

John Adams
Library.



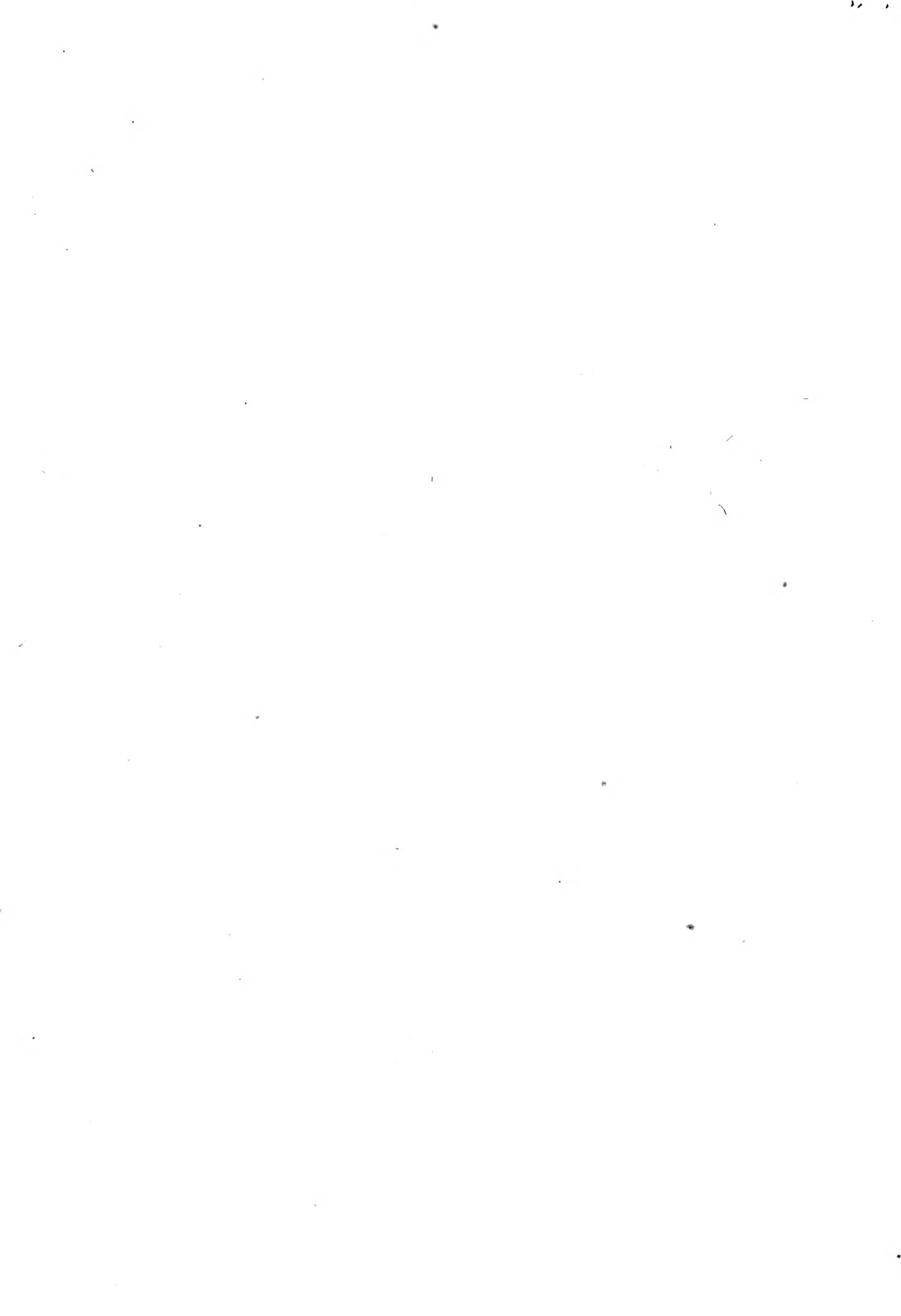
IN THE POSSESSION OF THE
BOSTON PUBLIC LIBRARY

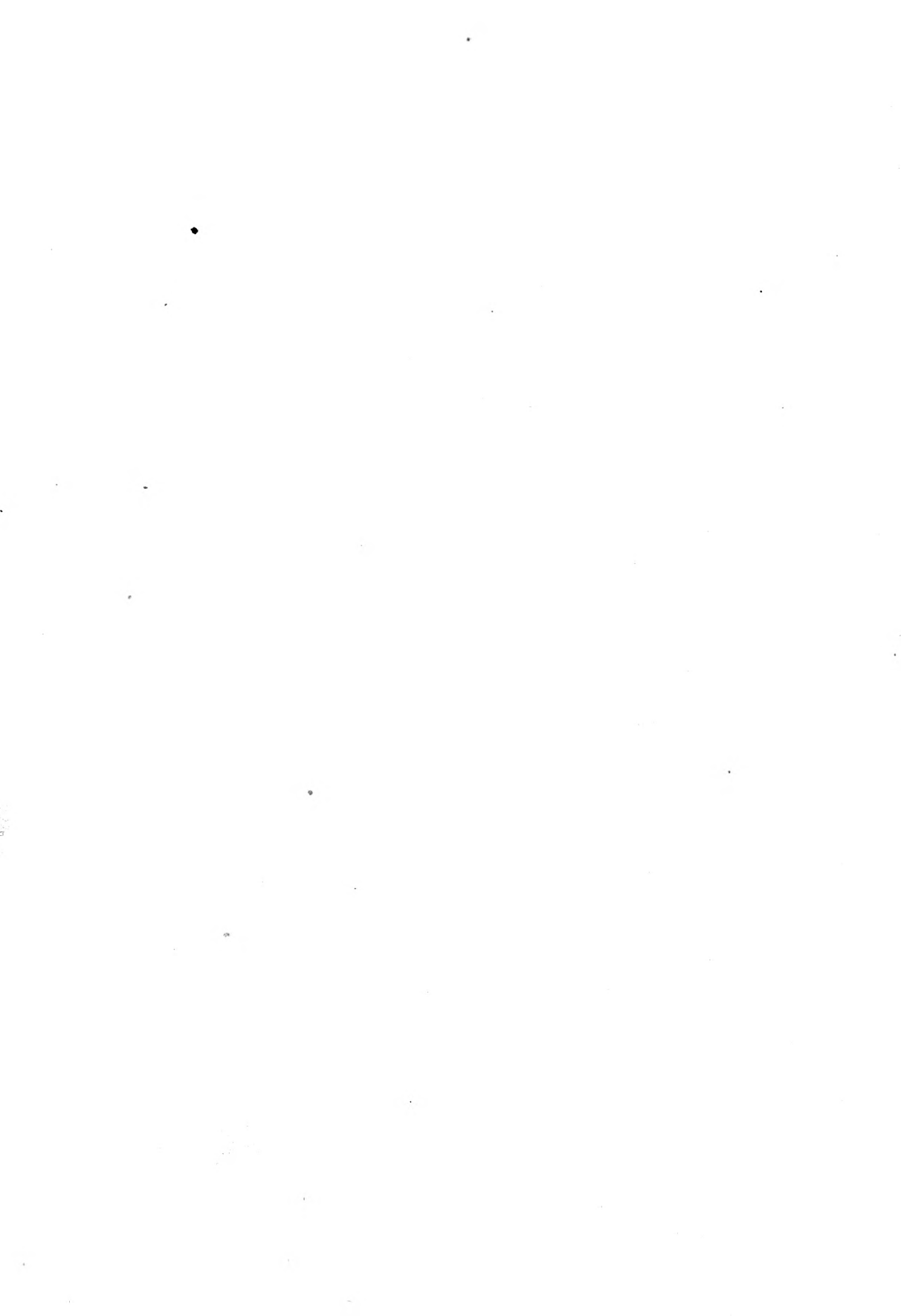


SHELF NO.



2. a





INSTITUTIONS ASTRONOMIQUES,

O U

LEÇONS ÉLÉMENTAIRES D'ASTRONOMIE,

*Pour servir d'introduction à la Physique Céleste, & à la Science
des Longitudes,*

Avec de nouvelles Tables d'Équation corrigées;

ET PARTICULIÈREMENT

les Tables du Soleil, de la Lune & des Satellites;

PRÉCÉDÉES

d'un Essai sur l'Histoire de l'Astronomie Moderne.



A P A R I S,

Chez HIPPOLYTE-LOUIS GUÉRIN, & JACQUES GUÉRIN, rue
Saint Jacques, à Saint Thomas d'Aquin, vis-à-vis les Mathurins.

M. D C C. X L V I.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

80.4

A MESSIRE

JEAN-BAPTISTE LANGUET DE GERGY,

CURÉ DE SAINT SULPICE,

ABBÉ DE BERNAY,

PERE DES ORPHELINS ET DES PAUVRES,

ET JUSTE ESTIMATEUR DES BEAUX ARTS;

QUI

JOIGNANT À DES CONNOISSANCES SUBLIMES

UNE GRANDE SAGESSE DANS L'ADMINISTRATION,

UNE CONSTANCE INÉBRANLABLE DANS LES ENTREPRISES,

UN AMOUR DÉCLARÉ POUR LE BIEN DE L'ÉTAT,

ET UN ZÉLE ARDENT POUR LA RELIGION,

EST PARVENU

A FAIRE ÉLEVER DANS LA CAPITALE DE CET EMPIRE,

UN TEMPLE DIGNE DE LA MAJESTÉ DU TRÈS-HAUT;

O Û

APRÈS AVOIR CONSACRÉ

AU CULTE ET À LA GLOIRE DU SEIGNEUR

TOUT CE QU'ON PEUT RASSEMBLER DE PRÉCIEUX,

IL A FAIT PLACER

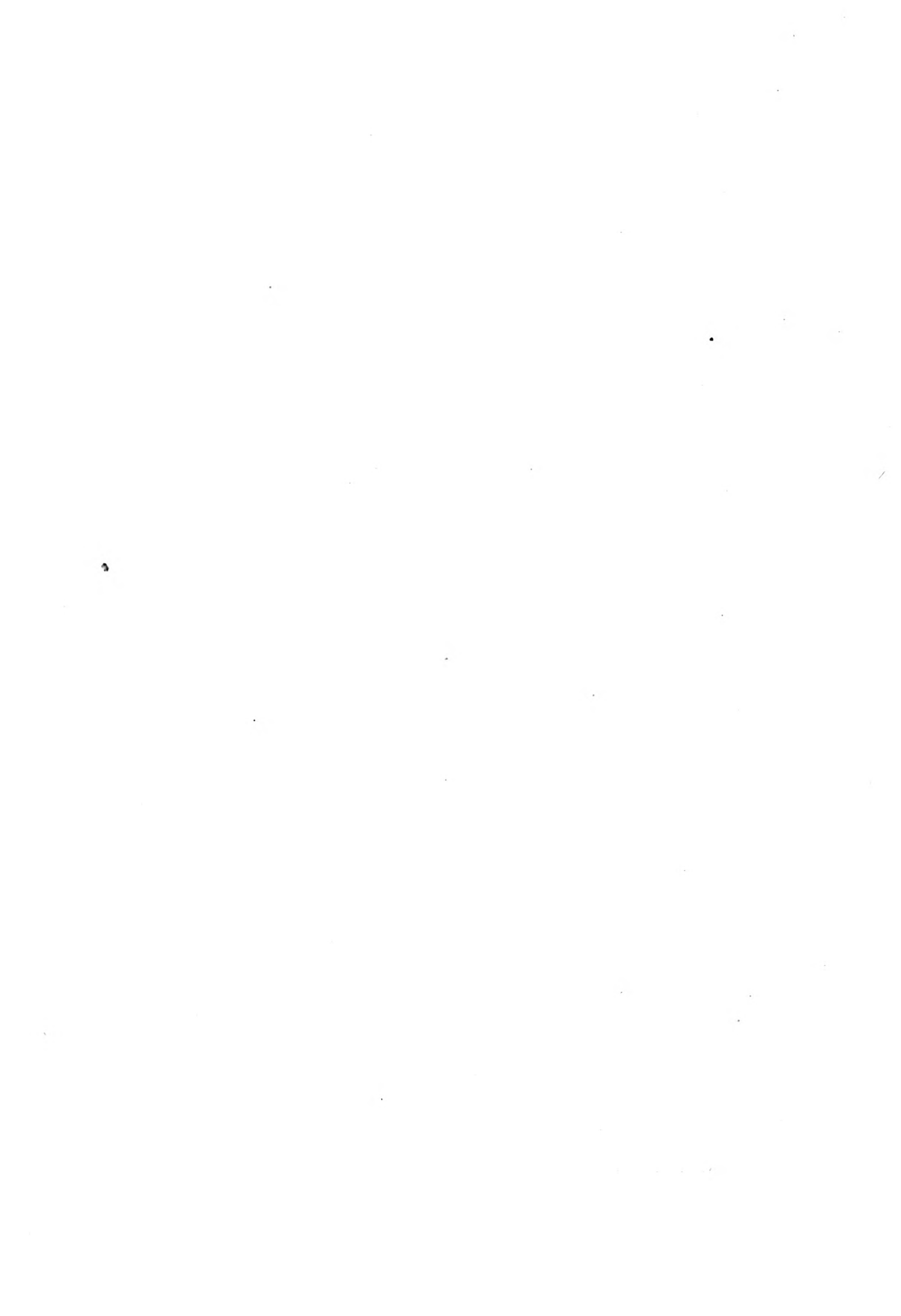
TANT POUR L'EXACTITUDE DU COMPUT ECCLÉSIASTIQUE,

QUE POUR LE PROGRÈS DE L'ASTRONOMIE,

UN GNOMON ET UN OBÉLISQUE

SUR LA LIGNE MÉRIDIENTENNE,

EN M. DCC. XLIV.



T A B L E

D E S C H A P I T R E S.

<i>ESSAI sur l'histoire & sur le progrès de l'Astronomie, où l'on traite du mouvement de la Terre, de la Précession des Equinoxes, de l'Obliquité de l'Ecliptique, & du Moyen Mouvement de Saturne.</i>	page i
<i>REMARQUES sur les Appulses de la Lune & des Planetes aux Etoiles Fixes,</i>	lxiv
<i>CHAPITRE I. Du Mouvement Apparent,</i>	page 1
<i>CHAPITRE II. Où l'on considère le Mouvement Apparent, lorsque l'Observateur change de lieu,</i>	15
<i>CHAPITRE III. Systeme du Monde,</i>	21
<i>CHAPITRE IV. Où l'on prouve que le systeme qu'on vient d'exposer est vrai systeme du Monde,</i>	33
<i>CHAPITRE V. Des taches du Soleil, de la Rotation du Soleil & des Planetes autour de leurs Axes, & de quelques changemens dans les Etoiles fixes,</i>	49
<i>CHAPITRE VI. De la diversité des Grandeurs, & de la disposition des Etoiles dans le Ciel; des principaux Catalogues, du nombre des Constellations, & de quelques changemens particuliers à certaines Etoiles fixes,</i>	55
<i>CHAPITRE VII. Du Mouvement annuel de la Terre à l'égard du Soleil, & de sa Rotation autour de son axe, d'où résulte le mouvement diurne apparent du Soleil, & de tous les autres Astres,</i>	72
<i>CHAPITRE VIII. De quelques autres Phénomènes qui dépendent du mouvement de la Terre,</i>	91
<i>CHAPITRE IX. De la Lune, de ses différentes Phases, & de son mouvement,</i>	115
<i>CHAPITRE X. Des inégalités du mouvement de la Lune; de la figure de son Disque apparent; des Montagnes &</i>	

T A B L E

<i>des cavités profondes que l'on y apperçoit ,</i>	129
— <i>Sur la premiere équation des moyens mouvemens de la Lune ,</i>	142
— <i>TABLES du Soleil & de la Lune ,</i>	145
— <i>Des inégalités de la Lune au tems des Sifigies ,</i>	188
CHAPITRE XI. <i>Des Eclipses de Soleil & de Lune ,</i>	193
CHAPITRE XII. <i>De la Pénombre, & du Cone qu'elle forme. La méthode d'en mesurer la hauteur, comme aussi les diametres apparens des Ombres de la Terre & de la Lune,</i>	202
CHAPITRE XIII. <i>Où l'on considere la projection de l'Ombre de la Lune sur le Disque de la Terre ,</i>	213
CHAPITRE XIV. <i>Où l'on expose la méthode nouvelle de calculer les Eclipses du Soleil, qui doivent être visibles pour un lieu donné ,</i>	229
CHAPITRE XV. <i>Où l'on considere les différens Phénomènes qui sont occasionnés par le mouvement de la Terre, & par celui des deux Planetes inférieures Vénus & Mercure ,</i>	257
CHAPITRE XVI. <i>Du mouvement des Planetes supérieures Mars, Jupiter & Saturne, & des Phénomènes qui en résultent ,</i>	279
— <i>TABLES du IV^e Satellite de Saturne, & du premier Satellite de Jupiter ,</i>	304
CHAPITRE XVII. <i>Des Cometes ,</i>	321
CHAPITRE XVIII. <i>De la Sphere & de ses différens Cercles ,</i>	353
CHAPITRE XIX. <i>De quelques autres élémens de la Sphere ,</i>	368
CHAPITRE XX. <i>Des Crépuscules & de la Réfraction des Astres ,</i>	399
CHAPITRE XXII. <i>Où l'on traite des Parallaxes ,</i>	419
CHAPITRE XXIII. <i>La théorie du mouvement annuel de la Terre ,</i>	464
CHAPITRE XXIV. <i>Du mouvement des Planetes dans une Ellipse, & solution du Probleme de Képler, où l'on propose de couper l'aire Elliptique en raison donnée ,</i>	480
CHAPITRE XXV. <i>Solution du Probleme de Képler, donnée par M. Newton. Hypothese elliptique de Wardus ,</i>	497
CHAPITRE XXVI. <i>De l'Equation du Tems ,</i>	517

DES CHAPITRES.

CHAPITRE XXVII. <i>De la théorie des autres Planetes ,</i>	535
——— <i>De la construction des Tables du mouvement des Planetes ,</i>	559
CHAPITRE XXVIII. <i>Où l'on traite des stations des Planetes ,</i>	577
CHAPITRE XXIX. <i>Des parties du Tems ,</i>	593
CHAP. XXX. <i>Du Calendrier, & des Cycles ou Périodes,</i>	606
TABLE des Logarithmes logistiques de Street ,	622
AVERTISSEMENS pour le calcul des lieux du Soleil & de la Lune ,	627
CALCUL du lieu du Soleil le 4. Aoust 1739.	630
CALCUL du vrai lieu de la Lune le 4 Aoust 1739 ,	630
CALCUL de l'Immerſion du premier Satellite , arrivée le 18 Aoust 1740 ,	633
FORMULES pour calculer les Aberrations des Etoiles fixes en Déclinaison & en Aſcenſion droite , démontrées par M. Clairaut dans les Mémoires de l'Académie des Sciences , de 1737.	Ibid.
Fin de la Table des Chapitres.	

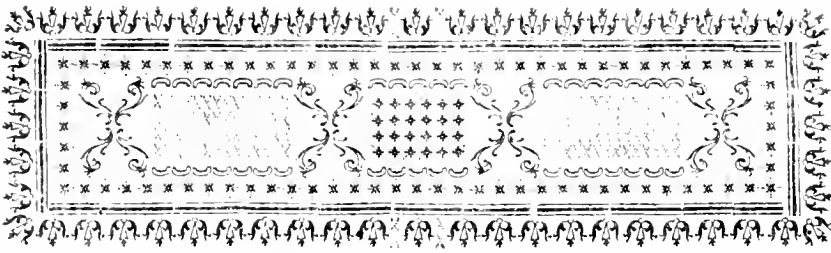
AVIS AU RELIEUR pour placer les Figures.

Hémisphere Boréal ,	page 62
Hémisphere Auſtral ,	Ibid.
PLANCHE I.	92
TABLE générale des Phafes de la Lune ſelon la Sélénographie d'Allemagne. I.	140
TABLE pour la moyenne Libration & les pleines Lunes, &c. II.	Ibid.
TABLE générale des Phafes de la Lune , ſelon la Sélénographie des PP. Grimaldi & Riccioli. III.	Ibid.
PLANCHE II.	194
PLANCHE III.	216
PLANCHE IV.	240
PLANCHE V.	278
RÉVOLUTIONS périodiques , &c.	352
PLANCHE VI.	374
PLANCHE VII.	426
PLANCHE VIII.	516
PLANCHE IX.	592

FAUTES A CORRIGER.

- P**AGE 13 ligne 21, au lieu de KHM, lisez ABD
Page 36 ligne 12, 1661, lisez 1761.
Page 37 ligne 28, de nous que dans, lisez de nous dans
Page 109 ligne 30, CE, lisez SE
Page 207, ligne 14, diametre, lisez demi-diametre.
Page 212 ligne 14, à la, lisez avec la
Page 253 ligne 2, CEDG; par la, lisez CEDG, par la
7, H, A; lisez HA,
Page 338 en marge, se meuvent; lisez se montrent
Page 339 en marge de l'Ecliptique, lisez de l'Ellipse
Page 345 ligne 4 au plutôt, lisez ou plutôt
Page 398 ligne 5, 2^e colombe au lieu de Υ , lisez Υ .
Page 508 ligne pénultième, au lieu de au tems & GC, lisez au tems :
Et GC
Page 565, dernieres lignes en marge, & véritables, lisez aux véritables
Page 582 en marge A : B, lisez des Cosinus A : B
Page 630 ligne 14, le 3 Aouft, lisez le 4 Aouft





ESSAI SUR L'HISTOIRE ET SUR LE
*progrès de l'Astronomie ; où l'on traite du Mouvement
de la Terre, de la Précession des Equinoxes, de
l'Obliquité de l'Ecliptique, & du Moyen
Mouvement de Saturne.*

LES Elémens d'Astronomie qui ont été publiés jusqu'à présent, sont en si petit nombre, qu'on ne doit pas être étonné de voir rappeler ici & ce qu'ils contiennent, & les additions que divers Auteurs y ont faites presque successivement. On fera peut-être bien-aise de sçavoir à quel point de perfection l'Astronomie a été portée à mesure que l'on a fait de nouvelles découvertes, ou que les Mathématiciens ont imaginé des méthodes plus simples, plus naturelles & moins indirectes que celles dont on étoit obligé de se servir autrefois. L'Astronomie ayant déjà bien changé de de face, & étant devenue beaucoup plus simple depuis que l'on admet le Mouvement réel de la Terre autour du Soleil, il est à propos de commencer par déduire ici en peu de mots les preuves qu'on a données tant du mouvement annuel de la Terre, que de son mouvement de Rotation.

L'Astronomie devenue beaucoup plus simple depuis que l'on admet le mouvement de la Terre.

On avoit fait déjà du tems de Képler assez de progrès dans la recherche du véritable Systeme du Monde ; & l'on pouvoit bien dire dès-lors que l'opinion ancienne de Philolaüs ou des Caldéens, sur le mouvement réel de la Terre autour du Soleil (introduite près de cent ans auparavant par Copernic) n'avoit plus besoin d'être défendue comme autrefois, lorsqu'elle n'étoit adoptée simplement que comme le systéme du monde le plus vraisemblable. En effet depuis la découverte du Télescope, faite en Hollande, & employé d'abord par Galilée, on a publié diverses démonstrations de ce systéme, qui ont été reçues de tous les Mathématiciens, & généralement de tous ceux qui ont été à portée de prendre quelque connoissance de la Physique Céleste : Voici les principales preuves qu'on en donnoit, & qui ont achevé de convaincre les Philosophes.

La Terre &
les Planètes
tournent au-
tour du Soleil.

Les différentes Phases de Mercure, de Vénus & de Mars vûes avec les meilleurs Télescopes prouvent déjà que ces Planetes tournent autour du Soleil ; & les Eclipses des Satellites dans l'ombre des Planetes supérieures comparées aux tems de leurs conjonctions visibles, font aussi reconnoître que ces mêmes Planetes tournent autour du Soleil. D'ailleurs Képler avoit remarqué que toutes les Planetes, en faisant leur révolution, étoient assujetties à une même loi, qu'il avoit découverte : or cette loi lui avoit paru générale & toujours constante, en admettant le Soleil, & non pas la Terre, au centre du Mouve-

ment des Planetes. D'aussi fortes preuves & l'analogie le conduifirent donc à en conclurre le mouvement réel de la Terre autour du Soleil.

Mais on est parvenu à le prouver aujourd'hui d'une maniere encore plus simple, en y employant la découverte qu'on a faite tout récemment de l'Aberration des Etoiles fixes. L'explication si naturelle & si ingénieuse qu'on a donnée de ce Phénomene, satisfait merveilleusement & fans aucune exception, à toutes les apparences du mouvement des Etoiles dans le cours de chaque année. Ainsi le mouvement réel de la Terre ne sçauroit être prouvé d'une maniere plus décisive. En effet pour bien entendre cette théorie de l'Aberration, qu'on détaillera néantmoins encore davantage au Chapitre VIII. il faut sçavoir qu'elle est fondée sur le mouvement réel de la Terre autour du Soleil, & sur le mouvement successif de la Lumiere. Il ne reste plus de doute aujourd'hui sur la propagation ou le mouvement successif de la Lumiere; puisque si cette vérité, de même que la plûpart des autres, a été combattue dès le commencement, on peut dire à cette heure que ceux mêmes qui l'ont attaquée, l'ont adoptée depuis unaniment, comme il est aisé de s'en convaincre par leurs propres écrits. Il faut avouer aussi que la découverte de l'Aberration des Etoiles fixes a paru d'abord y ajouter un nouveau poids; & que d'ailleurs l'action mutuelle des Satellites de Jupiter, les uns à l'égard des autres, auparavant inconnue, sembloit en quelque maniere autori-

Nouvelle preuve fondée sur la découverte de l'Aberration des Etoiles.

Elle dépend du mouvement annuel de la Terre autour du Soleil.

L'Aberration dépend aussi du mouvement successif de la Lumiere.

Le mouvement successif de la Lumiere avoit déjà été prouvé par les Eclipses des Satellites de Jupiter.

fer ceux qui ne vouloient pas adopter la démonstration du mouvement successif de la Lumiere, fondée sur les Eclipses des Satellites. Cependant il n'étoit pas impossible d'appercevoir les effets de ce mouvement successif dans les trois Satellites supérieurs, comme dans le premier; & c'est ce qu'avoit déjà prouvé M. Hallei long-tems avant la découverte de l'Aberration des Etoiles.

Quoi qu'il en soit, le mouvement successif de la Lumiere étant universellement établi, on peut bien assurer aujourd'hui que le mouvement réel de la Terre autour du Soleil est démontré par la théorie de l'Aberration, puisqu'autrement cette théorie ne pourroit plus satisfaire aux observations du mouvement apparent des Etoiles, & deviendroit fausse dans des cas particuliers. D'un autre côté les Astronomes n'ont pas hésité à publier leurs observations faites à ce sujet, qui leur ont fait également reconnoître l'excellence & la vérité de cette ingénieuse théorie.

La Rotation de la Terre & des Planetes autour de leur Axe.

Le mouvement de la Terre autour du Soleil suppose nécessairement la Rotation de la Terre autour de son Axe qui s'acheve en 24 heures. Ce mouvement diurne ou de Rotation est confirmé d'ailleurs par celui que l'on observe dans la plupart des Planetes, sur la surface desquelles on a découvert différentes taches qui ont fait enfin reconnoître qu'elles tournoient d'Occident en Orient avec une inclinaison constante de la part de leur Axe de Rotation. Feu M. Cassini a reconnu le premier que Jupiter tournoit en 9^h 56'

Et sur le progrès de l'Astronomie. v

autour de son Axe, Mars en $24^h 40'$, & Venus en $23^h 20'$; que l'Axe de Jupiter & de Mars est presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, ou plutôt au plan de leur orbite. Enfin celui de Venus, est incliné de 15° à l'Ecliptique; de sorte que cette Planete tourne, pour ainsi dire, autour de son Axe du Midi au Septentrion.

Inclinaison
l'Axe de Ve-
nus au plan de
l'Ecliptique.

Au reste, une des choses qui contribue le plus à attirer l'attention de ceux qui aiment l'étude des Mathématiques, c'est de s'appercevoir que tant de vérités qu'on a successivement découvertes, & qui ont exigé bien du tems & une infinité d'expériences pour être constatées, se trouvent pour l'ordinaire intimement liées, & découlent naturellement les unes des autres. Auroit-on jamais osé soupçonner, par exemple, sans les principes qu'on vient d'établir, & qui avoient déjà été reconnus, que la Terre dût avoir une forme un peu différente d'une Sphere; qu'elle fût dis-je applatie vers les Poles, & que cet Applatiffement ou altération dans sa rondeur ait été de tout tems la principale cause du Mouvement Apparent de toutes les Etoiles d'Occident en Orient? Car les Etoiles, comme presque tout le monde sçait, ont changé considérablement de lieu, & se sont avancées de près d'un signe, ou 30 degrés vers l'Orient depuis environ deux mille ans. Les Etoiles du Bélier, qui du tems d'Hipparque étoient placées à l'Equinoxe du Printems, occupent actuellement le lieu où se trouvoit pour lors la Constellation du Taureau;

La figure de
la Terre est
la cause du
mouvement
apparent des
Etoiles selon
l'ordre des si-
gnes, dont la
révolution s'a-
cheve en
26000 ans.

les Etoiles de celle-ci ont pris la place de la Constellation des Gemeaux, & ainsi de suite ; de maniere qu'il faudra vingt-six mille ans ou environ avant que toutes les Etoiles ou Constellations, après avoir parcouru les douze signes du Zodiaque parallelement à l'Ecliptique, reparoissent au même lieu & dans les mêmes points du Ciel, où le fameux Hipparque les avoit observées près de 150 ans avant l'Ere Chrétienne.

Il est difficile de s'accoutumer d'abord à comprendre ces grands mouvemens périodiques, comme aussi les causes qui ont dû les produire : on tâchera cependant d'expliquer dans la suite d'où elles dépendent ; en un mot, comment doit se faire chaque année la Précession des points des Equinoxes : car les Etoiles n'ont pas en effet un mouvement propre qui les emporte vers l'Orient, mais ce sont au contraire les points des Equinoxes & des Solstices qui se meuvent contre l'ordre ou la suite des signes : & quoique la différence en soit insensible pour le commun des hommes dans l'espace de quelques années, néanmoins comme ces différences s'accroissent toujours dans le même sens, elles produisent enfin un effet qui devient dans la suite de plus en plus remarquable.

Quand le feu Roi LOUIS XIV. envoya des ordres à l'Académie des Sciences nouvellement établie par les soins de M. Colbert, pour qu'on mesurât la grandeur d'un degré en France, & pour en conclure la grandeur de la Terre, M.

Les points des Equinoxes ont un mouvement réel contre l'ordre des signes ; ce qui est la cause du mouvement apparent des Etoiles d'Occident en Orient.

Degré du Méridien mesuré en France.

Picard qui en fut chargé, déterminâ fort exactement la distance terrestre; & quoiqu'il n'ait pas eu tout-à-fait le même succès dans la recherche de l'Arc Céleste*, n'ayant pu le vérifier dans la suite avec M. de Roemer, comme il l'avoit proposé, cependant il est aisé de voir qu'il étoit déjà parvenu à conclure à cent toises près la grandeur du degré de la circonférence de la Terre; d'où en supposant la Terre ronde, sa circonférence fut établie pour lors de 9000 lieues à raison de 25 lieues par degré.

Grandeur de la Terre.

M. Picard avertit dans son Livre de la Mesure de la Terre, publié en 1671. d'une conjecture proposée dans l'Assemblée de l'Académie des Sciences, & qui avoit déjà fait soupçonner à quelques-uns que la Terre n'étoit pas exactement Sphérique, mais un Sphéroïde applati par les Poles. Il dit qu'en supposant le Mouvement diurne de la Terre autour de son Axe, la Pesanteur devoit être (à cause de la force centrifuge)

L'Accourcissement du Pendule sous l'Équateur, & la figure de la Terre avoient d'abord été proposés dans l'Assemblée de l'Académie des Sciences, comme dépendans d'une même théorie physique.

* Il résulte de ses Observations que l'Arc compris entre Paris & Amiens, seroit de $7^{\frac{1}{2}}$ plus grand que celui qu'on a observé en 1739 de $1^{\circ} 1' 12''$; ou plutôt de $8^{\frac{1}{2}}$, si l'on a égard à la différence des réfractions, qui avoit été négligée par M. Picard, comme n'étant pas de grande conséquence: il est vrai que la différence est encore plus grande, si l'on a égard aux aberrations de l'Etoile qu'il avoit observée, & que cette erreur ne lui étant pas tout-à-fait inconnue, a fait enfin soupçonner que l'amplitude de son arc n'auroit pas été assez exactement déterminée. Mais comme il avoit recherché en même tems avec son Quart-de-cercle, l'amplitude du même arc par différentes Etoiles, & qu'il ne nous a donné que le résultat des distances au Zénit d'une même Etoile observée à son Secteur, la correction qu'on voudroit faire à cet arc, à cause de l'Aberration de l'Etoile, paroît assez inutile,

plus grande vers les Poles que vers l'Equateur; d'où l'on avoit conclu que dans la Zone Torride les corps graves pourroient descendre moins vite, & qu'ainsi il faudroit peut-être y accourir sensiblement le Pendule qui bat les secondes.

L'Accourcissement du Pendule déterminé par observation en l'Isle Cayenne en l'année 1672.

Cela fut vérifié l'année suivante dans un voyage fait par Richer en l'Isle Cayenne à près de cinq degrés de la Ligne Equinoctiale ou de l'Equateur. Il remarqua d'abord que sa Pendule bien réglée en France retardoit chaque jour d'environ $2\frac{1}{2}$ minutes. Mais comme on lui avoit recommandé principalement de mesurer la longueur du Pendule simple qui bat les secondes, il en répéta l'expérience pendant 8 mois entiers; & il résulta toujours qu'en l'Isle Cayenne, le Pendule qui bat les secondes devoit être plus court d'une ligne & un quart, qu'à la latitude de Paris.

C'est ainsi que MM. Huygens & Newton reconnurent que la Terre devoit être aplatie vers les Poles, & rehaussée vers l'Equateur. Enfin après bien des recherches tant sur la longueur du Pendule, que sur la grandeur du degré en différens climats, on est parvenu aujourd'hui à conclure la juste quantité, dont l'axe qui passe par les Poles est plus court que le diamètre de l'Equateur. La différence excède une deux-centième partie, & peut même être fixée à $\frac{1}{175}$.

L'axe terrestre est plus court que le diamètre de l'Equateur de $\frac{1}{175}$ suivant les plus récentes observations faites en Laponie & dans le Pérou.

On donnera bientôt * d'après ces résultats, la manière de calculer la quantité de la Précession

* Cet Essai a commencé d'être dicté au Collège Royal en 1745.

de l'Equinoxe & la Nutation de l'axe de la Terre : cela suppose divers principes de Physique céleste, qui doivent suivre immédiatement les Institutions Astronomiques que l'on développe ici. La Précession des Equinoxes & la nutation de l'axe de la Terre dépendent, comme on le verra, d'une même cause ; car la Terre n'étant pas sphérique, l'action du Soleil & de la Lune sur les Parties du Sphéroïde, devient inégale pendant le cours de chaque révolution périodique. D'où il suit que l'inclinaison du plan de l'Equateur & par conséquent de l'axe terrestre, à l'égard de l'Ecliptique est variable, tant à chaque Lunaison, que dans le cours de chaque année, & cela alternativement au Nord & au Midi, ce qui fait rétrograder les points des Equinoxes. Mais pour donner ici quelque idée de cette Théorie, il nous faut parler d'une cause première, laquelle est universelle & dont nous connoissons les effets.

A cause que les Terres sont sensiblement rehaussées vers l'Equateur, l'action du Soleil & de la Lune sur le Sphéroïde terrestre, devient inégale, à mesure que ces Astres s'écartent vers le Nord ou vers le Midi.

Il faut donc sçavoir, qu'il y a dans la nature un principe que les Physiciens & les Astronomes admettent assez unanimement aujourd'hui, non-seulement parce que tous les phénomènes, même les plus rares & les plus singuliers, le confirment de jour en jour, mais aussi parce qu'il a conduit jusqu'à présent, ceux qui l'ont reconnu aux plus grandes découvertes : c'est la loi générale de la gravitation.

L'Astronomie physique presque entièrement fondée sur la théorie de la gravitation.

C'est par le secours de cette loi qu'on a découvert le mouvement réel des Comètes, si longtemps ignoré des Astronomes & des Philosophes,

Cette théorie a fait enfin découvrir les règles du mouvement des Comètes.

même dans les deux siècles éclairés qui ont précédé celui-ci. Nous sçavons aujourd'hui que ces corps sont de vraies Planetes qui tournent autour du Soleil, en parcourant des Ellipses presque immenses.

On répond à l'objection qui a été proposée depuis Tycho jusqu'en ces derniers tems, contre le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, & la distance presque immense des Etoiles, qui résulte du défaut de la parallaxe du grand orbe.

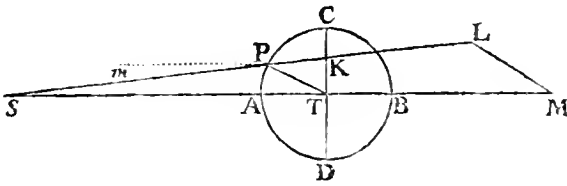
D'un autre côté, comme il a fallu reconnoître il y a déjà long-tems que la distance des Etoiles étoit prodigieuse, puisqu'elle surpasse infiniment les plus grands espaces compris entre le Soleil & les orbites de la Terre ou des Planetes, on est à portée d'assigner aujourd'hui à quoi doit être destinée cette vaste étendue comprise entre Saturne & les plus proches Etoiles. On sçait, dis-je, que les Cometes y achevent leurs révolutions périodiques autour du Soleil, & de plus, il paroît assez vraisemblable, que d'autres Cometes les achevent pareillement autour des Etoiles, en y parcourant de très-grandes orbites & les plus excentriques qu'il soit possible d'imaginer.

La précession de l'Equinoxe.

Pour revenir à ce qui concerne la nutation de l'axe terrestre & la Précession des Equinoxes*, il

* Soit le Soleil ou la Lune en S , DC le plan du disque terrestre auquel la ligne ST est perpendiculaire, le centre de la Terre étant en T ; soit aussi supposée avec M. Newton la gravitation moyenne de la Terre vers le Soleil représentée par ST ; ou ce qui revient au même, la gravitation vers le Soleil de toute la matiere réunie au centre du globe terrestre T . Pour trouver la gravitation vers le Soleil d'une montagne ou masse quelconque P , prise sur l'Equateur Terrestre, on prendra sur SP (à cause que la gravitation croît ou diminue en raison renversée du carré de la distance) la ligne SL qui soit à ST , comme ST^2 est à SP^2 ; d'où il est évident que la ligne SL représentera la gravitation de la particule ou masse P vers le Soleil. Ayant mené LM parallèle à PT , qui rencontrera ST prolongée au point M , la gravitation SL se trouve composée des deux forces LM , SM , dont l'une qui est

est à propos de considérer, que si l'axe de la Terre n'étoit pas incliné sur le plan de l'orbe qu'elle

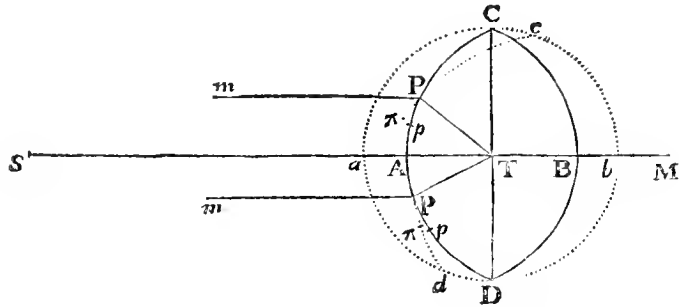


parallele & sensiblement égale à PT , agit directement vers le centre de la Terre : quant à l'autre SM , comme une de ses parties ST est toujours commune à toutes les autres parties de la Terre, elle ne sçauroit non plus causer de changement dans le mouvement de l'axe Terrestre. Il n'en est pas de même de l'autre partie TM de la ligne SM ; car outre qu'elle est variable (étant à très-peu près égale à trois fois PK cosinus de l'angle PTS) elle agit constamment suivant une direction Pm parallele au plan de l'Ecliptique. C'est pourquoi si la ligne CTD représente l'interfection commune de l'Equateur Terrestre avec le plan de l'Ecliptique, & si l'on imagine que la moitié $CPAD$ de l'Equateur soit élevée au-dessus du plan STC pendant que l'autre moitié DBC est abaissée au-dessous du même plan, alors la particule ou masse placée en P sur la circonférence de l'Equateur Terrestre, est agitée comme ci-dessus par deux forces, dont l'une étant toujours dirigée vers le centre de la Terre ne sçauroit changer la situation de l'axe du Globe : mais l'autre au contraire agissant suivant une direction parallele à TS , tend à ramener le plan de l'Equateur vers le plan de l'Ecliptique CTS .

Après avoir considéré ce qui doit arriver au Globe Terrestre par l'effet de la gravitation de la montagne ou particule P qui seroit continuellement attirée vers le plan de l'Ecliptique, supposons que toutes les particules qui excèdent le Globe Terrestre depuis l'Equateur jusqu'au Pole (ou simplement les terres qui sont rehaussées vers l'Equateur) se réunissent dans le plan même de l'Equateur, & y forment un large Anneau fort mince, & dont le plan passeroit nécessairement par le centre de la Terre : à ne considérer uniquement que cet Anneau, il est aisé de s'appercevoir que chaque fois que son plan passera par le Soleil (ce qui doit arriver au tems des Equinoxes) ses nœuds ou interfections avec le plan de l'Ecliptique doivent être pour lors immobiles, l'action du Soleil qui est représentée par Pm se faisant alors dans le plan même de l'Anneau qu'on suppose passer en ce moment-là par le centre du Soleil : mais dans toute autre situation des nœuds de l'Anneau depuis l'Equinoxe jusqu'aux Solstices, son inclinaison

décrit chaque année autour du Soleil ; si cet axe étoit disposé à peu-près comme celui de Jupiter (lequel est presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique) le Soleil nous paroîtroit en ce cas continuellement dans le plan de l'Equateur,

au plan de l'Ecliptique doit augmenter ou diminuer, & cela de la manière qu'on va l'expliquer par le moyen de la figure suivante.



* Voyez le I. Lemme de la prop. 39. du 3^e Livre de la Philosophie de M. Newton.

Car pour revenir à la particule P , quel que soit l'effort * qui doit se faire, soit sur cette particule, soit sur la matière de l'Anneau qui excède le Globe Terrestre, & qui seroit réunie en ce seul point P , il s'agit de prouver que dans l'un ou l'autre cas l'angle de l'inclinaison de l'Anneau sur le plan de l'Ecliptique STC doit toujours diminuer depuis l'instant que le point P quitte les points C ou D des Equinoxes, jusqu'au tems de son arrivée aux points des Solstices A ou B ; qu'au contraire cet angle augmentera depuis les Solstices jusqu'au tems des Equinoxes, c'est-à-dire, depuis le passage du point P de A ou B , jusqu'en D ou C ; qu'enfin dans l'un ou l'autre cas les points Equinoxiaux ou les Nœuds de l'Anneau doivent avoir un mouvement rétrograde sur le plan de l'Ecliptique : qu'on suppose P fort proche de A .

Dans le premier cas, P est emporté par le mouvement annuel de la Terre d'Occident en Orient, & s'éloigne du point de l'Equinoxe C , en s'avancant vers A qui répond au Solstice. Supposant donc que dans un instant donné il parcourt l'arc Pp , l'effort qui se fait pendant le même instant sur le point P parallèlement à l'Ecliptique selon la direction Pm , lui fera donc parcourir par un mouvement composé la ligne droite $P\pi$. Ainsi son mouvement ne se fait point selon la première direction du plan de l'Equateur CTP , & l'AXE terrestre ne doit

& quelque applatiffement qu'eût la Terre vers les Poles, pourvû qu'on l'admette uniformément dense ou homogène, le premier point d'v ou de l'Equinoxe répondroit constamment au même lieu dans le Ciel étoilé. En un mot, toutes les

pas s'avancer parallèlement à lui-même : mais le mouvement du point P ou de l'Anneau se fera dans un nouveau plan $TP\pi$, lequel étant prolongé rencontrera celui de l'Ecliptique au-delà du point C , c'est-à-dire, en c . Considérant aussi que l'effort qui se fait suivant Pm est très-petit, en comparaison de celui qui est produit par le mouvement annuel, & qui transporte le point P en p ; il s'ensuit que l'angle CPc qui mesure la différence d'inclinaison des deux plans CPT , cPT , est très-petit, & qu'ainsi l'arc Pc diffère à peine de l'arc PC . Ainsi comme depuis le tems des Equinoxes jusqu'au tems des Solstices, l'Arc PC est toujours moindre que le quart de cercle CA , d'une quantité finie PA , il s'ensuit que la somme des deux arcs PC , Pc est moindre que le demi-cercle; partant dans le triangle sphérique CPc , l'angle extérieur PCa sera plus grand que l'intérieur ou opposé PcC . L'inclinaison du plan de l'Anneau ou de l'Equateur doit donc diminuer continuellement depuis le passage du point P de C en A . Mais l'interfection ou le nœud C étant alors transporté de C en c , il est évident que son mouvement se fait dans le sens contraire au mouvement périodique du point P , & qu'ainsi le nœud ou point de l'Equinoxe C rétrograde, & se meut contre la fuite des signes.

En second lieu, si le point P est transporté depuis le Solstice qui se fait en A jusqu'à l'Equinoxe en D , en quelque lieu qu'il se trouve alors, comme il est agité par deux forces, sçavoir, suivant la direction Pp , & suivant la direction Pm , il décrira par conséquent par un mouvement composé la ligne $P\pi$: ainsi le mouvement de l'Equateur se fera donc suivant cette dernière direction, & le plan de l'Equateur prolongé rencontrera celui de l'Ecliptique en d ; d'où il suit que l'Equinoxe ou Nœud D doit rétrograder vers le point d , & l'angle extérieur Pda étant plus grand que son intérieur ou opposé Pdd , il sera vrai de dire que l'inclinaison du plan de l'Anneau doit augmenter depuis le Solstice jusqu'à l'Equinoxe.

On démontrera de la même maniere le mouvement rétrograde des points des Equinoxes & la diminution ou l'augmentation qui doit arriver dans l'inclinaison de l'Anneau sur le plan de l'Ecliptique, pendant que le point P de cet Anneau (qui est opposé le plus directement au Soleil) parcourt les deux arcs DB , BC .

Constellations ne se feroient point avancées de près d'un signe depuis environ deux mille ans , & l'action du Soleil ou de la Lune ne causeroit pas deux fois , à chaque révolution périodique , la nutation de l' Axe terrestre.

Mais comme cet Axe fait un angle de $66^{\circ}\frac{1}{2}$ avec le plan de l'Ecliptique , ou que l'Equateur forme avec le plan de l'orbe annuel un angle de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, il s'en suit qu'à chaque fois que le Soleil ou la Lune nous paroissent s'écarter vers l'un ou l'autre Tropicque , leur action étant inégale sur le Sphéroïde (à cause que les Terres sont sensiblement rehaussées vers l'Equateur) , non-seulement la nutation de l' Axe terrestre doit avoir lieu , mais aussi la commune section du plan de l'Equateur avec celui de l'orbe annuel doit peu à peu changer de place par un mouvement continuel contre l'ordre des signes , ce qui fera paroître rétrograder les points des Equinoxes.

Origine des différents traités d'Astronomie , publiés dès le commencement du renouvellement des Lettres en Europe.

Il n'est pas nécessaire de s'arrêter long-tems ici aux divers Traités d'Astronomie qui ont été publiés sous les regnes de François I & de ses Successeurs : la plûpart de ces Ouvrages n'étoient que des Extraits de l'Almageste de Ptolomée , traduit de l'Arabe ou sur les manuscrits Grecs : ceux-ci furent recueillis & les passages restitués dans cette belle édition de Bâle de l'année 1538.

L'Almageste de Ptolomée.

L'Almageste étoit alors regardé comme une des plus importantes collections qui eût été faite de toute l'Astronomie ancienne. Cet Ouvrage

avoit été publié sous l'empire d'Antonin, & il ne restoit gueres que ce seul Livre d'Astronomie qui eût échappé à la fureur des Barbares. On s'y étoit donc attaché d'autant plus volontiers, qu'il renferme non seulement les hypothèses, les méthodes pratiques & les théories des Anciens, mais encore plusieurs observations Astronomiques faites en Orient & à Alexandrie depuis la vingt-septième année de Nabonassar, (qui est le tems de la plus ancienne Eclipsé qu'on sçache avoir été observée à Babylone) jusques vers l'an 887, qui répond, selon nos Chronologistes, à l'année 140 de l'Ere Chrétienne. Les autres Livres qui s'étoient sans doute bien moins multipliés, avoient été détruits pendant les ravages presque continuels qui se firent durant cinq cens ans dans toutes les provinces Romaines.

L'empire Romain, comme l'on sçait, ayant fini en Occident en l'année 476 de l'Ere Chrétienne, & les nations Gothiques qui en avoient conquis les provinces, s'y étant pour lors établies, une longue barbarie succéda tout-à-coup aux siècles éclairés de Rome : & cette grande ville, de même que celles de la Gaule, des Espagnes & de l'Afrique, ayant été plusieurs fois prise & sacagée, il n'est pas étonnant si les manuscrits furent détruits & dissipés ; l'ignorance étant tout-à-coup devenue si grande que même les Princes Conquérans connoissoient à peine l'usage des livres. Comme ces nations ne songeoient qu'à exterminer le nom Romain, leur

Ce qu'en ont pensé les Mathématiciens.

Les plus anciennes observations Astronomiques qui nous soient restées, se trouvent dans ce Livre.

Les autres ouvrages d'Astronomie ancienne ont été détruits pendant les ravages des Barbares.

fièvre s'étoit allumée à tel point, qu'ils prirent à tâche d'anéantir tous les écrits, & de détruire les monumens que la puissance Romaine avoit élevés dans les Gaules & dans l'Italie.

Omar fait brûler tous les Livres en Orient.

Cette perte eût été en quelque façon réparable, si vers le milieu du septième siècle Omar, III^e Calife des Sarrasins, n'eût fait brûler tous les livres en Orient. Le nombre de ceux qui se trouvoient à Alexandrie étoit immense : comme il fallut employer plus de six mois pour exécuter l'ordre du Calife qui achevoit pour lors la conquête de la Perse, les ordres qu'il avoit envoyés ne furent pas si rigoureusement exécutés en Egypte, qu'il n'échappât quelques manuscrits. Enfin la persécution que les différentes Sectes qui s'étoient élevées parmi les Mahométans avoient fait naître tant en Afrique que dans l'Asie, ayant cessé presqu'entièrement, les mêmes Arabes ou Sarrasins recueillirent bientôt après un grand nombre d'écrits que les premiers Califes Abbasides firent traduire d'après les Versions Syriaques, & ensuite du Grec en leur Langue, laquelle est devenue depuis ce tems la langue sçavante de tout l'Orient.

Ce qui n'empêche pourtant pas les Sectes de se multiplier parmi les Mahométans.

Versions Arabes faites par ordre des Califes de la seconde race.

Or, soit que l'Almageste nous ait d'abord été apporté par les Sarrasins d'Espagne, le nombre des Astronomes s'étant multiplié d'abord sous la protection des Califes de Bagdad; soit qu'on en eût enlevé diverses copies du tems des Croisades lorsqu'on fit la conquête de la Palestine sur les Sarrasins d'Egypte; il est certain que ce livre a été

été d'abord traduit d'Arabe en Latin par ordre de l'Empereur Frederic II. vers l'an 1230 de l'Ere Chrétienne.

Cette traduction étoit informe, & celles qu'on a faites depuis, ne sont pas non plus trop exactes : on est souvent obligé d'avoir recours au texte original. Ismaël Bouillaud en a cependant rétabli divers passages dont il a fait usage dans son *Astronomie Philolaïque*, s'étant servi pour cet effet du manuscrit Grec que l'on conserve à la Bibliothèque du Roi.

Le grand objet des Astronomes d'Alexandrie avoit été dans l'espace d'environ 200 ans de recueillir assez d'observations pour se mettre en état de fonder quelque théorie, & représenter ensuite par leurs calculs les mouvemens célestes. La protection que leur accorderent les Rois Grecs successeurs d'Alexandre (qui firent en effet fleurir les sciences & les arts parmi les Egyptiens infiniment plus que n'avoient fait les Rois naturels de cette nation) le grand nombre de Philosophes & de Sçavans en tout genre qu'ils attirèrent par leurs bienfaits dans la capitale de leur royaume, ne contribua pas peu à faire surmonter les grands obstacles qui pouvoient retarder l'exécution de ce projet. En effet Pline qui a vécu sous l'empire de Trajan, c'est-à-dire, peu de tems avant Ptolomée l'auteur de l'*Almageste*, nous apprend qu'Hipparque avoit déjà entrepris le Catalogue général des Etoiles, & qu'il exécuta un si grand ouvrage principalement à l'occasion

Quel étoit l'état de l'Astronomie sous les rois d'Egypte successeurs d'Alexandre.

d'une nouvelle Etoile qui parut tout-à-coup; que pour cet effet il avoit fait forger un très-grand nombre d'instrumens: environ cent ans auparavant Eratosthenes avoit déjà placé par ordre de Ptolomée Evergetes de grandes Armilles dans l'un des portiques d'Alexandrie, & avoit commencé à s'en servir pour observer les mouvemens du Soleil & des Planetes.

Il est évident dé-là que les observations Astronomiques faites à Alexandrie s'étoient déjà multipliées dans l'espace de plus de deux cens ans sous Tymocharis, Aristille, Erathostenes & Hipparque: mais dans la suite sous un foible gouvernement les Rois étant déchus de ce haut degré de puissance, & l'Egypte ayant été bientôt après réduite en province Romaine, le nombre des Observateurs qui travailloient à l'avancement de l'Astronomie, & qui s'éclairoient mutuellement, diminua tout-à-coup; & la construction des Tables Astronomiques qu'on avoit entreprise, mais qu'on n'avoit pas encore jugé à propos de publier, étant devenue pour lors l'objet d'un seul homme, ce dernier moins occupé de l'histoire générale des Observations, que de ses hypotheses & de ses Tables, nous a causé en les publiant, une perte irréparable.

Les Astronomes ont dû ébaucher dès le commencement, différentes Tables Astronomiques.

Ces Tables sont devenues d'autant plus nécessaires, qu'elles se sont perfectionnées de jour en jour.

L'idée de construire ces sortes de Tables Astronomiques est assez naturelle, mais étant une fois publiées, on ne doit songer d'abord qu'à les corriger, de même qu'on le pratique à l'égard des Tables Géographiques, qu'on ne cesse

de réformer, comme l'on sçait, à chaque siècle. Il n'y a donc pas lieu de croire qu'aucun Astronome jusqu'à ce jour, ait jamais prétendu sérieusement en construire de perpétuelles.

Ce fut dans cette vue qu'Hipparque avoit commencé d'abord par observer les momens des Equinoxes, ce qui devoit fixer la grandeur de l'année solaire : il avoit découvert aussi la première inégalité de la Lune & quelques-unes de celles des Planetes, en même tems qu'il recherchoit leurs révolutions périodiques. De plus, en construisant son Catalogue, il s'étoit appercû par les déclinaisons de l'Epi de la Vierge & de quelques Etoiles, comparées à celles qu'Eudoxe & Tymocharis avoient observées avant lui, que ces Etoiles, de même que les Planetes, étoient assujetties à un mouvement propre ou apparent d'Occident en Orient, qui, quoique très-lent, étoit néanmoins devenu assez sensible.

Les observations des Equinoxes servent à déterminer la grandeur de l'année Solaire.

L'année Solaire plus courte que l'année Sydérale.

Si Ptolomée* en continuant les mêmes observations près de trois cens ans après Hipparque,

* Quòd autem tamdiu latuerit veritas Astronomica ex eo factum est quod veteres Artifices & imprimis *Ptolemæus* nulla omnino nobis tradiderint observata, præter ea quibus ad stabiliendas hypothèses tabularum suas principiis uti sunt, cum tamen multo magis ex re fuisset *Tymocharidis*, *Aristilli*, *Hipparchi*, suasque *Ptolemæi* τρηόσις debitâ fide ad nos transmisisset & numerorum suorum à cælo dissensus ingenuè adnotasse, (ad exemplum magni *Hippocratis* cui minimè pudori fuit sub curâ suâ mortuos æquè ac sanitati restitutos posteritati consignasse) potiùs quàm vanâ quâdam gloriolæ specie sphalmata sibi ipsis perspecta tacuisse, celatis scilicet observationibus iis quibus tabulas suas malè respondententes experti sunt. Hoc autem ante *Tychonem Braheum* omnium penè gentium Astronomis commune vitium. *Hallesiùs*, *Præf. ad Observat. D. Jac. Pound.*

Si Ptolomée avoit publié dans son *Almageste*, toutes les observations anciennes, l'Astronomie seroit aujourd'hui beaucoup plus avancée.

s'étoit contenté d'en publier une histoire générale; s'il n'eût pas d'ailleurs changé les positions des Etoiles du Catalogue, & qu'au lieu d'établir à l'aide des hypothèses par un petit nombre d'observations les Elémens du mouvement des Planetes, il eût discuté & recueilli fidelement tout ce qui pouvoit concourir à constater les moyens Mouvements, les Nœuds, l'Inclinaison, l'Aphélie, l'Excentricité ou les plus grandes Equations des orbites des Planetes; il est certain que l'Astronomie seroit beaucoup plus avancée qu'elle ne l'est aujourd'hui, & qu'on connoitroit bien mieux à présent les regles des Mouvements célestes. Mais il a moins songé à rendre son *Almageste* ou *Syntaxe* utile aux Astronomes, que de le mettre à la portée du commun des hommes & des Calculateurs. Et comme le vrai moyen de perpétuer ces sortes d'ouvrages est d'anéantir toutes les observations qui peuvent y être contraires, il est arrivé de-là qu'à l'exception de celles qu'il fut obligé d'employer à la construction de ses Tables, les autres observations Astronomiques ont été perdues, le seul *Almageste* s'étant alors répandu, & la lecture des anciens Auteurs, qui étoient d'un plus difficile accès, ayant été presqu'entièrement négligée.

Les Tables Alphonines & Mécaniques vicieuses, de même que celles de Ptolomée.

Voilà en peu de mots ce qui nous restoit à dire sur l'Astronomie ancienne. Les Mathématiciens du Roi Alphonse & ceux du Can des Tartares Houlacou, ayant suivi à peu-près le même plan que Ptolomée, nous ne parlerons point ici

de leurs ouvrages, non plus que des Tables Astronomiques construites par les Mathématiciens d'Ulug-Beigh, dont les observations ne sont pas encore assez connues. Mais nous trouvons dans le 9^e & dans le 12^e siècle Albategnius & quelques autres Astronomes Arabes qui ont en effet travaillé utilement; & il seroit à souhaiter qu'on achevât la traduction de leurs ouvrages. Enfin au commencement du 16^e siècle lorsque Copernic a renouvelé l'ancien système du mouvement de la Terre autour du Soleil, l'Astronomie avoit déjà commencé à être cultivée en Europe. Les Astronomes qui nous ont laissé le plus d'observations dans ces tems-là, sont Regiomontanus & Bernard Walterus, l'un & l'autre ayant observé plusieurs années de suite les mouvemens du Soleil & des Planetes dans la ville de Nuremberg.

Aussi tôt après le renouvellement des Lettres en Europe, Regiomontanus & Walterus ont commencé à faire diverses observations du Soleil & des Planetes.

On trouvera dans les différentes parties de l'ouvrage suivant, une histoire abrégée de l'Astronomie ancienne & moderne, les découvertes & le progrès qu'on a fait dans cette science, y ayant été exposées, autant qu'il a été possible, soit par occasion (à mesure qu'on a traité chaque matiere dans la plupart des Chapitres) soit en reprenant quelquefois le fil des faits historiques. A la vérité, il est impossible qu'il n'échappe toujours un certain nombre de faits: mais on ne fera peut-être pas fâché d'y en retrouver plusieurs qui n'avoient point été rapportés par Bouillaud ni par Flamsteed, qui les premiers ont écrit l'histoire de l'Astronomie ancienne & moderne.

Bouillaud & Flamsteed ont commencé à écrire l'histoire de l'Astronomie ancienne & moderne.

Diverses autres histoires abrégées de l'Astronomie ancienne.

Ceux qui voudront étudier cette histoire d'une manière plus particulière, doivent nécessairement consulter les divers Auteurs qui en ont écrit, parmi lesquels nous trouvons d'abord les vies de Regiomontanus, de Copernic & de Tycho, composées par Gassendi. Feu M. Cassini a composé aussi une histoire de l'Astronomie ancienne, qu'il a fait imprimer à la tête du Recueil des Voyages de l'Acad. des Sciences, qui a paru en 1693. & dans le I. Volume des Mémoires de l'Académie des Belles Lettres, on en trouve une autre de M. l'Abbé Renaudot qui a conduit l'Astronomie ancienne jusqu'en ces derniers siècles, s'étant un peu étendu sur le progrès de cette science chez les Arabes & dans presque tout l'Orient. Enfin il y a environ deux ans qu'un Auteur moderne a fait quelques extraits de plusieurs Mémoires que j'en avois recueillis, & les a bientôt après publiés à la tête de son Livre. On pourra consulter encore, si l'on veut, les Préfaces des nouvelles éditions faites en Angleterre de Manilius & d'Hésiode.

Auteurs modernes.

* Ces Institutions dictées au Collège Royal, ont été réimprimées avec toutes ses observations, dans le IV^e. Tome du Recueil de ses Ouvrages.

Parmi les Traités Elémentaires qui ont paru dans le siècle précédent & au commencement de celui-ci, on compte principalement les Institutions Astronomiques de Gassendi* & de Mercator, l'Astronomie Géométrique & Physique de Grégori, les Prélections Astronomiques de Whiston, & l'Introduction à l'Astronomie de Keill. Celui-ci s'étoit proposé de composer des Leçons qui fussent à la portée de ceux qui ne

ſçavent encore que les premiers élémens des Mathématiques, tel que pourroit être un abrégé de l'Astronomie de Gregori, dépouillé de toute théorie physique, & ces mêmes Leçons pouvoient ſervir d'introduction au 3^e Livre des Principes de la Philoſ. de Newton. Comme Keill les a long-tems travaillées, ſoit à meſure qu'il les dictoit dans l'Univerſité d'Oxford, ſoit dans les différentes éditions qu'il en a publiées; que d'ailleurs elles ont été traduites en Latin à l'uſage des Univerſités d'Angleterre, on avoit pris le parti d'en donner auſſi une Verſion Françoisé, & cela principalement afin que les Officiers de la Marine puſſent y prendre les notions néceſſaires pour rechercher les Longitudes ſoit ſur terre, ſoit dans nos Iſles, & ſur-tout dans les principaux ports de mer, en y employant les obſervations de la Lune. Ç'a été d'abord dans ce deſſein, & pour diverſes autres conſidérations qu'on a été obligé d'y faire pluſieurs additions; ce qui en a bientôt occaſionné beaucoup d'autres qu'on croit plus utiles & plus convenables à une *Aſtronomie Élémentaire*, que la plûpart des Problemes ou Conſtructions Géométriques que Keill avoit recueillies dans ſes dernières éditions: on y a donc enfin inféré les *Éléments du Mouvement des Planetes*, qui méritoient bien aſſurément de trouver place à la fin du *XXVII^e* Chapitre.

Les *Aſtronomes* entendent communément par le mot d'*Éléments*, les principaux réſultats des *Obſervations Aſtronomiques*, & généralement

Les Leçons Aſtronomiques de Keill ſont les plus à la portée des Commençaans.

Dans quelle vue on s'étoit propoſé d'abord de les traduire.

Outre les diverſes additions qu'on y avoit faites, on a pris le parti d'y inférer les principaux *Éléments* du mouvement des Planetes.

Les *Éléments* d'*Aſtronomie* ſuppoſent que l'on ait traité

chaque ma-
niere d'une ma-
niere beau-
coup plus é-
tendue & mé-
me plus dé-
taillée, qu'il
n'a été possi-
ble de le faire
jusqu'ici.

Nouvelles Ta-
bles de la Lu-
ne.

Tables du I.
Satellite de
Jupiter, corri-

tous les nombres essentiels qu'ils employent à la construction des Tables du Mouvement des Planetes ; c'est peut-être-là ce qui a pu rendre ce mot d'Éléments équivoque, les Ouvrages qu'on a publiés sous ce titre n'étant pas toujours à la portée des Commençans, à moins qu'ils ne soient précédés d'un grand nombre de propositions préliminaires. D'un autre côté, ayant considéré qu'il étoit nécessaire que l'on apprît la maniere de calculer sur les Tables Astronomiques ; ou du moins que le Lecteur n'ignorât pas à quel point de perfection elles avoient été portées ; dans quel cas elles sont défectueuses & par quels moyens on peut parvenir à les perfectionner, (ce qui n'avoit été traité jusqu'ici qu'assez imparfaitement) on s'est étendu un peu sur cet article, les Auteurs dont nous avons parlé ci-dessus ayant négligé cette partie, comme étant peut-être susceptible d'un trop grand détail. Les additions faites à la fin des Chapitres, avoient été pour la plupart composées il y a déjà long-tems, & l'on étoit même dans le dessein de les publier en 1739. Mais quoique ce projet ait été mis enfin en exécution, il n'a pas cependant été possible d'y ajouter un Chapitre entier sur les Réfractions, faute d'un nombre suffisant d'observations Astronomiques. On s'est donc appliqué uniquement à achever les Tables de la Lune de M. Flamsteed & à rectifier celles du premier Satellite de Jupiter, publiées il y a plus de vingt ans par M. Pound, & l'on donne ici les unes & les autres sous

sous la forme la plus commode que les Astronomes ayent pu imaginer jusqu'à ce jour. Il seroit fort à souhaiter qu'en Angleterre on entreprît de publier aussi les Tables du Mouvement des Planetes, que Flamsteed avoit ébauchées; car quoique la théorie des Planetes soit encore très-imparfaite, on retireroit néanmoins quelques lumieres de son travail. On remarquera cependant que les observations de cet Auteur & celles de Tycho ayant été publiées dans le plus grand détail, on est toujours à portée d'en faire usage, & même avec beaucoup plus d'avantage qu'autrefois, sur-tout si l'on veut calculer exactement les Elémens du mouvement des Planetes: en effet, nous connoissons déjà plusieurs équations nouvelles dans la position des Etoiles qui ont été comparées aux Planetes, lesquelles étoient totalement négligées dans le dernier siecle; & c'est ce qu'on fera voir dans la suite de cet Essai. Enfin sans trop parler des méthodes nouvelles que l'on emploie à présent, & qui étant plus directes, abregent assez le travail pour que les Astronomes ayent égard jusqu'aux moindres circonstances dans le calcul des observations; nous avertirons seulement qu'afin de ne pas négliger l'accourcissement que les réfractions ont dû causer dans les distances des Astres, observées par Tycho & par Flamsteed, on peut par les formules de M. Côtés *, & le globe de Blaeu qui donne assez

gées sur les découvertes plus récentes du mouvement successif de la Lumiere.

Les observations de Tycho & de Flamsteed ayant été publiées, on a quelque avantage aujourd'hui sur ces Astronomes, dans l'usage qu'on en pourra faire, pour restituer les mouvemens des Planetes.

De quelle manière doivent être corrigées les distances des Planetes aux Etoiles, lorsqu'elles sont accourcies par les Réfractions.

* Voyez le Traité *Æstimatio Errorum in mixta Mathesi*, dans le Livre qui a pour titre *Harmonia Mensurarum*.

bien les hauteurs des Astres sur l'horifon, rectifier les distances apparentes des Planetes aux Etoiles fixes. Il est vrai que Tycho n'employoit que des pinnules pour déterminer ces distances, mais cela n'empêche pas qu'elles n'ayent souvent été prises avec beaucoup de justesse: on peut même en être assuré quelquefois à moins d'une minute, sur-tout si les observations de ces distances ont été réitérées. Blaeu, bien instruit de ce qu'avoit fait Tycho, & qui a même publié un Traité où il explique l'usage des globes avec beaucoup de clarté, a construit pour l'année 1640 des globes célestes si parfaits, qu'il est difficile de trouver rien de plus précis en ce genre; & d'autant que le Catalogue des principales Etoiles venoit d'être tout récemment restitué par Tycho, l'erreur de deux à trois minutes qui auroit pu se glisser dans la longitude de quelques Etoiles de ce Catalogue, ne sçauroit être aucunement sensible sur des globes de trente pouces. Ainsi l'on pourra s'en servir pour connoître les hauteurs des Astres sur l'horifon, & par conséquent leurs réfractions dans le cercle vertical.

Le globe de Blaeu est d'autant plus exact qu'il contient les positions des Etoiles du Catalogue de Tycho.

Les Gnomons ou Obélisques avoient d'abord été employés par les anciens, pour déterminer les Solstices, les Equinoxes & les Latitudes des Villes.

Pour déterminer l'élévation de l'Equateur, & les Latitudes de Villes, les Anciens se sont d'abord servis de Gnomons ou Obélisques plantés perpendiculairement à l'horifon, & ils examinoient ensuite à Midi, aux tems des Solstices & des Equinoxes, dans quelle proportion se trouvoit l'ombre jettée sur le plan horifontal, relativement à la hauteur verticale de leurs Obélis-

ques. C'est ainsi que Pytheas qui vivoit du tems d'Alexandre, & dans la suite Hipparque déterminerent l'un à Marseille, & l'autre à Byzance les hauteurs Méridiennes du Soleil, ce qui leur en a fait conclurre la Latitude ou le Climat : mais suivant les observations du premier, l'obliquité de l'Ecliptique auroit-elle été de $23^{\circ}\frac{7}{8}$, environ 300 ans avant l'Ere Chrétienne ? On ne sçait trop quel fond il faut faire sur ce résultat ; car Pytheas n'avoit pas conclu cette obliquité, * mais avoit seulement mesuré l'ombre la plus courte. Si l'on désire un plus grand détail, & qu'on veuille juger avec plus d'avantage du degré de précision qui convient à cette observation de Pytheas, on doit consulter la seconde Lettre de Gassendi à Wendelin, imprimée dans le IV^e tome du Recueil des ouvrages de ce Philosophe. On verra par-là qu'après avoir considéré tant cette observation, que la plûpart des autres faites par les Anciens, on peut bien assurer que nous en ignorons les principales circonstances. En effet, ils ne nous ont gueres laissé par écrit que des rapports, tels que celui de la distance des Tropiques à la circonférence de la Sphere, (qu'Eratosthenes & Hypparque faisoient comme 11 à 83) & cela le plus souvent en nombres ronds, en sorte qu'il est assez difficile de reconnoître par-là si l'obliquité de l'Ecliptique a été la même autrefois que celle qu'on observe à présent. Ceux qui prétendent que cette obliquité auroit diminué d'environ 20' en deux mille ans, ne manquent pas de faire usage & d'opposer aux

** Strabon au 2^d Livre de sa Géographie, dit qu'Eratosthenes avoit établi Marseille sous le parallèle de Byzance, à cause que Pytheas y avoit observé la même proportion de l'ombre à la hauteur du Gnomon, laquelle, selon Hipparque, étoit de 120 à 42 moins $\frac{1}{2}$. Il ne s'en suit donc pas de-là, que Pytheas ait cherché à déterminer l'obliquité de l'Ecliptique.*

Les observations de Ptolomée sont trop incertaines pour qu'on en puisse conclure, quelle étoit de son tems l'obliquité de l'Ecliptique.

Astronomes du sentiment contraire, les observations de Ptolomée; mais outre qu'elles ont été faites avec un trop petit Quart-de-cercle aux solstices d'Hiver & d'Eté, comment peuvent-ils tirer quelque éclaircissement d'un Observateur aussi peu exact qu'étoit Ptolomée; puisqu'on sçait, à n'en pouvoir douter, qu'il n'a jamais pu parvenir à bien déterminer la Parallaxe de la Lune, ni découvrir la position d'aucune Etoile fixe?

Albategnius qui est venu 750 ans après, & qui vraisemblablement n'ignoroit pas les plus récentes observations de l'obliquité de l'Ecliptique, faites par ordre du Calife Almamoun, tant à Bagdad qu'à Damas, résolut de vérifier par lui-même, s'il étoit bien certain que cette obliquité fût si différente de celle qui est rapportée dans Ptolomée, sçavoir de $23^{\circ} 51\frac{1}{3}$. Ayant donc construit un grand Instrument suivant la description qui en a été donnée dans l'Almageste, & qui est connu sous le nom de Regles Parallactiques, Albategnius * trouva la distance des Tropiques (dans la ville de Racca en Mésopotamie sous la Latitude de 36°) de $47^{\circ} 10'$, c'est-à-dire, l'obliquité de l'Ecliptique $16'$ plus petite que selon

Albategnius détermine l'obliquité de l'Ecliptique $16'$ plus petite que ne l'avoit observé Ptolomée.

* « Pour nous, dans ce siècle ci ayant employé une très-longue » Alidade ajustée à une Règle à plomb, dont la construction & l'usage » sont expliqués dans l'Almageste; après avoir fait la Réduction (*post partium diminutionem*), & après avoir vérifié la position de l'Instrument, aussi exactement qu'il nous a été possible, nous avons fréquemment observé dans le Méridien la distance du Soleil au Zénit, » &c. Or il est prouvé par-là que la quantité de l'arc compris entre » les deux Solstices est de $47^{\circ} 10'$, & que la déclinaison du Cercle

Ptolomée : l'observation de l'Astronome Arabe ne s'éloignant pas sensiblement de celles qui furent faites ensuite par Moufaïdes sur le pont de Bagdad, ni de ce qui avoit été déterminé auparavant par les Mathématiciens du Calife.

Les Arabes ayant plusieurs fois déterminé la distance des Tropiques dans le 9^e siècle, & l'ayant toujours trouvée en nombres ronds, de 47° 10', il est assez difficile de s'assurer s'ils ont pu éviter l'erreur de quelques minutes dans cette détermination ; d'autant que les armilles & autres semblables instrumens qu'ils employèrent d'abord à cette recherche, ne sçauroient gueres donner distinctement jusqu'aux minutes, mais seulement jusqu'à une cinquième ou sixième partie de degré, selon la manière de compter de ces tems-là. D'un autre côté, s'ils ont eu égard à la Parallaxe * du Soleil (qu'ils supposoient de 3' à l'horison, de même que Ptolomée), & s'ils ne nous ont donné que des observations toutes corrigées, l'obliquité de l'Ecliptique auroit été véritablement pour lors d'une minute plus grande, c'est-à-dire, de 23° 36' ; de manière que si l'on ne vouloit pas regarder leurs observations comme défectueuses, il ne seroit que trop prouvé par-

* Remarquez que Ptolomée n'a point eu égard à la Parallaxe lorsqu'il a observé la distance des Tropiques.

» des Signes à l'égard du Cercle Equinoctial (qui est la moitié de ce
» nombre) n'est que de 23° 35', ce qui est la même chose que l'espace
» compris entre les deux Poles. C'est pourquoi nous employerons
» dans notre Livre, non pas le résultat que donne Ptolomée d'après
» Hipparque, mais celui que nous venons de rapporter, puisque ce-
» lui-ci est fondé sur ce que nous avons vû par nous-même, & celui-
» là simplement sur un simple récit. (*Eo quod hoc oculo, id autem
» auditu accepimus.*) Albategnius, de scient. Stellarum, cap. IV.

là que l'obliquité de l'Ecliptique auroit diminué sensiblement, les Astronomes d'aujourd'hui l'aïant déterminée seulement de $23^{\circ} 28\frac{1}{2}'$. Mais comme l'on n'ignore pas d'ailleurs que peu tems après, sçavoir, l'an 901 de l'Ere Chrétienne, Thébit fils de Corra, célèbre Philosophe, l'avoit déterminée de $23^{\circ} 33\frac{1}{2}'$, & que vers l'année 992 Mahmud qui étoit de la ville de Cogende dans la Corassane (province d'où sortoient continuellement les plus grands Mathématiciens, Philosophes, Poètes & Médecins) ayant employé à cette recherche un Sextans d'une grandeur immense, & dont le limbe étoit divisé en minutes & secondes, ne trouva l'obliquité que de $23^{\circ} 32\frac{1}{3}'$; il doit s'ensuivre, sur-tout si ces derniers n'ont pas corrigé leurs observations par la Parallaxe, que l'obliquité de l'Ecliptique n'auroit diminué qu'insensiblement, puisqu'on trouveroit à peine 4' dans l'espace de 800 ans. Ce résultat ne s'accorde donc plus avec les observations de Ptolomée*, comparées à celles d'Albategnius, puisqu'elles donnoient 16', comme nous l'avons rapporté, dans un pareil intervalle de tems.

* *Entre Ptolomée & Mahmud on auroit 19' dans l'espace de 850 ans.*

De tout ce que nous venons de dire, on peut conclurre qu'il s'en faut bien qu'on prouve aujourd'hui que l'obliquité de l'Ecliptique ait sensiblement diminué, les observations anciennes s'accordant d'une part si peu les unes avec les autres, & celles qui ont été faites en Europe depuis le 15^e siècle par Walterus & par Tycho, Picard, Richer, Flamsteed & quelques Modernes,

nous donnant toutes à peu près la même obliquité. Dans le siècle précédent, les Astronomes s'étoient trouvés partagés touchant cette question, de maniere que Gallendi après avoir fait toutes les recherches nécessaires à ce sujet, n'a point fait difficulté d'affurer que l'obliquité paroït constante; Riccioli s'est servi à peu-près des mêmes argumens, mais l'un & l'autre n'ont gueres connu que les observations les plus anciennes: d'un autre côté Wendelin, & sur-tout Bouillaud qui étoit fort attaché à l'Almageste, leur avoient été fort opposés. Cependant Gravius & ensuite M. Bernard Professeur d'Astronomie, très-versé dans les Langues Orientales, ayant parcouru divers manuscrits Arabes dont la plus grande partie se trouve à la Bibliothèque d'Oxford, il est arrivé que par les résultats qu'ils nous en ont communiqués, on a encore douté davantage si la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique pouvoit avoir lieu. Or c'est, à ce qu'il semble, à quoi le Chevalier de Louville auroit dû avoir égard, & dont il n'a cependant aucunement parlé lorsqu'il a publié son hypothese en 1719, où il prétend prouver que l'obliquité de l'Ecliptique diminue à raison d'une minute en 100 ans.

Parmi les diverses nations où l'on a cultivé l'Astronomie, il n'y en a certainement aucune où l'on ait entrepris avec le plus de soin, ni un plus grand nombre de fois, de déterminer l'obliquité de l'Ecliptique, que chez les Arabes & les Persans; car ils ont réitéré leurs observations à ce

La question touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique, avoit été déjà plusieurs fois agitée, principalement dans le dernier siècle.

Le Chevalier de Louville n'a point fait usage des observations qui lui étoient contraires, quoi-qu'il s'en trouvât plusieurs incomparablement plus exactes que celles de Moufaïdes qu'il employe.

fujet pendant près de six cens ans, soit parce qu'ils avoient d'abord reconnu que c'étoit-là le fondement des Tables du Soleil, sans lesquelles il leur étoit impossible de restituer les lieux des Etoiles fixes, soit parce que l'obliquité ayant déjà paru si différente de celle qui est rapportée dans l'Almageste, ils étoient peut-être bien-aïses de s'assurer par eux-mêmes si elle alloit en diminuant. C'est ainsi que Nassir Oddin la trouva de $23^{\circ} 30' 00''$, l'ayant observée, à ce qu'il assure, avec la plus grande exactitude à Maraga proche Tauris, peu de tems après la destruction de l'empire des Sarrazins, lorsque les Tartares, après plusieurs irruptions, ayant enfin pris Bagdad, & fait mourir le dernier Calife, s'établirent pour quelque tems dans la Perse, n'ayant pas encore entrepris la conquête de l'Inde. Ensuite les Mathématiciens d'Ulug-Beigh Prince Tartare, petit-fils de Tamerlan, lequel commandoit des deux côtés du Gange, déterminèrent encore l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\circ} 30' \frac{1}{3}$ sous la Latitude de $39^{\circ} 37'$ dans la ville de Samarkand. Gravius assure avoir appris de Turcs dignes de foi, que le Rayon de l'instrument que ce Prince Mogol fit construire pour cette recherche, égaloit à très-peu de chose près la hauteur du Temple de sainte Sophie de Constantinople. Ces mêmes Mathématiciens publièrent aussi le second Catalogue général des Etoiles, dont Gravius a ébauché la traduction, mais que Thomas Hyde a achevée il y a environ 80 ans; c'est cette dernière Traduction qui

Obliquité de
l'Ecliptique,
observée en
Asie vers le
milieu du 13^e
& 14^e siècle.

a été réimprimée dans le troisieme volume de l'histoire céleste de Flamsteed, avec assez de soin & d'exactitude : on a cependant oublié d'avertir que l'époque de ce Catalogue commence à l'année 1437.

Les observations faites par ordre d'Ulug Beigh sont trop récentes & trop inconnues (les détails qui s'en trouvent parmi les Manuscrits de la Bibliothéque du Roi, & qui sont en Langue Persane, n'ayant pas encore été traduits) pour qu'on en puisse retirer quelque éclaircissement touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique : c'est pourquoi sans trop nous y attacher, il reste à examiner ce que l'on a fait de plus particulier à ce sujet, en France & en Angleterre depuis l'application des Lunettes d'Approche aux Quarts-de-cercles.

Ce seroit ici le lieu de faire quelque digression, pour examiner si l'on a effectivement éclairci cette question par le moyen des Gnomons, tels que celui de Gassendi élevé à Marseille en 1636, lequel avoit 52 pieds de hauteur, ou celui que feu M. Cassini a construit de nouveau à Boulogne dans l'Eglise de S^{te} Pétrone, & dont la hauteur étoit de 80 pieds; mais il semble qu'on ne doit pas s'y arrêter, à moins qu'on n'entreprenne de faire voir la raison pourquoi le résultat de ces observations anciennes s'éloigne un peu trop de ce qui a été trouvé depuis avec plus d'exactitude & avec de meilleurs instrumens. Car les Quarts-de-cercle ayant été dès l'année

Les observations du dernier siècle, savoir, depuis l'application des Lunettes d'Approche aux Quarts-de-cercle, doivent être préférées, à celles qui ont été faites depuis le 15^e siècle.

Elles doivent encore être préférées, principalement vers le solstice d'Été, à celles que l'on a déterminées par le moyen des Gnomons.

1667 garnis de Lunettes, il n'y a pas lieu de douter, à ce qu'il semble, que ce n'ait été depuis ce tems-là, c'est-à-dire, depuis 70 à 80 ans que les Astronomes sont enfin parvenus à s'accorder touchant l'obliquité de l'Écliptique.

L'image du Soleil est distincte & terminée dans la Lunette des Quarts-de-Cercle : mais elle est fort confuse vers les bords, lorsqu'on l'observe aux Gnomons.

On ne sçauroit nier non plus, que dans les Quarts-de-cercle garnis de Lunettes, l'image du Soleil ne soit parfaitement terminée & si distincte, qu'on peut pointer à cet astre à $2\frac{1}{2}$, ou 5" tout au plus ; au lieu que dans les Gnomons, outre que l'image du Soleil est confuse vers les bords, & environnée de Pénombre, il y a d'ailleurs un autre inconvénient bien plus considérable, sçavoir, qu'au solstice d'Été les divisions sont tellement rétrécies, en comparaison de celles dont on se sert pour déterminer l'Équinoxe ou le solstice d'Hiver, qu'à peine un tiers de minute ou 20" occupe-t-il alors sur la ligne Méridienne un espace d'une ligne, lorsqu'on se sert d'un Gnomon de 80 pieds de hauteur.

Pour remédier au défaut principal des Gnomons, & réparer en quelque manière le peu de justesse que doit donner une distance devenue trop petite, dans la projection qui se fait des rayons du Soleil sur la ligne méridienne au tems du solstice d'Été, on a placé en l'année 1744 dans le plan même du Gnomon de l'Église de St Sulpice, un peu au-dessous de l'ouverture du Trou par où passent les rayons du Soleil, un Verre objectif de 80 pieds de foyer. Cet Objectif étant exposé directement au Soleil lorsque

Le Verre objectif de 80 pieds de foyer, placé nouvellement au Gnomon de l'Église de St Sulpice, paroit remédier au défaut principal des Gnomons.

cet Astre parvient au Tropique du Cancer, on a eu soin de lui ménager une ouverture particulière pour le moment de Midi; en sorte que les rayons du Soleil tombant sur le Verre (qui d'ailleurs est bien centré) & n'y occupant qu'un espace de 3 pouces de diamètre, se réunissent si distinctement sur une grande surface de Marbre qui est parfaitement horizontale, & que l'on découvre alors, qu'on peut être assuré de déterminer par l'observation des deux bords sur la ligne Méridienne, le lieu du centre de cette image à un quart & souvent à un sixième de ligne près: il n'est pas même nécessaire que le Ciel soit chaque jour parfaitement serein, comme cela est requis à l'égard des Gnomons ordinaires. Or puisqu'à un quart de ligne répondent 5'', il est évident que l'erreur qu'on peut commettre dans une seule observation, ne doit gueres différer de celle que les Astronomes s'efforcent d'éviter aujourd'hui avec leurs meilleurs Quarts-de-cercle.

Car il ne suffit pas de considérer uniquement dans les Quarts-de-cercle la précision avec laquelle on peut pointer, & dont les limites s'étendent à 2'' ou 3'', si l'on se sert d'un Quart-de-cercle de six pieds de rayon: il faut encore considérer, non seulement les petites erreurs qui sont à craindre dans la manière dont on estime les divisions sur le limbe, mais principalement celles qui peuvent résulter des diverses vérifications qu'on est obligé de faire au Zénit ou à l'Horison. Ainsi au lieu de déterminer la quantité absolue de l'Obli-

Ce Verre dont on ne fait usage que vers le tems du Solstice d'Été, semble donner une précision suffisante aux Astronomes, pour reconnoître les variations qui peuvent arriver dans les hauteurs solsticiales.

Quelles sont les erreurs que l'on doit craindre dans l'observation des hauteurs solsticiales faites avec les meilleurs Quarts-de-cercle.

Pour peu que l'on réitère la vérification des Quarts-de-cercle, on s'apercevra facilement, que l'axe de la Lunette ne fait pas toujours le même angle de 90 degrés, avec le premier point de la division.

quité de l'Ecliptique, il est à propos de changer d'objet; ou plutôt pour s'assurer de la diminution de cette obliquité, il est plus simple de se proposer, de reconnoître les variations qui arriveront dans les hauteurs solstiales pendant un intervalle de dix ou vingt ans. Il est évident qu'on ne peut se dispenser d'abord de réitérer plusieurs fois la vérification du Quart-de-cercle avant & après chaque solstice, n'étant pas possible qu'un Instrument qu'on remue continuellement, & qui d'ailleurs est sujet à de légères altérations causées par le chaud ou le froid, donne toujours parfaitement les hauteurs absolues, sans qu'il soit besoin d'avoir égard à quelques corrections, légères à la vérité, mais qui peuvent devenir quelquefois assez sensibles. Or quand les plus petites erreurs s'accroissent toutes d'un même côté, il sera vrai de dire que la précision qu'on se flatte d'obtenir avec les Quarts-de-cercle dans les hauteurs solstiales, pourroit ne pas être absolument bien fondée, & qu'ainsi quoique l'obliquité de l'Ecliptique ne varie gueres d'une année à l'autre, il n'est pourtant pas impossible qu'on n'aperçoive un changement notable dans la hauteur solstiale, de même qu'il doit arriver aussi qu'avec un semblable instrument on pourroit ne pas remarquer de différence sensible, quand même l'obliquité de l'Ecliptique varieroit de 5'' dans l'espace de quelques années.

Il n'en sera pas de même des observations faites au foyer du Verre objectif, si ce Verre &

le lieu où son image est projetée, sont à l'abri de toute insulte, & si le mur qui soutient l'équipage du Verre objectif, aussi bien que le pilier sur lequel est posé le Marbre du solstice d'Été, ont une bonne fondation, & sont inébranlables. C'est ce que l'on peut dire avec assez de certitude du Portail Méridional de l'Eglise de Saint Sulpice, lequel a été fondé sur le roc il y a plus de vingt ans : & comme le lieu où tombe l'image du Soleil au solstice d'Été, n'est pas sujet à s'affaïsser comme il arrive à tous les planchers qui sont sur des voutes ; que le Marbre qu'on découvre seulement à Midi pendant le mois de Juin a été placé sur un très-gros pilier, & ne sçauroit tasser ayant été fondé en même tems que le Portail ; il est évident de-là que cet Instrument fera également propre à donner les Ascensions droites du Soleil à la fin du mois de Juin, qu'à indiquer sans erreur sensible les plus petites variations qui pourront arriver dans les hauteurs solstiales du Soleil. On y a donc marqué soigneusement les termes de l'image au solstice d'Été de l'année 1745 ; c'est-à-dire, qu'après avoir eu égard à la petite correction pour le mouvement du Soleil en déclinaison d'un jour à l'autre, on a déterminé avec le plus grand soin, le lieu où chaque bord du Soleil seroit parvenu, si le Soleil étant plusieurs jours de suite immobile au Tropic, son image eût été observée chaque fois sur la ligne Méridienne. Cela peut s'exécuter d'une manière si simple, que je n'en parlerai pas davantage :

Si le Gnomon de St Sulpice n'avoit été extraordinairement solide, en vain auroit-on tenté d'y fixer un Verre objectif ?

En comparant dans la suite le lieu de l'image du Soleil, au terme fixe auquel cette image est parvenue au solstice d'Été de l'année 1745, on pourra reconnoître par-là les variations qui ont dû arriver dans l'obliquité de l'Écliptique.

j'avertirai seulement que le terme où le Soleil étoit parvenu l'année précédente, a paru le même que celui qu'on a fait enfin graver sur le Marbre au mois de Juin de l'année 1745.

Les Gnomons ne doivent pas être employés par les Astronomes, pour déterminer les hauteurs absolues, mais seulement des différences de hauteurs.

* Voyez les *Mém. de l'Ac. année 1703.*

Les hauteurs absolues qu'on voudroit conclure par le moyen des Gnomons, peuvent servir néanmoins aux usages géographiques.

Voilà, ce me semble, l'utilité principale qu'on peut retirer des Gnomons perfectionnés de la manière dont je viens de le décrire. C'est ainsi qu'on peut espérer d'en retirer quelque avantage dans la suite, sur-tout si l'on s'est proposé de reconnoître les variations auxquelles sont sujettes les hauteurs solstiales. Car de vouloir employer les Gnomons pour déterminer exactement les hauteurs absolues*, cela paroît impraticable. Il faut dire cependant à l'avantage des Gnomons, que comme ces Instrumens peuvent se construire assez facilement dans chaque ville, rien ne paroît plus propre aux usages Géographiques, puisque le plus souvent celui qu'on aura élevé dans quelque grande salle ou dans son propre logis, & à la construction duquel on aura apporté tous les soins nécessaires, peut donner, à une minute ou demi-minute près, la Latitude du lieu, ce qui semble mériter l'attention des Voyageurs.

Il y a encore ceci à remarquer dans l'usage de ces sortes d'Instrumens, sçavoir, que si l'on avoit observé à un même Gnomon inébranlable, les termes de l'image, non pas du solstice d'Été, mais du solstice d'Hiver, pendant un intervalle d'environ trente ans, comme l'image du Soleil est en ce cas jettée à une très-grande distance, & que les divisions sont pour lors très-distinctes

& beaucoup plus sensibles, on pourroit parvenir peut-être à découvrir par ce moyen si l'obliquité de l'Ecliptique a diminué réellement; mais sans discuter ici si les deux derniers qu'on a construits, sçavoir, celui de S. Sulpice & celui de l'Eglise des Chartreux de Rome, sont plus propres à cette recherche que les autres, à cause de leur grande solidité, il y a une autre remarque plus importante à faire au sujet des observations du solstice d'Hiver, & à laquelle on n'avoit point encore eu égard. C'est que les réfractions paroissent fort inconstantes chaque année dans le mois de Décembre, même à l'instant du Midi, & cela à cause des variations subites où l'on passe du chaud au froid. Or, puisqu'il est nécessaire de reconnoître ces sortes d'inégalités dans les hauteurs Méridiennes, on doit donc conclurre que toutes les fois, qu'après avoir observé le solstice d'Hiver aux Gnomons ou avec des Quarts-de-cercle, on n'aura pas fait attention à l'état de l'air ou plutôt à l'inconstance des réfractions, la plupart des observations, bien loin d'être décisives, ne sçauroient qu'à peine être de quelque usage. En 1743 à la fin du mois de Décembre l'air n'étant pas encore devenu sensiblement froid, & les nuages s'avancant le 28 à midi fort lentement par un vent de Sud-ouest, parce qu'un autre vent les pouffoit en même tems au Sud-est, la réfraction parut changer tout-à-coup de 10'' à 12''; ce qui fut d'autant plus facile à reconnoître que le bord du Soleil étant placé sur le fil horizontal

Malgré la Pénombre, les Gnomons de St Sulpice & de Rome, peuvent être employés au solstice d'Hiver, à cause que l'image du Soleil est jetée à une tres-grande distance, & que les divisions deviennent bien plus distinctes & plus sensibles.

Avant que de faire usage des observations faites au solstice d'Hiver, il faut faire attention à l'inconstance des Réfractions.

En France à l'instant du midi, on a vu quelquefois l'hiver, la Réfraction changer d'une manière sensible.

de la Lunette, ce même bord s'en détacha tout-à-coup très-sensiblement, au lieu de le parcourir, comme cela doit arriver à l'ordinaire. Il ne paroît pas nécessaire d'expliquer ici pourquoi dans l'espace d'une minute de tems le bord du Soleil ne sçauroit quitter ce fil, si la réfraction est constante: cela se voit assez, étant facile à déduire des premiers principes de la Sphere, sur-tout si l'on suppose que le plan du Quart-de-cercle, & par conséquent sa Lunette soit placée bien à plomb sur la ligne Méridienne. Mais la différence ou espece de faut qu'on vit faire au bord du Soleil, parut alors si sensible, & même si extraordinaire, qu'on ne put s'empêcher d'aller promptement reconnoître si le fil à plomb qui pend du centre du Quart-de-cercle ne se feroit point dérangé du milieu d'un des points de la division du Limbe où on avoit eu soin de le faire convenir d'abord. On trouva qu'il y répondoit encore de la même manière qu'il y avoit été placé environ 7' ou 8' avant midi.

Ce phénomène avoit d'abord été remarqué dans les pays Septentrionaux.

Le même phénomène avoit été déjà remarqué pendant le Voyage de Lapponie: mais il est à remarquer que le Soleil est si peu élevé l'Hiver dans ce climat à l'instant de Midi, & que les variations dans le froid paroïssent quelquefois si subites d'un instant à l'autre, qu'on en fut pour lors moins étonné; car le Soleil pendant l'Hiver est élevé à Paris d'environ 18 degrés à l'instant de midi. On avoit remarqué aussi en Laponie que le diametre apparent du Soleil s'enflait, pour

pour ainsi dire, & diminueoit ensuite assez subitement. Quand le vent est d'un seul côté, & que le Ciel se trouve fort serein, ces variations n'ont pas lieu: ainsi ces jours là doivent toujours être préférés, si l'on veut déterminer les hauteurs solstiales. Les autres observations ne peuvent gueres être employées que pour la Géographie, sur-tout, si dans les voyages, en traversant les pays froids, le Soleil paroît quitter à midi le fil horizontal du Micrometre de la Lunette du Quart-de-cercle. Il n'y a pour lors d'autre moyen d'établir à peu-près la hauteur Méridienne du Soleil, que de prendre la quantité moyenne des différens résultats qu'on aura recueillis à midi, chaque fois que le bord du Soleil aura paru varier en traversant la Lunette immobile: il n'est pas moins évident qu'on doit dire la même chose des observations faites aux Gnomons.

Le diamètre apparent du Soleil, lorsque cet astre est peu élevé sur l'horizon, n'est pas également accourci à même degré de hauteur, par les réfractations.

Ces circonstances qu'on vient de rapporter semblent mériter tellement l'attention des Astronomes, qu'on ne doute pas qu'ils n'apportent désormais une attention particulière au changement des réfractations. Il reste présentement à considérer les hauteurs solstiales du Soleil observées à Paris depuis l'établissement de l'Académie des Sciences & de l'Observatoire, auquel tems on a commencé à appliquer les Lunettes d'Approche aux Quarts-de-cercle.

Je commencerai donc par exposer ici en peu de mots ce qui résulte de la comparaison des plus récentes & des plus anciennes observations.

Hauteurs méridiennes du bord supérieur du Soleil observées pour la première fois avec exactitude au solstice d'Été.

Si l'on prend un milieu entre celles que M. Picard a faites en 1675 & 1676, on trouve pour la hauteur du bord supérieur du Soleil au solstice d'Été $64^{\circ} 55' 15''$ ou $10''$: elle a été établie dix ans après avec le même Quart-de-cercle par M. de la Hire de $64^{\circ} 55' 24''$; mais il paroît par un examen plus particulier de l'état du Quart-de-cercle & par les observations de la hauteur du Pole, faites du côté du Nord, que l'erreur de cet Instrument n'avoit pas été tellement corrigée à l'horizon, qu'on ne puisse supposer que sa Lunette n'y ait baissé d'environ $5''$ du tems de M. Picard : au contraire il semble qu'elle y haussât de quelques secondes en 1686, lorsque M. de la Hire a observé les plus grandes hauteurs Méridiennes au solstice d'Été. On pourroit donc établir la plus grande hauteur Méridienne apparente du bord supérieur du Soleil en 1675 de $64^{\circ} 55' 17''\frac{1}{2}$ ou $20''$, c'est-à-dire (à cause de l'erreur des divisions, de $25''$ à $30''$, dont il est parlé dans l'histoire céleste) de $64^{\circ} 54' 50''$.

Hauteurs du même bord, observées au solstice d'Hiver.

Au solstice d'Hiver de la même année 1675 & de la précédente, le bord supérieur du Soleil (en prenant un milieu entre les observations) a paru élevé de $18^{\circ} 00' 05''$ ou $15''$; & en 1676, de trois observations faites au mois de Décembre, il y en a deux qui s'accordent à donner $18^{\circ} 0' 15''$; mais la 3^e ne paroît pas assez exacte, puisqu'elle donne la hauteur $30''$ plus petite. On remarquera qu'il n'y a pas de correction bien sensible à faire ici, à cause de l'erreur des divisions, comme cela

se verra ci-après, lorsqu'il s'agira de comparer les observations de MM. de la Hire & de Louville, faites en 1715 : mais il semble d'ailleurs qu'on pourroit adopter $17^{\circ} 00' 15''$ pour la hauteur apparente du bord supérieur du Soleil au tems du solstice d'Hiver, puisque si le Quart-de-cercle baïssoit un peu, on a d'un autre côté la plupart des hauteurs solsticiales des deux premières années plus foibles que celles de l'année 1676. De plus, en même tems qu'on voudroit diminuer la hauteur établie ci-dessus, il faudroit par une autre raison l'augmenter, puisque si l'on fait usage des observations de M. de la Hire, ou de ce qui est rapporté au commencement de ses Tables Astronomiques, la hauteur méridienne du Soleil seroit d'environ $10''$ plus grande que celle qu'on vient d'établir ci-dessus, sçavoir, $18^{\circ} 00' 15''$.

La hauteur du bord supérieur du Soleil au solstice d'Été de l'année 1741 a été déterminée de $64^{\circ} 54' 30''$, & au solstice d'Hiver de $18^{\circ} 00' 35''$. Quant à l'erreur, s'il y en a, elle ne va pas certainement à $5''$, puisqu'on a vérifié avec un soin tout particulier le Quart-de-cercle dont on s'est servi, & que l'une & l'autre de ces hauteurs s'accorde assez avec ce qui a été constaté par plusieurs Astronomes de l'Académie des Sciences. Considérant donc que ces deux hauteurs ne diffèrent que très-peu, quoique assez également, de ce qui a été observé autrefois, il s'ensuit que l'obliquité de l'Ecliptique n'a pas varié à beaucoup près aussi sensiblement qu'on l'a prétendu

Hauteurs méridiennes observées en l'année 1741.

Il sembleroit que la distance des Tropiques auroit un peu diminué dans un intervalle de plus de 60 ans.

jusqu'ici, puisque dans un intervalle de tems, qu'on peut regarder comme les deux tiers d'un siècle, à peine trouve-t-on 20'' de différence, lorsque selon l'opinion vulgaire l'obliquité de l'Ecliptique auroit dû diminuer deux fois autant, c'est-à-dire, de 40'' au moins.

Des différen-
ces plus pe-
tites, qui au-
roient été re-
marquées
dans un moi-
ndre interval-
le de tems,
peuvent être
facilement at-
tribuées au
défaut des in-
strumens.

On objectera peut-être ici à peu-près la même chose qu'on a alléguée ci-dessus, lorsqu'il a été question des avantages qu'on doit retirer du Verre objectif fixé à un Gnomon solide & inébranlable, sçavoir que pour parvenir à décider, s'il est arrivé quelque variation dans les hauteurs solstiales, il vaudroit mieux n'y employer que des différences observées à un même Instrument, & non pas rechercher les véritables hauteurs, qui sont des quantités absolues qu'il est toujours difficile d'obtenir, si ce n'est après bien des réductions. Mais il est aisé de répondre à cette difficulté, puisque les observations dont on vient de faire usage, sont des plus éloignées; en sorte que l'objection n'a plus la même force ici, que s'il s'agissoit de petits intervalles de tems, pendant lesquels il ne paroît pas possible de pouvoir distinguer les différences réelles, d'avec les plus petites erreurs accumulées, tant de la part des observations, que des vérifications qu'il faut faire des Instrumens dont on s'est servi.

Cependant comme il pourroit rester encore quelque scrupule, tant sur les erreurs des divisions des Instrumens, que sur les corrections qu'on a été obligé d'employer, j'examinerai ici ce qui

résulte des observations faites au solstice d'Été avec un seul & même Instrument, & cela dans l'intervalle de tems rapporté ci-dessus, auquel cas les mêmes erreurs ne seront plus tant à craindre. On en exceptera tout au plus celles qui ont dû provenir de la négligence de l'Observateur, lorsqu'il a fallu vérifier son Quart-de-cercle à l'horison : mais comme cette vérification a été faite de la même manière & à un même objet, il semble qu'on peut répondre de 5'' sur toute la différence des hauteurs solstiales, d'autant mieux qu'il ne s'agit plus ici de hauteurs absolues. En 1739 la hauteur apparente du bord du Soleil a paru avec l'ancien Quart-de-cercle au solstice d'Été de $64^{\circ} 55' 00''$, ou $64^{\circ} 54' 55''$: & parce qu'elle avoit été observée en 1675 de $64^{\circ} 55' 17\frac{1}{2}''$, ou $20''$, la différence est donc de $20''$ dans un intervalle de 64 ans. Nous n'insisterons pas sur les hauteurs observées vers le solstice d'Hiver, puisqu'elles pourroient paroître à quelques-uns trop peu exactes : mais il convient de rapporter celles que MM. de la Hire & de Louville ont faites aux solstices d'Hiver & d'Été de l'année 1715, c'est-à-dire, lorsque la dispute commençoit à s'élever entr'eux touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique. Or, on peut conclure d'abord des observations faites avec l'ancien Quart-de-cercle au mois de Décembre par M. de la Hire, la hauteur solstiale du bord supérieur du Soleil de $17^{\circ} 00' 35''$, ou $45''$: elle avoit été établie en même tems par M. de

Variations dans les hauteurs du solstice d'Été observées depuis plus de 60 ans avec un seul & même instrument.

Les Quarts-de-cercle de MM. de la Hire & de Louville s'accordoient assez à donner une même hauteur au tems du solstice d'Hiver.

Louville de $17^{\circ} 00' 43''$, en prenant un milieu entre ses observations. Ainsi les deux Quarts-de-cercle s'accordoient assez à ce degré de hauteur : mais au solstice d'Été de la même année M. de Louville avoit déterminé la hauteur du bord inférieur du Soleil de $64^{\circ} 22' 53''$; ce qui donne, en y ajoutant le diamètre du Soleil $31' 40''$, la hauteur du bord supérieur de $64^{\circ} 54' 33''$, conformément aux observations de l'année suivante 1716, lorsque par des observations immédiates du bord supérieur, la plus grande hauteur solsticiale a été déterminée de $64^{\circ} 54' 34''$. Comme l'erreur des divisions ne paroît pas tout-à-fait proportionnelle sur le Quart-de-cercle de M. de la Hire (ainsi qu'on l'a reconnu après avoir corrigé, comme il est rapporté dans l'Histoire Céleste, les différentes hauteurs observées, selon que cet Instrument s'est trouvé hausser plus ou moins à l'horison) nous croyons devoir supposer qu'à 18° l'erreur n'est qu'insensible, & qu'à peine en faudra-t-il retrancher quelques secondes; qu'à 65° la correction soustractive est de $25''$ à $30''$; & qu'enfin au zénit elle se trouve assez exactement d'une minute. Corrigeant donc suivant cette supposition la hauteur du bord supérieur du Soleil, déterminée par M. de la Hire au solstice d'Été 1715 de $64^{\circ} 55' 15''$, ou $5''$; il s'ensuit que le même bord auroit paru élevé de $64^{\circ} 54' 42''$; tout au plus; ce qui s'accorde assez avec les observations de M. de Louville.

En corrigeant les erreurs des divisions du Quart-de-cercle de M. de la Hire, on trouve au solstice d'Été 1715 la même hauteur que celle qui a été déterminée par M. de Louville.

Cependant, comme par un examen particulier

des diverses circonstances auxquelles on ne sçau-
roit se dispenser d'avoir égard dans la recherche
de ces fortes d'observations, il m'a paru que M.
de Louville, dont j'ai consulté les Registres, n'a-
voit pas assez vérifié son Quart-de-cercle à l'ho-
rison; & comme il s'en faut bien d'ailleurs que
nous n'ayons une certitude complete de la jus-
tesse des divisions de cet Instrument, je serois
porté à croire (malgré l'observation du solstice
d'Eté) que la hauteur du Soleil, observée en
Hiver par cet Astronome, est un peu trop gran-
de, autrement l'obliquité de l'Ecliptique auroit
augmenté depuis l'année 1715, ce qui n'est pas
vraisemblable.

La hauteur
méridienne du
Soleil déter-
minée par M.
de Louville au
solstice d'Hi-
ver, paroît un
peu trop gran-
de.

On a bien remarqué annuellement depuis l'an-
née 1738* quelques inégalités dans les hauteurs
solstiales: mais quoique ces inégalités paroissent
dépendre de plusieurs causes, on peut dire ce-
pendant que celle qui est la plus considérable,
& qui est périodique, n'a dû influencer qu'insensi-
blement sur les hauteurs dont on a fait usage ci-
dessus. Quant aux deux autres inégalités qu'on y
soupçonne, & qui peut-être n'ont pas encore été
assez reconnues pour paroître évidentes à tous

Il y a diver-
ses inégalités
dans les hau-
teurs solstia-
les, & que l'on
sçait ne devoir
point être at-
tribuées aux
erreurs des ob-
servations.

* Dans le discours de M. de Maupertuis sur la Mesure du Degré
du Méridien au Cercle Polaire, & qui est à la tête du Livre de la
Figure de la Terre déterminée, &c. Il est dit page 44. qu'outre
l'Aberration, M. Bradley a observé un autre mouvement particulier
dans les Etoiles fixes; & l'on sçait aujourd'hui que cela dépend de
quelques inégalités dans la Précession de l'Equinoxe. Mais M. Bradley
a observé aussi un autre mouvement apparent, plus extraordinaire, &
qui paroît périodique: on le remarque principalement dans les déclinaisons
des Etoiles situées vers le colure des Solstices.

* Prix de
l'Acad. Année
1740. page
200.

les Astronomes, il est certain que si elles ont lieu dans la nature, il s'en faut bien qu'elles soient assez considérables pour que la première dégagée de la seconde*, nous fasse appercevoir dans l'espace de trente ans quelque diminution sensible dans l'obliquité de l'Ecliptique. C'est pourquoi l'augmentation apparente dans la hauteur solstiale du mois de Décembre de l'année 1715, laquelle se remarque principalement dans l'observation de M. de Louville, semble devoir être plutôt attribuée à l'erreur des observations, qu'à quelque cause inconnue : enfin on ne peut pas soupçonner qu'elle ait été produite par une trop grande réfraction, puisque les observations des années 1716 & 1717 s'accordent avec celles de l'année 1715, & qu'il s'en trouve même qui donneroient la hauteur solstiale un peu plus grande.

L'obliquité de
l'Ecliptique a
été établie un
peu trop petite
par M. de
Louville.

Il est aisé d'appercevoir par-là la vraie raison pourquoi M. de Louville avoit établi l'obliquité de l'Ecliptique si petite, sçavoir de $23^{\circ} 28' 24''$.

C'est une chose remarquable que la plupart des Astronomes qui ont adopté après M. de Louville l'opinion ancienne touchant la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique, ayent tenté jusqu'ici de prouver la diminution de cette obliquité, à raison d'une minute, & même $1' 10''$ en cent ans ; tandis que ni l'obliquité apparente, ni même la distance des Tropiques (qui en est le double) & qui a été observée par M. de Louville, n'auroit aucunement changé depuis 1715 jusqu'en 1739. Car on est assez porté à en tirer cette conclusion, si l'on

si l'on vient à supposer que les observations faites de part & d'autre sont assez certaines. Mais selon M. de Louville la distance des Tropiques auroit dû diminuer au moins de 25".

L'hypothèse de la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique, à raison d'une minute en 100 ans, doit donc être rejetée, puisqu'en effet s'il y a quelque diminution, il s'en faut bien qu'elle soit aussi sensible qu'on l'a prétendu jusqu'ici, les plus anciennes observations étant trop défectueuses pour être comparées aux plus récentes. Il suffit donc d'avoir exposé le moyen le plus avantageux de retirer quelque lumière des observations modernes comparées les unes avec les autres, & d'avoir exposé en même tems ce que l'on doit attendre des observations faites en Orient par les Arabes.

Il n'est pas moins évident, après ce qui vient d'être remarqué ci-dessus, que les observations de Copernic & de Tycho faites au solstice d'Hiver, ne sçauroient être employées à cette recherche, puisque sans trop insister sur ce qu'elles ont été faites avec des pinnules, ou qu'elles ne sont pas assez anciennes relativement aux nôtres, on doit d'abord considérer non-seulement que les réfractions ont pu être variables, lorsqu'on a observé le Soleil à midi au mois de Décembre dans les pays septentrionaux, mais principalement que la quantité de la réfraction n'est pas assez connue dans ces climats. En effet, suivant les observations faites à Upsal en 1739, la réfrac-

Les observations faites au solstice d'Hiver par Tycho, ne sçauroient gueres être employées à déterminer la distance des Tropiques.

tion paroît beaucoup plus grande dans cette ville qu'en France à l'Observatoire Royal.

Outre les observations de la distance des Tropiques, déterminée par les Arabes, dont nous avons assez parlé ci-dessus, & qui pourroient faire soupçonner quelque diminution assez lente dans l'obliquité de l'Ecliptique, il nous reste à examiner le changement de Latitude des Etoiles situées proche le colure des solstices. Les Anciens ont supposé ces Latitudes invariables: mais Tycho ayant reconnu le contraire, s'étoit d'abord imaginé que leur variation étoit conforme au sentiment de ceux qui admettent la diminution de l'angle ou obliquité de l'Ecliptique à l'Equateur. Cependant il paroît qu'on ignore la cause générale du mouvement de ces Etoiles en Latitude, & M. Halleï a fait voir en 1718 que l'opinion de Tycho sur la cause de ce changement, n'étoit pas assez bien fondée, puisque la Latitude de Sirius, par exemple, au lieu d'avoir diminué depuis Hipparque ou depuis Tycho jusqu'à présent, a augmenté * au contraire d'une quantité assez sensible pour devoir être remarquée de tous les Astronomes.

Si l'on suppose d'après les observations, que

* Cette augmentation dans la Latitude de Sirius, bien loin d'être contestée, se trouve aujourd'hui d'autant mieux établie, qu'il est aisé de la déduire de la comparaison immédiate des plus anciennes observations de MM. Picard & de la Hire, rapportées dans l'Histoire Céléste, avec celles de M. de Louville & des autres Astronomes qui se trouvent répandus dans presque toute l'Europe. Voyez ce changement de Latitude de Sirius dans la Table ci-après pag. 398. & ce qui a été dit par M. Halleï, *Transact. Philos.* n° 355.

Les changements qu'on a déjà remarqués dans les Latitudes des Etoiles ne prouvent aucunement que l'obliquité de l'Ecliptique ait diminué.

la variation des Etoiles en Latitude ait été uniforme & d'un même sens pour certaines Etoiles, à chaque siècle depuis Hipparque jusqu'à ce jour, en vain expliquera-t-on ce phénomène par l'action de très-grosses Planetes sur chacun de ces Soleils, autour desquels on les supposeroit tourner. Nos deux grosses Planetes Jupiter & Saturne peuvent bien déplacer le Soleil de son diametre, lorsqu'elles se trouvent en conjonction : mais notre Soleil vû d'une Etoile fixe, n'ayant aucun diametre apparent, son mouvement autour du centre commun de gravité, ne seroit aucunement sensible. Cependant quand même il seroit de quelques secondes, la conjonction de Saturne à Jupiter s'achevant tous les vingt ans, il s'en suivroit que le déplacement apparent du Soleil vû des Etoiles, seroit périodique ; en sorte que se faisant alternativement en sens contraires, il ne seroit pas nécessaire d'attendre dans le cas de notre système solaire un peu plus de 59 ans, ou bien la 43^e conjonction, c'est-à-dire, lorsqu'après 853 ans Saturne doit se retrouver en conjonction avec Jupiter aux mêmes points du Zodiaque.

Ces considérations suffisent pour nous faire comprendre combien il est difficile d'expliquer les mouvemens particuliers & sensiblement uniformes des Etoiles, soit en Latitude, soit en Longitude ; comme aussi d'assigner la raison pourquoi ces mouvemens sont extraordinairement lents, & pourquoi Arcturus a changé sa Latitude d'une quantité aussi considérable depuis

Selon la théorie de la Gravitation, Saturne & Jupiter ne peuvent déplacer le Soleil que d'environ son diametre.

près de deux mille ans, puisque la différence monte à plus d'un demi-degré.

Après avoir établi les principaux Elémens de de l'Astronomie moderne, je pourrois m'étendre présentement sur ce qui regarde les effets de l'Aberration dans les lieux apparens des Planetes*, comme aussi sur les divers mouvemens que l'on découvre annuellement dans la position des Etoiles : mais cette matiere exigeroit un trop long détail. D'ailleurs les principaux faits n'étant pas assez généralement connus de tous les Astronomes, il faudroit de nécessité commencer par les bien établir; car sans cela ceux qui voudroient entreprendre de les contester, répandroient infailliblement plusieurs doutes, & enfin beaucoup d'obscurité sur la matiere. C'est pourquoi nous nous bornerons au changement de Latitude des Etoiles, lequel après une longue suite d'années devient beaucoup plus sensible. Sans donc nous trop attacher aux causes particulieres qui le produisent & qui nous sont encore inconnues, si l'on veut y avoir égard, il faut observer que l'obliquité de l'Ecliptique venant à diminuer, doit y apporter aussi une autre sorte de mouvement apparent; de maniere que pour décomposer, pour ainsi dire, ces variations en Latitude, il faudra tenir compte du changement de l'obliquité de l'Ecliptique, ou bien choisir, pour l'éviter (ce qui est le cas le plus simple) les Etoiles situées proche le colure des Equinoxes, ainsi qu'on l'a pratiqué à peu-près, lorsqu'on a examiné les variations dans la Latitude d'Arcturus.

* En attribuant à la Terre le mouvement horaire de la Planete, réduit à l'Ecliptique.

On explique ici les moyens de découvrir les mouvemens qui sont propres ou particuliers aux Etoiles.

Les longitudes & Latitudes des Etoiles rapportées ci-après pag. 398 ont été restituées nouvellement avec tant de soin & d'exactitude, (comme cela se voit dans l'Histoire Céleste) qu'à peine l'erreur peut-elle monter à quelques secondes, au lieu que dans les Catalogues de Flamsteed & de M. de la Hire il y a quelques-unes de ces mêmes Etoiles de la 1^{re} ou 2^e grandeur dont les ascensions droites & déclinaisons ont été trop peu soigneusement recherchées, & qui diffèrent quelquefois de 2' ou 3' d'avec les véritables. La raison n'en est pas fort difficile à découvrir.

Erreurs dans la position de quelques-unes des Etoiles de de la 1^{re} & 2^e grandeur.

D'aussi grandes différences dans la position de quelques Etoiles de ces Catalogues auroient pu influencer dans la position des Planetes qui leur ont été comparées, si l'on n'avoit eu soin de se précautionner contre ces positions douteuses. Mais quelles que soient les erreurs des Catalogues, il ne s'agit pas seulement aujourd'hui de deux ou trois minutes dans les longitudes des Planetes supérieures qui ont été comparées aux Etoiles, mais de quarts ou tiers de degré, dont les Tables les plus récentes s'écartent des observations, ce qui s'observe principalement dans la Planete de Saturne.

Ces erreurs n'ont influé qu'insensiblement sur les différences excessives qu'on trouve entre les Tables & l'observation du lieu de Saturne.

Cela vient de l'action mutuelle des deux Planetes Jupiter & Saturne, laquelle a été enfin reconnue; en sorte que la théorie de ces deux Planetes est devenue aussi difficile que celle de la Lune, & se trouve en effet bien moins avancée; car d'après les Elémens donnés par M. Newton

L'Astronomie
Planétaire
n'est pas enco-
re fort avan-
cée.

les nouvelles Tables de la Lune que l'on a conf-
truites, représentent communément à une ou
deux minutes près, le vrai lieu de la Lune ; &
la plus grande erreur de ces Tables ne sçauroit
excéder 5 minutes. Mais on n'a pas encore conf-
truit pour Saturne & Jupiter les différentes Ta-
bles, où se trouvent la plûpart des équations qui
dépendent (comme cela se voit dans celles de
la Lune) de la théorie de la gravitation.

Les Tables
Astronomi-
ques & les E-
phémérides
donnent fort
imparfaite-
ment le lieu
des Planetes
supérieures.

Les Astronomes ayant déjà remarqué vers la
fin du dernier siecle & au commencement de
celui-ci un rallentissement apparent dans le
moyen mouvement de Saturne , & les époques
des moyens mouvemens de toutes les Tables
Astronomiques étant devenues par-là trop peu
exactes , il est à propos d'examiner ici avec le
plus grand soin la quantité du moyen mouve-
ment qui répond aux derniers siecles ou demi-
siecles écoulés ; ce qui est absolument nécessaire
si l'on veut entreprendre de restituer ces épo-
ques & déterminer enfin les Longitudes de Sa-
turne , de maniere qu'elles ne different plus des
observations d'une quantité si énorme , que celle
qu'on remarque actuellement dans les calculs or-
dinares ou dans les Ephémérides.

Circonstances
essentiellles à
la recherche

Il est donc à propos de commencer par vé-
rifier le moyen mouvement de Saturne, en se
servant des observations qui ont été faites lorsque
cette Planete s'est trouvée à même configuration
avec le Soleil & Jupiter, au tems de son opposi-
tion, & qu'elle paroïsoit en même tems dans

les moyennes distances du même côté de l'Aphélie : on verra par-là que Saturne acheve sa révolution quelques jours plus tard que selon les Tables Rudolphines de Képler. Comme cette Période du retour de Saturne vers les mêmes points du Zodiaque, au tems de son opposition au Soleil s'acheve en 59 ans, nous considérerons d'abord les observations faites à Dantzic par Hévélius, l'unique Astronome de ce tems-là qui ait publié ses observations sur Saturne, ayant mesuré plusieurs fois les distances de cette Planete aux Etoiles depuis le 14 Septembre jusqu'au 25 du même mois.

du moyen
mouvement
de Saturne.

Le 21 Septembre à 8^h 48¹/₂ de tems vrai, la distance de Saturne * à la Luifante du Bélier étoit de 36° 31' 30", & à 9^h 54' sa distance à Markab ou α de Pégase, étoit de 23° 59' 10" : mais à cause de l'accourcissement causé par les réfractions, supposons que les distances apparentes soient changées en véritables, sçavoir 36° 32' 02¹/₂", 24° 00' 05"; & ayant égard au mouvement de Saturne dans l'espace de 1^h 5¹/₂, sa vraie distance à la Luifante du Bélier, auroit été à 9^h 54' de 36° 32' 12¹/₂". Partant on a la Longitude Géocentrique de Saturne κ 28° 38' 09¹/₂", avec une Latitude Méridionale de 2° 36' 22¹/₂". On s'est servi pour faire ce calcul, des positions rectifiées des Etoiles qu'on trouve ci-après, pag. 398 : on a supposé aussi la précession annuelle de l'Equinoxe de 0' 50", l'obliquité de l'Ecliptique de 23° 28' 50", & même on a jugé à propos de te-

* *Machina Caelestis*, lib. II. & III. pag. 608. & 96.

Calcul des observations faites à Dantzic par Hévélius en 1672.

nir compte de l'Aberration de ces Etoiles. Ainsi la Longitude Apparente de α du Bélier étoit alors $8^{\circ} 3' 05' 17''$, & sa Latitude Boréale $9^{\circ} 57' 25''$: celle de Markab ou α de Pégase $\gamma 18^{\circ} 55' 11''\frac{1}{2}$, & sa Latitude Boréale $19^{\circ} 24' 52''\frac{1}{2}$. Enfin supposant le lieu de la Terre qui est opposé au vrai lieu du Soleil $\gamma 29^{\circ} 33' 08''$, & les distances au Soleil connues de la Terre & du lieu de Saturne réduit au plan de l'Ecliptique, on en a déduit la Parallaxe du grand orbe de $5' 48''$; d'où l'on a conclu la Longitude Héliocentrique de Saturne $\gamma 28^{\circ} 43' 57''\frac{1}{2}$ le 21 Septembre 1672 à $8^h 40'\frac{1}{2}$ de tems moyen au Méridien de Paris.

Observations correspondantes dans les moyennes distances de Saturne, faites à Paris en 1731.

En 1731 le 23 Septembre Saturne observé à Paris étoit en opposition au Soleil à $14^h 45'$, de tems moyen $\gamma 0^{\circ} 29' 35''$; ce qui a été conclu de diverses observations faites à 10^h du soir, en le comparant à quelques Etoiles du Zodiaque de Senex dont on a restitué peu de tems après l'Ascension droite & la Déclinaison. Mais faisant les réductions nécessaires, & ayant calculé avec le plus grand soin toutes les observations, comme aussi ayant égard à l'Aberration & à la Précession des Equinoxes, je trouve que le même jour à $8^h 40'\frac{1}{2}$ de tems moyen (le lieu du Soleil étant selon les Tables de Flamsteed corrigées $\gamma 0^{\circ} 14' 40''$) la Longitude Héliocentrique de Saturne étoit $\gamma 0^{\circ} 29' 5''$, & sa Latitude au même instant vue de la Terre $2^{\circ} 36' 05''$ Méridionale. Il est aisé de reconnoître par-là que Saturne dans l'espace de 59 années Juliennes & un jour a
parcouru

parcouru outre deux révolutions entieres $1^{\circ} 45' 07''\frac{1}{2}$, ou plus exactement $1^{\circ} 44' 50''$ par son moyen mouvement, si l'on a égard à la réduction & à quelques petites différences entre le moyen & le vrai mouvement de la Planete, comme n'étant pas alors précisément dans ses moyennes distances.

Les Tables Rudolphines & Carolines donnent pendant le même intervalle de tems (lequel excède à peine deux révolutions entieres) le mouvement de Saturne plus rapide de $7'\frac{1}{2}$; c'est-à-dire, qu'il s'enfuivroit des observations qu'on vient de rapporter, que la révolution de Saturne sur son orbite a dû s'achever près de deux jours plus tard que selon les Tables de Képler & de Street.

Le moyen mouvement de Saturne est trop rapide selon les Tables de Képler & de Street.

Il s'en faut bien qu'on parvienne à conclurre un même moyen mouvement de Saturne, ou le même tems de sa révolution, par les observations faites dans l'autre demi-cercle d'anomalie, lorsque Saturne s'est trouvé dans ses moyennes distances en 1686 & en 1745; car dans le tems des observations ci-dessus, Jupiter se trouvoit fort éloigné, étant presque en opposition avec Saturne, & au contraire à peine en étoit-il distant d'un signe & demi au tems des observations que nous allons rapporter. On peut remarquer aussi que la distance de ces deux Planetes, vue du Soleil dans le dernier cas, n'a pas été sensiblement la même, puisqu'en 1686 Jupiter étoit plus avancé en longitude d'environ $47^{\circ}\frac{1}{2}$, mais seulement de 40° au mois de Mars de l'année dernière.

Autres obser-
vations de Sa-
turne dans ses
moyennes dif-
tances.

Le 9 Mars 1686 à $12^h 31^{\frac{1}{3}}$ de tems moyen la longitude géocentrique de Saturne, déduite des observations de M. de la Hire étoit $m 27^{\circ} 18' 37''$ avec une latitude boréale de $2^{\circ} 37' 06''$. Si l'on suppose le lieu du Soleil selon les Tables de Flamsteed corrigées, & par conséquent le lieu de la Terre qui lui est opposé $m 19^{\circ} 52' 50''$, on aura la longitude héliocentrique $m 26^{\circ} 32' 04^{\frac{1}{2}}$: de même le 18 Mars la longitude géocentrique de Saturne étoit à $12^h 4' 07''$ de tems moyen $m 26^{\circ} 37' 12^{\frac{1}{2}}$ & partant la longitude héliocentrique $m 26^{\circ} 50' 55''$. On peut donc conclure de ces observations le tems de l'opposition de Saturne au Soleil le 16 Mars 1686 à $11^h 10^{\frac{1}{2}}$ de tems moyen, sçavoir $m 26^{\circ} 46' 38^{\frac{1}{2}}$.

En 1745 le 18 & 21 Mars ayant observé Saturne à son passage au méridien, & l'ayant comparé à Arcturus & à l'Etoile η de la Vierge, j'ai déterminé le tems de son opposition le 18 à $10^h 37^{\frac{1}{2}}$ de tems moyen, le lieu de la Terre & de cette Planete étant $m 28^{\circ} 26' 10''$.

Grandes iné-
galités dans les
révolutions de
Saturne sur
son orbite.

Or, il est visible par-là que les révolutions de Saturne sur son orbite sont très-inégales, puisque dans le dernier intervalle de 59 années Juliennes & un jour, cette Planete par son moyen mouvement auroit parcouru outre deux révolutions entières $1^{\circ} 39' 02^{\frac{1}{2}}$, au lieu de $1^{\circ} 44' 50''$ qu'on a trouvés ci-dessus; c'est-à-dire, environ $15'$ de moins que selon les Tables de Kepler & de Street, & le double du résultat précédent.

. Voyant donc que les révolutions de Saturne sur

son orbite étoient trop sensiblement inégales, & qu'il étoit comme impossible d'en fixer le moyen mouvement à la maniere des anciens Astronomes, je me suis proposé, pour parvenir à la construction des nouvelles Tables de Saturne, de l'établir d'abord d'une maniere plus générale, en prenant pour moyen mouvement celui qui doit tenir à peu près un milieu entre les moyens mouvemens les plus lents & les plus accélérés; d'où il résulte que le moyen mouvement de Saturne demande à être corrigé par différentes Tables d'équations, de même qu'il a fallu le pratiquer à l'égard de la Lune. Cette théorie qui n'est encore qu'ébauchée, fera facile à déduire des observations que nous allons rapporter.

Le moyen mouvement de Saturne doit être considéré d'abord d'une maniere générale.

Il reste aussi à développer de quelle maniere je suis parvenu à reconnoître les retours des inégalités de Saturne sur son orbite, & comment à l'aide des observations & d'un même aspect de Saturne à l'égard de Jupiter aux mêmes points de son orbite, on peut prédire assez juste l'erreur des Tables, qui sans cela seroit excessive dans bien des cas particuliers.

Comment on peut connoître les retours des inégalités du vrai mouvement de Saturne.

Si l'on considère ici les observations que sont obligés de faire les Astronomes ou les Navigateurs, on conviendra bientôt que faute d'un tems assez ferein, ils n'ont quelquefois d'autre ressource pour connoître le lieu de la Lune, que de mesurer sa distance à Saturne ou à Jupiter. Mais cela suppose, comme l'on voit, que le lieu de ces Planetes calculé par les Tables, soit donné aussi

Utilité de cette recherche pour la science des longitudes.

Le lieu des Planetes n'est pas à beaucoup près aussi exactement connu que celui des Etoiles ou du Soleil.

exactement que celui des Etoiles fixes; ou du moins, que l'erreur ne surpasse jamais une minute, comme il arrive lorsqu'on fait usage des Tables du Soleil. Cependant comme il est certain que non-seulement il s'en faut bien qu'on soit parvenu à perfectionner les Tables des Planetes autant que celles du Soleil, mais même que celles de Saturne pendant des années entieres, sont beaucoup plus défectueuses que les Tables de la Lune; qu'en un mot, de tous les mouvemens des Planetes ceux de Saturne & de Jupiter sont encore aujourd'hui les moins connus; envain recherchera-t-on le lieu de la Lune en mer, en le comparant à ces Planetes, tant que nous en ignorerons les inégalités & les regles de leur mouvement.

Voici d'abord ce qui s'est présenté à mes recherches au sujet de ces erreurs du mouvement de Saturne: en 1686 on trouve, comme il a été déjà dit, que la longitude héliocentrique de Saturne étoit $m 26^{\circ} 46' 38''\frac{1}{2}$ & que les Tables Carolines la donnoient plus avancée de $0^{\circ} 21' 09''$. De même en 1745 la longit. de Saturne étoit $m 28^{\circ} 26' 10''$, & les Tables la donnent plus avancée de $0^{\circ} 36' 12''\frac{1}{2}$. Dans l'un & l'autre cas, la Planete se trouvant dans ses moyennes distances, auxquels points l'équation de son orbite a été la plus grande, ou à très-peu-près, il n'y a point d'erreur sensible à craindre dans la recherche de son moyen mouvement, quand même on ignorerait & le mouvement & la situation de son Aphélie. Mais il suit de-là qu'en l'année 1716 lorsque Saturne a

Il importe peu que l'Aphélie ait un mouvement réel ou qu'il soit fixe dans le Ciel étoilé, lorsqu'on recher-

passé semblablement dans les mêmes points de son orbite, l'erreur des Tables auroit dû se trouver moyenne entre les deux résultats rapportés ci-dessus; c'est-à-dire qu'on la devoit trouver d'environ $28\frac{1}{2}$; car à moins que l'action de Jupiter sur Saturne n'ait troublé le mouvement de celui-ci, il n'y a pas de raison pour que l'erreur des Tables soit plus ou moins grande que les $28\frac{1}{2}$ qu'on vient de conclurre pour l'année 1716. Cependant on trouve que Flamsteed dans son Histoire Céleste établit la longitude géocentrique de $\tau \simeq 4^{\circ} 15' 06''$ le 6 Mars à $12^h 28'$ de tems vrai; & supposant le lieu du Soleil corrigé pour le même instant $\times 27^{\circ} 33' 01''$, & par conséquent la parallaxe du grand orbe de $41' 50''$, on en déduit la longitude héliocentrique de Saturne $\simeq 3^{\circ} 33' 15''$ plus avancée de $36\frac{1}{3}$ que selon les Tables Carolines.

Il est donc certain que c'est en vain qu'on voudroit conclurre le vrai lieu de Saturne, des observations faites 29 à 30 ans auparavant dans les mêmes points de son orbite, & qu'on ne peut se dispenser de reconnoître une inégalité dans son moyen mouvement, laquelle dépend de l'action de Jupiter sur cette Planete; car comment expliquer sans cela l'erreur de $8'$ dans son moyen mouvement, c'est-à-dire la différence de $28\frac{1}{2}$ à $36\frac{1}{3}$ qu'on vient de trouver en comparant les trois observations ci-dessus, sçavoir lorsque Saturne s'est trouvé à chaque période vers les mêmes points de son orbite?

che le moyen mouvement d'une Planete par des observations faites dans les moyennes distances, vers les memes points de son orbite.

On prouve ici par les observations que l'action de Jupiter sur Saturne est très-sensible.

En vain concluroit-on l'erreur des Tables des observations de Saturne, faites aux memes points de son orbite, pendant la révolution précédente.

Une preuve qui peut-être achevera de convaincre que cette inégalité a dû provenir de l'action de Jupiter sur Saturne, c'est qu'en comparant alternativement trois positions semblables de Saturne aux mêmes points de son orbite, lorsque cette Planete s'est trouvée à même configuration avec Jupiter, le moyen mouvement de Saturne n'est plus sujet à ces sortes d'inégalités, mais paroît uniforme ou proportionnel. Cela est facile à prouver si l'on se donne la peine de calculer les observations des années 1598 & 1657 où l'on trouve selon les observations de Tycho faites le 13 Mars v. st. à 11^h $\frac{1}{2}$ à Wandersbourg*, c'est-à-dire, à 11^h 01' de tems vrai au Méridien de Paris la longitude héliocentrique de Saturne \approx 0° 39' 35'' mais selon les Tables Carolines 2' 00'' plus avancée: semblablement, ayant restitué les lieux des Etoiles fixes, je trouve, par les observations de Riccioli, qui répondent au 22 Mars 1657 à 9^h 22 $\frac{1}{2}$ ' de tems vrai au Méridien de Paris, la longitude héliocentrique de Saturne \approx 2° 11' 05'', & l'erreur dont les Tables Carolines donnent le lieu trop avancé de 20', ce qui s'accorde assez à donner le moyen mouvement proportionnel, si on le compare aux observations de l'année 1716, l'erreur des Tables ayant été conclue, comme nous l'avons déjà dit, de 36 $\frac{1}{3}$ '.

L'action de Jupiter sur Saturne est prouvée d'une manière encore plus générale.

* Le 15 à 10^h 59' du soir la vraie distance de γ à α étoit 18° 37' 10'', & sa Décl. Bor. 2° 19' 30''.

En corrigeant le moyen mouvement des Tables, les mêmes erreurs du mouvement vrai de

Enfin, pour confirmer de plus en plus ce que nous venons d'établir jusqu'ici, & constater en même tems ce qui doit nous conduire à la recherche du moyen mouvement de Saturne; pour con-

noître, dis-je, quel a été ce moyen mouvement dans l'espace de près de deux siècles, & prédire, par exemple, les erreurs des Tables pour l'année 1762, je donnerai les longitudes de Saturne, restituées comme ci-dessus d'après les observations immédiates & les nouvelles positions du lieu des Etoiles (c'est-à-dire, plus exactement que n'ont pu le pratiquer Tycho & ceux qui l'ont suivi) en choisissant pour cet effet trois positions semblables de Saturne sur son orbite vers le tems de sa conjonction à Jupiter.

Saturne, ne se répètent aux memes points de son orbite, que quand cette Planete reparaît a meme configuration avec Jupiter.

En 1583 le 4 Septembre au soir à 9^h 25' de tems vrai à Uranibourg la longitude héliocentrique de Saturne étoit $\times 19^{\circ} 55' 09''$, les Tables Carolines la donnent moins avancée de 3' 10".

En 1642 le 13 Septembre à 11^h 25' de tems vrai, réduisant au Méridien de Paris, je trouve la longitude héliocentrique de Saturne $\times 21^{\circ} 37' 17\frac{1}{2}''$. Mais le 28 au soir à 8^h 45' $\times 22^{\circ} 01' 50''$. Ces observations faites par Riccioli ne sont pas des plus exactes, on y apperçoit même des fautes de copiste: prenant un milieu, on trouve que les Tables Carolines ont donné le lieu trop avancé de 7 $\frac{1}{2}$ ".

En 1702* M. de la Hire ayant observé les passages du Soleil & de Saturne par son Quart-de-Cercle Mural, je trouve qu'à 11^h 40' 12" de tems vrai le 5 Octobre, la longitude héliocentrique étoit $\gamma 6^{\circ} 21' 30''$, & que les Tables la donnent plus avancée de 16 $\frac{1}{3}$ ".

* La conjonction de Jupiter à Saturne s'est faite en 1583 au 17 $\frac{1}{2}$ de \times & celle de 1702 à 4 $^{\circ}$ d' γ , l'Anomalie moyenne de Saturne étant 3 $^{\circ}$ 0 $\frac{1}{2}$ ' & 3 $^{\circ}$ 15".

REMARQUES sur les Appulses de la Lune & des Planetes
aux Etoiles Fixes.

La Phase générale de la Lune, insérée pag. 140, & qui a été tirée du *Traité de Motu Lunæ Libratorio*, publié par Hévélius, est d'autant plus nécessaire, qu'on trouve dans le Recueil des Observations de cet Auteur, intitulé *Machina Cælestis*, & dans celles de Flamsteed & de M. Kirch, un grand nombre d'Appulses de la Lune aux Etoiles.

