*. On dirigera enſuite la lunette à l'Etoile dont l'aſcenſion droite & la déclinaiſon ſont connues, & l'on diſpoſera tellement l'inſtrument que l'Etoile ſe trouve non-ſeulement ſous le fil *AB* à ſon entrée dans la lunette, mais auſſi qu'elle parcourre exactement ce même fil *AB*. Il eſt évident que dans cette ſituation le fil *AB* repréſentera une petite partie d'un cercle parallele à l'Equateur, qui eſt celui que l'Etoile ſemble parcourir par ſon mouvement apparent: mais puiſque dans cette ſituation *CD* ſe trouve perpendiculaire à ce cercle parallele, il s'enſuit que *CD* repréſentera pour lors un Méridien ou cercle horaire; c'eſt pourquoi la lunette demeurant immobile, on obſervera l'inſtant marqué à la Pendule, auquel l'Etoile connue parviendra au fil horaire *CD*: enſuite on attendra qu'une autre Etoile paſſe dans la même ouverture de lunette ſelon une ligne quelconque *LK* parallele à *AB*, & l'on obſervera auſſi l'inſtant auquel cette Etoile parviendra en *Q*. Or la différence de tems écoulé entre les paſſages de la premiere & de la ſeconde Etoile à un même cercle horaire, étant convertie en degrés & minutes, &c. de l'Equateur, c'eſt-à-dire, à raiſon de 360° pour 24 heures, donnera leur différence en aſcenſion droite apparente: mais puiſqu'on connoît déja l'aſcenſion droite de la premiere, on aura donc par ce moyen l'aſcenſion droite de la ſeconde Etoile.

Les angles *QHo* & *QoH* qui ſont des demi-droits ou de 45° étant égaux, il s'enſuit que *QH* ſera égale à *Qo*; c'eſt pourquoi ſi l'on obſerve encore l'inſtant auquel l'Etoile paſſe au fil *oG*, & qu'on le compare à l'inſtant qu'elle a dû paſſer au fil *oC*, on aura ainſi le tems que l'Etoile a employé à parcourir l'arc *QH* de ſon parallele: or ce tems étant converti en degrés, minutes, &c. on connoîtra donc l'arc du parallele QH, lequel est toujours égal à l'arc Qo du cercle horaire. Mais parce que dans les cercles inégaux les nombres de parties semblables d'arcs de même grandeur sont entr'eux réciproquement comme les rayons, il suit qu'en convertissant le tems écoulé en degrés, &c. il en résulte un trop grand arc, puisque c'est l'arc du parallele qui contient le même nombre de degrés que son correspondant forme dans l'Equateur. C'est pourquoi comme il s'agit de déterminer la véritable valeur de l'arc QH du parallele lorsque cet Astre est transporté sur l'Equateur ou sur un grand cercle. On fera comme le Rayon d'un grand cercle est au Rayon du parallele LK, lequel ne sçauroit différer bien sensiblement du parallele oB de l'Etoile connue; c'est-à-dire, comme le rayon est au sinus de la distance au Pole de l'Etoile connue, ainsi le nombre de degrés, &c. compris dans l'arc QH réduit en secondes, à un 4me terme; ce qui fera connoître le nombre des degrés, minutes, &c. compris dans l'arc Qo. Cet arc Qo est la différence en déclinaison, entre l'Etoile qui décrit le parallele QK & l'Etoile connue ou qui a décrit le parallele oB: étant donc donnée la déclinaison de cette derniere, on aura par conséquent celle de l'autre Etoile qu'on se proposoit de découvrir. Par cette méthode on peut non seulement découvrir l'ascension droite & la déclinaison des Etoiles fixes; mais aussi les mouvemens apparens des Planetes & des Cometes; puisqu'il est toujours facile de les comparer à quelques Etoiles connues, ou dont l'ascension droite & la déclinaison se trouvent dans les Catalogues. Au reste il est certain que la Réticule dont on vient de parler & qui est composée de fils inclinés à 45° pourroit être d'un assez grand usage dans l'Astronomie, si depuis environ vingt-cinq ans on n'en avoit imaginé une autre, dont la perpendiculaire doit toujours être égale à la base comprise

Dans les cercles inégaux, les degrés, que contiennent des arcs égaux sont entr'eux réciproquement comme les rayons des cercles.

Autre Réticule encore plus simple. PLANCHE VII *Fig.* A.

entre les deux lames inclinées; car outre qu'on peut même s'y paſſer des fils (qu'il eſt fort difficile d'appercevoir ou de bien éclairer pendant la nuit) il y a d'ailleurs cela d'avantageux qu'on profite de tout le champ de la lunette, au lieu que dans le premier il n'eſt pas facile de diſpoſer trois fils exactement paralleles, ni d'obſerver des Etoiles plus éloignées, du fil *A o B* que la moitié du champ de la lunette.

On démontre de la maniere ſuivante que dans des cercles inégaux les nombres qui expriment les parties ſemblables d'arcs de même grandeur ſont entr'eux réciproquement comme les rayons de ces cercles; car ſoient deux cercles inégaux qui aient un même centre *C*, & ſur la circonférence de l'un deſquels on ait pris l'arc *AF* égal à l'arc *BE*: ayant mené la droite *CE*, il eſt évident que les arcs *AD*, *EB* ſeront ſemblables, c'eſt-à-dire, que ces deux derniers arcs contiendront un même nombre de parties ſemblables, puiſqu'on doit regarder comme telles des parties qui ont même rapport aux circonférences entieres de ces cercles. Mais puiſqu'on a ſuppoſé d'ailleurs *AF* de même grandeur que *BE*, on aura donc *AD* eſt à *AF* comme *AD* eſt à *BE*; & parce que ce dernier rapport de *AD* à *BE* eſt le même que celui du rayon *CA* au rayon *CB*,* on aura donc *AD* eſt à *AF* comme *CA* eſt à *CB*. Or *AD* eſt à *AF* comme le nombre de parties contenues dans *BE* eſt au nombre de parties ſemblables contenues dans *AF*; il s'enſuit donc que le nombre de parties contenues dans *BE* ſera au nombre de parties ſemblables contenues dans *AF* comme *CA* eſt à *CB*.

Démonſtration de la propoſition énoncée ci-deſſus.

PLANCHE VII *Fig.* 7.

* *Les rayons ſont toujours entre eux comme les circonférences des cercles.*

Une autre méthode de trouver les aſcenſions droites des Aſtres & qui ne ſuppoſe preſqu'aucune connoiſſance de la déclinaiſon, ni par conſéquent de la hauteur du Pole, de celle du Soleil & des Etoiles fixes, c'eſt de diriger à peu près dans le Méridien vers le tems de l'Equinoxe du Printems, une lunette garnie d'un micrometre,

La Méthode propoſée par Flamſteed pour trouver les aſcenſions droites.

c'eſt-à-dire, de fils paralleles & à angles droits, dont l'un doit ſe mouvoir de haut en bas, en conſervant toujours ſon parallélisme. On fera enſorte que cette lunette ſoit à l'abri des injures de l'air, & qu'elle puiſſe demeurer immobile pendant quelques jours : enſuite on fera mouvoir à l'inſtant du midi le filet horiſontal du micrometre, en ſorte que les bords du Soleil le puiſſent parcourir exactement dans l'eſpace de 3 à 4 minutes que cet Aſtre emploie à traverſer la lunette. On obſervera auſſi l'inſtant (marqué par l'Horloge à pendule) qui répond au paſſage de chacun de ſes deux bords au filet vertical qui eſt fixe, ce qui donnera le paſſage de ſon centre : on attendra que quelqu'une des Etoiles voiſines de l'Equateur arrive au filet vertical de la même lunette ; & ayant obſervé le moment de ſon paſſage, on connoîtra, en faiſant mouvoir le fil horiſontal du micrometre, de combien cette Etoile eſt plus élevée ou plus baſſe que le centre du Soleil, ce qui eſt facile (puiſqu'on peut connoître par l'obſervation de l'autre bord du Soleil) l'intervalle que le curſeur ou filet mobile doit parcourir pour répondre exactement au diametre du Soleil & que ce diametre peut être connu d'ailleurs par les paſſages obſervés du bord oriental & occidental, comme on le verra ci-après. Ayant donc converti en degrés, &c. le tems écoulé entre les paſſages du Soleil & de l'Etoile au fil vertical de la lunette, on aura leur différence en aſcenſion droite apparente, laquelle étant ajoutée à celle qu'on trouvera à l'Equinoxe ſuivant entre l'Etoile & le Soleil, c'eſt-à-dire, lorſque cet Aſtre doit reparoître à midi à la même hauteur, donnera par conſéquent l'arc de l'Equateur qui répond au chemin parcouru par le Soleil pendant tout le tems écoulé d'environ ſix mois. Maintenant il faut conſidérer que ſi le Soleil paroiſſoit à midi vers le tems de l'autre Equinoxe exactement au même endroit de la lunette qu'au tems de la premiere obſervation, il eſt évident qu'étant dans chacun de ces deux cas préciſément à une même diſtance du Zénit ou de l'Equateur, ſa diſtance au colure des Solſtices, ou ſi l'on veut aux points équinoctiaux, ſeroit par conſéquent la même, & partant que ce qui s'en manque ou ce qui excede 180° dans l'arc qu'aura paru parcourir le Soleil, ſeroit le double de ſon aſcenſion droite au moment de la premiere obſervation.

Connoiſſant ainſi l'aſcenſion droite du Soleil, on a par conſéquent celle de l'Etoile, & c'eſt à celle-ci qu'on peut enſuite comparer toutes les autres. Mais comme il eſt rare que dans cet intervalle d'environ ſix mois le Soleil retourne à midi préciſément à la même hauteur où il avoit paru pour la premiere fois à ſon paſſage par la lunette, il eſt donc néceſſaire de calculer trigonométriquement par des parties proportionnelles le mouvement en aſcenſion droite qui répond à la petite différence qu'on a trouvée à l'égard du Soleil, relativement à l'Etoile, au tems de la premiere & de la ſeconde obſervation; car ſi l'on ſçait à peu près la déclinaiſon du Soleil, & ſi l'on a obſervé exactement avec le micrometre les différences en déclinaiſons du bord du Soleil & de l'Etoile, on pourra calculer par la Trigonométrie ou par les formules de M. Cotes, l'arc de l'Equateur ou de la différence en aſcenſion droite qui répond au changement en déclinaiſon.

Soit, par exemple, S le lieu du Soleil obſervé un peu après l'Equinoxe du Printems dans l'Ecliptique ♈ ♋ ♎; ſoit auſſi F le lieu d'une Etoile ſituée preſque à même diſtance de l'Equateur ♈ C ♎. Si l'on tire par le Pole P les droites PSR, PTF qui paſſent par le Soleil & par l'Etoile, il eſt évident que l'arc RT de l'Equateur repréſentera la différence en aſcenſion droite apparente entre le Soleil & l'Etoile, & qu'ainſi la grandeur de cet arc ſera connue par obſervation. Soit encore s le lieu du Soleil ob- PLANCHE VII. Fig. B.

servé à midi, & qui répond à peu près à la même hauteur vers l'Equinoxe d'Automne : ayant mené par le Pole *P* & par le point *s* la ligne droite ou cercle de déclinaison *Psr*, l'arc *Tr* sera par conséquent la différence en ascension droite observée entre l'Etoile *F* & le Soleil. Mais le Soleil ayant paru dans la lunette plus haut à midi au tems de l'Equinoxe d'Automne, qu'au tems de la premiere observation faite à midi à l'Equinoxe du Printems, pour trouver le lieu *σ* du Soleil dans l'Ecliptique où le point *ρ* de l'Equateur qui répond exactement à la même distance du point ♎, que le point *R* étoit éloigné d'♈, on résoudra les deux triangles *rs*♎, *ρσ*♎; car si l'on connoît à peu près la distance *rs* du Soleil à l'Equateur au tems de l'observation faite en Automne, comme la différence de *rs* à *ρσ* est donnée par observation, & que l'angle en ♎ est constant, il s'ensuit que la petite variation *rρ* du côté *r*♎ sera déterminée, & qu'ainsi l'arc entier *Tρ* sera déterminé. Enfin si l'on ajoute les deux arcs *RT*, *Tρ*, & qu'on retranche la somme *RTρ* du demi-cercle de l'Equateur ♈*T*♎ qui vaut 180, la moitié du reste sera la valeur des arcs *R*♈, *ρ*♎, c'est-à-dire, que l'arc *R*♈ sera connu & doit répondre à l'ascension droite du Soleil au tems de la premiere observation du Printems.

Comment on peut calculer le diametre apparent du Soleil.

Le tems du passage du Soleil au Méridien ayant été observé au filet vertical de la lunette immobile, donneroit (étant converti en minutes & secondes de degrés à raison de 24 heures pour 360°) le véritable diametre* du Soleil, si cet Astre se trouvoit précisément aux environs de l'Equateur, & si par son mouvement, qui paroît cha-

* Dans les Pleines Lunes on peut observer de la même maniere son diametre à l'heure du passage de cet Astre par le Méridien : mais il faut bien prendre garde que le diametre déduit de cette observation, n'est pas le diametre vu de la surface ; mais celui qui seroit vu du centre de la Terre ; car la différence qui est tout-à-fait insensible pour le Soleil, devient trop considérable à l'égard de

que jour se faire en sens contraire au mouvement diurne ou vers l'Orient, ce passage n'étoit pas d'une durée un peu plus longue que le véritable. Pour remédier à ces deux sources d'erreurs, il sera facile quant au premier point de se servir de la regle expliquée ci-dessus * pour réduire le tems ou l'arc en minutes & secondes de grand cercle. Quant au second on peut y remédier en observant le retour du Soleil & de l'Etoile à la lunette immobile; car l'on aura par ce moyen le mouvement diurne du Soleil en ascension droite qui se fait à l'égard de l'Etoile fixe; d'où l'on tirera la partie proportionnelle qui répond au tems du passage du Soleil, & qu'il faudra rabbattre de la durée observée de ce passage, pour en déduire le véritable diametre.

La durée de son passage au Méridien doit toujours paroître un peu trop longue.

* Page 386.

Etant données l'ascension droite & la déclinaison d'un Astre, on trouve par la Trigonométrie sphérique sa longitude & sa latitude. Comme il est beaucoup plus facile de découvrir d'abord les deux premiers de ces élémens que les deux autres, à cause du mouvement diurne ou de rotation de la Terre autour de son axe, les Astronomes s'en servent aujourd'hui pour en déduire les deux derniers, puisque ceux-ci ne dépendent plus dès-lors que d'un calcul assez simple. Dans toutes les Tables astronomiques & dans les Catalogues d'Etoiles on ne recherche jamais que les longitudes & latitudes, parce que c'est à l'égard de l'Ecliptique & de ses paralleles que se fait le mouvement réel des corps célestes, dont on compte la longitude depuis le commencement d'♈. Ainsi pour trouver la longitude & la latitude d'une Etoile, soit le colure des Solstices *PBÆQ* qui passe par les Poles *B* & *P* de l'Ecliptique &

Maniere de déterminer les longitudes & latitudes des Astres.

PLANCHE VII Fig. 8.

la Lune, à cause de sa proximité, pour n'être pas négligée. La raison de ce que nous venons de dire est fondée sur ce que l'on réduit le tems en degrés, &c. à raison de 24 heures pour 360° : or le centre de la révolution du ciel étoilé n'étant pas à la surface, mais au centre du globe terrestre, il est évident de là que le diametre de la Lune conclu de son passage au Méridien, sera le diametre vu du centre de la Terre, lequel est un peu trop petit à notre égard.

de l'Equateur, ſoit *Æ Q* l'Equateur ou le cercle équinoctial, *EC* l'Ecliptique dont la commune ſection ſe fait en ♈, ſoit enfin une Etoile en *S*: on tirera par le Pole *P* & par cette Etoile le cercle de déclinaiſon *PSF* qu'on prolongera, s'il eſt néceſſaire, juſqu'à ce qu'il rencontre l'Equateur au point *F*, & l'arc ♈ *F* ſera l'aſcenſion droite de l'Etoile, comme auſſi l'arc *SF* ſa déclinaiſon. On menera encore par le Pole *B* de l'Ecliptique & par l'Etoile, le cercle de latitude *BSO* qui rencontrera l'Ecliptique en *O*: or il eſt évident que l'arc ♈ *O* ſera la longitude de l'Etoile, & l'arc *SO* ſa latitude. C'eſt pourquoi dans le Triangle ſphérique *BPS*, puiſqu'on connoît le côté *PS* qui eſt l'arc de complément de la déclinaiſon obſervée, comme auſſi l'arc *BP* qui eſt égal à l'obliquité ou inclinaiſon de l'Ecliptique à l'Equateur; de plus puiſqu'on connoît l'angle *FPQ* méſuré par l'arc *FQ* complément de l'aſcenſion droite, on aura donc ſon ſupplément ou l'angle *BPS*. Ainſi dans le Triangle *BPS* puiſque trois parties ſont données, il ſera facile de trouver l'angle *PBS*, qui a pour meſure l'arc *OC*, & donc le complément à 90° ſera l'arc ♈ *O* longitude de l'Etoile, on trouvera auſſi l'arc *BS* complément à 90° de la latitude de l'Etoile.

Cette Méthode eſt générale & peut ſervir auſſi pour découvrir l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'une Etoile dont la longitude & latitude ſeroient données: mais rarement a-t-on beſoin de réſoudre ce dernier cas. Quoiqu'il en ſoit, on a propoſé dans ces derniers tems d'épargner aux Calculateurs l'embarras de tracer une figure ſur le globe pour réſoudre ſelon les diverſes circonſtances le Triangle ſphérique obliquangle énoncé ci-deſſus; car comme il ſe trouve toujours qu'on ne connoît que deux côtés & l'angle compris, il n'eſt pas facile d'appercevoir où doit tomber la perpendiculaire qu'il faut abbaiſſer pour réſoudre ce Triangle: il vaut donc mieux réſoudre les deux

Autre Méthode.

deux triangles rectangles ♈ *L F*, *S L O*. Dans le premier de ces deux Triangles connoiſſant l'aſcenſion droite ♈ *F*, & l'angle *L*♈*F*, il ſera facile de calculer l'angle ♈ *L F*, ce qui donnera la valeur de ſon oppoſé au ſommet *S L O*, comme auſſi les côtés ♈ *L*, & *L F*. D'ailleurs ſi l'on ſouſtrait l'arc connu *F L*, de la déclinaiſon *F S L*, le reſte *L S* ſera par conſéquent connu : c'eſt pourquoi dans le ſecond triangle rectangle *S L O*, puiſqu'on connoît outre l'angle droit, le côté *L S* & l'angle *O L S*, il ſera facile de calculer la valeur de *S O* latitude de l'Etoile que l'on cherche : mais on trouvera auſſi l'arc *L O*, qui étant ajouté à l'autre arc ♈ *L* de l'Ecliptique lequel eſt déja connu, donnera l'arc total ♈ *O* qui ſera la longitude de l'Etoile.

Au reſte il y a différens cas où il faudra prendre au lieu de la ſomme des deux arcs, leurs différences & au contraire: cela varie ſelon les quatre ſituations poſſibles d'un Aſtre entre les deux colures de la Sphere. La figure 9 ſuffit pour faire connoître ces différens cas. Voici les cinq analogies qui ſervent à les réſoudre.

I. *Comme le coſinus de l'obliquité de l'Ecliptique* F ♈ L
eſt au Sinus total
ainſi la Tangente de l'aſcenſion droite ♈ F
a la Tangente ♈ L *de l'arc de l'Ecliptique correſpondant*
II. *Comme le Sinus total*
eſt au Sinus de l'obliquité de l'Ecliptique L ♈ F.
ainſi le coſinus de l'aſcenſion droite ♈ F
au coſinus de l'angle ♈ L F *de l'Ecliptique & du Méridien*
III. *Comme le Sinus total*
eſt à la Tangente de l'obliquité de l'Ecliptique
ainſi le Sinus de l'aſcenſion droite ♈ F
à la Tangente de l'arc de déclinaiſon F L. *Cet arc* F L *étant retranché (ou ajouté ſelon les différens cas) de la déclinaiſon de l'Aſtre obſervée* F S, *le reſte* L S *ſera l'hypotenuſe du Triangle rectangle* L O S ; *c'eſt pourquoi l'on fera*
IV. *Comme le Sinus total*
eſt au Sinus de l'angle de l'Ecliptique & du Méridien ♈ L F *ou* S L O
ainſi le ſinus du côté L S
eſt au ſinus du côté S O *qui ſera la Latitude que l'on cherche.*
V. *Enfin comme le Sinus total*
eſt au coſinus de l'angle de l'Ecliptique & du Méridien
ainſi la Tangente du côté L S
eſt à la Tangente de l'arc L O, *qui étant ajouté (ou retranché ſelon les différens cas) à l'arc* ♈ L, *la ſomme (ou la différence) fera connoître la Longitude* ♈ O *que l'on cherche.*

Un ſeul Obſervateur ne ſçauroit gueres déterminer les lieux des Planetes autrement qu'en recherchant leurs aſcenſions droites & leurs déclinaiſons.

On a cru devoir entrer dans tout ce détail, parce que ces ſortes de calculs de la longitude & latitude des Aſtres ſont devenus d'autant plus néceſſaires qu'il eſt aſſez rare qu'on obſerve autrement le lieu des Etoiles, des Planetes ou des Cometes, autrement que par leurs aſcenſions droites & déclinaiſons : ainſi on eſt toujours obligé de les réduire à leurs vraies longitudes & latitudes ſuivant la forme de calcul énoncée ci-deſſus. On peut dire cependant qu'on pourroit y employer encore une autre Méthode qui ne ſuppoſe que quatre analogies dans chacune deſquelles ſe trouve le ſinus total : mais à moins que de bien tracer la figure ſelon les regles de la projection, ou d'avoir un globe céleſte ſous les yeux, il eſt quelquefois difficile de ne pas ſe méprendre dans le calcul. Soit donc tiré de l'Aſtre à ♈ l'arc d'un grand cercle ♈S: dans le triangle rectangle ♈FS on connoît les deux côtés ♈F, FS qui repréſentent l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de l'Aſtre obſervé, c'eſt pourquoi on découvrira par la Trigonométrie l'arc ♈S & l'angle S♈F, d'où retranchant (ou bien y ajoutant ſelon les différens cas) l'angle F♈L qui eſt l'obliquité de l'Ecliptique, le reſte (ou la ſomme) S♈L ſera l'angle du triangle rectangle ♈OS qu'il eſt facile de réſoudre, puiſqu'on en connoît l'hypotenuſe ♈S. On pourra donc calculer par la Trigonométrie les arcs ♈O, SO, de ce triangle qui donneront comme l'on voit, la longitude & la latitude de l'Aſtre obſervé.

PLANCHE VII Fig. 9.

L'avantage de déterminer les aſcenſions droites & les déclinaiſons des Aſtres à l'inſtant de leur paſſage par le Méridien, eſt fondé ſur ce qu'on évite dans l'aſcenſion droite, non ſeulement l'effet de la réfraction, mais encore celui de la parallaxe ; que d'ailleurs la parallaxe de hauteur & la réfraction étant beaucoup plus aiſées à déterminer dans un cercle vertical que dans toute autre ſituation oblique, la déclinaiſon de l'Aſtre obſervée devient par là d'autant plus facile à corriger, puiſque le Méridien où ſe fait l'obſervation n'eſt autre choſe qu'un cercle vertical ou cercle de hauteur.

Lorſqu'on compare les lieux des Etoiles fixes obſervés par les Anciens avec ceux qu'elles nous paroiſſent occuper relativement à l'Ecliptique, on ne trouve pas que les latitudes aient changé; mais quant aux longitudes qui ſe comptent depuis la ſection de l'Ecliptique & de l'Equateur en ♈ ou à l'Equinoxe du Printems, on s'apperçoit qu'elles ont augmenté très-ſenſiblement. Il ne faut pas croire pour cela que ces Etoiles ont eu un mouvement réel; mais ce ſont au contraire les points équinoctiaux qui s'en ſont éloignés par un mouvement rétrograde, & c'eſt de ces derniers, comme l'on ſçait, que ſe comptent les longitudes. Or les plus anciennes longitudes des Etoiles obſervées ayant été comparées à celles qu'on a rétablies en ces derniers tems, nous ont fait enfin connoître que la préceſſion des Equinoxes étoit de 0′ 50″ par an, ce qui répond à un degré dans l'eſpace de 72 ans.

Les longitudes des Etoiles augmentent de près d'une minute chaque année, mais leurs latitudes, qu'on avoit crues invariables, changent bien peu & en différens ſens.

Ce que l'on vient d'expoſer ci-deſſus ſuffit, à ce qu'il ſemble, pour faire concevoir les moyens de conſtruire un Catalogue général de toutes les Etoiles fixes. L'uſage des Catalogues qui ont été publiés juſqu'à ce jour, a été de faciliter aux Aſtronomes les obſervations du vrai lieu, tant des Planetes, que des Cometes, puiſque chaque fois qu'on les comparera une fois à des Etoiles connues, c'eſt-à-dire, dont la poſition ſe trouve dans les Catalogues, leurs véritables lieux dans le Ciel ſeront déterminés. Il arrive cependant qu'un Aſtre n'étant pas viſible dans le Méridien, ou ne pouvant être comparé à quelque petite Etoile par le moyen du Réticule (parce que la lumiere du Crépuſcule eſt trop forte) on eſt obligé de mesurer par de grands arcs, sa distance à deux Etoiles de la premiere ou de la seconde grandeur. Voici donc la méthode * de calculer la longitude ou la latitude d'un Astre lorsqu'on sçait sa distance à deux Etoiles fixes dont la position se trouve dans les Catalogues.

PLANCHE VII Fig. 10.

Soit *EF* un arc de l'Ecliptique dont le Pole est en *B*, & soient *A*, *C* deux Etoiles fixes dont on connoît la longitude & la latitude : soit enfin *P* l'Astre dont on a observé la distance aux deux Etoiles *A* & *C*. Dans le triangle *ABC* étant donnés les côtés *AB*, *CB* complémens des latitudes de chaque Etoile, comme aussi l'angle *ABC* qui est mésuré par l'arc *EF* différence en longitude de ces deux Etoiles, on pourra déterminer par la Trigonométrie l'arc *AC* qui est la distance des deux Etoiles, comme aussi l'angle *BCA* : ensuite puisqu'on connoît les trois côtés du triangle *APC*, il sera aisé de calculer l'angle *PCA*, qui étant retranché de l'angle *BCA*, le reste sera l'angle *BCP*. Enfin dans le triangle *BCP* étant donnés les côtés *BC*, *CP* & l'angle *BCP* on aura par conséquent l'angle *CBP* qui a pour mésure l'arc *OF*, différence en longitude entre l'Etoile *C* & la Planete *P* : on pourra calculer aussi l'arc *BP* qui est le complément de la latitude de l'Etoile.

* Cette Méthode peut être d'un grand usage sur Mer, si au défaut de l'occultation des Etoiles zodiacales, on veut tenter d'y rechercher la longitude par les distances de deux des plus belles Etoiles à la Lune : mais il faut remarquer que le mouvement de la Lune est trop rapide pour qu'on puisse supposer, que la distance de cet Astre à deux Etoiles, ait été mesurée dans un même instant : il faudra donc marquer soigneusement le tems des distances observées, & même réitérer de les observer plusieurs fois, afin de réduire par là à une même heure, minute, & seconde, chacune de ces distances. Au reste, elles doivent être déterminées avec les nouveaux Quartiers de Réflexion garnis de lunettes ; & afin que dans le calcul de la longitude, on ne tombe pas dans les erreurs grossieres qu'on a remarquées dans les Catalogues, on donne ici la position des Etoiles de la premiere grandeur qui ont été restituées par de nouvelles Observations, & dont la plus grande partie se trouve rapportée dans le Discours préliminaire de l'Histoire Céleste.

Les déclinaisons de ces mêmes Etoiles pourront encore servir pour déterminer exactement la hauteur du Pole, si l'on peut observer leur hauteur méridienne en mer pendant le crépuscule.

Tables de l'Aſcenſion & Déclinaiſon des principales Etoiles.

NOMS des ETOILES.	Aſcenſion droite en 1742.	Aſcenſion droite en 1750.	Mouvement annuel en Aſcenſion droite.	Déclinaiſon en 1742.	Déclinaiſon en 1750.	Mouvement annuel en déclinaiſon.
	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
La Polaire.	10. 19. 52½	10. 39. 11	2. 25, 00	87. 55. 20 b.	87. 58. 00	0. 19, 60
Acharnar.	21. 55. 30	22. 00. 00	0. 34, 00	58. 33. 22½ a.	58. 30. 45	0. 19, 70
α du Belier.	28. 10. 30	28. 17. 10	0. 50, 00	22. 13. 47½ b.	22. 16. 07½	0. 17, 56
Aldebaran.	65. 16. 55	65. 23. 41½	0. 50, 64	15. 57. 50 b.	15. 58. 57½	0. 08, 19
α de la Chevre.	74. 25. 00	74. 33. 47½	0. 65, 83	45. 42. 05 b.	45. 42. 50	0. 05, 55
Rigel.	75. 32. 05	75. 37. 52½	0. 43, 20	08. 31. 12½ a.	08. 30. 32	0. 05, 04
α d'Orion.	85. 18. 10	85. 24. 45	0. 49, 46	07. 20. 07 b.	07. 20. 24½	0. 02, 14
Canopus.	94. 32. 20	94. 35. 00	0. 20, 00	52. 33. 55 a.	52. 34. 15	0. 02, 56
Sirius.	98. 26. 40	98. 31. 57½	0. 39, 82	16. 22. 55 a.	16. 23. 26½	0. 04, 09
Procyon.	111. 26. 35	111. 32. 55	0. 47, 55	05. 51. 50 b.	05. 50 38	0. 08, 69
α de l'Hydre.	138. 43. 40	138. 49. 36½	0. 44, 55	07. 33. 09 a.	07. 33. 11	0. 15, 22
Regulus	148. 38. 35	148. 44. 56	0. 47, 64	13. 13. 15 b.	13. 11. 00	0. 17, 00
l'Epi de la Vierge.	197. 54. 35	198. 00. 54	0. 47, 37	09. 48. 05 a.	09. 49. 37½	0. 19, 00
Arcturus.	210. 58. 32½	211. 04. 00	0. 40, 96	20. 32. 32½ b.	20. 29. 59½	0. 19, 05
Antares.	243. 24. 20	243. 31. 40	0. 54, 92	25. 49. 55 a.	25. 51. 10	0. 09, 50
α de la Lyre.	277. 03. 10	277. 07. 10	0. 29, 94	38. 33. 58 b.	38. 34. 24	0. 03, 24
α de l'Aigle.	294. 32. 50	294. 38. 42½	0. 44, 20	08. 12. 37½ b.	08. 13. 47½	0. 08, 73
α du Cygne.	308. 09. 40	308. 13. 52½	0. 31, 55	44. 22. 12½ b.	44. 23. 47$\frac{2}{1}$	0. 11, 90
α de Pégaſe.	342. 58. 35	343. 04. 30	0. 44, 00	13. 49. 22½ b.	13. 51. 57½	0. 19, 21
Fomalhaut.	340. 49. 40	340. 56. 00	0. 47, 73	30. 59. 00 a.	30. 56. 36½	0. 18, 37

Les plus récentes obſervations ayant été comparées à celles qui ont été faites en France il y a près de 60 ans (leſquelles ont été nouvellement calculées & corrigées par l'Aberration &c.) ont enfin fait connoître le mouvement apparent des Etoiles, & par conſéquent leurs variations annuelles ou de dix en dix ans, telles qu'on les voit dans la Table ci-deſſus. Cependant comme il n'a pas été poſſible de connoître en ces derniers tems ni de rétablir l'aſcenſion droite des deux Etoiles *Acharnar* & *Canopus*, on ne s'eſt uniquement attaché qu'à déduire leurs vraies déclinaiſons de toutes les obſervations faites en Cayenne & au Perou. On peut donc établir avec certitude *Acharnar* au commencement de $\left\{\begin{matrix}1673 \ldots 58^\circ\ 56'\ 00'' \\ 1739 \ldots 58\ \ 34\ \ 22\frac{1}{2}\end{matrix}\right\}$ & *Canopus* $\left\{\begin{matrix}52^\circ\ 31'\ 00'' \\ 52\ \ 33\ \ 47\frac{1}{2}\end{matrix}\right\}$

Tables de la Longitude & Latitude des principales Etoiles.

NOMS des ETOILES.	Longitude en 1742. D. M. S.	Longitude en 1750. D. M. S.	Mouvement des Etoiles en 50 ans. M. S.	Latitudes. D. M. S.	Variations en Latitude dep. 50 ans. M. S.
α du Belier.	♈ 04. 03. 30	♈ 04. 10. 10	41. 51	09. 57. 25 b.	00. 00
Aldebaran.	♊ 06. 10. 45	♊ 06. 17. 20	41. 24½	05. 29. 15 a.	inconnue.
Rigel.	♊ 13. 13. 20	♊ 13. 20. 00	41. 59	31. 09. 10 a.	—00. 25
α de la Chevre.	♊ 18. 15. 06½	♊ 18. 21. 50	41. 52½	22. 51. 50 b.	+00. 30
La Polaire.	♊ 24. 57. 10	♊ 25. 03. 50	41. 40*	66. 04. 10 b.	inconnue.
α d'Orion.	♊ 25. 09. 05	♊ 25. 15. 55	42. 30	16. 03. 38 a.	—00. 47½
Sirius.	♋ 10. 31. 38	♋ 10. 38. 15	41. 25	39. 32. 40 a.	+00. 37½
Canopus.	♋ 11. 21. 30	♋ 11. 28. 10	41. 40*	75. 51. 50 a.	
Procyon.	♋ 22. 13. 32½	♋ 22. 20. 10	41. 35	15. 58. 00 a.	+00. 55
α de l'Hydre.	♌ 23. 41. 36	♌ 23. 48. 20	41. 59	22. 23. 54 a.	00. 00
Regulus	♌ 26. 14. 10	♌ 26. 20. 45	41. 10	00. 27. 35 b.	+00. 05
l'Epi de la Vierge.	♎ 20. 14. 28	♎ 20. 21. 10	41. 52½	02. 01. 54 a.	00. 00
Arcturus.	♎ 20. 37. 57½	♎ 20. 44. 40	41. 46	30. 55. 12 b.	—02. 05
Antares.	♐ 06. 10. 30	♐ 06. 17. 20	41. 40*	04. 32. 11½ a.	+00. 45
α de la Lyre.	♑ 11. 42. 10	♑ 11. 48. 45	41. 22½	61. 45. 15 b.	+00. 27½
α de l'Aigle.	♑ 28. 08. 05	♑ 28. 14. 55	42. 35	29. 18. 47½ b.	—00. 07½
Fomalhaut.	♓ 00. 13. 27½	♓ 00. 20. 15	41. 40*	21. 06. 13½ a.	+01. 00
α du Cygne.	♓ 01. 47. 04	♓ 01. 53. 35	40. 59	59. 55. 04 b.	—00. 27½
Acharnar.	♓ 11. 34. 55	♓ 11. 41. 35	41. 40*	59. 19. 45 a.	inconnue.
Markab.	♓ 19. 53. 16	♓ 19. 59. 55	41. 40*	19. 24. 52½ b.	+00. 12½

La diſtance de l'Etoile Canopus au Cœur de l'Hydre obſervée en 1677, à l'Iſle de Ste Helene de 57° 31′, & celle d'Acharnar à Fomalhaut de 39° 05′ 20″ ayant été un peu augmentée à cauſe de la réfraction, on a calculé les deux triangles dont ces diſtances ſont les baſes & dont les deux autres côtés ſont les diſtances véritables de chaque Etoile au Pole ; & c'eſt ainſi qu'on a déduit pour le commencement de l'année 1678 l'aſcenſion droite d'Acharnar 21° 19′½ & celle de Canopus 94° 11′. Mais il faut bien remarquer que pour mieux établir l'aſcenſion droite de ces deux Etoiles, il auroit fallu que M. Hallei eût publié la quantité dont la réfraction a dû accourcir les diſtances, ou du moins qu'il eût averti de la ſaiſon de l'année & de l'heure ou de la hauteur qui répondoit à chaque obſervation ; car on n'a ſuppoſé qu'à peu près les vraies diſtances dans le calcul précédent. C'eſt pourquoi les aſcenſions droites & longitudes de ces deux Etoiles calculées pour 1750, ſont aſſez douteuſes & n'ont pas à beaucoup près le même degré de préciſion que celles des autres Etoiles qu'on trouve dans les Tables ci-deſſus.

CHAPITRE VINGTIEME.

Des Crépuſcules & de la Réfraction des Aſtres.

ENTRE les principaux avantages que nous retirons de notre atmoſphere, l'un des plus conſidérables eſt que par ſon moyen le Soleil éclaire & répand ſa lumiere dans toutes les parties du ciel qui l'environnent. Car ſi la Terre n'avoit autour d'elle aucune athmoſphere, il n'y auroit de clarté que dans la ſeule partie du ciel qu'occupe le Soleil ; & l'Obſervateur, tournant les yeux au-delà & de tous côtés, n'appercevroit uniquement dans le Ciel qu'un fond obſcur & comme plongé dans les ténebres. En plein jour les moindres Etoiles brilleroient, & cela aſſez près du Soleil ; puiſqu'il n'y auroit rien qui pût les effacer, cette vive lumiere du Soleil n'étant réfléchie vers nos yeux par aucun corps que ce fût. Auſſi tous les rayons qui après s'être briſés ou réfléchis ne ſe répandroient plus ſur la Terre paſſeroient au-delà & pourroient éclairer ou les Planetes ou les Cometes, &c. preſque tous ſe perdant dans un eſpace infini ſans ſe détourner jamais vers la Terre.

L'air contribue beaucoup à nous faire paroître le ciel éclairé.

Mais puiſque l'atmoſphere qui nous environne reçoit une multitude prodigieuſe de rayons du Soleil & puiſquelle nous les refléchit, il arrive qu'en ce cas on attribue au Ciel une lumiere qu'il n'a pas, & c'eſt cette même ſplendeur de l'atmoſphere qui ſeule eſt capable d'effacer ou d'abſorber preſqu'entierement la lumiere des Etoiles fixes.

Si l'atmoſphere terreſtre étoit anéanti tout-à-coup, la lumiere du Ciel diſparoîtroit au coucher du Soleil, & nous ferions subitement plongés dans les ténebres.

De plus s'il n'y avoit point d'atmosphere, il est certain qu'immédiatement avant le coucher du Soleil, sa lumiere seroit aussi vive qu'à midi, & d'un très-grand éclat; & qu'au moment de son coucher de profondes ténebres s'éleveroient tout-à-coup; en sorte que l'arrivée subite de la nuit ou le passage si soudain de la lumiere aux ténebres seroit fort incommode pour tous les habitans de la Terre. Mais par le moyen de l'atmosphere (quoiqu'après le coucher du Soleil aucun de ses rayons ne puisse venir directement à nous) il arrive cependant que nous jouissons d'une lumiere douce qui nous est réfléchie, & que les ténebres de la nuit ne se répandent que par des degrés presqu'insensibles. La raison est que la Terre par son mouvement diurne de rotation nous fait perdre à la vérité le Soleil de vue; mais l'air supérieur continue d'en être éclairé, & remplit encore à notre égard tout le Ciel de sa lumiere: ensuite le Soleil continuant de descendre, l'air perd successivement de sa clarté; en sorte que lorsque le Soleil est parvenu au 18^{eme} degré au-dessous de l'Horison, il cesse entierement d'éclairer l'atmosphere, & l'air est totalement obscurci.

La cause des crépuscules.

De même lorsqu'au matin le Soleil est parvenu au 18^{eme} degré sous l'Horison, il commence à éclairer l'atmosphere & à répandre de plus en plus dans le Ciel cette lumiere qui paroît d'abord douteuse, mais dont la vivacité augmente jusqu'au lever du Soleil. Or c'est cette foible lumiere du matin, ou celle du soir après le coucher du Soleil, & qui est produite par les rayons brisés dans l'atmosphere, qu'on appelle le *Crépuscule*.

PLANCHE VII *Fig.* 11.

Pour mieux entendre ce que nous venons de dire, soit *ADL* un cercle de la surface de la Terre concentrique au vertical, dans lequel se trouve le Soleil sous l'Horison; soit encore un autre cercle *CBM* dans le même plan, renfermant la portion d'air qui nous peut réfléchir les

les rayons du Soleil. Soit enfin l'œil au point *A* de l'Horiſon ſenſible *A N* ou de la ſurface de la Terre. Puiſqu'il eſt démontré (*Euclid. Liv. 3 Prop.* 16) qu'on ne peut mener au point *A* aucune ligne droite entre le cercle & la tangente *A N*, il eſt clair que le Soleil étant au-deſſous de l'Horiſon, aucun de ſes rayons ne pourra parvenir directement juſqu'à l'œil placé en *A*; mais qu'étant, par exemple, dans la ligne *C G*, il peut y avoir un rayon qui tombant ſur la particule *C*, ſe réfléchiſſe ſelon la ligne *C A*, & par conſéquent rencontre l'œil au point *A*. De cette maniere les rayons du Soleil éclairant une infinité de particules de l'atmoſphere, ſeront pareillement détournés vers l'œil. Or ſi du point *B* (où la tangente *A B* rencontre la ſurface extérieure de l'air qui nous réfléchit la lumiere) on mene *B D* qui touche la Terre en *D*, lorſque le Soleil ſe trouvera dans cette ligne, alors le rayon *S B* doit ſe réfléchir en *B A* & rencontrer l'œil en *A*, parce qu'il ſe peut faire en ce cas que l'angle d'incidence *D B E* ſoit égal à l'angle de réfléxion *A B E*; ainſi ce rayon ſera le premier qui pourra parvenir à nos yeux le matin, & c'eſt par conſéquent le commencement de l'aurore ou du crépuſcule du matin, de même que le dernier qui y parvient le ſoir, doit déterminer la fin du crépuſcule. En effet le Soleil deſcendant plus bas les particules d'air qui ſont en *B* ou en-deçà ne doivent plus être éclairées du Soleil.

La cauſe des crépuſcules ne doit pas être attribuée entierement à notre air, puiſqu'il y a une certaine matiere éthérée qui environne le Soleil, comme s'il avoit lui-même une eſpece d'atmoſphere; ce que l'on peut remarquer, par exemple, après le coucher du Soleil: car elle eſt toujours plus de tems que le Soleil à ſe lever, ou à ſe coucher. Avant le lever elle paroît de figure circulaire parce que c'eſt un ſegment de l'atmoſphere du Soleil coupé par l'Horiſon. En un mot ſa lumiere eſt tout-à-

L'atmoſphere ſolaire doit auſſi contribuer à augmenter les crépuſcules.

fait différente de celle qui naît de l'atmosphere terrestre. Quant au crépuscule qui en provient il paroît d'une bien moindre durée que celui qui est causé par notre atmosphere lequel ne sçauroit finir que lorsque le Soleil est descendu 18 degrés sous l'Horison, & quant à ce dernier, on ne peut gueres décider quelles sont au juste les limites qui déterminent le commencement & la fin des crépuscules ; car leur durée dépend & de la quantité de matiere propre à réfléchir la lumiere, qui se trouve dans l'air & de la hauteur de l'air. En Hiver l'air étant plus condensé, doit avoir moins de hauteur, & par conséquent les crépuscules finissent beaucoup plutôt. Au contraire en Eté l'air étant plus raréfié & plus élevé, ce même air est plus long-tems éclairé du Soleil, & par conséquent les crépuscules sont plus longs. De plus le crépuscule du matin est plus court que celui du soir ; parce que l'air est plus dense & plus bas le matin que le soir. Le commencement du crépuscule arrive lorsque les Etoiles de la sixieme grandeur disparoissent le matin, mais il finit quand elles commencent à paroître sur le soir, la lumiere du Soleil réfléchie par l'air étant le seul obstacle qui les empêchoit de paroître.

Les crépuscules d'Hiver moins longs que ceux d'Eté.

Le P. Riccioli a trouvé par des Observations faites à Bologne en Italie la durée du crépuscule du matin, aux environs de l'Equinoxe, d'une heure 47' : mais celui du soir, a paru de deux heures, n'ayant fini que quand le Soleil étoit à 21° sous l'Horison. En Eté vers les Solstices le crépuscule s'est trouvé quelquefois durer 3 heures 40 minutes, & celui du soir presque la moitié de la nuit.

Les observations de la durée des crépuscules peuvent servir à déterminer la hauteur de l'air.

Il suit de tout ce que nous venons de dire que le commencement du crépuscule du matin ou la fin de celui du soir étant donné, on pourra trouver facilement l'élévation de l'air qui réfléchit la lumiere ; car la fin du crépuscule arrive lorsque les rayons qui partent du Soleil sont des tangentes à la Terre & se réfléchissent vers l'œil de l'Observateur, par les parties les plus élevées de notre air : & ce moment étant donné, on trouve l'abbaiſſement du Soleil ſous l'Horiſon, d'où il eſt facile de calculer la hauteur de l'air.

Car ſoit *SB* la tangente ou le rayon de lumiere qui eſt réfléchi, ſelon la ligne *AB* parallele à l'Horiſon, par la particule *B*, la plus élévée de l'air, l'angle *SBN* eſt donc la meſure de l'abbaiſſement du Soleil ſous l'Horiſon : or parce que *AB* eſt auſſi une tangente de la Terre, l'angle au centre *AED* ſera égal à l'angle *SBN* *, c'eſt-à-dire, à l'abbaiſſement du Soleil ſous l'Horiſon, & la moitié *AEB* du premier angle égale à la moitié du ſecond. Soit donc vers la fin du crépuſcule l'abbaiſſement du Soleil ſous l'Horiſon de 18°, l'angle *AEB* ſeroit par conſéquent de 9° dans la ſuppoſition que le rayon *SB* traverſeroit l'atmoſphere ſans ſouffrir aucune réfraction. Mais comme par la réfraction ce rayon ſe courbe dans l'air vers *H*, il faut diminuer l'angle *AEB* d'une quantité égale à la réfraction horiſontale du Soleil, c'eſt-à-dire, d'environ un demi-degré, ainſi l'angle *AEB*, ſera réellement de 8° 30′; mais *AE* eſt à *BH* comme le Sinus total eſt à l'excès de la ſécante de l'angle *AEB* ſur le rayon, c'eſt-à-dire, comme 100000 eſt à 1110. Suppoſant donc le Raïon de la Terre en nombres ronds de 1400 lieues, la hauteur de l'atmoſphere qui réfléchit les rayons du Soleil, ſera d'environ $15\frac{1}{2}$ lieues; car 100000 : 1110 :: 1400 : $15\frac{1}{2}$.

PLANCHE VII Fig. 11.

* Voyez le Lemme ci-deſſus page 201.

Dans la Sphere droite les crépuſcules ſont très courts, parce que le Soleil deſcend perpendiculairement au-deſſous de l'Horiſon, en ſorte que ſi dans la Sphere oblique ils ſont plus longs, c'eſt parce que le Soleil y deſcend obliquement. D'ailleurs plus la Sphere eſt oblique, c'eſt-à-dire, plus la latitude d'un lieu devient grande, plus le crépuſcule y ſera long ; d'où l'on voit que les habitans de la Terre qui ſont éloignés de l'Equateur de plus de 48°, ont au Solſtice d'Eté * des crépuſcules qui durent toute la

Les crépuſcules ſont plus courts dans la Sphere droite.

* Car $66^{d}\frac{1}{2}$ qui eſt l'abbaiſ-

sement du Soleil au-dessous du Pole, au Solstice d'Eté, est la somme de 48°½ & 18°.

nuit, & qui leur procurent une lumiere suffisante pour que les nuits n'y soient pas entierement obscures.

Dans la Sphere parallele les crépuscules durent plusieurs mois; en sorte que les Habitans jouissent pendant presque toute l'année d'une lumiere qui vient immédiatement du Soleil, ou qui est refléchie.

Le cercle qui termine les crépuscules.

Si l'on conçoit au-dessous de l'Horison un cercle parallele à l'Horison, & qui en soit à la même distance que le Soleil, lorsque le crépuscule finit, on aura le cercle qui termine les crépuscules; car toutes les fois que le Soleil par son mouvement diurne apparent sera arrivé le matin, par exemple, à ce parallele, ce sera le commencement du crépuscule du matin, dans quelque parallele à l'Equateur que se trouve alors le Soleil: de même le crépuscule du soir finira lorsque le Soleil après son coucher sera arrivé à un semblable parallele à l'Horison.

PLANCHE VII *Fig.* 12.

Supposons que l'Horison soit *H Q O*, & que le cercle *V a X* parallele à l'Horison soit celui qui termine les crépuscules, que *HZO* soit le Méridien, *Æ Q R* l'Equateur: il est évident que plus l'Equateur sera oblique à l'Horison, plus aussi les arcs de l'Equateur & de ses paralleles, qui se trouvent compris entre l'Horison & son parallele *R a X* doivent augmenter. Les arcs *Q R*, *d a*, *c e*, *g h*, *k l* qui sont des portions de l'Equateur ou de ses paralleles, comprises entre l'Horison & le cercle qui termine les crépuscules, s'appellent les arcs des crépuscules; car ils en déterminent la durée: & comme chaque arc est plus ou moins grand à l'égard du parallele dont il dépend, le crépuscule durera plus ou moins selon que le Soleil passera successivement dans ces paralleles.

Je suppose qu'on prenne le point *a* dans le cercle qui termine les crépuscules, & par où passe le parallele à l'Equateur *d a*; qu'ensuite on fasse passer par *a* le grand cercle *M a N*, en sorte qu'il touche le cercle de l'apparition perpétuelle. Comme l'Horiſon touche auſſi le même cercle, ces deux cercles feront avec l'Equateur & ſes paralleles des angles égaux, ou bien la meſure de chacun des deux angles, ſera la diſtance qu'il y a entre le parallele & ſon grand cercle: & parce que tous les arcs des paralleles de l'Equateur, qui ſe trouvent compris entre l'Horiſon & le cercle *MaN* ſeront ſemblables ſuivant la Prop. 13 du Liv. 2 *des Sphériques de Théodoſe;* il doit s'enſuivre que le Soleil les décrira en des tems égaux.

Quant au cercle *MaN* qui coupe le cercle *VaX* qui termine les crépuſcules, ou bien il le coupera en deux points différens, ou il le touchera en un ſeul point. Suppoſons premierement qu'il le coupe dans les deux points *a*, *h*, les arcs des paralleles *da*, *gh*, ſeront ſemblables; & par conſéquent lorſque le Soleil décrira par ſon mouvement diurne ces deux paralleles, les crépuſcules ſeront égaux; mais quand il décrira un parallele entre ces deux-là, comme ſeroit *ce*, alors le crépuſcule ſera moins long: car en ce cas l'arc *cm*, qui eſt l'arc du crépuſcule, ſera moindre que *ce*, qui eſt ſemblable à l'arc *da*, ou à *gh*, le Soleil décrivant *ce* & *da* en tems égaux.

De plus lorſque le Soleil eſt dans des paralleles plus éloignés de l'Equateur que n'eſt *gh*, les crépuſcules ſeront plus longs; car l'arc du crépuſcule *lk* eſt plus grand que l'arc *qk*, que le Soleil, quand il eſt dans le parallele *gh*, décrit dans un tems égal à la durée du crépuſcule.

Différentes durées des crépuſcules.

Dans les pays où le Pole eſt élevé, les crépuſcules ſeront toujours plus longs, à meſure que le Soleil décrira des paralleles plus voiſins du Pole. En effet l'arc du crépuſcule *op* eſt plus grand que *QR*, & il faut plus de tems pour décrire *YV*, que pour décrire *op*. Mais ſi le Soleil décrit le parallele *ST*, qui ne touche en aucun endroit le cercle qui termine le crépuſcule, la durée du crépuſcule égalera celle de toute la nuit.

De là vient que les crépuſcules augmentent & diminuent d'une maniere tout-à-fait différente de celle des jours & des nuits ; car lorſque le Soleil s'avance depuis le commencement de l'Ecreviſſe, où l'on doit avoir les plus longs jours, juſqu'au commencement du Capricorne, où ils ſont les plus courts ; alors les jours diminuent peu à peu à notre égard, & au contraire les nuits augmentent continuellement. Mais par rapport aux crépuſcules, les choſes ſont bien différentes ; car quoique le Soleil étant au commencement de l'Ecreviſſe, c'eſt-à-dire, quoique dans le Solſtice d'Eté, nous ayons le plus long crépuſcule, & qu'il diminue enſuite à meſure que les jours décroiſſent ; néantmoins cette diminution ne ſe fait pas continuellement juſqu'à ce que le Soleil arrive au Capricorne : car le plus court de tous nos crépuſcules ſe rencontre à certain point de l'Ecliptique ſitué entre la Balance & le Capricorne, après quoi les crépuſcules commencent à augmenter, de maniere qu'on doit bientôt obſerver un crépuſcule préciſément de même durée que lorſque le Soleil s'eſt trouvé dans l'Equateur, & cela avant que le Soleil ſoit arrivé au Capricorne. Il y a plus, ſi le Soleil continuoit à s'éloigner au-delà du Tropique du Capricorne, les crépuſcules augmenteroient de plus en plus malgré la diminution continuelle qui ſe feroit dans la longueur des jours. Enfin quoique les jours viennent à augmenter bien ſenſiblement depuis le paſſage du Soleil au Capricorne juſqu'au Bélier, cependant les crépuſcules au contraire diminuent, juſqu'à un certain point entre ces deux Signes, où doit arriver pour la ſeconde fois le plus court crépuſcule. Ceci paroîtra encore plus évident par les propoſitions qu'on va démontrer tout à l'heure, où nous déterminerons le lieu & le tems du plus court crépuſcule.

PLANCHE VII Fig. 13. Suppoſons en ſecond lieu que le cercle *MaN* touche dans un point *a* le cercle qui termine les crépuſcules, &

qu'on tire par le point *a* un parallele à l'Equateur *d a*: voici comme on prouve que quand le Soleil sera dans ce parallele, on doit observer le plus court de tous les crépuscules. Comme les arcs des paralleles *Q n*, *d a*, *g i*, qui se trouvent compris entre l'Horison & le cercle *MaN* sont tous égaux, il est évident que le Soleil descendant au-dessous de l'Horison, doit les décrire dans des tems égaux. Mais parce que les arcs des crépuscules *c e*, *g h*, sont plus grands que *cm* ou *g i*, le Soleil demeurera donc plus de tems dans l'arc *c e*, que dans l'arc *c m*; ou bien plus de tems dans l'arc *g h*, que dans *g i*, c'est-à-dire, que dans l'arc *d a*; d'où l'on voit que les crépuscules seront plus longs dans les paralleles *c e*, *g h*, que dans le parallele *d a*, où doit nécessairement paroître le plus court de tous les crépuscules.

Comment on détermine le plus court crépuscule.

On peut déterminer de la maniere suivante la distance qu'il y a entre l'Equateur & le parallele du plus court crépuscule; car puisque le cercle *M a N*, & l'Horison *H O*, touchent un même parallele, sçavoir le cercle qu'on a nommé ci-dessus de perpétuelle apparition, il s'ensuit que ces cercles sont également inclinés à l'Equateur, & que par conséquent l'angle *a n T* compris entre l'Equateur & le cercle *M a N*, est égal à l'angle *F Q d*, que forme l'Equateur avec l'Horison. Mais si l'on tire par le zénit *Z* & le point *a* un cercle vertical *Z Y a*, qui coupe l'Horison en *Y* & l'Equateur en *T*, il doit arriver que dans les Triangles sphériques *a n T*, *T Q Y*, les angles en *a* & *Y* seront droits, & partant égaux entr'eux. De plus on a fait voir que les angles sont égaux en *Q* & *n*; d'ailleurs ils sont égaux en *T*, étant opposés au sommet. Ainsi les deux triangles *anT* & *T Q Y*, qui ont des angles égaux, ou qui sont équiangles, ont aussi leurs côtés égaux; & par conséquent *T a* sera égal à *T Y*, c'est-à-dire, à la moitié de l'arc *a Y*, qui est la distance comprise entre l'Horison & le cercle qui termine les crépuscules. De plus *a n* sera égal à *Q Y*; enfin *a n* sera égal à *Q d* (suivant la Prop. 13 du 2d Livre *des Sphériques de Théodose*) puisque *Q R* & *d a* sont paralleles : ainsi *d Q* doit par conséquent être égal à *Q Y*.

Maintenant dans le Triangle sphérique *T Q Y*, rectangle en *Y*, le côté *TY* est la moitié de la distance entre l'Horison & le cercle qui termine les crépuscules. De plus l'angle *Y Q T* est égal à l'angle *F Q d*, qui est la même chose que le complément de la latitude du lieu. On pourra donc connoître le côté *Q Y*, ou *Q d* qui lui est égal : ensuite menant du point *d* sur l'Equateur un cercle de déclinaison *d F*, on aura dans le Triangle rectangle sphérique *d Q F* le côté *Q d* connu, comme aussi l'angle en *Q*; on connoîtra donc par ce moyen l'arc *d F*, qui est la distance entre le parallele du plus petit crépuscule & l'Equateur, c'est-à-dire, sa déclinaison à l'égard de l'Equateur, qui est précisément ce qu'on se proposoit de découvrir.

Une seule analogie suffit, comme on le va voir, pour résoudre le Probleme; car dans le Triangle *T Q Y*, si l'on fait * comme le rayon : est à la tang. de *TY* : : cotang. de *Q* : au sin. *Q Y*, ou ce qui est la même chose, au sin. de *d Q*. Mais le sinus de *Q* : au cosin. *Q* : : comme le rayon : à la cotang. *Q*; donc en raison égale le rayon multiplié par le sinus de *Q* : tang. *TY* × cosin. *Q* : : comme le rayon : au sin. *Q d* (c'est-à-dire, dans le triangle rectangle *Q d F*) :: sin. *Q* : sin. *d F* :: comme le rayon × sin. *Q* : au rayon × sin. *d*F. Or dans le premier & dernier rapport les antécedens étant égaux, il en doit être de même à l'égard des conséquens. C'est pourquoi

* R : *tangente* T Y : : *cotangente de* Q : *sinus* Q Y = Q *d*
sinus Q : *cosinus* Q : : R : *cotangente de* Q
ex Æquo R × *sinus* Q : *tangente* T Y × *cosinus* Q : : R : Q*d* (*sinus* Q : *sinus d*F)
(: : R × *sinus* Q : R × *sinus d*F)
Donc *la tangente* T Y × *cosinus* Q = R × *sinus d* F.
D'où l'on tire R : *tangente* T Y : : *cosinus* Q : *sinus d* F.

si

ſi l'on réduit l'équation en analogie, on aura comme le rayon eſt à la tangente de *TY*, ainſi le coſinus de *Q* (qui eſt le ſinus de la latitude du lieu) eſt au ſinus de *dF*, qui ſera la diſtance du parallele que l'on cherche, à l'égard de l'Equateur.

Maniere de déterminer l'heure du commencement ou de la fin des crépuſcules.

Lorſqu'on connoît une fois la déclinaiſon du Soleil, voici de quelle maniere on peut calculer l'inſtant auquel commence ou finit le crépuſcule. Soit *op* le parallele à l'Equateur que paroît alors décrire le Soleil & qui rencontre en *p* le cercle qui termine les crépuſcules : ayant mené par le pole *P* le cercle horaire ou de déclinaiſon *Pp*, dans le Triangle ſphérique *PZp*, on connoît les trois côtés, ſçavoir *PZ* qui eſt le complément de la latitude du lieu, *Pp* complément de la déclinaiſon du Soleil, & *Zp*, qui vaut un Quart-de-Cercle plus la diſtance de l'Horiſon au cercle qui termine les crépuſcules $= Zl + lp$: on pourra donc connoître par la Trigonométrie l'angle *ZPp* & partant ſon complément à deux droits *pPV*, qui étant réduit en heures & minutes de l'Equateur fera connoître le tems du commencement ou de la fin du crépuſcule.

La puiſſance réfractive de l'atmoſphere.

L'Atmosphere de la Terre ne produit pas ſeulement le crépuſcule du matin & du ſoir, ſoit en réfléchiſſant, ſoit en détournant un peu les rayons du Soleil : il arrive encore que ces rayons ſe briſent ſenſiblement, en ſorte que le lieu apparent du Soleil ou des Etoiles devient par là preſque toujours différent du véritable : ainſi il a été néceſſaire de reconnoître les Réfractions, cauſées par notre atmoſphere aux rayons de tous les Aſtres, lorſqu'ils viennent à y entrer plus ou moins obliquement ; c'eſt-à-dire, en changeant leurs directions, & les déterminant à ſuivre différentes lignes droites ou courbes diverſement inclinées.

En effet, une infinité d'expériences nous apprennent que les rayons d'un corps lumineux, ou même de tout objet viſible, venant à tomber ſur un milieu diaphane, plus ou moins denſe que celui qu'ils viennent de traverſer; ces mêmes rayons, dis-je, ne continuent plus à ſe mouvoir en ligne droite, mais ſe détournent ou ſe briſent en effet pour ſuivre enſuite toute autre direction. Si donc les rayons tombent ſur un milieu plus denſe que celui qu'ils viennent de traverſer, alors la réfraction qu'ils ſouffrent doit les approcher de la ligne perpendiculaire abbaiſſée au-deſſous du lieu de la ſuperficie du milieu où ſe fait le point d'incidence. Mais au contraire ſi ces rayons viennent à tomber ſur un milieu diaphane plus rare, en ce cas ils doivent ſe rompre & s'écarter de la ligne droite perpendiculaire à la ſuperficie de ce nouveau milieu.

Divers effets de la réfraction.

On apperçoit facilement dans la nature pluſieurs effets de la réfraction. Un bâton, par exemple, dont une partie eſt dans l'air & l'autre dans l'eau, y paroît briſé, ou plus élevé qu'il n'eſt en effet. Les vapeurs qui s'élevent de la mer ou même de la ſurface de la Terre ſuffiſent pour nous faire appercevoir quelquefois des objets fort éloignés : il en eſt de même des objets ſitués dans certains fonds au-delà d'une riviere, qui tantôt paroiſſent & tantôt ſe dérobent à nos yeux. On peut dire la même choſe de tous les Aſtres en général, que nous voyons plus élevés, c'eſt-à-dire, plus près du Méridien qu'ils ne paroîtroient, ſi leurs rayons ne ſouffroient point de réfractions.

La réfraction des Aſtres. PLANCHE VII Fig. 14.

Suppoſons que ZV ſoit de $90°$ ou le quart d'un cercle vertical, lequel a pour centre celui de la Terre T, & que le ſecond cercle correſpondant, immédiatement au-deſſous, ſoit auſſi le quart d'un grand cercle de la Terre AB. Enfin ſoit GH le quart d'un cercle vertical ayant même centre & dans le même plan, mais qu'il faut imaginer à la hauteur de l'atmoſphere. Si en S eſt un Aſtre, d'où émanent les rayons de lumiere, tel que SE, lequel ſoit continué juſqu'à la ſuperficie extérieure de l'atmoſphere en E, comme ce rayon après avoir traversé un air très-subtil, ou pour ainsi dire, un grand vuide, vient à pénétrer ou à tomber dans notre atmosphere, qui est un milieu bien plus dense; ce rayon souffrira donc une réfraction dès le point *E*, & s'approchera par conséquent de la perpendiculaire *TE* *: mais comme l'air supérieur est plus rare que l'inférieur, & que par conséquent la densité du milieu par où doit passer le rayon de lumiere va toujours en augmentant; il s'ensuit qu'à mesure que ce rayon s'avancera dans l'air, il doit se courber de plus en plus, de maniere que s'il parvient à notre œil, ce ne sera plus en ligne droite, mais selon une ligne courbe *EA*.

* *Puisque ce même rayon* TE *est nécessairement perpendiculaire à la petite tangente ou surface de l'athmosphere en* E.

Imaginons présentement une ligne droite *AF* qui touche la courbe en *A*, alors le rayon *EA* doit paroître entrer dans l'œil selon la direction de cette ligne droite; car comme l'objet se voit toujours directement, il est évident qu'on jugera que c'est suivant la ligne droite ou la tangente *AF* que se fait la direction des rayons qui frappent l'organe de notre vue; c'est-à-dire, que l'objet nous semblera au point *Q*, qui est un point du Ciel plus proche du zénit que celui que l'Astre occupe réellement. De cette maniere il doit donc arriver qu'un Astre paroîtra sur l'Horison, quoiqu'il soit véritablement encore au-dessous.

Par le moyen des réfractions on apperçoit une Eclipse de Lune, lorsque la Lune est encore sous l'horison.

De là vient que lorsque le Soleil & la Lune sont opposés diamétralement, & que l'un & l'autre sont un peu au-dessous de l'Horison, la réfraction les fait néantmoins paroître au-dessus. C'est aussi par la réfraction qu'on voit une Eclipse de Lune, quoique la Lune soit sous l'Horison, & le Soleil au-dessus, comme cela a été quelquefois observé.

Il n'y a plus de réfractions au zénit.

Quant un Astre est au zénit il n'a aucune réfraction; car le rayon tombe en ce cas perpendiculairement, & partant continue sa route sans se courber. Mais plus le

La plus grande réfraction se fait à l'Horison.

La réfraction est encore d'environ une minute à 45° de hauteur.

Les Astres qui sont à hauteurs égales, ont des réfractions égales.

rayon tombe obliquement dans l'air, plus sa réfraction devient grande, en sorte que la plus grande de toutes les réfractions se fait à l'Horison. Lorsqu'une Etoile est élevée de 45 à 50° au-dessus de l'Horison, sa réfraction n'est plus si sensible. Dans les distances du Méridien qui sont égales, les réfractions sont les mêmes ; & par conséquent les réfractions du Soleil, de la Lune & de toutes les Etoiles fixes sont égales ; ce que l'on prouve facilement contre l'opinion du célebre Tycho-Brahé, le Restaurateur de l'Astronomie, & qui a publié les premieres Tables des réfractions. C'est pourquoi si on découvre les réfractions des Etoiles fixes, on aura aussi celles du Soleil, de la Lune, & de toutes les Planetes. Or il est plus aisé d'observer la réfraction d'une Etoile fixe, que celle du Soleil & de la Lune. Car comme on ne connoît pas assez exactement la parallaxe de ces deux Planetes, cela est cause qu'on ne sçauroit bien déterminer leurs réfractions, d'autant qu'on n'est jamais certain de la différence qui doit être attribuée à la parallaxe, & de celle qui dépend de la réfraction. Mais les Etoiles fixes n'ayant aucune parallaxe, toute la différence entre le lieu vu & le lieu vrai doit dépendre entierement de la réfraction.

On peut connoître assez exactement les déclinaisons, les ascensions droites, les longitudes & les latitudes des Etoiles fixes, qui sont élevées de plus de cinquante degrés au-dessus de l'Horison ; car dans une si grande hauteur leurs réfractions ne sont presque rien. Quand on connoît bien ces élemens, voici comme on trouve les réfractions auprès de l'Horison.

Maniere de trouver la réfraction d'une Etoile. PLANCHE VII Fig. 15.

Soit *OPZH* le Méridien, *HO* l'Horison, *ÆQ* l'Equateur, *P* le Pole, *Z* le Zénit, *A* l'Etoile dont on veut trouver la réfraction, *ZD* le vertical qui passe par l'Etoile, *C* le lieu où l'on voit l'Etoile; & l'arc *AC* la réfraction. Si l'on observe donc la distance où l'Etoile est du zénit, ſçavoir l'arc ZC, & qu'on ſçache auſſi, ſoit par la hauteur connue d'une autre Etoile qui ne ſouffre point de réfraction, ſoit par une Pendule bien réglée, le moment précis de l'obſervation; ſi l'on connoît d'ailleurs l'aſcenſion droite du Soleil, on aura le point de l'Equateur, qui dans le même moment eſt au Méridien, ſçavoir le point $Æ$. Mais comme on ſait auſſi l'aſcenſion droite de l'Etoile, & par conſéquent le point de l'Equateur B (où le cercle de déclinaiſon PAB, qui paſſe par l'Etoile, rencontre l'Equateur) on aura néceſſairement l'arc de l'Equateur $ÆB$, qui eſt la meſure de l'angle ZPA. Ainſi dans le Triangle ſphérique ZPA, connoiſſant ZP, qui eſt la diſtance du Pole au Zénit, & PA qui eſt le complément de la déclinaiſon de l'Etoile, comme auſſi l'angle ZPA, on trouvera par la Trigonométrie ſphérique le côté ZA, c'eſt-à-dire, la véritable diſtance de l'Etoile au Zénit. Or ſi de cette diſtance l'on ôte ZC, qui eſt la diſtance au Zénit déterminée par obſervation, on aura l'arc AC, qui eſt la réfraction de l'Etoile, & c'eſt ce qu'il falloit trouver.

On peut encore trouver la réfraction d'une Etoile, ſi on obſerve ſon azimut, c'eſt-à-dire, l'arc de l'Horiſon compris entre le Méridien & le vertical qui paſſe par l'Etoile, ſçavoir DO; car cet arc eſt la meſure de l'angle PZA, lequel étant donné, comme auſſi les côtés PZ, PA, on trouvera ZA, c'eſt-à-dire, la véritable diſtance de l'Etoile au Zénit. Enfin ſi de cette diſtance on ôte celle qui a été obſervée, ſçavoir ZC, il reſtera CA, qui eſt la réfraction que l'on cherche.

Maniere de trouver l'azimut d'un Aſtre.
PLANCHE VII Fig. 16.

Voici la maniere de connoître exactement par obſervation l'azimut de quelque Etoile que ce ſoit. On tirera ſur le plan de l'Horiſon une ligne méridienne AE, au-deſſus de laquelle on ſuſpendra un fil perpendiculaire CA, ce qui ſe pratique en y attachant un poids. On ſuſpendra ensuite un autre fil *B D*, en y attachant de même un poids. Ces deux fils doivent être placés de maniere que l'Etoile puisse s'y rencontrer au moment de la hauteur ou de la distance au zenit qu'on aura observée avec le quart-de-cercle. Après cela on marquera le point *B*, où le fil *B D* rencontre le plan de l'Horison, & dans la ligne méridienne le point *A*, sur lequel vient tomber le fil *CA*. Ensuite ayant pris sur la méridienne tel point que l'on voudra, comme *E*, on tirera les lignes *AB*, *BE* : & ayant divisé une regle en parties égales assez petites, il faudra mesurer les trois côtés du triangle *BAE*. Ayant ces trois côtés, on cherchera par la Trigonométrie l'angle *BAE*, & de cette maniere on connoîtra l'azimut de l'Astre, qui est ce qu'il falloit trouver. Quand on voit l'horison, il faut se servir d'un instrument plus précis destiné à cet usage, & dont on a publié depuis peu la description.

Fig. 17.

Par le moyen de la réfraction, on peut expliquer pourquoi le Soleil & la Lune étant vus près de l'Horison, ont une figure ovale. Cela vient de ce que la réfraction éleve beaucoup plus leur bord inférieur, qu'elle n'éleve le supérieur, en sorte que le limbe supérieur & inférieur semblent se rapprocher l'un de l'autre & font paroître le corps de ces Planetes plus étroit perpendiculairement qu'il n'est en effet. Mais comme la réfraction éleve également ceux qui touchent les verticaux, leur distance ne varie point, & le diametre horisontal ne doit point se rétrécir.

Les rayons du Soleil étant près de l'Horison, font bien plus de chemin dans notre atmosphere que vers le Zénit. PLANCHE VII *Fig.* 17.

Lorsque le Soleil est à l'Horison, les rayons de cet Astre font beaucoup plus de chemin dans l'air, que lorsqu'il est près du Méridien. Soit, par exemple, *ABD* la Terre, & *ECF* l'atmosphere terrestre, dont la hauteur est ordinairement estimée de 18 lieues. Soit *CA* le rayon horisontal, *EA* le rayon vertical, il est certain que *CA* est plus long que *EA* : or voici comment on peut en rendre raison. Supposons, en nombres ronds, que le demi-diametre de la Terre *AT* soit de 1400 lieues, & *EA* d'environ 20 lieues : *ET* & *CT* seront chacun de 1420 lieues, dont le quarré sera égal aux quarrés *TA* & *CA*, & par conséquent si du quarré de *CT* on ôte le quarré de *AT*, il restera le quarré *CA*, c'est-à-dire, si de 2016400 on ôte 1960000, il restera 56400 pour le quarré de la ligne *CA*, dont la racine est $237\frac{1}{2}$. Ainsi *CA* est à *EA*, comme $237\frac{1}{2}$ est à 20, c'est-à-dire, à très-peu de chose près, comme 12 à 1.

Cela fait voir pourquoi on peut regarder le Soleil levant ou le Soleil couchant, sans que les yeux en soient blessés, au lieu qu'on ne sçauroit le regarder ainsi quand il est au Méridien ; car lorsque le Soleil est à l'Horison, ses rayons traversant un fluide aussi grossier que l'atmosphere, rencontrent une infinité de particules qui voltigent dans l'air, qui les détournent ou les réfléchissent, ce qui affoiblit d'autant le Soleil à l'horison. Mais puisque le Soleil s'affoiblit si fort, en traversant un espace aussi petit qu'est celui de l'atmosphere, il s'ensuit évidemment de là, que si notre atmosphere s'étendoit jusqu'à la Lune, en conservant toujours la même densité, on ne pourroit aucunement voir le Soleil, & encore moins la Lune ou les Etoiles.

On explique ici pourquoi la lumiere du Soleil est moins vive à son lever ou à son coucher, qu'à l'heure de son passage au Méridien.

Quoique la réfraction n'ait point été employée par les Anciens dans le calcul des Observations astronomiques, il paroît cependant qu'on n'en ignoroit point la cause dès le XI. siécle *. Mais le premier qui en a publié quelques Observations a été Bernard Walterus de Nuremberg, &

* Voyez ce qui a été écrit à ce sujet dans l'Optique de Al Haysen Auteur Arabe, qui a composé aussi un Traité sur les crépuscules. Vitellion écrivit ensuite sur le même sujet, & cependant ni lui ni Copernic ou plutôt Walterus qui a observé la réfraction, n'ont pas jugé à propos d'en tenir compte dans les Observations astronomiques, soit parce qu'ils n'ont pu parvenir à en découvrir la juste quantité, soit parce qu'elle n'étoit pas même encore assez connue vers l'Horison. Tycho-Brahé y réussit enfin, mais quoiqu'il eût bien déterminé les réfractions horisontales, il a été néantmoins obligé de supposer qu'elles cessoient entierement au quarante-cinquieme degré de hauteur.

néantmoins ni lui ni ses Successeurs n'en ont fait aucun usage pour corriger les Hauteurs méridiennes. En 1583 Tycho-Brahé reconnut enfin non seulement qu'elle surpassoit 30′ vers l'Horison, mais encore l'erreur qu'une plus petite réfraction vers 10 à 12 degrés de hauteur, devoit produire dans l'obliquité de l'Ecliptique, lorsqu'on observoit le Soleil à Midi au solstice d'hiver. Ensuite les Expériences qui ont donné lieu à la fameuse regle de Snellius, beaucoup mieux expliquée par Descartes, ayant fait connoître que les angles d'incidence étoient aux angles de réfractions dans un rapport constant *, feu M. Cassini entreprit de s'assurer s'il y avoit encore quelque réfraction au 45e degré de hauteur, ce qu'il nous assure avoir découvert prémierement avec un Gnomon de 80 pieds de hauteur, ensuite par d'autres Observations faites avec des Quarts de cercles & Sextans garnis de lunettes. Car il faut sçavoir qu'après l'appareil extraordinaire & les sommes presqu'immenses que Tycho avoit employées à construire les instrumens les plus parfaits, il n'auroit gueres été possible sans la regle dont nous venons de parler, ou sans la découverte qui se fit bientôt après des lunettes qu'on appliqua aux Quarts-de-Cercles, de parvenir à s'assurer s'il y avoit effectivement environ 1′ de réfraction à la hauteur du Pole d'Uranibourg. Aussi ne doit-on pas être surpris si la Table de M. Cassini ne fut pas d'abord adoptée. Mais au retour d'un voyage fait en Cayenne par Richer en 1672 la réfraction d'une minute à la hauteur du Pole fut généralement reconnue, & après quelques légeres corrections, M. Cassini a publié la Table dont on se sert encore aujourd'hui : cette Table est assez conforme aux moindres réfractions d'Hiver. Dans ce tems-là M. Picard s'apperçut aussi en observant d'abord le So-

* Cette regle n'a gueres lieu à l'égard de notre atmosphere qu'à plus de 20 degrés au-dessus de l'Horison. *Voyez les Tables de MM. Newton, Cassini, &c.*

leil

leil à Paris, enſuite au cap de Sette que les réfractions horiſontales étoient variables ou inconſtantes : on remarqua de plus que les Obſervations faites en l'Iſle de Cayenne preſque au milieu de la Zone torride, donnoient de plus petites réfractions qu'en France proche l'Horiſon ; car on les y a ſoupçonnées les deux tiers, & un peu plus de celles de notre climat. Ces deux dernieres découvertes n'ont point été reçues juſqu'en ces derniers tems, ſoit qu'on les ait négligées ou autrement ; juſqu'à ce que la même matiere ayant été traitée avec plus de ſoin pendant les deux voyages faits au Nord & au Perou, les réfractions ont été conſtatées par des Obſervations déciſives, plus petites pendant l'Eté, comme on peut s'en convaincre par ce qui eſt rapporté dans le Volume de l'Acad. de l'année 1739. & dans l'Hiſtoire céleſte, &c. La Table de M. Bouguer que l'on donne ici, a été conſtruite pour le niveau de la mer dans la zone torride, l'Auteur ayant d'ailleurs le premier découvert qu'à Quito qui eſt élevé de 1400 toiſes, les réfractions étoient ſenſiblement plus petites.

TABLE DES REFRACTIONS,

Conſtruite ſur les Obſervations faites au niveau de la Mer dans la Zone Torride.

Haut. App.	Réfractions.	Haut. App.	Réfractions.	Haut. App.	Réfractions.	Haut. App.	Réfractions.	Haut. App.	Réfractions.	Haut. App.	Réfractions.	Haut. App.	Réfractions.
D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.
0	27. 00	12	3. 31	24	1. 41	36	1. 02	48	0. 40	60	0. 26	72	0. 15
1	20. 31	13	3. 14	25	1. 36	37	1. 00	49	0. 39	61	0. 25	73	0. 14
2	15. 53	14	2. 58	26	1. 31	38	0. 58	50	0. 38	62	0. 24	74	0. 13
3	12. 25	15	2. 48	27	1. 27	39	0. 55	51	0. 36	63	0. 23	75	0. 12
4	10. 05	16	2. 36	28	1. 24	40	0. 53	52	0. 35	64	0. 22	76	0. 12
5	08. 18	17	2. 26	29	1. 20	41	0. 51	53	0. 33	65	0. 21	77	0. 11
6	07. 04	18	2. 17	30	1. 17	42	0. 49	54	0. 32	66	0. 20	78	0. 10
7	06. 05	19	2. 10	31	1. 14	43	0. 48	55	0. 31	67	0. 19	79	0. 09
8	05. 21	20	2. 03	32	1. 10	44	0. 46	56	0. 30	68	0. 18	80	0. 08
9	04. 50	21	1. 57	33	1. 08	45	0. 44	57	0. 29	69	0. 18	90	0. 00
10	04. 20	22	1. 51	34	1. 06	46	0. 42	58	0. 28	70	0. 17		
11	03. 54	23	1. 45	35	1. 04	47	0. 41	59	0. 27	71	0. 16		
12	03. 31	24	1. 41	36	1. 02	48	0. 40	60	0. 26	72	0. 15		

En France la Réfraction a été observée à la hauteur de 3° 46 ½ de .... 12′. 00″.