Quand on compare la Lune à une seule Etoile, il n'est pas toujours facile d'en déduire le lieu de cette Planete; on est quelquefois obligé de prendre quelques alignemens de l'Etoile aux principales taches: mais cela suppose qu'on connoisse la Libration de la Lune & le Lieu Apparent de l'Etoile. M. Newton a achevé la théorie de la Libration, ayant suppléé à ce qui manquoit à l'explication qu'en a donnée Hévélius. Celui-ci avoit déjà tenté de représenter la circonférence du Disque Apparent pour chaque jour, par le moyen du Réticule qu'on voit au centre de la figure. Il est certain que si l'excentricité de l'orbite de la Lune étoit constante, si l'axe de Rotation de cette Planete étoit Perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, & si la plus grande Latitude de la Lune étoit constamment de 5° , cette méthode d'Hévélius seroit beaucoup plus exacte; car en posant, par exemple, la pointe du Compas au centre du Réticule, & prenant pour Rayon l'intervalle compris jusqu'au milieu de l'espace où se fait la plus grande Libration, soit en Longitude, soit en Latitude, on a d'abord la Libration moyenne; c'est-à-dire, pour toutes les fois que la Lune est Apogée ou Périgée, & en même tems dans l'un ou l'autre de ses nœuds: ensuite on peut trouver la Libration pour chaque degré d'Anomalie, quelle que soit la Latitude de la Lune. Pour cet effet Hévélius divise en six parties la Libration qui doit se faire en Longitude, & dont la plus grande arrive au *Palus Mæotis*, lorsque la Lune est dans les moyennes distances, c'est-à-dire, à 9 signes ou environ de son Aphélie. De même en montant jusqu'à cinq divisions, on détermine (selon les différens cas) le centre du Disque, & par conséquent la Libration, à mesure que la Lune approche de sa plus grande Latitude ou Limite Austral; & au contraire en descendant jusqu'à cinq divisions, lorsque la Latitude augmente dans l'autre sens, & se trouve Boréale. Mais si l'on désire une plus grande exactitude, il faut avoir recours à la théorie qu'en a donnée M. Newton, & que Mercator a insérée à la fin de ses *Institutions Astronomiques*.

Pour connoître maintenant la Longitude Apparente d'une Etoile, il faut avoir égard à son Aberration: or il est à remarquer qu'au tems de la conjonction de l'Etoile au Soleil, son Aberration est alors la plus occidentale, & sa longitude la plus petite; & que trois signes après, l'Aberration en longitude est nulle, lorsqu'au même tems l'Aberration en Latitude est la plus grande vers le Midi. Cette Règle est générale, de même que les deux suivantes; sçavoir, que la plus grande Aberration en longitude, est à $20''$, comme le cosinus de la latitude de l'Etoile, est au sinus total; & que la plus grande Aberration en latitude, est à $20''$, comme le sinus total, est au sinus de la Latitude de l'Etoile. La plus grande Aberration étant une fois connue pour chaque Etoile, de même que le point de l'Ecliptique, où elle devient nulle, on trouvera l'Aberration qui convient à chaque jour, en faisant comme le sinus total, est au sinus de l'élongation ou distance du Soleil à ce point, ainsi la plus grande Aberration soit en longitude soit en latitude déjà trouvée pour chaque Etoile, à un 4^e terme.

Ces corrections pour l'Aberration, paroissent d'autant plus nécessaires, qu'on a déjà rétabli les lieux d'un très-grand nombre d'Etoiles du Zodiaque.



INSTITUTIONS ASTRONOMIQUES.

CHAPITRE PREMIER.

Du Mouvement apparent.

LEs Elémens d'Astronomie qu'on se propose de donner, semblent exiger du Lecteur qu'il ait quelques principes sur le mouvement visible ou apparent des corps en général : c'est pourquoi nous commencerons par traiter cette matière, avant que d'expliquer les mouvemens des corps célestes ; de ces corps, dis-je, si éloignés de nous, & dont il est question d'expliquer ici les principaux phénomènes.

Nous établirons premièrement cette proposition générale & qui est si évidente ; sçavoir, que l'œil étant accoutumé de considérer comme en repos, les corps qui lui paroissent conserver la même distance apparente, les uns à l'égard des autres ; qui lui semblent garder entr'eux une même situation, en un mot qui paroissent constamment

Des corps à qui nous n'attribuons aucun mouvement, & de ceux à qui on a coutume d'en attribuer.

dans un même lieu ; il doit au contraire juger de leur mouvement toutes les fois que ces corps changeront leurs situations & leurs distances , soit entr'eux , soit par rapport au lieu d'où il les regarde ;

Mais pour éclaircir encore davantage cette proposition , nous remonterons pour un moment aux premiers principes de l'Optique : car il n'est peut-être pas inutile de rappeler ici ce que l'on y démontre ; sçavoir , que tout corps lumineux forme nécessairement sa propre image dans le fond de l'œil qui le regarde , & cela sur la rétine , dont la surface est semblable à celle d'une Sphere concave : cette apparence , comme l'on voit , ne se peut faire que par les rayons qui émanent de l'objet lumineux. Or le lieu qu'occupe dans l'œil l'image de chaque point de l'objet , est toujours celui où les rayons qui partent d'un semblable point de l'objet , se réunissent apres s'être brisés en passant à travers de l'œil.

Maniere dont
se fait la vi-
sion.

PLANCHE I.
Figure 1.

Supposons , par exemple , que l'arc AB soit la surface antérieure de l'œil , dont le fond ou plutôt la rétine , qui est une membrane formée par l'expansion du nerf optique , soit représenté par DG ; soit aussi le centre de l'œil C , je dis que l'image d'un point F fera dans la ligne FCH , & par conséquent en H , de même que l'image d'un point E se formera au point L ; car les rayons de lumiere sont tellement rompus par les membranes transparentes & par les humeurs de l'œil , que de cette quantité prodigieuse de rayons qui émanent du point F , & qui tombent sur notre œil , il n'y en a pas un seul qui puisse tomber ailleurs , qu'au point où ils doivent tous se réunir dans l'œil ; c'est-à-dire , qui puisse s'écarter du point H . Il en est de même de ceux qui partent du point E , & dont la réunion doit se faire au point L . C'est pourquoi ces rayons causent dans chaque lieu où ils se réunissent , un ébranlement aux nerfs optiques : & c'est là précisément ce qui occasionne la sensation de la vûe.

Il est aisé de confirmer ce que nous venons de dire, par une expérience fort simple : si l'on détache pour cet effet l'œil d'un homme qui vient de mourir, ou à son défaut, si l'on prend un œil de bœuf dont on aura enlevé légèrement la membrane opaque que l'on nomme la Choroïde, ou seulement la partie de la Choroïde qui étoit du côté du cerveau, afin qu'il ne reste plus que cette membrane mince & transparente que l'on nomme la Rétine ; alors l'on pourra procéder à l'expérience comme il suit. On choisira une chambre un peu obscure, & l'on se placera dans le fond, pour y exposer cet œil vers une fenêtre, ou vers quelque objet dont la lumière soit fort vive ; & l'on appercevra aussi-tôt, même avec quelque étonnement, la peinture de la fenêtre ou de l'objet très-exactement dessinée sur la rétine de cet œil. On peut encore, au lieu d'un œil, employer un verre convexe ou une lentille, qui étant exposée, comme on l'a dit ci-dessus, à quelque objet dont la lumière soit éclatante, servira de même à former l'image de cet objet ; pourvû que l'on ait attention d'écarter peu à peu de l'autre côté du verre convexe, un papier blanc, sur lequel cette peinture doit enfin paroître avec beaucoup de netteté.

Il suit de-là, que si l'image du point F demeure toujours au même endroit H de la rétine, & que l'œil demeure en même tems fixe & immobile, l'Observateur jugera pour lors que le point F ne change point de place ; que si ce point F se meut vers E , alors son image parcourant successivement dans le fond de l'œil, diverses parties de la rétine, c'est-à-dire, l'espace HL , l'Observateur doit nécessairement avoir les différentes sensations causées par ce mouvement : & si ce point est fort éloigné, & que son mouvement se fasse dans le plan du triangle FCE , alors l'Observateur estimera le mouvement apparent du point F par la grandeur de l'angle FCE .

Comment
l'œil peut ju-
ger du mou-
vement.

Mais si l'on suppose que dans la ligne CF il y ait un autre point visible M à une distance encore assez grande de l'œil, & dont le mouvement se fasse de M en N , l'œil jugera pour lors que son mouvement apparent est le même que celui du point F : car puisque l'un & l'autre objet MF parcourent précisément un même angle, leur mouvement ne sauroit produire qu'une même trace, & par conséquent une même sensation dans le fond de l'œil. Il n'est pas moins évident, que lorsque l'objet M fera mû selon la ligne MF , depuis M jusqu'en F , son mouvement ne sauroit jamais être connu de l'Observateur, parce que son image demeure constamment immobile en H , c'est-à-dire, au même point de la rétine. Ainsi toutes les fois que les objets qui sont fort éloignés de nous, n'auront d'autre mouvement que selon la ligne droite qui passe par le centre de notre œil, il est certain qu'on ne pourra juger de leur mouvement, à moins que l'on ne fasse attention à leur lumière, qui peut-être paroîtra plus ou moins vive, ou bien à leurs grandeurs; c'est-à-dire, à quelque augmentation ou diminution dans leurs diamètres apparens. Il faut bien remarquer, que nous ne parlons ici que des objets qui sont fort éloignés: car quant aux objets qui sont fort proches de notre œil, on ne manque pas de moyens assez sûrs pour reconnoître leurs mouvemens, quand ils se font dans la ligne droite qui passe par le centre de l'œil, & qui consistent à le comparer à d'autres objets, dont la situation & la distance sont connues, & par rapport auxquels ils changent bientôt de position. Enfin quelque soit la route d'un objet dans le plan ECF , soit qu'il se meuve dans la ligne FE , soit dans l'arc du cercle FPE , soit dans une courbe quelconque FGE , je dis que si l'angle FCE qui mesure l'espace parcouru, est toujours le même, l'œil attribuera chaque fois à cet objet le même mouvement apparent: mais si l'on augmente ou

si l'on diminue cet angle , le mouvement apparent doit nécessairement paroître plus ou moins grand ; d'où il suit , que ce n'est que par le moyen des angles , dont il est aisé de connoître l'ouverture , qu'on peut juger du mouvement apparent des objets , ou des corps célestes.

Voici donc la méthode dont les Géometres & les Astronomes se servent ordinairement pour mesurer le mouvement apparent des corps , laquelle , quoique vulgairement connue , mérite cependant d'être rapportée ici , pour ne rien omettre de tout ce qui peut contribuer à rendre ces Elémens faciles , & à la portée des commençans.

Euclide ayant démontré que tous les angles , dont le sommet se trouve placé au centre d'un même cercle , sont toujours proportionnels aux arcs des circonférences , sur lesquels ils sont appuyés , il suit nécessairement qu'il n'y a point de moyen plus simple pour mesurer l'ouverture des angles , que de se servir des arcs de cercles compris entre leurs côtés. Or les Astronomes ayant divisé la circonférence du cercle en 360 parties égales , que l'on appelle degrés ; chaque arc d'un degré en 60. parties égales , que l'on nomme minutes ; chaque minute en 60. autres parties égales , que l'on nomme secondes ; chaque seconde en 60. tierces ; chaque tierce en 60. quartses & ainsi de suite ; ils sont tous convenus , que le nombre des degrés , minutes , secondes , &c. compris dans l'arc sur lequel sont appuyés les côtés d'un angle ; que ce nombre , dis-je , en seroit la mesure , & en désigneroit la grandeur. C'est pourquoi si l'on décrit du sommet de cet angle , un cercle tel que l'on voudra , soit grand , soit petit , il n'y a jamais plus de degrés dans la circonférence de l'un , que dans la circonférence de l'autre , les degrés dans les moindres cercles étant à proportion plus petits : en un mot , le même angle ne peut s'appuyer que sur des arcs d'un même nom-

Ce que c'est
que degrés ,
minutes , se-
condes , &c.

PLANCHE I.
Figure 2.

bre de degrés dans l'une & dans l'autre circonférence ; puisque chacun de ces arcs a toujours un même rapport à la circonférence entière de son cercle. Soit , par exemple , l'angle proposé ACB , & que du centre C on ait décrit deux arcs AB , DE : je dis , qu'il y aura autant de degrés , minutes , &c. dans l'arc AB , qu'il y en aura dans l'arc DE , & cela en général ou sans exception , quelle que soit la grandeur du rayon. Car quand même le rayon de l'arc AB , n'auroit seulement qu'un pied de long , & que le rayon de l'autre arc DE seroit infiniment plus grand , comme s'il étoit , par exemple , prolongé jusqu'aux étoiles fixes , le degré de la circonférence AB , quoiqu'il paroisse infiniment petit par rapport au degré de la circonférence DE ; ces degrés , dis-je , auront néanmoins un même rapport entr'eux , que celui du rayon CB au rayon CE , & ce rapport fera le même que celui des circonférences.

La valeur de l'angle C est donc toujours d'autant de degrés minutes , &c. que les arcs AB ou CD en contiennent : & c'est sans doute après toutes ces réflexions qu'on a imaginé un instrument dont on se sert communément pour mesurer les Angles , qui consiste en une portion de cercle divisée en degrés & minutes , laquelle contient ordinairement le quart , la sixieme ou la huitieme partie d'un cercle. On a donné à ces instrumens différens noms. Lorsque c'est un Quart-de-cercle , l'arc est divisé en 90. degrés ; si c'est un *Sextans* , l'arc contient 60. degrés ; si c'est un *Octans* , son arc est de 45. degrés. Ils peuvent être de différentes grandeurs , mais il est nécessaire qu'ils ayent au moins un pied de rayon pour y distinguer les *dégrés* & les *minutes* : on pourroit en augmentant considérablement le rayon , en le faisant , par exemple , de 15. ou 20. pieds , y faire encore une troisieme division , qui seroit celle des *secondes* : mais il y

a diverses autres méthodes pour les trouver , & dont on aura occasion de parler dans la suite. On a coutume de placer sur l'un des côtés de cet angle , ou bien sur une ligne parallèle à ce côté , deux pinnules , ou plutôt une lunette d'approche : on place aussi d'autres pinnules ou une autre lunette à deux verres convexes (au foyer commun desquels sont fixés à angles droits deux filets d'argent ou de soie) sur l'alidade ou règle mobile à l'entour du centre du cercle dont on a divisé la circonférence ; or l'on observe avec cet instrument, les angles de la maniere suivante.

Soient deux objets A & B , que je suppose fort éloignés de l'œil placé en C . On propose de mesurer l'angle ACB ; pour cet effet il faut disposer l'instrument en sorte qu'on apperçoive le point A sur la croisée des filets , si c'est une lunette ; ou au milieu des fentes des deux pinnules placées sur la ligne CD . Ensuite on fera mouvoir l'alidade CE , jusqu'à ce qu'on observe aussi le point B sur la croisée des filets de la lunette , ou bien dans le milieu de chaque fente des deux pinnules attachées perpendiculairement sur cette alidade. Il est évident , après ce que nous avons expliqué ci-dessus , que l'arc DE fera la mesure de l'angle ACB , & par conséquent de l'arc AB ; c'est-à-dire , que l'angle ACB , & l'arc AB contiendront autant de degrés qu'il s'en trouve dans l'arc DE , parcouru par l'alidade ou règle mobile , depuis le point D de son parallélisme avec la lunette ou les pinnules fixes , jusqu'au point E , où elle doit parvenir pour appercevoir l'objet B .

PLANCHE I.
Figure 3.

Les Astronomes sont encore convenus de différens autres termes ou règles générales, lesquelles ont été adoptées depuis un grand nombre de siècles. Ils ont , par exemple , établi plusieurs points où ils ont coutume de rapporter les arcs de distances des étoiles observées avec les

De l'Horizon.

Ce que c'est
que la hauteur
d'un Astre &
le Pole de
l'Horizon.

instrumens dont nous venons de parler. On compte parmi ces points l'*Horizon*, qui n'est autre chose que le plan qui touche en chaque lieu le Globe de la Terre, & qu'on suppose prolongé à l'infini dans le Ciel. Cet Horizon divise sensiblement la Sphere du monde en deux parties égales : de plus si l'on conçoit un arc ou cercle perpendiculaire à l'Horizon (qu'on nomme *Cercle vertical*) compris entre l'horizon d'un lieu, & tel Astre qu'on voudra ; cet arc compris sera ce que l'on appelle *Hauteur* de l'Astre. On nomme encore *Zénit*, ou *Pole* de l'Horizon le point du Ciel qui est directement à plomb sur un lieu donné, ou bien qui est perpendiculaire au plan de l'horizon : car la Terre étant à peu près de figure Sphérique, le plan de l'Horizon de chaque lieu ne doit toucher sa surface que dans un point. Or c'est sur ce point qu'on doit concevoir une ligne élevée perpendiculairement & qui prolongée dans le Ciel, passera par le Zénit : en un mot le Zénit est le point du Ciel, où se trouve terminée la ligne à plomb, ou la ligne que décrivent tous les corps qui tombent, lorsque leur chute, causée par la pesanteur, se fait librement, soit dans l'air, soit dans le vuide. On sçait assez que selon les loix de l'Hydrostatique, la chute des graves se fait selon une ligne perpendiculaire à la surface des Mers, des Lacs, en un mot des liquides, qui sont répandus sur la surface de la terre, ou qu'on suppose répandus dans le lieu dont on vient de considérer l'horizon.

Ainsi les Pilotes qui ont toujours besoin, pour connoître la latitude du lieu où ils sont, de prendre la hauteur du Soleil, ne mesurent par conséquent autre chose que l'arc, ou plutôt l'angle que forment dans leur œil les rayons visuels, qui viennent du Soleil & des extrémités de l'Horizon. Il est à remarquer que cet Horizon leur est toujours déterminé par la surface de la Mer. Mais les Astronomes n'ayant pas un Horizon visible, ou qui puisse être

être déterminé avec assez d'exactitude , à cause des montagnes, des inégalités de la terre, ou des réfractions le plus souvent trop inconstantes ; ils ont coûtume d'observer l'angle que forme le rayon du Soleil ou d'une Etoile , avec la ligne qui passe par leur Zénit.

Ils se servent pour cet effet de quarts de cercle ou sec-teurs de cercle , dont le rayon est ordinairement de 2 à 3 pieds , & dans des cas extraordinaires , de 9 , 12 , & 15 pieds de rayon. Tous ces instrumens sont garnis de lunettes que l'on a substituées aux Pinnules des An-ciens. [C'est par le secours de ces lunettes que l'on distin-gue les objets , & que l'on y pointe avec une exactitude bien plus grande qu'avec les Pinnules les plus parfaites. On a de plus l'avantage d'appercevoir les Etoiles fixes à toutes les heures du jour ; & même en plein midi , lors-que le ciel est bien serain. Mais il n'est pas nécessaire de nous arrêter à expliquer la construction des quarts de cer-cle garnis de Lunettes & de Micrometres ; la maniere de les vérifier à l'horizon par le Renversement , ou au Zénit par le Retournement. Ces détails sont expliqués fort au long dans le Livre , qui a pour titre Degré du Méridien entre Paris & Amiens , ou dans les Mémoires de l'Acad-émie des Sciences , de l'année 1714.]

La Mesure des Angles sert principalement à nous fai-re connoître les Diametres apparens des corps qui sont éloignés de nous. Car soit supposée une ligne AB , apper-çue directement par l'œil placé au point C , si l'on ima-gine les droites AC , BC , tirées de chacune de ses extré-mités jusqu'à l'œil qu'on suppose en C , elle fera apperçue sous l'angle ACB ; & si cette ligne est le Diametre d'un Globe ou d'une Sphere , cet angle ACB fera ce que l'on nomme son Diametre apparent. Il contiendra autant de degrés , minutes , secondes , &c. qu'il s'en trouvera dans l'arc compris entre les deux lunettes de l'instrument dont

Des Diame-
tres apparens

Figure 4.

B

Figure 5.

on s'est servi pour faire cette observation. De la même maniere on doit dire , que tout autre objet comme DE , apperçu par l'œil que je suppose en F , y est vû sous l'angle DFE : or il suit de-là que les grandeurs apparentes des objets AB, DE feront entr'elles comme les angles ACB, DFE .

Si l'on imagine encore que l'œil soit plus proche de l'objet AB ; si on le suppose , par exemple , au point G , c'est-à-dire à une distance de la moitié moins grande , il est évident que l'objet paroîtra pour lors sous un angle environ deux fois plus grand qu'auparavant. Si l'œil s'approche de l'objet trois fois plus près que la première fois lorsqu'on l'a supposé en C , l'angle sous lequel paroîtra l'objet , sera d'environ trois fois plus grand ; & par conséquent son Diametre apparent sera le triple du premier Diametre observé. Il faut bien remarquer néantmoins que nous ne parlons que d'angles fort petits, comme d'un ou deux degrés ; & que c'est là seulement le cas où les Diametres apparens d'un même objet sont à très-peu près proportionels aux distances de l'œil.

Fig. 4. 5. & 6.

De cette maniere si l'on connoit par observation les Diametres apparens de deux corps célestes avec le rapport de leurs distances , on en déduira facilement le rapport exact de leurs Diametres , puisqu'il est certain que les distances de l'un & l'autre objet étant égales , leurs vrais Diametres seront entr'eux , comme leurs Diametres apparens ; & reciproquement si leurs Diametres apparens sont égaux , leurs vrais Diametres seront entr'eux , comme leurs distances à l'œil : par exemple , si l'angle ACB est égal à l'angle DFE , & si la distance CB est triple de la distance FE , il est clair que la droite AB sera trois fois plus grande que la droite DE ; en un mot , si la distance CB est non-seulement triple de la distance fe ; mais si l'angle ACB est encore double de l'angle dfe , alors AB surpassera six fois de : car prenant CM égal à fe , & supposant

un objet MN , vu sous un angle MCN ou ACB double de l'angle dfe ; il est clair que la ligne MN fera deux fois plus grande que la ligne de : mais puisque BC contient trois fois CM , AB fera donc triple de MN , & par conséquent il fera six fois plus grand que de ; d'où il suit que si les Diametres apparens du Soleil & de la Lune étoient égaux, & si l'on supposoit que la distance du Soleil à la Terre, fût cent fois plus grande que celle de la Lune, le vrai Diametre du Soleil seroit cent fois plus grand que celui de la Lune : & parce que la distance du Soleil à la Terre est bien au-delà plus de cent fois plus grande que celle de la Lune, comme nous le ferons voir ci-après, il suit de là que le Diametre du Soleil doit excéder beaucoup plus de cent fois le Diametre de la Lune.

Il est donc aisé de concevoir, après ce que nous venons de dire, que le Diametre apparent d'un objet augmente toujours à mesure qu'on en approche, & cela à peu près dans le rapport des distances de l'œil au même objet. Par exemple, si un spectateur étoit placé dix fois plus près de la Lune que nous ne sommes, sans compter qu'il appercevroit la Lune bien plus éclatante qu'elle ne nous paroît, il observeroit aussi son Diametre environ dix fois plus grand. Donc lorsque nous venons à la regarder avec un Télescope qui augmente dix fois les Diametres apparens des objets, c'est précisément la même chose que si l'on étoit placé dix fois plus près de la Lune ; & par conséquent si l'on regarde la Lune en se servant de Télescopes qui augmentent cent fois ou deux cens fois les Diametres apparens des objets, assurément on doit appercevoir l'Astre à peu près de la même maniere que si l'on en étoit cent fois, ou deux cens fois plus proche. Il est donc aisé de concevoir, que nous pouvons connoître par-là certainement quelle seroit la grandeur apparente des objets, & ce que l'on pourroit remarquer

Les Diametres apparens des objets augmentent à mesure qu'on s'en approche.

Avantages des Télescopes ou lunettes d'approche.

sur la surface de la Lune , si nous n'en étions éloignés seulement , que d'environ dix mille lieues , ou trois Diametres de la terre ; en un mot , ce qu'on y pourroit découvrir , si l'on en approchoit encore plus près , de maniere que notre œil n'en fût éloigné , par exemple , que de huit mille stades ; car à cette distance on y distingueroit facilement ces longues chaînes de montagnes , ces vallées si profondes , & ces vastes plaines , qui comprennent une si grande étendue. Les lunettes d'approche nous donnent encore un très-grand avantage pour pénétrer à d'autres corps célestes , & qui sont beaucoup plus éloignés , comme à Jupiter , par exemple , à Saturne , & aux Cometes, &c. tellement que par leur secours nous voyons toutes les étoiles du ciel , avec autant d'avantage , que s'il nous étoit possible d'en approcher continuellement , enforte qu'il ne nous restât gueres que la centieme ou deux centieme partie de leurs distances à la terre. Aussi depuis que l'on a commencé à s'en servir , a-t-on fait une infinité de belles découvertes , telles que la Rotation des Planetes autour de leur axe , les satellites de Jupiter & de Saturne , leurs éclipses , l'Anneau de Saturne , & généralement les différentes Phases de toutes nos planetes. Cette digression que nous venons de faire , au sujet des lunettes d'approche , nous a semblé d'autant plus nécessaire , qu'il étoit à propos de donner ici quelque idée de l'instrument que l'on emploie aujourd'hui pour observer les principales dimensions , & les mouvemens apparens des corps célestes. Revenons maintenant au discours que nous avons interrompu sur le mouvement apparent des corps en général.

De quelques cas particuliers où un corps céleste auroit ses mouvemens égaux , ou

Comme il n'y a donc qu'un seul & unique moyen de juger pour l'ordinaire du mouvement d'un objet qui est éloigné de nous ; sçavoir , d'observer les différens angles qu'il fait par rapport à l'œil ; il faut bien prendre garde à ce qui peut

arriver lorsqu'un corps céleste, par exemple, parcourt d'un mouvement égal ou uniforme des espaces qui sont égaux entr'eux; car à n'en juger uniquement que par les observations on seroit porté à croire tout le contraire & que son mouvement est irrégulier ou inégal: en voici un exemple.

uniformes,
& paroîtroit
néanmoins avoir des mou-
vements fort
irréguliers.

Figure 7.

Supposons qu'une Planete parcourre la circonférence $ABDEGQ$, d'un cercle, avec un mouvement uniforme; c'est-à-dire, qu'elle emploie des tems égaux à décrire les arcs égaux AB , BD , DE , &c. soit aussi l'œil de l'Observateur placé à une grande distance au point O , dans le même plan que le cercle décrit par la planete; lorsque cette planete parcourra l'espace AB , son mouvement apparent sera observé sous l'angle AOB ; c'est-à-dire que la planete paroîtra décrire l'arc HL . Secondement lorsque dans un espace de tems égal au premier, la planete décriera l'arc BD , son mouvement apparent se fera sous l'angle BOD , enforte que l'Observateur l'aura vûe passer de L en M ; d'où il faut conclure que cette planete ne lui aura paru décrire que l'arc LM , lequel est beaucoup plus petit que l'autre arc HL : en un mot lorsqu'elle sera au point D de la circonférence KHM , elle paroîtra répondre au point M , de la Sphere des étoiles fixes. Troisiemement, lorsque la planete décriera l'arc DE , égal à l'un des deux premiers BD, AB , & qu'elle sera parvenue au point E , l'Observateur doit l'appercevoir encore au point M , enforte qu'elle lui semblera comme stationaire pendant tout l'espace de tems qu'elle aura employé à décrire l'arc DE . En quatrieme lieu elle paroîtra rétrograder ou retourner de M en L , lorsqu'elle parcourra l'arc EF : enfin lorsqu'elle ira de F en G , l'Observateur l'aura vue successivement rétrograder, & arriver à ce même point H , d'où elle lui avoit paru d'abord partir lorsqu'elle alloit de A en B . Quand elle ira du point G par le point I jusqu'en Q , l'Observateur lui verra décrire l'arc HKN , & elle paroîtra

pour la seconde fois immobile ou stationnaire au point N , c'est-à-dire pendant le tems qu'elle employera à parcourir l'arc QP . Enfin après sa plus grande digression au point P , elle doit retourner, ou paroître se mouvoir comme auparavant, c'est-à-dire avec des mouvemens apparens, fort inégaux selon l'arc $NKHLM$.

Ce que l'on entend par inégalité optique.

Les Astronomes ont appelé *inégalité optique*, cette forte d'inégalité dans les mouvemens apparens; ainsi elle n'est pas *réelle* dans les corps célestes, mais c'est une inégalité qui dépend de la situation de l'œil, qui n'est point au centre du mouvement de la planete: car si l'œil au lieu d'être en O , est transporté au point C , & qu'il y demeure pendant tout le tems d'une révolution de la planete, il est évident que puisque la planete parcourt selon notre supposition des arcs de cercle égaux dans des tems égaux, le Spectateur n'apercevra du point C , que des mouvemens parfaitement égaux entr'eux.

Figure 8.

Si l'on prenoit dans le cercle tout autre point que le centre, & que l'Observateur fût, par exemple, situé au point O , entre le centre & la circonférence; alors quoique la même planete parcourût des arcs égaux dans des tems égaux, son mouvement paroîtroit néanmoins fort inégal vû du point O : car lorsque la planete fera dans sa plus grande distance du point A , son mouvement paroîtra fort lent; au contraire il paroîtra très-rapide lorsqu'elle se fera approchée du point C , le plus près qu'il est possible; ce qui est évident, puisque l'angle COD est beaucoup plus grand que l'angle AOB , quoique les arcs AB, CD soient égaux entr'eux. Cependant il faut bien remarquer, que dans cette supposition de l'œil placé entre le centre & la circonférence, jamais la planete ne sçauroit paroître stationnaire, ni rétrograder; d'où il suit, que s'il arrivoit que l'Observateur vînt à découvrir la Planete, tantôt directe, tantôt stationnaire, & tantôt rétrograde, il faudroit

conclurre , qu'il auroit lui-même un mouvement particulier , & que son œil ne seroit plus situé dans un point fixe ou immobile , comme on l'a supposé jusqu'ici.

CHAPITRE SECOND.

Où l'on considère le mouvement apparent , lorsque l'Observateur change de lieu.

Après avoir expliqué les différens cas où l'on observeroit les principaux phénomènes du mouvement apparent , dans la supposition que l'œil soit constamment dans un même lieu ; il reste à exposer ceux où l'œil , ou plutôt le lieu où il se trouve , sont emportés d'un même mouvement. Car il est aisé de concevoir que les objets paroîtront pour lors se mouvoir d'une manière tout-à-fait différente de ce qui vient d'être érabli ci-dessus , puisque l'œil jugera quelquefois en repos ce qui est emporté d'un mouvement très-rapide ; & qu'au contraire il attribuera divers mouvemens à certains objets fixes , ou qui seront dans un repos parfait. Il peut même arriver que les mouvemens observés d'un même objet seront tout-à-fait contraires , ou même directement opposés à ceux qu'il a réellement ; que les objets , dis-je , qui se meuvent vers l'Orient , paroîtront à l'Observateur emportés vers l'Occident ; ce que l'on peut expliquer d'une manière plus simple , en prenant pour exemple les mouvemens que l'on observe si souvent dans une barque sur une rivière ou dans un vaisseau , lorsqu'il s'éloigne du port.

L'expérience nous apprend que ceux qui sont poussés par les vents d'un mouvement à peu près égal & uniforme , ne peuvent gueres s'appercevoir du mouvement de leur vaisseau ; qu'ils s'apperçoivent bien moins encore de

Ceux qui navigent sur une mer peu agitée ne s'apperçoivent pas du mouvement de leur vaisseau.

celui de tous les objets fixes qui y sont renfermés avec eux : cela vient uniquement de ce que toutes les parties du vaisseau gardant entr'elles la même situation & la même distance à l'égard de l'œil, l'image de tous ces objets se trouve toujours peinte dans le fond de l'œil au même endroit de la rétine, & par conséquent l'image de chacun de ces objets doit y demeurer fixe & immobile. Ainsi quoique ces mêmes objets fixes qui sont renfermés dans le vaisseau, soient emportés avec l'Observateur d'un même mouvement, & d'une vitesse précisément égale à celle de l'œil ; quelque grande que puisse être cette vitesse, il est cependant très-certain que l'Observateur ne sçauroit s'en appercevoir, parce qu'il est emporté d'un même mouvement, d'un mouvement qui leur est commun.

Ils s'imaginent au contraire que les objets fixes situés sur le rivage ont un mouvement réel.

Mais enfin si l'Observateur vient à jeter les yeux sur le rivage, il lui attribuera sur le champ, aussi-bien qu'aux arbres & à toutes les maisons qu'il découvrira sur la terre, un mouvement plus ou moins rapide, selon que son vaisseau sera emporté d'une vitesse plus ou moins grande. La raison est, que le vaisseau conjointement avec l'Observateur, change continuellement de lieu, & partant l'image des objets extérieurs venant à se placer successivement dans les différentes parties de la rétine, ces mêmes objets quoiqu'immobiles & situés en terre ferme, lui paroîtront nécessairement se mouvoir ; au lieu que l'image des objets qui sont dans le vaisseau occupera toujours la même place sur la rétine dans le fond de son œil ; & par conséquent le spectateur ne leur sçauroit attribuer aucun mouvement réel.

Si l'on considère aussi ce qui doit arriver lorsqu'on laisse tomber un boulet du haut du mât d'un vaisseau qui fait voile le long des côtes de la mer, on conviendra, ce me semble, que ce même boulet y paroîtra tomber suivant une ligne à plomb, c'est-à-dire, de la même manière que

si le vaisseau étoit en repos dans le port ou dans un calme; ainsi le boulet tombera nécessairement au pied du mât. Mais il est à remarquer qu'il ne sera réellement point tombé suivant la vraie ligne à plomb, c'est-à-dire, suivant une ligne perpendiculaire à la surface de l'eau, ou du globe terrestre, mais par une ligne oblique à cette surface. Aussi ceux qui se trouveront en même tems sur le rivage lui verront-ils décrire cette ligne oblique; c'est-à-dire, que le boulet n'y paroîtra pas tomber de la même manière qu'il auroit paru aux spectateurs placés dans le vaisseau. Voici une explication fort simple de ce phénomène. Une des principales loix du mouvement, & qui est si conforme à tout ce que l'on observe dans la nature, c'est qu'un corps mis une fois en mouvement, doit toujours, s'il ne trouve aucun obstacle, continuer sa route avec la même vitesse, & sans changer de direction. Or lorsque le boulet étoit attaché au haut du mât, lorsqu'il n'avoit d'autre mouvement que celui du vaisseau, ce mouvement lui étant alors imprimé selon la ligne horisontale, il a dû le conserver lorsqu'on l'a détaché du haut du mât. Mais quoique la pesanteur lui en ait communiqué bientôt un autre suivant la direction verticale, il a dû néanmoins conserver le premier, parce que ces deux mouvemens n'étant ni opposés ni contraires l'un à l'autre, ils n'ont pu se détruire ni se causer mutuellement la moindre altération: ainsi le boulet devant se mouvoir en ce cas en avant & de haut en bas, il doit faire, dis-je, autant d'effort pour s'avancer & pour descendre, que si chaque force agissoit séparément. Donc tout ce que pourront produire ces deux forces qui agissent en même tems, ce sera d'empêcher qu'il ne suive l'une ou l'autre direction horisontale ou verticale, de sorte qu'il décrira une ligne courbe oblique à l'horison, semblable à celle que nous voyons dé-

Explications du mouvement d'un boulet placé au haut du mât d'un vaisseau, & qui paroît tomber si différemment aux navigateurs & à ceux qui sont sur le rivage de la Mer.

crire à une pierre jettée horifontalement de quelque endroit élevé, cette pierre ne laissant pas de se mouvoir en avant pendant tout le tems qu'elle emploie à descendre. Or c'est précisément la même courbe que l'on verra de dessus le rivage décrire au boulet dans le tems de sa chute : car puisque le boulet & le mât sont emportés d'une même vitesse, ils conserveront toujours la même distance entr'eux, & par conséquent le boulet tombera nécessairement au pied du mât. De plus, le mouvement par lequel ce boulet doit s'avancer horifontalement, est le même que celui du vaisseau, ou de tous les spectateurs qui sont dans le vaisseau. Mais ce mouvement commun, comme on l'a déjà fait voir, ne pouvoit être apperçû avant la chute du boulet, il ne doit donc pas l'être davantage dans le tems que le boulet tombe, d'où l'on voit par conséquent la vraie raison pourquoi l'on ne sçauroit appercevoir dans le vaisseau d'autres mouvemens, que celui que la pesanteur a donné au boulet; c'est-à-dire, que dans le vaisseau il n'est pas possible de juger autrement de la chute du boulet, que selon la perpendiculaire à la surface de la mer, en un mot, selon une ligne parallele au mât. Le grand nombre d'expériences qu'on a faites à ce sujet, sont rapportées par tant d'Auteurs, qu'il ne doit rester, ce me semble, aucun scrupule sur cet article.

Du mouvement d'une balle jettée de l'avant à l'arrière d'un vaisseau.

Nous pouvons encore examiner ce qui arrive, lorsque de la proue d'un vaisseau l'on jette une balle vers la poupe avec une force telle que la vitesse de cette balle soit exactement la même, que celle du vaisseau. Supposons pour un moment que la pesanteur n'agisse point sur cette balle, il est évident, que pour-lors elle ne sçauroit avancer ni reculer; & que par conséquent elle resteroit immobile & suspendue dans l'air, précisément au même endroit d'où on l'a jettée. Mais si la pesanteur agit à l'ordi-

naire , cette balle doit tomber en ce cas perpendiculairement à la surface de la mer , ce qui ne sçauroit être néanmoins apperçû que de ceux qui sont sur le rivage , ou sur quelque navire situé vis-à-vis l'ancre ; car la force donnée à cette balle par celui qui l'aura jettée , sera détruite par une autre force égale ou directement contraire ; sçavoir , celle qui lui fera commune avec le mouvement du vaisseau : cependant on ne verra point dans le vaisseau cette balle demeurer immobile, & tomber selon une ligne à plomb ; mais on la verra s'avancer vers la poupe de la même maniere que si le vaisseau étoit en repos.

Si enfin la vitesse avec laquelle la balle est jettée vers la poupe est moindre que celle du vaisseau , alors cette balle doit s'avancer dans le même sens que le vaisseau , mais bien plus lentement , parce que le mouvement qui lui est commun avec celui du vaisseau n'est pas entièrement détruit : or dans ce même intervalle de tems ceux qui se trouveront dans le vaisseau , ne verront pas cette balle aller de la même maniere que le vaisseau , mais dans un sens tout contraire , & avec la même vitesse qu'elle auroit eüe , si le vaisseau eût été en repos , & la balle jettée avec la même force que celle qu'on a supposée. Il paroît donc évident par tout ce que nous venons de dire , que le mouvement apparent d'un corps peut quelquefois paroître directement contraire à son vrai mouvement.

On objectera peut-être que c'est une chose constante , que la balle étant une fois lancée , vient frapper la poupe du vaisseau ; que même on y distingue la marque du coup qu'elle y aura imprimée ; ce qui n'arriveroit point , si la balle ne se mouvoit réellement vers la poupe du vaisseau.

OBJECTION.

Je réponds qu'il est bien vrai , que dans le vaisseau on appercevra la balle s'avancer vers la poupe & la frapper ; mais que du rivage on appercevra la poupe s'avancer vers la balle , & non pas la balle vers la poupe : au reste

REPONSE.

PLANCHE I.
Figure 9.

la force du coup fera la même, que si la balle eût été jettée vers la poupe, le vaisseau étant en repos, précisément avec la vitesse de la poupe lorsqu'elle a paru du rivage s'avancer vers la balle. Soient deux corps quelconques *A* & *B* égaux ou inégaux : on propose de considérer l'effort qu'ils font l'un contre l'autre dans le moment qu'ils viennent à se choquer : je dis que cet effort fera le même, soit que le corps *B* vienne rencontrer le corps *A* immobile avec une vitesse donnée, soit que le corps *B* étant immobile, le corps *A* vienne le rencontrer avec la même vitesse : ou bien si l'un & l'autre corps se meuvent selon une même direction, mais que le corps *A* ayant une plus grande vitesse vienne frapper le corps *B*, l'effort sera précisément le même, que si le corps *B* étoit en repos, & que le corps *A* n'eût eu qu'une vitesse égale à la différence de celles qu'on a supposées à ces deux corps. Semblablement si les deux corps *A* & *B* sont poussés l'un vers l'autre dans une direction contraire, l'effort au moment du choc fera précisément le même, que si l'un des deux étoit en repos, & que l'autre eût une vitesse égale à la somme de celles qu'on a supposées. En un mot, la même vitesse relative par laquelle deux corps s'approchent, subsistant toujours, l'effort doit être le même, lorsqu'ils viendront à se choquer de quelque manière qu'on distribue ces vitesses. D'où il suit que toutes les fois que nous navigerons dans un vaisseau avec telle vitesse qu'on voudra supposer, tous nos mouvemens, comme aussi ceux des corps que nous ferons mouvoir, se feront toujours de la même manière qu'ils nous paroîtroient, si le vaisseau étoit en repos : & c'est une règle générale que les mouvemens de tous les corps renfermés dans un même lieu sont précisément les mêmes, soit que ce lieu soit dans un repos parfait, soit qu'il soit emporté d'un mouvement uniforme. C'est la même chose à l'égard de leurs collisions,

c'est-à-dire , de l'effort que font ces corps lorsqu'ils se choquent.

On a cru devoir rapporter tous ces exemples, pour mettre le Lecteur en état de connoître la différence qui peut se trouver entre les vrais mouvemens des corps , & leurs mouvemens apparens ; & pour qu'il puisse juger combien il est difficile de distinguer l'un d'avec l'autre.

Il suit encore de tout ce que nous venons de dire , que si un Observateur étoit placé dans Jupiter , dans Saturne , ou dans quelqu'autre Planete , il ne pourroit pas mieux distinguer le mouvement propre de la Planete qu'il habite , que celui qui navige ne distingue le mouvement propre de son vaisseau : route la différence qu'il y auroit , c'est qu'on s'apperçoit souvent dans un vaisseau de certains mouvemens irréguliers qui se font subitement , & dont on n'est alors que trop incommodé ; mais parce que les Planetes font leurs révolutions d'un mouvement toujours uniforme , & qu'elles ne trouvent jamais le moindre obstacle , elles se trouvent donc à très-peu près dans le même cas , qu'un vaisseau qui navigeroit sur une mer peu agitée , où l'on ne connoîtroit ni les vagues , ni les grands coups de vent.

CHAPITRE TROISIEME.

Systeme du monde.

QUoique nous nous soyons déjà fort étendu sur les différens Phénomènes que doit observer un même Spectateur placé à différens points de vûe , cependant pour donner ici une idée plus vaste & plus étendue , qu'on n'a coutume de la concevoir , de la nature & de l'arrangement des parties de cet univers ; pour mieux faire con-

noître l'harmonie admirable des mouvemens célestes ; en un mot , pour parvenir au but que nous nous sommes proposé , & nous étendre en quelque maniere sur la construction & sur la formation de ce monde ; il est nécessaire de supposer l'œil de l'Observateur non pas seulement dans un même lieu, mais à diverses distances de la Terre, à des distances de plusieurs millions de lieues, afin qu'étant accoutumé à juger & à comparer le résultat des observations qu'il auroit faites sous ces différens points de vûe, il puisse se former une idée juste & distincte des ouvrages du Créateur.

C'est pourquoi nous supposerons d'abord, pour mieux reconnoître les mouvemens des corps célestes, que nous ne sommes plus habitans de la Terre, ni fixés sur cet atome, mais que nous avons la liberté de parcourir l'immensité de l'espace ; & afin de reconnoître plus exactement les diverses apparences que l'on doit observer dans chaque lieu, nous nous transporterons tantôt dans le Soleil, tantôt dans les Planetes, dans les Etoiles fixes, & dans les Cometes*.

Car quoique nos corps arrêtés sur la surface de la Terre par l'effet de la pesanteur, ne puissent s'élever jusques dans les Cieux, rien n'empêche néanmoins que notre ame, ou plutôt notre imagination, ne se transporte dans toutes les régions célestes : ce que l'on peut nous accorder d'autant plus facilement, que c'est un usage anciennement établi, & qui n'a jamais été contesté à aucun Astronome. Ils ont, dis-je, transporté l'œil de la surface au centre de la Terre, afin de mieux reconnoître la régularité des mouvemens célestes : bien plus ils ont fait passer des cercles & des lignes droites par le Soleil & par les

* *Juvat ire per alta
Astra. Juvat terris & inertis sede relictis,
Nube vchi, validique humeris insistere
Atlantis Horat.*

Etoiles ; suppositions , qu'ils sont obligés de faire continuellement , & qu'il faut bien leur accorder , puisqu' autrement ce seroit renverser les fondemens de l'Astronomie , ou que cette science demeureroit très-imparfaite , & qu'en vain les Astronomes y sacrifieroient tant de veilles , de fatigues , & de dépenses.

Ainsi puisque c'est une chose si usitée parmi les Astronomes d'imaginer l'œil du Spectateur transporté au centre de la Terre , pour en déduire cette regularité constante du mouvement diurne ou apparent , ne peut-on pas supposer pareillement , le Spectateur transporté dans les Cieux , ne peut-on pas le fixer dans le lieu du Monde , d'où il découvrira les mouvemens réels & absolus des corps célestes , & d'où il les reconnoîtra semblables autant qu'il est possible ? Car les Astronomes , quelque système qu'ils aient embrassé , ont reconnu de tout tems que les mouvemens des Planetes étoient simples , réguliers , & uniformes ; mais à ne les observer que de la surface ou du centre de la Terre , on s'apperçoit bientôt que le mouvement apparent de toutes les Planetes , est inégal , & que leur cours est très-irrégulier ; d'où l'on doit naturellement conclure que la Terre n'est point le centre de leurs vrais mouvemens. C'est pourquoi pour observer les mouvemens propres de tous les corps célestes , il faudroit supposer que l'œil fût placé ou au centre du Soleil , ou du moins à une très-petite distance de ce corps lumineux. Examinons quelles doivent être les apparences du Ciel dans ce point de vue.

Il y a néanmoins une remarque importante à faire avant que d'aller plus loin , sçavoir , qu'en quelque lieu qu'on suppose un Observateur , il doit juger naturellement qu'il est au centre de tout ce qui l'environne. Car comme les objets dont il s'agit , sont supposés fort éloignés , il importe peu qu'ils soient à une grande distance les uns des autres , surtout s'ils se trouvent dans une même ligne qui

Lorsque l'on compare les mouvemens des Planetes ; l'on s'apperçoit qu'vus de la terre , leur cours est fort irrégulier.

Un Spectateur en quel qu'endroit qu'on le suppose , est toujours placé au centre des objets les plus éloignés auxquels sa vue peut s'étendre.

passe par notre œil ; puisque nous les rapportons communément au même lieu de cet espace immense qui comprend l'univers : & que nous les jugeons tous à une même distance. Ainsi , l'Observateur ne pouvant appercevoir d'un seul coup d'œil , les vraies distances des objets qui l'environnent , il faut nécessairement qu'il les regarde tous comme fixes dans la surface concave d'une même sphere , qui auroit pour centre le lieu où il se trouve ; & partant il verra tous les mouvemens apparens se faire dans les différens cercles de cette même surface sphérique. C'est donc aussi pour cette raison que l'on s'imagine communément que le Soleil , la Lune , tous les autres Astres aussi bien que les nuages , sont placés à une même distance de nous dans une surface sphérique concave , quoiqu'il soit cependant certain que les Etoiles sont à une distance immense de la Terre en comparaison de celle de la Lune , & même que les nuages ne sont élevés tout au plus au-dessus de nous , que d'environ une ou deux lieues. On peut donc conclure qu'en quelque lieu que l'on veuille supposer un Observateur , soit dans le Soleil , soit dans Saturne qui est la Planete la plus élevée , soit même dans une Etoile fixe , ce lieu pourra toujours être pris pour le centre du monde ; c'est-à-dire , que ceux qui l'habiteront , pourront se regarder comme au centre de l'univers.

Idée générale de ce que verroit un Spectateur placé dans le Soleil.

Considérons maintenant ce que doit observer un Spectateur qui seroit au centre du Soleil. Si malgré la lumière éclatante de cet astre , il lui étoit possible de voir le Ciel , ne lui paroîtroit-il pas comme un voûte ou surface sphérique concave , remplie d'une multitude infinie de ces Etoiles que nous nommons fixes ? Car comme elles nous paroissent de la Terre conserver entr'elles une même situation & une même distance , ce sera la même chose étant vûes du Soleil , puisque leurs distances à la Terre ou au Soleil sont si grandes , comme on le verra ci-après , qu'à peine

peine un Observateur muni d'excellens instrumens pourroit s'appercevoir du plus petit changement sensible dans leurs situations apparentes. Il y a cependant cette grande différence entre un Observateur placé dans le Soleil, & un autre qui seroit sur la Terre, que ce dernier, quoiqu'il apperçoive à la vérité les Etoiles fixes à des distances qui sont chaque jour exactement les mêmes pendant le cours d'une ou plusieurs années, elles lui semblent cependant dans un mouvement continuel, elles lui paroissent, dis-je, tantôt s'élever, tantôt s'abaisser : en un mot, tourner chaque jour autour de l'axe de la Terre : au lieu que celui qui seroit au centre du Soleil les remarqueroit constamment dans une situation fixe & invariable ; il les appercevroit généralement toutes immobiles dans le même endroit du Ciel. Or il importe peu dans le cas présent, que l'on attribue le mouvement qui se fait chaque jour en vingt-quatre heures à la Terre ou au Ciel. Car, soit que les Etoiles restent immobiles, soit que le Ciel avec toutes les Etoiles & le Soleil soit emporté chaque jour presque d'un même mouvement d'Orient en Occident, l'Observateur que nous avons supposé au centre du Soleil n'appercevrait pas moins chaque Etoile immobile dans le même endroit du Ciel ; puisque ce prétendu mouvement continuel du Soleil & des Etoiles fixes autour de la Terre, ne lui seroit aucunement sensible. Il suffit de se rappeler ici ce que nous avons dit ci-dessus à l'égard de ceux qui navigent en pleine mer, & qui ne s'apperçoivent point du mouvement de leur vaisseau.

On apperçoit encore outre cette multitude d'Etoiles fixes, six autres Etoiles plus remarquables, mais qui tournent autour du Soleil dans des tems fort inégaux ; ce qui n'empêche pas néanmoins que la durée de leurs révolutions ne soit toujours constante. Elles ont différentes positions, soit entr'elles, soit par rapport aux autres Astres :

La distance des étoiles fixes au Soleil est immense.

Ce que l'on entend par les planètes, ou les six étoiles errantes.

elles changent presque continuellement de lieu dans le ciel. Ces Etoiles errantes ont été nommées Planetes, & la Terre que nous habitons, a été mise par le plus grand nombre des Astronomes au rang de ces mêmes Planetes : mais quand on supposeroit que la Terre est immobile ; & que c'est le Soleil qui fait chaque année une révolution dans l'Ecliptique , il ne fera pas moins vrai de dire qu'un Spectateur placé dans le Soleil , verroit chaque année la Terre parcourir le cercle de l'Ecliptique , comme on le démontrera d'une manière plus évidente dans les Chapitres suivans.

Les planetes font leurs revolutions autour du Soleil & se meuvent d'Occident en Orient.

Les noms des Planetes & les caracteres qui les désignent font , Saturne ♄ , Jupiter ♃ , Mars ♂ , la Terre ☁ , Venus ♀ , & Mercure ☿ , qui est le plus proche du Soleil.

Toutes ces Planetes se meuvent dans leurs Orbites autour du Soleil , & à peu près dans un même plan : leurs mouvemens se font d'Occident en Orient ; c'est-à-dire , qu'elles suivent toutes une même direction. Quand nous disons néanmoins, que leurs orbites sont à peu près dans un même plan, c'est qu'elles sont fort peu inclinées l'une à l'autre ; & que la ligne où se coupent les plans de ces orbites , passe toujours par le centre du Soleil. Or il suit de là qu'un Observateur placé à ce centre seroit toujours dans le vrai plan de l'orbite de chacune des Planetes qu'on vient de nommer ci-dessus : il leur verroit décrire exactement des révolutions périodiques dans le plan d'un grand cercle de cette surface sphérique concave du Ciel dont nous avons parlé ; mais il ne pourroit à la vûe simple juger de leur plus grande ou de leur plus petite distance au Soleil. C'est pourquoi pour mieux reconnoître ces différentes distances des Planetes au Soleil , aussi-bien que les principales inégalités apparentes de leurs mouvemens , il est à propos de transporter ailleurs l'œil de l'Observateur, que nous avons supposé jusqu'ici dans le Soleil. Nous pouvons donc

le supposer élevé au-dessus du plan des orbites des Planetes , ou plutôt dans la ligne perpendiculaire à l'orbite de la Terre, qui passe par le centre du Soleil, & de plus à la même distance de ce centre, que la Terre est éloignée du Soleil. C'est, dis-je, de cet endroit du Ciel que l'Observateur pourra juger facilement des différentes distances des Planetes au Soleil : il verra d'abord celles qui sont plus proches du Soleil faire leurs révolutions périodiques dans un intervalle de tems moins considérable que celles qui en sont plus éloignées : leur situation sera aussi telle que la figure les représente. On y apperçoit premierement le Soleil au centre de toutes les orbites ; il est immobile en ce lieu , & les six Planetes , Mercure , Venus , la Terre , Mars , Jupiter & Saturne tournent perpétuellement autour de lui d'Occident en Orient ; c'est-à-dire, selon l'ordre des lettres *ABCD*. Mercure qui est le plus proche du Soleil, fait sa révolution en trois mois ; Venus dont l'orbite est un peu plus grande , y emploie huit mois ou environ : plus loin du Soleil est la Terre , qui acheve sa révolution dans l'espace d'une année ; Mars en deux ans : mais Jupiter qui est beaucoup plus élevé, est douze ans à faire chaque révolution. Enfin Saturne est de toutes les Planetes celle qui met le plus de tems à parcourir son cercle autour du Soleil : l'orbite de cette Planete, comme l'on voit, renferme toutes les autres ; & l'on observe que sa révolution périodique est de trente ans. Voilà l'exposition la plus simple de cet ancien systéme du monde , enseigné par Pythagore , & par ses Disciples. Ce Philosophe qui l'avoit appris dans l'Orient , le répandit bientôt dans la Grece : mais le commun des Philosophes embrassa long-tems après un autre systéme , qui supposoit la Terre immobile , & qui attribuoit aux cieux tous les mouvemens apparens. Aristote & ceux de sa secte , qui ont enseigné dans les écoles pendant les siècles suivans , avoient adopté cette

Situation
des planetes
soit entr'elles
soit à l'égard
du Soleil.

PLANCHE I.
Figure 10.

derniere opinion, & l'auroient long-tems soutenue, si le ſçavant Aſtronomie *Copernic* n'avoit tiré de l'oubli, & fait revivre, pour ainſi dire, l'ancien ſyſteme de Pythagore, l'unique & le véritable ſyſteme du Monde, comme il étoit aiſé à tous les bons eſprits de s'en convaincre, s'ils euſſent réfléchiſ ſur les ſolides raiſons qu'il en a rapportées. Ce ſyſteme a été appellé de ſon nom depuis le ſeizieme ſiecle, *ſyſteme de Copernic*. Environ cent ans après * la découverte des lunettes d'approche a fait connoître aux hommes un nouveau Ciel. On y a apperçu tant de Phénomenes ſurprenans, que l'ancien ſyſteme a bientôt été reconnu pour le vrai ſyſteme du monde; ce qu'il eſt aiſé de prouver d'une maniere à ne laiſſer, ce me ſemble, aucune réplique.

Les planetes ſont des corps ſphériques opaques.

Lorsqu'on conſidere les Planetes avec les meilleures lunettes d'approche, on remarque que ſemblables à la Terre, ce ſont des corps ſphériques & opaques. Car la portion du globe de chaque Planete qui eſt tournée vers le Soleil, étant éclairée, nous renvoie la lumiere par réflexion; mais l'autre portion qui eſt oppoſée, étant dans les ténèbres, eſt entierement plongée dans l'ombre; & c'eſt cette ombre, comme on le verra ci-après, que nous voyons quelquefois jettée dans la partie oppoſée au Soleil. Or la ligne qui ſépare la portion éclairée d'avec la partie obſcure d'une Planete, nous paroît tantôt droite, & tantôt courbe, de maniere qu'elle eſt quelquefois concave, & quelquefois convexe, ſelon les diverſes ſituations de notre œil & de la Planete par rapport au Soleil qui l'éclaire. Nous voyons cette portion éclairée de la Planete, plus ou moins grande, ſuivant les différentes ſituations où ſe trouve la Terre que nous habitons; ce qui doit arriver néceſſairement à tous les corps ſphériques qui ſeront opaques, & qui ne reçoivent d'autre lumiere, que celle qui eſt empruntée du Soleil.

* Sçavoir en 1608

Il y a aussi trois Planetes ; sçavoir , la Terre , Jupiter , & Saturne , qui sont actuellement environnées d'autres petites Planetes qui les accompagnent dans chaque révolution autour du Soleil : on appelle ces petites Planetes , *Lunes* ou *Satellites*. Elles font leurs révolutions autour de leur Planete principale. La Terre n'a qu'une Lune ou Satellite , qu'elle entraîne autour du Soleil en parcourant son orbite chaque année , pendant que cette Lune fait une révolution chaque mois autour de la Terre , qui est au centre de ses révolutions périodiques.

Des planetes
secondaires
ou satellites.

Quant à ce que la Lune jette une si grande lumiere , en comparaison de celle de toutes les autres Etoiles , & qu'elle nous paroît d'une grandeur à peu près égale à celle du Soleil ; cela vient uniquement de ce qu'elle est fort proche de la Terre. Car si on l'observoit du Soleil, elle ne paroîtroit pas sous un angle sensible , de sorte qu'à peine seroit-elle visible. Ce seroit donc la même chose si elle étoit aussi éloignée de la Terre , qu'est le Soleil ; on ne l'apperoit gueres avec la lunette d'approche , que comme un petit point lumineux.

La Lune est
un satellite de
la terre.

Jupiter est continuellement accompagné de quatre Lunes ou Satellites, qui tournent autour de lui en des tems fort différens selon leurs distances au centre de leur Planete principale. * Le premier Satellite qui est éloigné

Jupiter a
quatre Lunes
ou Satellites.

* Révolutions Périodiques des Satellites autour de Jupiter.

Le I.	II.	III.	IV.
1 jour. 18 h. 27'. 34".	3 j. 13 h. 13'. 42".	7 j. 3 h. 42'. 36".	16 j. 16 h. 32'. 09".
Distances en demi-diametres de Jupiter , & déduites des Tems Périodiques.			
5,667	9,017	14,384	25,299

M. Pound a déterminé avec de fort bons Micrometres, les élongations des Satellites , d'où il résulte que la plus grande élongation Héliocentrique du 4^e Satellite , observée par le moyen de la lunette de 15. pieds , & réduite à la moyenne distance de Jupiter à la Terre , seroit de 8' 16" à l'égard du centre de Jupiter ; ensuite il a constaté par le secours du Telescope de M. Huygens de 123 pieds Anglois , l'élongation du 3^e Satellite 4'. 42". Le Diametre de Jupiter avec le

du centre de Jupiter , de trois fois le diametre de cette Planete , ou plus exactement $2\frac{2}{5}$, fait sa révolution en un jour & 18 heures : le second , qui est éloigné de $4\frac{1}{2}$ diametres acheve sa révolution en 3 jours & 13 heures : le troisieme , en 7 jours & 3 heures , étant éloigné de $7\frac{1}{2}$ diametres de Jupiter : le quatrieme enfin emploie 16 jours & 18 heures à faire sa révolution , étant distant d'environ 12 diametres de Jupiter.

Le Grand *Galilée* a été le premier qui ait apperçu ces quatre Satellites de Jupiter , par le moyen des lunettes d'approche qu'on venoit de découvrir ; il fut le premier à le perfectionner , & il s'en servit merveilleusement pour enrichir l'Astronomie. Il se crut même en droit de donner à ces nouvelles Planetes le nom des Medicis , dont il étoit le Mathématicien , & qui depuis près d'un siecle étoient devenus très-puiffans en Italie. Ces Satellites de Jupiter ont été dans la suite très-utiles au progrès de la Physique céleste , & de la Géographie.

Cinq Satel-
lites autour
de Saturne.

Saturne dans ses révolutions autour du Soleil entraîne aussi avec lui cinq Satellites que l'on a apperçus successivement en y employant d'excellentes lunettes. Comme il est rare d'en trouver d'aussi excellentes & d'une aussi grande longueur , & qu'il est d'ailleurs fort difficile d'appercevoir ces Satellites à cause de leur extreme petitesse , on ne peut pas les observer aussi souvent que ceux de Jupiter.

même Telescope étant dans les moyennes distances à la Terre de 39". Enfin par les Tems Périodiques , les élongations réduites des deux autres Satellites ont été trouvées de $2' 56'' 47'''$ & $1' 51'' 06'''$.

MM. Newton & Pound , ont encore déduit de l'observation du passage de l'ombre du premier Satellite sur le disque de Jupiter , le diametre de cet astre de $37''$. Mais par le tems du passage observé tant du premier , que du troisieme Satellite , ils ont déterminé le diametre de $37''\frac{1}{8}$ & $37''\frac{1}{4}$. C'est pourquoi M. Newton suppose le Diametre de Jupiter dans les moyennes distances à la Terre de $37''\frac{1}{4}$. Et partant les élongations rapportées ci-dessus , réduites en demi-diametres de Jupiter , seront 5,965 2,494 15,141 & 26,63.

La révolution du premier Satellite autour de Saturne* est de $1\frac{7}{8}$ jour ; sa distance au centre étant de $4\frac{3}{4}$ demi-diametres de Saturne : le second Satellite fait sa révolution en 2 jours 17 heures à distance de $5\frac{3}{5}$ demi-diametres : le 3^e en 4 jours 13 heures à distance de 8 demi-diametres : le 4^e en 16 jours à distance de 18 demi-diametres. Enfin le cinquieme & dernier Satellite fait sa révolution en $79\frac{1}{2}$ jours , étant à distance du centre de Saturne de 54 demi-diametres.

Saturne est encore environné d'un Anneau ou cercle lumineux semblable à la trace que feroit la Lune autour de la Terre , s'il en restoit un vestige lumineux , lorsque nous la voyons tourner chaque jour d'Orient en Occident. Cet Anneau ou bande lumineuse est également éloignée de la surface de Saturne , & se soutient à une assez grande distance comme une voûte , chaque partie pesant également vers le centre de la Planete. Son diametre** est un peu

Anneau de Saturne.

* Révolutions Périodiques des Satellites autour de Saturne.

I.	II.	III.
1 jour 21 ^h 18' 27"	2 j. 17 ^h 41' 22"	4 j. 12 ^h 25' 12"
IV.	V.	
15 j. 22 ^h 41' 14"	75 j. 7 ^h 48' 00"	

Distances au centre de Saturne , déduites des tems Périodiques •

1,93	2,47	3,45	8,00	23,35.
------	------	------	------	--------

Ces distances ont été calculées dans la supposition que le 4^e Satellite, qui fut le premier découvert par M Huygens, se trouve éloigné dans la plus grande élongation du centre de Saturne d'environ 8 demi-diametres de l'anneau de cette Planete.

Ensuite MM. Newron & Pound ont établi par les observations faites avec le Télescope de 123 pieds, la plus grande élongation du même Satellite de 8,7 demi-diametres de l'anneau de Saturne ; d'où l'on tire, selon les Tems Périodiques rapportés ci-dessus, les distances au centre de Saturne en demi-diametres de l'anneau....

2,10 2,69 3,75 8,70 25,35.

** Vers la fin du Printems de l'année 1719 M. Pound a mesuré par le secours du Micrometre appliqué à la Lunette de 123 pieds, les diametres de Saturne & de son anneau ; & ayant déterminé leur rapport comme 3 à 7 , & l'angle qu'occupoit ce dernier de 43" , il a été facile d'en conclurre que l'anneau de Saturne dans ses moyennes distances à la Terre , paroît sous un angle de 42" & Saturne sous un angle de 18". Mais la dilatation des rayons de lumiere , quoique bien moins sensible dans les grandes lunettes que dans celles dont on se sert ordinairement , semble les réduire à 40" & 16" , comme il est démontré dans les principes d'Optique de M. Newton.

M. Huygens avoit déterminé autrefois le diametre de l'anneau de 22" ou 24" plus grand, c'est-à-dire, de 64" : & il y avoit dans cette premiere observation deux

plus du double du diametre de Saturne ; & quoique l'épaisseur de cette bande circulaire soit fort mince , sa largeur ou profondeur est néanmoins si considérable, qu'elle égale à très-peu près la moitié de la distance entre la superficie extérieure de l'Anneau & la surface de Saturne ; au reste, cet Anneau se soutient toujours de la même maniere, renfermant un grand vuide tout autour, entre sa surface concave & la surface extérieure du globe de Saturne. Quant à l'usage dont peut être un Anneau si extraordinaire, c'est ce que nous ne sçavons pas bien précisément : & même il est probable qu'on l'ignorera encore long-tems ; car nous ne voyons rien de semblable ni d'analogue à ce phénomène en parcourant tout ce que l'on a observé de plus merveilleux dans la Nature. Nous pouvons seulement réfléchir sur la grandeur des ouvrages & la toute-puissance de Dieu ; & sur ce qu'il nous inspire chaque jour les moyens de connoître la magnificence de ses ouvrages.

Sources d'erreurs, qu'il a fallu corriger dans la suite. La premiere vient de ce que l'espece de Micrometre qu'il plaçoit au foyer de la Lunette étoit défectueux, & donnoit nécessairement les diametres des corps lumineux un peu trop grands : la seconde y contribuoit aussi, en ce qu'il n'étoit pas possible de dépouiller, même avec les plus grandes Lunettes, cette fausse lumiere qui environne toujours le disque tant des Planetes que des Etoiles. Ces erreurs ne pouvoient cependant influer dans la recherche que M. Huygens fit d'abord de l'inclinaison du plan de l'anneau, ni dans la position de son nœud à l'égard de l'Ecliptique.

Mais en 1668 lorsque MM. Huygens & Picard rechercherent par une autre méthode l'inclinaison du plan de cet anneau, comme ils avoient choisi pour cet effet le tems auquel l'œil étoit le plus élevé sur le plan, & l'appercevoit par conséquent le moins obliquement qu'il fût possible, le rapport du cosinus de l'inclinaison au sinus total, qu'ils tirerent du rapport observé du petit au grand axe de l'anneau, n'étoit pas exact, & on le corrigera, si l'on diminue d'une même quantité ces deux axes, à cause de l'irradiation de la Lumiere. Il ne faut donc pas s'étonner si cette inclinaison du plan de l'anneau à l'égard de l'Ecliptique a pour lors été déterminée trop grande, & s'il faut la réduire à environ $23^{\frac{01}{2}}$, comme il avoit été conclu par la premiere méthode.

On remarquera de plus que les nœuds de l'anneau rétrogradent, & qu'en cette année 1744. ils paroissent moins avancés de près d'un degré que vers le milieu du dernier siecle. Ceci n'a pu cependant être déterminé avec d'assez grandes lunettes : mais cela paroît néanmoins confirmé par les observations faites en 1716. avec le Téléscope de Campani d'environ 34 pieds. On trouvera dans le Livre de la Figure des Astres de M. de Maupertuis les conjectures les plus vraisemblables qui aient été proposées jusqu'ici sur la formation de cet Anneau.

CHAPITRE QUATRIEME.

*Où l'on prouve que le Systeme qu'on vient d'exposer ,
est le vrai systeme du Monde.*

U Ne des principales objections que l'on pourroit faire contre le Systeme que nous avons expliqué dans le Chapitre précédent, c'est qu'en vain y auroit-on supposé le Spectateur transporté dans le lieu du ciel d'où il découvreroit non-seulement les mouvemens propres de chaque Planete, mais aussi l'ordre dans lequel elles font leurs révolutions périodiques; puisque cette supposition ne pouvant être regardée que comme une fiction gratuite ou imaginaire, il en seroit de même de la situation que l'on vient d'attribuer à tous les Corps célestes. D'ailleurs, selon ce même principe, pour peu que l'on parte de quelque supposition différente, on ne manqueroit pas de donner tout autre arrangement aux Planetes. Ne seroit-il donc pas plus simple, étant d'ailleurs fondé sur le rapport des sens, de supposer la Terre immobile, & faire tourner autour de cette masse, comme autour d'un centre, le Soleil & les Planetes, pour en déduire les véritables regles de leurs mouvemens, & rendre raison de tous les Phénomènes? Je réponds à cette objection qu'il est bien vrai qu'on a supposé le Spectateur dans le ciel, & même dans le lieu d'où il pourroit appercevoir d'un même coup d'œil le Soleil & toutes les Planetes qui l'entourent; mais qu'il ne s'enfuit pas de cette supposition, que l'ordre & l'arrangement que nous avons donné aux Planetes soit une pure fiction, puisqu'il est vrai de dire qu'effectivement il nous paroît tel, si nous avions la liberté de parcourir les cieux, & nous croyons en effet être bien fondés. Lorsque nous

Dans la vraie
Astronomie
on doit rejeter
toute hypothèse, lorsqu'elle n'est
fondée que sur
une fiction absurde ou imaginaire.

assûrons qu'il n'y a rien de plus certain, de plus vrai, ni de plus incontestable. C'est à cette occasion qu'il est à propos de faire remarquer que dans l'Astronomie qu'on se propose de donner ici, l'on a tâché de s'éloigner de toutes ces hypothèses ou suppositions chimériques, si communes aux Philosophes des derniers siècles. Nous ne voulons avoir ici d'autres guides que la nature & les Observations Astronomiques; nous croyons ne devoir rien assûrer, qui ne soit fondé sur les meilleurs raisonnemens physiques & sur les démonstrations géométriques: ce qui est bien différent de l'Astronomie qui s'est enseignée dans les Ecoles depuis Aristote jusqu'à Tycho, laquelle étoit tellement embrouillée par de vaines fictions ou par des hypothèses, qu'elle ne présentait autre chose qu'un tissu de suppositions absurdes & sans aucun fondement, sans compter que tout le système du Monde y paroissoit défiguré d'une manière bien étrange. Notre Astronomie au contraire, qui est bien plus ancienne, étant à peu de chose près la même que celle de Pythagore, a été enseignée long-tems avant cette dernière & dans des siècles plus éclairés: aussi se soutient-elle par elle-même, & nous fait-elle connoître avec plus d'éclat la disposition admirable des parties qui composent cet Univers. Mais en même-tems, pour peu que l'on y réfléchisse, y a-t-il rien qui puisse relever davantage l'esprit humain, & qui puisse mieux nous apprendre tout ce qu'il est capable de produire, lorsqu'il joint à une grande sagacité, des réflexions solides & profondes? Car pour être parvenu à découvrir le vrai système du Monde, combien n'a-t-il pas fallu vaincre de préjugés? Quelle subtilité, quelle finesse, quelle solidité n'a-t-il pas fallu employer dans les raisonnemens? Quel courage extraordinaire pour oser s'élever & découvrir enfin l'ordre le plus naturel dans lequel ont été disposées les parties de l'Univers? Il est donc tems

de dévoiler ici les preuves sur lesquelles est fondé le vrai système du Monde, & de désigner enfin les principales routes par où l'on est parvenu à frayer le chemin des cieux.

Je dis premièrement qu'en quelque lieu que l'on place le Soleil, il faut nécessairement reconnoître qu'il est renfermé dans l'orbite de Venus: en voici la preuve. Venus nous paroît passer tantôt derrière le Soleil, & tantôt entre le Soleil & la Terre. Elle passe derrière le Soleil lorsque vers le tems de sa conjonction, quand elle nous paroît fort proche de ce Corps lumineux, on l'apperçoit pleine ou parfaitement ronde, sa lumière étant également vive de toute part. Qu'on se rappelle ici ce qui a été déjà dit de cette Planete, qui est un Corps opaque aussi-bien que toutes les autres. Elle ne reçoit d'autre lumière que celle du Soleil qui l'éclaire d'un côté, pendant que son hémisphère opposé au Soleil demeure dans les ténèbres & dans l'obscurité. Il est donc évident que toutes les fois que Venus nous paroît pleine ou parfaitement ronde, la surface ou la moitié de cette Planete que nous appercevons, est précisément la même qui est tournée vers le Soleil; & qu'ainsi Venus est à notre égard bien au-delà du Soleil. Soit, par exemple, le Soleil en *S*, la Terre en *T*, & Venus en *F* ou *V*; il est aisé de voir que dans ce cas Venus nous paroîtra de la surface de la Terre, exactement ronde, puisque c'est le tems qu'elle parcourt réellement la partie de son orbite, qui est au-delà du Soleil. Au contraire, lorsque dans ses conjonctions au Soleil elle disparaîtra tout-à-fait, ou qu'on ne la verra seulement que comme un croissant fort mince (tel que celui de la Lune, le premier ou le dernier jour de chaque lunaison) nous devons en conclure que cette Planete est alors entre la Terre & le Soleil; car son hémisphère éclairé n'est plus tourné vers nous, Venus étant alors au point *G* de

Preuve du mouvement des Planetes; le Soleil se trouve renfermé dans leur orbite.

PLANCHE I.
Figure 11.

son orbite ; ou bien elle fera au point *H*, si l'on apperçoit une petite partie de son disque éclairé. Aussi lorsque Venus est entre la Terre & le Soleil, il doit arriver qu'elle passera quelquefois sur le disque même du Soleil. Et c'est ce qui a été déjà observé une fois depuis la découverte des lunettes d'approche : on l'a vûe comme une grosse tache noire & parfaitement ronde. Ce phénomène rare & singulier, observé pour la première fois par un jeune Anglois nommé Horroxius, est arrivé l'an 1639. On a calculé depuis, le tems où Venus y reparoitroit pour la seconde fois, & l'on a trouvé que le 6 Juin de l'année 1661 elle traverseroit le disque apparent du Soleil. Enfin cette même Planete ne s'éloigne du Soleil qu'à une certaine distance, au-delà de laquelle on observe, qu'elle ne scauroit s'écarter. Jamais elle n'a paru à plus de 48° de distance au Soleil, ce qui est bien moins qu'un Arc de 60° & 90° ; & par conséquent Venus est bien éloignée de paroître en opposition ou à 180° du Soleil. Cependant, pour que son orbite renfermât l'orbite de la Terre, il faudroit qu'elle nous parût à d'aussi grands arcs de distances.

Les mouvemens que l'on observe à l'égard de Venus sont conformes à ceux que l'on remarque dans la Planete de Mercure.

Il en est de même de Mercure qui est presque perpétuellement plongé dans les rayons du Soleil, & qui, parce qu'il s'en écarte beaucoup moins que Venus, doit par cette raison avoir une orbite plus petite. Nous ne répéterons point ici tout ce qui a été dit ci-dessus pour prouver que son orbite semblable à celle de Venus, doit renfermer le Soleil en sorte que celui-ci en occupe le centre. Toute la différence qu'il peut y avoir en appliquant les mêmes preuves à Mercure, c'est que l'orbite de Venus comprend celle de Mercure, qui est plus petite ; mais le Soleil demeure constamment au centre de l'une & l'autre orbite. Une autre preuve que Mercure est plus proche du Soleil, c'est que sa lumière est très-vive, & bien plus

éclatante que celle de Venus & des autres Planetes.

Mars, bien différent des deux Planetes dont nous venons de parler, paroît quelquefois en opposition, c'est-à-dire, à 180° de distance au Soleil. Il faut donc que son orbite contienne ou renferme non seulement la Terre, mais aussi le Soleil, qui fera par conséquent au centre de l'orbite qu'il décrit. Car si l'on vouloit insister au contraire, il faudroit que vers le tems de sa conjonction au Soleil, Mars nous parût en croissant de même que Venus & Mercure, ce qui n'arrive point. Les observations nous ont appris que pour lors Mars est extrêmement petit & parfaitement rond. Mais quand cette Planete se trouve éloignée du Soleil, & qu'elle en paroît distante d'environ 90° , alors sa rondeur est un peu altérée, & c'est le seul tems où l'on puisse l'observer sous cette phase.

Soit le Soleil en *S*, la Terre en *T*, & l'orbite de Mars représentée par le cercle *MNPR* : il est aisé de voir que lorsque Mars paroîtra en *M* ou en *P*, l'on doit appercevoir de la Terre son disque exactement rond, parce que dans l'une & l'autre situation, c'est précisément le disque ou l'hémisphere éclairé qui est tourné vers nous : mais il ne l'est plus entierement lorsque Mars arrive en *N* ou en *R* ; de là vient cette altération que l'on observe dans son disque apparent, n'étant pas possible alors d'appercevoir l'hémisphere lumineux dans toute son étendue. Enfin, quand Mars est en opposition au Soleil, son disque apparent est sept fois plus grand que vers sa conjonction : il est donc sept fois plus près de nous que dans l'opposition, & tout au contraire dans la conjonction il est le plus loin de nous qu'il puisse être. Par cette observation même, n'est-on pas bien fondé à conclurre que ce n'est pas la Terre, mais le Soleil qui est au centre de l'orbite de cette Planete & n'en résulte-t-il pas la preuve la plus complete que la Terre est fort éloignée de ce centre ?

L'orbite de Mars entoure aussi le Soleil, qui par conséquent en occupe le centre.

PLANCHE I.
Figure 12^v

La Terre n'est point au centre de l'orbite de Mars.

On obſerve encore à très-peu près les mêmes Phénomènes dans Jupiter & dans Saturne, qu'à l'égard de Mars.

Au reſte, la même choſe s'obſerve encore à l'égard des diametres apparens de Jupiter & de Saturne, n'y ayant de différence que dans la quantité dont ces diametres, & par conſéquent les diſtances à la Terre de ces Planetes, varient dans le cours de chaque année : car l'inégalité dans les diametres ou dans les diſtances eſt bien moins conſidérable dans Jupiter que dans Mars, & beaucoup moins encore dans Saturne que dans Jupiter. Mais il ſuit néanmoins de ces variétés de diametres & de diſtances, que l'une & l'autre Planete font leurs révolutions autour du Soleil dans des orbites qui ſont fort au-delà de l'orbite de Mars. De plus lorsqu'on obſerve de la Terre les mouvemens de routes ces Planetes, ils nous paroiffent inégaux & très-irréguliers. Nous les voyons toutes ſucceſſivement directes, ſtationnaires & rétrogrades ; au lieu qu'en réduiſant leurs mouvemens à ceux que l'on obſerveroit du Soleil, on trouve que chaque Planete doit parcourir ſon orbite toujours dans le même ſens, ſuivant une même direction ; on n'y reconnoît plus qu'une ſeule loi générale, laquelle eſt inaltérable ou conſtante, comme on le verra ci-après.

Comment on prouve que la Terre ſe meut auſſi dans une orbite particulière autour du Soleil.

De tout ce que nous venons de dire, l'on doit enfin conclurre, que c'eſt le Soleil & non pas la Terre qui eſt au centre des orbites de toutes les Planetes. Car, puifque l'on a démontré que la Terre ſe trouve placée entre les orbites de Venus & de Mars, il faut néceſſairement qu'elle ait une orbite ſemblable à celle de ces Planetes, & que par conſéquent elle tourne autour du Soleil. Ceci eſt d'autant plus facile à démonſtrer, que ſi, malgré ce qui a été dit ci-deſſus, quelqu'un vouloit prétendre que la Terre reſte toujours immobile au-dedans des trois orbites de Mars, de Jupiter & de Saturne qui l'environnent, on le convaincroit bientôt par un calcul fort ſimple, que dans cette ſituation il ne ſeroit plus poſſible

d'observer ces mêmes Planetes stationnaires ou rétrogrades : or il est certain qu'on les observe chaque année tantôt directes & tantôt stationnaires ou rétrogrades. Il faut donc conclurre que notre Terre se trouvant placée parmi un si grand nombre de Planetes, & à peu près vers le milieu entre les orbites de Mars & de Venus ; la Terre, dis-je, de même que toutes ces Planetes doit faire aussi ses révolutions dans une orbite à l'entour du Soleil. D'ailleurs, comme l'orbite de la Terre se trouve entre celle de Venus & de Mars, de même le tems de sa révolution doit s'accomplir nécessairement entre les tems des révolutions de ces deux Planetes. Or le tems que Venus emploie à faire sa révolution est d'environ huit mois : la Terre, comme l'on sçait, y emploie une année, & enfin la révolution de Mars se fait en deux ans. Voilà, ce me semble, assez de preuves incontestables pour démontrer le mouvement de la Terre : il n'en a pas fallu d'autres pour nous déterminer à placer la Terre dans le ciel au rang des Planetes, & pour établir le Soleil immobile au centre du Monde. Ce sont-là les principes les plus certains & les raisonnemens les plus solides sur lesquels est fondé le vrai système du Monde, & c'est de là d'où nous étions partis lorsqu'il en a fallu exposer les principales parties ; en un mot lorsqu'il nous a fallu établir l'ordre, l'arrangement, & les mouvemens réels de tous les corps célestes.

Que l'on compare maintenant le tems que toutes les Planetes emploient à faire leurs révolutions, avec leurs distances moyennes au Soleil, l'on y reconnoîtra bientôt une harmonie & une proportion admirable : car plus la Planete est proche du Soleil, plus son mouvement paroît rapide, sa révolution périodique s'achevant beaucoup plus vite que celle des autres Planetes. Mais on a décou-

Harmonie merveilleuse entre les distances des Planetes au Soleil & leurs tems périodiques.

Grande Règle
ou Loi de Ke-
pler.

des Planetes. Selon cette loi générale, *les Quarrés des tems périodiques sont toujours proportionnels aux cubes des distances au Soleil.* Le fameux Kepler l'avoit d'abord appliquée aux Planetes principales : mais cette belle découverte s'est étendue dans la suite à toutes les autres Planetes. Car les Satellites de Saturne & de Jupiter suivent exactement cette loi ; c'est-à-dire, que les tems de leurs révolutions périodiques se sont trouvés tellement réglés, que les Quarrés de ces mêmes tems sont toujours proportionnels aux cubes des distances au centre de leur Planete principale. Par exemple, le premier Satellite est éloigné du centre de Jupiter de $2\frac{2}{3}$ diametres, & le tems de sa révolution périodique est de 42 heures. Mais le tems de la révolution de tout autre Satellite (ce sera, par exemple, le quatrieme Satellite) étant connu, sçavoir de 402 heures, si l'on fait comme 1764 quarré de 42 est à 161604 quarré de 402, ainsi $\frac{42 \cdot 13}{2 \cdot 16}$ qui est le cube de $2\frac{2}{3}$ à un 4^e terme, l'on aura $\frac{42 \cdot 0000}{2 \cdot 16}$, dont la racine cubique $\frac{26}{6} = 12\frac{2}{3}$ fera la distance du quatrieme Satellite au centre de Jupiter : or c'est précisément la même distance en diametres de Jupiter que l'on a trouvée par les observations.

Newton a expliqué le premier la vraie cause physique de cette regle de Kepler.

Quoique Kepler ait fait cette admirable découverte ; il s'en falloit bien cependant qu'il en connût la cause physique : aussi n'avoit-il établi cette loi qu'après avoir considéré une longue suite de distances des Planetes au Soleil, comparées au tems de leurs révolutions périodiques. Le grand Newton nous a enfin donné la vraie raison physique de cette loi, les principes dont il étoit parti lui en ayant fait connoître la vraie cause : elle est de telle nature, que toute autre loi ne sçauroit avoir lieu si l'on admet les premiers principes & les plus évidens de toute la Physique.

Ainsi tous les Astronomes sont obligés de reconnoître
que

que la loi de Kepler , dont on vient de parler , sert constamment de règle aux mouvemens des quatorze Planetes, c'est-à-dire, au mouvement de cinq Planetes principales qui font leurs révolutions autour d'un centre commun, & à celui de neuf autres que l'on connoît sous le nom de Satellites : d'ailleurs puisque la Terre est le centre de l'orbite que la Lune parcourt chaque Mois en faisant ses révolutions périodiques; c'est-à-dire, puisque la Lune est le Satellite de la Terre, il faudroit, pour appliquer au Soleil cette même loi générale , en supposant que ce Corps lumineux feroit ses révolutions autour de la Terre, admettre celle-ci pour un moment immobile, au centre de l'écliptique ou de l'orbite du Soleil. Mais d'autant que la Lune emploie 27 jours à faire chaque révolution, & le Soleil une année ou 365 jours; que d'ailleurs la Lune est éloignée de nous d'environ 60 demi-diametres terrestres; on auroit donc comme le quarré de 27, sçavoir 729 est à 133225 quarré de 365, ainsi 216000 qui est le cube de 60 à un quatrieme terme; ce qui donneroit 39460356, dont la racine cubique 340 répondroit à la distance du Soleil en demi-diametres de la Terre.

On voit par là quelle seroit la distance du Soleil à la Terre, si en supposant que la Lune & le Soleil tournent autour d'elle, l'on vouloit y appliquer la loi de Kepler qu'observent tous les Corps célestes dans leurs révolutions périodiques autour d'un même centre: mais l'on sçait d'ailleurs, tous les Astronomes conviennent entr'eux, & même on le démontre d'une maniere à ne laisser aucun doute à ce sujet, que la distance du Soleil à la Terre est au moins trente fois plus grande; c'est-à-dire, qu'elle surpasse trente fois les 340 demi-diametres que l'on vient de trouver. Il faut donc conclurre nécessairement qu'on ne sçauroit admettre le mouvement du Soleil autour de la Terre, sans aller contre la loi générale qui s'observe dans

Cette harmonie n'a plus lieu, lorsqu'on vient à supposer le mouvement du Soleil autour de la Terre.

la nature , ni fans troubler le rapport constant que l'on a été obligé de reconnoître dans les mouvemens de tous Corps célestes. C'est pourquoi pour ne point altérer la loi générale dont nous venons de parler , nous croyons devoir considérer deormais la Terre dans le rang qu'elle tient parmi les autres Planetes , & nous lui ferons parcourir chaque année autour du Soleil l'écliptique qui certainement est son orbite. En effet , cette vérité une fois bien reconnue , que ce n'est point le Soleil , mais la Terre qui tourne & décrit une orbite , on rétablit aussi-tôt l'harmonie des mouvemens célestes ; en un mot , la loi ou règle de Kepler est observée sans exception , ni sans rien changer à l'ordre si sagement établi par le souverain Être dans ce vaste Univers.

Le Soleil & les Etoiles fixes ne sont point opaques, mais des Corps lumineux d'une même nature.

De même que l'on peut inférer que toutes les Planetes sont à peu près d'une même nature , puisque semblables à la Terre , nous voyons qu'elles n'ont aucune lumière par elles-mêmes ou qu'il n'y en a jamais qu'une moitié d'éclairée ; & qu'étant rondes ou sphériques , elles ne nous réfléchissent qu'une lumière empruntée du Soleil ; qu'enfin elles tournent toutes à peu près de la même manière autour de cet Astre : de même on peut conclure que le Soleil & toutes les Etoiles fixes sont aussi d'une matière à peu près semblable ou homogène , puisqu'il faudra bientôt reconnoître que ces Astres sont autant de Corps lumineux ; puisqu'ils sont immobiles dans le même lieu du Ciel , & qu'ils gardent une situation invariable , les uns à l'égard des autres. Car quant à ce que le Soleil nous paroît si grand en comparaison des Etoiles fixes , & que sa lumière est si vive qu'elle efface presque entièrement tous ces autres Corps lumineux , l'on en peut aisément trouver la cause : la Terre est à une très-petite distance du Soleil , en comparaison de sa distance aux Etoiles , que l'on sçait être immense. Il arriveroit donc que si

nous nous approchions tellement d'une Etoile fixe que nous n'en fussions plus qu'à la même distance où nous sommes du Soleil, cette Etoile s'apperoiroit dès-lors aussi grande & aussi éclatante qu'est le Soleil : mais en même-tems comme nous serions à une distance immense de notre Soleil, il ne seroit pas facile de le distinguer des autres Etoiles, puisqu'il n'auroit en ce cas qu'un très-petit diametre & une lumiere semblable aux autres Etoiles : ainsi les Etoiles fixes sont autant de Soleils, ou si l'on veut, le Soleil est lui-même une Etoile fixe.

Voici de quelle maniere nous pouvons nous former une idée assez précise de toutes ces distances, & particulièrement de la distance de la Terre au Soleil. Les Observations Astronomiques nous apprennent que la Terre, cette masse qui nous paroît d'abord si énorme, ne seroit vûe cependant du Soleil que comme un point imperceptible. Il faut donc que le Soleil soit prodigieusement éloigné de nous : & néanmoins cette distance de la Terre au Soleil est si petite en comparaison de celle des Etoiles fixes, que quand même on regarderoit des Etoiles fixes toute l'orbite que décrit la Terre chaque année, & dont le diametre est le double de la distance dont nous venons de parler : cette orbite, dis-je, ne paroîtroit que comme un point ; l'angle qu'elle formeroit à l'Etoile seroit si petit, qu'il ne doit point être étonnant s'il a échappé jusqu'ici aux recherches les plus subtiles des Astronomes. En effet, puisqu'il est certain que cet angle, qu'on nomme communément la Parallaxe de l'orbe annuel, est au-dessous d'une minute, il faut nécessairement que la distance de la Terre aux Etoiles, soit au moins dix mille fois plus grande que n'est celle de la Terre au Soleil.

La distance des Etoiles fixes est immense en comparaison de la distance de la Terre au Soleil.

Ceci servira à expliquer dans le système du mouvement de la Terre autour du Soleil, pourquoi certaines

Etoiles ne paroissent pas plus grandes dans un tems de l'année que dans l'autre ; & pourquoi la distance apparente où elles sont les unes à l'égard des autres , ne sçauroit varier sensiblement par rapport à nous. Car il y a telle Etoile dont la Terre s'approche effectivement dans l'espace de six mois de tout le diametre de son orbite ; & par la même raison elle doit s'en éloigner pendant les six autres mois de l'année. Si nous ne pouvons donc reconnoître de changemens sensibles dans la situation apparente de ces Etoiles , c'est une marque qu'elles sont à une distance immense de la Terre , & que c'est précisément de même que si nous ne changions point de lieu. Il en est à peu près de même que lorsqu'on apperçoit sur la Terre deux tours à peu de distance l'une de l'autre , mais éloignées de notre œil de plus de dix mille pas ; car si nous n'avancions que d'un seul pas , assurément nous ne verrons pas pour cela les deux tours , ni plus grandes, ni à une distance plus considérable l'une de l'autre : il faudroit pour qu'il y eût un changement sensible , s'en approcher davantage. Ainsi quoique la Terre soit un peu plus proche dans un tems de l'année de certaines Etoiles que six mois après , ou qu'elle n'en étoit six mois auparavant , cependant comme ce n'est pas même d'une dixmillieme partie qu'elle s'en approche , il ne sçauroit y avoir de changemens remarquables , soit dans la grandeur , soit par rapport à la distance apparente de ces Etoiles.

De l'angle sous lequel on observeroit le Soleil s'il étoit transporté aussi loin que sont les Etoiles fixes à notre égard.

Que l'on suppose présentement le Soleil à la même distance que l'Etoile fixe la plus proche de la Terre , il est aisé de voir que l'angle sous lequel il paroîtroit , seroit au moins dix mille fois plus petit qu'il ne nous paroît : or l'angle sous lequel nous voyons le Soleil , est d'environ un demi-degré ou 30 minutes ; il suit donc , que si nous étions placés dans quelque Etoile fixe , le Soleil ne nous y paroîtroit que sous un angle égal à la millieme partie

de trois minutes, c'est-à-dire d'environ dix tierces.

On objectera peut-être que si la distance des Etoiles fixes étoit aussi considérable que nous venons de la supposer, il faudroit nécessairement que les Etoiles fixes, beaucoup plus grandes que le Soleil : bien plus qu'il s'en suivroit qu'elles seroient au moins aussi grandes que le diametre de l'orbe annuel de la Terre ; car puisque divers Auteurs ont prétendu que l'on voyoit les Etoiles sous un angle d'une minute, & que d'ailleurs la Parallaxe de l'orbe annuel (c'est-à-dire, l'angle sous lequel on verroit des Etoiles fixes le diametre de l'orbe terrestre) est selon eux, d'environ une minute, il en faut conclurre que les Etoiles seroient aussi grandes que l'orbe de la Terre. En effet, chaque Etoile deviendroit par-là un globe lumineux, qui ayant un demi-diametre égal à la distance qu'il y a de la Terre au Soleil, seroit dix millions de fois plus gros que le Soleil. Il y auroit donc une différence énorme entre la grosseur du Soleil & celle des Etoiles & par conséquent on ne pourroit plus dire que ce sont des Corps lumineux semblables : on seroit, dis-je, très-mal fondé à mettre le Soleil au nombre des Etoiles fixes.

Il n'est pas difficile de répondre à cette Objection. Cette prétendue grandeur des Etoiles n'est fondée que sur des Observations fort imparfaites, & il est vrai que quelques Astronomes peu habiles en ce genre se sont trompés considérablement dans les diametres apparens qu'ils ont assignés aux Etoiles. L'angle sous lequel on aperçoit les Etoiles fixes est si petit, * que selon les plus

OBJECTION.

REPONSE.

Les Etoiles fixes ne paroissent sous aucun diametre ni sous aucun angle sensible : mais l'espace qu'elles occupent dans le ciel n'est qu'un

* L'angle sous lequel paroissent les Etoiles fixes de la premiere grandeur n'est pas même d'une seconde ; car lorsque la Lune rencontre l'Oeil du Taureau, le Cœur du Lion ou l'Epi de la Vierge, l'occultation est tellement instantanée, & l'Etoile si brillante à cet instant, qu'un Observateur bien attentif ne sçauroit se tromper, ni demeurer dans l'incertitude pendant une demi-seconde de tems. Or si ces Etoiles avoient, par exemple, un diametre au moins de 5 secondes, on les verroit s'éclipser peu à peu & diminuer sensiblement de grandeur pendant près de 10 secondes de tems, à raison de 13 degrés que la Lune parcourt en 24 heures.

point imperceptible, comme on peut s'en convaincre en les détacher d'une lumière qui les environne.

La preuve est fondée sur les Observations qui ont été faites avec les meilleurs Téléscopes.

parfaites Observations on ne l'a pas même trouvé de la soixantieme partie d'une minute. Il y a autour des Etoiles, sur-tout lorsqu'on les observe pendant la nuit, une ~~absence de~~ fausse lumière, un raisonnement ou scintillation qui nous trompe, & qui fait que nous les jugeons au moins cent fois plus grandes qu'elles ne sont. On fait disparaître cependant la plus grande partie de cette fausse lumière, en regardant les Etoiles par un trou fait à une carte avec la pointe d'une aiguille, ou plutôt en y employant d'excellentes lunettes d'approche, qui en absorbent la plus grande quantité, puisqu'on n'y apperçoit plus les Etoiles fixes que comme des points lumineux, & beaucoup plus petites qu'à la vûe simple. On sçait pourtant que les lunettes d'approche grossissent les objets : or il semble que le contraire paroît à l'égard des Etoiles fixes ; ce qui prouve combien le diametre apparent des Etoiles est peu sensible à notre égard. On ne sçait comment le P. Riccioli s'y est laissé tromper jusqu'à établir le diametre apparent de Sirius de 18 secondes : car si l'on suppose qu'à la vûe simple les deux lignes tirées des extrémités du diametre de Sirius forment dans notre œil un angle de 18 secondes, une lunette qui augmenteroit deux cens fois les objets, nous feroit par conséquent appercevoir cette Etoile sous un angle de 3600 secondes, c'est-à-dire, sous l'angle d'un degré ; d'où il s'ensuivroit que le disque apparent de Sirius excéderoit quatre fois le disque apparent du Soleil. Or quoique les plus excellentes lunettes ne soient pas même capables d'absorber totalement cette fausse lumière qui environne les Etoiles fixes, il est certain toutefois que Sirius n'y paroît pas plus grand que la Planete de Mars mesurée ou au Micrometre ou à la vûe simple. Mais le diametre de Mars dans son opposition au Soleil est tout au plus de 30 secondes : ainsi quoique la lunette augmente d'environ deux cens

fois le diametre apparent de Sirius , l'angle sous lequel on y apperçoit cette Etoile n'est que d'environ 30 secondes ; c'est-à-dire , qu'à la vûe simple ce diametre ne feroit gueres que de $\frac{3}{20}$ de secondes ; ce qui fait environ neuf tierces. Il est donc vrai de dire que Sirius est à peu près égal au Soleil ; c'est-à-dire , que si nous en approchions à la même distance que nous sommes actuellement à l'égard du Soleil , nous le verrions pour lors à peu près aussi grand. On demandera peut-être maintenant comment nous pouvons appercevoir les Etoiles fixes , puisque leur diametre apparent répond à un angle qui n'est aucunement sensible ; mais il faut faire attention que c'est ce raisonnement & cette scintillation qui les environne , qui est cause que les Corps lumineux se voyent à des distances si prodigieuses , au contraire de ce qui arrive à l'égard de tout autre objet. L'expérience ne nous apprend-elle pas qu'une bougie ou un flambeau allumé se voit pendant la nuit sous un angle très-sensible à plus de deux lieues de distance , au lieu que si dans le plus grand jour l'on expose tout autre objet de pareille grosseur à la même distance , on ne pourra jamais l'appercevoir ; à peine pourroit-on même distinguer un objet qui occuperait un espace dix fois plus grand que n'en occupe la flamme de la bougie pendant la nuit. La raison est que les Corps lumineux lancent de tous côtés une lumiere incomparablement plus forte que celle qui est réfléchié , & que celle-ci étant amortie par la réflexion , devient plus foible , & se fait à peine sentir à une grande distance ; l'autre au contraire est tellement vive , qu'elle ébranle avec une force incomparablement plus grande les fibres de la rétine ; ce qui produit une sensation tout-à-fait différente , & nous fait juger par cette raison les Corps lumineux beaucoup plus grands qu'ils ne sont en effet.

Nous avons déjà fait voir que les Etoiles , ces objets

Les Etoiles fixes font autant de feux, & par conséquent font de véritables Corps lumineux & comme autant de Soleils.

lumineux dont chacun est un globe de feu, font semblables à notre Soleil, non seulement en ce qu'ils sont immobiles dans le même endroit du Ciel; mais aussi parce qu'ils sont à très-peu de chose près d'une semblable grandeur. Ainsi nous les regarderons désormais comme autant de Soleils: mais tous ces Soleils ne doivent point être à égales distances ni dans une même surface sphérique du Ciel. Car comme cet Univers est immense, & qu'il n'a peut-être point de bornes, il n'y a point de doute que ces Soleils ne doivent être à de très-grandes distances les uns des autres, de manière qu'entre deux Soleils ou deux Etoiles fixes, il y a peut-être le même intervalle que celui qui se trouve entre Sirius & le Soleil. En un mot, si un Observateur venoit à se trouver à une fort petite distance d'un de ces Soleils, il le regarderoit comme l'unique Soleil qui soit dans la nature, & tous les autres ne seroient pour lui que les Etoiles étincelantes du Firmament.

Au reste il est bien difficile de croire que Dieu ait placé tant de Soleils à de si grandes distances les uns des autres, sans qu'il y ait autour de chacun des Corps opaques qui en reçoivent de la lumière & de la chaleur. Rien ne paroît assurément plus convenable à la sagesse divine, Dieu ne les ayant pas créés inutilement; il semble donc qu'il faudroit reconnoître qu'il y a diverses Planetes qui tournent autour de ces Soleils, chacune dans son orbite; & qu'elles sont aussi entourées de Lunes ou de Satellites placés à différentes distances.

Quelle grande idée ne doit-on pas avoir présentement de tout ce qui compose cette vaste étendue de l'Univers? Nous voyons d'abord un espace immense, où sont répandus tant de Soleils que le nombre n'en sçauroit jamais parvenir à notre connoissance. Ce sont les Etoiles que nous découvrons à la vûe simple, mais dont le nombre
augmente

augmente à l'infini lorsqu'on pointe la lunette d'approche dans les différentes régions du Ciel. Chaque Etoile ou Soleil fait un Monde particulier étant environné de Planetes ; chaque Etoile, dis-je, tient à peu près le même rang dans son système, que tient parmi nous le Soleil dans ce que l'on appelle le système solaire, ou dans notre Monde planétaire.

Tel est le spectacle incomparable, où l'on reconnoît d'abord la sagesse, la toute-puissance & la bonté divine, où l'on ne sçauroit, dis-je, se lasser d'admirer la gloire supreme, & l'étendue immense des ouvrages du Créateur.

CHAPITRE CINQUIEME.

Des taches du Soleil, de la rotation du Soleil & des Planetes autour de leurs axes, & de quelques changemens dans les Etoiles fixes.

LA grande distance de la Terre au Soleil est l'unique cause qui nous empêche d'en appercevoir la convexité ; ce qui n'est pas fort étonnant, puisque nous ne voyons pas même celle de la Lune qui est bien moins éloignée de nous : au lieu d'appercevoir leur surface sphérique, nous jugeons au contraire l'une & l'autre planes ou comme des disques, au milieu desquels nous imaginons un point, qui quoique réellement dans leur superficie, n'en est pas moins regardé comme le centre de l'Astre, bien qu'il ne soit que celui de la surface ou du disque apparent. Au reste si la lumière du Soleil étoit égale dans toute sa surface, comme il n'y auroit jamais aucune variété, mais une uniformité constante, nous l'appercevriions toujours de la même maniere, de sorte qu'il pourroit tourner autour de son axe sans que nous en eussions

La distance trop considérable du Soleil ou de la Lune fait disparaître leur convexité à nos yeux.

Diverses taches sur la surface du Soleil.

Elles nous font connoître que le Soleil tourne autour de son axe.

PLANCHE I.
Figure 13.

Les taches qui ont commencé à paroître à quel que point déterminé de la surface du Soleil, y retournent assez souvent après une révolution qui dure 27 jours.

la moindre connoissance. Mais parce que dans le disque lumineux du Soleil, au milieu de cette même lumière si vive & si éclatante, l'on apperçoit assez souvent diverses taches fort noires & qui occupent en effet le même lieu de sa superficie, le mouvement apparent de ces taches nous a fait enfin connoître le tems de sa Rotation : car elles paroissent d'abord à la partie orientale du disque du Soleil, ensuite elles s'avancent vers son milieu, d'où elles passent enfin à la partie la plus occidentale, pour y disparoître jusqu'à ce que quatorze jours s'étant écoulés elles se font voir de nouveau à la partie orientale. Soit le cercle *AGHD* le disque apparent du Soleil, c'est-à-dire, la surface de ce globe qui est tournée vers nous : il arrive, comme on vient de le dire, que nous voyons souvent en *A*, certains amas de matieres assez compacts & obscurs, semblables à nos nuages, mais beaucoup plus solides & qui paroissent s'avancer vers *B*, en traversant quelquefois le centre du disque ; ils passent ensuite en *C* & *D* jusqu'à ce qu'ils se perdent dans la circonférence où ils semblent néanmoins rester immobiles pendant quelque espace de tems.

Quelquefois ces taches, environ 27 jours après leur premiere apparition en *A*, reviennent précisément au même lieu, après avoir employé un aussi long intervalle de tems à parcourir la surface opposée du Soleil, que celle qui est tournée de notre côté. Lorsque ces taches sont en *A* & en *D*, leur mouvement paroît très-lent : mais il accélere à mesure qu'elles approchent du centre du disque. De plus elles paroissent bien plus petites, & leur figure semble plus réguliere vers les bords du Soleil, que vers le centre, comme si elles se montroient dans toute leur étendue. Ce Phénomene est produit par une matiere dense & obscure, qui s'amasse vers la surface du Soleil & se trouve emportée d'un mouvement commun à chaque

révolution du Soleil autour de son axe. Quelques Auteurs ont avancé que ces taches n'étoient point à la surface du Soleil, mais à une certaine distance, de maniere qu'elles feroient leurs révolutions autour du Soleil, de même que les Satellites autour de Jupiter : mais il est aisé de détruire cette opinion. Car si ces taches n'étoient pas à la surface du Soleil, on ne verroit pas une même tache parcourir le disque apparent ou la moitié de cette surface dans l'intervalle d'une demi-révolution périodique. Supposons que du point *B* de la surface de la Terre on observe le Soleil, dont le centre est au point *A*, sous l'angle *DBC* d'environ 32 minutes ; il est clair que si une tache quelconque avoit une orbite particuliere *HEG* éloignée de la surface du Soleil, elle ne commenceroit à paroître sur le disque que lorsqu'elle arriveroit au point *E* de son orbite, c'est-à-dire, dans le point où passe la tangente tirée de la Terre à la circonférence du Soleil. Tirant de la même maniere la tangente *BCG*, le point *G* seroit celui de l'orbite où disparoîtroit la tache à qui l'on auroit vû parcourir le disque du Soleil, & cela précisément dans le même tems qu'elle auroit décrit l'arc *EG* : mais cet arc *EG* est beaucoup plus petit que la demi-circonférence de l'orbite, ainsi il seroit parcouru en bien moins de tems qu'une demi-période ; ce qui ne s'accorde pas avec les Observations. Il y a certaines taches du Soleil à qui l'on a vû décrire deux ou trois révolutions sans se dissoudre, & qui sont revenues constamment au même lieu au bout des 27 jours qui se sont écoulés à chaque période : or toutes ces taches ont employé exactement $13\frac{1}{2}$ jours à passer du bord occidental du Soleil à son bord oriental. Il suit donc que puisqu'elles ont employé à chaque fois la moitié du tems périodique, à parcourir le disque apparent du Soleil, leur orbite doit convenir précisément avec la surface extérieure de ce Corps lumineux ; c'est-à-dire, qu'el-

Elles sont véritablement à la surface & non pas à une plus grande distance du Soleil.

PLANCHE I.
Figure 14.

les nagent, pour ainsi dire, sur le Soleil.

Souvent les taches semblent se dissoudre & disparaissent ; mais souvent elles s'accroissent ou se ramassent plusieurs en une seule masse.

Entre toutes les taches que nous voyons, il y en a qui ne commencent à paroître que vers le milieu de son disque, & d'autres qui disparaissent entierement après s'être détruites peu à peu à mesure qu'elles se sont avancées. Souvent plusieurs taches se ramassent ou s'accroissent en une seule ; & souvent une même tache se résout en une infinité d'autres extrêmement petites. Galilée est le premier qui les ait découvertes, aussi-tôt après l'invention du Télescope ; Scheiner les observa dans la suite avec plus de soin, & a publié un gros Livre à ce sujet. Dans ce tems-là on en voyoit plus de cinquante sur le Soleil : mais depuis 1653 jusqu'en 1670 à peine en a-t-on découvert une ou deux ; depuis elles ont reparu assez souvent en abondance. Il semble qu'elles ne suivent aucune loi dans leurs apparitions.

La cause la plus vraisemblable de cette pâleur du Soleil qui a duré plusieurs années entières au rapport de la plupart des Historiens.

Les Histoires sont pleines de remarques sur des années entières où le Soleil a paru fort pâle & dépouillé de cette vive lumière à laquelle les hommes sont accoutumés : on prétend même que sa chaleur étoit alors sensiblement ralentie ; ce qui pourroit bien venir d'une multitude extraordinaire de taches qui couvroient alors le disque apparent du Soleil. Il est certain que nous voyons souvent des taches sur le Soleil, dont la surface excède non seulement l'Asie ou l'Afrique, mais même un plus grand espace que n'occuperoit sur le Soleil toute la surface de la Terre.

L'axe du Soleil est incliné au plan de l'écliptique, & son équateur fait un angle de sept degrés avec le plan de l'écliptique ou de l'orbite terrestre.

Le mouvement des taches du Soleil est d'Occident en Orient : mais il ne se fait pas précisément dans le plan de l'orbite de la Terre ; ainsi l'axe autour duquel tourne le Soleil n'est pas perpendiculaire à cet orbite. Si l'on fait passer par le centre du Soleil l'axe de l'orbite terrestre, cet axe doit faire avec celui du Soleil un angle de 7 degrés ou environ. Ainsi l'équateur du Soleil, c'est-à-

dire, le cercle qui est également éloigné des deux extrémités de son axe ou de ses deux poles, cet Equateur, dis-je, fait un angle de 7 degrés avec le plan de l'orbite de la Terre : & si l'on imagine la ligne, où ces deux plans se coupent, prolongée de part & d'autre jusqu'à la circonférence de l'orbite terrestre, lorsque la Terre arrivera dans l'un ou l'autre de ces deux points diamétralement opposés, la trace apparente des taches observées sur le disque du Soleil fera pour lors une ligne droite ; ce qui est évident, puisque l'œil est alors dans le plan où se fait leur vrai mouvement : mais dans toute autre situation de la Terre sur son orbite, l'Equateur solaire fera tantôt élevé au-dessus de notre œil, & tantôt abaissé, & pour lors la trace apparente des taches observées sur le Soleil, fera une ligne courbe ou portion d'ellipse.

Si dans un Corps aussi lumineux qu'est le Soleil, il y a différentes matieres dont la plus épaisse ou la plus grossiere forme les taches qui l'obscurcissent, on ne doit pas être étonné si les Planetes qui sont opaques, contiennent aussi des parties solides & fluides qui réfléchissent une lumiere plus ou moins vive, ou qui l'absorbent presqu'entièrement. La surface de toutes nos Planetes doit donc paroître couverte d'une infinité de taches, & c'est ce que l'on a reconnu avec d'excellentes lunettes d'approche, principalement sur Mars, Jupiter & Venus. C'est aussi par le mouvement apparent des taches qui ont été remarquées sur ces Planetes, qu'on est parvenu à découvrir le tems de leur Rotation autour de leurs axes. Le même argument qui nous a servi à prouver la Rotation du Soleil en 27 jours, subsiste encore à l'égard des Planetes, & l'on sçait depuis long-tems que Venus tourne sur elle-même en 23 heures, & Mars en 24 heures 40 minutes : la Terre, comme l'on sçait, fait sa révolution en un jour, c'est-à-dire, dans le tems d'une révolution du Ciel étoilé,

On découvre aussi des taches dans les Planetes.

Ces taches servent encore à faire connoître le tems de la Rotation des Planetes autour de leur axe.

qui nous semble à chaque fois emporté d'un mouvement très-rapide d'Orient en Occident.

Dans Jupiter, outre les taches, nous voyons plusieurs *Bandes parallèles* qui traversent son disque apparent. Elles ne sont cependant pas toujours de même grandeur ni à même distance; il semble qu'elles augmentent ou diminuent alternativement. Tantôt elles sont fort éloignées l'une de l'autre, tantôt elles paroissent se rapprocher: mais c'est toujours avec quelque nouveau changement. Elles sont sujettes à s'altérer de même que les taches du Soleil. Une tache très-considérable que M. Cassini avoit apperçue sur Jupiter en 1665, ne s'y conserva que près de deux années. Elle parut pendant tout ce tems immobile au même endroit de la surface. On en détermina pour lors la figure, aussi-bien que la situation par rapport *aux Bandes*. Elle disparut enfin en 1667, & ne parut que vers l'an 1672 où l'on continua de l'appercevoir pendant trois années consécutives. Enfin elle s'est montrée & cachée alternativement, de maniere qu'en 1708 on comptoit depuis 1665 huit apparitions complètes. C'est par les révolutions de cette tache observées un grand nombre de fois, qu'on a découvert le tems de la révolution de Jupiter autour de son axe, lequel est de 9 heures 56 minutes.

Or il est vraisemblable que la Terre que nous habitons est dans un état plus tranquille & bien différent de celui de Jupiter, puisque l'on observe dans la surface de cette Planete de plus grands changemens qu'il n'arriveroit sur notre globe, tels que si l'Océan, par exemple, changeant de lieu, venoit à se répandre indifféremment sur toutes les Terres, enforte qu'il s'y formât de nouvelles Mers, de nouvelles Isles, & de nouveaux Continens.

La proximité de Mercure au Soleil, & la vivacité de la lumière qu'il nous réfléchit, ont empêché jusqu'ici d'y

découvrir aucune tache considérable , & par une raison toute contraire , on n'en a pu découvrir aucunes dans Saturne la plus éloignée de toutes les Planetes : c'est ce qui fait que l'on ignore le tems de leur Rotation. Il est probable cependant que l'un & l'autre tournent autour de leurs axes ; que leur Rotation est réitérée plusieurs fois dans le cours de chaque révolution périodique ; en un mot il faut que ces Planetes présentent successivement chaque partie de leur hémisphère au Soleil , & qu'elles participent aux vicissitudes du jour & de la nuit , conformément à tout ce qui s'observe de la nature.

CHAPITRE SIXIEME.

De la diversité des Grandeurs , & de la disposition des Etoiles dans le Ciel ; Des principaux Catalogues , du nombre des Constellations , & de quelques changemens particuliers à certaines Etoiles fixes.

LA principale cause de la diversité des grandeurs que nous remarquons dans les Etoiles , doit être attribuée à l'inégalité de leurs distances : car celles qui sont les plus proches de nous , doivent , à ce qu'il semble , paroître beaucoup plus éclatantes & d'une grandeur qui surpasse toutes les autres : & c'est le contraire pour celles qui sont les plus éloignées ; leur lumiere doit paroître plus affoiblie : quant à leurs grandeurs , elles doivent nous paroître plus petites que toutes les autres. Ces différences dans les grandeurs apparentes des Etoiles , ont porté les Astronomes à les distribuer en plusieurs classes. Celles de la premiere classe ou premiere espece , ont été nommées Etoiles de la premiere grandeur , les autres sont de la seconde , troisieme , &c. & ainsi de suite jusqu'à la sixieme gran-

Les Etoiles ont été distribuées en plusieurs classes , comme étant de différentes grandeurs.

deur, qui est le terme au-delà duquel il n'est plus possible de les distinguer à la vûe simple. Il reste néanmoins une multitude très-considérable d'autres Etoiles qu'on découvre à mesure qu'on y emploie de plus longues lunettes : mais il n'étoit pas possible aux Anciens de les ranger dans les six classes dont nous venons de parler. Il faut encore remarquer que quoique l'on soit convenu depuis près de deux mille ans de conserver presque toutes les Etoiles fixes dans le même ordre & dans les mêmes classes où elles ont été d'abord distribuées par Hipparque & les autres Astronomes, il ne faut pas s'imaginer pour cela, que dans une même classe les Etoiles soient précisément de même grandeur : il suffit de dire ici, pour faire comprendre à quel point s'étendent les différences que l'on y aperçoit, qu'il faudroit établir presque autant de classes particulieres, qu'il y a d'Etoiles fixes. En effet il est bien rare d'en trouver deux qui soient précisément d'une même grandeur ; & pour ne parler uniquement que de celles de la premiere grandeur, voici les principales différences que l'on y a reconnues. *Sirius* est la plus grande & la plus éclatante de toutes : ensuite on trouve qu'*Arcturus* surpasse en grandeur & en lumiere *Aldebaran* & l'*Epi de la Vierge* ; & cependant on les nomme communément Etoiles de la premiere grandeur. Il est vrai que l'on en a distingué quelques-unes qui pourroient être placées entre la premiere & la seconde grandeur. Par exemple le *Petit chien*, autrement nommé *Procyon*, n'est que de la seconde grandeur selon Tycho, quoique Ptolomée l'ait rangé dans la premiere classe. L'on pourroit donc ne compter cette Etoile, ni parmi celles de la premiere grandeur, ni parmi celles de la seconde, mais l'établir parmi celles qu'il faut regarder comme d'un genre intermédiaire.

Des Constel-
lations.

Au reste les Astronomes ne se sont pas seulement attachés à distribuer les Etoiles selon leurs différentes grandeurs,

grandeurs: mais ils ont encore imaginé pour les faire reconnoître plus facilement , de faire plusieurs cartes qui expriment la situation propre & la disposition des unes à l'égard des autres dans les différentes régions du Ciel. Ils ont formé pour cet effet ces assemblages , qu'on nomme Constellations , de sorte qu'une certaine quantité d'Etoiles se rapporte à telle ou telle Constellation. Il en est de même des autres. Le nom de Constellation n'est donc autre chose qu'un assemblage ou système d'une certaine quantité d'Etoiles qu'on regarde comme distinguées ou séparées des autres , parce qu'en effet on les a distribuées dans les principales régions du Ciel où se trouve le plus grand nombre d'Etoiles. D'ailleurs pour reconnoître encore plus facilement toutes les Etoiles dans le Ciel , & principalement pour ne point oublier celles dont on tire quelqu'usage pour l'observation des Planetes , les anciens Astronomes ont appliqué à ces Constellations des figures d'animaux ou de divers autres sujets qu'ils ont tirés des Fables ou des principaux événemens rendus célèbres par les Poètes ou par les Prêtres de leurs Religions. Or les modernes ont jugé à propos de conserver ces anciennes Constellations pour éviter toute équivoque , ou plutôt l'incommodité trop fréquente & l'embarras continuel qu'il y auroit de comparer les Observations présentes avec celles des Anciens, si l'on venoit à faire quelques changemens à leurs Constellations.

La distribution des Etoiles fixes en Figures ou Constellations a jusqu'ici été regardée comme ce qui nous reste de plus ancien , elle pourroit bien avoir précédé l'Astronomie & la Philosophie. Dans un des Chapitres de Job , l'un des plus anciens Livres hebreux , il est parlé d'*Orion* , d'*Arcturus* & des *Pleiades* : Homere & Hesiode , qui ont précédé tous les autres Poètes Grecs ont parlé plusieurs fois des différentes Constellations , & les

noms s'en trouvent répétés dans les principaux endroits de leurs Ouvrages. En un mot il est vraisemblable que les Astronomes ont senti dès le commencement la nécessité de partager ainsi les régions du Ciel, & de ranger toutes les Etoiles fixes dans chaque Constellation & dans une disposition constante.

Les Etoiles fixes doivent paroître dans le même ordre & dans une même situation de quelque Planete qu'on les regarde.

Comme la distance de toutes les Etoiles est immense par rapport à nous, il importe peu en quel endroit de notre système solaire seroit placé l'Observateur qui les regarde: car soit qu'on le suppose dans le Soleil, sur la Terre, ou dans Saturne, qui est la dernière & la plus éloignée de toutes les Planetes, il est certain que de chacun de ces différens points de notre système Solaire, il apercevrait également les Etoiles fixes dans le même endroit du Ciel: effectivement quelque soin qu'il employât à examiner les différentes régions de cette vaste étendue, les Etoiles lui paroîtroient exactement dans une même situation les unes par rapport aux autres, sans que leurs distances parussent jamais altérées, malgré les différens points de vue qu'il occupe à mesure qu'il a changé de lieu. Il s'ensuit donc que dans toutes les Planetes, l'on doit voir de la même manière le Ciel étoilé; & qu'il en est de même que s'il n'y avoit uniquement qu'une seule voute, ou un même Monde qui environneroit chaque Planete en particulier, & précisément de la même manière.

Les trois Principales régions du Ciel étoilé.

Les Astronomes ont aussi distribué le Ciel étoilé en trois parties principales; sçavoir le *Zodiaque* qui est celle du milieu & qui renferme toutes les Etoiles qui se trouvent ou aux environs de la route des Planetes pendant leurs révolutions périodiques, ou dans les plans de leurs orbites. Non seulement le *Zodiaque* renferme les Constellations ou figures d'animaux qui se trouvent dans la route de toutes les Planetes, mais il s'étend aussi jusqu'aux li-

mites, au-delà desquelles elles ne sçauroient jamais s'écarter. Cette zone ou bande est terminée par deux autres régions immenses du Ciel, dont l'une s'appelle *Boréale*, & l'autre *Australe*.

Les anciens ayant partagé le Ciel entier en Quarante-huit Constellations, dont douze composoient le Zodiaque; voici les noms qui leur ont été donnés. Le *Belier*, le *Taureau*, les *Gemeaux*, l'*Ecrevisse*, le *Lion*, la *Vierge*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, la *Balancelle*, le *Verseau*, & les *Poissons*.

Les XLVIII.
Figures ou
Constellations
selon les An-
ciens.

Du côté du Septentrion on compte vingt & une Constellations, sçavoir, la *petite Ourse*, la *grande Ourse*, le *Dragon*, *Céphée*, le *Bourvier*, la *Couronne Septentrionale*, *Hercules*, la *Lyre*, le *Cygne*, la *Cassiopee*, *Perfée*, *Andromede*, le *Triangle*, le *Cocher*, *Pégase*, le *petit Cheval*, le *Dauphin*, la *Fleche*, l'*Aigle*, le *Serpentaire*, & le *Serpent*. On y a ajouté, quelques siècles après, d'autres Constellations formées par quelques Etoiles, qui se trouvoient entre ces anciennes Constellations, & qu'on nommoit pour cette raison *Etoiles informes*. Ces nouvelles sont *Antinoiis* proche l'*Aigle*, & la *Chevelure de Berenice* proche la *Queue du Lion*.

Du côté du Midi les Anciens ont établi quinze Constellations, sçavoir, la *Baleine*, l'*Eridan*, le *Lievre*, *Orion*, le *grand Chien*, le *petit Chien*, le *Vaisseau d'Argos*, l'*Hydre*, la *Coupe*, le *Corbeau*, le *Centaure*, le *Loup*, l'*Autel*, la *Couronne Australe*, & le *Poisson Méridional*. Mais dans ces derniers tems on y a ajouté douze Constellations, situées proche le Pole Austral, & qui ne sont point visibles en Europe, ni même dans presque tout l'hémisphere septentrional, à cause de la rondeur de la Terre. Voici leurs noms. Le *Phœnix*, la *Grue*, le *Paon*, l'*Indien*, l'*Oiseau du Paradis*, le *Triangle Austral*, la *Mouche*, le *Camelion*, le *Poisson volant*, le *Toucan* ou l'*Oie d'Amérique*, l'*Hydre*, *Xiphias* ou la *Dorade*.

Des Etoiles
qu'on nomme
anformes.

Nous avons déjà dit qu'entre les Constellations il se trouvoit diverses Etoiles, qu'on avoit pour cette raison nommées informes: or il est à remarquer que les principaux Astronomes modernes en ont formé quelquefois de nouvelles Constellations.

La Voie La-
ctée.

Parmi les Images célestes ou Constellations, on place communément la *Voie Lactée*, qui est une espece de bande très-remarquable, fort étendue, & qui approche fort de la blancheur du lait. Elle se divise en quelques endroits en deux branches: mais la plus grande partie n'est qu'une simple branche qui occupe, & même semble diviser toute la région du Ciel. Galilée a dit que cet espace du Ciel étoit rempli d'un nombre innombrable de petites Etoiles fixes, & en effet il y en a découvert un grand nombre avec sa lunette d'approche, la premiere qui ait été connue parmi les Astronomes. » * Quoique chaque » Etoile soit imperceptible à la vûe simple, à cause de son » extreme petitesse, la lumiere cependant de toutes ces » Etoiles ensemble forme une blancheur dans cette ré- » gion du Ciel, qui nous fait paroître cet endroit plus » éclairé que n'est le reste du Firmament. »

Opinion de
Galilée adop-
tée par l'Au-
teur, conformé-
ment à ce
qui a été dit
par la foule des
Ecrivains.

Les plus anciens Astronomes ayant donc distribué, comme nous l'avons déjà dit, toutes les Etoiles répandues dans le Ciel, dans les différentes Constellations, on a songé dans la suite à construire des Catalogues avec une attention toute particuliere. Ces Catalogues ayant été néanmoins augmentés & même corrigés sur les découvertes des Modernes, on y trouve aujourd'hui non-seulement toutes les Etoiles que l'on peut découvrir à la vûe simple, mais encore un grand nombre d'autres qui ne

* Cette opinion vulgaire a été répétée en une infinité d'endroits: mais elle n'a point été adoptée pour cela de tous les Astronomes; puisqu'en y employant de longues lunettes de 15 & 25 pieds, on n'y découvre pas plus d'Etoiles que dans les autres régions du Ciel. On remarque seulement dans la Voie Lactée une blancheur que l'on pourroit conjecturer provenir d'une matiere semblable à celle qui compose les Etoiles nébuleuses.

ſçauroient être apperçues que par les lunettes d'approche.

Hipparque natif de Rhodes, & qui vivoit environ cent vingt ans avant J. C. a été le premier de tous les Grecs qui ait entrepris de réduire les Etoiles fixes dans un Catalogue. « Ce fut une entrepriſe bien hardie, & pour ainſi » dire, réſervée aux Dieux (ſelon Pline) de vouloir con- » noître & de transmettre à la poſtérité le nombre & la » ſituation de toutes les Etoiles chacune ſelon ſon véri- » table lieu. Il inventa divers inſtrumens néceſſaires pour » déterminer leurs longitudes & latitudes, après avoir » diſtingué leurs différentes grandeurs : car il ſe pro- » poſoit de faciliter aux Aſtronomes qui lui ſuccéde- » roient, tous les moyens poſſibles de reconnoître, non- » ſeulement ſi quelques-unes de ces Etoiles s'éteindroient » ou ſ'il en reparoîtroit de nouvelles, mais encore ſ'il y » en auroit qui diſparôitroient totalement; ſi d'ailleurs el- » les n'auroient pas quelque mouvement particulier; en » un mot, ſi l'éclat de leur lumière, ou leur grandeur ap- » parente, n'augmenteroit ou ne diminueroit pas. Hip- » parque regardoit cet eſpace immense du Ciel qu'il avoit » tant cultivé, comme un patrimoine ou eſpece d'héritage » qu'il laiſſoit aux Aſtronomes futurs, dans le deſſein que » ſi l'on pouvoit y remarquer quelques changemens, on » pût un jour parvenir à rendre raiſon de ces fortes de » Phénomènes. »

Hipparque eſt le premier qui ait réuſſi à conſtruire un Catalogue gé- néral des E- toiles fixes.

Le nombre d'Etoiles qu'*Hipparque* nous a laiſſé dans ſon Catalogue, où il aſſigne à chacune ſa vraie longitu- de & latitude pour le tems où il vivoit, ne monte qu'à 1022. Il étoit parvenu à exécuter ce grand ouvrage par le ſecours de quelques obſervations des Anciens, qui fu- rent dès lors comparées à celles qu'il fit en un bien plus grand nombre. Or c'eſt ce qui lui fit appercevoir ce mouve- ment des Etoiles qu'on nomme aujourd'hui la Préceſſion des Equinoxes.

Protonée l'a augmenté de 4 Etoiles.

Le second Catalogue publié par *Ulug-Beigh*, contient 1017 Etoiles.

Le troisieme Catalogue a été entrepris par *Tycho-Brahé* qui a observé les lieux de plus de 1000 Etoiles, & ayant déjà publié les longitudes & latitudes de 777 dont les positions étoient nouvellement restituées.

Guillaume, Prince de *Hesse*, a observé les Positions de 400 Etoiles, & les a réduites en catalogue.

Protonée, qui est venu ensuite, ne nous donne que quatre Etoiles de plus, son Catalogue n'étant composé que de 1026. Mais après lui *Ulug Beigh*, petit-fils du grand *Tamerlan*, entreprit de nouveau de restituer les positions des Etoiles de ce Catalogue, & publia les lieux vrais de 1017. Etoiles. Dans le seizieme siecle, & dans les suivans, il s'est formé un plus grand nombre d'Astronomes, entre lesquels on connoît principalement *Regiomontanus* & *Copernic*. Mais le fameux *Tycho-Brahé*, Danois, a surpassé par un travail immense tout ce qui avoit été fait dans les siecles qui l'ont précédé. Ce grand Astronome avoit résolu de n'employer aux observations du Ciel que des instrumens beaucoup plus parfaits que ceux des Anciens; & bientôt il y réussit, & même avec une industrie si merveilleuse, que sans la découverte des lunettes d'approche, il n'auroit gueres été possible de pouvoir jamais déterminer plus exactement les vrais lieux des 777 Etoiles fixes qu'il nous a laissées dans le Catalogue qu'il en a publié. Il ne faut pas confondre ce Catalogue des longitudes & latitudes d'Etoiles établies par *Tycho*, avec un autre Catalogue que *Kepler* a rapporté dans ses Tables Rudolphines, sous le nom du même Auteur, & qui contient 1163 Etoiles; puisque tout ce que l'on y trouve au-delà des 777 Etoiles de *Tycho*, a été recueilli en partie de l'*Almageste* de *Protonée*, & en partie de quelques ouvrages particuliers publiés par différens Auteurs. Car *Tycho* n'a dû publier d'autres Etoiles dans son Catalogue, que celles qu'il avoit observées lui-même, ou du moins dont il avoit calculé la vraie position.

Dans le même siecle où vivoit *Tycho*, le Prince *Guillaume de Hesse-Cassel* s'appliqua long-tems à l'étude de l'Astronomie, & observa pendant plus de trente ans avec un soin tout particulier les lieux de plus de 400 Etoiles, dont il forma un Catalogue, étant aidé principalement

des deux Mathématiciens *Rothmanus* & *Byrgius*, qui calculerent sur toutes ces observations les lieux des Etoiles selon les longitudes qu'il avoit déduites des observations immédiates.

Riccioli, Jésuite d'Italie, augmenta dans la suite le Catalogue de *Kepler* de 305 Etoiles, de maniere que le Catalogue étoit plus complet, & contenoit déjà 1468 Etoiles fixes : mais il faut bien prendre garde que ce Catalogue n'a point été rectifié sur les propres observations de *Riccioli* ; à peine cet Auteur, conjointement avec le P. *Grimaldi*, a-t-il pû déterminer les lieux vrais de 101 Etoiles : encore a-t-il été obligé d'y employer des instrumens particuliers, & moins exacts que ceux de *Tycho*, mais à la vérité assez simples & plus commodes pour la forme ordinaire de tous les calculs. Les autres Etoiles du Catalogue de *Riccioli* ont été prises dans les ouvrages de *Tycho*, *Kepler*, & des autres Auteurs. C'est une chose remarquable que plusieurs Etoiles qu'on voyoit distinctement du tems de *Tycho*, & même qu'il avoit observées avec soin, aient entierement disparu dans l'espace de cinquante à soixante ans qui se sont écoulés jusqu'au tems de *Riccioli*, sans qu'on les ait jamais pû voir jusqu'à ce jour, & cependant cet Auteur nous les a données dans son Catalogue, comme s'il les avoit observées lui-même.

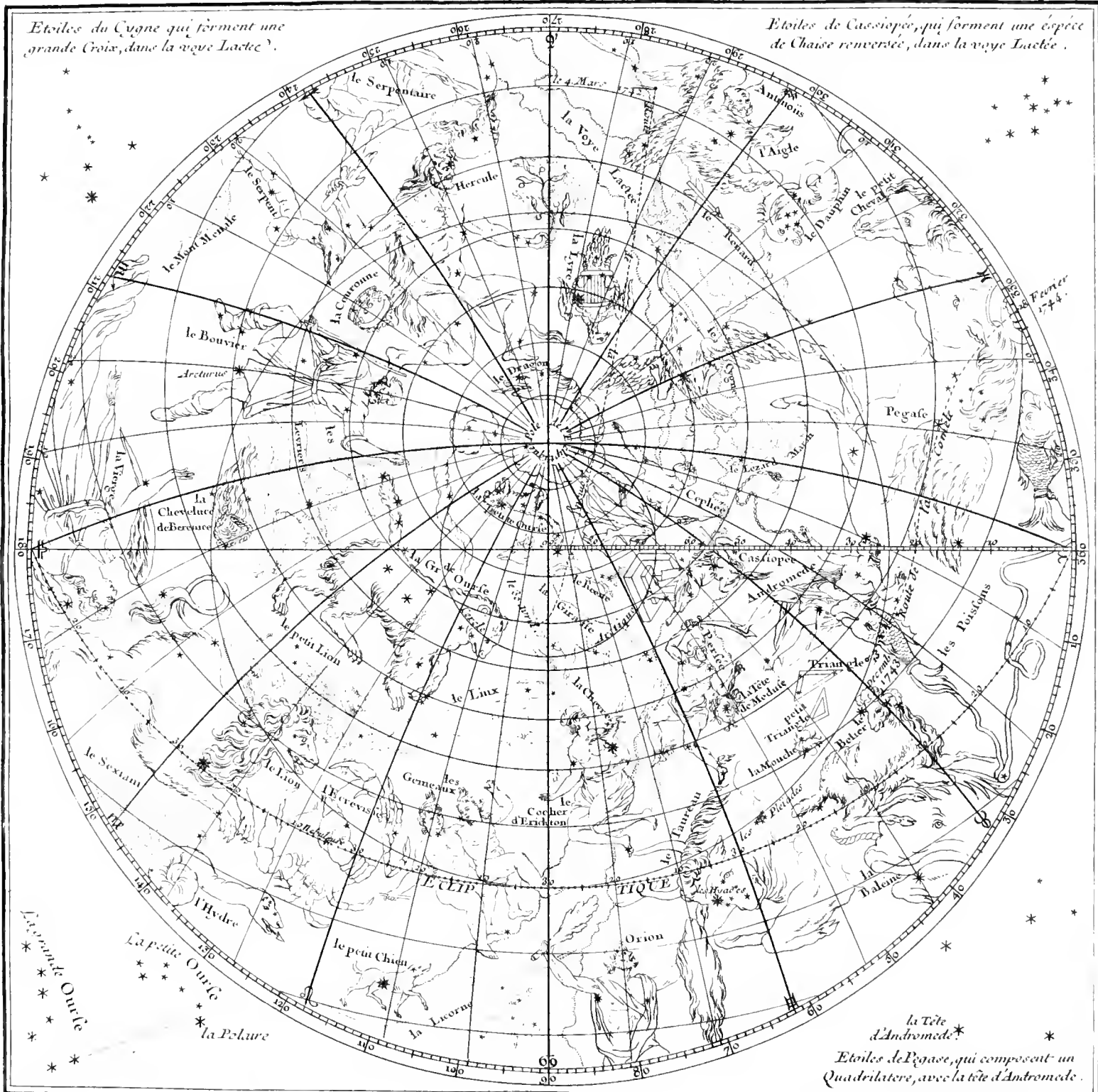
Le P. Riccioli a publié aussi un catalogue : mais les Etoiles qu'il a observées sont en très-petit nombre.

Bartschius dans la description de son Globe céleste, imprimée à Strasbourg en 1635. nous apprend que *Bayer* dans son *Uranométrie* avoit publié 1725 Etoiles, comme cela se voit en effet dans ses Cartes célestes. Pour lui il tâche de faire valoir à ce sujet son propre ouvrage qui en contient 1762 ; mais il ne dit pas quel Astronome les a observées, ni dans quel tems ces observations ont été faites.

Quant à ce qui regarde les autres Etoiles situées vers

Etoiles du Cygne qui forment une grande Croix, dans la voie Lactée.

Etoiles de Cassiopée, qui forment une espèce de Chaise renversée, dans la voie Lactée.



La grande Ourie
la petite Ourie
la Peuvre

la tête d'Andromède
Etoiles de Pegase, qui composent un Quadrilatere, avec la tête d'Andromède.



M. Hallei est le premier qui ait observé avec exactitude les Etoiles situées vers le Pole Austral.

le Pole Antarctique & qui ne sont point visibles dans nos climats, le premier qui les a observées avec soin est le célèbre M. Hallei, Professeur d'Astronomie à Oxfort ; lequel ayant toujours conçu une passion naturelle pour le progrès de l'Astronomie, entreprit autrefois une navigation très-longue & très-dangereuse à l'Isle Sainte Helene, dans le dessein d'y observer les distances de toutes les Etoiles australes, & d'en déduire leurs véritables longitudes & latitudes. Il en a publié à son retour, le Catalogue qui contient les lieux de 373 Etoiles pour le commencement de l'année 1677.

Le quatrième Catalogue général a été publié par Hévelius, qui a observé la position de 1553 Etoiles, & dont le catalogue qui contient les Etoiles australes de M. Hallei, renferme les longitudes & latitudes de 1888 Etoiles.

A peu près dans le même tems le célèbre Hévelius, Consul à Dantzic, réputé dès lors pour un observateur infatigable, & muni d'un somptueux appareil d'instrumens faits avec soin & par les meilleurs Artistes, avoit déjà observé un plus grand nombre de lieux d'Etoiles fixes, qu'on n'avoit fait dans les siècles précédens. Car selon ses propres observations il a calculé les positions de 1553 Etoiles. Mais le nouveau Catalogue qu'il a publié vers la fin du dernier siècle, contient 1888 Etoiles, dont il y en a 950 qu'on trouve dans les anciens Catalogues, lesquelles lui ont été visibles sur l'horison de Dantzic ; & de plus 603 autres Etoiles de celles qu'on n'avoit encore jamais observées avec une exactitude suffisante. Enfin il en a ajouté 335 du Catalogue des Etoiles australes publié par M. Hallei. M. Hévelius ne pouvoit appercevoir ces dernières sous la latitude de Dantzic, où elles ne montent jamais sur l'horison : mais il les a calculées relativement à quelques autres que lui & M. Hallei avoient observées, & cela après les avoir extraites & réduites du catalogue publié par ce dernier.

Le Catalogue de Flamsteed, ou cinquième Catalogue gé-

Depuis quelques années M. Flamsteed, Astronome de l'Observatoire royal de Greenwich, après avoir longtemps promis un Catalogue de 3000 Etoiles, & par conséquent

conféquent beaucoup plus nombreux que tous les précédens, nous a donné ce grand ouvrage dans son Histoire céleste, où l'on trouve les lieux des Etoiles bien mieux déterminés que par tout ailleurs, les observations & les calculs ayant été fondés sur une méthode particulière, & même inconnue à tous les Astronomes qui l'ont précédé. Or de même qu'*Hévelius* avoit observé deux fois plus d'Etoiles que *Tycho*, de même l'infatigable Anglois a publié deux fois plus d'Etoiles qu'on n'en trouve dans le Catalogue d'*Hévelius*. Ainsi l'Astronomie s'est trouvée si fort avancée par les travaux de cet illustre Astronome, qu'à peine peut-on découvrir aujourd'hui d'Etoiles visibles dans les Cieux, même si petites qu'elles soient, dont le lieu n'ait été déterminé plus exactement, que n'ont été rectifiés dans la partie la mieux connue de notre Géographie, les positions des villes & autres lieux considérables, tant des Continents, que des Caps, des Isles ou des Ports de Mer. Il y auroit sans doute lieu d'être étonné pourquoi les Astronomes ont soutenu tant de veilles & de fatigues pour déterminer la vraie position des Etoiles fixes, si l'on ne sçavoit pas que ces lieux, une fois bien déterminés, procurent bientôt aux Observateurs un moyen sûr & facile d'observer le mouvement, soit des Planetes, soit des Cometes, pour en déduire enfin la vraie position de leurs orbites. Ces lieux, dis-je, étant une fois bien connus, on a l'unique fondement de toute l'Astronomie-pratique. Ce sont là les bases d'où partent les Astronomes, semblables à ces colonnes que les anciens Architectes inventerent autrefois & destinées à soutenir les plus grands édifices.

Il est à remarquer que des 3000 Etoiles que *Flamsteed* nous a données dans son Catalogue, il y en a beaucoup qu'on ne peut découvrir qu'avec la lunette d'approche : elles sont trop petites pour être apperçues à la vûe simple.

neral le plus
Ample & l'un
des plus exacts
qui ayent été
publié jusqu'à
ce jour.

Grande utilité des Catalogues dans l'Astronomie.

Les Etoiles qu'on découvre à la vûe simple ne sont pas à beaucoup près en aussi grand nombre qu'on se l'imagine.

Il faut se réduire à mille, ou environ, lorsqu'on veut fixer le nombre de celles qu'une bonne vûe peut appercevoir en Europe. Ce qui paroîtra sans doute difficile à croire à ceux qui, lorsque le Ciel est serain dans une des plus longues nuits d'Hiver, lorsqu'il n'y a point de clair de Lune, jettent leurs regards sur l'hémisphère qui les environne: ils jugent au premier coup d'œil que le nombre des Etoiles est immense, & qu'il ne se peut compter: mais cette apparence n'est qu'une illusion. Ce qui nous trompe c'est la scintillation, ou la vivacité avec laquelle les Etoiles lancent leurs lumières, l'œil étant ébloui, & ne les regardant toutes à la fois que d'une manière confuse & sans aucun ordre: au lieu que si l'on vient à les considérer plus attentivement, & même à les distinguer l'une après l'autre, il seroit bien difficile d'en trouver qui n'aient été marquées dans les Cartes ou les Catalogues d'*Hévelius* & de *Flamsteed*. Bien plus, si l'on a devant les yeux un de ces grands Globes semblables à ceux de *Blaeu*, & qu'on le compare avec le Ciel, quelque excellente vûe que l'on ait, on n'en pourra gueres découvrir, même parmi les plus petites Etoiles, qui n'aient été placées sur la surface de ce Globe.

Mais aussi le nombre des Etoiles qu'on découvre avec les lunettes est presque immense.

Il faut avouer néanmoins que le nombre des Etoiles est immense & presque infini: car avec les lunettes d'approche on en découvre un grand nombre qui ne sont point encore dans les catalogues. Il n'est pas possible de les appercevoir à la vûe simple: mais plus la lunette est longue, plus on en découvre. On peut de cette manière rendre une raison assez simple de ce que l'on a dit de la Voie Lactée, où l'on prétend qu'il y a un si grand nombre d'Etoiles voisines les unes des autres, & en même tems si petites, que cette région du Ciel semée d'Etoiles imperceptibles, produit néanmoins assez de lumière pour augmenter cette blancheur que l'on y apperçoit depuis tant de siècles.

Le fameux *Hook* dit dans sa *Micrographie*, p. 241. qu'ayant une fois dirigé une lunette de 12 pieds aux *Pleiades* (qu'on découvroit autrefois jusqu'au nombre de sept, & qui sont réduites à six qu'on distingue actuellement à la vûe simple) il en découvrit jusqu'à 78 : mais qu'ayant employé une lunette encore plus grande, le nombre en paroïsoit plus considérable. Le *P. Reita* *, dit aussi que dans la vaste Constellation d'*Orion* il en avoit compté près de 2000 par le secours de sa lunette d'approche.

Il paroît donc évident, suivant ce qui a été dit dans le précédent Chapitre, que cette vieille opinion des sectateurs d'*Aristote*, qui prétendoient que les Cieux étoient incorruptibles, est absolument fausse & dénuée de raisons solides. Peut-être qu'étant un peu trop prévenus en faveur de tous ces corps lumineux que nous voyons dans le Ciel, ils se sont laissé entraîner à dire qu'il ne pouvoit jamais y arriver de changement. Et comme il ne leur en coûtoit gueres plus de multiplier les avantages ou les propriétés des corps célestes, ils ont enfin pris le parti d'assurer que la matiere des Cieux est tout-à-fait différente de celle dont la Terre est formée. Qu'il falloit regarder la matiere terrestre non-seulement comme sujette à se corrompre, mais encore comme étant propre à prendre toutes sortes de configurations ; au lieu que celle dont les corps célestes ont été formés, étoit au contraire tellement incorruptible, qu'ils devoient nous paroître perpétuellement sous une même forme, avec les mêmes dimensions, sans qu'il leur arrivât le moindre changement. Mais nous avons vû ci-dessus que dans le Soleil & les Planetes il se forme continuellement de nouvelles taches ou amas de matieres très-considérables qui se détruisent ou se corrompent ensuite, & qu'il a fallu de nécessité, depuis l'in-

La matiere qui compose les Corps célestes n'est point incorruptible.

* *In Radio suo fidereo Mystico. pag. 197.* Ceci n'a point été confirmé.

vention des lunettes d'approche , reconnoître divers changemens sur la surface des Corps célestes. Ainsi puisqu'il y a une chose certaine que sur la Terre & dans toutes les Planetes de notre systéme solaire, il se fait des changemens continuels ; cette corruption générale de la matiere doit s'étendre successivement à tous les Corps : car il y a par tout l'Univers un principe de génération & de corruption. Les Etoiles fixes qui sont à une distance énorme de la Terre ; les plus éloignées, dis-je, de ces Etoiles n'en sont pas même exemptes ; en un mot tous les Corps célestes, sans en excepter un seul, sont sujets au changement.

Il y a dans la nature un principe universel de génération & de corruption qui s'étend jusqu'aux Etoiles les plus éloignées de notre systéme solaire.

Des Etoiles qui paroissent & disparaissent alternativement.

Il y a quelques Etoiles observées par les anciens qui ne paroissent plus dans le Ciel, comme si elles avoient été détruites entierement, ou du moins d'une partie considérable. On en voit aussi d'autres qui s'allument, & renaissent ; mais qui probablement seront détruites dans la suite des siècles. Ce qu'il y a de plus remarquable, c'est qu'il y a des Etoiles dont la lumiere s'éteint absolument pour reparoitre ensuite après s'être montrées sous différens degrés de lumiere. Parmi ces dernières Etoiles, celle du *Col de la Baleine* est célèbre parmi les Astronomes. Il arrive pendant huit ou neuf mois qu'on cesse absolument de voir cette Etoile, & les trois ou quatre autres mois de l'année on la voit augmenter & diminuer de grandeur. L'on pourroit croire que cela vient uniquement de ce que la surface de cette Etoile est couverte pour la plus grande partie de Corps opaques ou taches *

* Cette dernière opinion des Philosophes sur l'apparition & la disparition des Etoiles, n'est gueres vraisemblable ; si l'on considère que nonobstant quelques inégalités, l'Etoile de la Baleine paroît & disparoit assez régulièrement dans les mêmes saisons de l'année ; ce que l'on ne doit pas raisonnablement soupçonner à l'égard des taches qui peuvent se détruire ou renaître sans observer d'ordre soit dans les tems, soit à l'égard des saisons. Il est bien plus simple d'imaginer que ces sortes d'Etoiles ne sont pas rondes comme le Soleil, mais considérablement aplaties, parce qu'elles tournent sans doute très-rapidement autour de leur axe. Cette supposition est d'autant plus légitime, que l'on voit

semblables à celles du Soleil ; qu'il n'y reste qu'une partie découverte ou lumineuse, & que cette Etoile achevant successivement ses révolutions ou Rotations autour de son axe, ne sçauroit toujours présenter directement sa partie lumineuse ; enforte que nous devons l'appercevoir tantôt plus ou moins grande, ou cesser de la voir entièrement lorsque cette partie lumineuse n'est presque plus tournée vers nous. Ce qui a fait soupçonner que c'étoient des taches qui sont la principale cause de tous ces changemens, c'est qu'en diverses années l'Etoile ne conserve pas une régularité constante, ou n'est pas précisément de même grandeur : tantôt elle égale en lumière & grandeur les plus belles Etoiles de la seconde grandeur, tantôt celles de la troisième ; en un mot l'augmentation ou la diminution de sa lumière ne répond pas à des intervalles égaux. Elle n'est visible quelquefois que pendant trois mois entiers, au lieu qu'on l'a vûe souvent pendant quatre mois & davantage.

Au reste les Observations Astronomiques nous apprennent qu'on a vû subitement en différens siècles de nouvelles Etoiles inconnues auparavant, & qui ont augmenté de grandeur & de lumière à tel point qu'elles égaloient les plus éclatantes Etoiles ; bientôt après elles ont commencé à diminuer, jusqu'à ce qu'elles se sont enfin éteintes entièrement. Ce fut une Observation de cette espèce que fit *Hipparque*, & qui a engagé cet Astronome le plus célèbre de toute l'antiquité, à former son Catalo-

Des Etoiles
nouvelles.

parmi nos Planètes celles qui tournent le plus rapidement autour de leur axe, bien plus applaties que les autres. Jupiter, selon l'observation de M. Picard faite en 1668. & selon les mesures de M. Cassini & Pound, est sensiblement applati, ce qu'on ne peut pas dire des autres Planètes. Pourquoi ne seroit-il donc pas permis de supposer des Etoiles fixes, plus ou moins applaties, selon qu'elles tournent plus ou moins rapidement. D'ailleurs comme de grosses Planètes peuvent faire leurs révolutions autour de ces Etoiles, & changer à notre égard la situation de l'axe de ces Corps lumineux, il s'en suit que selon leur inclination plus ou moins grande, ils paroîtront plus ou moins éclatans, jusqu'à ce qu'ils nous envoient qu'une très-petite quantité de lumière. Voyez la Figure des Astres, chap. VII. pag. 114.

gue des Etoiles fixes ; il a voulu le transfinettre à la postérité, afin que l'on pût reconnoître un jour par ce moyen s'il paroîtroit semblablement de nouvelles Etoiles, ou du moins si plusieurs de celles qu'on appercevoit de son tems ne disparoîtroient pas dans la suite.

De la nouvelle Etoile qui a paru dans la Cassiopée.

Long-tems après *Hipparque*, *Tycho-Brahé* ce fameux restaurateur de l'Astronomie, apperçut aussi une Etoile nouvelle dans la Constellation de Cassiopée, & qui fut remarquée des autres Astronomes. Ce fut donc presque le même motif qui avoit porté *Hipparque* à former son Catalogue, qui engagea *Tycho* à construire un nouveau Catalogue. La nouvelle Etoile fut apperçue vers le milieu du mois de Novembre 1572. Elle demeura fixe comme les autres pendant tout le tems de son apparition, qui fut d'environ seize mois ; enfin elle s'éteignit peu à peu. D'abord elle égaloit en grandeur *la Lyre*, ensuite *Sirius*, deux des plus belles Etoiles du Ciel ; sa grosseur apparente parvint même à tel degré, qu'elle égaloit presque *Venus Perigée*, & on la voyoit pour lors à la vûe simple en plein midi : mais ayant perdu peu à peu sa lumiere, elle a cessé de se montrer, & on ne l'a pas encore apperçue depuis ce tems là. *Leovicus* qui en parle, nous apprend que l'an de J. C. 945, sous l'empire d'Othon le Grand, il avoit paru une nouvelle Etoile dans la Constellation de Cassiopée, semblable à celle qu'il apperçut en 1572. Cet Auteur se fonde aussi sur un autre témoignage moins ancien, pour prouver que l'an 1264, on avoit apperçu du côté du Nord, proche cette même Constellation, une nouvelle Etoile fort grande & qui n'avoit aucun mouvement propre. On pourroit donc croire que c'est la même qui avoit paru en 945, & que *Tycho* observa ensuite l'an 1572.

D'une autre nouvelle Etoile dans la constellation du Cygne.

Pendant l'année 1600 & la suivante, *Kepler* en observa une autre dans la poitrine du Cygne. Cette Etoile a été vûe long-tems dans le même endroit ; jusques-là même

qu'*Hévelius* l'aperçut de la troisième grandeur ; mais elle disparut en 1660. Au mois de Septembre 1666 *Hévelius* la revit pour la première fois, lorsqu'elle paroissoit à la vûe simple égale aux Etoiles de la sixième grandeur. Elle n'avoit point changé de lieu par rapport aux autres Etoiles ; enforte qu'elle n'auroit eu aucun mouvement particulier depuis 1601 jusqu'en 1662.

Il paroît donc certain, si l'on consulte les Catalogues dont nous avons parlé ci-dessus, que plusieurs Etoiles qui ont été observées par les anciens, & même par *Tycho* dans le seizième siècle, ne sont plus visibles aujourd'hui : c'est aussi ce que nous avons déjà dit par rapport aux Pleiades qui étoient anciennement au nombre de sept, mais dont on n'en aperçoit plus que six depuis fort longtemps, même dans les climats orientaux où le Ciel est le plus ferein. Ce qui a fait dire à *Ovide* au troisième Livre des Fastes.

Quæ septem dici, sex tamen esse solent.

Montanari autrefois Professeur de Mathématiques à Boulogne, dans une de ses lettres du mois d'Avril 1670, écrites à la Société Royale de Londres, nous a assuré qu'il manquoit alors deux Etoiles de la seconde grandeur, * dans la poupe du vaisseau, & sur les bancs des rameurs. « Ces Etoiles sont, dit-il, marquées β & γ dans » *Bayer*, proche le Grand Chien. Elles ont été, ajoute-t-il, » observées & reconnues par moi & par d'autres Astro- » nomes, sur-tout à l'occasion de la Comète qui a paru » en 1664 : mais elles ont disparu ensuite, & il est diffi-

* Cette prétendue Observation de *Montanari* ne mérite gueres d'attention puisqu'il est vrai, selon *M. Kirch*, que les deux belles Etoiles que *Montanari* prétend avoir perdu de vûe, ont été aperçues continuellement depuis *Ptolomée* jusqu'à ce jour, à un signe au-delà, ou 30 degrés loin de l'endroit du Ciel où on les cherchoit. L'erreur des Cartes de *Bayer* vient sans de ce que cet Auteur s'en est rapporté aux Traductions Latines du Texte de *Ptolomée*; au lieu que l'Édition Grecque de *Balle* nous apprend qu'il falloit chercher ces Etoiles dans le vieux Catalogue vers le 15 deg. du Lion, & non pas au 15 deg. de l'Ecrevisse. *Misc. Berol. Cent. xv.*

» cile de retrouver le véritable tems où elles ont cessé
 » d'être visibles. Ce qui est certain, c'est que depuis le 10
 » Avril 1668, il n'a jamais été possible de les découvrir
 » dans le Ciel, quoique les autres Etoiles qui les envi-
 » ronnent, & qui sont de la troisième & quatrième gran-
 » deur, n'aient souffert aucun changement ni altération
 » sensibles. On peut dire la même chose d'un très-grand
 » nombre d'autres Etoiles moins considérables, sur lesquelles
 » les j'ai fait la même remarque à diverses occasions. »

De tout ce que l'on vient de dire nous devons être portés à conclure que ces Etoiles fixes ont été entièrement couvertes de Corps opaques, ou de taches beaucoup plus grosses que celles du Soleil, & qu'ainsi elles ont perdu totalement leur propre lumière; d'où il s'en suivroit que s'il y a plusieurs Planètes qui les accompagnent, ces Planètes sont alors réduites à ne plus recevoir la lumière de leur Soleil, mais seulement cette foible lueur qui leur vient perpétuellement des autres Etoiles fixes.

CHAPITRE SEPTIEME.

*Du mouvement annuel de la Terre à l'égard du Soleil,
 & de sa Rotation autour de son axe, d'où résulte le
 mouvement diurne apparent du Soleil, & de
 tous les autres Astres.*

APRE'S avoir parcouru, autant qu'il étoit nécessaire, ce qui regarde la disposition générale des parties de l'Univers, tant par rapport aux Etoiles, qu'à l'égard des divers amas de matière qu'on observe dans les Cieux; il reste à examiner plus attentivement & dans toute son étendue ce qui concerne notre système solaire. Car l'Astronomie que nous allons traiter ne consiste pas seulement dans
 l'étude

l'étude du mouvement des Etoiles fixes , dont on a déjà parlé assez amplement : mais il s'agit principalement du mouvement des Planetes qui nous environnent , ou plutôt qui environnent le Soleil.

C'est pourquoi il est à propos de commencer par le mouvement de la Terre , qui est notre demeure ; il paroît même que rien n'est plus nécessaire que d'en bien distinguer les vrais mouvemens : car autrement nous ne sçaurions pas la cause des mouvemens apparens du Soleil , & il seroit impossible d'expliquer ceux des autres Planetes , ou de les réduire à une forme de calcul qui pût être exacte.

Il est nécessaire de commencer par établir le mouvement de la Terre.

Nous avons fait voir dans les Chapitres précédens que le Soleil étoit la plus considérable & la premiere de toutes les Planetes qui se trouvent dans notre système ; qu'il n'y avoit que ce seul Corps qui fût lumineux ; & qu'étant au centre de notre Monde planétaire , il répandoit continuellement ses rayons de tous côtés , éclairant toujours l'hémisphere de chacune de nos Planetes , qui sont des Corps opaques , & leur communiquant sans cesse , de même qu'aux habitans de la Terre , cette chaleur si utile dans la nature , & même à notre conservation , puisqu'elle nous donne , pour ainsi dire , une nouvelle vie. Or les Planetes faisant leurs révolutions périodiques autour du Soleil chacune en différens tems & à différentes distances , il faut que la Terre , qui n'est autre chose qu'une Planete , fasse aussi sa révolution périodique chaque année , & qu'elle ait de plus une Rotarion autour de son axe dans l'espace de vingt-quatre heures. Mais parce que la distance des Etoiles fixes au Soleil ou à la Terre est prodigieuse en comparaison de la distance de la Terre au Soleil ; il suit que ce doit être précisément la même apparence du Ciel étoilé , soit qu'on le regarde de la surface de la Terre ou du centre du Soleil , la situation de toutes les Etoiles dans

Le Soleil est au centre de notre système planétaire.

La Terre se meut autour du Soleil, non obstant sa Rotarion autour de son axe.

La situation ou l'arrangement des Etoiles doit paroître le même, vû du Soleil ou de la Terre.

ce dernier cas étant précisément la même : ainsi elles paroîtront vûes du Soleil , arrangées de la même maniere qu'on les apperçoit de la surface de la Terre. Ce qui étant une fois établi pour constant , on voit d'abord qu'un Observateur qui seroit dans le Soleil , n'ayant point d'autre terme où il puisse borner sa vûe , que le Ciel étoilé auquel il rapporte les mouvemens soit de la Terre , soit de tous les autres Corps qui sont éloignés du lieu qu'il occupe ; cet Observateur , dis-je , doit s'imaginer que la Terre décrit chaque année dans cette espece de voute céleste , qu'il regarde comme une sphere , la circonférence d'un grand cercle , c'est-à-dire , d'un cercle dont le plan passe par le centre du Soleil ; en un mot qui est le même que celui du Ciel étoilé , & cela à cause de la distance presque immense de routes les Etoiles fixes.

Le mouvement de la Terre vû du Soleil.
PLANCHE I.
Figure 15.

Soit le Soleil en S , l'orbite de la Terre $ABCD$, sur laquelle cette Planete se meut d'Occident en Orient, sçavoir de A en BCD : si l'Observateur est supposé en S au centre du Soleil , le lieu vrai qu'occupe la Terre lorsqu'elle est en A , lui paroîtra répondre au point γ dans le Ciel. Et lorsque la Terre sera parvenue en B , elle lui paroîtra répondre aux Etoiles qui sont en ϱ . De même la Terre continuant à s'avancer jusqu'en C , elle paroîtra pour lors répondre au point ω de la sphere. Enfin lorsque la Terre sera arrivée en D , elle paroîtra répondre au point ν du Ciel étoilé ; de maniere que si l'on observoit du Soleil le tems auquel sa période sera achevée , ou sa position lorsqu'elle seroit en A , elle répondroit alors pour la seconde fois aux Etoiles qui sont en γ , d'où on l'a vû partir l'année d'aparavant.

Pour mieux faire comprendre ce que nous venons de dire , imaginons le plan de l'orbite terrestre continué de toutes parts jusqu'aux Etoiles fixes : ce plan formera dans la surface sphérique du Ciel , un cercle qui fera celui que

l'œil placé dans le Soleil verroit décrire chaque année à la Terre parmi les Etoiles fixes ; c'est ce cercle qu'on nomme l'*Ecliptique*, & que les Astronomes ont partagé en douze parties égales, qu'ils appellent les signes de l'*Ecliptique* ou du *Zodiaque*. D'ailleurs comme chaque signe a pris son nom de la Constellation qui s'y trouvoit lorsqu'on a fait cette distribution pour la première fois, on a cru devoir les conserver jusqu'à présent & les voici tous dans leur ordre. *Le Belier* ♈, *le Taureau* ♉, *les Gémeaux* ♊, *l'Ecrevisse* ♋, *le Lion* ♌, *la Vierge* ♍, *la Balance* ♎, *le Scorpion* ♏, *le Sagittaire* ♐, *le Capricorne* ♑, *le Verseau* ♒, & *les Poissons* ♓.

L'Ecliptique.

Il est divisé en douze parties égales.

Leurs noms.

Le mouvement apparent du Soleil vu de la Terre.

Maintenant si au lieu de supposer l'Observateur dans le Soleil, nous le plaçons sur la Terre, comme il doit être, dans cette supposition si le lieu de la Terre est au point *C* de son orbite, le Soleil lui paroîtra se mouvoir dans le Ciel étoilé de la même manière & dans le même sens qu'auroit été observée la Terre, l'œil étant placé au centre du Soleil. La Terre étant donc au point *C* de son orbite, l'Observateur qui s'y trouve, verra le Soleil au point γ de la sphere des Etoiles fixes ; & parce que ce même Observateur est emporté & qu'il participe à tous les autres mouvemens, & sur-tout au mouvement annuel de la Terre ; il est évident qu'il ne sçauroit plus s'en appercevoir en aucune manière, toutes les parties du globe de la Terre qui l'environnent étant en ce cas dans une même situation & dans une même distance à son égard. Mais continuant à observer le Soleil, il lui paroîtra s'avancer jusqu'en δ , au lieu que c'est réellement la Terre qui s'est avancée jusqu'en *D* : ainsi l'Observateur attribuera un mouvement réel au Soleil, parce qu'il lui aura paru traverser successivement les Etoiles fixes qui sont situées depuis γ , δ , ϵ , jusqu'en δ : semblablement la Terre étant transportée de *D* en *A*, le Soleil paroîtra parcourir

PLANCHE I.
Figure 15.

dans le même espace de tems les signes ϱ , Ω , η , & enfin lorsqu'elle achevera l'autre demi-cercle *ABC*, le Soleil lui semblera avoir parcouru les six autres signes $\underline{\alpha}$, η , \rightarrow , ρ , \approx , χ , de la surface concave du Ciel étoilé. Ainsi les Habitans de la Terre ne s'appercevant jamais de leur propre mouvement autour du Soleil, l'attribuent par conséquent au Soleil, quoiqu'immobile, & ils lui voient parcourir dans l'espace d'une année le même cercle de la sphere, qu'un Observateur placé au centre de cet Astre verroit décrire à la Terre pendant le même intervalle de tems.

Le Soleil nous paroît s'avancer chaque jour vers des Étoiles plus orientales.

Telle est donc l'origine de ce mouvement du Soleil, qui nous paroît se faire chaque jour vers les Étoiles orientales. Si l'on observe, par exemple, qu'une Étoile située proche l'Ecliptique se leve en même tems que le Soleil, on s'appercevra peu de jours après que le Soleil s'est avancé plus vers l'Orient, de maniere que l'Étoile se levera quelque tems auparavant, mais au contraire elle se couchera plutôt que le Soleil. De même une Étoile située vers l'Ecliptique, & que l'on voit le soir du côté de l'Occident à une distance assez considérable du Soleil, s'en approche tellement de jour en jour, qu'on ne sçauroit bientôt plus l'appercevoir la nuit, ou plutôt immédiatement après le coucher du Soleil. Or le mouvement apparent du Soleil qui se fait dans un sens contraire au mouvement diurne d'Occident en Orient, a été regardé par le commun des hommes, & sur-tout depuis Aristote & Ptolomée, comme un mouvement réel appartenant au Soleil. Mais nous avons fait voir d'une maniere assez simple la cause de ce mouvement apparent, qui ne doit être fondée que sur le mouvement propre de la Terre dans son orbite autour du Soleil.

Il est évident qu'on observeroit de meme dans les autres Planetes des mouvemens apparens du Soleil plus ou moins

grands, selon qu'elles tournent plus ou moins vite autour de ce Corps lumineux ; de sorte que si nous habitons ces mêmes Planètes, nous verrions le Soleil décrire précisément le même cercle dans la sphère des Etoiles fixes & y employer le même tems, qu'on l'observeroit à l'égard de chacune de ces Planètes, si l'œil au contraire étoit placé dans le Soleil. Je suppose, par exemple, que nous soyons dans Jupiter, nous y verrions le Soleil tourner autour de cette Planète dans un tems fort long, & dans un^e cercle peu différent de notre Ecliptique : mais nous verrions aussi les mouvemens du Soleil plus lents qu'ils ne nous paroissent de dessus la Terre ; car le Soleil passant successivement par différentes Etoiles, ne retourneroit à la même place, c'est-à-dire, n'acheveroit sa révolution que dans l'espace de douze années.

C'est ainsi qu'on peut encore s'imaginer pourquoi l'on verroit de Saturne décrire au Soleil un autre cercle encore plus grand & dans un tems beaucoup plus long ; puisque cette Planète emploie près de trente ans à achever sa révolution périodique. Mais puisqu'il n'est pas possible que le Soleil ait en même tems tous ces différens mouvemens ; qu'il se meuve tout à la fois fort vite & très-lentement, & que d'ailleurs il n'y a pas de raison pourquoi un de ces mouvemens apparens vû d'une Planète comme de la Terre, appartiendroit plutôt au Soleil, que celui qui seroit vû de Jupiter ou de Saturne, il s'ensuit que tous ces mouvemens apparens du Soleil ne lui sont pas propres, qu'il n'en a en effet aucuns ; qu'en un mot ce ne sont là que des apparences dont il faut attribuer la cause aux mouvemens réels des Planètes.

Maintenant que nous avons assez parlé du mouvement annuel de la Terre dans son orbite, il est nécessaire de parler aussi de ce qui concerne sa Rotation ou de la révolution diurne de la Terre autour de son axe, qui se fait

On pourroit observer des mouvemens à peu près semblables, & qu'on attribuerait au Soleil, si l'on se trouvoit successivement dans chaque Planète.

La Rotation de la Terre autour de son axe.

Les Poles.

d'Occident en Orient. Mais nous remarquerons auparavant que de même que les deux points où se rencontrent les deux extrémités de l'axe de la Terre, se nomment les deux Poles, de même les deux autres points où cet axe prolongé rencontre la surface concave de la sphere des Étoiles fixes, se nomment aussi les deux Poles du Monde. De plus excepté les deux Poles, tous les autres points de la surface de la Terre décrivent par le mouvement diurne de Rotation une circonférence plus ou moins grande, selon que ces points sont plus ou moins éloignés des Poles. Il n'y a donc que les deux Poles de la Terre qui soient exempts du mouvement de rotation, tout le reste étant dans un mouvement continuel. Ainsi les lieux de la Terre qui sont également éloignés des deux Poles seront exposés au mouvement le plus rapide, parce qu'ils sont en effet situés de maniere qu'ils décrivent le plus grand cercle; on nomme ce cercle l'*Equateur* ou l'*Equinoxial*; au lieu que tous les autres petits cercles compris entre l'*Equateur* & les Poles, sont appelés cercles paralleles.

L'Equateur
& ses Paralle-
les.

Le Cercle de
l'Horizon.

Si l'on conçoit aussi qu'à chaque lieu que nous occupons sur la surface de la Terre, il passe un plan qui ne la touche qu'en ce seul point, & qui étant prolongé de tous côtés soit terminé dans la sphere des Étoiles fixes; ce plan à cause de la prodigieuse petitesse de la Terre, divisera le Ciel en deux parties égales, & y formera un grand cercle. C'est ce cercle que nous appellons l'*Horizon*. Il sépare la partie visible ou supérieure du Ciel, d'avec la partie inférieure, & qui nous est invisible à cause de la rondeur de la Terre qui n'est point transparente, mais opaque. Cet horizon n'est proprement que l'horizon sensible, mais il ne differe qu'insensiblement de l'horizon rationnel qui lui est parallele, & qui passe par le centre de la Terre. De plus, ces deux cercles, quoique paralleles, sont censés se rencontrer dans le même lieu du Ciel,

L'Horizon
sensible.

L'Horizon
rationnel.

parce qu'un aussi petit intervalle qu'est le demi-diametre de la Terre , & qui est compris entre ces deux horizons , s'évanouit aussi-tôt qu'on le compare à une distance aussi énorme qu'est le rayon de la sphere des Etoiles fixes.

PLANCHE I.
Figure 16.

Considérons présentement la rotation de la Terre autour de son axe. Il doit d'abord paroître évident que le Spectateur qui se trouve à la surface , doit être emporté , & par conséquent tourner de la même maniere vers l'Orient que le plan de son propre horizon , qui est l'unique terme d'où il mesure la hauteur apparente de tous les Astres. Or il arrive de là que la partie du Ciel qu'il ne voyoit pas auparavant du côté de l'Orient , parce qu'elle étoit au-dessous de l'horizon , doit se découvrir à son égard , pendant que du côté de l'Occident il perdra de vûe peu à peu tous les lieux du Ciel qu'il voyoit élevés au-dessus de son horizon quelques moments auparavant. Il verra donc les Astres se lever d'un côté , monter ensuite & s'abaisser de l'autre pour se coucher dans l'horizon. C'est-là l'origine des noms *Lever & Coucher*, qu'on a donnés à ces deux points opposés. Il est donc vrai de dire que le mouvement de rotation de la Terre est la cause de ces mouvemens des Corps célestes vers l'Occident que nous observons chaque jour. Ces mouvemens nous paroissent tels , parce qu'on est naturellement porté à croire que la masse entiere du Ciel étoilé , le Soleil & toutes les Planetes , sont emportés véritablement d'Orient en Occident d'un mouvement uniforme & régulier ; & qu'enfin tous les différens points que nous remarquons dans le Ciel , décrivent autour de l'axe de la Terre des cercles plus ou moins grands , selon qu'ils sont plus ou moins éloignés des deux Poles : ceux-ci , comme on l'a déjà dit , étant les seuls points du Ciel que l'on remarque constamment immobiles.

La Rotation de la Terre autour de son Axe est l'unique cause du mouvement apparent de tous les Astres, d'Orient en Occident, & qui se fait en 24 heures.

Quoique la lumiere des Etoiles fixes se répande continuellement sur la surface de la Terre , néantmoins celle

Du Jour.

du Soleil est si grande, qu'elle efface, lorsqu'il est une fois levé sur l'horizon, la plus grande partie de l'éclat que nous voyons autour des Etoiles fixes; ce qui fait que sans les lunettes d'approche nous ne pouvons voir les Etoiles en plein midi. Mais lorsqu'il arrive quelqu'éclipse du Soleil en plein jour, ou bien lorsque le Soleil est descendu sous l'horizon; c'est-à-dire, pour parler plus exactement, lorsque notre horizon s'est élevé au-dessus de

De la Nuit.

cet Astre, alors il fait nuit, & l'on peut appercevoir toutes les Etoiles fixes. Nous avons déjà dit que la surface ou le globe entier de la Terre, puisqu'elle est à très-peu près sphérique, est un amas de matiere opaque, ou qui absorbe tellement les rayons, qu'elle n'en laisse jamais passer aucun, au contraire de ce qui arrive à l'égard de tous les Corps transparens. Ainsi le Soleil n'en peut éclairer que la moitié, & le reste est plongé dans une obscurité profonde. On peut donc se représenter ici un grand cercle qui sépare continuellement la moitié de la Terre qui est éclairée de celle qui se trouve dans l'ombre, c'est-à-dire, de celle qui ne reçoit aucun des rayons du Soleil. C'est ce cercle que nous appellerons dans la suite *le Terme de la lumiere & de l'ombre*, & sur le plan duquel est toujours perpendiculaire la ligne droite tirée du centre du Soleil au centre de la Terre.

Le terme de la lumiere & de l'ombre est toujours un grand cercle de la surface terrestre.

L'Axe de la Terre n'est point perpendiculaire au plan de l'Ecliptique.

Si l'axe de la Terre étoit perpendiculaire au plan de l'orbite (lequel est le même que le plan de l'Ecliptique) le terme de la lumiere & de l'ombre passeroit perpétuellement par les Poles, & diviseroit par conséquent l'Equateur & ses paralleles en deux parties égales; de sorte que le Soleil & tous les Astres paroïtroient en ce cas un aussi long-tems sur l'horizon, qu'ils en emploieroient à parcourir la partie inférieure & invisible du Ciel, & dans cette supposition les jours devoient être égaux aux nuits par toute la Terre & dans tous les tems. Mais l'axe de la Terre n'est point

point perpendiculaire au plan de l'Ecliptique ; il y est incliné de $66^{\circ}\frac{1}{2}$. Ainsi le plan de l'Equateur est très-différent du plan de l'Ecliptique ; & il s'en faut bien que ces deux plans ne forment qu'un même cercle ; car il est évident que le plan de l'Equateur terrestre étant prolongé dans le Ciel , y forme aussi un grand cercle qu'on appelle l'Equateur céleste , ou l'Equinoxial ; de sorte que les plans de l'Ecliptique & de l'Equateur forment entr'eux un angle de $23^{\circ}\frac{1}{2}$.

La Terre parcourt son orbite de maniere que son axe demeure toujours parallele à lui-même ou à sa premiere direction , ce qu'il est aisé de concevoir si l'on imagine une fois une ligne tirée parallelement à l'axe dans telle faison ou telle situation de la Terre que l'on voudra : car cet axe lui demeurera toujours parallele dans quelque point que ce soit de l'orbite où la Terre se trouve : il ne changera jamais sa premiere inclinaison , mais il paroîtra constamment dirigé vers le même point du Ciel : cela comme l'on voit , doit arriver naturellement si la Terre parcourant son orbite , n'a d'autre mouvement propre que celui de Rotation autour de son axe. Car soit une Planete quelconqué , dont le centre parcourre une petite portion de son orbite , qu'on peut regarder ici comme une ligne droite AB : cet Astre étant en A , si l'on tire un diametre CD incliné sous un certain angle à la ligne AB ; il est évident que si cette Planete n'a d'autre mouvement que celui selon lequel elle s'avance de A vers B , son diametre CD ne doit jamais avoir d'autre direction que selon la ligne cd parallele au premier diametre CD : mais si outre ce mouvement de translation , on imagine que la Planete en ait un autre de Rotation autour de son axe CD , quoiqu'il soit vrai de dire en ce cas que tous les autres diametres de cette Planete changent continuellement de direction , le vrai axe CD ou cd , est néanmoins exempt de ce

PLANCHE I.
Figure 17.

mouvement de rotation : il ne ſçauroit changer ſa direction, mais il doit toujours demeure parallele à lui-même en quelqu'endroit qu'il ſe trouve.

Cette explication eſt ſi ſimple & ſi naturelle, qu'il eſt aſſez ridicule que certains Philoſophes aient eu beſoin de ſuppoſer un troiſieme mouvement pour expliquer le paralléliſme de l'axe de la Terre. On conviendra ſans doute qu'il ſuffit que la Terre n'ait d'autre mouvement que les deux dont nous avons parlé ci-deſſus, c'eſt-à-dire celui de Tranſlation & celui de Rotation autour de ſon axe. Car quoiqu'elle n'en ait pas un troiſieme, ſon axe n'en eſt pas moins exactement dirigé au même point du Ciel, & il eſt impoſſible qu'il ne ſoit toujours parallele à lui-même.

Puiſque le plan de l'Equateur eſt incliné à celui de l'Ecliptique, il faut néceſſairement que les plans de ces deux cercles ſe coupent dans une ligne droite, & que par conféquent leur ſection commune ſe trouve aſſi parallele à elle-même, pendant tous le tems que la Terre parcourt ſon orbite. On peut alléguer ici les mêmes raiſons que celles qui ont été rapportées pour prouver le paralléliſme de ſon axe. Or il ſuit de-là que cette ſection commune ſera toujours dirigée aux deux points de l'Ecliptique diamétralement oppoſés; c'eſt-à-dire qu'elle ſera conſtamment dirigée aux mêmes points de l'Univers.

Si par cette commune ſection & par les poles du Monde on fait paſſer un grand cercle de la ſphere, ce cercle ſera celui qu'on nomme *le Colure des Equinoxes*, de même qu'on nomme *Colure des Solſtices* l'autre grand cercle qui lui eſt perpendiculaire, & qui paſſe aſſi par les Poles. Ce dernier déſigne par ſon interſection avec l'Ecliptique les deux points où ce cercle eſt le plus éloigné de l'Equateur. Mais puiſque le même Colure des Solſtices coupe à angles droits l'Ecliptique & l'Equateur, il ſ'enſuit qu'il paſſe par les Poles de ces deux cercles. Enfin

Le Colure
des Equino-
xes.

Le Colure
des Solſtices.

les quatre points où ces deux colures coupent l'Ecliptique, sont regardés comme les quatre points cardinaux; parce que quand le Soleil s'y rencontre, on commence à compter dès-lors le commencement de l'une des quatre saisons de l'année. L'interfection du colure des Equinoxes avec l'Ecliptique détermine les points équinoxiaux, & celle du colure des Solstices avec l'Ecliptique, détermine les points ou les tems auxquels arrivent les Solstices.

Supposons maintenant que l'œil regarde obliquement le plan de l'orbite de la Terre, dont la projection selon les regles de la Perspective, doit paroître alors une ovale ou ellipse, au milieu de laquelle se trouve le Soleil en *S*: si l'on mene par le centre de cet Astre la droite $\gamma S \underline{=}$ parallele à la section commune de l'Ecliptique & de l'Equateur, & qui rencontre l'Ecliptique en deux points γ & $\underline{=}$; il est clair que lorsque la Terre paroitra dans l'un de ces deux points, la ligne $\gamma \underline{=}$ qui joint les centres de la Terre & du Soleil, sera pour lors dans la section commune des deux plans. Cette ligne, dis-je, de même que la section commune des plans de l'Ecliptique & de l'Equateur ne doivent former qu'une même ligne droite: elle sera donc en ce cas perpendiculaire à l'axe de la Terre, puisque c'est une de celles qui se trouvent dans le plan de l'Equateur. Mais cette même ligne droite étant aussi perpendiculaire au plan du cercle, que nous avons dit être le terme de la lumiere & de l'ombre, il suit que l'axe de la Terre se trouvera pour lors dans le plan de ce cercle, & passera par conséquent par les Poles; ensorte qu'il divisera tous les paralleles à l'Equateur en deux parties égales. La Terre étant donc au commencement de $\underline{=}$ & le Soleil paroissant pour lors au commencement du γ dans la commune section des plans de l'Ecliptique & de l'Equateur, cet Astre doit par conséquent nous paroître alors dans l'Equateur céleste sans aucune déclinaison, soit au

PLANCHE I.
Figure 13.

Ce que l'on doit observer lorsque la Terre est en $\underline{=}$ & que le Soleil est vu en γ .

Nord soit au Midi, étant à égales distances des Poles. Il est encore évident qu'il paroîtra décrire par son mouvement diurne le cercle Equinoxial dont nous avons parlé ci-dessus; de maniere que dans cette situation sa lumiere répandue sur la Terre, doit se terminer également aux deux Poles *A* & *B*, & que le grand cercle où se termine cette lumiere, divisera en deux parties égales tous les petits cercles paralleles à l'Equateur. Mais parce que tous les lieux de la Terre sont emportés d'un mouvement uniforme par la Rotation qui se fait autour de son axe en 24 heures, il s'enfuit qu'on y appercevra pour lors les jours égaux aux nuits, chaque point de la surface de la Terre demeurant autant plongé dans les ténèbres qu'exposé aux rayons qui émanent du disque apparent du Soleil: or puisque pendant tout ce tems le jour est précisément égal à la nuit, on a pour cette raison nommé l'Equinoxial le cercle que le Soleil parcourt dans ces tems-là.

Le mouvement annuel de la Terre sur son orbite détruit bientôt cette uniformité; car cette Planete étant transportée depuis \sphericalangle , \mathfrak{m} , \Rightarrow , jusques en \sphericalangle , il arrive pour lors que la section des plans de l'Equateur & de l'Ecliptique, qui reste comme nous l'avons dit parallele à elle-même sans changer de direction, ne passe plus par le centre du Soleil, mais s'en écarte peu à peu considérablement. Elle forme bien en \sphericalangle un angle droit avec la ligne *SP* tirée du centre du Soleil au centre de la Terre: mais parce que cette ligne *SP* est dans le plan de l'Ecliptique & non pas dans celui de l'Equateur, l'angle *BPS* formé par l'axe de la Terre avec la ligne *BP* n'est plus un angle droit, mais un angle aigu de $66^{\circ}\frac{1}{2}$; c'est-à-dire, égal à l'inclinaison de cet axe sur le plan de l'Ecliptique. Faisant donc au point *P* l'angle droit *SPL*, il est clair que le terme de la lumiere & de l'ombre passera par le point *L*, & que l'arc *BL* ou l'angle *BPL* sera de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, sçavoir égal

Ce que l'on doit observer lorsque la Terre est en \sphericalangle & que le Soleil paroit au point \sphericalangle du Solstice d'Été.

au complement à 90° de l'angle BPS . Mais faisant aussi l'angle droit BPE , il suit que la ligne PE sera dans le plan de l'Equateur; d'où l'on voit que puisque l'arc BE est égal à LT , l'un & l'autre étant de 90° , & que l'arc BT de $66^\circ\frac{1}{2}$ leur est commun, les deux autres arcs TE, LB , seront chacun de $23^\circ\frac{1}{2}$, & par conséquent égaux. Il faut faire maintenant EM égal à ET , & décrire par les points T & M les deux paralleles à l'Equateur TC, MN , qui seront les deux Tropiques, dont l'inférieur MN se nomme le *Tropique du Capricorne* ♑, & l'autre TC le *Tropique du Cancer* ou de l'*Ecrevisse* ♋. Or dans cette situation de la Terre, le Soleil est à plomb ou perpendiculairement élevé sur le point T , & c'est le tems où il est le plus éloigné de l'Equateur, c'est-à-dire, dans sa plus grande déclinaison possible vers le Pole boréal. Le cercle qu'il paroît pour lors décrire par son mouvement diurne, se trouve dans le Ciel directement au-dessus du cercle TC de la Terre, & se nomme par conséquent le Tropique céleste du ♋: mais la révolution diurne de la Terre autour de son axe immobile, est cause que tous les points de la Terre qui sont sous ce même parallele à l'Equateur, doivent passer successivement par ce point T où l'œil apperçoit le Soleil perpendiculaire: ainsi le Soleil paroîtra pour lors à l'instant du midi à plomb ou vertical à tous les habitans de ce parallele. Enfin tant que la Terre demeurera dans cette situation, il est nécessaire que le cercle qui représente le terme de la lumiere & de l'ombre se trouve au-delà du Pole boréal B , étant parvenu jusqu'en L ; & qu'au contraire il soit écarté jusqu'en F du Pole austral A , & cela pendant plusieurs jours. Si l'on décrit donc enfin par les point L & F les deux paralleles à l'Equateur, on aura les deux *Cercles Polaires* qu'on nomme *Arctique* & *Antarctique*, & c'est toute cette région de la Terre comprise entre le Pole boréal & le cercle Polaire arctique KL qui

Les deux Tropiques.

Les deux Polaires.

demeurera pour lors dans un jour perpétuel , malgré la Rotation diurne de la Terre autour de son axe. Car le Soleil répand alors toujours sa lumière jusqu'à ce cercle Polaire , qui est tout entier au-delà du terme de la lumière & de l'ombre, les rayons ne pouvant plus, indépendamment de la Rotation de la Terre, s'étendre au-delà du cercle Polaire arctique. Au contraire l'autre région opposée de la Terre , laquelle est comprise entre le Pole austral & le Cercle polaire antarctique , se trouvera pour lors plongée dans de profondes ténèbres : on n'y verra plus le Soleil , & le jour qu'on aura vû diminuer ou qu'on a perdu peu à peu dans l'espace de trois mois aura été changé en une nuit continuelle. On voit aussi par là que dans les autres cercles paralleles compris entre l'Equateur & le Cercle polaire arctique ou antarctique , il se trouve une partie d'autant plus grande de ces Cercles plongée dans la lumière ou dans la nuit , qu'ils sont plus éloignés de l'Equateur ou plus avancés vers les Poles. C'est pourquoi dans cette situation de la Terre où l'on suppose que le Soleil paroît au ☉ , il est nécessaire que tous les habitans de l'hémisphère septentrional depuis l'Equateur jusqu'au Cercle polaire jouissent des plus longs jours & qu'ils n'aient que des nuits très-courtes , ce qui est à leur égard la saison qu'on nomme l'Été ; & qu'au contraire dans l'hémisphère qu'on nomme méridional , les nuits y soient alors fort longues , & que les habitans s'y trouvent dans cette saison qu'on nomme l'Hiver , puisque leurs jours sont les plus courts & que le froid les pénètre alors davantage que dans les autres saisons de l'année.

Des plus
longs jours de
l'année.

Des plus
courts jours.

Après avoir expliqué pourquoi les lieux de la Terre où l'on doit observer les plus longs jours & les nuits les plus courtes , sont ceux qui sont les plus éloignés de l'Equateur , il est à propos de considérer que de tous les cercles paralleles , il n'y en a aucun qui soit véritablement un

grand cercle , & partant qu'il ne ſçauroit y avoir que l'Equateur qui puiſſe être coupé en deux également par ce grand cercle que nous avons nommé le terme de la lumiere & de l'ombre : or il ſuit de là qu'il n'y a ſur la Terre que les habitans de l'Equateur qui ayent l'avantage de conſerver leurs jours égaux aux nuits dans toutes les faiſons de l'année.

Suppoſons en troiſieme lieu que la Terre ſ'avance ſur ſon orbite depuis φ , ω , χ , juſqu'au γ , pendant lequel tems le Soleil paroîtra parcourir les ſignes φ , Ω & η , alors on verra cet Aſtre ſe rapprocher peu à peu de l'Equateur , de maniere que la Terre étant une fois en γ , le Soleil paroîtra pour lors en ω , & ſe trouvera pour la ſeconde fois dans la commune ſection de l'Ecliptique & de l'Equateur , puisqu'elle ſ'eſt toujours avancée dans une ſituation parallele. C'eſt pourquoi le Soleil doit alors paroître dans le cercle équinoxial , ce qui doit donner encore les jours égaux aux nuits dans toute l'étendue de la ſurface de la Terre , & cela précifément de la même maniere qu'il eſt arrivé lorſque la Terre étoit en ω ou que le Soleil paroifſoit en γ . Dans ce cas le terme de la lumiere & de l'ombre paſſera encore par les deux Poles , & l'on a pu remarquer, par ce que nous avons dit juſqu'ici, qu'il n'y a que le Pole ſeptentrional *B* qui ſ'eſt trouvé continuellement éclairé du Soleil pendant l'eſpace de ſix mois que la Terre a employé à parcourir la moitié de ſon orbite depuis ω juſqu'en γ ; & qu'au contraire le Pole meridional a été conſtamment plongé dans l'ombre ou dans la nuit pendant le même intervalle de tems.

Enfin la Terre venant à ſ'avancer ſelon la fuite des ſignes γ , δ & π , c'eſt-à-dire , le Soleil paroifſant parcourir les ſignes ω , η & θ , il doit ſ'éloigner peu à peu de l'Equateur , de maniere que la Terre étant une fois parvenue en φ , le Soleil paroîtra pour lors au commencement du φ de la ſphere des Etoiles fixes. D'ailleurs l'axe

Ce qui doit ſ'obſerver lorſque le Soleil paroît dans le point équinoxial de l'Automne.

Ce qui doit arriver lorſque le Soleil paroît au φ qui eſt le point du Solſtice d'Hiver.

de la Terre n'ayant point changé sa direction , puisqu'il a conservé son parallélisme , la Terre se présentera pour lors au Soleil avec la même inclinaison de son axe , qu'elle s'y présentoit six mois auparavant lorsqu'elle étoit au commencement du ☉ ; mais avec cette différence qu'au lieu que la region renfermée dans le cercle *KL* étoit éclairée du Soleil lorsque la Terre passoit au point ☉ de son orbite , au contraire la Terre étant en ☿ , cette même région se trouvera entièrement plongée dans l'ombre , & enfin celle qui lui est opposée , ou qui est terminée par le cercle *FG* , se trouvera éclairée du Soleil dans toute son étendue , au lieu qu'elle étoit six mois auparavant dans une nuit profonde , parce qu'elle ne recevoit point les rayons du Soleil.

De même tous les paralleles qui sont entre l'Equateur & le Pole septentrional *B* , feront alors pour la plus grande partie plongés dans l'ombre , au contraire de ce qu'on remarquoit six mois auparavant ; au lieu que vers le Pole meridional *A* , plus de la moitié de la circonférence de ces cercles paralleles sera éclairée du Soleil , là où six mois auparavant on a pu remarquer que c'étoit la plus grande partie de la circonférence de ces mêmes cercles qui étoit plongée dans l'ombre. Enfin le Soleil paroîtra pour lors à plomb ou vertical aux habitans du Tropicque *MN* , comme s'il avoit effectivement descendu à l'égard de la surface de la Terre , depuis le parallele ou Tropicque qui répond à *TC* jusqu'à l'autre Tropicque celeste qui répond à *MN* , c'est-à-dire selon l'arc *CQN* de 47° . Il n'est pas moins évident que des deux diverses manieres dont la Terre se présente au Soleil tous les six mois , il en doit résulter cette regle générale ; sçavoir que dans les lieux de l'hémisphere septentrional ou meridional compris entre les Poles & les Tropicques , le Soleil doit paroître de 47° plus près du zénit dans un tems de l'année , que dans l'autre ; c'est-à-dire ,

Le Soleil s'approche plus , dans un tems de l'année que dans l'autre , du zénit des habitans situés par de là les Tropicques d'environ 47° .

dire , qu'il doit s'approcher du Pole , ou monter tous les jours dans le Méridien depuis le Solstice d'hiver jusqu'à celui d'été , comme s'il ne parcouroit autre chose que l'arc de ce Méridien lequel est d'environ 47° . Il ne faut donc pas s'imaginer pour cela que c'est la Terre qui tantôt s'éleve & tantôt s'abaisse par un mouvement particulier ; au contraire ces changemens n'arrivent que parce qu'elle ne s'éleve , ni ne sçauroit s'abaisser , mais qu'elle se présente toujours de la même maniere par rapport au reste de l'Univers , ou plutôt à l'égard des Etoiles. Il n'y a qu'à l'égard du Soleil qu'elle est inclinée différemment , parce qu'elle parcourt chaque année (son axe étant dans une inclinaison constante) une orbite à l'entour de cet Astre , & qu'elle doit par conséquent lui présenter ce même axe sous différentes obliquités à mesure qu'elle tourne.

On peut faire une expérience assez simple pour mieux comprendre ce que nous venons de dire : elle consiste à exposer dans une chambre obscure un globe à une bougie qui dans ce cas représentera le Soleil : si l'on prend ce globe pour la Terre , & que l'on y marque les Poles , l'Equateur , le Méridien & quelques uns des Paralleles , qu'enfin on le suspende de maniere que son axe au lieu d'être perpendiculaire au plan de l'horizon , qu'il faut regarder ici comme l'Ecliptique , y soit incliné de plusieurs degrés ; alors tournant ce globe de maniere qu'un de ses Poles regarde le Nord & l'autre le Midi , & que la lumiere de la bougie éclaire également l'un & l'autre Pole , (il faut tâcher de conserver exactement dans cette opération le parallélisme ou la même position de l'axe) on le fera tourner ainsi autour de la circonférence d'un plan circulaire parallele à l'horizon , au centre duquel la bougie est immobile , & dès-lors on pourra observer à loisir la maniere dont le Pole , les Paralleles , & l'Equateur de ce globe seront éclairés ; car il sera facile de remarquer

Expérience
qui peut confirmer d'une maniere plus sensible ce que l'on vient d'établir.

les mêmes phénomènes que nous venons d'expliquer par rapport à la Terre & au Soleil.

Dans toute autre Planete on observeroit, à quelques circonstances près, les mêmes apparences que celles qui sont produites ici par le mouvement de Rotation de la Terre autour de son axe. Par exemple, Jupiter tournant en près de dix heures sur son axe, un Observateur placé dans Jupiter doit appercevoir toutes les Etoiles, la Terre & le Soleil emportés d'un mouvement au moins deux fois plus rapide d'Orient en Occident : mais d'autant que l'axe de Jupiter est à peu près perpendiculaire au plan de son orbite, il faut que le cercle qui représente dans cette Planete le terme de la lumière & de l'ombre, passe continuellement par les Poles de Jupiter, de sorte que les jours y sont perpétuellement égaux aux nuits, & par conséquent dans cette Planete on ne doit point éprouver toutes les vicissitudes des saisons ; il n'y a point d'Été ni d'Hiver ; en un mot c'est la même température qui y regne pendant tout le cours de la révolution de cette Planete dans son orbite autour du Soleil.

Si par le centre de la Terre ou du Soleil (car c'est la même chose, puisque leur distance n'est rien en comparaison de celle des Etoiles fixes, l'orbite de la Terre ne paroissant des Etoiles que comme un seul point) on imagine une ligne perpendiculaire au plan de l'Ecliptique & qui soit prolongée de part & d'autre dans le Ciel, cette ligne sera l'*axe de l'Ecliptique* ; & les points où cet axe rencontrera la sphere des Etoiles fixes, seront *les Poles de l'Ecliptique*. Enfin si l'on mene par ces Poles, des cercles qui passent par toutes les Etoiles, l'on conçoit aisément que ces cercles seront de grands cercles de la sphere, qui seront perpendiculaires à l'Ecliptique : on les a nommés *Cercles de latitude*. Or la Latitude ou la distance d'un Astre à l'Ecliptique, se mesure par l'arc d'un de ces

L'Axede l'E-
cliptique.
Les Poles de
l'Ecliptique.

Les cercles
secondaires de
l'Ecliptique.

grands cercles perpendiculaires, compris entre cet Astre & l'Ecliptique : mais la Longitude d'une Etoile, est l'arc de l'Ecliptique compris entre la section faite en γ & l'interfection de l'Ecliptique & du cercle de la latitude qui passe par l'Etoile.

La latitude
d'un Astre.
Sa longitude.

Semblablement, si par le Pole de l'Equateur terrestre, qui est le Pole de la Terre, l'on mene plusieurs grands cercles qui passent par les principaux lieux de la surface, & qui soient par conséquent perpendiculaires à l'Equateur, ces cercles prennent le nom de Méridiens, ou cercles de longitude: mais chacun retient le nom du Méridien d'un lieu particulier. Lorsque le Soleil passe par le plan de ce Méridien, il est midi pour tous les peuples qui se trouvent dans le demi-cercle ou du même côté de la circonférence de ce cercle. La latitude d'un lieu sur la Terre, est l'arc du Méridien compris entre ce lieu & l'Equateur; & la longitude du même lieu, est l'arc de l'Equateur compris entre le point de l'interfection commune de l'Equateur & du Méridien de ce lieu, & un autre point fixe dont on est convenu.

Ce que c'est
que la latitude
d'un lieu sur
Terre.
La longitude.

CHAPITRE HUITIEME.

*De quelques autres Phénomènes qui dépendent du
Mouvement de la Terre.*

P U I S Q U E la Terre tourne autour du Soleil de manière que son axe demeure constamment parallèle à lui-même pendant tout le tems de sa révolution, il est facile de concevoir que dans les différentes saisons de l'année, ce même axe doit être dirigé à différens points du Ciel, & qu'il seroit même dirigé à différentes Etoiles fixes, si elles n'étoient pas à une distance presqu'infinie à

l'égard de la Terre. Car l'Etoile, ou le point du Ciel qui se trouveroit en Eté, par exemple, dans la direction des Poles de la Terre, ne devoit plus y paroître dirigé en Hiver, puisque le vrai point du Ciel où l'axe de la Terre répondroit dans cette dernière saison, sembleroit écarté du premier, d'un intervalle égal au diamètre de l'orbe terrestre.

PLANCHE II.
 Figure 1.
 Si la Terre décrit un orbe annuel autour du Soleil, son axe doit par conséquent répondre dans chaque saison de l'année à différentes Etoiles, à moins qu'on ne les suppose à une distance presqu'imminente du Soleil ou de la Terre.

Ce que l'on entend par la Parallaxe du grand orbe.

Soit $ACBD$ l'orbite de la Terre, au centre de laquelle est le Soleil, sçavoir en S : il est évident que si la Terre est en A & son axe dirigé vers quelque Etoile fixe E , qui se trouve par conséquent à plomb ou verticale sur l'un des Poles; lorsque la Terre six mois après sera parvenue en B , & que par conséquent son axe sera dans une direction parallèle à la ligne AE , alors ce même axe ne doit plus être dirigé à la même Etoile E , mais à une autre Etoile F ; enforte que la distance de ces deux Etoiles l'une à l'égard de l'autre soit précisément égale au diamètre AB de l'orbite de la Terre. Cela supposé l'angle sous lequel on appercevra ces deux Etoiles, c'est-à-dire, leur distance apparente, seroit mesuré par EBF , qui est égal à l'angle AEB par la 29^{me} Prop. du 1^{er} Livre d'Euclide. Or ce dernier angle AEB est celui sous lequel un Observateur placé dans l'Etoile en E verroit le diamètre de l'orbite terrestre, que les Astronomes désignent autrement sous le nom de grand orbe: c'est pourquoi ils ont nommé l'angle EBF ou AEB la parallaxe du grand Orbe. Il est certain maintenant que si l'on pouvoit observer assez exactement cet angle ou cette parallaxe, on auroit aussi-tôt la distance de l'Etoile à la Terre, relativement à celle de la Terre au Soleil. Car dans le triangle EAB , on connoît l'angle E égal à l'angle EBF déterminé par l'observation; on connoît aussi l'angle EAB qui est droit ou de 90° au tems des Equinoxes, dans les Solstices de $66^\circ\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, égal à l'inclinaison de l'axe de la Terre sur le plan

de l'orbite, & en général qui est toujours égal au complément de la déclinaison du Soleil. Ainsi connoissant tous les angles & le côté *AB*, on peut calculer facilement par la Trigonometrie le côté *AE*, c'est-à-dire, la distance de l'Etoile à la Terre.

Cette méthode de trouver la parallaxe ou la distance des Etoiles fixes a été tentée, mais sans aucun succès principalement dans ces derniers siècles. On a reconnu depuis long-tems que l'angle *EBF* est si petit, qu'à peine peut-on le soupçonner de quelque grandeur sensible, même en y employant les meilleurs instrumens d'Astronomie. Ce qu'il y a de très-certain, c'est qu'on l'a trouvé jusqu'ici beaucoup plus petit qu'une minute *: & parce que sur un aussi petit angle la moindre erreur produit aussi-tôt des différences étonnantes ou excessives dans le calcul des distances, il n'est gueres possible de pouvoir rien conclure de bien précis sur la distance des Etoiles, de tout ce qui a été observé à ce sujet. Car, si l'on suppose la parallaxe de l'orbe annuel de 42'' telle que Flamsteed ** l'a déterminée, & si l'on suppose aussi qu'il l'ait observée trop grande de 25'', ce qui est possible, puisqu'il est difficile de ne pas se tromper de cette quantité dans l'observation, il résulteroit de là que la vraie distance des Etoiles

La Parallaxe du grand orbe n'a pu être aperçue jusqu'ici & s'est trouvée presque insensible.

On ne sauroit gueres espérer de déterminer par cette voie la distance des Etoiles fixes.

* L'Auteur pourroit bien dire aujourd'hui que cet angle ne s'est pas même trouvé d'une seconde dans le grand nombre d'Etoiles qui ont été observées jusqu'ici avec d'excellens secteurs à Wansted proche de Londres, & à Paris près la rue de Louis le Grand. *Trans. Philos. & Degré du Meridien entre Paris & Amiens.*

** Les deux Auteurs des Elémens d'Astronomie Keill & *Wifflon* n'avoient pas assez réfléchi ni recherché ce qui avoit été publié sur cette matiere lorsqu'ils ont raisonné l'un & l'autre d'après ce qui avoit été publié par Flamsteed sur la Parallaxe. *Wifflon* admettant les observations de celui-ci comme très-certaines en a voulu conclure le mouvement de la Terre, qu'il s'imaginait par là avoir prouvé d'une maniere incontestable. Il n'avoit cependant pas eu le premier cette idée sur la parallaxe; mais il la faisoit valoir d'après son Auteur. Or long-tems auparavant l'excellent Astronome M. *Picard* avoit découvert ce mouvement de l'Etoile polaire d'environ 40'', comme on le voit par ses observations rapportées dans le voyage d'Uranibourg & dans l'Histoire Céleste; & dès l'an 1680 il avoit publié sa découverte où il prouvoit évidemment qu'un mouvement si singulier dans cette Etoile ne pouvoit être causé par le mouvement de la Terre dans son orbite, ni par le changement des Réfractions.

Fig. 1.

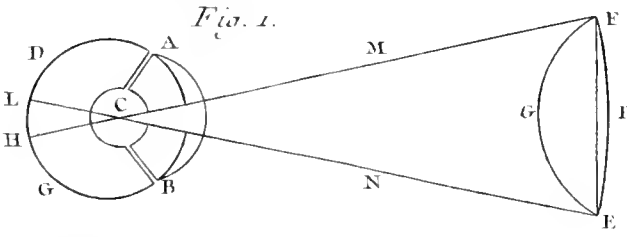


Fig. 2.

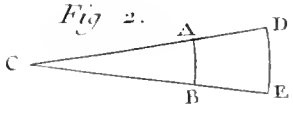


Fig. 3.



Fig. 4.

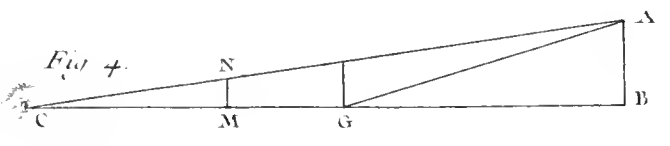


Fig. 5.

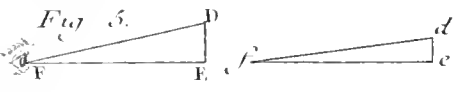


Fig. 7.

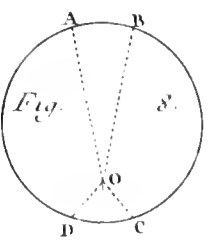
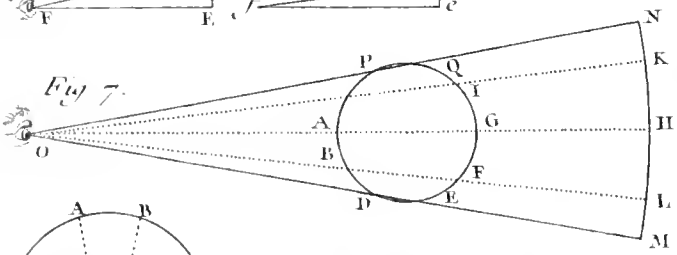


Fig. 9.

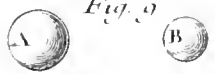


Fig. 10.

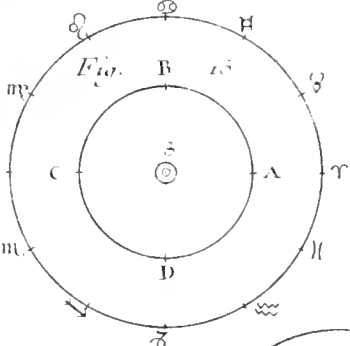


Fig. 11.

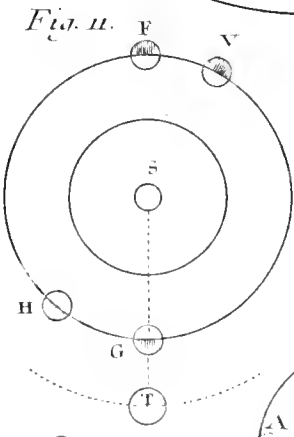


Fig. 12.

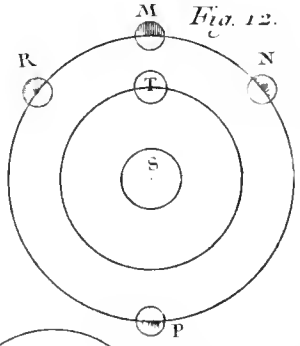


Fig. 13.

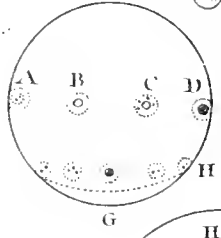


Fig. 14.

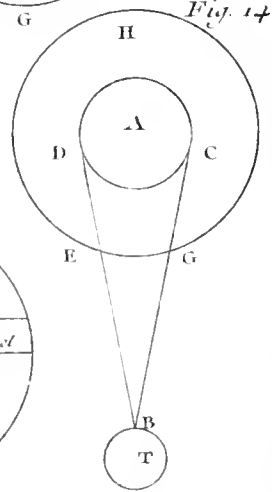


Fig. 15.

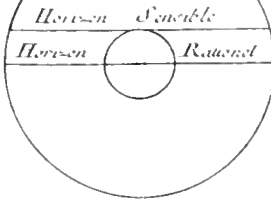


Fig. 16.

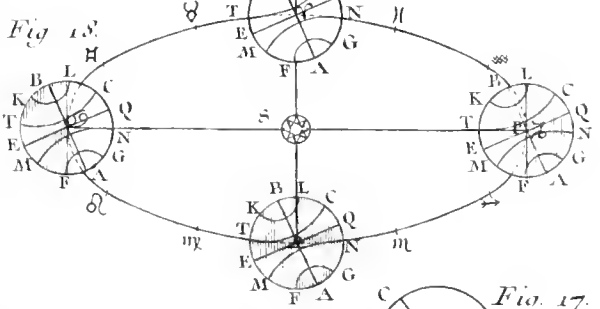
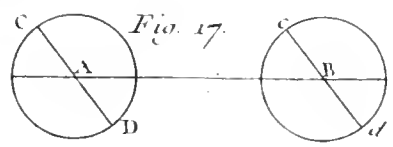


Fig. 17.



fixes feroit au moins deux fois plus grande que ne l'a observée Flamsteed. Mais il y a plus : si l'on suppose des erreurs encore plus grandes dans ces sortes d'observations de la parallaxe, de maniere qu'il y en ait qui différencient les unes des autres d'environ une minute (erreur que l'on trouve communément parmi les observations astronomiques *) alors les distances des Etoiles fixes que l'on calculeroit sur ces observations différeroient d'une quantité énorme, & la distance des Etoiles en deviendroit incertaine, & partant tout-à-fait inconnue.

* Voyez sur-tout ce qui a été dit sur les changemens qui ont pu arriver dans la hauteur du Pole. Mem. de l'Acad. 1693. Tom X. p. 360.
L'Aberration des Etoiles fixes.

Elle est causée par le mouvement réel de la Terre & par le mouvement successif de la lumiere.

[Les variations dans la hauteur de l'Etoile polaire, qui paroissoit d'environ 40 secondes plus élevée dans un tems de l'année que dans l'autre, n'ayant pu s'expliquer dans l'espace de près de cinquante ans, on découvrit enfin en 1727 qu'elles étoient causées par le mouvement successif de la lumiere combiné avec le mouvement réel de la Terre dans son orbite. Si la France a produit dans le dernier siecle les deux plus grandes découvertes de l'Astronomie physique, sçavoir l'Accourcissement du Pendule sous l'Equateur, dont Richer s'aperçut en 1672, & la Propagation ou le mouvement successif de la lumiere démontré dans l'Académie des Sciences par M. Roemer, l'Angleterre peut bien se flater aujourd'hui d'avoir annoncé la plus grande découverte de ce 18^e siecle.

Théorie de l'aberration découverte par M. Bradley.

Voici de qu'elle maniere le grand Astronome M. Bradley a expliqué la théorie de l'aberration, après avoir observé pendant deux années consécutives, que l'Etoile γ de la tête du Dragon, qui passoit à son zenit & qui est fort proche du Pole de l'Ecliptique, étoit plus méridionale de 39'' au mois de Mars qu'au mois de Septembre.

PLANCHE II.
Figure 2.

Si l'on suppose que l'œil soit emporté uniformément selon la ligne droite AB (qu'on peut bien regarder ici comme une très-petite partie de la tangente de l'orbe terrestre décrite dans l'espace de quelques minutes) & qu'il

parcourre l'intervalle compris depuis A jusqu'à B précisément dans le tems que la lumiere se meut depuis C jusqu'en B : je dis qu'au lieu d'appercevoir l'Etoile dans une direction parallele à BC , l'œil appercevra (dans le cas présent) l'Etoile selon une direction parallele à la ligne AC . Car supposons que l'œil étant entraîné depuis A jusqu'en B regarde continuellement au travers de l'axe d'un tube très-délié & qui seroit toujours parallele à lui-même suivant les directions ac , ac , &c. il est évident que si la vitesse de la lumiere a un rapport assez sensible à la vitesse de la Terre, & que ce rapport soit comme BC à AB , alors la particule de lumiere qui d'abord s'étoit trouvée à l'extrémité C du tube, coulera uniformément & sans trouver d'obstacles le long de l'axe, à mesure que le tube viendra à s'avancer ; puisque, selon la supposition, on a toujours AB est à BC comme aB est à Bc (*Euclide, Liv. vi. prop. 2*) c'est-à-dire, que l'œil ayant parcouru l'intervalle Aa la particule de lumiere a du descendre d'une maniere uniforme ou proportionnellement jusqu'en c . D'ailleurs il est aisé de voir que si l'on donnoit au tube toute autre inclination, la particule de lumiere ne pourroit plus couler le long de l'axe, mais trouveroit dès son entrée un obstacle à son passage pour peu que l'œil, qui est à son extrémité, s'avancât de A vers B . Or, puisque parmi cette multitude innombrable de rayons que lance l'Etoile & qui viennent tous parallelement à BC , il s'en trouve assez de quoi fournir continuellement de nouvelles particules qui se succedant les unes aux autres à l'extrémité du tube, coulent le long de l'axe & forment par conséquent un rayon suivant la direction AC , il est évident que ce même rayon sera l'unique qui viendra frapper l'œil, qui par conséquent ne sçauroit l'appercevoir autrement que suivant cette même direction. Maintenant si au lieu de ce tube on imagine autant de lignes droites ou petits tubes

extraordinairement fins & déliés, que la prunelle de l'œil peut admettre de rayons à la fois; le même raisonnement ayant lieu pour chacun de ces tubes, que s'il s'agissoit de celui dont nous venons de parler, l'œil ne sçauroit donc recevoir d'autres rayons de l'Etoile que ceux qui viendront suivant des directions paralleles ac ; & partant ce qui reste de rayons étant rejettés, l'Etoile doit paroître en effet là où elle n'est pas véritablement ou dans une direction différente de celle où elle seroit apperçue si l'œil restoit fixe au point B .

PLANCHE II.
Figure 3.

Si l'on prend aussi bc égal au rayon de l'orbite annuel on prouvera avec les Astronomes que la lumiere emploie sept à huit minutes à venir d'un intervalle égal à la distance du Soleil; car l'on trouvera en prenant l'angle bca de $20''$ ou égal à la moitié de l'aberration d'une Etoile située au Pole de l'Ecliptique, la petite portion ab , ou de la tangente parcourue, égale à environ $\frac{1}{100000}$ de bc , puis que bc est à ba comme le rayon est à la tangente de $20''$.

Au reste puisque les directions paralleles bc , BC , ou bien ac , AC concourent au même point du Ciel, il s'en suit qu'à mesure que la Terre s'avancera sur la circonférence de son orbite, l'arc ou la petite tangente ab qu'elle décrit chaque jour, venant à changer de direction, il en sera de même à l'égard de la ligne AC , qui dans le cours d'une année entiere aura un mouvement conique autour de BC ou AE , en sorte que prolongée dans le Ciel, son extrémité doit décrire un petit cercle autour du vrai lieu qu'occupe l'Etoile: & parce que l'angle ACB ou l'angle alterne CAE est de $20''$, il sera vrai de dire, que l'Etoile ne sçauroit jamais être apperçue dans son vrai lieu; mais qu'à chaque année elle doit recommencer à parcourir la circonférence d'un cercle autour de son véritable lieu; en sorte que si elle est au zénit, par exemple, elle pourra être vüe à son passage au Méridien alternativement $20''$ plus

au

au Nord ou plus au Midi à chaque intervalle d'environ six mois.]

Jusqu'ici nous avons supposé que l'axe de la Terre étoit perpétuellement dans une situation constante, ou qu'il conservoit exactement son parallélisme ; qu'en un mot il n'avoit d'autre mouvement que celui qui convient au mouvement annuel de la Terre dans son orbite autour du Soleil. Cependant il y a bien long-tems que les Astronomes en ont découvert un autre extrêmement lent, mais qui change peu à peu d'une très-grande quantité, le parallélisme ou la direction de cet axe. Ce changement n'est gueres sensible dans l'espace d'une ou plusieurs années, & néanmoins il devient très-considérable après plusieurs siècles. C'est pour cette raison que lorsque nous avons tâché d'expliquer ci-dessus tout ce qui regardoit le mouvement annuel de la Terre, nous avons évité de parler de ce mouvement particulier de son axe qu'on pouvoit regarder alors comme insensible, & cela afin de ne pas tomber dans un détail trop embarrassant. Car, nous le disons encore, ce changement dans la direction de l'axe n'influe qu'insensiblement chaque année sur la plupart des phénomènes dont nous avons parlé ci-dessus : ce n'est donc qu'après une longue suite d'années qu'il devient assez considérable pour qu'on puisse s'appercevoir à la vûe simple que l'axe de la Terre ne répond plus aux mêmes Étoiles. Il ne faut pas pourtant confondre ce changement de direction de l'axe avec l'inclinaison qu'il a sur le plan de l'Ecliptique. Cette inclinaison demeure constamment la même, & n'est aucunement altérée par cet autre mouvement particulier de l'axe dans le Ciel étoilé.

Pour expliquer comment cela doit arriver, & pour faire comprendre d'une manière fort simple comment un mouvement particulier dans la direction de l'axe de la Terre ne sçauroit changer son inclinaison sur le plan de l'Ecliptique.

L'axe de la Terre ne conserve pas perpétuellement son parallélisme.

PLANCHE II.
Figure 4.

L'axe de
l'Ecliptique.

Pour que l'autre Axe ou celui qui passe par les Poles de la Terre, demeure toujours incliné de la même manière sur le plan de l'Ecliptique, il est nécessaire de reconnoître que son mouvement, puisqu'il en a un, se fait peu à peu selon la circonférence d'un petit cercle de la sphere parallele au plan de l'Ecliptique.

Soit la ligne *DCH* une petite partie de l'orbite de la Terre qui a pour lors son centre au point *C*: si l'on éleve de ce point *C* la ligne *CE* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, laquelle rencontre la sphere ou le Ciel étoilé au point *E*, il est clair que cette ligne (quoiqu'elle ne soit véritablement qu'une parallele à celle qui passe par le Soleil ou par le centre de l'orbite) représentera l'axe de l'Ecliptique, & que le point *E* fera dans le Ciel étoilé le vrai Pole de ce grand cercle. Mais si l'on tire aussi par le centre de la Terre la ligne *Cp* qui en est l'axe, & qui prolongée dans le Ciel, se termine au point *P* qui est le Pole de l'Equateur ou le Pole du Monde; il est évident que ce sera autour de ce point que tous les Astres nous paroîtront tourner chaque jour, à cause de la Rotation de la Terre autour de son axe. Or si l'on fait passer un grand cercle de la sphere *EPA* par les points *E* & *P* qui sont les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, ce cercle sera par conséquent perpendiculaire sur leur plan; de sorte que c'est sur sa circonférence qu'il faudra compter l'arc *PA*, qui mesure l'inclinaison de l'axe sur le plan de l'Ecliptique, ou ce qui est la même chose, l'angle *PCH* de $66^{\circ}\frac{1}{2}$: enfin l'arc *EP* qui est son complément à 90° , sera de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, & c'est la distance des deux Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, cet arc mesurant l'angle *ECP* que forme l'axe de la Terre, avec l'axe de l'Ecliptique. Maintenant si du Pole *E* de l'Ecliptique on décrit un petit cercle de la sphere *PFG*, qui sera par conséquent parallele à l'Ecliptique, il suit naturellement que l'axe de la Terre ne doit avoir d'autre mouvement dans le Ciel que selon la circonférence de ce petit cercle, si l'on veut qu'il soit toujours incliné de la même manière au plan de l'Ecliptique; car dans toute autre supposition il arriveroit que l'angle de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ qu'il forme avec l'axe de l'Ecliptique, ou, ce qui revient au même, son inclinaison de $66^{\circ}\frac{1}{2}$ sur

Le plan de l'Ecliptique feroit sujette à divers changemens. Ainsi le Pole du Monde P , qui est désigné par l'extrémité de l'axe de la Terre, ne doit donc nous paroître se mouvoir autrement que dans la circonférence du cercle PFG . On voit encore que si l'axe de la Terre conservoit perpétuellement une seule direction constante par rapport au Ciel étoilé, on s'apercevroit chaque année, lorsque la Terre revient au point C de son orbite, que le Pole du monde répondroit au même point P des Cieux sans qu'il pût jamais y arriver aucun changement. Mais puisque l'on a observé qu'il a un mouvement fort lent, représenté par la circonférence PFG que nous venons de décrire, ce même axe au lieu de répondre au point P , aura effectivement au bout de 72 ans rétrogradé d'un degré contre l'ordre des signes; c'est-à-dire, qu'il sera dirigé pour lors vers le point Q du petit cercle parallèle, lequel est éloigné d'un degré du premier point P . Le mouvement de l'axe du Monde, ou de la Terre peut donc être regardé comme un mouvement conique; c'est-à-dire qu'il doit être considéré comme le mouvement d'une ligne qui décriroit la superficie d'un cône dont le sommet est en C au centre de la Terre, & dont la base est le cercle PFG . On doit aussi conclure que le Pole P du Monde fait sa révolution périodique par un mouvement très-lent dans la circonférence PFG , mais d'un mouvement qui paroît rétrograde, puisqu'il se fait d'Orient en Occident. Le tems de cette révolution est de 25920 ans; c'est-à-dire, que depuis la première observation qu'on auroit faite de la situation du Pole, qui répondroit à l'Etoile P jusqu'à son retour à la même Etoile, il doit s'écouler un aussi long intervalle de tems que celui de 25920 ans. Il est facile aussi de reconnoître que l'Etoile P qui nous paroît aujourd'hui au Pole du Monde en sera éloignée après une demie période de 12960 ans

de deux fois $23^{\circ}\frac{1}{2}$ ou 47° , c'est-à-dire lorsque le Pole fera une fois parvenu en *G*.

Le cercle *EPA* qui passe toujours par le Pole de l'Ecliptique & par le Pole du Monde, est le colure des Solstices.

Pourquoi les points des Solstices rétrogradent.

Le grand cercle de la sphere *EPA*, qui passe par les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, & qui leur est perpendiculaire, devient à chaque fois le colure des Solstices. Ainsi le point *A* de l'Ecliptique est celui qui détermine le point du Solstice lorsque le Pole est en *P*, & c'est aussi le point de ce cercle qui est le plus éloigné de l'Equateur. Mais lorsque l'axe de la Terre répond au point *q* ou que cet axe prolongé est dans la ligne *CQ*, il fuit encore qu'un grand cercle *EQB* qui passeroit par les Poles *E* & *Q* de l'Ecliptique & de l'Equateur, seroit par conséquent perpendiculaire à ces deux cercles, & que dans cette situation de l'axe de la Terre, le cercle *EQB* fera le véritable colure des Solstices, comme aussi le point *B* le vrai point où doit arriver le Solstice. Les points solstitiaux doivent donc paroître rétrograder de même que les Poles du Monde, & cela précisément d'un même nombre de degrés & dans des intervalles de tems parfaitement égaux. Car si le mouvement *PQ* du Pole se fait d'un degré, par exemple, dans la circonférence du petit cercle *PFQ* parallèle à l'Ecliptique, l'arc *AB* dont le point du Solstice aura paru rétrograder dans le même tems, fera précisément d'un degré, parce que les deux arcs *QP* & *BA* sont semblables.

Les points des Equinoxes rétrogradent aussi d'un mou-

Il est maintenant très-facile d'appercevoir la raison pourquoi les points des Solstices s'écartent continuellement des Etoiles fixes, de maniere que si le point du Solstice répond aujourd'hui à une Etoile *A*, ce même point doit paroître par rapport à cette Etoile, d'un degré plus à l'Occident au bout de 72 ans. Mais puisque c'est une suite nécessaire du mouvement apparent de l'axe ou des Poles de la Terre que les points des Solstices rétrogradent; il faut en même tems que les points équi-

noxiaux, de même que tous les autres points de l'Ecliptique paroissent aussi rétrograder d'un mouvement semblable. Car la distance de chaque point de l'Ecliptique aux points solstitiaux est constamment la même : les points des Equinoxes, par exemple, sont toujours à 90° des points solstitiaux ; ainsi lorsque ceux-ci rétrogradent, ou qu'ils sont d'un degré plus à l'Occident, les points équinoxiaux doivent aussi rétrograder vers l'Occident de la même quantité, autrement leur distance ne seroit plus la même, & surpasseroit un Quart-de-Cercle ou les 90°, ce que l'on ne sçauroit supposer. C'est pourquoi nous regarderons désormais le mouvement rétrograde des Equinoxes & de tous les autres points de l'Ecliptique, comme dépendans d'un loi générale. C'est-là ce mouvement qu'on nomme communément Rétrograde ou contre l'Ordre des Signes, afin de le distinguer du mouvement ordinaire de la Terre & de toutes les Planetes, qui se fait continuellement autour du Soleil d'Occident en Orient, selon l'ordre ou la suite des Signes, c'est-à-dire suivant γ , δ , ϵ , &c. Le mouvement rétrograde des Equinoxes se nomme encore *la Précession*, parce qu'il se fait, comme nous venons de le dire, vers les Signes qui précèdent, c'est-à-dire, au contraire de la suite des Signes.

vement semblable & uniforme.

La Précession des Equinoxes.

Mais puisque toutes les Etoiles fixes demeurent immobiles dans les Cieux, & que la commune section de l'Equateur & de l'Ecliptique, qu'on nomme autrement les points équinoxiaux, est emportée peu à peu d'un mouvement rétrograde ; la distance de ces Etoiles aux points équinoxiaux n'est donc plus la même qu'auparavant, ainsi ces Etoiles doivent paroître se mouvoir peu à peu, de même que les Planetes, d'Occident en Orient ; ce qui fait que leur longitude augmente, puisqu'en effet on compte la longitude depuis l'une des sections de l'Ecliptique & de l'Equateur, sçavoir celle qui se fait en γ .

Puisque les points des Equinoxes rétrogradent ou se meuvent contre l'ordre des Signes, il s'en suit que toutes les Etoiles paroîtront avoir un mouvement contraire, c'est-à-dire, selon la suite des Signes.

De cette maniere les Etoiles fixes paroîtront s'avancer peu à peu selon l'ordre des signes, non pas parce qu'elles ont un mouvement propre ou réel, mais parce que c'est la section qui se fait en γ , & d'où l'on commence à compter, qui se meut au contraire d'Orient en Occident.

Toutes les Constellations & principalement celles de l'Ecliptique ont changé de place,

Or il est arrivé de là que toutes les Constellations anciennes ont changé de place dans les Cieux: elles ne nous paroissent plus dans le même lieu où les premiers Astronomes les ont remarquées. La Constellation du Belier, par exemple, qui paroissoit du tems d'Hipparque dans la commune section de l'Ecliptique & de l'Equateur, n'a laissé que son nom dans cette région du Ciel: car présentement elle paroît avancée jusques dans le lieu où étoit autrefois celle du Taureau, & celle-ci a pris la place de la Constellation des Gemeaux, laquelle occupe actuellement le lieu où les Anciens ont placé l'Ecrevisse. Il en est ainsi des autres, l'Ecrevisse ayant pris la place du Lion, & le Lion s'est avancé là où étoit la Vierge, &c. de sorte que depuis le tems auquel l'on a d'abord observé le lieu des douze Constellations du Zodiaque, elles se sont avancées d'une douzieme partie de sa circonférence; c'est-à-dire, que chacune a pris la place de celle qui la précédoit. Il faut bien prendre garde ici de ne pas confondre les douze portions de l'Ecliptique ou les douze signes du Zodiaque avec les douze Constellations des Etoiles fixes qui s'y sont trouvées du tems d'Hipparque & où elles ont laissé les mêmes noms qu'on y conserve encore aujourd'hui. Pour les distinguer on appelle ces douze portions égales de l'Ecliptique de 30° chacune, *les douze signes du Zodiaque**; & les douze figures qui comprennent les Etoiles qui s'y trouvoient autrefois, mais qui se sont avancées d'un Signe, se nomment *les douze Constellations du Zodiaque***.

* Latine *Signa Anastro*.

** *Signa Stellata*.

Les anciens Astronomes s'étoient d'abord imaginé que la section commune de l'Ecliptique & de l'Equateur étoit fixe & immobile dans le Ciel étoilé : mais parce qu'on reconnut dans la suite que les Etoiles s'en éloignoient en s'avancant peu à peu au-delà de cette section , on a voulu conclurre que toute la sphere des Etoiles fixes faisoit ses révolutions périodiques quoique par un mouvement très-lent , autour des Poles de l'Ecliptique. C'est ce qui fait qu'on a enseigné communément dans les traités de Sphere , la plupart copiés d'après l'Almageste de Ptolomée , que les Etoiles s'avancoient par leur propre mouvement dans l'Ecliptique ou dans ses paralleles , & qu'elles faisoient leurs révolutions dans l'espace de 25920 ans. Après ce tems écoulé , elles se retrouveront dans les mêmes lieux où les premiers Astronomes les ont aperçues. Aussi ont-ils donné le nom de Grande année à ce long espace de tems , qui surpasse quatre à cinq fois celui que l'on compte vulgairement depuis la création du Monde. Mais quelques Astrologues se sont imaginé qu'après cette révolution des Etoiles , toutes choses recommenceroient précisément comme auparavant.

La Grande Année; ce que c'est.

La vraie cause physique de la précession des Equinoxes , étoit tellement ignorée avant que Newton l'eût expliquée , qu'il est difficile de trouver à ce sujet parmi les plus célèbres Auteurs quelques conjectures qui puissent paroître assez vraisemblables : mais ce grand Philosophe ayant concilié les loix de la gravité avec les différens mouvemens qu'il en faut déduire , Newton , dis-je , nous a bientôt dévoilé la vraie cause de la précession des Equinoxes. Elle dépend presqu'uniquement de la figure qu'a la Terre. On sçait assez que cette figure est un sphéroïde applati ; & il a été démontré , il y a plus de 70 ans , que la Terre doit avoir cette figure , à cause de la Rotation qui se fait chaque jour autour de son axe.

La Figure de la Terre est l'une des principales causes de la Précession des Equinoxes.

Le mouvement de la Terre dans son orbite, n'est point uniforme comme les Anciens l'ont supposé.

Quoique la Terre acheve sa révolution autour du Soleil chaque année, de manière qu'elle y emploie toujours le même intervalle de tems, & que par conséquent toutes ses révolutions périodiques se fassent généralement dans des tems égaux; il n'en est pas ainsi du mouvement qui répond aux différentes parties de son orbite: tantôt son mouvement s'accélère, & tantôt il diminue; mais de manière qu'il y a une partie de l'orbite où la vitesse de la Terre augmente chaque jour, en sorte qu'elle parcourt alors un plus grand espace, au contraire de ce qui arrive dans la partie opposée de son orbite. Or il faut pour cet effet que son mouvement réel & par conséquent le mouvement apparent du Soleil dans l'Écliptique, ne soit pas uniforme; en sorte que le Soleil ne parcourre pas des arcs de même grandeur dans des tems précisément égaux. Aussi voit-on qu'il fait moins de chemin chaque jour pendant l'Été, qu'il ne fait en Hiver; sa vitesse même paroît si différente, que son vrai lieu surpasse dans un certain point de l'orbite d'environ deux degrés, celui où il seroit parvenu s'il ne se fût avancé que d'un mouvement égal & uniforme. La même chose s'apperçoit aussi lorsqu'il retarde son mouvement: car il arrive enfin qu'il s'en faut plus de deux degrés qu'il ne soit dans le vrai lieu où il seroit parvenu sans cette inégalité qui retarde son mouvement. En un mot le Soleil emploie huit jours de plus à parcourir les six Signes septentrionaux, que les six méridionaux; de manière que depuis l'Équinoxe du Printems, jusqu'à celui d'Automne, il s'écoule près de 186 jours & demi, quoique pendant ce tems le Soleil paroisse parcourir précisément les 180° ou la moitié de l'Écliptique: aussi depuis l'Équinoxe d'Automne jusqu'à celui du Printems, il n'emploie que 178 jours & demi à parcourir l'autre moitié de l'Écliptique, & qui répond aux six Signes méridionaux. Enfin les Observations nous font connoître que

Notre Été est de huit jours plus long que n'est l'Hiver.

que le diamètre apparent du Soleil pendant l'Hiver, lorsque son mouvement est le plus rapide, est beaucoup plus grand qu'en Été lorsqu'il paroît se mouvoir le plus lentement. La différence est si grande, qu'en Hiver lorsque le Soleil paroît sous le plus grand angle, son diamètre est de $32' 47''$, & en Été lorsque son diamètre paroît le plus petit, on l'observe sous un angle de $31' 40''$, avec une différence de plus d'une minute, ce qui nous fait connoître que pendant l'Été le Soleil est beaucoup plus loin de la Terre que pendant l'Hiver.

Le diamètre apparent du Soleil est plus grand pendant notre Hiver que dans l'Été.

Les anciens Astronomes ont fait diverses tentatives pour expliquer les inégalités qu'on observe dans le mouvement apparent du Soleil; mais étant un peu trop prévenus en faveur des orbites circulaires, ne pouvant d'ailleurs s'imaginer qu'il y en eût d'autres dans les Cieux, & s'étant déjà persuadé que tous les mouvemens célestes devoient être uniformes, ils ont placé le Soleil un peu au-delà du centre de l'orbite de la Terre, afin qu'il pût réellement parcourir la circonférence d'un cercle d'un mouvement toujours égal & uniforme. Car il est évident que si nous étions au centre d'une orbite circulaire, nous verrions en ce cas le Soleil parcourir des angles égaux dans des tems égaux; mais qu'il en seroit tout autrement si l'œil étoit placé dans tout autre lieu qu'au centre, à telle distance déterminée que ce soit.

Hypothèse des Anciens.

Supposons, par exemple, que l'orbite circulaire que les Anciens ont attribuée à la Terre soit *AECD*, & que le Soleil *S* soit à quelque distance du centre *E* de cette orbite; il est clair que lorsque la Terre sera en *A*, le Soleil paroîtra au même instant au point γ ; que quand la Terre sera en *B*, le Soleil sera vû en δ , & qu'enfin lorsqu'elle sera en *C*, l'on observera le Soleil en ϵ . Ainsi le tems que la Terre aura employé à venir de *A* en *C*, sera égal à celui que le Soleil aura paru employer à parcourir

Du mouvement de la Terre dans un cercle excentrique
PLANCHE II.
Figure 5.

la moitié de l'Ecliptique. A l'égard de l'autre moitié le Soleil paroîtra la parcourir pendant l'intervalle de tems que la Terre emploiera à décrire la partie CDA de son orbite. Mais puisque l'arc ABC est plus grand que l'arc CDA , il s'ensuit que le Soleil doit nous paroître employer plus de tems à parcourir la moitié de l'Ecliptique γ, δ, ϵ , que l'autre moitié ζ, η, ν . De plus lorsque la Terre est en B , elle est plus éloignée du Soleil, que lorsqu'elle arrive au point D . Et supposant ici avec les Anciens, que son mouvement est égal & uniforme dans toutes les parties de son orbite, il paroîtra néanmoins inégal, étant vû du Soleil; c'est-à-dire, qu'il paroîtra très-rapide au point D , & au contraire fort lent au point B . Mais parce qu'il en est de même à l'égard du mouvement apparent du Soleil vû de la Terre, on voit par cette explication la raison pourquoi le Soleil semble s'avancer plus lentement en Eté dans l'Ecliptique, & pourquoi il paroît au contraire accélérer son mouvement pendant l'Hiver. Les Astronomes avoient donc conclu autrefois que cette inégalité du mouvement de la Terre (ou du Soleil) n'étoit point réelle ni produite par aucune cause physique; mais que c'étoit uniquement une apparence, c'est-à-dire, une inégalité optique, laquelle n'avoit d'autre cause que la situation du Soleil, qui par hasard ne se trouvoit point au centre E de l'orbite terrestre, mais à quelques distances de ce centre. Car ils soutenoient tous unanimement, qu'un Observateur qui auroit été placé au centre E de l'orbite, se feroit d'abord apperçu que la Terre décrit en effet une orbite circulaire & d'un mouvement toujours égal.

Cette hypothèse doit être rejetée s'il est vrai que les mouvemens réels & diurnes des Planètes ne sont pas

Cette hypothèse des Anciens parut d'abord très simple, & même si naturelle, qu'il sembloit presque impossible de rien imaginer de meilleur pour satisfaire à toutes les inégalités observées du mouvement apparent du Soleil, ou du moins pour expliquer aussi facilement la cause de tous les

phénomènes. On étoit encore dans cette opinion avant Kepler, & l'on ne s'étoit guères avisé de proposer aucune difficulté considérable à ce sujet, parce qu'on étoit convaincu, ou plutôt qu'on regardoit comme un axiome dont il n'étoit plus permis de douter, que tous les mouvemens célestes ne pouvoient être assujettis à aucune inégalité réelle; en un mot qu'ils ne devoient pas se faire autrement que dans des orbites circulaires. Mais cette opinion ou prétendue vérité a été jugée par le grand Kepler absolument fautive, & il a démontré qu'elle n'avoit aucun fondement. Car ayant examiné avec le plus grand soin les mouvemens célestes, & ayant comparé les plus récentes & les plus exactes observations qui furent faites vers la fin du seizième siècle par le fameux Tycho-Brahé; il nous a fait connoître la fausseté de ce qu'avoient supposé les Anciens, & de quelle manière cela devoit être incompatible avec les vrais mouvemens des Corps célestes. En un mot Kepler a démontré par les observations & par les faits, que les mouvemens de tous les Astres n'étoient point exempts d'inégalités réelles, & que leurs orbites bien loin d'être circulaires, s'écartoient souvent de cette figure d'une quantité assez considérable. Ainsi il a fallu reconnoître (puisque les observations des diamètres l'ont décidé, ce qui a mis fin à toutes les disputes) que les orbites des Planètes sont des ovales ou de vraies ellipses qui diffèrent du cercle les unes un peu plus & les autres un peu moins; mais qui en diffèrent assez sensiblement pour nous faire connoître que les inégalités du mouvement des Planètes ne sont plus de simples apparences; qu'en effet ces mouvemens sont inégaux & réels dans toutes les Planètes, & que c'est là l'une des principales causes de leurs vitesses plus ou moins grandes, quoique dans leurs ellipses elles se trouvent plus ou moins éloignées du Soleil.

égaux, & si en effet leurs orbites ne sont pas circulaires.

Les orbites des Planètes sont des ellipses.

L'Ellipse est une ligne courbe très-connue des Géomètres.

Maniere de
décrire l'ellip-
se.

PLANCHE II.
Figure 6.

metres, & dont ils démontrent les différentes propriétés. L'origine de cette courbe n'est pas difficile à découvrir : c'est la section qui se fait lorsqu'on coupe obliquement un cone ou un cylindre. Mais nous ferons peut-être mieux connoître ici cette courbe par une opération mécanique, que s'il falloit renvoyer le Lecteur aux sections obliques du cone ou du cylindre. C'est pourquoi imaginons deux aiguilles ou bâtons enfoncés perpendiculairement sur une table ou sur un terrain uni, dont l'une demeure immobile en *H* & l'autre en *G* : supposons aussi que l'on ait une corde ou un fil, lequel étant plié en deux & noué par ses extrémités soit un peu plus long que la distance *HG*. Si donc ce fil est mis à l'entour des deux aiguilles, & que l'on pose un filet au-dedans, de maniere qu'on le fasse tourner en rond, ayant toujours attention de tenir le fil tendu, la pointe du stylet décrira par cette opération une ligne courbe qui sera l'ellipse que l'on demande. Si l'on vouloit décrire une autre ellipse un peu moins allongée, ou qui approchât plus de la figure du cercle, on pourroit diminuer la distance des deux aiguilles *HG*, sans changer pour cela l'étendue qu'occupe le fil qu'on suppose toujours noué par ses deux extrémités : l'on pourroit même approcher tellement les deux aiguilles, que l'ellipse se confondroit peu à peu avec la figure circulaire. Car si ces deux aiguilles se trouvent enfin réunies au même point, c'est-à-dire, s'il n'y avoit plus qu'une seule aiguille en *C*, la pointe du stylet tournée en rond par le moyen du fil (qui dans tous ces mouvemens doit toujours être également tendu) décriroit alors un cercle parfait.

Les foyers
de l'ellipse.

Dans l'ellipse que nous avons décrite ci-dessus, les points *H* & *G*, où étoient placées les deux aiguilles, se nomment les *deux foyers de l'Ellipse* : le point *C*, qui se trouve au milieu de la ligne *HG*, c'est-à-dire, à égale distance

des deux foyers, est le centre de l'Ellipse : & enfin la ligne DK , qui passe par ce centre, par les foyers, & qui se termine de part & d'autre dans la circonférence de l'ellipse, se nomme l'axe. Or il suit de cette génération de l'ellipse, que si l'on tire de quelque point que ce soit de sa circonférence, tel que B , aux deux foyers G & H les lignes BG, BH , la somme de ces deux lignes sera nécessairement égale à l'axe KD de l'ellipse, c'est-à-dire, à la longueur du fil moins la distance des foyers HG .

Selon Kepler, le Soleil au lieu de se trouver au centre d'une courbe semblable à celle que nous venons de décrire, est placé en S , conformément aux Observations, c'est-à-dire, dans l'un des deux foyers de la courbe. Les Astronomes appellent l'axe AP de l'ellipse, la ligne des Apsides : le point A est l'Aphélie, P le Perihélie, & la distance SC entre le Soleil & le centre de l'ellipse, se nomme l'Excentricité. Si du centre de l'ellipse on élève à l'axe la ligne perpendiculaire CE qui se termine au point E de sa circonférence, & que de ce point E on tire au Soleil la ligne droite SE , cette ligne représentera la distance moyenne de la Planete au Soleil : car elle est égale à la moitié de l'axe CA ou CP , & par conséquent représente la moyenne proportionnelle arithmétique entre la plus grande & la plus petite distance SA, SP de la Terre au Soleil. Il faut bien remarquer à l'égard des Planetes, que quelques orbites, quoiqu'elliptiques, ne different pas considérablement de la figure circulaire. Celle de la Terre, par exemple, est telle que l'excentricité SC n'est gueres que dix-sept fois la millieme partie de la moyenne distance SE ; c'est-à-dire, que supposé cette distance CE de 1000 parties, SC n'en contiendrait que 17. A la vérité cette excentricité du Soleil n'est gueres que la moitié de celle qui a été supposée par les anciens Astronomes : mais il n'étoit plus possible à ceux-ci, à moins que de la supposer

PLANCHE II.
Figure 7.

La ligne des Apsides.
L'Aphélie.
Le Perihélie.
L'Excentricité : ce que c'est.

Ce qu'il faut entendre par la moyenne distance.

Quelle est l'excentricité de l'orbite de la Terre.

deux fois plus grande qu'elle n'a été découverte en ces derniers tems, d'expliquer conformément aux Observations, les apparences du mouvement du Soleil en y employant une orbite circulaire.

Comment les Planetes le meuvent dans une ellipse.

Elles décrivent des Aires égales dans des tems égaux.

Les Planetes ne se mouvant donc pas uniformément dans des ellipses, elles ont un mouvement qui augmente en effet jusqu'à un certain point, & qui diminue ensuite selon une même loi constante. On sçait aujourd'hui que le rayon tiré du Soleil à la Planete, décrit par un mouvement continuel des Aires elliptiques proportionnelles au tems. Par exemple, la Planete partant du point *A* emploie un certain espace de tems à venir en *B*, de maniere qu'elle décrit pendant cet intervalle de tems l'aire *ASB*, ou plutôt cette aire est décrite par le rayon qui a ses extrémités dans la Planete & dans le Soleil. Mais si l'on considere de la même maniere, lorsque la Planete part du point *P*, le tems qu'elle emploie à parvenir en *D* (qui est le point de son orbite où la ligne *SD* tirée du Soleil forme une aire *PSD* égale à l'autre aire *ASB*) ce tems se trouvera égal au premier; c'est-à-dire, que dans des tems égaux la Planete aura paru parcourir les arcs de l'ellipse *AB*, *PD*, qui, comme l'on voit, sont fort inégaux entr'eux. Or il est évident que si l'on eût pris d'abord ces aires, & par conséquent les arcs décrits par la Planete, extrêmement petits, ils eussent été alors à très-peu près en raison réciproque de leur distance au Soleil. Car puisqu'on a supposé les aires parfaitement égales, l'arc *PD* doit surpasser d'autant l'arc *AB*, que la hauteur *PS* de l'aire *PSD* est surpassée par la hauteur *AS* de l'autre aire *ASB*. La démonstration de tout ce que nous venons de dire sur le mouvement des Planetes dans des orbes elliptiques a été donnée par le fameux Kepler dans ses Commentaires sur le mouvement de Mars, & elle a été confirmée depuis par d'autres preuves si solides, que tous les

M. Newton a démontré que les Planetes de-

Astronomes l'ont adoptée unanimement en ces derniers tems sur-tout après en avoir connu la vraie cause physique : cette hypothese de Kepler satisfait merveilleusement à tous les phénomènes. Au reste l'arc de cercle compris entre les deux rayons prolongés dans le Ciel étoilé, l'angle qu'il mesure ou bien l'aire *ASG*, qui est toujours proportionnelle au tems, s'appelle l'*Anomalie moyenne* de la Planete. Il faut bien distinguer cet angle proportionnel au tems dans le Ciel étoilé, de l'angle *ASG* qu'on nomme l'*Anomalie vraie* de la Planete parvenue en *G*. L'anomalie moyenne aussi-bien que l'*Anomalie vraie* de la Planete, se compte l'un & l'autre depuis l'Aphélie : mais si l'on veut compter depuis γ , ou le commencement du signe du Belier, alors ce nom d'*Anomalie* se change en celui de *Mouvement de la Planete en longitude*, lequel est aussi de deux sortes, sçavoir le *moyen Mouvement*, tel qu'il paroîtroit véritablement si l'œil étant au centre d'une orbite circulaire, voyoit décrire à la Planete cette même orbite d'un mouvement toujours égal & uniforme. Le *Mouvement vrai* est celui que l'on voit décrire à la Planete, l'œil étant placé au foyer *S* de son orbe elliptique : il est successivement accéléré ou retardé, selon les différentes distances de la Planete au Soleil.

De cette maniere il est facile de déterminer le vrai lieu de chaque Planete dans son orbite pour quelque tems que ce soit depuis son passage par l'aphélie : car si l'on divise continuellement l'aire elliptique par la droite *SG*, de maniere qu'il y ait un même rapport entre le tems de la révolution périodique de la Planete & le tems donné, comme entre l'aire totale ou la surface entiere de l'ellipse & l'aire *ASG* ; le quatrieme terme de la proportion donnera la position de la ligne *SG*, & par conséquent le point *G*, qui est le vrai lieu de la Planete que l'on cherche. Les

voient décrire des ellipses, & l'on admet une pesanteur universelle vers le Soleil, & qui agit sur les Corps célestes en raison renversée du carré de leur distance à cet Astre.

Anomalie moyenne.
Anomalie vraie.

Moyen mouvement en longitude.

Mouvement vrai de la Planete en longitude.

Comment on détermine le lieu d'une Planete dans son orbite.

Géometres ont publié depuis Kepler un grand nombre de solutions différentes de ce problème ; ils nous ont, dis-je, enseigné la vraie méthode de couper l'aire elliptique dans une raison donnée : nous en parlerons plus particulièrement & d'une manière plus étendue en son lieu.

Pourquoi le plus grand chaud arrive lorsque le Soleil est à notre égard dans sa plus grande distance de la Terre.

On fera peut-être surpris que le Soleil étant beaucoup plus éloigné de nous en Été que pendant l'Hiver, nous ressentions cependant un grand chaud pendant l'Été, au contraire de ce qui devoit arriver & que le froid soit d'ailleurs si considérable pendant notre Hiver. Mais c'est qu'il faut considérer ici plusieurs causes du chaud & du froid. S'il n'y avoit qu'une seule & unique cause, sçavoir celle dont nous venons de parler, il est hors de doute que le contraire arriveroit de ce que nous éprouvons : mais les autres causes la détruisent du moins en partie, ou sans l'anéantir totalement. Une des plus fortes raisons que l'on puisse apporter de la chaleur pendant l'Été, c'est que les rayons du Soleil tombent sur la Terre beaucoup plus directement dans cette saison, & produisent par conséquent, de même qu'une balle lancée contre un mur, un effet tout autre, que lorsqu'ils sont fort obliques à notre égard, ainsi qu'il arrive pendant l'Hiver. D'ailleurs toutes choses égales, il tombe beaucoup plus de rayons sur une surface, lorsqu'ils sont à très-peu près perpendiculaires, que lorsqu'ils sont obliques. De plus en Hiver comme les rayons du Soleil traversent fort obliquement notre Atmosphere, & par conséquent l'air grossier qui nous environne, ils parcourent alors un plus grand espace de cet air grossier qu'ils ne font pendant l'Été lorsqu'ils tombent assez directement. Or il suit de là que la force de ces mêmes rayons est dans le premier cas, pour ainsi dire, amortie à cause des différentes réfractions qu'ils sont obligés de souffrir : ces rayons sont beaucoup plus brisés à midi pendant l'Hiver que pendant l'Été ; & c'est pour cette raison que
lorsqu'ils

lorsqu'ils tombent le plus obliquement qu'il est possible, comme il arrive toutes les fois que le Soleil parvient à l'horizon, alors on peut sans aucun risque regarder cet Astre, soit dans la lunette, soit à la vûe simple, ce qui n'arrive pas à beaucoup près lorsqu'il est à de plus hauts degrés d'élevation, & sur-tout dans les grands jours d'Été vers le midi.

Mais il y a une raison beaucoup plus forte & qui influe bien davantage que toutes les autres sur la vicissitude des saisons. L'on sçait communément qu'un corps dur & compact s'échauffe d'autant plus qu'il demeure exposé à un feu violent. Or en Été la Terre est échauffée par les rayons du Soleil pendant seize heures continuelles, & ne cesse de l'être que pendant huit heures: on peut aussi remarquer que c'est tout le contraire pendant l'Hiver; d'où l'on voit clairement pourquoi il doit y avoir une si grande différence de chaleur dans ces deux saisons.

On pourroit objecter ici. Puisque la force des rayons du Soleil est la plus grande lorsqu'ils tombent le plus directement qu'il est possible, ils doivent par conséquent causer une plus grande quantité de chaleur dans les plus longs jours d'Été, & le plus grand chaud devrait ainsi se faire sentir lorsque le Soleil entre dans l'Ecreviffe: car c'est alors qu'il s'approche le plus du point qui est à plomb sur notre tête & que ses rayons nous frappent plus directement & se répandent sur notre horizon pendant l'intervalle de tems le plus considérable. Cependant au contraire ce n'est presque jamais que long-tems après le Solstice d'Été que commencent les plus grandes chaleurs; & de l'aveu de tout le monde nous ne les ressentons gueres que vers la fin du mois de Juillet ou dans le mois d'Août lorsque le Soleil a traversé le signe entier de l'Ecreviffe.

Je réponds qu'il faut bien se donner de garde de considérer l'action du Soleil sur les corps terrestres qu'il échauffe,

La cause de l'augmentation de la chaleur vient principalement de ce que les jours d'Été sont beaucoup plus longs que les nuits.

OBJECTION.

REPONSE.

On explique
ici pourquoi la
chaleur n'est
pas la plus
grande lorsqu'
le Soleil
parvient au
Tropique,
c'est-à-dire,
lorsqu'il pa-
roit s'élever à
sa plus grande
hauteur sur
l'horizon.

de même que celle de la lumière, laquelle n'est gueres que passagere : car cette action a un effet permanent & d'assez longue durée. Un corps qui est une fois échauffé par le Soleil, demeure encore échauffé fort long-tems quoiqu'il n'y soit plus exposé. La raison en est fort simple. Les rayons ou particules de chaleur qui viennent du Soleil, pénètrent, ou sont absorbés du moins pour la plus grande partie, par les Corps qui leur sont exposés : ils s'y introduisent peu à peu ; ils y restent même assez pour y exciter une grande chaleur ; & les corps ne commencent à se refroidir qu'à mesure que cette chaleur s'évapore, ou se communique à l'air qui l'environne. Mais si un corps est toujours plus échauffé qu'il ne perd de sa chaleur, si les intervalles de tems sont inégaux, ensorte qu'il perde bien moins de chaleur qu'il n'en a acquis, il est certain qu'il doit recevoir continuellement de nouveaux degrés d'augmentation de chaleur. Or c'est précisément le cas qui arrive à la Terre. Car lorsque le Soleil paroît au Tropique du ☉ les degrés de chaleur qui se répandent chaque jour tant dans notre air que sur la Terre augmentent presque continuellement. Il n'est donc pas surprenant que la Terre s'échauffe de plus en plus & même fort au-delà du tems du Solstice. Supposons, par exemple, qu'en Été dans l'espace d'un jour, c'est-à-dire, pendant tout l'intervalle de tems que le Soleil paroît sur notre horizon, la Terre & l'air qui nous environnent reçoivent cent degrés de chaleur ; mais que pendant la nuit, qui est alors beaucoup plus courte que le jour, il s'en évapore cinquante ; il restera encore cinquante degrés de chaleur : le jour suivant le Soleil agissant presque avec la même force, en communiquera à très-peu près cent autres, dont il se perdra encore environ cinquante pendant la nuit. Ainsi au commencement du troisième jour, la Terre auroit acquis déjà cent degrés de chaleur. D'où il suit que puis-

qu'elle acquiert pour lors beaucoup plus de chaleur pendant le jour, qu'elle n'en perd pendant la nuit, il se doit faire en ce cas une augmentation très-considérable. Mais après l'Equinoxe les jours venant à diminuer, & les nuits devenant beaucoup plus longues, il se doit faire une compensation; de sorte que lorsqu'on est en Hiver, il s'évapore une plus grande quantité de chaleur de dessus la surface de la Terre pendant la nuit, qu'elle n'en reçoit pendant le jour; ainsi le froid doit se faire sentir à son tour.

CHAPITRE NEUVIEME.

De la Lune, de ses différentes Phases, & de son Mouvement.

DE tous les Corps célestes celui qui nous donne le plus de lumière dans l'absence du Soleil & principalement pendant la nuit, c'est assurément la Lune que nous regardons communément comme une Planete appartenante à la Terre, puisqu'elle est son Satellite, qu'elle l'accompagne ou la suit dans chacun de ses mouvemens périodiques autour du Soleil. Elle est même dans une si grande proximité de la Terre, qu'à peine l'apercevrait-on du Soleil s'en écarter de plus de dix minutes dans ses plus grandes digressions, c'est-à-dire, vers le premier ou le dernier quartier. Mais puisque la Lune est le Satellite de la Terre & qu'elle est emportée chaque année avec elle d'un mouvement commun autour du Soleil, il faut donc qu'elle fasse aussi chaque mois autour de la Terre ses révolutions périodiques dans une orbite particuliere & qui lui soit propre. La principale différence qu'on apperçoit entre les mouvemens des autres Planetes & celui de la Lune se peut aisément concevoir. Car

puisque toutes ces Planetes tournent autour du Soleil qui est à très-peu près au centre de leur mouvement, & puisqu'il les attire, pour ainsi dire, à chaque instant, il arrive de là que tantôt elles se trouvent assez proches de la Terre, & que tantôt elles en sont prodigieusement éloignées. Mais il n'en est pas tout-à-fait de même à l'égard de la Lune : on doit la regarder comme un Corps terrestre. Ainsi selon les loix de la Gravitation elle ne sauroit gueres s'éloigner de nous, mais elle est retenue à très-peu près dans tous les tems à la même distance, puisque cette force la détourne continuellement de son mouvement rectiligne en la repoussant vers le centre de la Terre. De cette maniere elle doit faire ses révolutions autour de ce centre, & par conséquent elle ne sauroit trop changer sa distance. Chaque révolution de la Lune autour de la Terre étant d'environ 27 jours & 8 heures, il reste à faire voir de quelle maniere lorsqu'elle tourne ainsi autour de nous, elle nous doit paroître successivement sous différentes phases ; en un mot pourquoi elle prend différentes figures de Croissans, de Quartiers, &c. Il y a certaines choses dans la nature si simples par elles-mêmes, & si faciles à expliquer qu'on est souvent fort étonné comment elles nous ont rebuté tant de fois lorsqu'il s'agissoit d'en désigner la vraie cause. Rien ne paroît d'abord si embarrassant que de pénétrer la raison véritable pourquoi la Lune, soit dans son décours, soit lorsqu'elle croît après sa conjonction au Soleil, nous paroît tantôt comme un croissant fort mince, tantôt coupée en deux parties égales ; pourquoi elle est ensuite peu à peu moins altérée dans sa rondeur ; pourquoi elle est pleine ; pourquoi immédiatement après son décours elle disparoît : en un mot pourquoi on ne la voit quelquefois vers le soir, que pendant quelques heures, comme aussi d'autres fois quelques heures de grand matin. Il est encore à remarquer qu'on

L'apperçoit aussi soit à différentes soit à pareilles phases, tantôt fort haute & tantôt basse; tantôt vers le Nord & tantôt vers le Midi, & cela même dans certaines années, beaucoup plus avant que ne nous paroît le Soleil aux solstices d'Hiver & d'Été. Ces fortes d'observations avoient été faites autrefois avec un très-grand soin par *Endymion*, qui vraisemblablement n'en avoit laissé échapper aucune circonstance remarquable. C'est, sans doute, ce qui a fait dire aux Poètes qu'il étoit en commerce avec la Lune, dont ils l'ont supposé éperduement amoureux. Mais voici l'explication de toutes ces apparences.

La Lune est un Corps opaque à très-peu près de figure ronde, semblable à la Terre, c'est-à-dire, composée d'une matière fort dense, & ayant diverses inégalités dans sa surface. Elle emprunte sa lumière du Soleil, qu'elle nous réfléchit ensuite; car elle n'est point lumineuse par elle-même. En effet, comme cette quantité prodigieuse de lumière qui émane du disque du Soleil & se répand de tous côtés, rencontre la Terre, la Lune & les Planètes, qui sont des Corps ronds & opaques; il s'en trouve donc continuellement une moitié d'éclairée, sçavoir celle qui regarde le Soleil; l'autre moitié étant de nécessité plongée dans l'ombre, comme on l'a déjà expliqué dans les Chapitres précédens. Mais cette même moitié du globe de la Lune qui est éclairée du Soleil, n'est pas toujours celle que nous devons appercevoir: cela ne peut arriver qu'une seule fois, sçavoir dans la pleine Lune. Ainsi selon les différentes situations de la Lune par rapport à la Terre & au Soleil, nous la voyons éclairée de différentes manières: & c'est ce qui fait que nous ne sçaurions appercevoir qu'une partie plus ou moins grande de l'hémisphère éclairé: c'est la seule raison pourquoi nous voyons la Lune d'abord entière, ensuite moins grande, plus petite encore, & enfin disparaître tout-à-fait. Une figure fera peut-être comprendre

PLANCHE II.
Figure 8.

Explication
du Mouve-
ment de la
Lune d'Occi-
dent en O-
rient.

Situation
du cercle qui
représente
dans la Lune
le terme de la
lumière & de
l'ombre.

Situation du
cercle où se
borne notre
vue à la surfa-
ce du globe lu-
naire.

La pleine
Lune.

ceci un peu plus facilement. Soit le Soleil au point S , la Terre en T , & l'arc RTZ une partie de l'Ecliptique ou de l'orbite que la Terre décrit en une année autour du Soleil. Soit aussi $ABCDEFGH$ l'orbite que la Lune décrit chaque mois autour de la Terre par son mouvement qui se fait remarquer assez sensiblement chaque jour d'Occident en Orient. Si l'on tire par les centres de la Lune & du Soleil les lignes droites SL , & qu'on fasse passer par le centre L de la Lune un plan MLN perpendiculaire à la direction de cette ligne SL ; ce plan formera dans la superficie du globe lunaire un cercle qui sera *le Terme de la Lumière & de l'Ombre*, & qui séparera l'hémisphère éclairé de la Lune, de celui qui se trouve plongé dans les ténèbres. Si l'on tire de la même manière les lignes TL par le centre de la Terre & de la Lune, & que par le point L , qui est le centre de la Lune, l'on fasse encore passer un plan PLO perpendiculaire à la direction de TL ; ce plan formera dans la surface de la Lune un autre cercle qui séparera l'hémisphère visible de la Lune, de celui qui nous est caché par la rondeur de ce globe. Or on peut appeler ce dernier cercle, *le Terme où se borne notre vue à la surface de la Lune*.

Il est aisé d'appercevoir maintenant que lorsque la Lune est en A , c'est-à-dire, dans le point de son orbite où elle nous paroît en opposition au Soleil, alors le cercle qui est le Terme de la lumière & de l'ombre, & celui où se borne notre vue à la surface de la Lune, ne font qu'un seul & même cercle; & partant que tout l'hémisphère éclairé de la Lune doit être alors tourné vers nous; il doit, dis-je, être apperçu en entier en quelque point de la Terre que nous soyons, & c'est-là le véritable tems où la Lune doit nous paroître dans son Plein. Ainsi les oppositions de la Lune au Soleil; peuvent être regardées comme les vrais momens auxquels arrivent les pleines lu-

nes ; car c'est le seul tems où la Terre se trouve dans la ligne droite qui passe par les centres de la Lune & du Soleil, ou que ces deux Astres nous paroissent dans les points du Ciel opposés. Mais lorsque la Lune se fera avancée jusqu'au point *B* de son orbite, le demi-cercle éclairé *MPN* ne sera plus entierement vû de la Terre, puisque la partie *MP* n'en sçauroit être apperçue. Ainsi le reste de l'hémisphere éclairé de la Lune que l'on observera pour lors ne doit plus avoir la rondeur d'un cercle, mais on appercevra le disque sensiblement altéré dans une partie de sa circonférence. En un mot la Lune nous paroîtra sous une phase semblable à celle qu'on voit au point *B* dans la neuvieme figure. Ensuite la Lune venant au point *C* de son orbite, & l'angle *CTS* qu'elle nous paroît former avec le Soleil étant d'un quart-de-cercle ou de 90° , il n'est plus gueres possible d'appercevoir qu'environ la moitié du disque éclairé de la Lune *MPN*, & en ce cas la Lune paroîtra dans son quartier comme il est représenté au point *C* de la neuvieme figure. On nomme aussi la Lune *Dichotome* le tems auquel cet Astre paroît en quartier : cette situation de la Lune est telle qu'il se trouve en ce moment un arc de près de 90° ou d'un quart-de-cercle entre la Lune & le Soleil. Cet aspect de la Lune a été nommé pour cette raison *Quadrat* : mais on dit encore plus communément que la Lune est dans ses Quadratures. Quelque tems après la Quadrature, la Lune s'avançant en *D*, nous ne voyons pour lors qu'une petite portion *PN* de son hémisphere éclairé, la plus grande partie *ON* de l'hémisphere ou du disque *ONP* qui est tourné vers la Terre, étant absolument plongé dans l'ombre : or c'est ce qui fait que nous voyons alors la Lune en croissant ; car sa surface étant sphérique, & néantmoins regardée par le commun des hommes comme un disque plat, il doit s'ensuivre qu'à chaque fois que le cercle qui est le terme de la lumiere

Les autres phases de la Lune.

Le disque de la Lune altéré dans sa rondeur, ou *Luna Gibbosa*.

La Lune Dichotome ou séparée en deux aux tems des Quadratures.

La Lune en croissant.

Des nouvel-
les Lunes,
Neomenies,
ou inter-lunes.

& de l'ombre, & celui où se termine notre vûe dans la surface de la Lune, formeront un angle aigu ou plus petit qu'un droit, alors la partie de l'hémisphère éclairé de la Lune, nous paroîtra comme un croissant, c'est-à-dire comme en *D* de la neuvième figure. Enfin lorsque la Lune sera parvenue en *E*, l'on ne pourra appercevoir d'aucun point de la surface de la Terre, la moindre partie de l'hémisphère éclairé de la Lune, l'hémisphère plongé dans l'ombre étant alors exactement tourné vers nous. Or comme ce cas arrive à chaque conjonction de la Lune & du Soleil, c'est-à-dire, lorsque ces deux Astres répondent au même point de l'Ecliptique, ces conjonctions doivent par cette raison répondre précisément aux tems des nouvelles Lunes. Jusqu'ici nous venons de considérer toutes les phases que l'on observe dans le décours ou depuis la pleine Lune jusqu'à la nouvelle : passons maintenant à celles qui sont formées dans l'autre moitié de la révolution. Il paroît évident qu'on doit retrouver précisément les mêmes phases à égales distances du Soleil : il y aura cependant cette différence qu'elles doivent être tournées dans un sens opposé : car, selon ce qui a été dit ci-dessus, si la Lune s'avance au point *F* de son orbite, alors elle nous paroîtra de nouveau comme un croissant, mais les pointes des cornes seront tournées vers l'Orient, au lieu que dans le décours avant la nouvelle Lune elles étoient tournées vers l'Occident. En *G* dans la Quadrature, ou lorsqu'elle sera à 90° du Soleil, nous la verrons dans son Quartier. Elle nous paroîtra plus grande en *H*; & enfin la Lune sera Pleine lorsqu'elle sera revenue au point *A*.

L'Elongation
de la Lune au
Soleil.

Au reste les Astronomes entendent par *Elongation de la Lune au Soleil* l'arc *EL* ou l'angle *STL* compris entre les lignes droites tirées des centres de la Lune & du Soleil au centre de la Terre. Or l'arc *MO*, ou la partie du demi-cercle

cercle éclairé *MON* tournée vers la Terre, & qui mesure l'angle que forment les deux cercles qui représentent d'une part le terme de notre vûe, & de l'autre celui de la lumière & de l'ombre; cet arc, dis-je, est à très-peu près égal à l'arc *EL* ou à l'élongation de la Lune au Soleil. Car l'arc *EL* est la mesure de l'angle *STL*, qui est à très-peu près égal à *PLN*, ou à son opposé au sommet *MLO*, ce qui se peut démontrer comme il suit. Puisque les angles *TLP*, *MLS* sont égaux entr'eux étant droits ou chacun de 90° , si l'on prolonge la ligne *SL*, vers *X*, & qu'on retranche de l'angle droit les angles égaux *OLS*, *PLX*, puisqu'ils sont opposés au sommet; les angles qui restent *MLO*, *TLX* seront par conséquent égaux entr'eux. Mais puisque l'angle *TLX* est extérieur ou bien égal aux deux intérieurs opposés *STL*, *TSL* du triangle *STL*, il suit que l'angle *MLO* sera égal à ces deux intérieurs. D'un autre côté l'angle *TSL* est toujours fort petit, puisqu'il n'excede pas même dans les Quadratures la sixieme partie d'un degré ou dix minutes, la distance de la Lune à la Terre étant peu considérable en comparaison de celle du Soleil. On peut donc négliger absolument cet angle. Partant l'angle *MLO* doit être regardé comme égal à l'angle *STL*, ou l'arc *MO* comme semblable à l'arc *EL*.

Voyez la situation de la Lune en F.
 PLANCHE II.
 Figure 8.

Puisque le plan du demi-cercle *OMP* passe par notre œil, sa projection doit donc se faire en une ligne droite; c'est-à-dire, qu'il doit paroître comme une ligne droite *OP* sur le disque de la Lune: mais il n'en est pas de même du cercle qui est le terme de la lumière & de l'ombre. Comme nous le voyons presque toujours obliquement, sa projection doit être apperçue comme une ellipse. Cela supposé, étant donnée l'élongation de la Lune au Soleil, on peut facilement représenter la phase qui convient au tems proposé. Car soit le cercle *COBP* le disque apparent de la Lune tel qu'il nous paroît de la Terre, *OP* la

Maniere de décrire les phases, étant donnée l'élongation de la Lune au Soleil.
 PLANCHE II.
 Fig. 8 & 10.

PLANCHE II.
Figure 10.

projection du demi-cercle OMP représentée par une ligne droite à laquelle soit élevé un autre diamètre perpendiculaire BC : il faut prendre maintenant la ligne LF , (en supposant LP pour rayon) égale au cosinus de l'élongation de la Lune au Soleil; & les deux demi-axes LB, LF étant donnés, on décrira l'ellipse BFC , qui séparera sur le disque de la Lune qui est tourné vers nous, la partie éclairée $BFCPB$ de celle qui est dans l'ombre.

Démonstration de la méthode dont on s'est servi pour déterminer la portion éclairée.

Car puisque dans la supposition que le rayon est LP , la ligne LF représente le cosinus de l'élongation de la Lune au Soleil, PF fera donc le sinus versé qui répond à cette même élongation, & partant la demi-ellipse BFC , qui sépare la partie éclairée de la Lune de celle qui est dans l'ombre est ainsi déterminée, puisque, son grand axe étant égal au diamètre de la Lune qui est constant, la moitié de l'autre axe est égale au demi-diamètre de la Lune moins le sinus versé de l'élongation de la Lune au Soleil. Soit, par exemple, $OBPC$ le disque de la Lune tourné vers nous, & BFC la demi-ellipse qui sépare la partie du disque éclairée de celle qui ne l'est pas: si l'on tire une droite quelconque GHN parallèle au petit axe & qui rencontre le grand axe en M , alors selon cette propriété générale pour l'ellipse & pour le cercle, les deux rapports de LP à LF & de MG à MH , seront égaux entr'eux, ou ce qui est la même chose (en divisant) LP sera à PF comme GM à GH . De même si l'on prend le double des antécédens, PO sera à PF comme GN à GH . Or comme c'est la même propriété pour toute autre ligne GN parallèle au petit axe; il suit selon la douzième proposition du cinquième Livre d'Euclide, que PO doit être à PF comme toutes les lignes GN à tous les sinus versés GH ; c'est-à-dire, (puisque toutes les lignes GN forment le disque entier de la Lune, & que tous les sinus versés GH composent la partie éclairée de la Lune qui nous est visi-

ble) que le diametre de la Lune *PO* doit être au sinus versé de l'élongation au Soleil, comme le disque entier de la Lune est à la phase que l'on s'est proposé de déterminer. Ainsi en quelque tems que ce soit, il y aura toujours le même rapport entre la phase de la Lune & le disque entier tel que nous le voyons dans les pleines Lunes, comme entre le sinus versé de son élongation au Soleil, & le double du sinus total ou le diametre du cercle.

Il n'est peut-être pas inutile de considérer ici que comme la lumiere que nous recevons de la Lune n'est autre chose que celle du Soleil qu'elle emprunte, & qui est réfléchie vers nous; de même celle de la Terre éclaire la Lune, ou plutôt étant bien plus abondante, réfléchit sur la Lune une quantité beaucoup plus considérable des rayons qu'elle reçoit du Soleil. En effet la surface de la Terre surpasse environ quinze fois celle de la Lune; & si l'on suppose que l'une des deux Planetes n'absorbe pas une plus grande quantité de rayons que l'autre, & que par conséquent ces rayons soient réfléchis avec une force égale, il doit s'ensuivre que la Lune sera quinze fois plus éclairée par la lumiere que la Terre réfléchit dans quelque phase que ce soit, que nous ne recevons de lumiere de la Lune à pareille phase. Ce qui se peut comprendre d'autant plus facilement, qu'on sçait déjà, suivant ce qui a été dit ci-dessus, qu'un Observateur placé dans la Lune, appercevrait la Terre quinze fois plus grande que la Lune ne nous paroît dans le Ciel. Dans les nouvelles Lunes toute la surface de la Terre qui est éclairée, est exactement tournée vers la Lune; c'est donc alors qu'elle doit paroître pleine étant vûe de la Lune: mais cette grande lumiere réfléchie vers la Lune, en éclaire toute la partie obscure qui est dans la nuit, ou qui est privée des rayons du Soleil, & c'est ce que l'on y pourroit appeller *Pleine Terre*. Or on peut expliquer par là d'une maniere assez

La Lune est encore éclairée par la lumiere de la Terre, laquelle se y trouve réfléchie principalement vers les tems de la conjunction au Soleil.

La Lumiere Secondaire de la Lune est d'autant plus sensible que le Croissant est moins éloigné de la nouvelle Lune.

La Lumiere
Secondaire
nous fait ap-
percevoir tout
le reste du dis-
que lorsque la
Lune est en
Croissant.

naturelle la cause d'un phénomène que l'on remarque un peu avant ou après la nouvelle Lune, lorsque le Croissant paroît assez foible : on a pu s'appercevoir qu'outre le Croissant qui n'occupe alors qu'une très-petite partie de son disque, le reste, quoique plongé dans l'ombre, puisqu'il ne reçoit point de rayons du Soleil, paroît cependant assez visible, & se distingue même à tel point, qu'on y voit des taches, & qu'il n'est gueres possible de n'y pas soupçonner quelque lumiere. A la vérité cette lumiere est bien moins vive que celle du Croissant, mais elle n'en est pas moins réelle : la preuve qu'on en peut donner, c'est qu'elle va en s'affoiblissant à mesure que la Terre s'écarte du lieu qu'elle occupoit relativement au Soleil & à la Lune, c'est-à-dire à mesure que la Lune s'approche des quadratures & de son opposition au Soleil. Aussi lorsque la Lune nous paroît en opposition, l'Observateur placé dans la Lune, nous appercevrait au contraire en conjonction avec le Soleil, & alors la Terre cesseroit de réfléchir aucune lumiere sur la Lune, puisque son hémisphere obscur est tourné vers cet Astre; en sorte qu'il ne lui seroit pas plus facile d'appercevoir la lumiere de la Terre en conjonction, qu'à nous la Lune dans ses conjonctions ou nouvelles Lunes lorsqu'il n'y a point d'Eclipses. De cette maniere l'Observateur placé dans la Lune ne peut retrouver la Terre qu'un peu après sa conjonction au Soleil, lorsqu'elle reparoît en forme de Croissant. En un mot il doit y observer successivement les mêmes phases que celles que nous remarquons ici à l'égard de la Lune, avec cette différence que ce fera dans des tems contraires ou dans des situations opposées.

Des Mois pé-
riodiques &
synodiques.

Quoique la révolution de la Lune dans son orbite autour de la Terre, & qu'on nomme communément son *Mois périodique*, se fasse dans l'espace d'environ 27 jours 7 heures 43 min. 5 sec. cependant le tems que

cette Planete employe à retourner vers le Soleil à chaque conjonction est un peu plus long de quelques jours: on nomme ce dernier espace de tems *Lunaison*, ou *Mois synodique*. La cause de ces différences entre les révolutions périodiques & les révolutions synodiques de la Lune est bien facile à découvrir. Elle vient uniquement de ce que la Terre, & par conséquent la Lune qui est son Satellite, s'avance sur l'Ecliptique ou sur le grand orbe, pendant que la Lune parcourt son orbite en 27 jours 7 heures. Dans cet espace de tems le mouvement commun à ces deux Planetes est tel qu'il s'en faut bien peu qu'elles ne parcourent un signe entier d'Occident en Orient; d'où il suit que le point de l'orbite de la Lune qui nous paroït au tems de la premiere conjonction dans la ligne droite qui joignoit les centres de la Terre & du Soleil, doit être plus occidental au tems de la conjonction suivante, & qu'ainsi la Lune étant revenue au même point de son orbite, il s'en faudra près d'un signe qu'elle ne paroisse en conjonction avec le Soleil.

Le Mois synodique est de
29 jours 12
heures 44 mi-
nutes 3 sec. 10.
tierces.

Soit *AB* une partie quelconque de l'orbite de la Terre, *S* le Soleil, *ACDL* l'orbite de la Lune. Supposons d'abord la Terre en *T* & que la Lune soit au point *L* de son orbite; c'est-à-dire, qu'elle nous paroisse en conjonction avec le Soleil: il est évident qu'après cette premiere conjonction, à mesure que la Lune s'éloignera du point *L* & qu'elle parcourra son orbite *LACD*, la Terre décrira l'arc *Tt* du grand orbe. Quand donc la Terre sera parvenue au point *t* & que par conséquent l'orbite de la Lune se trouvera portée en *lacd*, le point *L* doit se retrouver dans la ligne *tl* parallele à la ligne *TL* où la premiere conjonction vient d'être observée. Or il est évident que quoique la Lune ait fait une révolution exacte *lacd* sur le plan de son orbite, quoiqu'elle se retrouve, dis-je, précisément au point *l*, elle ne nous doit pas pour cela paroître en

PLANCHE II.
Figure 11.

conjonction avec le Soleil, puisqu'il faut qu'elle parcourre encore l'arc IM de sa révolution suivante, avant qu'elle rencontre la ligne droite tMS tirée de la Terre au Soleil. Supposant donc le tems de la révolution périodique de la Lune d'environ 27 jours 7 heures, on auroit environ 27° pour l'arc Tt que la Terre décrit en même tems sur son orbite, & qui seroit égal à l'arc IM à cause des angles alternes égaux ltM , MSL . Cependant l'arc qui reste à décrire pour que la Lune reparoisse en conjonction avec le Soleil, est encore plus grand que l'arc IM ou Tt , à cause que la Terre se meut encore quelque peu au-delà du point t dans le commencement de cette seconde révolution; d'où l'on voit que le tems qui s'écoule dans l'espace d'une lunaison, c'est-à-dire, depuis une nouvelle Lune jusqu'à la suivante, doit s'étendre à plus de 29 jours, comme d'environ douze heures au-delà, puisqu'en effet le mouvement dont la Lune s'éloigne chaque jour du Soleil n'est que de 12° & quelques minutes. On a nommé ce mouvement comparé, le *Mouvement diurne de la Lune au Soleil*.

Mouvement diurne de la Lune au Soleil.

La Lune ne se meut pas dans le plan de l'Ecliptique, mais elle s'en écarte alternativement au Nord & au Midi.

Si le plan de l'orbite de la Lune n'étoit point différent du plan de l'Ecliptique; c'est-à-dire, si les deux orbites de la Lune & de la Terre, n'avoient aucune inclinaison l'une à l'égard de l'autre; si ces plans, dis-je, ne formoient point entr'eux d'angle sensible, il est très-certain que la trace du mouvement de la Lune que l'on observeroit dans les cieus, seroit la même que celle du Soleil, & que l'un & l'autre Astre parcourreroit exactement le plan de l'Ecliptique. C'est pourquoi il n'y auroit d'autre différence dans l'observation de leurs mouvemens, qu'à l'égard du tems de leurs révolutions périodiques, la Lune paroissant parcourir le cercle entier en un mois, au lieu que le Soleil y emploie toute une année. Mais, parce que le plan de l'orbite de la Lune est sensiblement incliné

sur le plan de l'Ecliptique ou de l'orbite de la Terre; puisque ces deux orbites se coupent sous un angle d'environ cinq degrés (leur section commune se faisant toujours dans une ligne droite qui passe par le centre de la Terre) il faut donc ici considérer les phénomènes du mouvement de la Lune , qui par cette raison doivent être encore changés à notre égard.