Par des Observations réitérées plusieurs années pendant l'Eté { 4 42 ⅖ ...... 09. 47 ½.
7 52 ½ 06. 25

10. 00...... 05. 05.

Mais dans les plus grandes chaleurs la Réfraction a paru à la hauteur de 4° 42′ de 9′ 20″. Au lieu que dans les plus grands froids une même Etoile observée au Méridien sous le pole, à la hauteur de 4° 44′ ¼, a donné pour la quantité de la Réfraction 11′ 15″.

Or puisque la Table de M. Newton paroît assez conforme aux Réfractions observées pendant les plus grandes chaleurs de l'Eté, il est d'autant plus convenable de la rapporter ici, qu'en la comparant à celle que M. Bouguer a construite pour la Zone Torride, on peut appercevoir tout d'un coup les différences des réfractions qui conviennent aux deux climats, & cela à chaque degré de hauteur.

TABLE

DES REFRACTIONS DE M. NEWTON,

Qui paroît conforme à nos plus grandes chaleurs d'Eté.

Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tion.	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.
D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.
0. 00	33. 45	6.00	7. 45	14	3. 31	26	1. 49	38	1. 08	50	0. 45	62	0. 28
0. 30	27. 35	6.30	7. 14	15	3. 17	27	1. 44	39	1. 06	51	0. 44	63	0. 27
1 00	23. 07	7.00	6. 47	16	3. 04	28	1. 40	40	1. 04	52	0. 42	64	0, 26
1. 30	19. 46	7.30	6. 22	17	2. 53	29	1. 36	41	1. 02	53	0. 40	65	0. 25
2. 00	17. 08	8.00	6. 00	18	2. 43	30	1. 32	42	1. 00	54	0. 39	66	0. 24
2. 30	15. 02	8 30	5. 40	19	2. 34	31	1. 28	43	0. 58	55	0. 38	67	0. 23
3. 00	13. 20	9.00	5. 22	20	2. 26	32	1. 25	44	0. 56	56	0. 36	68	0. 22
3. 30	11. 57	9.30	5. 06	21	2. 18	33	1. 22	45	0. 54	57	0. 35	69	0. 21
4. 00	10. 48	10.00	4. 52	22	2. 11	34	1. 19	46	0. 52	58	0. 34	70	0. 20
4. 30	09 50	11.00	4. 27	23	2. 05	35	1. 16	47	0. 50	59	0. 32	75	0. 15
5. 00	09. 02	12.00	4. 05	24	1. 59	36	1. 13	48	0. 48	60	0. 31	80	0. 09
5. 30	08. 21	13.00	3. 47	25	1. 54	37	1. 11	49	0. 47	61	0. 30	90	0. 00

CHAPITRE VINGT-DEUXIEME.

Où l'on traite des Parallaxes.

COMME les mouvemens diurnes apparens tant des Planetes que des autres Aſtres ſe font autour de l'axe de la Terre, & non pas autour de l'œil de l'Obſervateur qui eſt à la ſurface, il eſt donc néceſſaire de reconnoître une inégalité dans la viteſſe apparente des corps céleſtes, puiſque nous ne ſommes plus au centre de leur mouvement. Car il eſt évident que ſi un mobile quelconque parcourt uniformément la circonférence d'un cercle, il ne ſçauroit y avoir d'autres points que le centre ou dans l'axe de ce même cercle, d'où l'on puiſſe obſerver ſon mouvement égal & uniforme : il en eſt de même de tous les Aſtres que nous obſervons dans les cieux ; leurs lieux apparens, tels que nous les appercevons de la ſurface, doivent différer de leurs lieux véritables, c'eſt-à-dire, de ceux que l'on obſerveroit du centre de la Terre. Or c'eſt cette différence entre le lieu vrai & le lieu vu qu'on nomme la Parallaxe.

Le mouvement vu d'un corps qui décrit uniformément un cercle, ne ſauroit paroître égal ni conſtant, ſi l'œil n'eſt pas au centre ou dans l'axe du cercle.

Soit *AB* le quart de la circonférence d'un grand cercle tracé ſur la ſurface de la Terre, dont *T* eſt le centre : ſoit auſſi en *A* le lieu de l'Obſervateur à la ſurface, & dont le zénit doit répondre au point *V* du Ciel étoilé : ayant mené le grand cercle de la Sphere *VNH*, on tirera la ligne *AD* qui repréſentera l'Horiſon ſenſible. Suppoſons préſentement un Aſtre en *C*, c'eſt-à-dire, dont la diſtance au centre de la Terre ſoit *TC*, il eſt évident que ſi l'on obſervoit cet Aſtre du centre de la Terre, ſon vrai lieu paroîtroit au point *E* du Ciel étoilé ; en ſorte que l'arc

La Parallaxe, ce que c'eſt.
PLANCHE VII *Fig.* 19.

DE mesureroit sa hauteur au-dessus de l'Horison : ce point *E* est donc le lieu vrai de l'Astre. Mais si du point *A* de la surface l'on observe aussi le même Astre, comme il paroîtra au point *D* de l'Horison, le point *D* étant son lieu apparent, la différence *DE* entre le lieu vrai & le lieu vu ou apparent de l'Astre, sera ce qu'on nomme *la Parallaxe.*

Si l'Astre se trouve plus élevé sur l'Horison comme en *M*, le point *P* sera son vrai lieu, c'est-à-dire, son lieu tel qu'il paroîtroit vu du centre de la Terre : mais le point *N* sera son lieu apparent ou vu par l'Observateur placé en *A* sur la surface, & l'arc *PN* sera sa parallaxe, laquelle est d'ailleurs bien moindre que l'arc *DE*; d'où l'on voit que la parallaxe d'un Astre à l'Horison est la plus grande de toutes, & que plus cet Astre s'élevera sur l'Horison plus elle doit diminuer, jusqu'à s'anéantir totalement lorsque cet Astre parviendra au Zénit. En effet l'Astre étant supposé en *Q*, on doit l'appercevoir, tant du point *T*, que du point *A*, dans une même ligne droite *TV*, en sorte qu'il ne sçauroit y avoir en ce cas aucune différence entre le lieu véritable & le lieu vu ou apparent. Au reste plus un Astre sera éloigné de la Terre, moins sa parallaxe deviendra sensible : ainsi la parallaxe *GD* d'un Astre *F* qui sera plus éloigné de la Terre, est plus petite que la parallaxe de l'Astre *C* qui en est plus proche. On voit par là que la parallaxe est encore la différence entre la vraie distance d'un Astre au Zénit vu du centre de la Terre & sa distance apparente au Zénit vu de la surface; car la vraie distance au Zénit d'un Astre *M* est mesurée par l'arc *VP*, mais sa distance apparente vue du point *A* est mesurée par l'arc *VN*.

Plus un astre est éloigné de la terre, moins sa parallaxe devient sensible.

Or ces distances sont mesurées par les angles *VTM*, *VAM* compris entre la droite *TV* tirée au Zénit, & les lignes *TM*, *AM* tirées tant du centre que de la surface de la terre à l'aſtre *M*, & la différence de ces deux angles eſt l'angle *TMA*. Car l'angle extérieur *VAM* étant égal aux deux intérieurs pris enſemble *ATM*, *TMA*, il s'enſuit que *TMA* eſt préciſément la différence des angles *VAM* & *VTM*, & que par conſéquent il meſurera l'angle de la parallaxe, puiſqu'il eſt la parallaxe même de l'aſtre ſitué en *M*. En général on peut dire que cet angle eſt toujours celui ſous lequel on doit appercevoir de l'aſtre, le rayon de la terre qui eſt tiré au point de la ſurface qu'occupe l'Obſervateur; enſorte que quand ce demi-diametre ſera vu directement, c'eſt alors que la parallaxe ſera la plus grande. Ainſi la plus grande parallaxe d'un aſtre doit s'obſerver lorſqu'il paroît à l'horiſon, les autres parallaxes du même aſtre diminuant à meſure qu'il monte ſur l'horiſon, & cela dans un rapport conſtant, comme on le prouve par le Théoreme ſuivant.

La parallaxe eſt toujours l'angle ſous lequel on doit appercevoir de l'aſtre, le demi-diametre de la terre tiré au lieu qu'occupe l'Obſervateur à la ſurface.

THEOREME.

Le Sinus de la parallaxe d'un aſtre eſt toujours au Sinus de ſa diſtance apparente au Zenit en raiſon conſtante, c'eſt-à-dire, dans la raiſon du demi-diametre terreſtre, à la diſtance de l'aſtre au centre de la terre.

La démonſtration eſt fondée ſur ce Théoreme ſi connu dans la Trigonométrie, où l'on prouve que dans le triangle *ATM*, le Sinus de l'angle *AMT*, eſt au Sinus de l'angle *TAM* ou *VAM*, comme *AT* eſt à *TM*, c'eſt-à-dire, dans la raiſon conſtante du demi-diametre de la terre, à la diſtance de l'aſtre.

Or il ſuit de-là que le Sinus de la parallaxe d'un aſtre en *C* eſt au Sinus de la parallaxe en *M*, comme le Sinus de l'angle *VAC* eſt au Sinus de l'angle *VAM*; c'eſt pourquoi ſi l'on connoît une fois la parallaxe à une diſtance donnée quelconque du Zenit, ſa parallaxe ſera par

Les parallaxes diminuent dans le rapport des Sinus de la diſtance apparente de l'aſtre au Zénit.

conséquent déterminée pour telle autre distance que ce soit de l'astre à l'égard du Zénit.

On peut remarquer ici que si la distance d'un corps céleste à la terre surpasse 15000 demi-diametres terrestres, en ce cas sa parallaxe deviendra tout-à-fait insensible. Car comme dans cette supposition *TF* seroit à *TA* comme 15000 est à 1, c'est-à-dire, comme le rayon ou le sinus total est au sinus de l'angle *TFA*, l'angle de la parallaxe seroit par conséquent d'environ $12''\frac{1}{2}$, ce qui est un si petit angle, qu'il n'est pas étonnant de le voir échapper aux recherches des plus habiles Observateurs.

Si la distance d'un astre au centre de la terre est connue, il est évident qu'on ne doit plus ignorer sa parallaxe; puisque dans le triangle *TAC* rectangle en *A*, étant donné le $\frac{1}{2}$ diametre *TA* de la terre, comme aussi la distance *TC*, on pourra trouver par la Trigonométrie l'angle *ACT*, qui sera la parallaxe horisontale de l'astre. Et réciproquement si la parallaxe d'un astre est une fois connue, on déterminera facilement par le calcul Trigonométrique, sa distance au centre de la terre, puisque dans le même triangle que ci-dessus, étant donnés le coté *AT*, & l'angle *ACT*, on en pourra déduire la distance *TC*.

Quand un astre n'a point de mouvement propre ni de parallaxe, sa vraie distance à une Etoile, laquelle est toujours mesurée par l'arc d'un grand cercle de la sphere, doit toujours paroître la même, c'est-à-dire, constante & immuable, à quelque degré d'élevation que ce soit de l'astre sur notre horison. Mais si la parallaxe est sensible, il est évident qu'à différens points du ciel sa distance apparente à l'Etoile nous paroîtra changer continuellement; ensorte que si l'on voit d'abord à l'Orient l'Etoile dans un même cercle vertical que l'astre & un peu plus haute, leur distance doit ensuite diminuer à mesure que l'un & l'autre viendra à s'élever: mais au contraire elle doit augmenter si l'Etoile

La Parallaxe fait varier à chaque instant la distance d'un astre aux Etoiles fixes qui l'environnent.

eſt plus baſſe, quoique dans l'un & l'autre cas on doive appercevoir du centre de la terre la même diſtance apparente de l'aſtre à l'Etoile, & cela en quelque lieu du ciel que ce puiſſe être. Ainſi les différentes diſtances de l'aſtre à l'Etoile que l'on obſerve de la ſurface de la terre, ne ſont point réelles, mais apparentes.

Suppoſons qu'au moment que l'aſtre *C* eſt à l'horiſon, on l'apperçoive du centre *T* de la terre, en conjonction avec l'Etoile *E*, le même aſtre obſervé du point *A* de la ſurface, paroîtra dans la même ligne droite, ou en conjonction avec une autre Etoile *D*, de maniere que ſa diſtance apparente à l'Etoile *E*, ſera meſurée par l'arc *D E*. Enſuite l'aſtre venant à s'élever ſur l'horiſon comme en *M*, on l'obſerveroit encore du centre de la terre en conjonction avec l'Etoile *E*, laquelle occupe pour lors le point *P*; & cependant du point *A* de la ſurface on verra l'aſtre au point *N*, c'eſt-à-dire, bien moins éloigné de la premiere Etoile que lorſqu'on l'obſervoit à l'horiſon. C'eſt pourquoi le même aſtre ne paroîtra plus en conjonction avec la ſeconde Etoile *D*, mais il en ſera écarté de tout l'arc *N d*, puiſqu'on a toujours *P d* égal à *E D*. On doit donc inférer de tout ce que nous venons de dire, que ſi un aſtre quelconque paroît occuper conſtamment à quelque degré de hauteur que ce ſoit ſur l'horiſon, la même diſtance parmi les Etoiles fixes, enſorte que les arcs de diſtance à chaque Etoile ſoient toujours les mêmes, on peut être aſſuré par-là que cet aſtre n'a aucune parallaxe ſenſible. Il y a plus, ſi ſa diſtance aux Etoiles varie en effet, mais ſi l'on n'y apperçoit d'autre variation que celle qui convient à ſon mouvement propre, on peut dire de même que cet aſtre ne ſçauroit avoir de parallaxe ſenſible. Enfin ſi l'aſtre paroît s'approcher ou s'éloigner plus ou moins de quelque Etoile, qu'on ne le doit ſuppoſer ayant égard à ſon mouvement propre, la différence qui en réſulte ſera l'effet de ſa parallaxe.

Différentes especes de Parallaxes.

Quoique nous n'ayons gueres considéré jusqu'ici que la parallaxe d'un astre dans un cercle vertical, cependant comme il en résulte un changement sensible relativement aux autres cercles de la sphere, il en faut conclurre que ses longitudes, latitudes, ascensions droites, & déclinaisons apparentes, paroîtront un peu différentes de la véritable, c'est-à-dire, de celle qu'on observeroit du centre de la terre; ainsi nous allons exposer les quatre especes de parallaxes qui sont principalement en usage parmi les astronomes.

Planche VII Fig. 20.

Soit l'horison *HO* dont le pole est en *V*, soit aussi *EQ* l'écliptique & son pole en *P*, il faut imaginer un cercle vertical *VA* qui passe par l'astre dont le vrai lieu est en *C*. Si le lieu apparent du même astre est au point *D*, c'est-à-dire, toujours dans le même vertical, mais un peu plus éloigné du Zénit, il est évident que l'arc *DC* sera la parallaxe de hauteur. Tirant donc par le pole *P* de l'Écliptique, & par le vrai lieu de l'Etoile, un cercle secondaire ou de latitude *PCG*, le point *G* sera le lieu de l'astre réduit à l'écliptique, ensorte que le point *G* ainsi déterminé, désignera sa vraie longitude; mais si l'on fait encore passer par le lieu vu *D* de l'astre, un cercle de latitude *PDH* qui rencontre l'écliptique au point *H*, ce dernier point sera le lieu vu de l'astre réduit à l'écliptique; de maniere que l'arc de l'écliptique *GH*, compris entre les deux cercles de latitude qui passent & par le lieu vrai de l'astre, & par son lieu vu ou apparent, sera ce qu'on nomme la *Parallaxe en longitude*. Enfin la vraie latitude de l'astre, qui est en *C*, étant mesurée par *CG*, & la latitude apparente du même astre, vu en *D*, étant mesurée par *DH*, la différence *CN* de ces deux arcs, sera sa *Parallaxe en latitude*.

La parallaxe de longitude, ce que c'est.

La parallaxe de latitude.

Il peut aussi arriver que l'astre se rencontrera dans un cercle vertical qui coupe l'écliptique au 90^e^ degré depuis l'Orient, c'est-à-dire, que le cercle vertical sera

perpendiculaire

perpendiculaire à l'écliptique, comme cela se voit au point *c* du cercle *VE*: or en ce cas l'astre n'aura aucune parallaxe en longitude, puisque le cercle *VE* coupant l'écliptique à angles droits, doit nécessairement passer par ses poles, & qu'ainsi il n'y a qu'un seul & unique cercle de latitude à imaginer pour réduire & le lieu vu, & le vrai lieu de l'astre, au même point de l'écliptique. Car ces deux points doivent se confondre, de même que la parallaxe de latitude ne doit plus différer de la parallaxe de hauteur.

On distingue aussi les Arcs ou parties de l'écliptique en orientales & occidentales. La partie ou le Quart oriental est celui qui est compris entre le nonantieme degré, & le point de l'écliptique qui se leve. Le Quart occidental est celui qui est compris entre le nonantieme degré, & le point de l'écliptique qui se couche: cette distinction a fourni la regle suivante; sçavoir, que lorsqu'un astre répond au Quart oriental de l'écliptique, sa longitude apparente surpasse la vraie; cela est évident, puisque l'effet de la parallaxe est d'abbaisser vers l'horison, & par conséquent vers l'Orient un astre qui se leve. Dans la Figure le point *H* désigne le lieu vu ou apparent de l'astre réduit à l'écliptique, lequel est plus oriental que le point *G*, qui répond au vrai lieu. Mais si au contraire l'astre est dans le Quart occidental de l'écliptique, sa longitude apparente sera plus petite que la vraie, parce que dans cette situation, l'effet de la parallaxe est d'abbaisser l'astre vers l'Occident.

Pour expliquer les parallaxes d'ascension droite & de déclinaison, supposons présentement que le cercle *EQ* soit l'équateur, *P* le pole, *PVH* le Méridien, *VCA* un cercle vertical qui passe par l'astre, dans lequel *C* soit son vrai lieu, *D* son lieu vu ou apparent; & soient encore *PCG*, *PDH* des cercles secondaires de l'équateur ou cercles de déclinaisons qu'on aura fait passer par le lieu vrai & le lieu vu de l'astre, & qui rencontreront l'équateur en *G* & *H.* Il eſt évident que le point *G* fera connoître la vraie aſcenſion droite de l'aſtre, & le point *H* l'aſcenſion droite apparente, & qu'ainſi la diſtance *G H* ſera la *Parallaxe d'Aſcenſion droite.* De même la vraie déclinaiſon de l'aſtre étant *CG*, & *D H* la déclinaiſon apparente, la différence *NC* ſera la *Parallaxe en déclinaiſon.* Que ſi l'aſtre eſt à l'Orient du Méridien, ſon aſcenſion droite apparente ſera plus grande que la vraie; & au contraire elle ſera plus petite ſi l'aſtre eſt à l'Occident. En un mot il n'y a plus de parallaxe d'aſcenſion droite au Méridien, parce qu'en ce cas on n'a qu'un ſeul & même cercle de déclinaiſon qui paſſe par le lieu vrai & par le lieu apparent de l'aſtre; & d'autant que le Méridien eſt un cercle vertical, la parallaxe de déclinaiſon eſt alors la même que celle de hauteur.

La parallaxe d'Aſcenſion droite.

La parallaxe de déclinaiſon.

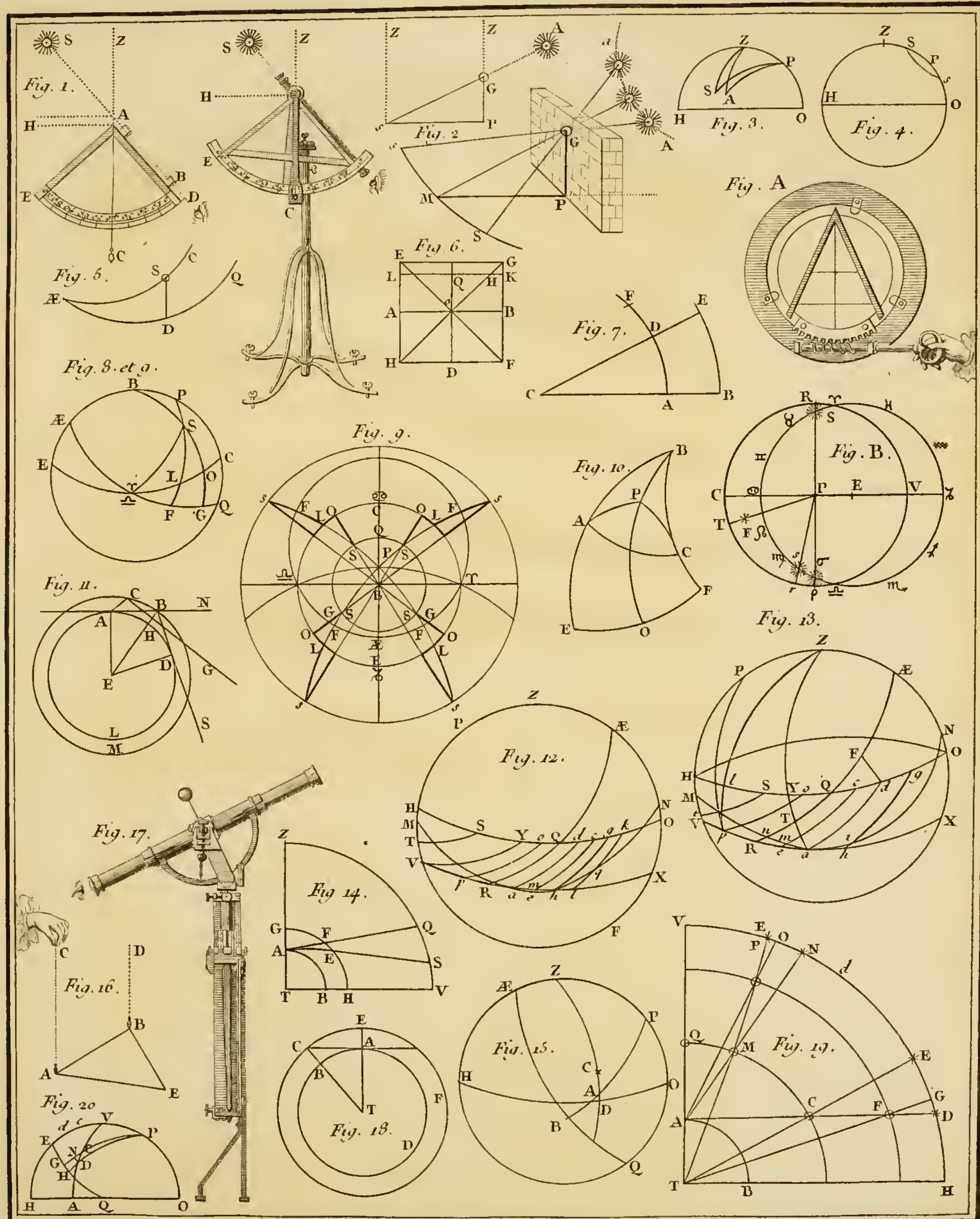
Les Aſtronomes ont imaginé différentes méthodes pour découvrir les Parallaxes des aſtres, & par conſéquent leurs diſtances à la terre; ce qui eſt abſolument néceſſaire ſi l'on veut avoir une juſte idée de l'étendue & de la grandeur du monde. Voici donc la plupart des méthodes qui ont été publiées à cette fin.

Premiere Méthode de découvrir les parallaxes. PLANCHE VIII. *Fig.* 1.

On obſervera premierement l'inſtant auquel un aſtre paroît dans un même cercle vertical avec deux Etoiles fixes. Soit donc *VB* le cercle vertical où paroiſſent, tant l'aſtre *S* dont le lieu vu eſt *E*, que les deux Etoiles *C* & *D*: il eſt certain que ſi cet aſtre n'a point de mouvement propre, ſa ſituation à l'égard des Etoiles fixes doit être conſtamment la même, enſorte qu'en quelqu'endroit du Ciel que ce ſoit, ſon vrai lieu doit toujours demeurer dans une même ligne droite avec les deux Etoiles fixes *C* & *D*. On obſervera donc quelques heures après la poſition de l'aſtre à l'égard des deux Etoiles, c'eſt-à-dire, on attendra qu'au lieu d'appercevoir les trois objets dans un même vertical, ils paroiſſent autant qu'il ſera poſſible dans une ligne horisontale. Ainsi soient pour la seconde fois les deux Etoiles fixes en *c* & *d*, & le lieu vu de l'astre en *e*: son lieu vrai doit être nécessairement dans la ligne qui passe par les deux Etoiles fixes *c* & *d*; c'est pourquoi si l'on observe les distances au Zénit, tant de l'astre que des Etoiles fixes, sçavoir, *dV* & *eV*, & si l'on mesure de plus la distance *de* du lieu vu *e*, à l'Etoile fixe *d*, comme aussi la distance *dc* des deux Etoiles, on pourra connoître facilement la parallaxe. Car le vrai lieu de l'astre doit être dans le cercle vertical *Ve*, qui passe par le lieu vu ou apparent de l'astre; mais puisqu'il doit être aussi dans l'arc *dc* qui joint les deux Etoiles fixes, l'intersection commune *s* de ces deux arcs, sera par conséquent le vrai lieu que l'on cherche, & partant l'arc *es* sera la parallaxe de hauteur. Or dans le triangle *dVc* on connoît tous les côtés; on connoîtra donc l'angle *Vdc*. De même dans le triangle *dVe* on connoît les trois côtés; ainsi l'on découvrira la valeur de l'angle *dVe* ou *dVs* : enfin dans le triangle *dVs* connoissant le côté *dV*, qui est la distance observée de l'Etoile au Zénit, comme aussi les angles *dVs*, *Vds* dont on vient de chercher la valeur, on aura par conséquent le côté *Vs*, qui étant retranché de *Ve*, le reste *se* sera la parallaxe de hauteur.

Seconde Méthode. PLANCHE VIII. *Fig.* 2.

La parallaxe se peut encore découvrir plus facilement de la maniere suivante. On observera l'instant auquel un astre est vu du côté de l'Orient dans un même vertical avec une Etoile fixe, & l'on mesurera dès-lors leur distance. Ensuite quand l'astre & l'Etoile reparoîtront vers l'Occident, à même hauteur sur l'horison qu'au moment de la premiere observation, on mesurera encore la distance de l'astre à l'Etoile, & la différence des deux distances sera à très-peu de chose près la parallaxe que l'on cherche. Soit l'horison *HO*, *V* le Zénit, *VB* le cercle vertical où l'on a observé d'abord l'astre en *E*, & l'Etoile en



Dheulland Del et Sculp.

D : ſoit auſſi *S* le vrai lieu de l'aſtre, & par conſéquent *SE* ſa parallaxe, il eſt clair que la différence des hauteurs obſervées de l'aſtre & de l'Etoile *DE*, ſera leur diſtance apparente. Si l'on obſerve enſuite l'Etoile en *d*, & le lieu vu ou apparent de l'aſtre en *e* à une même diſtance du Zénit, on voit d'abord que la diſtance obſervée *de* de l'aſtre & de l'Etoile fixe, ſera égale à très-peu de choſe près, à leur vraie diſtance; car ſoit le vrai lieu de l'aſtre en *s*, comme il arrive preſque toujours que la parallaxe *se* eſt très-petite, relativement à l'arc *Ve*, il s'enſuit que *sd*, *ed* ſeront à très-peu près de même grandeur; ce que l'on peut ſuppoſer avec d'autant plus de certitude, que quand même l'arc *se* ſeroit d'un degré, (ce qui eſt la plus grande parallaxe de hauteur qu'on puiſſe obſerver dans tous les aſtres qui ne ſont point au-deſſous de la Lune) les arcs *de* *ds* differeroient à peine d'une minute. Meſurant donc avec quelqu'inſtrument la diſtance *de*, on connoîtra par conſéquent *ds* qui lui eſt preſque égal. Mais *ds* eſt égal à *DS*, qui eſt la vraie diſtance de l'aſtre à l'Etoile au tems de la premiere obſervation. Si l'on retranche donc de *DS* l'arc obſervé *DE*, le reſte *SE* ſera la parallaxe de l'aſtre lorſqu'il paroiſſoit au point *E*.

Troiſieme Méthode. PLANCHE VIII. *Fig.* 3.

On peut encore connoître la parallaxe d'un aſtre en obſervant ſon Azimut, ſa diſtance au Zénit & le tems écoulé entre cette premiere obſervation & l'heure de ſon paſſage au Méridien. Car ſoit *HVPO* le Méridien, *V* le Zénit, *P* le pole: ſoit auſſi *HO* l'horiſon, *VB* le cercle vertical qui paſſe par le lieu vrai *S* & par le lieu apparent *E* de l'aſtre. On fera paſſer auſſi par chacun de ces points *S*, *E* les cercles de déclinaiſon *PS*, *PE*, & l'on obſervera l'azimut *BO* de l'aſtre, ou l'angle *BVO* de la même maniere qu'on l'a enſeigné ci-devant lorſqu'il s'agiſſoit pour trouver la réfraction, de connoître l'azimut des Etoiles : il faudra meſurer auſſi en même tems la diſtance apparente *VE* de l'aſtre au zénit, & ſur-tout ne pas négliger de remarquer les heures, minutes, ſecondes, &c. indiquées au même inſtant à la pendule. Enſuite on attendra que l'aſtre arrive au Méridien, & l'on aura ſoin de marquer encore fort exactement le moment de ſon paſſage, ſoit en l'obſervant à la pendule, ſoit en déterminant la hauteur ſur l'horiſon de quelque belle Etoile*, donr la poſition ſoit donnée, &c. Car l'intervalle de tems écoulé entre l'obſervation de l'aſtre dans le cercle vertical, & ſon paſſage au Méridien étant converti en degrés, minutes, &c. de l'équateur, donnera la valeur de l'arc *ÆC* de l'équateur qui ſera la meſure de l'angle *VPS*: c'eſt pourquoi dans le triangle *VPS*, connoiſſant le côté *VP* diſtance du zénit au pole, comme auſſi les angles *VPS*, *PVS*, on aura donc l'arc *VS* qui ſera la vraie diſtance de l'aſtre au zénit, laquelle étant retranchée de la diſtance obſervée *VE*, le reſte ou la différence *SE* ſera la parallaxe de hauteur.

Il faut bien remarquer que pour convertir le tems en degrés & minutes, &c. de l'équateur, où il faut ſe ſervir de la Table conſtruite pour les heures, minutes, &c. du premier mobile, leſquelles ſont d'une durée un peu moins longue que les heures ſolaires moyennes, puiſqu'une révolution du ciel étoilé s'acheve en bien moins de tems que celle du Soleil; & cela ſuppoſe comme l'on voit, qu'à chaque révolution des Etoiles fixes, la pendule parcourre 24 heures, & que dans cet état elle avance chaque

Comment il faut réduire le tems en degrés, &c.

* On peut remarquer ici que Tycho, Hevelius, &c. qui n'avoient pas d'horloges aſſez exactes, ſe ſont preſque toujours ſervis, avant l'invention des Pendules à ſecondes, des hauteurs d'Etoiles obſervées avec leurs meilleurs Quarts-de-cercles, & cela aux environs du I^er vertical; car comme elles y montent ou deſcendent fort vîte, cette obſervation leur donnoit le tems vrai, en ſuppoſant l'aſcenſion droite du Soleil connue. Ce qui eſt aiſé à concevoir, puiſqu'il ne s'agit que de réſoudre un triangle dont on connoît les trois côtés, ſçavoir, la diſtance de l'Etoile au Zénit, ſa diſtance au pole, & la diſtance du Zénit au pole; car l'angle au pole étant connu par-là, l'aſcenſion droite du milieu du ciel leur étoit donnée, & par conſéquent l'heure ou la diſtance du Soleil au Méridien.

jour d'environ $4'$ ſur le tems vrai ou apparent ; cette maniere de compter le tems, quoiqu'aſſez incommode, a pourtant cet avantage, que les Etoiles fixes doivent paſſer chaque jour au Méridien à la même heure, ſi la pendule a été bien réglée. Il n'en eſt pas de même ſi la pendule eſt à l'ordinaire accommodée au moyen mouvement du Soleil, enſorte qu'elle parcourre 24 heures à chaque révolution moyenne du Soleil ; car dans cet état de la pendule, les Etoiles paſſant chaque jour $3'\ 56''$ trop tôt, ou accélérant leur paſſage d'environ deux heures par mois, &c. il eſt évident qu'au lieu de compter $15^\circ\ 0'\ 00''$ pour chaque heure de tems écoulé à la pendule, comme dans le cas ci-deſſus, il eſt néceſſaire d'avoir recours à une autre Table conſtruite, ſur ce principe que $23^h\ 56'\ 04''$ répondent à $360^\circ\ 00'\ 00''$. Or dans cette ſuppoſition on doit compter ſur l'équateur pour chaque heure de tems écoulé à la pendule, $15^\circ\ 02'\ 27''\ 51'''$, & ainſi de ſuite proportionnellement.

Quatrieme Méthode. PLANCHE VIII. *Fig.* 4.

Soit HO un arc de l'horiſon, AM le Méridien, P le pole, V le zénit, E le lieu apparent de l'aſtre, dont on aura obſervé la diſtance au zénit VE, quelques heures avant ſon paſſage au Méridien. Soit auſſi S le vrai lieu de l'aſtre, SE ſa parallaxe. Suppoſons qu'ayant marqué le tems de la pendule auquel l'aſtre ſe trouvoit en E, on ait obſervé dans le même inſtant ſon azimut EVM, on pourra de même après le paſſage de l'aſtre au Méridien, réitérer une ſemblable opération lorſqu'il reparoîtra à la même diſtance Ve du zénit : ſur quoi il eſt à remarquer que puiſque les diſtances apparentes de l'aſtre au zénit ſont égales dans l'un & l'autre cas, les vraies diſtances VS, Vs, ſeront par conſéquent égales entr'elles. Or puiſque le tems écoulé entre la premiere & la ſeconde obſervation eſt connu, ſi on le réduit en degrés, minutes, &c. de l'équateur, on aura par conſéquent l'angle SPs, dont la moitié est SPV: c'est pourquoi dans le triangle SPV étant donnés les angles SPV, SVP complément de l'azimut à 180°. ou au demi-cercle, comme aussi le côté VP distance du zénit au pole, on pourra connoître l'arc VS qui sera la vraie distance de l'astre au zénit, lequel étant retranché de l'arc VE qui est la distance observée, le reste SE sera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

On voit aisément que cette quatrieme méthode revient à la précédente, puisque dans l'un & l'autre cas, il n'est question que de découvrir l'angle au pole compris entre le Méridien & le cercle horaire qui passe par le point S du vertical situé à l'Orient, c'est-à-dire, où l'on a fait la premiere observation. Comme l'*instrument des Passages* dont on a déja parlé ci-devant, peut donner exactement les verticaux * à chaque instant, & qu'il pourroit se faire que le Méridien ne seroit pas encore connu, principalement si l'astre observé passe entre le zénit & le pole, & s'il n'est visible que du côté du Nord, la quatrieme méthode peut en ce cas suppléer à la troisieme. Car la parallaxe ou la distance d'une Comete observée dans une même nuit, & dans un tems où elle passeroit fort proche de la terre, seroit ainsi connue, au lieu qu'il faut supposer plusieurs tentatives & des opérations réitérées avant que de découvrir le point de l'horison du côté du Septentrion qui répond au Méridien ; ce qui semble exiger un intervalle de plusieurs jours avant qu'on y puisse diriger bien exactement la lunette de l'instrument des passages.

PLANCHE VII *Fig.* 17.

La III^e^. & IV^e^. Méthode pourroient être d'un grand usage pour déterminer la parallaxe du Soleil, si l'on venoit à observer celle d'une Comete qui auroit un mouvement apparent très-rapide, comme il est arrivé en 1472.

Il se présente d'abord deux méthodes assez simples pour découvrir le point de l'horison, tant du côté du Nord que du Midi, où l'on doit fixer la lunette de l'instrument des

* Pour faire usage de cet instrument, il est avantageux de pouvoir découvrir des objets fort éloignés dans l'horison ; car il est évident que si l'on y a reconnu deux ou plusieurs points, qui répondent exactement aux verticaux qu'on aura fait parcourir chaque fois au fil du milieu de la lunette, on pourra mesurer ensuite avec un Quart-de-cercle, de deux à trois piés de rayon, l'angle que forment entr'eux ces mêmes objets ou points fixes de l'horison.

paſſages, pour qu'elle parcourre le plan du Méridien. La premiere conſiſte à obſerver les deux inſtans marqués à la pendule, auxquels uneEtoile paroît à mêmes hauteurs correſpondantes, ou à mêmes diſtances du zénit VS, Vs; car le milieu du tems écoulé ſera l'heure qu'a dû marquer la pendule au moment que l'Etoile paſſoit au Méridien. Donc ſi ayant dirigé la lunette de l'inſtrument à l'endroit où l'on ſoupçonne que doit paſſer le Méridien, il arrive que l'Etoile ſe trouve dans le filet vertical de cette lunette, précisément au même inſtant que celui qui réſulte en prenant un milieu entre les deux tems des hauteurs correſpondantes, il ſera vrai de dire en ce cas, que la lunette étoit dirigée au Méridien, & que par conſéquent en plongeant, l'objet qu'on remarquera dans l'horiſon, ſoit au Nord, ſoit au Midi, ſera celui qui doit indiquer le vrai point par où paſſe la Méridienne du lieu. Mais s'il y a quelque différence entre le paſſage obſervé, & celui qui aura été conclu, il faudra avoir égard à cette différence, & tourner l'inſtrument peu à peu, ſoit à l'Orient, ſoit à l'Occident, en réitérant la même opération que ci-deſſus, juſqu'à ce que cette différence tantôt plus ou moins grande s'anéantiſſe, & qu'ainſi le paſſage au fil de la lunette ſoit le même que celui qu'on aura déduit des hauteurs correſpondantes. L'autre méthode ſe peut pratiquer lorſqu'on n'a point de Quart-de-cercle pour obſerver les hauteurs correſpondantes, ou les diſtances au zénit VS, Vs: elle ſuppoſe ſeulement qu'on puiſſe découvrir les deux points de l'horiſon diamétralement oppoſés du Nord & du Midi, & que le mouvement de la pendule ſoit bien uniforme pendant vingt-quatre heures; car ſi l'on dirige la lunette de l'inſtrument des paſſages à l'endroit qu'on ſoupçonne être à peu près le Méridien, & ſi l'on obſerve trois fois de ſuite en vingt-quatre heures le paſſage d'une Etoile qui ne ſe couche point, c'eſt-à-dire, une fois du côté du

PLANCHE VIII. Fig. 4.

Midi

Midi, par exemple, & une fois du côté du Nord; il est évident que cette lunette ne sera véritablement dirigée au Méridien, que quand les intervalles des passages, pris deux à deux & qui sont de douze heures, paroîtront égaux de part & d'autre: car hors ce cas-là, une demi-révolution de l'Etoile surpassera l'autre, & partant la lunette de l'instrument des passages sera tournée un peu trop à l'Orient ou à l'Occident à l'égard du Méridien. Soit dans la Sphere *P* le pole élevé, celui de Paris, par exemple, à $48^{\circ}\ 51'$, *Z* le zénit, *Cc* le parallele que parcourt une Etoile telle que seroit α de la chevre, qui ne se couchant point, paroît au Méridien dans son plus grand abbaissement sous le pole à la hauteur de $4^{\circ}\frac{2}{3}$. Dans les triangles sphériques *ZPC*, *ZPc*, les côtés *ZP*, *CP* ou *cP*, sont constans: de plus si l'on suppose aussi qu'en *Z*, l'angle formé par le vertical que parcourt la lunette (avant qu'elle soit dirigée au Méridien) soit aussi le même dans les deux cas, comme d'un tiers de minute; alors l'angle en *C* ou *c*, sera constant. Mais la variation de l'angle en *P* sera très-différente dans ces deux triangles, puisque dans le premier cas, l'angle en *Z* sera plus grand que l'angle en *P*, *Z* étant l'angle extérieur du triangle *ZCP*: au contraire ce sera l'angle en *P* qui deviendra extérieur dans l'autre triangle *ZcP*, & comme l'angle *Z* est celui qu'on suppose toujours le même, il doit donc être plus petit que l'angle *cPm* du cercle horaire & du Méridien. La différence des angles en *P* devient très-sensible dans les observations, quand même la lunette de l'instrument décriroit un vertical qui ne s'éloigneroit dans l'horison que d'un arc de $20''$ à l'égard du Méridien; car si l'on abbaisse les deux cercles perpendiculaires *CM*, *cm* sur le Méridien, comme on suppose ici que l'angle en *Z* des triangles rectangles *CMZ*, *cmZ* est toujours le même, les tangentes des côtés *MC*, *mc*, doivent donc varier en même raison que

PLANCHE VIII. *Fig. A.*

* *Trigon. Sph. prop. 27. voyez aussi la septieme formule pour les Triangles rectangles.*

les sinus * des côtés MZ, mz, c'est-à-dire, que si l'on suppose les distances au zénit de l'Etoile α de la chevre de 3° 3′ ½ & de 85° 26′ ½, la variation des côtés MC, mc, sera à peu près comme 1 est à 18 ½; d'où l'on voit que si l'angle MPC a pour mesure un arc de l'équateur de 1″ ⅔ l'angle mPc sera mesuré par un arc d'environ 30″, ce qui répond à deux secondes de tems à la pendule, & donnera par conséquent une demi-révolution de près de 4″ plus longue que l'autre.

Cinquieme Méthode.

Comme les deux dernieres méthodes que nous venons d'expliquer supposent que l'on connoisse les azimuts, ce qu'il n'est peut-être pas toujours possible d'exécuter faute d'un lieu commode, nous allons expliquer ici comment on peut découvrir la parallaxe sans observer l'azimut, l'azimut pouvant se déduire en même tems qu'on calcule les ascensions droites vraies & apparentes. Pour cet effet il faut déterminer soigneusement les distances de l'astre à deux Etoiles fixes, dont les positions, & par conséquent les ascensions droites soient connues, pour en conclurre l'ascension droite vue ou apparente de l'astre : on y procedera de la même maniere qu'on peut calculer sa longitude suivant la méthode expliquée ci-dessus, *page 396*. Ensuite lorsque cet astre passera au Méridien, il faut mesurer encore sa distance aux mêmes Etoiles fixes, & par-là on connoîtra pour lors, suivant la même méthode, son ascension droite vraie, c'est-à-dire, le point où le cercle de déclinaison qui passe par le vrai lieu de l'astre, doit rencontrer l'équateur.

Planche VIII. *Fig. 5.*

L'ascension droite apparente de l'astre, observé dans le cercle vertical VB, étant donnée aussi-bien que le point de l'équateur qui passe en même tems au Méridien, on aura par conséquent l'angle VPE; c'est pourquoi dans le triangle VPE étant donnés les côtés VP, VE aussi-bien que l'un des angles opposés VPE, on pourra connoître par conſéquent l'angle PVE, qui ſera l'angle azimutal. D'un autre côté étant donnée l'aſcenſion droite vraie de l'aſtre, obſervée dans le Méridien, & partant le point de l'équateur qui a dû y paſſer au même inſtant, on aura par conſéquent l'angle VPS: ainſi dans le triangle VPS étant donnés les deux angles PVS, VPS, & le côté VP, on pourra découvrir enfin la valeur du côté VS, qui ſera la vraie diſtance de l'aſtre au zénit, laquelle étant retranchée de la diſtance apparente VE, le reſte SE ſera la parallaxe de hauteur.

Il eſt important lorſqu'on veut bien connoître les aſcenſions droites des aſtres, d'y employer quelque méthode de plus préciſe que celle des tems écoulés à l'horloge à pendule : cela eſt évident * ſurtout ſi l'on veut tenter quelqu'opération délicate ; car l'erreur d'une ſeconde de tems dont on pourroit s'être trompé, ſoit en comptant, ſoit dans les paſſages obſervés de l'aſtre & de l'Etoile aux fils de la lunette, en produit une de 15 ſecondes de degrés dans les aſcenſions droites, & cela à raiſon de 24^h. pour 360°.

Les parallaxes preſqu'inſenſibles du Soleil, de Mars ou de Venus, ne doivent pas être recherchées, en y employant les aſcenſions droites, déduites des tems écoulés à la pendule.

Si l'on n'a pas la commodité d'obſerver les paſſages au Méridien, il faudra recourir à d'autres obſervations faites à pareilles diſtances vers l'Occident, ce qui ſuppoſe qu'on obſerve avec un Quart-de-cercle les mêmes hau-

* Ceux qui les premiers ont recherché les parallaxes de Mars & de Venus en y employant des différences en aſcenſion droite obſervées, ſe ſont bien donné de garde de publier tout le détail de leur obſervation, puiſqu'il doit s'enſuivre néceſſairement que les obſervations même pourroient donner des différences en ſens contraire à ce qui a été conclu au ſujet de la parallaxe. Or de toutes les méthodes publiées par Diggeſeus, & les Tichoniciens, la meilleure & celle qu'il auroit été le plus à propos de pratiquer juſqu'ici dans la recherche des parallaxes de Mars Achronique, c'eſt, à ce qu'il ſemble, la derniere qu'on vient de propoſer : & c'eſt auſſi celle que Kepler avoit tentée le premier ſur les obſervations de Tycho ; mais comme il eſt trop difficile de meſurer exactement la diſtance de l'aſtre à celle des deux Etoiles qui eſt occidentale ou orientale, & cela à cauſe du mouvement diurne, il faudroit, pour y réuſſir, que la lunette garnie d'un bon micrometre, fût montée ſur l'inſtrument aſtronomique de M. Graham (décrit dans l'optique de Smith) & de plus qu'une groſſe horloge fit mouvoir uniformément cette machine d'Orient en Occident, pour lui faire ſuivre l'aſtre & l'Etoile fixe, lorſqu'on les auroit placés ſous les fils.

teurs apparentes de l'aſtre, tant à l'Orient qu'à l'Occident, comme on l'a propoſé dans la quatrieme méthode. Il eſt évident par-là que pour connoître la vraie aſcenſion droite de l'aſtre, on pourra ſe diſpenſer, s'il y a quelqu'obſtacle, de l'obſerver dans le Méridien. Ainſi prenant la diſtance de l'aſtre à deux Etoiles lorſqu'il eſt du côté de l'Orient, on en déduira par conſéquent ſon aſcenſion droite vue ou apparente, laquelle excedera l'aſcenſion droite véritable à cauſe de la parallaxe qui abbaiſſe néceſſairement cet aſtre vers l'Orient. On meſurera de même la diſtance de l'aſtre aux Etoiles fixes, lorſqu'étant du côté de l'Occident il reparoîtra à même hauteur ſur l'horiſon; ce qui donnera ſon aſcenſion droite apparente, qui dans ce ſecond cas doit être plus petite, ou differer d'autant de la véritable, qu'elle a paru la ſurpaſſer au moment de la premiere obſervation. Car du côté de l'Occident, comme la parallaxe abbaiſſe l'aſtre vers l'horiſon, elle doit l'écarter autant de ſon vrai lieu, quoiqu'en ſens contraire, qu'à pareille hauteur du côté de l'Orient. Si l'on prend donc la moitié de la différence de ces deux aſcenſions droites apparentes, & ſi on l'ajoute à la plus petite aſcenſion droite obſervée, ou bien ſi on la retranche de la plus grande, l'on aura l'aſcenſion droite vraie, & par conſéquent le point ou le cercle de déclinaiſon qui paſſe par l'aſtre, rencontre l'équateur. D'ailleurs comme au moment de la premiere obſervation on a pu calculer le point *Æ* de l'équateur qui paſſoit au Méridien, c'eſt-à-dire, l'aſcenſion droite du milieu du ciel, on connoîtra donc l'arc *ÆC* qui eſt la meſure de l'angle *ÆPC*: c'eſt pourquoi dans le triangle *VPS* étant donné le côté *VP*, comme auſſi les angles *PVS*, *VPS*, on trouvera comme ci-devant la diſtance *VS* de l'aſtre au zénit, qui étant retranchée de l'apparente, le reſte *SE* ſera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

PLANCHE VIII. *Fig.* 3.

L'une des plus faciles, & peut-être celle dont on a fait le plus d'uſage de toutes les Méthodes de découvrir les parallaxes, c'eſt de rechercher comme il ſuit la parallaxe d'aſcenſion droite : on ſe ſervira pour cet effet d'une lunette ayant au foyer commun de ſes deux verres convexes un réticule garni de fils inclinés à 45°, ou bien ſi c'eſt pendant la nuit, de petites lames, ainſi qu'il a été expoſé aſſez au long au Chap. XIX. Suppoſons, par exemple, qu'on ſe ſerve comme autrefois du Réticule garni de cheveux inclinés à 45°, on diſpoſera tellement la lunette, que l'aſtre puiſſe parcourir exactement le fil *AB*, c'eſt-à-dire, enſorte que ſon mouvement apparent ſoit conforme à la direction de ce fil. Or en ce cas *AB* repréſentera un parallele à l'équateur *, & le fil *CD* un Méridien ou Cercle horaire. Enſuite on déterminera l'inſtant auquel l'aſtre paſſe au fil horaire *CD*, & ayant attention que la lunette demeure immobile, on obſervera auſſi l'inſtant auquel une Etoile fixe qu'on ſçait à peu près avoir la même déclinaiſon, arrivera au même fil ou cercle horaire. Car ſi l'aſcenſion droite de cette Etoile eſt connue, il eſt évident qu'en convertiſſant en degrés, minutes, &c. l'intervalle de tems écoulé entre les paſſages de l'aſtre & de l'Etoile fixe, on aura par conſéquent l'aſcenſion droite apparente de l'aſtre, puiſqu'on ſçait la différence entre l'aſcenſion droite de l'Etoile, & l'aſcenſion droite apparente de l'aſtre. Cette opération doit être faite autant qu'il ſera poſſible, vers le cercle de ſix heures; & par conſéquent pour retirer tout l'avantage qu'on peut eſpérer de cette méthode, il faut dans la ſphere oblique, que l'aſtre ait au moins quelques degrés de déclinaiſon ſeptentrionale. Mais

Sixieme Méthode.

Planche VIII. *Fig. 6.*

* Ceci n'eſt exactement vrai que quand l'aſtre eſt dans l'équateur & aux environs du Méridien ; car ſi l'aſtre décline beaucoup vers l'un ou l'autre pole, ou s'il eſt bien éloigné du Méridien & ſujet aux grandes réfractions, à meſure qu'il s'approche de l'horiſon, alors ou il ſera impoſſible de faire parcourir le fil de la lunette à l'aſtre, ou il pourroit paroître le parcourir, ſans qu'on en pût conclurre pour cela, que ce fil repréſente un parallele à l'équateur.

lorſque l'aſtre & l'Etoile paſſeront au Méridien, ſi l'on réitere la même opération, il réſultera pour lors la vraie aſcenſion droite de l'aſtre obſervé, puiſqu'au Méridien il n'y a plus de parallaxe d'aſcenſion droite, & que par conſéquent l'aſcenſion droite vraie de l'aſtre, eſt pour lors la même que l'apparente. On aura donc ainſi le point de l'équateur qui eſt coupé par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le vrai lieu de l'Etoile; c'eſt pourquoi étant données l'aſcenſion droite vraie, & l'aſcenſion droite apparente de l'aſtre, on connoîtra par conſéquent leur différence, qui ſera la parallaxe d'aſcenſion droite, ou l'angle *SPE* que l'on cherche.

Planche VIII. Fig. 5.

La *Parallaxe d'aſcenſion droite* étant connue, voici comme on peut déterminer la *Parallaxe de hauteur*, & par conſéquent la parallaxe horiſontale. Comme on connoît l'aſcenſion droite apparente de l'aſtre, comme auſſi le point de l'équateur qui a paſſé au Méridien au tems de la premiere obſervation, on aura par conſéquent l'arc de l'équateur compris entre le Méridien & le lieu apparent de l'aſtre. Cet arc ſera la meſure de l'angle *VPE*; c'eſt pourquoi dans le triangle *VPE* étant donnés les côtés *VP*, *VE* (par l'obſervation de la hauteur du pole & de celle de l'aſtre, ou autrement,) connoiſſant auſſi l'angle *VPE*, on aura par conſéquent la valeur de l'angle *PVE*: mais ſi de l'angle *VPE* on retranche l'angle *SPE*, qui eſt la parallaxe d'aſcenſion droite obſervée, on aura par conſéquent l'angle *VPS*; & partant dans le triangle *VPS* étant donnés les angles *PVS*, *VPS*, & le côté *VP*, on connoîtra par conſéquent le côté *VS* qui ſera la vraie diſtance de l'aſtre au zénit, laquelle étant retranchée de la diſtance apparente *VE*, la différence *SE* ſera la parallaxe de hauteur, qu'on réduira facilement à la parallaxe horiſontale par l'analogie du Théoreme qu'on a démontré au commencement de ce Chapitre. Le calcul ſera beaucoup plus ſimple ſi l'on veut ſe ſervir des analogies de M. Cotes, c'eſt-à-dire, en conſidérant que dans le triangle *VPE* le côté *VP*, & l'angle *PVE* ſont conſtans, d'où il ſera facile de conclurre la petite variation *SE* du côté *VE*, puiſqu'on connoît *SPE*, ou celle de l'angle *VPE*, qui eſt la parallaxe d'aſcenſion droite.

Maniere de calculer la parallaxe lorſque l'aſtre a un mouvement propre.

Juſqu'ici on a ſuppoſé que l'aſtre n'avoit pas de mouvement propre dans l'intervalle de tems écoulé entre les obſervations : mais comme on ignore ſi ſon aſcenſion droite, par exemple, ne pourroit pas changer continuellement par cette ſeule raiſon, à moins que le mouvement propre de l'aſtre ne ſe fît ſelon un cercle horaire ou de déclinaiſon, (comme cela paroît poſſible à l'égard de certaines Cometes), ce qui eſt un cas fort rare; il eſt à propos d'expliquer ici comment on doit avoir égard à ce mouvement: cela eſt fort ſimple, ſi l'on a ſoin d'obſerver deux jours de ſuite la vraie aſcenſion droite de l'aſtre à l'heure de ſon paſſage par le Méridien. Car comme au Méridien il ne ſçauroit y avoir de parallaxe d'aſcenſion droite, il eſt évident de-là que la différence entre les aſcenſions droites obſervées deux jours de ſuite au Méridien, donnera préciſément la variation qui convient au mouvement propre de l'aſtre; d'où il ſera aiſé de conclurre le vrai mouvement horaire qui appartient à cet aſtre relativement à l'équateur, & partant le mouvement qui répond à tel intervalle de tems que ce ſoit. Par exemple, ſi en un jour ou 24^h l'aſtre parcourt ſelon l'équateur $30'$, c'eſt-à-dire, ſi cet aſtre paroît s'avancer en un jour de 30 min. relativement à l'équateur: ſi d'ailleurs le tems écoulé entre la premiere obſervation faite du côté de l'Orient, & la ſeconde faite au Méridien, eſt de ſix heures; il eſt aiſé de voir que le mouvement propre de l'aſtre dû à cet intervalle, ſera de $7'\frac{1}{2}$; c'eſt pourquoi ſi la différence entre l'aſcenſion droite apparente obſervée dans le cercle vertical & l'aſcenſion droite vraie obſervée dans le Méridien, eſt de $20'$, comme il en faut attribuer, ſelon ce qui a été expoſé ci-deſſus, $7'\frac{1}{2}$ au mouvement propre de l'aſtre, il s'enſuit que les $12'\frac{1}{2}$ qui reſtent, doivent être regardées comme un effet de la parallaxe d'aſcenſion droite.

On peut auſſi appliquer la même regle aux longitudes, tant vraies qu'apparentes d'un aſtre, qui auront été obſervées dans le deſſein de découvrir la parallaxe; car ſa longitude apparente ſe peut déduire des diſtances obſervées à deux Etoiles fixes dont on connoît le vrai lieu, & ſa longitude vraie ne ſçauroit ſe conclurre (en y employant de la même maniere les diſtances obſervées) que quand l'aſtre ſera parvenu au nonagéſime degré, puiſqu'il n'y a que ce ſeul cas où la longitude apparente ne differe plus de la vraie. Ainſi cette méthode revient au même que la précédente, puiſqu'au nonagéſime degré on évite la parallaxe de longitude, de même qu'au Méridien on évite celle d'aſcenſion droite. Par-là on peut ſuppléer à un ſecond obſervateur placé au centre de la terre, ou du moins dans un lieu fort éloigné ſur ſa ſurface, & au zénit duquel ſe trouveroit l'aſtre; ce qui eſt l'une des plus générales & des plus anciennes de toutes les méthodes propoſées pour déterminer la parallaxe. On trouvera auſſi dans Diggeſeus, ou dans la Science des Longitudes de Morin, les deux dernieres dont on vient de parler, qui par conſéquent ont été connues il y a plus d'un ſiecle; enſorte qu'il y auroit lieu d'être ſurpris comment quelques Auteurs modernes les ont regardées comme nouvelles, ſi ce n'eſt qu'on pourroit croire qu'ils n'ont conſulté ni les ouvrages de Ticho, ni ceux de Kepler *, ni d'Hevelius ou l'on en a fait un fréquent uſage, & comme cela ſe trouve auſſi dans les Hiſtoires Céleſtes, telles que dans celle d'Angleterre, à l'occaſion de Mars Achronique, obſervé dans ſon Perigée en 1672.

* *Voyez les Ephémérides de Kepler de l'année 1619.*

Toutes les Méthodes qu'on vient de rapporter, ſont

aſſez

aſſez praticables lorſque la parallaxe d'un aſtre eſt au moins d'une demi-minute : mais il n'en eſt pas de même lorſqu'elle devient plus petite, à moins qu'on ne ſe ſerve de celle qu'on a propoſée, *page* 355. puiſqu'il eſt preſqu'impoſſible autrement de ne ſe pas tromper, ſoit dans les paſſages obſervés (c'eſt-à-dire, quant aux intervalles de tems écoulés lorſqu'on compte à la pendule) ſoit dans les diſtances eſtimées & qu'on ne ſçauroit bien meſurer à cauſe du mouvement diurne, ſi l'on veut ſe réduire, au lieu d'y employer le tems, à ne meſurer uniquement que les diſtances aux Etoiles voiſines. A l'égard de la Lune, comme ſa parallaxe eſt très-grande, étant quelquefois d'un degré & plus à l'horiſon, on a imaginé quelques méthodes particulieres pour la déterminer.

On ſuppoſe, par exemple, que la Lune lorſqu'elle ſe trouve dans ſa plus grande latitude boréale, & au commencement de l'Ecreviſſe, parvienne juſqu'au zénit de l'obſervateur, c'eſt-à-dire, qu'à l'heure de ſon paſſage au Méridien elle n'ait plus de parallaxe. Soit donc ſuppoſé *V*, un lieu de la terre ſitué dans les Zones tempérées, à diſtance de 28° $\frac{3}{4}$ de la ligne Equinoctiale : on peut choiſir pour faire cette obſervation, quelques contrées d'Egypte, un peu plus méridionales que la ville d'Alexandrie où Ptolomée a pratiqué cette méthode; ou bien les Iſles Canaries, & particulierement la ville de Laguna dans l'Iſle Tenerif; car la Lune y ſeroit facilement obſervée lorſqu'étant dans ſa plus grande latitude boréale, elle monte près de 5° $\frac{1}{3}$ plus haut que le tropique du ♋. Cela ſuppoſé, ſi l'on connoît la latitude du lieu *ÆZ*, & ſi l'on obſerve encore 15 jours avant ou après, la Lune au Méridien, lorſqu'étant au ♑, elle ſera dans ſa plus grande latitude auſtrale ; il eſt évident qu'un Spectateur placé au centre de la terre *C*, l'appercevroit dans l'un & l'autre cas, à diſtances égales *Z*♋ ♑*M* des deux Tropiques de l'Ecreviſſe & du Capricorne.

La Méthode que Ptolomée a propoſée dans ſon Almageſte, pour déterminer la parallaxe de la Lune.

Planche VIII. *Fig. B.*

Mais il n'en ſera pas de même à l'égard de l'Obſervateur, placé en *V*; car dans le premier cas la Lune n'ayant plus de parallaxe, puiſqu'elle paroît à ſon zénit, la différence entre l'obliquité de l'écliptique & la latitude du lieu, fera connoître la quantité de ſa plus grande latitude: mais dans le ſecond cas la Lune au lieu de paroître en *M* autant éloignée du point ♑, que le point *Z* l'eſt du point ♋; cet aſtre dis-je, paroîtra un peu plus bas en *N*, & cela à cauſe de ſa parallaxe. Or il s'enſuit en ce cas que la différence entre *ZM*, qui eſt le double de l'arc connu *ZÆ*, & la diſtance au zénit obſervée de la Lune *ZN* à l'heure de ſon paſſage au Méridien, lorſqu'elle eſt dans ſa plus grande latitude auſtrale, ſera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

Le meilleur moyen de découvrir la plus grande latitude de la Lune.

Au reſte pour employer utilement cette méthode, il faut avoir égard, 1°. à la réfraction qui accourcit la diſtance *ZN*, & qu'il faut par conſéquent corriger par les Tables ci-deſſus, &c. ce que l'on ſuppoſe déja connu. 2°. Il faut auſſi meſurer au moment de la ſeconde obſervation le diametre apparent de la Lune, parce que ſi cet aſtre eſt, par exemple, dans ſes moyennes diſtances, étant dans ſa plus grande latitude en *N*, il ſera facile de connoître la parallaxe dans tout autre point de ſon orbite, puiſque les diametres ou les parallaxes de la Lune varient toujours en raiſon réciproque de ſes diſtances à la terre. Enfin il faut encore s'aſſurer ſi lorſque la Lune a été obſervée en *Z* & *N*, ſon nœud s'eſt trouvé exactement dans la ligne des Siſigies, ou bien encore ſi cet aſtre a dû ſe rencontrer préciſément dans ſes plus grandes latitudes: autrement il faudroit faire quelques réductions, ce qui ne ſçauroit gueres monter qu'à quelques ſecondes, la Lune étant vers ſes limites.

Si cette méthode paroît fort ſimple dans le cas que l'on vient de ſuppoſer, d'un Obſervateur qui apperçoit la Lune à ſon zénit, lorſque cet aſtre ſe trouve dans ſes plus grandes latitudes, on peut dire qu'il n'en eſt pas de même lorſqu'il s'agit d'y procéder quand la Lune ne parvient pas tout-à-fait au zénit de l'Obſervateur, ainſi que l'ont tenté en pareil cas Copernic, Tycho *, &c. car la Lune étant obſervée en *P* dans ſa plus grande hauteur méridienne poſſible *HP*, l'arc *OP* ſera ſa parallaxe de hauteur, c'eſt-à-dire, la différence entre ſon lieu vu du point *V*, & ſon vrai lieu, tel qu'il paroîtroit du centre de la terre *C*; d'où l'on voit que la plus grande latitude poſſible, ou la plus grande diſtance *PÆ* de la Lune à l'équateur, doit toujours paroître dans la Zone glaciale, & dans preſque toute l'étendue de la Zone tempérée plus petite que la véritable *OÆ* : mais parce que ce ſera tout le contraire ſi la Lune eſt obſervée dans ſa plus grande latitude en *p* ; c'eſt-à-dire, puiſque ſa plus grande latitude ou déclinaiſon apparente *Æp*, doit ſurpaſſer la véritable *Æo*, toutes les fois que la Lune ſera dans ſa plus petite hauteur méridienne *Hp*, cette diverſité d'aſpect fournit un moyen de découvrir la parallaxe. En effet la queſtion ſe réduit uniquement à déterminer une quantité qui étant variable ſuivant une raiſon donnée, corrige tellement les arcs *PÆ*, *Æp*, qu'il en réſulte les deux plus grandes latitudes poſſibles, Auſtrales & Boréales de la Lune, parfaitement égales.

* *Voyez auſſi ce qui a été publié par M. Hallei à la fin de ſon Catalogue des Etoiles Auſtrales.*

PLANCHE VIII. Fig. C.

Si la Lune eſt dans le colure des Solſtices, & dans ſes plus grandes latitudes à l'heure de ſon paſſage au Méridien ; voici de quelle maniere l'obliquité de l'écliptique étant connue, on pourra découvrir ſa parallaxe : ſoit l'arc $OP = u$, $Pp = a$, $PÆ = b$, l'arc $OÆ$ ſera par conſéquent égal à $u + b$: mais parce que, ſelon le Théoreme démontré ci-deſſus, les arcs *OP*, *op* ſont entre eux comme les ſinus des angles *ZVP*, *ZVp* connus par obſervation, c'eſt-à-dire, dans un rapport qu'on peut exprimer par celui de $m : n$, on aura l'arc $op = \frac{nu}{m}$, & partant $Æp - op$

ou $a-b-\frac{nu}{m}=Æo$, ce qui donne cette équation $(OÆ)$ $u+b=a-b-\frac{nu}{m}$ $(Æo)$; d'où l'on tire $ma-2mb=mu+nu$, & enfin $u=\frac{ma-2mb}{m+n}=OP$ qui sera la parallaxe.

Cette méthode peut être rendue encore plus générale : mais il faut toujours que ce probleme soit limité à certaines conditions sur lesquelles il semble qu'on ne doit point se négliger : car premierement il faut que la Lune se trouve à même distance de la terre au tems de chaque observation, autrement il faudra avoir égard aux variations de ses distances, ce qu'il est facile toutefois de connoître si l'on a observé exactement son diametre apparent. En second lieu, il faut que la ligne des nœuds, & le grand axe de l'orbite de la Lune, se trouvent dans une position semblable à l'égard de la ligne des Sisigies ou des Quadratures ; car il est certain que l'inclinaison de l'orbite seroit différente, & que par conséquent la plus grande latitude boréale ne pourroit plus être supposée égale à la plus grande latitude australe, si ces conditions n'étoient point observées. En troisieme lieu, comme l'inclinaison de l'orbite de la Lune est plus grande d'environ 18′ lorsque la ligne des nœuds est dans la ligne qui passe par le Soleil, que lorsqu'elle s'en trouve à 90°, & que l'on sçait d'ailleurs que les nœuds sont presqu'immobiles ou stationnaires, lorsqu'ils se rencontrent dans la ligne des Sisigies ; il semble que c'est ce dernier cas qu'on doit choisir préférablement pour observer les parallaxes de la Lune : ainsi cette méthode peut se pratiquer au moins deux fois l'année, sçavoir, lorsque le Soleil nous paroît avoir la même longitude que le ☋ ou ☊ de la Lune.

Si la Lune a été observée au Méridien dans ses deux plus grandes latitudes Septentrionales & Méridionales, & à même degré de longitude à l'égard du colure des ſolſtices, il faudra calculer la diſtance au zénit MZ du point de l'écliptique qui a dû paſſer au Méridien en même tems que la Lune, ce qui eſt facile, l'obliquité de l'écliptique étant connue. Faiſant donc la différence des hauteurs méridiennes apparentes de la Lune $Pp = a$, comme auſſi l'arc $MP = b$, on aura toujours l'équation $\frac{ma - 2mb}{m + n} = u = OP$. Ou bien $\frac{ma - 2mb + mc}{m + n} = u$ ſi l'on nomme c la différence en déclinaiſon des points M de l'écliptique, lorſque la Lune n'a pas la même longitude. PLANCHE VIII. *Fig.* D.

La figure de la terre qui cauſe quelques inégalités (ſelon les différens lieux) ſur la parallaxe de la Lune, étant aujourd'hui exactement connue, il eſt certain qu'un des meilleurs moyens de découvrir cette parallaxe ſeroit de comparer les obſervations, faites dans des lieux fort éloignés, tant du commencement & de la fin, que de la plus grande quantité des Eclipſes du Soleil. Mais les obſervations publiées juſqu'ici, ne paroiſſent gueres propres à cette recherche ; car il faudroit qu'on eût déterminé les immerſions ou émerſions dont nous venons de parler, avec un ſoin tout particulier, ce qui n'a pas encore été exécuté.

Quelques-uns ont recherché la parallaxe * par les obſervations de la durée des Eclipſes totales de Lune, ou bien en obſervant le commencement & la fin comme auſſi la plus grande quantité obſcurcie dans les Eclipſes partiales : mais à cauſe que l'ombre ne paroît jamais bien terminée, ces moyens ne paroiſſent pas aſſez avantageux : enfin on va expliquer encore ici une méthode dont il paroît qu'on a fait uſage en l'année 1681.

* Outre la méthode de M. Auzout où l'on propoſe de meſurer deux fois la méme nuit le diametre de la Lune ; ſçavoir vers l'horiſon, enſuite proche le zénit, on pourroit ſe ſervir auſſi de celle qui a été publiée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1735 & qui conſiſte à déterminer les diametres de la Pleine-Lune, tels qu'on les verroit du centre & de la ſurface de la terre lorſque cet aſtre paſſe au Méridien proche le Zénit : mais il faut avouer cependant que ces méthodes ne ſçauroient être employées pour déterminer la parallaxe de la Lune avec une préciſion ſuffiſante.

Autre Méthode particuliere pour déterminer la parallaxe de la Lune.

Pendant une Eclipse de Lune, on observera à l'instant que les cornes paroîtront dans un même vertical, la hauteur de l'une & l'autre corne sur l'horison; ensuite on ajoutera la moitié de la différence de ces hauteurs à la plus petite hauteur observée, ou bien on la retranchera de la plus grande, & l'on aura par conséquent la hauteur d'un point situé au milieu entre les extrémités des cornes; ce qui répond à très-peu de chose près à la hauteur du centre de la Lune. Mais il est certain d'ailleurs que la vraie hauteur du centre de la Lune est à très-peu de chose près égale à la hauteur du centre de l'ombre sur l'horison au même instant donné. Or l'on sçait pour cet instant le vrai lieu du Soleil dans l'écliptique, & par conséquent on connoît le point qui lui est diamétralement opposé, ou qui répond au centre de l'ombre, & dont il n'est pas difficile de calculer la hauteur: car cette hauteur de l'ombre est précisément égale à l'abaissement ou profondeur du Soleil sous l'horison. Ainsi la vraie hauteur du centre de la Lune sera par conséquent connue, & puisque l'on a déterminé par observation sa hauteur apparente, la différence sera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

On remarquera que comme la distance de la Lune au centre de la terre, diminue à chaque instant, selon qu'elle s'éloigne de son Apogée, c'est pour cette raison qu'on a calculé des Tables, qui représentent les parallaxes horisontales de la Lune à chaque degré d'Anomalie moyenne.

Quoique les méthodes rapportées ci-dessus puissent être généralement employées pour déterminer la parallaxe de la Lune, laquelle est très-considérable, il est cependant vrai de dire qu'elles sont insuffisantes pour découvrir celle du Soleil; car cette derniere est si petite, qu'elle échappe aux observations. D'ailleurs quand bien même on tenteroit de faire usage de la méthode de Ptolomée, en observant, au lieu de la Lune, le Soleil sous l'un des tropiques, il resteroit toujours assez d'erreur, soit dans les réfractions qui conviennent aux plus petites hauteurs méridiennes du Soleil, soit dans les divisions des instrumens (qui vraisemblablement échapperoient à l'habileté de l'Observateur) pour qu'on pût jamais se flater de connoître une aussi petite quantité que doit être la parallaxe du Soleil.

Aussi les Anciens s'étant apperçus que le défaut d'observations assez parfaites, seroit toujours le plus grand obstacle qui pût se rencontrer dans la recherche des parallaxes, il n'y a pas lieu d'être étonné s'ils ont tenté plusieurs voies particulieres pour les découvrir. Mais il faut avouer aussi que quoique ces méthodes imaginées par les Anciens, marquent beaucoup de génie & de sagacité, elles ne sçauroient néantmoins être bien avantageuses, s'il s'agit de constater un élément devenu aussi subtil qu'est la parallaxe du Soleil : ainsi le principal objet de leur utilité, se réduit uniquement à nous démontrer que la distance du Soleil à la terre est presqu'immense, en comparaison de la distance de la Lune à notre égard ; & c'est-là l'un des principaux motifs qui nous autorisent à les rapporter.

La Méthode imaginée par Hipparque, pour découvrir la parallaxe du Soleil.

L'une de ces Méthodes est celle d'Hipparque, dont Ptolomée & ceux qui l'ont suivi ont fait le plus d'usage. Elle est fondée sur l'observation des Eclipses de Lune, & sur quelques autres principes qu'on va établir ; car il faut sçavoir premierement que dans les Eclipses de Lune, la parallaxe horisontale du Soleil est toujours égale à la différence qui se trouve entre le demi-diametre apparent du Soleil, & la moitié de l'angle du cone d'ombre. En voici la démonstration : soit AFG le Soleil, DHE la terre, DMH le cone d'ombre, & DMC la moitié de l'angle du cone : on menera du centre du Soleil S, la droite SD qui soit tangente à la terre, & l'angle DSC sera le demi-diametre apparent de la terre vu du Soleil, & par conséquent la parallaxe horisontale du Soleil. Or l'angle ADS

PLANCHE VIII. *Fig* 7.

étant le demi-diametre apparent de cet astre vu de la terre, & ce même angle *ADS* étant extérieur & égal (*Euclid. Liv.* 1. *prop.* 32.) aux deux intérieurs *DMS*, *DSM* pris ensemble, il doit s'ensuivre que l'angle *DSM* sera égal à la différence des angles *ADS*, *DMS*. En second lieu la moitié de l'angle du cone doit toujours être égale à la différence de la parallaxe horisontale de la Lune, & du demi-diametre de l'ombre vu dans l'orbe de la Lune: car soit *CDE* la terre, *CME* le cone d'ombre qui soit coupé par un plan perpendiculaire à la distance de la Lune; il est évident que la section sera un cercle dont le demi-diamerre sera *FG*, lequel vu du centre de la terre paroîtra sous l'angle *GTF*; mais selon la même Prop. 32. d'Euclide, l'angle *CFT* doit être égal aux angles *FMT*, *GTF*, & partant l'angle *FMT* sera égal à la différence des angles *CFT*, *GTF*. Or l'angle *CFT* est celui sous lequel le demi-diametre de la terre paroîtroit vu de la Lune, & par conséquent cet angle est égal à sa parallaxe horisontale, mais aussi l'angle *FTG* est le demi-diametre apparent de l'ombre; il est donc vrai de dire que la moitié de l'angle du cone est égal à la différence entre la parallaxe horisontale de la Lune, & le demi-diamerre apparent de l'ombre terrestre. C'est pourquoi si au demi-diametre du Soleil l'on ajoute le demi-diametre apparent de l'ombre terrestre, & si l'on ôte de cette somme la parallaxe horisontale de la Lune, le reste sera la parallaxe horisontale du Soleil, laquelle seroit exactement connue s'il étoit possible d'établir la juste quantité des élémens quil s'agit de supposer dans cette méthode. Mais bien loin de les pouvoir constater avec quelque certitude, on est tellement éloigné de parvenir à les bien connoître, qu'il a fallu nécessairement les abandonner pour une recherche aussi délicate qu'est la parallaxe du Soleil. Car on doit faire attention que les plus petites erreurs, qu'il est presqu'impossible aux Astronomes

Planche VIII. *Fig.* 8.

d'éviter

d'éviter lorsqu'il faut conclurre par observation ces angles ou élémens, peuvent influer tellement sur la parallaxe du Soleil, qu'il en doit résulter des différences monstrueuses dans la distance de cet astre à la terre, que l'on cherche.

La Méthode d'Hipparque paroit insuffisante pour déterminer la parallaxe du Soleil.

Supposons, par exemple, la parallaxe horisontale de la Lune de 60 min. 15 secondes, le demi-diametre du Soleil de 16 min. & le demi-diametre de l'ombre de 44 min. 30 sec. il est évident qu'on en doit conclurre la parallaxe du Soleil de 15 secondes, & par conséquent sa distance à la terre de 13000 demi-diametres terrestres. Mais si l'on avoit commis cependant quelqu'erreur en déterminant le demi-diametre de l'ombre, & qu'on se fût trompé dans cet élément de $12''$ en moins, comme cela est possible, puisqu'on ne peut gueres esperer de le constater mieux qu'à $\frac{1}{5}$ de minute près; en un mot si au lieu de $44'\ 30''$ on ne l'avoit conclu que de $44'\ 18''$, il s'ensuivroit (en conservant les autres élémens qu'on suppose d'ailleurs bien établis) que la parallaxe du Soleil ne seroit que de trois secondes, & partant la distance de cet astre deviendroit égale à 70000 demi-diametres terrestres, ce qui surpasse environ cinq fois la distance qu'on a déterminée ci-dessus. Si au contraire on s'étoit trompé de $12''$ en excès dans le demi-diametre de l'ombre, & qu'ainsi il eût été établi de $44'\ 42''$, il en faudroit conclurre (si l'on ne change point les autres élémens) la parallaxe du Soleil de 27 secondes, & partant la distance du Soleil de 7700 demi-diametres terrestres, ce qui differe environ dix fois de la distance qu'une pareille erreur de $12''$ en moins, auroit fait conclurre. Mais il y a plus, si au lieu de $12''$ en moins on se fût trompé de 15, alors la parallaxe du Soleil seroit anéantie, ce qui donneroit la distance du Soleil infinie. D'où l'on voit que puisque d'aussi petites erreurs qu'on pourroit commettre seulement en déterminant le demi-diametre de l'ombre, produisent d'aussi grandes différences dans les parallaxes, ou plutôt dans les distances du Soleil à la terre, il en doit résulter nécessairement que par cette méthode on ne sçauroit conclurre exactement la parallaxe, ni la distance du Soleil à la terre.

La parallaxe horisontale avoit été établie par Ptolomée, suivant cette méthode de 3′ dans ses moyennes distances : & c'est sur ce fondement que tous les Auteurs Arabes, & dans les derniers siecles Regiomontanus, Copernic, & Tycho, ont établi les autres élémens d'où dépendent certains calculs qui leur ont servi à vérifier la Théorie des Planetes. Cependant on n'admet plus gueres aujourd'hui qu'environ $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de minute, & cela parce que la plus grande parallaxe de Mars, qui dans son périgée est environ deux fois plus près de la terre que le Soleil, ne paroît pas excéder une demi-minute. Au reste la méthode d'Hipparque a dû être encore beaucoup plus imparfaite, avant la découverte des Lunettes d'approche, qu'elle ne le paroît aujourd'hui, à cause de la difficulté d'estimer à la vue simple les termes de la Pénombre, ou de mesurer sans Micrometre les diametres apparens. De maniere qu'il seroit étonnant comment on s'en est tenu si long-tems au résultat de Ptolomée, si ce n'est qu'on a eu bien de la peine à se résoudre à augmenter la distance du Soleil aussi prodigieusement qu'on l'a supposée depuis un siecle ou environ, outre qu'il n'étoit pas facile d'y mieux réussir par la méthode d'Aristarque, comme on le va voir tout à l'heure.

La Méthode d'Aristarque.

L'angle sous lequel le demi-diametre de la terre seroit vu du Soleil ayant donc paru, même aux plus anciens Astronomes, si petit qu'ils ne pouvoient gueres se flater de le bien constater par observation, le fameux *Aristarque* de Samos imagina une méthode qui sembloit devoir être avantageuse, parce qu'il s'agissoit de déterminer un assez grand angle, sçavoir, celui que soutend, ou qui a pour base le demi-diametre de l'orbite Lunaire : en effet cet angle est environ soixante fois plus grand que la parallaxe du Soleil. Voici donc les principes qui servent de fondement à cette méthode.

On a fait voir déja à l'occasion des Phases de la Lune, que si l'on imagine un plan qui passe par le centre de cet astre, & sur lequel la ligne droite qui joint les centres de la Lune & du Soleil, seroit perpendiculaire, ce plan sépareroit nécessairement l'hémisphere éclairé de la Lune d'avec celui qui est plongé dans l'ombre ; mais que ce plan venant à passer par l'œil de l'Observateur placé sur la surface de la terre, l'hémisphere de la Lune paroîtroit en ce cas divisé en deux parties égales, dont l'une seroit éclairée, & l'autre opaque, ensorte que la ligne droite tirée du centre de la terre au centre de la Lune, se trouveroit en ce moment dans le plan même de la base du cone illuminé, & seroit perpendiculaire à l'autre ligne qui joint les centres de la Lune & du Soleil. Soit en *S* le Soleil, *T* la terre, *ALq* le quart de la circonférence de l'orbite Lunaire ; si la ligne droite *SL* tirée du Soleil à la Lune touche son orbite au point *L*, l'angle *TLS* sera droit, & partant la Lune paroîtra dichotome lorsqu'elle sera parvenue au point *L*. C'est pourquoi si l'on observe l'instant auquel la Lune paroîtra à moitié éclairée, & si l'on mesure au même instant l'angle *LTS* qui est l'élongation de la Lune au Soleil, on aura par conséquent la valeur de l'angle du complément *TSL*. Ainsi puisque le côté *TL* est donné, il s'ensuit que connoissant tous les angles du Triangle rectangle *SLT*, comme aussi le côté *TL*, on déterminera facilement par la Trigonométrie rectiligne, la valeur du côté *ST*, qui sera la distance du Soleil à la terre, que l'on cherche.

PLANCHE VIII. *Fig. 9.*

Mais il est à considérer que la plus grande difficulté qui se présente dans la pratique de cette méthode, consiste

La méthode d'Ariftarque ne fçauroit nous faire découvrir la diftance du Soleil.

à décider du véritable inftant auquel la Lune doit paroître dichotome ; car il eft certain que pendant un efpace de tems affez confidérable avant ou après ce même inftant & au moment même de la quadrature, la phafe obfervée paroît à chaque fois fi peu différente, qu'il n'eft pas poffible de diftinguer fi elle excede celle qui convient à la Lune Dichotome : cela eft établi parmi les Aftronomes qui fe font le plus exercés à ce genre d'obfervation, & l'on peut s'en convaincre auffi par le raifonnement, comme il fuit. Car dans le Chapitre où l'on a traité des Phafes de la Lune, on a prouvé que le diametre de la Lune étoit à fa partie éclairée du Soleil & qui nous eft vifible, à très-peu de chofe près comme le diametre ou deux fois le rayon du Cercle, eft au finus verfe de l'élongation de la Lune au Soleil. Mais on a prouvé auffi dans le Chapitre où l'on a traité des Phafes de Venus, que pour une plus grande exactitude il falloit prendre le rapport du diametre du cercle, au finus verfe de l'angle extérieur à la Lune, ou qui eft extérieur au triangle formé par les trois lignes qui joignent les centres de la Terre, du Soleil, & de la Lune. Ainfi fuppofons qu'au véritable inftant auquel la Lune paroîtra dichotome, l'angle LST foit de 15 minutes, alors comme le demi-diametre de l'orbite Lunaire eft de 60 demi-diametres terreftres, il s'enfuivra que la diftance du Soleil à la terre feroit de 13758 demi-diametres terreftres, ce qui étant établi. Soit premierement la Lune en quadrature au point q, c'eft-à-dire, foit fuppofé l'angle qTS droit, l'angle extérieur du triangle à la Lune doit être en ce cas de 90 degrés 15′, dont le finus verfe fera égal au rayon plus le finus de 15 minutes. C'eft pourquoi on aura : comme le diametre du cercle eft au rayon plus le finus de 15 minutes, ainfi le diametre de la Lune, eft à fa partie éclairée du Soleil qui feroit obfervée de la terre. Prenant donc la moitié des antécédens, on aura auffi en divifant : comme le rayon eft au finus de 15 minutes, ainſi le demi-diametre de la Lune, eſt à l'excès dont ſa partie éclairée vue de la terre, doit ſurpaſſer ſon demi-diametre. Or le ſinus de 15 minutes eſt de 436 parties dont le rayon contient 100000, & le demi-diametre de la Lune étant de 15 minutes ou environ, ſi l'on fait: comme le rayon ou 100000 eſt à 436, ainſi 15 minutes ſont à un quatrieme terme; on trouvera un peu moins de 4 ſecondes: ainſi il eſt évident de-là que cette quantité ſera ſi petite qu'elle doit échapper aux obſervations, étant preſqu'inſenſible à notre égard: il eſt donc vrai de dire que la Lune étant en quadrature elle paroîtra ſenſiblement dichotome, puiſqu'alors ſa phaſe en doit différer d'une quantité ſi peu ſenſible. Partant ſi la Lune n'étoit jugée dichotome qu'au moment qu'elle eſt en quadrature, il s'enſuivroit que la diſtance du Soleil ſeroit infinie, puiſqu'en ce cas les angles SqT, STq étant droits, les lignes ST, Sq ſeroient paralleles, ou ne concourroient qu'à une diſtance infinie.

Suppoſons en ſecond lieu que l'élongation de la Lune au Soleil ſoit de 89° 30′, en ce cas l'angle extérieur à la Lune ſeroit de 89° 45′ étant égal aux angles STL, LST pris enſemble: or le ſinus verſe de 89° 45′ eſt égal au rayon moins le ſinus de 15 minutes, & parce que comme le rayon eſt au ſinus verſe de l'angle extérieur à la Lune, (c'eſt-à-dire, eſt au rayon moins le ſinus de 15 minutes) ainſi le diametre de la Lune, eſt à la partie éclairée du Soleil qui nous eſt viſible; en diviſant on aura: comme le rayon eſt au ſinus de 15′, ainſi le demi-diametre de la Lune de 15 minutes, ſera à la quantité dont le demi-diametre doit ſurpaſſer la partie éclairée qui nous eſt viſible, & qui n'excedera pas 4″, quoique dans un ſens contraire à ce qui a été trouvé ci-deſſus. Ainſi la phaſe de la Lune différant encore ſi peu de la phaſe dichotome, ſera facilement jugée dichotome, puiſqu'elle n'en différera pas ſenſiblement. Si l'on a donc eſtimé ou établi en ce moment que la Lune étoit dichotome, il doit s'enſuivre (ſa diſtance à la quadrature étant de 30′) que le Soleil ſera éloigné de la terre de 6876 demi-diametres terreſtres.

Au reſte les obſervations des plus habiles Aſtronomes nous apprennent non-ſeulement que la Lune lorſquelle eſt éloignée de 30′ de la quadrature, paroît dichotome; mais même qu'étant en quadrature on ne ſçauroit pour lors appercevoir de différence entre le dichotome & la phaſe obſervée : il y a plus, Riccioli rapporte qu'ayant obſervé la Lune après la quadrature avec un excellent Téleſcope, elle paroiſſoit encore dichotome ; c'eſt pourquoi on doit juger que cette phaſe eſt la même au moins pendant une heure. Mais parce qu'on ne ſçauroit manquer d'aſſigner d'une maniere vague aux divers inſtans d'un auſſi long intervalle de tems, la ſituation ou l'heure à laquelle la Lune a dû paroître dichotome, & que de chacun de ces inſtans on peut conclurre une infinité de diſtances du Soleil à la terre très-différentes les unes des autres, il s'enſuit donc que cette méthode ne ſçauroit nous faire connoître la vraie diſtance du Soleil.

On remarquera que quoiqu'on ſoit aſſez incertain de l'heure à laquelle la Lune paroît dichotome, ſçachant d'ailleurs que ce tems doit arriver un peu avant la quadrature, Riccioli a cru devoir choiſir le milieu du tems écoulé entre le moment auquel la phaſe a commencé à lui ſembler douteuſe, & le moment de la quadrature. Mais il eût bien mieux fait de prendre le milieu des deux inſtans auxquels les phaſes de la Lune étoient douteuſes, c'eſt-à-dire, le milieu entre l'inſtant auquel la Lune a ceſſé d'être en Croiſſant ou concave, & l'inſtant auquel elle a commencé à paroître convexe, puiſque ce dernier tems doit arriver un peu après la quadrature. De cette maniere il auroit conclu la diſtance du Soleil à la terre, (de même que Vendelin) beaucoup plus grande qu'il ne l'a déduite de ſon calcul.

Au reſte il n'eſt pas néceſſaire de reſtraindre cette méthode uniquement à la phaſe de la Lune qui eſt dichotome ; car dans toute autre phaſe, ſoit avant ou après celle-ci, on peut également bien déterminer la diſtance du Soleil, c'eſt-à-dire, autant qu'il eſt poſſible d'y réuſſir en obſervant la Lune dichotome. Il ſuffit pour cet effet de déterminer avec un Téleſcope garni d'un Micrometre la phaſe de la Lune, & de meſurer au même inſtant l'arc de ſon élongation au Soleil, puiſqu'on aura ainſi par obſervation la partie du demi-diametre éclairé de la Lune qui nous eſt viſible. Or ſi cette partie eſt moindre que le demi-diametre, ou ſi elle l'excede, il en faudra prendre la différence ou l'excès, & l'on fera : comme le demi-diametre de la Lune eſt à la différence ou l'excès qu'on vient de trouver, ainſi le ſinus total, à un quatrieme terme ; on connoîtra donc le ſinus d'un angle, lequel étant ajouté au rayon, ou retranché ſelon le cas, fera connoître la juſte valeur de l'angle extérieur à la Lune : mais puiſqu'on ſçait par obſervation l'angle à la terre, c'eſt-à-dire, l'élongation de la Lune, la différence entre l'angle extérieur & l'intérieur, ſera par conſéquent l'angle au Soleil. C'eſt pourquoi dans le triangle SLT connoiſſant tous les angles & le côté TL, on découvrira facilement la valeur du côté ST qui ſera la diſtance de la terre au Soleil. Cependant on s'appercevra toujours qu'il eſt ſi difficile d'obſerver exactement la phaſe de la Lune, qu'il ſemble preſqu'impoſſible de ne pas s'y tromper de quelques ſecondes ; d'où l'on voit que par cette méthode on ne peut gueres ſe flater de parvenir jamais à connoître avec quelque préciſion la diſtance du Soleil. Il faut avouer * néantmoins que par de ſemblables obſervations on s'eſt enfin aſſuré que la diſtance du Soleil à la Terre ſurpaſſoit de beaucoup 7000 demi-diametres terreſtres.

** Goth. Vendelini idæa Tabul. Atlant. Voyez auſſi les Obſervations de Vendelin rapportées par Riccioli au III. Livre de ſon Almageſte.*

Il eſt plus avantageux de rechercher les parallaxes de Mars & de Venus, ſi l'on veut connoître avec préciſion la parallaxe du Soleil.

La diſtance du Soleil étant donc ſi grande qu'il n'a pas été poſſible juſqu'ici de la bien déterminer, ſoit par les Eclipſes, ſoit par les phaſes de la Lune, les Aſtronomes ont enfin tourné leurs vues vers d'autres objets, ayant tenté pluſieurs fois de déterminer les parallaxes de la Planete de Mars ou de Venus, leſquelles étant une fois exactement connues, on n'ignoreroit plus celles du Soleil, ni par conſéquent ſa diſtance à la terre. En effet ſelon la Théorie des mouvemens de la Terre & des Planetes, il eſt facile de découvrir pour tel inſtant donné que ce ſoit, le rapport des diſtances du Soleil & d'une Planete à la Terre; les parallaxes étant toujours entr'elles en raiſon réciproque, ou dans la raiſon inverſe de ces diſtances. Ainſi la parallaxe d'une Planete étant une fois donnée, il n'eſt pas difficile de découvrir celle du Soleil.

Lorſque Mars eſt Achronique, c'eſt-à-dire, en oppoſition au Soleil, cette Planete ſe trouve alors deux à trois fois plus proche de la terre que n'eſt le Soleil, & partant ſa parallaxe doit être deux ou trois fois plus grande. De même Venus dans ſa conjonction inférieure avec le Soleil, s'approchant environ quatre fois davantage de la terre que le Soleil, doit par conſéquent augmenter en même raiſon ſa parallaxe. Ainſi quoique la parallaxe preſqu'inſenſible du Soleil ne puiſſe être obſervée ſelon les méthodes propoſées ci-deſſus, on la peut conclurre néantmoins des parallaxes de Mars ou de Venus, qui étant trois ou quatre fois plus grandes, peuvent être apperçues avec bien plus d'évidence. Or depuis plus d'un ſiecle les Aſtronomes ont déja recherché pluſieurs fois la parallaxe de Mars: en France elle fut d'abord trouvée preſqu'inſenſible par la comparaiſon que M. Picard fit de ſes Obſervations avec celles de M. Richer qui fut envoyé à l'Iſle de Cayenne en 1672: mais dans la ſuite * feu M. Caſſini a cru devoir l'établir, ſoit par ſes propres obſervations, ſoit en les comparant à d'autres

* *Voyez le Recueil des Obſervations & Voyages de l'Acad. publiés en 1693.*

d'autres qui avoient été faites en Cayenne d'environ $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ de minute, ce qui donne la parallaxe de Mars réduite à l'horiſon de 0′ 25″. Car ſuivant la méthode expliquée ci-deſſus, (pag. 437) Mars obſervé à l'Orient & à l'Occident du Méridien, parut avoir dans l'eſpace de huit heures un mouvement trop rapide, ou qui différoit du mouvement véritable de 1″ $\frac{3}{4}$ ou 2″ de tems; d'où M. Caſſini a conclu la parallaxe horiſontale du Soleil de 9″ $\frac{1}{2}$, M. De la Hire qui l'obſerva la même année 1672 l'ayant établie de 6″.

Par l'obſervation du paſſage de Venus ſur le diſque du Soleil, qui doit arriver l'an 1761. on pourra déterminer la diſtance, & par conſéquent la parallaxe du Soleil à une cinq-centieme partie près, * pourvu que l'obſervation en ſoit faite ſelon les circonſtances indiquées par M. Hallei, & que d'ailleurs le ciel permette qu'on obſerve Venus dans la Baie d'Hudſon vers le 56[e] degré de latitude Septentrionale, & dans les Indes Orientales, à Pondicheri ou à Madras. C'eſt peut-être à cette occaſion que la plupart des Auteurs modernes ont aſſuré que la parallaxe du So-

La différence des parallaxes du Soleil & de Venus, doit faire paroître, ſelon les divers lieux de la terre que l'on occupe, la Durée ou la Corde du paſſage de Venus ſur le Soleil, plus ou moins longue.

* La Parallaxe horiſontale du Soleil étant ſuppoſée de 12″ $\frac{1}{2}$, & par conſéquent celle de Venus de 43″, il reſtera environ une demi-minute pour la différence des parallaxes horiſontales, ce qui doit donner (en ſuppoſant le Soleil au Zénit du Royaume de Pegou, au moment de la plus petite diſtance de Venus au centre de cet aſtre & conſervant d'ailleurs les hypotheſes communes) $\frac{3}{4}$ de minute ou 46″ pour la quantité dont le mouvement apparent de Venus ſemblera s'accélérer, l'Obſervateur étant proche le Tropique du Cancer dans les Indes Orientales. Or Venus parcourant alors 4′ par heure ſur le diſque du Soleil, $\frac{3}{4}$ de minute doivent répondre à environ 0h 11′, ce qui ſera la quantité dont la parallaxe doit faire paroître un peu trop courte la durée du paſſage de Venus ſur le diſque. D'un autre côté l'Obſervateur correſpondant, & qu'on ſuppoſe au cinquante-ſixieme degré de latitude boréale au Nord de l'Amérique, à peu près ſous le demi-cercle oppoſé du même Méridien, doit appercevoir Venus entrer ſur le Soleil un peu avant ſon coucher, & en ſortir quelque tems après ſon lever; de maniere que la durée du paſſage obſervé de cette Planete ſur le Soleil, lui paroîtra (à raiſon de 28″ $\frac{1}{2}$ pour la différence des parallaxes) plus longue d'environ 6 minutes que la véritable; & partant elle ſurpaſſera d'environ 17′ celle qu'on obſerveroit vers l'embouchure Orientale du Gange. Or il eſt certain que ſi l'on conſtate, comme cela eſt poſſible, à 2″ près le tems que le diſque entier de Venus emploie à parcourir le diſque du Soleil, comme il s'enſuivroit (de ce que chaque ſeconde de différence de parallaxe répond à 80″ de tems, à raiſon de 12″ $\frac{1}{2}$ pour 0h 17′) qu'on ne commettroit tout au plus qu'une quarantieme partie de ſeconde d'erreur pour deux ſecondes de tems, on ne ſe tromperoit donc que d'une cinq-centieme partie ſur la diſtance ou la parallaxe, puiſque 40 fois 12 $\frac{1}{2}$ valent 500.

leil seroit inconnue jusqu'à ce tems-là, sans se donner la peine d'examiner si par d'autres voies on n'y pourroit pas parvenir avec autant de certitude, ou du moins avec plus de facilité, puisque dans les conjonctions inférieures de Venus au Soleil lorsque cette Planete est périgée (la terre étant au Périhélie, & Venus aux environs de son Aphélie) deux Observateurs placés sous un même Méridien, ou à peu près, & à de très-grandes distances sur la surface de la terre, seroient toujours en état de découvrir la parallaxe. Il faudroit tenter, par exemple, de comparer Venus au Méridien avec quelqu'Etoile qui passeroit à même hauteur dans la lunette immobile, soit d'un Quart-de-cercle mural, soit autrement, puisqu'avec une semblable lunette de cinq à dix piés, garnie d'un Micrometre, il ne seroit pas impossible de découvrir jusqu'au double de la parallaxe de Venus. Car pour revenir à la Méthode de M. Hallei, où il s'agit de déterminer la parallaxe de Venus en observant son entrée & sa sortie sur le disque du Soleil, il est à propos de considérer, que non-seulement on y suppose de même que ci-dessus, deux observateurs placés sur la surface de la terre & à de très-grandes distances ; mais que d'ailleurs si le Ciel n'est pas assez favorable dans chaque lieu, le jour du passage de Venus, il faudra nécessairement recourir aux observations des jours précédens ou suivans, faites à la lunette immobile, comme on vient de le proposer. C'est pour cette raison qu'on n'auroit point dû négliger jusqu'ici de rechercher les parallaxes de Venus aux tems de ses conjonctions inférieures avec le Soleil, en l'observant dans un même lieu, tant au Méridien qu'à l'Orient & à l'Occident, n'étant pas absolument difficile de mesurer en plein jour avec quelqu'instrument qui auroit au moins une de ses Lunettes garnie d'un Micrometre, les distances de cette Planete à une Etoile fixe de la premiere grandeur. Il est vrai qu'aussi-tôt après l'application des Lunettes d'approche aux Quarts-de-cercles, on a essayé plusieurs fois de mesurer les distances des Planetes au Soleil, mais il auroit été à souhaiter qu'au lieu d'y employer les ascensions droites en tems, on eût mesuré par de grands arcs (comme cela se pratiquoit en plein jour vers les plus grandes élongations, & particulierement à l'égard de la Planete de Mercure) les distances de Venus aux Etoiles fixes. De cette maniere on eût comparé cette Planete aux tems de ses conjonctions inférieures aux Etoiles, & non pas au Soleil, ce qui eût donné au lieu d'une différence, la parallaxe totale : ainsi on ne doit pas être étonné si pendant l'Eté de l'année 1681 * les observations réitérées que MM. Picard & Cassini firent séparément, ne nous ont point fait connoître cette parallaxe, puisqu'ils se contenterent uniquement de comparer Venus au Soleil par le moyen des Horloges à Pendules *. Enfin on pourroit se flater d'y réussir incomparablement mieux aujourd'hui par le moyen du Micrometre appliqué aux Lunettes d'un sextans monté sur un axe parallele à l'axe du monde, à peu près comme celui de M. Flamsteed, mais il faudroit principalement éviter le mouvement du premier mobile, en y employant une grosse horloge, comme il a été déja proposé.

** Venus passoit alors dans le Parallele du Soleil, & s'étoit approchée des $\frac{2}{3}$ de la distance du Soleil.*

Avant la découverte du Télescope on ne pouvoit gueres être assuré de mesurer les distances des astres qu'à deux ou trois minutes près, ce qui a été cause que Kepler n'a pas assez diminué la parallaxe du Soleil ; car ne sçachant s'il falloit attribuer entierement aux erreurs des observations de Tycho, les divers résultats des distances observées de Mars aux Etoiles fixes, ce célebre Astronome n'a pu conclurre autre chose, sinon que la parallaxe de cette Planete au tems de son opposition ne pouvoit sur-

* *Atque adeò mirandum minimè si tantorum artificum multos & ingeniosos conatus, hactenus eluserit rei ipsius maxima subtilitas.* Hallcius *in Disquisit. de Parall. solis, &c.*

passer $2' \frac{1}{2}$, ce qui donnoit celle du Soleil d'une minute ou environ.

La Parallaxe du Soleil selon l'opinion d'Horoxius & de M. Huygens.

Mais aussi-tôt qu'on est parvenu à déterminer les véritables diametres apparens des Planetes, & sur-tout ceux de Venus & de Mercure qui furent apperçus pour la premiere fois en 1631. & 1639. sur le disque du Soleil comme des corps opaques, c'est-à-dire, dépouillés de cette vive lumiere qui les environne, & qui augmente pour l'ordinaire un peu trop leur diametre apparent; Horoxius & M. Huygens ayant calculé sous quel angle l'œil placé dans le Soleil observeroit chaque Planete, ont établi les premiers la vraie parallaxe du Soleil d'un quart de minute.

Car ayant reconnu que le demi-diametre de Venus vu du Soleil, ne pouvoit paroître tout au plus dans ses moyennes distances que sous un angle de 15″, ils ont en même tems calculé celui de Mercure, qui s'est trouvé de 10″. Quant aux Planetes supérieures dont la lumiere est bien moins vive, il étoit aisé de connoître assez exactement sous quel angle leurs demi-diametres observés vers le tems de leur opposition, paroîtroient, vus du Soleil. Or celui de Saturne dans ses moyennes distances ne doit paroître, de même que celui de Mercure, que sous un angle de 10″, & celui de Jupiter, la plus grosse de toutes les Planetes, sous un angle de 20″ tout au plus. Ainsi les Astronomes du dernier siecle ont jugé par-là que le demi-diametre de la terre devoit tenir à peu près un milieu entre le plus grand demi-diametre vu du Soleil, qui est celui de Jupiter, & le plus petit demi-diametre qui répond à celui de Saturne ou de Mercure, & qu'ainsi il devoit être égal à celui de Venus, c'est-à-dire, d'environ 15″. Il est vrai qu'on s'est déterminé dans la suite à diminuer cette parallaxe de $2'' \frac{1}{2}$, & qu'on a cru devoir la réduire, parce qu'on s'est imaginé qu'en supposant la parallaxe horisontale de 15″, il s'ensuivroit que la Lune dont le diametre eſt environ le quart de celui de la terre, ſeroit plus groſſe que Mercure, c'eſt-à-dire, une Planete ſecondaire plus groſſe qu'une Planete du premier ordre; ce qui ſemble détruire en quelque maniere l'ordre & l'harmonie qui ont dû être établis dans le ſyſteme du monde : mais ſi on la réduit à 10″ *, il s'enſuivra que Venus deſtituée de Satellite, & qui eſt bien plus près du Soleil, ſeroit plus grande que la terre, laquelle, de même que les plus groſſes Planetes, eſt accompagnée d'un Satellite auſſi remarquable que la Lune. Ce calcul a beſoin d'être un peu réformé, le diametre de Jupiter étant plus petit qu'on ne l'a ſuppoſé ci-deſſus : d'ailleurs on ſçait auſſi que le diametre du Soleil dans ſes moyennes diſtances, eſt de 32′ 12″$\frac{1}{2}$, & non pas de 30′$\frac{1}{2}$, comme l'avoit établi M. Huygens : dès lors il ne s'enſuit plus, comme on le verra au Chap. XXVI. que la Lune ſoit plus groſſe que Mercure, & que par cette raiſon il faille réduire la parallaxe horiſontale du Soleil, qu'on pourroit donc ſuppoſer dorénavant de 15″, juſqu'à ce qu'elle ait été conſtatée par des obſervations déciſives.

Maniere de calculer les différentes parallaxes de la Lune, pour un tems donné quelconque.

Comme la méthode ancienne dont ſe ſervent les Aſtronomes pour calculer les Eclipſes du Soleil, ſuppoſe qu'on ait déterminé par le calcul les parallaxes de la Lune, tant en longitude qu'en latitude, & que d'ailleurs il eſt toujours néceſſaire que le lieu de la Lune obſervé (lequel doit être comparé au lieu calculé pour en déduire les défauts des Tables, & corriger par-là les Elémens qui ſervent à la Théorie) ſoit toujours réduit au lieu vrai, ou plutôt que le

* « Je ne ſçai, dit M. Hallei dans les Tranſactions Philoſophiques, N° 347. « pourquoi on voudroit oppoſer à ce que l'on vient d'établir ci-deſſus, l'autorité « de ceux qui prétendent que la parallaxe eſt plus petite, s'étant fondés uniquement « ſur les vibrations du Pendule à ſecondes, puiſque les obſervations en ſont « trop incertaines pour en déduire la juſte quantité d'auſſi petits angles. Du moins « peut-on aſſurer que celui qui tentera de rechercher la parallaxe par cette méthode, « s'appercevra tantôt qu'elle n'eſt pas ſenſible, & tantôt que la différence « eſt dans le ſens contraire à la parallaxe ; d'où l'on tireroit une diſtance infinie, « ou même plus qu'infinie, ce qui ſeroit abſurde, &c.

lieu calculé soit réduit au lieu vu ou apparent, ce qui ne se peut pratiquer que par le calcul des parallaxes ; il est à propos d'expliquer ici la méthode de déterminer ces différentes parallaxes, la parallaxe horisontale de la Lune étant une fois donnée. Il faut donc rechercher par les Tables pour le moment proposé, le lieu de la Lune réduit à l'écliptique : soit maintenant *HO* l'horison, *HZO* le Méridien, *Z* le zénit, *EC* l'écliptique où se rencontre d'abord, selon le calcul des Tables Astronomiques, le lieu de la Lune sans aucune latitude, sçavoir en *L*. On abbaissera du zénit *Z*, le cercle de latitude *ZN* perpendiculairement au plan de l'écliptique, & le point *N* sera le nonantieme degré. Or puisque l'ascension droite du Soleil est donnée d'ailleurs, comme aussi l'heure ou la distance Equatorienne du Soleil au Méridien, on pourra donc sçavoir quel est le point de l'Equateur qui passe en même tems au Méridien, ce qui donnera l'ascension droite du milieu du ciel, & par conséquent le point de l'écliptique qui se trouve aussi dans le Méridien. Connoissant donc ce point de l'écliptique, de même que l'angle *ZEN* de l'écliptique avec le Méridien (ce qui se peut déduire ou des Tables qu'on trouve toutes calculées dans les Auteurs, ou bien selon les méthodes expliquées dans le Traité de la Sphere) on aura par conséquent la valeur de l'arc de l'écliptique *EL*. D'un autre côté la déclinaison *EÆ* du point *E*, c'est-à-dire, du milieu du ciel, est donnée ; c'est pourquoi dans le Triangle rectangle *ZNE*, on connoît le côté *ZE*, comme aussi l'angle *ZEN*; on connoîtra donc l'arc *EN*, comme aussi le point *N* qui est le nonantieme degré, & l'arc *ZN* qui est sa distance au zénit, dont le complément *NA* sera la mesure de l'angle de l'écliptique & de l'horison. Mais parce que le lieu de la Lune *L* est donné, on connoîtra l'arc *NL* : ainsi dans le triangle rectangle *ZNL*, puisqu'on connoît les côtés *ZN*, *NL*, on trouvera par

PLANCHE VIII. *Fig.* 10.

conſéquent l'angle ZLN qui eſt l'angle parallactique, & la diſtance de la Lune au zénit ZL. On fera auſſi comme le ſinus total, eſt au ſinus de l'arc ZL, ainſi la parallaxe horiſontale de la Lune déduite des Tables Aſtronomiques, eſt à ſa parallaxe de hauteur en L, qui par conſéquent ſera connue. Soit donc OL la parallaxe de hauteur, Om la perpendiculaire abbaiſſée du point O ſur l'écliptique : dans le petit triangle LOm, qu'on peut bien ſuppoſer rectiligne, on connoît outre l'angle droit, le côté LO & l'angle OLm égal à l'angle parallactique ZLN; on pourra donc connoître la valeur de l'arc Lm ou la parallaxe en longitude, comme auſſi l'arc Om qui ſera la parallaxe en latitude que l'on cherche.

L'angle parallactique, ce que c'eſt.

En ſecond lieu ſi la Lune a une latitude auſtrale ou boréale, enſorte qu'on ſçache quel eſt ſon lieu réduit à l'écliptique, qu'on peut ſuppoſer en L, cet aſtre ſe trouvant dans quelque point P du cercle de latitude LP; comme il arrive toujours que l'angle NLP ſera droit, & que l'angle NLZ eſt déja déterminé, on aura donc la valeur de ſon complément ZLP; c'eſt pourquoi dans le triangle ZLP connoiſſant les deux côtés, ſçavoir ZL déja trouvé, & LP qui eſt la latitude de la Lune, & de plus l'angle ZLP, on pourra donc calculer la valeur du côté ZP, comme auſſi celle de l'angle ZPL. On fera enſuite comme le ſinus total, eſt au ſinus de l'arc ZP, ainſi la parallaxe horiſontale de la Lune, à un quatrieme terme, qui étant repréſenté par Pq, ſera la parallaxe de hauteur de la Lune dans le cercle vertical. Soit mené préſentement l'arc qd parallelement à l'écliptique. Dans le petit triangle dPq, qui peut bien être conſidéré comme plan ou rectiligne, on connoît outre l'angle droit, le côté Pq, comme auſſi l'angle dPq complément a deux droits de l'angle donné ZPL; on pourra donc calculer dans ce triangle la valeur du côté Pd parallaxe de latitude, &

celle du côté qd qui ſera la parallaxe de longitude que l'on cherche. Il eſt à remarquer qu'à cauſe de la latitude de la Lune qui ne ſçauroit excéder ſes Limites, les paralleles, ou les arcs dq compris entre deux cercles de latitude, ne doivent pas différer ſenſiblement de l'arc de l'écliptique, compris entre les mêmes cercles de latitude.

CHAPITRE VINGT-TROISIEME.

La Théorie du mouvement annuel de la Terre.

Il eſt tems d'expliquer enfin les Théories particulieres des Planetes.

APRE'S avoir traité juſqu'ici de la ſituation, de la diſtance, & généralement de tout ce qui regarde les Planetes en général, après avoir, dis-je, expliqué les Phénomenes qui dépendent tant de leurs mouvemens propres, que du mouvement réel de la Terre, combinés l'un avec l'autre, nous allons conſidérer les Théories particulieres des mouvemens de chaque Planete, ce qui pourra ſervir à déterminer en même tems avec exactitude non-ſeulement leurs périodes & leurs diſtances au Soleil, mais encore la vraie figure & la poſition de leur orbite. C'eſt ainſi qu'on donnera dans les derniers Chapitres les différentes regles par leſquelles on pourra calculer pour tel tems donné que ce ſoit, leurs vrais lieux dans le Zodiaque. Mais parce que la Théorie générale des Planetes ſuppoſe qu'on connoiſſe le mouvement de la Terre, il eſt donc néceſſaire de commencer par la Théorie de la Terre, qu'on nomme communément la Théorie du Soleil.

Elles dépendent de la Théorie de la Terre.

Le lieu de la Terre eſt toujours connu lorſqu'on ſçait par obſervation le lieu apparent du Soleil.

On a fait voir dans le ſeptieme Chapitre que le mouvement apparent du Soleil dans l'écliptique que l'on obſerve dans le cours de l'année, a pour origine le mouvement réel de la Terre autour du Soleil, & qu'ainſi le Soleil vu de la Terre paroît décrire dans le Ciel le même cercle, ſçavoir l'Ecliptique, que la Terre paroîtroit décrire dans le même tems à un ſpectateur placé dans le Soleil. En effet le lieu de la Terre vu du Soleil, eſt toujours diamétralement oppoſé à celui que le Soleil nous paroît occuper dans l'Ecliptique; & partant lorſque le Soleil nous paroît en ♈, la terre eſt réellement en ♎: lorſque le Soleil eſt au ♋, la Terre eſt au ♑; d'où l'on voit que le lieu apparent du Soleil étant donné par obſervation, on aura toujours en y ajoutant 180°, le lieu que la Terre vu du Soleil paroîtra pour lors occuper dans ſon orbite.

Des points des Solſtices & des Equinoxes.

Maintenant on doit conſidérer que l'Ecliptique coupant le cercle Equinoctial en deux points oppoſés, le Soleil paroîtra donc deux fois chaque année dans le cercle Equinoctial, ſçavoir, lorſque par ſon mouvement apparent il ſera parvenu à l'une ou l'autre Section de ces deux cercles, mais dans tout autre tems de l'année il en paroîtra décliner plus ou moins au Nord ou au Midi: or les deux points de la plus grande déclinaiſon, ſeront auſſi ceux de l'Ecliptique qui ſe trouvent également diſtans de l'une ou de l'autre ſection en ♈ ou ♎, c'eſt-à-dire, qui en ſeront eloignés chacun de 90°. De plus lorſque le Soleil eſt dans l'un ou l'autre de ces points éloignés de 90° des points ♈ ou ♎, il paroît à peine changer ſa déclinaiſon pendant pluſieurs jours, & partant les jours ſont alors ſenſiblement égaux les uns aux autres. On a donc nommé ces mêmes points qui ſont chacun le commencement du ♋ & du ♑, *les points des Solſtices*; de même qu'on a nommé les points d'♈ & de ♎, où ſe coupent l'Equinoctial & l'Ecliptique, *les points des Equinoxes*, parce que quand le Soleil s'y trouve, les jours ſont alors égaux aux nuits, le Soleil étant douze heures au-deſſus de l'horiſon, & douze heures au-deſſous.

Comme le Soleil paroît continuellement emporté ſelon l'ordre des ſignes dans la circonférence de l'Ecliptique, & s'avancer par conſéquent chaque jour d'environ un degré vers l'Orient, il est évident qu'il ne s'arrête pas effectivement davantage dans les points des Equinoxes, que dans ceux des Solstices, mais qu'il s'avance ou s'en éloigne dès l'instant même qu'il y est parvenu : ainsi quoiqu'on nomme communément le jour des Equinoxes, celui auquel le Soleil rencontre l'un ou l'autre point équinoctial, (le jour étant alors aussi long que la nuit) cela n'est cependant exactement vrai, que lorsque le Soleil rencontre le point Equinoctial au moment de Midi, ce qui est un cas fort rare : car si le Soleil étoit à son lever, par exemple, au point Equinoctial du Printems, le soir à son coucher il ne seroit plus dans l'Equateur, mais plus au Septentrion d'environ douze minutes, & en ce cas ce même jour surpasseroit un peu les 12 heures, & conséquemment la nuit n'auroit pas 12 heures entieres : la différence est néantmoins assez petite, pour être négligée, puisqu'elle n'est sensible qu'avec des horloges bien réglées.

Méthode d'observer le moment de l'Equinoxe.

Voici la Méthode de trouver par observation l'instant des Equinoxes, en supposant que l'on connoisse d'ailleurs la latitude d'un lieu. Il faut observer d'abord le jour de l'Equinoxe, la hauteur méridienne du Soleil par le secours d'un Quart-de-cercle ou d'un Octans divisé avec soin en degrés, minutes, &c. Si cette hauteur méridienne se trouve égale au complément de la latitude du lieu, c'est-à-dire, à la hauteur de l'Equateur, l'instant du Midi sera pour lors l'instant même de l'Equinoxe ; mais s'il y a quelque différence, ce sera ce qu'on nomme la déclinaison du Soleil : on observera donc de la même maniere le jour suivant la hauteur méridienne du Soleil, & par conséquent on en déduira pour le même jour à Midi sa vraie déclinaison. Si les deux déclinaisons sont l'une Australe & l'autre Boréale, l'Equinoxe répondra à quelques-unes des 24 heures écoulées entre le Midi de chaque jour d'observation : mais si ces deux déclinaisons sont toutes deux ou auſtrales ou boréales, alors ou le tems de l'Equinoxe ſera déja paſſé, ou bien il n'arrivera qu'après le Midi du ſecond jour auquel on aura obſervé la hauteur méridienne du Soleil; or de ces deux déclinaiſons données, on peut déduire très-facilement le moment de l'Equinoxe * de la maniere ſuivante.

Je ſuppoſe que *CAB* repréſente un arc de l'Ecliptique, *ÆAQ* un arc pris ſur l'Equateur, & que ces deux arcs ſe coupent en *A*: la déclinaiſon du Soleil déduite de la premiere obſervation étant repréſentée par *CÆ*, celle du ſecond jour ſera repréſentée par *ED*: c'eſt pourquoi *CE* ſera le mouvement *diurne* du Soleil dans l'Ecliptique, c'eſt-à-dire, l'arc que le Soleil parcourt d'un Midi à l'autre de chaque jour d'obſervations. Or dans le triangle ſphérique rectangle *CÆA*, on connoît l'angle *A*, c'eſt-à-dire, *l'Obliquité* de l'Ecliptique (comme nous l'avons enſeigné dans le vingtieme Chapitre) on connoît encore *CÆ* qui eſt la déclinaiſon du Soleil obſervée; c'eſt pourquoi on connoîtra l'arc *CA*: mais dans le triangle *ALD* PLANCHE VIII. *Fig.* 11.

* On eſt parvenu à découvrir le moment des Equinoxes par une voie incomparablement plus certaine, en y employant les aſcenſions droites des Etoiles, ſelon la méthode expliquée, *page* 388. Il eſt vrai qu'on a fait uſage un grand nombre de fois de l'autre Méthode dans les derniers ſiecles; de maniere qu'il en faudroit corriger les obſervations. Car depuis Regiomontanus juſqu'à Tycho, il n'a pas été poſſible de bien déterminer la hauteur du pole ou de l'Equateur, parce qu'on n'avoit point égard aux réfractions. Mais comment s'aſſurer aujourd'hui de déterminer les hauteurs abſolues? Le Soleil parcourt environ $23' \frac{1}{2}$ en déclinaiſon en 24^h aux tems des Equinoxes: ainſi lorſqu'on ſe trompe de $5''$ dans la déclinaiſon, il en doit réſulter une erreur d'environ $5'$ dans le moment de l'Equinoxe. N'eſt-il donc pas plus avantageux au lieu de la méthode des Anciens qu'on vient de rapporter ci-deſſus, d'y employer les aſcenſions droites? Si lorſqu'on compare les paſſages au Méridien du Soleil & d'une Etoile par le ſecours d'une Lunette immobile fixée vers l'Equateur, on trouve que c'eſt une opération plus délicate que d'obſerver ſuivant la méthode ordinaire, la hauteur méridienne du Soleil, il vaudroit mieux en ce cas prendre pour le moment de l'Equinoxe, un milieu entre les réſultats qu'on auroit déduits de l'une & l'autre Méthode. Mais outre qu'il ſemble au contraire que la méthode des Anciens eſt moins ſimple, puiſqu'elle ſuppoſe plus d'opérations, comme de connoître la hauteur du pole, de vérifier l'inſtrument au zénit ou à l'horiſon, de découvrir l'erreur de ſes diviſions, on y ſuppoſe d'ailleurs quelques élémens qui ne ſont pas aſſez connus, tels que les réfractions & la parallaxe du Soleil, ce que l'on peut éviter par la nouvelle méthode, d'autant que les conditions qu'il faut remplir ſont déja connues, ou du moins très-faciles à exécuter lorſqu'on s'y eſt bien préparé.

rectangle en *D*, étant auſſi connu l'angle *A* & le côté *DE*, on pourra calculer la valeur de l'arc *AE*; & par conſéquent l'arc *CE*, qui eſt la ſomme (ou la différence) des arcs *CA* & *AE*, ſera le mouvement diurne du Soleil : on fera donc comme *CE*, eſt à *CA*, ainſi 24 heures ſeront au tems écoulé entre le Midi de la premiere obſervation, & le moment de l'Equinoxe : ainſi l'heure de l'Equinoxe ſe trouvera en ajoutant (ou en retranchant ſelon le cas) ce même tems au Midi de la premiere obſervation.

Les obſervations de l'Equinoxe ſervent à trouver la grandeur de l'année ſolaire.

Pour trouver la grandeur de l'année Tropique, c'eſt-à-dire, le tems que le Soleil, ou plutôt la Terre, employe à parcourir l'Ecliptique, on obſervera encore l'année ſuivante le moment de l'Equinoxe. Or le tems écoulé entre ces deux Equinoxes, ſera la grandeur de l'année : on la nomme *Année Tropique* *, parce qu'il faut que tout cet intervalle de tems s'écoule pour que chaque ſaiſon ſe rétabliſſe dans le même ordre qu'auparavant. On doit remarquer qu'il eſt fort difficile d'établir la grandeur de l'année par deux obſervations conſécutives du même Equinoxe, & qu'ainſi on riſqueroit de ſe tromper trop ſenſiblement dans le mouvement de la Terre: la raiſon en eſt évidente. La plus petite erreur commiſe dans les obſervations, ſe multiplieroit dans la ſuite à meſure qu'on ſupputeroit le vrai mouvement de la Terre pour un grand nombre d'années, d'où il pourroit arriver à la fin qu'on trouveroit une erreur très-ſenſible dans l'époque de ſon moyen mouvement. Voilà pourquoi les Aſtronomes choiſiſſent plutôt, parmi le grand nombre d'Obſervations anciennes des Equinoxes qui nous ont été conſervées, les deux plus éloignées l'une de l'autre qu'il eſt poſſible: & c'eſt ainſi qu'ils ont diviſé tout ce tems écoulé entre deux Equinoxes par le nombre des révolutions du Soleil, ce qui a donné au quotient la vraie grandeur de l'année. Il eſt évident en ce cas que l'erreur des Obſervations, bien loin de ſe multiplier,

* *Au lieu d'obſerver l'Equinoxe, Meton détermina autrefois l'arrivée du Soleil au Tropique du Cancer par l'égalité des ombres obſervées avant & après le Solſtice.*

diminue au contraire tellement, qu'elle peut devenir tout-à-fait insensible.

Les Astronomes ont enfin établi par cette méthode la grandeur de l'année Solaire de $365^j\ 5^h\ 48'\ 57''$. Ce tems differe un peu de celui qui répond à la révolution de la Terre autour du Soleil, qu'on nomme *Année Anomalistique* ou *Périodique*; car la *Précession des Equinoxes* (que nous avons expliquée dans le huitieme Chapitre) ou si l'on veut, le mouvement rétrograde des points Equinoctiaux, est de $50''$ par année: or ce mouvement se faisant contre l'ordre des Signes, le Soleil doit donc paroître rencontrer les Equinoxes l'année suivante dans des points différens de ceux où il les a quittés, & par conséquent le Soleil n'aura pas encore achevé son cercle entier, ou plutôt son orbite, lorsqu'il sera de retour aux mêmes points des Equinoxes. Enfin l'année Anomalistique ou Périodique a été conclue de $365^j\ 6^h\ 9'\ 14''$.

Grandeur de l'année Anomalistique.

Il est aisé de voir présentement que si le mouvement du Soleil étoit toujours égal, c'est-à-dire, que si la Terre parcouroit chaque jour autour du Soleil des arcs égaux en des tems égaux, le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique seroit toujours égal. Ainsi divisant 360° par $365^j\ 5^h\ 48'\ 57''$, le quotient $59'\ 8''$ seroit le mouvement diurne du Soleil; d'où l'on tireroit facilement le lieu apparent du Soleil dans l'Ecliptique pour tel tems de l'année qu'on voudroit, soit en construisant pour chaque jour des Tables fondées sur l'addition continuelle du mouvement diurne $59'\ 8''$, soit par une regle de proportion, &c. mais les Observations Astronomiques nous ont fait connoître que le mouvement apparent du Soleil n'est point du tout égal, puisqu'il parcourt des arcs égaux de l'écliptique, tantôt plus vîte, & tantôt plus lentement. La différence s'apperçoit principalement dans la comparaison que l'on fait du tems que le Soleil employe à parcourir le demi-

Le mouvement du Soleil dans l'Ecliptique, est sujet à quelque inégalité.

Maniere de construire la Table des moyens mouvemens du Soleil.

cercle boréal de l'Ecliptique, avec celui qu'il met à parcourir le demi-cercle austral. Cette différence est d'environ huit jours, & l'arc boréal est celui que le Soleil parcourt dans le plus grand espace de tems, au lieu que ce devroit être le même espace de tems pour l'un & l'autre arc, si le mouvement du Soleil étoit toujours égal.

En un mot si l'on observe chaque jour le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique, c'est-à-dire son mouvement diurne, on le trouvera vers le commencement de Janvier d'environ $61'$ (& c'est alors que le mouvement diurne du Soleil est plus grand qu'en aucun autre tems de l'année); au contraire au premier Juillet le mouvement diurne sera le plus petit qu'on puisse observer, car on le trouvera d'environ $57'$.

Comment on peut trouver par observation le mouvement diurne du Soleil.

Pour trouver le mouvement diurne du Soleil, on se servira de la méthode suivante*. Soit l'Ecliptique *CB*, l'Equateur *ÆQ*, & l'intersection de ces deux cercles en *A*; on observera avec un Quart-de-cercle la hauteur

* Cette méthode ne sçauroit être d'aucun usage au tems des Solstices, parce que la variation du Soleil en déclinaison, est alors presque insensible. Cest pourquoi il vaut mieux préférer les ascensions droites aux déclinaisons du Soleil. Pour cet effet il faudra observer deux jours de suite les passages au méridien du Soleil & de quelqu'Etoile fixe dont la hauteur & l'ascension droite soient connues: & comme les Etoiles de la premiere grandeur s'observent avec des lunettes de 3 à 4 piés en plein jour, & même en plein midi, on choisira toujours l'Etoile qui passera au méridien le plus près de l'heure de midi qu'il sera possible, afin d'éviter par-là les plus petites erreurs qui pourroient se glisser ou dans le mouvement de la pendule, ou dans les observations de la révolution de l'Etoile au méridien. On fera donc comme le nombre d'heures, de minutes & secondes écoulées à la pendule pendant la révolution de l'Etoile fixe, est au nombre d'heures, minutes & secondes écoulées entre le passage du Soleil & de l'Etoile au méridien le premier jour de l'observation, (on se servira de la même regle pour le second jour) ainsi l'arc entier de l'Equateur $= 360°$, sera à la différence en ascension droite entre le Soleil & l'Etoile au moment de midi: il est évident que si l'Etoile a passé au méridien après le Soleil, il faudra ôter ce quatrieme terme trouvé, ou cette différence en ascension droite de l'Etoile & du Soleil, de l'ascension droite de l'Etoile, & l'on aura l'ascension droite *AF* du Soleil. On ajoutera au contraire ce quatrieme terme trouvé à l'ascension droite de l'Etoile, si l'Etoile passe avant midi: ainsi l'ascension droite du Soleil *AF* étant connue, dans le triangle rectangle *AFG* rectangle en *F*, l'angle *A* & le côté *AF* sont connus, c'est pourquoi on trouvera la longitude du Soleil *AG*. On connoîtra de la même maniere le jour suivant la longitude du Soleil *AM*; & la différence des arcs *AG*, *AM* sera le mouvement diurne du Soleil.

méridienne du Soleil : & parce qu'on peut connoître la latitude du lieu, & par conséquent que la hauteur de l'Equateur a été déterminée ; la différence, s'il y en a, entre la hauteur méridienne du Soleil & celle de l'Equateur, sera la déclinaison du Soleil. Supposons le lieu du Soleil dans l'Ecliptique en *G*, & sa déclinaison *FG*, on connoît dans le triangle rectangle *GFA*, le côté *FG* & l'angle *A*; on trouvera donc l'arc *AG* distance du Soleil au point des Equinoxes, c'est-à-dire, la longitude du Soleil, ou son lieu dans l'Ecliptique pour l'instant du midi auquel on aura fait cette observation. On répetera le jour suivant la même opération, & ayant trouvé par le moyen de la déclinaison *ML* l'arc *AM*, qui sera la longitude du Soleil pour le moment de midi, la différence des arcs *AG*, *AM*, sera l'arc de l'Ecliptique *GM* que le Soleil a parcouru dans un jour. Or l'on trouvera toujours cet arc plus ou moins grand, selon les différentes situations de la terre dans son orbite.

PLANCHE VIII. *Fig.* 11.

Hypothese des Anciens pour expliquer les inégalités du mouvement de la Terre.

Les anciens Astronomes ne vouloient admettre d'autres mouvemens dans les cieux, que ceux qui se font dans la circonférence d'un cercle, & qui sont réguliers ; c'est pourquoi pour expliquer cette inégalité apparente du mouvement du Soleil, ils avoient établi que la Terre décrivoit d'un mouvement toujours égal autour du Soleil, (ou que le Soleil décrivoit autour de la Terre, ce qui revient précisément au même) un cercle Excentrique, c'est-à-dire, un cercle dont le centre étoit différent du centre de l'Ecliptique : car comme ils plaçoient le Soleil (ou la Terre) au centre de l'Ecliptique, le mouvement de l'astre dans la circonférence de l'Excentrique étant toujours égal, le centre de l'écliptique étoit donc différent du centre autour duquel se faisoient les mouvemens égaux ; ainsi le mouvement de la Terre (ou du Soleil) vu du centre de l'Ecliptique, devoit être en ce cas sujet à une inégalité.

PLANCHE VIII. *Fig.* 12.

Si l'on suppose que le cercle ♈♋♎♑ représente l'Ecliptique au centre duquel est le Soleil, que *MPNA* soit l'orbite de la Terre, & que le point *C* en soit le centre, on aura *CS* pour distance de ces deux centres, & c'est ce qu'on nomme l'*Excentricité.* On suppose ici que la Terre se meut toujours également dans son orbite, c'est pourquoi tous les angles décrits autour du point *C*, seront toujours proportionnels aux tems, & la Terre vue du point *C* paroîtroit avoir en *A* un mouvement parfaitement égal à celui qu'elle auroit en *P* : mais étant vue du centre de l'Ecliptique *S*, elle paroîtra se mouvoir plus lentement en *A* qu'en *P*, parce qu'on jugera qu'elle parcourt dans des tems égaux un arc plus petit vers *A* que vers *P*; & partant la Terre étant en *A*, un Observateur qui apperçoit le Soleil en ♋, lui attribuera un mouvement plus lent, que lorsqu'elle sera parvenue en *P*, & que le Soleil lui paroîtra au ♑.

Ce que c'est que l'Excentricité.

Mais comme l'arc de l'Excentrique *NAM* surpasse un demi-cercle, & qu'au contraire *NPM* est plus petit que le demi-cercle, il est évident qu'il faut un tems bien plus long pour parcourir l'arc *NAM*, que l'arc *NMP* : or dans le tems que la terre parcourt l'arc *NAM*, le Soleil paroît alors parcourir le demi-cercle boréal de l'Ecliptique ♈♋♎; & enfin lorsque la Terre parcourt l'arc *MPN*, le Soleil paroît se mouvoir successivement dans la demi-circonférence australe de l'Ecliptique ♎♑♈, d'où il suit (comme il est aisé de le concevoir) que le Soleil doit nécessairement paroître moins de tems à parcourir l'arc austral, que l'arc boréal de l'Ecliptique.

Selon l'hypothese des Anciens, on peut calculer géométriquement l'excentricité & la position de la ligne des Apsides.

Selon cette hypothese on peut déterminer de la maniere suivante l'excentricité de l'orbite de la Terre, & la position de la ligne des Apsides. On observera, 1°. le vrai tems des deux Equinoxes du Printems & d'Automne. 2°. On déterminera encore par observation le lieu du Soleil

Soleil dans l'Ecliptique quelque tems après l'Equinoxe du Printems, ou avant celui d'Automne; & ce ſera, par exemple en ♌, la Terre ſe trouvant pour lors en ♒. Lorſque la Terre eſt une fois au point *N* de ſon orbite, le Soleil paroît pour lors en ♈; enſuite la Terre étant parvenue en *L* ou en ♒, le Soleil paroîtra au ♌; enfin la Terre ſe trouvant en *M*, le Soleil paroîtra en ♎: on menera donc les lignes droites *SL*, *CL*, au Lieu de la Terre en *L*, & encore les lignes droites *CM*, *MN*, & *CN*, enſorte que les lignes *CM*, *SL* ſe coupent au point *O*: or les obſervations du Soleil donneront l'angle ♈ *S* ♌, & ſon complément à deux droits ♒ *S* ♈; & parce que le tems écoulé entre les obſervations eſt donné, l'arc *LM* ou l'angle *LCM*, auſſi-bien que l'arc *NAM*, qui ſont proportionnels au tems, ſeront par conſéquent connus. C'eſt pourquoi dans le triangle iſoſcelle *MCN*, l'angle *MCN* étant donné, on connoîtra par conſéquent les angles de la baſe *M* & *N*, puiſque l'un & l'autre eſt égal à la moitié du complément à deux droits de l'angle *MCN*; mais dans le triangle *MOS* on connoît par obſervation l'angle *MSO*, c'eſt-à-dire, ♈ *S* ♒; on trouvera donc l'angle *MOS*, puiſqu'il eſt le complément à deux droits des angles connus *M* & *MSO*, & par conſéquent on connoîtra auſſi ſon oppoſé au ſommet *LOC*. Qu'on ſuppoſe donc le rayon du cercle excentrique de 100000 parties, & l'on réſoudra le triangle *LCO*, dans lequel on connoît les angles & le côté *LC*, qui eſt le rayon du cercle excentrique; d'où l'on tirera la valeur de *OC*, & par conſéquent (puiſque le rayon *MC* eſt égal au rayon *LC*) on connoîtra *MO*. Préſentement dans le triangle *MOS* tous les angles & le côté *MO* ſont connus, on connoîtra donc *OS*: enfin dans le triangle *SOC* les côtés *SO*, *OC*, ſont donnés, comme auſſi l'angle *SOC*, qui eſt le complément à deux droits de l'angle *SOM*, on connoîtra donc l'excentricité SC & l'angle OSC, auquel ajoutant l'angle MSO, on aura l'angle MSA, ou l'arc ♈♑, distance de l'Aphélie au point de l'Equinoxe du Printems, ce qui détermine la position de la ligne des Apsides.

Voilà la méthode dont se sont servis les anciens Astronomes, & d'où ils tiroient l'excentricité SC de 3450 parties, dont le rayon de l'excentrique en contiendroit 100000 : nous allons expliquer comment ils calculoient le mouvement ou le Lieu du Soleil pour un tems donné quelconque.

Soit AP la ligne des apsides dont la position a été déterminée sur l'orbite de la Terre, l'aphélie A, & la Terre en L, son mouvement étant toujours considéré comme égal & uniforme dans la circonférence d'un cercle. Cela posé l'arc AL ou l'angle ACL sera proportionnel au tems, & c'est ce qu'on nomme l'*Anomalie moyenne de la Terre*; & l'arc de l'Ecliptique ♑♒ ou l'angle ASL s'appelle *Anomalie vraie*. Or l'anomalie moyenne AL étant donnée, son sinus LQ sera par conséquent connu, aussi-bien que son cosinus QC: mais à ce cosinus il faut ajouter l'excentricité donnée, ainsi leur somme sera la ligne SQ : on fera donc, Comme SQ, est à LQ, ainsi le rayon est à la tangente de l'angle QSL, dont on connoîtra par conséquent la valeur ; ou bien on fera comme il suit. Dans le triangle SCL, les côtés SC, CL & l'angle SCL (qui est le complément à deux droits de l'anomalie moyenne) sont donnés, on connoîtra donc LSC, ou LSA, qui sera l'anomalie vraie, ce qui se trouve ordinairement en faisant ; comme $CL + CS$, est à $CL - CS$, ainsi la tangente de la moitié de l'angle LCA, à un quatrieme terme, qui sera la tangente de la moitié de la différence des angles CSL & CLS: or il faut remarquer que comme SC & CL sont toujours donnés, & que ce sont deux quantités constantes, la différence des logarithmes des quantités $CL + CS, CL - CS$, sera toujours une quantité constante : c'est pourquoi si on l'ajoute continuellement à la tangente logarithmique de la moitié de l'angle LCA qui est variable, on aura par une méthode plus facile la tangente logarithmique de la moitié de la différence des angles CLS & CSL : mais puisqu'on connoît leur somme (égale à l'angle LCA) on connoîtra donc l'angle LSA qui détermine le lieu de la Terre dans l'Ecliptique vu du Soleil, & par conséquent le point qui lui est diamétralement opposé ou qui en est éloigné de 180 degrés, sera le vrai lieu du Soleil vu de la Terre.

On remarquera que dans le premier demi-cercle d'anomalie, sçavoir ALP, l'anomalie moyenne ACL sera toujours plus grande que l'anomalie vraie ASL, car l'angle extérieur ACL est toujours plus grand que l'intérieur opposé ASL du triangle CLS : & si de l'anomalie moyenne ACL, on ôte l'angle CLS, le reste sera l'angle LSC, c'est-à-dire, l'anomalie vraie. Au contraire dans le second demi-cercle d'anomalie PRA, l'anomalie moyenne sera toujours plus petite que l'anomalie vraie; car soit supposée la Terre en R, l'anomalie moyenne de l'arc APR, ou plutôt de l'arc PR (laissant à part le demi-cercle AMP) sera ou l'arc PR, ou l'angle PCR, qui est toujours proportionnel: mais l'anomalie vraie (laissant toujours à part le demi-cercle) est l'angle PSR lequel est égal aux deux intérieurs PCR & CRS ; c'est pourquoi si à l'anomalie moyenne PCR, on ajoute l'angle CRS, on aura l'anomalie vraie PSR, & par conséquent le lieu de la Terre dans l'Ecliptique. Les Astronomes ont appellé les angles CLS ou CRS *Equations*, ou *Prosthapherèses*, parce qu'il faut tantôt les ajouter, & tantôt les ôter du mouvement moyen de la Terre pour avoir son mouvement vrai.

Ce que c'est que l'Equation ou la Prosthapherese.

Il est certain que cette Théorie des Anciens s'accordoit assez bien avec leurs observations du Soleil ; mais ces observations n'étoient pas alors fort exactes, leurs instrumens étant fort grossiers en comparaison de ceux dont on se sert aujourd'hui ; & d'ailleurs les mouvemens des autres Planetes ne s'accordoient plus avec cette Théorie, ainsi que Ptolomée en est convenu. Mais ce qu'ils ignoroient, & ce que l'on n'a découvert que depuis environ un siecle, c'est le rapport des diametres apparens du Soleil qu'on trouve de 31′ 29″ dans l'aphélie, & de 32′ 33″ dans le périhélie. Or la théorie des Anciens ne s'accorde plus avec ces observations, & par conséquent cette Théorie est bien éloignée d'être la véritable, comme il va être prouvé tout à l'heure ; car les distances apparentes du Soleil sont entr'elles réciproquement comme les distances véritables de cet astre à la Terre. C'est pourquoi la vraie distance du Soleil à la Terre au tems de l'aphélie, seroit à sa distance au tems du périhélie, comme 1953″, est à 1889″. Mais pour que la Théorie des Anciens fût vraie, la distance de la Terre au Soleil en aphélie, devroit être à la distance de la Terre au Soleil dans le périhélie, comme 10345 à 9655, ce qui donne un rapport beaucoup plus grand que celui qu'on vient de déduire des diametres ou des distances apparentes du Soleil ; puisqu'il s'ensuivroit de l'hypothese des Anciens que si l'excentricité étoit de 345 parties dont le rayon du cercle excentrique seroit 10000, en supposant le diametre du Soleil au temps du périhélie de 32′ 33″, il faudroit que le diametre du Soleil au temps de l'aphélie parût sous un angle de 30′ 22″, ce qui est manifestement contraire aux observations. Il a donc fallu conclurre qu'une Théorie qui suppose une si grande excentricité, ne pouvoit être que fort éloignée de la véritable ; ensorte qu'il faudroit réduire à la moitié, l'excentricité des Anciens pour représenter les diametres apparens du Soleil tels qu'on les observe dans l'aphélie & dans le périhélie. Mais d'un autre côté cette excentricité ne repréſenteroit plus dans cette même hypotheſe les mouvemens apparens du Soleil, tels qu'on les obſerve. Car dans la ſuppoſition que le centre du cercle excentrique ſeroit le même que le centre du moyen mouvement de la Terre; c'eſt-à-dire, que le centre d'où l'on apperçevroit ce mouvement toujours égal ou uniforme, on a trouvé par les obſervations du Soleil, que les Equations ou Proſthapherefes ſont deux fois plus grandes qu'il n'étoit pas poſſible de les déduire dans l'hypotheſe ancienne, en ne prenant plus que la moitié de l'excentricité; d'où il ſuit que cette Théorie eſt néceſſairement fauſſe, & que par conſéquent elle a dû être rejettée auſſi-tôt qu'on eſt parvenu à déterminer avec quelque préciſion les diametres apparens du Soleil.

Kepler a corrigé la Théorie des Anciens.

C'eſt préciſément ce qui fut remarqué par le fameux Kepler, qui s'eſt aviſé le premier de couper en deux l'excentricité, enſorte que le centre du cercle Excentrique fût en *D*, au milieu de l'eſpace compris entre le Soleil, & le point *C*, d'où le mouvement de la Terre doit paroître à peu près égal ou uniforme. Car le point *C* qui ſe trouve en ce cas éloigné du centre du cercle Excentrique, de la moitié de l'Excentricité totale qu'admettoient les Anciens; ce point *C*, dis-je, peut-être regardé comme le centre du moyen mouvement, d'autant que le Spectateur qui y ſeroit placé, appercevroit en effet le mouvement de la Terre à peu près égal, ou moyen, entre le mouvement le plus rapide & le plus lent qu'elle paroît décrire dans l'Ecliptique, lorſque l'œil eſt au point *S*.

La terre ne ſe meut point dans la circon.

A la vérité Copernic & tous les anciens Aſtronomes ont regardé en quelque maniere comme une choſe abſurde de vouloir ſuppoſer un mouvement à la Terre, qui ſe feroit dans la circonférence d'un cercle dont le centre ne ſeroit pas le même que le centre du moyen mouvement; parce qu'il s'enſuivroit de-là que la Terre parcourroit férence d'un cercle, mais son orbite est une Ellipse.

nécessairement d'un mouvement inégal la circonférence de son orbite, contre l'opinion ou axiome autrefois généralement reçu, que les mouvemens des corps célestes sont toujours égaux & uniformes. Mais Kepler ayant consulté les plus récentes & les plus exactes observations Astronomiques, & principalement celles de Tycho, parvint enfin à démontrer que Mars & les autres Planetes ne parcouroient point la circonférence d'un cercle, mais que leur orbite étoit une ellipse dont le Soleil occupoit un des foyers ; d'ailleurs que la Planete de Mars ne parcouroit point la circonférence de l'Ellipse d'un mouvement égal, mais qu'elle étoit assujettie à une loi générale, sçavoir, qu'un rayon tiré de la Planete au Soleil, devoit parcourir constamment des *Aires Elliptiques* proportionnelles aux tems; ce qui faisant une loi générale pour les autres Planetes, conduisoit nécessairement à conclurre que la Terre suivoit la même loi en se mouvant autour du Soleil dans la circonférence d'une Ellipse. Or cette Théorie s'est trouvée entierement conforme aux observations; mais il s'en est suivi dès-lors qu'il n'y a en effet aucun centre du mouvement égal ou uniforme, c'est-à-dire, d'où les Planetes puissent paroître parcourir des *angles proportionnels aux tems.* Voilà pourquoi plusieurs Astronomes (encore attachés à l'opinion des Anciens, en ce qu'ils vouloient absolument supposer un centre du mouvement égal) ont rejetté trop facilement la Théorie de Kepler, ayant toutefois conservé à l'orbite de la Terre, la figure Elliptique qu'ils n'ont pu se dispenser d'admettre. Et parce que dans l'axe d'une Ellipse on trouve toujours deux points qu'on nomme foyers, & qui sont chacun également éloignés du centre de l'Ellipse ; ils ont supposé le Soleil à l'un de ces deux foyers, ayant considéré l'autre foyer, lequel est éloigné du Soleil du double de l'Excentricité, comme le centre du mouvement égal : c'est ainsi qu'ils ont voulu que les Planetes décrivissent autour de ce second foyer des angles proportionnels aux tems ; ce qui véritablement ne peut causer d'erreur bien sensible dans les Ellipses qui sont peu excentriques, comme Kepler en convient lui-même, & comme on le démontrera dans la suite. La plus grande difficulté qui se rencontroit dans la Théorie de Kepler, c'étoit de trouver par une méthode directe & géométrique l'anomalie vraie de la Planete toutes les fois que l'anomalie moyenne étoit donnée ; car Kepler & les autres Astronomes n'ont point résolu ce problême, & c'est peut-être encore pour cette raison que ces derniers se sont principalement attachés à l'autre Théorie dont nous venons de parler. Mais quelques hypotheses que les plus célebres Astronomes aient imaginées depuis Kepler, elles se sont toujours trop écartées des loix de la Physique ; au lieu que la seule Théorie de Kepler s'y est trouvée entierement conforme, & a toujours répondu aux meilleures observations Astronomiques. Ainsi quoiqu'on n'ait encore fait usage d'aucune méthode directe * pour trouver l'anomalie vraie des Planetes, l'anomalie moyenne étant donnée, on ne doit pas pour cela rejetter la Théorie de Kepler si conforme aux loix de la nature. Nous allons donner dans le Chapitre suivant la solution de ce fameux Probleme.

* Il y a environ vingt ans que M. Herman ayant trouvé une solution nouvelle de ce Probleme, l'a proposée dans le premier Volume des Mémoires de l'Académie de Péterſbourg, où il expose en même tems ce qui a été publié avant lui à ce sujet : il dit d'abord que Wren a été le premier qui ait tenté de résoudre ce Probleme d'une maniere directe, l'ayant construit par le moyen de la cycloide ; qu'ensuite M. Newton a donné une construction à peu près semblable dans le Ier Liv. des Princ. Math. de la Phil. Nat. mais qu'à cause de la difficulté de décrire la Courbe qu'il propose, il a enseigné aux Astronomes une approximation, en y employant la Méthode des suites infinies, comme on l'expliquera tout à l'heure : en quoi il a été suivi par Gregori & par Keill, &c. Quand l'excentricité de l'orbite de la Planete est très-petite, M. Herman fait voir qu'on peut calculer tous les angles au foyer de la Planete par la seule résolution de deux Triangles rectilignes ; ainsi le Probleme de Kepler n'a aucune difficulté lorsqu'il s'agit d'orbites aussi peu excentriques que celles de la Terre ou de Venus : mais la petite erreur qui en résulte dans le calcul des autres orbites, & principalement dans celle de Mars & de Mercure qui sont les plus excentriques, se peut facilement corriger en y employant l'approximation donnée par M. Newton, on en donnera ci-après quelques exemples, les calculs étant beaucoup trop longs lorsqu'on suit uniquement ce qui en a été proposé par Keill ou par Gregori.

CHAPITRE VINGT-QUATRIEME.

Du mouvement des Planetes dans une Ellipſe, & ſolution du Probleme de Kepler, où l'on propoſe de couper l'aire Elliptique en raiſon donnée.

KEPLER eſt le premier qui ait démontré, 1°. Que toutes les Planetes parcouroient la circonférence d'une orbite qui n'eſt point circulaire, mais Elliptique, & au foyer de laquelle ſe trouve perpétuellement le Soleil. 2°. Que le mouvement des Planetes s'accéléroit & ſe rallentiſſoit de maniere que le rayon tiré de la Planete au centre du Soleil, parcouroit toujours des aires Elliptiques proportionnelles aux tems employés à parcourir ces eſpaces.

Cette admirable découverte du ſçavant Kepler, eſt due principalement aux obſervations du fameux Tycho, & l'on doit être d'autant plus diſpoſé à la recevoir, que c'eſt par ſon ſecours que M. Newton nous a dévoilé les loix générales qui s'obſervent dans le vrai ſyſteme du monde, c'eſt-à-dire, la vraie Phyſique des corps céleſtes ſi longtems ignorée de tous les Philoſophes.

Dans les Planetes les quarrés des tems périodiques ſont entre eux comme les cubes de leurs moyennes diſtances au Soleil.

Les obſervations des mouvemens céleſtes ont fourni à Kepler la démonſtration de la loi ou regle ſuivante. *Dans toutes les Planetes les tems Périodiques ſont entr'eux comme les racines quarrées des cubes de leurs moyennes diſtances au Soleil*, ou comme les racines quarrées des cubes des grands axes de leurs Ellipſes, puiſque ces grands axes ſont toujours doubles des diſtances moyennes; ou bien encore dans les Planetes *les Quarrés des tems Périodiques ſont entr'eux comme les cubes des grands axes.* De ſorte que ſi dans deux Ellipſes différentes on nomme chacun des grands axes A & a, les tems périodiques de la révolution de chaque Planete T & t,

on

on aura toujours $T^2 : t^2 :: A^3 : a^3$; & par conséquent $T : t :: A^{\frac{3}{2}} : a^{\frac{3}{2}}$.

D'où il suit que dans deux Ellipses différentes deux aires quelconques étant supposées parcourues dans le même tems ou dans des tems égaux, ces aires seront entre elles en raison soudoublée des Parametres de ces Ellipses, ce que l'on démontre en cette maniere. On sçait que c'est une propriété générale pour toutes les Ellipses, que les aires soient entre elles comme les rectangles des deux axes; c'est-à-dire, que si on nomme les axes de la plus grande Ellipse A & M, & ceux de la plus petite a & m; on aura toujours, l'aire de la plus grande Ellipse, est à l'aire de la plus petite, comme $A \times M$ est à $a \times m$; ainsi au lieu des aires de deux Ellipses, on pourra toujours substituer à leurs places les rectangles des deux axes, puisqu'ils sont toujours en même rapport. Je suppose présentement qu'on nomme X l'aire décrite dans la grande Ellipse en un tems quelconque, & qu'on nomme aussi x l'aire décrite dans la petite Ellipse précisément dans le même tems; si l'on nomme enfin le tems donné y, les Parametres des Ellipses L & l, & les tems périodiques T & t; il s'ensuit de la Théorie que nous venons d'expliquer, que

Les aires Elliptiques parcourues dans un même temps, par différentes Planetes, sont entre elles en raison soudoublée des parametres de chaque Ellipse.

$$X : A \times M :: y : T$$

& de même $a \times m : x :: t : y$

donc en raison égale $X \times a \times m : x \times A \times M :: t : T :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$ mais parce que le petit axe est moyen proportionnel entre le grand axe & le Parametre, on aura $M = A^{\frac{1}{2}} \times L^{\frac{1}{2}}$ & $m = a^{\frac{1}{2}} \times l^{\frac{1}{2}}$, & partant $X \times a^{\frac{3}{2}} \times l^{\frac{1}{2}} : x \times A^{\frac{3}{2}} \times L^{\frac{1}{2}} :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$; donc $X \times l^{\frac{1}{2}} = x \times L^{\frac{1}{2}}$; & par conséquent $X : x :: L^{\frac{1}{2}} : l^{\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire, que dans deux Ellipses quelconques les aires décrites dans le même tems sont en raison soudoublées des Parametres : *C. Q. F. D.*

Ainsi la loi qu'observent les Planetes en parcourant leur orbite, étant de parcourir des aires égales dans des tems égaux ; il eſt néceſſaire qu'elles parcourent la circonférence de leurs orbites avec une viteſſe qui ne ſçauroit être uniforme, mais preſque toujours inégale ; de ſorte que lorſque la Planete va du Périhélie à l'Aphélie, ſon mouvement paroîtra ſe rallentir de jour en jour : & lorſqu'elle va de l'Aphélie au Périhélie, ſon mouvement doit paroître au contraire s'accélérér continuellement, de maniere que le tems où la Planete ſe meut le plus lentement, eſt toujours celui où elle paſſe par ſon Aphélie, de même qu'au Périhélie elle ſe meut avec plus de rapidité que dans tout autre point de ſon orbite. Cependant nous remarquerons que ſa viteſſe eſt toujours réciproquement comme les perpendiculaires abbaiſſées du centre du Soleil ſur chaque ligne droite, qui paſſant par le lieu de la Planete, eſt en même tems la tangente de ſon orbite : ſoit DAF une Ellipſe dont le foyer eſt S : ſoient auſſi les arcs AB, ab parcourus dans deux inſtans quelconques, mais cependant les plus petits qu'il ſoit poſſible, étant d'ailleurs parfaitement égaux entre eux : les triangles SAB, sab étant égaux par la ſuppoſition, puiſque ce ſont les aires que le rayon de l'Ellipſe, mobile autour du point S parcourt dans des tems égaux, il eſt clair que ſi on abbaiſſe du foyer ſur les tangentes AP, ap, les perpendiculaires SP, sp, le triangle SAB ſera égal à $\frac{1}{2} SP \times AB$ de même que le triangle sab égal à $\frac{1}{2} sp \times ab$: c'eſt pourquoi $SP : sp :: ab : AB$: mais les lignes ab, AB, étant les eſpaces parcourus dans des tems égaux, ſont entre elles comme les viteſſes de la Planete ; on aura donç, la viteſſe en a, ſera à la viteſſe en A, comme la perpendiculaire SP, eſt à la perpendiculaire sp.

PLANCHE VIII. *Fig.* 12.

Nous allons rapporter deux problemes ſur les mouvemens des Planetes, qui ont été réſolus par le célebre Géometre M. de Moivre.

THEOREME I.

SOIT donnée un orbite Elliptique APB dont une Planete parcoure la circonférence à chaque révolution autour du Soleil, qu'on ſuppoſe immobile au foyer S : le centre de l'Ellipſe étant au point C, la moitié du grand axe ſera repréſentée par CB & celle du petit axe par CD : ſoit auſſi le ſecond foyer en F, & le lieu de la Planete pour un tems donné au point P : on tirera les droites SP, FP, & l'on aura ſuivant ce qui va être démontré, *la viteſſe de la Planete lorſqu'elle eſt en* P, *eſt à la viteſſe en* D *lorſqu'elle eſt parvenue à ſa diſtance moyenne au Soleil, en raiſon ſoudoublée de ſa diſtance* F P *au 2*[d] *foyer de l'Ellipſe* F, *à ſa diſtance au Soleil* S P : car menant par le point P la tangente EPG, & abaiſſant de chaque foyer ſur cette tangente les perpendiculaires SE, FG, enfin menant encore une autre tangente DH qui touche l'orbite de la Planete au point D, & ſur laquelle on abaiſſera du foyer S la perpendiculaire SH; on aura, ſelon ce qui a été démontré ci-deſſus (ou ſelon le Corollaire de la premiere propoſition du premier Livre des Principes de Mathématiques de la Philoſophie de M. Newton) la viteſſe de la Planete en P, eſt à la viteſſe en D, comme SH ou ſon égale CD, eſt à SE ; & par conſéquent le quarré de la vîteſte en P, ſera au quarré de la vîteſſe en D, comme $\overline{CD}^2$ à $\overline{SE}^2$, c'eſt-à-dire (ſuivant la propriété connue de l'Ellipſe, $\overline{CD}^2$ étant égal à $SE \times FG$) comme $SE \times FG$ eſt à $\overline{SE}^2$, ou plus ſimplement comme FG à SE : mais les triangles équiangles SEP, FGP donnent, FG eſt à SE, comme FP eſt à SP ; donc le quarré de la viteſſe en P, eſt au quarré de la viteſſe en D, comme FP, eſt à SP, & par conſéquent la viteſſe en P, eſt à la viteſſe en D, comme $\sqrt{FP}$, eſt à $\sqrt{SP}$. *C. Q. F. D.* Planche VIII. *Fig.* 13.

THEOREME II.

Les mêmes choses étant supposées, on aura encore *le Rayon, est au Sinus de l'angle SPE, comme* $\sqrt{SP \times FP}$, *est à CD.*

Car on a $\overline{SP}^2 : SP \times FP :: SP : FP :: SE : FG :: \overline{SE}^2 : SE \times FG :: \overline{SE}^2 : \overline{CD}^2$. Donc en raison alterne $\overline{SP}^2 : \overline{SE}^2 :: SP \times FP : \overline{CD}^2$, & partant $SP : SE :: \sqrt{SP \times FP} : CD$: mais SP, est à SE, comme le Rayon, est au sinus de l'angle SPE; donc le Rayon, est au sinus de l'angle SPE, comme $\sqrt{SP \times FP}$, est à CD . . . *C. Q. F. D.*

Planche VIII. *Fig.* 12.

La vitesse angulaire d'une Planete, c'est-à-dire, l'angle qu'une Planete parcourt autour du Soleil dans un instant donné, est toujours réciproquement en raison doublée de ses distances au Soleil, c'est-à-dire, réciproquement comme les quarrés de ses distances à cet astre. Soient, par exemple AB, ab, deux arcs d'une Ellipse qu'une même Planete a parcourue en tems égaux; on décrira du centre S & des intervalles SB, sb, les petits arcs BE, be, & prenant sur SB la partie Sm égale à Sb, on décrira l'arc mn, & l'on aura, la vitesse angulaire au point b, est à la vitesse angulaire au point B, comme l'arc be, est à l'arc mn: mais parce que le rapport de be à mn, est composé des rapports de be à BE, & de BE à mn, & que les triangles BSA, bsa sont supposés égaux; on aura d'abord be est à BE, comme SB est à sb: on aura aussi BE, est à mn (puisque ce sont des arcs semblables) comme SB est à sm, ou comme SB, est à sb; & partant la vitesse angulaire au point b, sera à la vitesse angulaire au point B, en raison composée de SB à sb & de SB à sb, c'est-à-dire, comme le quarré de SB, est au quarré de sb.

Mais pour faire comprendre encore plus facilement les inégalités du mouvement des Planetes, & les différens degrés dont leur mouvement s'accroît ou se rallentit, il est nécessaire de comparer le mouvement d'une Planete dans les divers points de son orbite, avec le mouvement d'un corps qui parcourroit la circonférence d'un cercle, d'un mouvement toujours égal & uniforme. Soit donc *AEBF* l'orbite d'une Planete, au foyer de laquelle se trouve le Soleil en *S*; soit *AB* le grand axe, *OQ* le petit axe : on décrira du centre *S* & de l'intervale *SE* (que je suppose moyen proportionnel entre *AK* & *OK*, c'est-à-dire, entre les deux demi-axes) le cercle *CEGF* dont la surface sera par conséquent égale à celle de l'Ellipse, comme cela est démontré dans les sections coniques. Supposons présentement qu'un corps céleste parcourre la circonférence *CEGF* d'un mouvement toujours égal, mais de telle sorte qu'il acheve sa révolution précisément dans le tems que la Planete parcourt la circonférence entiere de son Ellipse; dans cette supposition lorsque la Planete sera à son Aphélie au point *A*, le corps céleste que nous supposons emporté d'un mouvement toujours égal & uniforme, se trouvera pour lors dans la ligne des apsides au point *C*, & partant son mouvement représentera le mouvement égal, ou le moyen mouvement de la Planete, puisqu'il décrira autour du point *S*, des secteurs de cercles proportionnels aux tems, lesquels seront égaux aux aires Elliptiques que la Planete a dû décrire dans le même tems. PLANCHE VIII. *Fig.* 14.