Supposons que l'arc *AB* représente une partie de l'orbite de la Terre , & que le cercle *CEDF* soit l'orbite de la Lune dont le centre *T* est le même que celui de la Terre ; il est clair que si de ce centre *T*, on décrit dans le plan de l'orbite terrestre, le cercle *CGDH* dont le diamètre soit égal à celui de l'orbite de la Lune , ce cercle pourra représenter l'Ecliptique , en sorte qu'il formera un angle d'environ 5° avec le plan de l'orbite lunaire. Mais puisque ces deux cercles ont un même centre *T*, & que leur section commune se fait dans une ligne droite qui passe par le centre de la Terre , il est clair qu'une moitié *CED* de l'orbite de la Lune sera élevée au-dessus du plan de l'Ecliptique *CGDH* du côté du Septentrion , & qu'au contraire l'autre moitié *DFC* sera abaissée sous ce plan de la même quantité du côté du Midi. Or la ligne *CD*, qui est la commune section de ces deux cercles, s'appelle la *Ligne des nœuds*, & les sommets des angles que forment ces cercles en *C* & *D* se nomment les *Nœuds* de la Lune. Comme c'est au point *C* que cette Planete passe de la partie méridionale de son orbite dans la partie septentrionale, on l'a nommé pour cet effet le *nœud Ascendant* ou la *Tête du Dragon*, & on le désigne par ce caractère Ω ; quant à l'autre nœud *D* où la Lune passe de la partie septentrionale de son orbite dans la partie méridionale, on le nomme *nœud Descendant*, ou la *Queue du Dragon*, & on le désigne par cet autre caractère $\var�$. Il faut bien faire attention maintenant que si la ligne des nœuds étoit immobile , ou si elle n'avoit

PLANCHE II.
Figure 12.

La ligne des nœuds.

Le nœud ascendant.

Le nœud descendant.

Le mouve-
ment des
nœuds est ré-
trograde.

Leur révolu-
tion s'acheve
en 18 ans
224 j. 4^h $\frac{1}{4}$.

Des limites
& de la latitu-
de de la Lune.

d'autre mouvement que celui qui est commun à l'orbite de la Lune & à la Terre dans leurs révolutions périodiques autour du Soleil, cette ligne seroit perpétuellement dirigée au même point du Ciel ou de l'Écliptique; ou plutôt elle seroit parallèle à elle-même en quelque lieu que l'orbite se trouvât dans le cours de chaque année: mais parce qu'elle se meut continuellement d'Orient en Occident, ou qu'elle rétrograde contre l'ordre des signes, elle ne peut reparoître aux mêmes points des Cieux qu'au bout d'une révolution d'environ dix-neuf ans; ainsi les nœuds ne se retrouvent aux mêmes points de l'Écliptique où on les auroit une fois observés de la surface ou du centre de la Terre, qu'après une révolution entière dont la durée est d'un peu moins que dix-neuf ans.

De tout ce que nous venons de dire, l'on peut conclure qu'à chaque lunaison ou chaque révolution de la Lune sur son orbite, nous ne devons l'apercevoir que deux fois seulement dans l'Écliptique, sçavoir lorsqu'elle est dans l'un ou l'autre nœud: car dans tout autre point de son orbite, elle se trouve plus ou moins écartée du plan de l'Écliptique, selon qu'elle sera plus ou moins éloignée des nœuds, & le tems auquel la Lune paroitra dans sa plus grande distance de l'Écliptique, doit arriver lorsqu'elle sera également éloignée des nœuds, comme en *E* & *F*: on nomme ces deux points *les Limites*: & la distance de la Lune à l'Écliptique, s'appelle aussi *la Latitude*. Elle se mesure par l'arc d'un grand cercle perpendiculaire au plan de l'Écliptique, & que l'on suppose passer par le centre de la Lune. Comme cet arc nous fait connoître la plus grande distance entre la Lune & l'Écliptique, & par conséquent la latitude; c'est pour cette raison qu'on a attribué vraisemblablement à ces sortes de cercles perpendiculaires à l'Écliptique, le nom de *cercles de latitude*. Or la plus grande latitude possible de la Lune arrive

arrive lorsqu'elle se trouve en *E* ou en *F* dans ses limites, on l'observe aussi quelquefois de cinq degrés & dix-huit minures, mais l'angle qui mesure cette grande latitude, a toujours son sommet dans l'un ou l'autre nœud.

CHAPITRE DIXIEME.

Des inégalités du mouvement de la Lune ; de la figure de son disque apparent, des Montagnes & des Cavités profondes que l'on y apperçoit.

COMME toutes les Observations Astronomiques s'accordent à nous faire connoître que la distance de la Lune à la Terre change à notre égard d'une manière très-sensible, c'est-à-dire, qu'on l'apperçoit d'abord plus éloignée dans certains points de sa révolution, & qu'au contraire dans d'autres elle se trouve plus proche de nous, paroissant alors sous un bien plus grand angle* ; il faut donc nécessairement que son orbite ne soit point circulaire, mais une ellipse qu'elle semble décrire autour de la Terre, telle que la courbe *ABPD* dont le grand axe ou la ligne des Apfides est *AP*, le point *T* l'un des foyers qu'occupe la Terre, *TC* l'excentricité, *A* l'*Apogée* ou le lieu que la Lune occupe lorsqu'elle est dans sa plus grande distance de la Terre, & *P* le *Périgée*, c'est-à-dire, le point où la Lune approche de nous le plus près qu'il est possible. De plus si l'orbite de la Lune n'avoit d'autre mouvement que celui qui l'emporte de même que la Terre autour du Soleil dans le cours de chaque année, alors le grand axe de cette orbite elliptique seroit toujours parallele

La Lune se meut dans une orbe elliptique.

PLANCHE II.
Figure 13.

Son Apogée & son Périgée.

* L'angle sous lequel le diametre horizontal de la Lune a été observé lorsqu'elle étoit Pleine & Périgée, excède un peu $33\frac{1}{2}$: mais étant Pleine & Apogée on ne l'apperçoit gueres que sous un angle de $29\ 30''$.

à lui-même & nous paroîtroit constamment dirigé au même point des Cieux : c'est pourquoi à chaque retour de la Lune à ce point, cet Astre nous paroîtroit précisément à la même distance de la Terre. Mais il est certain que ce grand axe ou ligne des apsides a un mouvement propre & particulier, ainsi qu'on l'a déjà dit à l'égard des nœuds, quoiqu'il y ait bien de la différence, puisqu'au contraire du mouvement des nœuds, celui de l'axe se fait d'Occident en Orient, & par conséquent sa révolution s'acheve suivant l'ordre des signes : en un mot cet axe ou ligne des apsides ne se retrouve au même point du Ciel qu'après un intervalle d'environ neuf ans.

La révolution moyenne de l'Apogée se fait en 8 ans 309 j. 8^h 37¹/₂.

Différentes inégalités dans le mouvement de la Lune.

Il n'y a point d'Astres particuliers dans les Cieux dont le cours ou l'orbite même se trouvent aussi affectés de mouvemens variés, ni qui soient assujettis à tant d'irrégularités apparentes, que la Lune. Car 1°. lorsque la Terre est dans son aphélie, ou lorsqu'elle est de même que la Lune qui est son Satellite, dans sa plus grande distance du Soleil, le mouvement de ce Satellite nous paroît alors très-rapide : au contraire la Terre étant perihélie, & la Lune se trouvant par cette raison plus près du Soleil, son mouvement nous paroît très-rallenti ; en sorte que la Lune parcourt son orbite, ou, ce qui est la même chose, achève sa révolution périodique beaucoup plus vite, la Terre étant aphélie, que lorsqu'elle est perihélie ; & c'est ce qui est cause que les Mois périodiques sont presque toujours inégaux entr'eux.

2°. Lorsque la Lune est dans les Sifigies, c'est-à-dire, dans la ligne qui passe par les centres de la Terre & du Soleil, on observe alors (toutes choses d'ailleurs étant supposées égales) qu'elle se meut bien plus rapidement.

3°. Selon les différentes distances de la Lune aux Sifigies, c'est-à-dire, à l'égard de ses conjonctions ou oppositions au Soleil, son mouvement est sujet à diverses

inégalités : car dans la 1^{re} des quatre parties qui composent chaque lunaison, c'est-à-dire, depuis la conjonction, ou la nouvelle Lune, jusqu'au premier Quartier, son mouvement se ralentit peu à peu; mais il accélère ensuite depuis la quadrature jusqu'à l'opposition. De même dans la troisième partie de la lunaison il nous paroît retardé peu à peu, mais enfin il augmente ou commence à s'accélérer dans la quatrième partie de la lunaison, c'est-à-dire, depuis le dernier Quartier jusqu'à la nouvelle Lune. Telle est cette inégalité si célèbre que Tycho a découverte le premier & que l'on a nommée jusqu'à ce jour *la Variation*.

Ce que l'on entend par la variation dans le mouvement de la Lune.

4°. Puisque la Lune se meut dans une ellipse, au foyer de laquelle se trouve la Terre, & d'où cet Astre doit paroître décrire des aires ou espaces elliptiques proportionnels aux tems, il faut absolument que de même que les Planetes principales, elle se meuve plus lentement dans l'Apogée, & au contraire très-rapidement dans le Périgée.

5°. Mais l'orbite de la Lune paroît presque continuellement changer de figure; ce n'est jamais une ellipse de même espece; elle est tantôt plus ou moins allongée, son excentricité étant sujette à divers accroissemens ou diminutions. Or la plus grande excentricité de l'orbite de la Lune arrive lorsque le grand axe, ou la ligne des apsides se trouve dans les Sisigies, c'est-à-dire, quand le grand axe convient exactement avec la ligne qui passe par les centres de la Terre & du Soleil; d'où l'on voit que la plus petite excentricité * doit s'observer lorsque ces deux lignes se coupent à angles droits. Il est encore à remar-

L'orbite de la Lune & son excentricité varient jusqu'à souffrir d'ailez grands changemens.

* Cela est aisé à reconnoître par les diametres apparens que l'on observe. M. Picard est le premier qui ait découvert que la Lune périgée au 1^{er} & au 2^d quartier paroît sous un angle d'environ une minute plus petit que lorsqu'elle étoit pleine & périgée; ce qui a fait connoître la loi suivant laquelle l'excentricité de son orbite varioit à chaque lunaison. Celle du Soleil, qui est constante, ne produit dans les moyennes distances qu'une différence d'environ 1° 5' entre son lieu moyen & son lieu vrai, & c'est là la plus grande Equation du centre. Par les obser-

quer que la différence entre la plus grande & la plus petite excentricité est si grande que dans le premier de ces deux cas, elle excède la moitié de cette dernière.

Inégalités
dans le mou-
vement de
l'Apogée.

6°. L'apogée de la Lune est lui-même sujet à une inégalité très-considérable. Car lorsque cet apogée se trouve dans la ligne des Sifigies, il paroît se mouvoir de même que le Soleil selon la suite des signes : mais dans les Quadratures il est au contraire rétrograde. Or les mouvemens de l'apogée, soit qu'il s'accélère ou qu'il rétrograde, ne sont pas toujours égaux : car il doit arriver, lorsque la Lune est dans l'un ou l'autre Quartier, que la ligne de son apogée, s'avancera bien plus lentement qu'à l'ordinaire, ou qu'il deviendra rétrograde ; au lieu que si la Lune est en conjonction, le mouvement de l'apogée est le plus rapide que l'on puisse observer.

7°. Le mouvement des nœuds quoique perpétuellement rétrograde n'est pas non plus égal ni uniforme, puisqu'il arrive à chaque fois que la ligne des nœuds se trouve dans les Sifigies, que son mouvement devient à peine sensible, & qu'au contraire le mouvement de cette même ligne se fait très-rapidement contre l'ordre des signes lorsqu'elle se trouve dans les Quadratures.

Il eût été très-difficile, pour ne pas même dire presque impossible, soit en Astronomie, soit dans la Physique, de découvrir les causes de toutes ces inégalités du mouvement de la Lune, si le grand Newton ne l'eût entrepris, en y appliquant sa Théorie de la Gravitation. Suivant cette Théorie l'on démontre d'une manière fort élégante les loix mécaniques d'où dépendent les mouvemens que l'on a reconnus tant à l'égard de la Lune, que

vations des Eclipses de Lune, on avoit conclu autrefois la plus petite excentricité de l'orbite de cette Planete, ce qui donnoit pour sa plus grande équation du centre 5° ou $4^{\circ} 59' 30''$. Mais de l'observation de M. Picard il a fallu conclure que l'équation du centre pouvoit être vers le 1^{er} ou 2^d Quartier de $7^{\circ} 30' 00''$ & qu'ainsi les deux plus grandes équations qui peuvent arriver l'une dans la pleine Lune, & l'autre dans les Quadratures diffèrent d'environ $2^{\circ} 30'$.

de son orbite apparente. C'est une chose remarquable que l'Astre qui est le plus proche de la Terre, soit celui dont les mouvemens nous soient, pour ainsi dire, les moins connus. Ces mouvemens de la Lune sont néanmoins si irréguliers, qu'on n'est pas encore parvenu à découvrir entièrement ce qui appartient à la Théorie de cette Planete, & cela faute d'une longue suite d'Observations qui demandent beaucoup de veilles & d'assiduités.

Le seul mouvement régulier & uniforme que l'on observe par rapport à la Lune, c'est celui de Rotation autour de son axe: il s'acheve précisément dans le même espace de tems que celui de la révolution de cette Planete autour de la Terre. C'est-là ce qui fait que nous voyons toujours à très-peu près le même hémisphere de la Lune. Cette uniformité même est cause d'une inégalité singuliere que l'on observe par rapport au disque apparent de la Lune, cet Astre nous paroissant avoir une Libration ou espece de balancement, tel que seroit un commencement de rotation apparente autour de son axe. La libration se fait d'abord d'Occident en Orient, ensuite d'Orient en Occident; de sorte que diverses régions qui paroissent situées vers le bord occidental ou oriental de la Lune, ou se cachent, ou se montrent alternativement. Il en est de même de toutes les autres régions du disque apparent de la Lune, qui s'approchent aussi plus ou moins, ou s'éloignent successivement de sa circonférence; en un mot c'est-là ce qui a fait donner le nom de *Libration* à ce mouvement qui ressemble très-bien à une espece de balancement. L'une des principales causes de cette Libration vient de l'inégalité du mouvement de la Lune dans la circonférence de son orbite qui est une ellipse. En effet il est évident que si la Terre occupoit le centre d'un cercle dont la circonférence seroit l'orbite véritable de la Lune, & si la Lune employoit à tourner autour de

La Lune tourne uniformément autour de son axe.

La Libration.

son axe le même espace de tems qu'elle employeroit à parcourir la circonférence de ce cercle, assurément ce feroit toujours le même plan d'un Méridien lunaire qui passeroit par notre œil ou par le centre de la Terre; & partant l'on appercevroit exactement chaque jour le même hémisphere de la Lune. Mais puisque l'orbite de la Lune est une ellipse dont la Terre occupe le foyer, & que d'ailleurs la rotation de cette Planete autour de son axe est uniforme; ou ce qui revient au même, puisqu'un Méridien quelconque de la Lune décrit perpétuellement autour de l'axe des angles proportionnels aux tems, il suit que le plan du même Méridien ne sçauroit être constamment dirigé vers le centre de la Terre, mais qu'il doit s'en écarter de part & d'autre jusqu'à un certain point.

PLANCHE II.
Figure 14.

Soit ALP l'orbite de la Lune, dont le foyer T est au centre de la Terre. Si l'on suppose d'abord la Lune en A , il est clair que le plan d'un de ses Méridiens MN étant prolongé, passera par le point T , ou par le centre de la Terre. Or si la Lune n'avoit aucune rotation autour de son axe, comme elle s'avance chaque jour sur son orbite, ce même Méridien MN seroit toujours parallele à lui-même, & la Lune étant parvenue en L , ce Méridien paroîtroit dans la situation représentée par PQ , c'est-à-dire, parallelement à MN : mais le mouvement de rotation de la Lune autour de son axe qui est uniforme, est cause que le Méridien MN change de situation; & parce qu'il décrit des angles proportionnels aux tems & qui répondent à quatre angles droits dans l'espace d'une révolution périodique, il fera par conséquent dans une situation mLn , telle que l'angle QLn qu'il forme avec PQ , seroit à un angle droit ou de 90° ; comme le tems que la Lune emploie à parcourir l'arc AL est au quart du tems périodique. Mais le tems que la Lune emploie à parcourir l'arc AL est au quart du tems périodique comme l'aire ATL est à l'aire

ACL ou au quart de l'aire elliptique; ainsi l'angle QLn fera à un angle droit dans le même rapport: & d'autant que l'aire *ATL* est beaucoup plus grande que l'aire *ACL*, de même l'angle QLn fera nécessairement plus grand qu'un angle droit. Or puisque QLT est un angle aigu, il s'ensuit que l'angle QLn qui est obtus sera plus grand que l'angle QLT , & partant la Lune étant en *L*, ce même Méridien *MN* dont le plan passoit par le centre de la Terre lorsque la Lune étoit au point *A*, ne sçauroit être davantage dirigé vers le point *T* ou vers le centre de la Terre. Il est donc vrai de dire que l'hémisphère visible de la Lune, ou qui est tourné vers la Terre en *L*, n'est plus exactement le même qu'il étoit apperçu lorsque la Lune s'est trouvée en *A*, & qu'ainsi au-delà du point *Q* de la circonférence du disque, on pourra découvrir quelques régions qui n'étoient nullement visibles auparavant. Enfin lorsque la Lune sera parvenue au point *P* de son orbite où elle est périégée, comme son Méridien *MN* aura précisément achevé une demi-révolution, alors le plan de ce Méridien passera exactement par le centre de la Terre. On verra donc en ce cas le disque de la Lune au même état que lorsqu'elle étoit apogée en *A*; d'où il suit que les termes de la Libration de la Lune sont l'Apogée & le Périégée, & que ce phénomène peut s'observer deux fois dans chaque lunaison, ou dans chaque Mois périodique.

Si la surface de la Lune étoit unie ou polie comme sont nos glaces de miroirs, il s'en faudroit bien qu'elle pût réfléchir sa lumière de tous côtés; elle ne nous renverroit qu'une petite image du Soleil presque imperceptible, & qu'on ne distingueroit peut-être qu'à cause de l'éclat ou de la vivacité des rayons de lumière lancés par le Soleil: mais il en sera autrement, si la Lune est entièrement semblable à la Terre. Or sa surface inégale est parsemée

La surface de la Lune est inégale & raboteuse.

de montagnes & de cavités qui réfléchissent la lumière du Soleil de tous côtés ; c'est donc ce qui fait qu'elle nous renvoie les rayons en une bien plus grande quantité, ce qui étoit absolument nécessaire pour que la Terre en fût éclairée pendant les nuits.

Il s'y trouve
de très-hautes
montagnes.

Ces inégalités ou montagnes que nous prétendons être à la surface de la Lune, ne sont pas peu considérables : elles ne ressemblent pas néanmoins à la plupart de celles que nous voyons communément sur la Terre, car il y a en effet dans la Lune une multitude prodigieuse de montagnes énormes, de profondes vallées, de grandes cavités ou abîmes qu'on n'y auroit peut-être jamais soupçonnés, si l'on n'étoit parvenu à en constater des mesures exactes. D'ailleurs s'il n'y avoit point de semblables inégalités dans la surface de la Lune, si toutes les parties de sa surface étoient dans un niveau parfait, semblable aux eaux de la mer lorsque nous la voyons dans un calme, il est certain que ce seroit toujours une ligne droite ou portion d'ellipse très-régulière qui détermineroit dans les Quadratures & les autres phases, le terme de la lumière & de l'ombre. Mais les lunettes d'approche nous le représentent bien différemment ; ce n'est plus une courbure uniforme, mais très-inégale & comme dentelée, ayant dans chaque interruption de profondes cavités qui la rendent irrégulière, & qui la défigurent, pour ainsi dire. Bien plus on voit dans la partie du disque qui n'est point éclairée, quelques endroits lumineux & même fort loin au-delà du terme qui sépare la lumière & l'ombre : si, par exemple, l'on observe le Croissant environ quatre jours après la nouvelle Lune, on distingue dans la partie obscure divers points lumineux semblables à des pointes de rochers ou aux petites Isles soit de l'Océan soit de la Méditerranée, & cela bien avant au-delà du terme de la lumière & de l'ombre. On voit aussi au-dedans de la partie du disque éclairé,

Ce qui est démontré d'une manière fort évidente.

éclairé, divers petits espaces en forme de croiffans, qui augmentent & qui changent peu à peu de figure à mesure que la Lune croît ou s'approche de son opposition au Soleil, de sorte que la lumière les entourant tout-à-fait, ils sont enfin confondus dans la partie éclairée lorsque les rayons de cette même lumière les ont, pour ainsi dire, pénétrés de toute part. Il en est de même dans les phases suivantes d'une infinité d'autres qu'on découvre successivement chaque jour, & qui sortent de la partie obscure à mesure que la Lune croît. Enfin c'est tout le contraire dans le décours : ces mêmes points lumineux se trouvent à moitié éclairés dans le sens opposé, de manière que lorsqu'ils sont vers le terme de la lumière & de l'ombre, ils disparaissent successivement ; mais ce n'est pour l'ordinaire, que lorsqu'ils se trouvent un peu au-delà de ce terme. Or il seroit impossible d'observer tous ces phénomènes si ces points qui nous paroissent lumineux, n'étoient pas plus élevés que le reste de la surface de la Lune, & même assez élevés pour recevoir plus long-tems la lumière du Soleil lorsqu'il devient presque horizontal à leur égard. Il faut pour cet effet que ces points qu'on remarque assez avant dans la partie obscure au-delà du terme de la lumière & de l'ombre, ne soient autre chose que les pointes ou sommets de quelques montagnes très-élevées, qui, à cause de leurs hauteurs prodigieuses, peuvent recevoir beaucoup plutôt la lumière du Soleil, & c'est par une raison à peu près semblable qu'ils la perdront beaucoup plus tard que les autres points de la surface de la Lune. On peut dire aussi que les taches noires que l'on remarque en même tems dans la partie éclairée assez proche du terme de la lumière & de l'ombre, sont les cavités où ces vallées si profondes qui n'étant pas encore remplies de la lumière du Soleil dont les rayons sont pour lors trop obliques à leur égard, n'en reçoivent seulement qu'un peu vers

On aperçoit
dans la Lune
de très grandes
cavernes.

leurs extrémités supérieures, c'est-à-dire, vers les parties les plus élevées de leurs circonférences. Elles doivent donc ainsi nous paroître d'autant plus noires, qu'étant entourées de rayons qui réfléchissent une lumière très-vive, elles s'en trouvent alors privées totalement; & cependant le Soleil venant à s'élever peu à peu, ses rayons deviennent chaque jour bien moins obliques: aussi ces taches paroissent-elles peu à peu plus éclairées, & l'ombre diminue d'autant plus que le Soleil s'éleve sur leur horizon, de manière que lorsque le Soleil se trouve une fois vertical ou perpendiculaire, l'ombre s'évanouit, & ces mêmes endroits ressemblent à d'autres taches lumineuses. C'est peut-être la seule raison pourquoi il est alors très-difficile de les reconnoître sur le disque de la Lune: elles sont dans ce dernier cas confondues avec les pointes ou sommets des montagnes, puisqu'elles réfléchissent de la même manière les rayons du Soleil, leur ombre étant sans doute l'unique cause qui pouvoit nous les faire distinguer. Cependant il semble qu'on doit les reconnoître dans la Pleine Lune, parce qu'elles sont beaucoup plus éclairées que tout le reste: en effet ces mêmes vallées si profondes réfléchissent une plus grande multitude de rayons que les pointes ou sommets des montagnes. Il est donc démontré que la Lune est couverte de montagnes & qu'elle a des vallées profondes. Passons maintenant à ce qu'il y a de plus particulier à ce sujet.

La Géométrie fournit un moyen fort simple pour mesurer la hauteur des montagnes de la Lune.

PLANCHE II.
Figure 15.

Il y a sur la surface de la Lune des montagnes beaucoup plus hautes que celles qui sont sur la surface de la Terre; voici comment les Géomètres ou les Astronomes les ont mesurées. Soit *EGD* l'hémisphère éclairé de la Lune, *ECD* le diamètre du cercle qui est le terme de la lumière & de l'ombre, *A* le sommet d'une montagne observé, s'il est possible, au premier instant qu'elle commence à paroître. On mesurera par le moyen d'un treillis

placé au foyer d'une Lunette, ou si l'on aime mieux, avec le micrometre, la distance AE comme aussi le diametre apparent de la Lune, ce qui fera connoître leur rapport. Cela supposé, puisque ES est une tangente au globe de la Lune, si l'on tire la droite AC , le triangle ACE fera rectangle *, & partant étant données AE, EC , on connoitra CA dont on retranchera CB égale à CE , & le reste BA sera la hauteur de la montagne que l'on cherche. En voici un exemple. *Riccioli* dit que le quatrième jour après la nouvelle Lune il a observé l'instant où la montagne qu'il nomme Sainte Catherine a commencé d'être éclairée, & que sa distance AE au terme de la lumiere & de l'ombre (lequel paroît quelquefois assez régulier) étoit égale à la seizieme partie du diametre de la Lune, c'est-à-dire, égale à la huitieme partie du demi-diametre. Supposant donc EA d'une partie dont EC en contiendrait 8, les quarrés de EA & EC feront 1 & 64, dont la somme 65 fera égale au quarré de l'hypothénuse AC selon la 47^e Prop. du 1^{er} liv. d'Euclide. Or la racine quarrée de 65 est 8,062 égale AC ; c'est pourquoi si l'on en retranche 8,000 = BC ou CE , le reste 0,062 fera la vraie hauteur de la montagne AB ; d'où il suit que CB ou CE est à AB comme 8000 à 62. Or le demi-diametre de la Lune étant d'environ 400 lieues, si l'on fait comme 8000 à 62: ainsi 400 lieues sont à un quatrième terme, on trouvera exactement 3,1 lieues pour la hauteur de cette montagne, ce qui est environ trois fois la hauteur de nos plus hautes montagnes Européennes.

Ceux qui considéreront la Lune avec les meilleures lunettes d'approche, y reconnoîtront bien-tôt peut-être avec une surprise agréable, une variété presqu'infinie d'objets éclairés, dont les uns sont si éclatans que quelques bons Philosophes se sont avancés jusqu'à dire que c'étoient des roches d'une matiere semblable à nos diamans; d'autres

* *Euclid. liv.*
3. *prop. 16.*

Variétés surprenantes sur la surface de la Lune.

veulent qu'elles ressemblent à nos perles ; d'autres enfin à des volcans. Toutes ces parties de la Lune sont ou des montagnes , ou des corps très-solides , la plupart très-aisés à distinguer de quantité d'autres taches beaucoup plus étendues & en très-grand nombre qui paroissent obscures ou noirâtres & que l'on a regardées comme des lacs, des marais , ou des mers. Cependant si l'on vient à se servir des plus excellentes lunettes d'approche , on reconnoitra d'abord que ces grandes taches qu'on a prétendu ressembler à nos mers , ne sont point de véritables amas de matieres fluides ; car on y apperçoit une infinité de cavernes ou de cavités très-profondes (ce qui se remarque principalement par le moyen des ombres qui sont jettées au-dedans lorsque la Lune croît ou qu'elle est dans son décours.) Or c'est ce qui ne paroît gueres convenir à une mer d'une vaste étendue. Ainsi il est probable que ces régions de la Lune ne sont point des mers , mais qu'elles sont d'une matiere moins dure & moins blanche que les autres contrées des pays montueux. On doit aussi remarquer que parmi ces taches pâles & comme obscures , il s'en trouve d'autres petites qu'elles renferment & qui sont d'une lumière bien plus vive & même presque aussi éclatante que les sommets des montagnes dont nous avons parlé ci-dessus. Enfin il y a beaucoup d'apparence que sur la Lune il n'y a jamais de nuages * ni de pluies ; car s'il s'y trouvoit des nuages on les verroit se répandre indifféremment sur les différentes régions du

Il est assez vraisemblable qu'il n'y a point de mers dans la Lune.

* Les nuages pourroient néanmoins se trouver dans la partie de l'Athmosphère qui n'est point éclairée du Soleil ; car la chaleur qui est très-grande dans la partie éclairée (l'unique Hémisphère qu'il nous est permis d'apercevoir) cette chaleur, dis-je, excitée par les rayons du Soleil qui éclairent sans discontinuer ces régions de la Lune pendant près de 15 fois 24 heures, suffit , à ce qu'il semble , pour rarefier l'Athmosphère de la Lune. De plus au sujet de cet Athmosphère on a remarqué en 1736 & 1738 que l'Etoile *Aldébaran* s'avançoit en *l'lein-jour* un peu sur le disque éclairé de la Lune , où cette même Etoile a disparu ensuite après avoir enramé très-sensiblement le disque , & cela vers le diamètre horizontal de la Lune.

disque apparent, ce qui feroit disparaître assez souvent ces mêmes régions à notre égard : mais c'est ce que l'on n'a jamais remarqué, enforte qu'il faut que le Ciel y soit perpétuellement ferein. Il ne paroît pas non plus que la Lune ait d'athmosphère, puisque les Planetes & les Etoiles fixes qui approchent de son bord, ne paroissent souffrir aucune réfraction.

Voyez cependant l'Observation du P. Feuillée Minime & celle de M. de la Hire en 1699.

Parmi les Observateurs qui ont tâché de représenter la figure de la Lune telle qu'on l'apperçoit avec les lunettes ordinaires, on connoît principalement **Langrenus, Hevelius, Grimaldi & Riccioli*. Ils ont sur-tout représenté dans leurs Selenographies les plus belles taches, & leur ont donné des noms afin qu'on pût mieux les reconnoître. Langrenus & Riccioli dans cette distribution n'ont employé d'autres noms que ceux de quelques personnes illustres ou des principaux Philosophes; ainsi chaque tache porte le nom d'un Roi, d'un Prince, d'un Philosophe, ou d'un Mathématicien. Mais Hevelius, qui appréhendoit les guerres civiles qui se feroient élevées à ce sujet entre les Philosophes modernes, au lieu de leur distribuer tout ce domaine, comme il se l'étoit proposé, jugea qu'il seroit plus à propos d'y appliquer des noms** de notre Géographie. Il est vrai que ces taches ne ressemblent gueres, tant par rapport à leurs situations qu'à l'égard de leurs figures, aux mers & aux continents de notre terre dont ils portent le nom.

Joann. Hevelii Selenographia Gedani, Edit. ann. 1687.

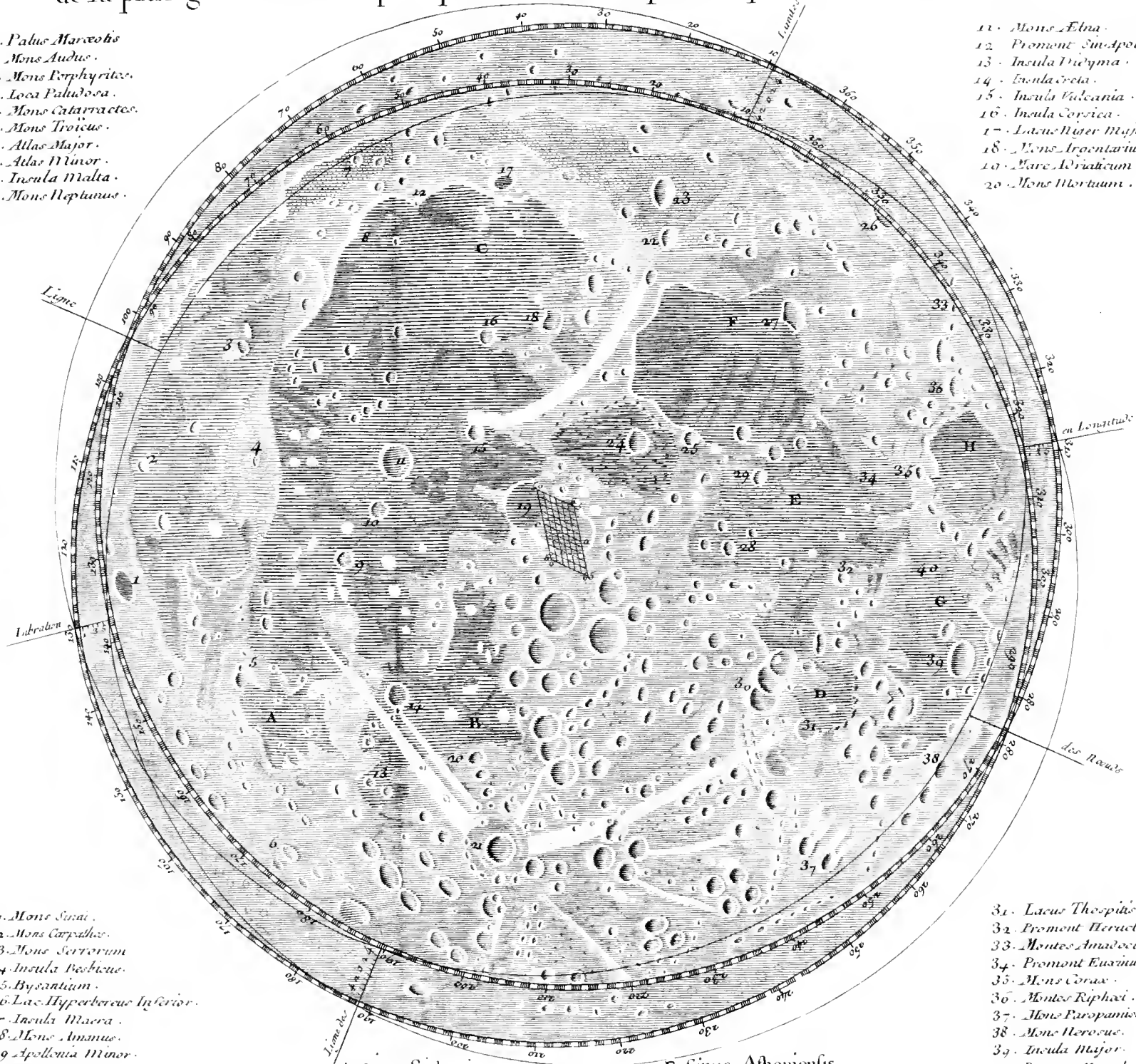
* De toutes les figures de la Lune qui ont été publiées jusqu'à ce jour, on peut dire que celles qui ont été gravées en 1635 par le fameux Cl. Mellan par ordre de *Péirefc* sur les Observations de *Gassendi* (& qui consistent en trois phases dont l'une représente la Pleine Lune & les deux autres le Premier Quartier & le Décours) ont été regardées sans contredit comme les meilleures & les plus ressemblantes. Quoiqu'il n'y ait pas plus de 20 ans qu'elles soient devenues publiques, ces memes phases sont néanmoins des plus anciennes, puisqu'elles ont précédé celles d'*Hévélius* & de *Riccioli*, qui sont celles que l'on a le plus imitées & dont les Astronomes ont tâché de faire usage jusqu'à ce jour.

** On a recommandé jusqu'ici aux Astronomes ces noms géographiques, qui ne scauroient leur devenir trop familiers, principalement à ceux qui veulent étudier dans *Ptolomé* la Géographie ancienne.

TABLE générale des Phases de la Lune selon la Sélenographie d'Allemagne; avec les termes de la plus grande & de la plus petite Libration publiée par HÉVELIUS en 1645.

- 1. Palus Marcehis
- 2. Mons Audus.
- 3. Mons Porphyrites.
- 4. Loca Paludosa.
- 5. Mons Catarractes.
- 6. Mons Troicus.
- 7. Atlas Major.
- 8. Atlas Minor.
- 9. Insula Malta.
- 10. Mons Neptunus.

- 11. Mons Etna.
- 12. Promont. Sin. Apollinis.
- 13. Insula Pygma.
- 14. Insula Cyeta.
- 15. Insula Vulcania.
- 16. Insula Corvica.
- 17. Lacus Niger Major.
- 18. Mons Argentarius.
- 19. Mare Adriaticum.
- 20. Mons Mortuum.



- 21. Mons Sinai.
- 22. Mons Carpathus.
- 23. Mons Serrorum.
- 24. Insula Barbica.
- 25. Bysantium.
- 26. Lac. Hyperboreus Inferior.
- 27. Insula Maera.
- 28. Mons Amanus.
- 29. Apollonia Minor.
- 30. Mons Mercurus.

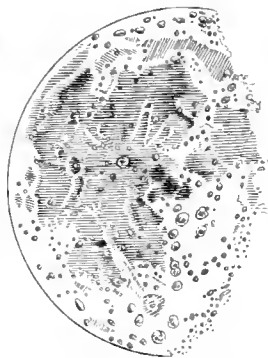
- 31. Lacus Theopitius.
- 32. Promont. Herculeum.
- 33. Montes Amadoci.
- 34. Promont. Euzuum.
- 35. Mons Corax.
- 36. Montes Riphæi.
- 37. Mons Paropamisus.
- 38. Mons Herocus.
- 39. Insula Major.
- 40. Promont. Herculeum.

- A. Sinus Sirbonis.
- B. Mare Pamphiliun.
- C. Mare Mediterraneum.
- D. Sinus extremi ponti.
- E. Sinus Athenensis.
- F. Pontus Euxinus.
- G. Mare Caspium.
- H. Palus Mæotis.



Table générale des Phases de la Lune selon la Sélénographie des P.P. Grimaldi et Riccioli.

Figures redressées de la Lune telles qu'on les voit dans la Lunette à quatre Verres convexes.

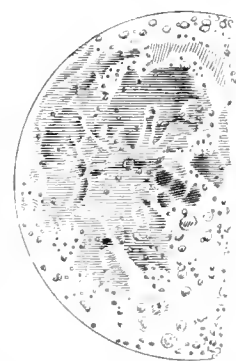
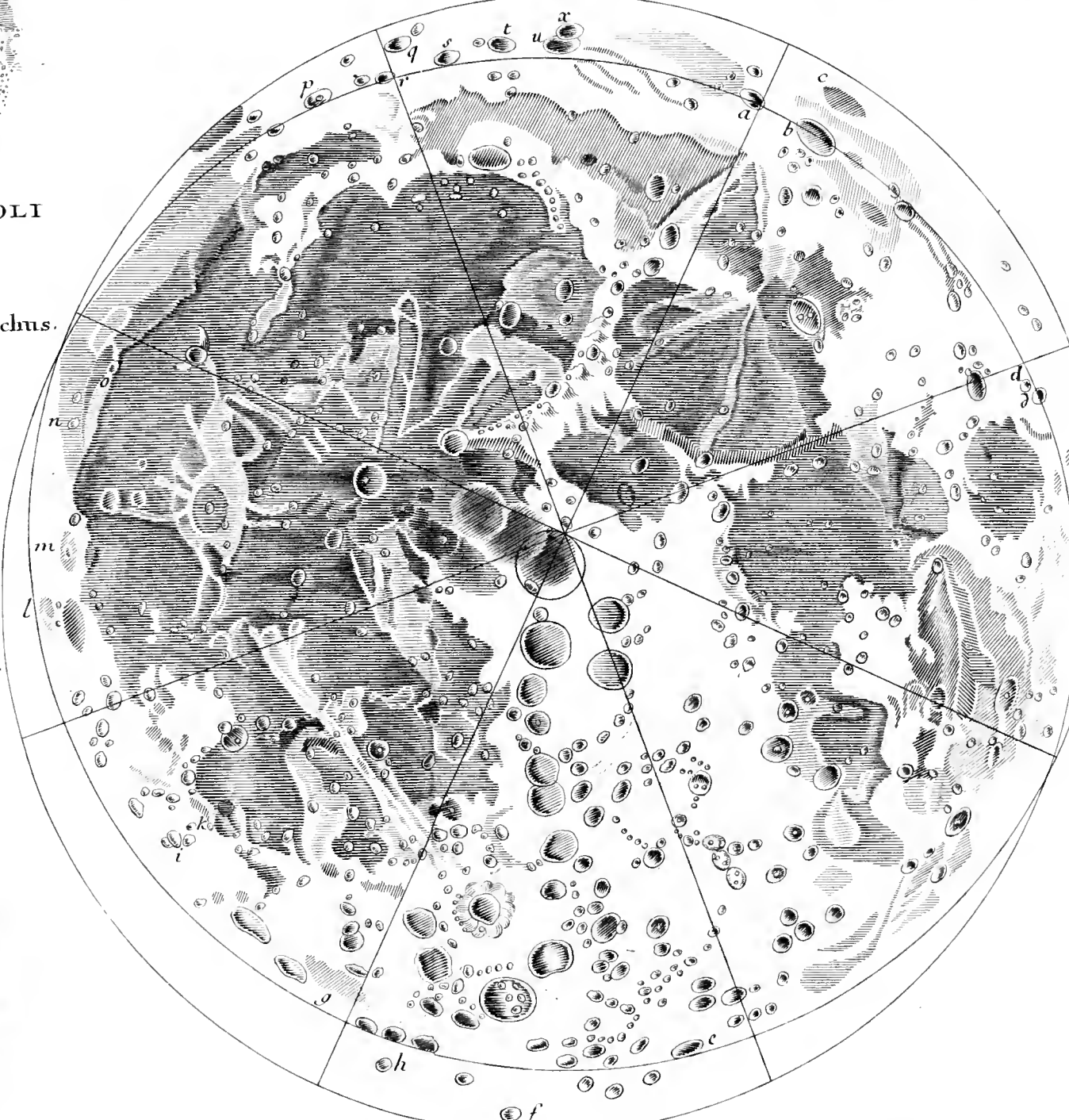


selon RICCIOLI

- a. Thales.
- b. Endymion.
- c. Zoroaster.
- d. Seneca, Plutarchus.
- e. Mutus.
- f. Cabeus.
- g. Schillerus.
- h. Bartolus.
- i. Vieta.
- k. Kristmannus.
- l. Riccioli.
- m. Hevelius.
- n. Cardanus.
- o. Seleucus.
- p. Pythagoras.
- q. Anaximenes.
- r. Anaximander.
- s. Philolaus.
- t. Anaxagoras.
- u. Meton.
- x. Euctemon.

Selon HEVELIUS

- a. Montes Sarmatici.
 - b. Lacus Hyperbor Superior.
 - c. Palus Amadoca.
 - d. Mons Alaunus.
 - e. Mons Dalanquer.
 - f. Mons Carmanie.
 - g. Lacus Meridionalis.
 - h. Mons Meridionalis.
 - i. Mons Eos.
 - k. Mons Pharan Arabia.
 - l. Stagnum Mesris.
 - m. Mons Pheme Egypti.
 - n. Mons Africanus.
 - o. Mons Pendactylus.
- | | |
|----------------------|---|
| p. | 1 |
| q. | 2 |
| r. | 3 |
| s. Montes Hyperborei | 4 |
| t. | 5 |
| u. | 6 |
| x. | 7 |



On a rapporté ici les Noms des Taches qui ont servi à observer la Libration de la Lune.

SUR LA PREMIERE EQUATION des Moyens Mouvements de la Lune.

Le moyen Mouvement de la Lune est inégal selon les diverses distances de la Terre au Soleil.

LA theorie de la Gravitation a confirmé entierement les inégalités qu'on avoit depuis longtems soupçonnées, & que les Astronomes commençoient déjà à établir à l'égard du moyen mouvement de la Lune. Ce mouvement moyen ne sçauroit être le même à chaque Lunaison, parce que l'orbite de la Lune se dilate, pour ainsi dire, plus ou moins par l'action du Soleil, selon que la Terre & la Lune se trouvent à une plus grande ou à une plus petite distance de cet Astre.

Le moyen Mouvement d'une Planete n'est supposé égal & uniforme, que parce que chacune de ses Révolutions périodiques sont parfaitement égales ou de même durée.

Ce que l'on a dû entendre jusqu'ici par le moyen mouvement d'une Planete, n'est autre chose, comme on l'a assés expliqué ci-dessus, que le mouvement égal & uniforme d'un corps céleste, que l'on feint employer le même intervalle de tems que la Planete, à revenir à l'Apo-gée, c'est-à-dire, précisément au même point de l'orbite d'où on les auroit vu partir. On suppose pour cet effet que le corps céleste parcourt la circonférence d'un cercle concentrique à l'orbite de la Planete; & afin de mieux établir les moyens mouvements, au lieu de ne considérer que le tems d'une révolution sur laquelle il est presque impossible de ne pas commettre quelque erreur, les Astronomes y ont employé les intervalles les plus éloignés qui leur soient parvenus, comme de deux ou trois mille ans, pour que les erreurs inévitables des observations se puissent repartir autant de fois qu'il y a de révolutions écoulées. En effet, l'erreur sur la révolution du Soleil devient par-là deux à trois mille fois moindre, & partant presque insensible lorsqu'elle est déduite de révolutions aussi éloignées; au lieu que si l'on n'eût jamais observé que deux révolutions consécutives, l'erreur s'y trouveroit entiere, & s'accu-

muleroit prodigieusement dans la fuite. Au reste l'orbite apparente du Soleil ou plutôt l'orbite de la Terre ne change pas comme celle de la Lune, dont la figure est altérée ou varie continuellement dans l'espace d'une année, c'est-à-dire, à mesure que la Terre & par conséquent la Lune qui est son Satellite, s'approche ou s'éloigne du Soleil. Aussi les moyens mouvemens de la Lune que les Astronomes avoient établis autrefois de la même maniere que ceux du Soleil, ne doivent-ils plus être considérés que d'une maniere vague ou générale, comme on le va voir par ce qui suit; car puisqu'il est certain que chacune des révolutions de cette Planete à son Apogée sont inégales selon les différentes Lunaisons, on ne sauroit se dispenser d'introduire ici une nouvelle Equation qui puisse rétablir un mouvement moyen plus ou moins accéléré, selon qu'il est nécessaire.

M. Newton ayant calculé l'Equation annuelle du moyen mouvement de la Lune, trouve (en supposant l'excentricité de l'orbite terrestre de $17 \frac{7}{8}$ sur 1000 qui est le rayon du grand orbe) qu'elle peut aller à $11' 49''$; car l'action du Soleil est la plus grande lorsque la Terre est Périgée, & dilate par conséquent pour lors, le plus qu'il est possible, l'orbite de la Lune. Au contraire elle est la plus petite lorsque la Terre est Apogée; ce qui fait qu'alors l'orbite lunaire se contracte, pour ainsi dire, davantage, la pesanteur de la Terre vers la Lune agissant en ce cas avec bien plus d'effet. Or lorsque l'orbite lunaire est la plus dilatée, la révolution de la Lune s'achève plus lentement; & au contraire la vitesse de la Lune est la plus grande, lorsqu'environ six mois après l'orbite s'est contractée le plus qu'il est possible. Ainsi l'Equation annuelle qui en résulte est la plus grande dans les moyennes distances de la Terre au Soleil, & doit être nulle, lorsque la Terre se trouve tant au Périhélie qu'à l'Aphélie.

L'Equation du moyen Mouvement de la Lune est toujours soustractive, lorsque l'Equation du centre du Soleil est additive, & au contraire.

La même Théorie * a fait encore découvrir que lors-

* *Philos. ph.*

*Natur. Princ.
Math. lib. 3.*

que la Terre est au Périhélie, l'action du Soleil qui est alors la plus grande, fait mouvoir l'Apogée & le Nœud de la Lune avec plus de vitesse qu'au tems de l'Aphélie, & cela en raison réciproque des cubes de la distance de la Terre au Soleil : les Equations du mouvement de l'Apogée & du Nœud qui en résultent, sont ainsi proportionnelles à l'Equation du centre du Soleil. Car le mouvement du Soleil (comme on le démontrera au chapitre XXIII.) est toujours réciproquement comme le carré de ses distances à la Terre, en sorte que les inégalités du mouvement de cet Astre produisent dans les moyennes distances, suivant cette loi, la plus grande Equation du centre du Soleil, de $1^{\circ} 56' 26''$. (Ce qu'il faut entendre dans la supposition que cette plus grande Equation du centre répond à $17 \frac{15}{16}$ qui seroit l'excentricité de l'orbite terrestre.) Considérant d'ailleurs que si le mouvement réel du Soleil étoit réciproquement comme les cubes de sa distance, la somme des inégalités qui en résulteroient, produiroit la plus grande Equation possible, de $2^{\circ} 56' 09''$, il doit donc s'ensuivre que les plus grandes Equations des inégalités du mouvement de l'Apogée & du Nœud seront à $2^{\circ} 56' 09''$ comme les moyens mouvemens diurnes, tant de l'Apogée que du Nœud, sont au moyen mouvement diurne du Soleil ; c'est-à-dire, que la plus grande Equation du moyen mouvement de l'Apogée fera de $19' 52''$ dans les moyennes distances de la Terre au Soleil, comme aussi celle du Nœud, de $9' 27''$. Quant aux autres Equations, elles sont, comme on l'a déjà dit, proportionnelles à chacune des Equations du centre du Soleil ; mais l'on voit assez que celle de l'Apogée doit s'ajouter, au lieu que celle du Nœud (qui est rétrograde) doit se retrancher lorsque la Terre va du Périhélie à l'Aphélie, & que c'est le contraire lorsque la Terre descend de l'Aphélie à son Périhélie.

TABLES

T A B L E S

D U

S O L E I L

E T

D E L A L U N E .

Tables des Moyens Mouvements du Soleil & de son Apogée.

Années Julie mes.	Moyens mouvements.				Mouvements de l'Apogée.				Mouvement des Etoiles fixes.		
	<i>Sign.</i>	D.	M.	S.	<i>Sign.</i>	D.	M.	S.	D.	M.	S.
1	11	29	45	40	0	00	01	03	00	00	50
2	11	29	31	20	0	00	02	06	00	01	40
3	11	29	17	00	0	00	03	09	00	02	30
4 B	00	00	01	48	0	00	04	12	00	03	20
5	11	29	47	28	0	00	05	15	00	04	10
6	11	29	33	09	0	00	06	18	00	05	00
7	11	29	18	49	0	00	07	21	00	05	50
8 B	00	00	03	37	0	00	08	24	00	06	40
9	11	29	49	17	0	00	09	27	00	07	30
10	11	29	34	58	0	00	10	30	00	08	20
11	11	29	20	38	0	00	11	33	00	09	10
12 B	00	00	05	26	0	00	12	36	00	10	00
13	11	29	51	06	0	00	13	39	00	10	50
14	11	29	36	46	0	00	14	42	00	11	40
15	11	29	22	27	0	00	15	45	00	12	30
16 B	00	00	07	15	0	00	16	48	00	13	20
17	11	29	52	55	0	00	17	51	00	14	10
18	11	29	38	35	0	00	18	54	00	15	00
19	11	29	24	15	0	00	19	57	00	15	50
20 B	00	00	09	04	0	00	21	00	00	16	40
21	11	29	54	44	0	00	22	03	00	17	30
22	11	29	40	24	0	00	23	06	00	18	20
23	11	29	26	04	0	00	24	09	00	19	10
24 B	00	00	10	53	0	00	25	12	00	20	00
25	11	29	56	33	0	00	26	15	00	20	50
26	11	29	42	13	0	00	27	18	00	21	40
27	11	29	27	53	0	00	28	21	00	22	30
28 B	00	00	12	42	0	00	29	24	00	23	20
29	11	29	58	22	0	00	30	27	00	24	10
30	11	29	44	02	0	00	31	30	00	25	00
31	11	29	29	42	0	00	32	33	00	25	50
32 B	00	00	14	30	0	00	33	36	00	26	40
33	00	00	00	10	0	00	34	39	00	27	30
34	11	29	45	50	0	00	35	42	00	28	20
35	11	29	31	30	0	00	36	45	00	29	10
36 B	00	00	16	19	0	00	37	48	00	30	00
37	00	00	01	59	0	00	38	51	00	30	50
38	11	29	47	39	0	00	39	54	00	31	40
39	11	29	33	19	0	00	40	57	00	32	30
40 B	00	00	18	08	0	00	42	00	00	33	20
60	00	00	27	12	0	01	03	00	00	50	00
80	00	00	36	16	0	01	24	00	01	06	40
100	00	00	45	20	0	01	45	00	01	23	20
200	00	01	30	30	0	03	30	00	02	46	40
400	00	03	01	20	0	07	00	00	05	33	20
600	00	04	32	00	0	10	30	00	08	20	00
800	00	06	02	40	0	14	00	00	11	06	40
1000	00	07	33	20	0	17	30	00	13	53	20
2000	00	15	06	40	1	05	00	00	27	46	40
3000	00	22	40	00	1	22	30	00	41	40	00
4000	01	00	13	20	2	10	00	00	55	33	20
5000	01	07	46	40	2	27	30	00	69	26	40
6000	01	15	20	00	3	15	00	00	83	20	00

Batzenius
Batzenius
Batzenius

Epoques des mouvemens du Soleil réduites au Méridien de PARIS.

Années.	Longitude moyen. du Soleil.				Lieu de l'Apogée du soleil.				Années.	Longitude moyen. du soleil.				Lieu de l'Apogée du soleil.			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.		S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
1581	9	19	49	03	3	05	38	30	1709	9	09	56	32	3	07	52	52
1582	9	19	34	43	3	05	39	33	1710	9	09	42	12	3	07	53	55
1583	9	09	43	20	3	05	39	31	1711	9	09	27	52	3	07	54	58
1601	9	10	06	44	3	05	59	28	1712	9	10	12	41	3	07	56	01
1661	9	10	33	56	3	07	02	28	1713	9	09	58	21	3	07	57	04
1662	9	10	19	36	3	07	03	31	1714	9	09	44	01	3	07	58	07
1663	9	10	05	16	3	07	04	34	1715	9	09	29	41	3	07	59	10
1664	9	10	50	04	3	07	05	37	1716	9	10	14	20	3	08	00	13
1665	9	10	35	45	3	07	06	40	1717	9	10	00	10	3	08	01	16
1666	9	10	21	25	3	07	07	43	1718	9	09	45	50	3	08	02	19
1667	9	10	07	05	3	07	08	46	1719	9	09	31	30	3	08	03	22
1668	9	10	51	53	3	07	09	49	1720	9	10	16	19	3	08	04	25
1669	9	10	37	34	3	07	10	52	1721	9	10	01	59	3	08	05	28
1670	9	10	23	15	3	07	11	55	1722	9	09	47	39	3	08	06	31
1671	9	10	08	55	3	07	12	58	1723	9	09	33	19	3	08	07	34
1672	9	10	53	43	3	07	14	01	1724	9	10	18	08	3	08	08	37
1673	9	10	39	23	3	07	15	04	1725	9	10	03	48	3	08	09	40
1674	9	10	25	03	3	07	16	07	1726	9	09	49	28	3	08	10	43
1675	9	10	10	44	3	07	17	10	1727	9	09	35	08	3	08	11	46
1676	9	10	55	31	3	07	18	13	1728	9	10	19	57	3	08	12	49
1677	9	10	41	12	3	07	19	16	1729	9	10	05	37	3	08	13	52
1678	9	10	26	52	3	07	20	19	1730	9	09	51	17	3	08	14	55
1679	9	10	12	32	3	07	21	22	1731	9	09	36	57	3	08	15	58
1680	9	10	57	20	3	07	22	25	1732	9	10	21	45	3	08	17	01
1681	9	10	43	00	3	07	23	28	1733	9	10	07	25	3	08	18	04
1682	9	10	28	40	3	07	24	31	1734	9	09	53	05	3	08	19	07
1683	9	10	14	20	3	07	25	34	1735	9	09	38	46	3	08	20	10
1684	9	10	59	08	3	07	26	37	1736	9	10	23	34	3	08	21	13
1685	9	10	44	49	3	07	27	40	1737	9	10	09	14	3	08	22	16
1686	9	10	30	29	3	07	28	43	1738	9	09	54	54	3	08	23	19
1687	9	10	16	09	3	07	29	46	1739	9	09	40	34	3	08	24	22
1688	9	10	00	57	3	07	30	49	1740	9	10	25	23	3	08	25	25
1689	9	10	46	37	3	07	31	52	1741	9	10	11	03	3	08	26	28
1690	9	10	32	18	3	07	32	55	1742	9	09	56	43	3	08	27	31
1691	9	10	17	58	3	07	33	58	1743	9	09	42	23	3	08	28	34
1692	9	10	02	46	3	07	35	01	1744	9	10	27	11	3	08	29	37
1693	9	10	48	26	3	07	36	04	1745	9	10	12	52	3	08	30	40
1694	9	10	34	06	3	07	37	07	1746	9	09	58	32	3	08	31	43
1695	9	10	19	46	3	07	38	10	1747	9	09	44	12	3	08	32	46
1696	9	10	04	34	3	07	39	13	1748	9	10	29	00	3	08	33	49
1697	9	10	50	14	3	07	40	16	1749	9	10	14	40	3	08	34	52
1698	9	10	35	54	3	07	41	19	1750	9	10	00	21	3	08	35	55
1699	9	10	21	34	3	07	42	22	1751	9	09	46	01	3	08	36	58
1700	9	10	07	15	3	07	43	25	1752	9	10	30	49	3	08	38	01
1701	9	09	52	55	3	07	44	28	1753	9	10	16	29	3	08	39	04
1702	9	09	38	35	3	07	45	31	1754	9	10	02	09	3	08	40	07
1703	9	09	24	15	3	07	46	34	1755	9	09	47	50	3	08	41	10
1704	9	10	09	03	3	07	47	37	1756	9	10	32	38	3	08	42	13
1705	9	09	54	43	3	07	48	40	1757	9	10	18	18	3	08	43	16
1706	9	09	40	23	3	07	49	43	1758	9	10	03	58	3	08	44	19
1707	9	09	26	03	3	08	50	46	1759	9	09	49	38	3	08	45	22
1708	9	10	10	52	3	08	51	49	1760	9	10	34	27	3	08	46	25

TABLES

DES

MOYENS MOUVEMENTS

DU SOLEIL

Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	M A I.			J U I N.			Apogée.	S.	jours	Années Communes ou Bissextiles.	J U I L L E T.			A O U S T.			Apogée.	S.	jours
	Moyen mouvement du Soleil.			Moyen mouvement du Soleil.							Moyen mouvement du Soleil.			Moyen mouvement du Soleil.					
	S.	D.	M. S.	S.	D.	M. S.					S.	D.	M. S.	S.	D.	M. S.			
1	3.29.15.48.	21	4.29.49.06.	26	5.29.23.16.	31	6.29.56.34.	37	1	5.29.23.16.	31	6.29.56.34.	37						
2	4.00.14.56.		5.00.48.14.		6.00.22.24.		7.00.55.42.		2	6.00.22.24.		7.00.55.42.							
3	4.01.14.04.		5.01.47.23.		6.01.21.32.		7.01.54.51.		3	6.01.21.32.		7.01.54.51.							
4	4.02.13.13.		5.02.46.31.		6.02.20.40.	32	7.02.53.59.		4	6.02.20.40.	32	7.02.53.59.							
5	4.03.12.21.		5.03.45.39.	27	6.03.19.49.		7.03.53.07.		5	6.03.19.49.		7.03.53.07.							
6	4.04.11.29.	22	5.04.44.48.		6.04.18.57.		7.04.52.16.	38	6	6.04.18.57.		7.04.52.16.	38						
7	4.05.10.38.		5.05.43.56.		6.05.18.06.		7.05.51.24.		7	6.05.18.06.		7.05.51.24.							
8	4.06.09.46.		5.06.43.04.		6.06.17.14.		7.06.50.32.		8	6.06.17.14.		7.06.50.32.							
9	4.07.08.54.		5.07.42.13.		6.07.16.22.		7.07.49.41.		9	6.07.16.22.		7.07.49.41.							
10	4.08.08.03.		5.08.41.21.		6.08.15.31.	33	7.08.48.49.		10	6.08.15.31.	33	7.08.48.49.							
11	4.09.07.11.		5.09.40.29.	28	6.09.14.39.		7.09.47.57.		11	6.09.14.39.		7.09.47.57.							
12	4.10.06.19.	23	5.10.39.38.		6.10.13.47.		7.10.47.06.	39	12	6.10.13.47.		7.10.47.06.	39						
13	4.11.05.28.		5.11.38.46.		6.11.12.56.		7.11.46.14.		13	6.11.12.56.		7.11.46.14.							
14	4.12.04.36.		5.12.37.54.		6.12.12.04.		7.12.45.22.		14	6.12.12.04.		7.12.45.22.							
15	4.13.03.44.		5.13.37.03.		6.13.11.12.	34	7.13.44.31.		15	6.13.11.12.	34	7.13.44.31.							
16	4.14.02.53.		5.14.36.11.	29	6.14.10.21.		7.14.43.39.		16	6.14.10.21.		7.14.43.39.							
17	4.15.02.01.		5.15.35.19.		6.15.09.29.		7.15.42.47.	40	17	6.15.09.29.		7.15.42.47.	40						
18	4.16.01.09.	24	5.16.34.28.		6.16.08.37.		7.16.41.56.		18	6.16.08.37.		7.16.41.56.							
19	4.17.00.18.		5.17.33.36.		6.17.07.46.		7.17.41.04.		19	6.17.07.46.		7.17.41.04.							
20	4.17.59.26.		5.18.32.44.		6.18.06.54.		7.18.40.12.		20	6.18.06.54.		7.18.40.12.							
21	4.18.58.34.		5.19.31.53.		6.19.06.02.		7.19.39.21.		21	6.19.06.02.		7.19.39.21.							
22	4.19.57.42.		5.20.31.01.	30	6.20.05.11.	35	7.20.38.29.		22	6.20.05.11.	35	7.20.38.29.							
23	4.20.56.51.		5.21.30.09.		6.21.04.19.		7.21.37.37.	41	23	6.21.04.19.		7.21.37.37.	41						
24	4.21.55.59.	25	5.22.29.18.		6.22.03.27.		7.22.36.46.		24	6.22.03.27.		7.22.36.46.							
25	4.22.55.08.		5.23.28.26.		6.23.02.36.		7.23.35.54.		25	6.23.02.36.		7.23.35.54.							
26	4.23.54.16.		5.24.27.34.		6.24.01.44.	36	7.24.35.02.		26	6.24.01.44.	36	7.24.35.02.							
27	4.24.53.24.		5.25.26.43.		6.25.00.52.		7.25.34.11.		27	6.25.00.52.		7.25.34.11.							
28	4.25.52.33.		5.26.25.51.	31	6.26.00.01.		7.26.33.19.		28	6.26.00.01.		7.26.33.19.							
29	4.26.51.41.		5.27.24.59.		6.26.59.09.		7.27.32.27.	42	29	6.26.59.09.		7.27.32.27.	42						
30	4.27.50.49.	26	5.28.24.08.		6.27.58.17.		7.28.31.36.		30	6.27.58.17.		7.28.31.36.							
31	4.28.49.58.				6.28.57.26.		7.29.30.44.		31	6.28.57.26.		7.29.30.44.							

TABLES

DES

MOYENS MOUVEMENTS

DU SOLEIL

Pour les Jours de l'Année

Années Communes ou Bissextiles.	SEPTEMB.				Apogée.	OCTOBRE.				Apogée.	NOVEMB.				Années Communes ou Bissextiles.	DECEMB.				Apogée.				
	Moyen mouvement du Soleil.					Moyen mouvement du Soleil.					Moyen mouvement du Soleil.					Moyen mouvement du Soleil.								
	jours	S.	D.	M.		S.	S.	S.	D.		M.	S.	jours	S.		D.	M.	S.	S.		S.	D.	M.	S.
1	8.00.29	52.			42	9.00.04.	02.			47	10.00.37.	20			52	11.00.11.	30				58			
2	8.01.29.	01.				9.01.03.	10.				2	10.01.36.	29				11.01.10.	38						
3	8.02.28.	09.				9.02.02.	19.				3	10.02.35.	37				11.02.09.	47						
4	8.03.27.	17.				9.03.01.	27.				4	10.03.34.	45				11.03.08.	55						
5	8.04.26.	36.				9.04.00.	35.				5	10.04.33.	54			53	11.04.08.	03						
6	8.05.25.	34.			43	9.04.59.	44.			48	6	10.05.33.	02				11.05.07.	12						
7	8.06.24.	42.				9.05.58.	52.				7	10.06.32.	10				11.06.06.	20			59			
8	8.07.23.	51.				9.06.58.	00.				8	10.07.31.	19				11.07.05.	28						
9	8.08.22.	59.				9.07.57.	03.				9	10.08.30.	27				11.08.04.	37						
10	8.09.22.	07.				9.08.56.	17.				10	10.09.29.	35			54	11.09.03.	45						
11	8.10.21.	16.				9.09.55.	25.				11	10.10.28.	44				11.10.02.	53						
12	8.11.20.	24.			44	9.10.54.	34.			49	12	10.11.27.	52				11.11.02.	02						
13	8.12.19.	32.				9.11.53.	42.				13	10.12.27.	00				11.12.01.	10			60			
14	8.13.18.	41.				9.12.52.	50.				14	10.13.26.	09				11.13.00.	18						
15	8.14.17.	49.				9.13.51.	59.				15	10.14.25.	17			55	11.13.59.	27						
16	8.15.16.	57.				9.14.51.	07.				16	10.15.24.	25				11.14.58.	35						
17	8.16.16.	05.				9.15.50.	15.				17	10.16.23.	34				11.15.57.	43						
18	8.17.15.	14.			45	9.16.49.	24.			50	18	10.17.22.	42				11.16.56.	52						
19	8.18.14.	22.				9.17.48.	32.				19	10.18.21.	50				11.17.56.	00			61			
20	8.19.13.	30.				9.18.47.	40.				20	10.19.20.	59				11.18.55.	08						
21	8.20.12.	39.				9.19.46.	49.				21	10.20.20.	07			56	11.19.54.	17						
22	8.21.11.	47.				9.20.45.	57.				22	10.21.19.	15				11.20.53.	25						
23	8.22.10.	55.				9.21.45.	05.				23	10.22.18.	24				11.21.52.	33						
24	8.23.10.	04.			46	9.22.44.	14.			51	24	10.23.17.	32				11.22.51.	42						
25	8.24.09.	12.				9.23.43.	22.				25	10.24.16.	40				11.23.50.	50			62			
26	8.25.08.	20.				9.24.42.	30.				26	10.25.15.	49				11.24.49.	58						
27	8.26.07.	29.				9.25.41.	39.				27	10.26.14.	57			57	11.25.49.	07						
28	8.27.06.	37.				9.26.40.	47.				28	10.27.14.	05				11.26.48.	15						
29	8.28.05.	45.				9.27.39.	55.				29	10.28.13.	13				11.27.47.	23						
30	8.29.04.	54.			47	9.28.39.	04.				30	10.29.12.	22				11.28.46.	32						
31						9.29.38.	12.			52	31						11.29.45.	40			63			

SUITE
DE LA
TABLE
DES
MOYENS MOUVEMENTS
DU SOLEIL.

Heures		D. M. S.	Heures		D. M. S.
M.	M. S. T.		M.	M. S. T.	
S.	S. T. Q.		S.	S. T. Q.	
0	0 00 00		30	1 13 55	
1	0 02 28		31	1 16 23	
2	0 04 56		32	1 18 51	
3	0 07 24		33	1 21 19	
4	0 09 51		34	1 23 47	
5	0 12 19		35	1 26 14	
6	0 14 47		36	1 28 42	
7	0 17 15		37	1 31 10	
8	0 19 43		38	1 33 38	
9	0 22 11		39	1 36 06	
10	0 24 38		40	1 38 34	
11	0 27 06		41	1 41 02	
12	0 29 34		42	1 43 29	
13	0 32 02		43	1 45 57	
14	0 34 30		44	1 48 25	
15	0 36 58		45	1 50 53	
16	0 39 25		46	1 53 21	
17	0 41 53		47	1 55 49	
18	0 44 21		48	1 58 16	
19	0 46 49		49	2 00 44	
20	0 49 17		50	2 03 12	
21	0 51 45		51	2 05 40	
22	0 54 13		52	2 08 08	
23	0 56 40		53	2 10 36	
24	0 59 08		54	2 13 03	
25	1 01 36		55	2 15 31	
26	1 04 04		56	2 17 59	
27	1 06 32		57	2 20 27	
28	1 09 00		58	2 22 55	
29	1 11 27		59	2 25 23	
30	1 13 55		60	2 27 50	

TABLE
DU DEMI-DIAMETRE
DU
MOUVEMENT HORAIRE,
ET DE LA PARALLAXE
DU SOLEIL.

ANOMALIE MOYENNE
DU SOLEIL.

Sig. D.	Demi-diametre.		Mouv. Horaire.		Pa-rall.	
	M.	S.	M.	S.		
O. 0	15	50	2	23	14 $\frac{1}{2}$	XI. 0
6	15	50	2	23		24
12	15	50	2	23		18
18	15	50	2	23		12
24	15	51	2	23		6
I. 0	15	52	2	23		XI. 0
6	15	53	2	24		24
12	15	54	2	24		18
18	15	55	2	24		12
24	15	56	2	25		6
II. 0	15	58	2	25		X. 0
6	15	59	2	26		24
12	16	1	2	26		18
18	16	2	2	27		12
24	16	4	2	27		6
III. 0	16	6	2	28	15	IX. 0
6	16	8	2	28		24
12	16	9	2	29		18
18	16	11	2	29		12
24	16	13	2	30		6
IV. 0	16	14	2	30		VIII. 0
6	16	15	2	31		24
12	16	17	2	31		18
18	16	19	2	32		12
24	16	20	2	32		6
V. 0	16	21	2	32		VII. 0
6	16	21	2	33		24
12	16	22	2	33		18
18	16	22	2	33		12
24	16	23	2	33		6
VI. 0	16	23	2	33	15 $\frac{1}{2}$	VI. 0
	Demi-diametre.	Mouv. Horaire.	Pa-rall.			

ANOMALIE MOYENNE
DU SOLEIL.

TABLES

DE

LE QUATION DU CENTRE DU SOLEIL.

<i>Otez en descendant.</i>								
Anomalie moyenne du Soleil.								
Anomalie moyenne.	O. Signe.	Différence M. S.	I.		Différence M. S.	II.		Anomalie moyenne.
	D. M. S.		D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.	
0	0 00 00		0 57 07		1 39 41	1 01	30	
1	0 01 59	1 59	0 58 51	1 44	1 40 42	0 59	29	
2	0 03 59	2 00	1 00 33	1 42	1 41 41	0 58	28	
3	0 05 58	1 59	1 02 15	1 42	1 42 39	0 56	27	
4	0 07 57		1 03 55		1 43 35		26	
5	0 09 56	1 59	1 05 35	1 40	1 44 29	0 54	25	
6	0 11 55	1 59	1 07 14	1 39	1 45 21	0 52	24	
		1 58		1 37		0 50		
7	0 13 53		1 08 51		1 46 11		23	
8	0 15 51	1 58	1 10 27	1 36	1 47 00	0 49	22	
9	0 17 49	1 58	1 12 01	1 34	1 47 46	0 46	21	
		1 58		1 34		0 45		
10	0 19 47		1 13 35		1 48 31		20	
11	0 21 45	1 58	1 15 07	1 32	1 49 13	0 42	19	
12	0 23 42	1 57	1 16 38	1 31	1 49 53	0 40	18	
		1 56		1 29		0 39		
13	0 25 38		1 18 07		1 50 32		17	
14	0 27 35	1 57	1 19 36	1 29	1 51 09	0 37	16	
15	0 29 30	1 55	1 21 03	1 27	1 51 44	0 35	15	
		1 55		1 25		0 33		
16	0 31 25		1 22 28		1 52 17		14	
17	0 33 20	1 55	1 23 51	1 23	1 52 48	0 31	13	
18	0 35 14	1 54	1 25 14	1 23	1 53 16	0 28	12	
		1 54		1 21		0 27		
19	0 37 08		1 26 35		1 53 43		11	
20	0 39 01	1 53	1 27 55	1 20	1 54 07	0 24	10	
21	0 40 53	1 52	1 29 13	1 18	1 54 30	0 23	9	
		1 51		1 15		0 20		
22	0 42 44		1 30 29		1 54 50		8	
23	0 44 35	1 51	1 31 43	1 14	1 55 09	0 19	7	
24	0 46 25	1 50	1 32 56	1 13	1 55 25	0 16	6	
		1 49		1 12		0 14		
25	0 48 14		1 34 08		1 55 39		5	
26	0 50 02	1 48	1 35 18	1 10	1 55 51	0 12	4	
27	0 51 50	1 48	1 36 26	1 08	1 56 01	0 10	3	
		1 46		1 07		0 08		
28	0 53 36		1 37 33		1 56 09		2	
29	0 55 22	1 46	1 38 38	1 05	1 56 15	0 06	1	
30	0 57 07	1 45	1 39 41	1 03	1 56 19	0 04	0	
Anom. moy.	XI.		X.		IX.		Anom. moy.	
Anomalie moyenne du Soleil.								
<i>Ajoutez en montant.</i>								

TABLE

TABLES

DE

L'EQUATION DU CENTRE DU SOLEIL.

Otez en descendant.

Anomalie moyenne.	Anomalie moyenne du Soleil.						Anomalie moyenne.
	III.		IV.		V.		
	D. M. S.	Différence M. S.	D. M. S.	Différence M. S.	D. M. S.	Différence M. S.	
0	1 56 19		1 41 48		0 59 15		30
1	1 56 20	0 01	1 40 48	1 00	0 57 26	1 49	29
2	1 56 19	0 01	1 39 46	1 02	0 55 37	1 49	28
3	1 56 16	0 03	1 38 41	1 05	0 53 48	1 49	27
4	1 56 12	0 04	1 37 35	1 06	0 51 57	1 52	26
5	1 56 05	0 07	1 36 27	1 08	0 50 05	1 52	25
6	1 55 56	0 09	1 35 17	1 10	0 48 13	1 54	24
7	1 55 45	0 11	1 34 05	1 12	0 46 19	1 54	23
8	1 55 31	0 14	1 32 52	1 13	0 44 25	1 55	22
9	1 55 15	0 16	1 31 37	1 15	0 42 30	1 56	21
		0 17	1 30 20	1 17	0 40 34		20
10	1 54 58	0 20	1 29 01	1 19	0 38 37	1 57	19
11	1 54 38	0 22	1 27 41	1 20	0 36 40	1 57	18
12	1 54 16	0 24	1 26 19	1 22	0 34 41	1 59	17
13	1 53 52	0 26	1 24 55	1 24	0 32 42	1 59	16
14	1 53 26	0 28	1 23 30	1 25	0 30 43	1 59	15
15	1 52 58	0 31	1 22 03	1 27	0 28 43	2 00	14
16	1 52 27	0 32	1 20 35	1 28	0 26 42	2 01	13
17	1 51 55	0 35	1 19 05	1 30	0 24 41	2 02	12
18	1 51 20	0 36	1 17 33	1 32	0 22 39	2 02	11
19	1 50 44	0 39	1 16 00	1 33	0 20 37	2 03	10
20	1 50 05	0 41	1 14 26	1 34	0 18 34	2 03	9
21	1 49 24	0 42	1 12 50	1 36	0 16 31	2 03	8
22	1 48 42	0 45	1 11 13	1 37	0 14 28	2 03	7
23	1 47 57	0 46	1 09 34	1 39	0 12 24	2 04	6
24	1 47 11	0 49	1 07 54	1 40	0 10 21	2 04	5
25	1 46 22	0 51	1 06 13	1 41	0 08 17	2 04	4
26	1 45 31	0 53	1 04 31	1 42	0 06 13	2 04	3
27	1 44 38	0 55	1 03 47	1 44	0 04 09	2 04	2
28	1 43 43	0 56	1 01 02	1 45	0 02 04	2 05	1
29	1 42 47	0 59	0 59 15	1 47	0 00 00	2 04	0
30	1 41 48						0

Ajoutez en montant.

I. TABLE
DE
L'EQUATION
DU TEMS.

Orez en descendant.
Anomalie moyenne du Soleil.

Anom. moyen.							Anom. moyen.
	O. r.	I.	II.	III.	IV.	V.	
D	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0. 00	3. 48	6. 39	7. 45	6. 47	3. 57	30
1	0. 06	3. 55	6. 43	7. 45	6. 43	3. 50	29
2	0. 16	4. 02	6. 47	7. 45	6. 39	3. 42	28
3	0. 24	4. 09	6. 50	7. 45	6. 53	3. 35	27
4	0. 32	4. 15	6. 54	7. 45	6. 30	3. 28	26
5	0. 40	4. 22	6. 58	7. 44	6. 26	3. 20	25
6	0. 48	4. 29	7. 01	7. 44	6. 21	3. 13	24
7	0. 55	4. 35	7. 05	7. 43	6. 16	3. 05	23
8	1. 03	4. 42	7. 08	7. 42	6. 11	2. 57	22
9	1. 11	4. 48	7. 11	7. 41	6. 06	2. 50	21
10	1. 19	4. 54	7. 14	7. 40	6. 01	2. 42	20
11	1. 27	5. 00	7. 17	7. 38	5. 56	2. 34	19
12	1. 35	5. 06	7. 19	7. 37	5. 51	2. 26	18
13	1. 42	5. 12	7. 22	7. 35	5. 45	2. 18	17
14	1. 50	5. 18	7. 24	7. 34	5. 40	2. 11	16
15	1. 58	5. 24	7. 27	7. 32	5. 34	2. 03	15
16	2. 06	5. 30	7. 29	7. 30	5. 28	1. 55	14
17	2. 13	5. 35	7. 31	7. 28	5. 22	1. 47	13
18	2. 21	5. 41	7. 33	7. 25	5. 16	1. 39	12
19	2. 28	5. 46	7. 35	7. 23	5. 10	1. 30	11
20	2. 36	5. 52	7. 36	7. 21	5. 04	1. 22	10
21	2. 44	5. 57	7. 38	7. 17	4. 58	1. 14	9
22	2. 51	6. 02	7. 35	7. 15	4. 52	1. 06	8
23	2. 58	6. 07	7. 40	7. 12	4. 45	0. 58	7
24	3. 06	6. 12	7. 41	7. 09	4. 38	0. 49	6
25	3. 13	6. 16	7. 42	7. 06	4. 31	0. 41	5
26	3. 20	6. 21	7. 43	7. 02	4. 25	0. 33	4
27	3. 27	6. 26	7. 44	6. 59	4. 18	0. 25	3
28	3. 34	6. 30	7. 44	6. 55	4. 11	0. 16	2
29	3. 41	6. 34	7. 45	6. 51	4. 04	0. 08	1
30	3. 48	6. 39	7. 45	6. 47	3. 57	0. 00	0

Anomalie moyenne du Soleil.
Ajoutez en montant.

Supposant l'Equation du centre du Soleil
 $\left\{ \begin{matrix} 1^{\circ} 56' 26'' \\ 1 55 20 \end{matrix} \right\}$ On a $\left\{ \begin{matrix} 0^h 07' 45'' \frac{1}{3} \\ 0 07 41 \frac{1}{3} \end{matrix} \right\}$

II. TABLE
DE
L'EQUATION
DU TEMS.

Orez en descendant.
Lieu du Soleil.

Lieu du Soleil.	♈		♉		♊		Lieu du Soleil.
	γ	ϕ	ϖ	ϗ	♈	♉	
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	0 00		8 24		8 45		30
1	0 20		8 34		8 35		29
2	0 40		8 44		8 24		28
3	1 00		8 54		8 13		27
4	1 19		9 02		8 01		26
5	1 39		9 10		7 48		25
6	1 59		9 17		7 34		24
7	2 18		9 24		7 20		23
8	2 37		9 30		7 06		22
9	2 57		9 35		6 50		21
10	3 16		9 40		6 35		20
11	3 34		9 44		6 18		19
12	3 52		9 48		6 02		18
13	4 10		9 50		5 44		17
14	4 28		9 52		5 27		16
15	4 46		9 53		5 08		15
16	5 04		9 54		4 50		14
17	5 20		9 54		4 31		13
18	5 37		9 53		4 11		12
19	5 53		9 51		3 52		11
20	6 09		9 49		3 32		10
21	6 25		9 46		3 11		9
22	6 40		9 42		2 51		8
23	7 54		9 37		2 30		7
24	7 09		9 31		2 09		6
25	7 23		9 25		1 48		5
26	7 36		9 19		1 26		4
27	7 48		9 12		1 05		3
28	8 01		9 04		0 43		2
29	8 13		8 55		0 22		1
30	8 24		8 24		0 00		0

Lieu du Soleil.
Ajoutez en montant.

Cette Table & la précédente servent à
réduire le Tems vrai ou Apparent
en Tems moyen.

AVERTISSEMENT.

Les Tables de la Lune que l'on donne ici sont dues principalement aux grandes découvertes que M. Newton a faites dans la Théorie de cette Planete : on avoit regardé jusqu'ici comme les meilleures celles que Flamsteed publia pour la seconde fois il y a plus de 60 ans dans le cours de Mathématique du Chevalier J. Moore ; mais ces Tables étant encore fort imparfaites, l'Auteur s'appliqua depuis à les perfectionner, en y substituant la plus grande partie de celles que l'on trouve ici. Quoique ces dernières Tables de Flamsteed n'aient pas été publiées, on ne scauroit assurer cependant si c'est uniquement parce qu'elles n'étoient pas achevées. Dans l'état où elles se trouvoient lorsqu'elles nous ont été communiquées, on jugea d'abord qu'il n'y manquoit que la Table qui sert à calculer les Latitudes : encore cette Table étoit-elle déjà commencée.

Cependant comme Flamsteed n'y avoit inséré que trois Tables différentes de l'Equation du centre de la Lune, en supposant la plus grande Equation possible de chaque orbite, de cinq, six & sept degrés on n'a pas été long-tems sans reconnoître combien il seroit incommode de faire usage de ces Tables toutes les fois que l'Apogée de la Lune ou le grand Axe de son orbite viendrait à se rencontrer dans la ligne des Siigies ; car la plus grande Equation possible est alors de $7^{\circ} 39' \frac{1}{2}$. On a donc entrepris de calculer rigoureusement une quatrième Table d'Equation en y employant la solution du Probleme de Kepler, donnée par M. Newton.

En construisant cette quatrième Table de l'Equation du centre de la Lune, on a déterminé en même-tems les distances de la Planete au foyer, ce qui a encore augmenté les Tables des Parallaxes & Diametres de la Lune qui ne se trouvoient pas calculées, pour la plus grande excentricité possible, dans les Tables manuscrites de Flamsteed.

Au reste, il est nécessaire de reconnoître ici que dès l'an 1640 Bouillaud & Horoxius avoient certainement contribué à l'avancement de la Théorie de la Lune : leurs Ouvrages ont fait connoître à tous les Astronomes que l'orbite lunaire ne conservoit pas constamment la même figure, mais qu'elle répondoit successivement à différentes Ellipses ; en un mot qu'elle changeoit son excentricité : ceci ne fut pas d'abord adopté unanimement, parce que les orbites du Soleil & des Planetes étant invariables, la plupart des Modernes en avoient jugé de même à l'égard de la Lune qui est notre Satellite. Cependant Flamsteed s'est fondé principalement sur la variation Apparente du diametre de la Lune Perigée observée dans les Pleines Lunes & aux Quadratures. La découverte de cette variation Apparente étoit due, comme on l'a déjà dit, à la vigilance de M. Picard, & en 1672 Flamsteed confirma la même chose par ses propres Observations. Par là on ne pouvoit plus ignorer la véritable cause de cette seconde inégalité de la Lune introduite par l'Inclinaison au Tems des Quadratures.

Ancienement avant l'Almageste, on ne connoissoit qu'une seule Equation dans la Lune, & cette première Equation qu'Hypparque avoit reconnue par les Observations d'un grand nombre d'Eclipses n'alloit gueres qu'à cinq degrés : mais la seconde inégalité de la Lune qui se fit appercevoir au tems de quelques Quadratures selon Ptolomée, supposoit comme l'on voit une orbite bien différente, puisqu'il ne falloit pas moins qu'augmenter la plus grande Equation d'environ deux degrés & demi. Flamsteed a donc senti la nécessité de calculer diverses Tables d'Equations, & il a publié le premier les deux différentes Tables qui représentent toutes les Equations du centre dans les Ellipses de la plus grande & de la plus petite excentricité. Ces Tables sont imprimées à la fin des Ouvrages d'Horoxius. D'un autre côté la troisième inégalité de la Lune découverte par Tycho-Brahé ne pouvoit être confondue avec les deux premières, puisque lorsqu'elle est la plus grande, la Lune se trouve dans les Océans. Aussi a-t-on eu soin de séparer ces trois inégalités les unes des autres, comme dépendantes de causes tres-différentes : il en a fallu séparer aussi les Tables de corrections qui conviennent au Moyen Mouvement, de la Lune, de son Apogée & de son Nœud, lesquelles ont été proposées d'abord sous différents titres par les Astronomes du dernier siècle, mais dont la cause n'étoit gueres connue avant MM. Hallei & Newton : on en reconnoît aisément quelque vestige dans Kepler & principalement dans Lansberge ; ensuite que Flamsteed, le Fevre & M. de la Hire s'en servoient en 1684 dans le calcul des Eclipses. Enfin les difficultés que M. de la Hire s'est proposées en 1710 & qu'il ne pouvoit résoudre, ne portent aucune atteinte à ce que l'on vient de dire, puisque tous les Astronomes conviennent avec lui que la plus grande Equation du centre de la Lune ne scauroit excéder cinq degrés quand le grand Axe de l'orbite est dans les Quadratures, mais qu'il n'en est pas de même lorsque ce même Axe est dans la ligne des Siigies.

M. Newton ayant changé au 3^e Livre de la dernière Edition des Princ. Mathem. de la Philosophie, l'époque du Moyen Mouvement de la Lune, qu'il suppose à 10^h 15^m 21^s 00 le 31 Decembre 1700 v. st. à midi de Tems Moyen, & ayant aussi avancé celle de l'Apogée de 1^h 40^m, on les a réduites au n. st. & au Meridien de Paris, ensuite les deux Tables suivantes ont été nouvellement construites.

Table des Moyens Mouvements de la Lune, de son Apogée & de son Nœud.

Années Julienes.	Moyens Mouvements de la Lune.				Moyens Mouvements de l'Apogée.				Nœud Ascendant Rétrograde.			
	Signes.	D.	M.	S.	Signes.	D.	M.	S.	Signes.	D.	M.	S.
1	4	09	23	03	1	10	39	50	0	19	19	43
2	8	18	46	06	2	21	19	41	1	08	39	26
3	0	28	09	10	4	01	59	31	1	27	59	10
4 B	5	20	42	49	5	12	46	03	2	17	22	04
5	10	00	05	52	6	23	25	53	3	06	41	47
6	2	09	28	56	8	04	05	44	3	26	01	31
7	6	18	51	59	9	14	45	34	4	15	21	13
8 B	11	11	25	38	10	25	32	06	5	04	44	07
9	3	20	48	41	0	06	11	56	5	24	03	50
10	8	00	11	45	1	16	51	47	6	13	23	33
11	0	09	34	48	2	27	31	37	7	02	43	16
12 B	5	02	08	27	4	08	18	09	7	22	06	10
13	9	11	31	30	5	18	57	59	8	11	25	53
14	1	20	54	34	6	29	37	50	9	00	45	36
15	6	00	17	37	8	10	17	40	9	20	05	19
16 B	10	22	51	16	9	21	04	12	10	09	28	13
17	3	02	14	19	11	01	44	02	10	28	47	56
18	7	11	37	23	00	12	23	53	11	18	07	39
19	11	21	00	26	01	23	03	43	00	07	27	22
20 B	04	13	34	05	03	03	50	15	00	26	50	15
21	08	22	57	08	04	14	30	05	01	16	09	58
22	01	02	20	12	05	25	09	56	02	05	29	41
23	05	11	43	15	07	05	49	46	02	24	49	24
24 B	10	04	16	54	08	16	36	18	03	14	12	19
25	02	13	39	57	09	27	16	08	04	03	32	02
26	06	23	03	01	11	07	55	59	04	22	51	45
27	11	02	26	04	00	18	35	49	05	12	11	28
28 B	03	24	59	43	01	29	22	21	06	01	34	22
29	08	04	22	46	03	10	02	11	06	20	54	05
30	00	13	45	50	04	20	42	02	07	10	13	48
31	04	23	08	53	06	01	21	52	07	29	33	31
32 B	09	15	42	32	07	12	08	24	08	18	56	25
33	01	25	05	35	08	22	48	14	09	08	16	08
34	06	04	28	39	10	03	28	05	09	27	35	51
35	10	13	51	42	11	14	07	55	10	16	55	34
36 B	03	06	25	21	00	24	54	27	11	06	18	28
37	07	15	48	24	02	05	34	17	11	25	38	11
38	11	25	11	28	03	16	14	09	00	14	57	54
39	04	04	34	31	04	26	53	59	01	04	17	37
40 B	08	27	08	10	06	07	40	30	01	23	40	30
60	01	10	42	15	09	11	30	45	02	20	30	45
80	05	24	16	20	00	15	21	00	03	17	21	00
100	10	07	50	25	03	19	11	15	04	14	11	15
200	08	15	40	50	07	08	22	30	08	28	22	30
400	05	01	21	40	02	16	45	00	05	26	45	00
600	01	17	02	30	09	25	07	30	02	25	07	30
800	10	02	43	20	05	03	30	00	11	23	30	00
1000	06	18	24	10	00	11	52	10	08	21	52	30
Selon la Hire.	06	18	20	10	00	12	22	41	08	21	51	10
Kepler.	06	18	08	30	00	12	22	41	08	21	51	07
Bouilland.	06	18	06	01	00	13	04	56	08	22	02	46

Table des Moyens Mouvements de la Lune, de son Apogée & de son Nœud Ascendant.

Années.	Moyens Mouvements de la Lune.			Moyens. Mouvements de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.			Années.	Moyens Mouvements de la Lune.			Moyens. Mouvements de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		
	Sig.	D.	M. S.	Sig.	D.	M. S.	Sig.	D.	M. S.		Sig.	D.	M. S.	Sig.	D.	M. S.	Sig.	D.	M. S.
1581 Jul.	7	23	51 22	4	15	18 27	10	08	25 51	1709	05	01	45 06	10	02	38 32	11	23	15 12
1582	0	03	14 25	5	25	58 17	09	19	06 08	1710	09	11	08 09	11	13	18 23	11	03	55 29
1582	7	21	28 35	5	24	51 26	09	19	37 54	1711	01	20	31 13	00	23	58 13	10	14	35 46
1601	7	25	39 37	7	18	01 52	09	12	07 22	1712	06	13	04 51	02	04	44 45	09	25	12 52
1661	9	06	21 52	04	29	32 37	06	21	36 37	1713	10	22	27 55	03	15	24 35	09	05	53 09
1662	1	15	44 56	06	10	12 27	06	02	16 54	1714	03	01	50 58	04	26	04 26	08	16	33 26
1663	5	25	08 00	07	20	52 17	05	12	57 11	1715	07	11	14 02	06	06	44 16	07	27	13 43
1664 B	10	17	41 38	09	01	38 49	04	23	34 17	1716	00	03	47 40	07	17	30 48	07	07	50 49
1665	02	27	04 42	10	12	18 39	04	04	14 33	1717	04	13	10 44	08	23	10 38	06	18	31 06
1666	07	06	27 44	11	22	58 30	02	14	54 50	1718	08	22	33 47	10	08	50 29	05	29	11 23
1667	11	15	50 48	01	03	38 20	03	25	35 07	1719	01	01	56 51	11	19	30 19	05	09	51 40
1668 B	04	08	24 26	02	14	24 53	02	06	12 13	1720	05	24	30 29	01	00	16 51	04	20	28 46
1669	08	17	47 30	03	25	04 43	01	16	52 30	1721	10	03	53 33	02	10	56 41	04	01	09 03
1670	00	27	10 33	05	05	44 33	00	27	32 47	1722	02	13	16 36	03	21	36 32	03	11	49 21
1671	05	06	33 37	06	16	24 23	00	08	13 05	1723	06	22	39 40	05	02	16 22	02	22	29 38
1672 B	09	29	07 16	07	27	10 55	11	18	50 11	1724	11	15	13 18	06	13	02 54	02	03	06 44
1673	02	08	30 20	09	07	50 46	10	29	30 28	1725	03	24	36 22	07	23	42 44	01	13	47 01
1674	06	17	53 23	10	18	28 36	10	10	10 45	1726	08	03	59 25	09	04	22 35	00	24	27 18
1675	10	27	16 37	11	29	10 27	09	20	51 02	1727	00	13	22 29	10	15	02 25	00	05	07 35
1676 B	03	19	50 05	01	09	56 58	09	01	28 08	1728	05	05	56 07	11	25	48 57	11	15	44 41
1677	07	29	13 08	02	20	36 49	08	12	08 25	1729	09	15	19 11	01	06	28 47	10	26	24 58
1678	00	03	36 12	04	01	16 39	07	22	48 42	1730	01	24	42 14	02	17	08 38	10	07	05 15
1679	04	17	59 16	05	11	56 30	07	03	29 59	1731	06	04	05 18	03	27	48 28	09	17	45 32
1680 B	09	10	32 54	06	22	43 01	06	14	06 05	1732	10	26	38 56	05	08	35 00	08	28	22 38
1681	01	19	55 58	08	03	22 52	05	24	46 22	1733	03	06	02 00	06	19	14 50	08	09	02 55
1682	05	29	19 01	09	14	02 42	05	05	26 39	1734	07	15	25 03	07	29	54 40	07	19	43 11
1683	10	08	42 05	10	24	42 33	04	16	06 56	1735	11	24	48 07	09	10	34 31	07	00	23 28
1684 B	03	01	15 43	00	05	29 04	03	26	44 02	1736	04	17	21 45	10	21	21 02	06	11	00 34
1685	07	10	38 47	01	16	08 55	03	07	24 19	1737	08	26	44 49	00	02	00 53	05	21	40 51
1686	11	20	01 50	02	26	48 45	02	18	04 36	1738	01	06	07 52	01	12	40 43	05	02	21 08
1687	03	29	24 54	04	07	28 36	01	28	44 53	1739	05	15	30 56	02	23	20 34	04	13	01 25
1688 B	08	21	58 32	05	18	15 08	01	09	21 59	1740	10	08	04 34	04	04	07 05	03	23	38 31
1689	01	01	21 35	06	28	54 58	00	20	02 16	1741	02	17	27 38	05	14	46 56	03	04	18 48
1690	05	10	44 39	08	09	34 48	00	00	42 33	1742	06	26	50 41	06	25	26 46	02	14	59 06
1691	09	20	07 43	09	20	14 39	11	11	22 50	1743	11	06	13 44	08	06	06 37	01	25	39 23
1692 B	02	12	41 21	11	01	01 10	10	21	59 56	1744	03	28	47 23	09	16	53 09	01	06	16 29
1693	06	22	04 25	00	11	41 01	10	02	40 13	1745	08	08	10 47	10	27	32 59	00	16	56 46
1694	10	31	27 28	01	22	20 51	09	13	20 30	1746	00	17	33 30	00	08	12 49	11	27	37 03
1695	03	10	50 32	03	03	00 42	08	24	00 47	1747	04	26	56 34	01	18	52 40	11	08	17 20
1696 B	08	03	24 10	04	13	47 14	08	04	37 53	1748	09	19	30 12	02	29	39 11	10	18	54 26
1697	00	12	47 14	05	24	27 04	07	15	18 10	1749	01	28	53 16	04	10	19 02	09	29	34 43
1698	04	22	10 17	07	05	06 55	06	25	58 27	1750	06	08	16 19	05	20	58 52	09	10	15 00
1699	09	01	33 21	08	15	46 45	06	06	38 44	1751	10	17	39 21	07	01	38 43	08	20	55 17
1700	01	10	56 24	09	26	26 36	05	17	19 01	1752	03	10	13 01	08	12	25 14	08	01	32 23
1701	05	20	19 28	11	07	06 26	04	27	59 18	1753	07	19	36 05	09	23	05 05	07	12	12 40
1702	09	29	42 31	00	17	46 17	04	08	39 35	1754	11	28	59 08	11	03	44 55	06	22	52 56
1703	02	09	05 35	01	28	26 07	03	19	19 52	1755	04	08	22 12	00	14	24 46	06	03	33 13
1704 B	07	01	39 13	03	09	12 39	02	29	56 58	1756	09	00	55 50	01	25	11 19	05	14	10 19
1705	11	11	02 17	04	19	52 29	02	10	37 15	1757	01	10	18 54	03	05	51 08	04	24	50 36
1706	03	20	25 20	06	00	32 20	01	21	17 32	1758	05	19	41 57	04	16	30 58	04	25	30 53
1707	07	29	48 24	07	11	12 10	01	01	57 49	1759	09	29	05 01	05	27	10 49	03	16	11 10
1708 B	00	22	22 02	08	21	58 42	00	12	34 55	1760	02	21	38 39	07	07	57 20	02	26	48 16

TABLES

DES

MOYENS MOUVEMENTS

DE LA LUNE

Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	M A I.						Années Communes ou Bissextiles.	J U I N.													
	jours	Moyen mouvement de la Lune.			Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrogra- de.			jours	Moyen mouvement de la Lune.			Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrogra- de.			
		Sig.	D.	M.	S.	D.		M.	S.	D.		M.	S.	Sig.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.
1	5	04	20	38	13	28	50	6	24	27	6	22	48	43	16	56	03	8	02	57	
2	5	17	31	13	13	35	31	6	27	38	7	05	59	18	17	02	44	8	06	08	
3	6	00	41	48	13	42	12	6	30	48	7	19	09	54	17	09	25	8	09	18	
4	6	13	52	23	13	48	53	6	33	59	8	02	20	29	17	16	06	8	12	29	
5	6	27	02	58	13	55	34	6	37	10	8	15	31	04	17	22	47	8	15	40	
6	7	10	13	33	14	02	15	6	40	20	8	28	41	39	17	29	28	8	18	50	
7	7	23	24	08	14	08	57	6	43	31	9	11	52	14	17	36	10	8	22	01	
8	8	06	34	43	14	15	38	6	46	42	9	25	02	49	17	42	51	8	25	11	
9	8	19	45	18	14	22	19	6	49	52	10	08	13	24	17	49	32	8	28	22	
10	9	02	55	53	14	29	00	6	53	03	10	21	23	59	17	56	13	8	31	33	
11	9	16	06	28	14	35	41	6	56	14	11	04	34	34	18	02	54	8	34	43	
12	9	29	17	03	14	42	22	6	59	24	12	11	17	47	08	18	09	35	8	37	54
13	10	12	27	38	14	49	03	7	02	35	13	00	00	55	44	18	16	16	8	41	05
14	10	25	38	13	14	55	44	7	05	46	14	0	14	06	39	18	22	57	8	44	15
15	11	08	48	48	15	02	25	7	08	56	15	0	27	16	54	18	29	38	8	47	26
16	11	21	59	23	15	09	06	7	12	07	16	1	10	27	29	18	36	19	8	50	37
17	0	05	09	58	15	15	47	7	15	18	17	1	23	38	04	18	43	00	8	53	47
18	0	18	20	33	15	22	28	7	18	28	18	2	06	48	39	18	49	41	8	56	58
19	1	01	31	08	15	29	09	7	21	39	19	2	19	59	14	18	56	22	9	00	09
20	1	14	41	43	15	35	50	7	24	50	20	3	03	09	49	19	03	03	9	03	19
21	1	27	52	18	15	42	32	7	28	00	21	3	16	20	24	19	09	45	9	06	30
22	2	11	02	53	15	49	13	7	31	11	22	3	29	30	59	19	16	26	9	09	41
23	2	24	13	28	15	55	54	7	34	22	23	4	12	41	34	19	23	07	9	12	51
24	3	07	24	03	16	02	35	7	37	32	24	4	25	52	09	19	29	48	9	16	02
25	3	20	34	38	16	09	16	7	40	43	25	5	09	02	44	19	36	29	9	19	13
26	4	03	45	13	16	15	57	7	43	54	26	5	22	13	19	19	43	10	9	22	23
27	4	16	55	48	16	22	38	7	47	04	27	6	05	23	54	19	49	51	9	25	34
28	5	00	06	23	16	29	19	7	50	15	28	6	18	34	29	19	56	32	9	28	45
29	5	13	16	58	16	36	00	7	53	25	29	7	01	45	04	20	03	13	9	31	55
30	5	26	27	33	16	42	41	7	56	36	30	7	14	55	59	20	09	55	9	35	06
31	6	09	38	08	16	49	22	7	59	47											

TABLES

DES

MOYENS MOUVEMENTS

DE LA LUNE

Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	JUILLET.									Années Communes ou Bissextiles.	A O U S T.										
	jours	Moyen mouvement de la Lune.			Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.			jours	Moyen mouvement de la Lune.			Moyen mouvement de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.			
		Sig.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.			M.	S.	Sig.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.
1	7	28	06	14	20	16	36	9	38	16	1	9	16	34	20	23	43	49	11	16	45
2	8	11	16	45	20	23	17	9	41	27	2	9	29	44	55	23	50	30	11	19	56
3	8	24	27	24	20	29	58	9	44	37	3	10	12	55	30	23	57	11	11	23	06
4	9	07	37	59	20	36	39	9	47	43	4	10	06	06	05	24	03	52	11	26	17
5	9	20	48	34	20	43	20	9	50	59	5	11	09	16	40	24	10	33	11	29	28
6	10	03	59	09	20	50	01	9	54	09	6	11	22	27	15	24	17	14	11	32	38
7	10	17	09	44	20	56	43	9	57	20	7	0	05	37	50	24	23	56	11	35	49
8	11	00	20	19	21	03	24	10	00	31	8	0	18	48	25	24	30	37	11	39	00
9	11	13	30	54	21	10	05	10	03	41	9	1	01	59	00	24	37	18	11	42	10
10	11	26	41	29	21	16	46	10	06	52	10	1	15	09	35	24	43	59	11	45	21
11	0	09	52	04	21	23	27	10	10	03	11	1	28	20	10	24	50	49	11	48	31
12	0	23	02	39	21	30	08	10	13	13	12	2	11	30	45	24	57	21	11	51	42
13	1	06	13	14	21	36	49	10	16	24	13	2	24	41	20	25	04	02	11	54	53
14	1	19	23	49	21	43	30	10	19	35	14	3	07	51	55	25	10	43	11	58	03
15	2	02	34	24	21	50	11	10	22	45	15	3	21	02	30	25	17	24	12	01	14
16	2	15	44	59	21	56	52	10	25	56	16	3	04	13	05	25	24	05	12	04	25
17	2	28	55	35	22	03	33	10	29	07	17	4	17	23	40	25	30	46	12	07	35
18	3	12	06	10	22	10	14	10	32	17	18	5	00	34	15	25	37	27	12	10	46
19	3	25	16	45	22	16	55	10	35	28	19	5	13	44	50	25	44	08	12	13	57
20	4	08	27	20	22	23	36	10	38	39	20	5	26	55	25	25	50	49	12	17	07
21	4	21	37	55	22	30	18	10	41	49	21	6	10	06	00	25	57	31	12	20	18
22	5	04	48	30	22	36	59	10	45	00	22	6	23	16	35	26	04	12	12	23	29
23	5	17	59	05	22	43	40	10	48	10	23	7	06	27	10	26	10	53	12	26	39
24	6	01	09	40	22	50	21	10	51	21	24	7	19	37	45	26	17	34	12	29	50
25	6	14	20	15	22	57	02	10	54	31	25	8	02	48	20	26	24	15	12	31	01
26	6	27	30	50	23	03	43	10	57	42	26	8	15	58	55	26	30	56	12	36	11
27	7	10	41	35	23	10	24	11	00	52	27	8	29	09	30	26	37	37	12	39	22
28	7	23	52	00	23	17	05	11	04	03	28	9	12	20	05	26	44	18	12	42	33
29	8	07	02	35	23	23	46	11	07	14	29	9	25	30	40	26	50	59	12	45	43
30	8	20	13	10	23	30	27	11	10	24	30	10	08	41	15	26	57	40	12	48	54
31	9	03	23	45	23	37	08	11	13	35	31	10	21	51	51	27	04	21	12	52	05

TABLES

DES

MOYENS MOUVEMENTS

DE LA LUNE

Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	SEPTEMBRE.						Années Communes ou Bissextiles.	OCTOBRE.															
	Moyen mouvement de la Lune.			Moyen Mouvem. de l'Apogée.				Nœud Ascendant Retrograde.			Moyen mouvement de la Lune.			Moyen Mouvem. de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.						
	jours	Sig.	D.	M.	S.	S.		D.	M.	S.	D.	M.	S.	jours	Sig.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	
1	11	05	02	26	0	27	11	02	12	55	15	1	0	10	19	56	1	0	31	34	14	30	34
2	11	18	13	01	0	27	17	43	12	58	26	2	0	23	30	31	1	0	38	15	14	33	45
3	0	01	23	36	0	27	24	24	13	01	36	3	1	06	41	06	1	0	44	56	14	36	56
4	0	14	34	11	0	27	31	05	13	04	47	4	1	19	51	41	1	0	51	37	14	40	06
5	0	27	44	46	0	27	37	46	13	07	58	5	2	03	02	16	1	0	58	18	14	43	17
6	1	10	55	21	0	27	44	27	13	11	08	6	2	16	12	51	1	1	04	59	14	46	27
7	1	24	05	56	0	27	51	09	13	14	19	7	2	29	23	26	1	1	11	41	14	49	38
8	2	07	16	31	0	27	57	50	13	17	30	8	3	12	34	01	1	1	18	22	14	52	49
9	2	20	27	06	0	28	04	31	13	20	40	9	3	25	44	36	1	1	25	03	14	55	59
10	3	03	37	41	0	28	11	12	13	23	51	10	4	08	55	11	1	1	31	44	14	59	10
11	3	16	48	16	0	28	17	53	13	27	01	11	4	22	05	46	1	1	38	25	15	02	21
12	3	29	58	51	0	28	24	34	13	30	12	12	5	05	16	21	1	1	45	06	15	05	32
13	4	13	09	26	0	28	31	15	13	33	23	13	5	18	26	56	1	1	51	47	15	08	42
14	4	26	20	01	0	28	37	56	13	36	33	14	6	01	37	32	1	1	58	28	15	11	53
15	5	09	30	36	0	28	44	37	13	39	44	15	6	14	48	06	1	2	05	09	15	15	03
16	5	22	41	11	0	28	51	18	13	42	55	16	6	27	58	42	1	2	11	50	15	18	14
17	6	05	51	46	0	28	57	59	13	46	05	17	7	11	09	16	1	2	18	31	15	21	25
18	6	19	02	21	0	29	04	40	13	49	16	18	7	24	19	52	1	2	25	12	15	24	35
19	7	02	12	56	0	29	11	21	13	52	27	19	8	07	30	27	1	2	31	53	15	27	46
20	7	15	23	31	0	29	18	02	13	55	37	20	8	20	41	02	1	2	38	34	15	30	56
21	7	28	34	06	0	29	24	44	13	58	48	21	9	03	51	37	1	2	45	16	15	34	07
22	8	11	44	41	0	29	31	25	14	01	59	22	9	17	02	12	1	2	51	57	15	37	18
23	8	24	55	16	0	29	38	06	14	05	09	23	10	00	12	47	1	2	58	38	15	40	28
24	9	08	05	51	0	29	44	47	14	08	20	24	10	13	23	22	1	3	05	19	15	43	39
25	9	21	16	26	0	29	51	28	14	11	30	25	10	26	33	57	1	3	12	00	15	46	50
26	10	04	27	01	0	29	58	09	14	14	41	26	11	09	44	32	1	3	18	41	15	50	00
27	10	17	37	36	1	00	04	50	14	17	52	27	11	22	55	07	1	3	25	22	15	53	11
28	11	00	48	11	1	00	11	32	14	21	02	28	0	06	05	42	1	3	32	03	15	56	21
29	11	13	58	46	1	00	18	12	14	24	13	29	0	19	16	17	1	3	38	44	15	59	32
30	11	27	09	21	1	00	24	53	14	27	24	30	1	02	26	52	1	3	45	25	16	02	43
31												31	1	15	37	27	1	3	52	06	16	05	53

T A B L E S

D E S

M O Y E N S M O U V E M E N T S

D E L A L U N E

Pour les Jours de l'Année.

Années Communes ou Bissextiles.	N O V E M B R E.				Années Communes ou Bissextiles.	D E C E M B R E.																	
	Moyen mouvement de la Lune.		Moyen mouvem. de l'Apogée.			Nœud Ascendant Retrograde.		Moyen mouvement de la Lune.		Moyen mouvem. de l'Apogée.		Nœud Ascendant Retrograde.											
	jours	Sig.	D.	M. S.		S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M. S.									
1	1	28	48	02	1	3	58	48	16	09	04	1	3	04	05	33	1	7	19	20	17	44	23
2	2	11	58	37	1	4	05	29	16	12	15	1	7	26	01	1	7	59	27	18	03	27	
3	2	25	09	12	1	4	12	10	16	15	25	1	8	12	33	1	8	39	33	18	22	31	
4	3	08	19	47	1	4	18	51	16	18	36	1	8	25	23	1	8	46	14	18	25	42	
5	3	21	30	22	1	4	25	32	16	21	47	1	9	08	33	1	8	52	55	18	28	52	
6	4	04	40	57	1	4	32	13	16	24	57	1	9	21	44	1	8	59	36	18	32	03	
7	4	17	51	32	1	4	38	55	16	28	08	1	10	04	54	1	9	06	17	18	35	14	
8	5	01	02	07	1	4	45	36	16	31	19	1	10	18	05	1	9	12	58	18	38	24	
9	5	14	12	42	1	4	52	17	16	34	29	1	11	01	16	1	9	19	39	18	41	35	
10	5	27	23	17	1	4	58	58	16	37	40	1	11	14	26	1	9	26	20	18	44	46	
11	6	10	33	52	1	5	05	39	16	40	50	1	11	27	37	1	9	33	02	18	47	56	
12	6	23	44	27	1	5	12	20	16	44	01	1	12	00	47	1	9	39	43	18	51	07	
13	7	06	55	02	1	5	19	01	16	47	12	1	12	03	58	1	9	46	24	18	54	18	
14	7	20	05	37	1	5	25	42	16	50	22	1	12	07	08	1	9	53	05	18	57	28	
15	8	03	16	12	1	5	32	23	16	53	33	1	12	10	19	1	9	59	46	19	00	39	
16	8	16	26	47	1	5	39	04	16	56	44	1	12	13	31	1	10	06	27	19	03	50	
17	8	29	37	22	1	5	45	45	16	59	54	1	12	16	40	1	10	13	08	19	07	00	
18	9	12	47	57	1	5	52	26	17	03	05	1	12	19	51	1	10	19	49	19	10	11	
19	9	25	58	32	1	5	59	07	17	06	16	1	12	22	02	1	10	26	30	19	13	21	
20	10	09	09	07	1	6	05	48	17	09	26	1	12	25	12	1	10	33	11	19	16	32	
21	10	22	19	42	1	6	12	30	17	12	37	1	12	28	28	1	10	39	52	19	19	43	
22	11	05	30	17	1	6	19	11	17	15	48	1	13	01	53	1	10	46	03	19	22	52	
23	11	18	40	52	1	6	25	52	17	18	58	1	13	04	48	1	10	52	14	19	25	02	
24	0	01	51	27	1	6	32	33	17	22	09	1	13	07	03	1	10	58	08	19	28	11	
25	0	15	02	02	1	6	39	14	17	25	20	1	13	10	16	1	10	04	01	19	31	20	
26	0	28	12	38	1	6	45	55	17	28	30	1	13	13	01	1	10	10	14	19	34	29	
27	1	11	23	13	1	6	52	36	17	31	41	1	13	16	12	1	10	16	28	19	37	38	
28	1	24	33	47	1	6	59	17	17	34	51	1	13	19	18	1	10	22	11	19	40	47	
29	2	07	44	23	1	7	05	58	17	38	02	1	13	22	09	1	10	28	04	19	43	56	
30	2	20	54	58	1	7	12	39	17	41	12	1	13	25	20	1	10	34	17	19	46	05	
31					1	7	19	01	17	44	23	1	13	28	33	1	10	40	30	19	49	14	

EQUATIONS ANNUELLES,
 O U
 PREMIERES EQUATIONS
 DES MOYENS MOUVEMENTS,
 DE LA LUNE, DE SON APOGÉE, ET DE SON NOEUD.

Anomalie moyenne du Soleil.

O. Signe.				I.			II.							
Anomalie moyenne.	ajoute.	ôtez.	ajoutez.	ajoute.	ôtez.	ajoutez.	ajoutez.	ôtez.	ajoutez.	Anomalie moyenne.	D.	M. S.	M. S.	M. S.
	Longi- tude.	Apo- gée.	Noeud.		Longi- tude.	Apo- gée.		Noeud.	Longi- tude.					
	D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.					
0	0 00	0 00	0 00	5 47	9 49	4 49	10 07	17 08	8 09	30				
1	0 12	0 20	0 09	5 58	10 07	4 48	10 14	17 19	8 14	29				
2	0 24	0 41	0 19	6 09	10 24	4 57	10 20	17 29	8 19	28				
3	0 36	1 01	0 29	6 19	10 42	5 05	10 26	17 39	8 24	27				
4	0 48	1 22	0 39	6 29	10 59	5 13	10 31	17 48	8 28	26				
5	1 00	1 42	0 48	6 39	11 16	5 21	10 37	17 58	8 32	25				
6	1 12	2 03	0 58	6 49	11 33	5 29	10 42	18 07	8 36	24				
7	1 24	2 23	1 08	6 59	11 49	5 37	10 47	18 16	8 40	23				
8	1 36	2 43	1 18	7 09	12 06	5 45	10 52	18 24	8 44	22				
9	1 48	3 04	1 27	7 19	12 22	5 53	10 56	18 32	8 48	21				
10	1 59	3 24	1 37	7 28	12 39	6 00	11 01	18 39	8 52	20				
11	2 11	3 44	1 46	7 37	12 55	6 08	11 05	18 46	8 55	19				
12	2 23	4 04	1 56	7 46	13 10	6 15	11 09	18 53	8 58	18				
13	2 35	4 24	2 05	7 55	13 26	6 22	11 14	19 00	9 02	17				
14	2 46	4 44	2 15	8 04	13 41	6 30	11 19	19 06	9 05	16				
15	2 58	5 04	2 24	8 13	13 56	6 37	11 22	19 12	9 07	15				
16	3 10	5 24	2 34	8 22	14 10	6 44	11 25	19 18	9 10	14				
17	3 22	5 44	2 43	8 31	14 25	6 50	11 28	19 23	9 12	13				
18	3 34	6 03	2 53	8 39	14 39	6 57	11 30	19 28	9 15	12				
19	3 46	6 23	3 02	8 47	14 52	7 04	11 32	19 33	9 17	11				
20	3 57	6 43	3 11	8 55	15 07	7 11	11 35	19 37	9 19	10				
21	4 09	7 02	3 20	9 03	15 21	7 17	11 38	19 41	9 21	9				
22	4 20	7 21	3 29	9 11	15 33	7 23	11 40	19 44	9 22	8				
23	4 31	7 40	3 38	9 19	15 46	7 29	11 43	19 48	9 24	7				
24	4 42	7 59	3 47	9 27	15 58	7 35	11 43	19 51	9 25	6				
25	4 53	8 18	3 56	9 34	16 11	7 41	11 45	19 53	9 26	5				
26	5 04	8 36	4 05	9 41	16 23	7 46	11 46	19 55	9 27	4				
27	5 15	8 54	4 14	9 47	16 35	7 52	11 47	19 57	9 28	3				
28	5 26	9 13	4 23	9 54	16 46	7 58	11 48	19 58	9 29	2				
29	5 37	9 31	4 31	10 01	16 57	8 04	11 48	19 59	9 29	1				
30	5 47	9 49	4 40	10 07	17 08	8 09	11 49	20 00	9 30	0				
Anomalie moyenne.	Longi- tude.	Apo- gée.	Noeud.	Longi- tude.	Apo- gée.	Noeud.	Longi- tude.	Apo- gée.	Noeud.	Anomalie moyenne.				
	ôtez.	ajoutez.	ôtez.	ôtez.	ajoutez.	ôtez.	ôtez.	ajoutez.	ôtez.					
	XI.			X.			IX.							

Anomalie moyenne du Soleil.

EQUATIONS ANNUELLES,
 OU
 PREMIERES EQUATIONS
 DES MOYENS MOUVEMENTS,
 DE LA LUNE, DE SON APOGEE, ET DE SON NOEUD.

Anomalie moyenne du Soleil.

III.				IV.			V.			
Anomalie moyenne.	ajoutez.		ôtez.	ajoutez.		ôtez.	ajoutez.		Anomalie moyenne.	
	Longi- tude.	Apo- gee.	Noëud.	Longi- tude.	Apo- gee.	Noëud.	Longi- tude.	Apo- gee.		Noëud.
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.
0	11 49	20 00	9 30	10 21	17 30	8 19	6 00	10 11	4 50	30
1	11 49	20 00	9 30	10 15	17 20	8 14	5 49	9 52	4 41	29
2	11 49	20 00	9 30	10 07	17 09	8 09	5 38	9 33	4 32	28
3	11 48	19 59	9 30	10 01	16 58	8 04	5 27	9 15	4 23	27
4	11 48	19 58	9 29	9 55	16 46	7 58	5 16	8 56	4 14	26
5	11 47	19 57	9 29	9 47	16 34	7 53	5 05	8 36	4 05	25
6	11 47	19 56	9 28	9 40	16 23	7 48	4 53	8 17	3 56	24
7	11 45	19 54	9 27	9 33	16 11	7 42	4 42	7 55	3 47	23
8	11 44	19 51	9 26	9 26	15 58	7 35	4 30	7 38	3 38	22
9	11 42	19 49	9 25	9 19	15 45	7 29	4 18	7 18	3 29	21
10	11 41	19 46	9 24	9 11	15 32	7 23	4 06	6 58	3 19	20
11	11 39	19 42	9 22	9 02	15 18	7 16	3 54	6 38	3 09	19
12	11 36	19 38	9 20	8 54	15 04	7 09	3 43	6 18	2 59	18
13	11 34	19 34	9 18	8 46	14 50	7 03	3 31	5 58	2 50	17
14	11 31	19 30	9 16	8 37	14 36	6 56	3 19	5 38	2 40	16
15	11 29	19 25	9 14	8 28	14 21	6 49	3 07	5 17	2 30	15
16	11 25	19 20	9 12	8 20	14 06	6 42	2 54	4 56	2 20	14
17	11 22	19 14	9 09	8 11	13 51	6 35	2 42	4 35	2 10	13
18	11 19	19 08	9 06	8 01	13 35	6 27	2 30	4 14	2 00	12
19	11 15	19 02	9 03	7 52	13 20	6 20	2 18	3 54	1 50	11
20	11 11	18 55	8 59	7 43	13 04	6 12	2 05	3 33	1 40	10
21	11 06	18 48	8 55	7 34	12 48	6 04	1 52	3 12	1 30	9
22	11 02	18 41	8 52	7 24	12 31	5 56	1 40	2 51	1 20	8
23	10 58	18 33	8 49	7 14	12 15	5 49	1 28	2 30	1 10	7
24	10 53	18 25	8 45	7 03	11 58	5 41	1 15	2 09	1 00	6
25	10 48	18 17	8 41	6 53	11 41	5 33	1 02	1 46	0 50	5
26	10 43	18 08	8 37	6 43	11 23	5 24	0 49	1 25	0 40	4
27	10 38	17 59	8 33	6 33	11 05	5 16	0 37	1 04	0 30	3
28	10 32	17 50	8 28	6 22	10 47	5 08	0 25	0 43	0 20	2
29	10 26	17 40	8 23	6 11	10 29	4 59	0 12	0 21	0 10	1
30	10 21	17 30	8 19	6 00	10 11	4 50	0 00	0 00	0 00	0

VIII.

VII.

VI.

Anomalie moyenne du Soleil.

T A B L E
 qui sert à trouver
LES PLUS GRANDES
 D'ENTRE LES SECONDES
EQUATIONS
 DU MOYEN MOUVEMENT,
 & les plus grandes
VARIATIONS
 DE LA LUNE.

Anomalie moyenne du Soleil.		La plus grande Equation.		La plus grande Variation.		Anomalie moyenne du Soleil.	
S. D.	M. S.	M. S.	M. S.	S. D.	M. S.	M. S.	S. D.
O. 00	3 33	33 04	XII. 00				
10	3 33	33 05	20				
20	3 34	33 12	10				
I. 00	3 34	33 21	XI. 00				
10	3 35	33 34	20				
20	3 37	33 50	10				
II. 00	3 38	34 09	X. 00				
10	3 40	34 30	20				
20	3 42	34 52	10				
III. 00	3 44	35 15	IX. 00				
10	3 46	35 37	20				
20	3 48	36 00	10				
IV. 00	3 50	36 20	VIII. 00				
10	3 51	36 39	20				
20	3 53	36 55	10				
V. 00	3 54	37 08	VII. 00				
10	3 55	37 18	20				
20	3 56	37 24	10				
VI. 00	3 56	37 25	VI. 00				
Anomalie moyenne du Soleil.		La plus grande Equation.		La plus grande Variation.		Anomalie moyenne du Soleil.	
S. D.	M. S.	M. S.	M. S.	S. D.	M. S.	M. S.	S. D.

T A B L E
 DE LA SECONDE
EQUATION
 DU MOYEN MOUVEMENT.

Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.			Argument annuel.		
O. VI.	I. VII.	II. VIII.	O. VI.	I. VII.	II. VIII.
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
0	0 00	3 15	30	3 15	3 15
1	0 08	3 19	29	3 11	3 11
2	0 16	3 22	28	3 06	3 06
3	0 23	3 25	27	3 02	3 02
4	0 31	3 28	26	2 57	2 57
5	0 39	3 31	25	2 52	2 52
6	0 47	3 34	24	2 47	2 47
7	0 54	3 36	23	2 41	2 41
8	1 02	3 38	22	2 36	2 36
9	1 09	3 40	21	2 30	2 30
10	1 17	3 42	20	2 24	2 24
11	1 24	3 43	19	2 18	2 18
12	1 31	3 44	18	2 12	2 12
13	1 38	3 44	17	2 05	2 05
14	1 46	3 45	16	1 59	1 59
15	1 52	3 45	15	1 52	1 52
16	1 59	3 45	14	1 46	1 46
17	2 05	3 44	13	1 38	1 38
18	2 12	3 44	12	1 31	1 31
19	2 18	3 43	11	1 24	1 24
20	2 24	3 42	10	1 17	1 17
21	2 30	3 40	9	0 9	0 9
22	2 36	3 38	8	1 02	1 02
23	2 41	3 36	7	0 54	0 54
24	2 47	3 34	6	0 47	0 47
25	2 52	3 31	5	0 39	0 39
26	2 57	3 28	4	0 31	0 31
27	3 02	3 25	3	0 24	0 24
28	3 06	3 22	2	0 16	0 16
29	3 11	3 19	1	0 08	0 08
30	3 15	3 15	0	0 00	0 00
XI. V.	X. IV.	IX. III.	Argument annuel.		
<i>ajoutez en montant.</i>					

T A B L E
 DE LA TROISIEME
EQUATION
 DU MOYEN MOUVEMENT.

Argument ou distance du Soleil au Nœud.			Argument annuel.		
O. VI.	I. VII.	II. VIII.	O. VI.	I. VII.	II. VIII.
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
0	0 00	0 41	30	0 41	0 41
1	0 01	0 41	29	0 40	0 40
2	0 03	0 42	28	0 39	0 39
3	0 05	0 43	27	0 38	0 38
4	0 06	0 43	26	0 37	0 37
5	0 08	0 44	25	0 36	0 36
6	0 10	0 45	24	0 35	0 35
7	0 11	0 45	23	0 34	0 34
8	0 13	0 45	22	0 32	0 32
9	0 14	0 46	21	0 31	0 31
10	0 16	0 46	20	0 30	0 30
11	0 17	0 46	19	0 29	0 29
12	0 19	0 47	18	0 27	0 27
13	0 20	0 47	17	0 26	0 26
14	0 22	0 47	16	0 25	0 25
15	0 23	0 47	15	0 23	0 23
16	0 25	0 47	14	0 22	0 22
17	0 26	0 47	13	0 20	0 20
18	0 27	0 47	12	0 19	0 19
19	0 29	0 46	11	0 17	0 17
20	0 30	0 46	10	0 16	0 16
21	0 31	0 46	9	0 14	0 14
22	0 32	0 45	8	0 13	0 13
23	0 34	0 45	7	0 11	0 11
24	0 35	0 44	6	0 10	0 10
25	0 36	0 44	5	0 08	0 08
26	0 37	0 43	4	0 06	0 06
27	0 38	0 43	3	0 05	0 05
28	0 39	0 42	2	0 03	0 03
29	0 40	0 41	1	0 01	0 01
30	0 41	0 41	0	0 00	0 00
XI. V.	X. IV.	IX. III.	Distance du Soleil au Nœud.		
<i>ajoutez en montant.</i>					

La Table du milieu a été calculée pour l'unique cas auquel la plus grande d'entre les secondes Equations est moyenne, sçavoir 3' 45": on en pourra construire, si l'on veut, deux autres pour 3' 33" & 3' 56". Mais on voit du premier coup d'œil que si, dans les octans, ou à 45° de l'Argument annuel, la différence est de 12" à 11" entre la moyenne & la plus petite ou la plus grande Equation, elle doit être précisément de 6" à 5" à 15° de l'Argument annuel.

T A B L E

D E

L'ÉQUATION DE L'APOGÉE

DE LA LUNE.

<i>Ajoutez en descendant.</i>							
Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.							
Argument annuel. D.	Sign. O. VI.		I. VII.		II. VIII.		Argument annuel. D.
	D. M. S.	Différence M. S.	D. M. S.	Différence M. S.	D. M. S.	Différence M. S.	
0	0 00 00		9 28 08		11 40 14		30
1	0 21 04	21 04	9 42 23	14 15	11 30 54	9 20	29
2	0 42 08	21 04	9 56 09	13 46	11 20 29	10 25	28
3	1 03 10	21 02	10 09 25	13 16	11 08 59	11 30	27
4	1 24 10	21 00	10 22 09	12 44	10 56 23	12 36	26
5	1 45 07	20 57	10 34 21	12 12	10 42 41	13 42	25
6	2 05 59	20 52	10 45 59	11 38	10 27 53	14 48	24
7	2 26 46	20 47	10 57 02	11 03	10 12 00	15 53	23
8	2 47 27	20 41	11 07 28	10 26	9 55 02	16 58	22
9	3 08 02	20 35	11 17 17	9 49	9 36 58	18 04	21
10	3 28 30	20 28	11 26 27	9 10	9 17 50	19 08	20
11	3 48 49	20 19	11 34 57	8 30	8 57 38	20 12	19
12	4 08 59	20 10	11 42 45	7 48	8 36 23	21 15	18
13	4 28 58	19 59	11 49 50	7 05	8 14 08	22 15	17
14	4 48 47	19 49	11 56 12	6 22	7 50 54	23 14	16
15	5 08 24	19 37	12 01 48	5 36	7 26 41	24 13	15
16	5 27 48	19 24	12 06 36	4 48	7 01 31	25 10	14
17	5 46 58	19 10	12 10 38	4 02	6 35 28	26 03	13
18	6 05 54	18 56	12 13 50	3 12	6 08 35	26 53	12
19	6 24 34	18 40	12 16 11	2 21	5 40 54	27 41	11
20	6 42 57	18 23	12 17 39	1 28	5 12 28	28 26	10
21	7 01 04	18 07	12 18 15	0 36	4 43 20	29 08	9
22	7 18 52	17 48	12 17 56	0 19	4 13 32	29 48	8
23	7 36 20	17 28	12 16 41	1 15	3 43 07	30 25	7
24	7 53 28	17 08	12 14 28	2 13	3 12 13	30 54	6
25	8 10 14	16 46	12 11 18	3 10	2 40 53	31 20	5
26	8 26 37	16 23	12 07 08	4 10	2 09 10	31 43	4
27	8 42 38	16 01	12 01 57	5 11	1 37 09	32 01	3
28	8 58 14	15 36	11 55 45	6 12	1 04 54	32 15	2
29	9 13 24	15 10	11 48 31	7 14	0 32 29	32 25	1
30	9 28 07	14 43	11 40 14	8 17	0 00 00	32 29	0
<i>Otez en montant.</i>							
Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.							
V. XI.		IV. X.		III. IX.		Argument annuel. D.	
D.	Différence M. S.	D. M. S.	Différence M. S.	D. M. S.	Différence M. S.		

T A B L E S
DE L'ÉQUATION DU NŒUD,
ET DE L'INCLINAISON DE L'ORBITE
DE LA LUNE

Distance du Soleil au Nœud ascendant.

Distance du Soleil au Nœud.	O. <i>Sign.</i>	VI.	I.	VII.	II.	VIII.	Distance du Soleil au Nœud.
	Equation du Nœud additive.	Inclinaison.	Equation du Nœud additive.	Inclinaison.	Equation du Nœud additive.	Inclinaison.	
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	
0	0 00 00	5 17 30	1 16 39	5 13 00	1 18 41	5 04 00	30
1	0 03 03	5 17 30	1 18 13	5 12 44	1 17 07	5 03 44	29
2	0 06 06	5 17 29	1 19 41	5 12 27	1 15 27	5 03 29	28
3	0 09 08	5 17 27	1 21 03	5 12 10	1 13 41	5 03 13	27
4	0 12 10	5 17 25	1 22 20	5 11 53	1 11 49	5 02 58	26
5	0 15 11	5 17 22	1 23 31	5 11 35	1 09 57	5 02 43	25
6	0 18 11	5 17 18	1 24 36	5 11 17	1 07 48	5 02 29	24
7	0 21 09	5 17 13	1 25 35	5 10 59	1 05 40	5 02 15	23
8	0 24 06	5 17 08	1 26 22	5 10 41	1 03 28	5 02 02	22
9	0 27 02	5 17 04	1 27 14	5 10 23	1 01 11	5 01 49	21
10	0 29 56	5 16 58	1 27 54	5 10 04	0 58 49	5 01 36	20
11	0 32 48	5 16 51	1 28 28	5 09 44	0 56 22	5 01 24	19
12	0 35 37	5 16 43	1 28 56	5 09 25	0 53 51	5 01 13	18
13	0 38 24	5 16 35	1 29 17	5 09 07	0 51 15	5 01 02	17
14	0 41 09	5 16 27	1 29 31	5 08 48	0 48 35	5 00 52	16
15	0 43 51	5 16 18	1 29 38	5 08 30	0 45 52	5 00 42	15
16	0 46 29	5 16 08	1 29 39	5 08 12	0 43 05	5 00 33	14
17	0 49 05	5 15 58	1 29 34	5 07 53	0 40 15	5 00 25	13
18	0 51 37	5 15 47	1 29 23	5 07 35	0 37 22	5 00 17	12
19	0 54 05	5 15 36	1 29 05	5 07 16	0 34 26	5 00 09	11
20	0 56 30	5 15 24	1 28 41	5 06 57	0 31 27	5 00 02	10
21	0 58 51	5 15 11	1 28 10	5 06 38	0 28 25	4 59 56	9
22	1 01 08	5 14 58	1 27 33	5 06 19	0 25 21	4 59 52	8
23	1 03 21	5 14 45	1 26 49	5 06 01	0 22 15	4 59 47	7
24	1 05 29	5 14 31	1 25 58	5 05 43	0 19 07	4 59 42	6
25	1 07 33	5 14 17	1 25 01	5 05 25	0 15 58	4 59 38	5
26	1 09 33	5 14 02	1 23 57	5 05 07	0 12 48	4 59 35	4
27	1 11 27	5 13 47	1 22 47	5 04 50	0 09 37	4 59 33	3
28	1 13 16	5 13 31	1 21 31	5 04 38	0 06 25	4 59 31	2
29	1 15 00	5 13 16	1 20 09	5 04 16	0 03 13	4 59 30	1
30	1 16 39	5 13 00	1 18 41	5 04 00	0 00 00	4 59 30	0
Distance du Soleil au Nœud.	Equation Soustractive.	Inclinaison.	Equation Soustractive.	Inclinaison.	Equation Soustractive.	Inclinaison.	Distance du Soleil au Nœud.
	V.	XI.	IV.	X.	III.	IX.	

Distance du Soleil au Nœud ascendant.

T A B L E

DES PLUS GRANDES EQUATIONS

QUI REPONDENT AUX DIFFERENTES EXCENTRICITES
DE L'ORBITE LUNAIRE.

Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.														
Argument annuel.	I. VI.		I. VII.		II. VIII.		Argument annuel.							
	Sign.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.								
0	7	39	30	7	04	34	5	45	28	30				
1	7	39	27	7	02	42	02	12	5	42	48	02	40	29
2	7	39	20	7	00	26	02	16	5	40	11	02	37	28
3	7	39	09	6	58	07	02	19	5	37	36	02	35	27
4	7	38	52	6	55	45	02	22	5	35	04	02	32	26
5	7	38	30	6	53	21	02	24	5	32	35	02	29	25
6	7	38	03	6	50	54	02	27	5	30	09	02	26	24
7	7	37	32	6	48	24	02	30	5	27	46	02	23	23
8	7	36	55	6	45	52	02	32	5	25	27	02	19	22
9	7	36	14	6	43	18	02	34	5	23	13	02	14	21
10	7	35	28	6	40	42	02	36	5	21	03	02	10	20
11	7	34	37	6	38	03	02	39	5	18	57	02	06	19
12	7	33	42	6	35	22	02	41	5	16	56	02	01	18
13	7	32	43	6	32	40	02	42	5	15	00	01	56	17
14	7	31	38	6	29	57	02	43	5	13	09	01	51	16
15	7	30	30	6	27	12	02	45	5	11	22	01	47	15
16	7	29	16	6	24	26	02	46	5	09	42	01	40	14
17	7	27	58	6	21	39	02	47	5	08	08	01	34	13
18	7	26	36	6	18	51	02	48	5	06	40	01	28	12
19	7	25	09	6	16	03	02	48	5	05	19	01	21	11
20	7	23	38	6	13	14	02	49	5	04	04	01	15	10
21	7	22	03	6	10	25	02	49	5	02	55	01	09	9
22	7	20	24	6	07	36	02	49	5	01	53	01	02	8
23	7	18	41	6	04	47	02	49	5	00	58	00	55	7
24	7	16	54	6	01	58	02	49	5	00	10	00	48	6
25	7	15	04	5	59	10	02	48	4	59	29	00	41	5
26	7	13	09	5	56	22	02	48	4	58	56	00	33	4
27	7	11	10	5	53	36	02	46	4	58	30	00	26	3
28	7	09	08	5	50	52	02	44	4	58	11	00	19	2
29	7	07	02	5	48	09	02	43	4	58	00	00	11	1
30	7	04	54	5	45	28	02	41	4	57	56	00	04	0
Argument annuel.	V. XI.	[Difference]	IV. X.	[Difference]	III. IX.	[Difference]				Argument annuel.				
Argument annuel, ou distance du Soleil à l'Apogée de la Lune.														

TABLES

DE

L'EQUATION DU CENTRE

DE LA LUNE.

<i>ôtez en descendant.</i>																			
Anomalie moyenne de la Lune.																			
O. Signes.																			
Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619		Diff.		Excentricité 52336		Diff.		Excentricité 61048		Diff.		Excentricité 66800		Diff.		Anomalie moyenne de la Lune.		
	D.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.		M.	S.
0	0	00	00			0	00	00			0	00	00	0	00	00			30
1	0	04	58	4	58	0	05	53	5	53	0	06	48	6	48	0	07	24	29
2	0	09	56	4	58	0	11	47	5	54	0	13	36	6	48	0	14	48	28
3	0	14	54	4	57	0	17	40	5	53	0	20	24	6	48	0	22	11	27
4	0	19	51	4	57	0	23	33	5	53	0	27	12	6	48	0	29	34	26
5	0	24	48	4	57	0	29	26	5	53	0	33	59	6	47	0	36	56	25
6	0	29	44	4	56	0	35	18	5	52	0	40	46	6	47	0	44	18	24
7	0	34	40	4	56	0	41	09	5	51	0	47	33	6	46	0	51	40	23
8	0	39	35	4	55	0	47	00	5	51	0	54	17	6	45	0	59	01	22
9	0	44	30	4	55	0	52	51	5	51	1	01	02	6	45	1	06	21	21
10	0	49	24	4	54	0	58	41	5	50	1	07	46	6	44	1	13	40	20
11	0	54	18	4	54	1	04	30	5	49	1	14	29	6	43	1	20	58	19
12	0	59	11	4	53	1	10	17	5	47	1	21	11	6	42	1	28	15	18
13	1	04	03	4	52	1	16	04	5	47	1	27	51	6	40	1	35	31	17
14	1	08	54	4	51	1	21	50	5	46	1	34	30	6	39	1	42	45	16
15	1	13	43	4	49	1	27	34	5	44	1	41	08	6	38	1	49	58	15
16	1	18	31	4	48	1	33	17	5	43	1	47	45	6	37	1	57	09	14
17	1	23	18	4	47	1	38	59	5	42	1	54	20	6	35	2	04	18	13
18	1	28	04	4	46	1	44	39	5	40	2	00	53	6	33	2	11	26	12
19	1	32	49	4	45	1	50	17	5	38	2	07	24	6	31	2	18	32	11
20	1	37	32	4	43	1	55	54	5	37	2	13	54	6	30	2	25	35	10
21	1	42	14	4	42	2	01	29	5	35	2	20	21	6	27	2	32	37	9
22	1	46	54	4	40	2	07	02	5	33	2	26	46	6	25	2	39	37	8
23	1	51	33	4	39	2	12	33	5	31	2	33	09	6	23	2	46	34	7
24	1	56	10	4	37	2	18	02	5	29	2	39	30	6	21	2	53	28	6
25	2	00	45	4	35	2	23	29	5	27	2	45	49	6	19	3	00	20	5
26	2	05	18	4	33	2	28	54	5	25	2	52	05	6	16	3	07	10	4
27	2	09	49	4	31	2	34	17	5	23	2	58	18	6	13	3	13	57	3
28	2	14	17	4	28	2	39	38	5	21	3	04	29	6	11	3	20	41	2
29	2	18	43	4	26	2	44	56	5	18	3	10	37	6	08	3	27	21	1
30	2	23	08	4	25	2	50	11	5	15	3	16	42	6	05	3	33	58	0

XI. Signes.

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

T A B L E S

DE

L'ÉQUATION DU CENTRE DE LA LUNE.