Supposons présentement que le secteur de cercle *CSM* représente le mouvement moyen de ce corps ou l'angle proportionnel au tems qu'il a dû décrire autour du point *S*; on prendra sur l'Ellipse l'aire *ASP*, égale à l'aire *CSM*, & le lieu de la Planete dans son orbite sera par conséquent au point *P*, d'où il suit que l'angle *MSD*, qui est la différence entre le mouvement vrai & le mouvement moyen de la Planete, sera l'*Equation* ou la *Prosthapherese* : mais l'aire *ACDP* sera égale au secteur *DSM*, c'est pourquoi l'aire

ACDP eſt toujours proportionnelle à la Proſthaphereſe ou à l'Equation; d'où l'on voit que cette aire eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, précisément dans le lieu qui répond à la plus grande Equation. Or le lieu où l'Equation eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, ſe trouve au point *E*, qui eſt la ſection commune du Cercle & de l'Ellipſe, puiſque ſi la Planete s'eſt avancée au-delà de ce point, comme en *R*, l'Equation devient alors proportionnelle à la différence des aires *ACE* & *mER*, ſçavoir *GBRm*; car ſoit pour lors *V* le lieu du corps qui parcourt la circonférence du cercle d'un mouvement toujours égal, on aura le ſecteur *CSV* égal à l'aire Elliptique *ASR*: c'eſt pourquoi retranchant ce qui eſt de commun à ces deux eſpaces, on aura l'aire *ACE* moins l'aire *REm* égale au Secteur *VSm*, c'eſt-à-dire, égale à l'Equation. Il eſt évident auſſi que dans le périhélie au point *B*, la ligne du mouvement moyen convient alors exactement avec la ligne du mouvement vrai, puiſque le demi-cercle *CEG* eſt égal à la demi-Ellipſe *AEB*.

Des vrais lieux auſquels arrivent les plus grandes Equations.

Mais quand la Planete s'avance au-delà du Périhélie *B*, alors ſon mouvement vrai anticipe toujours ſur ſon moyen mouvement. Soit donc l'angle *GSZ* proportionnel au tems, on prendra l'aire *BSY* égale au Secteur *GSZ*, & le point *Y* ſera pour lors le vrai lieu de la Planete dans ſon orbite; d'où l'on voit que l'angle *BSY* ſera plus grand que l'angle *GSZ*, & qu'ainſi l'aire *GBYL* ſera égale au Secteur *ZLS*, c'eſt-à-dire, égale à l'équation: enſuite lorſque l'aire *GBYL* ſera la plus grande qu'il eſt poſſible, ſçavoir, au point *F* qui eſt la commune interſection du cercle & de l'Ellipſe, ce point *F* indiquera encore le lieu de la plus grande Equation; enfin au point *A* la viteſſe de la Planete doit être plus petite qu'en tout autre point de ſon orbite, ſa diſtance au Soleil *SA* étant alors la plus grande qu'il eſt poſſible; après quoi cette viteſſe doit s'accélérer

Du lieu de l'orbite de la Planete où ſa viteſſe eſt la plus petite.

de nouveau, à meſure que la Planete s'éloignera du point *A*, mais elle ſera continuellement moindre que la viteſſe moyenne, juſqu'au point *E* qui eſt la commune ſection du cercle & de l'Ellipſe. Ainſi ce n'eſt qu'à ce point *E* que la viteſſe angulaire de la Planete peut devenir égale à la viteſſe moyenne, ce qui ſe peut démontrer en cette maniere. . . . Lorſque la Planete eſt arrivée au point *E* de ſon orbite, ſoit ſuppoſé le corps céleſte qui parcourt la circonférence du cercle avec une viteſſe égale au moyen mouvement de la Planete, au point *m* de cette circonférence : ſoient auſſi les aires nSE & ISm décrites autour du point *S* dans le plus petit inſtant : ces aires étant égales, on aura $hE \times ES = Im \times Sm$; c'eſt pourquoi comme les lignes Sm & ES ſont égales, l'arc $Eh = Im$, & partant l'angle nSE ſera égal à l'angle ISm, c'eſt-à-dire, la viteſſe, angulaire de la Planete au point *E* ſera égale à la viteſſe moyenne : on voit auſſi qu'à meſure que la Planete s'approchera du périhélie, ſa viteſſe ſurpaſſera de plus en plus la vîteſſe moyenne, & que par conſéquent ſon mouvement doit s'accélerer chaque jour, puiſque ſa diſtance au Soleil diminue continuellement ; qu'enfin cette viteſſe ſera la plus grande qu'il eſt poſſible au point *B*, qui eſt le lieu de ſon Périhélie ; car c'eſt dans ce point que la Planete eſt le plus près du Soleil.

Du lieu où la viteſſe de la Planete eſt égale à ſa viteſſe moyenne.

Mais la Planete s'avançant au-delà du Périhélie, & montant vers ſon Aphélie, il eſt clair qu'elle doit laiſſer derriere elle le corps céleſte qui parcourt la circonférence du cercle avec une viteſſe égale à ſon moyen mouvement ; & quoique la viteſſe de la Planete diminue peu à peu chaque jour à meſure qu'elle s'éloigne du Soleil, elle ſurpaſſera néantmoins la viteſſe moyenne, juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenue à l'interſection *F* où elle deviendra pour lors égale à celle du corps céleſte qui parcourt la circonférence du cercle : enfin cette même viteſſe doit continuer à ſe rallentir jusqu'à l'Aphélie, où elle paroîtra la plus petite, comme nous l'avons exposé auparavant.

Ainsi puisque toutes les Planetes sont emportées dans les différens points de leurs orbites avec des vitesses inégales, & qu'il n'y a d'autre égalité dans leurs mouvemens autour du Soleil, que par rapport aux aires qu'elles décrivent, cette aire augmentant toujours uniformément & dans la même raison que les tems employés à les décrire ; il est donc absolument nécessaire, si l'onveut déterminer le lieu d'une Planete dans son orbite pour un tems donné, de pouvoir déterminer à chaque instant l'aire qui est proportionnelle au tems ; & pour cet effet nous allons résoudre le Probleme suivant.

PROBLEME DE KEPLER.

Trouver la position d'une ligne droite, dont l'extrémité étant fixe au foyer d'une Ellipse, se meuve autour de ce point, de maniere qu'elle parcoure à chaque instant de sa révolution, une aire qui soit à l'aire de toute l'Ellipse en raison donnée.

PLANCHE VIII. *Fig.* 15.

SOIT une Ellipse APB, dont on ait déterminé un des foyers comme S; il faut trouver la position d'une ligne droite SP qui coupe l'aire ASP, comprise entre deux lignes droites & une ligne courbe, ensorte que le rapport de cette aire soit toujours à l'aire de toute l'Ellipse, comme le tems périodique de la Planete qui parcourt la circonférence de l'Ellipse, est à un tems donné quelconque : il est aisé de voir que la position de cette ligne étant ainsi donnée, on connoîtra le point P qui sera le vrai lieu de la Planete pour le tems proposé. Ou bien soit le demi-cercle AQB décrit sur le grand axe de l'Ellipse, on propose de mener par le point S la droite SQ, laquelle coupe l'aire ASQ, ensorte que le rapport de cette aire, à l'aire l'aire entiere du cercle, ſoit en raiſon donnée : or par le moyen de cette ſection du cercle, on trouvera facilement la ſection de l'Ellipſe que l'on demande, en abaiſſant du point *Q* la perpendiculaire *QH* ſur le grand axe de l'Ellipſe, puiſque cette perpendiculaire rencontrant l'Ellipſe au point *P*, on pourra tirer la ligne *SP* qui ſera celle que l'on cherche, comme auſſi le point *P* le vrai lieu de la Planete. En effet on démontre dans les ſections coniques que le demi-ſegment Elliptique *APH* eſt au demi-ſegment circulaire *AQH*, comme *HP*, eſt à *HQ*, c'eſt-à-dire, comme l'aire de toute l'Ellipſe, eſt à l'aire du cercle entier : mais le triangle *SPH* eſt au triangle *SQH* (par la premiere propoſition du ſixieme Livre d'Euclide) dans un même rapport que celui que nous venons de trouver ; donc l'aire Elliptique *ASP*, ſera à l'aire circulaire *ASQ*, comme l'aire totale de l'Ellipſe, eſt à l'aire du cercle entier, & en proportion alterne on aura, l'aire Elliptique *ASP* ſera à l'aire totale de l'Ellipſe, comme l'aire circulaire *ASQ*, eſt à toute la ſurface ou l'aire totale du cercle ; d'où l'on voit que ſi l'on ſçait une fois la méthode de mener par le point *S* une ligne droite qui puiſſe couper l'aire du cercle en raiſon donnée, il ſera fort aiſé de couper enſuite l'aire Elliptique telle qu'on la demande.

Kepler qui a propoſé le premier ce problême, n'a jamais pu trouver une méthode directe pour calculer le vrai lieu d'une Planete à tel point de l'orbite que ce ſoit, & même il dit expreſſément qu'il n'y en a point de directe pour déterminer le vrai lieu, c'eſt-à-dire, l'anomalie vraie d'une Planete pour un tems donné. Ainſi il a fallu que Kepler calculât ſucceſſivement pour chaque point de la circonférence *AQB* (en ſuppoſant connu l'arc *AQ* qu'il nomme l'*Anomalie de l'Excentrique*) non-ſeulement le tems qui répond à l'aire *ASQ* laquelle eſt proportionnelle à l'anomalie moyenne, mais encore l'angle *ASP*, c'eſt-à-dire, le lieu de la Planete, ou plutôt ſon anomalie vraie ou coégalée qui répond au même tems. Ainſi parce que Kepler n'a pu réſoudre ce probleme géométriquement, la plupart des Aſtronomes ont penſé à d'autres hypotheſes moins conformes aux loix de la Phyſique, croyant que Kepler s'attachoit à ſes propres idées préférablement à une théorie géométrique. Car s'imaginant que toute l'Aſtronomie de Kepler, au défaut de géométrie, étoit fondée ſur une ſimple hypotheſe, ils s'en ſont écartés, ne voulant ſe ſervir que de méthodes directes. Pour cet effet ils ſe ſont imaginé un point dans l'orbite des Planetes, autour duquel devoit ſe faire un mouvement toujours égal, c'eſt-à-dire, autour duquel les angles du mouvement de la Planete devoient toujours être proportionnels aux temps. Or ſelon cette hypotheſe l'anomalie moyenne de la Planete étant donnée, il étoit facile de déterminer géométriquement l'anomalie vraie ou coégalée. Mais on a bientôt remarqué que les calculs fondés ſur cette ſuppoſition, ne s'accordoient point avec les obſervations; de maniere qu'on eſt enfin convenu qu'il n'eſt pas poſſible qu'il y ait un point fixe dans le plan de l'orbite d'une Planete autour duquel (en ſuppoſant des rayons tirés de ce point au centre de la Planete) ſon mouvement ſe repréſenteroit par des angles proportionnels aux tems. Il n'y a donc de vraie Théorie, ou qui s'accorde avec les mouvemens des Planetes, que celle de Kepler que nous avons expliquée ci-deſſus, enſorte que les Aſtronomes ſeront éternellement flatés de cette belle découverte de Kepler: auſſi ce grand Aſtronome en faiſoit-il tant de cas, qu'il a mieux aimé ne pas abandonner la méthode indirecte qu'il étoit obligé de ſuivre pour faire ſes calculs, que de rechercher une autre hypotheſe qui répugneroit aux loix de la Phyſique.

Mais afin que l'on ne puiſſe plus reprocher ce défaut de Géométrie aux Aſtronomes qui ſuivent l'hypotheſe de

Kepler, on va donner ici la méthode géométrique de couper l'aire d'une Ellipſe, ou, ce qui revient au même, celle d'un cercle en raiſon donnée.

Soit AQB un demi-cercle décrit ſur le grand axe d'une Ellipſe, & dont le centre ſoit en C; ſoit auſſi en S le foyer de l'Ellipſe qu'occupe le Soleil : on abaiſſera du lieu de la Planete ſur l'axe, la perpendiculaire QH qui coupera le cercle en Q, & de cette maniere l'aire ASQ, ſera à l'aire du cercle entier, comme le tems propoſé, eſt au tems périodique de la Planete. C'eſt pourquoi ayant mené CQ prolongé (lorſqu'il eſt beſoin) pour y abaiſſer la perpendiculaire SF; on aura l'aire ASQ égale au ſecteur ACQ plus au triangle CSQ; c'eſt-à-dire, égale à $\frac{1}{2}CQ \times AQ + \frac{1}{2}CQ \times SF$; enſorte que l'aire ASQ ſera toujours proportionnelle à l'arc $AQ +$ la ligne droite SF, & cela toutes les fois que la Planete deſcendra de ſon Aphélie vers ſon Périhélie; mais lorſqu'elle ira du Périhélie vers l'Aphélie, l'aire BSq ſera toujours égale au ſecteur $BCq -$ le triangle CSq, & partant cette aire ſera toujours proportionnelle à l'arc $Bq -$ la droite Sf; il eſt donc certain que ſi l'on prend toujours l'arc AN ou Bn proportionnel au tems, on aura $AQ + SF = AN$, ou $Bq - Sf = Bn$, & partant SF ſera toujours $= QN$, ou $Sf = qn$. PLANCHE VIII. *Fig. 16.*

Il eſt évident de-là que ſi à l'arc donné AQ on ajoute toujours l'arc NQ égal à SF, on aura l'arc AN proportionnel au tems, c'eſt-à-dire, égal à l'anomalie moyenne; ainſi l'anomalie vraie d'une Planete étant donnée, on trouvera facilement l'anomalie moyenne, ou bien le tems qui lui répond; car on fera comme QC, eſt à SC, ainſi $57^{\circ},29578$ (valeur d'un arc égal au rayon), eſt à un quatrieme terme, & ce ſera la valeur d'un arc égal à SC en degrés & en parties décimales de degrés : on nommera ce même arc B; & parce que SC, eſt à SF, comme le rayon, eſt au ſinus de l'angle SCF ou ſon oppoſé au ſommet

Le Probleme de Kepler étant énoncé d'une maniere inverſe, n'eſt plus ſi difficile à réſoudre.

ACQ qui eſt donné, on fera comme le rayon; eſt au ſinus de l'arc *AQ*, ainſi l'arc *B*, à un quatrieme terme qui exprimera en degrés & décimales de degré, la valeur d'un arc de la circonférence *AQB* égal à la ligne *SF*; or puiſqu'on a démontré que *SF* étoit égal à l'arc *QN*, l'arc *QN* étant enfin connu, on aura donc la valeur de l'arc *AN* qui eſt proportionnel au tems.

Voici un exemple de cette méthode ſur la Planete de Mars. Soit donné le rapport de l'excentricité de cette Planete à ſa diſtance moyenne, ou ce qui eſt la même choſe, à la moitié de ſon grand axe, comme 14100 eſt à 152369, on trouvera le logarithme de l'arc *B* valeur de *SC* égal à 0.7244446; c'eſt pourquoi ſi l'on demande quelle eſt l'anomalie moyenne de cette Planete, lorſque l'anomalie de l'Excentrique eſt d'un degré, on ajoutera le ſinus du logarithme d'un degré; ſçavoir 8.2418553 au logarithme de l'arc *B*; & la ſomme ſera 8.9662999 logarithme du nombre $0^{\circ}.092533$ valeur de *QN* en décimales de degrés, & partant on aura l'arc *AN* proportionnel au tems de $1^{\circ},092533$, ou de $1^{\circ}\ 5'\ 33''$.

De même ſi l'anomalie de l'excentrique eſt 30°, & qu'on ajoute à ſon ſinus logarithmique, le logarithme conſtant de l'arc *B*, la ſomme ſera 0.4234146 qui ſera le logarithme du nombre $2^{\circ}, 651$; & par conſéquent l'anomalie moyenne *AN*, qui répond aux 30° d'*anomalie de l'Excentrique*, ſera $32^{\circ}, 651$, ou $32^{\circ}\ 39'\ 3''$.

Cette méthode, quoiqu'indirecte, eſt bien plus ſimple & bien plus commode pour les calculs que celle de Kepler: car cet Auteur ne nous donne pour trouver l'anomalie vraie, l'anomalie moyenne étant donnée, qu'une méthode indirecte fondée ſur une regle de *fauſſe poſition*.

Mais venons enfin à cette méthode dont nous avons déja parlé tant de fois, puiſqu'il s'agit de découvrir directement l'anomalie vraie ou coégalée qui répond à l'anomalie moyenne donnée. Soit dans la même figure, l'arc AN l'anomalie moyenne que l'on sçait être toujours proportionnelle au tems; il s'agit de déterminer la valeur de l'arc AQ qui est l'*anomalie de l'Excentrique*. Pour cet effet je nomme y l'arc NQ, e le sinus de l'arc AN, & son cosinus f; je nomme encore g l'excentricité SC: or le sinus de l'arc AQ est égal au sinus de l'arc $AN - NQ =$ au sinus $AN - y$; & par conséquent selon ce qu'on trouvera démontré dans la Trigonométrie, si le sinus d'un arc AN est e, le sinus de l'arc $AN - y$, c'est-à-dire, le sinus de AQ sera $\frac{e - fy}{1} - \frac{ey^2}{1.2.} + \frac{fy^3}{1.2.3.} + \frac{eya}{1.2.3.4.}$ &c. mais le rayon qui est 1, est au sinus de l'arc AQ, comme $SC = g$, est à SF ou $NQ = y$, & partant SF sera égal à $ge - \frac{gfy}{1} - \frac{gey^2}{1.2.} + \frac{gfy^3}{1.2.3.} + \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. or SF est égal à l'arc NQ ou y, comme on l'a démontré ci-dessus; on aura donc cette équation $y = ge - \frac{gfy}{1} - \frac{gey^2}{1.2.} + \frac{gfy^3}{1.2.3.} + \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. & partant $ge = y + \frac{gfy}{1} + \frac{gey^2}{1.2.} - \frac{gfy^3}{1.2.3.} - \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. si l'on fait présentement $ge = z$, $1 + gf = a$, $\frac{ge}{1.2.} = b$, $\frac{gf}{1.2.3.} = c$, & enfin $\frac{ge}{1.2.3.4.} = d$ l'équation deviendra $z = ay + by^2 - cy^3 - dy^4$ &c. d'où l'on tire selon la méthode du retour des suites donnée par M. *Newton*, $y = \frac{z}{a} - \frac{bz^2}{a^3} + \frac{\overline{2b^2 + ac} \times z^3}{a^5} - \frac{\overline{5abc - 5b^3 + a^2 d} \times z^4}{a^7}$; & parce que $b = \frac{ge}{2} = \frac{z}{2}$ & $d = \frac{z}{1.2.3.4.}$ on aura $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} + \frac{cz^3}{a^4} - \frac{5cz^5}{2a^5}$ &c. si l'arc AN excede $90°$ ou bien s'il est moindre que $270°$, alors ge ou $z = y - gfy + \frac{gey^2}{2.} + \frac{gfy^3}{2.3.} - \frac{gey^4}{2.3.4.}$. Or $a = 1 - gf$; on aura donc $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} - \frac{cz^3}{a^4}$.

Cette suite exprime la valeur de l'arc QN en parties dont le rayon est 1,000000 : mais pour convertir ces parties en degrés, on fera, comme le rayon, est à cette série, ainsi 57°,29578 valeur d'un arc égal au rayon, à un quatrieme terme ; c'est pourquoi (puisque le rayon est l'unité) si l'on multiplie cette même série par le nombre 57°,29578 qu'on peut nommer R, l'on aura l'arc y que l'on cherche en degrés & en décimales de degrés, cet arc étant égal à $\frac{Rz}{a} - \frac{Rz^3}{2a^3} + \frac{Rcz^3}{a^4}$ &c.

Le premier terme $\frac{Rz}{a}$ suffit dans presque toutes les Planetes pour déterminer l'anomalie de l'excentrique ; car dans la Planete de Mars l'erreur ne peut aller à la deux-centieme partie d'un degré ; & pour déterminer l'anomalie de l'excentrique de la Terre, l'erreur n'excede pas la dix-millieme partie d'un degré. Mais nous allons appliquer ceci à des exemples.

L'Excentricité de l'orbite de la Terre est 0.01691 ; en supposant la distance moyenne ou $CQ = 1.00000$. C'est pourquoi si l'on propose de trouver l'anomalie de l'Excentrique, & l'anomalie coégalée lorsque l'anomalie moyenne est 30°, on a

Le Logarithme de l'Excentricité	8.2281436 = log. de g
Le Logarithme du sin. de 30°	9.6989700
Le Logarithme R	1.7581226
Le Logarithme Rz	9.6852362
Le Logarithme de a à soustraire	0.0063137

Le Logarithme de l'arc y ou NQ 9.6789225 & le nombre qui répond à ce Logarithme est 0.47744 = 28′ 38″. Quant aux autres termes ils ne peuvent donner qu'environ la dix-millieme partie d'un degré, c'est pourquoi on peut les négliger : ainsi de 30° ôtant 28′ 38″, reste l'arc AQ de 29° 31′ 22″. Or dans le triangle QCS les côtés QC, CS sont connus, aussi-bien que l'angle SCQ ; c'est pourquoi l'on connoîtra l'angle QSC. Voici l'analogie qu'il faut faire comme $QC + CS$ ou AS, est à $CQ - CS$

ou PS, ainſi la tangente de la moitié de la ſomme des angles CSQ & CQS, à la tangente de la moitié de la ſomme de leur différence ; & partant ſi du Logarithme de la tangente de la moitié de la ſomme de l'angle ACQ, on ôte toujours le Logarithme conſtant 0.0146893, le reſte ſera la tangente de la moitié de la différence des angles CQS & CSQ, ſçavoir (dans cet exemple) $14^\circ\ 17'\ 26''$, & l'ajoutant à la demi-ſomme des angles inconnus, on aura l'angle ASQ de $29^\circ\ 3'\ 7''$. Mais pour trouver l'angle ASP (fig. 15.) il faut diminuer la tangente de l'angle ASQ dans la raiſon du petit axe au grand axe de l'Ellipſe : ainſi on ôtera du Logarithme de cette tangente, le Logarithme conſtant 0.0000622, ſçavoir le Logarithme qui exprime le rapport du grand axe au petit axe de l'Ellipſe ; & le reſte ſera la tangente du Logarithme de l'angle ASP de $29^\circ\ 2'\ 54''$, c'eſt-à-dire, de l'anomalie vraie ou coégalée.

Maniere de réduire l'anomalie de l'Excentrique à l'anomalie vraie.

L'Excentricité de l'orbite de Mars étant de 14100, dont ſa diſtance moyenne au Soleil eſt 152369, & par conſéquent le Logarithme qui exprime le rapport de SC à CQ étant 8.9663226 = Logarith. de g, on demande, 1°. quelle eſt l'anomalie de l'Excentrique de Mars, lorſque l'anomalie moyenne eſt d'un degré :

Le Logarithme de l'Excentricité......	8.9663226
Le Logarithme du ſinus d'un degré....	8.2418453
Le Logarithme du Rayon...........	1.7581220
Le Logarithme de Rz...............	8.9662899
Le Logarithme de a à ſouſtraire........	0.0384299
Le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$...............	8.9278600

or le nombre qui répond à ce Logarithme eſt 0.08497, & c'eſt la valeur de l'arc NQ ſans qu'on puiſſe ſe tromper de plus d'une trente-millieme partie.

2°. On demande l'anomalie de l'Excentrique lorſque l'anomalie moyenne eſt de 45°.

Le Logarithme de l'Excentricité .. 8.9663226
Le Logarithme du ſinus de 45° ... 9.8494850
Le Logarithme de R 1.7581220

Le Logarithme de Rz 0.5739296
Le Logarithme de a à ſouſtraire ... 0.0275249

Le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$ .... 0.5464047, qui répond au nombre 3°.5189 un peu plus grand que le vrai nombre qu'on cherche; mais l'excès ne va gueres qu'à la cent cinquantieme partie d'un degré: & ſi l'on veut corriger cette erreur, on prendra le ſecond terme *de la ſuite rapportée ci-deſſus*, ſçavoir, $-\frac{Ra+2Rc\times z^3}{2a^4}$, & l'on trouvera 0.0065 qu'on ôtera de 3°.5189, & le reſte 3°.5124 approchera plus du vrai arc NQ que l'on cherche, puiſque l'erreur n'ira pas à la cent-millieme partie d'un degré.

3°. Si l'on cherche l'anomalie de l'excentrique qui répond à 100° d'anomalie moyenne, dans ce cas $a = 1 - gf = 0.983930$.

Le Logarithme de g 8.9663226
Le Logar. du ſin. de 100° ou 80° .. 9.9933515
Le Logarithme de R 1.7581220

Le Logarithme de Rz 0.7177961
Le Logarithme de a à ſouſtraire ... 9.9929598

Le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$ .... 0.7248363, auquel répond le nombre 5.3068, qui ſurpaſſe le nombre véritable de la cinquantieme partie d'un degré ou environ. Et ſi l'on veut corriger cette erreur, on prendra le double du Logarithme $\frac{z}{a}$ & on y ajoutera le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$, ce qui donnera le logarithme de $\frac{Rz^3}{a^3}$ auquel répond le nombre 0.04552, dont la moitié 0.02276 ſera égale à $\frac{Rz^3}{2a^3}$, & par conſéquent ſi l'on ôte ce nombre de 5.3068, le

reſte

reſte $5^{\circ}.2841$ ſera la quantité de l'arc *NQ*;& partant l'arc *AQ* qui eſt l'anomalie de l'Excentrique, ſera $94^{\circ}.7159$, qui differe à peine du véritable arc que l'on cherche de la dix-millieme partie d'un degré. Il faut cependant remarquer ici, que quoique le ſecond terme de la ſuite ſoit $\frac{-Ra+2Rc \times z^3}{2a^4}$, néantmoins ſa partie $\frac{-Rcz^3}{4}$ ſuffit pour avoir l'arc *AQ*, c'eſt-à-dire, l'anomalie de l'Excentriqueà une dix-millieme partie de degré.

Lorſqu'on connoîtra l'arc *AQ* ou l'angle *ACQ*, on trouvera l'angle *ASQ* en réſolvant le triangle *QCS*; dont on connoît les côtés *CQ*, *CS*, & l'angle compris *QCS*; c'eſt pourquoi on trouvera l'angle *QSA*: on en prendra la tangente logarithmique, & on en ôtera le log. conſtant qui exprime le rapport du grand axe au petit axe de l'Ellipſe, & le reſte enfin ſera la tangente logarithmique de l'angle *ASP*, c'eſt-à-dire, de l'anomalie vraie ou coégalée.

CHAPITRE VINGT-CINQUIEME.

Solution du Probleme de Kepler donnée par M. Newton : hypotheſe Elliptique de Wardus.

LA méthode que l'on vient de donner dans le Chapitre précédent pour réſoudre le Probleme de Kepler, & celle de M. Newton qu'on trouve dans le premier Livre des Princip. Mathém. de la Philoſ. pag. 101. ſont toutes deux fondées ſur le même principe, ſçavoir, que la droite *SF* eſt égale à l'arc *QN*. Or la méthode de M. Newton eſt preſque ſemblable à celle dont on ſe ſert dans l'analyſe pour extraire les racines des équations affectées; & partant on doit être porté à en faire d'autant plus d'uſage, qu'elle donne également bien les lieux des Planetes, soit dans des orbites qui approchent assez de la figure d'un cercle, soit dans celles qui sont les plus excentriques : car elle peut toujours y être employée avec la même facilité, ce qui est important dans la recherche du mouvement des Cometes. Il est vrai qu'on pourroit y parvenir aussi par l'autre méthode expliquée ci-dessus, pourvu qu'au lieu de l'arc *AN*, on prît un autre arc bien plus approchant de l'arc *AQ*, qu'on pourroit nommer *A*, & qu'en supposant le sinus de l'arc $A = e$, on cherchât le sinus de l'arc $A + y$ & qu'on fît $z = ge + A - AN$.

PLANCHE VIII. *Fig.* 17.

Mais comme la méthode de M. Newton est beaucoup plus expéditive, nous allons l'expliquer en faveur de ceux qui voudront construire des Tables Astronomiques selon la vraie Théorie des mouvemens célestes, après avoir abandonné les anciennes hypotheses : cette méthode est très-facile, & leur sera sans doute d'un très-grand secours.

L'Auteur donne ici la solution du Probleme de Kepler publiée par M. Newton, avec une démonstration ou Commentaire qu'il a communiqué autrefois à la Société Royale d'Angleterre.

On a déja fait voir que si l'arc *AQ* est l'anomalie de l'Excentrique, cet arc joint à la droite *SF* qui est la perpendiculaire abaissée du Soleil sur le rayon *QC*, doit toujours être proportionnel au tems, quand la Planete va de l'aphélie au périhélie ; ou que l'arc *BQ* moins la droite *SF* est proportionnel au tems, lorsque la Planete va du Périhélie à l'Aphélie : partant si l'on prend l'arc *AN* ou *BN* proportionnel au tems, l'arc *QN* sera égal à la droite *SF*, ainsi pour trouver en degrés & décimales de degrés la mesure d'un arc de la circonférence *AQB*, qui soit égal à la droite *SF*; on fera comme *CQ*, est à *CS*, ainsi l'arc de $57^{o},29578$ égal au rayon du cercle, à un quatrieme terme qui exprimera la grandeur d'un arc de la circonférence *AQB* égal à *SC*. Soit nommé *B* le logarithme de cet arc ; & parce que *CS*, est à *SF*, comme le rayon, est au sinus de l'angle *ACQ* ; on fera comme le rayon, est au sinus de l'angle *ACQ*, ainsi l'arc dont le logarithme est *B*, à l'arc *D* qui sera égal à *SF*. Partant si pour le moment donné l'aire ASQ & l'arc AN étoient proportionnels au tems, & qu'on prît NP égal à D, le point P tomberoit en Q. Mais si l'aire ASQ ne répond pas exactement au tems, le point P tombera au-dessus ou au-dessous du point Q, selon que l'aire ASQ sera plus grande ou plus petite que celle qui doit être proportionnelle au tems. Soit donc nommée cette aire ASq : si l'on abaisse sur Cq la perpendiculaire SE, on aura suivant ce qui a été démontré ci-dessus, $SE = Nq$, & partant $SE - SF$ (ou $SF - SE$ selon le cas) c'est-à-dire, presque la ligne entiere $LE = qP = QP - Qq$ (ou bien $= Qq - QP$) : or si l'angle QCq est fort petit, on aura $CE : Cq :: LE : Qq :: QP - Qq : Qq$; & par conséquent $CE + Cq : Cq :: QP : Qq$. Semblablement lorsque l'arc BQ est plus petit que 90°, alors $CQ - CE : CQ :: QP : Qq$: & lorsque la Planete est proche l'Aphélie ou le Périhélie, alors la ligne presque entiere $CE = CS$ & $CQ + CE = AS$; ainsi $QP : Qq :: AS : CA$, s'il arrive que l'arc AQ soit plus petit que 90° : mais lorsque l'arc Bq est plus petit que 90°, alors $SB : CB :: QP : Qq$; on fera donc, comme CS, est à CQ, ainsi le rayon, à une certaine quantité L, & on aura $CQ = \frac{CS \times L}{R}$: or le Rayon, est au cosinus de l'angle ACQ, comme SC, est à CF ou CE (car CF & CE sont à peu près égales,) c'est pourquoi on aura $CE = \frac{SC \times Cosin.\, AQ}{R}$; & par conséquent $QP : Qq :: \frac{SC \times L + SC \times Cos.\, AQ}{R} : \frac{CS \times L}{R} :: L + Cosin.\, AQ : L$, en supposant néanmoins l'arc AQ moindre que 90° ; car si cet arc excede 90°, on aura $QP : Qq :: L - Cosin.\, AQ : L$.

De cette maniere si l'on prend l'arc AQ tant soit peu moindre ou plus grand que le vrai arc, il sera facile, suivant ce que nous venons de dire, de conclurre la quantité de l'arc Qq, qui lui doit être ajoutée ou qu'on en doit soustraire, afin d'avoir l'aire ASq à très-peu près proportionnelle au tems : mais si à la place de AQ on prend l'arc Aq qu'on vient de trouver, & qu'on observe les mêmes regles que ci-dessus, on trouvera encore un autre arc Aq, & ainsi de suite en réitérant plusieurs fois le calcul, afin de parvenir à un nouvel arc Aq qui pourra approcher autant qu'on voudra du véritable arc que l'on cherche.

Application de la méthode de M. Newton à la Planete de Mars.

Cette méthode est si simple & si facile, qu'on la concevra plutôt par des exemples, que par un détail inutile, qu'il seroit peut-être trop long de rapporter. Ainsi nous allons l'appliquer aux mouvemens de la Planete de Mars. Dans l'orbite de cette Planete le logarithme B est 0.7244446, & la longueur L est de 1080631 parties, dont le Rayon est 100000.

I. Exemple.

Qu'on propose d'abord de trouver l'angle ACQ lorsque le mouvement moyen de la Planete ou l'arc proportionnel au tems n'est que d'un degré. On voit d'abord que CS est presque la dixieme partie de CA. Je suppose donc que AQ * est de $0°,9$, c'est-à-dire, d'une dixieme partie de degré plus petit que le moyen mouvement : on ajoutera le sin. log. $0°,9$ au logarithme de B, & la somme sera

* La méthode la plus simple de calculer l'anomalie vraie qui répond à l'anomalie moyenne, est de supposer d'abord avec M. Herman que l'orbite n'est pas fort excentrique ; car sans réduire les arcs en décimales de degrés, on menera par le centre C la ligne CQ parallele à SN, ensuite on déterminera comme il suit, l'angle ASN ou bien l'arc AQ dont il est nécessaire de connoître la valeur pour en déduire suivant l'approximation donnée par M. Newton, celle de l'arc Aq que l'on cherche. Pour cet effet il faut considérer que dans le triangle rectiligne NSC les côtés CN, CS (qui sont constans) étant connus, de même que l'angle ACN, ou NCS qui est l'anomalie moyenne, il sera facile de connoître l'angle NSC ou son égal ACQ. Car pour abréger le calcul dans cette méthode particuliere de déterminer l'anomalie vraie qui répond à l'arc AN de l'anomalie moyenne, on ajoutera suivant l'analogie connue (Trig. rectil. prop. 13.) le logarithme de la différence de $NC + CS$, $NC - SC$ (lequel est toujours un logarithme constant) à la tangente de $\frac{1}{2} ACN$, ce qui donnera la tangente de la $\frac{1}{2}$ différence des angles CNS, CSN ; d'où il suit que si on l'ajoute à la moitié de l'arc $AN = \frac{1}{2} NQ + \frac{1}{2} AQ$, la somme sera l'angle ASN ou l'arc AQ. Ainsi le log. constant 0.0806085 (qui répond à la différence de $NC + CS$, $NC - CS$) étant ajouté à la tangente logar. de la moitié de l'angle ACN, lequel est supposé d'un degré dans ce premier exemple, la somme sera la tangente log. de $0° \; 24' \; 55''$ qu'il faudra ajouter à $\frac{1}{2} ACN$, pour avoir l'angle ACQ de $0° \; 54' \; 55''$.

L'angle ACQ étant une fois connu on ajoutera son sin. log. 8.2034118 comme il est expliqué ci-dessus au log. de B, & la somme sera 8.9278564 log. d'un nombre qui étant réduit en secondes, répondra à $304'', 90115 = 0° \; 5'. 4'', 9 = Nq$, l'arc Qq n'étant gueres que de $0'', 1$ dans cet exemple.

8.9205466 qui est le log. du nombre 0.083281; ce nombre exprimera un arc égal à $SF = NP$; & si l'arc AQ que l'on a pris eût été le vrai arc que l'on demande, $AN - NP$ seroit $= AQ$, & $QP = 0$: mais dans ce cas-ci $QP =$ $= 0.01671$; donc en ôtant la dixieme partie, puisque AS surpasse AC d'environ sa dixieme partie, il restera $Qq =$ 0.01504 qu'il faudra ajouter à AQ, & l'on aura Aq $0^{\circ}.91504$ qui differe à peine de la millieme partie d'un dégré du véritable arc Aq.

2°. Si l'arc AN du moyen mouvement est deux degrés, on supposera $AQ = 1^{\circ}.83$, ce qui est à peu près le double du premier AQ; & ajoutant le log. de B à son sinus logarithmique, la somme 9.2286992 sera le logar. du nombre 0.16931 ; & partant $QP = 0.00069$, d'où ôtant la dixieme partie, le reste sera $Qq = 0,00062$, & $Aq = 1^{\circ}.83062$, qui differe à peine du vrai arc Aq de la dix-millieme partie d'un degré. II. Exemple.

3°. Si l'arc proportionnel au tems est de 3°, on supposera $AQ = 2^{\circ},745 = 1,83 + 0.915$; & ajoutant le logarithme B à son sinus logarithmique, on aura le log. du nombre $0.25392 = NP$ & $AN - NP = 2.74608$; parconséquent $Qq = 0,001$, ou à très-peu près, & $Aq =$ $2^{\circ}.746$: c'est pourquoi la seule addition de ces deux logarithmes donnera l'arc Aq qui ne doit pas différer du véritable de plus d'une millieme partie de degré. III. Exemple.

4°. Choisissons présentement un plus grand angle, & qu'on demande, par exemple, l'angle ACq lorsque le moyen mouvement est de 45°. On supposera d'abord l'arc AQ de 40° & ajoutant à son sinus le logarithme de B, la somme 0.5325121 sera le logarithme du nombre 3°, 4081, qui étant ôté de 45° le reste, sera $AN - NP =$ $41,5919$, qui surpassera l'arc AQ de $1^{\circ},5919$; c'est pourquoi si l'on fait comme $L +$ le cosinus AQ, est à L, ainsi $1,5919$, à un quatrieme terme, on trouvera l'arc Qq de IV. Exemple.

$1^{\circ},4865$, & partant $Aq = 41^{\circ},4865$ ce qui n'excede gueres plus de la millieme partie d'un degré le véritable arc qu'on cherche. Mais nous pouvons encore trouver, ſans être obligés d'employer cette regle de proportion, l'arc AQ, en prenant un arc qui ſoit un peu plus petit que la différence des arcs AN, NP, c'eſt-à-dire, qui lui ſoit à très-peu de choſe près égal, par exemple, AQ étant de $41^{\circ}, 50$; & cela en ajoutant ſon ſinus logarith. au log. de B, afin d'avoir $NP = 3, 5132$, qui étant ôté de AN donnera $41, 4868$ pour le nouvel arc AQ: cet arc non-ſeulement eſt plus aiſé à calculer ſelon cette derniere maniere, mais il approche encore plus du véritable arc que n'étoit l'arc Aq trouvé par la méthode précédente.

V. Exemple. 5°. Lorſqu'on a trouvé l'arc Aq qui répond au moyen mouvement de 45°, ſi l'on veut continuer le calcul ſucceſſivement pour chaque degré, on n'aura ſeulement que deux logarithmes à ajouter, & l'on aura tout d'un coup l'arc Aq pour tous les degrés correſpondans du moyen mouvement de la Planete. Par exemple, lorſque l'anomalie moyenne eſt de 46°, je ſuppoſe que AQ ſoit pris de $42, 40$, on ajoutera ſon ſinus logarithmique au logarithme de B, & partant ou aura $AN - PN = 42,4249$; on ſupoſera donc que cette quantité exprime un nouvel arc AQ, & on en déduira Aq qui ne differera pas même de la millieme partie du vrai arc Aq. Semblablement lorſque l'anomalie moyenne ſera 47°, je ſuppoſe que $AQ = 43^{\circ}, 36 =$ à l'arc AQ qu'on vient de trouver $+$ à l'excès de cet arc qui répond à un degré de moyen mouvement; & ajoutant ſon ſinus logarithmique au logarithme de B, la ſomme ſera le logarithme du nombre $3,6402$ qu'il faudra ôter de l'arc AN, & le reſte $AN - NP = 43^{\circ},3598$ ſera égal au nouvel arc Aq, & cet arc differe à peine de l'arc véritable qu'on cherche, de la dix-millieme partie d'un degré.

6°. Enfin si l'on propose de trouver l'arc Aq lorsque l'anomalie moyenne est de 100° *, on supposera AQ de 96°, & ajoutant son sinus logarithmique au log. constant L, la somme sera le log. du nombre 5°, 273, & partant $AN - NP = 94,727$; c'est pourquoi supposant AQ 94, 72 & ajoutant le logarithme constant B au sinus logarithmique de AQ, on aura le logarithme du nombre 5, 285, qu'on ôtera de l'arc AN, & $AN - NP = 94°, 715 = Aq$ ou à très-peu près. Semblablement si l'anomalie moyenne est 101°, on fera AQ de 95°, 71, d'où l'on tirera NP 5°, 2756 qui étant ôtés de 101° le reste $AN - NP = 95°, 7244$; & de cette maniere on operera successivement pour chaque degré d'anomalie moyenne, & l'on aura l'angle ACQ sans autre calcul qu'une simple addition de deux logarithmes, dont il faut conserver toujours à part celui qui est constant, ce qui épargne de la peine au Calculateur. VI. Exemple.

Passons présentement à une orbite d'une espece très-différente, dont l'excentricité, par exemple, sera fort grande; de sorte que la distance de l'Aphélie à celle du Périhélie, seroit comme 70 est à 1. Telle est l'orbite de la Comete, qui selon les découvertes de M. Hallei, acheve sa révolution en 75 ans ½. Dans cette orbite on aura AC ou CQ de 35, 5 & CS de 34, 5 parties, telles que SB est 1, 0: & le logarithme de la constante B sera 1.7457133. Ainsi pour trouver Bq lorsque le moyen mouvement de la Comete à compter du Périhélie, est la centieme partie d'un degré; je supposerai BQ 0.35; & ajoutant à son sin. le log. de la quantité constante B, on aura la somme Autre exemple dont on fait l'application à l'orbite d'une Comete.

* Si l'on ajoute le logarithme constant 0.0806085 à la Tang. log. ½ AN qui est de 50°, on trouvera la valeur de l'arc AQ de 94° 42' 30", & continuant le calcul suivant l'Approximation de M. Newton, en ajoutant le sinus logarithmique de AQ au logarithme de B, la somme sera le logarithme d'un nombre qui réduit en secondes = 19023" = 5°. 17'. 03" = Nq, ou plus exactement 5° 17' 02", 797: Ainsi Aq = 94°. 42'. 57", 204; & partant Qq = 0' 27", 204 dans cet exemple. Enfin on achevera de calculer l'angle QSA, l'anomalie vraie, ou l'angle PSA, suivant ce qui a été expliqué à la fin du Chapitre 24. pag. 497.

ou le logarithme du nombre 0.34013, qui étant ajouté à l'arc *AN*, donnera 0,35013, or si cet arc eût été de 0, 35, *BQ* auroit été pris fort exactement : mais la différence étant 0, 00013, on multipliera (puisque *CB* est à *SB* comme 35, 5 est à 1) on multipliera, dis-je, cette différence 0, 00013 par 35, 5, & on trouvera $Qq =$ 0, 004615 ; c'est pourquoi l'arc *BQ* sera $= 0, 354615$, & l'erreur ne montera pas à trois dix-milliemes de degré. En second lieu soit le moyen mouvement de la Comete 0, 02, on supposera *BQ* de 0, 71, & ajoutant le logarithme du sinus de ce nombre au logarithme de la constante *B*, on aura le logarithme de 0, 68998, & partant $BN + NP = 0^{\circ},70998$: or la différence n'est que de 0,00002, c'est pourquoi si on la multiplie par 35, 5, & qu'on ôte le produit de l'arc *BQ*, le reste $Bq = 0^{\circ}\ 7092$, & l'on ne peut alors se tromper que de la dixmillieme partie d'un degré. Si le moyen mouvement est 0,03, on supposera *BQ* 1, 06, & ajoutant son sin. log. à la constante *B*, on aura le logarithme du nombre 1, 03008, auquel on ajoutera *BN*, & la somme 1,06008 sera plus grande que *BQ* : or la différence qui est 0, 00008, doit être multipliée par 35, 5 & le produit sera ajouté à *BQ* pour avoir $Bq =$ 1, 06284. Semblablement lorsque le moyen mouvement est 0, 04, on fera $BQ = 1, 4$, & on trouvera $NP = 1$, 3604 à quoi il faudra ajouter 0,04 & la somme 1,4004 surpassera 1, 4 de 0004 ; on multipliera cette différence par 35, 5, & le produit 0142 sera égal à Qq ; c'est pourquoi $Bq = 1, 4142$; & dans tous ces calculs les erreurs sont très-petites, & n'excedent gueres la millieme partie d'un degré.

Qu'on propose aussi de trouver l'arc Bq lorsque le moyen mouvement de la Comete est d'un degré : on fera $BQ = 20$ degrés, & ajoutant son sinus logarithmique au sinus logarithmique de *B*, on aura le sinus logarithmique du du nombre $19, 045$, auquel si on ajoute 1, la somme $20^\circ, 045$ surpassera 20° : or dans ce cas L — le cosinus BQ, sera à L, comme 1, est à $11, 5$, ou à très-peu près : multipliant donc la différence $0, 045$ par $11, 5$, & le produit, 5175 étant ajouté à BQ, on aura $20, 5175$. C'est pourquoi on fera pour la seconde fois $BQ = 20, 51$, & par un semblable calcul que le précédent, on trouvera $NP = 19, 5092$, & si on y ajoute BN la somme sera $20, 5092$, ce qui donne un nombre moindre que BQ : & partant si on multiplie la différence, sçavoir, 0008 par $11, 5$ & qu'on ôte le produit 0092, de BQ, le reste $Bq = 20^\circ, 5008$.

Enfin qu'on suppose le moyen mouvement de 2°, on fera pour lors BQ de 30°, & on trouvera NP $27^\circ, 84$: on y ajoutera 2°, & la somme $29, 84$ sera plus petite que 30°; multipliant donc la différence $0^\circ, 16$ par $6,3$ (puisque L— cosin. BQ, est à L, comme 1, est à $6,3$) on aura $1, 008 = Qq$; & partant si l'on ôte cet arc de BQ, on aura Bq $28, 992$: on corrigera donc l'arc Bq en prenant BQ 29, & répétant le calcul, on aura $Bq = 28^\circ, 9672$.

Lorsqu'on aura trouvé l'angle QAC, il sera aisé de trouver l'angle ASQ; car dans le triangle QCS les côtés QC, CS sont connus aussi-bien que l'angle QCS, c'est pourquoi on trouvera la valeur de l'angle ASQ, & du côté SQ; enfin on fera, comme le grand axe de l'Ellipse, est au petit axe, ainsi la tangente de l'angle ASQ, à la tangente de l'angle ASP qui sera l'anomalie vraie ou coégalée. On fera aussi comme la sécante de l'angle ASQ, est à la sécante de l'angle ASP, ainsi SQ, sera à la distance SP de la Comete au Soleil que l'on cherche. On pourroit plus facilement trouver encore ASQ & la droite SP en cherchant d'abord le sinus QH de l'arc AQ & son cosinus HC; car on connoît SC en parties, dont CQ est 100000; c'est pourquoi on connoitra HS, &

PLANCHE VIII. *Fig. 15.*

on fera ensuite, comme le grand axe, est au petit axe de l'Ellipse, ainsi QH, est à PH, qui par conséquent sera connue. Enfin dans le triangle rectangle PHS, les côtés PH, HS sont connus : c'est pourquoi on trouvera la valeur de l'angle PSH, qui est l'anomalie coégalée, & le côté PS qui sera la distance de la Comete au Soleil.

Dans l'Aphélie & le Périhélie les points Q & N, ou le lieu vrai & le lieu moyen de la Planete, ne sont qu'un même point : mais dans le I^er demi-cercle d'anomalie le lieu moyen de la Planete précede son lieu vrai, & au contraire le lieu vrai précede le lieu moyen dans le second demi-cercle. Il n'est pas moins évident que si l'on détermine la position de la ligne des apsides de l'orbite de la Terre, on pourra déterminer dans quel tems le lieu moyen & le vrai lieu de la Terre vu du Soleil doivent ne paroître qu'un même lieu ; car quand le Soleil paroît dans le point de l'Ecliptique qui répond au Périhélie de l'orbite, alors la Terre est en Aphélie ; or il suit que ce tems étant donné, les Tables Astronomiques donneront le moyen mouvement de la Terre, & l'arc AN pour tel autre tems qu'on voudra ; puisque les Tables donnent ces arcs proportionnels au tems & tous calculés. Ainsi lorsque l'arc AN est donné pour tel tems qu'on voudra, on trouvera l'anomalie vraie de la Terre, ou l'angle ASP, & par conséquent le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique suivant les méthodes que nous avons expliquées.

Maniere de trouver le lieu moyen du Soleil.

La Théorie de Wardus.

Outre la Théorie de Kepler que nous avons exposée ci-dessus, & qui est si conforme au mouvement de toutes les Planetes, il y a encore une autre hypothese Elliptique proposée par deux célebres Mathématiciens, Ismael Bouillaud & Sethus Wardus, qui ont enrichi l'Astronomie par leurs sçavantes recherches. Nous allons expliquer cette Théorie d'autant plus volontiers, qu'elle est fondée sur une Géométrie subtile & très-délicate, puisque les calculs des mouvemens des Planetes s'y font avec une facilité merveilleuse. Dans cette hypothese on suppose avec Kepler que les orbites des Planetes sont des Ellipses, au foyer commun desquelles se trouve le Soleil : on suppose outre cela que chaque Planete est mue dans la circonférence de son orbite selon cette loi constante, sçavoir, que de l'autre foyer de l'Ellipse son mouvement paroisse toujours égal ; & partant que si l'on tire continuellement des rayons de la Planete à ce foyer, elle décrive des aires proportionnelles aux tems. Cela supposé lorsqu'on connoit le rapport des axes de l'Ellipse décrite par la Planete, on trouve selon la méthode de Wardus l'anomalie vraie qui répond à l'anomalie moyenne de la maniere que nous allons l'expliquer tout à l'heure.

Méthode de Wardus. PLANCHE VIII. *Fig.* 18

Soit *ABP* l'Ellipse décrite par la Planete ; ayant tiré la ligne des apsides *AP*, & nommant *S* le foyer qu'occupe le Soleil, *F* l'autre foyer qui est le centre du mouvement moyen ou uniforme. Si l'on connoît l'angle *AFL* proportionnel au tems, c'est-à-dire, l'anomalie moyenne, alors le point *L* sera le vrai lieu de la Planete dans son orbite, & l'angle *ASL* sera l'anomalie vraie ou coégalée que l'on cherche. On prolongera donc *FL* vers *E*, & on fera la ligne *FE* égale au grand axe *AP* de l'Ellipse ; & parce que selon la propriété si connue de l'Ellipse, la somme des droites *FL*, *SL* est égale à *AP*, *LE* sera par conséquent égale à *LS*, & le triangle *LSE* sera isoscele : ainsi les angles *E*, *ESL* seront égaux, & l'angle extérieur *FLS* sera égal à la somme de ces deux angles, c'est-à-dire, sera double de l'un ou de l'autre angle *E* ou *LSE*. C'est pourquoi dans le triangle *FES*, les côtés *EF*, *FS* & l'angle *EFS* (complément à 180° de l'angle *AFE*) étant connus, on trouvera la valeur de l'angle *E*, dont le double sera la valeur de l'angle *FLS* qui est l'équation ; & partant l'angle *AFL* étant égal aux deux angles *FSL*, *FLS*, on soustraira donc l'angle *FLS* (c'est-à-dire, l'équation du centre ou la Prostapherese) de l'anomalie moyenne, ou bien on l'y ajoutera si la Planete va du Périhélie à l'Aphélie, & l'on aura l'anomalie vraie de la Planete. *C. Q. F. T.*

Pour résoudre le triangle *EFS*, dans lequel les côtés *EF*, *FS*, sont donnés, & l'angle *EFS*, l'analogie est $\frac{1}{2} EF + \frac{1}{2} FS : \frac{1}{2} EF - \frac{1}{2} FS$, c'est-à-dire, *AS*, est à *SP*, comme la tangente $\frac{1}{2}$ *AFE*, est à la tangente de la $\frac{1}{2}$ différence des angles *E* & *FSE*. Mais puisque l'angle *E* est égal à l'angle *LSE*, *FSL* sera la différence des angles *E* & *FSE* : c'est pourquoi l'angle qui résulte de l'analogie, doit être doublé, & l'on aura l'anomalie vraie *FSL* de la Planete. Mais il y a encore quelque chose de plus facile pour la pratique ; car comme *AS* & *SP* sont toujours deux quantités données ou qui sont constantes, la différence de leurs logarithmes sera par conséquent donnée ; c'est pourquoi on l'ajoutera à la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne, & l'on aura la tangente de la moitié de l'anomalie vraie : enfin dans le triangle *LFS* puisqu'on connoît tous les angles & le côté *SF*, on connoîtra donc la distance *LS* de la Planete au Soleil.

L'hypothese de Wardus n'est qu'une approximation.

PLANCHE VIII. *Fig. 19.*

On explique ici pourquoi cette hypothese ne satisfait pas entierement aux observations.

Il est bien certain que cette hypothese de Wardus est une approximation fort utile, puisqu'elle épargne beaucoup de travail dans les calculs ; mais ce n'est toutefois qu'une approximation, & cette hyppothese n'est pas toujours assez exacte, comme nous l'allons démontrer. Soit *APB* l'orbite d'une Planete, *AQB* un cercle qui lui est circonscrit, l'arc *AQ* l'anomalie de l'excentrique, & *AN* l'anomalie moyenne proportionnelle au tems : on menera au centre *C* la droite *NC*, & par le point *Q* la droite *QG* qui lui sera parallele ; ainsi l'angle *QGA* sera égal à l'angle *NCA*, & proportionel au tems & *GC* sera presque égal à *CS*, mais pourtant tant soit peu plus petite, comme on le va démontrer. Car du foyer S on menera la perpendiculaire SF à QC, & elle sera égale comme on l'a déja fait voir à l'arc QN, dont le sinus est égal à GO; mais puisque l'arc QN est fort petit, son sinus lui sera presque égal ; c'est pourquoi GO sera presque égal à SF, c'est-à-dire, qu'il sera tant soit peu plus petit : or les triangles rectangles GOC & SFC sont à très-peu près équiangles ; car l'angle NCQ qui est la différence des angles NCG & SCF, est fort petit, & partant puisque OG est presque égal à SF (quoiqu'il soit réellement un peu plus petit) on aura CG presque égal à CS, ou du moins tant soit peu plus petit : donc l'autre foyer de l'Ellipse sera au-dessus du point G; mais ce sera d'une très-petite quantité. Que si l'on mene PL parallele à GQ, le point L sera aussi au-dessus du point G: mais ce sera toujours d'une fort petite quantité; ainsi le point L & le second foyer de l'Ellipse ne feront presque qu'un seul & même point. Mais l'angle PLA est égal à l'angle NCA qui est l'anomalie moyenne; donc si du Lieu de la Planete dans son orbite, on tire une ligne au foyer supérieur de l'Ellipse, cette ligne formera avec l'axe de l'Ellipse un angle qui sera à très-peu de chose près proportionnel au tems.

Lorsque les angles NCA & QCA, ou SCF ne different que très-peu, c'est-à-dire, lorsque l'angle NCQ est fort petit, & que l'excentricité de l'orbite est aussi fort petite, les points G & L ne formeront qu'un seul & même point avec le foyer supérieur ; & partant cette Théorie répond assez bien aux observations du mouvement de la Terre dans son orbite; car son orbite ne differe gueres d'un cercle. Mais pour les orbites de quelques autres Planetes telles que sont Mars & Mercure, on s'apperçoit d'une différence, ou plutôt d'une erreur assez sensible. Aussi M. Bouillaud ayant choisi quatre lieux de Mars observés par Tycho, a-t-il fait voir que dans le premier

Ismaël Bouillaud a corrigé cette hypothese.

& troisieme quartier d'anomalie, le lieu de Mars étoit plus avancé dans le ciel qu'il ne devroit être suivant cette hypothese ; & qu'au contraire dans le second & IV^e Quart l'anomalie vraie étoit plus petite que celle qui résulte du calcul de la même hypothese. C'est pourquoi ce célebre Astronome a imaginé la correction suivante *. Soit décrit le cercle *ADP* qui ait pour diametre *AP* qui est le grand axe de l'Ellipse, & soit *AFL* l'anomalie moyenne de la Planete : on menera par le point *L* la droite *QLG* perpendiculaire à l'axe, & qui rencontrera le cercle au point *Q* : ayant joint *FQ* qui rencontrera l'Ellipse au point *Y*, le point *Y* sera le lieu de la Planete qui répond à l'anomalie moyenne *AFL* : de plus l'angle correspondant à l'anomalie moyenne, sçavoir, l'angle *AFQ*, se trouve tout d'un coup, puisque sa tangente, est à la tangente de l'angle *AFL*, comme la moitié du grand axe de l'Ellipse, est à la moitié du petit axe. Or puisque l'angle *AFQ* ou *AFY* est donné, on trouvera l'anomalie vraie *ASY*, comme on l'a calculé auparavant par le moyen de l'angle *AFL*.

Planche VIII. *Fig. 18.*

On a dû remarquer que tous les calculs & les méthodes que nous avons proposés ci-dessus, supposoient toujours qu'on connût la figure des orbites, leurs excentricités, & leurs positions. Nous enseignerons dans la suite comment on peut déterminer toutes ces choses dans les autres Planetes : mais nous allons rechercher ici la position & la figure de l'orbite de la Terre.

Recherches sur la figure de l'orbite de la Terre.

1°. On observera le diametre du Soleil & son mouvement apparent quand la Terre est Aphélie & quand elle

* On a principalement rapporté cette méthode de Wardus avec l'approximation donnée par Bouillaud, parce que les Tables Carolines de M. Street (les meilleures qui aient été publiées jusqu'à ce jour sur les mouvemens des Planetes) ont été construites suivant ces principes, & qu'il est certain d'ailleurs que les autres méthodes publiées dans le dernier siecle sont moins avantageuses, comme l'a démontré Mercator dans les Trans. Phil. de l'année 1676. Au reste on s'est attaché depuis environ soixante ans à la solution du Probleme de Kepler donnée par Newton ; de maniere qu'on a presqu'entierement cessé de se servir dans les calculs Astronomiques des méthodes de Bouillaud & de Wardus.

eſt Périhélie. Dans le premier cas le diametre apparent du Soleil ſera le plus petit qu'il eſt poſſible, parce qu'alors la Terre eſt à ſa plus grande diſtance de cet aſtre : dans le ſecond cas au contraire comme la Terre eſt le plus près qu'elle puiſſe être du Soleil, le diametre apparent de cet aſtre ſera pour lors le plus grand. Or puiſque les diſtances du Soleil à la Terre ſont réciproquement proportionnelles aux diametres apparens, il s'enſuit que ſi l'on ſuppoſe qu'une droite quelconque *SP* repréſente la diſtance du Soleil à la Terre dans le Périhélie, on aura, comme le diametre apparent du Soleil dans l'Aphélie, eſt à ſon diametre apparent dans le Périhélie, ainſi la droite *PS*, ſera à la droite *SD*, laquelle ſur ſon prolongement *SP* donnera la diſtance de l'aphélie : on partagera donc *PD* en *C*, & *CS* ſera l'excentricité de l'orbite, & le point *C* le centre de l'Ellipſe. C'eſt pourquoi on pourra décrire une Ellipſe dont le point *S* ſera le foyer, *PD* le grand axe, & cette Ellipſe ſera ſemblable à celle que décrit la Terre dans ſa révolution autour du Soleil; enſorte que le lieu de l'Ecliptique d'où l'on doit appercevoir le plus grand diametre apparent du Soleil, ou bien ſon oppoſé, d'où l'on doit apperçevoir le plus petit diametre apparent; ces points, dis-je, donneront la poſition de la ligne des apſides. Cependant comme le diametre apparent du Soleil ne varie pas ſenſiblement pendant pluſieurs jours, ſoit dans l'aphélie, ſoit dans le Périhélie, il n'eſt par conſéquent gueres poſſible de déterminer la poſition de la ligne des apſides par les obſervations du diametre apparent du Soleil : il faudra donc employer pour cette recherche les obſervations du mouvement apparent du Soleil. Car les viteſſes angulaires de la Terre, & par conſéquent les viteſſes apparentes du Soleil qui lui ſont égales, ſont toujours entre elles réciproquement comme les quarrés des diſtances de la Terre au Soleil, comme nous l'avons démontré ci-deſſus.

PLANCHE VIII. *Fig.* 20.

Page 484.

Ainsi quand on voudra déterminer la figure de l'Ellipse que parcourt la Terre dans son mouvement annuel, on observera la plus grande & la plus petite vitesse du Soleil dans l'Ecliptique : on nommera la plus petite A, & la plus grande B, & l'on prendra une droite comme SP, qui représente la distance du Périhélie. On fera donc, comme A, est à B, ainsi SP, est à un quatrieme terme qu'on nommera C, & l'on prolongera SP vers D, ensorte que SD soit moyen proportionnel entre SP & ce quatrieme terme trouvé C: de cette maniere SD représentera la distance Aphélie. C'est pourquoi si l'on décrit une Ellipse qui ait pour foyer le point S, & pour grand axe la ligne PD, cette Ellipse sera semblable à l'orbite de la Terre ; car puisque PS, SD, & C sont continuellement proportionnelles, on aura le quarré de PS, est au quarré de DS : : $SP : C :: A : B$. Ainsi ayant observé les points de l'Ecliptique où la vitesse du Soleil est la plus grande & la plus petite, ces points seront ceux de la ligne des Apsides : ou bien enfin on pourroit observer deux points de l'Ecliptique de part & d'autre de l'Aphélie ou du Périhélie, ausquels la vitesse du Soleil seroit précisément égale : car si l'on partage l'arc entier compris entre ces deux points en deux parties égales, le point du milieu, & par conséquent son opposé dans l'Ellipse, seront les points de la ligne des Apsides. Mais toutes ces méthodes ne peuvent donner assez d'exactitude pour construire des Tables Astronomiques, parce qu'elles supposent des observations beaucoup plus exactes qu'on ne les a faites jusqu'ici.

PLANCHE VIII. *Fig. 21.*

Maniere de déterminer la position de la ligne des Apsides.

La Théorie de Wardus donne assez bien la figure & la position de l'orbite de la Terre. PLANCHE VIII. *Fig. 22.*

La Théorie de Wardus nous donne une méthode bien plus certaine pour trouver tout-à-la fois par trois observations du lieu du Soleil (dont on suppose que les tems ou les intervalles des tems soient connus) la figure de l'orbite de la Terre, & la position de la ligne des Apsides. Soit $ABPDC$ l'orbite de la Terre, & soit le point

S le

S le foyer où se trouve le Soleil, le second foyer sera *F*, & la ligne des Apsides sera *AP* : soient donnés trois lieux de la Terre *B*, *C*, *D*, dans l'Ecliptique, ce qu'il est aisé de connoître, puisqu'ils sont opposés diamétralement aux trois lieux du Soleil qu'on suppose déterminés par observation. Du centre *F* & de l'intervalle *FM* égal au grand axe de l'Ellipse, on décrira un cercle *MHEL* qui coupera aux points *G*, *H*, *E* les droites prolongées *FB*, *FC*, *FD* ; on menera aussi du foyer *S* les droites *SB*, *SC*, *SD*, & encore *SG*, *SH*, *SE* : or les angles *BSC*, *BSD*, & *CSD* sont donnés, puisque leurs mesures sont les arcs de l'Ecliptique compris entre les lieux des observations ; mais puisque dans cette Théorie, le mouvement de la Terre dans son orbite est tel, que les angles parcourus autour de l'autre foyer *F*, sont assez sensiblement proportionnels aux tems, les angles *BFC*, *BFD* & *CFD* seront connus ; car on les doit conclurre, en faisant comme le tems écoulé entre deux de ces observations (entre les deux premieres, par exemple,) est au tems de la révolution entiere de la Planete dans son orbite, ainsi 360°, sont à l'arc qui répond au tems des deux observations qu'on a comparées. C'est pourquoi puisque le double de l'angle *FGS*, c'est-à-dire, l'angle *FBS* est égal à la différence des angles *BFA*, *BSA*, comme il a été démontré ci-dessus, & de même que le double de l'angle *FHS*, c'est-à-dire, l'angle *FCS* est égal à la différence des angles *CFA* & *CSA* ; il est donc clair que la différence des angles *BSC* & *BFC* sera égale à $2\,FGS + 2\,FHS$: mais parce que les angles *BFC*, *BSC* sont connus, on sçaura donc quelle est leur différence, & partant la somme des angles *FGS*, *FHS*. Or l'angle *FGS* est la différence des angles *BFA*, *GSA*, & l'angle *FHS* est aussi la différence des angles *HFA* & *HSA* ; c'est pourquoi les angles *FGS* & *FHS* seront égaux à la différence des angles *BFC* & *GSH* ; & parce qu'on connoît l'angle BFC & la somme des angles FGS & FHS, l'angle GSH sera par conséquent connu : on pourra trouver de la même maniere l'angle GSE. Semblablement le double de FES est égal à la différence des angles DFA & DSA, comme aussi le double de FHS est égal à la différence des angles CFA & CSA ; donc deux fois l'angle $FES - 2FHS =$ la différence des angles CFD, CSD ; mais on connoît les angles CFD, CSD, on connoîtra donc la moitié de leur différence, sçavoir, $FES - FHS$; or $FES - FHS$ est égal à la différence des angles CFD & HSE*, & d'ailleurs on connoît l'angle CFD, & la différence des angles $FES - FHS$, on sçaura donc la valeur de l'angle HSE : c'est pourquoi tous les angles au foyer F, sçavoir, BFC, BFD, & CFD étant connus, aussi-bien que tous les angles au foyer S, sçavoir, BSC, BSD, CSD, on connoîtra GSH, GSE, & HSE. Cela supposé,

Qu'on fasse SH d'un certain nombre de parties déterminées, par exemple, de 100000 : on prolongera la ligne ES jusqu'à ce qu'elle rencontre la circonférence du cercle en L, & en tirant les droites HL, LG & HG, dans le triangle HLS, l'on connoît l'angle HSL, complément à deux droits de l'angle connu ESH ; on connoît encore l'angle SLH (qui est la moitié de l'angle EFH) & le côté HS de 100000, c'est pourquoi on connoîtra SL ; & partant dans le triangle SLG, l'angle LSG, complément à deux droits de l'angle ESG, est connu, comme aussi l'angle SLG (qui est la moitié de l'angle EFG) & le côté SL, c'est pourquoi le côté SG sera connu : mais dans le triangle HSG on connoît les côtés HS & SG, & l'angle compris HSG, c'est pourquoi on connoîtra le côté HG & l'angle SHG : & dans le trian-

* $AFD - FSE = FES$, $AFC - FSH = FHS$, donc $FSE - FHS = AFD - FSE - AFC + FSH = CFD - HSE$.

gle Iſoſcele *HFG*, on connoît l'angle *HFG* & la baſe *HG*; donc on connoîtra *HF* qui eſt égale à la moitié du grand axe de l'Ellipſe, & l'angle *GHF* qu'il faudra ôter de l'angle *SHG* pour avoir l'angle *FHS*. Enfin dans le triangle *FHS*, les côtés *FH*, *HS* & l'angle *FHS* étant donnés, on trouvera *SF* qui ſera l'excentricité de l'orbite, & l'angle *HSF*, d'où ôtant l'angle *HSC* égal à *FHS*, le reſte *CSF* ſera l'angle qui déterminera la poſition de l'orbite & la poſition de la ligne des Apſides.

Cette méthode ſuppoſe que les angles décrits au foyer ſupérieur *F* de l'orbite de la Planete, ſont toujours proportionnels aux tems, ce qui n'eſt pas tout-à-fait vrai : mais comme l'excentricité de l'orbite de la Terre eſt fort petite, les angles qui ſont réellement décrits au foyer ſupérieur de l'Ellipſe, different ſi peu de ceux qui ſeroient proportionnels aux tems, qu'il n'en peut réſulter d'erreur bien ſenſible dans la recherche du lieu qu'occupe la ligne des Apſides, ni par conſéquent dans l'excentricité de l'orbite de la Terre.

Le célebre M. Hallei à qui l'Aſtronomie eſt redevable de tant de pieces excellentes dont il a ſçu l'enrichir, & qui méritera les éloges de tous les Mathématiciens dans la poſtérité la plus reculée, a inventé autrefois une méthode, laquelle eſt indépendante, ſoit du mouvement de la Théorie, ſoit de toute autre hypotheſe : il propoſe de trouver par obſervation la figure & la poſition de l'orbite terreſtre.

Soit le Soleil en *S*, *ABCD* l'orbite de la Terre, *P* la Planete de Mars, qui dans cette recherche doit être pour plusieurs raiſons préférée aux autres Planetes. On obſervera d'abord le tems auquel le Lieu de Mars ſe trouve en oppoſition au Soleil ; car alors le Soleil & la Terre ſe trouvent dans une même ligne avec Mars ; & comme il arrive le plus ordinairement que Mars au moment de ſon PLANCHE VIII. *Fig.* 24.

opposition a quelque Latitude, il faudra déterminer le lieu où tombe la perpendiculaire abaissée de son lieu sur l'Ecliptique. Ainsi dans la figure, *S*, *A* & *P* sont dans une même ligne droite ; mais comme la révolution périodique de Mars est de 687 jours, il est évident qu'après ce même intervalle de tems écoulé, Mars vu du Soleil paroîtra au même point *P*, c'est-à-dire, dans le lieu où il paroissoit opposé au Soleil au tems de la premiere observation. Et d'autant que la Terre ne sçauroit revenir pour la seconde fois précisément au point *A* qu'après $730^j\frac{1}{2}$, il s'ensuit que lorsque Mars retournera en *P*, la Terre sera en *B*, ensorte que la ligne tirée au Soleil sera pour lors *SB*, qui n'est plus la même que la ligne tirée de la Terre à Mars, puisqu'on le verra dans ce second cas selon *BP*. Ayant donc observé les lieux du Soleil & de Mars, on connoîtra par conséquent tous les angles du triangle *BPS*, & prenant *PS* de 100000 parties, on calculera la position & la distance *SB* ou sa longueur dans les mêmes parties. De la même maniere après une autre Période de Mars la Terre étant en *C*, on trouvera tant la longueur que la position de la ligne *SC*, & semblablement pour la ligne *SD*, dont on déterminera la longueur & la position par une troisieme observation. C'est pourquoi la question se réduit à résoudre géométriquement un probleme où l'on suppose que trois lignes qui concourent au foyer d'une Ellipse, soient données de grandeur & de position, ce qui doit déterminer la longueur du grand axe, sa position & la distance des foyers de l'Ellipse. On trouvera dans les Transf. Philos. n°. 128. la solution que M. Hallei a donnée de ce Probleme.

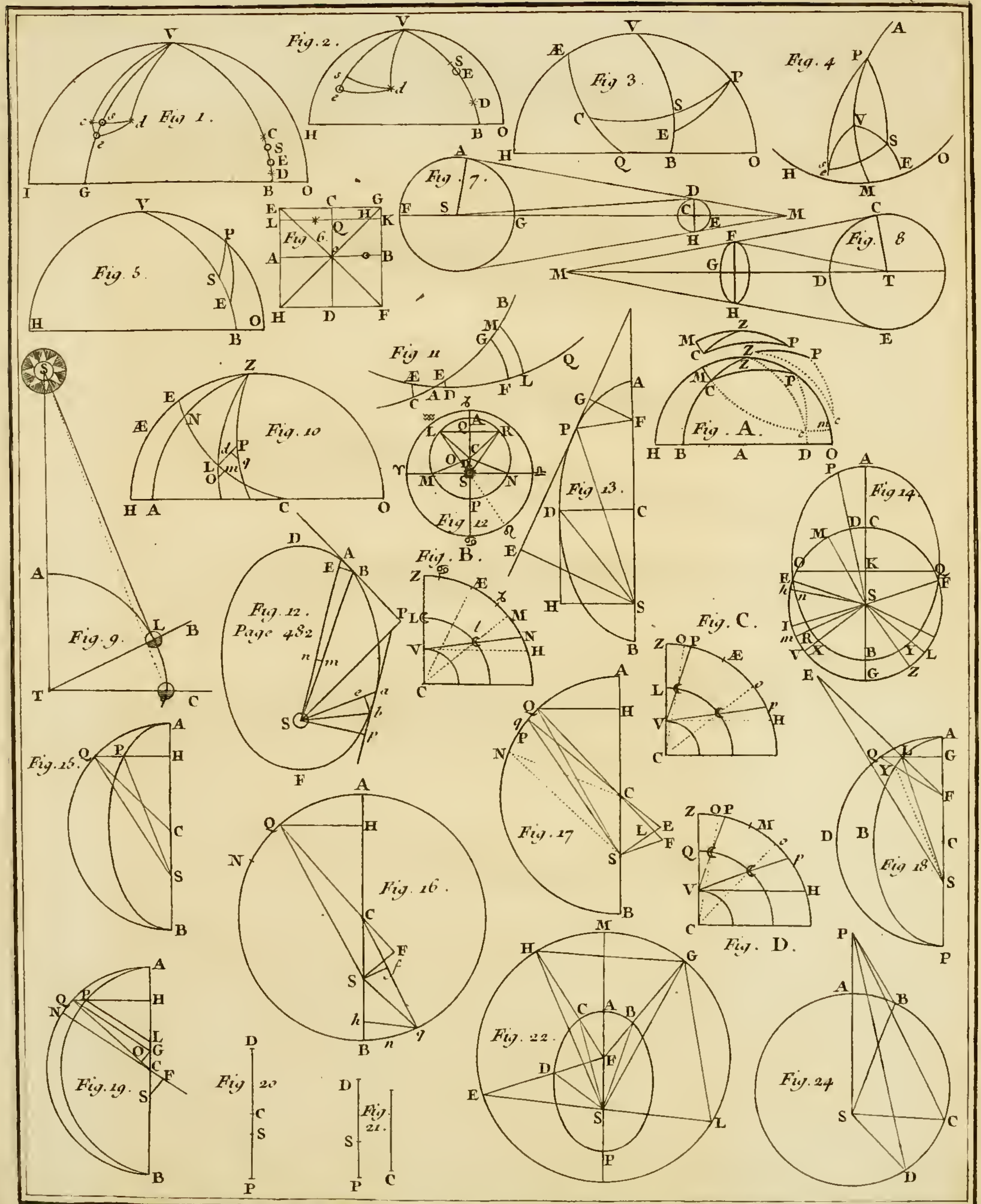


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11
Fig. 12
Fig. 12. Page 482
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17
Fig. 18
Fig. 19.
Fig. 20
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 24.
Fig. A.
Fig. B.
Fig. C.
Fig. D.

CHAPITRE VINGT-SIXIEME.

De l'Equation du Tems.

QUOIQUE le Tems soit de sa nature une quantité réelle, puisqu'il en a toutes les propriétés, qu'il est susceptible d'augmentation ou de diminution, & de divers autres rapports, soit d'égalités, soit d'inégalités, cependant pour parvenir à connoître la juste quantité du tems écoulé, il faut avoir recours au mouvement des corps puisque ç'en est la vraie mesure, & que nous n'avons pas d'autres moyens de juger des intervalles de tems écoulés, ni de les comparer entre eux. Le tems, comme l'on voit, en tant que mesurable, suppose donc le mouvement: en effet s'il arrivoit que tout ce qui est dans l'Univers pût devenir entierement immobile, dès-lors nous ne pourrions plus déterminer en aucune maniere la quantité du tems, mais la durée des choses s'écouleroit sans distinction de ses parties.

Le mouvement est la mesure du Tems.

Au reste parce que le tems s'écoule nécessairement d'une maniere constante & uniforme, il est évident que le mouvement le plus propre à nous en faire connoître la quantité, & par conséquent à nous servir de mesure, doit être précisément celui qui de sa nature est simple & uniforme; en un mot ce doit être principalement ce même mouvement qui fait qu'un corps s'avance toujours également, ou lequel étant une fois imprimé à un corps, s'y conserve, & lui doit faire parcourir dans des tems égaux des espaces égaux, & par conséquent décrire des périodes égales.

Le mouvement uniforme est proprement la mesure du tems.

Dans l'usage ordinaire on se sert du mouvement le plus remarquable, choisissant celui qui se présente presque à chaque instant aux yeux de tout le monde. Tel est le mou-

Les mouvemens du Soleil & de la Lune, ont été regardés jusqu'ici comme les mesures du tems les plus naturelles & les plus avantageuses qui aient été données aux hommes.

vement des astres, & sur-tout celui du Soleil & de la Lune. Il faut avouer aussi que ces mouvemens n'ont pas seulement été choisis du consentement général de tous les hommes, mais que ç'a été le dessein de Dieu de les destiner à cet usage, le Créateur ayant dit, comme nous le lisons dans la Genese : *Fiant luminaria in Firmamento cœli, & dividant diem ac noctem, & sint in signa & tempora, & dies & annos**. D'où l'on voit que les mouvemens célestes, & particulierement ceux du Soleil, ont été regardés comme les plus propres à nous faire distinguer les âges & les tems. Aussi a-t-on vu jusqu'aux Poëtes adopter cette idée, quoiqu'imparfaitement, lorsqu'ils demandent si l'on ose soupçonner de l'erreur dans le mouvement du Soleil,

. . . . . . *Solem quis dicere falsum*
Audeat ? Virg. Georg. I. 463.

On pourroit répondre que les Astronomes l'ont bien osé, lorsqu'après des recherches assez suivies ils ont découvert que le mouvement du Soleil n'étoit point uniforme, mais que tantôt il étoit sujet à s'accélérer, & tantôt à se ralentir; d'où il a dû s'ensuivre que le Soleil ne peut être véritablement la mesure exacte du tems, puisque celui-ci s'écoule d'une maniere égale & uniforme.

Ce que c'est que le tems vrai ou apparent, & le tems moyen.

Il faut donc présentement distinguer le tems qui nous est désigné par le mouvement du Soleil, & que l'on nomme *Apparent*, d'avec celui qui s'écoule uniformément, & que les Astronomes appellent *Tems Egal* ou *Tems moyen* : c'est à ce dernier qu'ils ont coutume de rapporter tous les mouvemens célestes. Car le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique étant inégal, & la route apparente qu'il décrit étant d'ailleurs inclinée à l'Equateur, il faut de nécessité que ni les jours, ni les heures, ne soient plus exactement les mêmes, ou d'égales durées, comme nous l'allons démontrer tout-à-l'heure.

Genes. I. *v.* 14. * Dieu dit encore, *que des corps de lumiere soient faits dans le Firmament du ciel, afin qu'ils séparent le jour de la nuit, & qu'ils servent de signes pour marquer les tems & les saisons, les jours & les années.* Traduction de M. de Saci.

Comme la Terre tournant autour de ſon axe entraîne ſucceſſivement les plans de tous ſes méridiens, ſi l'on conçoit qu'un de ces plans paſſe deux fois conſécutives par le centre du Soleil, le jour ſolaire ſera égal au tems écoulé pendant cette révolution du méridien ; en un mot on entend par jour ſolaire le tems qui s'écoule entre le moment du midi & celui du jour qui ſuit immédiatement. Il eſt évident que ſi la Terre n'avoit d'autre mouvement que celui dont nous venons de parler, tous les jours ſolaires ſeroient en ce cas égaux entre eux, & précisément de même durée que le tems écoulé entre chaque révolution de la Terre autour de ſon axe. Mais parce que dans le tems même que la Terre emploie à tourner autour de ſon axe, elle s'avance un peu vers l'Orient, il faut donc que chacun de ſes méridiens, après avoir achevé une révolution entiere, anticipe quelque peu ſur la révolution ſuivante, & cela afin que ſon plan convienne avec celui qui paſſe par les centres de la Terre & du Soleil. Soit, par exemple, *S* le Soleil, *AB* un arc de l'orbe terreſtre, ſi la ligne *MD* repréſente le plan de quelque Méridien dont le plan paſſe par le centre du Soleil lorſque la Terre eſt en *A*, il eſt aiſé de voir que ſi la Terre parcourt l'arc *AB* dans le même tems qu'elle acheve une révolution autour de ſon axe, il doit s'enſuivre que lorſqu'elle ſera parvenue en *B*, le Méridien *MD* ſe trouvera en *md*, c'eſt-à-dire, dans un plan parallele au premier; & partant ce même Méridien ne paſſera pas encore par le centre du Soleil; ou ce qui revient au même, tous les habitans ſitués ſous ce Méridien ne compteront pas encore midi : il faudra donc que le plan *md* faſſe un mouvement angulaire tel que *dBf* afin de paſſer par le centre du Soleil; & par conſéquent il eſt vrai de dire que généralement les jours ſolaires ſont d'une plus longue durée, que la révolution de la Terre autour de ſon axe. Au reſte ſi les plans des

PLANCHE IX, Fig. 1.

On explique ici pourquoi les jours ſolaires doivent être inégaux entre eux.

Méridiens, ou plutôt si l'axe de la Terre étoit perpendiculaire au plan de l'orbe annuel, & s'il étoit vrai que la Terre parcourût son orbe d'un mouvement toujours égal, il est certain qu'après une révolution du Méridien, *md* étant parallele à *MD*, l'angle *dBf* seroit égal à l'angle *BSA*, l'arc *df* semblable à l'arc *AB*, & qu'enfin (en quelqu'endroit que ce fût de l'orbe annuel) l'angle *ASB* étant toujours égal à l'angle *dBf*, les tems seroient toujours d'une même durée : ainsi tous les jours solaires seroient égaux entre eux, & le tems apparent ne differeroit plus du tems moyen, c'est-à-dire, du tems égal & uniforme. Mais ni l'une ni l'autre des deux suppositions que nous venons de faire, n'a lieu dans la nature. En effet il n'est pas vrai de dire que la Terre se meut également chaque jour dans son orbite, puisqu'elle y parcourt dans son Aphélie un arc qui est le plus petit de tous, & qu'au contraire dans le Périhélie elle décrit, dans un même espace de tems, un autre arc qui est le plus grand de tous ceux qu'elle doit parcourir. De plus il faut considérer que les plans des Méridiens ne sont pas perpendiculaires à l'Ecliptique, mais uniquement à l'Equateur, ou aux petits cercles qui lui sont paralleles ; & partant les mouvemens angulaires *dBf* qu'il a fallu supposer outre les révolutions entieres du Méridien pour composer le jour solaire, ces mouvemens, dis-je, ou plutôt les arcs qui les mesurent, ne doivent plus être égaux aux arcs *AB*. Ainsi ces deux mêmes causes dont nous venons de parler, jointes ensemble, nous produisent différens angles, & par conséquent des jours solaires inégaux entre eux.

La même chose se peut expliquer en ne faisant uniquement attention qu'au mouvement apparent du Soleil.

Il sera peut-être plus facile de concevoir ce que l'on vient d'expliquer, si au lieu de supposer le mouvement réel de la Terre, on fait plutôt attention au mouvement apparent du Soleil : d'ailleurs c'est celui-ci qui nous a été donné pour être la mesure du tems apparent. C'est pourquoi

pourquoi il eſt à propos de ſçavoir qu'on entend par jour ſolaire ou naturel, la ſomme des deux intervalles écoulés entre une révolution entiere du premier mobile, pendant laquelle tous les points de l'Equateur paſſent ſucceſſivement par notre Méridien, & le tems qu'emploie à y paſſer l'arc de l'Equateur qui répond au mouvement diurne apparent du Soleil vers l'Orient.

Les arcs diurnes de l'Equateur ne ſçauroient être égaux aux arcs diurnes & correſpondans de l'Ecliptique.
PLANCHE IX *Fig.* 2.

On remarquera préſentement que l'arc de l'Equateur qui paſſe par le Méridien en même tems que l'arc diurne de l'Ecliptique, ne lui eſt pas toujours égal, mais tantôt plus grand, tantôt plus petit, & cela quand bien même on ſuppoſeroit que le Soleil auroit un mouvement égal & uniforme dans l'Ecliptique. L'unique cauſe de cette différence vient de la poſition oblique de l'Ecliptique à l'égard de l'Equateur, comme il eſt facile de l'appercevoir par le ſecours de la ſeconde figure. Soit ♈♋ un quart de la circonférence de l'Ecliptique, ♈*E* le quart de celle de l'Equateur, ♈*A* un arc d'un degré, & qu'on ſuppoſe de cette grandeur, parce qu'il ne differe pas beaucoup du mouvement diurne du Soleil dans l'Ecliptique. En effet le Soleil décrit chaque jour $59' \, 8''$ par ſon moyen mouvement. Soit auſſi l'arc *AB* un arc du Méridien ou cercle de déclinaiſon paſſant par le Soleil, & qui eſt compris entre l'Ecliptique & l'Equateur. Dans le triangle rectangle ♈*BA* étant donné ♈*A* d'un degré, & l'angle *A*♈*B* qui eſt l'obliquité de l'Ecliptique ou ſon inclinaiſon de $23^\circ \frac{1}{2}$ à l'égard de l'Equateur, on trouvera le côté ♈*B* de $55' \, 01''$. Qu'on ſuppoſe auſſi l'arc de l'Ecliptique ♈*C* de 89°, l'on trouvera l'arc ♈*D* de l'Equateur qui lui répond de $88^\circ \, 54' \, 34''$. Mais parce que quand l'arc ♈♋ eſt de 90°, l'arc ♈*E* de l'Equateur qui lui répond eſt auſſi de 90°, il s'enſuit que la différence des arcs ♈*E*, ♈*D*, c'eſt-à-dire, l'arc *DE*, ſera de $1^\circ \, 05' \, 26''$; ainſi les deux arcs ♈*B*, *DE* different comme l'on voit de $10' \, 25''$; quoique les deux arcs correſpondans de l'Ecliptique ♈ *A*, *C*♋ ſoient parfaitement égaux entre eux. Il eſt donc certain qu'à des arcs égaux de l'Ecliptique, peuvent répondre des arcs fort inégaux de l'Equateur, & que par conſéquent les arcs diurnes de l'Equateur, lorſqu'ils paſſent au Méridien & meſurent le jour ſolaire, ſeront fort inégaux entre eux.

La premiere cauſe de l'inégalité des jours apparens.

La ſeconde cauſe de leur inégalité.

Mais ce n'eſt pas-là ſeulement l'unique cauſe de l'inégalité des arcs diurnes de l'Equateur, puiſqu'il eſt vrai que le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique, eſt lui-même fort inégal. En effet le Soleil ſe meut plus lentement & par conſéquent paroît demeurer un plus long intervalle de tems dans les ſix ſignes Septentrionaux, que dans les ſix méridionaux, la différence étant de huit jours; d'où l'on voit que quand bien même il n'y auroit aucune obliquité dans la route du Soleil, cette différence de viteſſe ſuffiroit pour rendre inégaux les arcs diurnes de l'Equateur. Ainſi l'inégalité ſera la plus grande lorſque les deux cauſes qu'on vient d'expliquer, ſçavoir, l'inégalité du mouvement du Soleil, & celle qui dépend de l'obliquité de l'Ecliptique, ſe trouveront concourir, ou accumuler les différences dans un même ſens. Elles peuvent d'ailleurs être détruites l'une par l'autre, ou totalement ou en partie, ce qui en diminue l'inégalité, comme il arrive chaque fois que les arcs de l'Equateur décroiſſent à cauſe de l'obliquité de l'Ecliptique, & croiſſent au contraire à cauſe du mouvement du Soleil vers le Périgée. En un mot quoiqu'elles concourent auſſi dans d'autres cas à augmenter l'inégalité des jours apparens, cependant il faut toujours diſtinguer ces deux cauſes qui ne dépendent nullement l'une de l'autre, mais produiſent leur effet ſéparément.

Puiſque le mouvement apparent du Soleil vers l'Orient vient d'être enfin reconnu pour inégal, il eſt néceſſaire de l'abandonner, & d'en chercher quelqu'autre propre à mesurer le tems, puisque celui-ci s'écoulant d'une maniere uniforme, les jours naturels & apparens ne peuvent plus servir à mesurer les mouvemens des autres corps célestes. C'est pour cette raison que les Astronomes ont imaginé d'y substituer d'autres jours moyens & d'égales durées, ausquels ils sont convenus de comparer les mouvemens des Astres. Et d'autant que les mêmes mouvemens se trouvent toujours par leurs Tables Astronomiques calculés en tems moyens ou d'égales durées, il est donc nécessaire de réduire ensuite ce tems moyen en tems apparent, si l'on en veut déduire les mouvemens tels qu'ils nous paroissent, lorsque nous conformant à l'usage vulgaire il s'agit de mesurer ou de compter le tems selon le mouvement apparent du Soleil. Tout au contraire si quelque Phénomene céleste, si quelque Eclipse, par exemple, a été observée, & qu'on veuille la comparer aux Tables Astronomiques, comme l'observation se fait toujours en tems apparent, il faudra le réduire en tems égal ou tems moyen, autrement on trouveroit une erreur ou différence qu'il faudroit se donner bien de garde d'attribuer aux Tables, ou à la négligence de l'Observateur.

Comment on peut déterminer les jours moyens, ou dont les durées soient toujours égales.

Or puisque nous n'appercevons aucun corps dans la nature qui conserve parfaitement & d'une maniere uniforme son mouvement, & que cependant ce seroit celui-là qu'il faudroit choisir pour désigner les jours ou les heures d'une égale durée, il faut donc recourir à quelques suppositions, comme de feindre un astre qui parcourroit l'Equateur en s'avançant vers l'Orient, sans jamais accélérer ni rallentir son mouvement, mais qui acheveroit sa révolution entiere dans l'Equateur dans le même intervalle de tems que le Soleil emploie à parcourir l'Ecliptique. Ainsi le mouvement apparent de cet astre désigneroit

De quelle maniere on a établi les jours égaux ou moyens.

véritablement le tems moyen ou égal, ſon mouvement diurne dans l'Equateur étant de $59' 8''$, préciſément égal au moyen mouvement du Soleil dans l'Ecliptique. Partant les jours moyens ou d'égales durées ſeroient déſignés par le paſſage de cet aſtre au Méridien, le jour moyen étant la ſomme du tems qui s'écoule pendant une révolution entiere de l'Equateur de $360°$ plus $0° 59' 8''$ de la révolution ſuivante : car cette addition continuelle de $59' 8''$ étant parfaitement la même chaque jour, il s'enſuit que les jours moyens ſeront parfaitement égaux.

Equation du Tems, ce que c'eſt.

Maintenant puiſque le Soleil nous paroît chaque jour s'avancer plus ou moins vîte vers l'Orient, ſur-tout ſi l'on rapporte ſon mouvement à l'Equateur, il eſt hors de doute qu'il ne paſſe quelquefois au Méridien un peu plutôt que l'Aſtre Suppoſé, & quelquefois auſſi un peu plus tard. Or la différence qui en réſulte, eſt celle qui ſe trouve entre le tems vrai ou apparent, & le tems moyen. On pourra la déterminer ſi l'on compare le lieu de l'Aſtre Suppoſé dans l'Equateur avec le point du même Equateur qui paſſe au Méridien en même tems que le Soleil ; car la différence des deux arcs étant convertie en tems égal, donnera, comme l'on voit, celle qui ſe trouve entre le Tems vrai, & le Tems moyen. C'eſt cette différence qu'on nomme l'*Equation du Tems*, c'eſt, dis-je, le tems qui s'écoule pendant le paſſage au Méridien d'un arc de l'Equateur compris, entre le point du même cercle qui déſigne l'aſcenſion droite du Soleil, & le lieu de l'aſtre que l'on a ſuppoſé ſe mouvoir uniformément dans l'Equateur.

Elle renferme deux Elémens qui la compoſent.
PLANCHE IX. *Fig.* 3. & 4.

Soit $ÆQ$ un arc de l'Equateur, EC un arc de l'Ecliptique dans lequel S repréſente le lieu du Soleil. Si l'on fait paſſer par le Soleil le cercle de déclinaiſon SA qui rencontre au point A l'Equateur, A ſera le vrai point de ce cercle qui doit paſſer au Méridien en même tems que le Soleil. Soit préſentement m le lieu de l'Aſtre

Supposé, qui parcourt l'Equateur d'un mouvement égal & uniforme, il est évident que le Soleil étant au Méridien, l'astre supposé differera de son lieu réduit de la quantité *mA*. Si le point *m* est plus oriental que le point *A*, l'astre supposé arrivera plus tard au Méridien que le point *A*, c'est-à-dire, plus tard que le Soleil, de sorte que le tems apparent précedera pour lors le tems égal ou moyen. Mais si le point *m* est plus occidental que le point *A*, ce point *m* arrivera plutôt au Méridien, & partant le tems apparent sera précedé par le tems moyen. Ainsi l'arc *mA* converti en heures, minutes, &c. est l'Equation du tems qu'il faudra ajouter ou retrancher du tems apparent, selon que le point *m* sera oriental ou occidental à l'égard du point *A*, ce qui servira à le réduire en tems moyen: or afin de découvrir la situation du point *A* à l'égard du point *m*, & par conséquent la valeur de l'arc *mA*, on prendra sur l'Equateur l'arc ♈*s* ou ♎*s* égal à l'arc ♈*S* ou ♎*S* de l'Ecliptique, & l'arc *sm* sera la différence entre le vrai lieu du Soleil, & son lieu moyen: cet arc est donné si l'on sçait le degré d'anomalie du Soleil. D'ailleurs l'arc *As* est la différence entre l'hypotenuse ♈*S* d'un triangle rectangle ♈*SA* & la base ♈*A*: enfin cette différence est facile à calculer par la Trigonométrie, ainsi l'arc *Am* sera donné, puisqu'il est égal à la somme ou à la différence des arcs *As*, *sm*.

Dans quels cas le tems vrai suit le tems moyen.

De quelle maniere l'Equation du tems est composée, de deux parties.

On voit encore par la figure que dans le premier & le troisieme quart de la circonférence de l'Ecliptique, le point *s* tombe à l'Orient à l'égard du point *A*, & partant que cet arc *As* converti en tems, est soustractif, puisque le point *s* arrive plus tard au Méridien que le point *A*. Dans le second & quatrieme quadrant de l'Ecliptique, le point *s* tombant à l'Occident du point *A*, ce point arrive par conséquent au Méridien avant le point *A*, & partant l'arc *As* converti en tems, doit être ajouté au tems appa-

On explique ici séparément l'effet de chacune des parties qui composent l'Equation du tems.

rent, puisque si l'on compte midi il est déja passé relativement au point *s*. Soit, par exemple, l'arc *As* de 2°. 0′ tel qu'il est en effet lorsque le Soleil est au vingt-huitieme degré du Belier, cet arc converti en tems répond à 8′* qu'il faut par conséquent ajouter au tems vrai ou apparent pour avoir celui auquel le point *s* doit paroître au Méridien.

* *L'Equation en ce cas est soustractive; & 12h se réduisent à 11h 52′ de Tems moyen.*

D'un autre côté dans le premier demi-cercle d'anomalie (c'est-à-dire, pendant le siecle où nous vivons) depuis le huitieme ou neuvieme degré de l'Ecrevisse jusqu'au huitieme ou neuvieme degré du Capricorne, le moyen mouvement du Soleil est plus rapide que son mouvement vrai; & partant dans le même demi-cercle le point *m* sera constamment plus oriental que le point *s*, ainsi l'arc *ms* converti en tems doit être retranché du tems auquel le point *s* arrive au Méridien. Mais au contraire dans l'autre demi-cercle d'Anomalie, c'est-à-dire, après le passage du Soleil au Périgée, son moyen mouvement est plus lent que son mouvement vrai, & par conséquent le lieu moyen suit le lieu vrai; d'où il arrive que le point *m* tombera à l'Occident du point *s*, & qu'il paroîtra par conséquent plutôt au Méridien. Ainsi l'arc *ms* converti en tems, doit être ajouté à l'instant auquel le point *s* arrivera au Méridien. Or il est aisé de voir qu'étant donné l'intervalle de tems écoulé entre les passages au Méridien des points *m* & *s*, comme aussi entre les points *m* & *A*, on aura par conséquent l'intervalle écoulé entre le tems vrai ou apparent & le tems moyen, c'est-à-dire, l'Equation du tems.

Des deux différentes Tables de l'Equation du tems.

Pour réduire le tems apparent en tems moyen toutes les fois qu'il sera nécessaire, les Calculateurs ont construit deux sortes de Tables, l'une pour l'arc *sm* à chaque degré d'Anomalie moyenne du Soleil; ensorte que si le point *m* est à l'Occident du point *s*, le signe de l'Equation est marqué additif; mais si c'est dans le sens contraire, il eſt marqué ſouſtractif. L'autre Table eſt conſtruite pour l'arc $s A$: c'eſt la différence entre le lieu du Soleil dans l'Ecliptique & ſon aſcenſion droite. Les Equations ſont marquées de même dans cette ſeconde Table par les ſignes d'addition ou de ſouſtraction, c'eſt-à-dire, ſelon que le point s eſt occidental ou oriental à l'égard du point A*. Ainſi la ſomme de ces deux différentes Equations lorſqu'elles ſont toutes deux de mêmes dénominarions, c'eſt-à-dire, ſi toutes deux ſont additives ou ſouſtractives; ou bien leur différence, ſi elles ont diverſes dénominations, donnera l'Equation abſolue, qui eſt l'Equation du Tems que l'on cherche.

* *Voyez les deux Tables page* 154.

De la Table générale de l'Equation du Tems.

Il eſt arrivé auſſi que les Calculateurs ont conſtruit une Table générale **, laquelle eſt compoſée des deux Equations ci-deſſus: mais elle n'eſt pas perpétuelle ni de longue durée. Elle peut cependant ſervir ſans erreur bien ſenſible pendant près d'un ſiecle; puiſque dans l'eſpace de cent ans les mêmes degrés d'anomalie répondent à très-peu près aux mêmes degrés de l'Ecliptique. Il ſeroit mieux cependant de ne conſtruire cette Table générale que pour un intervalle de cinquante ans tout au plus: or de cette maniere les deux Equations n'en compoſent plus qu'une ſeule. Mais comme la Préceſſion des Equinoxes fait varier le lieu de l'Apogée du Soleil, ou plutôt le lieu de l'Aphélie de la Terre, enſorte qu'il doit enfin (de même que les Etoiles fixes), s'avancer d'une quantité trop ſenſible vers l'Orient; il eſt aiſé de voir que les mêmes degrés d'Anomalie ne répondant plus aux mêmes points de l'Ecliptique, une ſeule & unique Table ne ſçauroit être exacte, car elle ſeroit ſujette à de grandes erreurs dans les autres ſiecles.

Au reſte l'aſtre que nous avons ſuppoſé ſe mouvoir uni-

** Cette Table générale ſe trouve dans la plupart des Ephémérides, & dans quelques autres Livres intitulés : *Tables Aſtronomiques*, &c.

Premier cas où l'on détermine quand est-ce que les jours solaires commencent à devenir plus longs que les jours moyens.

formément dans l'Equateur, & qui mesure le Tems moyen, doit s'avancer toujours vers l'Orient, comme nous l'avons dit: mais le point *A* qui désigne l'ascension droite du Soleil, & par conséquent le tems apparent, anticipe ou suit alternativement le point *m*, de maniere qu'il doit se trouver tantôt à l'Orient du point *m*, tantôt à l'Occident, & partant convenir quelquefois précisément avec ce même point *m*. Or quand le mouvement du point *A*, relativement à l'Astre Supposé, se fait vers l'Orient, alors ce point *A* devient plus oriental que l'Astre Supposé, & les jours apparens plus longs que les jours moyens. En effet plus le point *A* se meut rapidement vers l'Orient, plus les jours solaires deviendront longs, puisqu'outre une révolution entiere de l'Equateur, il y a une plus grande portion d'arc de la révolution suivante à ajouter, pour composer le jour solaire, & cela à cause d'un plus grand espace qui reste à parcourir vers l'Orient. Il est donc vrai de dire que dès-lors même que le mouvement relatif du point *A* commence à se faire vers l'Orient, les jours solaires commencent aussi à devenir plus longs que les jours moyens. Remarquez qu'on ne prétend parler ici que du mouvement qui se fait relativement à l'Astre Supposé *m*, car le mouvement absolu de chacuns se fait toujours vers l'Orient.

II. Cas où l'on examine quand est-ce qu'ils doivent devenir plus courts.

Au contraire quand le point *A*, quoique toujours plus oriental que *m*, commence à s'approcher de l'Astre Supposé *m*, ou plutôt quand le point *A* commence à tendre vers l'Occident relativement au point *m*, alors les jours solaires deviennent plus courts que les jours moyens.

III. Cas où l'on fait voir quand les jours solaires sont égaux aux jours moyens.

Enfin lorsque le point *A* se sera éloigné le plus qu'il est possible de l'astre *m*, soit à l'Orient, soit à l'Occident, alors les jours solaires seront égaux aux jours moyens; & c'est dans ces points-là qu'arrivent les plus grandes équations.

IV. & dernier Cas.

On voit encore que quand le mouvement du point *A* vers l'Orient est le plus rapide, alors les jours solaires sont

ſont les plus longs de tous, & qu'au contraire les jours ſolaires ſont les plus courts qu'il eſt poſſible, lorſque le point *A* ſe meut le plus lentement qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire, lorſque ſon mouvement vers l'Occident eſt le plus grand relativement au point *m*.

Dans quels tems de l'année arrivent les plus grandes équations du tems.

Pendant ce XVIII^e ſiecle lorſque le Soleil eſt au dixieme degré du Scorpion, le point *A* eſt le plus éloigné qu'il eſt poſſible de l'aſtre ſuppoſé *m* vers l'Occident, ſa diſtance étant alors de $4^{\circ}\ 0'\ 45''$; & partant la plus grande équation eſt alors de $0^{h}\ 16'\ 11''$. Dès ce moment-là les jours ſolaires commencent à augmenter juſqu'à ce que le Soleil ſoit parvenu au $22^{\circ}\frac{1}{2}$ du Verſeau. De même lorſque le point *A* eſt le plus avancé qu'il eſt poſſible vers l'Orient, & qu'il eſt éloigné de l'aſtre ſuppoſé *m*, de $3^{\circ}\ 42'\frac{1}{2}$, la plus grande équation du tems eſt de $0^{h}\ 14'\ 50''$, & dès cet inſtant même le mouvement relatif du point *A* ſe fait vers l'Occident, juſqu'à ce que le Soleil parvienne au vingt-quatrieme degré du Taureau où le point *A* eſt $1^{\circ}\ 1'\frac{1}{2}$ plus occidental que l'aſtre ſuppoſé *m*, enſorte que la plus grande équation du tems eſt alors de $4'\ 6''$. Enſuite le point *A* ſemble retourner encore vers l'Orient juſqu'à ce que le Soleil ſoit au $3^{\circ}\frac{1}{4}$ du Lion; & ce point *A* eſt alors diſtant du point *m* de $1^{\circ}\ 28'\frac{1}{4}$ qui répondent à l'Equation du tems $0^{h}\ 5'\ 53''$. Enfin le mouvement relatif du point *A* ſe fait vers l'Occident juſqu'à ce que le Soleil ſoit de retour au dixieme degré du Scorpion, d'où ce même point *A* recommencera derechef à s'avancer vers l'Orient. Il eſt évident par-là que toutes les fois que les points *m* & *A* ſe rencontreront, le tems apparent conviendra pour lors avec le tems moyen.

Si donc l'on éprouve ce qui doit arriver à une horloge à pendule parfaitement bien conſtruite, & dont le mouvement ſeroit réglé ou accommodé au mouvement moyen du Soleil, & qu'on en faſſe une fois convenir les aiguilles avec le tems moyen, il eſt certain que cette horloge, dont la marche eſt ſuppoſée uniforme, marquera conſtamment un tems différent de l'heure vraie ou tems apparent, & cela toute l'année, excepté quatre fois ſeulement à des jours fort éloignés, comme le 15 Avril, le 17 Juin, le 31 Août, & le 24 Décembre. Dans tous les autres tems l'heure marquée par les aiguilles de l'horloge anticipera ou retardera ſur l'heure marquée par le Soleil, & la plus grande différence ſera ſur-tout le 3 Novembre, où ſon mouvement ſemblera le plus lent, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle paroîtra à midi retarder de 16′ 11″.

Si l'on cherche enfin dans quels points doivent arriver les plus grandes équations, on les trouvera en y employant la ſolution du Probleme ſuivant, qui eſt de M. Hallei : mais pour entendre plus facilement le Probleme de cet illuſtre Aſtronome, il faut démontrer d'abord la propoſition ſuivante.

LEMME.

Si une figure plane eſt projettée orthographiquement ſur un plan donné, c'eſt-à-dire, ſi de chacun de ſes points on abaiſſe des perpendiculaires ſur le plan propoſé, la projection qui ſe fera de la figure ſur le plan où elle eſt projettée, ſera à la figure elle-même, comme le coſinus de l'inclinaiſon des deux plans, eſt au rayon.

LEs figures planes, quelque compoſées qu'elles ſoient, ſe peuvent réduire, comme l'on ſçait, en parallélogrammes ou en triangles, dont les baſes ſeront paralleles à la commune ſection des deux plans : ainſi ces mêmes baſes ſeront paralleles au plan de Projection, & par là tant les baſes que leurs projections ſeront égales & paralleles, comme on l'a démontré au Chapitre XIII.

Mais les perpendiculaires abaiſſées du ſommet de chaque triangle ſur leurs baſes, ſeront auſſi perpendiculaires à la commune ſection des deux plans * : & partant l'inclinaiſon des perpendiculaires à l'égard du plan de projection, ſera égale à l'inclinaiſon des deux plans. Or les projections de ces perpendiculaires ſont à ces mêmes perpendiculaires, comme le coſinus de l'inclinaiſon des deux plans, eſt au rayon; il eſt donc vrai de dire que chaque Triangle ou Parallélogramme eſt projetté en un autre, dont la baſe (ſoit du Triangle, ſoit du Parallélogramme) doit être une baſe égale, & dont la hauteur ſera à la hauteur ſur le plan de projection, comme le coſinus de l'inclinaiſon des deux plans, eſt au rayon. D'ailleurs les Triangles ou les Parallélogrammes qui ont des baſes égales, ſont entre eux comme les Perpendiculaires abaiſſées des ſommets ſur leurs baſes; il s'enſuit donc que la projection d'un Triangle quelconque, ſera au Triangle correſpondant dans le plan propoſé, en raiſon donnée & que par conſéquent les projections de tous les Triangles pris enſemble, c'eſt-à-dire, la projection entiere de la figure, ſera à la ſomme de tous les Triangles dans leſquels on a partagé la figure propoſée, dans la même raiſon conſtante, c'eſt-à-dire, comme le coſinus de l'inclinaiſon des plans, eſt au rayon.

* Euclid. liv. I. Prop. 29.

Maintenant ſi l'on conçoit l'orbite terreſtre projettée par des perpendiculaires ſur le plan de l'Equateur, cette projection ſera une Ellipſe dont la circonférence ſera parcourue par le point qui eſt à l'extrémité de la ligne perpendiculaire abaiſſée du lieu de la Terre ſur le plan de l'Equateur. Ce point par ſon mouvement déſignera l'aſcenſion droite de la Terre ou ſon mouvement réduit à l'Equateur vu du Soleil, auquel ſera toujours égal le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, vu de la Terre. Soit ♈ A ♎ C l'Ellipſe qui repréſente la projection de l'orbite terreſtre, S le point

Planche IX. Fig. 5.

qui correspond au centre du Soleil, ♈ S ♎ la commune section de l'Ecliptique & de l'Equateur, *A* le point de l'Ellipse où tombe la perpendiculaire abaissée de la Terre, l'angle ♈ *S A* mesurera l'ascension droite du Soleil. Or je dis que le point *A* qui désigne le mouvement en ascension droite, se doit mouvoir de telle sorte dans l'Ellipse ♈ *A* ♎ *C*, qu'il décrira autour du point *S* des aires proportionnelles aux tems. Car supposons que dans un tems donné le point *A* se meuve selon l'arc *AB* de l'Ellipse, & qu'on ait mené les lignes *A S* & *B S*, la figure *ASB* représentera la projection de l'aire elliptique que la Terre décrit pendant le même tems dans le plan de l'Ecliptique autour du Soleil; & par conséquent la projection *ASB*, sera à l'aire correspondante de l'orbite terrestre, comme le cosinus de l'inclinaison de l'Ecliptique & de l'Equateur, est au rayon. Mais l'aire totale elliptique ♈ *A* ♎ *C*, est à l'orbite terrestre précisément dans le même rapport; donc en raison alterne la figure *ASB*, sera à l'aire elliptique toute entiere, comme le tems employé à parcourir l'aire qu'on a supposée dans l'orbite de la Terre, (dont *ASB* est la projection), est au tems périodique de la Terre, c'est-à-dire, au tems employé à décrire l'Ellipse entiere ♈ *A* ♎ *C*. Il est donc vrai de dire que le point *A* se meut autour du point *S* de telle sorte, qu'il décrit des aires proportionnelles aux tems.

PLANCHE IX. *Fig. 6.* Ceci étant supposé, si du centre *S* & de l'intervalle *SA*, qui est moyen proportionnel entre le grand & le petit axe de l'Ellipse, on décrit un cercle; sa surface ou son aire sera égale à celle de l'Ellipse, comme on le démontre dans les Traités des Sections coniques. Mais ce cercle coupera l'Ellipse en quatre points *E, F, G, H*. Or ce sont ces points-là qui doivent désigner l'ascension droite du Soleil lorsque les équations du tems sont les plus grandes qu'il est possible. Car si l'on imagine un point *M* dans la circonférence du cercle & qu'on le fasse mouvoir uniformément, il est clair que le mouvement de ce point représentera celui de l'astre qu'on a supposé ci-dessus, & qu'il décrira autour du point *S* des secteurs circulaires proportionnels aux tems. Et parce que la surface ou l'aire totale du cercle est égale à celle de l'Ellipse, il s'ensuit que celles des secteurs du cercle, & celles des secteurs elliptiques décrites dans le même tems autour du point *S*, seront égales entre elles. C'est pourquoi supposons d'abord que le point *M* dans la circonférence du cercle, & le point correspondant dans la circonférence de l'Ellipse, se trouvent dans une même ligne droite *SM*, & qu'ensuite ils paroissent l'un en *m* & l'autre en *A*, alors l'aire Elliptique *LSA* sera égale à l'aire circulaire *MSm*. D'ailleurs puisque l'arc *Mm* est en-dehors au-delà de l'Ellipse, l'angle *MSm* sera plus petit que l'angle *MSA*; de sorte que la différence de ces angles sera mesurée par l'arc *mA*, qui est l'équation du tems. Ensuite lorsque le point *A* qui désigne l'ascension droite, sera parvenu à l'intersection commune du cercle & de l'Ellipse, son mouvement angulaire autour du Soleil en cet endroit, sera égal à celui du point *m*. Car soient les aires correspondantes *mSn*, *ASF* parcourues dans des tems infiniment petits, & qui soient égales; il est évident que le produit de *qF* par *SF* sera égal à celui de l'arc *mn* par *Sm*; & partant à cause des lignes égales *SF*, *Sm*, les arcs *Fq*, *mn* seront égaux entre eux. Ainsi le mouvement en ascension droite au point *F*, sera donc en ce cas égal à celui du point *m*, ou de l'astre supposé dans l'Equateur: la même démonstration peut servir pour les points *G*, *H*, *E*. Mais puisqu'on a fait voir ci-dessus que ce n'est uniquement que dans les points où le mouvement en ascension droite est égal au moyen mouvement de la Terre ou de l'astre supposé, qu'arrivent les plus grandes équations du tems, ces plus grandes équations seront par conséquent aux points *F*, *G*, *H*, *E*.

Si l'on veut sçavoir encore en quels points arrivent les plus longs & les plus courts jours, voici la solution que M. Hallei en a communiquée. Il faut supposer d'abord que l'Ellipse ♈♋♎♑ soit comme ci-devant la projection de l'orbe de la Terre, ensorte que le point *S* réponde au centre du Soleil. Le point *K* étant le centre de l'Ellipse, on prolongera *KS* de part & d'autre, de maniere que *KG* & *SH* soient à *KS* (qui est la projection de l'excentricité) comme le quarré du rayon est au quarré du sinus de l'obliquité de l'Ecliptique : on menera par le point *K* la ligne ♈♎ parallele à la commune section de l'Ecliptique & de l'Equateur, & par le même point on lui élevera à angles droits la ligne ♋*K*♑. Ensuite par le point *G* on menera *GF* parallele à ♋♑, & par le point *H* la droite *FH* parallele à ♈♎. Enfin par les points *S* & *K* on fera passer une hyperbole dont les asymptotes soient *FG*, *FH*. Cette hyperbole & son opposée *CD* couperont l'Ellipse dans les points que l'on cherche, c'est-à-dire, que quand le Soleil arrivera aux points de l'Ecliptique qui correspondent, par exemple, aux points *D* & *B*, alors les jours seront les plus longs, mais sur-tout en *B* ils seront plus longs qu'en *D* : au contraire les points de l'Ecliptique qui sont correspondans en *A* & *C*, détermineront les plus courts jours, & sur-tout en *A* ils seront plus courts qu'en *C*.

PLANCHE IX. *Fig. 7.*

La démonstration doit paroître évidente si l'on se rappelle que le point qui désigne l'ascension droite du Soleil se meut tellement dans la circonférence de l'Ellipse, qu'il décrit des aires proportionnelles aux tems, comme on l'a fait voir ci-dessus. Mais comme la vitesse angulaire de ce point est constamment en raison renversée du quarré de sa distance au point *S*; il suit donc que les vitesses seront les plus grandes lorsque les lignes droites tirées du point *S* à la circonférence de l'Ellipſe, ſeront les plus petites; & qu'au contraire les vîteſſes ſeront les plus petites, lorſque les lignes droites menées du point *S* à la circonférence de l'Ellipſe ſeront les plus grandes. Or il eſt certain ſelon la conſtruction précédente, & par la *Propoſ. 62. du 5. Liv. des Sections Coniques d'Apollonius* *, que les hyperboles que l'on vient de décrire, coupent l'Ellipſe dans les points *A* & *C* où les droites *SA*, *SC* ſont les plus grandes, & au contraire dans les points *B* & *D* où les droites *SB*, *SD* ſont les plus petites; car c'eſt dans ces mêmes points que tombent du point *S* les lignes droites perpendiculaires à la courbe *SB*, *SC*, *SD*, *SA*. Il eſt donc vrai de dire que le mouvement du Soleil en aſcenſion droite ſera le plus rapide en *B* & *D*, & partant les jours les plus longs qu'il eſt poſſible; mais qu'au contraire le mouvement le plus retardé ſera en *C* & *A*, & qu'en ces deux derniers points la durée du jour apparent ſera la plus petite.

* *Edit. d'Oxfort de l'année* 1710.

CHAPITRE VINGT-SEPTIEME.

De la Théorie des autres Planetes.

La Théorie des autres Planetes, ſuppoſe néceſſairement celle de la Terre.

APRE'S avoir expliqué la Théorie du mouvement annuel de la Terre, après avoir donné les différentes méthodes pour trouver la figure de ſon orbite, & la poſition de la ligne des Apſides, ce qui étoit abſolument néceſſaire pour conſtruire des Tables du Soleil, & par conſéquent pour calculer à tel tems donné que ce ſoit, le lieu de la Terre dans l'Ecliptique, ou ſon lieu oppoſé, qui eſt celui du Soleil; nous allons paſſer à la Théorie des autres Planetes, laquelle, comme on l'a déja fait voir, ſuppoſoit néceſſairement que l'on connût la Théorie du mouvement de la Terre.

Le lieu Géocentrique & le lieu Héliocentrique d'une Planete supérieure, ne sont qu'un seul & même point au tems de son opposition au Soleil.

Nous commencerons d'abord par déterminer les tems des révolutions des Planetes, c'est-à-dire, le tems que chacune employe à parcourir la circonférence de son orbite. Pour cet effet nous remarquerons, 1°. que lorsque les Planetes supérieures sont Achroniques, c'est-à-dire, en opposition au Soleil, nous les voyons de la Terre répondre précisément au même point de l'Ecliptique, que si notre œil étoit transporté dans le Soleil. En second lieu lorsque les Planetes inférieures sont en conjonction avec le Soleil, ou qu'elles passent sur son disque apparent, nous les voyons de la Terre précisément dans le lieu de l'Ecliptique opposé à celui où notre œil les rapporteroit s'il étoit placé dans le Soleil. C'est pourquoi il faudra se souvenir que toutes les fois qu'une Planete supérieure nous paroît en opposition au Soleil, alors sa longitude *Géocentrique* est la même que sa longitude *Héliocentrique*; mais que quand une Planete inférieure nous paroît en conjonction avec le Soleil, ou avec quelque point de son disque lumineux, son lieu Héliocentrique est alors directement opposé à son lieu Géocentrique; c'est-à-dire, à son lieu vu de la Terre. Outre cela lorsque les Planetes inférieures se trouvent dans leurs plus *Grandes Elongations* au Soleil, alors l'angle qui est formé au centre du Soleil par les deux lignes droites tirées l'une à la Terre, & l'autre à la Planete, est toujours le complément de l'élongation de la Planete au Soleil, (car on peut bien supposer que dans des orbites qui sont à très-peu près circulaires, la tangente de cet orbite est toujours perpendiculaire à la ligne droite menée du Soleil au point d'attouchement); & partant cet angle au Soleil sera déterminé. Mais puisqu'on connoît le point de l'Ecliptique où est la Terre dans le tems de la plus grande élongation, on aura donc pour le même tems le point de l'Ecliptique où la Planete inférieure doit être vue du Soleil, c'est-à-dire, son vrai Lieu Héliocentrique.

Je

Je ſuppoſe préſentement qu'on obſerve deux années de ſuite, c'eſt-à-dire, deux fois ſucceſſivement, le tems de l'oppoſition d'une Planete ſupérieure au Soleil ; ce ſera ſi l'on veut la Planete de *Jupiter* : il ſuit de ce que nous venons d'expliquer tout-à-l'heure, que l'on aura par ce moyen l'arc que Jupiter aura parcouru dans ſon orbite, ou, ce qui eſt la même choſe, l'arc vu du Soleil qu'il aura paru décrire ſur ſon orbite dans le tems écoulé entre ces deux oppoſitions. On fera donc, comme cet arc de ſon orbite, eſt à la circonférence entiere 360°, ainſi le tems écoulé entre les deux oppoſitions obſervées, à un quatrieme terme. Ainſi ce quatrieme terme ſera à très-peu près le tems de la révolution périodique de Jupiter. On appliquera la même regle aux Planetes inférieures ; car ayant obſervé deux fois de ſuite leurs lieux Héliocentriques, on connoîtra à très-peu près le tems de leurs révolutions périodiques. Je dis à très-peu près, car cette regle ſuppoſe que le mouvement de la Planete ſe fait dans un cercle, & que ſon mouvement ſoit uniforme ; ce que l'on ſçait n'être pas exactement vrai. Ainſi cette méthode ne donne pas d'abord aſſez bien les tems des révolutions des Planetes.

Premiere méthode pour déterminer les tems des révolutions périodiques des Planetes.

Voici donc l'autre méthode qu'il faut employer lorſqu'on veut connoître avec encore plus d'exactitude, les tems des révolutions des Planetes. On obſervera le lieu d'une Planete lorſqu'elle eſt proche de ſon nœud, & l'on comparera ce tems avec celui de ſon retour au même nœud; car le tems écoulé entre ces deux obſervations ſera le vrai tems de la révolution périodique de la Planete : ce qui eſt évident, puiſque toutes les Planetes (comme on l'a vu dans les Chapitres précédens) ſe meuvent dans des orbites inclinées au plan de l'Ecliptique. Or comme le Soleil ſe trouve au foyer commun de toutes ces orbites, & que par conſéquent les communes ſections de leurs plans avec celui de l'Ecliptique ſe font néceſſairement dans des li-

Autre méthode encore plus exacte.

gnes qui passent par le centre du Soleil, & qui prolongées de part & d'autre jusqu'aux Etoiles fixes, désignent les lieux des nœuds dans le Ciel ; il est clair que chaque Planete ne doit revenir qu'une seule fois au même nœud à chaque révolution périodique. D'ailleurs les nœuds des Planetes sont ou fixes & immobiles dans le Ciel étoilé, ou du moins s'ils ont quelque mouvement, ce mouvement ne peut être bien sensible dans le tems d'une révolution. On connoîtra donc ainsi fort exactement les tems des révolutions périodiques de toutes les Planetes, si l'on a deux bonnes observations de chacune de ces mêmes Planetes lorsqu'elles ont passé à leurs nœuds, c'est-à-dire, dans le lieu de l'Ecliptique, où elles se sont trouvées n'avoir aucune latitude.

Cette derniere méthode sert encore à déterminer la position des nœuds. PLANCHE IX. *Fig.* 8.

Ces mêmes observations donneront encore la position des nœuds des Planetes, c'est-à-dire, les lieux de l'Ecliptique où se termine la ligne des nœuds, en un mot la commune section du plan de l'Ecliptique, & l'orbite de la Planete observée. Nous avons déja averti qu'on supposoit pour cet effet la Théorie de la Terre, ensorte que *ATB* en soit l'orbite : soit aussi *CND* celle de la Planete, la commune section *NSn* des plans de ces deux orbites, sera la position de la ligne des nœuds. Et si l'on suppose que dans le tems de la premiere observation la Terre se trouve en *T* & la Planete en *N*, le lieu de la Planete vu de la Terre se connoissant par observation, & la Théorie de la Terre donnant le vrai lieu du Soleil pour le même tems, on connoîtra par conséquent l'arc de l'Ecliptique compris entre le lieu de la Terre & celui de la Planete, c'est-à-dire, qu'on connoîtra l'angle *NTS*. Dans la seconde observation soit supposée la Terre en *t* & la Planete de retour au même nœud, c'est-à-dire, au point *N* de son orbite, on trouvera, comme on a fait au tems de la premiere observation, l'arc de l'Ecliptique compris entre le lieu de la Terre & celui de la Planete, en un mot l'angle *NtS*. Cela ſuppoſé,

Dans le Triangle rectiligne *TSt*, on connoît par la Théorie du Soleil les côtés *TS*, *ts* & l'angle *TSt*. Ainſi on trouvera par la Trigonométrie rectiligne les angles *STt*, *StT*, & le côté *Tt*. Maintenant ſi de l'angle donné *STt*, on ôte l'angle *NTS* qui eſt donné par l'obſervation, le reſte ſera l'angle *NTt*: mais ſi l'on ajoute à l'angle donné *StT* l'angle donné *NtS*, la ſomme ſera l'angle *NtT*. Ainſi dans le Triangle *NtT* on connoît deux angles & le côté *Tt* qui vient d'être trouvé, c'eſt pourquoi on connoîtra la diſtance *NT* de la Planete à la Terre au tems de la premiere obſervation. Mais dans le Triangle *NTS* étant donnés les côtés *NT*, *TS* & l'angle compris *NTS* qui eſt donné par obſervation, on connoîtra le côté *NS* diſtance du nœud de la Planete au centre du Soleil, & l'angle *TSN* qui détermine la poſition du nœud de la Planete. Enfin puiſque la Théorie du Soleil ou de la Terre donne le lieu de la Terre dans l'Ecliptique vu du Soleil, l'angle *TSN* étant connu, on aura donc tout d'un coup le lieu de l'Ecliptique où doit être vu du Soleil le point *N* qui eſt le lieu du nœud de la Planete; & partant le point *n* qui lui eſt oppoſé, ſera le lieu de l'autre nœud: d'où l'on voit que par cette méthode la poſition des nœuds ſe détermine aſſez facilement & avec préciſion.

Nous ne ſçaurions gueres nous diſpenſer ici, après avoir expliqué la méthode de déterminer la poſition des nœuds, de rechercher en ſuivant la même route l'inclinaiſon des orbites de chaque Planete au plan de l'Ecliptique. Le lieu du nœud étant donné, la Théorie du Soleil fera connoître ſucceſſivement les tems où la Terre ſe trouvera dans la ligne des nœuds de chaque Planete. On obſervera donc dans le même tems la latitude Géocentrique de la Planete & ſa longitude, ou plutôt ſa diſtance

On détermine encore par le moyen de ces Obſervations & de quelques autres, faites proche les limites, l'inclinaiſon des orbites de chaque Planete au plan de l'Ecliptique.

au nœud opposé à celui où se trouve la Terre. Or on va prouver que la latitude Héliocentrique de la Planete sera égale à cette latitude observée, toutes les fois que la Planete vue du Soleil paroîtra à la même distance du nœud.

Planche IX. Fig. 9.

Car soit *CPD* l'orbite de la Planete, *NSn* la ligne des nœuds; lorsque l'on a observé la Planete en *P*, alors le Soleil, la Planete & la Terre se trouvoient exactement dans un même plan, sçavoir, celui de l'orbite de la Planete. Soit donc abaissée du point *P* la perpendiculaire *PE*, & tirée la droite *NE* qui sera dans le plan de l'Ecliptique; le plan du triangle *NPE* sera donc perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, & l'angle *PNE* sera la latitude observée de la Planete. C'est pourquoi l'on menera par le point *S* la droite *Spf* parallele à *NP*, & de même la droite *pe* parallele à *PE*; d'où il suit que le plan qui passera par les lignes *Sp*, *pe* sera parallele au plan du Triangle *NPE*, & par conséquent perpendiculaire à l'Ecliptique. Ainsi la ligne *Se* commune Section de ce plan avec celui de l'Ecliptique, sera parallele à *NE* & à cause des lignes *Sp*, *Se* paralleles à *NP*, *NE*, l'angle *pSe* sera égal à l'angle *PNE* qui est la latitude de la Planete observée de la Terre, lorsqu'elle étoit située au nœud de la Planete.

Soit donc supposé présentement *nf* une portion de l'orbite de la Planete prolongée jusqu'au Ciel, *nh* une portion de l'Ecliptique, & *fh* l'arc d'un cercle de latitude qui passeroit par le point *f*; dans le Triangle sphérique rectangle *nhf*, la distance *nh* de la Planete au nœud, & sa latitude *hf* sont donnés, c'est pourquoi on connoîtra par la Trigonométrie l'angle *hnf* qui est l'inclinaison de l'orbite de la Planete au plan de l'Ecliptique.

Maniere de déterminer le lieu héliocentrique d'une

Je suppose présentement cette inclinaison connue, & que l'on ait aussi observé le lieu d'une Planete au tems de son opposition au Soleil, ou lorsqu'elle est Achronique;

je dis que l'on connoîtra pour lors son vrai lieu héliocentrique, ou le lieu qu'elle occupe dans son orbe. Car soit *ATB* l'orbite de la Terre, *DPE* l'orbite de la Planete, & *P* le vrai lieu de la Planete, *T* celui de la Terre, & enfin *NSn* la ligne des nœuds qui passe par le Soleil au point *S*. Le lieu de la Planete réduit à l'Ecliptique sera dans la ligne *ST* qui passe par le lieu de la Terre, suivant ce que nous avons expliqué ci-dessus; & si l'on observe l'angle *PTE* qui est la latitude géocentrique de la Planete, l'angle *PST* qui est la latitude héliocentrique de la Planete étant aussi connu (parce que l'on a par observation la distance de la Planete à son nœud) & enfin la distance *ST* du Soleil à la Terre qui est donnée par la Théorie; il s'ensuit que dans le Triangle *PST* tous les angles & le côté *ST* seront connus: c'est pourquoi on connoîtra *PS* distance de la Planete au Soleil. Mais l'angle *PSn* est encore connu, puisque la latitude héliocentrique de la Planete * est connue; on aura donc ainsi le lieu héliocentrique de la Planete que l'on cherche. De cette maniere si on détermine encore deux fois le lieu de la Planete dans son orbite lorsqu'elle est Achronique & sa distance à l'égard du Soleil, on aura trois lignes données de grandeur de position, dont les extrémités aboutissent d'une part à la circonférence de l'orbite de la Planete, & de l'autre part se réunissent au Soleil qui est l'un des foyers de cette orbite. D'où il suit que pour déterminer l'orbite de la Planete, sa figure, & sa position, il faut décrire une Ellipse dont le Soleil soit le foyer, & qui passe par les trois points donnés, ce qui est un probleme de Géométrie à résoudre, & dont on va donner la solution.

Planete & sa distance au Soleil lorsqu'on l'observe aux tems de son opposition.
PLANCHE IX. *Fig.* 10.

* *Ou bien sa distance au nœud comptée sur l'Ecliptique.*

Si cependant la Planete n'étoit point Achronique ou en opposition au Soleil, on trouveroit néantmoins par observation sa distance au Soleil, & son lieu héliocentrique, comme il suit. Soit *PAE* l'orbite de la Planete,

PLANCHE IX. *Fig.* 11.

On peut déterminer par une seule observation la longitude héliocentrique d'une Planete & sa distance au Soleil, lors même qu'elle n'est pas Achronique. PLANCHE IX. *Fig.* 11.

TGH l'orbite de la Terre, laquelle soit supposée dans cet exemple au point *T*; soit aussi *P* le lieu de la Planete, *S* celui du Soleil, & *NS* la ligne des nœuds. On abaissera du point *P* sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire *PB*, & l'on tirera *BT* que l'on prolongera jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne des nœuds au point *N*; il est évident que le plan du Triangle *NPB* sera perpendiculaire au plan de l'Ecliptique. Mais si par le point *T* on éleve à ce plan une perpendiculaire, elle rencontrera dans ce Triangle le plan de l'orbite de la Planete au point *C*. Enfin du point *T* on abaissera sur la ligne des nœuds la perpendiculaire *TD*, & ayant tiré la ligne *DC*, on aura l'angle *TDC* qui représentera l'inclinaison * de l'orbite de la Planete au plan de l'Ecliptique. Ayant donc observé l'angle *PTB* qui est la latitude géocentrique de la Planete, & l'angle *BTS* son élongation ou sa différence en longitude avec le Soleil; dans le Triangle *NTS* on a (selon la Théorie de la Terre) le côté *TS* qui est sa distance au Soleil au moment de l'observation, comme aussi l'angle *TSN* qui est la différence en longitude entre le lieu de la Terre & le lieu du nœud de la Planete : de plus on a l'angle *STN* complément à 180° de l'élongation de la Planete observée; on aura donc par la Trigonométrie rectiligne le côté *TN*. Mais dans le Triangle rectangle *TDS* le côté *TS* & l'angle *TSD* ou *TSN* étant donnés, on connoîtra le côté *TD*. C'est pourquoi dans le Triangle *TDC*, étant donnés *TD*, & l'inclinaison de l'orbite (représentée par l'angle *TDC*) on aura par conséquent le côté *TC*. De même dans le Triangle rectangle *CTN*, étant donnés *TC*, *TN*, on aura l'angle *TNC*, & partant dans le Triangle *NTP*, tous les angles seront connus, puisque *PTN* est le complément à 180° de la latitude observée, & que l'angle *PNT* vient d'être déterminé : connoissant donc le côté *TN* de

* *Cette méthode est générale, & peut très-bien s'appliquer au calcul de l'orbite des Cometes.*

ce Triangle, on calculera le côté *TP*. Or dans le Triangle *PTB* rectangle en *B*, on a *TP* & l'angle *PTB*, qui eſt la latitude obſervée ; on connoîtra donc auſſi la valeur des côtés *TB* & *PB*. Enfin dans le Triangle *TSB*, étant donnés les côtés *TB*, *TS* & l'angle compris *BTS*, on trouvera *SB* (qui ſera la diſtance accourcie de la Planete au Soleil), & l'angle *TSB* ; d'où il ſuit que l'on aura par le moyen de cet angle, le lieu héliocentrique de la Planete réduit au plan de l'Ecliptique. Mais pour connoître ſon vrai lieu héliocentrique, c'eſt-à-dire, le lieu de la Planete dans le plan de ſon orbe, on réſoudra d'abord le Triangle rectangle *PBS*, dans lequel les côtés *PB*, *BS* ſont connus, & l'on ſçaura la valeur de l'angle *PSB*, c'eſt-à-dire, la latitude héliocentrique. Enſuite étant connue l'inclinaiſon de l'orbite & la latitude héliocentrique de la Planete, on pourra calculer à l'ordinaire ſa vraie diſtance au nœud ſur la circonférence de ſon orbite, & partant le lieu qu'elle y occupe vu du Soleil.

De cette maniere ſi l'on détermine encore deux autres lieux héliocentriques de la Planete & ſes diſtances au Soleil, on aura non-ſeulement le foyer de ſon orbite lequel eſt au centre du Soleil, mais auſſi la longueur & la poſition de trois lignes, ou trois points donnés par leſquels on fera paſſer une Ellipſe qui ſera l'orbite de la Planete.

M. Hallei a imaginé auſſi une méthode pour déterminer les lieux héliocentriques d'une Planete & ſes diſtances au Soleil : elle ſuppoſe ſeulement que l'on connoiſſe le tems de la révolution périodique de la Planete. Soit *KLB* l'orbite de la Terre, *S* le Soleil, *P* la Planete, ou plutôt le point de l'Ecliptique où tombe la perpendiculaire abaiſſée du centre de la Planete. Suppoſant donc premierement la Terre en *K*, on obſervera la longitude géocentrique de la Planete, & ayant déduit de la Théorie la longitude apparente du Soleil, on aura par conſéquent PLANCHE IX *Fig.* 12.

l'angle *PKS*. Enſuite lorſque la Planete aura fait une révolution entiere ſur ſon orbite, & qu'elle ſe trouvera pour la ſeconde fois en *P* dans un tems que la Terre eſt au point *L* de ſon orbe, on obſervera derechef le lieu géocentrique de la Planete, & l'on aura donc encore l'angle *P L S* qui eſt l'élongation de la Planete. Or étant donnés les tems de ces deux obſervations, on a par conſéquent les lieux de la Terre dans l'Ecliptique vus du Soleil & ſes diſtances au centre de cet aſtre ſelon la Théorie ; c'eſt pourquoi dans le Triangle *L S K* on a les deux côtés *L S*, *SK* & l'angle compris *L S K*, on aura donc les angles *S L K*, *S K L*, & le côté *L K*. Alors ſi des angles donnés *P K S* & *P L S* on ôte les angles connus *L K S* & *K L S*, les angles *P K L*, *P L K* qui reſtent, ſeront enfin connus. Ainſi dans le Triangle *P L K* étant donnés la baſe *K L* & les deux angles aux extrémités de cette baſe, on connoîtra le côté *P K*. Et dans le Triangle *P K S*, étant donnés les côtés *P K*, *K S* & l'angle compris *P K S*, on calculera le côté *S P*, qui ſera la diſtance accourcie de la Planete au Soleil : ayant auſſi calculé la valeur de l'angle *K S P*, on connoîtra enfin la longitude héliocentrique de la Planete, & par conſéquent ſa diſtance au nœud ſur la circonférence de l'Ecliptique. Mais puiſque la tangente de la latitude géocentrique de la Planete, eſt à la tangente de la latitude héliocentrique, comme la diſtance accourcie de la Planete au Soleil, eſt à cette même diſtance accourcie à l'égard de la Terre, & que par obſervation on connoît la latitude géocentrique de la Planete, on aura donc enfin la latitude héliocentrique de la Planete, laquelle étant connue auſſi-bien que la diſtance accourcie de la Planete au Soleil, on pourra déterminer enfin la vraie diſtance de la Planete au Soleil. C'eſt ainſi qu'on peut découvrir trois différens lieux de la Planete vus du foyer de ſon orbite, comme auſſi les trois diſtances correſpondantes

de

de la Planete à ce foyer, c'eſt-à-dire, à l'égard du Soleil. Ce qui ſuffit pour découvrir enfin la figure de l'orbite & la poſition de la ligne des Apſides, en décrivant une Ellipſe dont le Soleil ſoit au foyer, & qui paſſe par les trois points donnés. Il reſte à préſent à expliquer la méthode dont on pourra ſe ſervir pour déterminer cette Ellipſe.

Maniere de décrire une Ellipſe dont on connoit l'un des foyers, & qui paſſe par trois points donnés. PLANCHE IX. *Fig.* 13.

Soient trois lignes droites SD, SC, SB dont la longueur & la poſition ſont données, & qui aboutiſſent au foyer S. On tirera les lignes DC, BC, que l'on prolongera de telle ſorte que DF, ſoit à CF, comme DS, eſt à CS. De même que CE, ſoit à BE, comme CS, eſt à BS. Enſuite on tirera FE ſur laquelle on abaiſſera du point S la perpendiculaire SG : cette derniere ligne déterminera la poſition de l'axe. Il faut préſentement mener DK, CI, BH paralleles à SG, & l'on coupera SG prolongée autant qu'il eſt néceſſaire en A & a, enſorte que GA, ſoit à SA, comme KD, eſt à SD; comme auſſi Ga, ſoit à Sa dans le même rapport de KD, à SD, & l'on fera sa égale à SA. Alors les points A & a ſeront les ſommets de l'Ellipſe, c'eſt-à-dire, les extrémités de ſon grand axe Aa, & les points S & s ſeront les deux foyers. Donc ſi par les deux ſommets & par le moyen des deux foyers on décrit une Ellipſe, ce ſera la courbe qui repréſente véritablement l'orbite de la Planete que l'on cherche. Car puiſque DS, eſt à CS, comme DF, eſt à CF, ou comme DK, eſt à CI, on aura donc (*permutando*) DS, eſt à DK, comme CS, eſt à CI : de même on aura SB, eſt à BH, comme CS, eſt à CI, ou comme DS, eſt à DK. Mais comme DS, eſt à DK, ainſi (ſelon la conſtruction) SA eſt à AG : & parce que $SA : AG :: Sa : aG$; on aura donc $SA : AG :: Sa - SA$ ou $Ss : aG - AG$ ou Aa. Et partant $DS : DK :: SC : CI :: SB : BH :: Ss : Aa$. Or telle ſeroit la propriété d'une Ellipſe, dont le foyer étant en S, auroit pour grand axe Aa, comme on le démontre

Zzz

dans les traités des Sections Coniques *. Il est donc certain que l'Ellipse décrite autour des foyers S & s, & qui a pour grand axe Aa, passera par les points B, C, D.

* Milnii Elem. Conic. Part. IV. Prop. 9. Voyez la 3e. édition faite à Oxfort en 1723.

Enfin comme dans l'Astronomie il est nécessaire de découvrir par le calcul les deux axes, l'excentricité & la position du grand axe de l'orbite, & qu'on a coutume de préférer les nombres qui en résultent aux constructions Géométriques, quelques simples & élégantes qu'elles puissent être, j'expliquerai donc ici comment on y doit procéder. Dans les Triangles DSC, BSC on connoît les côtés DS, CS, BS, & les angles compris DSC, CSB, on pourra d'abord calculer les côtés DC, BC, & les angles SDC, SCD, SCB, & SBC. Et parce que l'on connoît le rapport de DF, à CF, & que le côté DC est donné, on connoîtra donc aussi CF & DF. De même puisqu'on connoît le rapport de CE, à BE, & que le côté CB est donné, on connoîtra donc aussi CE & BE : mais l'angle BCD est donné, puisqu'il est égal aux deux angles connus DCS, BCS; on connoîtra donc l'angle FCE qui est son complément à deux droits. C'est pourquoi dans le Triangle FCE étant donnés les côtés CF, CE & l'angle compris FCE, on trouvera l'angle CEF ou son complément à 90°, sçavoir, l'angle ICE, auquel si l'on ajoute l'angle connu SCB, on aura la valeur de l'angle total SCI. Mais parce que Aa est parallele à IC, l'angle CSa sera donc égal à l'angle SCI, & partant la position de l'axe sera connue, puisque l'angle CSa est donné. Enfin dans le Triangle rectangle EBH, puisqu'on connoît BE & l'angle E, on aura par conséquent la valeur de BH : ainsi le rapport de BS, à BH sera connu, lequel est le même que celui de Ss à Aa, de SA à AG, ou de Sa à aG ; d'où l'on voit que les extrémités du grand axe ou les sommets de l'Ellipse, de même que les foyers Ss seront déterminés, & qu'il n'y aura qu'à suivre la forme du calcul que nous venons d'indiquer.

Après avoir expliqué ci-deſſus de quelle maniere on peut trouver par obſervation le lieu d'une Planete vu du centre du Soleil, il reſtoit encore à faire voir comment on doit rechercher le lieu & la ſituation de ſon Aphélie *, & c'eſt ce que nous venons d'expoſer tout-à-l'heure. On pourra donc au tems de chaque obſervation connoître la diſtance de la Planete à ſon Aphélie, c'eſt-à-dire, ſon anomalie vraie ou égalée. Connoiſſant encore l'excentricité de l'orbite, & le tems de la révolution de la Planete, il ſera facile d'en déduire le lieu moyen & l'anomalie moyenne de cette même Planete, ſelon les principes qui ont été établis lorſqu'on a traité *de la Solution du Probleme de Kepler*. Ainſi le mouvement moyen de la Planete ſera donné au tems de l'obſervation propoſée, & partant le lieu que cette Planete occuperoit dans ſon orbe ſi elle étoit emportée d'un mouvement continuel, égal & uniforme. Ce qui étant une fois ſuppoſé, il eſt aiſé de connoître ſon lieu moyen pour tel autre tems donné que ce ſoit. Car on fera, Comme le tems périodique de la Planete, eſt au tems écoulé entre l'obſervation propoſée, & le moment auquel on cherche le lieu moyen de la Planete, ainſi le cercle entier ou 360°, eſt à un quatrieme terme : ce quatrieme terme ſera un arc qu'il faudra retrancher ou ajouter au lieu moyen qui répond à l'obſervation propoſée, ſelon que le tems pour lequel on fait le calcul, précede ou ſuit le moment de cette obſervation, & l'on aura ainſi le lieu moyen que l'on cherche.

** Lorſque le lieu moyen de la Planete ſe trouve concourir avec ſon lieu vu du Soleil, la poſition du grand axe de l'orbite eſt donnée; ce qui fournit une méthode bien ſimple pour reſtituer le lieu de l'Aphélie & l'époque des moyens mouvemens, ſi l'on a obſervé la Planete à ſon paſſage par l'Aphélie & par le Périhélie.*

Or il eſt avantageux chaque fois que l'on veut connoître le lieu moyen d'une Planete pour un tems donné, de le trouver calculé dans des Tables Aſtronomiques où l'on a eu ſoin de réduire le lieu moyen ou l'anomalie moyenne des Planetes au tems de quelque Ere célebre ; telle que la Nativité de *Notre Seigneur Jeſus-Chriſt*, l'Ere de *Nabonaſ-*

ſar, celle de la Création du Monde, la Fondation de Rome, ou le commencement de *la Période Julienne.* Il a donc fallu trouver dans ces Tables, par la méthode expliquée ci-deſſus, le lieu moyen des Planetes pour ces Eres propoſées, & ſur-tout pour les midis de tems moyen, & non pas de tems vrai ou apparent. Ces lieux moyens des Planetes ainſi déterminés, ſe nomment *les Epoques* ou *les Racines* des moyens mouvemens, puiſque ce ſont autant de points fixes d'où l'on part pour calculer tous les autres mouvemens.

On eſt enfin convenu de faire commencer l'année au 31. Décembre à Midi de tems moyen.

Si l'on compte le tems en années écoulées, ſoit depuis la Nativité de Jeſus-Chriſt, ſoit depuis le commencement de la Période Julienne, il eſt aſſez avantageux que le commencement de l'année ſoit compté du Midi qui précede le premier jour de Janvier, c'eſt-à-dire, de maniere qu'à midi du premier Janvier on compte déja un jour complet, ou vingt-quatre heures de tems écoulées.

Comment ont été conſtruites les Tables des moyens mouvemens.

Mais pour revenir aux Tables des moyens mouvemens, pour les conſtruire, on fera les Regles de proportion qui ſuivent. 1°. Comme le tems périodique d'une Planete, eſt à une année commune, ou de 365 jours, ainſi le cercle entier de 360°, à un quatrieme terme qui exprimera par conſéquent le moyen mouvement de la Planete dans l'eſpace d'une année entiere. 2°. Comme le tems périodique, eſt à un jour, ainſi le cercle entier, eſt à un quatrieme terme qui ſera le moyen mouvement diurne de la Planete. Enfin continuant de la même maniere, on aura les mouvemens horaires de la Planete, comme auſſi le mouvement qui répond aux minutes, ſecondes, &c. Au reſte ſi l'on ajoute le moyen mouvement annuel continuellement à lui-même, on aura le moyen mouvement dans l'eſpace de deux, trois & quatre années : mais il eſt à remarquer que comme chaque quatrieme année eſt biſſextile ou de 366 jours, il faut néceſſairement ajouter le mouvement moyen d'un jour à la somme des moyens mouvemens qu'on a trouvés pour cette quatrieme année. Ensuite on continuera d'ajouter comme auparavant le moyen mouvement d'une année, & l'on aura le moyen mouvement pour cinq, six & sept années, mais il faudra de plus ajouter le mouvement qui répond à un jour, à la somme des moyens mouvemens & d'une année, pour avoir celui de la huirieme année qui est encore bissextile, qu'on pourroit trouver aussi en doublant le moyen mouvement qui répond à la quatrieme année. Et continuant de même on aura une suite de tous les moyens mouvemens vis-à-vis des années qui leur répondent, ayant soin toutefois de rejetter 360°, ou le cercle entier lorsque la somme excedera ce nombre, puisqu'il est évident que les Planetes après avoir achevé leurs périodes de 360°, se trouvent précisément au même lieu pour en recommencer une autre.

Ayant ainsi continué les moyens mouvemens qui répondent à chaque année jusqu'à 20 ans, on peut ensuite doubler, tripler, &c. pour avoir les moyens mouvemens qui répondent à 40, 60, 80, & 100 ans. Et si l'on ajoute à ceux-ci le mouvement pour dix années, on aura celui qui répond à 30, 50, 70, 90 & 100 ans. De même ajoutant continuellement à lui-même le mouvement qui répond à 100 ans, & ayant soin de rejetter (chaque fois qu'il est nécessaire) 360°, lorsque la somme excede ce nombre, on aura les moyens mouvemens qui répondent à 200, 300, 400, 500 ans, que l'on peut ainsi continuer jusqu'à 1000: & de la même maniere on aura le moyen mouvement qui répond à 2000, 3000, 4000 ans, &c. ensorte que l'on prolongera les nombres aussi loin qu'on voudra.

Après avoir recueilli ces moyens mouvemens, on les rangera dans des Tables dressées exprès, & c'est ainsi qu'ont été construites celles des moyens mouvemens dans la plupart des Tables Aſtronomiques. Quelques-uns * les ont nommées cependant Tables des Anomalies moyennes, parce qu'ils ont compté les moyens mouvemens depuis le lieu de l'Aphélie. Et c'eſt à cette occaſion que nous ferons remarquer ici que ſi au lieu de compter depuis l'Aphélie, on aime mieux conſerver l'ancienne forme, & compter depuis le point de l'Equinoxe du Printems, il faut bien prendre garde de ne pas employer pour I^er terme dans les Regles de proportion que l'on a propoſées ci-deſſus, le tems périodique de la Planete, mais ſeulement celui qu'elle emploie à parcourir le Zodiaque. Ce dernier eſt un peu moins long à cauſe de la préceſſion des Equinoxes, puiſque ces points s'avancent contre l'ordre des Signes.

* *Voyez les Tables Carolines & celles du Soleil, de M. de Louville.*

Enfin ſi l'on ne ſuppoſoit pas que les points des Aphélies ſont immobiles, il faudroit auſſi avoir égard au peu de mouvement qu'on leur a attribué. C'eſt pourquoi il faudra dreſſer des Tables générales qui contiennent, non pas ſeulement les mouvemens de l'Aphélie cauſés par la préceſſion des Equinoxes, mais auſſi ceux qui ſont particuliers à l'Aphélie de chaque Planete ; & ces Tables seront diſpoſées comme celles des moyens mouvemens en années, dixaines d'années, centaines, milliemes, &c. Car on peut ſuppoſer ces mouvemens égaux & uniformes dans toutes les Planetes, (excepté la Lune*, où le mouvement de l'Aphélie eſt ſujet à quelque inégalité) puiſque les obſervations ne nous apprennent rien qui détruiſe cette ſuppoſition. Par ces Tables ainſi conſtruites, on trouvera toujours facilement pour un tems quelconque les diſtances, ſoit des Etoiles fixes, ſoit de l'Aphélie au point des Equinoxes.

* *Saturne, & même la Terre.*

Quelques Aſtronomes ont auſſi dreſſé d'autres Tables à la ſuite de celles-ci, & qui contiennent les anomalies vraies correſpondantes aux anomalies moyennes, de degrés en degrés avec leurs différences, & dont on peut avoir les minutes & secondes par des parties proportionnelles. Il est facile, comme l'on voit, de dresser ces Tables en se servant de la solution du Probleme de Kepler; mais il est plus en usage, principalement pour calculer les mouvemens du Soleil & de la Lune, de dresser d'autres Tables qui contiennent les Equations ou Prosthaphereses qui sont les différences entre les Anomalies vraies & moyennes.* Car ces Equations étant ôtées ou ajoutées à l'anomalie moyenne, selon que la Planete se trouvera dans le premier ou dans le second demi-cercle de son Anomalie, donnent pour lors l'Anomalie vraie que l'on cherche.

* *Comme aussi les distances, ou plutôt les logarithmes des distances de chaque Planete au Soleil.*

Puisque le lieu de l'Aphélie & celui du nœud de la Planete sont connus, on aura par conséquent leur distance; & partant puisque l'Anomalie vraie de la Planete est donnée, on aura sa distance au nœud, qu'on nomme autrement l'*Argument de la latitude.* Or cet arc étant donné, on calculera trigonométriquement la latitude héliocentrique de la Planete & sa distance accourcie, c'est-à-dire, la ligne droite qui est terminée d'une part au Soleil, & de l'autre au point de l'Ecliptique où tombe la perpendiculaire abaissée du lieu de la Planete. Et de cette maniere on aura toujours par le calcul pour un tems donné le lieu de la Planete dans son orbe vu du Soleil, sa latitude & sa distance accourcie au Soleil, ce qui étant connu, on trouvera son lieu géocentrique vu de la Terre de la maniere qui suit.

Argument de la latitude; ce que c'est.

On cherchera d'abord le lieu de la Terre dans l'Ecliptique & sa distance au Soleil: or le lieu héliocentrique de la Planete, sa latitude & sa distance accourcie étant donnés au même instant. Soit TCF l'orbite de la Terre que l'on suppose en T, APE l'orbite de la Planete supposée en P, le point S le centre du Soleil, & SN la ligne des nœuds. On abaissera du lieu de la Planete sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire PB, & ayant mené la ligne SB qui sera par conséquent dans le plan de l'Eclip-

Calcul du lieu géocentrique des Planetes.

PLANCHE IX. Fig. 14.

tique, le point B fera le lieu de la Planete réduit à l'Ecliptique, & on trouvera ce lieu par la Trigonométrie Sphérique, puiſque l'arc PN eſt donné, & qu'on connoît d'ailleurs l'inclinaiſon de l'orbite de la Planete ſur le plan de l'Ecliptique. Mais le lieu de la Terre vu du Soleil eſt connu, & par conſéquent on a la différence en longitude entre la Terre & la Planete repréſentée par l'angle TSB, qu'on nomme l'*Angle de Commutation.* Dans le Triangle TSB on connoît le côté TS qui eſt donné par la Théorie du mouvement de la Terre, & le côté SB qui eſt la diſtance accourcie de la Planete au Soleil. Connoiſſant donc les deux côtés & l'angle compris * du Triangle TSB, il ſera facile de connoître l'angle STB, qui eſt l'élongation de la Planete au Soleil, c'eſt-à-dire, l'arc de l'Ecliptique compris entre le Soleil & le lieu réduit de la Planete. On connoîtra auſſi TB qui eſt la diſtance accourcie de la Planete à l'égard de la Terre. Or le lieu du Soleil eſt donné, puiſqu'il eſt oppoſé diamétralement au lieu de la Terre: il s'enſuit donc qu'on connoîtra le lieu de la Planete réduit à l'Ecliptique vu de la Terre. De plus dans les deux Triangles PBS, PBT la tangente de l'Angle PSB, eſt à la tangente de l'angle PTB, comme TB, eſt à SB: mais comme TB, eſt à SB, ainſi le ſinus de TSB qui eſt l'angle de commutation, eſt au ſinus de STB qui eſt l'angle de l'élongation. Et partant comme le ſinus de l'angle de commutation, eſt au ſinus de l'angle de l'élongation, ainſi la tangente de la latitude héliocentrique, ſera

Angle de Commutation.

* Suivant la méthode de Street démontrée dans les Tables Carolines, il faut ôter le logarithme de la diſtance de la Terre au Soleil, du logarithme de la diſtance accourcie de la Planete au Soleil, ou au contraire; c'eſt-à-dire, le plus grand logarithme du plus petit, puiſque ce dernier doit être quelquefois augmenté du logarithme du rayon; & le reſte ſera le logarithme de la tangente d'un angle dont il faut ôter 45°; on fera enſuite, comme le rayon ou la tangente de 45°, eſt à la tangente du reſte qu'on vient de trouver, ainſi la tangente de la demi-ſomme des angles inconnus, eſt à la tangente de la demi-différence des mêmes angles. Dans les Planetes ſupérieures la ſomme de la moitié des angles inconnus & de leur demi-différence, ſera l'*Elongation*, & la différence ſera la *Parallaxe* du grand orbe; mais ce ſera tout le contraire pour les Planetes inférieures.

C'eſt

à la tangente de la latitude géocentrique *C. Q. F. T.*

C'eſt ainſi que les Aſtronomes ont coutume de calculer pour un tems donné quelconque le lieu géocentrique d'une Planete & ſa latitude vue de la Terre.

Au reſte comparant les tems périodiques des Planetes avec leurs diſtances au Soleil, nous voyons d'abord qu'elles obſervent une harmonie ou loi conſtante, ſçavoir :

Que les quarrés des Tems périodiques ſont toujours, dans les Planetes du premier ordre, proportionnels aux cubes de leurs moyennes diſtances au Soleil.

Les Périodes & diſtances moyennes des ſix Planetes, d'abord établies par Képler & Bouillaud, ont été réduites par Street, comme dans la Table ſuivante *.

Révolutions Périodiques.	Jours.	H.	M.	S.	Diſtances moyennes.
♄	10759	6	36′	26″	953800
♃	4332	12	20	25	520110
♂	686	23	27	30	152369
♁	365	6	08	30	100000
♀	224	16	49	24	72333
☿	87	23	15	53	38710

Le grand Mathématicien M. Huygens a autrefois déterminé les grandeurs & les diametres véritables des Planetes, en les comparant au Soleil. On peut voir dans ſon *Syſtema Saturnium* les méthodes qu'il a employées, & dont on va rapporter le réſultat.

* M. Newton a donné dans la troiſieme Edition du Livre des Princ. Mathem. de ſa Philoſ. les Tems périodiques des révolutions comme il ſuit :

♄	♃	♂	♁	♀	☿
10759j,275	4332j,514	686j,9785	365j,2565	224j,6176	87j,9692

Il a changé auſſi les diſtances moyennes au Soleil de Saturne & de Jupiter, qu'il avoit déduites du tems périodique de leurs révolutions, comparé à celui de la révolution de la Terre autour du Soleil, & les a établi de $\frac{954006}{100000}$ & $\frac{520096}{100000}$, ou de 954006 & 520096, dont la moyenne diſtance du Soleil à la Terre eſt 100000.

» Copernic nous ayant enſeigné dans ſon nouveau ſyſte- » me ſi merveilleuſement imaginé, quelle proportion gar- » dent entre elles les Planetes quant à leurs diſtances, relati- » vement au Soleil ; on eſt enfin parvenu depuis la décou- » verte du Téleſcope à meſurer avec préciſion leurs diame- » tres apparens, & par ce moyen on s'eſt aſſuré combien » les unes ſont réellement plus grandes que les autres. Car » ayant égard à leur grandeur apparente & à leur diſtance, » il en réſulte leurs véritables grandeurs, & par conſéquent » le rapport des groſſeurs des unes à l'égard des autres, ou » relativement au Soleil. » Comme il eſt facile de le déduire des principes que l'on a établis dans le premier Chapitre.

» En effet pour commencer par la Planete de Saturne, » le diametre de ſon anneau * lorſqu'il eſt dans ſes plus pe- » tites diſtances à l'égard de la Terre, eſt de 68″ ** tout au » plus. Or comme cette plus petite diſtance de Saturne eſt » d'environ huit fois plus grande que la moyenne diſtance » de la Terre au Soleil, il s'enſuit que ſi Saturne venoit à » s'approcher de nous autant que le Soleil dans ſes moyen- » nes diſtances, le diametre de ſon anneau paroîtroit alors » octuple de ce qu'il a été obſervé juſqu'ici, c'eſt-à-dire, de

*** Cette obſervation de M. Huygens a été faite avant qu'on eût perfectionné le Micrometre.*

* Au commencement du mois de Juin de l'année 1719, M. Pound ayant meſuré avec le Téleſcope de M. Huygens, dont la longueur eſt de 123 pieds Anglois, le diametre de l'anneau de Saturne, l'a trouvé de 43″ ; d'où il a déduit ſon diametre apparent dans les moyennes diſtances de 42″ : & parce que le diametre de Saturne a paru relativement à celui de ſon Anneau, comme 3 eſt à 7, on en peut déduire le diametre de Saturne de 18″. Mais ſelon M. Newton, ce diametre tel qu'on vient de le conclurre, n'eſt autre choſe que celui qui doit paroître vu par les plus grandes & par les meilleures lunettes d'approche, d'autant que les grandeurs apparentes des corps céleſtes, obſervées avec les plus longues lunettes, ſont encore altérées par la dilatation de la lumiere, qui les borde pour ainſi-dire, quoiqu'ils le ſoient bien moins que ſi l'on ſe ſervoit de plus petites lunettes. C'eſt pourquoi ſi l'on corrige le diametre apparent que l'on a établi ci-deſſus, par l'erreur qui doit être attribuée à l'irradiation de la lumiere, on réduira le diametre de Saturne à 16″ tout au plus.

On fera donc, 100000 : 954006 : : 16″ : à un quatrieme terme qui ſera 152″, 641, ou bien 2′ 32″$\frac{2}{3}$; & c'eſt le diametre de Saturne tel qu'il nous paroîtroit ſi cette Planete s'approchoit autant de nous que la Terre eſt éloignée du Soleil dans ſes moyennes diſtances. Le diametre du Soleil dans ſes moyennes diſtances eſt de 32, 10″ ou 12″$\frac{1}{2}$. Mais M. Newton l'ayant réduit à 32′ 5″, il ſera vrai de dire que le diametre de Saturne eſt à celui du Soleil, comme 1, eſt à 12, 61, ou bien comme 5 eſt à 63.

» 9′4″. Et puiſque le diametre du Soleil dans ſes moyennes » diſtances eſt de 30′30″, il eſt donc vrai de dire que le rap- » port du diametre de l'anneau de Saturne, au diametre du » Soleil, eſt comme 9′ 40″, à 30′ 30″, c'eſt-à-dire, à peu » près comme 11 eſt à 37. Mais le diametre de Saturne eſt » au diametre de ſon anneau comme 4 eſt à 9, ou comme » 5 eſt à 11, le diametre de Saturne ſera donc au diametre » du Soleil comme 5 eſt à 37. »

» Jupiter * lorſqu'il eſt le plus proche de nous qu'il eſt » poſſible, paroît ſous un angle de 64″, & ſa diſtance à la » Terre étant alors à la moyenne diſtance de la Terre au » Soleil, comme 26 eſt à 5; ſi l'on fait comme 5 eſt à » 26, ainſi 64″ ſont à un quatrieme terme : on trouvera » 5′ 35″ pour l'angle ſous lequel paroîtroit Jupiter s'il » s'approchoit autant de la Terre qu'en eſt éloigné le So- » leil dans ſa moyenne diſtance. Suppoſant donc comme » ci-deſſus le diametre du Soleil 30′ 30″, le rapport du » diametre de Jupiter à celui du Soleil, ſera par conſé- » quent comme 5′ 35″ à 30′ 30″, c'eſt-à-dire, comme 1 » à $5\frac{1}{2}$, ou un peu davantage.