<i>ôtez en descendant.</i>													
Anomalie moyenne de la Lune.													
I. Signes.													
Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619		Excentricité 52336		Excentricité 61045		Excentricité 66800		Anomalie moyenne de la Lune.				
	D.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.		Diff. M. S.			
0	2 23 08		4 22	2 50 11		5 12	3 16 42		6 03	3 33 58		6 35	30
1	2 27 30		4 20	2 55 23		5 09	3 22 45		6 00	3 40 33		6 32	29
2	2 31 50		4 17	3 00 32		5 07	3 28 45		5 56	3 47 05		6 28	28
3	2 36 07		4 15	3 05 39		5 05	3 34 41		5 53	3 53 33		6 25	27
4	2 40 22		4 13	3 10 44		5 02	3 40 34		5 50	3 59 58		6 21	26
5	2 44 35		4 10	3 15 46		4 58	3 46 24		5 46	4 06 19		6 17	25
6	2 48 45		4 07	3 20 44		4 55	3 52 10		5 42	4 12 36		6 14	24
7	2 52 52		4 04	3 25 39		4 52	3 57 52		5 39	4 18 50		6 11	23
8	2 56 56		4 01	3 30 31		4 49	4 03 31		5 35	4 25 01		6 06	22
9	3 00 57		3 59	3 35 20		4 45	4 09 06		5 32	4 31 07		6 02	21
10	3 04 56		3 56	3 40 05		4 42	4 14 38		5 27	4 37 09		5 57	20
11	3 08 52		3 53	3 44 47		4 38	4 20 05		5 24	4 43 06		5 53	19
12	3 12 45		3 49	3 49 25		4 35	4 25 29		5 19	4 48 59		5 49	18
13	3 16 34		3 46	3 54 00		4 31	4 30 48		5 16	4 54 48		5 45	17
14	3 20 20		3 43	3 58 31		4 27	4 36 04		5 11	5 00 33		5 41	16
15	3 24 03		3 40	4 02 58		4 23	4 41 15		5 07	5 06 14		5 35	15
16	3 27 43		3 36	4 07 21		4 20	4 46 22		5 02	5 11 49		5 30	14
17	3 31 19		3 33	4 11 41		4 15	4 51 24		4 58	5 17 19		5 26	13
18	3 34 52		3 30	4 15 56		4 11	4 56 22		4 53	5 22 45		5 20	12
19	3 38 22		3 26	4 20 07		4 07	5 01 15		4 49	5 28 05		5 16	11
20	3 41 48		3 22	4 24 14		4 03	5 06 04		4 44	5 33 21		5 11	10
21	3 45 10		3 18	4 28 17		3 59	5 10 48		4 39	5 38 32		5 06	9
22	3 48 28		3 15	4 32 16		3 54	5 15 27		4 34	5 43 38		5 00	8
23	3 51 43		3 11	4 36 10		3 50	5 20 01		4 29	5 48 38		4 54	7
24	3 54 54		3 07	4 40 00		3 45	5 24 30		4 24	5 53 32		4 49	6
25	3 58 01		3 03	4 43 45		3 41	5 28 54		4 18	5 58 21		4 44	5
26	4 01 04		2 59	4 47 26		3 36	5 33 12		4 13	6 03 05		4 38	4
27	4 04 03		2 55	4 51 02		3 31	5 37 25		4 08	6 07 43		4 31	3
28	4 06 58		2 51	4 54 33		3 26	5 41 33		4 02	6 12 14		4 26	2
29	4 09 49		2 46	4 57 59		3 22	5 45 35		3 56	6 16 40		4 20	1
30	4 12 35			5 01 21			5 49 31			6 21 00			0
X. Signes.													
Anomalie moyenne de la Lune.													
<i>ajoutez en montant.</i>													
Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619		Excentricité 52336		Excentricité 61045		Excentricité 66800		Anomalie moyenne de la Lune.				
	D.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.		Diff. M. S.			

TABLES

DE

L'EQUATION DU CENTRE

DE LA LUNE.

<i>ôtez en descendant.</i>									
Anomalie moyenne de la Lune.									
II. Signes.									
Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619		Excentricité 52336		Excentricité 61045		Excentricité 66800		Anomalie moyenne de la Lune.
	D	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	
0	4 12 35		5 01 27		5 49 31		6 21 00		30
1	4 15 18	2 43	5 04 37	3 10	5 53 22	3 51	6 25 14	4 14	29
2	4 17 56	2 38	5 07 49	3 12	5 57 08	3 46	6 29 22	4 08	28
3	4 20 30	2 34	5 10 55	3 06	6 00 47	3 39	6 33 23	4 01	27
		2 29		3 01		3 33		3 55	
4	4 22 59		5 13 56		6 04 20		6 37 18		26
5	4 25 24	2 25	5 16 53	2 57	6 07 48	3 28	6 41 08	3 50	25
6	4 27 45	2 21	5 19 44	2 51	6 11 10	3 22	6 44 51	3 43	24
		2 16		2 45		3 16		3 36	
7	4 30 01		5 22 29		6 14 26		6 48 27		23
8	4 32 12	2 11	5 25 09	2 40	6 17 35	3 09	6 51 56	3 29	22
9	4 34 19	2 07	5 27 44	2 35	6 20 38	3 03	6 55 18	3 22	21
		2 02		2 29		2 56		3 16	
10	4 36 21		5 30 13		6 23 34		6 58 34		20
11	4 38 18	1 57	5 32 36	2 23	6 26 25	2 51	7 01 43	3 09	19
12	4 40 10	1 52	5 34 54	2 18	6 29 09	2 44	7 04 44	3 01	18
		1 48		2 12		2 37		2 54	
13	4 41 58		5 37 06		6 31 46		7 07 38		17
14	4 43 41	1 43	5 39 12	2 06	6 34 17	2 31	7 10 25	2 47	16
15	4 45 19	1 38	5 41 12	2 00	6 36 41	2 24	7 13 05	2 40	15
		1 33		1 55		2 17		2 34	
16	4 46 52		5 43 07		6 38 58		7 15 39		14
17	4 48 20	1 28	5 44 56	1 49	6 41 09	2 11	7 18 05	2 26	13
18	4 49 43	1 23	5 46 39	1 43	6 43 13	2 04	7 20 22	2 17	12
		1 17		1 37		1 57		2 10	
19	4 51 00		5 48 16		6 45 10		7 22 32		11
20	4 52 12	1 12	5 49 47	1 31	6 47 00	1 50	7 24 35	2 03	10
21	4 53 20	1 08	5 51 11	1 24	6 48 43	1 43	7 26 31	1 56	9
		1 02		1 18		1 35		1 48	
22	4 54 22		5 52 29		6 50 18		7 28 19		8
23	4 55 19	0 57	5 53 42	1 13	6 51 46	1 28	7 29 59	1 40	7
24	4 56 11	0 52	5 54 48	1 06	6 53 07	1 21	7 31 31	1 32	6
		0 47		1 00		1 14		1 24	
25	4 56 58		5 55 48		6 54 21		7 32 55		5
26	4 57 39	0 41	5 56 41	0 53	6 55 28	1 07	7 34 11	1 16	4
27	4 58 15	0 36	5 57 28	0 47	6 56 27	0 59	7 35 20	1 09	3
		0 31		0 41		0 52		1 00	
28	4 58 46		5 58 09		6 57 19		7 36 20		2
29	4 59 11	0 25	5 58 43	0 34	6 58 04	0 45	7 37 12	0 52	1
30	4 59 31	0 20	5 59 11	0 28	6 58 41	0 37	7 37 56	0 44	0

<i>ajoutez en montant.</i>									
Anomalie moyenne de la Lune.									
IX. Signes.									

TABLES

DE

L'EQUATION DU CENTRE DE LA LUNE.

ôtez en descendant

Anomalie moyenne de la Lune.

III. Signes.

Anomalie moyenne de la Lune.		Anomalie moyenne de la Lune.										Anomalie moyenne de la Lune.	
		Excentricité 43619		Excentricité 52336		Excentricité 61045		Excentricité 66800					
D.	D. M. S.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D.	
0	4 59 31	0 14		5 59 11	0 21	6 58 41	0 29	7 37 56	0 35			30	
1	4 59 45	0 09		5 59 32	0 15	6 59 10	0 22	7 38 31	0 27			29	
2	4 59 54	0 03		5 59 47	0 08	6 59 32	0 15	7 38 58	0 19			28	
3	4 59 57	0 02		5 59 55	0 01	6 59 47	0 06	7 39 17	0 12			27	
4	4 59 55			5 59 56		6 59 53		7 39 29				26	
5	4 59 47	0 08		5 59 51	0 05	6 59 52	0 01	7 39 31	0 02			25	
6	4 59 34	0 13		5 59 39	0 12	6 59 44	0 08	7 39 26	0 05			24	
7	4 59 16	0 18		5 59 21	0 18	6 59 28	0 16	7 39 11	0 15			23	
8	4 58 52	0 24		5 58 57	0 24	6 59 04	0 24	7 38 48	0 23			22	
9	4 58 22	0 30		5 58 26	0 31	6 58 31	0 33	7 38 16	0 32			21	
10	4 57 47	0 35		5 57 48	0 38	6 57 51	0 40	7 37 36	0 40			20	
11	4 57 06	0 41		5 57 03	0 45	6 57 04	0 47	7 36 47	0 49			19	
12	4 56 20	0 46		5 56 11	0 52	6 56 08	0 56	7 35 50	0 57			18	
13	4 55 28	0 52		5 55 12	0 59	6 55 05	1 03	7 35 50	1 06			17	
14	4 54 30	0 58		5 54 07	1 05	6 53 54	1 11	7 34 44	1 15			16	
15	4 53 27	1 03		5 52 56	1 11	6 52 35	1 19	7 32 06	1 23			15	
16	4 52 19	1 08		5 51 38	1 18	6 51 08	1 27	7 30 35	1 31			14	
17	4 51 05	1 14		5 50 13	1 25	6 49 33	1 35	7 28 55	1 40			13	
18	4 49 45	1 20		5 48 41	1 32	6 47 51	1 42	7 27 05	1 50			12	
19	4 48 20	1 25		5 47 02	1 39	6 46 00	1 51	7 25 07	1 58			11	
20	4 46 49	1 31		5 45 16	1 46	6 44 02	1 58	7 23 01	2 06			10	
21	4 45 13	1 36		5 43 24	1 52	6 41 55	2 07	7 20 46	2 15			9	
22	4 43 31	1 42		5 41 26	1 58	6 39 41	2 14	7 18 23	2 23			8	
23	4 41 44	1 47		5 39 21	2 05	6 37 19	2 22	7 15 50	2 33			7	
24	4 39 52	1 52		5 37 09	2 12	6 34 50	2 29	7 13 09	2 41			6	
25	4 37 54	1 58		5 34 50	2 19	6 32 13	2 37	7 10 19	2 50			5	
26	4 35 50	2 04		5 32 25	2 25	6 29 28	2 45	7 07 20	2 59			4	
27	4 33 41	2 09		5 29 53	2 32	6 26 34	2 54	7 04 13	3 07			3	
28	4 31 27	2 14		5 27 15	2 38	6 23 33	3 01	7 00 57	3 16			2	
29	4 29 08	2 19		5 24 31	2 44	6 20 24	3 09	6 57 33	3 24			1	
30	4 26 43	2 25		5 21 40	2 51	6 17 08	3 16	6 54 02	3 31			0	

VIII. Signes.

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

T A B L E S

D E

L' E Q U A T I O N D U C E N T R E

D E L A L U N E

<i>ôtez en descendant.</i>									
Anomalie moyenne de la Lune.									
I V. Signes.									
Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619		Excentricité 52336		Excentricité 61045		Excentricité 66800		Anomalie moyenne de la Lune.
	D.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	Diff. M. S.	D. M. S.	
0	4 26 43		5 21 40		6 17 08		6 54 02		30
1	4 24 13	2 30	5 18 42	2 58	6 13 44	3 24	6 50 21	3 41	29
2	4 21 38	2 35	5 15 38	3 04	6 10 12	3 32	6 46 31	3 50	28
3	4 18 57	2 41	5 12 28	3 10	6 06 33	3 39	6 42 34	3 57	27
4	4 16 11	2 46	5 09 11	3 17	6 02 47	3 46	6 38 28	4 06	26
5	4 13 21	2 50	5 05 48	3 23	5 58 53	3 54	6 34 14	4 14	25
6	4 10 25	2 56	5 02 19	3 29	5 54 51	4 02	6 29 52	4 22	24
7	4 07 25	3 00	4 58 44	3 35	5 50 42	4 09	6 25 21	4 31	23
8	4 04 19	3 06	4 55 03	3 41	5 46 26	4 16	6 20 41	4 40	22
9	4 01 08	3 11	4 51 16	3 47	5 42 03	4 23	6 15 54	4 47	21
10	3 57 52	3 16	4 47 23	3 53	5 37 32	4 31	6 10 59	4 55	20
11	3 54 32	3 20	4 43 23	4 00	5 32 54	4 38	6 05 57	5 02	19
12	3 51 07	3 25	4 39 18	4 05	5 28 09	4 45	6 00 47	5 10	18
13	3 47 37	3 30	4 35 07	4 11	5 23 18	4 51	5 55 28	5 19	17
14	3 44 02	3 35	4 30 51	4 16	5 18 20	4 58	5 50 02	5 26	16
15	3 40 23	3 39	4 26 29	4 22	5 13 14	5 06	5 44 29	5 33	15
16	3 36 40	3 43	4 22 01	4 28	5 08 02	5 12	5 38 50	5 39	14
17	3 32 52	3 48	4 17 28	4 33	5 02 44	5 18	5 33 02	5 48	13
18	3 28 59	3 53	4 12 49	4 39	4 57 19	5 25	5 27 06	5 56	12
19	3 25 02	3 57	4 08 05	4 44	4 51 48	5 31	5 21 03	6 03	11
20	3 21 02	4 00	4 03 16	4 49	4 46 11	5 37	5 14 53	6 10	10
21	3 16 57	4 05	3 58 22	4 54	4 40 26	5 45	5 08 36	6 17	9
22	3 12 48	4 09	3 53 22	5 00	4 34 36	5 50	5 02 12	6 24	8
23	3 08 35	4 13	3 48 17	5 05	4 28 40	5 56	4 55 42	6 30	7
24	3 04 18	4 17	3 43 08	5 09	4 22 38	6 02	4 49 01	6 35	6
25	2 59 57	4 21	3 37 54	5 14	4 16 31	6 07	4 42 24	6 43	5
26	2 55 32	4 25	3 32 35	5 19	4 10 18	6 13	4 35 34	6 50	4
27	2 51 04	4 28	3 27 12	5 23	4 03 59	6 19	4 28 38	6 56	3
28	2 46 32	4 32	3 21 44	5 28	3 57 35	6 24	4 21 36	7 02	2
29	2 41 57	4 35	3 16 11	5 33	3 51 06	6 29	4 14 29	7 07	1
30	2 37 18	4 39	3 10 35	5 36	3 44 31	6 35	4 07 16	7 13	0
V I I. Signes.									
Anomalie moyenne de la Lune.									
<i>ajoutez en montant.</i>									

T A B L E S

D E

L'ÉQUATION DU CENTRE DE LA LUNE.

<i>ôtez en descendant.</i>									
Anomalie moyenne de la Lune.									
V. Signes.									
Anomalie moyenne de la Lune.	Excentricité 43619		Excentricité 52336		Excentricité 61045		Excentricité 66800		Anomalie moyenne de la Lune.
	D.	M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	Diff.	D. M. S.	
0	2 37 18			3 10 35		3 44 31		4 07 16	30
1	2 32 36	4 42		3 04 55	5 40	3 37 51	6 40	3 59 57	29
2	2 27 51	4 45		2 59 10	5 45	3 31 06	6 45	3 52 33	28
3	2 23 02	4 49		2 53 22	5 48	2 24 17	6 49	3 45 04	27
		4 51			5 52		6 54		7 35
4	2 18 11			2 47 30		3 17 23		3 37 29	26
5	2 13 17	4 54		2 41 34	5 56	3 10 25	6 58	3 29 49	25
6	2 08 20	4 57		2 35 34	6 00	3 03 22	7 03	3 22 04	24
		5 00			6 03		7 06		7 50
7	2 03 20			2 29 31		2 56 16		3 14 14	23
8	1 58 17	5 03		2 23 25	6 06	2 49 05	7 11	3 06 20	22
9	1 53 12	5 05		2 17 16	6 09	2 41 51	7 14	2 58 22	21
		5 07			6 12		7 18		8 03
10	1 48 05			2 11 04		2 34 33		2 50 19	20
11	1 42 55	5 10		2 04 49	6 15	2 27 11	7 22	2 42 13	19
12	1 37 43	5 12		1 58 31	6 18	2 19 47	7 24	2 34 03	18
		5 14			6 20		7 28		8 13
13	1 32 29			1 52 11		2 12 19		2 25 50	17
14	1 27 13	5 16		1 45 48	6 23	2 04 48	7 31	2 17 34	16
15	1 21 55	5 18		1 39 22	6 26	1 57 14	7 34	2 09 14	15
		5 20			6 27		7 37		8 23
16	1 16 35			1 32 55		1 49 37		2 00 51	14
17	1 11 14	5 21		1 26 25	6 30	1 41 57	7 40	1 52 25	13
18	1 05 51	5 23		1 19 54	6 31	1 34 16	7 41	1 43 56	12
		5 24			6 33		7 44		8 32
19	1 00 27			1 13 21		1 26 32		1 35 24	11
20	0 55 01	5 26		1 06 46	6 35	1 18 47	7 45	1 26 51	10
21	0 49 34	5 27		1 00 10	6 36	1 10 59	7 48	1 18 16	9
		5 28			6 38		7 49		8 37
22	0 44 06			0 53 32		1 03 10		1 09 39	8
23	0 38 38	5 28		0 46 53	6 39	0 55 19	7 51	1 01 00	7
24	0 33 08	5 30		0 40 13	6 40	0 47 27	7 52	0 52 19	6
		5 30			6 41		7 53		8 41
25	0 27 38			0 33 32		0 39 34		0 43 38	5
26	0 22 07	5 31		0 26 50	6 42	0 31 41	7 53	0 34 56	4
27	0 16 15	5 32		0 20 08	6 42	0 23 46	7 55	0 26 13	3
		5 31			6 42		7 55		8 44
28	0 11 04			0 13 26		0 15 51		0 17 29	2
29	0 05 32	5 32		0 06 43	6 43	0 07 55	7 56	0 08 45	1
30	0 00 00	5 32		0 00 00	6 43	0 00 00	7 55	0 00 00	0

VI. Signes.

Anomalie moyenne de la Lune.

ajoutez en montant.

TABLES DE LA VARIATION DE LA LUNE.

<i>ajoutez en descendant.</i>											
Distance de la Lune au Soleil.											
O. & VI. Signes.											
<i>La plus grande Variation.</i>											
Distance de la Lune au Soleil.	33'		34'		35'		36'		37'		Distance de la Lune au Soleil.
	D.	M. S.	Diff. M. S.	M. S.	Diff. M. S.	M. S.	Diff. M. S.	M. S.	Diff. M. S.	M. S.	
0	0 00		0 00		0 00		0 00		0 00		30
1	1 09	1 09	1 11	1 11	1 13	1 13	1 15	1 15	1 17	1 17	29
2	2 18	1 09	2 22	1 11	2 26	1 13	2 31	1 16	2 35	1 18	28
3	3 27	1 09	3 33	1 11	3 39	1 13	3 46	1 15	3 52	1 17	27
4	4 36	1 09	4 44	1 11	4 52	1 13	5 01	1 15	5 09	1 17	26
5	5 44	1 08	5 54	1 10	6 05	1 13	6 15	1 14	6 25	1 16	25
6	6 52	1 07	7 04	1 10	7 16	1 11	7 29	1 14	7 41	1 16	24
7	7 59	1 06	8 14	1 10	8 28	1 12	8 43	3 14	8 57	1 16	23
8	9 06	1 07	9 24	1 10	9 39	1 11	9 55	1 12	10 12	1 15	22
9	10 12	1 06	10 30	1 06	10 49	1 10	11 07	1 12	11 26	1 14	21
10	11 17	1 05	11 38	1 08	11 58	1 09	12 19	1 12	12 39	1 13	20
11	12 21	1 04	12 44	1 06	13 06	1 08	13 29	1 10	13 51	1 12	19
12	13 25	1 04	13 50	1 06	14 14	1 08	14 38	1 09	15 03	1 12	18
13	14 28	1 03	14 54	1 04	15 20	1 06	15 47	1 09	16 13	1 10	17
14	15 29	1 01	15 58	1 04	16 26	1 06	16 54	1 07	17 22	1 09	16
15	16 30	1 01	17 00	1 02	17 30	1 04	18 00	1 06	18 30	1 08	15
16	17 29	0 59	18 01	1 01	18 33	1 03	19 05	1 05	19 37	1 07	14
17	18 27	0 58	19 01	1 00	19 34	1 01	20 08	1 03	20 41	1 04	13
18	19 24	0 57	19 59	0 58	20 34	1 00	21 10	1 02	21 45	1 04	12
19	20 19	0 55	20 56	0 57	21 33	0 59	22 10	1 00	22 47	1 02	11
20	21 13	0 54	21 51	0 55	22 30	0 57	23 08	0 58	23 47	1 00	10
21	22 05	0 52	22 45	0 54	23 25	0 55	24 05	0 57	24 46	0 59	9
22	22 56	0 51	23 37	0 52	24 19	0 54	25 01	0 56	25 42	0 56	8
23	23 44	0 48	24 28	0 51	25 11	0 52	25 54	0 53	26 37	0 55	7
24	24 31	0 47	25 16	0 48	26 00	0 49	26 45	0 51	27 30	0 53	6
25	25 17	0 46	26 03	0 47	26 49	0 49	27 35	0 50	28 21	0 51	5
26	26 00	0 43	26 48	0 45	27 35	0 46	28 22	0 47	29 09	0 48	4
27	26 42	0 42	27 30	0 42	28 19	0 44	29 07	0 45	29 56	0 47	3
28	27 21	0 39	28 11	0 41	29 01	0 42	29 50	0 43	30 40	0 44	2
29	27 59	0 38	28 50	0 39	29 41	0 40	30 32	0 42	31 23	0 43	1
30	28 35	0 36	29 27	0 37	30 19	0 38	31 11	0 39	32 03	0 40	0
XI. & V. Signes.											
Distance de la Lune au Soleil.											
<i>ôtez en montant.</i>											

TABLES

DE LA VARIATION

DE LA LUNE.

Distance de la Lune au Soleil.

ajoutez en descendant.

Distance de la Lune au Soleil.

I. & VII. Signes.

La plus grande Variation.

Distance de la Lune au Soleil.

D.	33'		Diff.		34'		Diff.		35'		Diff.		36'		Diff.		37'		Diff.		D.
	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.		
0	28	35			29	27	0	34	30	19	0	35	31	11	0	36	32	03	0	37	30
1	29	08	0	33	30	01	0	33	30	54	0	34	31	47	0	35	32	40	0	36	29
2	29	40	0	32	30	34	0	33	31	28	0	34	32	22	0	35	33	16	0	36	28
3	30	09	0	29	31	04	0	30	31	59	0	31	32	53	0	31	33	48	0	32	27
4	30	36	0	27	31	32	0	28	32	27	0	28	33	23	0	30	34	18	0	30	26
5	31	01	0	25	31	57	0	25	32	53	0	26	33	50	0	27	34	46	0	28	25
6	31	23	0	22	32	20	0	23	33	17	0	24	34	14	0	24	35	11	0	25	24
7	31	44	0	21	32	41	0	21	33	39	0	22	34	37	0	23	35	34	0	23	23
8	32	02	0	18	33	00	0	19	33	58	0	19	34	56	0	19	35	55	0	21	22
9	32	17	0	15	33	16	0	16	34	14	0	16	35	12	0	16	36	11	0	16	21
10	32	30	0	13	33	29	0	13	34	28	0	14	35	26	0	14	36	26	0	15	20
11	32	41	0	11	33	40	0	11	34	40	0	12	35	38	0	12	36	38	0	12	19
12	32	49	0	08	33	49	0	09	34	48	0	08	35	48	0	10	36	48	0	10	18
13	32	55	0	06	33	55	0	06	34	55	0	07	35	55	0	07	36	54	0	06	17
14	32	59	0	04	34	00	0	04	34	59	0	04	35	59	0	04	36	59	0	05	16
15	33	00	0	01	34	09	0	01	35	00	0	01	36	00	0	01	37	00	0	01	15
16	32	59	0	01	33	59	0	01	34	59	0	01	35	59	0	01	36	59	0	01	14
17	32	55	0	04	33	55	0	04	34	55	0	04	35	55	0	04	36	54	0	05	13
18	32	49	0	06	33	49	0	06	34	48	0	07	35	48	0	07	36	48	0	10	12
19	32	41	0	08	33	40	0	09	34	40	0	08	35	39	0	09	36	38	0	10	11
20	32	30	0	11	33	29	0	11	34	28	0	12	35	27	0	12	36	26	0	12	10
21	32	17	0	13	33	15	0	14	34	14	0	14	35	12	0	15	36	11	0	15	9
22	32	02	0	15	33	01	0	15	33	58	0	16	34	55	0	17	35	55	0	16	8
23	31	44	0	18	32	41	0	19	33	39	0	19	34	36	0	19	35	34	0	21	7
24	31	23	0	21	32	20	0	21	33	17	0	22	34	14	0	22	35	11	0	23	6
25	31	01	0	22	31	57	0	23	32	53	0	24	33	50	0	24	34	46	0	25	5
26	30	37	0	24	31	32	0	25	32	27	0	26	33	23	0	27	34	18	0	28	4
27	30	10	0	27	31	04	0	28	31	59	0	28	32	53	0	30	33	48	0	30	3
28	29	41	0	29	30	34	0	30	31	28	0	31	32	21	0	32	33	16	0	32	2
29	29	10	0	31	30	07	0	34	30	54	0	34	31	47	0	34	32	40	0	36	1
30	28	35	0	35	29	21	0	34	30	19	0	35	31	11	0	36	32	03	0	37	0

I V. & X. Signes.

Distance de la Lune au Soleil.

levez en montant.

Distance de la Lune au Soleil.

Distance de la Lune au Soleil.

TABLES DE LA VARIATION DE LA LUNE.

<i>ajoutez en descendant.</i>															
Distance de la Lune au Soleil.															
<i>La plus grande Variation.</i>															
II. & VIII. Signes.															
	33'		Diff.	34'		Diff.	35'		Diff.	36'		Diff.	37'		Diff.
D.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.	M.	S.	M. S.
0	28	35	0 36	29	27	0 37	30	19	0 38	31	11	0 39	32	03	0 40
1	27	59	0 38	28	50	0 39	29	41	0 40	30	32	0 42	31	23	0 43
2	27	21	0 39	28	11	0 41	29	01	0 42	29	50	0 43	30	40	0 44
3	26	42	0 42	27	30	0 42	28	19	0 44	29	07	0 45	29	56	0 47
4	26	00	0 43	26	48	0 45	27	35	0 46	28	32	0 47	29	09	0 49
5	25	17	0 46	26	03	0 47	26	49	0 47	27	35	0 50	28	21	0 51
6	24	31	0 47	25	16	0 48	26	00	0 49	26	45	0 51	27	30	0 53
7	23	44	0 48	24	28	0 51	25	11	0 52	25	54	0 53	26	37	0 55
8	22	56	0 51	23	37	0 52	24	19	0 54	25	01	0 56	25	42	0 58
9	22	05	0 52	22	45	0 54	23	25	0 55	24	05	0 57	24	46	0 59
10	21	13	0 54	21	51	0 55	22	30	0 57	23	08	0 58	23	47	1 00
11	20	19	0 55	20	56	0 57	21	33	0 59	22	10	1 00	22	47	1 02
12	19	24	0 57	19	59	0 58	20	34	1 00	21	10	1 02	21	45	1 04
13	18	27	0 58	19	01	1 00	19	34	1 01	20	08	1 02	20	41	1 04
14	17	29	0 59	18	01	1 01	18	33	1 03	19	05	1 05	19	37	1 07
15	16	30	1 01	17	00	1 02	17	30	1 04	18	00	1 06	18	30	1 08
16	15	29	1 01	15	58	1 04	16	26	1 06	16	54	1 07	17	22	1 09
17	14	28	1 03	14	54	1 04	15	20	1 06	15	47	1 09	16	13	1 10
18	13	25	1 04	13	50	1 06	14	14	1 08	14	38	1 09	15	03	1 12
19	12	21	1 04	12	44	1 06	13	06	1 08	13	29	1 10	13	51	1 12
20	11	17	1 05	11	38	1 07	11	58	1 09	12	19	1 12	12	39	1 13
21	10	12	1 06	10	31	1 07	10	49	1 10	11	07	1 12	11	26	1 14
22	9	06	1 07	9	24	1 10	9	39	1 11	9	55	1 12	10	12	1 15
23	7	59	1 07	8	14	1 10	8	28	1 12	8	43	1 14	8	57	1 16
24	6	51	1 07	7	04	1 10	7	16	1 11	7	29	1 14	7	41	1 16
25	5	44	1 08	5	54	1 10	6	05	1 13	6	15	1 14	6	25	1 16
26	4	36	1 09	4	44	1 11	4	52	1 13	5	01	1 15	5	09	1 17
27	3	27	1 09	3	33	1 11	3	39	1 13	3	46	1 15	3	52	1 17
28	2	18	1 09	2	22	1 11	2	26	1 13	2	31	1 16	2	35	1 18
29	1	09	1 09	1	11	1 11	1	13	1 13	1	15	1 15	1	17	1 18
30	0	00	1 09	0	00	1 11	0	00	1 13	0	00	1 15	0	00	1 17
III. & IX. Signes.															
Distance de la Lune au Soleil.															
<i>ôtez en montant.</i>															

T A B L E
DE LA SIXIEME EQUATION
DE LA LUNE.

T A B L E
DE LA SEPTIEME EQUATION
DE LA LUNE.

Somme des Distances, &c.	Somme des Distances de la Lune au Soleil, & de l'Apogée de la Lune à l'Apogée du Soleil.			Somme des Distances, &c.			
	<i>ajoutez en descendant.</i>						
	O. Signe.	I.	II.				
	<i>otez en descendant.</i>						
	VI.	VII.	VIII.				
D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	D.
0	0	00	1	05	1	53	30
1	0	02	1	07	1	54	29
2	0	04	1	09	1	55	28
3	0	07	1	11	1	56	27
4	0	09	1	13	1	57	26
5	0	11	1	14	1	58	25
6	0	13	1	16	1	59	24
7	0	16	1	18	2	00	23
8	0	18	1	20	2	01	22
9	0	20	1	22	2	01	21
10	0	22	1	23	2	02	20
11	0	25	1	25	2	03	19
12	0	27	1	27	2	03	18
13	0	29	1	29	2	04	17
14	0	31	1	30	2	05	16
15	0	34	1	32	2	05	15
16	0	36	1	34	2	06	14
17	0	38	1	35	2	07	13
18	0	40	1	37	2	07	12
19	0	42	1	38	2	08	11
20	0	44	1	40	2	08	10
21	0	47	1	41	2	08	9
22	0	49	1	42	2	09	8
23	0	51	1	44	2	09	7
24	0	53	1	45	2	09	6
25	0	55	1	47	2	09	5
26	0	57	1	48	2	10	4
27	0	59	1	49	2	10	3
28	1	01	1	50	2	10	2
29	1	03	1	51	2	10	1
30	1	05	1	53	2	10	0
Somme des Distances, &c.	V.	IV.	III.	Somme des Distances, &c.			
	<i>ajoutez en montant.</i>						
	XI.	X.	IX.				
	<i>otez en montant.</i>						
Somme des Distances de la Lune au Soleil, & de l'Apogée de la Lune à l'Apogée du Soleil.							

Diff. de la Lune au Soleil.	DISTANCE DE LA LUNE AU SOLEIL.			Diff. de la Lune au Soleil.			
	<i>ôtez en descendant.</i>						
	O. Signe.	I.	II.				
	<i>ajoutez en descendant.</i>						
	VI.	VII.	VIII.				
D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	D.
0	0	00	1	10	2	01	30
1	0	02	1	12	2	02	29
2	0	05	1	14	2	04	28
3	0	07	1	16	2	05	27
4	0	10	1	18	2	06	26
5	0	12	1	20	2	07	25
6	0	15	1	22	2	08	24
7	0	17	1	24	2	09	23
8	0	19	1	26	2	10	22
9	0	22	1	28	2	11	21
10	0	24	1	30	2	12	20
11	0	27	1	32	2	12	19
12	0	29	1	34	2	13	18
13	0	31	1	35	2	14	17
14	0	34	1	38	2	15	16
15	0	36	1	39	2	15	15
16	0	39	1	41	2	16	14
17	0	41	1	42	2	16	13
18	0	43	1	44	2	17	12
19	0	46	1	46	2	17	11
20	0	48	1	47	2	18	10
21	0	50	1	49	2	18	9
22	0	52	1	50	2	19	8
23	0	55	1	52	2	19	7
24	0	57	1	53	2	19	6
25	0	59	1	55	2	20	5
26	1	02	1	56	2	20	4
27	1	04	1	58	2	20	3
28	1	06	1	59	2	20	2
29	1	08	2	00	2	20	1
30	1	10	2	01	2	20	0
Diff. de la Lune au Soleil.	V.	IV.	III.	Diff. de la Lune au Soleil.			
	<i>ôtez en montant.</i>						
	XI.	X.	IX.				
	<i>ajoutez en montant.</i>						
DISTANCE DE LA LUNE AU SOLEIL.							

REDUCTIONS DES LIEUX DE LA LUNE AU PLAN DE L'ECLIPTIQUE.

àz en descendant.

Argument de la Latitude ou Distance de la Lune au Nœud Ascendant.

O. Sign.		VI.				I.				VII.				II.				VIII.				
Argument de la Latitude.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Inclinaison de l'Orb.	Argument de la Latitude.			
	5° 0'	5° 6'	5° 12'	5° 18'	5° 0'	5° 6'	5° 12'	5° 18'	5° 0'	5° 6'	5° 12'	5° 18'	5° 0'	5° 6'	5° 12'	5° 18'	5° 0'	5° 6'		5° 12'	5° 18'	
D.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	D.			
0	0 00	0 00	0 00	0 00	5 40	5 54	6 08	6 22	5 41	5 55	6 09	6 23	5 41	5 55	6 09	6 23	5 41	5 55	6 09	6 23	30	
1	0 14	0 14	0 15	0 16	5 47	6 01	6 15	6 30	5 34	5 47	6 01	6 15	5 34	5 47	6 01	6 15	5 34	5 47	6 01	6 15	29	
2	0 27	0 29	0 30	0 31	5 53	6 07	6 22	6 37	5 26	5 39	5 53	6 07	5 26	5 39	5 53	6 07	5 26	5 39	5 53	6 07	28	
3	0 41	0 43	0 44	0 46	5 59	6 13	6 28	6 44	5 18	5 31	5 44	5 57	5 18	5 31	5 44	5 57	5 18	5 31	5 44	5 57	27	
4	0 55	0 57	0 59	1 01	6 04	6 19	6 34	6 50	5 10	5 22	5 35	5 48	5 10	5 22	5 35	5 48	5 10	5 22	5 35	5 48	26	
5	1 08	1 11	1 13	1 16	6 09	6 24	6 39	6 55	5 02	5 13	5 25	5 38	5 02	5 13	5 25	5 38	5 02	5 13	5 25	5 38	25	
6	1 22	1 25	1 28	1 31	6 14	6 29	6 44	7 00	4 53	5 03	5 15	5 28	4 53	5 03	5 15	5 28	4 53	5 03	5 15	5 28	24	
7	1 35	1 38	1 42	1 46	6 18	6 33	6 48	7 04	4 43	4 53	5 05	5 17	4 43	4 53	5 05	5 17	4 43	4 53	5 05	5 17	23	
8	1 48	1 52	1 57	2 01	6 21	6 37	6 52	7 08	4 34	4 43	4 55	5 06	4 34	4 43	4 55	5 06	4 34	4 43	4 55	5 06	22	
9	2 01	2 06	2 11	2 16	6 24	6 40	6 56	7 12	4 23	4 33	4 44	4 55	4 23	4 33	4 44	4 55	4 23	4 33	4 44	4 55	21	
10	2 14	2 19	2 25	2 31	6 27	6 43	6 59	7 15	4 13	4 23	4 33	4 44	4 13	4 23	4 33	4 44	4 13	4 23	4 33	4 44	20	
11	2 27	2 32	2 38	2 45	6 29	6 45	7 01	7 17	4 02	4 12	4 22	4 32	4 02	4 12	4 22	4 32	4 02	4 12	4 22	4 32	19	
12	2 40	2 45	2 52	2 59	6 31	6 47	7 03	7 19	3 51	4 00	4 10	4 20	3 51	4 00	4 10	4 20	3 51	4 00	4 10	4 20	18	
13	2 52	2 58	3 05	3 13	6 32	6 48	7 04	7 21	3 40	3 49	3 58	4 07	3 40	3 49	3 58	4 07	3 40	3 49	3 58	4 07	17	
14	3 04	3 11	3 18	3 27	6 33	6 49	7 05	7 22	3 29	3 37	3 45	3 54	3 29	3 37	3 45	3 54	3 29	3 37	3 45	3 54	16	
15	3 16	3 24	3 32	3 41	6 33	6 49	7 05	7 22	3 17	3 24	3 32	3 41	3 17	3 24	3 32	3 41	3 17	3 24	3 32	3 41	15	
16	3 28	3 37	3 46	3 54	6 33	6 49	7 05	7 22	3 05	3 11	3 18	3 27	3 05	3 11	3 18	3 27	3 05	3 11	3 18	3 27	14	
17	3 40	3 49	3 58	4 07	6 32	6 48	7 04	7 21	2 53	2 58	3 05	3 13	2 53	2 58	3 05	3 13	2 53	2 58	3 05	3 13	13	
18	3 51	4 00	4 10	4 20	6 31	6 47	7 03	7 19	2 40	2 45	2 52	3 00	2 40	2 45	2 52	3 00	2 40	2 45	2 52	3 00	12	
19	4 02	4 12	4 22	4 32	6 29	6 45	7 01	7 17	2 28	2 32	2 38	2 45	2 28	2 32	2 38	2 45	2 28	2 32	2 38	2 45	11	
20	4 12	4 23	4 33	4 44	6 27	6 43	6 59	7 15	2 15	2 19	2 25	2 31	2 15	2 19	2 25	2 31	2 15	2 19	2 25	2 31	10	
21	4 23	4 33	4 44	4 55	6 25	6 40	6 56	7 12	2 02	2 06	2 11	2 16	2 02	2 06	2 11	2 16	2 02	2 06	2 11	2 16	9	
22	4 33	4 43	4 55	5 06	6 22	6 38	6 52	7 08	1 49	1 52	1 57	2 01	1 49	1 52	1 57	2 01	1 49	1 52	1 57	2 01	8	
23	4 43	4 53	5 05	5 17	6 18	6 34	6 48	7 05	1 35	1 38	1 42	1 46	1 35	1 38	1 42	1 46	1 35	1 38	1 42	1 46	7	
24	4 52	5 03	5 15	5 28	6 14	6 30	6 45	7 01	1 22	1 25	1 28	1 31	1 22	1 25	1 28	1 31	1 22	1 25	1 28	1 31	6	
25	5 01	5 13	5 25	5 38	6 10	6 25	6 40	6 56	1 08	1 11	1 13	1 16	1 08	1 11	1 13	1 16	1 08	1 11	1 13	1 16	5	
26	5 09	5 21	5 35	5 48	6 05	6 20	6 35	6 51	0 55	0 57	0 59	1 01	0 55	0 57	0 59	1 01	0 55	0 57	0 59	1 01	4	
27	5 18	5 31	5 44	5 57	6 00	6 14	6 29	6 45	0 41	0 43	0 44	0 46	0 41	0 43	0 44	0 46	0 41	0 43	0 44	0 46	3	
28	5 26	5 39	5 53	6 06	5 54	6 08	6 23	6 38	0 27	0 29	0 30	0 31	0 27	0 29	0 30	0 31	0 27	0 29	0 30	0 31	2	
29	5 33	5 47	6 01	6 14	5 47	6 02	6 16	6 31	0 14	0 14	0 15	0 16	0 14	0 14	0 15	0 16	0 14	0 14	0 15	0 16	1	
30	5 40	5 54	6 08	6 22	5 41	6 55	6 09	6 23	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0

Argument de la Latitude ou Distance de la Lune au Nœud Ascendant.

ajoutez en montant.

TABLES

DE

LA LATITUDE DE LA LUNE.

Latitudes Boreales ou Australes.

Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.	O.			&			VI. Signes.			Argument de la Latitude.			
	Inclinaison de l'Orbite.		Diff.	Inclinaison de l'Orbite.		Diff.	Inclinaison de l'Orbite.		Diff.		Inclinaison de l'Orbite.		
	5°	0'		5°	6'		5°	12'			5°	18'	
	D.	D. M. S.	M. S.	D.	M. S.	M. S.	D.	M. S.	M. S.		D.	M. S.	M. S.
0	0 00 00		5 14	0 00 00		5 20	0 00 00		5 27	0 00 00		5 33	30
1	0 05 14		5 14	0 05 20		5 20	0 05 27		5 27	0 05 33		5 32	29
2	0 10 28		5 14	0 10 40		5 20	0 10 54		5 26	0 11 05		5 32	28
3	0 15 42		5 13	0 16 00		5 19	0 16 20		5 25	0 16 37		5 32	27
4	0 20 55		5 13	0 21 19		5 19	0 21 45		5 25	0 22 09		5 32	26
5	0 26 08		5 12	0 26 38		5 19	0 27 10		5 25	0 27 41		5 31	25
6	0 31 20		5 12	0 31 57		5 18	0 32 35		5 24	0 33 12		5 30	24
7	0 36 32		5 11	0 37 15		5 18	0 37 59		5 24	0 38 42		5 30	23
8	0 41 43		5 10	0 42 33		5 16	0 43 23		5 22	0 44 12		5 29	22
9	0 46 53		5 09	0 47 49		5 15	0 48 45		5 21	0 49 41		5 28	21
10	0 52 02		5 08	0 53 04		5 14	0 54 06		5 21	0 55 09		5 27	20
11	0 57 10		5 08	0 58 18		5 14	0 59 27		5 20	1 00 36		5 25	19
12	1 02 18		5 06	1 03 32		5 13	1 04 47		5 19	1 06 01		5 24	18
13	1 07 24		5 05	1 08 45		5 11	1 10 06		5 17	1 11 25		5 24	17
14	1 12 29		5 04	1 13 56		5 10	1 15 23		5 16	1 16 49		5 23	16
15	1 17 33		5 03	1 19 06		5 08	1 20 39		5 15	1 22 12		5 23	15
16	1 22 36		5 01	1 24 14		5 07	1 25 54		5 13	1 27 33		5 19	14
17	1 27 37		5 00	1 29 21		5 05	1 31 07		5 11	1 32 52		5 17	13
18	1 32 36		4 58	1 34 26		5 04	1 36 18		5 09	1 38 09		5 15	12
19	1 37 34		4 55	1 39 30		5 02	1 41 27		5 08	1 43 24		5 13	11
20	1 42 29		4 54	1 44 32		5 01	1 46 35		5 06	1 48 37		5 11	10
21	1 47 23		4 53	1 49 33		4 57	1 51 41		5 04	1 53 48		5 10	9
22	1 52 16		4 50	1 54 30		4 56	1 56 45		5 02	1 58 58		5 08	8
23	1 57 06		4 48	1 59 26		4 54	2 01 47		4 59	2 04 06		5 05	7
24	2 01 54		4 45	2 04 20		4 51	2 06 46		4 57	2 09 11		5 03	6
25	2 05 39		4 44	2 09 11		4 49	2 11 43		4 54	2 14 14		5 00	5
26	2 11 23		4 41	2 14 00		4 47	2 16 37		4 52	2 19 14		4 58	4
27	2 16 04		4 38	2 18 47		4 44	2 21 29		4 50	2 24 12		4 55	3
28	2 20 42		4 36	2 23 31		4 41	2 26 19		4 47	2 29 07		4 53	2
29	2 25 18		4 33	2 28 12		4 38	2 31 06		4 44	2 34 00		4 50	1
30	2 29 51			2 32 50			2 35 50			2 38 50			0

V. & XI. Signes.

Argument de la Latitude.

Latitudes Boreales ou Australes.

TABLES

DE

LA LATITUDE DE LA LUNE.

Latitudes Boreales ou Australes.

Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.	I. & VII. Signes.								Argument de la Latitude.	
	Inclinaison de l'Orbite.		Diff.	Inclinaison de l'Orbite.		Diff.	Inclinaison de l'Orbite.			Diff.
	5° 0'			5° 6'			5° 12'			
	D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.		M. S.
0	2 29 51		2 32 50		2 35 50		2 38 50		30	
1	2 34 22	4 31	2 37 27	4 37	2 40 32	4 42	2 43 37	4 47	29	
2	2 38 50	4 28	2 42 00	4 33	2 45 10	4 38	2 48 21	4 44	28	
3	2 43 15	4 25	2 46 30	4 30	2 49 46	4 36	2 53 01	4 40	27	
		4 22		4 27		4 33		4 38		
4	2 47 37	4 19	2 50 57	4 25	2 54 19	4 29	2 57 39	4 35	26	
5	2 51 56	4 15	2 55 22	4 21	2 58 48	4 26	3 02 14	4 31	25	
6	1 56 11	4 13	2 59 43	4 18	3 03 14	4 22	3 06 45	4 28	24	
		4 13		4 18		4 22		4 28		
7	3 00 24	4 09	3 04 01	4 14	3 07 36	4 19	3 11 13	4 24	23	
8	3 04 33	4 06	3 08 15	4 10	3 11 55	4 16	3 15 37	4 20	22	
9	3 08 39	4 01	3 12 25	4 07	3 16 11	4 12	3 19 57	4 17	21	
		4 01		4 07		4 12		4 17		
10	3 12 42	3 59	3 16 32	4 04	3 20 23	4 09	3 24 14	4 13	20	
11	3 16 41	3 55	3 20 36	4 00	3 24 32	4 05	3 28 27	4 10	19	
12	3 20 36	3 52	3 24 35	3 56	3 28 37	4 01	3 32 37	4 06	18	
		3 52		3 56		4 01		4 06		
13	3 24 23	3 48	3 28 32	3 53	3 32 38	3 57	3 36 43	4 02	17	
14	3 28 16	3 44	3 32 25	3 49	3 36 35	3 53	3 40 45	4 02	16	
15	3 32 00	3 40	3 36 14	3 45	3 40 28	3 49	3 44 42	3 57	15	
		3 40		3 45		3 49		3 57		
16	3 35 40	3 37	3 39 59	3 40	3 44 17	3 44	3 48 36	3 50	14	
17	3 39 17	3 32	3 43 39	3 36	3 48 01	3 41	3 52 26	3 45	13	
18	3 42 49	3 28	3 47 15	3 32	3 51 42	3 37	3 56 11	3 41	12	
		3 28		3 32		3 37		3 41		
19	3 46 17	3 24	3 50 47	3 29	3 55 19	3 33	3 59 52	3 36	11	
20	3 49 41	3 21	3 54 16	3 25	3 58 52	3 28	4 03 28	3 32	10	
21	3 53 02	3 16	3 57 41	3 20	4 02 20	3 24	4 07 00	3 27	9	
		3 16		3 20		3 24		3 27		
22	3 56 18	3 11	4 01 01	3 15	4 05 44	3 19	4 10 27	3 23	8	
23	3 59 29	3 07	4 04 16	3 11	4 09 03	3 15	4 13 50	3 18	7	
24	4 02 36	3 03	4 07 27	3 06	4 12 18	3 10	4 17 08	3 14	6	
		3 03		3 06		3 10		3 14		
25	4 05 39	2 58	4 10 33	3 02	4 15 28	3 05	4 20 22	3 09	5	
26	4 08 37	2 53	4 13 35	2 57	4 18 33	3 00	4 23 31	3 04	4	
27	4 11 30	2 49	4 16 32	2 52	4 21 33	2 56	4 26 35	2 59	3	
		2 49		2 52		2 56		2 59		
28	4 14 19	2 45	4 19 24	2 48	4 24 29	2 51	4 29 34	2 54	2	
29	4 17 04	2 40	4 22 12	2 43	4 27 20	2 46	4 32 28	2 50	1	
30	4 19 44		4 24 55		4 30 06		4 35 18		0	

IV. & X. Signes.							
Argument de la Latitude.							
<i>Latitudes Boreales ou Australes.</i>							

Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.

T A B L E S

DE

LA LATITUDE DE LA LUNE.

Latitudes Boreales ou Australes.

Argument de la Latitude.

Argument de la Latitude.	II.				VIII. Signes.				Argument de la Latitude.	
	Inclinaison de l'Orbite.		Diff.	Inclinaison de l'Orbite.		Diff.	Inclinaison de l'Orbite.			Diff.
	5° 0'			5° 6'			5° 12'			
D.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	M. S.	D.	
0	4 19 44	2 34	4 24 55	2 38	4 30 06		4 35 18	2 45	30	
1	4 22 18	2 31	4 27 33	2 33	4 32 48	2 42	4 38 03	2 40	29	
2	4 24 49	2 25	4 30 06	2 28	4 35 25	2 37	4 40 43	2 34	28	
3	4 27 14	2 20	4 32 34	2 23	4 37 56	2 31	4 43 17	2 28	27	
4	4 29 34	2 16	4 34 57	2 19	4 40 22	2 26	4 45 45	2 23	26	
5	4 31 50	2 10	4 37 16	2 13	4 42 42	2 16	4 48 08	2 18	25	
6	4 34 00	2 06	4 39 29	2 08	4 44 58	2 11	4 50 26	2 13	24	
7	4 36 06	2 00	4 41 37	2 03	4 47 09	2 05	4 52 39	2 08	23	
8	4 38 06	1 56	4 43 40	1 58	4 49 14	2 00	4 54 47	2 02	22	
9	4 40 02	1 50	4 45 38	1 52	4 51 14	1 55	4 56 49	1 57	21	
10	4 41 52	1 45	4 47 30	1 47	4 53 09	1 49	4 58 46	1 52	20	
11	4 43 37	1 40	4 49 17	1 42	4 54 58	1 44	5 00 38	1 46	19	
12	4 45 17	1 35	4 50 59	1 37	4 56 42	1 38	5 02 24	1 40	18	
13	4 46 52	1 29	4 52 36	1 31	4 58 20	1 33	5 04 04	1 35	17	
14	4 48 21	1 24	4 54 07	1 26	4 59 53	1 27	5 05 39	1 29	16	
15	4 49 45	1 19	4 55 33	1 20	5 01 20	1 22	5 07 08	1 24	15	
16	4 51 04	1 14	4 56 53	1 15	5 02 42	1 16	5 08 32	1 18	14	
17	4 52 18	1 08	4 58 08	1 09	5 03 58	1 11	5 09 50	1 12	13	
18	4 53 26	1 02	4 59 17	1 04	5 05 09	1 06	5 11 02	1 06	12	
19	4 54 28	0 58	5 00 21	0 59	5 06 15	1 00	5 12 08	1 01	11	
20	4 55 26	0 52	5 01 20	0 53	5 07 15	0 54	5 13 09	0 56	10	
21	4 56 18	0 46	5 02 13	0 48	5 08 09	0 49	5 14 05	0 50	9	
22	4 57 04	0 41	5 03 01	0 42	5 08 58	0 43	5 14 55	0 43	8	
23	4 57 45	0 36	5 03 43	0 36	5 09 41	0 37	5 15 38	0 37	7	
24	4 58 21	0 30	5 04 19	0 31	5 10 18	0 31	5 16 15	0 32	6	
25	4 58 51	0 25	5 04 50	2 25	5 10 49	0 25	5 16 47	0 26	5	
26	4 59 16	0 19	5 05 15	0 20	5 11 14	0 20	5 17 13	0 20	4	
27	4 59 35	0 14	5 05 35	0 14	5 11 34	0 14	5 17 33	0 15	3	
28	4 59 49	0 08	5 05 49	0 08	5 11 48	0 09	5 17 48	0 09	2	
29	4 59 57	0 03	5 05 57	0 03	5 11 57	0 03	5 17 57	0 03	1	
30	5 00 00		5 06 00		5 12 00		5 18 00		0	

III.

&

IX. Signes.

Argument de la Latitude.

Latitudes Boreales ou Australes.

T A B L E S

D E S

DEMI-DIAMETRES DE LA LUNE

qui répondent aux différentes Excentricités.

Anomalie moyenne de la Lune.	La plus gr. Equation. 5°		La plus gr. Equation. 6°		La plus gr. Equation. 7°		La plus gr. Equation. 7° 39 1/2		Anomalie moyenne de la Lune.
	43619		52336		61045		66800		
	Demi-diametre de la Lune.		Demi-diametre de la Lune.		Demi-diametre de la Lune.		Demi-diametre de la Lune.		
	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	
0	15	04	14	57	14	49	14	44	XII. 0
6	15	04	14	57	14	50	14	44	24
12	15	05	14	58	14	51	14	45	18
18	15	06	14	59	14	52	14	46	12
24	15	07	15	00	14	53	14	47	6
0	15	09	15	02	14	55	14	50	0
6	15	11	15	05	14	58	14	54	XI. 0
12	15	13	15	07	15	01	14	57	24
18	15	16	15	10	15	05	15	01	18
24	15	19	15	14	15	09	15	05	12
0	15	22	15	18	15	13	15	10	6
6	15	26	15	22	15	18	15	15	X. 0
12	15	30	15	26	15	23	15	19	24
18	15	34	15	31	15	28	15	26	18
24	15	38	15	36	15	34	15	33	12
0	15	42	15	41	15	40	15	39	6
6	15	46	15	46	15	46	15	45	IX. 0
12	15	51	15	52	15	52	15	52	24
18	15	55	15	57	15	58	15	59	18
24	15	59	16	02	16	05	16	06	12
0	16	03	16	07	16	11	16	13	6
6	16	07	16	12	16	17	16	19	VIII. 0
12	16	11	16	17	16	22	16	25	24
18	16	15	16	21	16	27	16	30	18
24	16	18	16	25	16	31	16	35	12
0	16	21	16	28	16	35	16	40	6
6	16	23	16	31	16	39	16	44	VII. 0
12	16	25	16	33	16	42	16	47	24
18	16	26	16	35	16	44	16	49	18
24	16	27	16	36	16	45	16	50	12
0	16	27	16	36	16	45	16	51	6
VI. 0	16	27	16	36	16	45	16	51	0

On a supposé le Demi-diametre de la Lune dans ses moyennes Distances aux Tems des Sifigies de 15' 43 1/2". Si l'on en ôte 13 1/2", le reste 15' 30" sera le Demi-diametre de la Lune au Tems des Quadratures; ce qui ne diffère qu'insensiblement de ceux que M. Newton avoit établi, sçavoir 15' 31 1/2" dans les Quadratures, & 15' 45" au Tems des Sifigies.

TABLES

DES PARALLAXES HORIZONTALES

DE LA LUNE

qui répondent aux différentes Excentricités.

Anomalie moyenne de la Lune.	La plus gr. Equation. 5°		La plus gr. Equation. 6°		La plus gr. Equation. 7°		La plus gr. Equation. 7° 32' 1/2		Anomalie moyenne de la Lune.
	43619		52336		61045		66800		
	Parallaxe horizontale de la Lune.		Parallaxe horizontale de la Lune.		Parallaxe horizontale de la Lune.		Parallaxe horizontale de la Lune.		
	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	
0. 0	54	40	54	12	53	46	53	29	XII. 0
6	54	40	54	13	53	47	53	30	24
12	54	42	54	16	53	49	53	33	18
18	54	46	54	20	53	53	53	37	12
24	54	51	54	25	54	00	53	44	6
I. 0	54	57	54	32	54	08	53	53	XI. 0
6	55	04	54	41	54	18	54	03	24
12	55	13	54	51	54	29	54	15	18
18	55	22	55	02	54	42	54	29	12
24	55	33	55	15	54	57	54	45	6
II. 0	55	45	55	29	55	13	55	02	X. 0
6	55	58	55	44	55	30	55	21	24
12	56	12	56	00	55	49	55	41	18
18	56	26	56	17	56	08	56	02	12
24	56	41	56	35	56	29	56	25	6
III. 0	56	56	56	53	56	50	56	48	IX. 0
6	57	12	57	12	57	12	57	12	24
12	57	28	57	31	57	34	57	36	18
18	57	44	57	50	57	56	58	00	12
24	57	59	58	09	58	18	58	25	6
IV. 0	58	14	58	27	58	40	58	49	VIII. 0
6	58	28	58	45	59	01	59	12	24
12	58	42	59	01	59	21	59	33	18
18	58	54	59	16	59	39	59	54	12
24	59	05	59	30	59	55	60	12	6
V. 0	59	15	59	42	60	10	60	28	VII. 0
6	59	23	59	53	60	22	60	43	24
12	59	30	60	01	60	32	60	53	18
18	59	35	60	07	60	39	61	01	12
24	59	38	60	10	60	43	61	06	6
VI. 0	59	39	60	12	60	45	61	08	0

Dans les Tables publiées en 1680, Flamsteed a fait la Parallaxe horizontale de la Lune aux tems de ses moyennes distances & dans les Sisigies de 58' 2^{1/2} : M. Newton l'admet de 57' 30", mais celle qu'on suppose ici de 57' 2^{1/2}, paroît confirmée par les grandes Latitudes Australes & Boréales de la Lune qui ont été observées en France depuis 7 à 8 ans.

Anomalie moyenne de la Lune.

Anomalie moyenne de la Lune.

T A B L E
DE LA CORRECTION
DES DEMI-DIAMETRES
ET DES PARALLAXES HORIZONTALS
DE LA LUNE.

T A B L E
DE
L'AUGMENTATION
DU DEMI-DIAMETRE
HORIZONTAL
DE LA LUNE.

Distance de la Lune au Soleil.	La Lune Apogée.		La Lune Périgée.		Distance de la Lune au Soleil.	Distance de la Lune au zénit.	La Lune Apogée.	La Lune Périgée.	Hauteur de la Lune sur l'horizon.
	Demi-Diamètre.	Parallaxe horizont.	Demi-Diamètre.	Parallaxe horizont.					
O ^o . VI. 00	00''	00''	00''	00''	00 VI. XII.	90	00''	00''	00
10	02	08	02	09	20	80	02	03	10
20	04	16	05	18	10	70	05	06	20
I. VII. 00	06	23	07	26	00 V. XI.	60	07	09	30
10	08	30	09	34	20	50	09	12	40
20	10	35	11	41	10	40	11	14	50
II. VIII. 00	11	40	12	46	00 IV. X.	30	12	16	60
10	12	44	13	50	20	20	13	17	70
20	13	46	14	52	10	10	14	18	80
III. IX. 00	13	46	14	53	00 III. IX.	00	14	18	90

Cette correction est toujours soustractive, & par conséquent doit être retranchée, soit du Demi-Diamètre, soit de la Parallaxe horizontale.

Cette correction est additive, à cause que le Demi-Diamètre de la Lune augmente à mesure qu'elle s'éleve sur l'horizon.

T A B L E
De l'angle que forme avec l'Ecliptique, dans les Eclipses, l'orbite apparente de la Lune.

Mouvement Horaire de la Lune au Soleil.

Signes.	27'	28'	29'	30'	31'	32'	33'	34'	35'	36'	Signes.
O.&VI.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	D.M.	XI.&V.
0 ^o	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	30 ^o
1	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	29
2	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	28
3	5 46	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	27
4	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	26
5	5 45	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	25
6	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	24
7	5 44	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	23
8	5 43	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	22
9	5 42	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	21
10	5 41	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	5 32	20
11	5 40	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	5 32	5 31	19
12	5 39	5 38	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33	5 32	5 31	5 30	18

T A B L E

D E S

DES MOYENS MOUVEMENTS

DE LA LUNE

Pour les Heures, Minutes & Secondes.

Heures.	Moyen Mouvement.		Apogée.	Nœud.		Moyen Mouvement.		Apogée.	Nœud.		Moyen Mouvement.		Apogée.	Nœud.				
	D. M. S.					M. S.	M. S.				Min.	M. S.			Min.	M. S.		
	Sec.	Sec.				Tierc.	Tierc.				Sec.	Sec.			Tierc.	Tierc.	Sec.	Sec.
1	0	32	56	0	17	0	08	1	0	33	0	0	31	17	01	9	4	
2	1	05	53	0	33	0	16	2	1	06	1	0	32	17	34	9	4	
3	1	38	49	0	50	0	24	3	1	39	1	0	33	18	07	9	4	
4	2	11	46	1	07	0	32	4	2	12	1	1	34	18	40	9	4	
5	2	44	42	1	24	0	40	5	2	45	1	1	35	19	13	9	5	
6	3	17	39	1	40	0	48	6	3	18	2	1	36	19	46	10	5	
7	3	50	35	1	57	0	56	7	3	51	2	1	37	20	19	10	5	
8	4	23	32	2	14	1	04	8	4	24	2	1	38	20	52	10	5	
9	4	56	28	2	30	1	12	9	4	56	2	1	39	21	25	11	5	
10	5	29	24	2	47	1	19	10	5	29	3	1	40	21	58	11	5	
11	6	02	21	3	04	1	27	11	6	02	3	1	41	22	31	11	6	
12	6	35	18	3	20	1	35	12	6	35	3	2	42	23	04	12	6	
13	7	08	14	3	37	1	43	13	7	08	4	2	43	23	36	12	6	
14	7	41	10	3	54	1	51	14	7	41	4	2	44	24	09	12	6	
15	8	14	07	4	11	1	59	15	8	14	4	2	45	24	42	13	6	
16	8	47	03	4	27	2	07	16	8	47	4	2	46	25	15	13	6	
17	9	20	00	4	44	2	15	17	9	20	5	2	47	25	48	13	6	
18	9	52	56	5	01	2	23	18	9	53	5	2	48	26	21	13	6	
19	10	25	53	5	18	2	31	19	10	26	6	3	49	26	54	14	6	
20	10	58	49	5	34	2	39	20	10	59	6	3	50	27	27	14	7	
21	11	31	46	5	51	2	47	21	11	32	6	3	51	28	00	14	7	
22	12	04	42	6	08	2	55	22	12	05	6	3	52	28	33	14	7	
23	12	37	39	6	24	3	03	23	12	38	6	3	53	29	06	15	7	
24	13	10	35	6	41	3	11	24	13	11	7	3	54	29	39	15	7	
25	13	43	32	6	58	3	19	25	13	44	7	3	55	30	12	15	7	
26	14	16	28	7	14	3	27	26	14	16	7	3	56	30	45	16	7	
27	14	49	24	7	31	3	35	27	14	49	8	4	57	31	18	16	8	
28	15	22	21	7	48	3	43	28	15	22	8	4	58	31	51	16	8	
29	15	55	17	8	05	3	51	29	15	55	8	4	59	32	24	16	8	
30	16	28	15	8	21	3	59	30	16	28	8	4	60	32	56	17	8	

Pour connoître le véritable Mouvement Horaire, soit dans les Eclipses, soit pour tout autre instant proposé, l'opération la plus certaine, quoique longue & pénible, sera de calculer trois fois le lieu de la Lune, c'est-à-dire d'abord pour le moment proposé, ensuite pour une heure avant ou après l'instant qui répond à ce premier calcul. M. Newton l'admet dans les Sitigies de 33' 32" la Lune étant dans ses moyennes distances, mais dans les Quadratures de 32' 12".

Des Inégalités de la Lune au tems des Sifigies.

ON a fait voir il y a déjà long-tems, qu'au lieu de publier tant de Tables Astronomiques différentes, il eut peut-être mieux valu s'en tenir aux anciennes qu'on auroit corrigées (de même que l'a pratiqué Flamsteed pour celles d'Horoxius sur la Lune) puisqu'on est continuellement fatigué dans l'étude de l'Astronomie, lorsqu'il s'agit de comparer tant de Tables les unes aux autres, & de découvrir les causes des changemens ou Equations qu'on y a fait entrer. C'étoit-là le projet de quelques uns des plus anciens Astronomes de l'Académie des Sciences & qui avoient déjà commencé à le mettre en exécution ; mais la théorie des Planetes paroissant peut-être encore trop imparfaite, on a cru devoir s'en écarter dans la suite. Il semble néanmoins que ceux qui se font le plus appliqués à construire les Tables de la Lune n'ont gueres connu, au tems des Sifigies, que la seule Equation découverte par Hipparque ; car la seconde & troisieme inégalité de cet Astre n'ayant plus lieu au tems des Nouvelles & Pleines Lunes, on n'en pouvoit faire usage que dans les situations de la Lune qui répondent aux autres phases. Il est à remarquer cependant qu'on a souvent confondu, ou même qu'on n'a pas assez distingué ces deux inégalités ; que dans la plûpart des Tables on a négligé l'Equation du Nœud, introduite par Kepler (laquelle s'étend jusqu'à $1^{\circ}\frac{1}{2}$ dans les octans), comme aussi de faire l'inclinaison de l'orbite Lunaire, sur le plan de l'Ecliptique, de $18'$ plus grande, quand les nœuds sont dans les Sifigies, que lorsqu'ils se trouvent dans les Quadratures, conformément aux découvertes qui en ont été faites par Tycho & qui ont été confirmées par Kepler.

Au reste depuis le tems de Tycho-Brahé on avoit senti, comme nous l'avons dit, la nécessité d'employer une nouvelle Equation du tems, dans le calcul du lieu de la Lune; mais Flamsteed ayant discuté fort au long cette matiere, il semble qu'elle ait été décidée dès l'an 1673, ou du moins très-peu de tems après lorsque M. Halleï entreprit de la développer, attribuant cette Equation non pas au tems, mais au Moyen Mouvement de la Lune, comme on le peut voir en consultant ce qui est inféré à la fin de son Catalogue des Etoiles Australes.

Nous avons assez expliqué d'où dépendoit cette Equation, aussi-bien que celles du Moyen Mouvement, soit du Nœud, soit de l'Apogée, qui ne doivent plus être négligées dans les calculs. Ainsi nous n'insisterons pas davantage sur ce sujet, non plus que sur deux autres Equations du Moyen Mouvement de la Lune * bien moins sensibles que celle dont on vient de parler, mais dont on ne sçauroit gueres se dispenser de faire usage.

L'orbite de la Lune n'étant pas véritablement une Ellipse, à cause de l'action du Soleil qui détourne à chaque

* Ces deux Equations sont fondées sur ce que l'Action du Soleil sur la Lune est la plus grande & par conséquent dilate davantage l'orbite. lorsque le grand axe de cette orbite se trouve dans la ligne des Sisigies, comme aussi lorsque la ligne des Nœuds vient à s'y rencontrer. Cela doit arriver deux fois chaque année, à cause du mouvement réel de la Terre attribué au Soleil, lequel parcourant la circonférence de l'Écliptique rencontre successivement l'Apogée & le Périgée de la Lune, ou son Nœud ascendant & descendant, à chaque révolution sur le grand orbe. On doit bien remarquer ici, 1^o que quand le grand Axe ou le Nœud sont dans les Sisigies ou dans les Quadratures, ces Equations sont nulles : 2^o que la seconde & troisième Table de la p. 166. ont été calculées pour l'unique cas auquel la Terre se trouve dans ses moyennes distances au Soleil; en sorte que s'il arrive pour lors que le grand Axe ou le Nœud de la Lune se rencontre dans les octans, les plus grandes Equations moyennes seront de 3' 45" & de 0' 47". D'ailleurs la Terre étant dans son Aphélie la premiere de ces deux Equations ne sçauroit s'étendre (lorsque le grand Axe est dans les octans) que jusqu'à 3' 34" & la seconde (la ligne des Nœuds étant dans les octans) qu'à 0' 45" : enfin la Terre étant au Périgée elles doivent augmenter jusqu'à 3' 56" & 0' 49" ; car elles augmentent ou diminuent dans la raison renversée des cubes de la distance de la Terre au Soleil. Dans tous les autres cas ces Equations sont à la plus grande, comme le sinus de deux fois la distance de l'Axe ou du Nœud à la plus proche Sisigie ou Quadrature, est au rayon ou sinus total, & c'est sur ce principe que les deux Tables ont été calculées.

instant cette Planete de la route qu'elle devoit suivre dans chaque révolution périodique autour de la Terre, on a proposé de ramener cette orbite à différentes Ellipfes, en supposant une excentricité variable * & admettant un mouvement réel dans le lieu de l'Apogée. Cette idée a paru d'autant plus naturelle & la forme de calculer les lieux de la Lune selon cette Méthode, d'autant plus commode, qu'à l'aide de ces deux suppositions on ne sauroit gueres s'écarter sensiblement de l'orbite véritable. Mais on en approchera encore plus exactement si l'on a égard

PLANCHE II.
Fig. A.

* Qu'on suppose la moyenne distance de la Lune à la Terre divisée en 100000, & la Terre étant en T , soit TC l'Excentricité moyenne de l'orbite lunaire de 5505 parties. Si l'on prolonge TC jusqu'en B , en sorte que CB soit le sinus de $12^{\circ} 18'$ ou de la plus grande Equation de l'Apogée pour un rayon TC , & si l'on décrit du centre C & de l'intervalle CB le cercle BDA , ce cercle sera celui sur la circonférence duquel, doit être placé le centre de l'orbite lunaire; de maniere qu'il pourra parcourir la circonférence de ce cercle suivant l'ordre des lettres BDA .

Ainsi pour découvrir dans un tems quelconque l'Equation de l'Apogée sans avoir recours à la Table page 167, comme aussi l'Excentricité & par conséquent la plus grande Equation de l'orbite lunaire, on fera l'angle BCD égal à deux fois l'argument annuel, c'est-à-dire, à deux fois la distance du vrai lieu du Soleil à l'Apogée de la Lune déjà corrigé (par la Table, pag. 164 & suiv.) ce qui donnera l'angle CTD égal à l'Equation de l'Apogée que l'on cherche: on connoitra aussi dans le même Triangle CTD le côté TD qui sera l'Excentricité correspondante au tems proposé, c'est-à-dire, qui convient à l'Ellipse dont le grand Axe répondroit précisément au lieu de l'Apogée qu'on vient de déterminer.

On voit par là que l'orbite actuelle de la Lune étant connue, pùitqu'on vient de découvrir le lieu de son Apogée & son Excentricité, il sera aisé de calculer selon la Méthode de M. Newton (qui sera expliquée ci-après au Chap. XXIV), l'Equation du centre qui répond au moyen mouvement de la Lune pour l'instant proposé. Les quatre Tables de la pag. 170 & suiv. ont été calculées suivant cette Méthode; mais comme il n'est pas possible de calculer autant de Tables qu'il se trouve d'Excentricités différentes, ceux qui se proposeront de connoître l'Equation du centre de la Lune plus exactement qu'en se servant de quelques unes des quatre Tables dont nous venons de parler, ou bien qui ne voudront pas déduire l'Equation, en prenant des parties proportionnelles entre les deux Tables les plus prochaines, pourront en ce cas avoir recours à la Méthode de M. Newton.

Le lieu de la Lune ainsi corrigé par l'Equation du centre ne différera pas beaucoup du véritable dans les Sifigies & le calcul qu'on en aura fait se trouve (à certaines corrections près qu'on n'a pu se dispenser d'y faire entrer) entièrement semblable à celui dont on s'est servi pour connoître le vrai lieu du Soleil.

Mais parce que dans tout ce que l'on vient d'établir au sujet de l'Equation du centre de la Lune ou de ses différentes Excentricités on a supposé la Terre dans sa moyenne distance au Soleil, & que cette Equation ou Excentricité doit varier selon que la Terre s'approche ou s'éloigne du Soleil. Il reste donc à parler de la seconde Equation du centre que M. Newton a introduite.

à une seconde ou nouvelle Equation du centre que M. Newton a introduite & dont il explique la cause dans le 3^e Livre des Principes Mathématiques de sa Philosophie.

La plus grande Equation du lieu de l'Apogée avoit été établie autrefois par Flamsteed de $11^{\circ} 47\frac{2}{7}$. Mais M. Newton l'a augmentée & s'est assuré qu'elle devoit plus conforme aux Observations lorsqu'on la suppose de $12^{\circ} 18'$.

La premiere des deux Tables de la page 179 étant donc une seconde Equation du centre, il ne faut pas la confondre avec l'autre Table intitulée, Septième Equation de la

Lorsque la Terre est dans son Périhélie, l'action du Soleil étant alors plus grande à l'égard de la Lune, que dans les moyennes distances, le centre de l'orbite lunaire doit donc se mouvoir avec plus de vitesse autour du point C: par une raison toute contraire ce centre aura moins de vitesse au tems de l'Aphélie & cela en raison réciproque des cubes de la distance du Soleil à la Terre. Mais l'Equation du centre du Soleil étant comprise dans l'argument annuel, la vitesse du centre de l'orbite lunaire doit se trouver déjà dans la raison réciproque des quarrés de la distance de la Terre au Soleil. Or afin de faire mouvoir ce centre encore plus vite & cela dans la raison simple, mais inverse, de la distance de la Terre au Soleil, il faut mener du centre D la droite DE vers le lieu de l'Apogée de la Lune & qui soit parallele à TC; ensuite on prendra l'angle EDF égal à l'excès de l'argument annuel déterminé ci-dessus, sur la distance de l'Apogée de la Lune au Périgée du Soleil & cela en comptant toujours suivant l'ordre des Signes: ou bien on prendra l'angle CDF égal au complement à 360 degré de l'Anomalie vraie du Soleil. On fera ensuite DF est à DC comme la double Excentricité de l'orbe terrestre est à la moyenne distance du Soleil à la Terre, & de plus comme le mouvement moyen diurne du Soleil relativement à l'Apogée de la Lune est au mouvement moyen du Soleil compté du lieu de son Aphélie, c'est à-dire, comme $33\frac{7}{8}$ est à 1000, & comme $52' 27'' 16'''$ est à $59' 8'' 10'''$, en un mot comme 3 est à 100. On aura donc ainsi la position du point F, où il faut imaginer présentement le centre de l'orbite lunaire qu'on peut supposer en mouvement dans la circonférence d'un nouvel Epicycle: ce centre doit y achever sa révolution précisément dans le même-tems que le point D parcourt la circonférence du cercle DABD. Par là on satisfera à ce qui a été proposé ci-dessus, sçavoir que le centre de l'orbite lunaire soit mù dans une courbe donnée autour du point C, & cela à peu de chose près dans la raison réciproque des cubes de la distance du Soleil à la Terre.

On peut, si l'on veut, se servir de l'approximation donnée par M. Nevvton pour connoître la seconde Equation du centre. Cette seconde Equation est à très-peu près comme le sinus de l'angle que la droite DF forme avec la ligne tirée du point F à la Lune: dans la moyenne distance de la Terre au Soleil, elle peut s'étendre jusqu'à $2' 25''$ lorsqu'elle est la plus grande. Quant à l'angle que forme continuellement cette droite DF avec la ligne tirée du point F à la Lune, on le trouve, soit en retranchant l'angle EDF de l'Anomalie moyenne de la Lune, soit en ajoutant la distance de la Lune au Soleil à la distance de l'Apogée de la Lune à l'Apogée du Soleil. Enfin selon ces memes principes on pourra construire une autre Table semblable à la premiere des deux de la page 179, si l'on fait comme le rayon est au sinus de l'angle dont on vient de parler, ainsi $2' 25''$, font à la seconde Equation du centre de la Lune que l'on cherche.

De la septième
Equation
ou seconde
Variation de
la Lune.

Lune & qui n'est autre chose qu'une correction de la Variation. La 7^e Equation n'a lieu, selon cette dernière Table, que hors lestems des Sifigies & principalement au tems des Quadratures. On peut donc la désigner sous le nom de 2^e Variation de la Lune, puisqu'il est vrai de dire que, toutes choses égales, la Variation découverte par Tycho dans les octans, n'est pas la même dans les Croiffans ou vers la Nouvelle Lune, qu'avant ou après la Pleine Lune.

M. Newton ayant augmenté de 15'' la seconde Equation du centre de la Lune, dans le 3^e Liv. des Princip. Mathem. de sa Philosophie, & ayant donné la Méthode de la calculer avec plus d'exacritude qu'en se servant de la Table qui en avoit été construite selon les Elémens publiés dans l'Astronomie de Gregori, il paroît nécessaire de rapporter aussi la meilleure Méthode de calculer la seconde Variation, au cas que l'on veuille déterminer le lieu de la Lune (dans ses moyennes distances*) avec un peu plus de précision. Mais nous devons avertir auparavant qu'au lieu de supposer la Variation de la Lune, lorsque la Terre est Apogée ou Périgée, comme elle se trouve dans la première Table page 166, M. Newton l'a établie en dernier lieu de 33' 14'' & 37' 11''.

* Dans les autres cas la sixième & septième Equation varient de plus en même raison que les Parallaxes.

La seconde Variation a pour origine l'action du Soleil sur la Lune qui fait varier son orbite selon les diverses positions du grand Axe ou de l'Apogée de la Lune à l'égard du Soleil. Pour la calculer, on fera comme le Rayon est au Sinus versé de la distance de l'Apogée de la Lune au Périgée du Soleil (comptée selon l'ordre des Signes), ainsi 2' sont à un quatrième Terme: ensuite comme le Rayon est au Sinus de la distance de la Lune au Soleil, ainsi le quatrième Terme trouvé plus 1', à la seconde Variation ou septième Equation de la Lune. Au reste les Observations n'ont pas encore fait connoître si les quantités 2' & 1' doivent être diminuées ou augmentées de quelques secondes.

Manière de calculer la seconde variation, plus exactement qu'en se servant de la seconde Table insérée p. 179.

CHAPITRE

CHAPITRE ONZIEME.

Des Eclipses de Soleil & de Lune.

S'IL y a quelque chose dans l'Astronomie qui puisse nous faire connoître les plus grands efforts de l'esprit humain, lorsqu'il s'agit de choses très-subtiles & qui demandent le plus de sagacité, c'est assurément la Théorie des Eclipses de Soleil & de Lune, c'est, dis-je, la justesse avec laquelle on est parvenu depuis long-tems à les calculer & à les prédire. Nous voilà donc arrivés à cette partie de l'Astronomie si sublime & si digne d'occuper les plus excellens esprits : rien ne paroît d'abord plus difficile à bien traiter ; mais l'explication claire & simple qu'on en va donner fera bientôt connoître que les regles en sont certaines & incontestables.

Le mot d'*Eclipse* vient du mot grec *ἐκλείπω*, qui signifie manquer, tomber en défaillance, &c. Lorsque la Lune est pleine & que sa lumiere est fort éclatante, s'il arrive qu'elle rencontre l'ombre de la Terre, & qu'elle se trouve dépouillée de cette lumiere si vive qu'elle reçoit du Soleil ; alors ou cet Astre semble s'éteindre, ou paroît totalement manquer dans le Ciel. On peut dire à peu près la même chose à l'égard du Soleil que l'on voit 15 jours avant & après s'obscurcir peu à peu ou disparaître entierement ; ce qui ne peut arriver que quand la Lune passe entre le Soleil & la Terre. Or l'on conçoit assez maintenant ce que nous devons entendre par le mot d'*Eclipse* de Soleil & de Lune ; nous entrerons néanmoins ici dans quelques détails particuliers.

Il faut d'abord faire attention que tout Corps opaque exposé à la lumiere du Soleil jette perpétuellement son

Des Eclipses:
Ce que c'est.

Réflexions
sur l'ombre
que jettent les
corps opaques.

ombre vers la partie opposée. Cette ombre n'est autre chose qu'un espace qui manque de lumière ; ce qui vient de ce que le Corps opaque absorbe , ou du moins arrête tous les rayons du Soleil qui couvrent environ la moitié de sa superficie. Ainsi la Terre étant un Corps opaque , il est évident qu'elle doit jeter son ombre vers la partie opposée au Soleil ; & que la Lune lorsqu'elle traversera cet espace , perdra nécessairement la lumière qu'elle recevoir du Soleil : en un mot il faut qu'elle soit obscurcie pendant tout le tems de cette traversée. De plus la figure de la Terre étant à très-peu près sphérique , il faut que son ombre prenne une des trois formes suivantes , sçavoir ou une forme cylindrique , ce qui supposeroit que la Terre est égale en grosseur au Soleil , ou bien la figure d'un cone tronqué qui va en augmentant , ce qui arriveroit si la Terre étoit plus grosse que le Soleil ; dans l'un ou l'autre de ces deux cas , l'ombre de la Terre s'étendrait à l'infini & par conséquent les Planetes supérieures, comme *Mars*, *Jupiter* & *Saturne* , seroient successivement éclipsées. Enfin l'ombre de la Terre pourroit prendre aussi la figure d'un cone & diminuer peu à peu en s'éloignant. Or c'est ce troisieme cas que nous voyons arriver , puisque les Planetes supérieures ne sont jamais éclipsées , & que l'on sçait d'ailleurs que la Terre est moins grosse que le Soleil.

Des différentes figures d'ombres.
 PLANCHE II.
 Fig. 16 & 17.

Fig. 18.

Le Soleil est beaucoup plus grand que la Terre.

Il suit aussi de ce que nous venons de dire , que la Lune doit être beaucoup plus petite que la Terre puisqu'en effet le diametre de la Lune est contenu environ trois fois dans l'ombre de la Terre ; car il est évident qu'à cette distance le diametre de l'ombre qui va toujours en diminuant , est beaucoup plus petit que n'est le diametre de la Terre ; aussi ce dernier contient-il environ quatre fois le diametre de la Lune.

PLANCHE III.
 Fig. 1.

Soit maintenant *S* le Soleil, *T* la Terre, *ABC* le cone

d'ombre de la Terre : il est évident qu'on ne peut tirer aucunes lignes droites du Soleil à tel point qu'on voudra de l'espace *ABC*, puisqu'elles rencontreront la Terre, laquelle n'étant point transparente, doit nécessairement arrêter ces lignes droites ou rayons qui, comme l'on voit, ne peuvent ni remplir ni éclairer l'espace *ABC*. Or il suit de là que si la Lune au tems de son opposition au Soleil, vient à traverser cet espace, elle fera pour lors entièrement plongée dans les ténèbres, & que par conséquent il y aura Eclipsé au moment de la Pleine Lune.

Dans quel tems arrivent les Eclipsés de Lune, & celles du Soleil.

Il arrive à peu près la même chose au tems de la Nouvelle Lune lorsque l'ombre conique de cette Planete, qui est directement opposée au Soleil, vient à rencontrer la Terre : car alors les Observateurs qui se trouvent dans le lieu de la Terre où l'on voit la Lune en conjonction avec le Soleil, c'est-à-dire, dans le lieu où tombe la pointe du cone de l'ombre de la Lune, sont plongés pour quelques momens dans une nuit obscure, de maniere qu'ils cessent de voir le Soleil pendant tout le tems que cette ombre emploie à traverser le lieu qu'ils habitent. Il faut cependant remarquer que comme la Lune est beaucoup plus petite que la Terre, son ombre n'en sçauroit jamais couvrir toute la superficie ; mais seulement une partie comme *BC*, laquelle est tout-à-fait plongée dans les ténèbres : car il se répand continuellement sur tout le reste de la surface de la Terre une quantité suffisante de rayons venans d'une partie plus ou moins grande du disque du Soleil, & qui suffisent pour éclairer les lieux où ils tombent. Aussi doit-on appercevoir de ces mêmes lieux le Soleil plus ou moins éclipsé, selon qu'on se trouve plus ou moins près du cone d'ombre de la Lune. Par exemple, ceux qui habitent vers *P*, apperçoivent le Soleil à moitié éclipsé : mais ceux qui habitent depuis *M* jusqu'en *N*, ne se trouvent plus situés comme il convient pour

PLANCHE III.
Fig. 2.

L'Eclipsé du Soleil ne paroît pas de la même maniere par toute la Terre ; car les uns l'observent totale, lorsque d'autres ou ne l'observent que partielle, ou ne s'en apperçoivent aucunement.

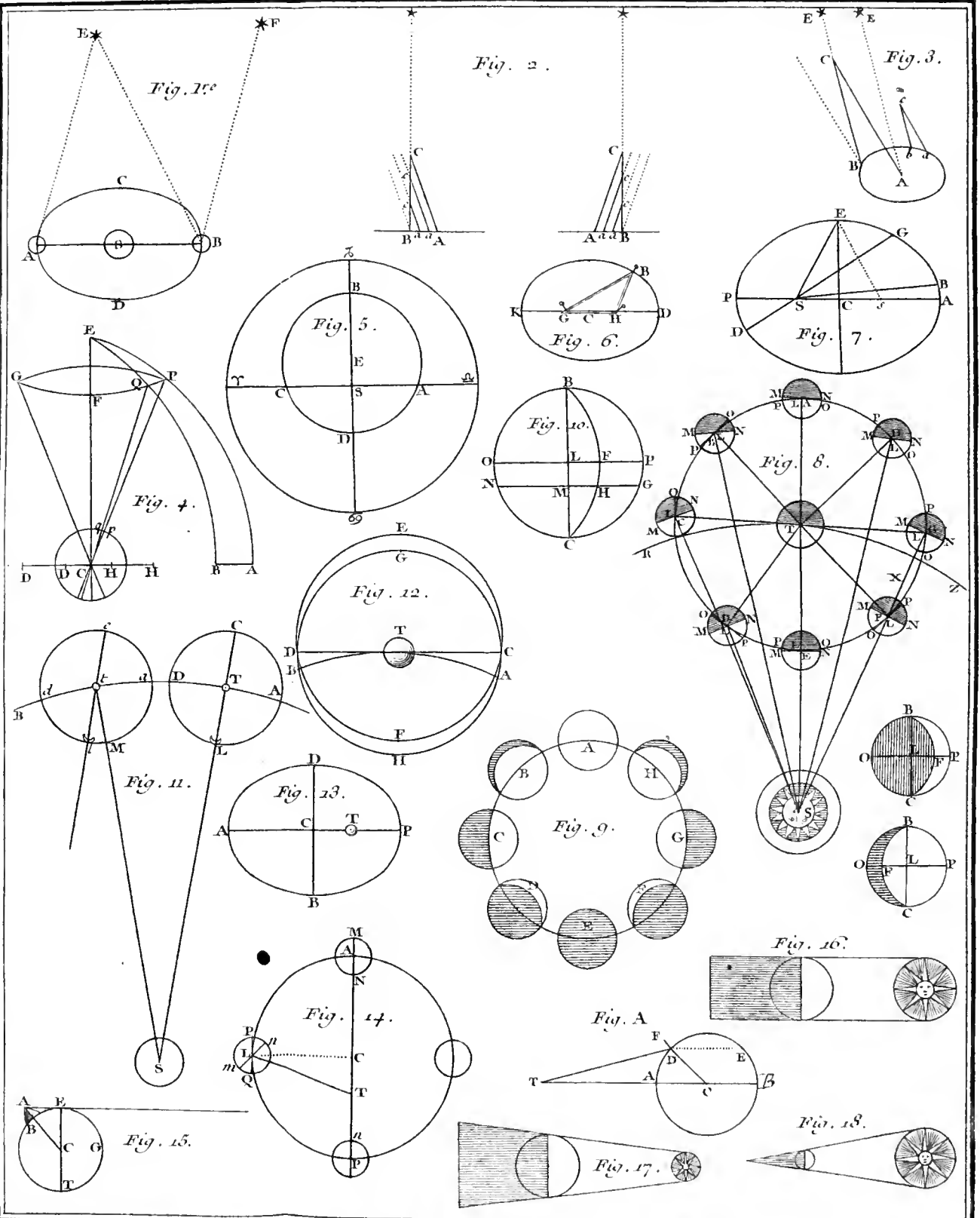


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 4.

Fig. 10.

Fig. 8.

Fig. 12.

Fig. 11.

Fig. 13.

Fig. 9.

Fig. 16.

Fig. 14.

Fig. A

Fig. 15.

Fig. 17.

Fig. 18.

appercevoir la moindre marque sensible de l'Eclipse.

On voit encore très-clairement qu'il n'est pas possible qu'il y ait jamais d'Eclipse de Lune dans d'autre tems que dans des Pleines Lunes , c'est-à-dire , lorsque la Lune est en opposition avec le Soleil ; ni qu'il y ait d'Eclipse de Soleil , ou plutôt de Terre , que dans les Nouvelles Lunes , lorsque cette Planete paroît en conjonction avec le Soleil. Mais comme il y a dans chaque Mois une Nouvelle & Pleine Lune , on demandera peut-être pourquoi on n'y observe pas régulièrement deux sortes d'Eclipses ? C'est ce que nous allons tâcher d'expliquer ; comme aussi pourquoi il y a des Eclipses totales & des Eclipses partiales dont la grandeur se trouve varier à l'infini. Je dis donc en premier lieu, que si la Lune n'avoit point d'autre orbite que l'Ecliptique , c'est-à-dire, que si sa révolution périodique ne s'achevoit point tous les Mois autour de la Terre dans un plan différent de celui que parcourt la Terre chaque année dans l'Ecliptique autour du Soleil , assurément l'axe de l'ombre terrestre ne pouvant jamais sortir de ce même plan , il y auroit à chaque Pleine Lune une Eclipse totale & centrale. Il en seroit de même à chaque nouvelle Lune & ces Eclipses seroient encore plus sensibles dans le cas où la Lune est le plus proche qu'elle puisse être de la Terre ; car son ombre venant à tomber exactement au milieu de la surface de la Terre qui est tournée du côté du Soleil , y obscurceroit le plus grand espace. Mais parce qu'on a fait voir ci-devant que le plan de l'orbite de la Lune étoit incliné à celui de l'Ecliptique , & que ces deux plans ne se rencontroient que dans une seule ligne ou section commune , laquelle doit passer par le centre de la Terre , il est évident que la Lune ne se trouvera plus dans le plan de l'Ecliptique , que lorsqu'elle passera vers l'une ou l'autre extrémité de cette ligne , c'est-à-dire , lorsqu'elle se trou-

Pourquoi la Lune & le Soleil ne sont pas éclipsés chaque mois.

vera dans ses nœuds; il s'enfuit donc que toutes les fois que le lieu de la Pleine Lune se rencontrera dans la ligne des nœuds, l'axe de l'ombre terrestre passera pour lors par le centre de la Lune, & que l'Eclipse fera totale & centrale. Soit un cercle *MN* qui représente la coupe ou section perpendiculaire du cone de l'ombre terrestre, soit aussi une partie de l'orbite de la Lune représentée par *CD*. Cette portion de son orbite que la Lune parcourt au tems de son opposition n'étant pas d'une grandeur bien considérable, on peut sans erreur sensible la représenter par une ligne droite. Imaginons encore que la droite *EGA* représente une partie de l'Ecliptique. Cela supposé, si l'on conçoit maintenant le centre de la Lune au point *F*, sçavoir au premier instant qu'elle commence à entrer dans l'ombre, & si l'on observe ensuite ce même centre au point *E* où la Lune doit paroître sortir entierement de l'ombre, ce centre aura nécessairement passé au point *G* dans l'axe de l'ombre de la Terre, & c'est-là précisément ce que l'on appelle Eclipse totale & centrale. Ces sortes d'Eclipses n'arrivent donc que quand les centres de la Lune & de l'ombre se rencontrent précisément dans l'un ou l'autre nœud, ce qui est un cas fort rare. Il faut aussi remarquer que la plus grande durée d'une Eclipse de Lune se doit connoître par le tems que le centre de la Lune emploie à parcourir l'arc *EF* qui est égal à 3 ou 4 diametres de Lune, ou environ deux degrés. Cet arc *EF* représente le mouvement de la Lune par rapport à celui de l'ombre de la Terre; & ce mouvement ne s'acheve ordinairement que dans l'espace d'environ quatre heures.

Il n'est pas moins évident qu'il peut y avoir aussi plusieurs Eclipses totales, mais qui ne seront pas centrales. Cela doit varier à tel point qu'il peut arriver que le nœud de la Lune, non seulement ne se trouvera pas dans l'axe, mais même qu'il pourroit être entierement hors de

PLANCHE III,
Figure 3.

Des Eclipses
totales & cen-
trales.

PLANCHE III,
Figure 4.

Des Eclipses
partiales.
PLANCHE III.
Fig. 5 & 6.

l'ombre , comme on le peut voir dans la figure. Enfin le nœud de la Lune peut être si éloigné de l'ombre , qu'il n'y aura qu'une petite partie de son disque qui y sera plongée : & alors il y aura une Eclipsé partielle , qui sera plus ou moins grande , selon que le nœud sera plus ou moins proche de l'ombre de la Terre. Cependant si ce nœud en est éloigné au moment de la Pleine Lune , d'un peu plus de treize degrés , alors la distance de la Lune à l'Ecliptique sera trop grande pour que son disque apparent puisse rencontrer ou effleurer l'ombre terrestre : on voit donc par là pourquoi les Eclipses de Lune arrivent si rarement. Mais il est tems de parler des Eclipses de Soleil , de celles , dis-je , qu'on devoit plutôt nommer des Eclipses de Terre.

Des Eclipses
de Terre.

Nous venons de voir tout à l'heure comment l'ombre de la Terre jettée sur la Lune , doit y produire les Eclipses totales ou partiales que l'on y observe de tems en tems ; ce n'est donc que par un effet à très-peu près semblable que la Lune , lorsqu'elle jette son ombre sur la Terre , forme une Eclipsé de Terre : toute la différence qui s'y trouve vient uniquement de ce que la Lune étant beaucoup plus petite que la Terre , son ombre n'en sçauroit couvrir toute la surface , mais seulement une très-grande partie de cette même surface. Ainsi il n'y aura que ceux qui habitent cette partie de la Terre qui se trouveront dans les ténèbres ; en sorte que la Lune venant à jeter son ombre dans une fort petite étendue , on y verra disparaître le Soleil. C'est la raison pourquoi on nomme ce phénomène Eclipsé de Soleil , quoiqu'improprement , puisque le Soleil ne manque point pour cela de lumière. En effet il la conserve toujours avec le même éclat , ce sont au contraire les régions de la Terre où l'ombre vient à se répandre , qui en manquent effectivement , & ce sont elles qui sont véritablement éclipsées.

Mais pour mieux faire entendre cette théorie des Eclipses , il faut auparavant rechercher ici les véritables grandeurs des cones formés par l'ombre de la Terre & de la Lune. C'est ce que nous nous proposons de détailler , lorsque nous aurons établi quelques suppositions ou demandes nécessaires pour y parvenir.

Je suppose donc que deux lignes droites , ou deux rayons qui partent du centre du Soleil , & qui aboutissent à différens points de la surface de la Terre , soient regardés comme deux lignes exactement paralleles. Car deux lignes sont censées paralleles lorsqu'elles ne peuvent se rencontrer qu'à une distance infinie. Or la distance de la Terre au Soleil est si grande par rapport aux plus grands intervalles donnés des deux lignes dont nous venons de parler ; cette distance , dis je , est si grande par rapport au diametre de la Terre , que ce diametre ne peut être regardé que comme un point en comparaison d'un éloignement aussi considérable. C'est aussi ce dont tous les Astronomes conviennent aujourd'hui , puisque selon le calcul de leurs observations , le diametre de la Terre vu du Soleil paroîtroit sous un angle si petit , qu'à peine peut-il être sensible à l'œil. Ainsi la Terre n'est vüe du Soleil que comme un point imperceptible ; & en vertu de cette distance presqu'immense , toutes les lignes tirées du centre du Soleil à la surface de la Terre sont censées , non pas géométriquement , mais du moins physiquement paralleles. Cette supposition paroît d'autant plus légitime qu'on sçait d'ailleurs (*Euclide, liv. 1. Prop. 29.*) que lorsqu'une ligne droite tombe sur deux autres & forme les deux angles intérieurs égaux à deux droits, ces lignes sont pour lors paralleles entre elles. Or supposons que le diametre de la Terre soit représenté par la ligne *AB* , & que le centre du Soleil soit en *C* , si l'on tire les deux lignes *AC* , *BC* , les trois angles *A* , *B* , *C* , du triangle sont

Les lignes tirées du centre du Soleil à la surface de la Terre doivent être regardées comme sensiblement paralleles.

PLANCHE III.
Fig. 7.

égaux à deux droits : mais parce que l'angle *C* est infiniment petit ou égal à zero , la Terre n'étant vûe du Soleil que comme un point imperceptible , il faut nécessairement que les deux angles *A* & *B* fassent entre eux une somme précisément égale à deux droits , & que par conséquent les lignes droites *AC*, *BC*, soient sensiblement paralleles. Il en est de même de deux fils à plomb ou de deux filets déliés suspendus librement & chargés d'un poids par en bas , & que l'on appelle communément *Pendules simples* ; on regarde ces fils comme paralleles entre eux ; cependant si l'on fait attention à ce qui arriveroit en les prolongeant chacun suivant leurs directions , on trouvera qu'ils devoient concourir vers le centre de la Terre , c'est-à-dire , à ce point où tendent généralement tous les Corps qui tombent.

Ce que nous venons de dire à l'égard de la Terre , peut s'appliquer à plus forte raison à la Lune dont le diametre a un rapport beaucoup plus petit que n'est celui de la Terre , relativement à la distance du Soleil. Mais il y a plus , les lignes tirées du centre du Soleil aux deux points qui nous paroissent aussi éloignés que sont les centres de la Terre ou de la Lune , doivent encore être regardés comme paralleles ; & généralement deux lignes tirées du centre du Soleil , l'une à la surface de la Terre , & l'autre à celle de la Lune , ne different pas sensiblement d'être paralleles , puisque l'angle qu'elles forment au Soleil est fort petit , & qu'il diminue tellement depuis les Quadratures jusqu'aux Sisigies qu'il devient même presqu'insensible : on peut même fort bien calculer toutes les phases des Eclipses sans y avoir égard , ou sans que cela influe sur les quantités que l'on détermine par les calculs ordinaires. Mais il est à propos de donner encore ici le Lemme suivant , dont la démonstration est fort simple.

Si les deux lignes AE, BF touchent le cercle ABC , & si des deux points d'attouchement l'on tire au centre du cercle les rayons AD, BD , l'angle au centre formé par ces deux rayons, sera égal à celui que forment extérieurement les deux Tangentes.

PLANCHE III,
Fig. 8.

Pour le démontrer on doit considérer que dans le Quadrilatere $GADB$, la somme de tous les angles est égale à quatre droits : mais parce que chacun des deux angles A & B est droit, les angles AGB , & D seront donc égaux à deux droits. D'ailleurs les deux angles (*Euclide, Liv. 1 Prop. 13*) AGB, AGF sont aussi égaux à deux droits; l'angle D sera donc égal à l'angle AGF .

Soit maintenant le globe terrestre représenté par le cercle ABK ; si l'on regarde la ligne CM comme tirée du centre de la Terre à celui du Soleil, & qu'on lui élève perpendiculairement le diametre de la Terre CB , alors la ligne droite BF tirée de B au centre du Soleil, doit être regardée, selon ce que nous avons dit ci-dessus, comme parallele à CM . Faisant donc l'angle BCD égal au demi-diametre apparent du Soleil, c'est-à-dire à l'angle sous lequel l'on observe de la Terre le demi-diametre du Soleil, & menant par le point D la tangente DG ; il est évident par le Lemme précédent, que l'angle GEF sera égal à l'angle BCD , c'est-à-dire au demi-diametre apparent du Soleil; & partant comme la ligne BF prolongée passeroit par le centre du Soleil, la droite GED doit toucher nécessairement la circonférence de son disque : mais elle touche aussi la Terre au point D , & étant prolongée, elle rencontre la droite MCH au point H , enforte que l'angle DHC est la moitié de l'angle que forme le cone d'ombre; il suit donc que puisque FE est parallele à MH , l'angle DHC sera égal à l'angle GEF , (*Eucl. liv. 1 Prop. 29.*) c'est-à-dire, au demi-diametre apparent du Soleil. Ainsi l'angle total formé par le cone d'ombre doit être regardé comme égal au diametre apparent du Soleil.

Méthode pour
mesurer l'angle du cone de
l'ombre.
PLANCHE III.
Fig. 9.

Les angles des
cones d'om-
bres sont é-
gaux dans tou-
tes les Sphères
qui n'excedent
point de beau-
coup la Terre
en grosseur.

On peut démontrer la même chose pour la Lune & même généralement pour toutes les spheres opaques dont le diametre n'excede pas considérablement le diametre de la Terre ; car le diametre du Soleil étant toujours supposé le même , tous les angles de ces cones d'ombre seront égaux entre eux , ces cones , dis-je , ne formeront par conséquent que des figures parfaitement semblables , ce que l'on peut encore démontrer de la maniere suivante.

PLANCHE III.
Fig. 10.

Soit , par exemple , *AGF* le Soleil , *DHE* la Terre ou telle autre sphere qu'on voudra , qui n'excede pas trop la Terre en grosseur ; soit aussi *SC* la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre , & *AD* une ligne droite qui les touche & qui étant prolongée rencontre la ligne *SC* au point *M*. Alors l'angle *AMS* représentera la moitié de l'angle du cone d'ombre : & comme l'angle extérieur *ADS* du triangle *SDM* est égal aux deux intérieurs opposés *DMS* & *DSM* ; que d'ailleurs l'angle *DSM* , celui sous lequel le diametre de la Terre est vû du Soleil , est comme imperceptible ou égal à zero (la Terre n'étant vûe du Soleil que comme un point) l'angle *DMS* qui est le demi-angle du cone d'ombre fera donc égal à l'angle *ADS* , c'est-à-dire , au demi-diametre apparent du Soleil.

CHAPITRE DOUZIEME.

De la Penombre , & du cone qu'elle forme. La Méthode d'en mesurer la hauteur , comme aussi les diametres apparens des ombres de la Terre & de la Lune.

Ce que c'est
que la Pénom-
bre.

NOUS n'avons traité jusqu'ici que de l'ombre véritable qui est jettée continuellement par des Corps opaques , tels que la Terre ou la Lune qui se trouvent dans ce vaste espace où le Soleil lance une multitude presqu'infinie de rayons de lumiere : mais il arrive aussi

qu'aux environs de cette ombre, il se trouve quelque espace couvert d'une lumiere plus ou moins foible. C'est cet espace qu'on appelle communément *la Pénombre*: la raison est qu'on n'y reçoit qu'une partie des rayons du Soleil, l'autre étant interceptée par la Terre ou par la Lune; d'où l'on voit que cette Pénombre est plus ou moins forte, selon que le lieu proposé est plus ou moins proche de la véritable ombre; & c'est ce qui paroîtra encore plus évident par le moyen de la figure à laquelle on va appliquer le discours suivant.

Soit le Soleil *AEFG*, & *HED* une sphere opaque quelconque, telle que seroit par exemple celle de la Lune: soit aussi tirée la ligne *SC* par les centres du Soleil & de la Lune, de même que la ligne *FDO* qui touche le bord inférieur du Soleil & le bord supérieur de la Lune: on tirera encore la ligne *AHP* qui touche le bord supérieur du Soleil & le bord inférieur de la Lune, en sorte que ces deux dernieres lignes coupent la ligne *SC* au point *I*; alors le point *I* demeurant immobile, si l'on suppose que les lignes droites *IDO*, *IHP* soient prolongées indéfiniment & qu'étant emportées d'un mouvement conique autour de l'axe *IM*, elles demeurent néanmoins tangentes à la circonférence ou à la surface de la Lune, leur mouvement produira une surface conique indéfinie *PHDO*, laquelle outre la vraie ombre, renfermera un autre espace tel que *ODM*, *PHM*; or c'est dans cet espace qu'une partie plus ou moins grande des rayons du disque du Soleil ne sçauroit parvenir, parce qu'ils sont interceptés par le corps opaque de la Lune. Voilà donc ce qu'on nomme *la Pénombre*, ce même espace étant d'autant moins éclairé qu'on s'approche vers *X* ou *Y*, c'est-à-dire, vers les extrémités de la vraie ombre; car les autres lieux plus éloignés, comme *V* & *N* sont plus éclairés ou reçoivent plus de rayons. Mais puisque

PLANCHE III.
Fig. II.

l'on voit assez que les lieux qui sont en Y & X apperçoivent beaucoup moins du disque éclairé du Soleil, que ceux qui sont plus éloignés de l'axe du cone d'ombre, il est évident que si la Terre vient à traverser quelquefois cet espace, il arrivera nécessairement que certains points comme S de sa superficie, se trouveront totalement plongés dans les ténèbres (en sorte que les Observateurs qui s'y rencontreront, verront une Eclipse totale de Soleil) pendant que ceux qui se trouveront un peu hors du cone d'ombre, c'est-à-dire, dans le cone formé par la Pénombre comme en Q , n'appercevront en ce cas qu'une partie de la lumiere ou du disque du Soleil, l'autre partie leur étant cachée par le disque de la Lune. La preuve en est manifeste si l'on tire de ce point Q la ligne QD tangente à la Lune, & que de ce même point Q immobile, on donne autour de la Lune un mouvement conique à la tangente QD prolongée indéfiniment vers le Soleil; car la portion du cone qu'on aura décrite retranchera la partie du disque du Soleil, qui paroîtra du point Q entierement cachée, ou pour mieux dire éclipcée par la Lune.

Comment on peut connoître les dimensions du cone qui forme la Pénombre.

PLANCHE III.
Fig. 12.

On peut connoître les dimensions exactes du cone qui forme la Pénombre de la maniere suivante. Soit le cercle HDL qui représente une Sphere opaque telle que la Lune, du centre de laquelle on ait tiré à celui du Soleil la ligne SC : si l'on élève perpendiculairement à cette ligne le demi-diametre de la Lune CB , si par le point B l'on mene la tangente BF & que l'on fasse enfin l'angle BCD égal au demi-diametre apparent du Soleil, la tangente DG menée par le point D , formera, selon le Lemme que nous avons démontré ci-dessus, l'angle FEG égal à l'angle BCD , c'est-à-dire au demi-diametre apparent du Soleil: mais parce que la ligne EF est dirigée au centre du Soleil, il s'ensuit que la ligne EG touchera son bord supérieur. Or puisqu'elle touche en même tems le

bord de la Lune, si l'on suppose cette ligne emportée d'un mouvement conique autour de la Lune & du point *I* immobile, elle décrira nécessairement un cône qui sera celui de la Pénombre. Il faut à présent considérer que les angles alternes *FEI, EIC* sont égaux entre eux à cause des parallèles *EF, CS*: mais puisque l'angle *EIC* est la moitié de l'angle du cône de la Pénombre, il suit que la moitié de l'angle de la Pénombre sera toujours égale au demi-diamètre apparent du Soleil. Ainsi l'on voit clairement que le cône d'ombre & que la partie de la Pénombre qui se trouve entre le Soleil & la Sphere opaque, sont toujours deux figures égales & parfaitement semblables, puisque leurs bases & leurs angles sont égaux entre eux.

Voici comme on trouve la hauteur du cône d'ombre de la Terre. Soit *CT* le demi-diamètre de la Terre, & *TM* la hauteur du cône d'ombre. Si l'on prend *TM* pour sinus total, *CT* fera le sinus de l'angle *TMC* qui est la moitié de l'angle du cône, & par conséquent égal au demi-diamètre apparent du Soleil, c'est-à-dire, d'environ 16' dans sa moyenne distance à la Terre; on fera donc comme le sinus de 16' est au sinus total, ainsi le demi-diamètre de la Terre à un quatrième terme; & l'on aura *TM* de 214,8 demi-diamètres terrestres; au lieu que lorsque la Terre est dans sa plus grande distance au Soleil, c'est-à-dire lorsque le demi-diamètre apparent du Soleil, ou le demi-angle du cône d'ombre est de 15' 50'', alors la longueur du cône d'ombre est 217 demi-diamètres terrestres. Maintenant puisque le diamètre de la Terre est au diamètre de la Lune comme 100 est à 28, le même rapport subsistera entre les cônes d'ombre de la Terre & de la Lune; car ce sont des figures parfaitement semblables, & par conséquent la moyenne hauteur du cône d'ombre de la Lune sera de 59, 36 demi-diamètres terrestres. D'où l'on voit que si la distance de la Lune à la Terre ex-

Hauteur du
cône d'ombre
de la Terre.
PLANCHE III.
Fig. 13.

Hauteur du
cône d'ombre
de la Lune.

cede sa moyenne distance qui est à peu près de 60 demi-diametres, la pointe du cone d'ombre de la Lune n'arrivera point jusqu'à la Terre, & dans ce cas l'Eclipse qui pourroit être centrale, ne sçauroit plus être totale. On verra pour lors un anneau lumineux autour de la Lune, en sorte que celle paroitra par conséquent plus petite que le Soleil. Ces sortes d'Eclipses annulaires arrivent toujours lorsqu'au tems des Nouvelles Lunes l'anomalie moyenne de la Lune est moindre que trois signes ou plus grande que neuf signes; car dans l'un ou l'autre cas il ne sçauroit y avoir d'Eclipse totale, puisque dans ces degrés d'anomalie la distance de la Lune à la Terre excède sa moyenne distance.

On détermine ici quelle est la plus grande quantité de la surface de la Terre qui puisse être plongée dans l'ombre.

Pour trouver aussi qu'elle est la plus grande partie de la surface de la Terre qui puisse être plongée dans l'ombre de la Lune; prenons d'abord le Soleil à sa plus grande distance de la Terre, afin d'avoir le cone d'ombre de la Lune le plus long qu'il soit possible, sçavoir à très-peu-près 60 demi-diametres de la Terre: supposons aussi la Lune dans sa plus petite distance à la Terre, afin qu'elle traverse la plus grande largeur d'ombre qu'il est possible; supposons, dis-jé, la Lune à environ 56 demi-diametres terrestres.

PLANCHE III.
fig. 14.

Soit L le globe de la Lune, ABD la Terre dont T est le centre, LM la hauteur du cone d'ombre d'environ 60 demi-diametres terrestres, LT la distance de la Lune à la Terre d'environ 56 demi-diametres terrestres. On aura donc TM égal à quatre demi-diametres terrestres; c'est pourquoi TB fera à TM comme 1 est à 4: mais comme TB est à TM , ainsi le Sinus de l'angle TMB sera au Sinus de l'angle TBM , & parce que l'angle TMB est de $15' 50''$, donc l'angle TBM fera de $63' 13''$, & partant l'angle extérieur ATB qui est égal aux deux intérieurs TMB , TBM , fera de $79'$: or cet angle est mesuré par

l'arc AB , dont le double BAC fera de $158'$ ou de $2^{\circ} 38'$, c'est-à-dire d'environ 65 lieues ou de 180 milles d'Angleterre. Nous supposons ici que l'axe de l'ombre passe exactement par le centre de la Terre; car si ce même axe étoit oblique à la surface de la Terre, alors le cone d'ombre de la Lune traverseroit avec plus ou moins d'obliquité la surface de la Terre & n'y formeroit plus un cercle, mais un ovale ou ellipse plus ou moins allongée.

Si l'on demande quelle est la plus grande étendue de la surface de la Terre qui puisse être, pour ainsi dire, enveloppée dans un même-tems par la Pénombre, voici de quelle maniere on pourroit procéder pour répondre à cette question. Supposons le plus grand diametre apparent du Soleil dans son périhélie de $16' 23''$, & soit ABD la Terre, L la Lune, & par conséquent AMB la moitié de l'angle du cone de la Pénombre de $16' 23''$; on aura, selon ce qui a été dit ci-dessus, la hauteur du cone LM de $58\frac{1}{2}$ demi-diametres terrestres. De plus si l'on prend la Lune dans son Apogée, c'est-à-dire dans sa plus grande distance à la Terre, laquelle se trouve égale à 64 demi-diametres terrestres, la somme de ces deux distances TL , LM , c'est-à-dire TM fera de $122\frac{1}{2}$ demi-diametres de la Terre, & partant TM fera à TB , comme $122\frac{1}{2}$ est à 1 . Or selon ce que l'on démontre dans la Trigonometrie TB est à TM comme le Sinus de l'angle TMB de $16' 23''$ est au Sinus de l'angle MBN qui sera par conséquent de $35^{\circ} 42'$. Si l'on ôte donc de cet angle extérieur, l'angle intérieur TMB égal à $16' 23''$ l'autre intérieur MTB ou l'arc AB sera d'environ $35^{\circ} 25'$, & par conséquent l'arc CAB , qui en est le double, sera de $70^{\circ} 50'$, c'est-à-dire d'environ 1770 de nos lieues ou 4900 milles d'Angleterre.

Puisque le cone d'ombre de la Terre peut s'étendre

On détermine aussi la plus grande quantité possible de la surface de la Terre, qui dans un même instant peut se trouver enveloppée dans la Pénombre.
 PLANCHE III.
 fig. 15.

Diametre
apparent de
l'ombre ter-
restre.
PLANCHE III.
Fig. 13.

au-delà de l'orbite de la Lune, & qu'étant traversé par un plan perpendiculaire, il s'y forme un cercle qui est proprement ce que nous appellons l'ombre terrestre, il est nécessaire de bien déterminer sous quel angle cette ombre ou section circulaire pourroit être vue du centre de la Terre. Soit donc T le centre de la Terre, CMT la moitié de l'angle du cone de l'ombre, FGH sa section circulaire qu'on suppose faite dans l'orbe de la Lune par un plan perpendiculaire & dont le diametre est FH . Il faut d'abord calculer la hauteur TM du cone d'ombre par le moyen de la moitié de l'angle CMT , qui est connu. Ce qui étant déterminé & la distance TL de la Lune à la Terre étant donnée, on aura par conséquent la valeur de ML . Or l'angle FML étant égal au demi-diametre apparent du Soleil, & les angles sous lesquels on voit un même objet étant réciproquement comme les distances de cet objet, on aura donc comme TL est à ML , ainsi l'angle donné FML fera à l'angle FTL que l'on cherche.

Autre Mé-
thode de dé-
terminer le
diametre ap-
parent de
l'ombre ter-
restre.

Parallaxe ho-
rizontale de la
Lune.

On peut encore trouver cet angle FTL par une autre Méthode ; car étant donnée la distance FT de la Lune à la Terre & le demi-diametre de la Terre CT , on aura l'angle CFT qui est celui sous lequel on verroit de la Lune le demi-diametre de la Terre, lequel ne differe pas sensiblement de celui qu'on nomme la *Parallaxe horizontale*. Or l'angle CFT qui est extérieur par rapport au triangle TFM est égal aux deux intérieurs opposés, & partant si l'on ôte de ce même angle CFT qui est connu, l'angle FMT qui est donné, le reste sera l'autre angle FTM ou FTL , c'est-à-dire l'angle ou le demi-diametre apparent de l'ombre que l'on se proposoit de découvrir. A l'égard du demi-diametre apparent de la Terre vu de la Lune, c'est-à-dire sa parallaxe horizontale, les Tables Astronomiques la donnent pour les différentes distances de la Lune à la Terre.

Soit

Soit maintenant ΩL la partie de l'orbite de la Lune que cet Astre parcourt vers les tems de son opposition au Soleil, & que nous supposons ici être une ligne droite; ce qui ne sçauroit produire d'erreur, parce que nous n'en considérons qu'une très-petite étendue: imaginons aussi un plan qui passe par cette ligne, & qui étant perpendiculaire à l'Ecliptique nous y désigne la section commune représentée par ΩM . Il faut abaisser du lieu de la Lune L , la perpendiculaire LG & décrire le cercle FMO , qui représentera l'ombre de la Terre dont le centre doit être au point G au moment de la Pleine Lune: cela supposé LG représentera la latitude de la Lune ou sa distance à l'Ecliptique, & cette ligne LG ne sçauroit différer beaucoup de la plus petite distance de la Lune au centre de l'ombre. Or il est évident que si la latitude LG de la Lune surpasse la somme des demi-diametres de l'ombre & de la Lune, alors cette Planete doit éviter totalement & passer au-delà de l'ombre, & par conséquent il n'y aura point d'Eclipse pour cette fois au tems de la Pleine Lune. Mais si la latitude LG est précisément égale à la somme de ces demi-diametres, alors l'ombre de la Terre doit effleurer seulement le bord de la Lune, mais sans pouvoir l'entamer encore sensiblement. Il n'y a donc que les cas auxquels la latitude LG est moindre que la somme des demi-diametres apparens de l'ombre & de la Lune, où il doit y avoir une Eclipse: elle sera partielle si la latitude excède la différence de ces mêmes demi-diametres. Enfin l'Eclipse sera torale si la latitude de la Lune est moindre que la différence qui se trouve entre les demi-diametres apparens de la Lune & de l'ombre terrestre. Ces diverses circonstances ont fait penser à quelques Astronomes à établir le Terme de toutes les Eclipses possibles. Car ce terme étant connu, toutes les fois qu'aux tems des Pleines Lunes la distance de

Circonstances qui limitent les principaux cas auxquels doivent arriver les Eclipses de Lune.

PLANCHE III.
Fig. 16, 17,
& 18.

Fig. 16.

Fig. 17.

Fig. 18.

Les termes
Ecliptiques.
Ce que c'est.

PLANCHE III.
Fig. 19.

la Lune à son nœud fera plus petite que le nombre des degrés & minutes qui convient à ce terme, alors on peut affurer qu'il y aura une Eclipse, & qu'au contraire il n'y en aura pas si la distance de la Lune à son nœud est un peu plus grande. Soit donc ΩS une partie de la circonférence de l'Ecliptique, & ΩL une partie de l'orbite de la Lune, SL la latitude de la Lune au moment de son opposition au Soleil, & qui soit telle que le bord du disque apparent de cette Planete effleure seulement l'ombre de la Terre: soit enfin Ω le lieu du nœud, enforte que l'angle $L\Omega S$ représente l'inclinaison de l'orbite de la Lune sur le plan de l'Ecliptique, sçavoir d'environ 5° . Or puisque la latitude LS de la Lune à l'instant que son bord effleure l'ombre est de $66'$, & qu'on connoît de plus l'angle $L\Omega S$, on aura par conséquent dans le triangle rectangle $LS\Omega$ la valeur du côté ΩS , ou la distance du nœud au point de l'Ecliptique qui est opposé au vrai lieu du Soleil, sçavoir $754'$ ou de $12^\circ, 34'$. D'où l'on voit que si la distance du nœud à ce point opposé au Soleil ou bien au centre de la Lune à l'instant qu'elle est pleine, surpasse les $12^\circ 34'$ qu'on vient de déterminer, il ne sçauroit en ce cas y avoir aucune Eclipse, la Lune passant au-delà du cone d'ombre de la Terre.

Diametre
apparent de
l'ombre lunai-
re vue de la
Lune.

PLANCHE III.
Fig. 20.

Soit aussi le centre de la Lune au point L , le cone de son ombre DME ; il doit arriver ici de même que pour l'ombre de la Terre, sçavoir que le plan qui traversera ce cone perpendiculairement, y formera une section circulaire. Or puisque le demi-diametre de ce cercle représente le demi-diametre de l'ombre, il faut faire voir que l'angle sous lequel il est vu de la Lune est égal à la différence des demi-diametres apparens du Soleil & de la Lune vus de la Terre. Soit donc l'angle LPD le demi-diametre apparent de la Lune, lequel est égal aux deux intérieurs PLM , PML ; il est évident que l'angle PLM ou PLT qui est le

Le demi-diametre apparent de l'ombre vu de la Lune sera égal à l'angle LPD moins l'angle LMP , c'est-à-dire qu'il sera toujours égal au demi-diametre apparent de la Lune moins le demi-diametre apparent du Soleil.

Soit enfin L le centre de la Lune, AMB le cone de la Pénombre qui environne la Terre, MT l'axe de ce cone qu'il faut supposer traversé par un plan perpendiculaire dont la section sera un cercle. Ce cercle est, comme nous l'avons déjà vu, ce qu'on appelle la Pénombre, dont le demi-diametre est AT : l'angle sous lequel AT est vu de la Lune est TLA qui étant extérieur par rapport au triangle LMA est par conséquent égal aux deux intérieurs opposés LAM , LMA : mais l'angle LMA est le demi-angle du cone & partant ne diffère pas du demi-diametre apparent du Soleil: d'ailleurs MAL ou CAL est égal au demi-diametre apparent de la Lune vu de la Terre; il suit donc que le demi-diametre apparent de la Pénombre vu de la Lune sera égal à la somme des demi-diametres apparens de la Lune & du Soleil.

Au reste si dans les Nouvelles ou Pleines Lunes aux tems des Eclipses, le Soleil n'avoit point ce mouvement apparent que l'on observe chaque jour d'Occident en Orient, & qui est causé par le mouvement propre de la Terre sur son orbite, la Route de la Lune à l'égard du Soleil seroit exactement la même que celle qui convient à l'inclinaison de son orbite sur le plan de l'Ecliptique. Mais parce que dans le même intervalle de tems que la Lune nous paroît s'avancer sur son orbite, le Soleil s'avance aussi, quoique beaucoup moins vite, à très-peu-près du même sens, ou sur le plan de l'Ecliptique; la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil doit donc être différente de celle qu'elle décrit réellement dans son orbite, & partant la ligne qui désigne cette route, aura une plus grande inclinaison sur le plan de l'Ecliptique.

Diametre
apparent de la
Pénombre.
PLANCHE III.
Fig. 21.

La Route ap-
parente de la
Lune à l'égard
du Soleil.

PLANCHE III.
Fig. 22.

Soit par exemple Ω Aune partie de l'orbite de la Lune, Ω le point de l'Ecliptique où s'est faite la vraie conjonction du Soleil & de la Lune : il est évident que si la Lune décrit dans un certain espace de tems la partie ΩL de son orbite & que le Soleil par son mouvement apparent sur le plan de l'Ecliptique, s'avance pendant le même tems de la quantité ΩS , la ligne SL fera la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil. En effet on démontre dans la Méchanique que si deux corps quelconques sont poussés avec différentes forces vers un même côté, le mouvement relatif de ces deux corps, c'est-à-dire le mouvement dont l'un paroît s'éloigner à l'égard de l'autre, sera le même que si ce dernier demuroit actuellement dans un repos parfait & que l'autre fût poussé seulement à la différence de leurs vitesses. Si l'on tire donc par le lieu de la Lune L la parallèle à l'Ecliptique BL , sur laquelle on abaisse la perpendiculaire ΩB , il est évident que quand la Lune décrit la partie ΩL de son orbite, alors son mouvement par rapport à l'Ecliptique doit être mesuré par l'espace BL : faisant donc Ll égal à $S\Omega$, & tirant la ligne Ωl , cette ligne sera parallèle à SL , & le mouvement de la Lune à l'égard du Soleil fera le même que si l'on eût vu le Soleil immobile au Ω & que la Lune ne se fût avancée à l'égard de l'Ecliptique qu'avec la vitesse Bl égale à la différence des deux vitesses de la Lune & du Soleil. Mais puisque les angles $BL\Omega$ & $Bl\Omega$ sont fort petits, on peut les supposer réciproquement dans un même rapport que les côtés Bl , BL , & l'on aura comme la différence des mouvemens du Soleil & de la Lune considérés sur le plan de l'Ecliptique, est au mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique, ainsi l'angle que forment les plans de l'Ecliptique & de l'orbite de la Lune, sera à l'angle $Bl\Omega$ ou son égal $l\Omega E$ ou LSE qui est l'angle d'inclinaison apparente sur l'Ecliptique formé par la route de la Lune à l'égard du Soleil.

On connoîtra aussi par ce moyen l'angle que doit former, avec cette Route de la Lune à l'égard du Soleil, le cercle de Latitude mené par un point quelconque de l'Ecliptique; car dans le triangle sphérique rectangle qui est formé par ces trois côtés, sçavoir l'Ecliptique, la route de la Lune, & le cercle de latitude: on connoît 1^o l'angle de l'inclinaison apparente sur l'Ecliptique de la route de la Lune à l'égard du Soleil, on connoît aussi la distance du cercle de latitude au nœud; & partant l'on trouvera par la Trigonométrie sphérique l'autre angle aigu que l'on cherche.

CHAPITRE TREIZIEME.

Où l'on considère la projection de l'ombre de la Lune sur le disque de la Terre.

S I l'on suppose qu'une ligne droite est projetée sur un plan qui lui est parallèle, ou que l'on imagine plusieurs lignes droites perpendiculairement abaissées de chaque partie de cette ligne sur le plan parallèle, leur rencontre avec ce plan y déterminera la vraie projection que l'on cherche; en sorte que cette projection sera une ligne droite égale & parallèle à la ligne droite proposée. Car puisque les perpendiculaires abaissées des extrémités de la ligne droite proposée sur le plan donné sont nécessairement égales & parallèles, il faut donc que les deux lignes droites qui aboutissent à leurs extrémités soient aussi égales & parallèles. Or il suit de là que si deux lignes droites qui concourent ou qui forment un angle quelconque, sont néanmoins routes deux parallèles à un plan donné, leur projection ne sçauroit être autrement représentée que par deux autres lignes semblablement inclinées,

ou qui formeront un angle précisément égal à celui des deux premières. Cette vérité découle assez naturellement de ce qui est démontré à la Proposition 10^e de l'onzième livre d'Euclide ; mais il suit encore de ce que nous venons d'établir, que si une figure plane quelconque est projetée sur un plan qui lui est parallèle, sa projection doit toujours être une figure semblable & parfaitement égale. Ce qui étant une fois accordé,

Il ne reste plus qu'à considérer quelle doit être la projection d'une ligne qui est inclinée à l'égard du plan sur lequel on la projette. Or je dis que si l'on abaisse de chaque point de cette ligne des perpendiculaires sur le plan donné, il y aura un même rapport entre la ligne droite proposée & sa projection, que du cosinus de l'angle d'inclinaison au sinus total. Soit AB une ligne proposée & inclinée comme l'on voudra à l'égard du plan donné DE : si l'on abaisse des points A & B les perpendiculaires Aa , Bb , la droite ab fera la projection de la ligne AB , & si l'on tire par le point B la ligne BC perpendiculaire à Aa & qui la rencontre au point C , l'on aura BC égale à ab : mais BC est à AB comme le cosinus de l'angle ABC est au sinus total ; on aura donc ab est à AB comme le cosinus de l'angle d'inclinaison est au sinus total. Il suit encore que toute figure plane qui sera perpendiculaire au plan de projection, ne sauroit être autrement projetée que selon une ligne droite ; car toutes les perpendiculaires qu'on abaisseroit des différens points de cette figure, doivent de nécessité tomber dans la section commune, qui, comme l'on sçait, est nécessairement une ligne droite. Cette sorte de projection des lignes & des figures qui se fait par des perpendiculaires abaissées sur un plan, se nomme *la Projection Orthographique*.

PLANCHE III.
Fig. 23.

Ce que l'on
entend par la
Projection Or-
thographique.

Présentement imaginons un plan qui passe par le centre de la Terre, & qui soit tel que la ligne droite qui joint

les centres de la Terre & du Soleil lui soit perpendiculaire : il est clair que ce plan formera à la surface de la Terre un cercle qui séparera l'hémisphère éclairé d'avec celui qui est dans l'ombre. Or c'est précisément le cercle que nous avons nommé ci-dessus le Terme de la lumière & de l'ombre. Qu'il nous soit donc permis de l'appeller actuellement *le Disque de la Terre*, puisqu'aussi-bien c'est le plan qui seroit directement exposé à l'œil de l'Observateur situé dans la Lune * au moment de sa conjonction au Soleil, c'est-à-dire quand elle se trouve dans la ligne droite qui joint les centres de la Terre & du Soleil. On conçoit assez d'ailleurs comment l'Equateur terrestre, ses parallèles, ses deux Poles & tous les autres points de la surface de la Terre, doivent être projetés sur ce plan, & l'on doit regarder enfin comme parallèles toutes les lignes droites ou rayons qui partent du centre du Soleil & qui se terminent à la surface de la Terre : mais aussi puisque la ligne droite qui joint les centres de la Terre & du Soleil est exactement perpendiculaire au plan du disque, il suit que toutes les autres lignes tirées du centre du Soleil à quelque point que ce soit de la surface de la Terre, seront par conséquent perpendiculaires au même plan. De plus à cause de la rotation ou du mouvement diurne de la Terre autour de son axe, toutes les Régions de la Terre,

Le disque de la Terre.

Projection orthographique faite sur le disque.

* Cette manière de considérer les Eclipses au tems des Nouvelles Lunes comme des Eclipses de Terre a été inventée par Kepler & mise successivement en pratique par Bouillaud, Wren, Cassini, Hallé, Flamsteed & de la Hire. Voyez sur-tout le 1v. Chapitre du quatrième Livre de l'Astronomie Philolaïque, publiée par Bouillaud en 1645, où l'on prétend que dans l'ancienne manière de calculer les Eclipses du Soleil, le calcul est si long & si pénible à cause des parallaxes qui changent à chaque instant, qu'on a bien de la peine à se résoudre à l'entreprendre, d'autant qu'il s'agit d'un travail plein d'ennui & fort ingrat ; au lieu qu'en traitant ces Eclipses comme des Eclipses de Terre on évite la Parallaxe, comme il arrive aux Eclipses de Lune. En effet dans ces dernières la Parallaxe de l'ombre à mesure qu'elle varie, étant toujours la même que celle de la Lune, celle-ci ne sauroit donc causer d'embaras ni d'obstacles, & c'est ce qui fait que de toutes les régions de la Terre d'où l'on aperçoit la Lune, l'Eclipte paroît précisément de la même grandeur. Il en doit donc être de même des Eclipses de Terre, si l'on suppose pour un moment que l'œil du Spectateur qui les observe soit placé dans la Lune.

les Villes, & généralement tous les lieux remarquables paroîtront, vûs de la Lune, décrire chacun leurs traces sur le disque apparent : en effet le mouvement diurne leur fait décrire en 24 heures ou l'Equateur ou ses paralleles. De plus si Soleil est dans l'Equateur au tems de l'observation d'une Eclipsé, toutes ces traces ou cercles paralleles seront alors projetés en lignes droites paralleles, sur le plan du disque, puisque dans cette situation ils sont tous perpendiculaires à ce plan. Dans les autres cas où le Soleil est hors de l'Equateur, la projection de ces cercles fera une ellipse plus ou moins ouverte, & l'Observateur placé dans la Lune la verra décrire à chaque lieu sur le plan du disque. Considérant donc comme immobile un de ces cercles qui aboutissent aux deux Poles, c'est-à-dire, le Meridien terrestre dont le plan prolongé passeroit par le centre du Soleil, on pourra donc regarder le plan de ce cercle comme un Méridien universel; de sorte que le moment auquel chaque lieu de la Terre traversera ce plan, sera celui où les Habitans compteront le vrai midi. De même lorsqu'un lieu quelconque de la Terre sera parvenu, par le mouvement diurne, à la circonférence occidentale du disque, alors les habitans de ce lieu verront le Soleil se lever, & ce sera aussi le premier instant auquel l'Observateur placé dans la Lune l'apercevra sur la circonférence du disque terrestre : ensuite ce même lieu paroîtra s'éloigner & s'avancer peu à peu vers l'Orient. Mais lorsqu'après le passage au Méridien ce lieu sera devenu plus oriental que le Soleil, les habitans verront pour lors cet Astre s'avancer vers l'Occident, de maniere qu'étant enfin parvenu à la circonférence occidentale du disque, les mêmes habitans verront le Soleil se coucher, alors même que l'Observateur placé dans la Lune verra ce lieu disparoître pour entrer dans la partie obscure ou invisible de la surface de la Terre.

Supposition
que l'on peut
faire d'un Mé-
ridien univer-
sel.

La grandeur apparente du disque de la Terre se mesure communément par l'angle sous lequel on appercevrait son diamètre du centre de la Lune : cet angle est aussi ce que l'on nomme la parallaxe horifontale de la Lune. D'ailleurs si du centre de la Lune on abaisse une perpendiculaire sur le plan de l'Ecliptique , pour avoir la mesure de sa distance à ce plan , cette ligne fera , comme l'on voit , parallèle au plan du disque terrestre , & partant la projection s'en fera par une ligne droite égale & parallèle. Ainsi l'angle sous lequel on appercevrait de la Lune cette perpendiculaire projetée sur le disque , sera égal à l'angle sous lequel on appercevrait cette ligne du centre de la Terre. Car deux lignes égales vues de distances égales , doivent nécessairement paroître sous des angles égaux.

La grandeur apparente du disque.

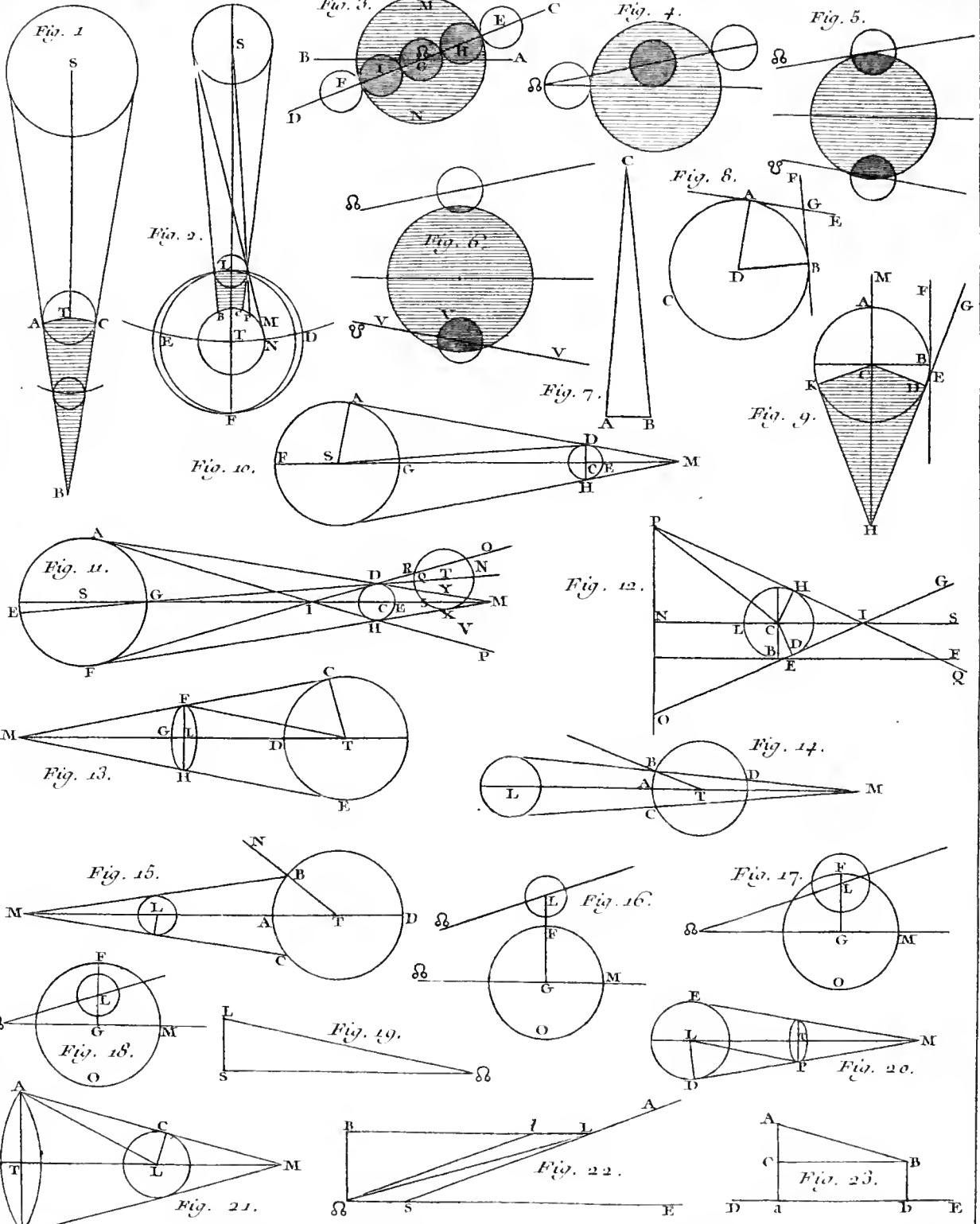
Il est encore évident que l'on peut considérer comme une ligne droite , cette petite partie de la route de la Lune à l'égard du Soleil , qui au moment de l'Eclipse se trouve projetée sur le disque : sa projection , dis-je , sera une autre ligne droite égale , qui formera avec le cercle de latitude le même angle que celui qui est compris dans le Ciel entre le cercle de latitude & la route de la Lune à l'égard du Soleil. Ainsi le centre de la Pénombre doit donc paroître parcourir cette ligne projetée sur le plan du disque terrestre.

La route de la Lune à l'égard du Soleil, projetée sur le plan du disque.