» Lorſque Venus ** s'approche le plus de la Terre, ſon

* Le diametre de Jupiter obſervé avec la même lunette de 123 pieds, & réduit à ſa moyenne diſtance à l'égard du Soleil ou de la Terre, a toujours paru tout au plus 40″, ou 38, & le plus ſouvent de 39″; il en faut ôter environ 2″ pour la dilatation de la lumiere. Mais par les paſſages des Satellites ſur ſon diſque, M. Newton l'a établi de $37''\frac{1}{4}$; c'eſt pourquoi on fera 100000 : 520096 : : $37''\frac{1}{4}$: 193″, 73 ou bien 3′ $13''\frac{3}{4}$, & l'on aura le diametre de Jupiter tel qu'il nous paroîtroit s'il s'approchoit autant de nous que le Soleil dans ſes moyennes diſtances à la Terre : ſuppoſant donc comme ci-deſſus le diametre du Soleil de 32′ 5″, le rapport du diametre de Jupiter à celui du Soleil, ſera comme 1 eſt à 9, 936.

** *Horoxius* & *Crabtree* qui ſont les ſeuls qui obſerverent dans le dernier ſiecle le paſſage de Venus ſur le Soleil, ont déterminé ſon diametre l'un de 1′ 12″, & l'autre de 1′ 3″. Mais parce qu'il faut néceſſairement diminuer les diametres apparens des corps lumineux obſervés ſur un fond obſcur, ainſi qu'on l'a pratiqué ci-deſſus à l'égard de Saturne, de Jupiter & du Soleil, il paroit au contraire qu'il faudroit augmenter les diametres des corps opaques obſervés ſur un fond lumineux; car ſans nous arrêter aux principes de l'Optique, cela, comme l'a remarqué M. Newton, eſt vérifié par les obſervations de M. Huygens & d'Hévélius qui ont obſervé Venus hors du diſque du Soleil, & à même diſtance ſous un angle de 1′ 24″ ou 25″. Suppoſant donc le diametre de Venus lorſqu'elle a paſſé ſur le diſque du Soleil de 1′ $17''\frac{1}{2}$, & le rapport des diſtances de Venus & du Soleil à la

» diametre apparent eſt de 85″. Or cette diſtance de Ve-
» nus Périgée eſt à la moyenne diſtance de la Terre au So-
» leil à peu près comme 21 eſt à 82. Donc ſi Venus ve-
» noit à ſe trouver au centre du Soleil, elle ne paroîtroit
» plus que ſous un angle de 21″ 46‴. Il eſt donc conſtant
» que le diametre de Venus eſt à celui du Soleil, comme
» 21″ 46‴ ſont à 30′ 30″, c'eſt-à-dire, comme 1 eſt à 84.

» A l'égard de Mars *, lorſque cette Planete eſt Péri-
» gée, ſon diametre n'excede gueres 30″. Or puiſque la
» plus petite diſtance de Mars à la Terre eſt pour lors à la
» moyenne diſtance de la Terre au Soleil comme 15 eſt
» à 41, on a donc le rapport du diametre de Mars au dia-
» metre du Soleil, comme 1 eſt à 166, d'où il s'enſui-
» vroit que le diametre de Mars eſt deux fois plus petit que
» celui de la Planete de Venus. « Voyez *le Syſtema Saturnium de M. Huygens*, où l'on donne la deſcription & l'uſage de l'inſtrument dont on s'eſt ſervi pour meſurer ces diametres.

Au reſte ſelon les obſervations d'Hévélius, ** on a con-

Terre, comme 264 : 984, l'angle ſous lequel Venus auroit dû paroitre, ſi elle eût été autant éloignée de nous que le Soleil dans ſes moyennes diſtances ſe réduit à 20″ 8, tout au plus, & par conſéquent ſon diametre ſeroit à celui du Soleil comme 1 eſt 92, 75.

* Vers le tems de l'oppoſition de Mars au Soleil, le 5 Septembre de l'année 1672, le diametre de Mars meſuré par M. Picard avec une lunette de 20 pieds, garnie d'un Micrometre, a paru de 26″ tout au plus. Il en faut retrancher 5″, à cauſe de l'erreur cauſée par la dilatation de la lumiere. Mais parce que Flamſteed a meſuré le diametre de Mars à peu près dans le même tems, & qu'il lui a paru (à la vérité avec une plus petite lunette) tantôt de 2″, & tantôt de 7″ plus grand que celui qu'on a rapporté ci-deſſus; on pourroit donc réduire le diametre de Mars ſeulement à 22″ $\frac{1}{2}$. Or la proportion des diſtances de Mars à la Terre, & de la Terre au Soleil étant alors comme 4 à 10, ou plutôt comme 38 à 100; il s'enſuit que Mars auroit paru, s'il eût été obſervé à la même diſtance de la Terre que le Soleil, ſous un angle d'un peu plus de 8″ $\frac{1}{2}$, ou plus exactement de 8″, 6 pour une diſtance égale à la moyenne diſtance du Soleil à la Terre. Or comme 8″,6 : 32′ 5″ :: 1 : 223,8.

** En 1723. M. Bradlei a obſervé le diametre de Mercure au tems de ſon paſſage ſur le diſque du Soleil avec la même Lunette de 123 pieds dont on s'étoit déja ſervi pour meſurer les diametres de Jupiter & de Saturne : ce diametre parut alors ſous un angle de 10″ 45‴. Réduiſant donc le diametre à ce qu'il paroitroit ſi Mercure étoit autant éloigné de nous, que le Soleil eſt éloigné de la Terre dans ſes moyennes diſtances, on aura 7″ $\frac{1}{4}$ pour le diametre de Mercure; d'où l'on voit clairement que le diametre de Mercure, eſt au diametre du Soleil, comme 1, eſt clu que le diametre de Mercure étoit encore beaucoup plus petit, puiſque ſon diametre étant comparé à celui du Soleil eſt, comme 1 à 290.

La grandeur de la Terre comparée au Soleil, n'eſt pas la même ſelon divers Auteurs. Ceux qui ſuppoſent la parallaxe horiſontale de $15''$, donnent par conſéquent 13750 demi-diametres pour la diſtance de la Terre au Soleil; d'où il s'enſuivroit que le diametre du Soleil ſeroit à celui de la Terre comme * $30'\,30''$ ſont à $30''$, ou comme 61 eſt à 1. Or l'on peut en donner ici une raiſon * aſſez forte pour prouver que ce rapport doit être augmenté. C'eſt que la Lune ayant un diametre qui eſt un peu plus grand que le quart du diametre terreſtre, ſi l'on ſuppoſe la parallaxe horiſontale du Soleil de $15''$, il s'enſuivroit alors que la Lune ſeroit plus groſſe que Mercure, c'eſt-à-dire, qu'une Planete ſecondaire ſeroit plus grande qu'une Planete du premier ordre, ce qui eſt contraire à l'ordre & à la ſymmétrie qui ſemble devoir convenir au vrai ſyſteme du monde. C'eſt pourquoi ſi l'on diminue la parallaxe horiſontale, c'eſt-à-dire, ſi l'on ne ſuppoſe plus que $10''$ pour le demi-diametre apparent de la Terre vue du Soleil, il s'enſuivra pour lors que la Lune eſt plus petite que Mercure, puiſque l'on a pour la diſtance de la Terre au Soleil près de 20000 demi-diametres terreſtres : or en ce cas le diametre du Soleil doit ſurpaſſer environ $91\frac{1}{2}$ fois celui de la Terre, & c'eſt à ce dernier rapport qu'il ſemble qu'on pourroit s'arrêter juſqu'à ce que par l'obſervation de Venus vue ſur le diſque du Soleil, lorſqu'elle le traverſera l'an

** Remarquez qu'il importe peu, pour établir le vrai ſyſteme du monde, que la Lune ſoit plus groſſe que Mercure, mais que d'ailleurs le diametre des Satellites de Jupiter ou du 4^e Satellite de Saturne, ſurpaſſe celui de la Lune ou de Mercure, & qu'il approche vraiſemblablement de celui de Mars, quelques-uns de ces Satellites étant preſque auſſi gros que Venus.*

à 266 : mais il y a une correction à faire au diametre obſervé, lequel eſt un peu trop petit, parce que Mercure étoit opaque, & qu'il etoit vu ſur le diſque du Soleil. C'eſt pourquoi pour peu que l'on augmente ce diametre comme de $1''$ ou $1''\frac{1}{2}$, on réduira le rapport donné ci-deſſus à 1 : 255.

* Ou plus exactement comme $32'\,5''$ eſt à $30''$, c'eſt-à-dire, comme 64, 166 eſt à 1; à l'egard de la Lune, ſi l'on ſuppoſe avec M. Newton le rapport de ſa parallaxe horiſontale à ſon demi-diametre apparent, comme 3, 66 : 1, il s'enſuivra que le diametre de la Lune eſt à celui du Soleil comme 1 : 255, 3.

1761, on puisse donner un rapport bien plus exact & plus certain. La Table suivante exprime les rapports du diametre du Soleil à celui des autres Planetes.

Le diametre du Soleil est au diametre de … comme 1000 est à

	Selon Keill.	*mais plus exactement*
Saturne	137	079, 3
Jupiter	181	100, 7
Mars	006	04, 47
La Terre	010	015, 58
Venus	012	010, 75
Mercure	004	004, 25

Et puisque les Spheres sont comme les cubes de leurs diametres, on aura

Le Soleil est à … comme 1000000000, à

Saturne	2571353	500000
Jupiter	5929741	1021140
Mars	216	89
La Terre	1000	3785
Venus	1728	1240
Mercure	64	76

Il suit de-là que le Soleil surpasse toutes les Planetes prises ensemble de 116 fois *, que Saturne est 400 fois plus petit que le Soleil, mais il contient d'ailleurs ** deux mille quatre cens fois moins de matiere; Jupiter qui est la plus grosse de toutes nos Planetes, est néantmoins plus de 160 fois moindre que n'est le Soleil, & il ne contient tout au plus que la mille-trente-troisieme partie de matiere. Quant à notre Terre si on la compare au Soleil, c'est un corps très-petit, & qui n'est qu'un point en comparaison, puisqu'elle est un million de fois plus petite. En suivant le même raisonnement lorsqu'on compare les Planetes entre elles, on voit que Jupiter est plus gros que toutes les autres prises ensemble, qu'il est 2000 fois plus gros que la Terre. Enfin Venus est un peu plus grosse que la Terre, mais il y a deux Planetes que la Terre surpasse en grosseur, sçavoir, Mars & Mercure.

** *Phil. natur. Princ. Math. lib. III. Prop. 8. Coroll. 2.*

Jupiter surpasse en grosseur toutes les autres Planetes prises ensemble.

* Ou plus exactement 655 fois, & Saturne est environ 2000 fois plus petit que le Soleil: à l'égard de Jupiter on trouve qu'il est 980 fois plus petit que le Soleil. Mais la Terre est 264300 fois plus petite que le Soleil: Jupiter n'est que 270 fois plus gros que la Terre. Enfin Venus seroit environ trois fois plus petite que la Terre.

De la construction des Tables du Mouvement des Planetes.

LEs Tables Rudolphines de Képler, celles de Bouillaud, & principalement les Tables Carolines de Street, dont on se sert depuis bientôt un siecle, pour vérifier les Elémens qui servent à calculer les mouvemens des Planetes, ont été fondées sur un grand nombre d'observations faites par Tycho, & comparées à celles des Caldéens, du fameux Hipparque, & des autres Astronomes d'Alexandrie; c'est-à-dire aux plus anciennes observations qui nous aient été conservées depuis environ 2000 ans. Ces trois Auteurs sont entrés non-seulement dans un très-grand détail, lorsqu'ils ont comparé leurs Tables à ces anciennes observations : mais on voit encore dans leur procédé, & par le compte qu'ils en ont rendu, que ce n'a pas été sans beaucoup de lumieres, ni sans avoir réuni, pour ainsi dire, sous un même point de vue bien des circonstances particulieres, qu'ils se sont déterminés, après un travail immense, sur le choix de ces anciennes observations. Car il est facile de concevoir que les premiers Astronomes n'ayant ni les instrumens ni les connoissances qu'on a acquises presque successivement depuis Ptolomée jusqu'au 17^e^ siecle, il a fallu nécessairement entrer dans une exacte critique de leurs observations : c'est ainsi qu'on a été obligé de restituer les lieux des Etoiles auxquelles Ptolomée a comparé les Planetes, cet Auteur leur ayant attribué un mouvement en longitude beaucoup trop lent, sçavoir d'un degré en 100 ans, supposition dont il se sert dans le calcul des vrais lieux des Planetes, qu'on trouve rapporté dans son Almageste, & cela pendant un intervalle de plus de 400 ans. De la même maniere on a dû corriger les lieux du Soleil tirés des

Les Astronomes qui ont succédé à Tycho, ont assez exactement établi les moyens mouvemens des Planetes.

hypotheſes de Ptolomée, pour en déduire plus exactement les tems des oppoſitions des Planetes, & leurs vraies longitudes héliocentriques : enfin il a fallu y appliquer d'autres Parallaxes, & les réduire, à l'aide de la Chronologie & des nouvelles corrections publiées par les Géographes modernes, à notre maniere de compter le tems, & à un Méridien bien plus occidental. En quoi M. Bouillaud a certainement beaucoup contribué à l'avancement de cette partie de l'Aſtronomie, s'étant appliqué plus particulierement à ce genre de travail, & ayant enfin rétabli pluſieurs paſſages du texte de Ptolomée, outre diverſes obſervations qu'il a tirées des manuſcrits Grecs de la Bibliotheque du Roi.

Ainſi nous croyons devoir avertir, que dans l'Aſtronomie Philolaïque de cet Auteur, comme auſſi dans les Tables Carolines, on trouve non-ſeulement la Théorie & les Tables générales du mouvement des Planetes, mais encore une hiſtoire ou collection des meilleures & des plus précieuſes obſervations anciennes & modernes. Car outre les obſervations de Tycho ſur les oppoſitions des Planetes ſupérieures au Soleil, on voit auſſi, (& cela plus particulierement dans les Tables Carolines) qu'on y a fait uſage des conjonctions inférieures de Venus & de Mercure, ces deux Planetes ayant été vues pour la premiere fois ſur le Soleil dans le dernier ſiecle. L'obſervation du paſſage de Mercure ſur le Soleil, faite à Paris par Gaſſendi le 7 Novembre 1631, a été d'abord rapportée dans l'Aſtron. Philol. comme auſſi les deux autres obſervations, ſçavoir le paſſage de Venus ſur le Soleil, du 3. Décembre 1639. & celui de Mercure ſur le diſque de cet aſtre lumineux proche ſon nœud deſcendant, ſe trouvent dans les Tables Carolines de Street. L'avantage qu'ont eu ces derniers Auteurs ſur Képler, n'eſt que trop viſible, ſi l'on conſulte leurs propres ouvrages, où ils comparent

comparent non-ſeulement les mouvemens des Planetes inférieures qui réſultent de leur Tables, avec les obſervations dont nous venons de parler, mais encore avec pluſieurs conjonctions des Planetes ſupérieures aux Etoiles que l'on trouve dans le Recueil des ouvrages de Gaſſendi. Perſonne n'ignore que ce célebre Philoſophe, qui a tenu à juſte titre l'un des principaux rangs parmi les grands hommes, qui par leurs ouvrages & par leur érudition, ont fait honneur au ſiecle de Louis XIV. s'eſt preſque continuellement appliqué avec une attention toute particuliere à rechercher les mouvemens des Planetes.

Avantage qu'on a retiré des obſervations de Gaſſendi ſur la Planete de Mercure, au tems de ſes grandes digreſſions à l'égard du Soleil.

Ainſi pour revenir aux mouvemens de la Planete de Mercure, nous devons avertir ici que Bouillaud & Street ſe ſont fondés principalement ſur les obſervations faites par Gaſſendi pendant l'Eté de l'année 1636, lorſque cette Planete étant dans ſa grande élongation, ſe trouvoit aux environs de ſon Aphélie & de ſon Périhélie. Cette circonſtance aſſez rare avoit échappé juſques-là aux Aſtronomes: enfin le 3 Mai 1661, l'Auteur des Tables Carolines obſerva à Londres, conjointement avec M. Huygens, le paſſage de Mercure ſur le Soleil, ce qui n'a pas peu contribué à lui faciliter les moyens de perfectionner les Tables du mouvement de cette Planete inférieure, Mercure ayant été vu dans l'eſpace de trente ans, deux fois ſur le Soleil, c'eſt-à-dire, dans ſes Nœuds aſcendant & deſcendant.

Bien-tôt après M. Hallei eut une occaſion encore plus favorable de vérifier les Elémens qui ſervent à conſtruire les Tables de Mercure, ayant eu le premier l'avantage d'obſerver * l'entrée & la ſortie de Mercure ſur le Soleil, ce qui donnoit la poſition du Nœud d'une maniere

* En 1677 le 28 Octobre, vieux ſtyle, M. Hallei a déterminé dans l'Iſle de Ste Hélene, qui eſt $0^h\ 33'\ 30''$ à l'Occident de Paris, la conjonction en longitude de Mercure au Soleil à $0^h\ 10'\ 50''$, ſa latitude boréale étant $0^\circ\ 4'\ 41''$.

beaucoup plus précise qu'on ne l'avoit établi par les observations des années 1631 & 1661, ces deux premieres n'étant pas d'ailleurs à beaucoup près aussi completes qu'on le pouvoit désirer.

Cependant quoique Mercure ait été vu encore deux fois sur le Soleil, ce n'a été qu'en 1723 que M. Hallei s'est déterminé à publier les Elémens des Tables de cette Planete, dont on peut dire que le mouvement est assez exactement connu aujourd'hui. On pourra d'ailleurs s'en assurer si l'on se donne la peine de comparer ces mêmes élémens à deux autres observations completes qui ont été faites en 1736 & 1743, le Ciel ayant été si favorable pour observer les deux dernieres fois Mercure à son Nœud ascendant, que non-seulement on a eu l'avantage de bien déterminer son entrée & sa sortie sur le disque du Soleil, mais aussi sa position sur le disque au moment de son passage par le Méridien; ce qui donne, comme l'on sçait, plus immédiatement son ascension droite & sa déclinaison.

Voici donc les élémens du mouvement de cette Planete, publiés par M. Hallei dans les Transactions Philosophiques de l'année 1723 n° 386 : les époques en ont été réduites au nouveau style, & au Méridien de Paris.

1661	Longit. moy. de ☿	$2^s\ 2^\circ\ 15'\ 33''$	Aphélie $8^s\ 12^\circ\ 09'\ 14''$	☊ $1^s\ 14^\circ\ 06'\ 28''$
1701		$3\ 01\ 52\ 26$	$8\ 12\ 44\ 17$	$1\ 14\ 41\ 06$

Le moyen mouvement de Mercure déduit des observations de 1677 & 1723, a été établi en 100 années Juliennes de $2^s\ 14^\circ\ 02'\ 13''$: mais il faut remarquer quant au mouvement de l'Aphélie qui a dû servir à le constater, que M. Hallei s'est servi de celui qui est établi par M. Newton dans le Scholium de la Prop. XIV. du troisieme Livre des Princ. Math. de la Phil. Natur. Selon M. Newton, le mouvement de l'aphélie seroit beaucoup plus lent que ne le supposent les Astronomes, ce qui ne doit pas nous étonner, Mercure n'ayant jamais été aussi

Selon M. Newton le mouvement de l'Aphélie ſouvent ni auſſi exactement obſervé que les autres Planetes. On peut donc s'en tenir aujourd'hui au mouvement déduit de la Théorie, c'eſt-à-dire, à ce dernier réſultat qui fait le mouvement de l'Aphélie de 1° 27′ 20″ en 100 ans, à raiſon de 52″½ par année.

deMercure eſt plus lent que ne l'avoient ſuppoſé les Aſtronomes.

Si l'on peut ſe fonder avec quelque certitude ſur les mouvemens moyens de Mercure & de ſon Aphélie établis ci-deſſus; à plus forte raiſon doit-on ſe flater de connoître encore mieux le mouvement du Nœud, puiſqu'il a été déduit des obſervations immédiates. M. Hallei l'établit donc par les deux paſſages de Mercure, dont on vient de parler de 39′ 50″ en 46 ans, ce qui donne 1′ 30″ de plus que ſelon la préceſſion de l'Equinoxe, & fait voir que le Nœud a un mouvement réel ſelon la ſuite des ſignes, à raiſon de 3′ 15″½ en 100 ans depuis la premiere Etoile d'♈; c'eſt-à-dire, que ſon mouvement en 100 ans depuis le point de l'Equinoxe, eſt de 1° 26′ 35″ ou 36″.

Le mouvement du nœud de Mercure.

Il ne reſte plus qu'à établir la plus grande excentricité & la moyenne diſtance de Mercure au Soleil: M. Hallei admet cette derniere, la même que celle qui eſt rapportée dans les Tables Carolines, ſçavoir de $\frac{38710}{100000}$ parties de la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, il donne auſſi la plus grande équation du centre de 23° 42′ 37″.

Quoique Bouillaud & Street ayent fait uſage de pluſieurs obſervations de Gaſſendi, lorſque Mercure a paſſé proche ſon Périhélie & dans ſon Aphélie, ce qui a fait connoître ſa plus grande & ſa plus petite élongation, & par conſéquent ſon excentricité, cependant il eſt à remarquer que M. Hallei n'a point dit par quelles obſervations nouvelles il s'eſt déterminé à conſerver la moyenne diſtance publiée par Street, ce qu'il étoit important de diſcuter dès qu'il a voulu diminuer l'excentricité de l'orbite de Mercure; d'autant que 20 ans auparavant, ſçavoir au

Difficultés qu'on peut propoſer de réſoudre touchant la plus grande équation du centre de Mercure.

commencement du siecle, M. de la Hire qui a publié des Tables Astronomiques, semble retenir l'excentricité ancienne, puisqu'il fait la plus grande Equation du centre de Mercure $24^{\circ}\,16'\frac{7}{8}$ ou $17'$, la même que selon Bouillaud.

Sans examiner ici les motifs qui ont déterminé M. de la Hire à ne point nous détailler les méthodes ou approximations dont il a pu se servir dans la construction de ses Tables; sans nous arrêter, dis-je, à objecter qu'il n'a pas même rendu compte des observations ni des élémens qui ont dû lui servir de fondement pour les construire, (ce qui étoit contraire à l'usage établi dans le dernier siecle parmi les Astronomes) on peut dire seulement qu'on sçait à n'en pouvoir douter, que M. de la Hire avoit assez assidûment observé Mercure * dans ses digressions Orientales & Occidentales, ensorte que si les observations des hauteurs & des Azimuts qu'il prenoit le soir ou le matin sont un jour publiées, on parviendra peut-être à discuter avec quelque certitude ce point essentiel touchant la plus grande équation du centre de Mercure. Au reste il est bon d'avertir qu'au lieu de hauteurs & d'azimuts, il auroit été à souhaiter que M. de la Hire eût déterminé les lieux de Mercure par ses distances aux Etoiles, comme le pratiquoit Gassendi; d'autant qu'avec de simples fils à plomb il est presqu'impossible de jamais bien conclurre les ascensions droites. D'ailleurs les clochers, les tours, & les autres objets de l'horison, dont M. de la Hire s'est servi le plus souvent qu'il lui a été possible, ne donnoient pas à beaucoup près la même exactitude qu'on pourroit l'esperer aujourd'hui, en y employant un excellent instrument des passages: enfin l'inconstance des réfractions, lesquelles changent du chaud au froid, a dû apporter certainement des erreurs assez grandes dans les ascensions droites & dans les déclinaisons observées; d'où il faut conclurre que puisque MM. de la Hire & Hallei n'ont

** M. de la Hire a observé aussi quelquefois Mercure dans le Méridien. Mem. de l'Acad. 1706, & 1707.*

Les diverses erreurs qui ont pû influer sur les positions de Mercure, lorsqu'on la vu proche l'horison.

pas aſſez inſiſté ſur cet article, & que les refractions n'étoient pas encore aſſez connues du tems de Bouillaud & Street, l'excentricité de l'orbite de Mercure eſt vraiſemblablement de tous les Elémens de ſa Théorie celui qui a été établi avec le moins d'exactitude.

L'excentricité de Mercure n'eſt pas encore aſſez connue.

Il n'en eſt pas de même de l'inclinaiſon de ſon orbite au plan de l'Ecliptique : M. Hallei aſſure que par des obſervations déciſives du Lieu de cette Planete déterminé proche le Limite boréal, cette inclinaiſon a été établie de $6^{\circ}\ 59'\ 20''$; ce qui doit être préféré, comme l'on voit, aux recherches de ceux qui ont voulu la déterminer lorſque Mercure a paſſé à ſon nœud aſcendant, cette Planete étant vue pour lors ſur le diſque du Soleil.

Inclinaiſon du plan de l'orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

Les Tables du mouvement des autres Planetes qu'on auroit pu facilement conſtruire ſi les élémens en avoient été reſtitués de même que ceux de Mercure, ſemblent exiger non-ſeulement un plus grand nombre d'obſervations que celles qu'on a publiées juſqu'à ce jour, mais auſſi une Théorie beaucoup plus difficile que celle qu'on vient d'expoſer, à moins qu'on n'en excepte la Théorie de la Lune. En effet les excentricités de Saturne & de Jupiter étant variables (comme les obſervations le prouvent inconteſtablement, & comme en ſont convaincus aujourd'hui tous les Aſtronomes) il eſt certain que tant que les Auteurs des Tables n'auront point fait un choix particulier des obſervations les plus convenables, les plus rares & les plus exactes, on ne pourra jamais ſe flater de bien rétablir les moyens mouvemens de ces Planetes, ni les autres inégalités qui ſe trouvent ſoit dans leur plus grande équation du centre, ſoit dans le mouvement de leur Aphélie. D'ailleurs ne reſte-t-il pas auſſi à reſtituer, en y employant les plus récentes & les principales poſitions obſervées de ces deux Planetes, comme auſſi celles de Mars, de Venus & de Mercure (corrigées par l'Aberra-

La Théorie des Planetes ſupérieures eſt encore fort imparfaite.

L'excentricité de l'orbite de Saturne n'eſt point invariable.

Dans les obſervations du mouvement des Planetes, on ne doit pas oublier d'avoir égard à l'Aberration, pour réduire leurs Lieux aparens & véritables.

tion & les autres élémens nouvellement connus) leur plus grandes équations du centre ou diverſes excentricités, le lieu de leur Aphélie, l'inclinaiſon de leur orbite au plan de l'Ecliptique, & le vrai mouvement de leurs nœuds.

En l'année 1761 on pourra déterminer exactement la poſition & le mouvement du ☊ de Venus.

La poſition du nœud de Venus & ſon vrai mouvement, ne ſçauroient être mieux connus que par le paſſage de cette Planete ſur le diſque du Soleil qu'on attend en l'année 1761. Mais puiſqu'il s'agit de développer ici d'une maniere plus évidente le plan du travail que ſe propoſent les Aſtronomes d'aujourd'hui pour perfectionner les Elémens des Tables, & la Théorie des Planetes; puiſqu'on ſçait, dis-je, à préſent que ces mouvemens ſont bien moins connus que ceux du Soleil & de la Lune, & qu'il arrive ſouvent qu'on s'apperçoit d'une erreur de près de 10′ entre le calcul & l'obſervation du lieu de Saturne, la plus élevée de nos Planetes ſupérieures; on va rapporter d'abord le réſultat des recherches faites pendant le dernier ſiecle par les Aſtronomes qui ont ſuccédé à Tycho; & on tâchera de donner auſſi par extrait ce qui a été publié à ce ſujet depuis environ 60 ans, c'eſt-à-dire dans preſque toutes les occaſions où les Modernes ont tenté de corriger les Elémens du mouvement des Planetes.

Les Epoques qui ſuivent ont été réduites au nouveau ſtyle & au Méridien de Paris, & les années commencent, ſelon notre ſuppoſition ordinaire (ou que les Aſtronomes regardent aujourd'hui comme la plus commode) à midi de tems moyen, le 31 Décembre de l'année qui précéde immédiatement.

	Selon *Keplr.*	Selon *Bouillaud.*	Selon *Street.*
Epoques ♄ 1601	6s 28° 04′ 35″½	6s 28° 04′ 14″½	6s 28° 05′ 02
1701	11 21 31 58½	11 21 29 38½	11 21 32 52
Le moyen mouv. diurne	2 01	2 01	2 00
en 100 années Jul.	4 23 29 24	4 23 27 25	4 23 29 50

Les Aphélies & les nœuds étant immobiles dans le Ciel étoilé ſelon les Tables Carolines de Street, on a fait uſage des anomalies moyennes que donne cet Auteur pour époques, en y ajoutant le mouvement de la premiere Etoile d'♈, à raiſon de $1^{\circ}\ 23'\ 20''$ en 100 ans; ce qui ſuppoſe la préceſſion annuelle de l'Equinoxe de $50''$ au lieu de $48''$ qu'admet ſeulement le même Auteur. En effet il eſt vraiſemblable qu'il s'eſt attaché principalement à bien établir les révolutions anomaliſtiques des Planetes.

Inégalités dans le moyen mouvement de Saturne & de Jupiter, apperçues par Flamſteed vers la fin du dernier ſiecle.

Dans les Tranſactions Philoſophiques de l'année 1683, Flamſteed avoit remarqué à l'occaſion d'une des conjonctions de Saturne à Jupiter, que le moyen mouvement de ce dernier étoit ſuppoſé beaucoup trop lent dans les Tables les plus eſtimées; & au contraire celui de Saturne un peu trop rapide.

Cela ſe trouve confirmé par les Tables Aſtronomiques de M. de la Hire publiées en 1702, où le moyen mouvement de Saturne en 100 années Juliennes, n'eſt plus ſuppoſé que de $4^{s}\ 23^{\circ}\ 19'\ 24''$: mais il s'en faut bien que les diverſes queſtions propoſées ſur le moyen mouvement de Saturne, ſoient entierement décidées.

Le moyen mouvement de l'Aphélie & du nœud de Saturne, n'eſt point encore connu.

Les Auteurs ſont encore bien moins d'accord ſur le mouvement de l'Aphélie, car on a le Lieu de l'Aphélie

ſelon *Kepler* en	1601	$8^{s}\ 25^{\circ}\ 57'\ 32''$	Selon *Bouillaud*	$8^{s}\ 25^{\circ}\ 59'\ 44''$
	1701	8 28 03 42		8 29 10 00
	En 100 ans différence	2 06 10		3 10 16

Mais Street donnant uniquement la diſtance de l'Aphélie de Saturne à la premiere Etoile d'♈ de $7^{s}\ 28^{\circ}\ 30'\ 00''$, on aura donc le lieu de l'Aphélie pour $\left\{\begin{array}{ll} 1601 & 8^{s}\ 26^{\circ}\ 06'\ 50'' \\ 1701 & 8\ \ 27\ \ 30\ \ 10 \end{array}\right\}$ enſorte que ſelon cet Auteur la différence de mouvement en 100 ans, ſçavoir $1^{\circ}\ 23'\ 20''$, eſt égale au mouvement apparent des Etoiles ou des points des Equinoxes.

	Selon *Kepler*.	Selon *Bouillaud*.	Selon *Street*.
Le ☊ de ♄ en 1601	$3^{s}\ 20^{\circ}\ 59'\ 57''$	$3^{s}\ 20^{\circ}\ 30'\ 47''\frac{1}{2}$	$3^{s}\ 20^{\circ}\ 06'\ 50''$
1701	3 22 59 02	3 21 14 $02\frac{1}{2}$	3 21 30 10
Différence en 100 ans	1 59 05	Différ. 0 43 15	1 23 20

L'inclinaiſon de l'orbite que Kepler avoit d'abord ſup-

L'inclinaiſon de l'orbite de Saturne, n'eſt pas la même ſelon divers Auteurs.

* Mém. de l'Acad. année 1704.

poſée de 2° 32′ 00″, a été réduite par Street à 2° 30′ 00″, mais M. de la Hire l'a fait plus grande, ſçavoir 2° 33′ 30″, & d'autres Aſtronomes modernes au contraire la diminuent & la rapprochent* de celle qui a été ſuppoſée par Bouillaud & Street. On ne connoît donc pas encore aſſez au juſte la vraie inclinaiſon de l'orbite de cette Planete au plan de l'Ecliptique, & cela vraiſemblablement parce qu'elle n'eſt pas conſtante ; ce qui doit influer, comme l'on voit, dans la recherche du Lieu du nœud, & doit faire conclurre que ni la poſition, ni les mouvemens des nœuds de Saturne, ne ſont point encore déterminés.

Il reſte à rapporter l'excentricité de l'orbite, & la moyenne diſtance de Saturne au Soleil, leſquelles, ſelon Kepler, contiennent $\frac{54207}{100000}$ & $\frac{951000}{100000}$ parties de la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, ce qui donneroit la plus grande équation du centre de 6° 32′ ſelon Kepler, que Bouillaud avoit augmenté d'environ 5′, & que M. de la Hire a réduite à 6° 30′ 00″ dans ſes Tables.

La plus grande équation du centre paroît inconnue.

Cette excentricité étant variable, il doit s'enſuivre que ni la moyenne diſtance de Saturne au Soleil, ni la plus grande équation de ſon orbite ne ſont pas encore connues.

Grande différence dans l'époque des moyens mouvemens de Saturne pour l'année 1701, entre M. de la Hire & les anciens Aſtronomes qui l'avoient déduite des obſervations de Tycho.

La grande différence qui ſe trouve entre les époques du moyen mouvement de Saturne pour 1701, & celle qu'on tire des Tables de M. de la Hire, ſçavoir au 31 Décembre 11^s 21° 14′ 00″, ſuffit pour faire connoître que les équations qui conviennent au mouvement moyen de Saturne, n'étant pas connues aux trois Auteurs dont on a parlé ci-deſſus, il faudroit ſi l'on vouloit ſe ſervir de leurs Tables, retrancher 15′ à 20′ de leurs Epoques pour calculer enſuite les lieux de Saturne pendant tout ce 18^e ſiecle : mais en voilà aſſez pour faire appercevoir que la Théorie de Saturne eſt la plus imparfaite, & que tous les Elémens y ſont encore, pour-ainſi-dire, à refaire.

Quand

Recherches ſur l'inclinaiſon de l'orbite de Jupiter au plan de l'Ecliptique.

Quand Jupiter qui approchoit de ſon oppoſition au Soleil parut en 1673 en conjonction avec θ de la Vierge, ou la neuvieme Etoile ſelon le Catalogue de Tycho, cette Planete étoit alors Aphélie, & avoit à peine paſſé ſon Limite boréal. Flamſteed ayant donc obſervé ſon vrai lieu pendant preſque tout le mois de Mars, en le comparant à cette Etoile (& ayant déterminé par-là ſa longitude & ſa latitude) en a fait uſage pour rechercher l'inclinaiſon de ſon orbite au plan de l'Ecliptique. Comme on remarquoit alors une différence conſidérable dans le lieu du nœud que Bouillaud avoit placé $2^\circ\ 31'$ plus avant que ſelon l'un des réſultats de Képler ; Flamſteed fait connoître d'abord qu'une ſi grande différence ne ſçauroit apporter plus de $23''$ d'erreur dans l'inclinaiſon de l'orbire qui doit réſulter du calcul de ſon obſervation. Mais ce qui devroit être le plus à craindre (& à quoi il ſera toujours facile de remédier) c'eſt l'erreur qui a dû venir de la ſuppoſition du lieu de l'Etoile, dont la longitude ſe comptoit pour lors ♎ $13^\circ\ 37'\ 11''$, & la latitude boréale $1^\circ\ 45'\ 00''$. Flamſteed en ayant donc déduit au 20 Mars v. ſt. à $8^{h\frac{1}{4}}$ du ſoir la latitude géocentrique de Jupiter ♎ $13^\circ\ 35'\ 33''$, & ſa latitude apparente $1^\circ\ 35'\ 40''\frac{1}{2}$; c'eſt-à-dire, la longitude héliocentrique ♎ $13^\circ\ 03'\ 33''$, & la latitude $1^\circ\ 18'\ 07''$ boreale, il a conclu que dans la ſuppoſition que le ☊ de Jupiter auroit été au ♋ $8^\circ\ 45'$, l'inclinaiſon * de ſon orbite au plan de l'Ecliptique ſeroit de $1^\circ\ 18'\ 20''$: mais il a calculé auſſi que cette inclinaiſon devoit être $26'\ 40''$ plus petite que la latitude de l'Etoile ; enſorte

Grande différence dans le Lieu du nœud entre Képler & Bouillaud.

* M. de la Hire de même que Képler, a établi l'inclinaiſon de l'orbite de Jupiter au plan de l'Ecliptique de $1^\circ\ 19'\ 20''$. Selon Bouillaud on a l'inclinaiſon $1^\circ\ 21'\ 48''$, que Street a réduite à $1^\circ\ 20'\ 00''$, & que feu M. Caſſini a conclue en 1673 & 1690, de $1^\circ\ 19'\ 40''$. La déclinaiſon apparente de l'Etoile θ obſervée par M. Picard étoit en 1673 de $3^\circ\ 46'\ 50''$, d'où l'on tire celle de Jupiter le 31 Mars à minuit de $3^\circ\ 54'\ 45''$, & de même à ſon paſſage au Méridien le jour ſuivant $3^\circ\ 52'\ 00''$: ces dernieres obſervations peuvent donner fort exactement l'inclinaiſon de l'orbite pour l'année 1673 ; car Jupiter paſſoit au Méridien $23''\frac{1}{2}$ & $52''$ de tems avant l'Etoile.

qu'ayant établi dans la ſuite la latitude de 1° 45′30″, comme il paroît par le Catalogue Britannique, on pourroit donc conclurre l'inclinaiſon de l'orbite de 1° 18′ 50″.

De quelle maniere on eſt parvenu à vérifier ſi les nœuds de Jupiter étoient immobiles dans le Ciel étoilé.

Pour s'aſſurer ſi les nœuds de Jupiter étoient immobiles dans le Ciel étoilé, M. Pound s'étoit propoſé de comparer Jupiter aux mêmes Etoiles qu'avoit choiſies Gaſſendi, & dont ce Philoſophe avoit fait uſage pour obſerver deux conjonctions conſécutives 83 ans auparavant. Le lieu de la I^re des deux Etoiles qui a dû être éclipſée, ou qui ſelon le réſultat des obſervations a dû raſer le bord de Jupiter (étant ſeulement de 15″ plus boréale que le centre le 3 Déc. 1716 à 7^h 55′ du matin) étoit alors ſelon le Catalogue de Flamſteed en ♊ 28° 17′ avec une latitude auſtrale de 0° 21′ 55″. Mais lorſque Gaſſendi * la vit en conjonction le 9 Décembre 1633, elle n'étoit que de cinq demi-diametres de Jupiter plus boréale que le centre de cette Planete. En ſecond lieu l'autre Etoile éclipſée deux mois après, ſçavoir le 23 Janvier 1717, à 1^h du matin ou environ, n'a dû être plus boréale que le centre de Jupiter, que de 17″ à 18″, & ſon lieu reſtitué par M. Pound étoit alors ♊ 22° 13′ avec une latitude auſtrale de 0° $13'\frac{1}{2}$: mais le 6 Fevrier 1634. Jupiter étant dans ſa ſtation, la même obſervée par Gaſſendi parut auſſi en conjonction, & ſeulement de trois diametres plus auſtrale que le centre. Ainſi le calcul * fait avec le plus grand ſoin par MM. Hallei & Pound, nous apprend que les nœuds de Jupiter n'ont pas été, dans ce long eſpace de 83 ans, ſenſiblement mobiles. Enfin ils les ont placés * à 2^s 8° 35′ depuis la premiere Etoile d'♈, c'eſt-à-dire que le lieu du ☊ étoit au commencement de 1717 au ♋ 7° 48′ 30″, ou bien en 1701 ♋ 7° 35′ 10″.

** In Commentar. de Rebus Cœleſtibus.*

** Cette recherche ne doit point exclurre les inégalités qu'on a apperçues en certains cas, dans le mouvement du nœud.*

* M. de la Hire donne pour 1701 le lieu du ☊ de Jupiter ♋ 7° 11′ 44″ : on peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1706, une ☌ de ♃ à Regulus, qui s'écarte de cette poſition qu'il a donnée au nœud. Mais ſi l'on prend un milieu entre les divers réſultats que feu M. Caſſini a trouvés en 1681 & 1693, on aura 7° 30′ pour 1701 ; il a trouvé auſſi le 18 Juin 1705, ♋ 7° 17′.

		Selon *Kepler.*	Selon *Bouillaud.*	Selon *Street.*
Epoques de ♃	1601	5ˢ 09° 49′ 52″	5ˢ 09° 53′ 27″	5ˢ 09° 51′ 27″
	1701	10 16 03 19	10 16 06 48	10 16 07 18
Le moy. mouv. diurne		04 59	04 59	04 59
en 100 annécs Jul.		5 06 18 26	5 06 18 20	5 06 20 50
Aphélie de ♃	1601	♎ 6° 52′ 00″	♎ 8° 01′ 21″	♎ 7° 26′ 50″
	1701	8 10 38	10 29 52	8 50 10
En 100 années Julien.		1 18 38	2 28 31	1 23 20
☊ de ♃ ……	1601	♋ 5° 25′ 58″	♋ 8° 37′ 23″	♋ 5° 36′ 50″
	1701	5 31 48	9 18 26	7 00 10
En 100 années Julienn.		0 05 50	0 41 03	1 23 20

Suppoſant avec Kepler la moyenne diſtance de Jupiter au Soleil de $\frac{519650}{100000}$ de la moyenne diſtance du Soleil à la Terre, l'excentricité de l'orbite de Jupiter ſera de $\frac{25058}{100000}$ que Street fait ſeulement de $\frac{25050}{100000}$, de ſorte que la plus grande équation du centre de Jupiter ſelon les Tables Rudolphines, n'eſt que de 5° 31′ 37″; & quoique Bouillaud & M. de la Hire l'ayent fort augmentée, l'ayant donnée l'un de 5° 34′ 00″, & l'autre de 5° 36′ 55″, ce qui paroît confirmé par les recherches de MM. Caſſini & Maraldi, publiées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1706, où l'on fait cette équation de 5° 35′ 15″; cependant il ſemble d'ailleurs que cette plus grande équation du centre a paru plus petite, ce qui feroit ſoupçonner qu'elle pourroit être variable, de même que le mouvement de l'Aphélie & l'excentricité de l'orbite de cette Planete, ſur laquelle Saturne doit agir, quoique bien plus foiblement que Jupiter ſur Saturne.

L'époque pour 1701 du moyen mouvement de Jupiter ſelon les Tables ou le réſultat des obſervations de M. de la Hire étoit au 31 Décembre à midi de tems moyen, 10ˢ 16° 11′ 09″. Ces nombres excedent ſenſiblement ceux des époques qu'on a déduites ci-deſſus des obſervations les plus anciennes comparées à celles de Tycho; d'où il eſt évident que la différence pourroit s'accroître

* *En 1692 M. de la Hire avoit déja remarqué qu'il falloit ajouter 6′ à l'époque pour 1601 des Tables Rudolphines, & avancer le lieu de l'Aphélie de 1° 40′.*

& devenir plus grande au commencement du ſiecle ſuivant: c'eſt pourquoi il eſt important de rechercher ſoigneuſement les époques des moyens mouvemens, tant de Saturne que de Jupiter, qu'on ignore aujourd'hui, & cela vraiſemblablement parce qu'on ne les a pas encore dégagées des diverſes inégalités qui les affectent, & qu'à peine y ſoupçonnoit-t-on du tems de Kepler. En reſtituant totalement les époques & les moyens mouvemens de Saturne & de Jupiter, les Aſtronomes ſe trouveront à portée de vérifier de combien la premiere de ces deux Planetes s'eſt rallentie, & de combien la ſeconde a dû accélerer ſon mouvement depuis Tycho juſqu'à préſent.

L'action de Jupiter ſur Saturne, & celle de Saturne ſur Jupiter, ne doivent plus être négligées lorſque ces Planetes approchent de leur conjonction.

La différence de quelques minutes qui eſt aſſez ſenſible, & qui réſulte de la comparaiſon de l'époque des moyens mouvemens de Jupiter pour 1701, à celle de Kepler & de Bouillaud, a été confirmée par les recherches de MM. Caſſini & Maraldi, rapportées dans le Volume cité ci-deſſus; car ayant comparé divers lieux de Jupiter obſervés dans ſon oppoſition au Soleil & dans ſes moyennes diſtances (ſuivant la méthode que Bouillaud a détaillée, & qui conſiſte à y comparer alternativement le Lieu moyen avec le Lieu vrai des deux côtés de l'Aphélie) ils ont trouvé qu'il falloit ajouter $5'\frac{1}{2}$ à l'époque du moyen mouvement établie par Bouillaud. Dans le même Mémoire on conclud le Lieu de l'Aphélie pour le commencement de 1701 en ♎ $9^\circ\ 53'$, ce qui réſulte du milieu de pluſieurs différentes déterminations dont les réſultats s'éloignent des deux tiers d'un degré: enfin M. de la Hire avoit établi le Lieu de l'Aphélie pour le même tems en ♎ $10^\circ\ 17'\ 15''$.

La méthode dont ſe ſervent les Aſtronomes pour découvrir la plus grande équation du centre.

Dans la Planete de Mars les différences ne ſont plus ſi exceſſives, ſans doute parce que ſon excentricité eſt conſtante, & que le mouvement de ſon Aphélie eſt plus égal & uniforme: auſſi eſt-ce de toutes les Planetes celle

Elémens qui ont pu ſervir à conſtruire les Tables des mouvemens de Mars.

dont le mouvement de l'Aphélie eſt le mieux connu, & que M. Newton a choiſi pour en déduire le mouvement des Aphélies des Planetes inférieures.

		Selon *Kepler.*	Selon *Bouillaud.*	Selon *Street.*
Epoques ♂	1601	10ˢ 01° 29′ 49″	10ˢ 01° 30′ 28″	10ˢ 01° 29′ 49″
	1701	0 02 38 32	0 02 38 37	0 02 43 41
Moyen mouv. diurne		31 27	31 27	31 27
en 100 années Jul.		2 01 40 10	2 01 39 36	2 01 45 20
L'Aph. de ♂	1601	♌ 28° 59′ 52″	♌ 28° 59′ 52″	♌ 28° 48′ 50″
	1701	♍ 00 51 27	♍ 01 11 13	♍ 00 12 10
En 100 années Juliennes		1 51 35	2 11 21	1 23 20
☊ de ♂...	1601	♉ 16 44 30″	♉ 16° 44′ 32″	♉ 16° 46′ 50″
	1701	17 50 45	18 04 55	18 10 10
En 100 années Juliennes		1 06 15	1 20 23	1 23 20

Suppoſant avec Kepler la moyenne diſtance de Mars au Soleil de 152350, dont la moyenne diſtance du Soleil à la Terre eſt 100000, l'excentricité de Mars feroit de $\frac{14115}{100000}$, c'eſt-à-dire, un peu plus grande que celle de Street qui l'a réduite à $\frac{14100}{100000}$ de la moyenne diſtance du Soleil à la Terre. Kepler fait auſſi la plus grande équation du centre de $10° 37'\frac{1}{2}$, laquelle ayant été vérifiée, s'eſt trouvée conforme aux obſervations, comme il paroît par le réſultat des recherches faites à ce ſujet, & publié il y a trente ans par MM. Caſſini & Maraldi. Bouillaud l'avoit à la vérité déterminée d'une minute & un tiers plus petite, mais M. de la Hire au contraire l'a augmentée juſqu'à $10° 40'\frac{2}{3}$.

M. de la Hire a déduit encore de ſes obſervations les époques des mouvemens de Mars; c'eſt pourquoi les ayant réduites au 31 Décembre 1701 à midi de tems moyen, on a celle des moyens mouvemens $0^s\, 02°\, 41'\, 05''$, ce qui tient à peu près un milieu entre Bouillaud & Street : il a établi auſſi le ☊ au ♉ 17° 25′ 20″.

La détermination du lieu de l'Aphélie par M. de la Hire, qui le place en 1701 à ♍ 0° 35 25″, s'accorde aſſez avec ce qui ſe trouve dans les Mémoires de l'Aca-

De quelle maniere on peut parvenir à restituer le Lieu de l'Aphélie.

démie des Sciences de l'année 1706, où l'on assure que par les observations du lieu de Mars faites alternativement proche l'Aphélie & le Périhélie, on a reconnu qu'il falloit le supposer de 20 minutes moins avancé que selon les Tables Rudolphines.

M. Newton ayant pris vraisemblablement un milieu entre les deux résultats du mouvement de l'Aphélie de Mars, donnés par Kepler & Bouillaud, l'établit de $1^{\circ}\ 58'\frac{1}{3}$ en 100 ans, c'est-à-dire, de $35'$* plus grand que selon la précession des Equinoxes; mais il semble que le mouvement de cet Aphélie pourroit être encore mieux connu, en y employant les plus récentes observations comparées à celles de Tycho, & du dernier siecle.

** M. Newton a établi dans la suite le mouvement de l'Aphélie de 33′ 20″.*

Quoique M. de la Hire ait déterminé plus exactement le Lieu du nœud de Mars pour 1701, que selon les Rudolphines de Kepler; quoiqu'il le place, dis-je, au ♉ $17^{\circ}\ 25'\ 20''$, cependant la détermination rapportée dans le Volume de l'Académie cité ci-dessus, paroît encore plus exacte; c'est pourquoi on aura le lieu du ☊ en ♉ $17^{\circ}\ 13'\frac{1}{2}$. On ne connoît pas néanmoins encore assez le mouvement du nœud de Mars pour assurer s'il est fixe dans le Ciel étoilé, ou s'il a un mouvement réel soit direct, soit rétrograde. La plupart des Astronomes depuis Kepler lui donnent un mouvement rétrograde relativement aux Etoiles fixes: enfin il n'y a gueres que les conjonctions précises de cette Planete aux Etoiles Zodiacales, qui puissent nous conduire à décider cette question.

L'inclinaison de son orbite au plan de l'Ecliptique est assez connue, à cause que dans l'opposition de cette Planete au Soleil sa latitude géocentrique est très-grande; Kepler l'a déterminée de $1^{\circ}\ 50'\ 30''$, Bouillaud & Street de $1^{\circ}\ 51'\ 04''$, $1^{\circ}\ 52'\ 00''$, & M. de la Hire $1^{\circ}\ 51'\ 00''$. Enfin feu M. Cassini ayant observé la plus grande latitude géocentrique de $6^{\circ}\ 50'\ 40''$ le 7 Août 1687, on en a conclu la latitude héliocentrique ou l'inclinaiſon de l'orbite de Mars au plan de l'Ecliptique de $1^{\circ}\ 50'\ 45''$.

Difficultés ſur le mouvement du nœud de Venus.

Le mouvement du nœud de Venus dont M. de la Hire a publié diverſes obſervations en 1692 (& qui eſt preſque la ſeule Planete dont il ait fait connoître qu'il eût entrepris de reſtituer les élémens) a été déja calculé ; mais il faudroit encore comparer les plus récentes obſervations à celles qui ont été faites dans le dernier ſiecle, puiſque ſans cela la poſition du nœud, & par conſéquent la Théorie de Venus doit être fort imparfaite.

	Selon *Kepler.*	Selon *Bouillaud.*	Selon *Street.*
Epoques ♀ 1601	11s 04° 48′ 34″	11s 04° 50′ 24″	11s 4° 43′ 49″
1701	5 22 36 00	5 22 35 37	5 22 17 17
Moyen mouv. diurne	1 36 08	1 36 08	1 36 08
en 100 années Jul.	6 19 23 34	6 19 21 21	6 19 09 35
Aphélie de ♀ 1601 ..	♒ 1° 14′ 20″	♒ 5° 23′ 05″	♒ 2° 36′ 50″
1701	3 24 25	6 47 36	4 00 10
En 100 années Juliennes	2 10 05	1 24 31	1 23 20
☊ de ♀ 1601	♊ 13° 00′ 45″	♊ 14° 07′ 38″	♊ 12° 52′ 50″
1701	14 19 05	14 57 54	14 16 10
En 100 années Juliennes	1 18 20	0 50 16	1 23 20

Le Lieu du nœud au tems du paſſage de Venus ſur le Soleil obſervé par Horroxius.

Selon l'obſervation d'Horoxius du paſſage de Venus ſur le Soleil, le 4 Décembre 1639 ſelon le N. ſtyle, M. de la Hire conclud que le nœud Aſcendant de cette Planete devoit être alors au ♊ $13^{\circ}\ 22'\ 45''$: mais Street l'établit à ♊ $13^{\circ}\ 23\frac{4}{5}$ ou $25'\frac{1}{4}$. Enfin M. de la Hire ayant déterminé la longitude & la latitude de Venus, pluſieurs jours avant & après ſa conjonction inférieure au Soleil (laquelle a dû arriver le 15 Nov. 1691 à $11^{h}\ 4'$ du ſoir de tems vrai) le Lieu du nœud deſcendant qui réſulte d'une aſſez longue ſuite d'obſervations, ſeroit ſelon le même Auteur, au ♓ $13^{\circ}\,19'\,04''$, c'eſt-à-dire $0^{\circ}\,52'\,13''$ moins avancé que ne le donnent les Tables Rudolphines de Kepler. Mais il paroît que dans la ſuite il a diminué cette grande différence, l'ayant peut-être attribuée pour la plus grande partie aux erreurs des obſervations: car il ſoupçonnoit alors.

le nœud de Venus immobile (ſans doute dans le Ciel étoilé) autant qu'on en peut juger des différens réſultats qu'il rapporte. M. de la Hire s'apperçut auſſi pour lors que Kepler faiſoit l'époque des moyens mouvemens de Venus de $13'\frac{1}{4}$ trop avancé, ce qu'il ſemble avoir examiné depuis un peu plus particulierement. Mais voici les époques qu'il donne, ou plutôt que l'on a réduites au 31 Décembre. ♀ 1701 $5^s\ 22^\circ\ 18'\ 54''$, l'Aphélie ♒ $6^\circ\ 56'\ 10''$, le ☊ ♊ $13^\circ\ 54'\ 20''$; il fait enfin la plus grande équation du centre de $0^\circ\ 50'\ 00''$, & l'inclinaiſon de l'orbite de $3^\circ\ 23'\ 5''$ que Kepler & Bouillaud avoient ſuppoſée, l'un de $0^\circ\ 47'\ 36''$, l'inclinaiſon de l'orbite étant de $3^\circ\ 22'\ 00''$; & l'autre $0^\circ\ 54'\ 36''$, avec une inclinaiſon $3^\circ\ 22'\ 52''$. Au reſte M. de la Hire ne paroît pas avoir conſtaté l'excentricité ni même la moyenne diſtance de Venus au Soleil, que Kepler a faites de $\frac{500}{100000}$, $\frac{72400}{100000}$, & l'Auteur des Tables Carolines $\frac{517}{100000}$, $\frac{72333}{100000}$.

Les époques des mouvemens de Mercure, ſelon M. de la Hire, réduites au 31 Décembre à midi de tems moyen, ſont comme il ſuit: 1701 ☿ $3^s\ 02^\circ\ 08'\ 26''$, l'Aphélie ♐ $13^\circ\ 03'\ 40''$, & le ☊ ♉ $14^\circ\ 53'\ 14''$.

		Selon *Kepler.*	Selon *Bouillaud.*	Selon *Street.*
Epoques ☿	1601	$0^s\ 21^\circ\ 53'\ 33''$	$0^s\ 21^\circ\ 53'\ 05''$	$0^s\ 21^\circ\ 59'\ 47''$
	1701	3 02 11 32	3 02 12 38	3 01 47 35
Moyen mouv. diurne		4 05 32	4 05 32	4 05 32
en 100 années Jul.		2 14 23 31	2 14 25 05	2 13 53 20
L'Aphélie....	1601	♐ $12^\circ\ 49'\ 46''$	♐ $11^\circ\ 37'\ 47''$	♐ $11^\circ\ 24'\ 50''$
	1701	15 44 28	14 31 29	12 48 10
En 100 années Juliennes		2 54 42	2 53 42	1 23 20
Le ☊.......	1601	♉ $12^\circ\ 25'\ 20''$	♉ $12^\circ\ 30'\ 39''$	♉ $13^\circ\ 18'\ 50''$
	1701	14 47 25	15 09 57	14 42 10
En 100 années Julienn.		2 22 05	2 39 18	1 23 20

La moyenne diſtance que M. Hallei paroît avoir déduite, de même que *Street* & Newton, de la regle de Kepler, en y employant le tems de la révolution périodique de Mercure autour du Soleil, tient aſſez exactement un milieu entre celles de Kepler & Bouillaud. Mais l'excentricité que Kepler a faite de $\frac{8150}{100000}$ de la moyenne diſtance du Soleil à la Terre, ſuppoſant la moyenne diſtance de Mercure au Soleil de $\frac{38806}{100000}$, a été diminuée par Street qui l'a faite de $\frac{7970}{100000}$.

CHAPITRE VINGT-HUITIEME.

Où l'on traite des ſtations des Planetes.

Les Planetes inférieures ne ſont pas ſtationaires lorſque nous les voyons dans la ligne droite qui eſt tangente à leurs orbes.

SI la Terre n'avoit aucun mouvement ſur ſon orbe, les Planetes inférieures nous paroîtroient ſtationaires lorſqu'elles viendroient à parcourir l'arc de leur orbite, où la ligne tirée de la Terre à la Planete eſt tangente à cette orbite. Car il eſt évident que la Planete y parcourant un petit arc, ſe trouve par conſéquent dans la ligne droite qui tend vers la Terre, puiſqu'une petite partie de la tangente eſt confondue avec cet arc, enſorte que ſon mouvement paroît détruit, ne pouvant être apperçu. On peut dire la même choſe à l'égard des Planetes ſupérieures, & principalement à l'égard de celle qui eſt la plus éloignée du Soleil & de la Terre, laquelle ſi elle n'avoit en effet aucun mouvement, ne manqueroit pas de nous paroître ſtationaire quand la Terre, en parcourant l'orbe annuel, ſe trouveroit dans la tangente tirée de la Planete à ſon orbe. Au reſte, parce qu'il eſt certain que la Terre & les Planetes ne ſont pas immobiles dans l'un & dans l'autre cas, mais qu'elles ſont emportées d'un mouvement continuel autour du Soleil; il ſuit que lorſqu'une Planete inférieure ſe trouvera dans la tangente tirée de la Terre à ſon orbite, alors le mouvement propre de la Terre qui ſe fait pendant que la Planete inférieure parcourt l'arc de ſon orbite qui ſe confond avec cette tangente, occaſionnera un mouvement apparent dans la Planete, & qu'ainſi elle ne doit pas être encore ſtationaire à notre égard. Par une raiſon toute ſemblable on voit auſſi que quand la Terre parcourt l'arc de ſon orbe qui ſemble ſe confondre avec la tangente ou ligne droite tirée à une Planete ſupérieure, le mouvement propre de cette Planete qui ſe fait pendant cet

Il en eſt de même des Planetes ſupérieures qui ne ſont jamais ſtationaires, quand elles ſe trouvent dans la tangente de l'orbe terreſtre.

intervalle de tems, empêche qu'elle ne paroiſſe ſtationaire, & doit changer ſon lieu apparent. Il eſt donc vrai de dire que les Planetes inférieures ne paroiſſent pas ſtationaires, quand elles nous paroiſſent dans la ligne droite qui touche leur orbe, ni que les Planetes ſupérieures ne ſçauroient être ſtationaires, quand elles ſe trouvent dans la ligne qui touche l'orbe annuel, & qu'on ſuppoſe toujours tirée de la Terre à la Planete.

L'unique cas auquel une Planete doit paroître ſtationaire.

Cependant comme l'on obſerve que généralement toutes les Planetes paroiſſent tantôt directes, & tantôt rétrogrades, il eſt néceſſaire qu'entre ces mouvemens progreſſifs & rétrogrades elles paroiſſent enfin ſtationaires; en un mot, qu'elles paroiſſent immobiles pendant un certain tems, (quoique de peu de durée) dans le même point du Ciel. Or une Planete doit paroître conſtamment répondre au même point du Ciel, tant que la ligne droite qui paſſe par la Terre & par la Planete ſera dirigée au même point des Cieux; & il eſt évident que cette ligne droite y doit répondre tant qu'elle ſera parallele à elle-même. Bien plus, on a prouvé que généralement toutes les lignes droites paralleles tirées de quelques points que ce ſoit de l'orbe annuel, étoient dirigées ſenſiblement à une même Etoile, parce que la plus grande diſtance de ces lignes paralleles, qui peut devenir égale au diametre de l'orbe annuel, eſt nulle, & ſe réduit à rien, en comparaiſon de la diſtance des Etoiles fixes.

Pour trouver donc les points des ſtations des Planetes, il faut tâcher de découvrir les tems auxquels la ligne, où la Planete eſt vue de la Terre, demeure ſenſiblement parallele à elle-même. Pour cet effet on doit faire attention que dans le triangle formé par les lignes qui joignent les centres du Soleil, d'une Planete, & de la Terre, il y a toujours deux côtés conſtans, ou qui ne varient pas, ſçavoir les diſtances de la Terre & de la Planete au Soleil, mais que la baſe ou ligne droite qui joint les centres de la Planete & de la Terre eſt variable. Or puiſque les côtés de ce Triangle (à ne les conſidérer que dans des orbes circulaires & concentriques) ſont toujours de même grandeur, il ſuit que le rapport des ſinus des angles faits à la baſe, ſera toujours le même; car les ſinus de ces angles ſont proportionnels aux côtés oppoſés, comme on le démontre dans la Trigonométrie.

Soit préſentement un cercle *BDG* qui repréſente l'orbite d'une Planete, on ſuppoſe que le Soleil occupe le centre de ce cercle, & que l'orbite de la Terre *AHK* lui ſoit concentrique. Si la Terre eſt en *A*, & la Planete au point *B* de ſon orbite, dans le triangle *ASB* les ſinus des angles *A* & *B* formés ſur la baſe *AB*, ſeront entre eux comme les côtés oppoſés *SB*, *SA*. Suppoſant enſuite qu'après un très-petit intervalle de tems la Terre ſe mouvant dans ſon orbe, parcourre le petit arc *AC*, & que pendant le même tems la Planete décrive le petit arc *BD* de ſon orbe, il eſt évident que les mouvemens angulaires de la Planete & de la Terre à l'égard du Soleil, ſeront entre eux réciproquement comme les tems de leurs révolutions périodiques, puiſque plus le tems périodique eſt de longue durée, moins la Planete parcourt d'eſpace dans ſon orbe dans un tems donné. C'eſt pourquoi l'angle *ASC*, qui eſt le mouvement angulaire de la Terre, eſt à l'angle *BSD*, qui eſt le mouvement angulaire de la Planete, comme le tems périodique de la Planete, eſt au tems périodique de la Terre, c'eſt-à-dire, dans une raiſon donnée, & qui eſt toujours la même.

PLANCHE IX *Fig.* 15. Dans le tems des ſtations l'augmentation & la diminution des angles fait à la Terre & à la Planete, ſont réciproquement comme les tems périodiques.

Qu'on imagine auſſi une ligne droite parallele à *AB*, qui joigne les centres *C* & *D* de la Terre & de la Planete: en ce cas la Planete, ſuivant ce qui a été dit ci-deſſus, ſera ſtationaire: de plus la droite *SA* coupera *CD* en *M*, & la droite *SD* prolongée coupera *AB* en *E*. Or à cauſe des paralleles AB, CD, on aura (ſelon la vingt-neuvieme Propoſition du premier Livre des Elémens d'Euclide) l'Angle SMD égal à l'angle A. Mais (ſelon la trente-deuxieme Propoſition du premier Livre des Elémens d'Euclide) l'angle SMD eſt égal aux deux autres angles C, & MSC pris enſemble ; on aura donc l'angle C égal à l'angle A, moins l'angle MSC ou CSA. De même à cauſe des Paralleles AB, CD, l'angle SDC ſera égal à l'angle SEA, lequel (ſelon la trente-deuxieme Propoſition du premier Livre des Elemens d'Euclide) eſt égal aux angles SBA & BSE pris enſemble : donc l'angle SDC ſera égal aux angles SBA, BSE, pris enſemble. Ainſi l'augmentation momentanée de l'angle SBA, eſt égale au mouvement angulaire de la Planete au Soleil fait pendant le même intervalle de tems. Mais puiſqu'on vient de faire voir que la diminution momentanée de l'angle A étoit égale à l'angle ASC qui eſt le mouvement angulaire de la Terre à l'égard du Soleil ; il eſt donc vrai de dire que les mouvemens angulaires ſont en ce cas, en raiſon donnée, c'eſt-à-dire, réciproquement entre eux comme les tems périodiques.

Une Planete vue de la Terre paroîtra donc ſtationaire lorſque le changement momentané de l'angle à la Terre, ſera au changement momentané de l'angle à la Planete, comme le tems périodique de la Planete, eſt au tems périodique de la Terre.

PLANCHE IX. *Fig.* 16.

Les coſinus des angles, dont la raiſon des ſinus eſt conſtante, ſont dans la raiſon directe

Suppoſons maintenant deux angles ou arcs dont les ſinus demeurent dans un rapport conſtant ; je dis que leurs coſinus (ou ſinus de complément au Quart-de-cercle) feront entre eux en raiſon compoſée de la raiſon directe des ſinus de ces mêmes arcs, & de la raiſon inverſe des changemens momentanés de ces angles ou de ces mêmes arcs. Soient, par exemple, deux arcs AM, CM, dont les ſinus ſoient AB, CD, & leurs coſinus SB, SD;

on suppose que les arcs AM, CM, décroissent & se réduisent aux arcs EM, GM, tels que les sinus EK, GL, de ces derniers arcs, soient proportionnels aux sinus AB, & CD, des premiers, lesquels n'en different que très-peu. Il est évident de-là que les décroissemens AF, CH, leur seront aussi proportionnels. Mais AE, CG sont les décroissemens momentanés de ces mêmes arcs; & d'ailleurs on peut les considérer ici comme des lignes droites. Ayant donc mené FE, HG, paralleles à SM, les triangles AFE, ASB, seront équiangles, car les angles B & AFE sont droits, de plus l'angle EAF est égal à l'angle ASB, l'un & l'autre étant le complément à un droit de l'angle SAB. On démontrera de même que les triangles CHG, CSD, sont équiangles; c'est pourquoi à cause des triangles semblables, on aura

des sinus, & dans la raison inverse des changemens momentanés.

$$CG : CH :: CS : SD$$

$$AF : AE :: SB : AS \text{ ou } CS$$

Ainsi multipliant les antécédens par les antécédens, & les conséquens par les conséquens, on aura $AF \times CG : CH \times AE :: SB \times CS : SD \times CS :: SB : SD$; c'est-à-dire, que SB sera à SD en raison composée de la raison de AF à CH, & de celle de GC à AE: mais la raison de AF à CH est la même que celle des sinus AB, CD; & la raison de CG à AE n'est autre chose que le rapport des décroissemens des arcs AM, CM, dans un tems de peu de durée. Il est donc vrai de dire que SB, cosinus de l'arc AM, sera à SD cosinus de l'arc CM, en raison composée de celle des sinus des mêmes arcs, AB, CD, & de la raison inverse des décroissemens de ces arcs exprimée par le rapport de CG à AE.

Présentement si l'on conçoit un triangle formé de trois lignes tirées par les centres, du Soleil, de la Planete stationaire, & de la Terre, on aura, le cosinus de l'angle à la Terre qui est en A, est au cosinus de l'angle à la

Cette Proposition ou lemme qu'on vient de démontrer, nous conduit à dé-

couvrir les tems des stations des Planetes.
PLANCHE IX. *Fig.* 15.

Planete en *B*, en raison composée de celle des sinus des angles *A* & *B*, & de la raison inverse des petites variations arrivées aux angles *A* & *B*. Mais on voit d'abord que la raison des sinus est la même que celle des distances de la Planete & de la Terre à l'égard du Soleil, sçavoir, *SB*, *SA*; & le rapport des variations des angles *A* & *B* a été prouvé ci-dessus égal à celui des tems périodiques de la Planete & de la Terre, lesquels peuvent être nommés *t* & *T*. C'est pourquoi pour trouver le moment auquel une Planete doit paroître stationaire, on fera usage de cette regle. Le cosinus de l'angle à la Terre *, est au cosinus de l'angle à la Planete, en raison composée de celle des tems périodiques de la Terre & de la Planete, & de la raison inverse de leur distance au Soleil.

* *Le rapport $A:B$ est composé de $SB:SA$, & de $T:t$, étant égal à $SB\times T:t\times SA$.*

Il suit de-là qu'on peut déterminer les points des stations des Planetes par une construction géométrique, ce qui se peut pratiquer de la maniere qu'on va l'expliquer.

PLANCHE IX. *Fig.* 17. On détermine les points des stations par une construction géométrique.

Soit *AH* une partie de la circonférence de l'orbite terrestre, *GBK* un autre arc concentrique qui représente l'orbite de la Planete, *S* le centre commun de ces deux arcs. On retranchera de la ligne *SA* la partie *SE*, ensorte que *SA*, soit à *SE*, comme le tems périodique de la Terre, est au tems périodique de la Planete. On décrira ensuite une demi-circonférence *ABE*, qui ait pour diametre la ligne *AE*, & qui coupe l'orbite de la Planete en *B*. Le point *B* sera l'un des points de station de la Planete, & l'angle *SAB* sera égal à l'élongation de la Planete au Soleil quand elle paroîtra dans sa station vue de la Terre. Pour le prouver, on ménera les lignes droites *ABF*, *EB*, & parallelement à *EB*, la droite *SF*: ainsi puisque l'angle *ABE* qui est au demi-cercle, est droit, l'angle *AFS* sera droit aussi, puisqu'il lui est égal.

De plus *AS*: *AF*:: comme le Rayon: au cosinus de l'angle *A*; & *BF*: *SB*:: comme le cosinus *SBF*: au

Rayon ; c'eſt pourquoi multipliant les antécédens par les antécédens, & les conſéquens par les conſéquens, on aura $AS \times BF : AF \times SB$: : coſin. SBF : coſin. de l'angle A. La raiſon du coſinus de l'angle A, au coſinus de l'angle SBF, eſt composée de la raiſon de AF à BF, & de celle de SB à AS : mais la raiſon de AF à BF, eſt égale à celle de AS à SE, ou de T à t; il eſt donc vrai de dire que la raiſon du coſinus de l'angle A, au coſinus de l'angle SBF, eſt égale à celle de $T \times SB$, & de $t \times SA$. Or parce que l'on a fait voir que lorſque les coſinus des angles A & B ont un ſemblable rapport, c'eſt alors que la Planete eſt ſtationaire. Il eſt donc certain que le point B eſt le lieu où la Planete doit paroître dans ſa ſtation.

Il n'eſt pas moins évident que lorſqu'une Planete inférieure vue de la Terre paroît dans ſa ſtation, la Terre doit auſſi paroître ſtationaire vue de cette même Planete inférieure, de maniere qu'elle paroîtra conſtamment répondre aux mêmes Etoiles fixes. Car la Terre doit paroître ſtationaire tant que la ligne qui joint les centres de la Planete & de la Terre, demeurera parallele à elle-même, puiſque tant que cette ligne conſervera ſon parallé-liſme, elle ſera toujours dirigée au même point du Ciel.

Ceci nous fournit donc un moyen de rechercher la poſition des Planeres ſupérieures à l'égard de la Terre & du Soleil, pour le tems auquel elles doivent nous paroître ſtationaires, c'eſt-à-dire, en conſtruiſant le probleme comme ſi la Terre étoit une Planete inférieure, & déterminant le lieu & le tems auſquels, vue de la Planete ſupérieure, elle paroîtra ſtationaire.

Au reſte ſi les tems périodiques des Planetes étoient en effet proportionnels à leurs diſtances au Soleil, les points A & E ſe réuniroient au point G, & en ce cas une Planete ſeroit ſtationaire lorſque l'angle en A ſeroit nul, c'eſt-à-dire, au tems de la conjonction de la Planete

L'unique cas auquel un corps céleſte paroîtroit ſtationaire dans ſa conjonction ou ſon oppoſition.

Autres cas ausquels il n'y auroit plus de station.

inférieure avec le Soleil. Mais si SE a un plus grand rapport à SA que SG à SA, c'est-à-dire, si SE devenoit plus grand que SG, alors le cercle ABE ne couperoit plus l'orbite de la Planete, & partant la Planete paroîtroit toujours directe, & ne seroit plus stationaire. Au reste ni l'un ni l'autre de ces deux cas n'a lieu à l'égard des Planetes, comme on le va démontrer.

Les Planetes ne sont dans l'un ni dans l'autre de ces deux cas.

Soit nommée p la distance de la Terre au Soleil, & q la distance SG ou SB de la Planete. Puisque leurs tems périodiques ont été nommés T & t, & que selon la regle ou loi générale expliquée dans le quatrieme Chapitre à l'égard des Planetes, on a $T^2 : t^2 :: p^3 : q^3$, on aura donc $T : t :: \sqrt{p^3} : \sqrt{q^3}$, ou bien $:: p^{\frac{3}{2}} : q^{\frac{3}{2}} :: p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}}$. Mais on a aussi $T : t :: SA : SE$; il doit s'ensuivre que $p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}} :: SA$ ou $p : \frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$, & ce quatrieme terme sera donc égal à SE. Or parce que p surpasse q, on aura donc $q \times p^{\frac{1}{2}}$ plus grand que $q \times q^{\frac{1}{2}}$, & partant q sera plus grand que $\frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$, c'est-à-dire, SB ou SG plus grand que SE: ainsi le cercle qui a pour diametre AE, coupera nécessairement l'orbite de la Planete. D'où l'on doit conclurre que de la Terre nous devons voir les Planetes, sans qu'on en puisse excepter aucune, stationaires dans certains points de leurs orbites.

Si l'on veut déterminer par le calcul l'angle à la Terre, ou l'élongation d'une Planete au Soleil, quand elle doit paroître stationaire, on y procédera comme il suit. Supposons que r soit le rayon, & qx le sinus de l'angle à la Terre, le sinus de l'angle à la Planete sera donc px, en supposant que p soit à q dans la raison des sinus ou distances au Soleil; & puisque le sinus de l'angle à la Terre est qx, son cosinus sera $\sqrt{r^2 - q^2 x^2}$, & le cosinus de l'angle à la Planete sera $\sqrt{r^2 - p^2 x^2}$, & partant, suivant ce qui

a

a été démontré ci-dessus, $\sqrt{r^2 - q^2x^2} : \sqrt{r^2 - p^2x^2} :: T \times q : t \times p$. Et en quarrant les termes de cette derniere proportion, on aura $r^2 - q^2x^2 : r^2 - p^2x^2 :: T^2 \times q^2 : t^2 \times p^2$. Mais $T^2 : t^2 :: p^3 : q^3$, c'est pourquoi au lieu de T^2, t^2, si l'on substitue les deux autres quantités qui leur sont proportionnelles, on aura $r^2 - q^2x^2 : r^2 - p^2x^2 :: p^3 q^2 : q^3 p^2$, c'est-à-dire, comme p est à q; d'où l'on tire $q r^2 - q^3x^2 = pr^2 - p^3x^2$, ou bien $p^3x^2 - q^3x^2 = pr^2 - q r^2$; & enfin $x = r \times \frac{\sqrt{p-q}}{\sqrt{p^3-q^3}}$, & par conséquent qx sinus de l'angle de la Terre $= q\, r \times \frac{\sqrt{p-q}}{\sqrt{p^3-q^3}} = \frac{qr}{\sqrt{p^2+pq+q^2}}$.

Or puisque le quarré du cosinus d'un arc quelconque est égal au quarré du Rayon moins le quarré du sinus du même arc, on aura le quarré du cosinus de l'élongation de la Planete au Soleil, lorsqu'elle deviendra stationaire, égal à $r^2 - \frac{r^2 q^2}{p^2+pq+q^2} = \frac{r^2p^2 + r^2 pq}{p^2+pq+q^2}$, & partant la racine ou le cosinus sera $r \times \sqrt{\frac{p^2+pq}{p^2+pq+q^2}}$. Mais parce que le cosinus, est au sinus, comme le rayon, est à la tangente : on fera donc $r \times \sqrt{\frac{pp+pq}{pp+pq+qq}}$, est à $\frac{qr}{\sqrt{p^2+pq+qq}}$, c'est-à-dire, $\sqrt{pp+pq}$, est à q, comme r, est à un quatrieme terme, sçavoir, $\frac{rq}{\sqrt{pp+pq}}$, & ce quatrieme terme sera la tangente de l'angle à la Terre. Le calcul devient facile par cette derniere analogie, puisque si l'on ôte la demi-somme des logarithmes de p & de $p+q$, du logarithme de q, on aura le logarithme de la tangente de l'angle à la Terre : enfin on pourra aussi déduire de cette analogie la construction suivante, qui est encore plus simple que l'autre.

Soit HAQ un arc de l'orbite d'une Planete supérieure, GBD l'orbite d'une Planete inférieure, S le centre

Autre construction plus facile.

PLANCHE IX. Fig. 18.

commun des deux orbites, on prolongera la ligne AS jusqu'à ce qu'elle rencontre l'orbite de la Planete inférieure en D. Ensuite on décrira un demi-cercle qui aura pour diametre la ligne AD. Du centre S on élevera sur la ligne AD la perpendiculaire SLC, prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre le demi-cercle en C; & l'on tirera AC, sur laquelle prenant AF égale à SD, on abaissera du point F, sur AD, la perpendiculaire FE. On prendra aussi sur SC la ligne SL, égale à AE, & tirant AL, l'angle SAL sera celui que l'on cherche; c'est-à-dire, que le point B, sera celui de la station de la Planete. Car le quarré de SC, est égal au rectangle de AS par $SD = pq$; & partant le quarré de AC sera égal aux quarrés de AS, $SC = p^2 + pq$. Mais comme AC, est à AF, ainsi AS, est à AE; & les droites AS, SL, sont entre elles comme le rayon, est à la tangente de l'angle SAL, c'est-à-dire, $\sqrt{p^2 + pq}$, est à q, comme le rayon, est à la tangente de de l'angle SAL qu'il falloit trouver.

Le calcul qu'on vient de proposer, de même que les deux constructions précédentes, ne conviennent plus aux orbes elliptiques, ou qui sont fort excentriques.

Ce que nous venons de dire, suffiroit peut-être pour déterminer les stations des Planetes, si leurs orbes étoient de véritables cercles concentriques; mais à cause de l'excentricité de leurs orbites, qui d'ailleurs sont elliptiques, il faut bien observer que les angles, soit au Soleil, soit aux Planetes, ne sont pas tout à fait constans, mais variables, & par conséquent sujets à changer selon les divers lieux que les Planetes occuperont successivement dans leurs orbites au tems de chaque station. C'est pourquoi comme en ce cas il y auroit une infinité d'angles différens à considérer selon les diverses positions de la Terre ou de la Planete dans son orbite (lesquelles peuvent varier à l'infini aux tems des stations) on ne sçauroit donc plus les déterminer par le moyen d'une équation algébrique. En un mot le Probleme ne sçauroit être construit d'une maniere générale, non pas même par le secours des Courbes Algébriques, quelques tentatives qui en aient été déja faites plusieurs fois par les Géometres. Au reste si le lieu de la Planete dans son orbite est donné, on pourra dès-lors trouver la position de la Terre dans son orbe pour le tems auquel on verroit la Planete stationnaire, c'est-à-dire, demeurer quelque tems au même lieu. Car il s'agit en ce cas d'un Probleme qui est déterminé, & qui a deux différentes solutions, selon les deux racines de l'Equation qui renferme les conditions du Probleme. Le célebre M. Hallei nous en a communiqué la solution, qu'on va donner après avoir préparé le Lecteur par le Lemme suivant.

LEMME.

Quelles que soient les orbes des Planetes & de la Terre, si du lieu qu'elles occupent au tems des stations, on mene des lignes droites Tangentes à ces orbes, & qu'on les prolonge jusqu'à leur rencontre, les parties de ces Tangentes prises depuis le point d'attouchement, jusqu'au point de concours, seront proportionnelles aux vîtesses de la Terre & de la Planete.

PLANCHE IX. *Fig. 19.*

Soient *FG*, *AH*, deux parties quelconques des orbites de la Terre & d'une Planete, *AB*, *CD* les petits espaces parcourus dans un même temps lorsqu'elles se trouvent dans leurs stations. On menera *CE*, *AE*, qui touchent ces orbites en *A*, *C*, & on les prolongera jusqu'a ce qu'elles concourent au point *E*. Or parce que l'on suppose que pour lors la Planete est stationaire, *BD* sera, comme on l'a prouvé ci-devant, parallele à *AC*, & par conséquent * *CD*, sera à *AB*, comme *CE*, est à *AE*. Mais puisque *CD* & *AB* sont les espaces décrits dans le même instant ou dans un même intervalle de tems, ces espaces seront donc entre eux comme les vîtesses des Planetes, & partant il est vrai de dire que les Tangentes *CE*, *AE* seront entre elles comme les vîtesses des mêmes Planetes. Ce Lemme ou Théoreme a déja été publié dans les *Actes de Berlin*, par M. *Jean Bernoulli*, & l'on voit d'abord qu'il suit natu-

* *Prop 2. du sixieme Livre d'Eucl.*

rellement du parallélisme des lignes $A\,C$, $B\,D$. Cependant le même Auteur n'a point fait voir qu'il en ait fait usage pour le Probleme dont nous allons donner la solution. Voici donc celle de M. Hallei.

PROBLEME.

Trouver le lieu de la Terre, d'où une Planete vue dans un point donné de son orbite, paroîtra stationaire.

PLANCHE IX. Fig. 20.

Soit S le Soleil, $\Pi\,K\,L\,A$ l'orbite terrestre que nous supposerons encore circulaire, soit aussi $\pi\,P\,\alpha$ l'orbite elliptique de la Planete, & P son lieu donné. On menera la droite $V\,P\,Q$ qui touche l'orbite de la Planete en P & qui rencontre l'orbe terrestre en V & Q : on divisera cette ligne $V\,Q$ en deux également au point R. On élevera aussi la perpendiculaire $P\,B$ ensorte qu'elle soit à $V\,R$ ou $R\,Q$ comme la vîtesse de la Planete est à la vîtesse de la Terre. Du centre R on décrira le demi-cercle $VbdQ$ qui ait pour diametre $V\,Q$, & l'on menera du point B deux Tangentes indéfinies à ce demi-cercle, sçavoir $B\,b\,\Sigma$, $B\,d\,T$: du centre R on abaissera les perpendiculaires $R\,b$, $R\,d$, & l'on fera $\Sigma\,K$ égal $\Sigma\,b$, comme aussi $T\,L$ égal à $T\,d$. Je dis que les points K, L seront ceux que l'on cherche dans l'orbe terrestre : car à cause des Triangles semblables $R\,b\,\Sigma$, $B\,P\,\Sigma$, on a, $\Sigma\,P$ est à $P\,B$ comme $\Sigma\,b$ ou $\Sigma\,K$ est à $R\,b$ ou $R\,V$, ou bien (*permutando*) $\Sigma\,P$ est à ΣK, comme $P\,B$ est à $R\,V$, c'est-à-dire, selon la construction qu'on vient de faire, comme la vîtesse de la Planete est à la vîtesse de la Terre. Mais $\Sigma\,b$ touche le demi-cercle au point b, & partant le quarré de $\Sigma\,b$ * est égal au rectangle $V\,\Sigma\,Q$. Et puisque $\Sigma\,K$ a été fait égal à $\Sigma\,b$, il faut nécessairement, son quarré étant égal à ce rectangle, que $\Sigma\,K$ touche * l'orbe

* Prop. 36. du 3e Liv. d'Eucl.

* Prop. 37.

de la Terre au point *K*. C'eſt pourquoi les Tangentes de l'une & l'autre orbite Σ *P*, Σ *K* ſeront en même raiſon que les vîteſſes, & partant la Planete *P*, vue de la Terre en *K*, doit paroître ſtationaire. On démontrera de la même maniere que les droites *T P*, *T L* ſont en même raiſon que les vîteſſes, & que *T L* touche l'orbe terreſtre au point *L*. Enfin tirant les droites *S K*, *S L*, ces lignes prolongées dans le Ciel déſigneront les lieux de la Terre vûs du Soleil, & les angles *K S P*, *L S P* ſeront les angles de commutation que l'on cherche. Si la ligne *S A* eſt la ligne des Apſides de la Terre, *K S A*, *L S A* ſeront les angles de l'Anomalie vraie de la Terre : de maniere qu'on pourroit corriger ainſi avec aſſez d'exactitude l'erreur qui auroit été commiſe dans la ſuppoſition que l'on a faite de la vîteſſe de la Terre.

Le Probleme d'un autre genre que l'on pourroit propoſer ici c'eſt de *déterminer le temps d'une ſtation*. Mais on n'en peut donner la ſolution par les regles ordinaires de la Géométrie. M. *Hallei* en a trouvé une ſolution indirecte, & qui eſt proprement une méthode d'approximation *. Il ſe ſert pour y parvenir des deux Théoremes de M. *Moivre*, que nous avons rapportés au Chapitre XXIV. pag. 483 & 484. parce qu'ils ſont d'un grand uſage dans l'Aſtronomie.

Voici donc la méthode d'approximation de M. Hallei.

* Dans le ſecond Volume des Mémoires de l'Académie de Peterſbourg, page 82. M. Mayer a donné une ſolution directe de la premiere Partie du Probleme qu'on trouve dans les Tables Rudolphines. Kepler s'y étoit propoſé de découvrir pour chaque degré d'anomalie d'une Planete, l'angle de commutation au moment qu'elle doit paroître ſtationaire. Il s'agit donc de trouver d'abord cet angle, lorſque les anomalies, tant de la Terre que de la Planete, ſont données au tems de la ſtation ; & c'eſt ce que M. Mayer détermine ſans être obligé de ſuppoſer l'orbite terreſtre circulaire. Mais quoiqu'il ait donné peu de tems après la ſolution du ſecond cas, où l'on propoſe de déterminer la ſtation, étant donnée la poſition de la ligne des apſides, tant de la Planete que de la Terre, & l'anomalie de la Planete ; cependant il vaut mieux s'en tenir à la méthode indirecte qu'il indique, ſçavoir, de ſuppoſer d'abord l'anomalie de la Terre à peu près connue ; ce qui réduit le ſecond cas au premier ; enſuite par approximation on pourra déterminer les ſtations.

Lorsque l'on veut déterminer avec exactitude le tems des stations d'une Planete, il faut d'abord rechercher, soit par une des constructions Géométriques données ci-dessus, soit par quelqu'autre tâtonnement, ou par les Ephémérides, le jour de la station proposée. Ensuite selon les meilleures Tables Astronomiques on calculera pour le moment de midi le lieu du Soleil & celui de la Planete, tant héliocentrique que géocentrique. On prendra aussi dans les mêmes tables les Logarithmes des distances de la Terre & de la Planete au Soleil ; & afin de réduire leurs mouvemens à un même plan, on recherchera la distance accourcie de la Planete. On aura donc un Triangle STP, dans lequel, selon les Tables Astronomiques, les points S, T, P, représentent les lieux du Soleil, de la Terre, & de la Planete. On prolongera aussi jusqu'au point Q de concours les Tangentes Tt & Pp des orbites de la Terre & de la Planete. Or si par hasard il arrivoit que les vîtesses réelles des deux Planetes fussent entre elles en ce moment comme PQ est à TQ, c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle PTQ est au sinus de l'angle TPQ, il seroit vrai de dire que ces deux Planetes se trouvent précisément dans le point de station que l'on cherche ; puisqu'en ce cas le mouvement de la Terre à chaque instant, sçavoir de T en t le long de la Tangente TQ, seroit au mouvement correspondant de la Planete de P en p selon la Tangente PQ comme TQ est à PQ, & partant les lignes droites TP, tp seroient paralleles *; d'où il s'ensuivroit que les deux Planetes seroient alors stationaires l'une à l'égard de l'autre.

PLANCHE IX. *Fig.* 21.

* *Prop.* 2 *du* 6e *Liv. d'Eucl.*

Or étant données les distances ST, SP, on a * par conséquent le rapport que les vîtesses réelles de ces deux Planetes ont entre elles, sçavoir Tt, Pp. Car les vîtesses moyennes de différentes Planetes (c'est-à-dire qu'elles ont réellement lorsqu'elles se trouvent dans leurs orbes à des

* *Cela se détermine de même que le rapport des vîtesses angulaires dans une même orbite, pag.* 484.

diſtances du foyer égales à la moitié du grand axe) ces vîteſſes, dis-je, ſont entr'elles en raiſon inverſe & ſoudoublée de leurs axes. De plus la moyenne vîteſſe d'une Plane- * *Theor. I. page* 483.
P ou T, eſt à ſa vîteſſe, en quelque point de ſon orbite qu'elle ſe trouve, en raiſon ſoudoublée de celle qui ſe trouve entre ſa diſtance au Soleil qui eſt à un des foyers, & ſa diſtance à l'autre foyer de l'Ellipſe & qu'on peut nommer PF ou TF. Suppoſant donc que R eſt la moitié du grand axe de la Planete ſupérieure, & r de la Planete inférieure, on aura ſelon les rapports compoſés, comme la viteſſe de la Planete inférieure, eſt à celle de la Planete ſupérieure, ou bien comme Tt, eſt à pP, ainſi $\sqrt{R \times SP \times TF}$, eſt à $\sqrt{r \times ST \times PF}$. On cherchera donc le logarithme de ce rapport, qu'on réduira ſelon les différentes obliquités de la Tangente PQ, au plan de l'Ecliptique.

Les mêmes diſtances donneront encore les angles STQ SPQ. Car le rayon*, eſt au ſinus de l'angle STQ, comme $\sqrt{ST \times TF}$, eſt à la moitié du ſecond axe de l'orbite terreſtre. De même le rayon, eſt au ſinus de SPQ, comme $\sqrt{SP \times PF}$, eſt à la moitié du ſecond axe de la Planete. Ou bien l'on fera comme la diſtance Aphélie de la Planete, eſt à la diſtance Périhélie, ainſi la Tangente de la moitié de l'angle dont elle eſt éloignée de ſon Périhélie, eſt à la Tangente d'un autre angle. Celui-ci étant ôté de la moitié de l'autre, le reſte ** ſera le complément à 90° de l'angle SPQ, autrement ce ſera ſon excès au-delà de 90°, ſelon le cas où l'on s'appercevra qu'il doit-être aigu ou obtus. Enfin on réduira cet angle, lorſqu'il ſera néceſſaire, au plan de l'Ecliptique. Cela ſuppoſé, on retranchera l'angle STQ de l'angle STP, & à l'angle SPQ on ajoutera l'angle SPT pour avoir les angles QTP, QPT, & les ſinus de ces angles, s'ils ont le même rapport que les vîteſſes

* *Theor. II.*

** Cette différence d'angles, ſelon la Théorie de Wardhus, eſt égale à $\frac{1}{2}SPF$, ou $\frac{1}{2}STF$, c'eſt-à-dire, à la moitié de l'équation du centre.

réelles en T & P, seront précisément ce que l'on cherche.

Si le contraire arrive on mettra à part la différence ou l'erreur qui résulte de cette premiere supposition, & alors si le rapport des vîtesses est moindre que celui des sinus, on diminuera l'angle TSP en ajoutant ou en soustrayant, selon le cas, le moyen mouvement diurne de l'une & l'autre Planete ; & on fera le contraire si le rapport des vîtesses est plus grand. On recherchera donc de nouveau par un calcul semblable au premier, les Logarithmes des rapports ci-dessus, & cela pour le midi du jour suivant ou précédent, selon que le cas semble l'exiger. Ensuite on comparera la différence qui résulte de ces Logarithmes, c'est-à-dire, l'erreur de la seconde supposition avec celle qui a été trouvée par le premier calcul. La somme ou la différence de ces erreurs, selon que les signes seront différents ou semblables, sera à 24 heures, comme l'une des erreurs, est à l'intervalle écoulé entre le midi qui répond à cette même erreur, & le tems de la station. Cette regle de *Fausse Position* doit paroître évidente à ceux qui pratiquent souvent ces sortes de calculs.

De cette maniere on déterminera à quelques minutes près le tems vrai des stations. Mais pour faire disparoître entierement l'erreur qui proviendroit de l'augmentation faite ci-dessus aux logarithmes (laquelle ne varie pas tout-à-fait uniformément) on recommencera, si l'on veut, le calcul pour le tems de la station déja trouvé, ou qui n'en est pas bien éloigné ; & ce dernier calcul vérifiera le premier. Mais on n'a besoin d'employer cette précaution que pour Mars & Mercure.

Pour rendre la chose plus évidente, j'ajouterai ici un exemple du calcul de la station de Jupiter, arrivée le 9 du mois de Novembre 1717. c'est-à-dire, le 20. Novembre selon le nouveau style.

Exemple

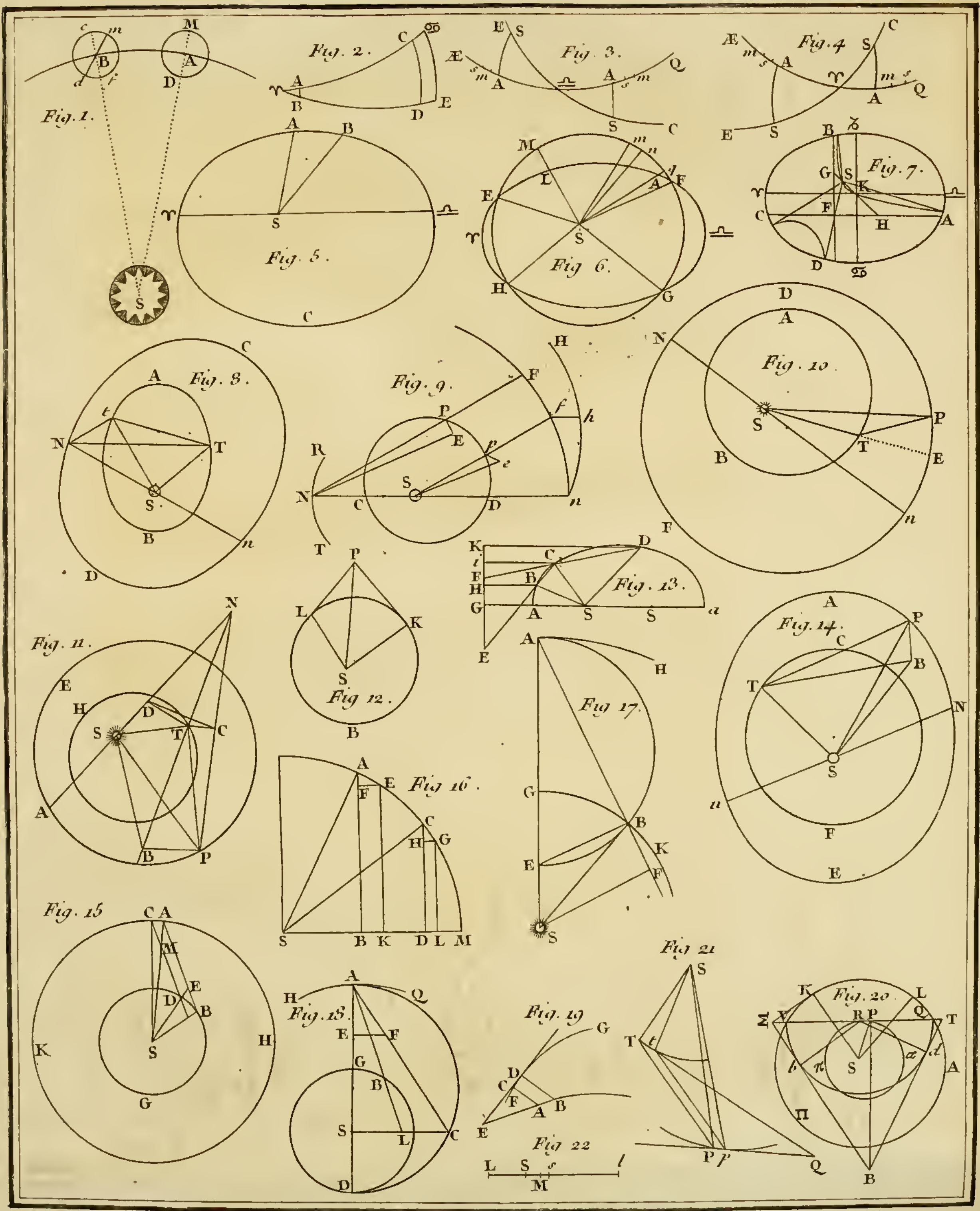


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4
Fig. 5.
Fig 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15
Fig 16.
Fig 17.
Fig. 18.
Fig. 19
Fig. 20.
Fig 21
Fig 22

Exemple du calcul des Stations.

	Le $\frac{9}{20}$ Novembre à Midi.				Le $\frac{10}{21}$ Novembre à Midi.			
Anom. moy. de ♃	9^s	10^o	$00'$	$00''$	9^s	10^o	$05'$	$00''$
Moyen mouv. du ☉	7	00	07	00	7.	1	6	8
♃ Longit. héliocent. à compter depuis la Iere ✱ d'♈.	2	25	11	00	2	25	15	53
☉ — Iere ✱ d'♈	6	28	53	17	6	29	54	00
Logar. de la diſtance de ♃ au ☉	5. 720650				5. 720680			
Logar. de la diſtance de ♄ au ☉	4. 994267				4. 994186			
Longitud. géocent. de ♃	3	5	4	28	3	5	4	27
Angle *STP*	113	48	49		114	49	33	
Angle *SPT*	9	53	28		9	48	34	
Angle *STQ*	89	23	54		89	23	54	
Angle *SPQ*	92	41	20		92	41	14	
Angle *PTQ*	24	25	42		25	25	39	
Et l'Angle *TPQ*	102	34	48		102	29	48	
Logar. du rapport des viteſſes.	0. 368210				0.368321			
Logar. du rapport des ſinus de *TPQ*, *PTQ*.	0. 372912				0.356757			
Erreur ſelon la premiere ſuppoſition.	0. 004702+				Erreur ſelon la ſeconde ſuppoſition. 011564—			

Ainſi puiſque l'une des erreurs eſt en excès & l'autre en défaut, on fera comme la ſomme de ces erreurs 16266, eſt à l'une des deux 4702, ainſi 24^h, ſont a 6^h $56'$. D'où l'on voit que la ſtation de Jupiter a dû arriver le $\frac{9}{20}$ Novembre à 6^h $56'$ du ſoir.

Longitude de la Ire Etoile d'♈ ſelon Tycho & Flamſteed, en 1601. $0^s 27^o 36' 50''$.
Ainſi le $\frac{9}{20}$ Novembre 1717. elle auroit été de 0 29 14 13

CHAPITRE VINGT-NEUVIEME.

Des Parties du Tems.

LES Parties du Tems ſont connues de tout le monde : le Tems a été diviſé en heures, jours, ſemaines, mois & années. Le jour naturel, qui a pour origine le mouvement apparent du Soleil d'Orient en Occident, eſt l'eſpace qui s'écoule depuis le paſſage du Soleil par le méri- Du jour naturel, ce que c'eſt.

dien ou par quelqu'autre cercle horaire, jusqu'à son retour au même cercle. On le nomme jour naturel pour le distinguer du jour artificiel qui est le plus en usage, ou qu'on désigne uniquement par le mot de jour par opposition à la nuit.

Les différentes Nations ne commencent pas à compter les premieres heures du jour au même tems.

Toutes les nations ne s'accordent pas à la même heure pour compter le commencement du jour. Les Babyloniens ont voulu commencer au lever du Soleil, mais les Juifs & les Athéniens comptoient du coucher, ce qui se pratique encore en Italie, en Autriche, & en Boheme : ensorte que quand le Soleil a achevé sa course & qu'il paroît à l'horison Occidental, on compte pour lors la vingt-quatrieme heure, & de même celle qui suit immédiatement le coucher du Soleil, est la premiere heure du jour.

Ceux qui commencent le jour au lever du Soleil, ont du moins cela de commode qu'ils sçavent combien il s'est écoulé de tems depuis le lever du Soleil : mais ceux qui commencent à compter depuis le coucher du Soleil, prétendent avoir un autre genre d'utilité, c'est de sçavoir par le moyen de l'heure combien il reste encore de tems jusqu'à la fin du jour, afin de proportionner à cet intervalle la longueur du chemin qui leur reste à faire dans les voyages, ou aux divers genres de travaux qu'ils entreprennent. Cependant on remarquera que l'une & l'autre méthode de compter a un grand désavantage, c'est qu'on n'y sçauroit appercevoir tout d'un coup l'heure du midi ni l'heure de minuit ; il faut en faire le calcul, puisque dans les différentes saisons de l'année, le midi, par exemple, tombe à diverses heures du jour. Autrefois les Egyptiens comptoient depuis minuit, & même le fameux Hipparque avoit introduit cette maniere de compter dans l'Astronomie, en quoi il a été suivi par Copernic & les autres Astronomes. Mais la plus grande partie des Modernes a trouvé plus commode de commencer à midi, & ce dernier uſage a prévalu. Au reſte l'ancien uſage de compter depuis minuit ſubſiſte encore dans preſque toute l'Europe, principalement en France, en Angleterre, & en Eſpagne.

Quant aux heures il y en a d'égales & d'autres qu'on a ſuppoſées inégales. Les heures égales ſont celles qui ſont la vingt-quatrieme partie du jour naturel, & les Aſtronomes peu ſatisfaits de cette méthode groſſiere de diviſer les heures en demi & en quart, ont introduit une diviſion qui eſt recue aujourd'hui aſſez généralement. Ils partagent l'heure en 60 minutes, & chaque minute en 60 ſecondes.

Des heures égales & inégales.

A l'égard des heures inégales, on en voit d'abord l'origine. Comme les heures doivent être la douzieme partie du jour artificiel ou la douzieme partie de la nuit, il eſt évident qu'en différens tems de l'année elles doivent varier de telle ſorte que celles d'Eté ſoient beaucoup plus longues pendant le jour que celles d'Hiver, & au contraire celles de nuit beaucoup plus courtes : mais aux tems des Equinoxes celles de la nuit ſont pour lors égales à celles du jour ; & c'eſt pour cette raiſon qu'on les appelle *heures Equinoxiales*. Les Juifs & les Romains s'en ſervoient autrefois, & elles ſe ſont conſervées encore aujourd'hui en Orient parmi les Turcs. Dans cette façon de compter, le midi arrive toujours à la ſixieme heure. Ces heures ſe nomment * *Planetaires*, parce qu'au commencent de chacune on a placé le nom de quelqu'une des ſept Planetes. Par exemple le jour du Soleil, la premiere heure que l'on compte au lever du Soleil eſt attribuée au Soleil lui même, & en prend le nom : la ſuivante prend ſon nom de Venus, la troiſieme de Mercure, & ainſi de ſuite ſçavoir la Lune, Saturne, Jupiter, & Mars ; d'où il arrive que

* Ou *Temporaneæ*.

le jour ſuivant la premiere heure au lever du Soleil tombe ſur l'heure de la Lune, & partant lui donne ſon nom, ce qui ſe continue de la même maniere juſqu'à la fin de la Semaine.

De la Semaine.

La Semaine eſt une aſſemblage ou durée de ſept jours : les jours de la ſemaine ont reçu différens noms. L'Egliſe Chrétienne appelle Dimanche le premier jour que le vulgaire nommoit le jour du Soleil, & qu'il n'y a plus que les Phanatiques qui l'appellent Sabbath. Le ſecond jour de la ſemaine eſt appellé dans l'Egliſe la ſeconde Férie, le troiſieme jour la troiſieme Férie, & ainſi de ſuite. Enfin l'Egliſe nomme Sabbath le ſeptieme jour de la ſemaine. Le vulgaire a retenu cependant les noms uſités du tems des Romains, qui, comme nous l'avons dit, ont reçu leurs noms des Planetes.

Le mouvement de la Lune eſt proprement la meſure du Mois.

Le mois eſt proprement l'eſpace de tems que la Lune meſure par ſon mouvement en parcourant le Zodiaque : elle parcourt environ douze fois ce cercle chaque année. Il y a un autre mois à peu-près égal à celui-ci, qui eſt meſuré par le mouvement du Soleil; c'eſt le tems que cet aſtre emploie à parcourir un ſigne du Zodiaque, ou la douzieme partie de l'Ecliptique. Mais l'un & l'autre de ces mois ſont Aſtronomiques & different des mois Civils, leſquels ſuivant l'uſage établi dans chaque Royaume ou République, contiennent plus ou moins de jours.

Les Egyptiens avoient autrefois établi les mois de trente jours, & les cinq de ſurplus dont il compoſoient l'année, ſe nommoient Epagomenes, & parconſéquent ſe comptoient ou s'ajoutoient au de-là du nombre des mois.

De l'année Lunaire & Solaire, vague & fixe.

L'Année eſt ou Aſtronomique ou Civile. Nous avons expliqué au Chapitre XXIII. les différentes eſpeces d'années, qu'on nomme Tropiques & Périodiques. L'Année Civile eſt la même choſe que l'Année Politique, laquelle a été reçue dans un Royaume, ou dans une République.

Il y en a de deux sortes, sçavoir les Années Lunaires, & les Années Solaires, selon qu'on s'est proposé de les rendre conformes aux mouvemens de la Lune ou du Soleil. D'ailleurs il y a deux sortes d'Années Lunaires, sçavoir l'Année vague & l'Année fixe. L'Année Lunaire vague est de douze mois synodiques, ainsi elle contient douze lunaisons, étant de 354 jours après lesquels l'Année Civile recommence. Cette Année se trouve plus courte de 11 jours que l'Année Solaire mesurée par le mouvement du Soleil, qui est la seule regle des saisons. Aussi le premier jour des Années Lunaires se trouve-t-il répandu successivement dans les différentes saisons de l'Année Solaire, & cela dans l'espace de 32 ans; ce qui a fait nommer vague cette Année Lunaire. Les Arabes, les Turcs & généralement tous les Mahométans suivent aujourd'hui cette forme d'année.

Années Lunaires vagues.

Ces Années Lunaires sont encore en usage parmi les Arabes & les Mahométans.

Comme il arrive que douze lunaisons ne composent pas tout-à-fait l'Année Solaire, mais qu'il s'en manque 11 jours; il s'ensuit que dans l'espace de trois Années Solaires, 36 Lunaisons ou trois Années Lunaires, en different au moins de 33 jours. C'est pourquoi pour conserver les mois à peu près dans les mêmes saisons de l'Année Solaire, on a ajouté un mois entier à la troisieme Année Lunaire; ce que l'on a pratiqué autant de fois qu'il a été nécessaire pour que le commencement de l'Année se retrouvât toujours dans la même saison. Le mois ainsi ajoûté s'appelloit *Embolismique* ou *Intercalaire*. Dans l'espace de 19. ans on comptoit sept de ces sortes de mois intercalaires, & l'Année Lunaire accommodée à cette forme, se nomme Année Lunaire fixe: les Grecs s'en sont servis, & à leur exemple les Romains, jusqu'au tems de Jules Cesar.

Cependant on doit bien remarquer que l'année civile, qui est assujettie au mouvement du Soleil, est aussi de deux sortes, sçavoir, l'année fixe, & l'année vague. Cette derniere se nomme Egyptienne, parce que les Egyptiens s'en sont servis fort long-tems. Elle contenoit précisément 365 jours, & différoit d'environ six heures de l'année Tropique. En négligeant cet intervalle de quelques heures, il arrive que de quatre ans en quatre ans, cette année vague anticipe d'un jour sur la période Solaire, & par conséquent en quatre fois 365 ans, c'est-à-dire, en 1460 ans, son commencement doit répondre successivement aux différentes saisons de l'année.

L'année Solaire, vague ou Egyptienne.

Puisque l'année Egyptienne de 365 jours est d'une moins longue durée, ou differe d'environ six heures de la vraie année Solaire; pour remédier à ce défaut, ou plutôt pour rendre ces années conformes aux années Solaires, il a fallu avoir égard à ces heures écoulées: mais comme il étoit nécessaire que le commencement de l'année Politique fût toujours le même, c'est-à-dire, qu'il tombât constamment à la même heure du jour, on a voulu faire ensorte que l'année ne commençât pas tantôt à une heure du jour, & tantôt à une autre heure, ce qui arriveroit si chaque année on ajoutoit aux 365 jours les six heures dont nous venons de parler. C'est pourquoi on a cru qu'il valloit mieux laisser accumuler ces six heures dans l'espace de trois années; car étant ajoutées aux six heures de la quatrieme année, elles forment un jour entier; ensorte que ce jour étant lui-même ajouté aux 365 jours de la quatrieme année, cette derniere convient pour lors avec la Période des mouvemens du Soleil. Jules César fut le premier qui sentit l'avantage de ce nouveau plan de correction qu'il a fallu faire à l'année vague. Il ordonna donc qu'on ajouteroit un jour, ou qu'on intercaleroit chaque quatrieme année, laquelle de cette maniere s'est trouvée de 366 jours. Ce jour a été ajouté au mois de Fevrier, & comme dans l'année commune le 24 Fevrier se nommoit le

De l'année Julienne fixe.

ſixieme des Calendes de Mars, ou le ſixieme jour avant les Calendes, Céſar ordonna que ce jour ſeroit compté deux fois chaque quatrieme année, enſorte que dans cette année-là il y avoit en effet deux jours dont chacun portoit le nom * de ſixieme jour avant les Calendes de Mars. Cela fut cauſe que ces quatriemes années furent nommées Biſſextiles. Telle eſt la forme de l'année inſtituée par Jules Céſar, qui étoit d'autant plus autoriſé à entreprendre cette réformation, que cela le regardoit, étant Grand Pontife. On l'a donc appellée de ſon nom année Julienne : chaque quatrieme année, comme nous l'avons dit, eſt Biſſextile, ou de 366 jours, & les trois autres ſont des années communes, ou de 365 jours.

* *Bis Sexto ante Calendas Martii.*

L'année Julienne un peu trop longue.

Il faut néantmoins remarquer que le tems attribué à l'année Solaire dans le Calendrier de Jules Céſar, eſt un peu trop long ; car le Soleil acheve ſa révolution périodique dans l'Ecliptique en 365 jours 5^h $49'$; & partant cet aſtre recommence plutôt ſa courſe que ſelon l'année Julienne. Si le Soleil, par exemple, ſe trouve dans une année au point de l'Equinoxe à l'inſtant du Midi le 20 du mois de Mars, l'année ſuivante le Soleil paroîtra $11'$ plutôt qu'on ne le compte (ſelon les 365^j 6^h de l'année Julienne) au point Equinoxial, & l'année qui ſuit immédiatement il reparoîtra dans l'Equateur $22'$ auparavant, & ainſi de ſuite. Le Soleil anticipant donc toujours de $11'$ ſur l'année civile, cette différence produira enfin un jour d'anticipation ſur l'année Julienne dans l'eſpace de 131 ans. Ainſi l'Equinoxe tel qu'il paroît dans le Ciel après ce tems écoulé, ne doit plus tomber au même jour de l'année civile, mais peu à peu il anticipera chaque ſiecle vers le commencement de l'année, & cela en rétrogradant ſi ſenſiblement, qu'à la fin l'erreur qui en réſulte ſera remarquée de tout le monde.

Or il faut ſçavoir que du tems du Concile de Nicée, *Les PP. du Concile de Nicée qui retinrent la forme de l'année Julienne, avoient fixé l'Equinoxe du Printems au 21. Mars.*

lorſqu'il fut queſtion de fixer les termes du tems auquel on doit célébrer la Pâque, l'Equinoxe du Printems ſe trouvoit pour lors au 21 Mars ; mais cet Equinoxe ayant continuellemenr anticipé, on s'eſt apperçu l'an 1582. lorſqu'on propoſa de réformer le Calendrier de Jules Céſar, que le Soleil entroit déja dans l'Equateur dès le 11 Mars, c'eſt-à-dire, dix jours plutôt que du tems du Concile dont on vient de parler. Le Pape Grégoire XIII. voulant reſtituer cet Equinoxe au 21 Mars, retrancha ces dix jours du Calendrier, & ordonna qu'au lieu du 11 Mars, on compteroit dorénavant le 21 du même mois. Et de peur que le même embarras ne ſubſiſtât dans les tems à venir, il fut ordonné (qu'excepté les 400emes années) au lieu de compter comme Biſſextile chaque centieme année de l'Ere Chrétienne, on la laiſſeroit s'écouler comme une année commune. Cette nouvelle forme d'année a été nommée *Grégorienne*, du nom du Pape Grégoire XIII. par l'autorité duquel elle a été établie. La France, l'Eſpagne, l'Allemagne & l'Italie, en un mot tous les pays qui ſont ſous l'obéiſſance du Pontiſe Romain, ont reçu cette réforme ; & enfin les Hollandois, de même que pluſieurs autres Proteſtans d'Allemagne, l'ont adoptée au commencement de ce ſiecle. Cependant les Peuples de la Grande-Bretagne & la plupart de ceux du Nord de l'Europe, ont conſervé juſqu'ici l'ancienne forme du Calendrier Julien.

De l'année Grégorienne dont on ſe ſert en France, en Eſpagne, & en Italie.

Elle a été adoptée il y a environ 40 ans par les Hollandois, les Danois, & par les Proteſtans d'Allemagne.

Dans la Perſe * on a retenu auſſi l'ancienne forme de l'année

* Golius, dans ſes Notes ſur Alfergan, *pag.* 27. *& ſuiv.* eſt entré dans un grand détail ſur la forme ancienne & nouvelle de l'année Perſienne, laquelle a été ſuivie de la plupart des Auteurs Orientaux : il nous apprend particulierement que ſous le Sultan Gelaluddaulé Melicxa *, on entreprit de corriger la grandeur de l'année, & d'établir une nouvelle époque. Il fut donc réglé que de quatre ans en quatre ans on ajouteroit un jour à l'année commune, laquelle ſeroit ainſi de 366 jours. Mais parce qu'on avoit reconnu que l'année Solaire n'étoit pas exactement de 365 jours 6 heures, il fut ordonné qu'alternativement (après ſept ou huit intercalations) on intercaleroit la cinquieme, & non pas la quatrieme année ; de cette maniere il paroit qu'ils connoiſſoient

* *Vers le milieu du onzieme ſiecle.*

l'année Egyptienne *, d'où il arrive que les Equinoxes ne ſe trouvent bien-tôt plus dans le même mois de l'année, mais ſe répetent ſucceſſivement dans les autres; & qu'enfin ce n'eſt qu'au bout d'une période de 1460 ans, que l'année recommence au même point de l'année Solaire. Ce long intervalle de tems a été nommé *la Grande année Caniculaire*, ou la *Période Sothiacale*, parce qu'elle a pour commencement le premier jour du mois *Thoth*, ou bien le premier jour de l'année auquel l'Etoile du Grand Chien paroît à ſon lever héliaque. Car le mot de *Sothis* en langue Egyptienne, ſignifie Chien, ce qui répond au mot Grec Αστροκύων, ou Σῖριος, qui eſt un mot Ethiopien, c'eſt-à-dire, *Sirius*, ſelon les Aſtronomes.

** Ainſi 1461 années de 365 jours, répondent à 1460 années Juliennes. Mais les anciens Egyptiens n'avoient pas encore reconnu que l'année Tropique eſt un peu moins longue que l'année Sydéréale, le mouvement apparent des Etoiles n'ayant pas été apperçu avant Hipparque.*

Les Anciens diſtribuoient le tems non-ſeulement en années, mais auſſi en certaines collections d'années, telles que le *Jubilé* de 49 ou 50 ans, le ſiecle de 100 ans: mais la plus célebre de toutes, eſt l'*Olympiade* dont parlent ſi ſouvent les Auteurs Grecs, laquelle contient ſeulement un eſpace de quatre années.

De l'Ere Chrétienne.

Enfin comme il y dans le Ciel certains points fixes d'où commencent à compter les Aſtronomes lorſqu'il eſt queſtion de calculer les mouvemens des Planetes; de même il y a dans la durée ou dans les tems écoulés, certains points qu'on prend pour époques, & qui ſont comme les racines dont ſe ſervent les Chronologiſtes dans leurs calculs. La plus grande partie des Hiſtoriens s'y eſt

déja fort exactement la grandeur de l'année, puiſque ſelon cette forme, l'année Perſienne ſeroit de $365^j\ 5^h\ 49'\ 31''$, ce qui differe à peine de l'année Grégorienne que les Européens ou Occidentaux ſe ſont aviſés de rechercher plus de 500 ans après les Aſiatiques. Or depuis la mort d'Jezdagirde, le dernier des Rois de Perſe, lequel fut tué par les Sarrazins, l'année Perſienne étoit de 365 jours, ſans qu'on ſe ſouciât d'y admettre aucune intercalation; & il paroît que plus anciennement après 120 années écoulées, le premier jour de l'an qui avoit rétrogradé très-ſenſiblement, étoit remis au même lieu qu'auparavant, en ajoutant un mois de plus à l'année, qui devenoit pour lors de 13 mois. Mais l'année dont tous les Auteurs qui ont écrit en Arabe ou Perſan, ont fait uſage dans leurs Tables Aſtronomiques, eſt ſemblable aux années Egyptiennes, leſquelles ſont toutes égales, étant de 365 jours ſans intercalation.

conformé, en nous racontant les évenemens qui répondent à une longue suite de siecles. Ces Racines sont nommées plus communément *Eres* * ou *Epoques* : c'est toujours de ces sortes d'Eres qu'on compte les années & les tems. La plus célebre, & celle qui est la plus usitée parmi nous, est la Naissance de Notre Seigneur Jesus-Christ : cette Ere commence aux Calendes de Janvier, qui suivent immédiatement la Nativité.

Au reste quoique cette époque soit généralement établie, & même reçue parmi tous les Chrétiens, cependant les Anglois & les Peuples d'Irlande, dans les Actes publics ou dans les affaires d'Eglise, se servent d'une époque qui est postérieure d'une année entiere. Ils commencent l'année non pas à la Nativité de Jesus-Christ, mais à la Fête de l'Incarnation ou Conception, que l'on célebre le huit avant les Calendes du mois d'Avril. D'où il arrive que depuis l'Incarnation de Notre Seigneur jusqu'à la Fête de l'Annonciation de la Vierge, de l'année 1718 par exemple, les Anglois comptent 1717. années completes ; & que depuis la Nativité de Notre Seigneur jusqu'à la Fête de la Nativité de l'année 1717. ils comptent seulement 1716 années écoulées, quoique ce même intervalle de tems dans tout le reste de la Chrétienté, contienne 1717. années accomplies.

En cela les Anglois se conforment à la Chronologie de Denis le Petit, qui a inventé l'Ere, selon laquelle le jour de la Conception seroit arrivé le VIII. des Calendes du mois d'Avril de la premiere année de cette même Ere, & Jesus-Christ seroit né l'Hiver suivant, à la fin de la quarante-sixieme année depuis la réformation du Calendrier par Jules César. Cette façon de compter avoit d'abord

* Lequel a pour racine le mot Arabe, *Arach*, ou *Erach*, qui signifie qu'on a fixé le tems. Voyez cette opinion dans les Notes de Golius sur Alfergan, page 53. On a prétendu aussi que ce mot étoit un abrégé des quatre lettres initiales ou majuscules de l'époque des Espagnols . . . *Ab Exordio Regni Augusti.*

été généralement reçue ; mais elle n'eſt plus en uſage aujourd'hui que parmi les peuples d'Angleterre. Dans tout le reſte de la Chrétienté on a abandonné inſenſiblement cette époque, pour y ſubſtituer une autre opinion *, ſçavoir, que Jeſus-Chriſt eſt né au commencement de l'Hiver qui a précédé immédiatement l'Incarnation établie par Denys, ſçavoir, à la fin de la quarante-cinquieme année Julienne; de maniere qu'on y ſuppoſe la naiſſance de Jeſus-Chriſt une année avant celle que donneroit l'Ere de Denys le Petit.

Malgré cette différence, les Anglois dans la plus grande partie de l'année conviennent quant à la numération avec le reſte de la Chrétienté ; il n'y a uniquement que pendant les trois premiers mois écoulés depuis les Calendes de Janvier juſqu'au VIII. des Calendes du mois d'Avril, qu'ils comptent en effet une année de moins, & qu'ils different en cela des autres Chrétiens.

Une autre époque encore fameuſe, eſt celle de la Création du monde, mais c'eſt auſſi celle qui a été ſujette à plus de difficultés, puiſque les uns prétendent que le monde a été créé 3950 ans avant la naiſſance de Jeſus-Chriſt; & d'autres environ 3983 ans. Dailleurs l'Egliſe Grecque & les Empereurs d'Orient ont fait uſage d'une autre époque, qui ſuppoſe le monde beaucoup plus ancien, puiſqu'il auroit été créé ſelon leur Ere, 5509 ans avant la Naiſſance de Jeſus-Chriſt.

Entre les Auteurs prophanes, la plus célébre & la plus ancienne époque, eſt celle des Olympiades, qui pourtant n'a commencé que l'Eté de l'année 776. avant Jeſus-Chriſt, ou plutôt aux Calendes du mois de Juillet, La premiere Olympiade.

* On remarquera qu'il y a au moins trois années d'erreur dans la ſuppoſition vulgaire de l'Ere Chrétienne, puiſque dans l'Hiſtoire des Juifs de Joſephe il eſt parlé d'une Eclipſe qui fut obſervée en Judée peu de tems avant la mort d'Hérode ; & qu'ainſi Notre Seigneur étant né ſous Hérode, il faudroit commencer à compter du tems qui a précédé, & non pas de celui qui l'a ſuivi, les années de l'Ere Chrétienne.

en y faisant remonter les années Juliennes selon nos Chronologistes.

La Fondation de Rome.

Peu de tems après cette époque, on en trouve une autre, qui est celle de la Fondation de Rome, mais elle est différente, l'une étant Varronienne, & l'autre Capitoline : celle de Varron suppose la Fondation de Rome 753 ans avant Jesus-Christ, & l'autre seulement 752 ans *.

L'Ere de Nabonassar.

La troisieme époque appellée l'Ere de Nabonassar, si célebre parmi les Astronomes qui en ont fait presque un continuel usage, tombe au 26 Fevrier de l'an 747. avant l'Ere Chrétienne, c'est-à-dire, en y faisant remonter l'année Julienne. Comme ce jour-là fut le premier de l'année Egyptienne, Ptolomée, & après lui Copernic, se sont servi des années Egyptiennes pour calculer les mouvemens des Astres : cette maniere de calculer en se servant des années Egyptiennes, avoit cela de commode pour les Astronomes, qu'on n'etoit point embarassé par les intercalations, ausquelles il ne faut pas oublier d'avoir égard dans notre façon de compter aujourd'hui.

** Ou du regne de Philippe Aridée, qui lui a succédé.*

Enfin on trouve aussi l'époque de la mort d'Alexandre,* qui commence au 12. Novembre de l'année 324. avant Jesus-Christ, ce jour étant le premier de l'année vague Egyptienne. C'est de cette époque que Theon, Albategnius, & autres Mathématiciens, ont commencé à compter en Années Egyptiennes : on remarquera qu'il s'est écoulé précisément 424 années Egyptiennes entre les deux Eres de Nabonassar, & de la mort d'Alexandre. Outre ces Eres dont nous venons de parler, il y a encore celle des Abyssins, qu'on nomme autrement l'Ere des Martyrs ou de Diocletien ; celle des Arabes & des Turcs,

* Ou bien seulement 748 ans avant l'Ere Chrétienne : de ces Epoques l'une est fondée sur l'Astrologie, ayant été calculée par Tarutius ami de Varon, & la derniere plus certaine est fondée sur les dattes des jeux séculaires & des Fêtes rapportées par Fabius Pictor, l'un des plus anciens Ecrivains de Rome.

qu'on nomme l'Hegire, & qui commence à la fuite ou retraite de Mahomet de la Mecque à Médine ; celle des Perfes, appellée l'Ere de Jefdagird. On trouvera dans les Hiftoriens & parmi les Chronologiftes un plus long détail fur ces dernieres. Mais la plus commode de toutes, eft la Période Julienne, & qui embraffe ou comprend prefque toutes les autres. Cette Période eft de 7980 ans, & l'origine de ce nombre n'eft autre chofe que le produit des trois fuivans 15, 19, 28, multipliés l'un par l'autre. Le premier des trois eft le cycle de l'Indiction, le fecond eft le cycle de Meton, & le troifieme eft le cycle Solaire. Or la premiere année de cette Période eft celle où ces trois nombres commencent en même tems.

L'Hégire qui commence au 16. Juillet de l'année 622.

On va ajouter ici une Table où l'on a fait la réduction des premieres années de chaque Ere, aux années de la Période Julienne, comme auffi aux années qui précedent ou fuivent la Naiffance de Jefus-Chrift.

	Années avant J. C.	Années de la Per. Jul.
L'Epoque de la Création du Monde, felon la maniere de compter chez les Grecs du tems des Empereurs d'Orient.	5508	
L'Epoque vulgaire de la Création du Monde	3950	765
La premiere des Olympiades	776	3938
La Fondation de Rome felon Varron	753	3961
La Fondation de Rome felon les Faftes du Capitole	752	3962
L'Ere de Nabonaffar	747	3967
La Mort d'Alexandre le Grand, ou l'Epoque de Philippe	324	4390
	An. après J. C.	
La premiere année de l'Epoque vulgaire de l'Ere Chrétienne.	1	4714
L'Ere Dioclétienne	284	4997
L'Hégire des Arabes, des Turcs, & des Mahométans	622	5335
L'Epoque des Perfans depuis le commencement du regne d'Jezdagird, petit-fils de Cofroës	632	5345

CHAPITRE TRENTIEME.

Du Calendrier , & des Cycles ou Périodes.

Diſtribution des jours de l'année en ſemaines par les ſept premieres lettres de l'Alphabet.

LE Calendrier n'eſt autre choſe qu'une certaine diſpoſition des jours ſelon les mois de l'année civile, & la diſtribution de ces mêmes jours en ſemaines, à la quelle on joint les Fêtes & les autres jours ſolemnels. La diſtribution par ſemaines, ſe fair en y employant les ſept premieres lettres de l'Alphabeth *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*. On commence par le premier Janvier, & à ce jour répond la lettre *A*; au ſecond jour la lettre *B*; au troiſieme jour la lettre *C*; & ainſi de ſuite juſqu'à la lettre *G*, qui répond au ſeptieme jour. On recommence enſuite le huitieme jour, où doit répondre la lettre *A*, comme auſſi la lettre *B* au neuvieme, la lettre *C* au dixieme, & ainſi de ſuite en recommençant ſelon la ſuite des lettres : d'où l'on voit que chaque jour de l'année répond toujours à quelques-unes de ces lettres dans le Calendrier ; & qu'enfin la lettre *A* par où l'on a commencé, répondra néceſſairement au dernier jour de Décembre. En effet ſi l'on diviſe 365 jours par ſept, qui répond à une ſemaine, on aura au quotient 52 ſemaines & un jour de plus. Or s'il n'y avoit ce jour de ſurplus, il eſt évident que toutes les années commenceroient préciſément par le même jour de la ſemaine ; & que tel jour d'un mois, par exemple, tomberoit tous les ans ſur un même jour fixe ou déterminé de la ſemaine. Mais puiſqu'il y a donc, outre les 52 ſemaines complettes dans chaque année, un jour de plus, il arrive de là que par quelque jour de la ſemaine que ce ſoit qu'ait commencé une année, elle doit finir de néceſſité par le même, & que le premier jour de l'année ſuivante commencera par celui qui ſuit immédiatement. Ainſi dans une année commune, de 365 jours comme nous l'entendons ici, lorſque le premier jour eſt un Dimanche, le dernier jour de l'année ſera auſſi un Dimanche, & le premier de l'année ſuivante ſera un Lundi.

Des Lettres Dominicales.

Selon cette diſpoſition de lettres dans l'année commune dont nous venons de parler, il eſt évident que celle qui répondra au premier Dimanche du mois de Janvier, doit pendant tout le cours de l'année indiquer ou répondre au Dimanche, enſorte qu'à quels quantiemes que ce ſoit que tombe cette lettre dans les autres mois, ces jours ſeront toujours ceux du Dimanche, & par là cette lettre pourra donc être nommée la Lettre Dominicale pour cette année. Il en eſt de même des autres Lettres, puiſque celle qui vient à tomber au premier Lundi du mois de Janvier d'une année, doit ſe retrouver dans le Calendrier vis-à-vis de tous les Lundis de la même année, & les indiquera par un moyen auſſi ſimple & auſſi naturel.

Si le premier jour de Janvier étoit un Dimanche auquel répondroit la lettre *A*, le dernier jour de la même année ſeroit encore un Dimanche, comme on l'a déja fait voir; & partant l'année ſuivante commenceroit par un Lundi, & le Dimanche tomberoit donc au ſeptieme jour vis-à-vis la lettre *G*: ainſi cette derniere ſeroit la lettre Dominicale pendant la ſeconde année. Et parce que quand l'année commence par un Lundi, elle finit auſſi par un Lundi; le premier jour de l'année qui ſuit, ſera donc un Mardi, & le premier Dimanche de celle-ci tombera au ſixieme jour du mois de Janvier, vis-à-vis la lettre *F* dans le Calendrier. Ainſi raiſonnant toujours de la même maniere, la lettre Dominicale de l'année ſuivante ſera *E*, de telle ſorte que ces lettres Dominicales doivent toujours rétrograder ſans interrompre le même ordre dans lequel elles ont été établies, c'eſt-à-dire, qu'elles rétrograderont ſelon G, F, E, D, C, B, A. Dans les Calendriers qu'on publie chaque année, & qu'on appelle *Almanachs** du mot Arabe, on a ſoin d'écrire toujours la lettre Dominicale par une majuſcule, ou lettre capitale, afin qu'on puiſſe plus facilement connoître celle qui répond à cette année-là, & appercevoir, pour ainſi-dire, du premier coup d'œil tous les Dimanches de l'année.

* *Etrennes qui étoient des eſpeces d'Ephémérides.*

Or ſi toutes les années étoient Egyptiennes, ou de 365 jours ſeulement, il eſt certain qu'après ſept années les mêmes jours du mois répondroient comme auparavant aux mêmes jours de la ſemaine. Mais à cauſe que nous faiſons chaque quatrieme année Biſſextile, ou de 366 jours, cet ordre eſt interrompu, puiſqu'outre les 52 ſemaines, il y a pour lors deux jours de plus. On voit donc en ce cas que ſi l'année commence par un Dimanche, elle finira par un Lundi; & que le premier de l'année ſuivante, c'eſt-à-dire, immédiatement après cette année Biſſextile, ſera un Mardi; qu'enfin le premier Dimanche tombera vis-à-vis le ſixieme jour du mois, & répondra pour lors à la lettre F, qui ſera par conſéquent la lettre Dominicale pendant cette même année qui ſuit la Biſſextile. Il arrive donc qu'à chaque Biſſextile qui revient tous les quatre ans, l'ordre des lettres Dominicales eſt interrompu, ou qu'il ne revient qu'après 28 ans, ou quatre fois ſept années.

Du Cycle Solaire.

Voilà l'origine de ce cycle de 28 ans, qu'on nomme *Cycle Solaire* après lequel tems écoulé les jours de l'année ſe retrouvent préciſément aux mêmes jours de la ſemaine. Dans ce cycle toutes les années Biſſextiles ont deux lettres Dominicales, dont la premiere ne ſert que juſqu'au 24. Fevrier, ou juſqu'au 25. qui eſt intercalaire; l'autre indique tous les Dimanches du reſte de l'année. Dans l'année Biſſextile le 24. Fevrier & le 25. ſont

regardés

regardés comme un même jour, & l'un & l'autre est marqué par la même lettre *F*: ainsi l'ordre des lettres étant interrompu, les mêmes qu'auparavant n'indiquent plus les jours semblables de la semaine. Par exemple, si la lettre Dominicale est d'abord la lettre *E*, le 24. Fevrier sera un Lundi, & le 25. un Mardi: l'un & l'autre cependant seront désignés par la même lettre *F*, ensorte que la lettre suivante *G*, qui depuis le commencement de l'année indiquoit le Mardi, répondra dans tout le reste de l'année au Mercredi; & comme le premier du mois de Mars sera un Dimanche auquel répondra la lettre *D* dans le Calendrier, cette lettre sera donc ainsi Dominicale pendant tout le reste de l'année.

Au reste il faut sçavoir qu'on a établi qu'une année Bissextile seroit la premiere du cycle Solaire, & que les lettres Dominicales qui lui répondent seroient *G* & *F*. Celle de la seconde année du cycle est *E*, de la troisieme *D*, de la quatrieme *C*: mais la cinquieme année du cycle étant Bissextile, aura pour lettres Dominicales *B* & *A*, & ainsi de suite. La Table suivante fait voir quelle est la lettre Dominicale qui répond à chacune des années du cycle Solaire.

1	*GF*	5	*BA*	9	*DC*	13	*FE*	17	*AG*	21	*CB*	25	*ED*
2	*E*	6	*G*	10	*B*	14	*D*	18	*F*	22	*A*	26	*C*
3	*D*	7	*F*	11	*A*	15	*C*	19	*E*	23	*G*	27	*B*
4	*C*	8	*E*	12	*G*	16	*B*	20	*D*	24	*F*	28	*A*

Pour découvrir l'année du cycle Solaire qui répond à une année quelconque de l'Ere Chrétienne, on ajoutera le nombre 9 à l'année proposée, parce qu'au tems de la premiere année de Jesus-Christ, neuf années du cycle Solaire s'étoient écoulées: ensuite divisant cette somme par 28, le quotient désignera le nombre des cycles écoulés depuis la premiere année du cycle Solaire qui précede Jesus-Christ, jusqu'à l'année proposée; & le

HHhh

reste du dividende sera le cycle Solaire de l'année courante que l'on cherche. Enfin s'il ne restoit rien après la division, ce seroit une marque que l'année proposée est la vingt-huitieme du cycle.

Outre les Fêtes de l'année fixées à certains jours marqués, il y a d'autres Fêtes qu'on nomme mobiles, parce qu'à chaque année elles ne répondent plus aux mêmes jours, & que par conséquent elles ne sont plus assujetties au mouvement du Soleil, mais qu'elles dépendent du mouvement de la Lune. Telle est la *Fête de Pâque*, instituée chez les Juifs par le commandement de Dieu, & à laquelle a succédé parmi nous la *Pâque Chrétienne*, en mémoire de la Résurrection de Notre Seigneur. Or selon ce qui est dit au *Chapitre* 13. *du Lévitiq.* Dieu a ordonné qu'on célébreroit la Pâque le premier mois, & le soir du quatorzieme jour. Mais l'année des Juifs étant Lunaire, & de plus embolismique, avoit été tellement reglée, qu'on nommoit le premier mois, celui dont le quatorzieme jour, où la Pleine Lune, tomboit, soit au jour même de l'Equinoxe, soit immédiatement après. L'Eglise Chrétienne n'a pas cru devoir s'éloigner beaucoup de cette Regle. Elle n'a pas voulu seulement que la Pâque fût célébrée le quatorzieme jour, mais le Dimanche * qui suit immédiatement ce quatorzieme jour, s'étant principalement fondée sur ce que Notre Seigneur est ressuscité le Dimanche immédiatement après la Pâque des Juifs.

Comment on doit déterminer le tems auquel on doit célébrer la Pâque.

Maintenant pour déterminer le tems auquel on doit célébrer la Pâque, il faut d'abord établir le tems de l'Equinoxe, qu'on s'imaginoit devoir toujours arriver vers le 21 Mars, lequel jour fut fixé pour cet effet constamment au 21. du même mois de l'année Julienne. Comme on ne songeoit pas alors que l'Equinoxe pût jamais s'en

* Cela fut décidé au Concile de Nicée, tenu l'an 325. de l'Ere Chrétienne.

écarter, le Calendrier Eccléſiaſtique fut donc conſtruit ſuivant cette ſuppoſition : d'ailleurs on avoit réſolu d'appeller *premier mois* ou *mois Paſchal*, celui dont le quatorzieme jour tomberoit ou le jour même de l'Equinoxe, c'eſt-à-dire, au 21. de Mars, ou le jour qui ſuivroit immédiatement. Mais les mois des Juifs étant Lunaires, & le quatorzieme jour du mois étant, comme nous l'avons dit, celui qui précédoit le jour de la Pleine Lune ; pour célébrer la Pâque il falloit avoir égard au mouvement de la Lune, & s'en ſervir pour déterminer les tems des Nouvelles & Pleines Lunes. Les Juifs n'avoient point d'autres regles que celle de l'obſervation. Ils attendoient ſoigneuſement que la Lune fût à ſon lever héliaque, ou parût pour la premiere fois hors des rayons du Soleil, un peu après le coucher de cet Aſtre, enſorte qu'ils appelloient ce jour-là le premier jour de la Lune. Mais l'Egliſe Chrétienne aſſemblée avoit réſolu que l'on compteroit les Lunaiſons par le moyen du cycle de Meton, lequel cycle remet toutes les Lunaiſons variables au même jour après une Période de 19 ans. On voit par là que l'ancienne Egliſe avoit reçu cet autre cycle dans ſon Calendrier : elle s'en eſt ſervie juſques vers la fin du ſeizieme ſiecle, comme de regle unique pour déterminer les Lunaiſons.

Les Juifs ont toujours déterminé le premier jour du mois Lunaire par obſervation.

Mais les Chrétiens ſe ſervoient uniquement du nombre d'or ou cycle de Meton.

Le *Cycle de Meton*, ainſi appellé du nom de Meton ſon inventeur, eſt véritablement le cycle Lunaire ou Période de 19 années, après laquelle les Nouvelles & Pleines Lunes moyennes reviennent préciſément aux mêmes jours du mois. Ainſi à quelque jour que ce ſoit que les Nouvelles & Pleines Lunes arrivent dans une certaine année, on peut être aſſuré qu'après 19 ans écoulés, ces Nouvelles & Pleines Lunes tomberont encore aux mêmes jours du mois, & même (ſelon l'opinion de Meton, adoptée par les Peres de la primitive Egliſe)

Ce que c'eſt que le nombre d'or, ou cycle de Meton.

qu'elles répondront aux mêmes heures & minutes des jours correſpondans. Cette opinion, autrefois générale, a été cauſe que du tems du Concile de Nicée (lorſqu'il fallut décider authentiquement dans quel tems on célébreroit la Pâque) on crut devoir n'adopter d'autre regle que celle qui réſulte du cycle Lunaire, qui pour cet effet fut ſuivie dans le Calendrier.

Il faut avouer auſſi * que les Anciens avoient une ſi grande idée de la commodité & de l'excellence de ce cycle, qu'ils le firent graver en lettres d'or, & c'eſt de là qu'on a appellé *Nombre d'or*, le nombre du cycle de Meton qui répond à chaque année propoſée.

On pouvoit le fixer chaque année par obſervation, ou en ſe ſervant des Tables Aſtronomiques.

Voici donc de quelle maniere les nombres d'or répondoient aux jours du Calendrier, ou du moins de quelle maniere ils ont dû y répondre. Ayant pris une année quelconque pour le commencement du cycle, & faiſant enſorte que le nombre d'or I lui réponde ; il ne s'agiſſoit plus que de trouver par obſervation les jours de chaque mois auſquels arrivoient les Nouvelles Lunes, & marquer vis-à-vis des jours de cette même année-là le caractere I. Or parce que les Nouvelles Lunes ſeroient arrivées, par exemple, au 23. Janvier, 21. Fevrier, 23. Mars, 21. Avril, 21. Mai, 19. Juin, & ainſi de ſuite, on auroit donc mis dans la colonne du cycle Lunaire vis-à-vis ces jours-là, le nombre I: mais l'année ſuivante obſervant de même les Nouvelles Lunes, il falloit mettre encore, ainſi que le pratiquoient les Anciens, le nombre II dans la colonne du cycle Lunaire ou nombre d'or, vis-à-vis les jours de chaque obſervation, ſçavoir, vis-à-vis le 12. Janvier, le 10. Fevrier, le 12.

* L'erreur d'environ 11 minutes qu'on n'avoit pas encore reconnue dans l'année Julienne, & celle qu'on a remarquée dans la Période de Meton, étant conſtatées, on eſt enfin convenu que les deux cycles, Solaires & Lunaires étoient vicieux, & ne pouvoient ſervir de regle conſtante pour calculer le jour de la Pâque conformément aux obſervations & aux décrets du Concile de Nicée.

Mars, le 10. Avril, & ainsi de suite. De même la troisieme année il a fallu mettre le caractere III vis-à-vis des jours ausquels les Nouvelles Lunes ont été observées, & ainsi de suite les autres années, jusqu'à ce que le cycle entier de 19 ans fût achevé. Cependant au lieu de l'observation de la premiere phase du Croissant, il auroit été beaucoup plus sûr (car c'est-là ce que l'on auroit pû pratiquer de plus exact) d'employer pour la disposition de ces nombres les Tables Astronomiques, en calculant pour chaque mois, & par conséquent pour chaque année du cycle Lunaire, les Nouvelles Lunes moyennes, & marquant les caracteres ci-dessus vis-à-vis les jours ausquels on trouve qu'elles ont dû arriver. Mais de quelque maniere qu'on s'y soit pris, il est certain que le mois Lunaire Astrononomique étant de 29 jours $12^h\ 44'\ 3''$; comme le vulgaire ne sçauroit distinguer ces petites quantités qui suivent le nombre de jours, on a été obligé de supposer alternativement les mois Lunaires d'un certain nombre de jours entiers, comme de 30 & 29 jours, dont ceux-ci se nomment creux ou simples, & ceux-là pleins, & cela pour satisfaire pleinement aux 29 jours 12 heures du mois Astronomique. Enfin parce qu'outre ces 29 jours 12 heures, ou 29 jours & demi, nous avons encore 44', ou presque trois quarts d'heure de surplus dans chaque Lunaison, il doit s'ensuivre qu'au bout de 32 Lunaisons la somme de ces minutes accumulées, vaudra un jour entier. Ce jour doit donc s'ajouter à un des mois simples, & c'est ainsi que les Lunaisons du Calendrier peuvent s'accorder avec les Lunaisons observées dans le Ciel, ou déterminées par les Tables Astronomiques.

Pourquoi on suppose les mois Lunaires alternativement de 29 & de 30 jours.

Présentement si l'année du cycle Lunaire est donnée l'on aura par le moyen du Calendrier Ecclésiastique les jours des Nouvelles Lunes pendant le reste de cette même année; car dans chaque mois le nombre d'or ou du cycle désignera le jour auquel arrive la Nouvelle Lune moyenne, de sorte qu'en y ajoutant 14 jours, on aura celui de la Pleine Lune.

Erreur de Meton & des Auteurs des anciens Calendriers, dans la supposition du Nombre d'or.

On croyoit anciennement que le cycle de dix-neuf ans comprenoit exactement 235 Lunaisons, & qu'après une révolution des années du cycle Lunaire, non-seulement les Nouvelles Lunes revenoient aux mêmes jours de chaque mois, mais aussi aux mêmes heures. Mais la chose bien examinée ne s'est pas trouvée véritable; car dans l'espace de 19 années Juliennes, il y a 6939 jours 18 heures; & s'il est certain, selon les plus exactes observations des Astronomes modernes, que chaque Lunaison soit de $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$, il s'ensuit que 235 Lunaisons répondroient à $6939^j\ 16^h\ 31'\ 45''$. Il n'est donc pas vrai de dire que 235 Lunaisons répondent exactement à 19 années Juliennes; mais il s'en faut environ une heure & demie. Ainsi les Nouvelles Lunes, après 19 années écoulées, n'arriveront pas précisément à la même heure qu'auparavant, mais environ une heure & demie plutôt; de maniere que dans l'espace de 304 ans les Nouvelles Lunes anticiperont d'un jour dans l'année Julienne. Le nombre d'or suffit donc seulement pour marquer assez bien les Nouvelles Lunes dans l'espace de 300 ans, sans que l'erreur monte à plus d'un jour, ou vingt-quatre heures: & lorsque les Peres du Concile de Nicée résolurent d'adopter dans leur Calendrier le cycle de 19 ans, ce cycle marquoit pour lors assez

* Il ne faut pas confondre le Nombre d'or, ou Cycle Lunaire de Meton, avec la Période ou *Saros* Caldaïque, qui ne contient que 223 Lunaisons. Cette Période ou Saros étant de 18 ans & environ 11 jours, ramene les Eclipses à peu près dans les mêmes points, soit du Ciel, soit de l'argument annuel; au lieu qu'il s'en faut bien que les Pleines Lunes qui arrivent aux mêmes jours tous les 19 ans, se retrouvent dans une position semblable, tant à l'égard du nœud, que de l'anomalie moyenne, le lieu de l'Apogée de la Lune étant d'ailleurs dirigé bien différemment à l'égard de la ligne qui doit passer par le Soleil.

bien les Nouvelles Lunes, ce qui se continuoit à peu près de même pendant quelques centaines d'années. Mais depuis, comme ces Lunaisons ont anticipé d'un jour de 304 en 304 ans, elles arrivent aujourd'hui cinq jours plutôt que dans le Calendrier établi du tems du Concile de Nicée; ou, ce qui revient au même, les Nouvelles Lunes célestes anticipent de cinq jours celles qui résultent du Nombre d'or de l'ancien Calendrier Ecclésiastique. Malgré ces difficultés l'Eglise Anglicane a conservé l'ancienne méthode de calculer les Nouvelles Lunes par les Nombres d'or *, tels qu'ils ont été reçus dans le Calendrier du tems du Concile de Nicée; & ces Nouvelles Lunes ainsi calculées, se nomment *Ecclesiastiques*, pour les distinguer des véritables. Enfin la Table générale & perpétuelle dont on se sert dans la Liturgie en Angleterre, a été calculée pour le tems de Pâques par le moyen de ces Nombres d'or, selon les différente lettres Dominicales.

* *Les Epactes du Calendrier Grégorien qui ont été substituées au Nombre d'or, n'étant pas non plus assez exactes.*

Comment on peut calculer le Nombre d'or pour une année proposée.

On ne doit pas négliger d'avertir ici que la premiere année de l'Ere Chrétienne répondoit au nombre d'or 2, c'est-à-dire, que le cycle Lunaire a dû commencer sa période l'année qui a précédé immédiatement la Naissance de Jesus-Christ. C'est pourquoi si à une année courante quelconque on ajoute 1, & qu'on divise la somme par 19, en négligeant le quotient, ce qui reste sera le nombre d'or de cette année-là.

D'un autre côté si on multiplie les cycles Lunaires & Solaires, l'un par l'autre, il en résultera une troisieme Période de 532 ans, laquelle a été appellée *Dionysienne* *, du nom de Denys le Petit son inventeur. Ce cycle contient donc une somme d'années, lesquelles étant révolues, non-seulement les Nouvelles & Pleines Lunes, reviennent à très-peu près aux mêmes jours du mois; mais aussi chaque jour du mois se retrouve précisément

* *Victoriana.*

Le grand Cycle Paſchal.

aux mêmes jours de la ſemaine. En un mot les lettres Dominicales & les Fêtes mobiles reparoiſſent dans le même ordre qu'auparavant : c'eſt auſſi ce qui a fait donner à ce cycle le nom de Grand Cycle Paſchal.

Si l'on propoſe donc pour une année quelconque de l'Ere Chrétienne, de découvrir l'année correſpondante de la Période Dionyſienne, on ajoutera le nombre 457 à l'année courante, & diviſant la ſomme par 532, on négligera le quotient, & le reſte ſera le nombre qui indique l'année de la période qu'on cherche.

On peut propoſer auſſi un Probleme d'un autre genre, ſçavoir, étant données les années des cycles Solaire & Lunaire, trouver l'année de la Période Dionyſienne. Par exemple, ſoit donnée l'année 17 du cycle Lunaire, & l'année 21 du cycle Solaire, on demande quel eſt le nombre qui, diviſé par 19, donnera, en négligeant le quotient, le nombre 17 pour reſte, & de plus qui diviſé par 28, donnera, ſans avoir égard au quotient, le nombre 21 pour reſte. Or pour trouver ce nombre il en faut chercher deux autres, dont l'un ſoit multiple du nombre 28, mais qui étant diviſé par 19, donne, outre le quotient, le nombre 17 pour reſte, & dont l'autre ſoit auſſi multiple du nombre 19, mais étant diviſé par 28, donne outre le quotient, le nombre 21 pour reſte. Car il eſt clair que la ſomme de ces deux nombres ſatisfera à la queſtion propoſée.

Pour découvrir ces deux nombres par l'analyſe, ſuppoſons que le premier ſoit $28x$, qui eſt multiple du nombre 28 ; & parce que ce multiple étant diviſé par 19, donne, outre le quotient, le nombre 17 pour reſte ; ôtons ce nombre 17 de $28x$, & le reſte ſera un multiple du nombre 19 ; & partant 19 ſera un diviſeur de $28x - 17$. Mais le nombre 19 eſt auſſi diviſeur de $19x$; ce nombre 19 ſera donc auſſi diviſeur de la différence des nombres, ſçavoir

ſçavoir, $9x-17$, ainſi ce dernier ſera un multiple du nombre 19. Soit maintenant $9x-17=19n$ (n exprimant un nombre entier) on aura $x=\frac{19n+17}{9}$. C'eſt pourquoi x étant un nombre entier, 9 ſera un diviſeur de $19n+17$. Mais le même nombre 9 eſt auſſi diviſeur de $18n+9$; il s'enſuit donc que ce nombre 9 ſera diviſeur de $n+8$, & partant $\frac{n+8}{9}$ eſt un nombre entier : ſoit donc $n=1$, & l'on aura x égal à 4; d'où il ſuit que $28x=112$, ſera le premier des deux nombres qu'on cherche.

Soit auſſi le ſecond nombre $19y$, puiſqu'il eſt multiple de 19, il s'enſuit donc que $\frac{19y-21}{28}$ ſera un nombre entier, & qu'ainſi $19y-21=28n$, d'où l'on tire $y=\frac{28n+21}{19}$. C'eſt pourquoi puiſque le nombre 19 diviſe auſſi $19n+19$, il ſera par conſéquent diviſeur de $9n+2$; d'où l'on doit conclure que $\frac{9n+2}{19}$ eſt un entier qu'on peut ſuppoſer égal à p, & l'on aura l'équation $9n+2=19p$, ou $n=\frac{19p-2}{9}$. Mais puiſque 9 diviſe $18p$ ſans reſte, il ſera par conſéquent diviſeur de $p-2$, & partant $\frac{p-2}{9}$ eſt un nombre entier ou égal à zéro: ſuppoſons-le égal à zéro, on aura $p=2$ & $n=\frac{19p-2}{9}=4$, & partant $19y=28n+21=133$. Ainſi l'un des deux nombres étant 112, & l'autre 133, leur ſomme 245 doit ſatisfaire à la queſtion propoſée, c'eſt-à-dire que toutes les fois que le cycle Solaire ſera 21, & le nombre d'or ou cycle Lunaire 17, l'année correſpondante de la période Dionyſienne ſera 245.

Le même probleme peut encore ſe réſoudre en y employant deux quantités multiples déterminées & conſtantes, c'eſt-à-dire, qui ſoient telles que l'une puiſſe être diviſée ſans reſte par 28, mais qu'étant diviſée par 19, &

négligeant le quotient, le reste soit 1. Semblablement que l'autre quantité puisse être divisée sans reste par 19, mais qu'étant divisée par 28, le reste soit 1. Ces deux quantités pourront être trouvées de la même maniere que ci-dessus. Car supposant la premiere quantité égale à $28x$, & l'autre égale à $19y$, puisque le nombre 19 doit diviser sans reste $28x - 1$, il s'ensuit qu'il divisera aussi sans reste $9x - 1$: faisant donc $\frac{9x-1}{19} = n$, on aura $x = \frac{19n+1}{9}$, & partant $\frac{n+1}{9}$ sera un nombre entier, & le plus petit nombre qui puisse être pris pour n sera 8. C'est pourquoi si $n = 8$, on aura $x = \frac{19n+1}{9} = 17$; d'où l'on voit que la premiere quantité qu'on a fait égale à $28x$, a dû être 476. Soit aussi $\frac{19y-1}{28} = n$, on aura $y = \frac{28n+1}{19}$: faisant donc $\frac{9n+1}{19} = p$, on aura $n = \frac{19p-1}{9}$, & partant $\frac{p-1}{9}$ sera ou un nombre entier, ou $= 0$. Si l'on a donc $p - 1 = 0$, il s'ensuit que $p = 1$ & $n = \frac{19p-1}{9} = 2$, d'où l'on voit que $19y = 28n + 1 = 57$. Ainsi les deux quantités que l'on cherche étant 476 & 57, il est évident qu'en mulpliant 476 par quelque nombre que ce soit, pourvû qu'il soit moindre que 19, si l'on divise ensuite le produit par 19, négligeant le quotient, le reste sera le nombre qui multiplie 476. Semblablement si $\frac{19y-1}{28} = 17$, on aura $y = \frac{28n+1}{19}$: soit donc $\frac{9n+1}{19} = p$, donc $n = \frac{19p-1}{9}$ & $\frac{p-1}{9}$ sera un nombre entier ou égal à zéro. Si $p - 1 = 0$, on a $p = 1$ & $n = \frac{19p-1}{9} = 2$; d'où l'on voit que $19y = 28n + 1 = 57$. C'est pourquoi les nombres que l'on cherche sont 476 & 57 : & parce que divisant 476 par 19, il reste 1, il s'ensuit que si l'on multiplie 476 par un nombre quelconque moindre que 19, & si l'on divise ensuite le produit par 19, négligeant le quotient, le reste ſera le nombre qui multiplie 476. De même parce que diviſant 57 par 28, le reſte eſt 1, ſi l'on multiplie 57 par un nombre quelconque plus petit que 28, & ſi l'on diviſe le produit par 28, le reſte ſera le nombre dont on s'eſt ſervi pour multiplier.

On tire de là une regle générale pour découvrir l'année de la période Dionyſienne, telle qu'il ſuit.

Regle pour trouver l'année de la Période Dionyſienne.

Il faut multiplier le nombre du cycle Solaire par 57; & le nombre du cycle Lunaire par 476; car la ſomme des produits étant diviſée par 532, ſi l'on néglige le quotient, le reſte ſera le nombre qui indiquera l'année de la période Dionyſienne.

Outre les cycles Solaires & Lunaires, il y a encore un autre cycle qu'on nomme l'*Indiction Romaine*, parce qu'il étoit d'uſage à Rome du tems des Empereurs & dans les Actes ſignés par les Céſars ou Pontifes. Ce cycle n'a aucun rapport aux mouvemens céleſtes, ce n'eſt ſeulement qu'une période de 15 ans, laquelle étant achevée étoit ſuivie d'une autre qui recommençoit. Or l'année qui a précédé la Naiſſance de Jeſus-Chriſt, le nombre de l'Indiction étoit 3 : ainſi ajoutant 3 à l'année de l'Ere Chrétienne, & diviſant enſuite par 15, le reſte ſera connoître l'année de l'Indiction.

De la Période Julienne.

En multipliant les trois cycles Solaire, Lunaire, & de l'Indiction, on a pour produit la Période Julienne de 7980 ans. Cette période commence 764 ans avant la Création du Monde, & n'étant pas encore achevée, il eſt évident qu'elle doit renfermer tous les évenemens qui ſont arrivés ſur la Terre, & tous les faits hiſtoriques, enſorte qu'il ne peut y avoir qu'une année dans toute cette période qui réponde aux mêmes nombres des trois cycles dont elle eſt compoſée. C'eſt pourquoi ſi les Hiſtoriens avoient eu ſoin de marquer dans leurs Annales les cycles de chaque année, il n'y auroit plus d'incertitude dans les Epoques ni dans la Chronologie.

Maniere de trouver l'année de la Période Julienne.

L'année qui a précédé immédiatement l'Ere Chrétienne, étoit la 4713 de la Période Julienne: ainsi étant donnée l'année de l'Ere Chrétienne*, on trouvera l'année de la Période Julienne en y ajoutant 4713, car la somme sera l'année de cette Période: au contraire si l'on retranche de l'année de la Période Julienne le nombre 4713, le reste fera connoître l'année de l'Ere Chrétienne.

PROBLEME.

Etant donnée l'année du cycle Solaire, celle du cycle Lunaire & de l'Indiction, on propose de trouver l'année de la Période Julienne. Ce Probleme se peut résoudre de la même maniere que celui de la Période Dionysienne dont on a donné la solution ci-dessus, c'est-à-dire, en déterminant trois nombres qui soient tels que le premier soit multiple des nombres 19 & 15 (ou de 285, qui est leur produit) mais qu'étant divisé par 28, le reste soit le nombre du cycle Solaire; que le second soit multiple des nombres 28 & 15, ou de leur produit 420, mais qu'étant divisé par 19, le reste soit le nombre du cycle Lunaire; qu'enfin le troisieme soit multiple des nombres 28 & 19, mais qu'étant divisé par 15, le reste soit le nombre du cycle de l'Indiction. Or si la somme de ces nombres est plus petite que 7980, ce sera l'année de la Période Julienne que l'on cherche. Mais si elle est plus grande, on la divisera par 7980; & négligeant le quotient, le reste sera le nombre de la Période Julienne.

Ce Probleme peut encore se résoudre en y employant trois Multiplicateurs constans & déterminés, de maniere que le premier soit multiple du nombre 285, mais qu'é-

* Quelques Auteurs dans leurs Tables Astronomiques, ou dans leurs Ephémérides, comptent les années selon cette Période; mais quoique Kepler & Bouillaud en aient fait usage, cependant c'est dans l'Astronomie de Mercator publiée en 1676. qu'on s'en sert uniquement: cet Auteur a publié outre les Tables du Soleil & de la Lune de Tycho, celles des Planetes de Kepler sous une forme qu'il a jugée plus commode que les Rudolphines, en réduisant les minutes & secondes de degré en décimales du cercle.

tant divisé par 28, le reste soit 1; que le second soit multiple du nombre 420, mais qu'étant divisé par 19, le reste soit 1; qu'enfin le troisieme soit multiple du nombre 532, mais qu'étant divisé par 15 le reste soit 1. Ces nombres se peuvent découvrir de la même maniere qu'il a été enseigné dans la solution du Probleme, qu'on a donnée au sujet de la Période Dionysienne, & l'on doit trouver 4845, 4200, 6916. C'est pourquoi étant une fois connus, la regle générale pour trouver les années de la Période Julienne, les cycles étant donnés, est celle qui suit.

Regle pour trouver l'année de la Période Julienne.

On multipliera le nombre 4845 par le nombre du cycle Solaire, le nombre 4200 par le nombre du cycle Lunaire, & le nombre 6916 par l'année de l'Indiction. Ensuite on divisera la somme des trois produits par 7980, & négligeant le quotient, le reste sera l'année de la Période Julienne. Exemple : soit pour l'année 1718 le nombre du cycle Solaire 19, celui du cycle Lunaire 9, & de l'Indiction 11. Si l'on multiplie 4845 par 19, le produit sera 92055 : de même si l'on multiplie 4200 par 9, le produit sera 37800 : enfin multipliant 6916 par 11, le produit sera 76076. Or la somme des produits est 205931, qui étant divisée par 7980, négligeant le quotient, le reste sera 6431, qui a dû être l'année de la Période Julienne.