Soit maintenant le disque de la Terre représenté par le cercle *DKG* dont le demi-diamètre soit divisé en autant de parties qu'il y a de minutes & de secondes dans la Parallaxe horifontale de la Lune , c'est-à-dire dans l'angle sous lequel on appercevrait du centre de la Lune le demi-diamètre de la Terre. Soit *NT* la distance de la Lune au plan de l'Ecliptique au moment de la Nouvelle Lune , ou plutôt soit *NT* sa projection qu'il faut aussi concevoir divisée en autant de parties ou minutes & secondes , qu'il s'en trouve dans la latitude de la Lune. Soient enfin Ω *K*

PLANCHE IV^e
Fig. 1.

La latitude de la Lune projetée sur le plan du disque.



une partie de l'Ecliptique, Ω / la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil, l'une & l'autre projetées sur le plan du disque : il est clair que si du centre T on abaisse, sur la trace du centre de l'ombre, la perpendiculaire TV , cette ligne sera la mesure de la plus petite distance entre les centres du disque & de l'ombre de la Lune. C'est pourquoi l'on décrira du point V comme centre, un petit cercle dont le demi-diamètre sera égal à l'excès du diamètre apparent de la Lune sur celui du Soleil. Ce cercle représentera l'ombre véritable de la Lune, puisqu'en effet on a fait voir que cette même ombre vue de la Lune étoit égale à la différence des diamètres apparens du Soleil & de la Lune. De plus si l'on décrit le cercle HM concentrique au premier, & dont le demi-diamètre VM soit au demi-diamètre du disque, comme la somme des demi-diamètres apparens de la Lune & du Soleil, est au demi-diamètre apparent de la Terre, c'est-à-dire à la Parallaxe horisontale de la Lune, ce cercle HM représentera l'espace qu'occupe la Pénombre de la Lune, au moment de la plus petite distance de cet Astre au centre du disque de la Terre ; car on a fait voir ci-dessus que le demi-diamètre apparent de la Pénombre, doit être tel qu'on vient de le représenter. Or il est aisé de reconnoître ici que toutes les fois que ce cercle n'arrivera pas jusqu'à la circonférence du disque, il n'y aura point en ce cas d'Eclipse de Soleil ; ou pour s'expliquer plus clairement, si la distance VT surpasse la somme des demi-diamètres apparens du disque & de la pénombre, si elle est, dis-je, plus grande que la somme des demi-diamètres apparens du Soleil, de la Lune & de la Parallaxe horisontale, on sera pour lors assuré qu'il n'y aura point d'Eclipse de Soleil. Mais si cette distance VT est précisément égale à la somme dont nous venons de parler, alors la Pénombre doit effleurer le disque de la Terre sans néanmoins l'entamer.

Quels sont les cas auxquels la Terre ne doit point être éclipée.

Enfin si VT est moindre que cette même somme, c'est-à-dire si VT est moindre que VM & TR , la Pénombre pour lors s'étendra sur une partie du disque de la Terre, & les habitans qui occuperont en ce cas le segment $RZMY$ verront pour lors une Eclipsé partielle du Soleil.

Dans quels cas doivent arriver les Eclipses partiales. PLANCHE IV. Fig. 2.

Mais si la plus petite distance des centres TV est moindre que la différence des demi-diametres du disque & du petit cercle de la Pénombre, c'est-à-dire, si cette distance est plus petite que la différence des demi-diametres du Soleil, de la Lune & de la Parallaxe horifontale, alors le petit cercle de l'ombre, ou qui est au milieu de la Pénombre, couvrira successivement divers endroits du disque de la Terre, de maniere qu'en les parcourant, il y aura pour chacuns de ces endroits une Eclipsé totale de Soleil, qui par conséquent sera observée de tous les habitans de ces mêmes lieux. Il faut bien remarquer ici que les Eclipses totales du Soleil ne sont jamais de longue durée, parce que le cercle de l'ombre est toujours très-petit; ce qui vient de ce que le diametre apparent de la Lune ne scauroit jamais excéder de beaucoup le diametre apparent du Soleil; car cet excès ou différence ne va gueres qu'à deux minutes: c'est pourquoi le plus grand espace que l'ombre occupe sur la surface de la Terre doit se trouver parcouru par l'ombre en près de quatre minutes d'heures. Il est vrai que l'on a observé quelquefois qu'elle y a demeuré un peu plus de quatre minutes; mais ce n'est que dans certaines circonstances favorables, sçavoir quand le lieu éclipsé est emporté directement du même sens que l'ombre par la rotation de la Terre autour de son axe.

Eclipses totales. PLANCHE IV. Fig. 3.

On peut encore, de même que nous l'avons pratiqué pour les Eclipses de Lune, déterminer ici les termes des Eclipses de Soleil, c'est-à-dire la plus grande distance où la Lune puisse être de son nœud, pour qu'il y ait à peine

Les Termes écliptiques,

PLANCHE IV.
Fig. 4.

Eclipse, ou que la Pénombre effleure le disque vers les tems de la conjonction de la Lune au Soleil. Soit ROG le disque de la Terre, ΩTK la ligne qui représente la section commune du plan de l'Ecliptique & du plan du disque terrestre. Soit de même ΩN la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil projetée sur le disque : soit enfin TV la plus petite distance entre les centres de l'ombre & du disque, égale à la somme des demi-diamètres du disque & de la Pénombre. Dans le triangle ΩTV , on connoît le côté TV , qui dans le cas où il est le plus grand qu'il est possible, n'excede pas $94\frac{1}{2}$ minutes : d'ailleurs l'angle Ω est au moins de $5^{\circ} 30'$: c'est pourquoi l'on trouvera le côté ΩT de $986'$, c'est-à-dire de $16^{\circ} 26'$: or comme c'est alors que la Pénombre effleure le disque terrestre sans l'entamer, on est donc fondé à dire qu'il faut qu'au tems de la Nouvelle Lune sa distance au nœud soit tout au plus de $16^{\circ} 26'$ pour qu'il y ait Eclipse du Soleil.

PLANCHE IV.
Fig. 5.

Supposons, comme ci-devant, que le cercle RKG représente le disque de la Terre, ΩTK la partie de l'Ecliptique qui est projetée sur le plan du disque, Ωl la route apparente du centre de la Pénombre sur le plan du disque terrestre ; il est évident que TN sera la latitude de la Lune au moment de la conjonction, & TV la plus petite distance des centres de l'ombre & du disque. Soit donc le cercle OPQ la Pénombre qui s'avance successivement depuis le point D selon V & N jusqu'en l , & soit au milieu de la Pénombre le petit cercle qui représente la véritable ombre. Si l'on connoît le tems vrai de la conjonction de la Lune au Soleil, ou, ce qui est la même chose, le moment auquel le centre de la Pénombre doit arriver au point N , ce qui se peut déduire des Tables Astronomiques, l'on aura par conséquent le vrai moment auquel le centre de l'ombre arrivera au point V , c'est-à-dire l'heure du milieu de l'Eclipse. Car dans le Triangle rectangle

TVN on connoît la latitude de la Lune *TN* & l'angle *TNV* que le cercle de latitude forme avec la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil, on connoîtra donc le côté *VN* de même que le côté *TV*. Mais puisque le mouvement de la Lune au Soleil est donné par les Tables, on connoîtra par ce moyen le tems que le centre de l'ombre employe à parcourir l'espace *VN*. L'ajoutant donc ou le soustrayant, selon les différens cas, du tems de la conjonction, on en déduira par conséquent le tems du milieu de l'Eclipse. De plus dans le Triangle rectangle *DTV* on connoît *DT* qui est la somme des demi-diametres du disque & de la pénombre, on connoît aussi *TV* qui est la plus petite distance des centres & que l'on vient de déterminer ci-dessus; on pourra donc, comme ci-dessus, calculer la valeur de *DT'*, & par conséquent le tems que l'ombre doit employer à parcourir l'arc *DV*; ce qui donnera la demi-durée de l'Eclipse à l'égard du disque de la Terre. Connoissant ainsi le premier instant auquel la Pénombre doit commencer à entamer le disque terrestre, par une opération semblable l'on déterminera le tems auquel elle doit en sortir tout-à-fait.

Maniere de déterminer l'instant du milieu de l'Eclipse du Soleil.

Calcul de la demi-durée de l'Eclipse.

Maintenant étant donné le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique pour un tems déterminé, il sera facile de savoir quel est le point de la surface de la Terre qui pour lors a le Soleil au zénith, c'est-à-dire, où cet Astre doit paroître vertical, ou dans le point du Ciel le plus élevé: en un mot qui est à plomb au-dessus de ce lieu. Car sa latitude ou hauteur du Pole sera nécessairement égale à la distance du Soleil à l'Equateur, c'est-à-dire, à sa déclinaison, & cette déclinaison est déterminée dès que l'on connoît par le calcul le vrai lieu du Soleil. Quant à la longitude de ce lieu, il faut la conclurre relativement à celle du Méridien des Tables Astronomiques dont on se

Calcul du lieu de la Terre qui doit être à plomb au-dessus du Soleil à tel instant donné qu'on voudra.

fert. Il ne faut pour cela que convertir en degrés, à raison de quinze degrés pour chaque heure & de quinze minutes de degrés pour une minute d'heure, la différence du tems écoulé depuis midi. Par exemple, si l'on demande la longitude du lieu qui a le Soleil à son zénith lorsque nous comptons à Paris $9\frac{1}{2}$ heures du matin; il faut d'abord prendre la différence de $9^h 30'$ à 12^h qui est $2^h 30'$: or cet intervalle de tems répond à $37^\circ 30'$, à raison de 15° pour chaque heure; il s'en suit donc que la longitude du lieu que l'on cherche est de $37^\circ\frac{1}{2}$ à l'orient du Méridien de Paris.

De l'élevation du Pole sur le plan du disque.
 PLANCHE IV.
 Fig. 6.

Supposant encore, comme ci-dessus, que le cercle *FRK* représente le disque de la Terre, & que la ligne *FTK* soit la projection d'une partie de l'Ecliptique sur ce disque, si l'on y élève par le centre la perpendiculaire *TR*, elle représentera la projection de l'axe de l'Ecliptique dont le Pole sera au point *R*. Soit aussi le point *P* le Pole de la Terre projeté sur le plan de ce même disque, & imaginons que par les points *T* & *P* on fasse passer un cercle *TPS* qui fera en ce cas le Méridien que nous avons nommé ci-devant Méridien universel; il s'en suit que l'élevation du Pole sur le plan du disque sera toujours égale à la déclinaison du Soleil: car l'arc du cercle compris entre le Soleil & la circonférence du disque est ici de 90° , mais l'arc du même Méridien compris entre l'Equateur & le Pole étant aussi de 90° , si l'on ôte de ces deux Quarts-de-Cercle, qui sont égaux, la partie commune *TP*, il doit rester la distance du Soleil à l'Equateur égale à *PS*, qui sera l'élevation du Pole sur le plan du disque.

Il faut bien remarquer que quand le Soleil paroît en ♏, ♐, ♑, ♒, ♓, c'est-à-dire quand la Terre parcourt les six autres Signes opposés de l'Ecliptique, alors le point *S*, où le Méridien rencontre la circonférence du disque, tombe toujours à la droite du Pole de l'Eclipti-

que, * & qu'au contraire dans les six Signes oppofés ce point tombe à la gauche du même Pole. Cette projection des axes est renverfée à l'égard de celle que nous verrions fe faire dans l'orbe de la Lune fur un plan parallele à celui du difque de la Terre, ou fur le plan auquel la ligne qui joint les centres de la Terre & du Soleil, fe trouveroit perpendiculaire.

Pour connoître l'angle RTS où l'arc du difque RS compris entre le Pole de l'Ecliptique & le Méridien univerfel, dans le Triangle fphérique rectangle RSP , on connoît RP qui est la diftance du Pole de l'Ecliptique au Pole de l'Equateur, fçavoir $23^{\circ}\frac{1}{2}$. On connoît auffi le côté PS égal à la déclinaifon du Soleil. On aura donc par la Trigonométrie le côté RS ou bien l'angle RTS dont l'arc RS est la mefure. Enfin fi l'on prend fur TS dont la pofition vient d'être déterminée, la ligne TP égale au cofinus de la déclinaifon du Soleil, dans la fuppoſition que TS est le rayon, le point P déterminera le lieu où doit être projeté le Pole de l'Equateur.

Pofition du Méridien qui paffe par le Soleil.

Pour trouver préſentement le lieu de la Terre Q où la Pénombre commence à toucher le difque terreſtre, c'est-à-dire le lieu où le Soleil au moment de fon lever doit commencer à paroître éclipfé vers le haut de ſa circonférence, il faut tirer par le Pole, le Méridien PQ , c'est-à-dire qui paffe par le point Q où la Pénombre doit commencer à toucher le difque : car puiſque l'on connoît dans le Triangle rectangle & rectiligne DTV , les côtés DT, TV , on trouvera par conféquent la valeur de l'angle DTV ; enfuite ſelon les différens cas y ajoutant ou ſouſtrayant l'angle VTP , qui est la ſomme ou la diffé-

Détermination du lieu de la Terre où la Pénombre doit commencer à paroître.

* C'est-à-dire que l'œil placé dans le Soleil & confidérant le difque de la Terre lorsqu'elle est en α verroit l'axe BA à la droite de l'axe de l'Ecliptique; au lieu que la Fig. 18 de la Planche 1. nous le repréſenteroit vers la gauche, ou dans une ſituation contraire, ſi l'on ne faiſoit attention que le difque doit ſe préſenter ici à nos yeux, tel qu'il ſeroit vû du Soleil, c'est-à-dire par ſa partie éclairée & non pas par celle qui est dans l'ombre.

rence des angles connus VTN , NTP , l'on aura l'angle DTP que l'on cherche. C'est pourquoi dans le Triangle rectangle sphérique SPQ dont les côtés se trouvent sur la surface du Globe terrestre, puisque le côté SP est égal à la déclinaison du Soleil; & que l'arc SQ est mesuré par l'angle STQ qui vient d'être connu, on aura donc la valeur de l'arc PQ complément de la latitude du lieu Q que l'on cherche. On calculera de même l'angle SPQ , ou l'angle QPT qui est son supplément à deux droits, & qui mesure la différence des Méridiens entre le lieu Q & celui où le Soleil est vertical au moment donné: & comme ce dernier lieu a été déterminé ci-dessus, le point Q fera donc connu, puisque sa vraie longitude & latitude sont déterminées sur le Globe terrestre.

Maniere de déterminer la position du lieu où la véritable ombre commencera à paroître à un instant donné.

On se servira de la même méthode pour découvrir quel est le lieu de la Terre où l'ombre totale doit commencer à se répandre: enfin l'on observera à peu près les mêmes regles pour trouver le lieu de la Terre M qui doit entrer dans l'ombre à certain moment donné, soit avant ou après le milieu de l'Eclipse. Car puisque l'on suppose le tems donné ou l'heure connue, il est évident que par le moyen du mouvement horaire de la Lune au Soleil, on connoîtra la ligne droite MV , & par conséquent le point M du disque qui répond alors au centre de l'ombre. C'est pourquoi dans le Triangle rectangle VMT étant donné les côtés MV , VT , on aura la valeur du côté MT , comme aussi celle de l'angle MTV , à laquelle si l'on ajoute, ou bien si l'on en ôte, l'angle donné VTP , on pourra connoître ainsi la valeur de l'angle MTP : or MT est le sinus de l'arc d'un cercle vertical qui passeroit par le zénith du point M & par celui du lieu qui est à plomb au-dessous du Soleil, dans la supposition que le sinus total est le demi-diametre du disque. Si l'on fait donc comme le demi-diametre du disque est à MT , ainsi le sinus total

total à un quatrième terme : ce sera le sinus d'un arc qui répond à la distance du Soleil au zénith du point *M*. ainsi dans le Triangle sphérique *MPT* qui est sur la surface de la Terre, on connoît l'arc de la distance *PT* du Soleil au Pole, on connoît aussi l'arc dont *MT* est le sinus, qui est la distance du Soleil au zénith, & l'angle *MTP*; on aura donc l'arc *MP* qui est le complément de la latitude du lieu, & l'angle *MPT* qui sera la différence des Méridiens que l'on cherche entre le point *M* & le lieu de la Terre qui est à plomb au-dessous du Soleil : mais on a trouvé ci-dessus la différence des Méridiens entre le lieu de la Terre qui est à plomb au-dessous du Soleil & le lieu du Méridien des Tables sur lesquelles on calcule; l'on aura donc la vraie différence en longitude entre le Méridien des Tables & le lieu *M* dont il falloit déterminer la position. Enfin si on calcule de cette manière un grand nombre de points par où doit passer le centre de l'ombre, & que l'on fasse passer une ligne par tous ces points, ce sera la trace de l'ombre sur la surface de la Terre.

La quantité dont le Soleil doit paroître éclipsé pour un moment donné se peut connoître, si l'on a la vraie position du lieu que l'Observateur occupe pour lors à l'égard de la Pénombre, ou du moins si l'on a sa distance au centre de l'ombre. Soit *ASB* le diamètre du Soleil parallèle au diamètre *EF* de la Pénombre : si l'on tire la droite *MCB* qui touche la Lune & qui se termine à l'extrémité du diamètre du Soleil vers la droite, & la ligne *FCA* qui touche le Soleil vers l'autre extrémité du même diamètre à la gauche, on aura l'angle *ACB* égal au diamètre apparent du Soleil, & les Triangles *ACB*, *MCF* seront semblables. Soit donc un Observateur placé au point *G* de la Pénombre, de manière que le rayon tiré de son œil au Soleil soit représenté par la ligne droite *GCP*,

Manière de connoître la quantité du Soleil qui doit être éclipsé.
 PLANCHE IV.
 Fig. 7.

qui touche le globe de la Lune & qui se terminant au disque apparent de ce corps lumineux, détermine le point P qui sépare la partie visible d'avec la partie AP qui paroît éclipfée : il est clair que puisque la droite GP passe à très-peu-près par le sommet commun C de deux Triangles semblables & opposés, elle divisera leurs bases AB , MF , sensiblement dans un même rapport. On aura donc AP est à AB , comme GF est à MF ; c'est-à-dire que la partie éclipfée du Soleil, ou la quantité de l'Eclipse pour un moment donné sera au diametre apparent du Soleil, comme la distance du lieu de l'Observateur à la circonférence de la Pénombre est au demi-diametre de la Pénombre moins le demi-diametre de l'ombre.

La quantité de l'Eclipse mesurée en doigts ou douzièmes parties.

Les Astronomes divisent communément dans les Eclipfes le diametre du Soleil de même que celui de la Lune en douze parties égales qu'ils appellent doigts. Ils s'en servent pour mesurer la quantité de l'Eclipse, & c'est ainsi qu'ils ont coutume de dire que l'Eclipse est de tel ou de tel nombre de doigts, lorsqu'il s'en manque telle ou telle douzieme partie au diametre apparent tant de la Lune que du Soleil.

La situation d'un lieu sur le disque étant donnée pour un instant déterminé, on peut trouver au même instant la phase de l'Eclipse.

PLANCHE IV.

Fig. 8.

Si l'on a déterminé une fois la situation d'un lieu sur le disque de la Terre pour une certaine heure proposée & que l'on veuille connoître quelle sera pour lors la phase ou la quantité de l'Eclipse dans ce même lieu, voici de quelle maniere on y doit procéder. Soit le point S la situation donnée du lieu sur le disque terrestre, on trouvera d'abord pour le moment donné, la situation M du centre de la Pénombre, & cela dans la trace qu'elle doit décrire sur le disque. Ensuite posant la pointe du compas à ce centre & d'un intervalle égal au demi-diametre apparent de la Lune, on décrira le cercle AFL : enfin du centre S & de l'intervalle SB égal au demi-diametre du Soleil, on décrira le cercle EBF qui rencontrera le cer-

de *EFL* en *E* & *F*. Or l'espace *EBFA* compris entre ces deux cercles déterminera la quantité dont le Soleil doit paroître éclipsé à l'Observateur situé au point *S*. Car si l'on prolonge le demi-diametre *MA* de la Lune jusqu'à ce que *AD* qui passe par le centre *S* se trouve égale au demi-diametre du Soleil ou égale à *BS*, on aura la droite *MD* égale à la somme des demi-diametres apparens du Soleil & de la Lune, & partant égale au demi-diametre de la Pénombre: c'est pourquoi *SD* sera la distance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre. Mais puisque *BS* est égale à *AD*, il faut par conséquent que *AB* soit égale à *SD*. Ainsi faisant *AN* égale au demi-diametre apparent du Soleil, en sorte que *MN* représente la différence des demi-diametres du Soleil & de la Lune; il s'en suit que puisqu'on a démontré que *DS* est à *DN* comme la quantité de l'Eclipse est au diametre apparent du Soleil; l'on aura donc le même rapport entre *AB* & *DN*, *AB* étant égal à *DS*; & par conséquent il faut conclurre que si *DN* représente le diametre du Soleil, *AB* pourra représenter exactement la partie qui est éclipsée à l'instant proposé.

Ceci doit encore nous conduire à déterminer la position des pointes des cornes par rapport à la ligne verticale: car si l'on tire le cercle verticale *TSG*, les arcs *GE*, *GF*, représenteront la vraie distance des pointes des cornes à l'extrémité supérieure du diametre vertical du Soleil.

Enfin si l'on veut sçavoir avec quelle vitesse l'ombre de la Lune doit parcourir le disque de la Terre, il faut observer premierement que la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil, est continuellement projetée sur le disque en une ligne droite égale & parallele, & que par conséquent la vitesse du centre de l'ombre sur le disque, est égale à celle de la Lune sur la route qu'elle doit paroître

décrire à l'égard du Soleil. Or le mouvement apparent de la Lune à l'égard du Soleil est d'environ $30\frac{1}{2}$ par heure; & partant l'espace que le centre de la Pénombre parcourt à chaque heure sur le disque terrestre, est égal aux $30\frac{1}{2}$ du mouvement observé dans l'orbe de la Lune. D'ailleurs la moyenne distance de la Lune à la Terre, ou le demi-diamètre moyen de son orbe étant d'environ 60 demi-diamètres terrestres : il s'ensuit que 1' de l'orbite de la Lune répond à 60' de la surface de la Terre, c'est-à-dire à un degré d'un grand cercle, lequel selon nos mesures est de 25 lieues de France ou 69 milles d'Angleterre. D'où l'on tire à proportion un peu plus de 760 lieues ou 2104 milles d'Angleterre pour les $30\frac{1}{2}$ déterminées ci-dessus. Tel est l'espace que parcourt l'ombre sur le disque de la Terre à chaque heure. Mais quoique ce soit-là assez exactement la valeur de l'espace parcouru par l'ombre sur le disque terrestre, néanmoins il se trouve que cet espace est en effet plus petit, soit pour un lieu particulier soit pour telle ville que ce soit située sur la surface du disque : car pendant que l'ombre se meut de l'Occident vers l'Orient par son mouvement propre, tous les points du disque se meuvent sensiblement à cause de la rotation de la Terre autour de son axe d'Occident en Orient ; & quoique ce dernier mouvement soit beaucoup plus lent que l'autre, il doit néanmoins détruire un peu la vitesse de l'ombre.



CHAPITRE QUATORZIEME.

Où l'on expose la Méthode nouvelle de calculer les Eclipses du Soleil qui doivent être visibles pour un lieu donné.

APRE'S avoir traité d'une manière générale les principaux Phénomènes des Eclipses du Soleil, après avoir, dis-je, expliqué de quelle manière un Observateur placé dans la Lune pourroit parvenir à déterminer d'une manière universelle l'entrée ou la sortie du disque terrestre dans l'ombre, comme aussi le tems du milieu de l'Eclipse; il reste à considérer désormais les autres cas particuliers qui nous regardent. Car le commencement ou la fin d'une Eclipse telle qu'on vient de la déterminer au Chapitre précédent ne peuvent convenir qu'à ceux qui se trouvent alors vers les bords ou vers la circonférence du disque apparent de la Terre; encore faut-il qu'ils se trouvent peu éloignés de la trace que décrit l'ombre sur le disque. Il n'y a donc qu'un très-petit nombre d'habitans qui pourroient observer les phases telles que nous les avons déjà déterminées; car quant aux autres régions situées vers l'intérieur du disque, on n'y sçauroit encore voir l'Eclipse, quoique déjà commencée ailleurs, & cela parce qu'il se passe un intervalle de tems assez considérable avant que la Pénombre y puisse parvenir. En effet le commencement de l'Eclipse pour chaque lieu particulier doit se faire, lorsque la Pénombre vient à le rencontrer, de même que la fin n'y sçauroit être apperçue qu'après que la Pénombre a traversé ce lieu, c'est-à-dire au moment qu'elle en sort. Il est donc évident que selon les diverses situations des lieux sur le disque, la durée de l'E-

Le commencement ou la fin d'une Eclipsé calculée suivant la méthode générale ne sçauroit gueres être observé que d'un très-petit nombre d'habitans situés aux extrémités du disque apparent de la Terre.

Les tems qui doivent désigner le com-

mencement, la fin & la durée d'une Eclipsé, sont différens selon les diverses régions situées sur le disque terrestre.

clipsé sera plus ou moins grande, & qu'il en sera de même de la quantité dont le Soleil paroîtra éclipsé, puisque la grandeur apparente des phases dépend absolument de la distance du lieu à la trace de l'ombre sur le disque terrestre.

C'est pourquoi si l'on veut déterminer les phases d'une Eclipsé pour un lieu particulier, on y pourra employer la Méthode nouvelle qui est exempte de ces calculs si compliqués & si pénibles, où l'on fait entrer les Parallaxes & dont on faisoit autrefois tant d'usage, sur-tout avant que d'avoir imaginé cette nouvelle voie plus abrégée. Je suppose donc que le demi-cercle *AEB* représente la moitié du disque terrestre qui est éclairé du Soleil, *E* le Pole de l'Ecliptique, *P* celui de l'Equateur, qu'on nomme autrement le Pole de la Terre. Il a été dit ci-devant que chaque point de la surface est emporté d'un instant à l'autre par le mouvement diurne, & qu'ainsi chaque point décrit en un jour un cercle parallèle à l'Equateur. On a expliqué de plus comment tous les parallèles, hors les tems des Equinoxes, sont inclinés à l'égard du plan du disque : or il suit de là que leur projection étant des ellipses, elles représenteront la trace que chaque lieu paroîtra décrire, vu de la Lune, sur le plan du disque terrestre. Soit donc *F XII D* une portion d'ellipse qui représente le parallèle d'un lieu donné, & sur la circonférence de laquelle sont déjà projetés les cercles horaires, ou du moins les points où ces cercles horaires rencontrent le parallèle. Je suppose aussi que ces points soient *VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V, VI*, & que le lieu proposé soit à six heures du matin au point *VI*; à 7^h en *VII*, à 8^h en *VIII*, à 9^h en *IX*, & ainsi de suite.

Soit enfin *CT* une partie de la trace du centre de la Pénombre, laquelle se trouve, par exemple, à deux heures

PLANCHE IV.
Fig. 9.

Projection de tous les parallèles à l'Equateur en autant d'ellipses sur le disque terrestre.

au point 2, à trois heures en 3, à quatre heures en 4, & ainsi de suite : il est donc évident qu'à deux heures le lieu donné sur le disque se trouvera au point *II* de son parallèle, & partant que sa distance au centre de l'ombre sera 2*II*. Si l'on veut rapporter cette distance à la trace que décrivent l'ombre ou la Pénombre, on abaissera du point *II* la perpendiculaire *II L*, & la distance du lieu donné au centre de l'ombre considérée de cette manière, sera 2 *L* ; de sorte que le point *L* fera le point correspondant du lieu donné réduit à la trace de l'ombre sur le disque. Mais à trois heures le centre de l'ombre s'étant avancé au point 3, & le lieu du parallèle jusqu'au point *III*, leur distance sera 3 *III*, elle sera donc plus petite que n'étoit la précédente. A quatre heures le centre de l'ombre étant au point 4, & le lieu donné au point *IV* sur son parallèle, l'ombre se trouvera encore plus près du lieu donné qu'auparavant, & même il s'en faut alors bien peu que l'Eclipse ne commence ; ou, ce qui est la même chose, que la circonférence de la Pénombre ne rencontre le lieu donné sur le disque. A 5 heures le centre de l'ombre étant au point 5, & le lieu donné s'étant avancé au point *V* de son parallèle, ce lieu sera pour lors plongé plus avant dans la Pénombre ; c'est-à-dire, qu'il sera encore plus près du centre de l'ombre que dans les trois cas précédens. Mais enfin à six heures, le centre de l'ombre s'étant avancé jusqu'en 6, c'est-à-dire, un peu plus à l'Orient que n'est le lieu donné, qui pour lors occupe le point *VI* de son parallèle, le centre de l'ombre aura donc passé au-delà du lieu donné, de sorte que l'instant auquel l'on aura remarqué la plus petite distance entre le centre de l'ombre & le lieu donné, seroit arrivé entre cinq ou six heures du soir ; car après cet instant la distance du lieu au centre de l'ombre doit devenir plus grande, jusqu'à ce qu'enfin la circonférence de la Pénombre venant à s'avancer sur le lieu

La position
du lieu réduite
à la trace de
l'ombre.

donné & à le quitter, on y observe dans ce moment la véritable fin de l'Eclipse. Or il est tems que nous donnions ici la méthode de déterminer dans ces cas particuliers le commencement, le milieu, la fin & les autres phases des Eclipses; mais il est nécessaire avant toutes choses de résoudre les deux Problemes suivans.

P R O B L E M E I.

Trouver sur le Disque de la Terre la situation d'un lieu quelconque, pour tel moment donné que l'on voudra.

Recherche du lieu que doit occuper une ville, ou un point quelconque sur le disque, dans un tems donné.

PLANCHE IV.

Fig. 10.
Voyez aussi
la Fig. B.

Soit AEB le demi-cercle qui représente la moitié du disque terrestre exposé directement au Soleil, AB une partie de l'Ecliptique projetée sur le disque, & dont l'axe est SE , E le Pole de l'Ecliptique, SP la ligne droite qui représente la projection de l'axe de la Terre, & par conséquent P la projection du Pole du Monde. On fera comme le sinus total est au sinus de la latitude du lieu, ainsi SP est à SH , & le point H^* fera la projection du centre du parallèle à l'Equateur, dont la circonférence doit passer par le lieu proposé. Pour trouver ce lieu on élèvera par le point H perpendiculairement à SP , la droite HG égale au demi-diamètre du parallèle ou au sinus de la distance au Pole du lieu donné: cette ligne fera la moitié du grand axe de l'ellipse qui doit représenter la projection du parallèle du lieu. Maintenant ** si l'on fait comme le sinus total

* Dans la Fig. A (Planche IV.) si l'on prend PS , Sh ou SE pour sinus total, la ligne hs ou son égale HS fera le sinus de la latitude mesurée par l'arc du Méridien hE .

** Selon ce qui a été démontré ci-dessus page 214 le sinus total est au cosinus de l'inclinaison du parallèle, qui est la même chose que le sinus de l'élévation du Pole sur le plan du disque, comme GH est à HL . De plus, il est évident, si l'on fait attention aux termes de la 3^e analogie, que si HG est le demi-diamètre du parallèle du lieu projeté sur le plan du disque; c'est-à-dire, que si HG est le sinus d'un arc de 90° , ou de l'arc de 6 heures (qui est le quart de la circonférence du parallèle), il doit s'ensuivre que HQ fera le sinus de l'angle du Cercle horaire & du Méridien. Ayant donc ainsi déterminé sur le diamètre du parallèle le point Q où tomberoit la perpendiculaire abaissée du lieu proposé, il ne s'agit plus que de découvrir sur le plan de projection le point R , ou la distance RQ , à l'égard de ce lieu.

est

est au sinus de l'élevation du Pole sur le plan du disque, ainsi GH est à HL , la ligne HL fera la moitié du petit axe de l'ellipse, qu'on pourra par conséquent décrire si l'on veut. Prenant donc sur GH la ligne HQ qui ait un même rapport à GH que celui du sinus de l'angle du Cercle horaire & du Méridien au sinus total, on élèvera par le point Q la perpendiculaire QR sur la ligne HG , & l'on fera ensuite comme le sinus total est au cosinus de l'angle que fait le Cercle horaire avec le Méridien, ainsi GH à un quatrieme Terme. On nommera D ce quatrieme Terme, & faisant enfin comme le sinus total est au sinus de l'élevation du Pole sur le plan du disque, ainsi la quantité D est à une autre : cette derniere quantité détermermera QR , & le point R fera sur le disque la situation du lieu qu'il s'agissoit de trouver pour le tems proposé.

Autrement, en ne se servant que du Cercle horaire.

Soit AOB la moitié du disque de la Terre éclairé du Soleil, P le Pole du Monde, SP le Méridien, qu'on a appelé universel, pour le distinguer des cercles horaires, & qui prolongé, rencontre au point G la circonférence du disque, FPO la situation du cercle horaire pour un moment donné quelconque. Dans le Triangle sphérique rectangle PGO , on a PG qui est la hauteur du Pole sur le plan du disque, & l'angle GPO que fait le Cercle ho-

PLANCHE IV.
Fig. II.

Pour cet effet, soit pris sur HL prolongée, Hg égale à HG , & du point H comme centre soit décrit l'arc de cercle Gr , lequel vaut un quart de la circonférence, puisque l'angle GHg est droit. Soit encore élevé au point Q la perpendiculaire QRr , laquelle rencontre le cercle au point r & l'arc de l'ellipse, qui représente le parallele du lieu donné, au point R . On voit d'abord que puisque HQ est le sinus de l'angle compris entre le Cercle horaire & le Méridien, Qr en sera le cosinus ; la ligne Qr sera donc le quatrieme terme, de l'avant dernière analogie, qu'on a nommé D : mais par la propriété si connue de l'ellipse, on a $gH : HL :: Qr : QR$, ou bien $GH : HL :: Qr$ ou $D : QR$. Or les deux premiers termes de cette proportion, ou les deux demi-axes de l'ellipse, sont entr'eux (selon la seconde analogie) comme le sinus total est au sinus de l'élevation du Pole sur le disque ; il est donc vrai de dire que les lignes D ou Qr & QR seront dans le même rapport ; & partant, que le point R fera la situation du lieu qu'on s'est proposé de déterminer sur le plan du disque.

Voyez la fig. C de la Planche IV.

PLANCHE IV.
Fig. 11.

raire avec le Méridien ; l'on aura donc l'angle GOP qui fera l'inclinaison du Cercle horaire sur le plan du disque, comme aussi les deux arcs PO , GO , & partant on connoitra le lieu du point O où le cercle horaire coupe la circonférence du disque. Maintenant si l'on tire la droite SO , elle représentera la commune section des plans du cercle horaire & du disque terrestre. Soit donc FP la distance du lieu donné au Pole, ou le complément de la latitude du lieu : si l'on prend SO pour rayon, SQ fera le sinus d'un arc, dont le complément est FO , égal à la somme des deux arcs donnés FP & PO . Si l'on suppose aussi que D^* est égal au cosinus de l'arc dont le sinus est SQ , on pourra élever à ce point Q la perpendiculaire QR sur OS , enforte qu'elle soit à D comme le cosinus de l'angle d'inclinaison du cercle horaire sur le plan du disque est au Rayon & le point R sera le lieu, dont on demande la position sur le disque au tems proposé. De la même maniere on trouvera pour tout autre instant d'autres positions du lieu sur le disque, lesquels se rencontreront tous dans la circonférence d'une ellipse, qui sera la vraie projection du Parallele. La démonstration de ces méthodes est fondée sur les loix de la Projection Orthographique.

P R O B L E M E I I.

Trouver au tems d'une Eclipsé du Soleil la situation du centre de la Pénombre sur le Disque pour un moment donné quelconque.

PLANCHE IV.
Fig. 9.

Soit comme ci-dessus AEB la moitié du disque de la Terre éclairé du Soleil, SE l'axe de l'Ecliptique, CL la trace du centre de la Pénombre décrite sur le plan

* La propriété générale de l'ellipse donne encore D est à QR comme la moitié du grand Axe SO est à la moitié du petit Axe, de l'ellipse prolongée OPF ; mais il est ** évident que les deux demi-Axes sont entr'eux comme le sinus total est au cosinus de l'angle d'inclinaison du Cercle horaire sur le plan. Donc, &c.

** Voyez ce qui a été démontré page 214.

du disque, & qui rencontre l'axe de l'Ecliptique au point *N*: il est évident que lorsque le centre de la Pénombre est en *N*, on doit alors observer le vrai moment de la conjonction de la Lune & du Soleil: or comme ce tems est donné par les Tables Astronomiques aussi-bien que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, on fera comme la Parallaxe horifontale, est au mouvement horaire de la Lune à l'égard du Soleil, ainsi le demi-diametre du disque, à un quatrieme terme qui sera *M*, & cette ligne *M* fera l'espace que le centre de l'ombre doit parcourir sur le disque en une heure. On fera aussi comme l'intervalle qui répond à une heure, est à l'intervalle de tems qui s'écoule entre le moment véritable de la conjonction & celui pour lequel on cherche la situation du centre de l'ombre sur le disque, ainsi la ligne *M* trouvée ci-dessus, est à une autre. Ce quatrieme terme fera connoître, pour l'instant proposé, la distance du centre de la Pénombre (mesurée sur la trace qu'elle parcourt) au point *N* de la vraie conjonction. De cette maniere la position du centre de l'ombre sera toujours facile à déterminer pour un tems donné. Supposons que le tems proposé précède immédiatement la vraie conjonction & soit, par exemple, quatre heures du soir: on fera, comme l'intervalle d'une heure est à l'intervalle de tems écoulé entre quatre heures du soir & le moment de la vraie conjonction, ainsi la quantité *M* est à un quatrieme terme *N* 4, & le point 4 sera le vrai lieu du centre de l'ombre sur le disque à quatre heures du soir. Il faut prendre maintenant les lignes ou intervalles 4-3, 3-2 & 4-5, 5-6, chacune égales à la ligne *M*, & l'on déterminera ainsi les points 2, 3, 4, 5, 6, qui désignent le lieu qu'occupera le centre de la Pénombre aux heures qui s'y rapportent.

Présentement que nous avons construit les deux Pro-
G g ij

Calcul du commencement de l'Eclipsé pour un lieu déterminé.

PLANCHE IV.
Fig. 12.

blesmes précédens, soit AEB la moitié du disque terrestre, CT la trace de l'ombre sur le plan du disque & qui rencontre l'axe de l'Ecliptique au point N , c'est-à-dire, dans le lieu que doit occuper l'ombre au moment de la vraie conjonction de la Lune & du Soleil. Supposant d'ailleurs que le tems donné qui précède celui de la conjonction, soit deux heures du soir & que l'on ait marqué sur la trace de l'ombre tous les lieux où son centre doit se trouver à 1, 2, 3, 4, & 5 heures, comme aussi la situation du lieu donné sur son parallèle aux mêmes heures I , II , III , IV , & V : il est évident qu'à une heure la distance de l'ombre à l'égard du lieu proposé fera 11: c'est pourquoi si l'on applique cette distance sur une échelle de parties égales pour connoître sa valeur en nombres, & que l'on en ôte le demi-diametre de la Pénombre, l'on aura par le moyen de la même échelle la distance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre: de même si l'on prend encore à deux heures la distance du lieu donné, qui pour lors est en II , à la circonférence de la Pénombre, la différence de ces deux distances (car on suppose, par exemple, que dans ces deux cas la Pénombre est plus occidentale que le lieu donné) sera le progrès apparent ou le mouvement horaire de la Pénombre à l'égard du lieu proposé. On fera donc comme le mouvement horaire de la Pénombre qu'on vient de trouver est à la distance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre à deux heures, ainsi une heure ou 60 minutes à un quatrieme Terme: ce quatrieme Terme fera ce qu'il faut ajouter au tems donné, sçavoir à deux heures du soir, pour avoir le vrai tems auquel la circonférence de la Pénombre rencontrera le lieu proposé; ce qui donnera par conséquent le commencement de l'Eclipsé.

Calcul de l'instant auquel arrive la

Si l'on abbaïsse présentement du lieu proposé II la perpendiculaire IIa sur la trace de l'ombre, il est clair que

quand le centre de l'ombre fera parvenu au point 2 , la distance Réduite du lieu donné au centre de l'ombre sera $2a$: semblablement à trois heures du soir le lieu proposé s'étant avancé jusqu'en *III*, & ayant abbaissé une autre perpendiculaire *III b* sur la trace de l'ombre , la distance réduite du lieu donné au centre de l'ombre sera $3b$. Or il est clair que la différence de ces deux distances réduites, donne le mouvement horaire de l'ombre à l'égard du lieu Réduit , & que cette différence se peut connoître par le moyen de l'échelle. On fera donc comme le mouvement horaire de l'ombre à l'égard du lieu réduit, est à la distance de ce lieu au centre de l'ombre à 3 heures du soir , ainsi une heure ou 60 minutes à un quatrieme Terme ; ce dernier Terme donnera le tems qu'il faut ajouter à trois heures pour avoir le milieu de l'Éclipse, ou le tems qui doit répondre à très-peu-près au moment de la plus grande obscurité.

plus grande
quantité de
l'Éclipse.

Maintenant je suppose qu'à Quatre heures le centre de l'ombre se soit avancé jusqu'en 4 & le lieu proposé jusqu'au point *IV* de son parallele: mesurant cette distance sur une échelle, & prenant sa différence au demi-diametre de la Pénombre, puisque dans le cas présent, c'est cette distance qui se trouve la plus petite, l'on aura la distance du lieu donné au bord occidental de la Pénombre; ce qui fera connoître la quantité dont ce bord est plus à l'occident que le lieu proposé. Ensuite à cinq heures l'ombre s'étant avancée jusqu'en 5 & le lieu donné jusqu'en *V*, leurs distances $5V$ est alors plus grande que le demi-diametre de la Pénombre, & le bord occidental de la Pénombre se trouve plus vers l'Orient que le lieu donné. C'est pourquoi la Pénombre aura passé au-delà de ce lieu, & l'on aura dû y appercevoir la fin de l'Éclipse. Donc si de la distance $5V$ on ôte le demi-diametre de la Pénombre, le reste sera la distance occidentale du bord de la Pénombre au lieu

Calcul de
l'heure à la-
quelle doit ar-
river la fin de
l'Éclipse.

donné. Or puisque dans le premier cas ce bord étoit plus occidental que le lieu, & que dans l'autre il est plus oriental, la somme des deux distances qu'on vient de trouver, fera le mouvement relatif de l'ombre par rapport au lieu proposé dans l'espace d'une heure ou 60 minutes. On fera donc, comme cette même somme est à la distance du bord occidental de la Pénombre au lieu proposé à 4 heures du soir, ainsi l'intervalle de tems qui répond à une heure ou 60 minutes, est à un quatrième Terme : ce quatrième Terme étant ajouté à quatre heures du soir, donnera le vrai moment auquel le bord occidental de la Pénombre doit quitter le lieu proposé, c'est-à-dire, l'heure de la fin de l'Eclipse.

Autre détermination encore plus exacte.

Si l'on proposoit de déterminer le commencement, la fin, & les autres phases de l'Eclipse avec une plus grande précision, alors au lieu des deux heures que l'on a choisies, par exemple, avant la conjonction, on pourroit prendre des intervalles encore plus petits, comme d'une demi-heure ou d'un quart-d'heure &c immédiatement avant la conjonction; & dans ce cas il faudroit déterminer le mouvement de l'ombre relativement au lieu proposé dans l'espace d'une demi-heure ou d'un quart-d'heure, &c. Car ce mouvement n'étant pas égal ni uniforme, moins il s'écoulera de tems dans les intervalles que l'on a choisis pour ce calcul, moins il y aura d'erreur sensible, parce que l'erreur ne sçauroit gueres influer qu'à proportion du tems qui s'écoule, sur-tout si ce mouvement relatif croît ou diminue suivant une assez grande progression.

Car il est bien certain que le mouvement de l'ombre sur la trace qu'elle décrit n'est pas tout-à-fait uniforme : mais du moins pourroit-on, sans commettre une erreur bien considérable, le supposer tel dans un aussi petit intervalle de tems qu'est celui des Eclipses. Il n'en est pas de même à l'égard du lieu proposé sur le disque de la Terre : son

mouvement est fort rallenti proche des bords & très-rapide vers le milieu du disque. Or l'on vient de supposer dans le calcul précédent que le mouvement relatif de l'ombre à l'égard du lieu étoit constamment égal & uniforme, & que le milieu de l'Eclipse ou la plus grande proximité du centre de l'ombre & du lieu proposé, arriveroit quand la ligne qui les joint tombe perpendiculairement sur la trace que décrit l'ombre. Mais parce que ni l'une ni l'autre de ces deux suppositions n'est exactement vraie, il en doit résulter quelque erreur dont il faut tenir compte : voici donc de quelle maniere on peut découvrir cette erreur & en faire la correction dans tous les cas où l'on le jugera nécessaire. On calculera d'abord le vrai lieu du centre de l'ombre pour le moment auquel l'Eclipse commence, & qu'on suppose déjà déterminé par la premiere Méthode. On cherchera aussi pour le même instant la situation du lieu proposé sur le disque. Ensuite on décrira du centre de l'ombre le cercle où se termine la Pénombre ; & si la circonférence de ce cercle passe par le lieu proposé, alors le vrai commencement de l'Eclipse sera précisément le même que par le premier calcul. Mais s'il y a quelque différence notable, on prendra en ce cas la distance du lieu donné à la circonférence de la Pénombre. Ensuite on fera une regle de proportion comme ci-dessus, en y employant le mouvement relatif de l'ombre à l'égard du lieu qui répond à un petit intervalle de tems tel qu'une demi-heure, par exemple, & l'on aura par ce moyen le véritable commencement de l'Eclipse. Semblablement on corrigera l'erreur, s'il y en a, qui s'est glissée dans la premiere recherche que l'on aura faite du moment auquel arrive la fin de l'Eclipse. Au reste par cette nouvelle Méthode de calculer les Eclipses de Soleil, on peut déterminer au moins aussi exactement les phases que par la Méthode des Anciens,

Moyens de
corriger les
grandes er-
reurs presqu'
inévitables
dans la pre-
miere forme
de calcul.

où le calcul se faisoit en y employant les Parallaxes. Car on suppose même dans l'ancienne Méthode que le mouvement apparent de la Lune est égal & uniforme pendant un certain intervalle de tems, ce qui n'est pas plus exact que de supposer sur le disque un mouvement uniforme de la part du lieu proposé. En effet le mouvement apparent de la Lune n'est-il pas sujet à diverses inégalités causées par la Parallaxe, laquelle augmente ou diminue, comme l'on sçait, presque à chaque instant ?

La plus grande quantité de l'Eclipse déterminée.

Si après avoir déterminé le lieu de l'ombre pour le tems qui répond au milieu de l'Eclipse, on décrit de ce point comme centre un cercle dont le diametre soit égal au diametre de la Lune; & de même, que du lieu proposé comme centre, on décrive encore un autre cercle qui ait un diametre égal à celui du Soleil, l'espace compris entre les deux interfections de ces cercles déterminera la plus grande quantité de l'Eclipse.

Mais parce que cette Méthode de mesurer les lignes & les distances par le moyen d'une échelle ne paroîtra peut-être pas suffisante à ceux qui voudroient parvenir à une bien plus grande précision, on peut y suppléer en employant au lieu du compas & de l'échelle, le calcul trigonométrique, & conservant néanmoins les mêmes principes que ci-dessus. On y procédera suivant la maniere que nous allons enseigner.

Maniere de calculer trigonométriquement les distances entre l'ombre & le lieu donné.
PLANCHE V.

Fig. I.

Soit, comme ci-devant, AEB la moitié du disque de la Terre, P le Pole de l'Equateur, CNT la route ou la trace du centre de l'ombre sur le disque: le point z la place de l'ombre pour un tems donné, & au même instant II un lieu quelconque sous un parallele proposé. Soit aussi SE l'axe de l'Ecliptique qui coupe la trace de l'ombre au point N , il est certain que SN fera la latitude de la Lune au tems de la vraie conjonction. C'est pourquoi si du centre de l'ombre & du lieu proposé, on tire au centre du disque

disque les lignes droites $2S, IIS$, & qu'on joigne aussi par une ligne droite les points $2, II$, dans le Triangle rectiligne $2NS$, on connoît NS qui est la latitude de la Lune, & $2N$ qui est la distance mesurée (sur sa propre route) du centre de l'ombre au point de la conjonction: de plus l'angle $2NS$ est l'inclinaison de la route ou de la trace apparente de la Lune avec le cercle de latitude. On aura donc par la Trigonométrie le côté $2S$ aussi-bien que l'angle $2SN$. Ensuite dans le Triangle sphérique $PSII$ on connoît PS qui est le complément de la déclinaison du Soleil, & PII qui est le complément de la latitude du lieu, on connoît encore $SPII$ qui est l'angle du cercle horaire & du Méridien. On aura donc l'arc SII , qui est la distance du Soleil au zénith, dont le sinus sera égal à la distance SII , en prenant SE pour rayon. Il est encore aisé de concevoir que la résolution du même Triangle fera connoître l'angle $PSII$, lequel ajouté ou retranché de l'angle connu PSE , fera connoître l'angle $NSII$: or ce dernier étant ajouté à l'angle $2SN$ dont on a trouvé la valeur ci-dessus, la somme fera l'angle total $2SII$. Enfin dans le Triangle rectiligne $2SII$ on a $2S, IIS$, & l'angle compris $2SII$, on trouvera donc par la Trigonométrie rectiligne la distance $2II$ que l'on cherchoit. On voit d'ailleurs que pour calculer par cette Méthode, il n'est pas nécessaire de connoître d'abord la situation de l'ombre ni du lieu donné à l'égard du disque, puisqu'on y pourroit parvenir uniquement par le calcul.

Ceci nous fournit encore une autre Méthode de trouver la situation d'un lieu sur le disque pour un tems donné quelconque, puisqu'en résolvant le Triangle $PSII$, on connoitra l'angle $PSII$ & la distance SII .

Les Eclipses du Soleil ne sont pas moins propres que les Eclipses de Lune à faire découvrir les longitudes sur terre. Il suffit pour cette recherche qu'on ait observé dans

Les Eclipses du Soleil servent encore à déterminer les longitudes sur Terre.

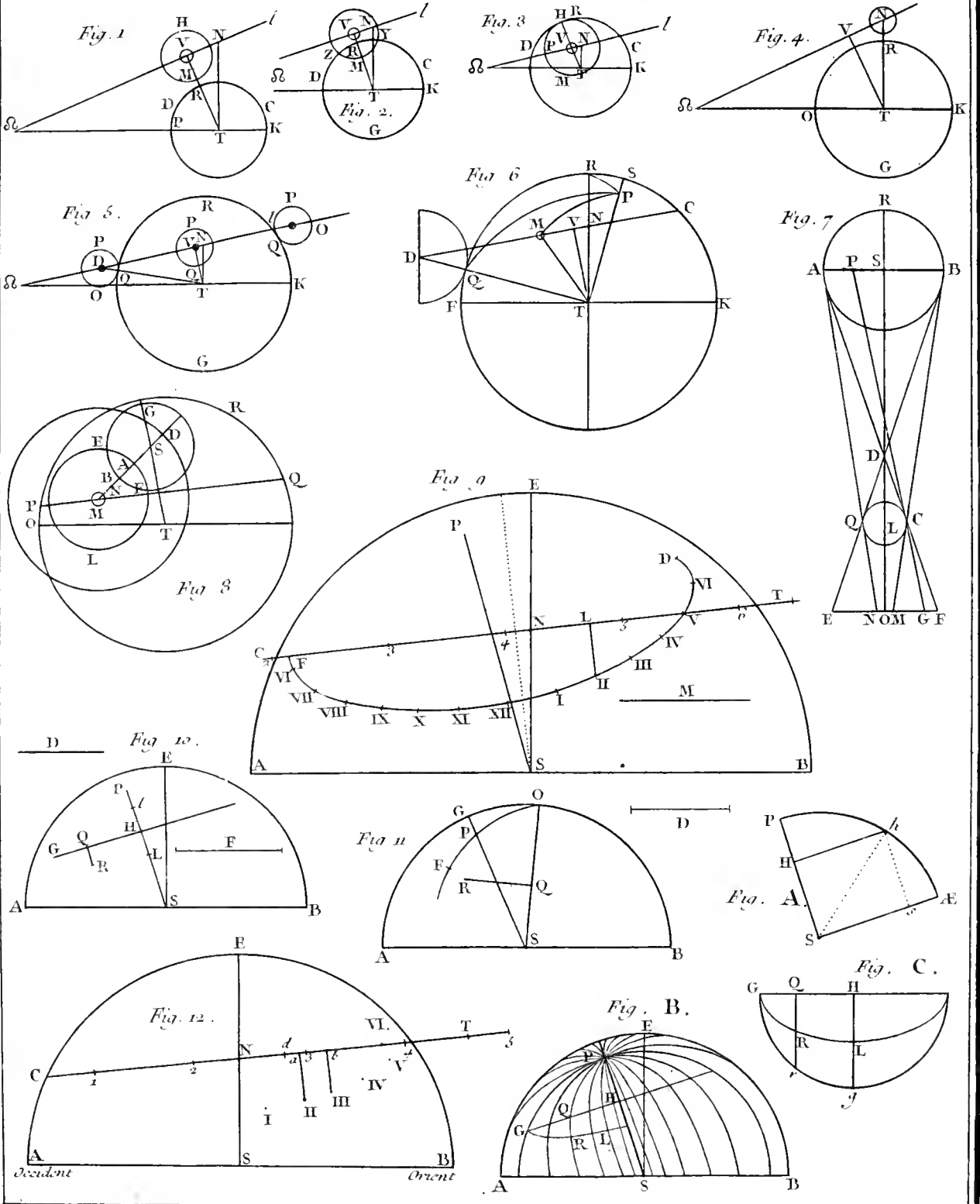


PLANCHE IV.
Fig. 12.

chaque lieu dont on cherche la longitude, le commencement ou la fin d'une même Eclipsé. Je suppose, par exemple, qu'à 5 heures du soir on ait observé l'une de ces deux phases : il faudra décrire du point V qu'occupe en ce moment le lieu donné sur le disque, & d'un intervalle égal au demi-diamètre de la Pénombre, deux arcs de cercles qui coupent de part & d'autre la trace que l'ombre décrit sur le disque. Soit donc l'un des points où se fait la section en d : ce sera le lieu qu'occupe le centre de l'ombre au commencement ou à la fin de l'Eclipsé observée : c'est pourquoi l'on mesurera par le moyen de l'échelle la distance Nd , qui étant connue par ce moyen aussi-bien que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, l'on aura par conséquent le tems vrai de la conjonction relativement au Méridien du lieu. Ensuite si dans tout autre lieu quelconque on a observé le commencement ou la fin de l'Eclipsé, on aura de la même manière le vrai moment de conjonction relativement au Méridien de ce lieu : or la différence de ces deux tems réduite en parties de l'Equateur, donnera la différence en longitude que l'on cherche entre les deux lieux proposés.

Dans la pratique ordinaire il est à propos de donner au moins dix pouces au demi-diamètre du disque, & ce nombre est d'autant plus commode qu'on peut avoir une échelle de cette longueur divisée en mille parties par des transversales. Ce dernier nombre peut être aussi pris pour celui qui répond au rayon des Tables, en sorte que la latitude de la Lune & toutes les autres lignes dont on veut connoître les dimensions seront exprimées relativement aux mêmes parties. Car si l'on fait, par exemple, comme la Parallaxe horizontale de la Lune réduite en secondes, est à la latitude de la Lune, ainsi 1 000 est à un quatrième Terme ; & qu'on prenne sur l'échelle l'intervalle SN égal à ce quatrième Terme connu, cette ligne représentera la

latitude de la Lune sur le disque, & observant la même règle dans la recherche des autres lignes, on en déterminera la vraie longueur relativement au demi-diamètre du disque.

Nous avons enfin expliqué assez au long la nouvelle Méthode de déterminer pour un lieu donné quelconque, le commencement, la fin & les autres phases des Eclipses du Soleil. Nous y sommes parvenus sans avoir besoin de ces calculs si pénibles & si embarrassans où l'on fait entrer les Parallaxes, pour en déduire le lieu apparent de la Lune dans le Ciel à l'égard d'un lieu proposé, ou qui servent à trouver pour chaque instant le lieu visible de cet Astre. Or quoique plusieurs Astronomes se servent encore de l'ancienne Méthode, il semble néanmoins qu'indépendamment de diverses autres considérations, ils sont toujours comme obligés de reconnoître que cette dernière est beaucoup plus facile & pour le moins aussi exacte que celle qu'ils ont employé jusqu'à ce jour. Effectivement en se servant de l'ancienne Méthode, il est certain que les différentes situations de l'Ecliptique qui varie à chaque instant à l'égard de l'horison, produisent dans les mouvemens apparens de la Lune considérés tant en longitude qu'en latitude, une inégalité assez considérable, eu égard à son vrai mouvement; de plus les Parallaxes de la Lune changent, comme l'on sçait, à mesure que cet Astre s'élève ou s'abaisse sur l'horison, de sorte que si l'on n'y fait attention presque à chaque instant, on risque de tomber dans des erreurs assez considérables.

Mais si l'on veut essayer néanmoins de pratiquer l'ancienne Méthode de calculer les Eclipses par les Parallaxes, puisqu'elle est même encore en usage parmi les Astronomes, nous allons tâcher de l'expliquer le plus succinctement qu'il sera possible. Pour cet effet nous supposons d'abord que l'on se soit mis un peu au fait des différentes especes de Parallaxes; ce que l'on apprendra, si l'on

veut plus en détail, soit en lisant ce qui en a été dit dans presque tous les Livres d'Astronomie, soit dans le Traité particulier que nous donnerons au vingt-deuxième Chapitre de cet Ouvrage. Or quand on sçait une fois distinguer ces Parallaxes, il ne reste pas grande difficulté pour bien entendre les principes sur lesquels est fondée l'ancienne Méthode de calculer les Eclipses.

La conjonction véritable de la Lune au Soleil diffère souvent très-sensiblement de la conjonction apparente.

PLANCHE V.
Fig. 2.

Il faut déterminer en premier lieu en se servant des Tables Astronomiques, la conjonction apparente & la trace visible de la Lune dans le Ciel; car il y a presque toujours une différence considérable entre la vraie conjonction & la conjonction apparente: elles peuvent se faire à notre égard dans des tems bien différens. Si l'on veut sçavoir la raison pourquoi ces deux conjonctions diffèrent entre elles, c'est que le lieu de la Lune que nous observons dans le Ciel n'est presque jamais le même que son lieu vrai, ou que le lieu de la Lune vu du centre de la Terre. Nous rendrons peut-être ceci encore plus évident par la figure suivante. Soit un demi-cercle CAB qui représente l'hémisphère terrestre, T le centre de la Terre, d'où tirant une ligne droite TL au centre de la Lune L , cette même ligne prolongée parvienne au centre du Soleil & se termine en S . Puisque dans ce moment les centres du Soleil & de la Lune sont vus du centre de la Terre, dans une même ligne droite; l'œil qui seroit placé à ce centre doit les rapporter au même point du Ciel, & appercevoir ainsi l'instant de leur vraie conjonction. Mais un autre Observateur qui se trouveroit dans le même-tems au point A de la surface de la Terre, rapportera les centres du Soleil & de la Lune à différens points du Ciel: leur distance apparente dans le Ciel sera l'arc SE qui en est à peu près la mesure. Or le point S du Ciel où va se terminer la droite TL qui passe par les centres de la Lune & du Soleil, se nomme le véritable lieu de la Lune, au lieu que le point

E du Ciel où va se terminer la droite *AL* qui passe par les points *A* & *L*, se nomme le lieu apparent de la Lune. Ainsi ces deux points *S* & *E* sont comme l'on voit très-différens, & l'arc *SE* qui en mesure la distance, ou ce qui est la même chose, qui donne la différence entre le lieu vrai & le lieu apparent de la Lune, est ce que l'on nomme la Parallaxe. D'ailleurs en comparaison de la distance presque immense du Ciel étoilé où ces lignes se terminent, l'intervalle *TL* qui est compris entre les centres de la Lune & la Terre, se réduit à rien, ou du moins ne sçauroit être plus sensible, & partant l'arc *SE* sera précisément de même grandeur, soit que l'œil se trouve en *T*, soit qu'il se trouve en *L*; d'où il suit que l'arc *SE* peut bien passer pour la mesure exacte de l'angle *SLE* ou de son opposé au sommet *ALT*. Mais parce que l'angle *ALT* est celui sous lequel l'on verroit du centre de la Lune le demi-diametre de la Terre *AT*, on peut donc conclurre que la Parallaxe de la Lune est toujours égale à l'angle sous lequel on verroit du centre de cet Astre le demi-diametre de la Terre. On doit remarquer ici que cet angle est le plus grand qu'il est possible lorsque de l'Astre on apperçoit directement le rayon de la Terre qui se termine au lieu proposé, c'est-à-dire, lorsque l'angle *LAT* est droit, & que par conséquent la Lune est à l'horison; ce qui prouve, comme l'on voit, que de toutes les Parallaxes que nous observons, la Parallaxe horisontale est la plus grande: au contraire si la Lune s'élevoit jusqu'au zénith en *F*, l'angle *ALT* se réduiroit à rien, ou seroit totalement détruit; de sorte que le lieu vrai & le lieu apparent de la Lune, seroient précisément les mêmes dans le Ciel: mais ce cas est unique, & il ne peut jamais y avoir que cette seule situation où la Parallaxe soit anéantie.

Puisque la Parallaxe d'un Astre est toujours égale, comme nous venons de le démontrer, à l'angle sous le-

La Parallaxe du Soleil est insensible.

quel on verroit du centre de cet Astre le demi-diametre de la Terre, il s'ensuit que le Soleil ne doit avoir aucune Parallaxe sensible: car comme nous l'avons répété tant de fois, la Terre vue du Soleil ne doit paroître que comme un point imperceptible, & par conséquent elle ne sçauroit être vue sous aucun angle sensible. Mais quant à la Parallaxe de la Lune, il arrive le plus souvent, quand cet Astre est à l'horifon, que sa Parallaxe surpasse un degré, surtout lorsque la Lune est Périgée ou dans sa plus petite distance au centre de la Terre.

Il suit encore de ce que nous venons d'expliquer ci-dessus que les Parallaxes de la Lune soit horifontales, soit de hauteurs, sont toujours paroître son lieu moins élevé, c'est-à-dire à une plus grande distance du zénith, qu'on ne l'observeroit en effet du centre de la Terre. Mais le changement apparent dans la hauteur de la Lune influe en même-tems sur sa longitude & sa latitude; car la Parallaxe abbaissant le centre de cet Astre, & par conséquent faisant varier son vrai lieu à l'égard de l'Ecliptique, il faut de nécessité que la longitude & latitude apparente du centre de la Lune different aussi plus ou moins à chaque instant, de la véritable.

PLANCHE V.
Fig. 3.

Soit, par exemple, le cercle *HCZ* le Méridien, c'est-à-dire, un cercle qui passe par le zénith & par les Poles du monde, *Z* le zénith, *HED* l'horifon du lieu proposé, *CE* l'Ecliptique où se trouve pour un instant donné le centre de la Lune sans aucune latitude, en sorte que son vrai lieu soit en *L*. Supposons aussi un cercle vertical *ZT* qui passe par le centre de la Lune, comme il est certain que la Parallaxe abbaisse la Lune dans le cercle vertical ou de hauteur; son lieu apparent sera donc plus éloigné du zénith que son lieu vrai. Soit le lieu apparent *o* & par conséquent la Parallaxe de hauteur exprimée par *Lo*. Il faut supposer maintenant un cercle *om* perpendiculaire

à l'Ecliptique, qui partant du lieu apparent de la Lune o , soit terminé sur l'Ecliptique en m : ce point m sera le lieu apparent de la Lune réduit à l'Ecliptique, & l'arc Lm sera la Parallaxe de la Lune en longitude, c'est-à-dire, la distance entre le lieu vrai & le lieu apparent réduite à l'Ecliptique: enfin l'arc om qui mesure la distance du centre de la Lune à l'Ecliptique, sera dans ce cas la Parallaxe en latitude.

La Parallaxe de longitude.

La Parallaxe de latitude.

C'est pourquoi lorsqu'on voudra déterminer par le moyen des Parallaxes le tems des principales phases d'une Eclipse de Soleil pour un lieu donné, il faudra chercher pour le tems proposé en se servant des Tables Astronomiques, les vrais lieux de la Lune & du Soleil; ensuite on réduira le lieu vrai de la Lune à son lieu apparent dans le Ciel, ce qui se doit pratiquer en calculant les Parallaxes qui conviennent à chaque instant au lieu vrai, & les appliquant ensuite à la longitude & à la latitude de la Lune; ce qui étant une fois connu, voici la Méthode de déterminer le tems du commencement & de la fin, comme aussi la quantité des phases de l'Eclipse.

Soit pk une partie de l'Ecliptique, s le lieu du Soleil au moment de la vraie conjonction, l le lieu apparent de la Lune réduit à l'Ecliptique pour le même instant, lo la latitude apparente de la Lune, ls sa longitude apparente à l'égard du Soleil. Il faut aussi connoître, peu de tems avant la vraie conjonction, le lieu apparent p de la Lune réduit à l'Ecliptique & sa latitude apparente pq : ensuite on tirera la ligne qo , qui prolongée, rencontrera l'Ecliptique au point k , & la ligne qk sera la route apparente de la Lune à l'égard du Soleil. Présentement dans le Triangle rectangle qno , on a on qui est la différence des deux longitudes apparentes de la Lune à l'égard du Soleil, on connoît aussi qn différence en latitude correspondante. On aura donc par la Trigonométrie rectiligne

PLANCHE V.
Fig. 4.

l'angle qon ou qkp qui est l'inclinaison de la route apparente de la Lune à l'égard de l'Ecliptique. Et parce que l'on peut avoir en même tems la valeur du côté qo , on conclurra par ce moyen celle des lignes ot , tk & sk ; car pl est à qo comme ls est à ot : & dans le Triangle rectangle olk , puisque l'on connoît ol & l'angle k , on aura par conséquent la valeur de ok & lk ; & partant aussi celle des lignes tk , sk & st . Or lorsque le centre de la Lune sera parvenu en t , l'on observera dans cet instant la conjonction apparente de la Lune au Soleil: c'est pourquoi si l'on fait comme qo est à ot , ou bien comme pl est à ls , ainsi le tems que la Lune emploie à parcourir la ligne oq est à un quatrieme terme. Ce quatrieme terme sera le tems écoulé entre la conjonction vraie & l'apparente. Abbaissant donc du point s , sur la route apparente de la Lune, la perpendiculaire sm , dans le Triangle rectangle skm , on connoît le côté sk & l'angle k , on connoitra donc sm qui est la plus petite distance visible des centres du Soleil & de la Lune. Si cette distance est plus grande que la somme des demidiametres du Soleil & de la Lune, il est certain qu'il n'y aura pour cette fois aucune Eclipsé: mais si cette distance est plus petite, on en prendra la différence, qui étant réduite en doigts, à raison de 12 pour le Diametre du Soleil, donnera la plus grande quantité de l'Eclipsé pour le lieu proposé. De même étant donné le côté sm & l'angle tsm qui est égal à l'angle k , on aura dans le Triangle rectangle tms le côté tm ; ce qui fera connoître le tems que la Lune emploie à parcourir la partie tm de sa route apparente, c'est-à-dire, le tems qui doit s'écouler entre la conjonction apparente de la Lune au Soleil & le moment qui répond à la plus grande quantité de l'Eclipsé.

Mais voici enfin de quelle maniere on découvrira
l'heure

l'heure à laquelle l'Eclipse doit paroître commencer. Soit, comme ci-devant, pk une partie de l'Ecliptique, s le centre du Soleil, qk la route apparente de la Lune, sm la plus petite distance apparente des centres de la Lune & du Soleil : on tirera du centre du Soleil à la route apparente de la Lune, la droite sq , en sorte qu'elle soit précisément égale à la somme des demi-diametres apparens de la Lune & du Soleil. Or il est évident que lorsque le centre de la Lune sera en q , son bord commencera à entamer le disque apparent du Soleil, ce qui donnera par conséquent le commencement de l'Eclipse. Mais dans le Triangle rectangle qsm étant donnés, qs & sm , on aura par conséquent l'angle d'incidence qsm , comme aussi la valeur du côté qm ; on aura donc par ce moyen le tems que la Lune emploie à parcourir l'espace qm de sa route apparente, qui étant enfin retranché du tems de la plus grande obscurité, donnera l'heure vraie du commencement de l'Eclipse.

On trouvera de la même maniere le tems de la fin de l'Eclipse. Mais il faut faire attention qu'il est nécessaire de trouver auparavant la route apparente de la Lune, qui n'est plus la même, après la conjonction, que celle que l'on a employée pour déterminer le commencement de l'Eclipse, ou les autres phases qui l'ont suivie. Car il est certain que l'inclinaison apparente de la route de la Lune à l'égard du Soleil, change à chaque instant, à cause de la Parallaxe qui varie continuellement, sur-tout lorsque la hauteur de la Lune ne demeure plus la même, & que cet Astre monte ou descend sur notre horizon. Il faut donc chercher au moins dans l'espace d'une heure, ou, pour plus grande exactitude, dans de plus petits intervalles de tems immédiatement après la conjonction, la longitude apparente de la Lune à l'égard du Soleil, comme aussi sa latitude apparente, & de cette maniere

l'on trouvera l'inclinaison apparente de la Lune à l'égard de l'Ecliptique, & le mouvement de la Lune à l'égard du Soleil : ce qui étant enfin connu, il sera facile de trouver la fin de l'Eclipse en faisant les mêmes opérations que nous avons indiquées ci-dessus, pour trouver le commencement de l'Eclipse.

Si l'on demande aussi quelle est la phase de l'Eclipse qui doit répondre à un certain tems proposé, on cherchera pour cet instant le lieu de la Lune dans sa route apparente, & de ce point comme centre & d'un intervalle égal au demi-diametre de la Lune, l'on décrira la circonférence d'un cercle : semblablement du lieu du Soleil comme centre, on décrira un autre cercle dont le rayon doit être égal au demi-diametre du Soleil, & l'interfection de ces deux cercles déterminera la phase de l'Eclipse, ou la quantité dont le Soleil est éclipsé aussi bien que l'inclinaison des pointes des cornes qui répondent au tems proposé.

Avant que de finir ce chapitre des Eclipses du Soleil & de la Lune, il ne sera pas inutile de faire quelques remarques au sujet d'un Phénomene assez singulier, & dont il est facile d'expliquer la véritable cause.

Dans les Eclipses totales de Lune, même dans celles qu'on nomme centrales (parce que le centre de la Lune passe exactement au centre de l'ombre) on s'apperçoit presque toujours que cet Astre est éclairé d'une lumière, très-foible à la vérité, mais du moins assez vive pour que l'on ne puisse pas perdre de vue la Lune pendant tout le tems de son immersion dans l'ombre. Or il doit d'abord paroître surprenant que la Lune ait cette lumière : aussi quelques-uns pour expliquer cette apparence, ont-ils prétendu que cette lumière étoit propre ou particulière à la Lune même, ou bien que c'étoit la lumière des Planetes & des Etoiles fixes qui se trouvoit réfléchie par

la Lune. On voit par-là qu'ils ont imaginé ces deux causes, parce qu'ils étoient obligés de reconnoître que le corps opaque de la Terre qui se trouve dans la ligne droite entre la Lune & le Soleil, arrêtoit entierement tous les rayons du Soleil, & que par conséquent tout ce qui se trouve dans le cone d'ombre devoit être plongé dans une obscurité profonde. Mais il est inutile de nous arrêter à réfuter ces deux opinions. La vraie cause de ce phénomène a été découverte peu de tems après que l'on a connu les Réfractions Astronomiques. La Terre étant environnée de l'air ou d'une athmosphere sphérique qui est fort épaisse, & qui a une puissance réfractive, cette Athmosphere brise continuellement ou détourne de leur vraie direction les rayons du Soleil; car tous les rayons y sont rompus, dès qu'ils y entrent obliquement, & qu'ils passent d'un milieu plus rare dans un plus dense. Mais comme parmi ces rayons, il arrive que les uns souffrent une plus grande réfraction que les autres, il s'ensuit qu'une partie assez considérable doit se détourner très-sensiblement pour se répandre dans l'ombre de la Terre; ce qui produit par conséquent cette lumiere foible que l'on observe sur la Lune dans les Eclipses totales. La

PLANCHE V.
Fig. 6.

Remarquez que l'Athmosphere peut détourner les rayons du Soleil, de maniere qu'ils se brisent en s'approchant de l'axe du cone depuis la surface de la Terre jusqu'à la hauteur de 12 à 15 lieues au-dessus. Or comme il n'est pas possible que ces Rayons rompus se répandent vers l'axe de l'ombre, sans que le cone d'ombre ou le diametre du disque en soit augmenté; il s'ensuit que dans le calcul des Eclipses on ne doit point considérer l'Athmosphere comme transparente, mais plutôt comme une couche de matiere opaque qui environneroit la Terre & augmenteroit, pour ainsi dire, son diametre d'environ $\frac{1}{170}$, il sera donc nécessaire dans le calcul des Eclipses de Lune d'augmenter d'une minute le diametre de l'ombre, qu'on aura déjà calculé selon la Méthode expliquée ci-dessus.

Le Passage de Mercure dans le Soleil étant donné ,
déterminer son orbite , &c.*

PLANCHE V.
Fig. A.

S est le centre du Soleil , AB un diametre représentant l'Ecliptique indéfiniment prolongé , C est l'entrée de Mercure dans le Soleil , D sa sortie.

Par C tirez au-dedans du cercle la droite CE parallèle à AB , & égale au chemin que le Soleil a fait dans tout le tems du passage CD , puis joignez DE , & la prolongez jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Ecliptique en N .

Je dis 1°. Que DN , est l'orbite de Mercure & que son obliquité est DNA .

2°. Que NE , ND , sont les distances entre Mercure & le Nœud pour le commencement & pour la fin du passage CD .

3°. Que NS , est la distance entre le Nœud & le centre du Soleil , pour la fin du passage.

Soit achevé le Parallélogramme $CE DG$.

D E M O N S T R A T I O N .

CD , est décrite dans le Soleil par la composition de deux mouvemens droits & uniformes , l'un propre à Mercure dans son orbite contre l'ordre des Signes , & l'autre qui est propre au Soleil , mais qui peut être imaginé dans Mercure , supposé que le Soleil demeure arrêté pendant que l'orbite de Mercure conservant toujours sa même obliquité fera portée contre l'ordre des Signes , & qu'ainsi Mercure outre son mouvement propre en aura un second qui sera mesuré par la droite CE qui est donnée de gran-

* Cette Addition qui contient un Mémoire très-succinct lu à l'Académie des Sciences le 27 Fevrier 1677 par M. Picard (& qui n'avoit pas encore été publié) pourra peut-être servir à faire connoître dans quel tems on a commencé à tenir compte du mouvement horaire de la Terre ou du Soleil , soit dans les Eclipses , soit dans les conjonctions des Planetes , pour en déduire leurs Routes apparentes sur le disque.

deur & de position, aussi-bien que CD ; & par conséquent au Parallélogramme $CE DG$; par la science des mouvemens composés, la droite DE déterminera la direction, & mesurera la vitesse du mouvement propre de Mercure dans son orbite.

Notez qu'ayant prolongé CG jusqu'à ce qu'elle coupe le cercle en H , la moitié de la différence des arcs H, A ; CB , mesurera l'obliquité DNA , laquelle excède celle de la ligne DC , de la moitié de l'arc DH .

PREMIERE PROPOSITION.

Le Passage de Venus ou de Mercure dans le Soleil étant donné * Ceci a été lis
par observation, déterminer l'obliquité de leur orbite. le 13 Mars,
1677.*

Soit le centre du Soleil, NS , l'Ecliptique, CD le passage de Mercure rétrograde de C en D . PLANCHE V;
Fig. B.

Par le point d'entrée C , soit menée dans le disque du Soleil, la droite CE parallèle à NS , & égale au chemin que le Soleil aura fait durant le tems du passage CD , & soit jointe DE .

Au Triangle CED , les côtés étant donnés, l'angle CED sera donc connu.

Or si EM perpendiculaire à NS , n'excede pas environ $6'$, la droite DE prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Ecliptique déterminera le Nœud N , dont l'obliquité DNS , sera égale au supplément de l'angle CED .

Mais si EM excède $6'$, il faudra en ce cas considérer NEM comme un Triangle sphérique rectangle, pour trouver par le calcul l'angle oblique N , qui sera l'obliquité de NED , orbite de Mercure.

Pour le démontrer soit achevé le Parallélogramme $CE DG$, & soit prolongée GC jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Ecliptique en O .

Dans la fig. *B* qu'on voit ici, Mercure rétrograde s'éloigne

du Nœud de son orbite, pendant que le Soleil tend à ce même Nœud; mais nous pouvons conserver les mêmes apparences en supposant que le Soleil demeure arrêté, & que ce soit l'orbite de Mercure qui par un mouvement contraire, mais égal à celui du Soleil, soit transporté de OG à ND , pendant que Mercure s'éloignant du Nœud de son orbite, fera un chemin égal à la différence des lignes OC, ND . Or dans cette supposition Mercure aura deux mouvemens qui sont représentés par les lignes CG, CE , & qui en composeront un troisieme dans la Diagonale CD . Donc au Parallélogramme $CE DG$, la Diagonale CD , & le côté CE étant donnés de grandeur & de position, le reste sera connu.

Sur quoi il est à remarquer que plus la raison du mouvement du Soleil comparé avec celui de Mercure vu de la Terre fera grande, plus la ligne du passage CD sera inclinée à l'Ecliptique, en sorte que la différence entre la vraie obliquité de l'orbite, & celle du passage vu, peut aller à deux degrés & demi, supposé que l'orbite soit inclinée d'environ six degrés.

SECONDE PROPOSITION.

Un lieu de Mercure dans le Soleil étant donné par les Tables, déterminer la ligne visible du passage entier.

Cette Proposition est l'inverse de la précédente.

PLANCHE V.
Fig. C.

Soit F le lieu de Mercure dans le Soleil, N le Nœud de l'orbite de Mercure, FS la latitude de Mercure.

Si le Triangle NFS , est si petit qu'il puisse passer pour rectiligne, l'angle SFN fera le complément de l'angle N . Mais si NF distance du Nœud excède un degré, au Triangle sphérique rectangle NFS , on trouvera NFS par le calcul.

Cela supposé, soit menée FH indéfinie & parallèle à l'E-

cliptique, contre l'ordre des Signes; puis ayant fait l'angle *SFK* égal au supplément de *SFN*, ou ce qui est la même chose, ayant fait l'angle *HFK* égal au complément du même angle *SFN*, retranchez les droites *FH*, *FK*, en sorte que, comme le mouvement du Soleil, est au mouvement de Mercure vu de la Terre, ainsi *FH*, soit à *FK*. Le Parallélogramme *FKLH* étant achevé, la Diagonale *FL* prolongée de part & d'autre autant qu'il sera de besoin, & coupant le cercle aux points *C*, *D*, déterminera le passage visible de Mercure dans le Soleil; ce qui s'en suit clairement de ce que nous avons démontré.

Remarques touchant les Eclipses du Soleil & de la Lune.

Bien que la composition des mouvemens ne fasse pas un effet si sensible dans les Eclipses du Soleil & de la Lune, que dans les passages de Venus & de Mercure dans le Soleil, elle ne doit pas néanmoins être négligée, principalement lorsqu'il s'agit de corriger les Tables sur les Observations. Car pour commencer par les Eclipses du Soleil, prenant la chose à la maniere de ceux qui dans l'hypothese de la Terre mobile supposent que l'œil du Spectateur soit dans le Soleil, on doit considérer la Lune comme rétrograde qui va vers la Terre*, pendant que la

* Cette inclinaison apparente de l'orbite de la Lune ou de Mercure avec le plan de l'Ecliptique n'ayant pas été prouvée par Keill ni par Gregori dans l'hypothese du mouvement de la Terre, il s'agit de voir ce qui doit arriver en supposant le Soleil immobile; & quelle doit être la Route apparente de la Lune ou de Mercure à l'égard de cet astre.

Car les Astronomes n'employant qu'une seule & unique Table dans les Eclipses, & faisant d'ailleurs l'angle de l'orbite apparente avec l'Ecliptique plus grand, soit dans les Eclipses, soit dans les passages de Mercure sur le Soleil, que celui de l'orbite véritable; il est nécessaire d'exposer ici pourquoi on est parvenu à une conclusion toute contraire, dans la Remarque précédente, ou dans les trois propositions énoncées ci-dessus.

Cela vient de ce qu'on n'a pas fait attention, 1°. à ce que Mercure se meut du même sens que la Terre, & qu'ainsi il faut prendre la différence & non pas la somme des vitesses, ce qui donne nécessairement l'inclinaison apparente de l'orbite dans ses conjonctions inférieures proche le nœud ascendant de $8^{\circ}\frac{1}{2}$, & d'un peu plus de $10^{\circ}\frac{2}{3}$ dans l'autre conjonction au nœud descendant, lorsque le mouvement propre de cette Planete est moins accéléré, étant alors vers son aphélie. 2°. De ce qu'en même tems que la Lune paroît vue du Soleil avoir un mouvement rétrograde, son orbite est emportée pendant le même tems dans un sens con-

Terre va vers elle (de même que nous avons considéré Mercure à l'égard du Soleil) de sorte que la ligne décrite par le passage visible du centre de la Lune dans le disque de la Terre n'est pas l'orbite de la Lune, mais une ligne plus inclinée à l'Ecliptique, d'une différence qui peut aller à 24 minutes.

Et dans les Eclipses de la Lune, si l'on considère les mouvemens de la Lune, & de l'ombre de la Terre, qui sont tous deux directs, on trouvera que la ligne du passage visible du centre de la Lune dans l'ombre de la Terre, est moins inclinée à l'Ecliptique que la vraie orbite.

PLANCHE V.
Fig. D.

BAD est parallèle à l'Ecliptique, ou l'Ecliptique même, AC est l'orbite de la Lune. Mais au lieu que l'ombre de la Terre est portée de D vers A , si nous supposons qu'elle demeure arrêtée, il faudra faire mouvoir l'orbite AC , de A vers D , contre l'ordre des Signes, pendant que la Lune directe s'avancera de A en C ; de sorte que la ligne du mouvement composé fera AE , Diagonale du Parallélogramme $CADE$, dans lequel AC est à AD , comme le mouvement de la Lune est à celui du Soleil: or plus la raison du mouvement du Soleil à celui de la Lune sera grande, plus l'angle BAE sera grand, la différence CAE pouvant monter à 28 minutes.

Ceux qui voudront représenter les Eclipses du Soleil à la maniere ancienne, auroient une semblable composition de mouvemens à considérer, outre le mouvement des Parallaxes qui regarde le mouvement journalier; ce qu'il n'est pas nécessaire d'expliquer plus au long.

traire, & qu'ainsi relativement au centre de la Terre, la Lune, vue du Soleil; ayant deux mouvemens contraires ou opposés, cela doit produire une différence de vitesses. C'est pourquoi son orbite apparente doit être moins inclinée que l'orbite véritable, & non pas comme il a été conclu par M. Picard. Enfin, qu'on suppose aussi le parallélisme de l'orbite Lunaire, entraînée d'un même mouvement que la Terre au tems de l'Eclipte de Lune, & l'on trouvera qu'il en résulte semblablement une différence de vitesse: ainsi l'orbite apparente doit dans tous les cas faire un plus grand angle avec l'Ecliptique, que l'orbite véritable.

CHAPITRE QUINZIEME.

Où l'on considère les différens Phénomènes qui sont occasionnés par le mouvement de la Terre , & par celui des deux Planetes inférieures Venus & Mercure.

JUSQU'ICI nous avons tâché de développer les principaux mouvemens de la Terre & de la Lune, sans presqu'omettre aucuns des différens Phénomènes qui en résultent. La Lune n'est pas cependant une Planete du premier ordre, elle ne doit être mise qu'au second rang, puisqu'elle ne tourne autour du Soleil, qui est le centre de notre Systeme planétaire, qu'autant que la Terre, dont elle est le Satellite, s'y meut chaque année par son mouvement périodique, sur le plan de l'Ecliptique.

Quant aux Planetes du premier ordre, qui sont renfermées dans notre Systeme solaire, elles tournent toutes autour du Soleil au nombre de six, sçavoir Mercure ☿, Venus ♀, la Terre ♂, Mars ♀, Jupiter ♃, & Saturne ♄. Il s'agit donc présentement d'expliquer ici leurs mouvemens & les phénomènes qui en dépendent : sur quoi il faut d'abord se ressouvenir qu'on a démontré aux Chapitres précédens que les orbites de Mercure & de Venus sont les plus proches du Soleil & que ces mêmes orbites l'environnant, toutes deux se trouvent néanmoins renfermées dans celle de la Terre. Mais d'autant que Venus & Mercure achevent leurs révolutions dans un espace de tems bien moins considérable que ne fait la Terre, il doit s'ensuivre que ces deux Planetes vues du Soleil paroîtront dans le Ciel plus ou moins éloignées de la Terre,

Les six Planetes du premier ordre.

selon les diverses circonstances , & qu'elles paroîtront aussi quelquefois en conjonction ou en opposition à l'égard de la Terre. D'ailleurs leur mouvement périodique étant plus rapide que n'est celui de la Terre, l'Observateur placé dans le Soleil s'appercvra immédiatement après la conjonction, qu'elles s'en écarteront très-sensiblement, qu'elles feront bientôt plus orientales & que le mouvement de la Terre se fera plus lentement, en un mot avec bien moins de rapidité.

Deux fortes de conjonctions, des Planetes inférieures, avec le Soleil.

PLANCHE V.
Fig. 7.

Mais il n'est pas moins évident que si l'on observe chaque jour ces deux Planetes de la surface de la Terre, il faut nécessairement qu'elles nous paroissent s'éloigner plus ou moins du Soleil, jusqu'à ce qu'elles se trouvent en conjonction avec cet Astre. Or il faut bien distinguer ici deux fortes de conjonctions apparentes des deux Planetes inférieures à notre égard: elles sont en conjonction avec le Soleil, non seulement lorsque l'une ou l'autre Planete vue du Soleil paroissent en conjonction avec la Terre, mais aussi lorsqu'elles y paroissent en opposition. Soit le Soleil en *S*, *ABTC* l'orbite de la Terre, *FHV* l'orbite de Venus, la Terre au point *T*, & Venus au point *V* sçavoir dans la ligne droite qui joint les centres de la Terre & du Soleil: il est clair que dans cette situation Venus sera vue du Soleil en conjonction avec la Terre, & qu'en même-tems le Soleil vu de la Terre, doit paroître en conjonction avec Venus.

Mais si la Terre se trouve encore au point *T* lorsque Venus est en *F*, alors ces deux Planetes vues du Soleil paroîtront en opposition, c'est-à-dire, dans des points du Ciel diamétralement opposés, & au contraire nous observerons de la Terre, Venus dans sa conjonction au Soleil. Remarquez que dans le premier cas, des deux conjonctions dont nous venons de parler, Venus est à peu près au milieu entre la Terre & le Soleil, au lieu que dans le

second cas c'est le Soleil qui se trouve entre la Terre & Venus. La premiere de ces deux conjonctions se nomme Inférieure, & la seconde s'appelle la conjonction Supérieure.

On voit encore qu'après l'une ou l'autre conjonction, quoique Venus s'écarte continuellement du Soleil, elle ne sçauroit cependant nous paroître s'en éloigner que jusqu'à un certain point. C'est la raison pourquoi nous ne la voyons jamais en opposition au Soleil, ou qu'elle ne sçauroit s'en écarter de 90° ni de 60° . Enfin la plus grande élongation de cet Astre arrive lorsque la ligne qui joint les centres de Venus & de la Terre devient tangente à l'orbite de Venus, c'est-à-dire, vers les points *D*; car aussi-tôt que Venus s'avance un peu au-delà dans son orbite comme en *H*, alors son lieu apparent dans le Ciel paroît moins distant du Soleil qu'auparavant. Il est donc vrai de dire que depuis la conjonction de cette Planete jusqu'à ce qu'elle soit parvenue en *D*, son lieu, vu de la Terre, doit paroître augmenter continuellement sa distance à l'égard du Soleil; mais que lorsqu'elle a passé ce terme, elle doit paroître s'en approcher de jour en jour. De plus entre ces deux mouvemens apparens de Venus, dont l'un est direct & l'autre rétrograde, il est nécessaire que cette Planete devienne quelque tems stationnaire à l'égard du Soleil; or dans ce cas le mouvement diurne apparent de Venus à l'égard des Etoiles sera égal à celui du Soleil & c'est aussi pour lors que l'arc d'un grand cercle de la Sphere compris entre les centres de Venus & du Soleil mesurera le nombre de degrés qui répondent à la distance que l'on nomme communément *la plus grande élongation de la Planete au Soleil*.

L'Elongation de la Planete au Soleil.

Il faut pourtant remarquer que ce n'est que dans le cas d'une orbite exactement circulaire & dont le Soleil seroit au centre, que la plus grande élongation de la Pla-

La plus grande élongation n'arrive pas toujours lors-

qu'on apperçoit la Planete dans la tangente tirée de la Terre à son orbite.

nete au Soleil doit se faire lorsque la ligne droite tirée du centre de la Terre à cette Planete devient tangente à son orbite : car il peut arriver dans un orbe elliptique qu'aussitôt après que la Planete est passée au-delà de la ligne droite qui est tirée de la Terre au point d'attouchement, sa distance au Soleil augmente encore, quoique pendant le même tems les distances soit du Soleil, soit de la Planete à la Terre ne changent pas, ou même quoique réellement elles diminuent d'une quantité assez sensible, comme il sera aisé de s'en convaincre si l'on se donne la peine de tracer une ellipse, selon la Méthode enseignée ci-dessus, & si l'on dispose, par exemple, son plus grand axe de maniere qu'il soit incliné sous un certain angle aigu à la ligne droite tirée du point d'attouchement au foyer de l'orbite. Car il sera facile de former deux Triangles, dont celui qui aura sa base sur le grand axe s'appuiera sur un plus grand angle, que celui qui aura pour base la ligne droite tirée du foyer de l'ellipse au point d'attouchement. Mais parce que les orbites des Planetes sont à très-peu-près circulaires, on peut bien négliger ces différences qui sont presque insensibles.

La plus grande élongation de Venus au Soleil, c'est-à-dire l'angle STD , a été déterminé par Observation d'environ 48 degrés; ainsi dans la supposition que son orbite est circulaire, on peut calculer la distance de Venus au Soleil, si l'on connoît une fois celle du Soleil à notre égard; autrement l'on aura le rapport de ces deux distances; car ST est à SD comme le sinus total est au sinus de l'angle STD qui est égal à la plus grande élongation observée.

On peut aussi remarquer que pendant tout l'intervalle de tems que Venus emploie à parcourir une partie de son orbite depuis sa conjonction supérieure (ou sa plus grande distance à la Terre) jusqu'à sa conjonction infé-

rière, c'est-à-dire, jusqu'à sa plus petite distance à notre égard; cette Planete doit nécessairement nous paroître plus orientale que le Soleil: & alors Venus doit paroître se coucher chaque jour un peu plus tard. Or c'est dans ce tems-là qu'on l'observe le soir & c'est cette même Planete qu'anciennement on a nommée *Vesperus*, parce qu'elle annonce la fin du jour ou le commencement de la nuit. Au contraire lorsque Venus passe de sa conjonction inférieure à sa conjonction supérieure, elle est plus occidentale que le Soleil: elle se couche pour lors avant cet Astre, de manière que le soir on ne sçauroit plus l'appercevoir au couchant, mais elle se leve chaque jour avant le Soleil: elle paroît pour lors de même que l'Aurore régulièrement tous les matins. Enfin c'est cette même Etoile qu'on nommoit anciennement *Phosphorus*, c'est-à-dire, l'avant-courriere ou le premier flambeau de la lumiere & du jour.

Supposons présentement que l'on observe du Soleil la conjonction de Venus & de la Terre, c'est-à-dire, que ces deux Planetes, situées dans les points *V* & *T* de leurs orbites, paroissent répondre au même point de l'Ecliptique, & qu'ensuite Venus ayant achevé une révolution périodique, se trouve encore au même point *V* de son orbite, il est très-certain qu'alors la Terre n'aura pas à beaucoup près achevé sa révolution autour du Soleil; c'est pourquoi il sera nécessaire que Venus, qui se meut plus rapidement, parcoure encore une partie de sa seconde révolution pour qu'on la voie du Soleil dans la ligne droite qui est tirée à la Terre, & qui désignera sa conjonction à l'égard du Soleil. Soit donc cette ligne droite *SLM* dont il faut trouver la position, c'est-à-dire, on demande le vrai lieu *L* & *M* de Venus & de la Terre sur leurs orbites, lorsque Venus reparoitra en conjonction avec la Terre; de sorte qu'il s'agit de déterminer la quantité de l'angle au Soleil *VSM* ou de l'arc *VDL* que Venus doit parcourir, outre sa ré-

volution périodique de 360° pour rencontrer une seconde fois la ligne droite tirée au centre de la Terre, puisque celle-ci a dû s'avancer depuis la conjonction précédente. Pour cet effet il faut considérer que les mouvemens angulaires de la Terre & de Venus autour du Soleil qui répondent à un même intervalle de tems, sont entre eux réciproquement comme les tems de leurs révolutions périodiques. On aura donc, comme le tems de la révolution périodique de la Terre, est au tems de la révolution périodique de Venus, ainsi le mouvement angulaire de Venus, lequel a pour mesure 360° ou la circonférence du cercle plus l'arc que la Terre a parcouru entre deux conjonctions immédiates, est au mouvement angulaire de la Terre qui répond à l'arc dont nous venons de parler. Mais par division des rapports, l'on aura, comme la différence des tems périodiques de la Terre & de Venus, est au tems périodique de Venus, ainsi la circonférence entière de 360° , est à un quatrieme Terme qui fera l'arc que l'on cherche, c'est-à-dire, la vraie mesure de l'angle que la Terre aura parcouru à l'égard du Soleil entre deux conjonctions immédiates. Par exemple, la Terre fait sa révolution en 365 jours 6 heures ou environ, c'est-à-dire en 8766 heures: on sçait aussi que Venus fait la sienne en 224 jours & 16 heures, c'est-à-dire en 5392 heures: or la différence de ces deux nombres est 3374 heures. On fera donc, comme 3374 heures sont à 5392, ainsi 360° à un quatrieme Terme, & l'on trouvera 575° qui valent une révolution & demie plus 35° ; de sorte qu'il faudra que Venus parcourre encore une demi-révolution plus 35° , & tout le tems écoulé fera un an & 218 jours. Il est donc évident que si l'on observe aujourd'hui une conjonction inférieure de Venus avec le Soleil, le retour de cette Planete au Soleil dans une conjonction semblable telle que l'inférieure, ne sçauroit arriver

Maniere de déterminer le tems qui doit s'écouler entre deux conjonctions de même espece.

qu'après un an sept mois & douze jours: d'où il suit enfin que si la première de ces deux conjonctions inférieures a été observée au commencement du *Belier*, l'autre conjonction doit se faire vers le septième degré du *Scorpion*. Il faudra suivre aussi la même règle à l'égard de toute autre situation quelconque de Venus, comme de deux conjonctions supérieures ou deux positions semblables de cette Planete à l'égard du Soleil, c'est-à-dire pour qu'elle puisse revenir à une semblable élongation donnée.

Les Astronomes se servent communément d'une autre forme de calcul lorsqu'il s'agit de résoudre ce Probleme ou quelques autres semblables, tels que sont, par exemple, les conjonctions moyennes de la Lune à l'égard du Soleil. Car ils cherchent premièrement le moyen mouvement diurne de la Terre à l'égard du Soleil, & de même celui de Venus vu du Soleil. La différence de ces deux mouvemens est ce qu'ils appellent le mouvement de Venus à l'égard de la Terre. Ainsi le moyen mouvement diurne de la Terre étant $59' 8''$, & celui de Venus de $1^{\circ} 36' 8''$, leur différence est $37'$, ce qui donne par conséquent l'espace, dont on verroit du Soleil chaque jour, Venus s'éloigner de la Terre, ou celui dont on la verroit chaque jour s'en approcher. Si l'on fait donc, comme $0^{\circ} 37'$ sont à 360° ou $21600'$, ainsi un jour est à un quatrième Terme, l'on aura l'intervalle de tems que Venus doit paroître employer à parcourir 360° relativement à la Terre, c'est-à-dire, l'intervalle de tems compris jusqu'à son retour à une même conjonction, que l'on trouvera par conséquent de 583 jours.

Autre Méthode de résoudre le Probleme.

Dans les deux calculs précédens nous n'avons employé que les moyens mouvemens de la Terre & de Venus pour déterminer l'intervalle de tems compris immédiatement entre les deux conjonctions de même espece; & de cette maniere nous avons limité les retours des con-

jonctions moyennes : mais parce que la Terre & Venus se meuvent autour du Soleil dans des orbés elliptiques, & que leurs mouvemens font successivement accélérés ou retardés, il suit de là que les vraies conjonctions pourront arriver quelquefois un peu plutôt & d'autres fois un peu plus tard que selon le calcul précédent. Voici la Méthode de déterminer le tems des conjonctions vraies, lorsqu'on sçait une fois celui qui répond aux conjonctions moyennes. Soit ABC l'Ecliptique, le point A celui qui répond au lieu de la moyenne conjonction. On calculera pour le même tems par les Tables Astronomiques le vrai lieu de Venus réduit à l'Ecliptique, & qui sera, par exemple, en D de la circonférence : on déterminera de même le vrai lieu T de la Terre, & partant l'on aura la distance DT entre les lieux de Venus & de la Terre. Mais parce que l'on peut connoître aussi par les mêmes Tables la différence des mouvemens vrais ou angulaires de ces deux Planetes pour un tems quelconque proposé, comme de six heures, par exemple ; on sçaura par ce moyen la juste quantité dont Venus s'approche ou s'éloigne de la Terre pendant un intervalle de six heures. C'est pourquoi l'on fera, comme la différence de ces deux mouvemens est à l'arc DT , ainsi l'intervalle de tems donné de six heures est à un quatrieme Terme ; ce quatrieme Terme sera le tems que l'on cherche & qui doit être compris entre la conjonction vraie & la conjonction moyenne. On ajoutera donc ce dernier tems trouvé, ou bien on le retranchera de celui qui répond à la moyenne conjonction, selon que Venus est orientale ou occidentale, & l'on aura enfin l'heure de la vraie conjonction.

PLANCHE V.
Fig. 8.

La distance de Venus à la Terre doit changer continuellement.
PLANCHE V.
Fig. 7.

Lorsque l'on jette les yeux sur la figure où sont représentées les orbites de la Terre & de Venus, il est facile de reconnoître que la distance de Venus à la Terre doit varier continuellement & même d'une quantité très-sensible à notre égard ;

égard; car la plus grande distance de Venus à la Terre arrive lorsque cette Planete est dans sa conjonction supérieure avec le Soleil, & sa plus petite au contraire lorsqu'elle se trouve dans sa conjonction inférieure. Or ces deux distances sont très-différentes l'une de l'autre, puisqu'il s'en faut le diametre entier, de l'orbite de Venus, que cette Planete ne soit aussi près de nous dans l'une de ces deux conjonctions que dans l'autre. Mais la distance de Venus à la Terre dans sa conjonction supérieure avec le Soleil étant à sa distance à la Terre dans sa conjonction inférieure environ comme 6 est à 1: il s'ensuit donc que Venus est six fois plus près de la Terre au tems de la dernière de ces deux conjonctions qu'au tems de la précédente, & que par conséquent sa grosseur ou plutôt son diametre apparent doit nous paroître augmenté d'environ six fois. L'on considérera pourtant que la plus grande & la plus petite distance de Venus à la Terre, n'arrive pas toujours à chaque conjonction supérieure & inférieure, parce que l'excentricité des deux orbites peut y apporter quelque différence sensible. En effet la plus grande distance de Venus à la Terre ne doit arriver (au tems de la conjonction supérieure) que dans le cas où la Terre & Venus sont aphélie; & quant à la plus petite distance de Venus à la Terre au tems de la conjonction inférieure, ce n'est que quand Venus se trouve aphélie, & qu'en même tems la Terre est dans son perihélie.

Considérant aussi que la Planete de Venus est un corps sphérique, opaque, qui n'a d'autre lumiere que celle qu'elle emprunte du Soleil & qui nous est réfléchie; il s'ensuit qu'on ne sçauroit l'appercevoir que par l'hémisphere tourné du côté du Soleil, car il n'est pas possible de distinguer l'autre hémisphere, puisqu'il est entièrement dans l'ombre ou privé de lumiere, étant opposé au Soleil. C'est pour cette raison que s'il arrive jamais que la Terre se trouve

directement située devant l'hémisphère obscur de Venus, on ne pourra plus l'observer dans les cieux, à moins que ce ne soit lorsqu'elle passe sur le disque du Soleil, auquel cas elle nous paroîtroit comme une tache ronde, mais fort noire qui parcourt son disque & qui le traverse: au contraire si c'est l'hémisphère éclairé qui est directement tourné vers la Terre, alors le disque de Venus paroîttra entierement lumineux & d'une rondeur parfaite. Mais dans tout autre cas ce disque sera plus ou moins altéré, & doit être observé sous différentes phases, de la même maniere qu'il arrive dans chaque mois à la Lune que nous voyons en Croissant, en Quartiers, puis augmenter successivement en lumiere jusqu'au tems de son opposition où elle devient Pleine, la circonférence de son disque se trouvant en ce cas parfaitement circulaire à notre égard.

Les phases de
Venus.
PLANCHE V.
Fig. 9.

Soit *ABCDEFG* l'orbite de Venus, *TL* une partie de celle de la Terre, soit aussi le lieu de la Terre en *T* & celui de Venus en *A* dans sa conjonction supérieure au Soleil. On voit d'abord que dans cette situation nous devons appercevoir de la Terre tout l'hémisphère de Venus qui est éclairé du Soleil. Venus sera donc dans cette position semblable à la Pleine Lune, c'est-à-dire, que la rondeur de son disque sera parfaite à notre égard. Mais lorsque Venus changera de situation par rapport à la Terre & au Soleil, & qu'elle s'avancera, par exemple, jusqu'en *B*, alors une partie de l'hémisphère obscur sera tournée vers nous, & partant le disque de Venus nous paroîttra altéré dans sa circonférence, enforte que ce ne sera plus un cercle parfait: ensuite Venus continuant à s'avancer, & étant enfin parvenue jusqu'en *C*, il ne sera gueres possible d'observer de la Terre qu'environ la moitié de l'hémisphère éclairé, l'autre moitié du disque étant cachée de la même maniere qu'on l'observe à l'égard de la Lune aux premiers ou aux derniers Quartiers. Enfin Venus étant

parvenue en *D*, il ne restera plus qu'une petite portion de l'hémisphère éclairé tournée vers la Terre. Or parce que Venus est un corps rond, comme nous l'avons déjà fait remarquer ci-dessus, & que d'ailleurs à cause de sa grande distance ce globe ne sçauroit nous paroître autrement que comme un disque plan, il suit de là que la plus petite partie de l'hémisphère éclairé, qui seule nous fera visible, doit paroître alors sous la forme d'un Croissant dont les pointes seront opposées au Soleil. Il n'est pas moins évident que s'il étoit possible d'appercevoir Venus au point *E* dans sa conjonction inférieure avec le Soleil, on ne pourroit reconnoître tout au plus que son hémisphère obscur : ainsi c'est-là le cas où elle ne se voit plus si ce n'est lorsqu'elle passe sur le Soleil. Il arrive cependant en cette occasion un phénomène bien merveilleux, sur-tout par sa rareté, puisqu'il n'a été encore observé qu'une seule fois depuis la découverte des lunettes. Au reste il est inutile, à ce qu'il semble, de nous arrêter plus long-tems à rapporter successivement les différens cas où l'on doit retrouver dans le reste de la révolution les mêmes phases, quoique dans un sens contraire à celles que nous venons de reconnoître ci-dessus. Car il est évident que quand Venus passera de *F* en *G* & *H*, on s'appercevra qu'en *F* Venus paroît en Croissant, au point *G* en Quartier, & enfin en *H* presque ronde, c'est-à-dire, à quelque altération près.

Enfin quoiqu'il ne soit pas possible de remarquer ces phases de Venus à la vue simple, il est néanmoins très-certain qu'on les découvre, même avec les lunettes d'approche les plus ordinaires. Ainsi lorsque Copernic long-tems avant la découverte des lunettes d'approche, renouvela l'ancien Systeme de Pythagore, & qu'après l'avoir répandu par toute l'Europe, les Astronomes eurent bientôt reconnu avec ce grand homme le mouvement de la Terre & des autres Planetes autour du Soleil, cet Astre étant

Copernic avoit prédit, ce qui a été observé dans la suite sur les phases de Venus, c'est-à-dire, aussi-tôt après l'invention des lunettes d'approche.

alors regardé comme immobile au centre de leurs révolutions; il s'éleva tout-à-coup beaucoup de Philosophes contre cette opinion, & l'une des principales objections qui ait été proposée contre le mouvement de la Terre & de toutes les Planetes autour du Soleil, c'est que dans cette nouvelle hypothese Venus devoit paroître à chaque révolution avoir précisément les mêmes phases que la Lune : or à cela Copernic ne pouvoit répondre autre chose, sinon qu'elle les avoit en effet, & même qu'il ne falloit pas desespérer qu'un jour les Astronomes ne pussent en rendre un témoignage authentique. En effet cette prédiction de Copernic fut confirmée peu de tems après, lorsque le célèbre Galilée, profitant de la découverte qui venoit de se faire des lunettes d'approche ou du thélescope, observa le premier les phases de Venus semblables à celles de la Lune; de sorte qu'ayant aussi-tôt fait connoître ce phénomène à tous les Philosophes, l'on fut enfin obligé de conclurre avec Galilée que rien ne pouvoit mieux confirmer le systeme de Copernic ou des Pythagoriciens, que cette observation des phases de Venus.

Autre détermination plus exacte des phases de Venus.

PLANCHE V.
Fig. 10.

Présentement si l'on tire des lignes droites du centre du Soleil aux centres de la Terre & d'une Planete telle que Venus, en sorte qu'elles forment le triangle TSO , & si par le centre de la Planete on fait passer deux plans, de maniere que les lignes droites TO , SO leur soient perpendiculaires, il est évident que l'un de ces deux plans séparera l'hémisphere visible de la Planete de celle qui ne sçauroit être apperçue de la Terre. Et de même que l'autre plan séparera l'hémisphere éclairé de celui qui est dans l'ombre : on aura donc l'angle SOP dont le sommet est centre de la Planete & qui est extérieur à l'égard du triangle TSO , égal à l'angle mOq qui a pour mesure l'arc $m q$, du demi-cercle éclairé qui seul peut être apperçu de la Terre. Car l'angle SOr est égal à l'angle pOm , puisque l'un

& l'autre angle est droit ou de 90° , de plus l'angle rOP est égal à l'angle pOq ces deux angles étant opposés au sommet: si l'on prend donc la différence entre ces angles égaux, l'on aura l'angle SOP égal à l'angle mOq qui a pour mesure l'arc $m q$. C'est pourquoi la partie ou l'arc $m q$ du demi-cercle éclairé de la Planete, & qui seule peut être apperçue de la Terre, a donc pour mesure l'angle SOP : mais cet arc $m q$ vu de la Terre est projeté de maniere qu'il paroît égal à son sinus verse, comme on l'a déjà démontré dans les Chapitres précédens à l'égard de la Lune & de ses phases. Il suit donc enfin que la partie lumineuse de Venus que nous voyons de la Terre, est à son disque entier & lumineux (toutes choses d'ailleurs égales) comme le sinus verse de l'angle extérieur qui a son sommet au centre de Venus, est au diametre du cercle qui est à la surface de Venus.

Quoique le disque de Venus nous paroisse entierement éclairé, lorsque cette Planete parvient au point A de son orbite, la Terre étant en T , cependant ce n'est jamais dans cette situation que sa lumiere devient la plus vive ou plus abondante: son plus grand éclat n'arrive que longtemps après, parce qu'étant au point A sa distance devient trop grande à l'égard de la Terre. Ainsi c'est la trop grande distance de Venus à la Terre qui est cause que la force de sa lumiere diminue d'une part, dans un plus grand rapport que la quantité de lumiere n'augmente de l'autre, c'est-à-dire, à mesure que nous voyons sous un plus grand angle son disque éclairé. Car la lumiere de Venus décroît constamment en raison doublée ou comme les quarrés de ses distances à mesure que celles-ci augmentent; au lieu que la partie éclairée, que nous appercevons successivement un peu plus grande jusqu'à ce que le disque nous paroisse entierement lumineux, ne croît autrement que dans la raison des sinus verses de l'angle extérieur qui est à la

La lumiere de Venus n'est pas la plus éclatante lorsqu'elle est Pleine ou que son disque nous paroît dans toute sa rondeur.

Planete. Le plus grand éclat de Venus n'arrive donc pās, comme l'on voit, lorsque la Planete est au point *A*, mais aux environs du point *O* de son orbite. Je suppose, par exemple, que Venus soit quatre fois plus proche de la Terre au point *O* que lorsqu'elle étoit en *A*, il est évident qu'une même partie du disque lumineux de Venus sera seize fois plus grande : ainsi quoique nous ne puissions gueres appercevoir (lorsque Venus est en *O*) qu'environ la quatrième partie de son disque éclairée; il est cependant vrai de dire que son éclat est bien plus augmenté à cause de sa proximité, qu'il ne doit être affoibli par la perte que nous faisons du disque entier & qui dépend de la diminution apparente de ses phases.

Dans quelle situation Venus doit paroître plus vive & plus éclatante.

Enfin si l'on veut connoître plus précisément quelle doit être la situation de Venus pour qu'elle nous paroisse dans son plus grand éclat, on peut voir *dans les Transactions Philosophiques* N^o 349 la solution qu'a donnée de ce probleme le célèbre Astronome M. Hallei. Ce sçavant Mathématicien a démontré que ce cas arrive, soit avant, soit après la conjonction inférieure, lorsque l'élongation de Venus au Soleil est d'environ 40 degrés, c'est-à-dire, lorsqu'on ne voit seulement que la quatrième partie du disque : aussi apperçoit-on pour lors cette Planete en plein jour à la vue simple, lors même que le Soleil est dans ses plus grandes hauteurs sur l'horison. Il n'y a rien assurément de plus digne de notre attention, ni de plus étonnant que cette lumiere éclatante de Venus, qui même quoiqu'elle ne lui soit pas propre (puisque ce n'est qu'une lumiere empruntée du Soleil qu'elle nous réfléchit) est néanmoins si vive & lancée avec tant de force, qu'elle est supérieure à celle de Jupiter & de la Lune lorsque ces Planetes sont à pareilles distances, c'est-à-dire, à mêmes degrés d'élongation au Soleil. Car si l'on compare leur lumiere à celle de Venus, à la vérité celle-ci devoit

paroître moins considérable parce que leurs diametres apparens surpassent celui de Venus ; mais d'un autre côté la lumiere de Jupiter ou de la Lune paroît si foible qu'elle n'étincelle jamais, sur-tout celle de Jupiter qui tire un peu sur la couleur duplomb ; ce qui est bien éloigné de l'éclat avec lequel Venus lance cette vive lumiere qui semble nous éblouir presqu'à chaque instant.

Si le plan de l'orbite de Venus étoit précisément le même que celui de l'Ecliptique, nous ne verrions jamais Venus dans le Ciel s'écarter de part ou d'autre de l'Ecliptique ; mais parce que son mouvement bien observé nous a fait reconnoître qu'elle peut s'en écarter, soit au Nord, soit au Midi de $3^{\circ} 24'$, il faut nécessairement que son orbite y soit inclinée sous cet angle ; & d'autant qu'elle coupe le plan de l'Ecliptique, en sorte que la commune section, qu'on nomme autrement *la ligne des nœuds* passe par le centre du Soleil, il s'ensuit que Venus ne sçauroit paroître dans le plan de l'Ecliptique étant vue du Soleil ou de la Terre, si ce n'est uniquement lorsqu'elle se trouve dans l'un ou l'autre nœud. Ces points sont déterminés, comme l'on sçait, par le prolongement qui se fait de part & d'autre de la commune section de l'Ecliptique & de l'orbite de Venus jusques dans le Ciel étoilé. Dans tous les autres points de l'orbite, Venus paroîtra plus ou moins éloignée de l'Ecliptique, de maniere que si l'on continue d'observer du Soleil cette Planete, lorsqu'elle a passé l'un ou l'autre de ses nœuds ou lorsqu'elle en fera éloignée de 90° , on la verra dans sa plus grande distance de l'Ecliptique.

Le plan de l'orbite de Venus n'est pas le même que celui de l'Ecliptique, mais en differe sensiblement.

Soit un cercle *TAB* qui représente le plan de l'Ecliptique, *LnVN* l'orbite de Venus qu'on suppose couper le plan de l'Ecliptique selon la ligne *Nn* : il faut concevoir ici que la moitié *NLn* de l'orbite s'élève sur le plan de l'Ecliptique, pendant que l'autre moitié *NVn* s'abaisse

PLANCHE V,
Fig. 11.

PLANCHE V.
Fig. II.

au dessous de ce plan. Lorsque Venus est, par exemple, au point N de son orbite, cette Planete se trouve alors dans le plan de l'Ecliptique: mais si elle s'avance un peu au-delà, comme en P , elle doit pour lors paroître au-dessus & s'en écarter de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle parvienne au point L ; car étant éloignée pour lors de 90° de l'un ou l'autre nœud, c'est-à-dire l'arc NL étant le quart de la circonférence d'un cercle, Venus y paroitra dans sa plus grande distance du plan de l'Ecliptique. C'est ce point L & son opposé V que l'on a nommé *les Limites*; puisque si la Planete se trouve un peu plus près du point n que du point N , elle paroitra en ce cas se rapprocher de l'Ecliptique. Maintenant si d'un point quelconque P de l'orbite, on abaisse sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire PE , & qu'on tire sur ce plan la ligne SE , il est clair que l'angle PSE mesurera la distance de Venus à l'Ecliptique. Cet angle se nomme la latitude *Héliocentrique*, c'est-à-dire, la latitude telle qu'on l'observeroit du Soleil. Voici la Méthode de calculer cette latitude lorsqu'on connoît une fois le vrai lieu de la Planete dans son orbite. Soit NE un arc de l'Ecliptique, P le lieu de la Planete que l'on suppose connu dans le Ciel étoilé, aussi bien que le vrai lieu N de son nœud, NP l'arc de son orbite qu'on suppose aussi prolongée dans le Ciel: si l'on imagine un plan perpendiculaire à l'Ecliptique & qui passe par le centre de la Planete, l'arc PE de ce cercle, compris entre la Planete & le plan de l'Ecliptique sera sa vraie distance à ce plan, & par conséquent, sera la mesure de l'angle PSE ou PNE ; car dans le Triangle sphérique PNE rectangle en E , on connoît le côté NP qui est la distance de la Planete à son nœud; on connoît aussi l'angle N qui est l'inclinaison donnée du plan de l'orbite sur le plan de l'Ecliptique; on aura donc par la Trigonometrie le côté PE , c'est-à-dire, la latitude héliocentrique que

La latitude
Héliocentrique.

Voyez le
Triangle sphérique qui est à
côté de la figure II.

Fig. II.

que l'on cherche. Cette latitude héliocentrique d'une Planete est toujours exactement la même lorsque la Planete revient au même point de son orbite, elle ne souffre pas le moindre changement, en un mot elle n'est sujette à aucune variation. Mais il n'est pas de même de la *Latitude Géocentrique*, c'est-à-dire de la distance de la Planete à l'Ecliptique, telle que nous l'observons de la Terre; car quoique la Planete reparoisse précisément au même point de son orbite, néanmoins cette latitude est plus ou moins grande selon les différentes distances ou les diverses positions de la Terre à l'égard de la Planete. Je suppose que *BTAt* soit l'orbite de la Terre, *NPn* l'orbite de la Planete dont le vrai lieu est en *P*: on abaissera de ce lieu sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire *PE*, & cette ligne, en quelqu'endroit que l'on suppose la Terre sur son orbite, sera toujours la soutendante de l'angle qui mesure la latitude géocentrique. Soit donc la Terre au point *T*, c'est-à-dire, le plus proche qu'il est possible de Venus en *P* (ce qui arrive lorsque Venus paroît presque dans sa conjonction inférieure avec le Soleil); la latitude géocentrique de cette Planete, aura donc pour mesure l'angle *PTE*. Mais si au contraire la Terre se trouve en *t*, de maniere que Venus paroisse dans sa conjonction supérieure avec le Soleil, cette Planete étant alors dans sa plus grande distance de la Terre, sa latitude géocentrique sera mesurée par l'angle *PtE*, qui est beaucoup plus petit que l'angle *PTE*, puisque la distance *Pt* surpasse beaucoup la distance *PT*. On doit concevoir la même chose à l'égard de *Mercuré*; d'où l'on voit que la latitude apparente de ces Planetes, toutes choses d'ailleurs égales, deviendra d'autant plus grande à notre égard qu'elles s'approcheront de la Terre; & qu'au contraire cette latitude doit paroître diminuer à mesure qu'elles s'en éloigneront. C'est aussi pour cette raison que la latitude géocentrique de

La latitude Géocentrique.

PLANCHE V.
Fig. 12.

Venus paroît quelquefois surpasser sa plus grande latitude héliocentrique, sçavoir lorsque Venus passe entre le Soleil & la Terre; auquel cas elle se trouve plus près de la Terre que du Soleil. Mais il n'en est pas de même à l'égard de Mercure; car comme dans ses conjonctions inférieures il est toujours beaucoup plus proche du Soleil que de la Terre, sa latitude géocentrique doit toujours paroître plus petite que sa latitude héliocentrique. Cette dernière peut monter quelquefois, lorsque Mercure est dans ses limites, à 7 degrés ou environ, & telle est l'inclinaison du plan de son orbite sur le plan de l'Ecliptique.

Le Zodiaque.
Ce que c'est.

Comme il n'y a donc aucune Planete dont l'orbite ne soit inclinée au plan de l'Ecliptique, la commune section de chaque orbite avec ce plan étant néanmoins une ligne droite qui passe toujours par le centre du Soleil, il arrive delà que les Planetes ne sçauroient jamais paroître, à chaque révolution périodique, que deux fois seulement dans le plan de l'Ecliptique, sçavoir lorsqu'elles se trouvent dans l'un ou l'autre nœud. Dans tout autre cas elles s'éloignent de plus en plus de ce plan, jusqu'à ce qu'étant enfin passées au-delà des limites (où l'on doit les observer, comme nous l'avons dit, dans leurs plus grandes latitudes) elles commencent à s'approcher successivement de ce plan de la même maniere qu'elles ont paru s'en écarter auparavant. Or si l'on imagine dans le Ciel une Bande ou un espace en forme d'Anneau applati, large d'environ 20 degrés, au milieu duquel passe la circonférence de l'Ecliptique, cette bande ou Zone renfermera nécessairement toutes les routes que peuvent décrire les Planetes dans le Ciel. Or cette Zone a été nommée par les Astronomes le *Zodiaque*, à cause des divers animaux qui forment la plus grande partie des Constellations qui occupent cette région du Ciel. Au reste la Terre parcourt exactement la route qu'elle s'est comme frayée au milieu

de cet espace , & nous regardons cette Route comme la principale , parce qu'elle est la circonférence du plan de l'Ecliptique dont la Terre ne s'écarte jamais , ou plutôt parce que nous n'en voyons jamais sortir le Soleil ; au lieu que la Lune peut s'en écarter d'environ $5^{\circ}\frac{1}{3}$, & les autres Planetes encore davantage. Enfin puisque leurs plus grandes latitudes, soit au Midi, soit au Septentrion, ne vont jamais à dix degrés, il s'ensuit que leurs mouvemens seront toujours compris & comme renfermés dans ce peu d'espace qui a pour limites celles que l'on donne au Zodiaque.

Jusqu'ici nous n'avons gueres considéré que le mouvement de Venus à l'égard du Soleil, ou les phases de cette Planete relativement aux situations du Soleil & de la Terre ; mais le mouvement apparent de Venus à notre égard, n'étant pas suffisamment développé dans ce qui vient d'être expliqué ci-dessus, il paroît nécessaire d'en exposer ici les principaux phénomènes. Soit donc *ABC* l'orbite de Venus, *TGF* celle de la Terre, & le cercle *MLO* le Zodiaque qu'on suppose dans le Ciel étoilé. Soit aussi la Terre en *T*, & Venus en *A* proche sa conjonction supérieure : il est évident qu'étant vue de la Terre elle paroîtra pour lors répondre au point *L* du Zodiaque. Mais si l'on suppose que la Terre demeure en repos pendant que Venus continue à se mouvoir & qu'elle parcourt l'arc *AB* de son orbite, en ce cas on lui verroit décrire l'arc *LM* du Zodiaque ; au lieu que la Terre ayant en effet un mouvement réel pendant ce même intervalle de tems, & parcourant l'arc *TH* dans le même tems que Venus s'avance jusqu'au point *B* de son orbite, l'on appercevra, de ce point *H*, Venus au point *N* du Zodiaque, c'est-à-dire, qu'elle nous paroîtra avoir décrit dans le Ciel l'arc entier *LMN*. De cette maniere elle paroîtra plus vers l'Orient que dans le cas précédent où l'on supposoit la Terre im-

Mouvemens
apparens de
Venus en lon-
gitude, ou
dans le Zodia-
que.

PLANCHE V.
Fig. 13.

Mouvement
progressif &
accélééré de
Venus.

Venus Ré-
trograde.

Venus Sta-
tionnaire.

mobile. Ensuite Venus s'avancant jusqu'en *C* & la Terre en *G*, Venus paroîtra en ce cas dans la tangente menée de la Terre à son orbite & par conséquent au point *O* du Ciel. Or dans cette situation le mouvement apparent de Venus sera à peu près égal à celui du Soleil. Peu de tems après Venus, s'avancant de *C* vers *A*, & la Terre parcourant alors l'arc *GK*, Venus paroîtra enfin dans sa conjonction inférieure avec le Soleil, & pour lors on la verra de la Terre répondre au point *P* du Zodiaque. Mais d'autant que Venus paroissoit d'abord répondre au point *O*, cette Planete aura donc paru rétrograder selon l'arc *OP*, c'est-à-dire, s'être avancée de l'Orient vers l'Occident, ou contre l'ordre des Signes: cependant elle paroissoit directe en *C*, lorsqu'elle avoit un mouvement à peu près semblable à celui du Soleil; mais puisque lorsqu'elle s'est mue depuis *C* jusqu'en *A* on l'a vue rétrograder par un mouvement assez rapide, il faut donc que cette Planete n'ait paru avancer ni reculer dans quelque point intermédiaire entre *A* & *C*, c'est-à-dire qu'elle a dû paroître quelque tems stationnaire & rester comme immobile au même point des cieux. De plus Venus étant parvenue en *E*, la Terre doit être en *F*, ainsi nous devons appercevoir cette Planete en *Q*, c'est-à-dire encore plus occidentale qu'au paravant, jusqu'à ce qu'elle se trouve une seconde fois dans la tangente de son orbite où commençant à paroître directe, elle s'avancera vers l'Orient, de même que le Soleil: Venus aura donc encore paru pendant ces deux mouvemens apparens, dont l'un est direct & l'autre rétrograde, n'en avoir aucun; c'est-à-dire qu'elle aura été observée stationnaire pendant quelques jours. Mais la Terre continuant de s'avancer jusqu'en *D*, pendant que Venus se meut jusqu'en *C*, alors le mouvement de Venus aura du paroître très-rapide, de sorte qu'elle aura parcouru en très-peu de tems l'arc *QR* du Zodiaque vers l'Orient, ou selon la suite des Signes;

d'où il suit que lorsque Venus paroîtra dans sa conjonction supérieure avec le Soleil, l'on observera toujours son mouvement direct ou selon l'ordre des Signes, & qu'au contraire il doit être rétrograde ou contre l'ordre des Signes, lorsque cette Planete nous paroîtra dans sa conjonction inférieure.

Dans quel cas Venus paroît directe.

Dans quel cas elle paroît rétrograde.

Il est aisé de concevoir, que tout ce que l'on vient de dire au sujet des mouvemens apparens de Venus, peut s'appliquer de la même maniere aux mouvemens de Mercure, avec cette seule différence, qu'après les deux conjonctions de Mercure au Soleil, ses mouvemens directs, stationnaires, & rétrogrades se succéderont beaucoup plus fréquemment que ceux de Venus, parce que le mouvement de Mercure est des plus rapides, cette Planete ayant une orbite extrêmement petite à parcourir. De cette maniere Mercure doit rencontrer plus souvent la ligne droite tirée du Soleil à la Terre, que cela n'arrive pour Venus: d'ailleurs la plus grande digression de Mercure à l'égard du Soleil, n'est que d'environ 30°. Au reste il est constant que les mouvemens apparens de ces deux Planetes sont fort inégaux à notre égard, puisqu'elles nous doivent paroître successivement directes, stationnaires & rétrogrades. Mais l'on doit bien faire attention qu'il n'en seroit pas de même à l'égard d'un Observateur placé dans le Soleil: il verroit continuellement Venus & Mercure s'avancer sur leur orbite selon la suite des Signes; car telle est l'inégalité apparente que nous observons dans le mouvement de ces deux Planetes, qu'elle se réduit à un mouvement assez uniforme dès qu'on le considère comme se faisant autour du Soleil; ce qui prouve merveilleusement que ce n'est pas la Terre, mais le Soleil qui est le centre du mouvement des Planetes inférieures.

Enfin de même que l'on a démontré que l'orbite de la Terre n'est pas un cercle, mais une Ellipse, on peut

Les orbites de Venus, de Mercure &

des autres Planètes sont des Ellipses.

dire aussi la même chose des orbites de Venus, de Mercure, & de toutes les autres Planètes. Ces orbites elliptiques ont toutes un foyer commun qu'occupe perpétuellement le Soleil: & quoique ces mêmes Planètes ne se meuvent pas à chaque instant d'un mouvement égal & uniforme autour de ce foyer, néanmoins leur mouvement se fait constamment suivant une loi générale, laquelle ne sauroit être altérée; car elles parcourent tellement la circonférence de ces ellipses, que chaque ligne tirée du centre de la Planète à celui du Soleil, décrit à chaque instant des aires proportionnelles aux tems écoulés, en sorte que dans l'aphélie ces Planètes se meuvent un peu plus lentement qu'à l'ordinaire, & au contraire un peu plus rapidement dans leurs périhélies. Il est à remarquer néanmoins qu'il n'arrive pas à la ligne de leur aphélie la même chose qu'à celle de l'apogée de la Lune; car ou cette ligne est fixe dans le Ciel étoilé, ou si elle se meut, c'est d'un mouvement si lent qu'à peine la vie d'un homme peut-elle suffire pour y appercevoir un changement bien sensible. On remarquera aussi que l'orbite de Mercure est la plus Excentrique de toutes celles des Planètes, son excentricité étant à sa distance moyenne comme 2051 est à 10000.

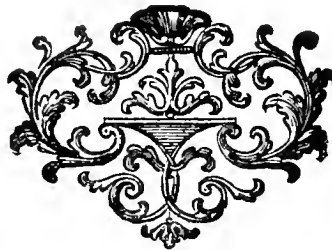


Fig. 1.

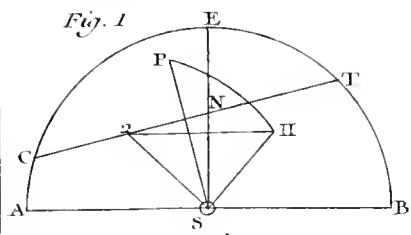


Fig. 2.

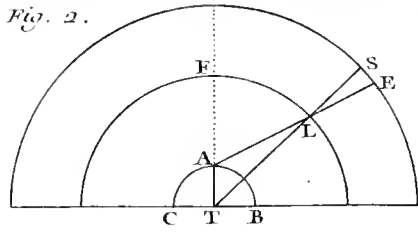


Fig. 3.

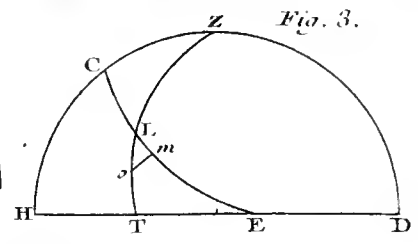


Fig. 4.

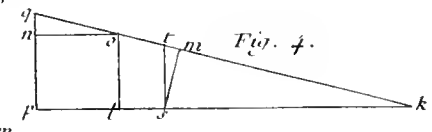


Fig. A.

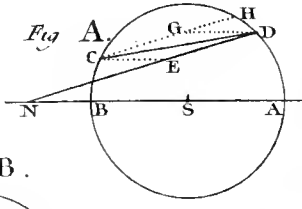


Fig. B.

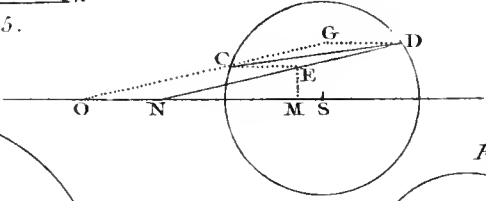


Fig. C.

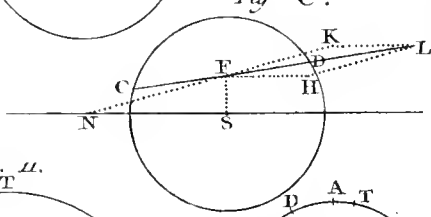


Fig. 7.

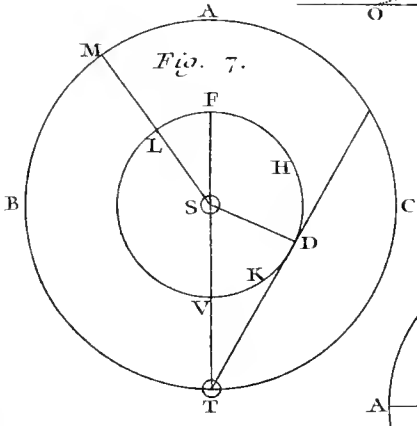


Fig. 11.

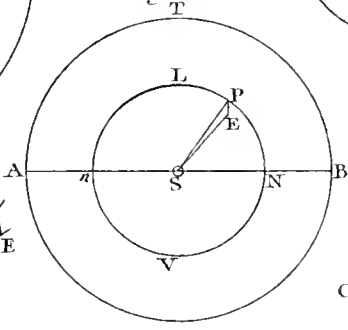


Fig. 8.

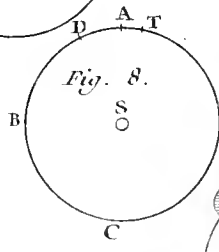


Fig. 9.

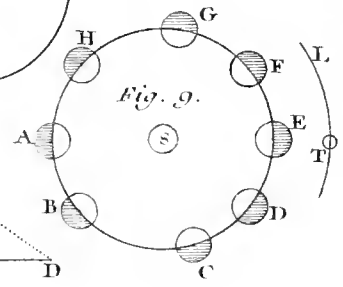


Fig. D.

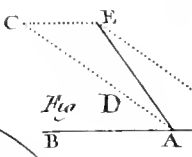


Fig. 10.

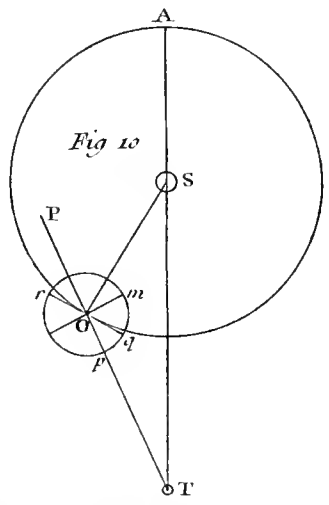


Fig. 13.

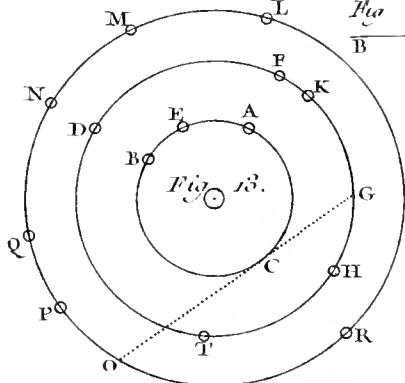
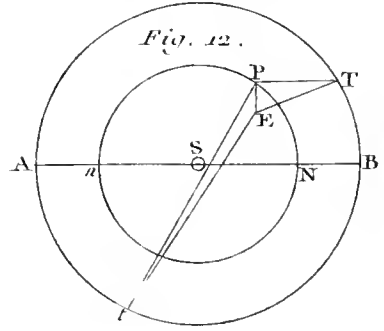


Fig. 12.



CHAPITRE SEIZIEME.

Du Mouvement des Planetes Supérieures, Mars, Jupiter & Saturne, & des Phénomènes qui en résultent.

PUISQUE nous nous sommes arrêtés dans le Chapitre précédent à expliquer les phénomènes que produisent à notre égard les divers mouvemens de la Terre & des Planetes inférieures, il paroît convenable de développer ici, autant qu'il sera possible, ceux qui appartiennent à chacune des trois Planetes supérieures. On supposera donc que *ABCT* soit l'orbite de la Terre, & que Mars, Jupiter & Saturne tournant autour du Soleil, chacun dans son orbite achevent leurs révolutions dans des tems différens & à diverses distances de cet Astre lumineux. Soit aussi *PQV* une partie du Zodiaque, dans le Ciel étoilé où les Astronomes sont obligés de rapporter les mouvemens des Planetes. Il paroît d'abord évident que ces mêmes Planetes vues du Soleil, doivent se trouver quelquefois en conjonction ou en opposition avec la Terre, c'est-à-dire que si l'on suppose l'une des trois Planetes, telle que Saturne, par exemple, en τ , la Terre se trouvant alors au point *M* dans la ligne droite qui joint les centres de Saturne & du Soleil, l'une & l'autre Planete vue du Soleil sera observée en ce cas en conjonction. La Terre peut encore se trouver dans la même ligne droite, mais de l'autre côté du Soleil comme en *B*, auquel cas l'on verra du Soleil la Terre & Saturne en opposition; ce qui formera une apparence toute contraire à celle que l'on observeroit de la Terre: car c'est alors que Saturne doit

PLANCHE VI,
Fig. 1.

nous paroître dans sa conjonction au Soleil. Il n'est pas moins évident que les trois Planetes supérieures, vues de la Terre, peuvent nous paroître successivement former toutes sortes d'angles aigus ou obtus avec le Soleil, en sorte que leur élongation peut être de 180° ou n'aura point de terme ; au contraire de ce qui s'observe dans les Planetes inférieures, puisque celles-ci ne peuvent jamais s'écarter du Soleil que d'une élongation limitée, comme nous l'avons démontré ci-dessus. En effet la Terre étant supposée au point *T*, il est clair qu'on peut tirer de ce point la droite *TP*, qui coupant les trois orbites, formera avec la droite *TS* tirée du centre du Soleil au centre de la Terre, l'angle donné *STP*; partant la Terre étant en ce lieu, & Saturne se trouvant, par exemple, en ce moment au point *F* de son orbite, son élongation au Soleil sera pour lors observée sous l'angle *STF*. Ensuite quand la Terre, vue du Soleil, se trouvera en conjonction avec quelqu'une des trois Planetes supérieures, cette même Planete vue de la Terre paroîtra au contraire en opposition * au Soleil, de maniere que nous appercevrons alors le Soleil & la Planete dans deux points du Ciel diamétralement opposés.

Methode de déterminer le tems qu'une Planete supérieure doit employer depuis sa conjonction ou son opposition au Soleil, jus-

C'est pourquoi si l'on observoit, par exemple, du Soleil la conjonction de la Terre à une Planete supérieure, telle que Saturne, il est certain que peu de tems après cette conjonction, comme le mouvement angulaire de la Terre à l'égard du Soleil est beaucoup plus rapide que n'est celui de Saturne, on verroit du Soleil la Terre s'écarter de plus en plus chaque jour de la Planete. En effet

* Les Astronomes ont toujours été fort attentifs à observer les Planetes supérieures, aux tems de leur opposition au Soleil ; car c'est alors le seul cas auquel elles paroissent de la Terre avoir la même longitude que si on les observoit du Soleil, c'est-à-dire, du foyer de leur orbite. Dans tout autre tems il faut réduire le Lieu observé de la Planete, au Lieu du Ciel où elle paroîtroit vue du Soleil : ce qui ne sçauroit se pratiquer facilement, parce qu'il faut supposer qu'on connoisse la distance du Soleil & de la Planete à la Terre ou la Parallaxe du grand orbe ; au lieu que dans les oppositions des Planetes au Soleil, on connoît immédiatement par observation, la vrai longitude de la Planete.

la Terre par son moyen mouvement diurne parcourant un arc de $59' 8''$, au lieu que Saturne ne parcourt qu'un arc d'environ deux minutes, il s'ensuit que le mouvement diurne de la Terre à l'égard de Saturne, paroîtroit, vu du Soleil, d'environ $57' 8''$. Si l'on fait donc comme $57' 8''$ font à 360° , ainsi un jour est à un quatrieme Terme, l'on aura par ce moyen le nombre de jours écoulés depuis une conjonction de la Terre à Saturne jusqu'à l'autre, sçavoir de 378 jours. On conçoit aussi fort aisément que puisque la Terre & Saturne, vus du Soleil, se trouvent en conjonction, le Soleil au contraire, vu de la Terre, paroîtra en même tems en opposition avec Saturne: d'où il suit que le nombre de jours écoulés entre les deux plus proches oppositions moyennes du Soleil & de Saturne fera d'environ 378 jours ou d'une année & 13 jours. La même regle a lieu encore pour le tems écoulé entre deux conjonctions moyennes de Saturne au Soleil, ou deux élongations quelconques, mais semblables. On aura dans tous ces cas-là environ 378 jours, en supposant les moyens mouvemens de la Terre & de Saturne tels qu'on les a rapportés ci-dessus. En un mot le tems écoulé entre une conjonction & l'opposition qui suit immédiatement après, est de 189 jours, ou la moitié de 378.