M.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
S.	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720	780	840
0		17782	14771	13010	11761	10792	10000	9331	8751	8239	7782	7368	6990	6642	6320
1	35563	17710	14735	12986	11743	10777	9988	9320	8742	8231	7774	7361	6984	6637	6315
2	32553	17639	14699	12962	11725	10763	9976	9310	8733	8223	7767	7354	6978	6631	6310
3	30792	17570	14664	12939	11707	10749	9964	9300	8724	8215	7760	7348	6972	6625	6305
4	29542	17501	14629	12915	11689	10734	9952	9289	8715	8207	7753	7341	6966	6620	6300
5	28573	17434	14594	12891	11671	10720	9940	9279	8706	8199	7745	7335	6960	6614	6294
6	27782	17368	14559	12868	11654	10706	9928	9269	8697	8191	7738	7328	6954	6609	6289
7	27112	17302	14525	12845	11636	10692	9916	9259	8688	8183	7731	7322	6948	6603	6284
8	26532	17238	14491	12821	11619	10678	9905	9249	8679	8175	7724	7315	6942	6598	6279
9	26021	17175	14457	12798	11601	10663	9893	9238	8670	8167	7717	7309	6936	6592	6274
10	25563	17112	14424	12775	11584	10649	9881	9228	8661	8159	7710	7302	6930	6587	6269
11	25149	17050	14390	12753	11566	10635	9869	9218	8652	8152	7703	7296	6924	6581	6264
12	24771	16990	14357	12730	11549	10621	9858	9208	8643	8144	7696	7289	6918	6576	6259
13	24424	16930	14325	12707	11532	10608	9846	9198	8635	8136	7688	7283	6912	6570	6254
14	24102	16871	14292	12685	11515	10594	9834	9188	8626	8128	7681	7276	6906	6565	6248
15	23802	16812	14260	12663	11498	10580	9823	9178	8617	8120	7674	7270	6900	6559	6243
16	23522	16755	14228	12640	11481	10566	9811	9168	8608	8112	7667	7264	6894	6554	6238
17	23259	16698	14196	12618	11464	10552	9800	9158	8599	8104	7660	7257	6888	6548	6233
18	23010	16642	14165	12596	11447	10539	9788	9148	8591	8097	7653	7251	6882	6543	6228
19	22775	16587	14133	12574	11430	10525	9777	9138	8582	8089	7646	7244	6877	6538	6223
20	22553	16532	14102	12553	11413	10512	9765	9128	8573	8081	7639	7238	6871	6532	6218
21	22341	16478	14071	12531	11397	10498	9754	9119	8565	8073	7632	7232	6865	6527	6213
22	22139	16425	14040	12510	11380	10484	9742	9109	8556	8066	7625	7225	6859	6521	6208
23	21946	16372	14010	12488	11363	10471	9731	9099	8547	8058	7618	7219	6853	6516	6203
24	21761	16320	13979	12467	11347	10458	9720	9089	8539	8050	7611	7212	6847	6510	6198
25	21584	16269	13949	12445	11331	10444	9708	9079	8530	8043	7604	7206	6841	6505	6193
26	21413	16218	13919	12424	11314	10431	9697	9070	8522	8035	7597	7200	6836	6500	6188
27	21249	16168	13890	12403	11298	10418	9686	9060	8513	8027	7590	7193	6830	6494	6183
28	21091	16118	13860	12382	11282	10404	9675	9050	8504	8020	7583	7187	6824	6489	6178
29	20939	16069	13831	12362	11266	10391	9664	9041	8496	8012	7577	7181	6818	6484	6173
30	20792	16021	13802	12341	11249	10378	9652	9031	8487	8004	7570	7175	6812	6478	6168
31	20649	15973	13773	12320	11233	10365	9641	9021	8479	7997	7563	7168	6807	6473	6163
32	20512	15925	13745	12300	11217	10352	9630	9012	8470	7989	7556	7162	6801	6467	6158
33	20378	15878	13716	12279	11201	10339	9619	9002	8462	7981	7549	7156	6795	6462	6153
34	20248	15832	13688	12259	11186	10326	9608	8992	8453	7974	7542	7149	6789	6457	6148
35	20122	15786	13660	12239	11170	10313	9597	8983	8445	7966	7535	7143	6784	6451	6143
36	20000	15740	13632	12218	11154	10300	9586	8973	8437	7959	7528	7137	6778	6446	6138
37	19881	15695	13604	12198	11138	10287	9575	8964	8428	7951	7522	7131	6772	6441	6133
38	19765	15651	13576	12178	11123	10274	9564	8954	8420	7944	7515	7124	6766	6435	6128
39	19652	15607	13549	12159	11107	10261	9553	8945	8411	7936	7508	7118	6761	6430	6123
40	19542	15563	13522	12139	11091	10248	9542	8935	8403	7929	7501	7112	6755	6425	6118
41	19435	15520	13495	12119	11076	10235	9532	8926	8395	7921	7494	7106	6749	6420	6113
42	19331	15477	13468	12099	11061	10223	9521	8917	8386	7914	7488	7100	6743	6414	6108
43	19228	15435	13441	12080	11045	10210	9510	8907	8378	7906	7481	7093	6738	6409	6103
44	19128	15393	13415	12061	11030	10197	9499	8898	8370	7899	7474	7087	6732	6404	6099
45	19031	15351	13388	12041	11015	10185	9488	8888	8361	7891	7467	7081	6726	6398	6094
46	18935	15310	13362	12022	10999	10172	9478	8879	8353	7884	7461	7075	6721	6393	6089
47	18842	15269	13336	12003	10984	10160	9467	8870	8345	7877	7454	7069	6715	6388	6084
48	18751	15229	13310	11984	10969	10147	9456	8861	8337	7869	7447	7063	6709	6383	6079
49	18661	15189	13284	11965	10954	10135	9446	8851	8328	7862	7441	7057	6704	6377	6074
50	18573	15149	13259	11946	10939	10122	9435	8842	8320	7855	7434	7050	6698	6372	6069
51	18487	15110	13233	11927	10924	10110	9425	8833	8312	7847	7427	7044	6692	6367	6064
52	18403	15071	13208	11908	10909	10098	9414	8824	8304	7840	7421	7038	6687	6362	6059
53	18320	15032	13183	11889	10894	10085	9404	8814	8296	7832	7414	7032	6681	6357	6055
54	18239	14994	13158	11871	10880	10073	9393	8805	8288	7825	7407	7026	6676	6351	6050
55	18159	14956	13133	11852	10865	10061	9383	8796	8279	7818	7401	7020	6670	6346	6045
56	18081	14918	13108	11834	10850	10049	9372	8787	8271	7811	7394	7014	6664	6341	6040
57	18004	14881	13083	11816	10835	10036	9362	8778	8263	7803	7387	7008	6659	6336	6035
58	17929	14844	13059	11797	10821	10024	9351	8769	8255	7796	7381	7002	6653	6331	6030
59	17855	14808	13034	11779	10806	10012	6341	8760	8247	7789	7374	6996	6648	6325	6025
60	17782	14771	13010	11761	10792	10000	9331	8751	8239	7782	7368	6990	6642	6320	6021

M.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
S.	900	960	1020	1080	1140	1200	1260	1320	1380	1440	1500	1560	1620	1680	1740
0	6021	5740	5477	5229	4994	4771	4559	4357	4164	3979	3802	3632	3468	3310	3158
1	6016	5736	5473	5225	4990	4768	4556	4354	4161	3976	3799	3629	3465	3307	3155
2	6011	5731	5469	5221	4986	4764	4552	4351	4158	3973	3796	3626	3453	3305	3153
3	6006	5727	5464	5217	4983	4760	4549	4347	4155	3970	3793	3623	3460	3 02	3150
4	6001	5722	5460	5213	4979	4757	4546	4344	4152	3967	3791	3621	3457	3300	3148
5	5997	5718	5456	5209	4975	4753	4542	4341	4149	3964	3788	3618	3454	3297	3145
6	5992	5713	5452	5205	4971	4750	4539	4338	4145	3961	3785	3615	3452	3294	3143
7	5987	5709	5447	5201	4967	4746	4535	4334	4142	3958	3782	3612	3449	3292	3140
8	5982	5704	5443	5197	4964	4742	4532	4331	4139	3955	3779	3510	3446	3289	3138
9	5977	5700	5439	5 93	4960	4739	4528	4328	4136	3952	3776	3607	3444	3287	3135
10	5973	5695	5435	5189	4956	4735	4525	4325	4133	3949	3773	3604	3441	3284	3133
11	5968	5691	5430	5185	4952	4732	4522	4321	4130	3946	3770	3601	3438	3282	3130
12	5963	5686	5426	5181	4949	4728	4518	4318	4127	3943	3768	3598	3436	3279	3128
13	5958	5682	5422	5177	4945	4724	4515	4315	4124	3940	3765	3596	3433	3276	3125
14	5954	5677	5418	5173	4941	4721	4511	4311	4120	3937	3762	3593	3431	3274	3123
15	5949	5673	5414	5169	4937	4717	4503	4308	4117	3934	3759	3590	3428	3271	3120
16	5944	5669	5409	5165	4933	4714	4505	4305	4114	3931	3756	3587	3425	3269	3118
17	5939	5664	5405	5161	4930	4710	4501	4302	4111	3928	3753	3585	3423	3266	3115
18	5935	5660	5401	5157	4926	4707	4498	4298	4108	3925	3750	3582	3420	3264	3113
19	5930	5655	5397	5153	4922	4703	4494	4295	4105	3922	3747	3579	3417	3261	3110
20	5925	5651	5393	5149	4918	4699	4491	4292	4102	3919	3745	3576	3415	3259	3108
21	5920	5646	5389	5145	4915	4696	4488	4289	4099	3917	3742	3574	3412	3256	3105
22	5916	5642	5384	5141	4911	4692	4484	4285	4096	3914	3739	3571	3409	3253	3103
23	5911	5637	5380	5137	4907	4689	4481	4282	4092	3911	3736	3568	3407	3251	3101
24	5906	5633	5376	5133	4903	4685	4477	4279	4089	3908	3733	3565	3404	3248	3098
25	5902	5629	5372	5129	4900	4682	4474	4276	4086	3905	3730	3563	3401	3246	3096
26	5897	5624	5368	5125	4896	4678	4471	4273	4083	3902	3727	3560	3399	3243	3093
27	5892	5620	5364	5122	4892	4675	4467	4269	4080	3899	3725	3557	3396	3241	3091
28	5888	5615	5359	5118	4889	4671	4464	4266	4077	3896	3722	3555	3393	3238	3088
29	5883	5611	5355	5114	4885	4668	4460	4263	4074	3893	3719	3552	3391	3236	3086
30	5878	5607	5351	5110	4881	4664	4457	4260	4071	3890	3716	3549	3388	3233	3083
31	5874	5602	5347	5106	4877	4660	4454	4256	4068	3887	3713	3546	3386	3231	3081
32	5869	5598	5343	5102	4874	4657	4450	4253	4065	3884	3710	3544	3383	3228	3078
33	5864	5594	5339	5098	4870	4653	4447	4250	4062	3881	3708	3541	3380	3225	3076
34	5860	5589	5335	5094	4866	4650	4444	4247	4059	3878	3705	3538	3378	3223	3073
35	5855	5585	5331	5090	4863	4646	4440	4244	4055	3875	3702	3535	3375	3220	3071
36	5850	5580	5326	5086	4859	4643	4437	4240	4052	3872	3799	3533	3372	3218	3069
37	5846	5576	5322	5082	4855	4939	4434	4237	4049	3869	3696	3530	3370	3215	3066
38	5841	5572	5318	5079	4852	4636	4430	4234	4046	3866	3693	3527	3967	3213	3064
39	5836	5567	5314	5075	4848	4632	4427	4231	4043	3863	3691	3525	3365	3210	3061
40	5832	5563	5310	5071	4844	4629	4424	4228	4040	3860	3688	3522	3362	3208	3059
41	5827	5559	5306	5067	4841	4625	4420	4224	4037	3857	3685	3519	3359	3205	3056
42	5823	5554	5302	5063	4837	4622	4417	4221	4034	3855	3682	3516	3357	3203	3054
43	5818	5550	5298	5059	4833	4618	4414	4218	4031	3852	3679	3514	3354	3200	3052
44	5813	5546	5294	5055	4830	4615	4410	4215	4028	3849	3677	3511	3351	3198	3049
45	5809	5541	5290	5051	4826	4611	4407	4212	4025	3846	3674	3508	3349	3195	3047
46	5804	5537	5285	5048	4822	4608	4404	4209	4022	3843	3671	3506	3346	3193	3044
47	5800	5533	5281	5044	4819	4604	4400	4205	4019	3840	3668	3503	3344	3190	3042
48	5795	5528	5277	5040	4815	4601	4397	4202	4016	3837	3665	3500	3341	3188	3039
49	5790	5524	5273	5036	4811	4597	4394	4199	4013	3834	3663	3497	3338	3185	3037
50	5786	5520	5269	5032	4808	4594	4390	4196	4010	3831	3660	3495	3336	3183	3034
51	5781	5516	5265	5028	4804	4590	4387	4193	4007	3828	3657	3492	3333	3180	3032
52	5777	5511	5261	5025	4800	4587	4384	4189	4004	3825	3654	3489	3331	3178	3030
53	5772	5507	5257	5021	4797	4584	4380	4186	4001	3822	3651	3487	3328	3175	3027
54	5768	5503	5253	5017	4793	4580	4377	4183	3998	3820	3649	3484	3325	3173	3025
55	5763	5498	5249	5013	4789	4577	4374	4180	3995	3817	3646	3481	3323	3170	3022
56	5758	5494	5245	5009	4786	4573	4370	4177	3991	3814	3643	3479	3320	3168	3020
57	5754	5490	5241	5005	4782	4570	4367	4174	3988	3811	3640	3476	3318	3165	3018
58	5749	5486	5237	5002	4778	4566	4364	4171	3985	3808	3637	3473	3315	3163	3015
59	5745	5481	5233	4998	4775	4563	4361	4167	3982	3805	3635	3471	3313	3160	3013
60	5740	5477	5229	4994	4771	4559	4357	4164	3979	3802	3632	3468	3310	3158	3010

M.	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
S.	1800	1860	1920	1980	2040	2100	2160	2220	2280	2340	2400	2460	2520	2580	2640	2700	2760
0	3010	2868	2730	2596	2467	2341	2218	2099	1984	1871	1761	1654	1549	1447	1347	1249	1154
1	3008	2866	2728	2594	2465	2339	2216	2098	1982	1869	1759	1652	1547	1445	1345	1248	1152
2	3005	2863	2725	2592	2462	2337	2214	2096	1980	1867	1757	1650	1546	1443	1344	1246	1151
3	3003	2861	2723	2590	2460	2335	2212	2094	1978	1865	1755	1648	1544	1442	1342	1245	1149
4	3001	2859	2721	2588	2458	2333	2210	2092	1976	1863	1754	1647	1542	1440	1340	1243	1148
5	2998	2856	2719	2585	2456	2331	2208	2090	1974	1862	1752	1645	1540	1438	1339	1241	1146
6	2996	2854	2716	2583	2454	2328	2206	2088	1972	1860	1750	1643	1539	1437	1337	1240	1145
7	2993	2852	2714	2581	2452	2326	2204	2086	1970	1858	1748	1641	1537	1435	1335	1238	1143
8	2991	2849	2712	2579	2450	2324	2202	2084	1968	1856	1746	1640	1535	1433	1334	1237	1141
9	2989	2847	2710	2577	2448	2322	2200	2082	1967	1854	1745	1638	1534	1432	1332	1235	1140
10	2986	2845	2707	2574	2445	2320	2198	2080	1965	1852	1743	1636	1532	1430	1331	1233	1138
11	2984	2842	2705	2572	2443	2318	2196	2078	1963	1850	1741	1634	1530	1428	1329	1232	1137
12	2981	2840	2703	2570	2441	2316	2194	2076	1961	1849	1739	1633	1528	1427	1327	1230	1135
13	2979	2838	2701	2568	2439	2314	2192	2074	1959	1847	1737	1631	1527	1425	1326	1229	1134
14	2977	2835	2698	2566	2437	2312	2190	2072	1957	1845	1736	1629	1525	1423	1324	1227	1132
15	2974	2833	2696	2564	2435	2310	2188	2070	1955	1843	1734	1627	1523	1422	1322	1225	1130
16	2972	2831	2694	2561	2433	2308	2186	2068	1953	1841	1732	1626	1522	1420	1321	1224	1129
17	2969	2828	2691	2559	2431	2306	2184	2066	1951	1839	1730	1624	1520	1418	1319	1222	1127
18	2967	2826	2689	2557	2429	2304	2182	2064	1950	1838	1728	1622	1518	1417	1317	1221	1126
19	2965	2824	2687	2555	2426	2302	2180	2062	1948	1836	1727	1620	1516	1415	1316	1219	1124
20	2962	2821	2685	2553	2424	2300	2178	2061	1946	1834	1725	1619	1515	1413	1314	1217	1123
21	2960	2819	2683	2551	2422	2298	2176	2059	1944	1832	1723	1617	1513	1412	1313	1216	1121
22	2958	2817	2681	2548	2420	2296	2174	2057	1942	1830	1721	1615	1511	1410	1311	1214	1119
23	2955	2815	2678	2546	2418	2294	2172	2055	1940	1828	1719	1613	1510	1408	1309	1213	1118
24	2953	2812	2676	2544	2416	2291	2170	2053	1938	1827	1718	1612	1508	1407	1308	1211	1116
25	2950	2810	2674	2542	2414	2289	2169	2051	1936	1825	1716	1610	1506	1405	1306	1209	1115
26	2948	2808	2672	2540	2412	2287	2167	2049	1934	1823	1714	1608	1504	1403	1304	1208	1113
27	2946	2805	2669	2538	2410	2285	2165	2047	1933	1821	1712	1606	1503	1402	1303	1206	1112
28	2943	2803	2667	2535	2408	2283	2163	2045	1931	1819	1711	1605	1501	1400	1301	1205	1110
29	2941	2801	2665	2533	2405	2281	2161	2043	1929	1817	1709	1603	1499	1398	1300	1203	1109
30	2939	2798	2663	2531	2403	2279	2159	2041	1927	1816	1707	1601	1498	1397	1298	1201	1107
31	2936	2796	2660	2529	2401	2277	2157	2039	1925	1814	1705	1599	1496	1395	1296	1200	1105
32	2934	2794	2658	2527	2399	2275	2155	2037	1923	1812	1703	1598	1494	1393	1295	1198	1104
33	2931	2792	2656	2525	2397	2273	2153	2035	1921	1810	1702	1596	1493	1392	1293	1197	1102
34	2929	2789	2654	2522	2395	2271	2151	2033	1919	1808	1700	1594	1491	1390	1291	1195	1101
35	2927	2787	2652	2520	2393	2269	2149	2032	1918	1806	1698	1592	1489	1388	1290	1193	1099
36	2924	2785	2649	2518	2391	2267	2147	2030	1916	1805	1696	1591	1487	1387	1288	1192	1098
37	2922	2782	2647	2516	2389	2265	2145	2028	1914	1803	1694	1589	1486	1385	1287	1190	1096
38	2920	2780	2645	2514	2387	2263	2143	2026	1912	1801	1693	1587	1484	1383	1285	1189	1095
39	2917	2778	2643	2512	2384	2261	2141	2024	1910	1799	1691	1585	1482	1382	1283	1187	1093
40	2915	2775	2640	2510	2382	2259	2139	2022	1908	1797	1689	1584	1431	1380	1282	1186	1091
41	2912	2773	2638	2507	2380	2257	2137	2020	1906	1795	1687	1582	1479	1378	1280	1184	1090
42	2910	2771	2636	2505	2378	2255	2135	2018	1904	1794	1686	1580	1477	1377	1278	1182	1088
43	2908	2769	2634	2503	2376	2253	2133	2016	1903	1792	1684	1578	1476	1375	1277	1181	1087
44	2905	2766	2632	2501	2374	2251	2131	2014	1901	1790	1682	1577	1474	1373	1275	1179	1085
45	2903	2764	2629	2499	2372	2249	2129	2012	1899	1788	1680	1575	1472	1372	1274	1178	1084
46	2901	2762	2627	2497	2370	2247	2127	2010	1897	1786	1678	1573	1470	1370	1272	1176	1082
47	2898	2760	2625	2494	2368	2245	2125	2009	1895	1785	1677	1571	1469	1368	1270	1174	1081
48	2896	2757	2623	2492	2366	2243	2123	2007	1893	1783	1675	1570	1467	1367	1269	1173	1079
49	2894	2755	2621	2490	2364	2241	2121	2005	1891	1781	1673	1568	1465	1365	1267	1171	1078
50	2891	2753	2618	2488	2362	2239	2119	2003	1889	1779	1671	1566	1464	1363	1266	1170	1076
51	2889	2750	2616	2486	2359	2237	2117	2001	1888	1777	1670	1565	1462	1362	1264	1168	1074
52	2887	2748	2614	2484	2357	2235	2115	1999	1886	1775	1668	1563	1460	1360	1262	1167	1073
53	2884	2746	2612	2482	2355	2233	2113	1997	1884	1774	1666	1561	1459	1359	1261	1165	1071
54	2882	2744	2610	2480	2353	2231	2111	1995	1882	1772	1664	1559	1457	1357	1259	1163	1070
55	2880	2741	2607	2477	2351	2229	2109	1993	1880	1770	1663	1558	1455	1355	1257	1162	1068
56	2877	2739	2605	2475	2349	2227	2107	1991	1878	1768	1661	1556	1454	1354	1256	1160	1067
57	2875	2737	2603	2473	2347	2225	2105	1989	1876	1766	1659	1554	1452	1352	1254	1159	1065
58	2873	2735	2601	2471	2345	2223	2103	1987	1875	1765	1657	1552	1450	1350	1253	1157	1064
59	2870	2732	2599	2469	2343	2220	2101	1986	1873	1763	1655	1551	1449	1349	1251	1156	1062
60	2868	2730	2596	2467	2341	2218	2099	1984	1871	1761	1654	1549	1447	1347	1249	1154	1061

M.	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	M.
S.	2820	2880	2940	3000	3060	3120	3180	3240	3300	3360	3420	3480	3540	3600	3660	3720	S.
0	1061	0969	0880	0792	0706	0621	0539	0458	0378	0300	0223	0147	0073	0000	9928	9858	0
1	1059	0968	0878	0790	0704	0620	0537	0456	0377	0298	0221	0146	0072	9999	9927	9856	1
2	1057	0966	0877	0789	0703	0619	0536	0455	0375	0297	0220	0145	0071	9998	9926	9855	2
3	1056	0965	0875	0787	0702	0617	0535	0454	0374	0296	0219	0143	0069	9996	9925	9854	3
4	1054	0963	0874	0786	0700	0616	0533	0452	0373	0294	0218	0142	0068	9995	9923	9853	4
5	1053	0962	0872	0785	0699	0615	0532	0451	0371	0293	0216	0141	0067	9994	9922	9852	5
6	1051	0960	0871	0783	0697	0613	0531	0450	0370	0292	0215	0140	0066	9993	9921	9851	6
7	1050	0959	0869	0782	0696	0612	0529	0448	0369	0291	0214	0139	0064	9992	9920	9849	7
8	1048	0957	0868	0780	0694	0610	0528	0447	0367	0289	0213	0137	0063	9990	9919	9848	8
9	1047	0956	0866	0779	0693	0609	0526	0446	0366	0288	0211	0136	0062	9989	9918	9847	9
10	1045	0954	0865	0777	0692	0608	0525	0444	0365	0287	0210	0135	0061	9988	9916	9846	10
11	1044	0953	0863	0776	0690	0606	0524	0443	0363	0285	0209	0134	0060	9987	9915	9845	11
12	1042	0951	0862	0774	0689	0605	0522	0442	0362	0284	0208	0132	0058	9986	9914	9844	12
13	1041	0950	0860	0773	0687	0603	0521	0440	0361	0283	0206	0131	0057	9984	9913	9842	13
14	1039	0948	0859	0772	0686	0602	0520	0439	0359	0282	0205	0130	0056	9983	9912	9841	14
15	1037	0947	0857	0770	0685	0601	0518	0438	0358	0280	0204	0129	0055	9982	9910	9840	15
16	1036	0945	0856	0769	0683	0599	0517	0436	0357	0279	0202	0127	0053	9981	9909	9839	16
17	1034	0944	0855	0767	0682	0598	0516	0435	0356	0278	0201	0126	0052	9980	9908	9838	17
18	1033	0942	0853	0766	0680	0596	0514	0434	0354	0276	0200	0125	0051	9978	9907	9837	18
19	1031	0941	0852	0764	0679	0595	0513	0432	0353	0275	0199	0124	0050	9977	9906	9835	19
20	1030	0939	0850	0763	0678	0594	0512	0431	0352	0274	0197	0122	0049	9976	9905	9834	20
21	1028	0938	0849	0762	0676	0592	0510	0430	0350	0273	0196	0121	0047	9975	9903	9833	21
22	1027	0936	0847	0760	0675	0591	0509	0428	0349	0271	0195	0120	0046	9974	9902	9832	22
23	1025	0935	0846	0759	0673	0590	0507	0427	0348	0270	0194	0119	0045	9972	9901	9831	23
24	1024	0933	0844	0757	0672	0588	0506	0426	0346	0269	0192	0117	0044	9971	9900	9830	24
25	1022	0932	0843	0756	0670	0587	0505	0424	0345	0267	0191	0116	0042	9970	9899	9829	25
26	1021	0930	0841	0754	0669	0585	0503	0423	0344	0266	0190	0115	0041	9969	9897	9827	26
27	1019	0929	0840	0753	0668	0584	0502	0422	0342	0265	0189	0114	0040	9968	9896	9826	27
28	1018	0927	0838	0751	0666	0583	0501	0420	0341	0264	0187	0112	0039	9966	9895	9825	28
29	1016	0926	0837	0750	0665	0581	0499	0419	0340	0262	0186	0111	0038	9965	9894	9824	29
30	1015	0924	0835	0749	0663	0580	0498	0418	0339	0261	0185	0110	0036	9964	9893	9823	30
31	1013	0923	0834	0747	0662	0579	0497	0416	0337	0260	0184	0109	0035	9963	9892	9822	31
32	1012	0921	0833	0746	0661	0577	0495	0415	0336	0258	0182	0107	0034	9962	9890	9820	32
33	1010	0920	0831	0744	0659	0576	0494	0414	0335	0257	0181	0106	0033	9960	9889	9819	33
34	1008	0918	0830	0743	0658	0574	0493	0412	0333	0256	0180	0105	0031	9959	9888	9818	34
35	1007	0917	0828	0741	0656	0573	0491	0411	0332	0255	0179	0104	0030	9958	9887	9817	35
36	1005	0915	0827	0740	0655	0572	0490	0410	0331	0253	0177	0103	0029	9957	9886	9816	36
37	1004	0914	0825	0739	0654	0570	0489	0408	0329	0252	0176	0101	0028	9956	9885	9815	37
38	1002	0912	0824	0737	0652	0569	0487	0407	0328	0251	0175	0100	0027	9954	9883	9813	38
39	1001	0911	0822	0736	0651	0568	0486	0406	0327	0250	0174	0099	0025	9953	9882	9812	39
40	0999	0909	0821	0734	0649	0566	0484	0404	0326	0248	0172	0098	0024	9952	9881	9811	40
41	0998	0908	0819	0733	0648	0565	0483	0403	0324	0247	0171	0096	0023	9951	9880	9810	41
42	0996	0906	0818	0731	0647	0563	0482	0402	0323	0246	0170	0095	0022	9950	9879	9809	42
43	0995	0905	0816	0730	0645	0562	0480	0400	0322	0244	0169	0094	0021	9948	9877	9808	43
44	0993	0903	0815	0729	0644	0561	0479	0399	0320	0243	0167	0093	0019	9947	9876	9807	44
45	0992	0902	0814	0727	0642	0559	0478	0398	0319	0242	0166	0091	0018	9946	9875	9805	45
46	0990	0900	0812	0726	0641	0558	0476	0396	0318	0241	0165	0090	0017	9945	9874	9804	46
47	0989	0899	0811	0724	0640	0557	0475	0395	0316	0239	0163	0089	0016	9944	9873	9803	47
48	0987	0897	0809	0723	0638	0555	0474	0394	0315	0238	0162	0088	0015	9942	9872	9802	48
49	0986	0896	0808	0721	0637	0554	0472	0392	0314	0237	0161	0087	0013	9941	9870	9801	49
50	0984	0894	0806	0720	0635	0552	0471	0391	0313	0235	0160	0085	0012	9940	9869	9800	50
51	0983	0893	0805	0719	0634	0551	0470	0390	0311	0234	0158	0084	0011	9939	9868	9798	51
52	0981	0891	0803	0717	0633	0550	0468	0388	0310	0233	0157	0083	0010	9938	9867	9797	52
53	0980	0890	0802	0716	0631	0548	0467	0387	0309	0232	0156	0082	0008	9937	9866	9796	53
54	0978	0888	0801	0714	0630	0547	0466	0386	0307	0230	0155	0080	0007	9935	9865	9795	54
55	0977	0887	0799	0713	0628	0546	0464	0384	0306	0229	0153	0079	0006	9934	9863	9794	55
56	0975	0885	0798	0711	0627	0544	0463	0383	0305	0228	0152	0078	0005	9933	9862	9793	56
57	0974	0884	0796	0710	0626	0543	0462	0382	0304	0227	0151	0077	0004	9932	9861	9792	57
58	0972	0883	0795	0709	0624	0541	0460	0381	0302	0225	0150	0075	0002	9931	9860	9790	58
59	0971	0881	0793	0707	0623	0540	0459	0379	0301	0224	0148	0074	0001	9929	9859	9789	59
60	0969	0880	0792	0706	0621	0539	0458	0378	0300	0223	0147	0073	0000	9928	9858	9788	60

Usage des Logarithmes Logistiques, pour prendre les parties proportionnelles dans les Tables Astronomiques.

Le Logarithme Logistique d'un nombre quelconque donné de secondes, est la différence entre le Logarithme qu'on trouve dans les Tables vulgaires du nombre $3600'' = 60' \times 60$, & celui du nombre de secondes proposé.

On a introduit ces logarithmes pour prendre les parties proportionnelles dans les Tables Astronomiques, parce qu'ils sont plus commodes, & que l'opération est même un peu plus simple qu'en se servant de la Table du Roi Alphonse, dont les Calculateurs ont fait usage autrefois, & que l'on trouve imprimée dans le premier volume des Ephémérides d'Argolus.

I. Quand le second ou troisieme terme de la proportion n'excedent pas $60'$ ou $3600''$, les parties proportionnelles se découvrent par une simple addition. Exemple, on veut trouver dans le calcul du vrai Lieu de l'Apogée de la Lune, la partie proportionnelle qui répond à $24' 48''$, l'Argument annuel étant selon ce qui va être rapporté ci-après (pag. 630) de $0^s\ 24°$: on fera si $60'$: $16' 46''$ * : : $24' 48''$? : ℞ $6' 56''$.

* *Voyez la Table, pag. 167.*

On a donc (page 623) pour	16'46''	le logar. logistiq.	5537
	2448	. . . .	3837
	6 56	La somme	9374.

II. Mais si le second ou troisieme terme excede $60'$ ou $3600''$, on mettra au-devant l'unité avec le signe négatif, & la somme donnera comme ci-dessus le quatrieme terme de la proportion.

III. Quand le premier terme de la proportion n'est pas le nombre $60'$, il peut arriver deux cas; car ou le premier terme est plus petit que $60'$, & en ce cas il faudra prendre dans la Table des Logarithmes Logistiques le Complément Arithmétique du premier terme, & mettre au-devant l'unité avec le ſigne négatif, de ſorte que le calcul s'achevera comme ci-deſſus ; ou bien ſi le premier terme excede 60′, il faudra ſeulement prendre le complément Arithmétique de ce premier terme, & l'ajouter au ſecond ou troiſieme, pour avoir le quatrieme terme de la proportion. C'eſt ainſi que par la ſeule addition on pourra faire toutes les opérations néceſſaires lorſqu'il eſt queſtion de prendre les parties proportionnelles. Exemples.

Si 44′ 10″ : 60′ :: 8′ 15″ ? : ℞ 11′ 12″½	Si 61′ 56″ : 60′ :: 11′ 17″ ? :: ℞ 10′ 56″.
Compl. Arith. $\bar{1}$.8669 = 44′ 10″	0138.....61′. 56
0000 = 60 00	0000.....60. 00
8617 = 08 15	7257.....11. 17
0.7286 = 11′ 12″½	7395.....10. 56

Avertiſſemens pour le Calcul des Lieux du Soleil & de la Lune.

De l'addition & réduction des nombres, en ſignes, dégrés & minutes, lorſqu'on commence à prendre la ſomme des moyens mouvemens.

IL faut remarquer d'abord qu'en ajoutant les moyens mouvemens, lorſque la ſomme des minutes & ſecondes excede 60, on doit rejetter une unité dans la colonne des minutes ou des degrés vers la gauche : mais il faut bien prendre garde que ſi la ſomme des dégrés ſurpaſſe 30, c'eſt alors qu'il faut rejetter une unité dans la colonne des ſignes vers la gauche, parce qu'un ſigne ne contient que 30 degrés.

Les époques des Tables Aſtronomiques commencent au 31 Décembre à midi de tems moyen.

Les Tables des moyens mouvemens ſont conſtruites de maniere qu'elles doivent répondre à une durée ou tems égal & uniforme : ainſi les époques des pages 147 & 157, répondent au moment de Midi de tems moyen ; & parce qu'il eſt plus commode de commencer l'année au 31 Décembre, pour éviter l'embarras des Biſſextiles pendant le reſte des mois de l'année, il eſt évident que pour déterminer le Lieu moyen, ſoit du Soleil, ſoit de la Lune dans un tems donné quelconque pendant le cours de l'année, il faudra d'abord réduire le tems vrai ou apparent en tems moyen, ce qui peut ſe faire de deux manieres, ou recommençant deux fois le calcul du lieu du Soleil, afin de corriger le tems, immédiatement après le premier calcul, par le moyen des deux Tables de la page 154; ou bien il faudra chercher dans quelques Almanachs ou Ephémérides, l'équation du tems en nombres ronds pour s'en ſervir d'abord dans le calcul du lieu du Soleil: enſuite on rectifiera ce tems moyen, ſur lequel il ſeroit dangereux de ſe négliger dans le calcul du lieu de la Lune dont le mouvement eſt très-rapide.

On trouvera, page 187, la Table des moyens mouvemens de la Lune en heures, minutes & ſecondes, dont il eſt plus commode de prendre la ſomme à part pour l'ajouter enſuite à l'époque & au jour du mois, ce qu'on laiſſe néantmoins au choix du calculateur.

Le calcul de la 2e Table de l'Equation ſeconde du moyen mouvement de la Lune, a été fondé ſur ce que ces Equations varient * comme les ſinus des arcs doubles pour chaque degré de l'argument annuel.

* *Voyez ce qui en a été dit pag. 166 & 189.*

Pour calculer l'Equation du centre du Soleil ou de la Lune, il faut ſouſtraire du Lieu moyen corrigé celui de l'Apogée, ce qui fera connoître l'anomalie moyenne; mais il eſt à remarquer que l'Equation du centre du Soleil ſe découvre facilement en ſe ſervant de la Table page 152 & 153, en y employant ſelon la regle ordinaire, les parties proportionnelles, ce qui ne demande qu'une ſimple addition des logarithmes logiſtiques &c. car l'excentricité de l'orbire terreſtre eſt conſtante & invariable.

Comment il faut calculer l'Equation du centre de la Lune.

Mais au contraire l'excentricité de l'orbite Lunaire étant ſujette à de grands changemens, au lieu d'une ſeule & unique Table, il a fallu en compoſer pluſieurs, enſorte que les Equations doivent être calculées par de triples parties proportionnelles.

Pour cet effet on a donné, page 170 & ſuivantes, quatre Tables différentes, dont la premiere repréſente la plus grande Equation poſſible de 5° 0′, la ſeconde de 6° 0′, & la troiſieme de 7° 0′; & enfin la quatrieme de 7° 39′½; d'où il eſt aiſé de voir que dans les derniers cas, lorſque la plus grande Equation poſſible excédera 7° 0′, & qu'il faudra prendre la partie proportionnelle, on ne pourra plus y parvenir ſeulement par l'addition des logarithmes logiſtiques: mais il faudra de plus ſouſtraire de la ſomme, le logarithme logiſtique de 39′ 30″, puiſque la différence des deux dernieres colonnes des Tables d'Equations n'eſt plus de 60′, comme dans les premiers cas, c'eſt-à-dire, toutes les fois que l'on vient à tomber entre deux des trois premieres colonnes vers la gauche.

On y doit parvenir en y employant deux des quatre Tables qui ont été conſtruites, en ſuppoſant les plus grandes équations poſſibles 5°. 6°. 7°. & 7° 39′½.

Au reſte la variation de la Lune ſe doit calculer auſſi autant de fois qu'il eſt néceſſaire par de triples parties proportionelles, ce qui ne ſouffre preſque aucune difficulté, comme on le peut voir dans l'exemple ſuivant.

La variation de la Lune ſe calcule de même, c'eſt-à-dire en y employant auſſi de triples parties proportionnelles.

Les Tables, page 180 & ſuivantes, ont été conſtruites pour faciliter le calcul de la réduction à l'Ecliptique, & des latitudes de la Lune, principalement à ceux qui n'ont pas en main les Tables des logarithmes des ſinus de 10 ſecondes en 10 ſecondes; car il eſt toujours plus ſimple (faute des Tables beaucoup plus détaillées où les parties proportionnelles ſe prendroient à vue) d'y employer la Trigonométrie, en faiſant les deux Analogies rapportées dans les deux exemples qui ſuivent.

Il n'eſt pas néceſſaire d'avoir égard dans le calcul des Eclipſes tant du Soleil que de la Lune, à la ſeptieme équation: mais pour obtenir une plus grand exactitude lorſqu'il s'agira de ces Eclipſes, ou de quelques occultations d'Etoiles par la Lune dans les autres phaſes, & principalement au tems des quadratures; il ſeroit avantageux) ſi l'on néglige totalement cette derniere équation qui n'eſt pas encore aſſez connue) de découvrir l'erreur des Tables, en conſultant l'Hiſtoire des obſervations faites une ou pluſieurs périodes auparavant. On connoîtra de cette maniere l'erreur des Tables, à laquelle il faudra avoir égard pour le tems de l'Eclipſe qu'on s'eſt propoſé de calculer.

La conſtruction & l'uſage de la derniere Table, a été expliquée à la fin du Chap. XII. Mais ſi l'on ſouhaire une plus grande exactitude, on traitera les Triangles comme ſphériques, principalement ſi *la diſtance du nœud à la ligne des ſiſigies*, de la premiere ou derniere colonne, *pag.* 186. eſt de pluſieurs degrés.

CALCUL DU LIEU DU SOLEIL,

Pour le 4 Août 1739, à 3h 35′ 35″ de tems vrai, ou de tems moyen, 3h 41′ 10″

1739 ☉ . . . . . . 9s 09° 40′ 34″ Apo. 3s 08° 24′ 22″
4 Août . . . . 7 02 53 59 — 37½
3h 41′ 1/6 . . . . 9 04½ — 3 08 24 59½

Long. moy. 4 12 43 37½
Apog. à ôter . . . 3 08 24 59½
Anom. moy. . . . 1 04 18 38

Longit. moy. . . . 4 12 43 37½
Equat. du centre. — 1 04 26
☉ Lieu vrai . . . 4 11 39 11½
Ou bien sa long. ♌. 11 39 11½

La Ire équat. du tems, page 154 } — 4′ 17″.
La seconde . . . } + 9 52
L'éq. du tems additiv. 5′ 35″.
Si 60′ : 1′ 40″ : : 18′ 38″?
15563 Logar. log. de 1′ 40″
5079 . . . . 18 38
℞ 0′ 31″ 20642
L'éq. du centre pour 1s 04° est 1° 03′ 55″
Il faut y ajouter 31
& l'on aura l'équation du centre qui répond à 1s 4° 18′ 38″ d'anom. moy. 1° 04′ 26″

Calcul du vrai lieu de la Lune le 3 Août 1739, à 3h 41′ 10″ de tems moyen.

1739 ☾ 5s 15° 30′ 56″
4 Août 10 26 06 05
3h 41′ 10″ 2 01 25½
Longit. moy. 4 13 38 26½
Ire équation . . . . + 6 32
☾ 1° corrig. 4 13 44 58½
Seconde équat. — 2 42½
☾ 2° corrig. 4 13 42 06
3e équation . . . . . . — 16
☾ 3° corrig. 4 13 41 50
Apogée . . . 3 25 14 47
Anom. moy. 0 18 27 03
L'éq. du centre — 2 08 14
☾ 4° corrig. 4 11 33 36
Lieu du ☉ 4 11 39 11½
☾ — ☉ 11 29 54 24½
La variat. de la ☾ — 0 06½
☾ 5° corrig. 4 11 33 29
6e équation . . . . . . + 37
☾ 6° corrig. 4 11 34 06
7e équation . . . . . . + 00
☾ vrai Lieu 4 11 34 06
La réduction . . . — 2 22
☾ Longit. ♌. 11 31 44

La plus grande variation (page 166) 33′ 26″.
60 : 1′ 09″ : : 54′ 24″½ ℞ 1′ 02″½
60 : 1 11 : : 1 04½
17175 log. 17050
0425 0425
17600 17475

Apogée 2s 23° 20′ 34″
0 24 03 52
1 01
Somme . . . 3 17 25 27
— 11 04
Apo. 1° cor. 3 17 14 23
Equa. de l'ap. + 8 00 24
Apog. corr. 3 25 14 47
☉ Apogée 3 08 24 59½
Dist. des ap 0 16 49 47½
☾ — ☉ 11 29 54 24½
La som. 0 16 44
☾ vrai lieu 4s 11° 34′ 06″
☊ 4 02 09 48½
☾ — ☊ 0s 9° 24′ 17″½
ou Argum. de la latitude.
La plus grande équation seconde du moy. mouv. page 166, est 3′ 34″½
☉ Lieu 4s 11° 39′ 11″½
☾ Apog. 3 17 14 23
Arg. ann. 0 24 24 48
☉ Lieu 4s 11° 39′ 11″½
☊ 4 01 39 53½
☉ — ☊ 0 09 59 18
Inclinaison 5° 16′ 58
La variation ou différence du 2d au 4e terme, 0′ 6″½.
Diametre. Parall. horiz.
29′ 47″½ 53′ 47″.

☊ Rétrogr. . . . . . . 4s 13° 01′ 25″
Il en faut ôter . . . . 11 26 17 }
0 00 30 }
Ou bien la somme 11 26 47
Lieu moyen du ☊ 4 1 34 38
Premiere équation . . . . . + 5 15½
☊ 1° corrigé 4 1 39 53½
Seconde équation . . . . . + 29 55
Lieu du Nœud 4 2 09 48½

La plus grande équation du centre 7° 16′ 08″½
60′ : 6′ 31″ : : 27′ 03″? ℞ 2′ 56″
60 : 7 06 : : 3 12
9641 log. 9269 | 2° 0′ 53″ 2° 11 26″
3460 3460 | + 2 56 + 3 12
13101 12729 | 2 03 49 2 14 38
39′ 30″ : 10′ 49″ : : 16′ 08″½ : ℞ 4′ 25″
7441 log-logis. 10′ 49″
5702 . . . . 16 08½
13143 somme
1816 l. logis. 39′ 30″ } si à 2° 03′ 49″ on ajou. 4 25
11327 . . . . 4 25
L'équat. du centre sera . . . . 2° 8′ 14″
Rayon 10 0000000
Sin. de l'hip. 9.2132773. 9° 24′ 17″½
Sin. de l'incl. 8.9641242. 5 16 58
Sin. de la lat. ✱ 8.1774015. 0 51 43″½
Latitude boréale . . . . 0° 51′ 43½
Rayon 10 0000000
Tan. de l'hip. 9.2191549. 9° 24′ 17″½
Cos. de l'inc. 9.9981512. 84 43 02
Tang. de . . . ✱ 9.2173061. 9 21 56
La réduction à l'éclipt. . . . . 0 2′ 21″½

Calcul du Lieu du Soleil le 4 Août 1739, à 5ʰ 49′ 50″, ou de tems moyen 5ʰ 55′ 24″½.

1739 ☉.... 9ˢ 9° 40′ 34″
4 Août..... 7 2 53 59
5ʰ 55′½.......... 14 36
Longit. moy. 4 12 49 09
Aphélie.... 3 08 24 59½
Anom. moy. 1 04 24 09½
Eq. du cent. — 1 04 35
☉ Lieu vrai 4 11 44 34
ou sa longit. ♌ 11 44 34

Apogée..... 3ˢ 8° 24′ 22″
37½
Apogée..... 3 8 24 59½

La Iʳᵉ Equat. du tems — 4′ 18″
La seconde.......... + 9 52½
Equation du tems .... + 5 34½

Calcul du vrai lieu de la Lune à 5ʰ 55′ 25″ de tems moyen.

1739 ☾... 5ˢ 15° 30′ 56″
4 Août... 10 26 06 05
5ʰ 55′ 25″..... 3 15 08
Longit. moy. 4 14 52 09
Iʳᵉ Equation... + 6 33
☾ 1° Corr. 4 14 58 42
2ᵉ Equation.... — 2 43
☾ 2° Corr. 4 14 55 59
3 Equation.... — 0 16
☾ 3° Corr. 4 14 55 43
Apogée.... 3 25 16 43
Anom. moy. 0 19 39 00
Eq. du centre — 2 16 16½
☾ 4° Corr. 4 12 39 26½
☉ Lieu.... 4 11 44 34
☾ — ☉... 0 0 54 52½
Variation...... + 1 04
☾ 5° Corr. 4 12 40 30½
6ᵉ Equation.. + 0 39½
☾ 6° Corr. 4 12 41 10
7ᵉ Equation ..... — 02
☾ Vrai Lieu 4 12 41 08
Réduct. à l'Eclip. — 2 37
☾ Longit.. 4 12 38 31
à 3ʰ 41′ 10″ 4 11 31 44
en 2 14 15 différence ou mouvement de la ☾ réduit à l'Ecliptique 01° 06′ 47″
Celui du ☉...... 5′ 22″½
Différence ... 01 01 24½

Diametre. 29′ 47″½ Parall. horiz. 53′ 48″

Apogée.... 2ˢ 23° 20′ 34″
24 03 52
1 39½
Apogée.... 3 17 26 05½
— 11 06½
Apogée.... 3 17 14 59
Equation.... + 8 01 44
Apogée.... 3 25 16 43
☉ Apogée. 3 08 24 59½
Distance ... 0 16 52
☾ — ☉... 0 00 55
La somme .. 0 17 47

La plus grande Equat. Seconde du moyen mouvement 3′ 34″½.
☉ Lieu.... 4 11 44 34
☾ Apog... 3 17 14 59
Arg Ann... 0 24 29 35
☉ Lieu.... 4 11 44 34
☊ 4 01 39 36
☉ — ☊... 0 10 04 58
60′ : 2′ 52 :: 4′ 58″ ? ℞ 0′ 14″
10821..... 2′ 52″ 29 56
13208..... 4 58 30′ 10″
24029..... 0 14
Equation du ☊ 0° 30′ 10″
Incl. de l'orb. 5° 16′ 57″½
60′ : 16′ 46″ :: 29′ 35″ ? ℞ 8′ 16″
5537..... 16′ 46″ 7 53 28
3071..... 29 35 8 01 44
8608...... 8′ 16″
L'éq. de l'Apog. 8° 01′ 44″

☊ Retrogr.... 4ˢ 13° 01′ 25″
ôtez { 11 26 17 / 0 47½ }
ou la somme 11 27 04½
Lieu moyen ☊ 4 01 34 20½
+ 5 15½
☊........ 4 01 39 36
Equation..... + 30 10
Lieu du ☊..... 4 02 09 46
☾ Lieu 4 12 41 08
☾ — ☊...... 0 10 31 22

La plus grande Equation du centre 7° 16′ 00″.
60′ : 39′ 00″ :: { 6′ 30″ / 7 03 } ? ℞ { 4′ 13″ / 4 35 }
1871...logar. 39′ 0″... 1871
9652 = 6′ 30″ 7′ 03″ = 9300
11523 = 4′ 13″ 4′ 35″ = 11171
Equations 2° 7′ 24″... 2° 18′ 32″
4 13 4 35
La som. 2 11 37.... 2 23 07
2 11 37
Différence 11 30
Si 39′ 30″ : 11′ 30″ :: 16′ 00″ ℞ 4′ 39″½
7175 log. 11′ 30″ 2 11 37
5740 16 00 l'éq. 2 16 16½
12915 somme.
1816 log. 39′ 30″
11099 log. 4 39½.
9.2615636 sin. 10° 31′ 22″
8.9641127 sin. 5 16 57½
18.2256763 sin. 0 57 48
Latitude boréale 0° 57′ 48″
9.2689295 T. 10° 31′ 22″
9.9981514 sin. 83 44 02½
19.2670809 T. 10 28 45
Réduction a l'Eclipt.. 2′ 37″

Si du mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique dans l'espace de $2^h\ 14'\ 15''$ écoulées entre le commencement & la fin de l'Eclipse observée le 4 Août 1739, & qu'on trouve de $1°\ 6'\ 47''$, on ôte le mouvement vrai du Soleil pendant le même espace de tems, qui est de $5'\ 22''\frac{1}{2}$, la différence sera le mouvement de la Lune au Soleil, sçavoir $1°\ 1'\ 25''$. On fera donc si $61'\ 25'' : 2^h\ 14'\frac{1}{4} ::$ combien la différence $7'27''\frac{1}{2}$ (qu'on a premierement trouvée entre le lieu du Soleil & le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique) doit-elle donner? On aura au quatrieme terme $0^h\ 16'\ 18''\frac{1}{4}$, ce qui donneroit le tems de la conjonction des deux Luminaires à $3^h\ 57'\frac{1}{2}$.

Mais parce que le mouvement de la Lune n'a pas été uniforme dans l'espace de $2^h\ 14'\frac{1}{4}$, & que cette Planete allant de l'Apogée au Périgée, a dû accélérer son mouvement, il s'ensuit que la conjonction a dû arriver un peu plutôt. D'ailleurs si l'on a calculé le lieu du Soleil pour $3^h\ 58'\ 00''$, & le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique pour le même instant, on a le Soleil à $4^s\ 11°\ 39'52''$, & le lieu de la Lune plus avancé d'environ $0'\ 25''\frac{1}{2}$.

On fera donc si $61'25'' : 2^h\ 14'\frac{1}{4} :: 0'\ 25''\frac{1}{2}$? ℞ $0^h\ 0'\ 55''\frac{3}{4}$
ou plutôt $7'\ 53'' : 16'\ 50'' :: 0'\ 25''\frac{1}{2}$. ℞ $0\ \ 0\ \ 54\frac{1}{2}$.
qu'il faut ôter de $3\ \ 58\ \ 00$.

Donc la ☌ à $3^h 57'\ 5''$: le lieu du ☉ étant au même instant ♌ $11°\ 39'\ 50''$.
& la Latitude boréale de la Lune $0°\ 52'\ 27''\frac{1}{2}$.

Ces Elémens semblent suffire pour calculer toutes les phases de l'Eclipse.

Les Tables du premier Satellite de Jupiter ont été construites de maniere que par la simple addition des nombres on détermine toujours le moment de la vraie conjonction au centre de l'ombre; & c'est-là le point essentiel qui les rend si commodes : quant aux *Immersions* ou *Emersions*, qui sont les seules phases qu'il est possible d'observer, il est clair qu'il faudra toujours rabattre ou ajouter la demi-durée de l'Eclipse (qu'on trouvera page 313), du tems de la vraie conjonction qu'on aura déja déterminée.

En ajoutant à l'Epoque les mois, les jours, les heures, &c. qui doivent servir à déterminer la conjonction que l'on veut calculer, il faudra prendre aussi dans les colonnes latérales à droite les nombres *A* & *B*, qu'on aura soin d'additionner à part. On rejettera les unités chaque fois que ces nombres surpasseront 1000, c'est-à-dire une révolution entiere dans la circonférence du cercle.

PROBLEME.

PROBLEME.

Planche IX. *Fig.* 22.

Ll eſt le mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique, pendant un intervalle de tems donné quelconque, comme de $2^h\ 14'\frac{1}{4}$ dans l'exemple précédent. Ss eſt le mouvement du Soleil dans le même intervalle de tems qu'on ſuppoſe auſſi connu, de même que *LS* différence en longitude entre le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique, & celui du Soleil dans le premier inſtant. On demande quel eſt le point *M* où doit ſe faire la conjonction, en ſuppoſant le mouvement de ces deux aſtres égal & uniforme.

Faiſant $Ll = a$, $Ss = b$, $LS = c$, & enfin $LM = x$, on aura $(Ll)\ a : (Ss)\ b :: (LM)\ x : \frac{bx}{a} = SM$. Partant $x - c = \frac{bx}{a}$; d'où l'on titre $x = \frac{ac}{a-b}$. C.Q.F.T.

Il faudra donc ajouter le logarithme du mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique dans l'eſpace de tems donné, au logarithme de la différence en longitude entre la Lune & le Soleil au premier inſtant, & retrancher de leur ſomme le logarithme de la différence des mouvemens du Soleil & de la Lune; le reſte ſera le logarithme de la diſtance *LM* que l'on cherche.

Calcul de l'immerſion du premier Satellite, arrivée le 18 *Août* 1740, *à* $1^h\ 6'$ *du matin à Paris.*

Avertiſſement. Quand l'année eſt Biſſextile, il faudra toujours écrire depuis le mois de Fevrier un jour de moins. On cherchera enſuite ſucceſſivement les trois Equations par le moyen des nombres *A* & *B*.

					N. A.	*N. B.*
1740 Epoque	0j	10^h	50'	08"	640	595
Août	17	01	57	55	53	571
I. Equation.......			76	$30\frac{1}{4}$	693	1166
II. *Equat. de la Lum.*..			12	$42\frac{1}{2}$		1
III. 2^{e} *Equat. de la Lum.*			1	$24\frac{3}{4}$	*B* corrigé	167
La conjonction. Août	18	14	18	$40\frac{1}{2}$		
Demi-durée de l'Eclipſe...		1	06	$15\frac{1}{2}$		
L'immerſion à.......	18	13	12	25 de tems moyen.		

Réduiſant le tems moyen au tems vrai, on trouve que l'immerſion du Satellite a dû arriver à Paris le 18 Août 1740, à $1^h\ 9'$ du matin, l'erreur des Tables étant alors de 3' en excès.

Formules pour calculer les Aberrations des Etoiles fixes en déclinaiſon & en aſcenſion droite, démontrées par M. Clairaut dans les Mém. de l'Académie des Sciences de l'année 1737.

Pour la declinaison des Etoiles.

Si l'Etoile eſt dans les Signes aſcendans...........la latitude ſeptentrionale.
Ou Si l'Etoile eſt dans les Signes deſcendans........la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus petit qu'un droit: & l'Etoile eſt le plus loin du pole de même nom que ſa latitude 3 Signes après le tems où le Soleil eſt dans le lieu où l'Aberration eſt nulle.

Si l'Etoile eſt dans les Signes deſcendants...........la latitude ſeptentrionale.
Ou ſi l'Etoile eſt dans les Signes aſcendants.........la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus grand qu'un droit: & 3 Signes après le tems où le Soleil eſt dans le lieu où l'Aberration eſt nulle, l'Etoile eſt le plus près du pole de même dénomination que ſa latitude.

L'Angle à l'Etoile aigu.

L'Angle à l'Etoile obtus.

Si l'Etoile eſt dans le I^er quartier de l'Ecliptique.....la latitude ſeptentrionale
Ou Si l'Etoile eſt dans le troiſieme..................la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus grand qu'un droit: & l'Etoile eſt le plus loin du pole 3 Signes après le tems où le Soleil eſt dans le lieu où l'Aberration eſt nulle.

Si l'Etoile eſt le ſecond quartier de l'Ecliptique.......la latitude ſeptentrionale.
Ou Si l'Etoile eſt dans le quatrieme..................la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus petit qu'un droit: & l'Etoile eſt la plus près du pole, 3 Signes après le tems où le Soleil eſt dans le lieu où l'Aberration eſt nulle.

Pour l'Ascension droite des Etoiles

L'Angle à l'Etoile aigu.

Si l'Etoile eſt dans les Signes aſcendans............la latitude ſeptentrionale.
Ou ſi l'Etoile eſt dans les Signes deſcendans.........la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus grand qu'un droit: & 3 Signes après le lieu où l'Aberration eſt nulle, l'aſcenſion droite eſt la plus petite.

Si l'Etoile eſt dans les Signes deſcendans...........la latitude ſeptentrionale.
Ou ſi l'Etoile eſt dans les Signes aſcendants..........la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus petit qu'un droit: & 3 Signes après le lieu où l'Aberration eſt nulle, l'aſcenſion droite eſt la plus petite.

L'Angle à l'Etoile obtus.

Si l'Etoile eſt dans le premier quartier de l'Ecliptique..la latitude ſeptentrionale.
Ou ſi l'Etoile eſt dans le troiſieme quartier..........la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus petit qu'un droit: & 3 Signes après le lieu où l'Aberration eſt nulle, l'aſcenſion droite eſt la plus grande.

Si l'Etoile eſt dans le ſecond quartier de l'Ecliptique..la latitude ſeptentrionale.
Ou ſi l'Etoile eſt dans le quatrieme quartier.........la latitude méridionale.

L'arc conclu eſt plus grand qu'un droit: & 3 Signes après le lieu où l'Aberration eſt nulle, l'aſcenſion droite eſt la plus grande.

Remarques.

Une Etoile ſituée au pole de l'Ecliptique ne doit jamais être vue dans ſon véritable lieu, mais elle paroîtra chaque année décrire autour de ce lieu un petit cercle, dont le diametre ſera de 40″, comme il a été prouvé page *96*: quant à ce qui doit arriver aux autres Etoiles, il eſt aiſé de démontrer qu'elles paroîtront décrire des Ellipſes plus ou moins rétrécies, ſelon qu'elles ſont éloignées ou qu'elles ſeront plus proche de ce pole. Or le plus grand axe de ces Ellipſes qui doit être de 40″, ſera toujours au petit axe, comme le ſinus total, eſt au ſinus de la latitude de l'Etoile; enſorte qu'une Etoile ſituée dans le plan même de l'Ecliptique, ne paroîtra plus décrire qu'une ligne droite.

Au reſte lorſque ces mêmes Etoiles ſeront en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil, leur longitude apparente différera le plus de la véritable; mais l'Aberration en latitude ſera nulle.

Au contraire, 3 ſignes avant ou après la conjonction, la longitude apparente des Etoiles ſera la même que la vraie, mais la latitude apparente différera le plus de la véritable.

FIN.

TABLE DES MATIERES

Contenues en ce Volume.

A.

F.

G.

N.

O.

peu

Q.

R.

S.

T.

V.

Fin de la Table des Matieres.

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 5. Septembre 1744

MM. Clairaut & moi qui avions eté nommés pour examiner une Traduction des Leçons d'Astronomie de Keill, avec des Additions sous le titre d'*Institutions Astronomiques*, en ayant fait notre rapport, la Compagnie a jugé cet Ouvrage digne de l'impression : en foi dequoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 18. Mars 1746.

GRANDJEAN DE FOUCHI, *Secr. perp. de l'Acad. Royale des Sciences.*

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra, SALUT. Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES Nous a très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Réglement nouveau de nouvelles marques de notre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnés au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du six Avril 1693. n'ayant point eû de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre

Conseil d'Etat du 13. Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant aussi expirées; & désirant donner à notredite Académie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces présentes à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choisir, *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les assemblées de notredite Académie Royale des Sciences; comme aussi les Ouvrages, Mémoires, ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression*; & ce pendant le tems & espace de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangére dans aucun lieu de notre obéïssance: comme aussi à tous Imprimeurs Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages ci-dessus spécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles même séparées, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'Elle, & ses ayans cause, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts: à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notredite Académie se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1723. & qu'avant que de les exposer en vente, les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages, seront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin: & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin, le tout à peine de nullité des Présentes: du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir notredite Académie, ou ceux qui auront droit d'Elle & ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: Voulons que la Copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour duement signifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires, foi soit ajoutée comme à l'Original: Commandons au premier notre Huissier, ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires: Car tel est notre plaisir. Donné à Fontainebleau le douziéme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil sept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtiéme. Par le Roi en son Conseil. *Signé*, SAINSON.

Registré sur le Registre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris. Num. 792. fol. 775. conformément aux Réglemens de 1723. qui font défenses, art. IV. à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire distribuer aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement; à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'art. CVIII. du même Réglement. A Paris 15. Novembre 1734. G. MARTIN, Syndic.

ORBITES de quatre des principales Cometes de ce Siecle.

L'Orbite de la Comete de 1744* calculée par le P. Christophe Maire pour le Méridien de Rome (lequel est plus méridional que Paris de 40′ 30″) se trouve par les observations faites depuis le 21 Janvier jusqu'au 3 Mars au matin, comme il suit... Tems du passage par le Périhélie le 1 Mars à 8^h 49′ 30″ de tems vrai, la distance de la Comete au Soleil étant alors $\frac{22{:}156}{100{:}000}$ de la moyenne distance du Soleil à la Terre, le lieu du Périhélie ♎ 17° 17′ 30″, celui du ☊ ♉ 15° 51′ 00′ & l'inclinaison de l'orbite 47° 18′ 00″.

* *Voyez ci-devant p.* 344.

En l'année 1729 il a paru une Comete qu'on a observée fort long-tems, comme il est rapporté dans les Mém de l'Ac. de la même année. M. De Lisle m'ayant communiqué le travail qu'il vient de faire sur cette Comete, avec une Table générale où il compare chaque jour depuis le 31 Aoust 1729, jusqu'au 18 Janvier de l'année suivante, les lieux observés & calculés, j'en rapporterai ici les élémens tels que M. De Lisle me les a envoyés pour le Méridien de Paris.... Tems du passage par le Périhélie le 25 Juin à 9^h 21′ de tems moyen, la distance de la Comete étant alors $\frac{408{:}164}{100{:}000}$, le lieu du Périhélie ♒ 22° 37′ 03″, celui du ☊ ♒ 10° 32′ 55″, & l'inclinaison de l'orbite 77° 1′.

M. Bradleï a donné dans les Transactions le calcul des orbites de deux autres Cometes de ce siecle, dont l'une a passé par son périhélie le 27 Septembre 1723 à 16^h o′ de tems moyen; sa distance au Soleil étant alors $\frac{99{:}690}{100{:}000}$, le lieu du Périhélie ♉ 12° 15′ 20″, celui du ☊ ♈ 14° 16′, & l'inclinaison de l'orbite 49° 59′. Celle de 1737 a passé par le Périhélie le 30 Janvier à 8^h 10′ de tems moyen (réduit au Méridien de Paris) sa distance au Soleil étant alors $\frac{22{:}283}{100{:}000}$, le lieu du Périhélie ♒ 25° 55′, celui du Nœud Descendant ♉ 16° 22′, & l'inclinaison de son orbite 18° 20′ 45″.

Trois de ces Cometes ont été Directes, c'est-à-dire, que leur mouvement s'est fait d'Occident en Orient: *celles de 1723 & 1742 ont été retrogrades.*

Toutes ces orbites, de même que les vingt quatre que M. Halleï avoit calculées depuis le tems de Nicephore Gregoras & de Regiomontanus jusqu'au commencement de ce siecle, ont été déterminées dans la supposition que leur Trajectoire étoit parabolique, en se servant de la Table générale de la Cométographie ou de la suivante, laquelle est aussi de M. Halleï; & c'est ainsi qu'on doit toujours commencer le calcul pour déterminer les Trajectoires des Cometes. Mais pour connoître à peu-près le tems de leurs révolutions périodiques, comme aussi l'excentricité de leur orbite, il seroit nécessaire d'entrer dans un examen de toutes les Observations, de les corriger en y employant des positions d'Etoiles plus exactes que celles dont on s'est servi, & d'avoir égard à l'Aberration tant de ces Etoiles, que de la Comete, ce qui exige un fort long travail. C'est ainsi que j'ai déja calculé la plus grande partie des observations de la Comete de 1744, dont nous ne pouvions espérer que par ce moyen, de connoître enfin la vraie Trajectoire, & partant à quelques années près le tems de la révolution périodique.

Pour le Calcul de l'Aberration en Déclinaison.

Comme le sinus de la Latitude, est au Rayon, ainsi la Tangente de l'angle à la Planete, ou à l'Etoile E, à la Tangente d'un autre angle A qu'il faut toujours retrancher de la longitude de l'Etoile, pour avoir le lieu de l'Ecliptique où doit paroitre le Soleil, lorsque l'Aberration en déclinaison est nulle. On fera ensuite: Sin A : Sin E : : 20″ : à la plus grande Aberr. en Déclinaison.

Pour l'Aberration en Ascension droite.

Comme le Sin. de la Latitude, est au Rayon, Ainsi la Cotang. de l'angle E, à la Tangente d'un autre angle M; qu'il faut toujours retrancher de la Longitude de l'Etoile, pour avoir le lieu de l'Ecliptique où doit paroître le Soleil, lorsque l'Aberration en Ascension droite est nulle. Ensuite on fera:

Cosin. Déclin. × Sin. M : Cosin. $E \times R$: : 20″ : à la plus gr. Aberr. en Asc. dr.

La plus grande Aberration étant une fois connue, elle doit varier chaque jour comme le sinus de l'Elongation du Soleil au point où elle paroissoit nulle.

TABLE GENERALE

Pour servir a calculer le mouvement des Cometes dans un orbe Parabolique.

Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Différences. D.M.S.	Logarith. pour la diſtance au Soleil.	Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Différences. M. S.	Logarith. pour la diſtance au Soleil.	Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Différences M. S.	Logarith. pour la diſtance au Soleil.
1	1.31 40	1.31.35	0.000077	41	53.29.42	57. 50	0.098300	81	81 41.31	29 48	0 242416
2	3. 3.15	1.31.28	0.000309	42	54.27.32	56 49	0.102019	82	82.11.19	29. 21	0.245684
3	4.34.43	1.31.17	0.000694	43	55.24.21	55. 51	0.105752	83	82.40.40	28. 54	0.248933
4	6. 6. 0	1.31.01	0.001231	44	56.20.12	54. 54	0.109490	84	83. 9.34	28. 30	0.252159
5	7.37. 1	1.30.43	0.001921	45	57.15. 6	53. 56	0.113240	85	83.38 4	28 04	0.255366
6	9. 7.44	1.30.18	0.002759	46	58. 9. 2	53. 02	0.116995	86	84. 6. 8	27. 41	0.258552
7	10.38. 2	1.29.52	0.003745	47	59. 2. 4	52. 09	0.120756	87	84.33.49	27. 16	0 261720
8	12. 7.54	1.29.23	0.004876	48	59.54.13	51. 12	0.124518	88	85. 1. 5	26. 53	0.264865
9	13.37.17	1.28.50	0.006151	49	60.45.25	50. 20	0.128278	89	85.27.58	26. 29	0.267989
10	15. 6. 7	1.28.13	0.007564	50	61.35.45	49. 29	0.132035	90	85.54.27	26. 07	0.271092
11	16.34 20	1.27.34	0.009115	51	62.25.14	48. 36	0 135792	91	86.20.34	25. 46	0.274176
12	18. 1.54	1.26.53	0.010798	52	63.13.50	47. 50	0.139544	92	86.46.20	25. 23	0.277239
13	19.28.47	1.26.07	0.012609	53	64. 1 40	46. 58	0.143291	93	87.11.43	25. 02	0.280284
14	20.54.54	1 25.20	0.014550	54	64.48.38	46. 12	0.147029	94	87.36.45	24. 42	0 283306
15	22.20.14	1.24 30	0.016607	55	65.34.50	45. 23	0.150762	95	88. 1.27	24. 22	0.286308
16	23.44.44	1.23.38	0.018783	56	66.20.13	44. 37	0.154482	96	88.25.49	23. 59	0.289293
17	25. 8.22	1.22.46	0.021072	57	67. 4.50	43. 52	0.158192	97	88 49.48	23. 44	0.292252
18	26.31. 8	1.21.48	0.023470	58	67.48.42	43. 08	0.161890	98	89.13.32	23. 22	0.295201
19	27.52.56	1.20.51	0.025969	59	68 31.50	42. 26	0.165578	99	89 36 54	23. 06	0.298122
20	29.13.47	1.19.53	0.028570	60	69.14.16	41. 42	0.169254	100	90.00.00	45. 14	0.301030
21	30.33.40	1.18.52	0.031263	61	69.55.58	40. 58	0.172914	102	90.45.14	44. 04	0.306782
22	31.52.32	1.17.51	0 034045	62	70.36.56	40. 20	0.176557	104	91.29.18	42. 54	0.312469
23	33.10.23	1.16.49	0.036916	63	71.17.16	39. 40	0.180188	106	92.12.14	41. 50	0.318060
24	34.27.12	1.15.47	0.039864	64	71.56.56	39. 01	0.183803	108	92.54. 4	40. 48	0.323587
25	35.42.59	1.14.42	0 042892	65	72 35.57	38. 18	0.187404	110	93 34.52	39. 4[illegible]	0.329042
26	36.57.41	1.13.39	0.045989	66	73.14 15	37. 44	0.190978	112	94.14.40	38 50	0.334424
27	38.11.20	1.12.36	0.049154	67	73.51.59	37. 07	0.194540	114	94.53.30	37. 52	0.339736
28	39 23.56	1.11.30	0.052382	68	74.29. 6	36. 32	0.198085	116	95.31 22	37. 00	0.344979
29	40.35.26	1.10.23	0.055668	69	75. 5.38	35. 57	0.201614	118	96 8.22	36. 08	0.350153
30	41.45.49	1.09 17	0.059009	70	75.41.35	35. 21	0.205122	120	96.44 30	35. 18	0.355262
31	42.55 06	1.08.12	0.062400	71	76.16.56	34. 47	0.208612	122	97.19.48	34. 29	0.360306
32	44. 3.18	1.07.08	0.065838	72	76.51.43	34. 14	0.212080	124	97 54.17	33. 43	0.365284
33	45.10.26	1.06.09	0 069319	73	77.25.57	33. 44	0.215529	126	98.28.00	32. 57	0.370200
34	46.16.35	1.05.01	0.072839	74	77.59.41	33. 13	0.218963	128	99.00.57	32. 14	0.375052
35	47.21.36	1.03.57	0.076306	75	78.32.54	32 41	0.222378	130	99.33.11	31. 32	0.379842
36	48.25.33	1.02.55	0.079984	76	79. 5.35	32. 10	0.225769	132	100. 4.43	31. 02	0.384576
37	49.28.28	1.01.55	0.083600	77	79.37.45	31. 38	0.229142	134	100.35.45	30. 03	0.389252
38	50.30.23	1.00.48	0.087244	78	80. 9.23	31. 11	0.232488	136	101. 5.48	29. 34	0.393868
39	51.31.11	0.59.44	0.090910	79	80.40.34	30. 42	0.235809	138	101.35.22	28. 57	0 398428
40	52.30.55		0 094596	80	81.11.16		0.239127	140	102. 4.19		0 402930

Ajoutant le complément Arithmétique (du logarithme ſeſquialtere de la diſtance Périhélie de la Comete au Soleil) aux logarithmes du tems écoulé depuis le paſſage par le Périhélie, & à celui d'un jour 9.960128, la ſomme ſera le logarithme du moyen mouvement, lequel moyen mouvement fera connoître l'anomalie vraie.

TABLE GENERALE

POUR SERVIR A CALCULER LE MOUVEMENT des Cometes dans un orbe Parabolique.

Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Diffé-rences. M. S.	Logarith. pour la diſtance an Soleil.	Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Diffé-rences M. S.	L ogith pour la diſtance u Soleil.	Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Diffé-rences. D.M.S.	Logarith. pour la diſtance au Soleil.
142	102.32.41	27. 50	0.407380	244	118.25. 5	24. 52	0.581616	620	137.33.13	0.30.45	0.882575
144	103.00.31	27. 16	0.411784	248	118.49.57	24 17	0.586912	640	138. 3.58	0.29.23	0 892649
146	103 27.47	26. 44	0.416132	252	119.14.14	23. 42	0.592122	660	138.33.21	0.28.08	0.902401
148	103.54.31	26. 12	0 420430	256	119.37.56	23. 10	0.597252	680	139. 1.29	0.26.56	0.911866
150	104.20.43	25. 39	0.424676	260	120. 1. 6	22. 38	0.602301	700	139.28.25	0.25.51	0 921012
152	104 46.22	25. 11	0.428866	264	120 23.44	22. 08	0.607274	720	139.54.16	0.24.49	0.929907
154	105.11.33	24. 43	0.433012	268	120.45.52	21. 38	0.612174	740	140.19. 5	0.23.51	0.938,49
156	105.36.16	24. 16	0.437110	272	121. 7.30	21. 09	0.616998	760	140 42.56	0.22 59	0.946951
158	106.00 32	23. 51	0.441164	276	121.28.39	20. 43	0.621750	780	141.05.55	0.22.08	0.955124
160	106.24.23	23. 24	0.445178	280	121.49.22	20. 16	0.626438	800	141.28. 3	0.21.21	0.963082
162	106.47.47	22. 57	0.449144	284	122. 9.38	19. 50	0.631056	820	141.49.24	0.20.36	0.970836
164	107.10.44	22. 33	0.453060	288	122.29.28	19. 26	0.635608	840	142.10 00	0.19.56	0.978397
166	107.33.17	22. 10	0.456936	292	122.48.54	19. 03	0.640098	860	142.29.56	0.19.14	0.985771
168	107.55.27	21. 57	0.460772	296	123. 7.57	18. 39	0.644525	880	142.49.10	0 18.38	0 992970
170	108.17.14	21. 13	0.464208	300	123.26.36	45. 04	0.648893	900	143. 7.48	0.17.03	1 000000
172	108.38.37	21. 02	0.468318	310	124.11.40	42. 56	0.659559	920	143.25.51	0.17.30	1.006871
174	108.59.39	20. 41	0.472030	320	124.54.36	40. 58	0.669880	940	143.43.21	0.16.57	1.013586
170	109.20.20	20. 20	0.475705	330	125.35.34	39. 10	0.679876	960	144.00.18	0.16.28	1.020155
178	109.40.40	20. 00	0.479340	340	126.14.44	37. 28	0.689568	980	144.16.46	0.16.00	1.026583
180	110.00.40	19. 40	0.482937	350	126.52.12	35. 54	0.698970	1000	144.32.46	4.53.22	1.032876
182	110.20.20	19. 21	0 486498	360	127.28. 6	34. 27	0.708104	1500	149.26. 8	3.00.07	1.158188
184	110.39.41	19. 03	0.490022	370	128. 2.33	33. 05	0.716976	2000	152.26.15	2.06.05	1.246058
186	110.58.44	18. 44	0.493512	380	128.35.38	31. 49	0.725606	2500	154.32 20	1.35.07	1.313703
188	111.17.28	18. 27	0.496965	390	129. 7.27	30. 37	0.734006	3000	156. 7.27	1.15 22	1.368678
190	111.35.55	18. 10	0.500384	400	129.38. 4	29. 30	0.742186	3500	157.22.49	1.01.47	1.414974
192	111.54.05	17. 53	0.503769	410	130. 7.34	28. 28	0.750160	4000	158.24.36	0.52 00	1.454950
194	112.11.58	17. 36	0.507121	420	130.36. 2	27. 28	0.757930	4500	159.16.36	0.44.36	1.490125
196	112.29.34	17. 21	0.510441	430	131. 3.30	26. 32	0.765516	5000	160. 1.12	0.38 53	1.521521
198	112 46.55	17. 05	0.513729	440	131.30. 2	25. 39	0.772918	5500	160.40. 5	0.34.19	1.549874
200	113. 4.00	33. 25	0.516984	450	131.55.41	24. 49	0.780148	6000	161.14.24	0.30.36	1.575718
204	113.37.25	32. 27	0.523406	460	132.20.30	24. 02	0.787216	6500	161.45.00	0.27.34	1.599460
208	114. 9.52	31. 31	0.529705	470	132.44.32	23. 22	0.794122	7000	162.12.34	0.25.00	1.621417
212	114.41.23	30. 39	0.535886	480	133. 7.50	22. 35	0.800882	7500	162.37.34	0.22.49	1.64183[illegible]
216	115 12.02	29. 49	0.541958	490	133.30.25	21. 55	0.807494	8000	163.00.23	0.20 57	1.660922
220	115.41.51	29. 01	0.547922	500	133.52.20	41. 58	0.813969	8500	163.21.20	0.19.22	1.678834
224	116.10.52	28. 15	0.553782	520	134.34 18	39. 42	0.826522	9000	163 40.42	0.17.58	1.695708
228	116.39. 7	27. 31	0.559538	540	135.14. 0	37. 28	0.838600	9500	163.58.38	0.16.42	1.711662
232	117. 6.38	26. 49	0.565199	560	135.51.28	35. 38	0.850187	10000	164 15.20		1 726784
236	117.33.27	26. 08	0.570762	580	136.27. 6	33. 51	0.861369	50000	170.52. 0	6.36.40	2.197960
240	117.59.35		0.576233	600	137.00.57		0.872155	100000	172.45.44	2.53.44	2.399655

Le logarithme ſeſquialtere eſt déterminé, puiſqu'il eſt toujours à celui de la diſtance Périhélie, comme 3 eſt à 2. Mais ſi l'on ajoute enſemble les trois logarithmes ſuivans, celui de la diſtance Périhélie, le logarithme pour la diſtance, & celui du coſinus de la latitude, la ſomme ſera le logarithme de la diſtance accourcie.

AVERTISSEMENT.

LA Figure de la Lune de 1692, donne la Libration moyenne selon qu'il en a été averti dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1703 ; mais il vaut mieux se servir de celle d'Hévélius, qui nous a paru s'accorder assez bien aux observations, toutes les fois que la Lune a paru dans ses librations moyennes. Hévélius avoit songé aussi à établir vers le haut de sa figure, le point du Disque qui répond au 90ᵉ degré, à compter depuis le plan de l'Ecliptique, & il a trouvé que la Lune étant au ☊ & ☋, ce point répondoit dans la circonférence du Disque à 31° & 37° ; d'où il suit qu'il a dû répondre à 34°, cet Astre étant dans ses plus grandes Latitudes. C'est ce qu'il étoit important de sçavoir, lorsqu'il a imaginé de déterminer par les occultations des Etoiles ou des Planetes, le lieu de la Lune, & par conséquent les Longitudes sur Terre.

On ne s'est déterminé à faire ces dernieres Additions, que parce qu'on les a cru avantageuses au Lecteur. Voici encore quelques fautes ou négligences, qu'on prie de vouloir bien corriger.

Page 433, *ligne* 1, & une fois, *lisez* & deux fois.
Page 488, *lig.* 23, *lis.* soit toujours ..... réciproquement.
Page 499, *lig.* 29, si l'on prend, *lis.* si l'on a pris.
Page 500, *lig.* 1, mais si, *lis.* après quoi si.
lig. 32, *ajoutez* .... complément Arithmétique du.
lig. 38, *ajoutez encore* complément Arithmétique du.
ligne 43, *lis.* du nombre 0ʳ. 08469471.

Pour connoître le lieu du Soleil encore plus exactement que par les Tables de Flamsteed, on retranchera 50″ de la plus grande Equation du centre, laquelle se réduit par-là à 1° 55′ 30″.

FIN.