Ayant calculé de la même maniere le tems écoulé entre les deux plus proches conjonctions ou oppositions de Jupiter au Soleil, on a trouvé un an & 33 jours. A l'égard de Mars quand on l'a observé une fois en opposition au Soleil, on ne doit pas l'attendre à l'opposition suivante qu'au bout de deux ans & 50 jours.

On remarquera que les Planetes supérieures au tems de leur opposition, ne se levent qu'au moment que le Soleil se couche, & ne se couchent que lorsqu'il se leve; qu'aussi-tôt après qu'elles ont passé le lieu de leur opposition au Soleil, elles paroissent alors orientales, & qu'el-

qu'à celle qui suit immédiatement cette conjonction ou opposition proposée.

les sont visibles le soir, jusqu'au tems de la conjonction : car pour lors elles se levent & se couchent en même tems que le Soleil ; qu'au contraire après la conjonction elles deviennent occidentales & qu'on ne sçauroit les appercevoir qu'avant le lever du Soleil, puisqu'elles se couchent le soir quelque tems avant cet Astre, qui d'ailleurs nous les efface tout le jour. Elles sont donc visibles uniquement le matin, jusqu'à ce qu'étant parvenues à leurs oppositions, elles se levent enfin au moment du coucher du Soleil.

Les plans des orbites des Planetes supérieures sont un peu inclinés à celui de l'Ecliptique.

On ne doit pas être étonné après ce que nous avons dit au sujet des Planetes inférieures, de trouver les orbites des Planetes supérieures inclinées au plan de l'Ecliptique : mais comme la commune section de ce plan avec celui de chaque orbite est toujours une ligne droite qui passe par le Soleil, il y a donc autant de lignes des nœuds qu'il y a d'orbites, & les nœuds se trouvent par conséquent placés aux points de la circonférence de l'Ecliptique où se terminent les extrémités de chaque ligne d'intersection. D'où l'on voit la raison pourquoi les Planetes supérieures ne sçauroient paroître dans le plan de l'Ecliptique, à moins qu'elles ne se rencontrent précisément aux nœuds. Dans tout autre point de la circonférence de leurs orbites, elles sont plus ou moins éloignées de l'Ecliptique ; en un mot elles en paroîtront d'autant plus écartées, qu'elles s'approcheront des Limites, qui sont les points, comme l'on sçait, où elles se trouvent à distances égales de l'un & l'autre nœud. Or ces points ou limites dans lesquels les Planetes doivent paroître arrivées à leurs plus grandes latitudes héliocentriques, se trouvent éloignés du plan de l'Ecliptique de $2^{\circ} 30'$ pour Saturne, $1^{\circ} 20'$ pour Jupiter, & pour Mars $1^{\circ} 52'$. Voyez les Tab. Carol. de Street.

Les mêmes Tables Carolines donnent $3^{\circ} 24'$ & $6^{\circ} 54'$ pour les plus grandes Latitudes de Venus & de Mercure; mais cette dernière doit être augmentée de $5'$ à $6'$, celle de Saturne de $1'$, & celle de Mars diminuée d'environ $3\frac{1}{4}'$.

Il sera facile de rechercher de la même maniere qu'on l'a pratiqué pour Venus & Mercure, la latitude

héliocentrique d'une Planete supérieure, lorsque son lieu, ou sa distance au nœud comptée sur son orbite sera donnée. Quant aux latitudes géocentriques ou distances apparentes de la Planete à l'Ecliptique vues de la Terre, elles dépendent toujours de la situation & de la distance de la Planete à la Terre. En effet une même latitude héliocentrique peut répondre à différentes latitudes apparentes, selon les diverses situations de la Terre à l'égard de la Planete. Car soit l'orbite de la Terre $T \xi t$, $\oslash Nn$ l'orbite de Mars, qui est celle des Planetes supérieures qu'on se propose de considérer ici: puisque l'orbite de Mars est inclinée au plan de l'Ecliptique, on peut supposer que la section commune de ces deux plans, qui est la ligne des nœuds, soit représentée par Nn . Supposons d'abord la Terre en T & Mars en \oslash , de maniere que cette Planete paroisse en opposition au Soleil, alors abaissant du point \oslash la perpendiculaire $\oslash E$ sur le plan de l'Ecliptique, cette perpendiculaire sera la soutendante de l'angle que nous appelons la Latitude géocentrique. Or dans le cas présent où la Terre est en T , entre le Soleil & la Planete, cette Latitude apparente ou géocentrique de Mars sera mesurée par l'angle $\oslash TE$. Mais si l'on suppose ensuite la Terre au point t de son orbite, en sorte que Mars & le Soleil paroissent presqu'en conjonction, il s'ensuit que la latitude de Mars vue de la Terre, aura pour mesure l'angle $\oslash t E$, lequel est bien moindre que l'angle $\oslash TE$, puisque cet angle qui est fort petit se trouve diminué à très-peu de chose près dans la raison des distances, sçavoir de $T \oslash$ à $t \oslash$. On conçoit aussi que la Terre étant en T , la latitude géocentrique de Mars sera plus grande que la latitude héliocentrique, & au contraire la Terre étant en t . On expliquera de même les autres changemens qui doivent arriver à la latitude géocentrique ou vue de la Terre selon les différentes situations de Mars ou de la Terre relativement

PLANCHE VI.
Fig. 3.

au Soleil ; en sorte que , toutes choses d'ailleurs égales , la latitude géocentrique sera d'autant plus petite que Mars approchera de sa conjonction au Soleil , & au contraire d'autant plus grande , que cette Planete paroîtra s'avancer vers le lieu de son opposition.

Il est encore évident qu'aucune des trois Planetes supérieures ne paroîtra jamais , vue de la Terre , sur le disque du Soleil , comme il arrive quelquefois à l'égard de Mercure ou de Venus : il doit arriver au contraire qu'elles passeront au-delà du Soleil , en sorte que dans leurs conjonctions , toutes les fois qu'elles se trouveront aux nœuds , elles seront cachées par le disque du Soleil.

Le disque des Planetes supérieures n'est jamais sensiblement altéré dans sa rondeur.

Puisque chaque Planete a toujours une hémisphère tourné vers le Soleil , & qu'elle n'est lumineuse qu'autant qu'elle nous réfléchit les rayons de cet Astre , il s'ensuit que nous ne devons gueres observer de variétés dans les phases des Planetes supérieures dont le disque doit nous paroître rond , puisque la Terre est toujours vue de Jupiter ou de Saturne aux environs du Soleil. Mais si le disque de ces deux Planetes n'est jamais sensiblement altéré à notre égard , il n'en est pas de même à l'égard du disque de Mars , qui peut paroître tantôt plein & tantôt entamé * ; car faisant ses révolutions dans une orbite qui approche davantage de la Terre , il doit arriver que son hémisphère tourné vers le Soleil , sera quelquefois différent de celui qui est tourné vers nous ; de maniere que vers la Quadrature , c'est-à-dire , lorsque Mars paroissant à 90° du Soleil sera en *R* ou en *N* , la Terre étant en *M* ou en *B* , nous ne pourrons appercevoir qu'une certaine quantité de son hémisphère éclairé , & partant son disque sera altéré & paroîtra sous une phase différente de celle qu'on appercevoit , soit dans l'opposition , soit avant ou après sa conjonction au Soleil. On doit encore remarquer que vers le tems de l'opposition , Mars étant plein & en même-tems fort proche de la

* *Gibbosus.*

Il en faut néanmoins excepter Mars dont le disque lumineux paroît un peu entamé lorsque cette Planete paroît à 50° du Soleil.

PLANCHE VI.

Fig. 1.

Terre, cette Planete paroîtra pour lors à nos yeux très-éclatante, parfaitement ronde, & beaucoup plus lumineuse que dans toute autre situation.

Cette différence d'éclat que nous venons de remarquer ici à l'égard de Mars convient aussi aux deux autres Planetes supérieures, qui paroissent en effet au tems de leur opposition beaucoup plus grandes & plus éclatantes que vers le tems de leur conjonction au Soleil. Car elles sont véritablement bien moins éloignées dans l'un de ces deux cas que dans l'autre, la différence de leurs distances étant alors égale au diametre du grand orbe, c'est-à-dire, au diametre de l'orbe que parcourt la Terre autour du Soleil. Il y a cependant cette considération à faire ici, sçavoir que la différence qui en résulte a un beaucoup plus grand rapport au diametre de l'orbite de Mars qu'à celui des deux autres Planetes; d'où l'on voit que la diminution de grandeur apparente depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, doit être bien plus sensible dans Mars qu'à l'égard de Jupiter & de Saturne. Aussi Mars se trouvera il cinq fois plus près de nous dans son opposition au Soleil qu'au tems de sa conjonction; & parce que le disque & l'éclat d'un corps lumineux quelconque augmente en raison doublée ou comme les quarrés de ses distances à mesure qu'il s'approche de nous; il faut donc conclurre que Mars au tems de son opposition paroîtra vingt-cinq fois plus grand & plus lumineux que vers sa conjonction au Soleil.

Les Planetes supérieures paroissent bien plus grandes au tems de leur opposition que vers leur conjonction au Soleil.

Jupiter étant environ cinq fois plus éloigné du Soleil que n'en est la Terre, le diametre apparent du Soleil, vu de Jupiter, ne paroîtra gueres que sous un angle de 6'. Et si l'on suppose que le Soleil nous paroisse à peu près sous un angle d'un demi-degré ou d'environ 30', un Spectateur placé dans Jupiter appercevroit le Soleil vingt-cinq fois * plus petit que nous le voyons; d'où il suit que cette

Différences très-sensibles dans la chaleur que les Planetes reçoivent du Soleil.

* 5 x 5.

Planete ne ſçauroit recevoir que la vingt-cinquieme partie de la lumiere & de la chaleur que nous recevons ſur la Terre. Mais auffi puisque Saturne eſt dix fois plus loin du Soleil que nous, le Soleil n'y doit donc paroître que ſous un angle de trois minutes, c'eſt-à-dire ſous un angle environ deux fois plus grand que celui ſous lequel nous obſervons Venus lorsqu'elle eſt périgée. Ainſi le diſque du Soleil vu de Saturne paroît cent fois * plus petit que nous ne le voyons : or la lumiere & la chaleur que Saturne reçoit du Soleil doivent diminuer dans la même raiſon. On voit par là que les régions ſituées ſous l'Equateur de Saturne feront moins échauffées que nos zones glaciales.

* *Quarrié*
de 10, c'eſt-à-
dire, 10 × 10.

Les Planetes ſupérieures vues du Soleil paroiffant régulièrement chaque jour s'avancer du même ſens, c'eſt-à-dire, ſelon une loi conſtante, en conſervant l'égalité des aires proportionnelles aux tems, il doit donc arriver de là que leur mouvement angulaire autour du Soleil paroitra un peu inégal; car étant comme retardées aux environs de l'aphélie, elles doivent ſe mouvoir un peu plus lentement, & au contraire leur viteſſe augmentant vers le périhélie, elles doivent accélérer leur mouvement. Mais ces mêmes Planetes vues de la Terre ſembleront aſſujetties, en parcourant le Zodiaque, à de prodigieuſes inégalités, puisqu'elles ne s'avanceront pas toujours d'Occident en Orient, comme ſemble l'exiger la loi de leur mouvement réel. En effet elles paroîtront ralentir leurs viteſſes juſqu'à devenir ſtationnaires & même rétrogrades, comme ſi leur mouvement changeoit de direction, paroiffant alors emportées d'un ſens contraire, c'eſt-à-dire, vers l'Occident: ces mêmes Planetes après avoir paru quelque tems rétrogrades deviendront enſuite ſtationnaires & continueront enſin à reprendre leur véritable route, en s'avançant d'Occident en Orient. Il faut bien remarquer que le mouvement de la

Le mouve-
ment des Pla-
netes confi-
ré, non du So-
leil, mais de
la Terre, eſt
tout-à-fait ir-
régulier.

Terre autour du Soleil , que l'on a prouvé ci-dessus , étant une fois supposé , ces variétés apparentes de mouvemens & de vitesses s'expliquent d'une maniere fort simple, ce qui n'arriveroit pas si l'on négligeoit d'avoir égard au mouvement & aux divers lieux qu'occupe la Terre sur son orbite.

Soit PQO une partie du Zodiaque , $ABCD$ l'orbite de la Terre , $EMGXZ$ l'orbite d'une Planete supérieure , telle que Saturne , par exemple , en sorte que la Terre étant en A & Saturne en E , cette Planete vue de la Terre paroisse répondre au point O du Zodiaque. Il est certain que si Saturne n'a aucun mouvement , en ce cas celui qui est particulier à la Terre & qui la transporte en B , nous feroit paroître Saturne au point L du Zodiaque , comme si cet Astre eût en effet parcouru l'arc OL d'Occident en Orient , ou selon la suite des Signes. Mais puisque dans l'espace de tems que la Terre emploie à se mouvoir depuis A jusqu'en B , Saturne au lieu de rester immobile , se trouve transporté par son propre mouvement de E en M , paroissant alors en conjonction au Soleil ; cette Planete vue de la Terre aura semblé parcourir l'arc OQ du Zodiaque , lequel est bien plus grand que l'arc OL . On voit par là que les Planetes supérieures au tems de leurs conjonctions au Soleil , paroissent se mouvoir plus rapidement qu'elles ne doivent en effet , leurs accélérations ou vitesses apparentes étant alors composées de celle qui dépend de leur mouvement propre autour du Soleil , & de la vitesse avec laquelle la Terre se meut dans le demi-cercle opposé autour du même centre. Cette règle est générale pour toutes les Planetes , sçavoir que lorsqu'elles sont parvenues à la plus grande distance où elles peuvent se trouver à l'égard de la Terre , & qu'elles sont en même tems en conjonction avec le Soleil , alors leur vitesse apparente est plus grande , c'est-à-dire , que leur vitesse apparente surpasse celles qu'elles ont effectivement ou qu'on leur attribueroit

PLANCHE VI.
Fig. 2.

Quand est-ce que les Planetes supérieures sont directes & que leur mouvement paroît s'accélérer ?

Des tems auf-
quels les Pla-
netes supérieu-
res doivent pa-
roître station-
naires.

si la Terre demeurait pour lors immobile au même point de son orbe. Qu'on suppose présentement la Terre parvenue au point *C* pendant que Saturne a parcouru l'arc *MG*, nous verrons par conséquent cette Planete au point *R* du Zodiaque. Mais quand la Terre sera en *K* & Saturne en *H*, la Terre parcourant alors l'arc de son orbe qui ne differe pas beaucoup de sa tangente qui prolongée passerait par Saturne (ou, ce qui revient au même, la ligne droite qui joint les centres de Saturne & de la Terre étant pour lors à peu près une tangente de l'orbe terrestre), il est certain que nous verrons en ce cas Saturne répondre presque au même point *P* du Zodiaque : cette Planete sera donc alors stationnaire & doit rencontrer plusieurs jours de suite à très-peu-près les mêmes Etoiles fixes.

Ensuite la Terre étant parvenue en *D*, & Saturne qui est en *X* paroissant alors en opposition au Soleil, on doit l'appercevoir au point *V* du Zodiaque, de maniere que Saturne semblera avoir rétrogradé selon l'arc *PV*. Il est donc évident que les Planetes supérieures au tems de leur opposition au Soleil sont rétrogrades, & que leur mouvement apparent se fait alors contre l'ordre des Signes. Mais la Terre étant en *A* & Saturne en *Z*, on le doit voir dans sa station ; c'est-à-dire, qu'au point *N* du Zodiaque, Saturne sera stationnaire, & cela pour la seconde fois. Enfin la Terre quittant cette situation, Saturne continuera à paroître s'avancer selon l'ordre des Signes, & son mouvement se fera à l'ordinaire d'Occident en Orient.

Ce que l'on vient d'expliquer ici à l'égard de Saturne peut s'appliquer facilement aux deux autres Planetes Jupiter & Mars : on voit par là la raison pourquoi elles nous doivent paroître tantôt directes, stationnaires & rétrogrades, ensuite stationnaires & directes. Mais il y a ceci à remarquer que Saturne paroît plus souvent rétrograde que Jupiter, & la raison en est très-simple, Saturne s'avancant
beaucoup

beaucoup moins vite chaque année sur son orbite, que Jupiter dont le mouvement propre est plus sensible : or il suit de là que la Terre doit l'apercevoir plutôt en opposition au Soleil, & par conséquent plus souvent rétrograde. On concevra aisément la même chose à l'égard de Jupiter, qui doit paroître plus souvent rétrograde que Mars, parce que celui-ci ayant plus de vitesse & un mouvement plus rapide, doit parcourir en effet un plus grand espace, en sorte qu'il faut à Mars un tems incomparablement plus long qu'à Jupiter pour reparoître en opposition au Soleil.

Présentement soit AC un arc de l'orbite terrestre dont AN est la tangente : on suppose, que selon cette tangente, l'on puisse observer de la Terre successivement les trois Planetes supérieures, sçavoir Mars en α , Jupiter en ζ , & Saturne en η : Soit aussi $KLMN$ un arc du Zodiaque. Il est évident que le lieu de Mars, vu du Soleil, seroit au point K , lequel représente par conséquent son lieu vrai ou héliocentrique. Mais parce que la Terre est en A , nous rapporterons le lieu apparent de Mars au point N du Zodiaque : ainsi le point N fera son lieu vu ou apparent. Semblablement Jupiter vu du Soleil paroîtroit en L , c'est-à-dire, dans son lieu vrai, quoique de la Terre il paroisse en N . Enfin Saturne observé du Soleil qui est au foyer de son orbite, paroîtroit en M , mais son lieu apparent dans le Zodiaque vu de la Terre répondra au point N . Ainsi les arcs KN , LN , MN , qui sont les différences entre les lieux vrais & apparens, sont nommés les Parallaxes de l'orbite annuel à l'égard de chacune de ces Planetes. Menant donc par le point S la ligne SO parallele à AN , on aura les angles $A\alpha S$, $A\zeta S$, $A\eta S$ égaux aux correspondans KSO , LSO , & MSO , lesquels ont pour mesure les arcs KO , LO , & MO . Car l'angle ANS est égal à l'angle NSO sous lequel on verroit du Ciel étoilé le demi-diametre de l'orbite terrestre : mais ce demi-

Effet de la Parallaxe de l'orbite annuel dans les Planetes.

PLANCHE VI:
Fig. 4.

diametre AS de l'orbe n'est qu'un point relativement à la distance des Etoiles fixes, ou, ce qui est la même chose, ce demi-diametre vu des Etoiles fixes ne sçauroit paroître sous aucun angle sensible; il est donc vrai de dire que l'angle NSO , ou l'arc NO qui en est la mesure, se réduit à rien dans le Ciel étoilé; & partant les points N & O peuvent être pris pour un seul & même point; d'où il suit que les arcs KO , LO , MO different à peine des arcs KN , LN , & MN , & mesureront par conséquent les angles $A \curvearrowright S$, $A \curvearrowleft S$, $A \text{ 7 } S$. Or comme ces angles représentent les demi-diametres apparens de l'orbite terrestre, ou vus de chaque Planete, il est donc vrai de dire, à l'égard des Planetes supérieures, que la Parallaxe de l'orbe annuel est toujours l'angle sous lequel le demi-diametre du grand orbe seroit vu de la Planete; enforte que plus une Planete supérieure sera proche de la Terre, plus cet angle deviendra sensible. Ainsi dans Mars la Parallaxe de l'orbe annuel est plus grande que dans Jupiter, de même que dans Jupiter elle est plus grande que dans Saturne; enfin elle est insensible dans les Etoiles fixes.

Au reste les angles $A \curvearrowright S$, $A \curvearrowleft S$, $A \text{ 7 } S$, sont à très-peu de chose près les plus grandes éloignations de la Terre au Soleil, relativement à chacune des trois Planetes supérieures. Cet angle dans Mars est d'environ 42° , & partant la Terre vue de Mars doit s'écarter un peu moins du Soleil que ne nous le paroît Venus. Dans Jupiter la plus grande éloignation de la Terre au Soleil paroît de 11° , ce qui n'est pas la moitié de la plus grande éloignation qui a été observée jusqu'ici dans Mercure à l'égard du Soleil. Enfin dans Saturne cet angle parallaxique, ou la plus grande éloignation de la Terre au Soleil n'excede pas 6° , c'est-à-dire, qu'elle n'est pas le quart de la plus grande éloignation que nous observons dans Mercure à l'égard

du Soleil. C'est pourquoi Mercure étant rarement visible à notre égard, on doit juger que la Terre doit l'être encore bien moins vue de Saturne, en sorte qu'il pourroit très-bien se faire qu'un Observateur placé dans Saturne ignorerait fort long-tems que notre Terre existe, & qu'elle décrit une orbite autour du Soleil, la Terre étant une fort petite Planete que vraisemblablement il seroit très-difficile d'y découvrir.

On peut dire aussi que la quantité dont Mars paroît rétrograder, est bien plus considérable que celle qui convient à Jupiter, de même que celle-ci excède à son tour l'arc sous lequel Saturne nous paroît rétrograde. Cela est fondé sur deux causes, dont l'une est que Mars est plus près de la Terre que n'en est Jupiter, & celui-ci plus près que Saturne; l'autre cause vient de ce que la plus proche de ces trois Planetes est celle qui a le mouvement le plus rapide.

La Parallaxe de l'orbe annuel étant une fois connue dans les Planetes, on a dès-lors le rapport de leurs distances à celle de la Terre au Soleil. Car supposons qu'à l'égard de Mars on connoisse l'angle $A \sphericalangle S$, qui est la Parallaxe de l'orbe annuel dans cette Planete, comme il n'y a presque aucune difficulté à déterminer l'autre angle $\sphericalangle A S$, soit par observation, soit par le calcul, cet angle étant l'élongation de la Planete au Soleil, on pourra faire cette analogie. Comme le sinus de la Parallaxe de l'orbe annuel est au sinus de l'élongation de Mars au Soleil, ainsi SA distance de la Terre au Soleil, est à un quatrieme terme, qui fera la distance de Mars au Soleil. On doit remarquer ici que cette Parallaxe du grand orbe qui nous fait paroître les Planetes s'avancer plus ou moins vite dans le Ciel (puisqu'elles semblent aller tantôt vers l'Orient & tantôt vers l'Occident) est l'unique cause d'une inégalité qui trouble leur mouvement réel, que tous les Astronomes ont enfin reconnue & qu'ils ont bien soin de

Les Arcs de rétrogradation sont bien plus grands à notre égard dans Mars que dans Jupiter, & dans celui-ci encore plus grands que dans Saturne,

La Parallaxe de l'orbe annuel étant une fois connue dans chaque Planete, on a dès-lors leurs distances relatives à l'égard du Soleil.

De la seconde inégalité dans les mouvemens apparents des Planetes, & que les Astronomes appellent inégalité optique.

distinguer, l'appellant *inégalité optique*, ou *inégalité seconde* : en effet elle doit être séparée de la premiere inégalité, laquelle est réelle & se trouve toujours dans les Planetes, puisque leur mouvement, comme on l'a suffisamment expliqué ci-dessus, est alternativement un peu accéléré ou retardé à chaque révolution périodique. Cette inégalité optique ou parallaxe disparoît néanmoins dans les conjonctions ou oppositions des Planetes au Soleil; ou du moins c'est dans ces cas-là principalement que les Astronomes ont coutume d'observer le lieu des Planetes, puisque leur longitude géocentrique est pour lors exactement la même que la longitude héliocentrique, ou qui seroit vue du foyer de la Planete.

Des Satellites de Jupiter & de Saturne.

Enfin les deux plus élevées de nos Planetes supérieures sont accompagnées de plusieurs Lunes ou Satellites, Jupiter en ayant quatre & Saturne cinq. Cette multitude de Lunes doit y produire un spectacle merveilleux. En effet chacun de ces Satellites faisant diverses révolutions autour de sa Planete principale, ne paroît pas s'en éloigner au-delà de certaines bornes, mais l'accompagne à mesure qu'elle tourne autour du Soleil; d'où il arrive que chaque fois qu'un Satellite approchera de son opposition au Soleil, il paroîtra sous des phases différentes de même que la Lune; car dans l'opposition le Satellite vu de la Planete principale, paroîtra en entier, son disque étant alors plein & très-lumineux : en un mot son disque doit s'altérer ensuite, paroître en Quartier, & enfin en Croissant, à mesure que ce Satellite approchera de sa conjonction, où il cessera de se montrer jusqu'à ce que vers le commencement d'une autre révolution synodique il reparoisse sous de nouvelles phases.

Quoique ces Satellites vus de la Terre ne semblent jamais s'écarter beaucoup de leur Planete principale, cependant on s'apperçoit qu'alternativement ils s'en éloignent.

gnent & s'en approchent. Soit *ABT* l'orbe terrestre dont le Soleil occupe le centre, *EF* un arc de l'orbite de Jupiter, cette Planete étant supposée en π au centre des cercles que parcourent les quatre Lunes ou Satellites; il est évident que quand ces Satellites parcourent la partie inférieure de leur orbite *LMN*, ils paroîtront vus de la Terre ou du Soleil s'avancer vers l'Occident; & qu'au contraire lorsqu'ils parcourront la partie supérieure *GHK* de leurs orbites, ils paroîtront se mouvoir dans leur sens naturel, c'est-à-dire vers l'Orient. Or lorsque ces Satellites paroissent se mouvoir vers l'Orient, il arrive que nous les perdrons deux fois de vue, étant cachés d'abord en *O* par l'interposition du corps de Jupiter, parce qu'ils sont alors dans la ligne droite qui passe par les centres de la Terre & de Jupiter. Ensuite ils disparaîtront dans l'ombre de Jupiter, ces secondes occultations étant proprement leurs véritables Eclipses. Ce phénomène arrivera toutes les fois que Jupiter se trouvera directement entre ces Lunes & le Soleil, c'est-à-dire, au moment qu'elles seront pleines, ou plutôt lorsqu'elles seront entièrement privées de lumière, comme il arrive à notre Pleine Lune, qui s'éclipse dans l'ombre de la Terre, lorsqu'au moment de son opposition au Soleil, elle n'a qu'une très-petite latitude.

Quand Jupiter est plus oriental que le Soleil, ou qu'on l'apperçoit vers le commencement de la nuit, la Terre étant, par exemple, en *A*, les Satellites paroissent alors se cacher derrière Jupiter, & cela à cause de leur conjonction apparente au disque de cet Astre, ce qui arrive assez long-tems avant que ces Satellites entrent dans l'ombre: ensuite ils s'y plongent peu à peu. Mais au contraire quand Jupiter est plus occidental que le Soleil, c'est-à-dire, quand immédiatement après sa conjonction cette Planete est sortie de ses rayons; en un mot lorsqu'on

l'observe le matin du côté de l'Orient, la Terre étant en ce cas en *B*, alors les Satellites paroissent entrer dans l'ombre de Jupiter, sçavoir en *V*, long-tems avant que de se cacher en *P* derriere le disque de Jupiter. Enfin lorsque ces Satellites ou Lunes sont rétrogrades à notre égard, c'est-à-dire, lorsque parcourant la partie inférieure de leur orbite, ils tendent vers l'Occident, alors ces Satellites ne se cachent plus qu'une fois, pour ainsi dire, sçavoir lorsqu'ils sont confondus avec le disque de Jupiter, sur lequel on ne les peut distinguer que très-difficilement chaque fois qu'ils le traversent. Au reste si du Soleil on les observoit dans leur conjonction inférieure avec Jupiter, ou, ce qui revient au même, si de Jupiter ces Satellites paroissent passer sur le Soleil, leur ombre tomberoit pour lors nécessairement sur Jupiter, en sorte qu'une petite partie de la surface de cet Astre seroit éclipcée; de cette maniere ceux qui se trouveront dans les lieux du disque traversés par cette ombre, observeront une Eclipsé de Soleil. Enfin nous ne répererons pas ici quelles sont les distances ni les périodes des Satellites de Jupiter & de Saturne, puisque le détail s'en trouve au troisieme Chapitre.

Premiere utilité qu'on a retirée des Eclipsés des Satellites de Jupiter.

Les Astronomes s'en sont servis pour découvrir la Parallaxe de l'orbite annuel dans Jupiter, comme aussi la vraie distance de cette Planete au Soleil.

Par les mouvemens observés & par les Eclipsés des Satellites, on peut découvrir assez exactement la Parallaxe de l'orbite annuel, & par conséquent la distance de Jupiter au Soleil. Car soit *POR* l'orbite du quatrieme Satellite, soit aussi la Terre au point *A* de son orbite, on observera le moment auquel ce Satellite se cache derriere Jupiter en *O*; c'est-à-dire, qu'en prenant le milieu des tems auxquels il disparoît & paroît alternativement derriere cet Astre, on connoitra l'instant auquel ce Satellite s'est trouvé dans la ligne droite qui passe par les centres de la Terre & de Jupiter. De même observant le tems auquel le Satellite se trouve au milieu de l'ombre lorsqu'il est éclipcé en *V*, on aura par conséquent l'intervalle de tems qu'il aura em-

ployé à parcourir l'arc OV : or supposant d'ailleurs son mouvement autour de Jupiter égal ou uniforme, on connoitra donc l'arc OV , puisque ce Satellite acheve sa révolution autour du Soleil en 402 heures qui répondent à 360° . Ainsi dans la supposition que le quatrième Satellite ait employé 12 heures à se mouvoir de O en V , on fera comme 402 heures sont à 12 heures, ainsi 360° à un quatrième terme, sçavoir $10^\circ 44'$: l'arc OV fera donc de $10^\circ 44'$. Mais l'arc OV est la mesure de l'angle $O\zeta V$, ou de son opposé au sommet $A\zeta S$, qui est la mesure de la parallaxe de l'orbe annuel dans Jupiter. Connoissant donc cette Parallaxe, on résoudra le Triangle $A\zeta S$ dans lequel l'angle à ζ est donné: on a de plus par observation l'angle en A , qui est l'élongation de Jupiter au Soleil vu de la Terre, l'on pourra donc résoudre le Triangle en supposant le côté AS égal à la moyenne distance de la Terre au Soleil, de 100000; car tous les angles & un côté étant connus, on aura par la Trigonométrie rectiligne le côté $S\zeta$ distance de Jupiter au Soleil, comme aussi le côté $A\zeta$, qui est la distance de cette Planete à la Terre. Que si l'on vouloit parvenir à connoître ces distances avec la plus grande exactitude, il faudroit réitérer un grand nombre de fois les Observations, & y employer les meilleures & même les plus grandes lunettes d'approche.

Les Eclipses des Satellites de Jupiter ont été d'une utilité merveilleuse pour résoudre l'une des plus belles questions de la Physique céleste. Il s'agissoit de décider, Si la lumiere étoit instantanée, ou si son mouvement devoit se faire successivement. Or il est démontré par les Eclipses des Satellites, que c'est en vain qu'on a prétendu que la lumiere étoit instantanée, quoique d'ailleurs ce mouvement soit très-rapide, la lumiere venant à nous avec une vitesse qui doit nous étonner: en voici la démonstration.

Le mouvement de la Lumiere se fait successivement, & par conséquent n'est pas instantané comme les Sectateurs de Descartes l'ont si long-tems prétendu.

Si la lumiere ne venoit pas à nous successivement,

mais qu'elle fût instantanée, il est évident que la Terre étant en T dans sa plus grande distance de Jupiter, on apercevrait l'Eclipse du Satellite au même instant que si la Terre étoit en X , c'est-à-dire, dans sa plus petite distance à Jupiter; puisque selon la supposition que l'on vient de faire, la lumière se répandroit à des distances infinies & au même instant dans tous les espaces. Mais si au contraire la propagation de la lumière se fait successivement ou d'une manière qui nous soit sensible; il est évident qu'un Observateur placé en X étant plus près de Jupiter (de la distance XT égale au demi-diamètre du grand orbe) qu'un autre placé en T , il apercevrait plutôt l'Eclipse du Satellite, qu'elle ne seroit observée du point T ; en sorte que par le moyen de l'intervalle de tems écoulé & comparé à la distance XT , on connoîtroit la vitesse de la lumière qui convient à cette distance, laquelle répond à un tems déterminé, & à proportion le tems qui doit répondre à tout autre espace proposé. Or c'est précisément ce que les Observations ont fait découvrir, puisque toutes les fois que la Terre s'approche de Jupiter, les Eclipses des Satellites arrivent tous les jours un peu plutôt que quand elle s'en éloigne vers T . Car on s'aperçoit peu-à-peu d'une différence entre le calcul & les observations, qui devient assez considérable. Les Eclipses de Satellites ayant donc ainsi paru plusieurs années de suite anticiper chaque jour pendant près de six mois & retarder au contraire dans les autres saisons de l'année, M. de *Roëmer* * a été incontestablement le premier qui ait démontré que ce Phénomène établissoit

* Dans le Journal des Sçavans du 7 Décembre 1676 on lit ce qui suit, pag. 235
 » La nécessité de cette nouvelle Equation du retardement de la Lumière, est établie par toutes les Observations faites à l'Académie & à l'Observatoire depuis
 » 8 ans, & nouvellement elle a été confirmée par l'Emerfion du premier Satellite
 » observé à Paris le 9 Novembre dernier à 5^h 35' 45" du soir, 10 minutes plus
 » tard qu'on n'eut du l'attendre en la déduisant de celles qui avoient été observées
 » au Mois d'Août, lorsque la Terre étoit beaucoup plus proche de Jupiter; ce
 » que M. de Roëmer avoit prédit à l'Académie dès le commencement de Septembre.

le mouvement successif de la lumiere. Et quoique depuis la découverte de l'Aberration des Etoiles fixes faite il y a environ vingt ans, cette fameuse question ait été pleinement décidée, il est cependant vrai de dire que la plupart des Astronomes & des Philosophes avoient depuis long-tems adopté la démonstration de M. de Roemer que l'on vient de rapporter. Car il faut sçavoir que l'on avoit déjà établi une premiere inégalité apparente dans les retours des Satellites à l'ombre de Jupiter, laquelle répondoit à l'excentricité de Jupiter, & qui pouvoit produire une équation tantôt additive, & tantôt soustractive, dont la plus grande montoit à $0^h 39' 08''$, pour le premier Satellite, & pour les trois autres à $1^h 18' 35''$; $2^h 38' 27''\frac{1}{2}$; $6^h 10' 26''\frac{1}{2}$. Cette premiere inégalité dépendoit uniquement de l'excentricité, & devoit répondre à la plus grande équation du centre de Jupiter, laquelle étant de $5^\circ 31'\frac{1}{2}$, lorsque cette Planete se trouve dans ses moyennes distances, il faut nécessairement que chaque Satellite parcourre dans son orbe un arc de pareille grandeur, lorsqu'il s'agit de réduire les conjonctions moyennes aux véritables. Le calcul de cet élément (& des autres équations pour le I^{er} Sat. pag. 310) est facile, puisque ces Satellites font leurs révolutions de 360° , dans les intervalles de tems qu'on a rapportés vers la fin du III^e Chapitre. Or après avoir exposé la nécessité d'employer cette premiere inégalité à laquelle il faut toujours avoir égard dans le calcul des conjonctions des Satellites, comme aussi à l'équation du tems Astronomique (dont tous les Astronomes sont enfin convenus depuis que Flamsteed l'a démontrée en 1672, de la maniere qu'on le trouvera expliqué au Chapitre XXVI,) on trouve que M. Cassini assure dans un Discours publié en l'année 1693, en même tems que la seconde édition de ses Tables, « Qu'après » cette équation il reste encore d'autres inégalités dans les

Les deux démonstrations ingénieuses qu'en ont données MM. de Roemer & Bradlei.

L'excentricité de l'orbite de Jupiter, produit une premiere inégalité ou équation dans chaque retour des Satellites à l'ombre de Jupiter.

» mouvemens des Satellites de Jupiter, qui sont différentes
 » en chacun d'eux ». Il ajoute encore : » Dans la construc-
 » tion de mes premières Tables le mouvement du quatrie-
 » me Satellite me parut plus égal que celui de tous les
 » autres, & le premier Satellite me parut approcher de
 » l'égalité du quatrième. Je remarquai que dans le second
 » & le troisième il y avoit des inégalités plus considéra-
 » bles; & j'avouai que dans les Ephémérides je m'étois
 » servi de certaines équations empiriques qui m'étoient
 » connues par les observations, sans que j'en eusse encore
 » pu découvrir les causes. M. de Roemer * expliqua très-
 » ingénieusement une de ces inégalités qu'il avoit obser-
 » vées pendant quelques années dans le premier Satellite,
 » par le mouvement successif de la lumière, qui demande
 » plus de tems à venir de Jupiter à la Terre, lorsqu'il en
 » est plus éloigné, que lorsqu'il en est plus près; mais il
 » n'examina pas si cette hypothèse s'accommodoit aux au-
 » tres Satellites ».

La seconde inégalité, dans les Eclipses ou retours du 1er Satellite à l'ombre de Jupiter, dépend du mouvement successif de la lumière.

Cette seconde inégalité diffère de la première, en ce qu'elle n'est pas proportionnelle aux tems des révolutions, étant exactement la même pour les trois autres Satellites.

M. Hallei a répondu à ces derniers articles, n'ayant pu s'empêcher de témoigner son étonnement sur ce que M. Cassini nous dit : « Il m'est arrivé souvent qu'ayant éta-
 » bli les époques des Satellites dans les oppositions avec
 » le Soleil où les inégalités synodiques doivent cesser,
 » & les ayant comparées ensemble pour avoir le moyen
 » mouvement, lorsque je calculois sur ces époques & sur
 » ce moyen mouvement les Eclipses arrivées près de l'une
 » & de l'autre quadrature de Jupiter avec le Soleil; le
 » moyen mouvement calculé aux tems de ces quadratu-
 » res, s'est trouvé différer d'un degré entier ou un peu
 » plus, du vrai mouvement trouvé par les observations
 » immédiates; de sorte que les Satellites dans les quadra-

* On ne sauroit contester à M. de Roemer cette découverte, puisque le passage qu'on lui oppose de l'Histoire Latine de M. Duhamel, est non-seulement sans date * mais encore inintelligible. Il faudroit qu'on yût conformément à la copie originale *Ex. gr. Emeriso Primi Proxima 16 Novembris (anni 1676) 10 circiter minutis tardius accidet quam indicat calculus qui eam vulgari modo deducit ex emerisonibus factis statim post oppositionem Jovis, mensis Julio vel Augusto.*

* Voyez le Journal des Sçavans.

» tures avoient environ un degré d'équation soustractive à
 » l'égard du moyen mouvement établi dans les opposi-
 » tions; d'où l'on pourroit inférer que cette équation seroit
 » doublée dans les conjonctions ».

Il suit de-là, selon M. Halleï, qu'au lieu de $14'$, $10''$, que M. Cassini a établi pour la seconde équation du premier Satellite dans les conjonctions, on auroit à proportion $28' 27''$ pour le second Satellite, & que pour les deux autres la seconde équation monteroit à $57' 22''$ & $2^h 14' 07''$; au lieu que si la seconde équation dépend du mouvement successif de la lumière, elle fera la même pour tous les Satellites.

Or l'an 1676, l'émerfion du troisieme Satellite de l'ombre de Jupiter observée à Paris le 14 Novembre à 6^h , $5'$, $55''$, de tems moyen, a été déterminée 43 jours, 0^h , $6'$, $18''$, après une semblable émerfion qui se trouve avoir encore été observée par M. Cassini au commencement d'Octobre. Cet intervalle de tems surpasse six moyennes révolutions du Satellite de $8' 22''$: mais à cause de la I^{re} équation & de la durée, &c. il en faut ôter $4' 27''$, de maniere qu'à peine reste-t-il $4'$ pour la seconde équation, c'est-à-dire, environ $0\frac{3}{4}$ de moins que selon le calcul du mouvement successif de la lumière, ce qui peut être attribué facilement aux petites erreurs des observations. Mais au lieu de $4'$ on auroit dû trouver, suivant les suppositions de M. Cassini, $18\frac{2}{3}$, c'est-à-dire, l'intervalle entre les observations beaucoup plus grand d'environ un quart d'heure.

Calcul de la
 seconde iné-
 galité, proposé
 par M. Halleï.

Cela paroît encore plus évident à l'égard du quatrieme Satellite, car selon les observations de Flamsteed faites à Greenwich en 1682 le 24 Septembre, vieux stile, à $17^h 32'$, ou $30'$ de tems moyen, le Satellite a paru sortir de l'ombre; & après un intervalle de $83^j 17^h 48'$, sçavoir, le 17 Décembre on a observé une semblable émerfion. Or si l'on suppose, selon M. Halleï, que le

Satellite a dû achever cinq moyennes révolutions en 83 jours $18^h 25\frac{1}{2}'$, il n'y auroit donc qu'un excès sur l'observation de $37\frac{1}{2}'$ à distribuer aux différentes inégalités qui ont dû affecter le Satellite. Il en faut d'abord attribuer $21'$ à la premiere équation, ce qui réduit à $18\frac{1}{2}'$ la seconde inégalité (d'autant que la durée de la dernière Eclipse a dû être plus grande, Jupiter approchant de son noeud descendant, & qu'ainsi au lieu de supposer $21'$ pour la premiere équation, on pourroit ne compter seulement que $19'$.) Et comme la Terre a dû approcher pendant ce tems-là de Jupiter d'un peu plus que le Rayon de son orbe, on auroit dû trouver $1^h 20\frac{1}{2}'$ d'excès, selon les suppositions de M. Cassini: mais puisqu'on n'a trouvé que $18\frac{1}{2}'$, cette différence, quoiqu'un peu trop grande, ne s'écarte pas beaucoup du calcul fondé sur la théorie de la succession de la lumiere. On remarquera que la plus grande équation possible du premier Satellite de Jupiter, qui convient au diametre de l'orbe terrestre, est selon M. Cassini, qui s'étoit fondé sur un grand nombre d'observations, de $14' 10''$; que M. de Roemer l'a faite beaucoup trop grande; & qu'enfin, selon la découverte de M. Bradlei, elle doit être exactement de $16', 15''$. Il est donc aisé de voir par le calcul rapporté ci-dessus, que la seconde équation est la même, tant à l'égard du premier que du quatrième Satellite, & qu'elle dépend en effet du mouvement successif de la lumiere; car l'observation du mois de Décembre ayant été faite seulement une demi-heure avant le lever du Soleil, on peut attribuer, selon M. Hallei, une partie de l'erreur au défaut de l'observation, d'autant que la seconde équation, qui est celle de la lumiere, n'a dû être tout au plus que de $10'$, si l'on considere le chemin que la Terre a parcouru sur son orbe dans l'espace de près de 84 jours.

Il est difficile de s'accoutumer d'abord à comprendre

comment en si peu de tems la lumiere parcourt un si grand espace, sa vitesse étant si prodigieuse qu'elle surpasse presque infiniment la vitesse des corps que nous voyons se mouvoir avec le plus de rapidité. Sans donc nous arrêter à une comparaison trop vague que Keill a alléguée sur la vitesse de la lumiere, on peut calculer (*Planche II. Fig. 3.*) quel est l'espace ab que parcourt la Terre sur son orbe pendant que la lumiere traverse l'intervalle cb égal au rayon de l'orbe annuel; ce qui est facile, puisque l'angle bca est donné par l'observation de la plus grande aberration possible des Etoiles, sçavoir, de $20''$. On fera donc, comme le rayon, est à la tangente de $20''$, ainsi cb , est à un quatrieme terme qui fera la valeur de la petite tangente ab de l'orbe terrestre, laquelle se trouve excéder un peu la dix-millieme partie de la moyenne distance de la Terre au Soleil AB ou Ab , puisqu'elle en est la $\frac{1}{10313}$ partie. C'est pourquoi la Terre parcourant 360° en $365 \frac{1}{4}$ jours, & à proportion un arc de $57^\circ, 29575$ (égal au rayon de l'orbe annuel) dans l'espace de 58 jours, 131 ou de $83709'$, il s'en suit que la $\frac{1}{10313}$ partie de ce dernier nombre, sçavoir, $8', 12$ ou $8' 7'' \frac{1}{2}$, fera la vitesse que la lumiere des Etoiles doit employer à traverser le demi-diametre de l'orbe annuel.

Calcul de la vitesse de la lumiere & du tems qu'elle emploie à traverser le demi-diametre de l'orbe annuel, selon la Théorie de l'aberration.

Quant aux Satellites de Saturne, M. Huygens qui découvrit d'abord celui qu'on nomme actuellement le quatrieme, en avoit ébauché la Théorie, & donné des Tables en 1659, dont les époques ont été corrigées dans la suite, & les moyens mouvemens un peu mieux déterminés. C'est ce même Satellite qui fit enfin connoître à M. Huygens la figure ou le vrai systeme de l'anneau, & cela bien peu de tems après en avoir fait la découverte. M. Hallei en restitua aussi le moyen mouvement par quelques observations des années 1682 & 1683; mais il s'est apperçu dans la suite qu'il le falloit supposer moins rapide d'environ

6' par an, que dans les Tables qu'il en avoit d'abord publiées, & qui étoient déjà un peu plus correctes que celles qu'on trouve dans le *Systema Saturnium*.

La Théorie générale des Satellites.

La méthode dont s'est servi M. Huygens pour déterminer le tems de la révolution périodique du Satellite de Saturne, & qu'il a démontrée dans son Livre, a dû s'appliquer de la même manière aux autres Satellites : c'est pourquoi nous croyons devoir la rapporter ici.

On suppose que les Satellites décrivent autour de la Planete principale des cercles ou des orbites qui ne sont pas sensiblement excentriques.

PLANCHE VI.

Fig. A.

Soit AFB l'orbite de Saturne, S le Soleil, a le lieu de la Terre au moment que le Satellite a paru dans son Périogée ou dans sa conjonction inférieure P ; sçavoir, le 23 Mars 1656; b le lieu de la Terre lorsqu'après 68 révolutions ce Satellite a paru encore dans sa conjonction inférieure en p le 14 Mars 1659. Comme d'une conjonction inférieure à la suivante, M. Huygens avoit remarqué qu'il s'écouloit environ 16 jours, voici de quelle manière il est parvenu à établir avec exactitude la révolution périodique de cette Planete. Ayant mené AE parallèle à Ba , il est évident que si le Satellite, au lieu de paroître en p , eût été vu en E ; il s'ensuivroit que dans l'espace de 1086 jours il auroit paru vu du centre de Saturne parcourir 68 fois son orbite relativement aux Etoiles fixes, puisqu'en effet les lignes paralleles Ba , AE , doivent nécessairement répondre au même point du Ciel. Mais comme le Satellite a décrit de plus l'arc Ep , qui contient autant de degrés que Saturne vu du Soleil (ou ce qui revient presque au même, vu de la Terre) en a parcouru sur son orbite dans l'espace d'environ trois années, ou de 1086 jours, & qu'ainsi l'angle pAE est sensiblement égal à celui que forment les lignes aB , bA , il est facile en consultant les Ephémérides de trouver la valeur de l'arc Ep , qui étant, selon M. Huygens, de $40^{\circ} 48'$, on fera, si en 1068 jours le Satellite a achevé 68 révolutions, & de plus $40^{\circ} 48'$, c'est-à-dire, $24520^{\circ} 48'$, combien doit-il parcourir en un jour? On trouvera $22^{\circ} 34' 44''$,

pour le mouvement diurne de Saturne à l'égard des Etoiles fixes. Si l'on fait encore, comme $24520^{\circ} 48'$, font à 1086 jours, ainsi 360° , à un quatrième terme; on aura la révolution périodique du Satellite de $15j 22^h 39'$. Enfin le moyen mouvement diurne de Saturne étant de $2'$, M. Huygens établit le moyen mouvement diurne du Satellite vu du Soleil de $22^{\circ} 32' 44''$, & sa révolution synodique de $15j, 23^h, 13'$.

Dans le calcul on a négligé de réduire les lieux vus du Satellite aux longitudes qui doivent être comptées selon le plan de l'anneau, & non pas relativement au plan de l'Ecliptique ou de l'orbite de Saturne. Or pour que la méthode prise dans le cas le plus simple, tel qu'on vient de le proposer ci-dessus, fût absolument exacte, il auroit fallu choisir deux situations de Saturne en opposition au Soleil, où le Satellite paroissant, soit dans son Apogée, soit dans son Périgée, se fût trouvé en même tems à mêmes distances des nœuds de l'anneau, comme aussi autant qu'il est possible vers les limites de l'orbite de Saturne. Car le plan de l'anneau de Saturne, qui ne paroît pas différer bien sensiblement du plan de l'orbite du Satellite, est incliné de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ au plan de l'Ecliptique, son nœud ascendant & descendant étant en 1655, selon M. Huygens, au $20^{\circ} \frac{1}{2}$ de la Vierge & des Poissons. Or de même que l'ascension droite observée du Soleil differe quelquefois beaucoup de sa longitude, & qu'on se tromperoit si l'on vouloit substituer l'un pour l'autre, ou sans faire aucune réduction, de même le lieu apparent du Satellite observé doit différer sensiblement de sa longitude réduite au plan de l'anneau. Ainsi il a fallu y avoir égard toutes les fois que l'on a comparé deux conjonctions Apogées ou Périgées qui ne répondoient pas précisément aux mêmes distances de ces nœuds; & c'est ce qui a été pratiqué d'abord par M. Hallei, & ensuite par M. Pound, dont nous donnons ici les Tables réduites & corrigées.

Le lieu du nœud de l'Anneau, est le même que celui de l'orbite du quatrième Satellite de Saturne.

TABLES

DES MOYENS MOUVEMENTS

DU IV. SATELLITE

DE

SATURNE,

Découvert par M. HUYGENS en 1655.

Années Gregor.	Epoques.		Arcs.	Moyens mouvem.		Jours.	Moyens mouvem.			Moyens mouv.			Minutes	Moyens mouvem.			
	S.	D.		M.	S.		D.	M.	H.	D.	M.	M.		S.	M.	S.	
1641	1	16	53	1	10	20	35	1	0	22	35	1	0	56	31	29	10
1651	3	27	28	2	9	11	10	2	1	15	09	2	1	53	32	30	06
1681	5	12	03	3	8	01	45	3	2	07	44	3	2	49	33	31	03
1701	6	04	03	4	7	14	55	4	3	00	18	4	3	46	34	31	59
1721	7	18	38	5	6	05	30	5	3	22	53	5	4	42	35	32	55
1741	9	03	13	6	4	26	05	6	4	15	28	6	5	39	36	33	52
1746	3	08	43	7	3	16	40	7	5	03	02	7	6	35	37	34	48
1747	1	29	18	8	2	29	50	8	6	00	37	8	7	31	38	35	45
1748 B	0	19	53	9	1	20	25	9	6	23	12	9	8	28	39	36	41
1749	0	03	03	10	0	11	00	10	7	15	46	10	9	24	40	37	38
1750	10	23	38	11	11	01	35	11	8	08	21	11	10	21	41	38	34
1751	9	14	13	12	10	14	45	12	9	00	55	12	11	17	42	39	31
1752 R	8	04	48	13	9	05	20	13	9	23	30	13	12	14	43	40	27
Mois.	S.	D.	M.	14	7	25	55	14	10	16	05	14	13	10	44	41	24
Janvier.	0	00	00	15	6	16	30	15	11	08	39	15	14	07	45	42	20
Février.	11	09	04	16	5	29	40	16	0	01	14	16	15	03	46	43	17
Mars.	8	12	02	17	4	20	15	17	0	23	48	17	16	00	47	44	13
Avril.	7	21	55	18	3	10	50	18	1	16	23	18	16	56	48	45	10
Mai.	6	09	14	19	2	01	25	19	2	08	58	19	17	52	49	46	06
Juin.	5	19	07	20	1	14	35	20	3	01	32	20	18	49	50	47	03
Juillet.	4	06	26	40	2	29	10	21	3	24	07	21	19	45	51	47	59
Août.	3	16	18	60	4	13	45	22	4	16	42	22	20	42	52	48	56
Septemb.	2	26	12	80	5	28	20	23	5	09	16	23	21	38	53	49	52
Octobre.	1	13	30	100	7	12	55	24	6	01	51	24	22	35	54	50	49
Novemb.	0	23	24	120	8	27	30	25	6	24	25	25	23	31	55	51	45
Decemb.	11	10	42	140	10	12	5	26	7	17	00	26	24	27	56	52	42
				160	11	26	40	27	8	09	35	27	25	24	57	53	38
								28	9	02	09	28	26	20	58	54	35
								29	9	24	44	29	27	17	59	55	31
								30	10	17	18	30	28	13	60	56	27

Dans l'année Bissextile, après le mois de Février, il faudra ajouter un jour.

Le mouvement de ce quatrième Satellite se faisant dans le plan de l'Anneau, lequel est à très-peu près parallèle au plan de l'Equateur terrestre, c'est-à-dire, incliné de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ au plan de l'Ecliptique, on pourra calculer par le moyen de ces Tables, les conjonctions & autres configurations du Satellite, si l'on suppose que les nœuds tant de l'anneau que de l'orbite du Satellite, se trouvoient en 1700 au 20° de la Vierge & des Poissons.

EPOQUES

EPOQUES
DES CONJONCTIONS MOYENNES
DU PREMIER SATELLITE
DE
JUPITER
AU MERIDIEN DE PARIS.

Années	Conjonctions.				Nomb. A.	Nomb. B.	Années	Conjonctions.				Nomb. A.	Nomb. B.
	J.	H.	M.	S.				J.	H.	M.	S.		
1719	1	15	29	17	870	369	1749	0	20	27	38	398	839
1720	1	05	40	44	954	283	1750	0	10	39	05	483	752
1721	1	14	20	48	038	202	1751	0	00	50	33	567	666
1722	1	04	32	15	122	116	1752	1	09	30	37	651	585
1723	0	18	43	41	206	030	1753	1	18	10	41	736	504
1724	0	08	55	10	290	939	1754	1	08	22	09	820	418
1725	0	17	35	14	375	862	1755	0	22	33	36	904	331
1726	0	07	46	41	459	776	1756	0	12	45	03	989	245
1727	1	16	26	45	544	695	1757	0	21	25	08	073	164
1728	1	06	38	12	628	609	1758	0	11	38	33	157	078
1729	1	15	18	16	713	527	1759	0	01	48	01	241	992
1730	1	05	29	43	897	441	1760	1	10	28	05	326	911
1731	0	19	41	10	881	355	1761	0	00	39	33	409	824
1732	0	09	52	38	965	269	1762	1	09	19	36	494	743
1733	0	18	32	42	050	188	1763	0	23	31	04	578	657
1734	0	08	44	10	134	102	1764	0	13	42	32	662	571
1735	1	17	24	43	218	020	1765	0	22	22	35	747	490
1736	1	07	35	41	303	934	1766	0	12	34	03	830	404
1737	1	16	15	44	387	853	1767	0	02	45	30	915	318
1738	1	06	27	12	471	767	1768	1	11	25	33	000	236
1739	0	20	38	40	555	681	1769	0	01	37	01	083	150
1740	0	10	50	08	640	595	1770	1	10	17	04	168	069
1741	0	19	30	11	724	514	1771	1	00	28	32	252	983
1742	0	09	41	39	808	427	1772	0	14	40	00	337	897
1743	1	18	21	41	893	346	1773	0	23	20	04	421	815
1744	1	08	33	09	970	260	1774	0	13	31	31	505	729
1745	1	17	13	12	061	178	1775	0	03	42	59	591	643
1746	1	07	24	40	145	092	1776	1	12	23	02	674	562
1747	1	21	36	07	229	006	1777	0	02	34	29	758	475
1748	0	11	47	35	314	920	1778	1	11	14	32	842	364
1749	0	20	27	38	398	839	1779	1	01	26	00	927	308

L'Epoque véritable pour 1700, qu'on trouve en ajoutant l'Equation $0^h 39' 08''$ à $1^h 00^h 31'$ seroit, selon les Elémens établis par M. Pound, de $0^h 06'$ moins avancée que selon les Tables de M. Cassini publiées en 1693. En 1719 on trouve $0^h 09'$ ou $0^h 48\frac{1}{2}'$ de différence entre les Epoque des anciennes & des nouvelles Tables.

EPOQUES
DES CONJONCTIONS MOYENNES
DU PREMIER SATELLITE
DE
JUPITER
AU MERIDIEN DE LONDRES.

Années Jul.	Conjonctions. J. H. M. S.	Nomb. A.	Nomb. B.	Années Jul.	Conjonctions. J. H. M. S.	Nomb. A.	Nomb. B.
1719	1 6 11 13	872	396	1749	0 11 9 34	400	866
1720	0 20 22 40	956	310	1750	0 1 21 1	485	780
1721	1 5 2 44	40	229	1751	1 10 1 5	569	698
1722	0 19 14 11	125	143	1752	1 0 12 33	653	612
1723	0 9 25 38	209	57	1753	1 8 52 37	738	531
1724	1 18 5 42	293	971	1754	0 23 4 4	822	445
1725	0 8 17 10	377	889	1755	0 13 15 32	906	359
1726	1 16 57 13	462	808	1756	0 3 27 0	990	273
1727	1 7 8 41	546	722	1757	0 12 7 3	75	191
1728	0 21 20 8	630	636	1758	0 2 18 30	159	110
1729	1 6 0 12	715	554	1759	1 10 58 34	243	24
1730	0 20 11 39	799	468	1760	1 1 10 01	328	938
1731	0 10 23 7	883	382	1761	1 9 50 05	412	856
1732	0 0 34 34	967	296	1762	1 0 1 32	496	770
1733	0 9 14 38	52	215	1763	0 14 13 00	580	684
1734	1 17 54 41	136	133	1764	0 4 24 27	665	558
1735	1 8 6 9	220	47	1765	0 13 4 31	749	517
1736	0 22 17 36	305	961	1766	0 3 15 58	833	431
1737	1 6 57 40	389	880	1767	1 11 56 2	918	319
1738	0 21 9 7	473	794	1768	1 2 7 29	2	263
1739	0 11 20 35	557	708	1769	1 10 47 33	86	182
1740	0 1 32 2	642	622	1770	1 0 59 0	171	96
1741	0 10 12 6	726	540	1771	0 15 10 28	255	10
1742	0 0 23 33	810	454	1772	0 5 21 56	339	924
1743	1 9 3 37	895	373	1773	0 14 2 0	423	842
1744	0 23 15 4	979	287	1774	0 4 13 27	508	761
1745	1 7 55 8	63	205	1775	1 12 53 31	592	675
1746	0 22 6 35	148	119	1776	1 3 4 58	676	589
1747	0 12 18 3	232	33	1777	1 11 45 1	761	567
1748	0 2 29 30	316	947	1778	1 1 56 28	845	421
1749	0 11 9 34	400	866	1779	0 16 7 56	929	335

Dans les *Trans. Phil.* de l'année 1714. M. Hallei avoit déjà averti que le moyen mouvement du 1^{er} Satellite devoit être un peu plus grand que selon les anciennes Tables, & que cela pouvoit aller à 2' sur une révolution périodique de Jupiter. On a donc ici un peu plus de 8" dont les révolutions du Satellite feroient plus courtes chaque année qu'on ne les suppoit autrefois.

TABLES

DES

REVOLUTIONS

DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER

Pour les Jours de l'Année.

JANVIER.				N.A.	N.B.	MARS.				N.A.	N.B.
J.	H.	M.	S.			J.	H.	M.	S.		
1	18	28	36	0	5	1	04	12	23	14	155
3	12	57	12	1	9	2	22	40	59	14	159
5	07	25	48	1	14	4	17	09	35	15	164
7	01	54	24	2	18	6	11	38	10	15	168
8	20	23	00	2	23	8	06	06	46	16	173
10	14	51	36	2	27	10	00	35	22	16	177
12	09	20	12	3	32	11	19	03	58	16	182
14	03	48	48	3	37	13	13	32	34	17	186
15	22	17	24	4	41	15	08	01	10	17	190
17	16	46	00	4	46	17	02	29	46	18	195
19	11	14	36	4	51	18	20	58	22	18	199
21	05	43	12	5	55	20	15	26	58	18	204
23	00	11	47	5	60	22	09	55	34	19	208
24	18	40	23	6	64	24	04	24	10	19	213
26	13	08	59	6	69	25	22	52	46	20	217
28	07	37	35	7	73	27	17	21	22	20	221
30	02	06	11	7	78	29	11	49	58	20	225
31	20	34	47	7	82	31	06	18	34	21	230
FEVRIER.						AVRIL.					
0	20	34	47	7	82	0	06	08	34	21	230
2	15	03	23	8	87	2	00	47	10	21	235
4	09	31	59	8	92	3	19	15	46	22	239
6	04	00	35	9	96	5	13	44	22	22	244
7	22	29	11	9	101	7	08	12	58	22	248
9	16	57	47	9	105	9	02	41	34	23	252
11	11	26	23	10	110	10	21	10	10	23	257
13	05	54	59	10	114	12	15	38	46	24	261
15	00	23	35	11	118	14	10	07	22	24	265
16	18	52	11	11	123	16	04	35	58	25	270
18	13	20	47	11	128	17	23	04	33	25	274
20	07	49	23	12	132	19	17	33	09	25	279
22	02	17	59	12	137	21	12	01	45	26	283
23	20	46	35	13	141	23	06	30	21	26	287
25	15	15	11	13	146	25	00	58	57	27	292
27	09	43	47	13	150	26	19	27	33	27	296
						28	13	56	09	27	300
						30	08	24	45	28	304

TABLES

DES

REVOLUTIONS

DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER

Pour les Jours de l'Année.

<i>M A I.</i>						<i>J U I L L E T.</i>					
<i>J. H. M. S.</i>				<i>N.A.</i>	<i>N.B.</i>	<i>J. H. M. S.</i>				<i>N.A.</i>	<i>N.B.</i>
0	08	24	45	28	304	1	07	05	44	42	455
2	02	53	21	28	309	3	01	34	20	42	459
3	21	21	57	29	313	4	20	02	56	43	463
5	15	50	33	29	317	6	14	31	32	43	468
7	10	19	09	19	322	8	09	00	08	44	472
9	04	47	45	30	326	10	03	28	44	44	476
10	23	16	21	30	330	11	21	57	20	45	480
12	17	44	57	31	335	13	16	25	55	45	485
14	12	13	33	31	339	15	10	54	31	45	489
16	06	42	09	31	343	17	05	23	07	46	493
18	01	10	45	32	348	18	23	51	43	46	498
19	19	39	21	32	352	20	18	20	19	47	502
21	14	07	57	33	356	22	11	48	55	47	506
23	08	36	33	33	361	24	07	17	31	47	510
15	03	05	09	33	365	26	01	46	07	48	515
26	21	33	45	34	369	27	20	14	43	48	519
28	16	02	21	34	373	29	14	43	19	49	523
30	10	30	57	35	378	31	09	11	55	49	528
<i>J U I N.</i>						<i>A O U S T.</i>					
0	10	30	57	35	378	0	09	11	55	49	528
1	04	59	32	35	382	2	03	40	31	49	532
2	23	28	08	36	386	3	22	09	07	50	536
4	17	16	44	36	391	5	16	37	43	50	541
6	12	25	20	36	395	7	11	06	19	51	545
8	06	53	50	37	399	9	05	34	55	51	549
10	01	22	32	37	403	11	00	03	31	51	554
11	19	51	08	38	408	12	18	32	07	52	558
13	14	19	44	38	412	14	13	00	43	52	562
15	08	48	20	38	416	16	07	29	19	53	567
17	03	16	56	39	420	18	01	57	55	53	571
18	21	45	32	39	425	19	20	26	31	54	575
20	16	14	08	40	429	21	14	55	07	54	580
22	10	42	44	40	433	23	09	23	43	54	584
24	05	11	20	40	438	25	03	52	18	55	588
25	23	39	56	41	442	26	22	20	54	55	593
27	18	08	32	41	446	28	16	49	30	56	597
29	12	37	08	42	450	30	11	18	06	56	602

TABLES

DES

REVOLUTIONS

DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER

Pour les Jours de l'Année.

SEPTEMBRE.						NOVEMBRE.					
J.	H.	M.	S.	N.A.	N.B.	J.	H.	M.	S.	N.A.	N.B.
1	05	46	42	56	606	0	09	59	05	70	758
3	00	15	18	57	610	2	04	27	41	71	762
4	18	43	54	57	615	3	22	56	17	71	767
6	13	12	30	58	619	5	17	24	53	71	772
8	07	41	06	58	624	7	11	53	29	72	776
10	02	09	42	58	628	9	06	22	05	72	781
11	20	38	18	59	632	11	00	50	41	73	785
13	15	06	54	59	637	12	19	19	17	73	790
15	09	35	30	60	641	14	13	47	53	74	794
17	04	04	06	60	646	16	08	16	29	74	799
18	22	32	42	60	650	18	02	45	05	74	804
20	17	01	18	61	655	19	21	13	40	75	808
22	11	29	54	61	659	21	15	42	16	75	813
24	05	58	30	62	663	23	10	10	52	76	817
26	00	27	06	62	668	25	04	39	28	76	822
27	18	55	42	62	672	26	23	08	04	76	827
29	13	24	18	63	677	28	17	36	40	77	831
						30	12	05	16	77	836
OCTOBRE.						DECEMBRE.					
1	07	52	54	63	681	0	12	05	16	77	836
3	02	21	30	64	686	2	06	33	52	78	840
4	20	50	06	64	690	4	01	02	28	78	845
6	15	18	41	65	695	5	19	31	04	78	849
8	09	47	17	65	699	7	13	59	40	79	854
10	04	15	53	65	704	9	08	28	16	79	859
11	22	44	29	66	708	11	02	56	52	80	863
13	17	13	05	66	713	13	21	25	28	80	868
15	11	41	41	67	717	14	15	54	04	80	873
17	06	10	17	67	721	16	10	22	40	81	877
19	00	38	53	67	726	18	04	51	16	81	882
20	19	07	29	68	730	19	23	19	52	82	886
22	13	36	05	68	735	21	17	48	28	82	891
24	08	04	41	69	739	23	12	17	04	82	897
26	02	33	17	69	744	25	06	45	40	83	900
27	21	01	53	69	749	27	01	14	16	83	905
29	15	30	29	70	753	28	19	42	52	84	909
31	09	59	05	70	758	30	14	11	28	84	914

T A B L E
 DE LA PREMIERE EQUATION
D E S C O N J O N C T I O N S
 DU PREMIER SATELLITE
 D E
J U P I T E R.

No. A.	Equations		No. B.	No. A.	Equations		No. B.	No. A.	Equations		No. B.	No. A.	Equations		No. B.
	M.	S.			M.	S.			M.	S.			M.	S.	
0	39	08	15	128	12	07	26	256	0	01	31	384	11	52	26
4	38	12	16	132	11	27	26	260	0	00	31	388	12	37	26
8	37	16	16	136	10	47	26	264	0	01	31	392	13	23	25
12	36	21	16	140	10	09	27	268	0	03	31	396	14	11	25
16	35	26	17	144	9	31	27	272	0	07	31	400	14	59	25
20	34	30	17	148	8	45	27	276	0	12	31	404	15	48	24
24	33	35	17	152	8	19	27	280	0	19	31	408	16	38	24
28	32	40	18	156	7	44	28	284	0	28	30	412	17	30	24
32	31	45	18	160	7	10	28	288	0	38	30	416	18	22	23
36	30	50	19	164	6	38	28	292	0	50	30	420	19	15	23
40	29	56	19	168	6	07	28	296	1	03	30	424	20	09	23
44	29	01	19	172	5	37	28	300	1	17	30	428	21	04	23
48	28	10	20	176	5	08	29	304	1	31	30	432	22	59	22
52	27	16	20	180	4	41	29	308	1	50	30	436	22	55	22
56	26	23	20	184	4	15	29	312	2	08	30	440	23	53	21
60	25	30	21	188	3	49	29	316	2	28	30	444	24	51	21
64	24	38	21	192	3	24	29	320	2	51	30	448	25	49	21
68	23	47	21	196	3	01	29	324	3	15	29	452	26	48	20
72	22	56	22	200	2	40	30	328	3	40	29	456	27	48	20
76	22	05	22	204	2	20	30	332	4	06	29	460	28	48	19
80	21	15	22	208	2	01	30	336	4	34	29	464	29	49	19
84	20	26	23	212	1	42	30	340	5	03	29	468	30	50	19
88	19	37	23	216	1	25	30	344	5	34	29	472	31	51	18
92	18	48	23	220	1	10	30	348	6	05	28	476	32	53	18
96	18	00	24	224	0	58	30	352	6	38	28	480	33	55	17
100	17	14	24	228	0	47	30	356	7	13	28	484	34	57	17
104	16	28	24	232	0	36	30	360	7	50	28	488	35	59	17
108	15	42	24	236	0	26	30	364	8	27	27	492	37	01	16
112	14	57	25	240	0	18	30	368	9	06	27	496	38	05	16
116	14	13	25	244	0	12	31	372	9	46	27	500	39	08	15
120	13	30	25	248	0	07	31	376	10	27	27	504	40	11	15
124	12	48	26	252	0	04	31	380	11	09	26	508	41	15	14
128	12	07	26	256	0	01	31	384	11	52	26	512	42	17	14

T A B L E

DE LA PREMIERE EQUATION

DES CONJONCTIONS

DU PREMIER SATELLITE

DE

J U P I T E R.

No. A.	Equations		No. B.	Eq. du	No. A.	Equations		No. B.	Eq. du	No. A.	Equations		No. B.	Eq. du	No. A.	Equations		No. B.	Eq. du
	M.	S.				M.	S.				M.	S.				M.	S.		
512	42	17	14		640	70	26	3		768	77	40	0		896	61	48	6	
516	43	19	14		644	71	03	3		772	77	29	0		900	61	02	7	
520	44	21	13		648	71	38	3		776	77	18	0		904	60	15	7	
524	45	23	13		652	72	11	2		780	77	06	0		908	59	28	7	
528	46	25	13		656	72	42	2		784	76	51	1		912	58	39	8	
532	47	26	12		660	73	13	2		788	76	34	1		916	57	50	8	
536	48	27	12		664	73	42	2		792	76	15	1		920	57	01	8	
540	49	28	11		668	74	10	2		796	75	56	1		924	56	11	9	
544	50	28	11		672	74	36	1		800	75	36	1		928	55	20	9	
548	51	28	11		676	75	01	1		804	75	15	1		932	54	29	9	
552	52	27	10		680	75	25	1		808	74	52	1		936	53	38	10	
556	53	25	10		684	75	48	1		812	74	27	1		940	52	46	10	
560	54	23	9		688	76	08	1		816	74	01	2		944	51	53	10	
564	55	21	9		692	76	26	1		820	73	35	2		948	51	00	11	
568	56	17	9		696	76	43	0		824	73	08	2		952	50	06	11	
572	57	12	8		700	76	59	0		828	72	39	2		956	49	13	11	
576	58	07	8		704	77	13	0		832	72	09	2		960	48	20	12	
580	59	01	8		708	77	26	0		836	71	38	3		964	47	26	12	
584	59	54	7		712	77	38	0		840	71	06	3		968	46	31	12	
588	60	46	7		716	77	48	0		844	70	32	3		972	45	36	13	
592	61	38	6		720	77	57	0		848	69	57	3		976	44	41	13	
596	62	28	6		724	78	04	0		852	69	21	3		980	43	46	13	
600	63	17	6		728	78	09	0		856	68	45	4		984	42	50	14	
604	64	05	5		732	78	13	0		860	68	07	4		988	41	55	14	
608	64	53	5		736	78	15	0		864	67	29	4		992	41	00	14	
612	65	39	5		740	78	16	0		868	66	49	4		996	40	04	15	
616	66	24	5		744	78	15	0		872	66	09	5		1000	39	08	15	
620	67	07	4		748	78	12	0		876	65	28	5		1004	38	12	16	
624	67	49	4		752	78	09	0		880	64	46	5		1008	37	16	16	
628	68	30	4		756	78	04	0		884	64	03	5		1012	36	21	16	
632	69	10	4		760	77	58	0		888	63	19	6		1016	35	26	17	
636	69	49	3		764	77	50	0		892	62	34	6		1020	34	30	17	
640	70	26	3		768	77	40	0		896	61	48	6		1024	33	34	17	

T A B L E
DE LA SECONDE EQUATION
DES
C O N J O N C T I O N S
DU PREMIER SATELLITE
D E J U P I T E R .

Equations de la Lumiere additives.

Nombre D. corrigé.	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.	Equations. M. S.
0	16 15	14 56	11 18	6 21	1 52	0 00	1 52	6 21	11 18	14 56
4	16 15	14 49	11 07	6 09	1 44	0 00	2 01	6 34	11 28	15 02
8	16 15	14 43	10 56	5 58	1 36	0 01	2 11	6 46	11 39	15 08
12	16 14	14 36	10 46	5 46	1 28	0 02	2 21	6 58	11 49	15 13
16	16 13	14 29	10 34	5 34	1 20	0 03	2 31	7 10	12 00	15 19
20	16 12	14 22	10 22	5 22	1 13	0 05	2 41	7 22	12 10	15 24
24	16 10	14 15	10 10	5 11	1 06	0 07	2 51	7 34	12 20	15 29
28	16 09	14 07	9 59	4 59	1 00	0 10	3 01	7 47	12 30	15 34
32	16 07	13 59	9 47	4 48	0 54	0 12	3 11	7 59	12 40	15 38
36	16 05	13 51	9 36	4 37	0 48	0 15	3 21	8 11	12 49	15 43
40	16 02	13 43	9 24	4 26	0 42	0 19	3 32	8 23	12 59	15 46
44	15 59	13 35	9 12	4 15	0 37	0 23	3 42	8 36	13 08	15 50
48	15 55	13 26	9 00	4 04	0 32	0 27	3 53	8 48	13 17	15 53
52	15 53	13 17	8 48	3 53	0 27	0 32	4 04	9 00	13 26	15 55
56	15 50	13 08	8 36	3 42	0 23	0 37	4 15	9 12	13 35	15 59
60	15 46	12 59	8 23	3 32	0 19	0 42	4 26	9 24	13 43	16 02
64	15 43	12 49	8 11	3 21	0 15	0 48	4 37	9 36	13 51	16 05
68	15 38	12 40	7 59	3 11	0 12	0 54	4 48	9 47	13 59	16 07
72	15 34	12 30	7 47	3 01	0 10	1 00	4 59	9 59	14 07	16 09
76	15 29	12 20	7 34	2 51	0 07	1 06	5 11	10 10	14 15	16 10
80	15 24	12 10	7 22	2 41	0 05	1 13	5 22	10 22	14 22	16 12
84	15 19	12 00	7 10	2 31	0 03	1 20	5 34	10 34	14 29	16 13
88	15 13	11 49	6 58	2 21	0 02	1 28	5 46	10 46	14 36	16 14
92	15 08	11 39	6 46	2 11	0 01	1 36	5 58	10 56	14 43	16 15
96	15 02	11 28	6 34	2 01	0 00	1 44	6 09	11 07	14 49	16 15
100	14 56	11 18	6 21	1 52	0 00	1 52	6 21	11 18	14 56	16 15

TABLE

T A B L E
de la troisième
EQUATION
DES
CONJONCTIONS
du I. Satellite
D E
JUPITER.

T A B L E
DE LA DEMI-DURE'E
DES ECLIPSES
DU PREMIER SATELLITE
DE JUPITER.

Nombre A.	Equations M. S.	Nombre A.
0	4 05	1000
20	4 04	980
40	4 01	960
60	3 57	940
80	3 51	920
100	3 44	900
120	3 35	880
140	3 24	860
160	3 12	840
180	2 59	820
200	2 46	800
220	2 32	780
240	2 18	760
260	2 01	740
280	1 45	720
300	1 30	700
320	1 15	680
340	1 01	660
360	0 48	640
380	0 36	620
400	0 25	600
420	0 17	580
440	0 10	560
460	0 04	540
480	0 01	520
500	0 00	500

Nombre A.	Demi-durée des Eclipses.		Nombre A.	Demi-durée des Eclipses.		Nombre A.	Demi-durée des Eclipses.		Nombre A.	Demi-durée des Eclipses.	
	H. M. S.	A.		H. M. S.	A.		H. M. S.	A.		H. M. S.	A.
0	1 5 09	250	1 7 00	500	1 5 09	750	1 7 46	1000			
10	1 4 56	260	1 7 15	510	1 4 53	760	1 7 57	1010			
20	1 4 44	270	1 7 31	520	1 4 39	770	1 8 07	1020			
30	1 4 33	280	1 7 45	530	1 4 26	780	1 8 15	1030			
40	1 4 23	290	1 7 57	540	1 4 15	790	1 8 22	1040			
50	1 4 13	300	1 8 07	550	1 4 07	800	1 8 26	1050			
60	1 4 07	310	1 8 15	560	1 4 03	810	1 8 28	1060			
70	1 4 04	320	1 8 22	570	1 4 01	820	1 8 30	1070			
80	1 4 02	330	1 8 27	580	1 4 00	830	1 8 28	1080			
90	1 4 00	340	1 8 28	590	1 4 03	840	1 8 26	1090			
100	1 4 02	350	1 8 29	600	1 4 07	850	1 8 22	1100			
110	1 4 03	360	1 8 27	610	1 4 13	860	1 8 16	1110			
120	1 4 06	370	1 8 24	620	1 4 23	870	1 8 08	1120			
130	1 4 12	380	1 8 17	630	1 4 35	880	1 8 00	1130			
140	1 4 21	390	1 8 09	640	1 4 49	890	1 7 50	1140			
150	1 4 31	400	1 7 58	650	1 5 04	900	1 7 37	1150			
160	1 4 42	410	1 7 46	660	1 5 19	910	1 7 22	1160			
170	1 4 55	420	1 7 31	670	1 5 36	920	1 7 08	1170			
180	1 5 09	430	1 7 14	680	1 5 54	930	1 6 55	1180			
190	1 5 23	440	1 6 58	690	1 6 10	940	1 6 40	1190			
200	1 5 39	450	1 6 40	700	1 6 28	950	1 6 23	1200			
210	1 5 55	460	1 6 20	710	1 6 46	960	1 6 08	1210			
220	1 6 11	470	1 6 02	720	1 7 02	970	1 5 54	1220			
230	1 6 26	480	1 5 45	730	1 7 17	980	1 5 37	1230			
240	1 6 43	490	1 5 26	740	1 7 33	990	1 5 22	1240			
250	1 7 00	500	1 5 09	750	1 7 46	1000	1 5 09	1250			

La Table de la 3^e Equation que l'on donne ici, est une correction du mouvement successif de la lumière, qui dépend de la distance de Jupiter au Soleil, depuis le Périgée jusqu'à son Aphélie. Quant à la demi-durée des Eclipses, il est évident qu'elle doit augmenter à mesure que le Satellite traversera un plus grand espace dans l'ombre de Jupiter; ce qui suppose qu'on ait eu égard dans le calcul, aux variations du cône d'ombre, selon que Jupiter s'approche ou s'éloigne du Soleil, comme aussi au Lieu du nœud & à l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter. Cette inclinaison a été limitée à 3°, étant à peu près double de celle de l'orbite de Jupiter sur le plan de l'Ecliptique. Quand Jupiter se trouve vers le milieu du signe du Verseau ou du Lion, c'est-à-dire, au nœud ascendant ou descendant de l'orbite du Satellite, la demi-durée de l'Eclipse est la plus longue, parce que le Satellite traverse pour lors le demi-diamètre du cône d'ombre: trois signes avant ou après, la demi-durée est la plus courte.

Le nombre A exprime en millièmes du cercle l'anom. moy. de Z: le nombre B la distance moy. de Z, au vrai lieu du Soleil, & B corrigé le vrai angle de Commutation.

Les configurations du quatrième Satellite de Saturne se peuvent facilement observer avec des Lunettes de 15 à 25 pieds, comme aussi avec les Lunettes catadioptriques d'environ 15 pouces, qui sont assez communes aujourd'hui. Ce Satellite est rarement éclipsé par Saturne, & par conséquent on n'en a gueres fait encore d'observation qui puisse servir à déterminer les longitudes sur Terre. Celle du 25. Mars 1715. faite à Paris & à l'Observatoire Royal, lorsque le Satellite s'est caché à la partie occidentale du disque de Saturne vers les 11 heures du soir, a servi principalement à restituer les Tables que l'on vient de rapporter (pag. 304.) A l'égard des quatre autres Satellites qui ne sont vus que très-difficilement, parce qu'il faut y employer de trop grandes Lunettes, comme leurs mouvemens ne sont pas encore assez connus, on a cru devoir se dispenser d'en donner ici les Tables, de même que celles des trois Satellites les plus éloignés de Jupiter. Car à la réserve du premier qui se dégage le plus vite de l'ombre, l'effet de la gravitation de ces Satellites qui agissent les uns sur les autres, produit un trop grand nombre d'inégalités* dans les mouvemens observés pour qu'on puisse en donner aujourd'hui des Tables exactes, outre qu'on n'est point d'accord si chaque orbite des Satellites de Jupiter a son nœud fixe** au même point, sçavoir au milieu du Verseau & du Lion; & qu'il est même assez probable que l'inclinaison de leur orbite est variable, de même que leur excentricité qu'on n'a pu encore constater, n'ayant pas été possible d'en soumettre toutes les inégalités au calcul de la Théorie, parce qu'il reste en effet de trop grandes difficultés à surmonter.

** Celui du quatrième Satellite doit rétrograder de $3^{\circ} 24'$ en 100 ans. Newton. Phil. nat. Lib. 3. Prop. 23.

* M. Bradley a remarqué en 1726 que ces inégalités étoient remarquables, principalement dans le second Satellite, dont le mouvement est quelquefois accéléré ou retardé à tel point, qu'on s'apperçoit d'une différence qui monte à 30 ou 40 minutes dans l'espace d'environ sept mois: cet espace de tems d'environ 7 mois, répond à une demi-période ou intervalle, dans lequel les trois Satellites les plus proches de Jupiter, retournent à peu près à une même situation, soit entre eux, soit à l'égard de l'ombre de Jupiter.

Au reste on pourra tenter de construire de nouvelles Tables de ces Satellites pour en déduire leurs configurations à l'égard de leur Planete principale, lorsque les époques & les autres élémens qui servent à établir leurs mouvemens, auront été vérifiés un très-grand nombre de fois. Il est certain que si l'on peut parvenir à constater un jour les nœuds & l'inclinaison des orbites de ces Satellites, on pourra corriger les Tables qu'en a données en 1693. feu M. Cassini, de même que celles de Saturne en se servant de la méthode, & ayant égard aux circonstances indiquées pag. 302, 303. Enfin les époques & les moyens mouvemens des Satellites de Saturne qu'on a corrigés, en comparant les premières observations (que feu M. Cassini, qui les avoit découvertes, communiqua en 1687. à la Société Royale de Londres) à celles qui ont été continuées en France à l'Observatoire, & en Angleterre par MM. Hallei & Pound, se trouvent réduites au Méridien de Paris : comme il suit.

	I. Satellite.	II.	III.	IV.	V.
1700....	3 ^s 02 ^o 53'	7 ^s 04 ^o 15'	3 ^s 07 ^o 07'	7 ^s 13 ^o 28'	4 ^s 15 ^o 24'
En 20 ans	6 27 46	0 18 20	0 19 01	1 14 35	1 03 13

On trouve aussi que les époques & les moyens mouvemens des Satellites de Jupiter ont été un peu corrigés en France * & en Angleterre, comme il suit.

	I. Satell.	II.	III.	IV.
Sçavoir pour 1700:..	2 ^s 12 ^o 12' 10"	2 ^s 12 ^o 28' 11"	5 ^s 12 ^o 47' 16"	7 ^s 17 ^o 05' 44"
1719. {	5. 12. 11. 59.	2. 11. 49. 08.	3. 26. 48. 06	4. 29. 02. 08
	5. 12. 36. 30.	2. 12. 27. 12½	3. 27. 02. 26	4. 29. 12. 45

Un 3^e avantage que l'on a retiré des Eclipses des Satellites, c'est qu'en les observant de différens lieux de la Terre, on peut déterminer les longitudes sur le globe: mais pour mieux développer ici la Méthode générale de déterminer les longitudes sur Terre, il est nécessaire d'établir ici quelques principes.

Si par les poles de la Terre & par un lieu quelconque de sa surface, on fait passer un grand cercle de la Sphere, ce cercle, à cause de la rotation diurne de la Terre, tournera uniformément en 24 heures autour de l'axe ter-

* Mem. de l'Academ. Tom. VIII.

Les Eclipses des Satellites servent à découvrir les longitudes sur Terre.

restre. Et lorsque son plan passera par le Soleil, tous les habitans qui se trouveront dans la circonférence de ce grand cercle, compteront exactement Midi ou Minuit : ainsi ce cercle sera leur Méridien. Mais si l'on suppose un autre Méridien vers l'Occident qui fasse avec le premier un angle de 15° , le plan de ce second cercle ne passera par le Soleil qu'une heure après le premier ; de manière qu'à l'instant auquel les habitans situés dans la circonférence de celui-ci compteront midi, les habitans de l'autre méridien, c'est-à-dire, du premier, compteront déjà une heure après midi. De même si l'angle des méridiens étoit double, ou de 30 degrés ; comme l'arc de l'Equateur compris entre les deux cercles seroit aussi de 30 degrés, il est visible que quand il sera midi sous le méridien le plus occidental, on comptera deux heures sous le premier méridien qui est à l'Orient. Ainsi comptant toujours autant d'heures qu'il y a de fois 15 degrés dans l'arc de l'Equateur compris entre deux Méridiens, on pourra connoître de combien les Peuples Orientaux sont plus avancés que les Occidentaux ; en un mot de combien leurs horloges doivent anticiper. On comptera de même pour chaque degré de l'Equateur 4 minutes de tems *, & pour 15 minutes de l'Equateur une minute de tems, & ainsi de suite. Si l'arc de l'Equateur compris, par exemple, entre deux méridiens est de 85 degrés, divisant 85 par 15 le quotient $5\frac{2}{3}$, fera connoître que sous le méridien le plus oriental, on compte 5 heures 40 minutes de plus que sous le méridien le plus occidental ; en sorte que lorsqu'il sera midi à l'égard des habitans situés sous le Méridien qui est vers l'Orient, les habitans situés sous l'autre méridien d'Occident compteront seulement $6^h 20'$ du matin : en un mot à quelques heures du jour que ce soit ; il y aura toujours une différence de $5^h\frac{2}{3}$, dans l'heure comptée à ces deux différens lieux, si véritablement l'arc

* Puisque
 $4' \times 15$ valent
 une heure, &c.

de l'Equateur compris entre les deux méridiens est de 85 degrés.

Par une opération contraire étant donnée la différence des heures que l'on compte au même instant dans deux lieux différens, on aura l'arc de l'Equateur compris entre leurs méridiens : cet arc se nomme la différence en longitude de ces deux lieux, & l'on est convenu * de compter aussi les longitudes de chaque lieu depuis un méridien fixe, & qu'on a nommé le Premier méridien. On connoitra cette différence ou cet arc, en multipliant la différence donnée par 15, & le produit fera le nombre de degrés que l'on cherche : s'il y a des minutes de tems, on les multipliera par 15, & si le produit surpasse 60, on le divisera par 60, le quotient & le reste sera le nombre de degrés & minutes, qui, ajoutés à ceux que l'on vient de trouver, donneront la différence en longitude des deux lieux proposés. Soit, par exemple, la différence des heures de deux lieux $7^h 22'$: on multipliera 7 par 15, & le produit fera 105° ; multipliant aussi 22 par 15, on a pour le produit $330'$ ou $5^\circ 30'$: ainsi la différence totale en longitude fera de $110^\circ 30'$. Ceci étant supposé,

** Depuis la Déclaration de Louis XIII. on compte le premier Meridien à la Partie occidentale de l'Isle de Fer ; qu'on sçait aujourd'hui être à 20° ou à $20^\circ 2\frac{1}{2}'$ à l'Occident du Meridien de Paris.*

Si dans divers lieux on observe le commencement d'une Eclipsé de Lune, ou bien l'immersion d'un Satellite de Jupiter, & que l'on ait marqué dans chaque endroit les heures & minutes auxquelles l'observation a été faite, la différence de tems réduite en degrés & minutes, comme on vient de l'expliquer ci-dessus, donnera la différence en longitude des lieux qu'occupe chaque Observateur.

Bien plus si par le moyen des Ephémérides on sçait le moment de l'Eclipsé d'un Satellite, le calcul en ayant été fait sur les meilleures Tables pour un Méridien donné, on n'aura plus besoin d'un second Observateur, sçavoir, dans celui des deux lieux pour lequel ont été calculées les Ephémérides : car dès que l'on n'ignore plus à

quelle heure doit y arriver l'émerfion ou l'immerfion de la Lune ou du Satellite dans l'ombre , on pourra comparer ce tems avec celui du lieu où l'on en aura fait l'obfervation, & la différence fera le nombre d'heures ou minutes qui répondent à la longitude que l'on cherche.

* Voyez ce qui en est rapporté dans l'Almagefte du P. Riccioli, pag. 492 & 493.

On s'est d'abord fervi des Eclipses de Lune pour découvrir les longitudes.

* Geog. lib. I. cap. IV.

Avant qu'on eût propofé * de faire ufage dans la recherche des longitudes , des immerfions & émerfions des Satellites dans l'ombre de Jupiter , & que feu M. Caffini en eût publié pour la I^{re} fois les Ephémérides en 1668. on n'employoit gueres pour déterminer les longitudes , que les Eclipses de Lune , ce qui fe pratiquoit affez rarement : car on fe contentoit feulement de comparer quelquefois les milieux obfervés d'une même Eclipe vue en différens lieux de la Terre , comme l'avoient pratiqué en pareil cas Ptolomée * & les Aftronomes Arabes , & lorsqu'après la découverte du Télescope on pensa à multiplier les obfervations , en déterminant le paffage de l'ombre par les taches de la Lune , on ne fit cependant pas de progrès bien fenfibles dans la Géographie , puifque vers le milieu du dernier fiecle on difputoit encore s'il falloit adopter une correction importante que Gaffendi & Peirefc avoient faite par le moyen des Eclipses de Lune fur prefque toute l'étendue de la Mer Méditerranée.

Les Occultations de Etoiles par la Lune , & les Eclipses des Satellites de Jupiter , ont été employés depuis à cet ufage. Voyez Hevelii Selenographia, pag. 479 & 302.

Or immédiatement après la fondation de l'Obfervatoire de Paris , & le voyage fait à Uranibourg en 1671 , on commença à fe fervir des immerfions ou émerfions des Satellites de Jupiter pour déterminer les différences en longitudes ; & dans le même tems Flamfteed commença à faire ufage de l'occultation des Etoiles fixes par la Lune , ce qui donnoit un moyen encore plus certain de connoître les différences en longitudes fur Terre.

Mais comme il n'y a prefque aucune difficulté dans cette recherche , lorsque deux Obfervateurs fitués dans des lieux fort éloignés , peuvent fe communiquer des

observations correspondantes , parce qu'il est facile de prévoir par les Tables l'heure à laquelle on doit se préparer aux observations ; il ne restoit donc plus pour parvenir à résoudre *par Approximation* le fameux Probleme des longitudes , que de suppléer à un second Observateur ; ce qui réduisoit toute la question à pouvoir prédire à deux minutes près , le tems de l'immersion ou de l'émerision des Satellites , ou bien à une minute de degrés près , le vrai lieu de la Lune pour un Méridien donné.

A la vérité feu M. Cassini , & long - tems après M. Pound , ont fait quelques efforts pour perfectionner la théorie du 1^{er} & du 2^d Satellite , & il est certain (sans s'arrêter ici aux Elémens qui servent à la construction des Tables , qu'ils ont enfin achevées , non sans un très-grand travail) qu'on leur a de grandes obligations d'avoir réduit les mouvemens du premier Satellite à une forme de calcul si facile & si commode , qu'elle se trouve à la portée de ceux même qui sçavent à peine les premiers Elémens d'Astronomie. Mais il auroit été très-avantageux qu'ils eussent publié en même tems les observations du 1^{er} & du 2^d , & qu'ils nous eussent fait connoître dans quels tems ou dans quelles circonstances les Tables sont défectueuses ; autrement on ne sçauroit se flater dans les voyages de long cours (& peut être même dans les calmés sur la mer) de parvenir à connoître la longitude en observant ces mêmes Satellites. Enfin un Navigateur qui voudroit relâcher à quelque côte ou isle inconnue , ne pourroit encore sçavoir aujourd'hui qu'à un degré & demi près la longitude du lieu , ou de son vaisseau , l'erreur des Tables du I^{er} Satellite étant quelquefois de 5 à 6 minutes.

On ne peut gueres espérer une plus grande exactitude en se servant des Tables de la Lune fondées sur la Théorie de M. Newton : mais on a l'avantage de pouvoir observer presque tous les jours le lieu de la Lune en mer ;

Les Tables du premier Satellite réduites à une forme tres-commode par MM. Cassini & Pound.

De quelle maniere on pourroit remédier aux défauts de ces mêmes Tables.

& cela à quelque heure que ce soit quand la Lune est sur l'horison, au lieu qu'on n'a pas encore réuffi à y faire l'observation du premier ni des autres Satellites. Or puisqu'on vient d'exposer tout-à-l'heure par quel moyen on pourroit remédier au défaut des Tables des Satellites de Jupiter, il est à propos de dire ici comment on doit parvenir à connoître l'erreur des Tables Lunaires, & par conséquent à prédire, peut-être mieux qu'à une minute de degrés près, le vrai lieu de la Lune pour un méridien donné.

M. Hallei après avoir restitué un passage de Pline où il est parlé du Saros Caldaïque, ou retour périodique des Eclipses après 223 lunaisons, avoit fait usage de cette période dès l'année 1684. pour en déduire les inégalités du mouvement de la Lune. En effet on reconnut bientôt que dans les conjonctions ou Eclipses de Soleil, & ensuite dans toutes les autres phases, les erreurs des Tables se répétoient à chaque période, lorsque la Lune étoit à même distance du Soleil, & dans une position semblable du Lieu de son Apogée à l'égard du Soleil. Il n'y a donc pas de voie qui paroisse aujourd'hui plus certaine pour déterminer les longitudes par Approximation, le mouvement de la Lune étant si rapide * que 2', & quelquefois $2\frac{1}{2}$ dans son Lieu apparent, répondent à un degré de longitude.

* Quand on observe en Mer la distance de la Lune au Soleil, ou aux Etoiles fixes, si l'on se sert du nouveau Quartier de réflexion inventé par M. Newton, on ne s'apperçoit plus du mouvement du vaisseau, & par conséquent on peut déterminer mieux qu'à une minute près, par diverses opérations répétées, le vrai lieu de la Lune de la manière qui sera enseignée ci-après page 326. Or soit qu'on mesure ces distances, soit que la Lune éclipse quelque Etoile, il est certain qu'on aura tout ce qu'on peut désirer pour déterminer les longitudes tant sur Mer que sur Terre, si les Astronomes nous donnent une suite complète d'observations du mouvement de la Lune pendant une période entière de 18 ans, & supposé qu'ils en publient tout le détail, ou qu'ils nous apprennent seulement, après avoir comparé les Tables aux observations pendant une ou plusieurs périodes, quelles sont les erreurs de ces mêmes Tables dans chaque point de l'orbite lunaire, pendant deux révolutions de l'Apogée, ou une révolution des nœuds. On pourroit aussi observer en mer avec une Lunette de 4 à 5 pieds l'instant auquel une Etoile se trouve dans la ligne des cornes, ce qui donnera la conjonction apparente : mais il n'y a rien de plus précis que les occultations des Etoiles fixes par la Lune, lorsqu'il en arrive, ce qui est assez fréquent lorsque cet astre se trouve dans les hyades.

CHAPITRE DIX-SEPTIEME.

Des Cometes.

OUTRE les Planetes de notre Systeme Solaire & dont on peut observer presque tous les jours le mouvement apparent dans l'étendue du Zodiaque, il y a encore une autre espece de corps célestes, qu'on nomme Cometes, mais que l'on voit rarement & dont l'apparition est de peu de durée; car à peine les a-t-on observées quelques Mois, qu'elles disparoissent entierement, parce que leur grande distance est cause qu'elles échappent à notre foible vue. Les anciens Philosophes avoient placé les Cometes dans ces vastes régions du Ciel qui se trouvent au-dessus de l'orbite de la Lune. Selon le témoignage d'Aristote de Senèque, de Plutarque & des divers Auteurs tant Grecs que Latins, les Pythagoriciens & les autres Philosophes de la Secte Italique enseignoient depuis longtemps que les Cometes n'étoient autre chose que des Etoiles errantes, semblables aux Planetes; qu'elles parcouroient des orbites d'une grandeur presque immense, & qu'elles ne pouvoient être apperçues qu'après de très-longs intervalles de tems, c'est-à-dire, lorsqu'elles retournoient à chaque Révolution aux mêmes points de leurs orbites. Ce sentiment, si l'on en croit Aristote, étoit aussi celui d'Hippocrate de Chio: enfin c'étoit celui de Démocrite. En effet Senèque nous rapporte au Chap. III. du VII. Liv. de ses Questions Naturelles, ce qui en a été dit par Démocrite l'un des plus ingénieux & peut-être le plus profond Philosophe de la haute Antiquité. Il dit qu'entre tous les Astres qu'on avoit observés, on pourroit soupçonner qu'il y a encore un grand nombre d'autres Planetes

Les Cometes doivent être regardées comme de vraies Planetes.

* *Suspiciari ait
se plures esse
Stellas quæ
currant.*

différentes de celles que nous connoissons. Ce qui doit s'entendre, comme l'on voit, des Comètes qu'on regardoit alors comme des Etoiles errantes, c'est-à-dire, qu'on mettoit au nombre des Planètes. On ignore cependant si le nombre en a été fixé, ni si plusieurs de ces Comètes ont été distinguées par des noms particuliers, étant d'ailleurs incertain si l'on avoit alors quelque théorie du mouvement des cinq Planètes qui nous environnent. Cependant Seneque ajoute encore, qu'Apollonius le Myndien, l'un de ceux qui avoit le plus de connoissance dans la Physique, étoit persuadé que les Chaldéens plaçoient depuis long-tems les Comètes au rang des Etoiles errantes, qu'elles avoient un cours réglé & dans des orbites particulières qui leur étoient connues. Le même Apollonius* soutenoit aussi que les Comètes étoient de véritables Astres semblables au Soleil & à la Lune. Leur cours ne se fait pas, ajoute-t-il, dans l'Univers sans être assujetti à quelque loi constante : elles descendent & remontent alternativement au plus haut des Cieux, mais lorsqu'elles achèvent de descendre il nous est permis de les appercevoir, parce qu'elles décrivent la partie la plus basse de leur orbite. Ce sentiment semble avoir été adopté par Seneque : voici ce qu'il pensoit à ce sujet. Je ne suis pas, dit-il*, de ceux qui prétendent que les Comètes ne sont autre chose qu'un feu qui s'allume subitement : je les regarde comme des corps célestes d'une durée éternelle, de même que tant d'autres qui composent cet Univers. Chaque Comète a un certain espace assigné à parcourir. Les Comètes ne sont point détruites, mais elles se trouvent bientôt hors la portée de notre vue. Si on les met au nombre des

* *Apollonius
ipse aiebat quod
proprium sidus
est Cometes si-
cut Solis &
Lunæ, &c.
Altiora mundi
secat & tum
demum appa-
ret cum in
imam cursus
sui venit.*

* » Non existimo Cometem subitaneum esse ignem, sed inter æterna opera
» naturæ. Cometes habet suam sedem, & ideo non citò expellitur, sed emicatur
» spatium suum, nec extinguitur, sed excedit. Si erratica Stella esset, in Signifero
» esset, sed quis unum Stellis limitem ponit? Quis in angustum divina compellit?
» Nempe hæc ipsa quæ sola moveri credis, alios & alios circulos habent; quare
» ergo non aliqua sunt, quæ in proprium iter & ab istis remotum secesserint.

Planetes, il semble qu'elles ne devroient jamais sortir du Zodiaque. Mais pourquoi le Zodiaque renfermeroit-il le cours des Astres, pourquoi les restreindre à un si petit espace? Le petit nombre des corps célestes qui sont les seuls qui paroissent se mouvoir, décrivent des orbites différentes les unes des autres? Pourquoi donc n'y auroit-il pas d'autres corps célestes qui auroient chacun leurs routes particulieres à parcourir, quoique fort éloignées de celles des Planetes? Ce Philosophe ajoute encore qu'il faudroit pour les reconnoître, avoir recueilli une suite non interrompue d'Observations des anciennes Cometes qu'on auroit vues; mais que faute d'un tel secours, ces Observations ne lui étant pas parvenues, & l'apparition des Cometes étant d'ailleurs assez rare, il ne croyoit pas qu'il fût possible dans le siecle où il vivoit, de parvenir à régler leurs mouvemens, ni le tems de leurs révolutions périodiques; qu'ainsi il ignore entierement le tems de leurs réapparitions & la loi suivant laquelle elles doivent revenir à même distance de la Terre ou du Soleil. Enfin il prédit ce qui est arrivé vers la fin du dernier siecle. « Le tems viendra * que les secrets » les plus cachés de la nature seront dévoilés & mis au » plus grand jour par la vigilance & par l'attention que » les hommes y apporteront pendant une longue suite » d'années; un siecle ou deux ne suffisent pas pour une » aussi grande recherche. Un jour viendra que la postérité » fera étonnée de ce que nous aïons ignoré l'explication » d'un phénomène aussi simple; sur-tout lorsqu'après avoir » trouvé la vraie Méthode d'étudier la nature, quelque » grand Philosophe sera parvenu à démontrer dans quels » endroits des Cieux les Cometes se répandent, combien

Opinion de
Seneque tou-
chant les Co-
metes.

* » Veniet tempus quo ipsa quæ nunc latent, dies extrahet & longioris ævi » diligentia. Ad inquisitionem tantorum ætas non una sufficit. Veniet tempus quo » posterî nostrî tam aperta nos nescisse mirabuntur. Erit qui demonstret aliquando » in quibus Cometæ partibus errant, cur seducti à cæteris eunt, quanti qualesque » sunt.

» il y en a , & parmi quelles especes de corps célestes on
 » doit les ranger. »

Les Sectateurs d'Aristote ont prétendu que les Comètes étoient des feux ou des météores répandus dans notre Atmosphère.

Il est aisé de reconnoître qu'elles ne sont point dans notre air.

Preuve incontestable que les Comètes sont plus élevées au-dessus de la Terre, qu'est la Lune.

* C'est *a de l'Aigle* dans les Cartes de Gayer.

Malgré ces réflexions les Sectateurs d'Aristote ont placé les Comètes parmi les corps sublunaires , & cela parce qu'ils craignoient qu'on ne renversât tant de vieilles opinions qu'ils ont soutenues avec opiniâtreté pendant plusieurs siècles , ne voulant pas admettre de générations ni de corruptions dans les cieux. Ils prétendoient donc que c'étoient des Météores ; mais cette supposition tombe d'elle-même si l'on fait voir qu'elle répugne aux Observations ; car une preuve évidente que les Comètes ne se forment pas dans notre air , c'est qu'étant aperçues au même instant des régions de la Terre les plus éloignées, elles sont par conséquent fort élevées au-dessus de l'Atmosphère terrestre , au contraire de ce qui arrive à l'égard de quelque Météore que ce soit , formé dans notre air , à cause de sa trop petite élévation au-dessus de la surface du globe terrestre.

Il y a plus : il est constant que non seulement les Comètes sont fort élevées au-dessus de notre air , mais même qu'elles sont à une plus grande hauteur que la Lune. La preuve en est fondée sur ce qu'étant observées de différens lieux situés sur le globe terrestre , leur distance aux Etoiles les plus proches paroît assez sensiblement la même. On peut prendre pour exemple la Comète de 1577, la même qui a servi à faire cette découverte. Tycho-Brahé l'observoit à Uranibourg & Hagécus à Prague en Bohême , c'est-à-dire , à très-peu-près sous le même Méridien , mais environ six degrés plus au Midi vers l'Equateur. Or Tycho & son Correspondant s'attachent à déterminer de combien la Comète étoit distante de la Luisante * du Vautour ; c'est-à-dire, combien elle paroïsoit plus basse ; ce qui étoit d'autant plus facile que ces deux Astres paroïsoient dans un même vertical.

Ils trouverent donc qu'au même instant la distance de la Comete à l'Etoile paroiffoit fenfiblement la même, & partant que fi la Comete vue de deux lieux éloignés de plus de 150 lieues fur la Terre, paroiffoit répondre au même point des cieux, cela ne pouvoit fe faire à moins qu'elle ne fût fort au-deffus de la Lune.

Soit ABG un cercle qui représente un Méridien tracé fur la furface de la Terre où l'on fuppoſe Uranibourg en A & la ville de Prague en B , FCE un grand cercle tracé dans la ſphere des Etoiles fixes, & le point F le lieu de l'Etoile de la Conſtellation du Vautour: fi l'on vouloit qu'en D fut le lieu de la Comete, il eſt évident que fon lieu, vu d'Uranibourg, auroit été rapporté au point E du Ciel, ſa diſtance apparente à l'Etoile du Vautour ayant pour meſure l'arc FE . Mais la Comete vue de Prague paroiffant en C , ſa diſtance apparente à l'Etoile du Vautour auroit donc été meſurée par l'arc FC plus petit que l'arc FE . Cependant on a trouvé par obſervation que de deux lieux ſi différemment ſitués fur le globe, la diſtance de la Comete à l'Etoile du Vautour paroiffoit la même, & partant que les arcs FE , FC étoient égaux. Il eſt donc vrai de dire que la diſtance de la Comete à la Terre s'eſt trouvée ſi grande que l'arc CE n'a pu être de quelque grandeur fenſible. Or puiſque cela n'arrive pas à l'égard de la Lune (où l'on remarque une différence qui va à quelques minutes) il doit s'enſuire que la Comete étoit élevée bien au-deffus de l'orbite de la Lune.

Au reſte ſ'il arrivoit que la diſtance d'une Comete ne ſurpaſât pas de beaucoup celle de la Lune à la Terre, fon lieu vrai ſeroit fenſiblement éloigné de fon lieu *apparent*, & la Comete auroit une grande *parallaxe*. Je ſuppoſe que ſon véritable lieu, vu du centre de la Terre, réponde au point G du Ciel étoilé & que ſon lieu, vu du point A de la ſurface de la Terre, réponde au point E : la

La Démonſtration.
PLANCHE VI.
Fig. 7.

Le lieu vrai & le lieu apparent d'une Comete.
Sa Parallaxe.

distance GE dont on l'observeroit plus basse du point A est ce qu'on nomme sa Parallaxe ; de sorte que son effet fera toujours d'abaisser la Comete vers l'horison. Cette Parallaxe , comme on l'a prouvé ci-dessus à l'égard de la Lune , est toujours égale à l'angle sous lequel on verroit de l'Astre le demi-diametre de la Terre tiré du centre au Lieu proposé sur la surface du globe.

On voit par-là que si la Parallaxe ne sçauroit être observée dans une Comete , c'est une preuve que l'angle sous lequel on verroit de la Comete le demi-diametre de la Terre , ne sçauroit être sensible ; & partant que la Comete doit être à une prodigieuse distance , puisque la Terre , vue de cet Astre , ne paroîtroit que comme un point imperceptible.

Maniere de
découvrir la
Parallaxe du
mouvement
diurne dans les
Cometes.

Un seul fil tendu , suffir ou pourra faire connoître dans une recherche aussi subtile, la parallaxe des Cometes, pour peu qu'elle soit sensible. Car lorsque la Comete vers la fin de son apparition semble avoir tellement ralenti son mouvement , qu'à peine change-t-elle de place d'un jour à l'autre , on fera par le moyen de ce fil deux différentes Observations en la maniere suivante. Premièrement lorsque la Comete sera fort haute sur l'horison , on remarquera , s'il y a deux Etoiles fort proches , en sorte que la Comete se trouve avec ces deux Etoiles dans une même ligne droite parallele à l'horison ; c'est ce dont on s'assurera par le moyen du fil tendu , si l'œil s'apperçoit qu'il passe en même-tems par la Comete & par les deux Etoiles. Ensuite vers le coucher de la Comete on vérifiera encore par le secours du fil tendu si la Comete paroît en ligne droite avec les mêmes Etoiles. Car il est évident que si la Comete a une Parallaxe sensible , & qui l'abaisse vers l'horison , elle doit certainement ne plus paroître dans la ligne qui joint les deux Etoiles observées : enfin s'il arrive qu'elle paroisse constamment dans la même ligne droite

comme auparavant , ce sera une preuve que sa parallaxe ne sçauroit être sensible, & partant que la Comete est à une très-grande distance de la Terre. Au reste la réfraction ne sçauroit causer aucune erreur ici, quoiqu'elle élève manifestement tous les Astres proche l'horison au-dessus du Lieu vrai, parce que son effet, quoiqu'il nous trompe, affecte néanmoins de la même maniere les Etoiles que la Comete, & partant ne cause plus d'erreur dans leur distance ou dans leur position relative.

On peut aussi découvrir si une Comete a une parallaxe en l'observant proche l'horison Oriental dans un même cercle perpendiculaire ou vertical & qui passe par deux Etoiles. Car quand la Comete sera fort élevée, quoiqu'elle ne paroisse plus alors dans le même vertical que les deux Etoiles, si néanmoins elle continue à paroître dans la même ligne droite qui passe par ces deux Etoiles, c'est une marque que sa parallaxe est insensible, & que par conséquent elle se trouve dans les régions les plus éloignées du Ciel. Si au contraire elle paroît un peu plus basse que la ligne qui joint les deux Etoiles fixes, alors sa parallaxe sera sensible & par conséquent sera désignée par cette même quantité. Au reste ces deux méthodes sont encore également praticables si la Comete a un mouvement propre dans l'intervalle des Observations ; car il est facile d'en tenir compte en observant ce mouvement d'un jour à l'autre & le distribuant selon le tems écoulé entre les Observations.

Autre Méthode pour trouver la Parallaxe.

» * Comme c'est par le défaut de parallaxe du mouvement diurne qu'on est parvenu à prouver que les Cometes étoient dans des régions fort au-dessus de la Lune, » c'est au contraire par la quantité observée d'une autre » parallaxe (qui est celle de l'orbe annuel) qu'on peut » prouver que ces Astres descendent dans la région des » Planetes. Car les Cometes qui s'avancent selon la suite

* Ce qui suit est tiré du 3^e Liv. des Princip. Mathem. de la Philosophie de M. Newton.

Les Cometes sont sujettes à la Parallaxe de l'orbe annuel.

» des Signes , nous semblent vers la fin de leurs apparitions ou ralentir trop sensiblement leur mouvement , ou même rétrograder , & cela lorsque la Terre est entre elles & le Soleil. Au contraire elles paroissent se mouvoir trop rapidement si la Terre est en opposition, c'est-à-dire, si elles se trouvent en conjonction avec le Soleil. Or c'est précisément ce que nous observons à l'égard des Planetes. D'un autre côté celles qu'on nomme rétrogrades, parce qu'elles se meuvent effectivement contre la suite des Signes, ces Cometes, dis-je, semblent plus rapides vers la fin de leur apparition, si la Terre est entre elles & le Soleil ; enfin elles paroissent ou ralentir trop sensiblement leur cours, ou même rétrograder si la Terre est dans une situation opposée, c'est-à-dire, si la Comete paroît en conjonction avec le Soleil. Il est donc aisé de voir que la cause de ces apparences est le mouvement de la Terre dans son orbite, de la même maniere qu'il arrive à l'égard des Planetes. Car selon que le mouvement de la Terre se fait dans le même sens, ou est contraire à celui de la Planete, elle paroît tantôt rétrograde, tantôt se mouvoir trop lentement & tantôt avec trop de rapidité.

» On peut connoître la distance d'une Comete au Soleil ou à la Terre si l'on connoît la quantité dont elle se détourne de sa premiere route, c'est-à-dire, aussi-tôt qu'elle paroît accélérer ou retarder son mouvement vers la fin de son cours apparent. Car soient γQA , γQB , γQC trois longitudes observées d'une Comete au commencement de sa deviation & soit γQF une autre longitude observée qui convient à l'instant où la Comete est si petite & à une si grande distance qu'on cesse de l'appercevoir. On tirera la droite ABC dont les parties AB , BC comprises entre les lignes droites QA , QB & QC soient entre elles dans le même rapport

» que

PLANCHE VI.
 Fig. A.

que les tems écoulés entre les trois premières Observations. Ensuite on prolongera AC en G , de maniere que AG soit à AB comme le tems qui s'est écoulé entre la première & la dernière, est au tems écoulé entre la première & la seconde observation : on tirera aussi QG , enforte que s'il étoit vrai que la Comete eût eu un mouvement égal & uniforme & que la Terre pendant le même tems fût demeurée immobile ou qu'elle eût parcouru uniformément une ligne droite, on pourroit assurer que l'angle γQG seroit la longitude de la Comete au tems de la dernière observation : mais puisqu'il se trouve une différence en longitude représentée par l'angle FQG , elle sera donc causée par les inégalités du mouvement tant de la Comete que de la Terre. Or cet angle FQG doit être ajouté à l'angle γQG , s'il arrive que la Terre & la Comete se meuvent en sens contraire, de maniere que le mouvement de la Comete en doit paroître plus rapide ; mais ce sera le contraire si la Terre & la Comete sont emportées du même sens : l'angle FQG sera soustractif & il pourroit même arriver un tel ralentissement dans le mouvement observé de la Comete, qu'il en paroîtroit rétrograde. Cependant il est vrai de dire que la plus grande partie de cette différence, ou même l'angle entier FQG , a pour origine le mouvement réel de la Terre, & partant qu'on peut le considérer comme un effet de la Parallaxe du grand orbe, la petite quantité dont la Comete auroit accéléré ou ralenti son mouvement réel pouvant être négligée en cette rencontre. Voici donc la maniere de calculer la distance de la Comete à la Terre lorsqu'on connoît cette parallaxe. Soit S le Soleil, acT l'orbe annuel, a le lieu de la Terre au tems de la première observation, c le lieu de la Terre au tems de la troisième observation, & encore T le lieu qu'elle oc-

Maniere de découvrir la distance d'une Comete, lorsqu'on l'observe vers le commencement ou vers la fin de son apparition.

PLANCHE VI.

Fig. B.

» cupe au tems de la dernière observation. Soit aussi $T\gamma$
 » la ligne droite tirée au commencement du Bélier : on
 » prendra l'angle γTV égal à l'angle γQF (*fig. A*) c'est-
 » à-dire égal à la longitude de la Comète observée lorsque
 » la Terre étoit en T . Ayant aussi tiré ac , on la prolongera
 » jusqu'en g , en sorte que ag soit à ac comme AG est à
 » AC (*fig. A*), & le point g fera le lieu que la Terre au-
 » roit occupé au tems de la dernière observation, si elle
 » s'étoit mue uniformément en ligne droite selon la ligne
 » ac . C'est pourquoi si l'on mène $g\gamma$ parallèle à $T\gamma$, & si
 » l'on prend l'angle γgV égal à l'angle γQG (*fig. A*), cet
 » angle γgV fera égal à la longitude de la Comète qu'on
 » observeroit du point g , en sorte que l'angle TVg fera
 » l'espece de parallaxe que l'on cherche, puisqu'elle seroit
 » causée par le changement de position ou transport de la
 » Terre de g en T . Enfin le point V étant ainsi déterminé, ce
 » sera le lieu de la Comète réduit au plan de l'Eclipti-
 » que. Or la distance au Soleil de ce lieu V de la Co-
 » mète (réduit au plan de l'Ecliptique) lorsqu'on cesse de
 » l'apercevoir, se trouve ordinairement plus petite que
 » celle de Jupiter.

Du tems au-
 quel une Co-
 mète paroît ré-
 trograde, di-
 recte, ou se
 mouvoir trop
 lentement.

On conçoit donc facilement que si la Terre se meut
 du même sens qu'une Comète, & si son mouvement an-
 gulaire autour du Soleil est assez rapide pour que la ligne
 droite tirée continuellement à la Comète tende chaque
 jour de plus en plus en arrière, alors cette Comète, vue de
 la Terre, & dont le mouvement commençoit à se rallentir,
 doit paroître rétrograder à notre égard. Cependant si la
 Terre se meut plus lentement que la Comète, alors la Co-
 mète paroîtra directe, mais s'avancant moins vite, puis-
 qu'il faut faire déduction du mouvement de la Terre. Au
 contraire si la Terre se meut dans un sens opposé, la
 Comète paroîtra accélérer son mouvement, qui par cette
 même raison deviendra bien plus sensible à notre égard.

Quand elle
 paroît trop ra-
 pide.

La même chose est confirmée par la courbure apparente de la route des Cometes. Car tant qu'elles se meuvent assez vite, elles parcourent à très-peu-près des arcs d'un grand cercle : mais sur la fin de leur apparition, lorsque cette partie de leur mouvement apparent qui doit être attribuée à la parallaxe de l'orbe annuel, devient trop considérable relativement au mouvement propre des Cometes (ou qu'elles auroient si la Terre demouroit au même point de son orbe), alors ces Astres paroissent se détourner de leur route ordinaire ou s'écarter de la circonférence d'un grand cercle; enforte que si la Terre se meut d'un côté, elles semblent au contraire emportées selon une direction opposée. Les différences de parallaxes qui sont causées chaque jour par le mouvement de la Terre sur son orbe, étant donc alors très-sensibles, l'observation qui en a été faite plusieurs fois, a fait enfin conclure que vers le commencement ou la fin de l'apparition des Cometes, leur distance n'étoit pas si excessive que quelques Philosophes l'avoient supposé; mais qu'elles se trouvoient alors bien au-dessous de l'orbite de Jupiter. De-là on est bientôt parvenu à conclurre qu'au tems de leur Périgée ou de leur Périhélie (les Cometes paroissant alors sous un bien plus grand angle, parce qu'elles sont beaucoup plus proche de la Terre) elles devoient descendre au-dessous des orbites de Mars, & de la Terre : quelques-unes ont aussi descendu au-dessous de l'orbite des Planetes inférieures.

Il est démontré que les Cometes peuvent descendre dans la région des Planetes.

En effet à mesure qu'elles s'éloignent de la Terre en s'approchant du Soleil, elles paroissent bien plus éclatantes, & leur lumiere devient plus vive de jour en jour. C'est pourquoi le diametre apparent d'une Comete s'observe en ce cas d'autant plus petit qu'elle s'approche du Soleil : comme en effet elle ne scauroit s'en approcher, sans s'éloigner de la Terre, le Périgée d'une Comete arrivant quelquefois vingt ou vingt-cinq jours avant son passage par le Périhélie.

Grandes variétés dans les configurations apparentes des Comètes, & leurs différentes grandeurs.

Il n'y a rien d'ailleurs de si varié que la figure des Comètes, les unes ayant une chevelure qui les enveloppe, & qui s'étend de tous côtés, les autres une barbe ou une queue qu'on voit toujours dans une direction opposée au Soleil. Leur grandeur se trouve aussi fort souvent très-différente. Quelques-unes, indépendamment de leur queue, paroissent surpasser, dans certaines circonstances favorables de leur apparition, les Étoiles de la première & seconde grandeur. Enfin si l'on consulte les Historiens qui en ont parlé, il semble qu'aucune Comète n'ait jamais paru aussi grande que celle qui fut observée du tems de Neron : cette Comète, selon Seneque, égaloit le Soleil en grosseur. Hévélius en a cependant observé une autre en 1652 presque aussi grande que la Lune : mais elle étoit bien inférieure en lumière à cette Planete, étant extraordinairement pâle, & comme enveloppée de fumées, qui loin de lui laisser quelque éclat, rendoient son aspect assez triste & peu agréable aux yeux. On doit remarquer que les Comètes sont toujours environnées d'une Atmosphère très-dense & chargées de vapeurs grossières, qui absorbent presque toute la lumière que ces Astres peuvent recevoir du Soleil ; & néanmoins lorsqu'une partie de ces vapeurs s'élève ou se dissipe, on apperçoit quelquefois au travers de ce qui en reste, un noyau fort vif, très-éclatant & qui est le vrai corps solide ou l'hémisphère éclairé de la Comète.

Les Comètes de même que tous les autres Astres paroissent emporter chaque jour par le mouvement diurne d'Orient en Occident.

Les Comètes étant donc si fort élevées au-dessus de notre atmosphère, il doit s'ensuivre qu'elles paroissent assujetties de même que les autres corps célestes au mouvement diurne apparent d'Orient en Occident, lequel est produit chaque jour, comme l'on sçait, par le mouvement de rotation de la Terre autour de son axe. Mais outre ce mouvement qui est commun à tous les Astres, elles en ont un autre qui leur est propre, en sorte qu'elles ne

restent jamais fixes au même lieu du Ciel où l'on a commencé à les appercevoir. Elles s'en éloignent peu à peu, & semblent bientôt après se répandre indifféremment dans toutes les Constellations. Les Anciens n'avoient que trop souvent remarqué ce mouvement; en sorte qu'ils n'auroient sans doute jamais placé ces Astres au rang des Planetes, si de même qu'aux six Etoiles errantes, ils ne leur eussent connu un cours particulier. Certainement Seneque ne l'ignoroit pas, puisqu'il remarqua que les Cometes décrivoient une ligne droite dans le Ciel, ou selon quelques Astronomes, un grand cercle de la Sphère. Dans le Chapitre 8. du 7^{me} Livre de ses Questions Naturelles, il dit que le cours des Cometes n'est pas impétueux ni semblable à celui des tourbillons de vent qui causent les tempêtes formées dans notre Atmosphère; mais toujours tranquille, se faisant avec ordre, & suivant une route déterminée. Il parle au Chap. 29. des deux grandes Cometes qu'il observa, dont l'une, dans l'espace de six mois parcourut la moitié du Ciel, & l'autre du tems de l'Empereur Claude, parut d'abord au Septentrion, ensuite sembloit s'élever continuellement, & cela en ligne droite jusqu'à s'éloigner hors la portée de sa vue.

Du mouvement propre ou réel des Cometes.

Pour connoître mécaniquement ou à peu près la route d'une Comete dans les cieux, on pourra se servir d'un globe céleste, sur la superficie duquel soient exactement placées les Etoiles, chacune dans leurs Constellations. On comparera tous les jours la Comete aux quatre Etoiles les plus proches, & que l'on aura choisies de maniere que la Comete se trouve dans l'interfection des deux lignes tirées de chaque Etoile à celle qui lui est opposée; ce qui se peut pratiquer par le moyen d'un fil tendu à la vue simple (ou plutôt dans la lunette) & que l'on fera passer par la Comete & par les Etoiles: il y en a un si grand nombre de très-petites qu'on pourra souvent répé-

Maniere d'observer le cours apparent des Cometes.

PLANCHE VI.
Fig. 8.

ter cette opération sur différentes Etoiles, sur-tout si l'on y emploie des lunettes de douze à quinze pieds. Soit donc la Comete, par exemple, en *A* au milieu des quatre Etoiles *B, C, D, E*, que l'on aura choisies, en sorte que le fil qui coupe en deux la Comete, passe exactement par les Etoiles *B & D*, comme aussi par les deux autres *C & E*. Ayant reconnu ces Etoiles sur le globe, selon leurs longitudes & latitudes, on étendra sur la surface sphérique de ce globe deux fils qui passeront semblablement chacuns par deux de ces Etoiles, & alors l'intersection commune de ces deux fils désignera le lieu apparent de la Comete dans le Ciel. Si l'on répète chaque jour cette opération, & qu'on ait soin de déterminer ainsi de nouvelles positions de la Comete sur le globe, en choisissant parmi les Etoiles environnantes celles dont les lieux se trouvent dans les Catalogues, on s'apercevra aussi-tôt que la Route apparente de la Comete, laquelle passe par tous ces lieux déterminés, sera un grand cercle de la Sphere; car il est certain que tous les points où l'on a observé le lieu de la Comete ne s'écarteront pas sensiblement de la circonférence d'un grand cercle, les observations l'ayant d'ailleurs confirmé tant de fois; ce que l'on pourra vérifier en suivant la Méthode que nous venons d'exposer ici.

Il est évident par là qu'il suffira désormais d'avoir déterminé seulement deux ou trois positions du cours d'une Comete (lorsque son mouvement est très-sensible & qu'il paroît à la vue simple se faire en ligne droite) puisque deux de ces points suffisent pour déterminer la position du grand cercle: on aura donc ainsi l'inclinaison apparente * de son orbite sur le plan de l'Ecliptique, son intersection ou son nœud apparent, ce que l'on doit d'abord découvrir assez facilement par le prolongement du fil appliqué sur la surface du globe, pourvu que l'on ait attention de le faire passer exactement par les deux points

* Cette inclinaison qui paroît d'abord constante, & qu'on a trouvé néanmoins assez différente, vers la fin

qui répondent aux lieux de la Comete observés.

Une autre Méthode en usage depuis très-long-tems parmi les Astronomes , c'est d'observer chaque jour la distance de la Comete à deux Etoiles fixes, dont les longitudes & latitudes soient connues , ce qui déterminera son lieu dans le Ciel. Or l'on conçoit assez que plusieurs de ces lieux placés comme ci-devant sur la surface du globe, désigneront bientôt le mouvement de la Comete vu de la Terre (puisque'elle ne s'écarte pas d'un grand cercle), à moins que ce ne soit le mouvement propre & journalier de la Terre sur son orbite, ou la parallaxe du grand orbe qui la détourne * un peu de son cours ; ce qui n'arrive gueres, comme nous l'avons dit, qu'au commencement ou vers la fin de son apparition. Quant aux distances de la Comete aux plus proches ou aux plus belles Etoiles fixes, on peut les observer avec des Quarts-de-Cercle ou Sextans, en les plaçant de maniere que le plan de leur limbe passe par la Comete & par l'Etoile ; car alors si on dirige la pinnule ou lunette fixe à l'Etoile, par exemple, & celle de l'Alidade à la Comete, les degrés & minutes &c de la circonférence, marqués par l'Alidade désigneront la distance apparente de la Comete à l'Etoile, ce que l'on pourra réitérer autant de fois qu'on voudra, & cela sur deux ou plusieurs Etoiles fixes : les Astronomes se servent aussi d'une lunette garnie d'un Micrometre, ce qui est d'autant plus avantageux qu'il n'est besoin en ce cas que d'un seul Observateur pour mesurer la distance de la Comete aux Etoiles qui l'entourent.

Il suit de ce que nous venons de dire que les Cometes se meuvent toutes dans un plan qui passe, non pas par notre œil, mais par le Soleil, & dès-lors il est nécessaire que quelque mouvement qu'ait un corps céleste dans

de l'apparition des Cometes, a fait connoître qu'elles étoient sujetes à la Parallaxe de l'orbite annuel.

Autre Méthode d'observer le cours apparent des Cometes.

Les Cometes se meuvent toujours dans un plan qui passe par le Soleil.

* Elle peut aussi changer assez subitement de direction vers le tems de sa conjonction au Soleil, ou plutôt, un peu avant ou après son passage par le Périgée, comme il est arrivé à celles de 1680 & de 1744.

ce plan, son cours ne paroisse plus s'écarter de la circonférence d'un grand cercle. Ainsi le mouvement des Cometes fera donc régulier & parfaitement réglé: car quoiqu'elle soit sujette à certaines inégalités, on observe néantmoins dans son cours une assez grande régularité, nonobstant les inégalités apparentes qui l'accélerent ou la retardent.

Variétés surprenantes dans leurs cours.

Cependant le mouvement propre de chaque Comete ne se fait pas à beaucoup près dans le même sens, puisqu'il est varié à l'infini, les unes s'avançant d'Occident en Orient, lorsqu'au contraire la plupart se trouvent emportées contre l'ordre des Signes, c'est-à-dire, dans un sens opposé à celui des Planetes. Bien plus, depuis que l'on observe le cours des Cometes avec quelque attention, on s'est apperçu qu'il se dirigeoit tantôt vers le Nord & tantôt vers le Midi, & cela avec des inclinaisons si différentes, qu'il n'a pas été possible de les renfermer dans un Zodiaque, de la même maniere que les Planetes; car si elles se trouvent une fois dans ce Zodiaque, elles en forment bientôt avec plus ou moins de vitesse & par différens côtés. Regiomontanus en a observé une qui paroissoit avoir une vitesse bien extraordinaire, puisqu'elle parcourut 40 degrés en un jour. Enfin il y a des Cometes dont le mouvement est plus rapide au commencement qu'à la fin de leur cours: au contraire d'autres se meuvent très-rapidement au milieu, & très-lentement soit au commencement soit à la fin de leur apparition.

Les Cometes vers la fin de leur apparition semblent se détourner un peu de la circonférence du grand cercle qu'elles ont suivies.

On a observé encore que plusieurs Cometes avant que de disparoître entierement commençoient à s'écarter vers la fin de leur cours, de la circonférence du grand cercle qu'elles avoient suivies jusques là si constamment; ce que l'on a remarqué d'autant plus facilement qu'en recherchant, comme nous l'avons expliqué ci-dessus, leur inclinaison apparente, ou l'angle que sembloit former leur orbite avec le plan de l'Écliptique, on a trouvé qu'il changeoit

geoit bien plus sensiblement vers la fin de leur apparition; mais cette déviation apparente est bien moins causée par le mouvement réel de la Comete que par celui de la Terre, ainsi qu'il arrive tant aux Planetes supérieures qu'aux inférieures, dont les distances au plan de l'Ecliptique sont ordinairement, très-différentes (toutes choses d'ailleurs égales) selon les diverses positions de la Terre sur son orbite. Car il est certain que si les Cometes étoient observées du Soleil, elles paroîtroient décrire véritablement un grand cercle.

Au reste, il ne faut pas s'imaginer que parce que les Cometes paroissent décrire assez exactement un grand cercle de la Sphere, leur véritable cours se fasse pour cela dans la circonférence d'un cercle; car les mêmes apparences s'observeront constamment, soit qu'une Comete se meuve dans une ligne droite, soit dans une ellipse, une parabole ou une hyperbole, pourvu qu'elle ne sorte pas effectivement du même plan. En effet, dès que l'on suppose un plan qui passe par l'œil, tout corps en mouvement, quel qu'il soit, & quelque route qu'on lui attribue, paroîtra constamment dans la circonférence d'un grand cercle. Aussi le plus grand nombre des Philosophes & des Astronomes du dernier siècle ont-ils supposé que les orbites des Cometes étoient rectilignes, jusqu'à ce qu'on se soit enfin aperçu qu'une orbite parabolique ou elliptique s'accordoit bien mieux avec les phénomènes observés. Il est vrai que pour supposer leurs orbites elliptiques, il les faut imaginer prodigieusement allongées ou excentriques, c'est-à-dire, que leur premier axe doit être incomparablement plus grand que le second, & c'est en cela que les orbites des Cometes pourroient être distinguées de celles des Planetes, puisque ces dernières décrivent des ellipses si peu excentriques qu'elles ne diffèrent presque pas d'un cercle, à moins qu'on n'en

Quels sont
les véritables
orbites des
Cometes.

Hévélius s'est
aperçu le
premier qu'el-
les se courbent
en s'appro-
chant du So-
leil.

veuille excepter Mars & Mercure qui ont une excentricité un peu plus grande que les autres Planetes. Mais on doit bien remarquer que le Soleil se trouve toujours au foyer commun de toutes les orbites tant des Planetes que des Cometes, & que généralement tous les Astres se meuvent autour de ce point ou foyer, sans s'écarter de cette fameuse loi constante, qui consiste à décrire des aires proportionnelles aux tems. Or il suit de là que les Cometes sont assujetties de même que les Planetes à l'effet de la gravitation qu'on peut bien considérer comme une péfanteur universelle vers le Soleil.

Dans quels tems les Cometes se meuvent à nos yeux, & dans quels tems elles disparaissent.

On voit présentement la raison pourquoi les Cometes ne doivent être uniquement apperçues que lorsqu'elles descendent dans la partie la plus basse de leur orbite, c'est-à-dire, vers le Soleil; car comme elles remontent ensuite vers la partie la plus haute, qui est l'extrémité du premier axe de leur orbite, elles s'éloignent par conséquent du Soleil; & venant à parcourir des régions fort éloignées, elles se trouvent en ce cas hors la portée de notre vue. On comprendra ceci d'autant plus facilement qu'il est nécessaire de considérer deux causes principales de leur peu de lumiere; car outre qu'elle diminue & qu'elle est bien moins vive à mesure qu'une Comete s'éloigne du Soleil (dont elle nous réfléchit les rayons de la même maniere que les Planetes) il arrive aussi que le diametre apparent des Cometes diminue à mesure qu'elles s'éloignent, jusqu'à devenir insensible à notre égard. On doit aussi remarquer que vers le tems de leur passage par l'Aphélie lorsqu'elles parcourent les régions les plus éloignées du Soleil, leur mouvement doit être prodigieusement lent; c'est pourquoi dans des orbites aussi excentriques, il doit arriver qu'elles seront comme immobiles au tems du passage par l'Aphélie, & qu'au contraire leur mouvement doit se faire avec une rapidité prodigieuse au tems du passage par le

Périhélie, & c'est ce qui fait qu'on les apperçoit si peu de tems à chaque fois qu'elles descendent vers le Soleil.

Soit le Soleil en *S*, *ABPD* l'orbite elliptique d'une Comete, *TCE* l'orbite de la Terre. Si l'on suppose que le demi-axe de l'ellipse ou de l'orbite de la Comete soit cent fois plus grand que la moyenne distance de la Terre au Soleil, il est évident que cette Comete n'achevera sa révolution périodique autour du Soleil que dans mille ans ou environ; car selon la regle de Kepler, les Quarrés des tems périodiques doivent constamment se trouver dans le même rapport que les cubes des distances moyennes * à l'égard du Soleil. Ainsi il est vrai de dire qu'une Comete, dans la supposition que l'on vient de faire, ne doit se retrouver à la portée de notre vue qu'après avoir parcouru un très-long espace, sçavoir lorsqu'elle s'approchera de la Terre, à mesure qu'elle descend vers le Soleil comme en *F*, ou bien lorsqu'elle commencera à remonter aussi-tôt après son passage par le Périhélie; car dans ce dernier cas on doit l'appercevoir encore quelque tems jusqu'à ce qu'elle cesse de se montrer en *G*. D'un autre côté, si la distance Aphélie est à la distance Périhélie, c'est-à-dire, si la plus grande distance de la Comete au Soleil est à sa plus petite distance comme 1000 est à 1, la vitesse de la Comete au tems de son passage par le Périhélie sera donc à la vitesse qu'elle doit avoir au tems de son Aphélie dans le même rapport: cela est évident, puisque l'aire *ASB* doit toujours être égale à l'aire *DSP*, les arcs *AB*, *DP* étant parcourus dans des tems égaux. Mais il n'est pas moins évident que la vitesse angulaire de la Comete autour du Soleil doit être alors en raison doublée ou comme les quarrés de 1000 & de 1. C'est pourquoi si la Comete parcourt en un jour un angle d'un degré autour du Soleil au tems du passage par le Périhélie, elle ne parcourra plus au passage par l'Aphélie que la $\frac{1}{1000000}$ partie d'un

PLANCHE VI.
Fig. 9.

* La moitié du grand Axe est toujours égale à la distance moyenne de la Planete, au foyer de l'Elliptique.

degré: on voit par là quelle doit s'y mouvoir si lentement qu'il faudra plusieurs années pour qu'elle puisse parcourir un degré.

Dans l'Astronomie on peut supposer que les petites portions d'Elliptes que nous voyons parcourir aux Cometes pendant quatre à cinq Mois, ne diffèrent pas sensiblement d'une Parabole.

Les ellipses que décrivent les Cometes ayant donc une si grande excentricité, on a regardé jusqu'ici comme des vraies paraboles, les petites portions de ces orbites que nous voyons décrire aux Cometes; car une ellipse dont les foyers seroient à une distance presque immense, ne differe pas sensiblement d'une parabole, de la même maniere qu'elle dégénere en un cercle lorsque ses deux foyers s'approchent & se réunissent au même point. L'avantage que l'on a trouvé à supposer que les orbites des Cometes étoient de véritables paraboles, c'est qu'il en résulte une approximation ou forme de calcul beaucoup plus facile que si l'on venoit à considérer ces mêmes orbites comme de véritables ellipses. C'est aussi ce qui a principalement déterminé le célèbre Mathématicien M. *Halleï* à construire une Table générale pour calculer les mouvemens des Cometes; car une seule Table suffit, toutes les paraboles étant semblables, au lieu que les ellipses ayant une excentricité variable ne sont plus de même espece & le calcul en devient plus pénible & plus compliqué. Supposant donc que le mouvement des Cometes se fait dans un orbe parabolique, M. *Halleï* a appliqué cette théorie à toutes les Cometes qui avoient été soigneusement observées, & le calcul étant achevé, on s'est apperçu que leurs mouvemens déduits jour par jour de la théorie, étoient si conformes & s'accordoient avec tant de précision dans l'espace de plus 180° & même de 9 Signes, qu'à peine y a-t-on trouvé quelquefois une différence de 3 minutes. Tant de Cometes observées, & qui ont toutes paru si conformes à la théorie, ont fait voir manifestement qu'on pouvoit espérer de prédire, selon ces principes, le mouvement apparent des Cometes

avec au moins autant de précision que celui des Planetes calculées sur les meilleures Tables Astronomiques, & quoiqu'il soit vrai de dire que les Cometes ont une bien plus grande inégalité réelle dans leur mouvement que nos Planetes (puisque l'excentricité de leur orbe est infiniment plus grande) cela n'empêche pas néanmoins que leur orbite calculée ne réponde aussi parfaitement aux observations que celles des Planetes, parce que la regle des aires proportionnelles au tems paroît générale & constante pour tous les corps célestes, & se trouve par là confirmée merveilleusement. Or la théorie de M. Newton sur les Cometes a paru d'autant plus véritable qu'elle ne suppose d'autres causes physiques que celles qui sont communes à toutes les Planetes, tous ces Astres étant assujettis constamment aux mêmes loix, & les Observations Astronomiques s'y étant accordées si parfaitement jusqu'à ce jour.

Cette grande découverte de M. Newton sur la vraie théorie des Cometes a paru si belle & si intéressante qu'elle a anéanti tout-à-coup les hypothèses des autres Astronomes.

Les Observations des Cometes dont Tycho s'étoit déjà servi si utilement pour renverser l'opinion des Sectateurs d'Aristote, n'ont gueres été plus favorables en ces derniers tems aux Tourbillons imaginés par Descartes; puisqu'on s'est enfin apperçu qu'au moins la moitié des Cometes observées jusqu'ici, avoient un cours opposé ou directement contraire à celui des Planetes. Quand Descartes composa son systéme sur les débris de la Philosophie d'Aristote, il ne sçavoit gueres l'Astronomie de son tems, comme on le verra ci-après. Il n'ignoroit pas cependant au sujet des Cometes ce que Tycho avoit découvert, c'est-à-dire, qu'il étoit impossible que ces Corps fussent répandus dans notre air. Mais comme les Cieux solides n'avoient été imaginés par Aristote que pour retenir chaque Planete ou les empêcher de s'échapper par la tangente, & qu'il avoit, pour ainsi dire, précipité par cette raison, toutes les Cometes au-dessous de la Lune, cette

opinion ne pouvant plus subsister, Descartes imagina un grand fluide ou Tourbillon solaire dans lequel il a prétendu qu'elles devoient nager. Cette nouvelle hypothese paroissoit d'autant plus simple qu'on se persuadoit déjà d'être bientôt en état d'expliquer par là tous les phénomènes, à quoi on s'est d'autant plus attaché que les découvertes de Galilée & de MM. Huyghens & Cassini sur les Satellites de Jupiter & de Saturne, n'exigeoient autre chose que de petits tourbillons qu'on faisoit mouvoir dans le même sens; ce qui n'auroit pas été aussi facile si les Planetes tant du premier que du second ordre eussent fait leurs révolutions dans des sens opposés les unes aux autres.

Un grand nombre de Cometes se meuvent d'Orient en Occident ou contre l'ordre des Signes.

Mais quoique toutes les Planetes se meuvent dans leurs orbites d'Occident en Orient, on observe cependant un grand nombre de Cometes qui sont emportées en sens contraire, en sorte que leur mouvement réel est véritablement rétrograde ou contre l'ordre des Signes. Descartes auroit dû considérer, par exemple, celle qui fut observée par Regiomontanus l'an 1472 & dont la vitesse apparente sembloit prodigieuse, puisqu'elle parcourut environ 40 degrés en un jour. S'il se fût donné la peine de calculer les orbites de plusieurs autres Cometes, lui qui étoit si grand Géometre, il se seroit bientôt apperçu qu'il y en avoit un très-grand nombre qui étoient rétrogrades. Mais il s'est contenté d'expliquer le mouvement des Planetes d'une maniere vague, ne faisant pas même attention à l'inclinaison de leur orbe sur le plan de l'Ecliptique; en sorte que dans son systeme, on ne sçauroit concevoir pourquoi le mouvement du fluide ou grand Tourbillon solaire emporterait les Planetes autrement que selon un seul & même plan, sçavoir celui de l'Ecliptique. Il paroît donc présentement que les Tourbillons de Descartes n'existent point comme quelques Philosophes l'ont

cru sans l'avoir examiné ; car si le grand Tourbillon solaire avoit lieu , ce Tourbillon , de même qu'un torrent , emporteroit d'Occident en Orient les Cometes lorsqu'elles y descendent. En effet lorsqu'une Comete est parvenue à la hauteur de la Terre , la vitesse du Tourbillon devient alors si grande , que si ce Tourbillon existoit réellement , il faudroit de nécessité qu'il l'entraînât , & qu'ainsi la Comete parcourût à chaque heure plus de 7000 lieues ; d'où l'on voit que cet espece de torrent ou entraîneroit les Cometes avec une très-grande rapidité , ou détruiroit bientôt leurs mouvemens s'ils se faisoient en sens contraire. Qui ne voit donc pas à présent , de la maniere du monde la plus évidente , qu'aucun corps ne pourroit se maintenir long-tems contre l'effort prodigieux d'un semblable torrent ? D'un autre côté l'on observe qu'un grand nombre de Cometes se meuvent contre la direction de ce prétendu torrent , & cela avec la plus grande facilité , ayant un mouvement très-libre ; en sorte qu'elles observent les loix générales auxquelles elles sont toutes assujetties , précisément de même que s'il n'y avoit aucun fluide qui pût leur résister. On voit ainsi que ces observations sont absolument contraires & répugnent à la nature des Tourbillons ; car dès qu'on suppose un fluide qui entraîne les Planetes , il faut nécessairement qu'il entraîne aussi dans le même sens tous les autres corps solides à mesure qu'ils y tomberont. C'est pourquoi , puisque cela n'arrive pas à l'égard des Cometes , on peut donc établir comme une vérité dont il n'est plus permis de douter , qu'il n'y a aucune matiere dans les Cieux capable de résister au mouvement des Planetes ; qu'il n'y a , dis je , aucun milieu qui ait une densité assez sensible , ni qui soit comparable à notre air. Car il est certain que ce dernier détruit bien sensiblement le mouvement des corps lancés au-dessus de la surface de la Terre , comme cela se voit par le jet des bombes & des autres projectiles.

Il n'y a point de Tourbillons dans les cieux, comme l'ont prétendu Descartes & ceux de la Secte.

Il y a donc lieu de croire que ceux qui ont étudié les Principes de la Philosophie de Descartes ou de Leibnits, s'en détacheront d'autant plus facilement, quant à ce qui regarde les Tourbillons, qu'il est aisé de voir, sur-tout lorsqu'on a appris un peu d'Astronomie, que ces prétendus Tourbillons répugnent aux Observations des Cometes. Quant à ceux qui semblent s'efforcer d'expliquer par là le mouvement des corps célestes, ils ne doivent gueres être écoutés, puisqu'ils n'ont qu'un tissu de fictions impossibles ou imaginaires à nous proposer.

La matiere fluide répandue dans les cieus est si rare, qu'elle n'a pas la moindre densité sensible.

On doit encore considérer que puisque la résistance d'un milieu dépend de sa densité, il doit s'ensuivre que là où le milieu ne résiste pas, sa densité ne sçauroit gueres être bien sensible. Mais puisqu'on est convaincu aujourd'hui que les Cometes n'éprouvent aucune résistance sensible dans les Cieus, mais qu'elles parcourent avec la plus grande liberté leurs trajectoires, de la même maniere que si elles se mouvoient dans le vuide, la résistance du milieu doit donc être bien peu considérable. En effet on prouve que ce milieu peut être si rare, que si l'on en excepte la masse des Planetes & des Cometes, aussi bien que leurs athmospheres, ce qui reste de matiere dans tout l'espace Planétaire, c'est-à-dire, depuis le Soleil jusqu'au delà de l'orbite de Saturne, doit être si rare & en si petite quantité, qu'à peine occuperoit-elle, étant ramassée, plus d'espace que celui qui est contenu dans un pouce d'air pris dans l'état où nous le respirons : la démonstration géométrique s'en trouve dans les Ouvrages de MM. Newton, Keill & Gregori ; mais celle qu'en a donnée Roger Côtes dans ses Leçons physiques paroît plus simple, étant d'ailleurs plus à la portée des Commencans.

Le mouvement des Cometes étant

Les Philosophes Scholastiques qui ont fait jusqu'ici tant de mauvais raisonnemens métaphysiques contre le vuide

vuide , n'ont pas besoin d'être réfutés davantage. Semblables à ces fameux Sophistes de la Grece, il semble qu'ils tâchent d'envelopper leurs questions de tant de subtilités qu'il vaut mieux n'y faire aucune attention , au plutôt y répondre à la maniere de Diogene qui les voyant disputer contre le mouvement , imagina que de se promener c'étoit la meilleure façon de leur répondre : ainsi bien loin de s'embarraffer dans cette multitude de sophismes que les Scholastiques mettent à chaque instant dans la dispute , on ne leur doit proposer autre chose que de vouloir bien suivre les Mouvements d'une Comete dans les cieux ; car malgré les raisonnemens ou subtilités de l'Ecole, ils connoîtront bientôt la nécessité d'admettre le vuide.

Il paroît d'abord qu'on doit voir bien moins souvent les Cometes lorsqu'elles descendent vers le Soleil , que lorsqu'elles en remontent immédiatement après leur passage par le Périhélie* ; car lorsqu'elles descendent elles n'ont presque point de queues , n'étant pas encore assez échauffées par le Soleil. Aussi sont-elles alors bien moins remarquables , en sorte qu'elles échappent souvent à nos yeux ; au lieu qu'après leur passage par le Périhélie , elles paroissent souvent avec des queues presque immenses & du moins assez grandes pour être remarquées de tout le monde. Ces queues semblent composées d'une matiere lumineuse, très-rare** & des plus subtile. Il semble que la chaleur du Soleil ait atténué les particules de cette matiere , qui pour lors s'éleve avec beaucoup de force de la

* La Comete de 1742 qui a été rétrograde n'a été apperçue qu'après son passage par le Périhélie , mais c'est uniquement parce qu'elle n'étoit pas visible en Europe (étant dans la Partie australe du Ciel) lorsqu'elle descendoit vers le Soleil : le contraire est arrivé à l'égard de celle de 1744. En général la proposition énoncée ci-dessus est vraie , mais il faut bien prendre garde qu'on y suppose toutes choses égales ; autrement une Comete en descendant vers le Soleil pourroit se trouver beaucoup plus près de la Terre qu'en remontant , & partant seroit sans doute visible uniquement dans le premier , & non pas dans le second cas.

** Remarquez qu'on apperçoit les plus petites Etoiles fixes à travers les queues les plus épaisses des Cometes , & cela de la même maniere qu'on les apperçoit dans les pays septentrionaux à travers les plus fortes Aurores boréales.

** On remarquera que dans la Suede il n'y a aucune nuit d'hiver où l'on n'aperçoive parmi les constellations ces aurores, & cela dans toutes les régions du ciel.*

Les queues des Cometes sont toujours à l'opposite du Soleil.

Elles participent au mouvement du corps de la Comete.

surface des Cometes. Il pourroit bien se faire qu'elle auroit la même origine qu'une matiere à peu près semblable qui s'exhale de notre Terre * & qu'on a vu dans ces derniers tems s'élever à une hauteur prodigieuse au-dessus de notre Athmosphere ; car ces vapeurs lumineuses, appellées *Aurores Boréales*, ont été aperçues généralement dans toute l'Europe, & il est à remarquer qu'elles ressemblent fort, tant par leur figure, que par leur splendeur à celles des Cometes, n'y ayant peut-être que le défaut de matiere qui puisse faire disparaître l'Aurore Boréale.

Il y a encore ceci à remarquer dans les queues des Cometes, sçavoir qu'elles sont toujours dans la partie opposée au Soleil, c'est-à-dire, que si le Soleil est à l'Occident, la queue semble se répandre vers l'Orient, & au contraire ; en un mot à minuit la queue tend vers le Nord. Ces mêmes queues, comme on l'a déjà dit, augmentent sensiblement à mesure que les Cometes descendent vers le Soleil : elles sont très-grandes vers le Périhélie, ensuite elles décroissent à mesure que les Cometes s'éloignent du Soleil, diminuant peu à peu jusqu'à rentrer tout-à-fait dans l'Atmosphere des Cometes.

Lorsque les queues des Cometes ne sont pas encore fort grandes, il ne faut pas s'imaginer qu'elles montent avec rapidité, ni qu'elles s'élèvent continuellement de la tête de la Comete pour disparaître ensuite ; ce sont plutôt des colonnes permanentes de vapeurs ou d'exhalaisons qui s'éloignant assez lentement de la Comete participent à son mouvement ; car il leur a été communiqué par la tête dès le commencement, ainsi elles continuent de la suivre dans les cieux. On voit clairement par là que dans toute l'étendue des cieux il n'y a point de matiere capable de résister, en sorte que des corps aussi solides que les Planetes & les Cometes, doivent non-seulement s'y mouvoir sans trouver d'obstacles & y achever perpé-

tuellement leurs révolutions, mais aussi que la même facilité de parcourir les cieux a lieu dans le mouvement de ces vapeurs si rares qui composent les queues des Comètes.

La fameuse Comète de 1680. que l'on commença à observer à Londres & à Paris, aussi-tôt après son passage par le Périhélie, avoit alors une queue si prodigieuse qu'elle parut occuper 40 & même 60 degrés dans le Ciel : cela doit d'autant moins nous surprendre qu'elle a si fort approché du Soleil qu'à peine étoit-elle éloignée de sa surface d'environ la sixième partie du diamètre Solaire. Ainsi l'œil placé en ce moment dans la Comète auroit vu le Soleil sous un angle d'environ 120 degrés, c'est-à-dire, que le Soleil auroit paru si excessivement grand, qu'il lui auroit semblé occuper plus de la moitié du ciel. On ne doit donc pas être étonné si la chaleur que cette Comète a du pour lors ressentir a été si terrible, puisqu'elle a dû surpasser trois mille fois celle d'un fer rouge. Mais on voit par là la nécessité de regarder les Comètes comme de vraies Planètes : elles doivent être considérées comme des corps solides, très-compacts & permanens ; car si la Comète de 1680. n'eût été autre chose qu'un amas de vapeurs ou d'exhalaisons de la Terre, du Soleil & des autres Planètes, il est évident qu'à son passage par le Périhélie, cette Comète eût été anéantie, & qu'une chaleur bien moins grande, eût été capable de dissiper bientôt ces vapeurs.

Cette Comète a été vue pendant plus de quatre Mois, sçavoir depuis le 14. Novembre qu'elle fut observée à Cobourg en Saxe par M. Kirck, jusqu'au 19. Mars de l'année 1681. que M. Newton cessa de l'apercevoir : comme elle parut couper deux fois le plan de l'Écliptique, on vit d'abord ce qu'Hévélius avoit déjà remarqué sur d'autres Comètes, que sa trajectoire n'étoit pas tout-à-fait rec-

Longueur de la Queue de la Comète de 1681. aussi-tôt après son passage par le Périhélie.

M. Gottfroy Kirck a aperçu le premier cette Comète.

La Comete de 1680. & de 1681. a été observée avant & après sa conjonction au Soleil.

Irrégularités apparentes dans le mouvement de cette Comete.

La Comete de 1744.

**La premiere observation en a été faite à Laufanne par M. de Chezeaux.

tiligne, mais qu'elle se courboit un peu en s'approchant du Soleil. Il y a plus, on s'apperçut pour la premiere fois qu'elle tournoit autour du Soleil: & c'est ce qui confirma entierement M. Newton dans la découverte qu'il fit pour lors de sa véritable théorie; car le mouvement de cette Comete calculé dans une orbe parabolique & ensuite dans une ellipse, s'accorde si parfaitement avec cette multitude d'Observations qu'on avoit faites du mouvement de la Comete dans l'espace de 9 Signes qu'elle a parcourus en longitude, qu'on peut bien dire que la théorie s'accorde aux observations avec autant de certitude qu'on calcule le Lieu des Planetes. Le mouvement apparent de cette Comete sembloit assujetti à des inégalités extraordinaires: mais, comme on l'a expliqué ci-dessus, ce n'étoit autre chose qu'un effet du mouvement réel de la Terre autour du Soleil. Lorsqu'elle parut pour la premiere fois au 29° 51' du Lion, elle ne parcouroit pas deux degrés par jour: environ quinze jours après, vers le commencement de Décembre, son mouvement diurne étoit d'environ cinq degrés, ensuite il a paru retarder entre le 5 & le 20 du Mois de Décembre, la Comete n'ayant parcouru dans un intervalle de 15 jours & demi qu'environ 40 degrés. Après son passage par le Périhélie elle recommença à accélérer son mouvement, faisant alors environ 5 degrés par jour. Enfin elle a retardé sensiblement de jour en jour jusqu'au 19 Mars qu'on l'a observée pour la dernière fois au 0° 43' des Gemeaux.

L'orbite de la Comete qui a commencé à paroître au 13 Décembre 1743 ** & qu'on a cessé d'observer en Europe au commencement du Mois de Mars de l'année suivante, peu de tems après son passage par le Périhélie, a été calculée comme il suit dans une orbe parabolique. En voici les principaux résultats.

La distance Périhélie ou sa plus grande proximité du

Soleil a été de $\frac{7}{10} \frac{2}{10} \frac{5}{10}$ de la moyenne distance du Soleil à la terre: ainsi la Comete s'en est plus approchée que Mercure.

Soit le lieu de la Terre en T , le 21 Décembre 1743. à $6^h 57' 57'' \frac{1}{2}$ de tems moyen, & le lieu du Soleil calculé pour le même instant $\rightarrow 29^\circ 36' 02'' \frac{1}{2}$, le logarithme de sa distance à la Terre ST 9.992675: soit aussi le lieu apparent de la Comete α , mais réduit au plan de l'Ecliptique (par la Perpendiculaire abaissée en A) $\gamma 22^\circ 23' 02'' \frac{1}{2}$, avec une latitude géocentrique boréale $16^\circ 18' 55'$, mesurée par l'angle αTA : l'élongation de la Comete au Soleil ou l'angle STA auroit donc été de $112^\circ 47' 00''$.

PLANCHE VI.
Fig. C.

De même si on suppose qu'au 17. Fevrier 1744. à $6^h 34' \frac{2}{3}$ de tems moyen, la Terre se soit trouvée au point τ de son orbite, la longitude du Soleil étant $\approx 28^\circ 31' 20''$; & le logarithme de sa distance à la Terre 9.9951803, puisque la longitude géocentrique de la Comete a été déterminée au même instant $\chi 20^\circ 55' 35''$ ou $40''$, & sa latitude géocentrique boréale de $19^\circ 24' 43''$, on aura donc l'élongation $S\tau C$ de $22^\circ 24' 20''$, & l'angle $\sigma \tau C$, qui est la latitude apparente de la Comete au moment de l'observation, de $19^\circ 24' 43''$.

La Comete ayant paru sous un angle un peu plus grand au tems de la seconde, que de la premiere observation, il s'ensuit que sa Trajectoire ou sa projection a dû passer entre la Terre & le Soleil. Ainsi on a cru devoir essayer à diverses fois de connoître la valeur de l'angle τSC * qui est l'élongation, vue du Soleil, de la Comete à

* Dans le Triangle τSC étant connus les angles, comme aussi le côté τS distance de la Terre au Soleil, on a calculé la valeur des côtés τC , SC : mais dans cette supposition, puisque la Perpendiculaire σC élevée sur le plan de l'Ecliptique, passe par le lieu de la Comete σ , on fera donc au Triangle Rectangle $\tau C \sigma$, comme le Rayon, est à la Tangente de la latitude géocentrique observée, ainsi τC , sera à $C \sigma$: & la somme des quarrés de SC , $C \sigma$, donnera au Triangle Rectangle $SC \sigma$, la valeur du quarré de l'hypotenuse, & par conséquent la distance de la Comete au Soleil $S \sigma$.

l'égard de la Terre, & on l'a supposé d'abord de la moitié, ensuite des deux tiers de l'angle droit. Enfin après plusieurs tentatives on en approché jusqu'à pouvoir le conclure assez juste de 56° .

De quelle manière on peut déterminer par approximation les Trajectoires des Cometes.

Quoique la méthode que l'on explique ici soit un des meilleurs moyens de trouver par le calcul & par approximation la vraie trajectoire des Cometes, il faut avouer cependant qu'on est obligé de revenir souvent à de nouvelles suppositions, & de recommencer un long calcul pour approcher davantage dans la recherche des angles au Soleil, ou de la vraie position de la trajectoire que la Comete a parcourue. C'est ainsi qu'après plusieurs tentatives on a trouvé la valeur approchée de l'angle τSC : mais pour y parvenir il a fallu en même tems tenter à diverses fois celle de l'angle TSA , lequel angle devient toujours déterminé relativement à l'angle τSC , comme on le verra par ce qui suit.

Soit supposé en second lieu l'angle TSA de $34^{\circ} 12' 20''$, sçachant la distance TS de la Terre au Soleil, on connoitra donc comme ci-dessus les côtés TA , SA , du Triangle TSA , comme aussi l'hypotenuse ou distance $S\alpha$ de la Comete au Soleil, au moment de la premiere observation.

PLANCHE VI.
Fig. C. & D.

Il ne s'agit donc plus que de trouver le côté $\sigma\alpha$ ou l'angle $\sigma S\alpha$ * compris entre les deux distances données de la Comete au Soleil au tems de la premiere & de la seconde observation; car si l'on fait passer ensuite par les points σ & α une Parabole, cette courbe représentera (dans la supposition qu'on a faite ci-dessus des angles au Soleil de

* Pour trouver l'angle $\sigma S\alpha$, on doit considérer que la Projection CSA de cet angle sur le plan de l'Ecliptique est déjà connue, & partant la base CA peut être facilement calculée par la Trigonométrie, ou plutôt en se servant de la méthode de Street expliquée page 552: mais parce qu'on connoit aussi les Perpendiculaires $C\sigma$, $A\alpha$, & par conséquent leur différence de hauteur $a\alpha$, il sera facile de connoitre enfin le côté $\sigma\alpha$, en menant par le point σ , c'est-à-dire, par l'extrémité de la Perpendiculaire la moins élevée, une ligne droite σa parallèle ou égale à la base CA , & calculant ensuite la valeur de l'hypotenuse $\sigma\alpha$.

56° & de 34° 12' $\frac{1}{3}$) la trajectoire de la Comete que l'on cherche.

La valeur de l'hypotenuse de $\sigma\alpha$ (laquelle seroit égale à CA si les perpendiculaires $C\sigma$, $A\alpha$, étoient égales) étant une fois déterminée, & connoissant aussi les trois côtés du Triangle $S\sigma\alpha$, il fera facile de faire passer une Parabole * par les points σ & α , & qui aura son foyer au point S .

Pour s'assurer présentement si l'angle TSA que l'on a supposé de 34° 12' $\frac{1}{3}$ dans le calcul du Triangle TSA , n'est point trop grand ou trop petit relativement au premier angle rSC , il n'est question que de vérifier si dans l'espece de Parabole qu'on vient de déterminer, l'aire **

PLANCHE VI.
Fig. C.

Voyez la Théorie des Cometes

Fig. D.

* Soit le Triangle σSa formé par les lignes droites tirées de la Comete au Soleil: des points σ & α , comme centre, & des intervalles σS , αS , on décrira les cercles SNI , SML . Ayant ensuite mené la ligne droite MNO qui touche l'une & l'autre circonférence: on abaissera les perpendiculaires SO , σN , αM , & par le point σ on mènera la ligne droite $R\sigma r$ parallèle à MNO : la ligne OSr , fera l'axe de la Parabole, & la distance SO la moitié du Parametre. Divisant donc SO en deux également au point P , le point P fera l'extrémité de l'axe de la Parabole, & par conséquent le Lieu du Périhélie de la Comete dans son orbite.

Il est facile de déterminer les angles $P S \sigma$, $P S \alpha$, compris entre l'un & l'autre lieu de la Comete déduit des observations & le Périhélie, comme aussi la plus petite distance SP de la Comete à l'égard du Soleil. Car dans le Triangle Rectangle $\sigma R \alpha$, on connoit l'hypotenuse $\sigma \alpha$, & le côté $R \alpha$ (qui est égal à la différence des lignes $M \alpha$, $N \sigma$ ou de $S \alpha$, $S \sigma$,) on pourra donc calculer la valeur de l'angle $R \sigma \alpha$ ou de son supplément à 180° $\alpha \sigma r$: mais puisque les trois côtés de Triangle $\alpha \sigma S$ sont connus, l'angle $\alpha \sigma S$ est donc aussi déterminé, & partant la différence des angles connus $\alpha \sigma r$, $\alpha \sigma S$, sçavoir, $r \sigma S$ étant donnée, on pourra calculer dans le Triangle Rectangle $\sigma r S$ la valeur du côté Sr : on connoitra aussi la valeur de l'angle $\sigma S r$ ou de son complément à 90° $\sigma S P$, d'où il sera facile de conclurre $\alpha S P$. Enfin la distance SP du Périhélie de la Comete au Soleil sera donnée, puisqu'on a $2PS + S\sigma = rO = \sigma S$, qui est la distance de la Comete au Soleil déjà calculée pour le tems de la seconde observation.

** Le complément arithmétique du logarithme Siquialtere de la distance de la Comete au Soleil, sçavoir, dans notre exemple 0.970846 étant ajouté au logarithme d'un jour 9.960128, la somme est le logarithme de 0.930974, qui étant retranché du logarithme de l'angle $P S \sigma$, qui est de 94° 02' 53" (& qu'on trouvera par la Table générale de la Cométographie de M. Halle de 2.046916) le reste sera le logarithme de l'aire $P S \sigma$ parcourue en 13, 05966 jours. De la même maniere l'aire $P S \alpha$ qui répond à la somme des angles $P S \sigma + \sigma S \alpha = 94° 2' 53" + 43° 07' 33" = 137° 10' 26"$, a dû être parcourue en 71, 025 jours. Ainsi dans la Parabole qu'on vient de déterminer, la Comete auroit employé 57 jours, 965 à descendre depuis α jusqu'en σ , ce qui differe à peine du tems écoulé entre les observations, puisqu'on auroit dû trouver tout au plus 57 jours, 985; d'où l'on peut conclurre que l'angle TSA (Fig. C.) qu'on a supposé ci-dessus de 34° 12' 20", seroit d'environ 10" trop petit, ce qui est presque insensible.

La loi générale de la gravitation étant connue, il est facile de découvrir l'espece de Parabole parcourue par la Comete, & qui doit répondre au tems écoulé entre la premiere & la seconde observation.

parcourue par la Comete répond exactement au tems écoulé entre la 1^{re} & la 2^{de} observation. Cela suppose, comme l'on voit, la loi générale de la Gravitation, selon laquelle la Comete à mesure qu'elle s'approche ou s'éloigne du Soleil augmente ou diminue sa pesanteur en raison renversée du quarré de sa distance à l'égard de cet astre.

Lorsqu'on s'est une fois assuré que l'angle TSA qu'il a fallu supposer d'abord connu à très-peu près, a été approché autant qu'il a été possible du véritable angle vu du Soleil, & qu'il répond au mouvement de la Comete depuis α jusqu'en σ , il ne reste plus qu'à vérifier la supposition que l'on a premierement faite à l'égard de l'autre angle au Soleil τSC : mais pour cet effet il faut achever de déterminer par rapport au plan de l'Ecliptique * la position de la trajectoire de la Comete. Ensuite on pourra comparer avec une 3^e observation le lieu apparent de la Comete, calculé selon cette orbite, & en conclure l'angle τSC .

PLANCHE VI.
fig. C. & E.

* Dans le Triangle Rectangle $\sigma a \alpha$, on fera comme αa , est à σa ou CA ; ainsi le rayon, est à la tangente de l'angle $\sigma a \alpha = \vartheta \sigma C$: mais au Triangle Rectangle $\vartheta C \sigma$, comme le rayon, est à la tangente de $\vartheta \sigma C$, ainsi σC , est à $C\vartheta$. Ces deux Triangles sont dans un plan perpendiculaire à l'Ecliptique; mais si l'on considere le Triangle ϑSC , lequel est dans le plan même de l'Ecliptique, puisqu'on connoit les cotés ϑC , SC , & l'angle compris ϑCS supplément de SCA , il sera facile de calculer par la Méthode de Street l'angle ϑSC , qui donnera la position de la ligne des nœuds, & le lieu du ϑS en $m 15^{\circ} 36' 06'' \frac{1}{2}$. Car la longitude du point C est déterminée à cause de l'angle τSC qu'on a supposé de 56° .

Ayant abaissé du point C sur la ligne des nœuds la perpendiculaire CG , on connoit dans le Triangle Rectangle CGS l'hypotenuse CS , comme aussi l'angle CSG compl. à 180° de ϑSC ; on calculera donc la valeur de CG : mais au Triangle Rectangle $GC\sigma$ (lequel est dans un plan perpendiculaire à celui de l'Ecliptique) on aura $GC : C\sigma ::$ Rayon : Tang. $CG\sigma$ de $46^{\circ} 22' 45''$, qui fera l'inclinaison de la Trajectoire sur le plan de l'Ecliptique.

* Voyez le
Lemme démontré
pag. 114.

Enfin le Cosinus de l'inclinaison * de la Trajectoire, est au sinus total, comme le sinus de l'angle ϑSC , au sinus de $\vartheta S\sigma$: ainsi le lieu de la Comete dans son orbite (vu du Soleil) sera connu au tems de la seconde observation, & partant l'angle CSP sera donné, ce qui détermine le lieu du Périhélie en $\pm 16^{\circ} 49' 22'' \frac{1}{2}$: or en se servant de la Table générale de la Cométographie, on découvrira aussi le tems du passage par le Périhélie, le 1 Mars 1744. à $8^h 00' 35''$ de tems moyen.

La même Table générale doit servir à faire découvrir si l'angle τSC qu'on a supposé de 56° , doit être augmenté ou diminué; car il suffit de comparer pour cet effet aux observations du commencement de Décembre ou du mois de Mars, les Lieux de la Comete déduits des Elémens qu'on vient d'établir ci-dessus, & les différences seront connoître si l'on a assez approché de la vraie Trajectoire. De cette maniere on pourra, si l'on veut, recommencer tout le calcul en faisant varier de quelques minutes l'angle τSC , sans qu'il soit nécessaire pour cela de changer bien sensiblement l'angle TSA .

Revolutions Periodiques autour du Soleil.

Saturne	Emploie	29.	107.	22.
Jupiter	aprouvoir	11.	314.	12.
Mars	con	1.	321.	23.
la Terre	Orbite.	1.	008.	06.
Venus		0.	224.	10.
Mercuré		0.	87.	23.

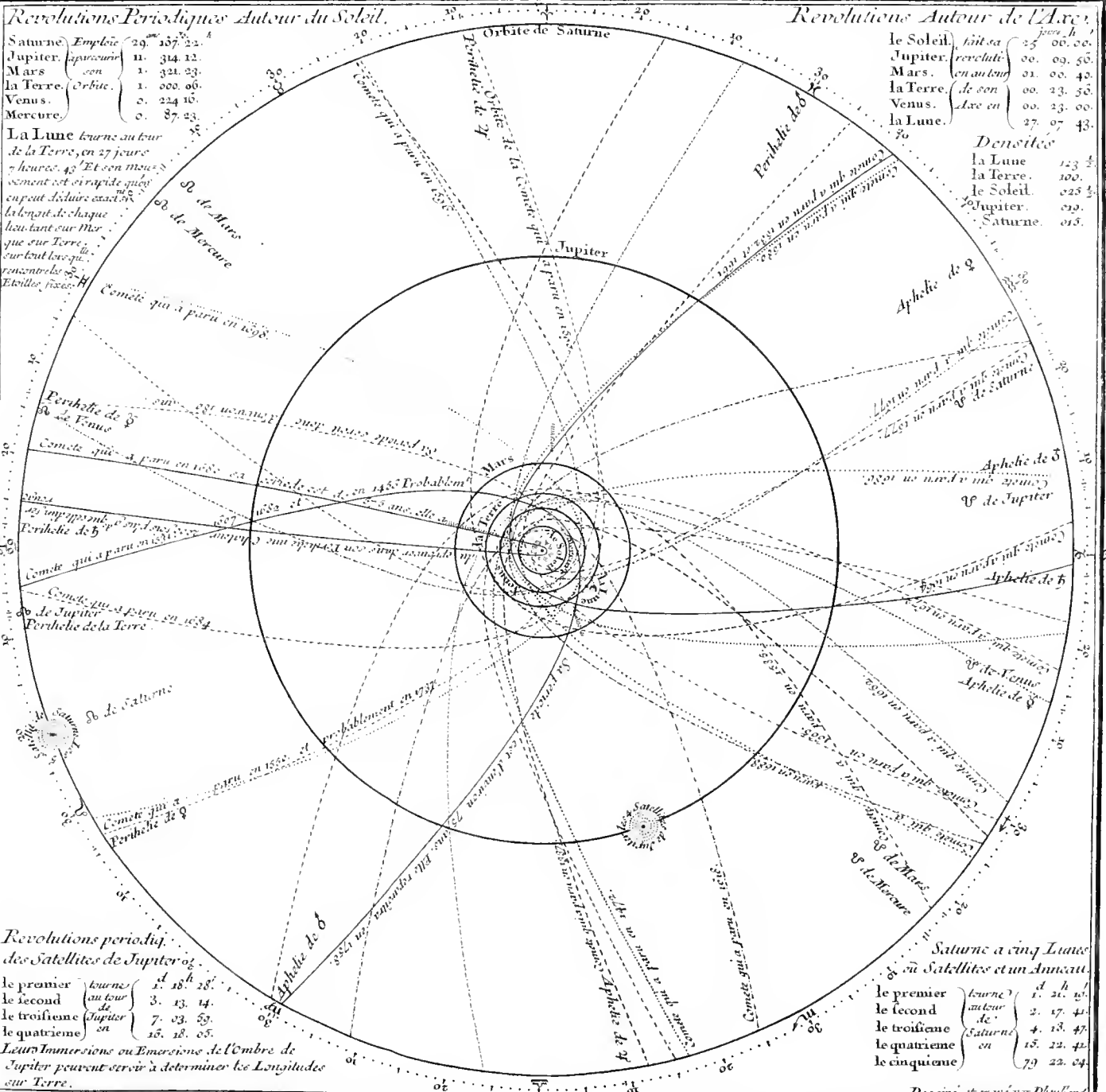
La Lune tourne autour de la Terre, en 27 jours & heures. 43' Et son mouvement est si rapide qu'on ne peut distinguer exactement la longueur de chaque lieu tant sur Mer que sur Terre, sur tout les qu'on entrevoit de l'Étoile fixe.

Revolutions Autour de l'Arc.

le Soleil	fait sa	25	00.	00.
Jupiter	revolue	00.	09.	50.
Mars	en autour	01.	00.	40.
la Terre	de son	00.	23.	58.
Venus	Arc en	00.	23.	00.
la Lune		27.	07.	43.

Densités

la Lune	123
la Terre	100.
le Soleil	125
Jupiter	119.
Saturne	95.



Revolutions periodiq. des Satellites de Jupiter.

le premier	tourne	1.	18.	28.
le second	au tour de	3.	13.	14.
le troisieme	Jupiter	7.	53.	59.
le quatrieme	en	15.	18.	05.

Leur Immersions ou Emissions de l'Ombre de Jupiter peuvent servir à déterminer les Longitudes sur Terre.

Saturne a cinq Lunes ou Satellites et un Anneau.

le premier	tourne	1.	21.	14.
le second	autour de	2.	17.	41.
le troisieme	Saturne	4.	13.	47.
le quatrieme	en	15.	22.	41.
le cinquieme		79.	22.	04.

CHAPITRE DIX-HUITIEME.

De la Sphere & de ses différens Cercles.

COMME il est certain que chaque Observateur, en quelque endroit de l'Univers qu'on le suppose, est exactement au centre de cette vaste étendue qui l'environne, puisqu'elle n'a point de bornes à son égard, ou du moins qu'il ne lui est pas possible d'en reconnoître les limites; il s'ensuit que toutes les fois qu'il considerera soit de jour, soit de nuit, la profondeur ou l'étendue du Ciel, elle doit nécessairement lui paroître comme une voute ou surface sphérique concave, qui aura pour centre le lieu que son œil occupe. Car quoiqu'il soit nécessaire d'admettre à des distances fort inégales, cette multitude prodigieuse d'Etoiles que nous voyons sous tant de sortes de grandeurs différentes: néanmoins, comme celles qui sont les plus proches de nous, se trouvent certainement à des distances presque infinies, il semble que rien n'est plus simple que d'imaginer, au lieu de plusieurs surfaces concentriques, une seule & unique Sphere ou surface sphérique concave, qui sera regardée comme le terme le plus éloigné où l'on puisse rapporter tous les mouvemens, tant des Planetes que des autres Astres, que nous observons dans les cieux. C'est pour cette raison que dans l'application des cercles de la Sphere nous ne devons tenir aucun compte de la distance de la Terre au Soleil, puisqu'elle est presque nulle en comparaison du demi-diametre de la Sphere ou du Ciel étoilé.

Cela supposé, l'on doit concevoir maintenant, pour-
 quoi l'apparence du Ciel étoilé doit être exactement la
 même à notre égard, en quelque endroit que la Terre se

L'œil de
 l'Observateur
 peut toujours
 être supposé
 au centre du
 Ciel.

Il importe
 peu, & ce sont
 les mêmes ap-
 parences, soit
 que l'œil du

Spéctateur soit
placé sur la
Terre ou dans
le Soleil.

trouve sur son orbite, & pourquoi nous devons appercevoir les Etoiles ou les Constellations précisément de la même maniere que si nous étions placés, soit dans le Soleil, soit à la circonférence, soit au centre de notre système Planétaire. Ainsi l'on peut établir comme un principe certain, que c'est la même apparence quant au Ciel étoilé, soit que l'on fasse passer les plans des différens cercles de la Sphere par le centre de la Terre, ou que l'on en suppose d'autres semblables & paralleles, qui passent par le centre du Soleil; car ces cercles paralleles doivent se confondre dans le même endroit du Ciel à notre égard, leur distance n'étant pas sensible en comparaison de celles des Etoiles fixes, ou de la Sphere où ils se terminent. De cette maniere on doit voir ces cercles paralleles dans le même point des cieus, soit qu'on les observe de la Terre ou du Soleil.

Les grands
cercles de la
Sphere.
Ce que c'est.

Pour mieux déterminer les véritables lieux des Etoiles, & reconnoître par conséquent la vraie route ou l'ordre suivant lequel se font leurs mouvemens apparens dans les cieus, il est à propos d'y distinguer de grands & de petits cercles. Les grands cercles sont ceux qui divisent la Sphere en deux parties égales, & qui par conséquent ont même centre que le centre de la Sphere. Ainsi tous les grands cercles de la Sphere ayant un même centre, se coupent toujours en deux également, soit qu'ils se rencontrent à angles droits, ou à angles obliques.

Des petits
cercles de la
Sphere.

Les petits cercles au contraire sont ceux qui divisent la Sphere en deux parties inégales, & qui par conséquent ont des centres différens de celui de la Sphere. Ces cercles prennent leur nom de quelque grand cercle, auquel ils sont paralleles.

Les Poles de
ces cercles.

Chaque cercle a deux Poles, c'est-à-dire, deux points sur la superficie de la Sphere, lesquels pris de part & d'autre & considérés séparément sont de tous côtés également éloi-

gnés de la circonférence : ces Points ou Poles sont aisés à déterminer , car ce sont les endroits où une ligne droite qu'on suppose passer par le centre du cercle & qui est perpendiculaire sur son plan, vient aboutir dans les points opposés de la superficie de la Sphere.

Il y a des cercles qui se déterminent par rapport au lieu où est l'Observateur , tels sont l'Horison & le Méridien. Il y en a d'autres qui dépendent du mouvement des Corps célestes. Ces derniers sont appelés *Mobiles* parce qu'ils changent de place en même tems que l'Observateur , les premiers étant appelés *Immobiles* , parce qu'ils occupent constamment les mêmes points du Ciel.

Parmi les cercles de la Sphere, il y en a d'immobiles & d'autres qui sont mobiles.

Les principaux cercles mobiles sont l'Ecliptique , l'Equateur , & leurs Paralleles. Comme la Terre tourne autour du Soleil par son mouvement annuel , si un Observateur étoit dans le Soleil , il s'apercevrait peu à peu que la Terre décrit un cercle parmi les Etoiles fixes. C'est là le cercle qu'on appelle l'*Ecliptique* , & c'est précisément le même cercle , que nous qui sommes placés sur la Terre , voyons parcourir au Soleil par un mouvement apparent , dans l'espace d'une année , comme on l'a fait voir ci-dessus.

L'Ecliptique:

L'Ecliptique se divise en douze parties égales , qu'on appelle les douze Signes ou les douze maisons du Soleil. Elles tirent leur nom de la Constellation voisine & commencent à l'Equinoxe du Printems , continuant à se succéder les unes aux autres d'Occident en Orient. Les trois premiers Signes , sçavoir γ , δ , π , s'étendent depuis l'Equinoxe du Printems jusqu'au Solstice d'Été , en tirant un peu vers le Nord. Les trois suivans , qui sont ϕ , ρ , μ , commencent au Solstice d'Été , & se terminent à l'Equinoxe d'Automne. Les trois qui viennent ensuite , sçavoir α , η , θ , commencent à l'Equinoxe d'Automne , descendent un peu vers le Sud , & se terminent au Solstice

d'Hiver. Enfin les trois derniers qui sont ♄, ♀, ♃, commencent au Solstice d'Hiver, & finissent à l'Equinoxe du Printems.

Chacun de ces douze Signes est divisé en trente degrés, & par conséquent tout l'Ecliptique en 360 : on voit perpétuellement le Soleil dans ce cercle & il n'en sort jamais. Il n'en est pas de même des Planetes ; elles s'en écartent de part & d'autre, dans l'espace d'environ huit degrés ; de sorte que si l'on imagine un cercle, une zone ou ceinture qui ait seize degrés de large, & au milieu de laquelle soit placé l'Ecliptique, cette zone désignera l'étendue du Ciel où les Planetes font leurs révolutions. Cette zone ou anneau applati a été nommée *Zodiaque* par les Grecs *, à cause des Signes ou Animaux qui en forment les Constellations.

Le Zodiaque.

* Latinè,
Signifer.

Les cercles de Latitude, ou cercles Secondaires de l'Ecliptique.

Ce qu'il faut entendre par la longitude d'une Étoile.
La latitude d'une Étoile.

Si l'on fait passer par les Poles de l'Ecliptique une infinité de cercles qui coupent perpendiculairement l'Ecliptique, on aura ce qu'on appelle les cercles *Secondaires* de l'Ecliptique. C'est par le moyen de ces cercles qu'on détermine la situation de chaque Étoile ou de chaque point du Ciel par rapport à l'Ecliptique ; car le lieu de chaque Étoile, relativement à l'Ecliptique, est celui où le cercle Secondaire qui passe par l'Étoile, va rencontrer l'Ecliptique. L'arc qui se trouve compris entre ce lieu & le premier point d'♈, ou le commencement du Belier, se nomme la *Longitude* de l'Étoile, elle se mesure par degrés, minutes, &c. Mais l'arc du cercle Secondaire compris entre l'Étoile & l'Ecliptique, est ce qu'on appelle la *Latitude* de cette Étoile. De là vient que ces cercles Secondaires de l'Ecliptique sont nommés cercles de Latitude. La latitude d'une Étoile peut être septentrionale ou méridionale ; car l'Ecliptique divise le Ciel étoilé en deux hémisphères, dont l'un est septentrional & l'autre méridional.

Comme la Terre tourne sur son axe, il arrive de là

que tous les Astres, c'est-à-dire, tout le Ciel étoilé semble tourner autour de la Terre dans l'espace de vingt-quatre heures. Ce mouvement apparent s'appelle *Diurne* : on peut imaginer au contraire qu'il se fait par le moyen d'un premier mobile qui entraîne la masse du Ciel, comme si la Terre étoit véritablement en repos, & que le Ciel tournât autour d'elle. Or le cercle qui est précisément situé à distances égales entre les deux Poles de la Terre, & qu'on nomme l'Equateur, étant continué jusqu'au Ciel étoilé forme l'Equateur céleste ; de manière que toutes les Etoiles, & généralement tous les points du Ciel, excepté les deux Poles, semblent décrire ou l'Equateur ou quelques-uns de ses parallèles ; en sorte qu'un de ces mêmes cercles parallèles se trouve plus grand ou plus petit, selon que les Etoiles ou les différens points du Ciel par où il passe, sont plus ou moins éloignés des Poles.

L'Equinoctial
ou l'Equateur
céleste.

L'Equateur & l'Ecliptique étant de grands cercles, se coupent nécessairement, comme nous l'avons dit, en deux parties égales ; & la section de leurs plans demeurant toujours parallèle à elle-même, regarde constamment les mêmes points du Ciel, sçavoir le commencement d' γ & de \sphericalangle (car nous faisons ici abstraction de ce mouvement très-lent par lequel l'axe de la Terre, ou l'interfection de l'Ecliptique & de l'Equateur rétrograde de 50'' par année.) Ainsi lorsque le Soleil se voit dans le point de l'Ecliptique où se fait cette interfection, sçavoir en γ ; c'est-à-dire, lorsque la Terre se trouve réellement dans la section opposée en \sphericalangle , c'est alors que le Soleil semble décrire dans le Ciel par son mouvement diurne le cercle équinoctial, qu'on appelle autrement l'Equateur. C'est pourquoi le Soleil ne sçauroit décrire chaque année par son mouvement diurne que deux fois seulement l'Equateur, sçavoir lorsqu'il vient passer à l'un ou à l'autre des deux interfections de l'Ecliptique & de l'Equateur, dont

l'une est le commencement du Printems & l'autre de l'Automne ; car c'est alors que tous les habitans de la Terre ont les jours égaux aux nuits , & c'est de cette égalité que l'Equateur a pris son nom. L'angle que l'Ecliptique fait avec l'Equateur dans ces points d'intersections est de $23^{\circ}\frac{1}{2}$. Ensuite le Soleil quittant l'Equateur paroît s'avancer peu à peu vers le Nord ou vers le Sud , & décrire chaque jour de petits cercles paralleles à l'Equateur , jusqu'à ce que s'étant avancé dans l'Ecliptique à 90° de l'intersection comptée depuis γ ou ω , il paroisse enfin éloigné de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de l'Equateur , ce qui sert à désigner sa plus grande déclinaison. En effet on le doit voir ensuite retourner vers l'Equateur , & de là vient que les deux petits cercles qu'il semble décrire par son mouvement diurne, dans les deux points qui répondent à sa plus grande distance de l'Equateur , sont nommés *Tropiques* , du mot grec *Τρέπω* , qui signifie *Retourner*. Or celui de ces deux petits cercles qui est du côté du Nord s'appelle *Tropicque de l'Ecrevisse* , & celui qui est du côté du Sud , *Tropicque du Capricorne*. Nous avons assez expliqué ci-dessus au Chapitre VII. comment le Soleil , quoique réellement en repos , semble néanmoins avoir ce mouvement apparent , & changer sa déclinaison ou s'éloigner de l'Equateur , & cela à cause du mouvement réel de la Terre sur son orbite.

Des petits cercles qu'on nomme les deux Tropiques.

Les deux autres petits cercles , qu'on nomme Polaires.

Il y a encore dans la Sphere deux autres petits cercles remarquables, que les Poles de l'Ecliptique semblent décrire chaque jour à cause du mouvement diurne ou de Rotation de la Terre autour de son axe : ils sont éloignés de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ des Poles de l'Equateur ou des Poles du Monde : on les a nommés cercles polaires. Le premier ou plutôt celui qui est dans l'hémisphère septentrional , est appelé *Arctique* , à cause du voisinage de l'une ou l'autre Constellation de l'Ourse , qui se nomme en grec *ἄρκτος*.

Le second qui à notre égard se trouve dans l'hémisphère méridional, est appelé *Antarctique*, parce qu'il est à l'opposite du premier.

Si l'on fait passer par les Poles du Monde, c'est-à-dire, par ceux de l'Equateur, une infinité de grands cercles, ces cercles seront les Secondaires de l'Equateur. Ils servent à déterminer tous les points du Ciel relativement à l'Equateur, de même que les cercles Secondaires de l'Ecliptique servent, comme nous l'avons dit, à déterminer ces mêmes points relativement à l'Ecliptique. Ainsi l'*Ascension droite* d'une Etoile ou d'un point du Ciel, quel qu'il soit, n'est autre chose que l'arc de l'Equateur, compris entre le commencement du Belier, & le point où coupe l'Equateur le cercle Secondaire qui passe par l'Etoile. De même la *Déclinaison* d'une Etoile n'est autre chose que l'arc du même cercle Secondaire, compris entre cette Etoile & l'Equateur ou cercle équinoctial : la déclinaison est septentrionale ou méridionale, suivant que l'Etoile se trouve écartée de l'Equateur vers l'un ou l'autre Pole. De là vient que les cercles Secondaires de l'Equateur sont aussi appelés cercles de *Déclinaisons*.

L'Ascension
droite.
Ce que c'est.

La Déclinaison.

Les principaux, d'entre ces cercles de *Déclinaison*, sont les deux *Colures*, dont l'un qui passe par les points des Equinoxes se nomme pour cet effet Colure des Equinoxes, & l'autre qui le coupe à angles droits, & qui passe constamment par les Poles de l'Ecliptique & de l'Equateur, se nomme Colure des Solstices, parce qu'en effet il rencontre l'Ecliptique dans les deux points les plus éloignés de l'Equateur. Or comme le Soleil, lorsqu'il est dans l'un ou l'autre de ces deux points opposés, semble y demeurer quelque tems, sa distance à l'égard de l'Equateur ne paroissant presque pas changer, on a cru devoir nommer ces mêmes points les Solstices.

Les deux
grands cercles
qu'on nomme
Colures.

L'Equateur terrestre est situé précisément au milieu entre les deux Poles de la Terre, c'est-à-dire, à distances égales de chaque côté. Nous avons dit ci-dessus que le plan de ce cercle prolongé jusqu'aux Etoiles fixes formoit l'Equateur céleste. Mais il faut observer que si la longitude & la latitude des Etoiles fixes se déterminent dans le Ciel relativement à l'Ecliptique & à ses cercles Secondaires; il n'en est pas de même de la longitude & la latitude des villes & des autres lieux de la Terre qui se déterminent relativement à l'Equateur, & à ses cercles Secondaires, ceux-ci passant toujours par les deux Poles de la Terre. On doit remarquer que le cercle Secondaire de l'Equateur, par quelque lieu que ce soit qu'il passe, s'appelle le *Méridien du lieu*, parce qu'en effet, lorsque le Soleil traverse le plan de ce cercle, à chaque révolution de la Terre autour de son axe, il est midi pour ceux qui habitent sous ce Méridien. On appelle aussi la *Longitude* d'un lieu l'arc de l'Equateur, compris entre un Méridien, qu'on nomme *Premier* (lequel passe par un lieu déterminé) & le Méridien du lieu dont il s'agit.

Le Méridien
d'un lieu.

La longitude
d'un lieu.

Les anciens Géographes faisoient passer leur premier Méridien par un endroit de la Terre qui leur étoit connu, & qu'ils croyoient pour lors être le plus occidental: depuis ce cercle ils comptoient la longitude de tous les autres endroits de la Terre, en tirant vers l'Orient. Mais parce que la navigation a fait enfin connoître dans le XV^e siècle qu'il n'y a point de lieu qu'on puisse appeller le plus occidental de tous, il semble qu'on ait peu à peu négligé cette maniere de compter la longitude depuis un premier Méridien; en sorte que chacun s'est donné la liberté de déterminer la longitude des différens endroits de la Terre relativement au Méridien du lieu ou du Port de mer où il habite. Quant à qu'on appelle la *Latitude* d'un lieu, c'est l'arc du Méridien, compris entre ce lieu proposé & l'Equateur.

La latitude
d'un lieu.

l'Equateur. La latitude est septentrionale ou méridionale, suivant que le lieu est éloigné de l'Equateur vers l'un ou vers l'autre Pole.

Au reste les habitans de la Terre portent divers noms suivant les différens Méridiens & les différens paralleles où ils sont placés. On appelle *Periæciens* ceux qui habitent en effet sous le même parallele ; mais sous le demi-cercle opposé du même Méridien. Ils ont les mêmes saisons dans les même tems , parce que le Soleil s'approche d'eux ou bien s'en éloigne dans les mêmes tems de l'année , mais quand il est midi chez les uns , il est minuit pour les autres. On appelle aussi *Antæciens* ceux qui habitent sous le même demi-cercle d'un Méridien , mais sous des paralleles opposés : ainsi il est midi & minuit chez les uns & les autres en même tems ; mais ils n'éprouvent pas les mêmes saisons aux mêmes jours de l'année : elles arrivent dans des tems alternativement opposés à leur égard.

Periæciens.

Antæciens.

Enfin on appelle *Antipodes* ceux qui participent aux deux conditions dont nous venons de parler , ou qui étant sous des Méridiens & sous des paralleles directement contraires , ont les pieds diamétralement opposés les uns aux autres. De là vient qu'alternativement ils ont l'Été & l'Hiver , midi & minuit , enfin le lever & le coucher des Astres dans des tems entierement opposés.

Antipodes.

Les quatre petits cercles de la Terre , qui répondent perpendiculairement au-dessous des quatre petits cercles du Ciel , sçavoir les deux Tropiques & les deux Polaires , divisent la Terre en cinq portions , qu'on appelle *Zones*. L'une de ces zones qui est nommée *Torride* , est comprise entre les deux Tropiques. C'est celle que les Anciens croyoient inhabitée à cause du trop grand chaud : mais on a découvert il y a deux ou trois cens ans , qu'au contraire les pays qu'elle renferme , sont la plupart très-fertiles , peu

Des cinq zones.

incommodes aux habitans & même très-riches & bien peuplés. Les deux autres zones appellées *Froides* ou *Glaciales*, s'étendent jusque sous les deux Poles, à compter depuis le cercle Arctique & le cercle Antarctique: il y regne un froid continuel qui les rend presque inhabitables. Il reste enfin deux zones *Tempérées*, & qui sont situées entre la zone torride & les zones glaciales. Nous habitons une de ces zones, & l'autre est peuplée par nos Antipodes & nos Antœciens. Virgile a décrit ces cinq zones au 1^{er} Livre des Georgiques. *

- Amphisciens. Ceux qui habitent la zone torride, sont nommés *Amphisciens*, parce que selon les diverses saisons leur ombre à midi se porte alternativement deux fois chaque année vers
- Afcimens. l'un ou l'autre Pole. On les a encore nommés *Afcimens*, parce que le Soleil passe aussi deux fois sur leurs têtes, & qu'à midi ils ne font aucune ombre. Ceux qui habitent les zones tempérées, sont appellés *Hétérosciens*, d'autant qu'à midi leur ombre ne se porte jamais que vers l'un des Poles. Enfin ceux qui habitent les zones glaciales, sont nommés *Périsciens*, parce qu'en Eté le Soleil ne se couchant point, ils voient leur ombre tourner continuellement autour d'eux.

L'Horizon sensible. Les cercles que l'on regarde comme immobiles, parce qu'en effet ils se déterminent par rapport à l'endroit où est l'Observateur, sont l'Horizon & le Méridien. L'*Horizon* est un cercle qui se présente naturellement à nos yeux, lorsqu'étant dans une plaine ou au milieu de la mer, on porte la vue de tous côtés, ce cercle ainsi déterminé, divisant la partie visible du Ciel d'avec celle qui est invisible:

* *Quinque tenent cælum zonæ, quarum una corusco
Semper Sole rubens, & torrida semper ab igni:
Quam circum extrema dextrâ, levâque trahuntur,
Ceruleâ glaciæ concretæ atque imbribus atris;
Has inter, mediâque duæ mortalibus ægris
Munere concessæ Divûm.* Virgil. Georgic. I. v. 233.

on le nomme horifon *Sensible* pour le distinguer de l'horifon *Rationel* qui lui est parallele , & qui passe par le centre de la Terre. Car nous devons rapporter tous les phénomènes célestes à une surface sphérique , qui a pour centre , celui de la Terre , & non pas le lieu qu'occupe l'œil.

Il est vrai que ces deux horifons étant continués jusqu'aux Etoiles fixes, se confondent ensemble, & qu'ainsi la Terre comparée à la sphere des Etoiles fixes , n'étant qu'un point, il doit s'enfuivre que des cercles qui ne seront distans relativement aux Etoiles , que d'un intervalle qui differe à peine d'un point imperceptible , doivent être regardés comme ne faisant qu'un seul & même cercle : mais il n'en est pas de même à l'égard de la Lune & des Planetes les plus proches de la Terre.

Les Poles de l'Horifon sont deux points , dont l'un est directement sur la tête de l'Observateur, & se nomme *Zénit*; l'autre qui lui est diamétralement opposé s'appelle *Nadir*. De ces deux points partent une infinité de cercles qui vont à l'Horifon & qui sont ses cercles secondaires. On les nomme *Verticaux* ou *Azimuts*. Les petits cercles paralleles à l'Horifon sont appellés *Almicantarats*. Tous ces mots viennent des Arabes , qui les ont introduits dans l'Astronomie. Ils disent *Semt* pour *Zénit* , *Al Sumut* , &c.

Entre les cercles verticaux , les principaux sont le *Méridien* & le *premier Vertical*. Le Méridien passe par les Poles du Monde & par le *Zénit* & le *Nadir* : il coupe l'Horifon dans deux points diamétralement opposés , qui sont le *Septentrion* & le *Midi* , & par conséquent il sert à les déterminer. De même le premier *Vertical* qui coupe le *Méridien* à angles droits , sert à désigner dans l'Horifon les points de l'*Orient* & de l'*Occident*. Ainsi ces deux cercles divisent l'Horifon en quatre parties égales , chacune desquelles se soubdivisant aussi en huit parties égales , produit une division entiere de l'Horifon en trente deux

L'Horifon rationel.

Les Poles de l'Horifon. Le Zénit & le Nadir.

Des cercles Verticaux ou Azimuts. Almicantarats.

Le premier Vertical.

parties ou rumbs de Vents, que l'on nomme aussi Quarts de Vent.

La hauteur ou l'élévation d'une Etoile, & son Abaissement au-dessous de l'Horison.

L'Azimut d'une Etoile.

L'Amplitude orientale ou occidentale.

C'est dans le Méridien que s'observe la plus grande élévation des Etoiles.

L'*Elévation* ou l'*Abaissement* d'une Etoile sous l'Horison est l'arc du cercle Vertical, qui se trouve compris entre cette Etoile & l'Horison. L'*Azimut* d'une Etoile est l'arc de l'Horison, qui se trouve compris entre le point du Septentrion ou du Midi, & le cercle Vertical qui passe par l'Etoile. Ainsi l'Azimut peut être oriental ou occidental. L'*Amplitude* orientale ou occidentale d'un Astre est l'arc de l'Horison, compris entre le point du lever ou du coucher de cet Astre, & le point de l'Orient ou de l'Occident. Cette Amplitude peut donc être aussi septentrionale ou méridionale.

Comme c'est à l'Horison que toutes les Etoiles se lèvent & se couchent, de même c'est au Méridien qu'elles sont dans leur plus grande hauteur, & c'est aussi dans le même Méridien au-dessous de l'Horison qu'elles sont dans leur plus grand abaissement. Car puisque le Méridien est situé perpendiculairement, tant à l'égard de l'Equateur, qu'à l'égard de l'Horison, il est évident de là qu'il doit diviser en parties égales, soit au-dessus, soit au-dessous de l'Horison, les Segmens de tous les cercles paralleles ou Almucantarats, & qu'ainsi le tems qui doit s'écouler entre le lever d'une Etoile & son passage au Méridien est toujours égal à celui qui est compris entre le passage au Méridien & le coucher. Au reste le Soleil semble décrire chaque jour par son mouvement apparent ou l'Equateur ou un de ses paralleles, de maniere que quand il est arrivé au Méridien au-dessus de l'Horison, il est midi; mais quand il est arrivé au Méridien au-dessous de l'Horison, il est minuit, & c'est sans doute ce qui a fait donner à ce cercle le nom de Méridien.

Le *Nonantieme* ou *Nonagéisme degré* est le point de l'Ecliptique, qui est éloigné de quatre-vingt-dix degrés du

lieu où l'Ecliptique coupe l'Horifon. La hauteur de ce point, qui varie à chaque instant, nous fait connoître la mefure de l'angle que l'Ecliptique forme avec l'Horifon. On donne auffi le nom de *Milieu du Ciel* au point de l'Ecliptique qui fe rencontre dans le Méridien. Dans les Signes afcendans, c'est-à-dire depuis ♃ jufqu'au ♄ le nonantieme degré eft à l'Orient du Méridien : mais dans les Signes defcendans, depuis le ♄ jufqu'au ♃, il eft au contraire à l'Occident du Méridien.

Quoique nous ayons confidéré tout à l'heure l'Horifon & le Méridien comme des cercles immobiles, en regardant le mouvement diurne ou apparent du Ciel comme réel, il eft cependant vrai de dire que ces deux cercles font les feuls qui foient mobiles. En effet une Etoile, ou fi l'on veut, le Soleil fe leve, lorsque le plan de l'Horifon, qui eft emporté circulairement par le mouvement diurne de la Terre, defcend affez bas pour le laiffer paroître ; de même cet Afre fe couche lorsque le plan de l'Horifon s'éleve affez haut pour le dérober à notre vue, de maniere que c'eft le Soleil qui de fon côté demeure en repos. Enfin les Etoiles, le Soleil ou les Planetes arrivent au Méridien d'un lieu, lorsque le plan de cet Horifon, par fon mouvement angulaire autour de l'axe de la Terre, vient à traverser le lieu où font ces Etoiles ou Planetes comme immobiles. Ainfi il faut fe donner bien de garde de leur attribuer un mouvement que ces Astres n'ont aucunement.

Mais fi l'on conçoit un cercle immobile, qui paffe par le Soleil & par les Poles, ce cercle ne fera pas feulement le Méridien d'un lieu déterminé, ce fera un Méridien univerfel, en forte qu'on comptera midi dans un endroit, lorsque le Méridien particulier à ce lieu, en tournant autour de l'axe de la Terre, fe confondra avec le plan de ce Méridien univerfel.

L'Horifon & le Méridien font véritablement des cercles mobiles.

Méridien univerfel.

Comme chaque Méridien acheve en vingt-quatre heures par un mouvement angulaire autour de l'axe une circonférence entière ou 360 degrés, il faut de nécessité qu'il parcourre dans chaque heure quinze degrés, c'est-à-dire, la vingt-quatrième partie de 360. D'où il suit que si l'on conçoit un autre Méridien, qui passant par les Poles, forme un angle de quinze degrés avec le premier que nous avons supposé passer par le Soleil, on comptera une heure après midi, quand le Méridien du lieu, après avoir quitté le plan du Méridien universel, viendra se confondre avec cet autre Méridien, c'est-à-dire, quand il se réunira à celui qui forme un angle de quinze degrés avec le Méridien universel. Ce cercle fera donc ce qu'on appelle le cercle d'une heure. Semblablement si l'on conçoit un autre cercle, qui passe par les Poles, & qui coupe l'Equateur à trente degrés du Méridien universel, ce sera le cercle de deux heures, en sorte que quand le Méridien d'un lieu y sera parvenu, on comptera dans ce lieu deux heures après midi. De même si l'on conçoit des cercles qui passent par les Poles & par chaque division de quinze en quinze degrés de l'Equateur, ces cercles représenteront ceux qu'on appelle cercles *Horaires* : ils divisent l'Equateur en vingt-quatre parties égales, & chacun de ces cercles horaires doit déterminer à son tour l'heure que l'on compte en quelque endroit, c'est-à-dire, lorsque le Méridien de cet endroit vient à se rencontrer dans le plan de ces cercles. Par exemple, lorsque le Méridien d'un lieu vient se réunir au cercle qui fait un angle de 75 degrés avec le Méridien universel, on comptera dans ce lieu cinq heures après midi : si ce Méridien est éloigné de 90 degrés du Méridien universel, on comptera six heures après midi. Mais si l'on regarde le Méridien d'un lieu comme immobile, & que l'on conçoive un cercle qui passant par les Poles & par le Soleil, tourne avec le Soleil autour de

Les cercles
Horaires.

l'axe de la Terre par un mouvement angulaire, comme il semble en effet que cela se fait ; alors quand ce cercle se rencontrera dans le plan de celui qui forme un angle de quinze degrés avec le Méridien du lieu proposé, on comptera dans ce moment une heure après midi, & de cette maniere le cercle qui forme l'angle de quinze degrés, fera le cercle d'une heure. Ensuite celui qui fera un angle de trente degrés avec le Méridien du lieu, fera le cercle de deux heures, & celui qui formera un angle de 45 degrés, fera le cercle de trois heures, & ainsi des cercles suivans.

Dans quelque endroit de la Terre que ce soit, la hauteur ou l'élévation du Pole au-dessus de l'Horifon, est toujours égale à la latitude de ce lieu. Car soit, par exemple, le cercle HZQ le Méridien, HCO l'Horifon, $ÆCQ$ l'Equateur, Z le Zénit, & P le Pole ; la hauteur du Pole, ou sa distance à l'Horifon sera mesurée par PO , & la latitude du lieu par l'arc $ZÆ$. Or comme l'arc $PÆ$ entre le Pole & l'Equateur, est le Quart-de-cercle, & que l'arc ZO compris entre le Zénit & l'Horifon, vaut aussi un Quart-de-cercle, il s'ensuit que les arcs $PÆ$, & ZO seront égaux entre eux : ôtant donc l'arc commun ZP , les arcs $ZÆ$ & PO qui resteront seront par conséquent égaux entre eux ; c'est-à-dire que la latitude d'un lieu fera toujours égale à l'élévation du Pole au-dessus de l'Horifon de ce lieu.

Cette proposition une fois démontrée nous fournit d'abord une Méthode pour mesurer la circonférence de la Terre. Car si l'on s'avance en droite ligne vers le Nord, jusqu'à ce que l'élévation du Pole* augmente d'un degré, par exemple, & qu'on mesure ensuite en toises le che-

On démontre ici que la hauteur du Pole est toujours égale à la latitude du Lieu.

PLANCHE VI.
Fig. 10.

Maniere de connoître la grandeur de la circonférence de la Terre.

* C'est ainsi que dans les Plaines de *Sinjar*, *Chalid ibn Abd'imlic*, & *Ali ibn Isha* mesurerent séparément l'un vers le Nord & l'autre vers le Sud, un degré de la circonférence de la Terre, ce qui fut exécuté vers l'an 820. de l'Ère Chrétienne par ordre du Caliphe Almamoun, le septieme de la race des Abbassides.

min que l'on aura fait , le nombre de toises que l'on trouvera , fera justement le nombre que doit contenir un degré d'un grand cercle de la Terre. Ce nombre multiplié par 360 donnera le nombre de toises contenues dans toute la circonférence de la Terre. Or par des mesures très-exactes il se trouve que la longueur d'un degré comprend 25 lieues moyennes de France qui font environ 69 milles d'Angleterre.

CHAPITRE DIX-NEUVIEME.

De quelques autres Elemens de la Sphere.

PLANCHE VI.
Fig. 10.

Fig. 11.

De la Sphere
droite.

L'ANGLE que forme le plan de l'Equateur avec celui de l'Horifon étant mesuré par l'arc $\mathcal{A}H$ doit toujours être égal à ZP complément à 90° de la latitude du Lieu. Or il suit de là que si cet angle est droit , la latitude du Lieu sera nulle , & que par conséquent le cercle de l'Equinoctial passera par le Zénit : mais il suit encore que dans cette position perpendiculaire de l'Equateur , tous ses paralleles formeront aussi des angles droits avec le plan de l'Horifon , & c'est-là ce qu'on nomme *la Sphere droite* , ces mêmes cercles paralleles étant coupés en deux parties égales par le plan de l'Horizon : ainsi le tems qu'une Etoile paroîtra sur l'Horifon doit constamment être égal à celui qu'elle emploiera à passer sous l'Horifon. De plus il paroît encore évident par la figure 11 , que dans cette situation de la Sphere les deux Poles seront nécessairement dans l'Horifon ; car dans la Sphere droite le Zénit est traversé par l'Equateur , en sorte que les points Z & \mathcal{A} se réunissent , comme aussi les Poles P & P avec les deux points H, O diamétralement opposés dans l'Horifon.

Ensuite

Ensuite pour peu qu'on s'éloigne de l'Equateur vers l'un ou l'autre Pole, l'Equateur s'écarte aussi du Zénit en s'approchant de l'Horison, de sorte qu'il fait pour lors un angle oblique avec le plan de ce dernier, ce qui a fait nommer *la Sphere oblique* cette autre position de la Sphere, où le Pole vers lequel on s'est avancé paroît autant élevé au-dessus de l'Horison, & l'autre Pole autant abaissé au-dessous, qu'on compte de degrés dans la latitude du Lieu. La figure 12 représente cette seconde position de la Sphere, qui est précisément celle qui nous convient, puisque nous habitons les Zones tempérées; car quoique l'Equateur $\mathcal{A}Q$ soit encore coupé en deux également par le plan de l'Horison, comme cela arrive dans la Sphere droite; quoiqu'il soit vrai de dire que le Soleil venant à parcourir l'Equateur, le jour soit égal à la nuit dans quelque position que ce soit de la Sphere oblique, cependant les paralleles à l'Equateur ne s'y trouvent plus coupés en deux parties égales. En effet on voit au premier coup d'œil que du côté du Pole élevé il y a une plus grande partie IL de ces cercles au-dessus de l'Horison, comme aussi une moindre partie LM au-dessous; en sorte que plus ces paralleles se trouvent proches du Pole, plus la portion élevée sera grande, jusqu'à ce qu'étant moins éloignés du Pole qu'il n'y a de degrés dans la latitude du Lieu, alors chaque parallele, comme cela se voit dans la figure, sera en ce cas tout entier au-dessus de l'Horison HO . Le contraire doit aussi arriver à l'égard des autres paralleles situés au-delà de l'Equateur du côté du Pole abaissé: la partie RS de ces mêmes paralleles qui demeurera cachée sous l'Horison sera d'autant plus grande, qu'ils se trouveront plus éloignés de l'Equateur; & la partie élevée NR , ou qui nous est visible, en fera d'autant plus petite. Enfin ceux d'entre ces paralleles, qui se trouveront plus proches du Pole abaissé qu'il n'y a de degrés com-

De la Sphere oblique.

pris dans la latitude du Lieu, seront perpétuellement cachés à notre égard, aussi-bien que toutes les Etoiles & Constellations qui s'y rencontrent. De là il suit nécessairement que, comme le Soleil parcourt chaque jour un des paralleles à l'Equateur, les jours doivent augmenter peu à peu depuis l'Equinoxe du Printems jusqu'au Solstice d'Été, & au contraire diminuer jusqu'à l'Equinoxe d'Automne; les jours pendant tout cet intervalle de remis étant plus longs que les nuits, après quoi les nuits seront plus longues jusqu'à l'autre Equinoxe: en effet il est évident que les jours doivent diminuer peu à peu depuis l'Equinoxe d'Automne jusqu'au Solstice d'Hiver, & augmenter ensuite depuis ce dernier Solstice jusqu'à l'Equinoxe du Printems, où ils reparoîtront précisément égaux aux nuits.

Dans la Sphere oblique tous les Astres paroissent se lever & se coucher selon des routes obliques. Or de même que l'Ascension droite d'une Etoile est l'arc compris entre le commencement du Bélier & le point de l'Equateur qui passe au Méridien en même tems que l'Etoile, ou le point de l'Equateur, qui dans la Sphere droite, monte ou se leve en même tems que l'Etoile, de même l'Ascension oblique est l'arc de l'Equateur compris entre le premier point du Belier & le point de l'Equateur qui dans la Sphere oblique se leve en même tems que l'Etoile: elle doit donc toujours être comptée du même sens, mais elle sera différente selon les diverses obliquités de la Sphere. On a nommé *Différences Ascensionnelles* les différences des Ascensions droites & obliques.

L'Ascension
oblique d'un
Astre.

La différence
Ascensionnel-
le.

On doit encore remarquer que dans la Sphere oblique, il doit y avoir un cercle parallele autant éloigné du Pole élevé qu'il y a de degrés compris dans la latitude du Lieu: or ce parallele, selon ce qui vient d'être expliqué ci-dessus, peut être nommé à juste titre *le Cercle de*

perpétuelle Apparition, & c'est le plus grand de tous les Cercles paralleles qui paroissent continuellement entiers sur l'Horison. Toutes les Etoiles comprises entre ce Cercle & le Pole ne se couchent plus, ni ne se levent, mais elles montent & descendent alternativement en s'approchant tantôt du Zénit & tantôt de l'Horison. On peut aussi appeller *Cercle d'Occultation perpétuelle* le cercle qui lui est opposé vers l'autre Pole; car les Etoiles comprises dans ce dernier espace ne doivent plus paroître se lever ni se coucher, en sorte qu'elles sont tout-à-fait invisibles à l'égard de ceux qui se trouvent dans la Sphere oblique qu'on vient de supposer.

Le cercle de
perpétuelle
Apparition.

Si le plan de l'Equateur ne formoit plus d'angle avec celui de l'Horison, mais si ces deux cercles venoient à se réunir ou se confondre, alors le Pole paroîtroit au Zénit, & tous les paralleles à l'Equateur seroient des paralleles à l'Horison. Cette troisieme position de la Sphere a été nommée *la Sphere Parallele*: il est évident que les Etoiles ne doivent plus y paroître se lever ni se coucher, mais tourner uniquement chaque jour selon des cercles paralleles à l'Horison. Quant au Soleil, lorsqu'il sera parvenu dans l'Equateur, il rasera pour lors l'Horison, tournant ainsi tout autour, jusqu'à ce que par son mouvement propre s'élevant peu à peu vers le Pole, il ne se couchera plus, mais doit produire un grand jour de six mois entiers. Au contraire lorsque le Soleil s'éloignera de l'Equateur vers le Pole opposé, on ne l'apercevra plus, il ne se levera point, ce qui doit produire, dans cette position de la Sphere, une longue nuit de six mois. Telle est la condition de ceux qui passeroient leur vie sous les deux Poles: mais on ignore s'il y a des habitans dans ces deux régions de la Terre.

De la Sphère
parallele.
PLANCHE VI.
Fig. 13.

Les anciens n'étant pas encore assez avancés dans la Géographie pour distinguer les latitudes par degrés &

'Ancienne division des Régions de la

Terre en climats & en cercles paralleles.

minutes, s'étoient contentés de diviser les régions de la Terre en *Climats*, par des cercles paralleles. La regle qui leur servoit pour la distribution de ces climats étoit la plus grande durée des jours. Car dans la Sphere droite, c'est-à-dire sous l'Equateur les jours sont perpétuellement égaux aux nuits: mais si l'on s'en écarte vers l'un ou l'autre Pole, alors les jours d'Eté deviennent plus longs que les nuits, & même d'autant plus longs qu'on s'approche des Poles, jusqu'à ce qu'enfin au Solstice d'Eté il n'y a plus de nuit sous le cercle Polaire. Ainsi un lieu plus avancé vers le Pole & dont le plus grand jour excédoit d'un quart d'heure la durée du jour d'un autre lieu, donnoit une division géographique, c'est-à-dire que pour faire la division du Globe terrestre on avoit imaginé de faire passer précisément autant de paralleles à l'Equateur qu'il en falloit pour qu'au Solstice d'Eté la durée du jour pût augmenter de quart en quart d'heure d'un parallele à l'autre. Supposant donc l'Equateur pour le premier de ces paralleles, le second devoit passer par tous les lieux de la Terre où le plus long jour d'Eté devoit être de $12^{\text{h}} \frac{1}{4}$, le troisieme par tous les lieux où le plus long jour devoit être de $12^{\text{h}} \frac{2}{4}$, le quatrieme devoit répondre à $12^{\text{h}} \frac{3}{4}$; & ainsi de suite jusqu'au cercle Polaire. On appelloit climats deux fois l'intervalle compris entre ces mêmes paralleles. Ainsi les climats étoient distingués par des augmentations d'une demi-heure dans la durée du plus grand jour. Au reste l'excès du plus grand jour d'Eté sur 12 heures peut continuellement augmenter à mesure qu'on s'approchera de plus en plus du Pole élevé, jusqu'à ce qu'on arrive au cercle Polaire*; car en ce lieu le Tropicque doit toucher l'Horison en un seul point,

* C'est ce qui s'observoit dans l'Islande ou l'Isle Thulé selon Strabon & Ptolomée, qui se sont fondés sur l'observation de Pithéas, les Marseillois ayant navigué jusqu'en cet Isle du tems d'Alexandre le Grand. Vers la fin du dernier siecle le Roi de Suede Charles XI. & les Académiciens envoyés par le Roi de France en dernier lieu au Cercle Polaire ont observé ces longs jours d'Eté sur les Montagnes situées au Nord du Golfe de Botnie.

fans le couper , & partant le cercle parallele que parcourt le Soleil au jour du Solstice, doit être tout entier sur l'Horison : ainsi le Soleil ne paroîtra point se coucher sous ce climat. Or le jour étant alors de 24 heures, excède par conséquent de 12 heures ou de 24 demi-heures la durée de celui qu'on observeroit sous l'Equateur; c'est pourquoi la division géographique de la Terre ne s'étendoit qu'à vingt-quatre climats, ou tout au plus à quarante-huit paralleles.

Comme dans la haute Antiquité la plupart des peuples n'avoient pas tout-à-fait réglé la grandeur de l'année, parce qu'ils ne connoissoient pas encore assez le mouvement apparent du Soleil, il est évident que si l'on eût fixé à certains jours du mois quelque événement remarquable, on auroit eu trop de peine à découvrir dans la suite, précisément le tems de l'année auquel cela devoit répondre : on se servoit donc de la méthode usitée parmi les gens qui vivoient à la campagne, car ceux-ci ne pouvoient se régler sur le Calendrier civil, puisque les mêmes jours du mois civil ne répondoient jamais aux mêmes saisons de l'année, & qu'ainsi il falloit avoir recours à d'autres Signes pour distinguer les tems & les Saisons. Or les Laboureurs, les Historiens & les Poëtes y ont employé le lever & le coucher des Astres : pour cet effet ils distinguoient trois sortes de lever & coucher des Astres qu'ils ont nommé *Cosmique*, *Achronique* & *Hélique*. Lorsqu'on dit qu'un Astre se leve ou se couche cosmiquement, c'est qu'il se leve ou se couche à l'instant que le Soleil se leve : ainsi une Etoile qui se leve ou se couche le matin, se leve ou se couche cosmiquement. Mais le lever d'une Etoile s'appelle achronique lorsqu'elle se leve au coucher du Soleil, c'est-à-dire lorsqu'elle se leve le soir étant en opposition au Soleil & se faisant voir toute la nuit.

Des différens noms qu'on a donnés au lever & au coucher des Etoiles.

Le lever d'une Etoile est hélique, lorsque s'étant peu

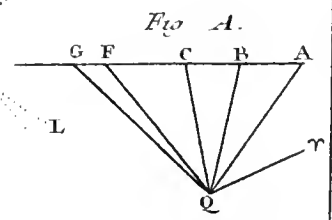
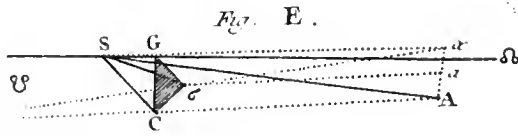
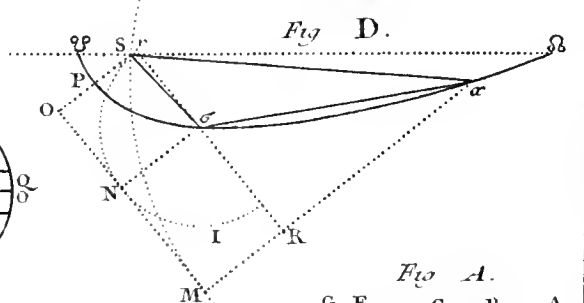
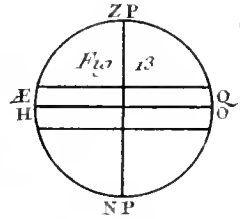
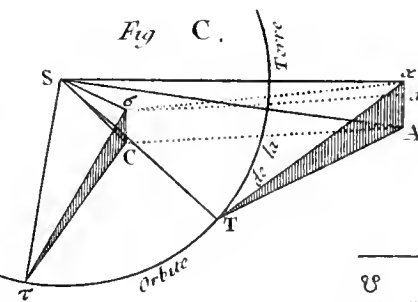
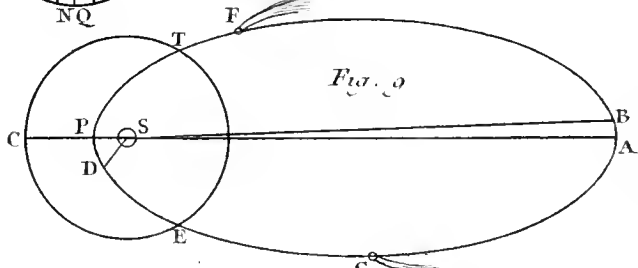
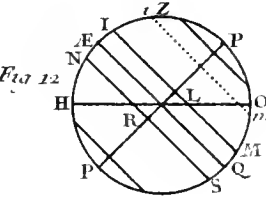
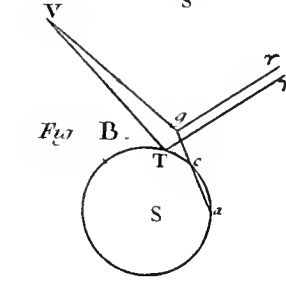
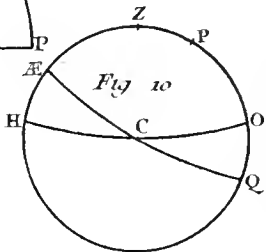
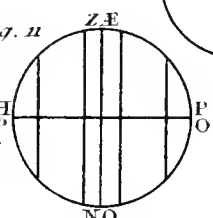
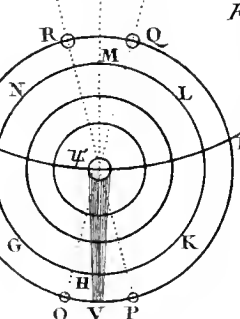
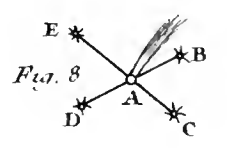
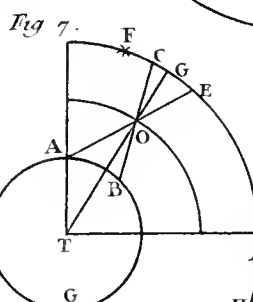
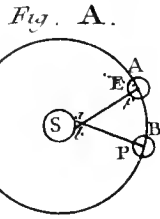
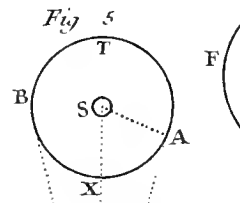
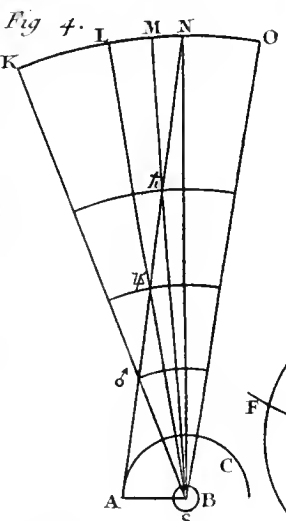
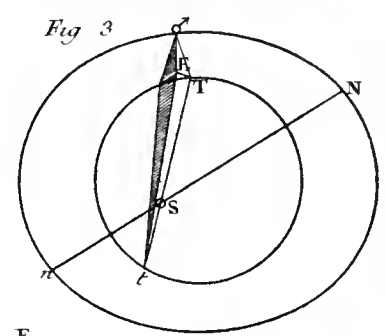
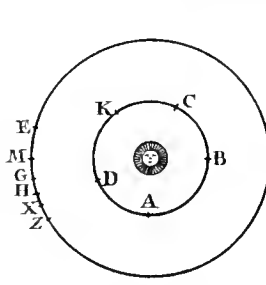
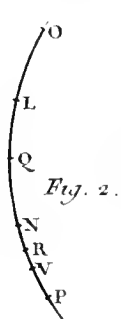
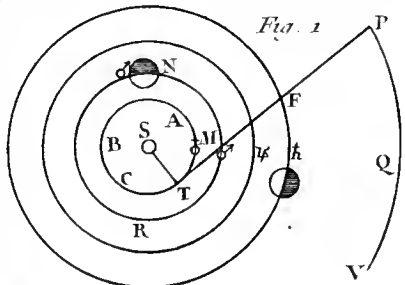
à peu éloignée des rayons du Soleil, elle s'en trouve suffisamment distante pour qu'on puisse l'appercevoir le matin avant le lever du Soleil. Cet effet dépend comme l'on voit du mouvement apparent du Soleil qui s'éloigne chaque jour de l'Etoile en s'avancant vers l'Orient. De même le coucher d'une Etoile est héliaque quand le Soleil commence à s'approcher tellement de l'Etoile qu'on commence à la perdre le soir dans ses rayons : on auroit donc pu donner le nom d'occultation ou de réapparition à ces fortes de lever ou coucher héliaques.

Toutes les Etoiles fixes du Zodiaque comme aussi les Planetes supérieures Mars, Jupiter & Saturne se trouvent le matin dans leur lever héliaque un peu avant celui du Soleil, & cela peu de tems après s'être levées cosmiquement : la raison est que le Soleil ayant un grand mouvement apparent vers l'Orient, laisse derriere lui ces Astres au bout de quelques jours. On peut concevoir la même chose à l'égard de leur coucher héliaque qui doit arriver avant leur coucher achronique. A l'égard de la Lune, comme elle s'avance tous les jours vers l'Orient bien plus vite que le Soleil, elle se leve le soir héliaquement lorsqu'elle est nouvelle & qu'elle sort des rayons du Soleil : mais au contraire son coucher héliaque arrive le matin lorsqu'étant en décours elle approche de sa conjonction au Soleil. Quant aux Planetes inférieures Venus & Mercure, qui tantôt précèdent le Soleil à l'Orient, & tantôt le laissent en arriere vers l'Occident, il doit arriver que tantôt le lever de ces Planetes sera héliaque le matin, sçavoir lorsqu'elles seront rétrogrades, & tantôt le soir lorsqu'elles seront directes.

Pour observer la hauteur du Soleil ou d'une Etoile on se sert d'un Quart-de-Cercle mobile EAD garni de pinules ou lunettes fixes AB qu'on place sur l'un des deux rayons qui le terminent, ou du moins parallèlement à

l'un de ces rayons. On dispose ensuite l'instrument dans une situation verticale par le moyen d'un cheveu qui pend du centre, & qui est chargé d'un plomb ou balle par le bas. Le Quart étant dans cet état on peut le faire mouvoir en haut ou en bas par le secours d'un genou, jusqu'à ce que la lumière du Soleil passant par la pinnule antérieure vienne se placer sur le trou de la pinnule qui est du côté de l'œil, ou bien (si c'est une lunette dont on se sert) jusqu'à ce que l'Astre soit coupé en deux également par le fil horizontal placé au foyer commun des deux verres convexes; car l'instrument étant arrêté dans cette position, le fil à plomb ou cheveu doit marquer sur le limbe l'arc EC qui est semblable à la hauteur du Soleil ou de l'Astre. Pour le démontrer, soit prolongé AZ jusqu'au Zénit, & soit AH une ligne horizontale, il est évident que les angles EAB , ZAH sont toujours égaux, puisque ce sont des angles droits: mais les angles BAC , ZAS qui sont opposés au sommet sont encore égaux; étant donc ces deux derniers angles, de grandeurs égales, c'est-à-dire, de chacun des angles droits, il restera l'angle EAC égal à l'angle SAH . Or l'arc EC du Quart-de-Cercle mesure l'angle EAC d'une part, & de l'autre part l'angle SAH est mesuré par l'arc du cercle vertical compris entre le Soleil & l'Horison; il est donc vrai de dire que ce dernier arc ou angle de la hauteur du Soleil est d'un même nombre de degrés & minutes, &c que l'arc EC marqué sur le Quart-de-Cercle. Lorsqu'il est question d'une Etoile on regarde directement par les deux pinnules au lieu de recevoir, comme on vient de l'expliquer, l'image sur la seconde pinnule. De plus, si l'on se sert de lunettes d'approche, il faut placer le bord du Soleil sur le fil horizontal, en sorte que le fil paroisse comme une tangente au disque; car il est évident que si l'on a observé la hauteur du bord supérieur, il fera aisé de con-

Maniere d'observer la hauteur du Soleil ou des Etoiles.



noître celle du centre , en retranchant de la quantité observée le demi-diametre apparent du Soleil , & l'ajoutant au contraire si c'est le bord inférieur dont on a pris la hauteur. On trouve communément dans les voyages, la hauteur méridienne du Soleil ou d'une Etoile , en observant à chaque instant les hauteurs de l'Astre aux environs du Méridien, & faisant attention à celle qui est la plus grande de toutes. La raison de cette pratique est fondée sur ce qui a été expliqué ci-devant, sçavoir que c'est dans le Méridien que les Astres parviennent à leur plus grande hauteur. Cependant si l'Astre est bien proche du Zénit cette méthode peut souvent ne pas réussir ; c'est pourquoi il est à propos, 1°. de tracer une ligne méridienne; 2°. de bien placer tant le plan du limbe que le centre du Quart-de-Cercle à plomb sur cette ligne; 3°. de s'affurer si la lunette ou pinnule est exactement parallele au plan du Quart-de-Cercle; 4°. d'élever l'instrument à très-peu de chose près à la hauteur où l'Astre doit passer; 5°. de faire attention à l'heure du passage, pour servir ensuite de vérification, & s'affurer si c'est la hauteur méridienne qu'on a observée; car pour peu qu'on se néglige sur ces cinq articles, on risque de connoître imparfaitement la plus grande hauteur de l'Astre, ce qui influe nécessairement sur les déclinaisons observées, comme aussi sur les latitudes géographiques, comme on le va voir tout à l'heure.

Méthode de
déterminer la
latitude du
Lieu.

La connoissance de la latitude du Lieu étant le fondement de toutes les observations & de la plupart des calculs astronomiques, il est donc nécessaire de s'attacher principalement à la bien déterminer. Or comme on a prouvé qu'elle étoit égale à la hauteur du Pole, il s'ensuit que pour la connoître, il suffit d'observer l'élévation du Pole sur l'Horison. D'un autre côté le Pole étant un point mathématique dans l'espace, & que par conséquent on ne sçauroit appercevoir, il n'est gueres possible d'observer

ver sa hauteur, de la même manière qu'on vient de l'enseigner à l'égard des hauteurs Méridiennes, tant du Soleil que des Etoiles : ainsi il faut avoir recours à d'autres méthodes. Parmi le grand nombre de celles qu'on peut employer, on a jugé à propos d'expliquer d'abord ici celle qui suppose la connoissance de la ligne Méridienne, c'est-à-dire, de la section du plan du Méridien avec celui de l'Horison. Pour tracer cette ligne on peut se servir de Gnomons dont on recherchera soigneusement le pied par le moyen d'un fil à plomb suspendu librement; & ayant trouvé ce point, on en décrira comme d'un centre, avec de très-grands compas, plusieurs circonférences de cercles sur le plancher (qu'on suppose ici parfaitement horizontal, ce qu'on peut reconnoître avec de grandes règles & des niveaux), de manière que l'image du Soleil venant à rencontrer successivement toutes ces circonférences, on ait soin de marquer les lieux où chacun des deux bords de cette image les a touchées, & par conséquent le point qui a dû répondre au centre de l'image *: cette opération doit être tentée au moins deux heures avant midi, & l'on choisira pour y réussir un appartement fort obscur pour mieux distinguer l'image. Le soir on trouvera de la même manière qu'on l'a pratiqué avant midi, les points du centre de l'image correspondans à ceux qu'on aura marqués le matin sur chaque circonférence; & divisant celui de ces arcs qu'on voudra en deux également, la ligne qui passera par le milieu de l'arc & par le pied du Gnomon fera la ligne méridienne. Il est aisé de voir que cette ligne doit diviser aussi en deux également chacun des arcs marqués sur les autres circonférences, c'est-à-dire, qui auront été déterminés par les points correspondans du soir & du matin, ce qui servira de preuve; en sorte que ces sortes d'opérations réitérées sur plusieurs cercles concentriques peuvent servir à se corriger mutuellement.

Comment on peut tracer la ligne Méridienne.

PLANCHE VII.

Fig. 2.

* Les distances de chaque extrémité du diamètre au centre de l'image, sont en même raison que leurs distances à l'ouverture du Gnomon. Voyés Eucl. Liv. vi. Prop. 3.

Au reste cette méthode n'est exacte qu'au tems des Solstices ; car dans toutes autres saisons la méridienne tracée déclinera de quelques secondes soit à l'Orient soit à l'Occident , à cause du changement du Soleil en déclinaison, qui devient assez sensible pour que cet Astre, quoique à même hauteur, se trouve plus ou moins éloigné du Méridien le soir que le matin : on corrigera donc cette erreur par le moyen des Tables qui en ont été construites , ou bien en calculant les deux triangles sphériques AZP , SZP , dont deux côtés sont constans ; car le côté variable AP est la distance du Soleil au Pole , ou le complément de sa déclinaison lorsqu'on l'a observé le matin du côté de l'Orient ; & dans l'autre triangle , qui est occidental , le côté SP est la distance du Soleil au Pole au moment de l'observation du soir. Considérant qu'on peut supposer constans les côtés AZ & SZ , comme aussi les angles AZP , SZP , il sera facile de déterminer par les analogies qu'a données M. Cotes dans son Livre intitulé, *Harmonia mensurarum*, la petite variation de l'angle au Pole, c'est-à-dire, la différence des deux angles APZ , SPZ , laquelle réduite en tems à raison de 24 heures pour 360° fera la correction de la méridienne que l'on cherche.

Les côtés que nous supposons ici constans , sçavoir AZ & SZ sont les complémens de la hauteur du Soleil sur l'Horison : on en connoîtra la valeur si l'on mesure la hauteur du Gnomon , comme aussi la distance du centre de l'image observée au pied de ce Gnomon ; car soit GP la hauteur du Gnomon qui est à plomb ou perpendiculaire, SP la ligne horizontale terminée au centre de l'image observée le matin par exemple , il est évident que puisqu'on peut mesurer les deux côtés du triangle rectangle GPS il sera facile de découvrir la valeur de l'angle SGP ou de son alterne ASZ complément de la hauteur du Soleil sur l'Horison.

La correction de la Méridienne trouvée par les hauteurs correspondantes.

PLANCHE VII.

Fig. 3.

Fig. 2.

A l'égard des angles AZP ou SZP qu'on peut supposer égaux, il est évident qu'ils ont pour mesure la moitié de l'arc tracé sur le plancher & qui est compris entre l'observation du matin & sa correspondante du soir. Car si l'on imagine deux plans verticaux qui passent par l'ouverture du Gnomon & par les extrémités de cet arc, l'angle qu'ils formeront entre eux aura pour mesure l'arc qui aura été déterminé par l'observation du soir & du matin sur l'une des circonférences de cercle.

PLANCHE VII
Fig. 3.

Enfin si le plan n'étoit pas assez horizontal, on en pourroit mesurer l'inclinaison par le moyen d'une grande règle & d'un niveau, d'où il seroit facile de corriger les angles PSG du soir ou du matin, qui donneront chacun la hauteur du Soleil, par le calcul de deux triangles; ou bien on recevra l'image du soir sur un carreau rétabli dans un même niveau que le point correspondant du matin, après quoi on pourra tracer la ligne méridienne. On pourroit aussi prendre les hauteurs du Soleil avec un Quart-de-Cercle, & tracer en même-tems les Azimuts du soir & du matin.

Pour déterminer la hauteur du Pole il faut placer le plan du Quart-de-Cercle le plus exactement qu'il sera possible, à plomb sur la ligne méridienne, & on observera la plus grande hauteur SO de quelques-unes des Etoiles qui ne se couchent point: on déterminera aussi sa plus petite hauteur sO , & prenant la moitié Ps de la différence Ss de ces hauteurs, on l'ajoutera à la plus petite hauteur, ou bien on la retranchera de la plus grande, & l'on aura par ce moyen la hauteur apparente du Pole sur l'Horison.

Comment
on observe la
hauteur du
Pole.
PLANCHE
VII.
Fig. 4.

Si l'on veut se servir du Gnomon au défaut d'un Quart-de-cercle en y employant les observations du Soleil, il faudra calculer sa déclinaison, laquelle comme on l'enseignera ci-après, suppose son vrai lieu déduit des Tables

ou des Ephémérides, & marquant sur la ligne méridienne le centre de l'image, on aura par conséquent sa distance au Zénit *MGP* (fig. 2.) ou le complément de sa hauteur apparente sur l'Horison. Cette distance au Zénit étant donc connue, soit avec un Quart-de-Cercle, soit par le moyen d'un Gnomon, on y ajoutera, ou l'on en retranchera la déclinaison du Soleil, selon que cet Astre est au Sud ou au Nord de l'Equateur, & l'on aura ainsi la distance de l'Equateur au Zénit, laquelle est toujours égale à la hauteur du Pole, puisque c'est précisément la latitude du Lieu. Au reste si la déclinaison du Soleil excède la latitude du Lieu, ce qui peut arriver dans la Zone torride, lorsque le Soleil est moins éloigné du Pole que le Zénit du Lieu, alors la différence entre la déclinaison du Soleil & sa distance au Zénit fera la latitude du Lieu.

De l'obliquité de l'Ecliptique.

Lorsqu'on connoît une fois la latitude, il est facile de découvrir l'obliquité de l'Ecliptique, c'est-à-dire, son inclinaison au plan de l'Equateur; car si l'on observe au tems du Solstice d'Été la plus petite distance méridienne du Soleil au Zénit, & qu'on retranche cette distance de la latitude (on suppose ici que le lieu de l'observation soit moins éloigné du Pole que le Soleil) le reste fera la vraie obliquité de l'Ecliptique. Dans le siècle précédent* la plupart des Astronomes ont fait l'obliquité de l'Ecliptique de $23^{\circ} 31'$ ou $30'$; ensuite ayant égard aux Tables de réfractions & de parallaxes pour corriger les distances apparentes du Soleil au Zénit & les réduire aux véritables, ils ont établi cette obliquité de $23^{\circ} 29'$ ou

* En 1437 on a trouvé à Sarmakand avec un instrument (dont le rayon surpassoit 100 pieds) construit par ordre d'Ulugbeigh Prince Tartare $23^{\circ} 30' 17''$.

Les Arabes ayant déterminé vers l'an 820 l'obliquité de $23^{\circ} 33'$ Almamoun fit encore construire un plus grand instrument pour cette recherche, avec lequel Ali fils d'Isa habile Mécanicien & quelques-uns de ceux qui avoient travaillé à la mesure de la Terre, observerent à Damas l'obliquité de $23^{\circ} 33' 52''$ la même année que le Calife mourut en conduisant son armée contre les Grecs. En 1269 Nasir Oddin l'observa fort exactement proche Tauris de $23^{\circ} 30' 00''$.

23° 28' 50'' ; mais on l'a observée dans ces derniers tems de 23° 28' 30'' ou 20'', ce qui a fait imaginer à quelques Astronomes qu'elle diminue, sans examiner quelle pouvoit être la précision à laquelle on tâchoit de parvenir il y a soixante ans dans une recherche aussi délicate. D'ailleurs ils ont adopté les observations faites avec des Gnomons, ne considérant pas que ces sortes d'instrumens ne doivent gueres être employés que pour observer les latitudes géographiques, puisqu'il est constant qu'avec les plus grands Gnomons comme de 60 à 80 pieds de hauteur perpendiculaire, on ne sçauroit répondre d'un tiers de minute vers le Solstice d'Été, au lieu qu'avec les Quarts-de-Cercle garnis de lunettes on peut connoître les hauteurs absolues à 2'' $\frac{1}{2}$ ou 5'' tout au plus, parce que le disque du Soleil est terminè dans la lunette, ce qui n'arrive jamais aux Gnomons : en effet la pénombre y rend toujours l'image confuse vers les bords, & par cette raison l'observation de la hauteur trop incertaine.

Ce que nous venons de dire à l'égard de la plus grande déclinaison ou obliquité de l'Ecliptique, peut s'appliquer aussi à toute autre déclinaison du Soleil, on pourra toujours y employer la même méthode, & même les Gnomons donneront dans les Zones tempérées les latitudes ou déclinaisons d'autant mieux qu'on approchera du Solstice d'Hiver, parce que les rayons du Soleil étant projetés à une grande distance, l'image de cet Astre, de même que les espaces qui répondent aux minutes & secondes du Méridien, augmentent très-sensiblement & semblent compenser en quelque maniere les erreurs que pourroient causer l'estime ou l'incertitude des Termes de la pénombre. Maintenant si l'on observe la hauteur du Soleil ou d'un Astre en se servant de la méthode proposée ci-dessus, on doit faire attention dans le calcul de la déclinaison, qu'il peut arriver que le Soleil ou l'Astre

Il est incertain si elle diminue ou si elle est constante.

Les Observations faites avec des Gnomons, jugées insuffisantes pour décider cette question.

Maniere de calculer les déclinaisons du Soleil dans la zone torride.

sera moins éloigné de l'Equateur que le lieu de la Terre où se fait l'observation, & en ce cas on prendra la différence entre la latitude du Lieu & la distance de l'Astre au Zénit, ce qui donnera la déclinaison que l'on cherche. Mais si au contraire le Zénit du lieu est situé entre l'Astre & l'Equateur, il est évident que c'est la somme de ces deux distances qu'il faudra prendre pour avoir la déclinaison de l'Astre.

On explique ici d'où dépend, & comment on peut découvrir l'ascension droite du Soleil, sa longitude, sa déclinaison & l'angle que forme l'Ecliptique avec le Méridien.

PLANCHE
VII.

Fig. 5.

Lorsque l'on connoît la déclinaison du Soleil, il suffit de résoudre un triangle sphérique rectangle pour en déduire son ascension droite. Soit, par exemple, EQ le cercle équinoctial, EC l'Ecliptique, S le lieu du Soleil, d'où abaissant un cercle SD perpendiculairement sur l'équinoctial, l'arc SD représente la déclinaison. Dans le triangle rectangle SDA étant donné SD , & l'angle A qui est l'obliquité de l'Ecliptique, on aura par la Trigonométrie sphérique l'arc AD qui est l'ascension droite du Soleil, comme aussi l'arc AS qui est le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique: on connoîtra encore l'angle ASD qui sera l'inclinaison du Méridien ou cercle de déclinaison à l'égard de l'Ecliptique. De plus puisque dans le même triangle rectangle ASD l'angle A est toujours le même, & par conséquent doit être regardé comme constant, il s'ensuit que si l'on ne connoissoit uniquement que l'ascension droite, il seroit facile de connoître la déclinaison DS & la longitude du point S qui passe au Méridien en même-tems que le point D qu'on appelle en ce cas le *Milieu du Ciel*; qu'enfin on pourroit encore trouver par le calcul la valeur de l'angle DSA qui est l'inclinaison de l'Ecliptique & du Méridien en cet endroit. Mais si au lieu de l'ascension droite l'on connoissoit seulement la longitude du point S , on pourroit toujours résoudre ce triangle pour en déduire, suivant les analogies indiquées dans la Trigonométrie, l'ascension droite AD , la dé-

clinaison DS du point S , & l'angle $DS C$ de l'Ecliptique & du Méridien.

Les Astronomes qui ont travaillé le plus assiduellement à perfectionner les Tables des mouvemens du Soleil, en ont enfin découvert la théorie, en se servant des méthodes dont nous venons de parler. Car ils ont d'abord observé chaque jour la déclinaison du Soleil, ce qui leur a fait bientôt connoître les longitudes correspondantes, & par conséquent le mouvement diurne ou apparent de cet Astre dans l'Ecliptique, c'est-à-dire, le mouvement réel de la Terre sur son orbite qui se fait dans le même tems. Or ces observations ont fait encore découvrir que le mouvement apparent du Soleil n'étoit point égal, ni uniforme dans le plan de l'Ecliptique, & qu'ainsi la Terre devoit se mouvoir avec différentes vitesses autour du Soleil, en sorte qu'un peu après le Solstice d'Eté, elle se meut beaucoup plus lentement que vers le Solstice d'Hiver, & qu'enfin elle est assujettie à cette fameuse loi constante de Kepler, qui consiste à décrire autour du Soleil, qui est le foyer de l'Ellipse qu'elle parcourt chaque année, des aires proportionnelles aux tems : ces aires, comme on l'a déjà dit, sont comprises entre les rayons tirés chaque jour du Soleil, ou ce qui est la même chose, du foyer, au point de la circonférence de l'Ellipse qu'occupe la Terre.

Si l'on se propose de découvrir l'ascension droite des Etoiles fixes, on peut d'abord y employer la méthode ordinaire, laquelle est proposée dans tous les Livres d'Astronomie, & qui suppose de même que celle qui a été imaginée depuis par Flamsteed, qu'on ait recherché le lieu du Soleil dans l'Ecliptique & que l'on ait d'ailleurs une Pendule à secondes bien réglée. Car en allongeant ou en accourcissant le Pendule on peut tellement régler le mouvement de cette Horloge qu'elle achevera sa révolution de 24 heures dans le même tems que les Etoiles fixes

Ancienne
Méthode de
déterminer les
ascensions
droites & les
déclinaisons
des Etoiles fixes.

emploient à revenir au Méridien : on doit remarquer que les révolutions d'Etoiles sont un peu plus courtes que la durée du jour naturel à cause du mouvement du Soleil qui est très-sensible & qui se fait chaque jour d'un degré ou environ vers l'Orient. Supposant donc l'Horloge réglée comme on vient de l'expliquer tout à l'heure, & qu'elle marque précisément le midi à l'instant du passage du Soleil par le Méridien, il faudra prendre garde aux heures, minutes & secondes marquées par les aiguilles à l'instant qu'une Etoile fixe paroîtra dans le Méridien ; car le tems écoulé depuis midi étant converti en degrés, minutes & secondes de l'Equateur, à raison de 360° pour 24 heures, sera la différence en ascension droite apparente entre le Soleil & l'Etoile fixe : ajoutant donc cette différence à l'ascension droite* du Soleil, la somme sera l'ascension droite de l'Etoile que l'on cherche. Or étant une fois connue l'ascension droite d'une Etoile fixe, il sera facile de connoître celles de toutes les autres Etoiles, puisqu'il suffit de convertir en degrés, minutes, &c. le tems écoulé entre les passages au Méridien de ces Etoiles & celui de la première Etoile dont on a découvert l'ascension droite. Il ne s'agit donc uniquement que de bien déterminer les passages de ces Etoiles par le plan du Méridien & d'appercevoir à chaque fois l'instant marqué par les aiguilles d'une Horloge bien réglée : mais comme il pourroit y avoir trop de difficultés à déterminer les passages de tous les Astres par le Méridien, voici un moyen encore plus simple.

* Cette Méthode suppose qu'on connoisse la parallaxe du Soleil & la réfraction, & par conséquent elle est d'autant moins exacte, qu'on ignore la juste quantité de ces deux Elémens.

La construction & l'usage du Réticule.

PLANCHE VII
Fig. 6.

Quand on connoît déjà l'ascension droite d'une Etoile, au lieu d'attendre les passages au Méridien pour lui comparer toutes les autres, on pourra se servir de la méthode suivante pour connoître leurs ascensions droites. On placera au foyer commun des deux verres convexes d'une lunette deux fils *AB*, *CD* qui se coupent à angles droits, &

& deux autres EF , GH aussi à angles droits, mais qui forment des angles de 45° avec les deux premiers, ces quatre fils ayant une même intersection commune en o . On dirigera ensuite la lunette à l'Etoile dont l'ascension droite & la déclinaison sont connues, & l'on disposera tellement l'instrument que l'Etoile se trouve non-seulement sous le fil AB à son entrée dans la lunette, mais aussi qu'elle parcourre exactement ce même fil AB . Il est évident que dans cette situation le fil AB représentera une petite partie d'un cercle parallèle à l'Equateur, qui est celui que l'Etoile semble parcourir par son mouvement apparent : mais puisque dans cette situation CD se trouve perpendiculaire à ce cercle parallèle, il s'ensuit que CD représentera pour lors un Méridien ou cercle horaire ; c'est pourquoi la lunette demeurant immobile, on observera l'instant marqué à la Pendule, auquel l'Etoile connue parviendra au fil horaire CD : ensuite on attendra qu'une autre Etoile passe dans la même ouverture de lunette selon une ligne quelconque LK parallèle à AB , & l'on observera aussi l'instant auquel cette Etoile parviendra en Q . Or la différence de tems écoulé entre les passages de la première & de la seconde Etoile à un même cercle horaire, étant convertie en degrés & minutes, &c. de l'Equateur, c'est-à-dire, à raison de 360° pour 24 heures, donnera leur différence en ascension droite apparente : mais puisqu'on connoît déjà l'ascension droite de la première, on aura donc par ce moyen l'ascension droite de la seconde Etoile.

Les angles QHo & QoH qui sont des demi-droits ou de 45° étant égaux, il s'ensuit que QH sera égale à Qo ; c'est pourquoi si l'on observe encore l'instant auquel l'Etoile passe au fil oG , & qu'on le compare à l'instant qu'elle a dû passer au fil oC , on aura ainsi le tems que l'Etoile a employé à parcourir l'arc QH de son parallèle : or ce

Dans les cercles inégaux, les degrés, que contiennent des arcs égaux font entr'eux réciproquement comme les rayons des cercles.

tems étant converti en degrés, minutes, &c. on connoîtra donc l'arc du parallèle QH , lequel est toujours égal à l'arc Qo du cercle horaire. Mais parce que dans les cercles inégaux les nombres de parties semblables d'arcs de même grandeur font entr'eux réciproquement comme les rayons, il suit qu'en convertissant le tems écoulé en degrés, &c. il en résulte un trop grand arc, puisque c'est l'arc du parallèle qui contient le même nombre de degrés que son correspondant forme dans l'Equateur. C'est pourquoi comme il s'agit de déterminer la véritable valeur de l'arc QH du parallèle lorsque cet Astre est transporté sur l'Equateur ou sur un grand cercle. On fera comme le Rayon d'un grand cercle est au Rayon du parallèle LK , lequel ne sçauroit différer bien sensiblement du parallèle oB de l'Etoile connue; c'est-à-dire, comme le rayon est au sinus de la distance au Pole de l'Etoile connue, ainsi le nombre de degrés, &c. compris dans l'arc QH réduit en secondes, à un 4^{me} terme; ce qui fera connoître le nombre des degrés, minutes, &c. compris dans l'arc Qo . Cet arc Qo est la différence en déclinaison, entre l'Etoile qui décrit le parallèle QK & l'Etoile connue ou qui a décrit le parallèle oB : étant donc donnée la déclinaison de cette dernière, on aura par conséquent celle de l'autre Etoile qu'on se proposoit de découvrir. Par cette méthode on peut non seulement découvrir l'ascension droite & la déclinaison des Etoiles fixes; mais aussi les mouvemens apparens des Planetes & des Cometes; puisqu'il est toujours facile de les comparer à quelques Etoiles connues, ou dont l'ascension droite & la déclinaison se trouvent dans les Catalogues. Au reste il est certain que la Réticule dont on vient de parler & qui est composée de fils inclinés à 45° pourroit être d'un assez grand usage dans l'Astronomie, si depuis environ vingt-cinq ans on n'en avoit imaginé une autre, dont la perpendiculaire doit toujours être égale à la base comprise

Autre Réticule encore plus simple.
PLANCHE VII
Fig. A.

entre les deux lames inclinées; car outre qu'on peut même s'y passer des fils (qu'il est fort difficile d'appercevoir ou de bien éclairer pendant la nuit) il y a d'ailleurs cela d'avantageux qu'on profite de tout le champ de la lunette, au lieu que dans le premier il n'est pas facile de disposer trois fils exactement parallèles, ni d'observer des Etoiles plus éloignées, du fil AoB que la moitié du champ de la lunette.

On démontre de la maniere suivante que dans des cercles inégaux les nombres qui expriment les parties semblables d'arcs de même grandeur sont entr'eux réciproquement comme les rayons de ces cercles; car soient deux cercles inégaux qui aient un même centre C , & sur la circonférence de l'un desquels on ait pris l'arc AF égal à l'arc BE : ayant mené la droite CE , il est évident que les arcs AD , EB feront semblables, c'est-à-dire, que ces deux derniers arcs contiendront un même nombre de parties semblables, puisqu'on doit regarder comme telles des parties qui ont même rapport aux circonférences entieres de ces cercles. Mais puisqu'on a supposé d'ailleurs AF de même grandeur que BE , on aura donc AD est à AF comme AD est à BE ; & parce que ce dernier rapport de AD à BE est le même que celui du rayon CA au rayon CB ,* on aura donc AD est à AF comme CA est à CB . Or AD est à AF comme le nombre de parties contenues dans BE est au nombre de parties semblables contenues dans AF ; il s'ensuit donc que le nombre de parties contenues dans BE fera au nombre de parties semblables contenues dans AF comme CA est à CB .

Démonstration de la proposition énoncée ci-dessus.

PLANCHE VII
Fig. 7.

* Les rayons sont toujours entre eux comme les circonférences des cercles.

Une autre méthode de trouver les ascensions droites des Astres & qui ne suppose presque aucune connoissance de la déclinaison, ni par conséquent de la hauteur du Pole, de celle du Soleil & des Etoiles fixes, c'est de diriger à peu près dans le Méridien vers le tems de l'Equinoxe du Printems, une lunette garnie d'un micrometre,

La Méthode proposée par Flamsteed pour trouver les ascensions droites.

c'est-à-dire, de fils paralleles & à angles droits , dont l'un doit se mouvoir de haut en bas , en conservant toujours son parallélisme. On fera en sorte que cette lunette soit à l'abri des injures de l'air , & qu'elle puisse demeurer immobile pendant quelques jours : ensuite on fera mouvoir à l'instant du midi le filet horifontal du micrometre , en sorte que les bords du Soleil le puissent parcourir exactement dans l'espace de 3 à 4 minutes que cet Astre emploie à traverser la lunette. On observera aussi l'instant (marqué par l'Horloge à pendule) qui répond au passage de chacun de ses deux bords au filet vertical qui est fixe , ce qui donnera le passage de son centre : on attendra que quelqu'une des Etoiles voisines de l'Equateur arrive au filet vertical de la même lunette ; & ayant observé le moment de son passage , on connoîtra , en faisant mouvoir le fil horifontal du micrometre, de combien cette Etoile est plus élevée ou plus basse que le centre du Soleil , ce qui est facile (puisqu'on peut connoître par l'observation de l'autre bord du Soleil) l'intervalle que le curseur ou filet mobile doit parcourir pour répondre exactement au diametre du Soleil & que ce diametre peut être connu d'ailleurs par les passages observés du bord oriental & occidental , comme on le verra ci-après. Ayant donc converti en degres , &c. le tems écoulé entre les passages du Soleil & de l'Etoile au fil vertical de la lunette , on aura leur différence en ascension droite apparente , laquelle étant ajoutée à celle qu'on trouvera à l'Equinoxe suivant entre l'Etoile & le Soleil , c'est-à-dire , lorsque cet Astre doit reparoître à midi à la même hauteur , donnera par conséquent l'arc de l'Equateur qui répond au chemin parcouru par le Soleil pendant tout le tems écoulé d'environ six mois. Maintenant il faut considérer que si le Soleil paroissoit à midi vers le tems de l'autre Equinoxe exactement au même endroit de la lunette

fervé à midi, & qui répond à peu près à la même hauteur vers l'Equinoxe d'Automne : ayant mené par le Pole P & par le point s la ligne droite ou cercle de déclinaison Ps , l'arc Tr fera par conséquent la différence en ascension droite observée entre l'Etoile F & le Soleil. Mais le Soleil ayant paru dans la lunette plus haut à midi au tems de l'Equinoxe d'Automne, qu'au tems de la première observation faite à midi à l'Equinoxe du Printems, pour trouver le lieu σ du Soleil dans l'Ecliptique où le point ρ de l'Equateur qui répond exactement à la même distance du point \sphericalangle , que le point R étoit éloigné d' γ , on résoudra les deux triangles $rs\sphericalangle$, $\rho\sphericalangle$; car si l'on connoît à peu près la distance rs du Soleil à l'Equateur au tems de l'observation faite en Automne, comme la différence de rs à $\rho\sphericalangle$ est donnée par observation, & que l'angle en \sphericalangle est constant, il s'enfuit que la petite variation $r\rho$ du côté $r\sphericalangle$ sera déterminée, & qu'ainsi l'arc entier $T\rho$ sera déterminé. Enfin si l'on ajoute les deux arcs RT , $T\rho$, & qu'on retranche la somme $RT\rho$ du demi-cercle de l'Equateur $\gamma T\sphericalangle$ qui vaut 180, la moitié du reste fera la valeur des arcs $R\gamma$, $\rho\sphericalangle$, c'est-à-dire, que l'arc $R\gamma$ sera connu & doit répondre à l'ascension droite du Soleil au tems de la première observation du Printems.

Comment on peut calculer le diamètre apparent du Soleil.

Le tems du passage du Soleil au Méridien ayant été observé au filet vertical de la lunette immobile, donneroit (étant converti en minutes & secondes de degrés à raison de 24 heures pour 360°) le véritable diamètre* du Soleil, si cet Astre se trouvoit précisément aux environs de l'Equateur, & si par son mouvement, qui paroît cha-

* Dans les Pleines Lunes on peut observer de la même manière son diamètre à l'heure du passage de cet Astre par le Méridien : mais il faut bien prendre garde que le diamètre déduit de cette observation, n'est pas le diamètre vu de la surface ; mais celui qui seroit vu du centre de la Terre ; car la différence qui est tout-à-fait insensible pour le Soleil, devient trop considérable à l'égard de

que jour se faire en sens contraire au mouvement diurne ou vers l'Orient, ce passage n'étoit pas d'une durée un peu plus longue que le véritable. Pour remédier à ces deux sources d'erreurs, il sera facile quant au premier point de se servir de la regle expliquée ci-dessus * pour réduire le tems ou l'arc en minutes & secondes de grand cercle. Quant au second on peut y remédier en observant le retour du Soleil & de l'Etoile à la lunette immobile; car l'on aura par ce moyen le mouvement diurne du Soleil en ascension droite qui se fait à l'égard de l'Etoile fixe; d'où l'on tirera la partie proportionnelle qui répond au tems du passage du Soleil, & qu'il faudra rabattre de la durée observée de ce passage, pour en déduire le véritable diamètre.

Etant données l'ascension droite & la déclinaison d'un Astre, on trouve par la Trigonométrie sphérique sa longitude & sa latitude. Comme il est beaucoup plus facile de découvrir d'abord les deux premiers de ces élémens que les deux autres, à cause du mouvement diurne ou de rotation de la Terre autour de son axe, les Astronomes s'en servent aujourd'hui pour en déduire les deux derniers, puisque ceux-ci ne dépendent plus dès-lors que d'un calcul assez simple. Dans toutes les Tables astronomiques & dans les Catalogues d'Etoiles on ne recherche jamais que les longitudes & latitudes, parce que c'est à l'égard de l'Ecliptique & de ses parallèles que se fait le mouvement réel des corps célestes, dont on compte la longitude depuis le commencement d' γ . Ainsi pour trouver la longitude & la latitude d'une Etoile, soit le colure des Solstices $PBÆQ$ qui passe par les Poles B & P de l'Ecliptique &

la Lune, à cause de sa proximité, pour n'être pas négligée. La raison de ce que nous venons de dire est fondée sur ce que l'on réduit le tems en degrés, &c. à raison de 24 heures pour 360° : or le centre de la révolution du ciel étoilé n'étant pas à la surface, mais au centre du globe terrestre, il est évident de là que le diamètre de la Lune conclu de son passage au Méridien, sera le diamètre vu du centre de la Terre, lequel est un peu trop petit à notre égard.

La durée de son passage au Méridien doit toujours paroître un peu trop longue.

* Page 386.

Maniere de déterminer les longitudes & latitudes des Astres.

PLANCHE VII

Fig. 8.

de l'Equateur, soit $\mathcal{A}Q$ l'Equateur ou le cercle équinoc-
tial, EC l'Ecliptique dont la commune section se fait en
 γ , soit enfin une Etoile en S : on tirera par le Pole P &
par cette Etoile le cercle de déclinaison PSF qu'on pro-
longera, s'il est nécessaire, jusqu'à ce qu'il rencontre l'E-
quateur au point F , & l'arc γF fera l'ascension droite de
l'Etoile, comme aussi l'arc SF sa déclinaison. On mene-
ra encore par le Pole B de l'Ecliptique & par l'Etoile, le
cercle de latitude BSO qui rencontrera l'Ecliptique en
 O : or il est évident que l'arc γO fera la longitude de l'E-
toile, & l'arc SO sa latitude. C'est pourquoi dans le Trian-
gle sphérique BPS , puisqu'on connoît le côté PS qui est
l'arc de complément de la déclinaison observée, comme
aussi l'arc BP qui est égal à l'obliquité ou inclinaison de
l'Ecliptique à l'Equateur; de plus puisqu'on connoît l'an-
gle FPQ mesuré par l'arc FQ complément de l'ascen-
sion droite, on aura donc son supplément ou l'angle
 BPS . Ainsi dans le Triangle BPS puisque trois parties
sont données, il sera facile de trouver l'angle PBS , qui a
pour mesure l'arc OC , & donc le complément à 90° sera
l'arc γO longitude de l'Etoile, on trouvera aussi l'arc
 BS complément à 90° de la latitude de l'Etoile.

Cette Méthode est générale & peut servir aussi pour
découvrir l'ascension droite & la déclinaison d'une Etoile
dont la longitude & latitude seroient données: mais ra-
rement a-t-on besoin de résoudre ce dernier cas. Quoi-
qu'il en soit, on a proposé dans ces derniers tems d'épar-
gner aux Calculateurs l'embarras de tracer une figure sur le
globe pour résoudre selon les diverses circonstances le
Triangle sphérique obliquangle énoncé ci-dessus; car
comme il se trouve toujours qu'on ne connoît que deux
côtés & l'angle compris, il n'est pas facile d'appercevoir où
doit tomber la perpendiculaire qu'il faut abaisser pour
résoudre ce Triangle: il vaut donc mieux résoudre les
deux

Autre Mé-
thode.

deux triangles rectangles $\gamma LF, SLO$. Dans le premier de ces deux Triangles connoissant l'ascension droite γF , & l'angle $L\gamma F$, il sera facile de calculer l'angle γLF , ce qui donnera la valeur de son opposé au sommet SLO , comme aussi les côtés γL , & LF . D'ailleurs si l'on soustrait l'arc connu FL , de la déclinaison FSL , le reste LS sera par conséquent connu : c'est pourquoi dans le second triangle rectangle SLO , puisqu'on connoît outre l'angle droit, le côté LS & l'angle OLS , il sera facile de calculer la valeur de SO latitude de l'Etoile que l'on cherche : mais on trouvera aussi l'arc LO , qui étant ajouté à l'autre arc γL de l'Ecliptique lequel est déjà connu, donnera l'arc total γO qui sera la longitude de l'Etoile.

Au reste il y a différens cas où il faudra prendre au lieu de la somme des deux arcs, leurs différences & au contraire : cela varie selon les quatre situations possibles d'un Astre entre les deux colures de la Sphere. La figure 9 suffit pour faire connoître ces différens cas. Voici les cinq analogies qui servent à les résoudre.

I. Comme le cosinus de l'obliquité de l'Ecliptique $F\gamma L$
est au Sinus total

ainsi la Tangente de l'ascension droite γF
à la Tangente γL de l'arc de l'Ecliptique correspondant

II. Comme le Sinus total
est au Sinus de l'obliquité de l'Ecliptique $L\gamma F$.

ainsi le cosinus de l'ascension droite γF
au cosinus de l'angle γLF de l'Ecliptique & du Méridien

III. Comme le Sinus total
est à la Tangente de l'obliquité de l'Ecliptique

ainsi le Sinus de l'ascension droite γF
à la Tangente de l'arc de déclinaison FL . Cet arc FL étant retranché (ou ajouté selon les différens cas) de la déclinaison de l'Astre observée FS , le reste LS sera l'hypotenuse du Triangle rectangle LOS ; c'est pourquoi l'on sera

IV. Comme le Sinus total
est au Sinus de l'angle de l'Ecliptique & du Méridien γLF ou SLO

ainsi le sinus du côté LS
est au sinus du côté SO qui sera la Latitude que l'on cherche.

V. Enfin comme le Sinus total
est au cosinus de l'angle de l'Ecliptique & du Méridien

ainsi la Tangente du côté LS
est à la Tangente de l'arc LO , qui étant ajouté (ou retranché selon les différens cas) à l'arc γL , la somme (ou la différence) sera connoître la Longitude γO que l'on cherche.

Un seul Observateur ne fçauroit gueres déterminer les lieux des Planetes autrement qu'en recherchant leurs ascensions droites & leurs déclinaisons.

PLANCHE VII
fig. 9.

On a cru devoir entrer dans tout ce détail, parce que ces sortes de calculs de la longitude & latitude des Astres sont devenus d'autant plus nécessaires qu'il est assez rare qu'on observe autrement le lieu des Etoiles, des Planetes ou des Cometes, autrement que par leurs ascensions droites & déclinaisons : ainsi on est toujours obligé de les réduire à leurs vraies longitudes & latitudes suivant la forme de calcul énoncée ci-dessus. On peut dire cependant qu'on pourroit y employer encore une autre Méthode qui ne suppose que quatre analogies dans chacune desquelles se trouve le sinus total : mais à moins que de bien tracer la figure selon les regles de la projection, ou d'avoir un globe céleste sous les yeux, il est quelquefois difficile de ne pas se méprendre dans le calcul. Soit donc tiré de l'Astre à γ l'arc d'un grand cercle γS : dans le triangle rectangle γFS on connoît les deux côtés γF , FS qui représentent l'ascension droite & la déclinaison de l'Astre observé, c'est pourquoi on découvrira par la Trigonométrie l'arc γS & l'angle $S\gamma F$, d'où retranchant (ou bien y ajoutant selon les différens cas) l'angle $F\gamma L$ qui est l'obliquité de l'Ecliptique, le reste (ou la somme) $S\gamma L$ fera l'angle du triangle rectangle γOS qu'il est facile de résoudre, puisqu'on en connoît l'hypoténuse γS . On pourra donc calculer par la Trigonométrie les arcs γO , SO , de ce triangle qui donneront comme l'on voit, la longitude & la latitude de l'Astre observé.

L'avantage de déterminer les ascensions droites & les déclinaisons des Astres à l'instant de leur passage par le Méridien, est fondé sur ce qu'on évite dans l'ascension droite, non seulement l'effet de la réfraction, mais encore celui de la parallaxe ; que d'ailleurs la parallaxe de hauteur & la réfraction étant beaucoup plus aisées à déterminer dans un cercle vertical que dans toute autre

situation oblique, la déclinaison de l'Astre observée devient par là d'autant plus facile à corriger, puisque le Méridien où se fait l'observation n'est autre chose qu'un cercle vertical ou cercle de hauteur.

Lorsqu'on compare les lieux des Etoiles fixes observés par les Anciens avec ceux qu'elles nous paroissent occuper relativement à l'Ecliptique, on ne trouve pas que les latitudes aient changé; mais quant aux longitudes qui se comptent depuis la section de l'Ecliptique & de l'Equateur en γ ou à l'Equinoxe du Printems, on s'aperçoit qu'elles ont augmenté très-sensiblement. Il ne faut pas croire pour cela que ces Etoiles ont eu un mouvement réel; mais ce sont au contraire les points équinoctiaux qui s'en sont éloignés par un mouvement rétrograde, & c'est de ces derniers, comme l'on sçait, que se comptent les longitudes. Or les plus anciennes longitudes des Etoiles observées ayant été comparées à celles qu'on a rétablies en ces derniers tems, nous ont fait enfin connoître que la précession des Equinoxes étoit de $0' 50''$ par an, ce qui répond à un degré dans l'espace de 72 ans.

Les longitudes des Etoiles augmentent de près d'une minute chaque année, mais leurs latitudes, qu'on avoit crues invariables, changent bien peu & en différens sens.

Ce que l'on vient d'exposer ci-dessus suffit, à ce qu'il semble, pour faire concevoir les moyens de construire un Catalogue général de toutes les Etoiles fixes. L'usage des Catalogues qui ont été publiés jusqu'à ce jour, a été de faciliter aux Astronomes les observations du vrai lieu, tant des Planetes, que des Cometes, puisque chaque fois qu'on les comparera une fois à des Etoiles connues, c'est-à-dire, dont la position se trouve dans les Catalogues, leurs véritables lieux dans le Ciel seront déterminés. Il arrive cependant qu'un Astre n'étant pas visible dans le Méridien, ou ne pouvant être comparé à quelque petite Etoile par le moyen du Réticule (parce que la lumière du Crépuscule est trop forte) on est obligé de

mesurer par de grands arcs, sa distance à deux Etoiles de la premiere ou de la seconde grandeur. Voici donc la méthode * de calculer la longitude ou la latitude d'un Astre lorsqu'on sçait sa distance à deux Etoiles fixes dont la position se trouve dans les Catalogues.

PLANCHE VII
Fig. 10.

Soit EF un arc de l'Ecliptique dont le Pole est en B , & soient A, C deux Etoiles fixes dont on connoît la longitude & la latitude : soit enfin P l'Astre dont on a observé la distance aux deux Etoiles A & C . Dans le triangle ABC étant donnés les côtés AB, CB complémens des latitudes de chaque Etoile, comme aussi l'angle ABC qui est mesuré par l'arc EF différence en longitude de ces deux Etoiles, on pourra déterminer par la Trigonométrie l'arc AC qui est la distance des deux Etoiles, comme aussi l'angle BCA : ensuite puisqu'on connoît les trois côtés du triangle APC , il sera aisé de calculer l'angle PCA , qui étant retranché de l'angle BCA , le reste sera l'angle BCP . Enfin dans le triangle BCP étant donnés les côtés BC, CP & l'angle BCP on aura par conséquent l'angle CBP qui a pour mesure l'arc OF , différence en longitude entre l'Etoile C & la Planete P : on pourra calculer aussi l'arc BP qui est le complément de la latitude de l'Etoile.

* Cette Méthode peut être d'un grand usage sur Mer, si au défaut de l'occultation des Etoiles zodiacales, on veut tenter d'y rechercher la longitude par les distances de deux des plus belles Etoiles à la Lune : mais il faut remarquer que le mouvement de la Lune est trop rapide pour qu'on puisse supposer, que la distance de cet Astre à deux Etoiles, ait été mesurée dans un même instant : il faudra donc marquer soigneusement le tems des distances observées, & même réitérer de les observer plusieurs fois, afin de réduire par là à une même heure, minute, & seconde, chacune de ces distances. Au reste, elles doivent être déterminées avec les nouveaux Quartiers de Réflexion garnis de lunettes ; & afin que dans le calcul de la longitude, on ne tombe pas dans les erreurs grossières qu'on a remarquées dans les Catalogues, on donne ici la position des Etoiles de la premiere grandeur qui ont été restituées par de nouvelles Observations, & dont la plus grande partie se trouve rapportée dans le Discours préliminaire de l'Histoire Céleste.

Les déclinaisons de ces mêmes Etoiles pourront encore servir pour déterminer exactement la hauteur du Pole, si l'on peut observer leur hauteur méridienne en mer pendant le crépuscule.

ASTRONOMIQUES.

Tables de l'Ascension & Déclinaison des principales Etoiles.

NOMS des ETOILES.	Ascension droite	Ascension droite	Mouvement	Déclinaison	Déclinaison	Mouvement
	en 1742.	en 1750.	annuel en Ascension droite.	en 1742.	en 1750.	annuel en déclinaison.
	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.
<i>La Polaire.</i>	10. 19. 52 $\frac{1}{2}$	10. 39. 11	2. 25, 00	87. 55. 20 b.	87. 58. 00	0. 19, 60
<i>Acharnar.</i>	21. 55. 30	22. 00. 00	0. 34, 00	58. 33. 22 $\frac{1}{2}$ a.	58. 30. 45	0. 19, 70
<i>α du Belier.</i>	28. 10. 30	28. 17. 10	0. 50, 00	22. 13. 47 $\frac{1}{2}$ b.	22. 16. 07 $\frac{1}{2}$	0. 17, 56
<i>Aldebaran.</i>	65. 16. 55	65. 23. 41 $\frac{1}{2}$	0. 50, 64	15. 57. 50 b.	15. 58. 57 $\frac{1}{2}$	0. 08, 19
<i>α de la Chevre.</i>	74. 25. 00	74. 31. 47 $\frac{1}{2}$	0. 65, 83	45. 42. 05 b.	45. 42. 50	0. 05, 55
<i>Rigel.</i>	75. 32. 05	75. 37. 52 $\frac{1}{2}$	0. 43, 20	08. 31. 12 $\frac{1}{2}$ a.	08. 30. 32	0. 05, 04
<i>α d'Orion.</i>	85. 18. 10	85. 24. 45	0. 49, 46	07. 20. 07 b.	07. 20. 24 $\frac{1}{2}$	0. 02, 14
<i>Canopus.</i>	94. 32. 20	94. 35. 00	0. 20, 00	52. 33. 55 a.	52. 34. 15	0. 02, 56
<i>Sirius.</i>	98. 26. 40	98. 31. 57 $\frac{1}{2}$	0. 39, 82	16. 22. 55 a.	16. 23. 26 $\frac{1}{2}$	0. 04, 09
<i>Procyon.</i>	111. 26. 35	111. 32. 55	0. 47, 55	05. 51. 50 b.	05. 50. 38	0. 08, 69
<i>α de l'Hydre.</i>	138. 43. 40	138. 49. 36 $\frac{1}{2}$	0. 44, 55	07. 33. 09 a.	07. 33. 11	0. 15, 22
<i>Regulus</i>	148. 38. 35	148. 44. 56	0. 47, 64	13. 13. 15 b.	13. 11. 00	0. 17, 00
<i>l'Epi de la Vierge.</i>	197. 54. 35	198. 00. 54	0. 47, 37	09. 48. 05 a.	09. 49. 37 $\frac{1}{2}$	0. 19, 00
<i>Arcturus.</i>	210. 58. 32 $\frac{1}{2}$	211. 04. 00	0. 40, 96	20. 32. 32 $\frac{1}{2}$ b.	20. 29. 59 $\frac{1}{2}$	0. 19, 05
<i>Antares.</i>	243. 24. 20	243. 31. 40	0. 54, 92	25. 49. 55 a.	25. 51. 10	0. 09, 50
<i>α de la Lyre.</i>	277. 03. 10	277. 07. 10	0. 29, 94	38. 33. 58 b.	38. 34. 24	0. 03, 24
<i>α de l'Aigle.</i>	294. 32. 50	294. 38. 42 $\frac{1}{2}$	0. 44, 20	08. 12. 37 $\frac{1}{2}$ b.	08. 13. 47 $\frac{1}{2}$	0. 08, 73
<i>α du Cygne.</i>	308. 09. 40	308. 13. 52 $\frac{1}{2}$	0. 31, 55	44. 22. 12 $\frac{1}{2}$ b.	44. 23. 47 $\frac{1}{2}$	0. 11, 90
<i>α de Pégase.</i>	342. 58. 35	343. 04. 30	0. 44, 00	13. 49. 22 $\frac{1}{2}$ b.	13. 51. 57 $\frac{1}{2}$	0. 19, 21
<i>Fomalhaut.</i>	340. 49. 40	340. 56. 00	0. 47, 73	30. 59. 00 a.	30. 56. 36 $\frac{1}{2}$	0. 18, 37

Les plus récentes observations ayant été comparées à celles qui ont été faites en France il y a près de 60 ans (lesquelles ont été nouvellement calculées & corrigées par l'Aberration &c.) ont enfin fait connoître le mouvement apparent des Etoiles, & par conséquent leurs variations annuelles ou de dix en dix ans, telles qu'on les voit dans la Table ci-dessus. Cependant comme il n'a pas été possible de connoître en ces derniers tems ni de rétablir l'ascension droite des deux Etoiles *Acharnar* & *Canopus*, on ne s'est uniquement attaché qu'à déduire leurs vraies déclinaisons de toutes les observations faites en Cayenne & au Perou. On peut donc établir avec certitude *Acharnar* au commencement de { 1673... 58° 56' 00" } & *Canopus* { 52° 31' 00" }
 { 1739... 58 34 22 $\frac{1}{2}$ } & { 52 33 47 $\frac{1}{2}$ }

INSTITUTIONS

Tables de la Longitude & Latitude des principales Etoiles.

NOMS des ETOILES.	Longitude en 1742.	Longitude en 1750.	Mouvement des Etoiles en 50 ans.	Latitudes.		Variations en Latitude dep. 50 ans.
	D. M. S.	D. M. S.		D. M. S.	M. S.	M. S.
<i>α du Belier.</i>	Υ 04. 03. 30	Υ 04. 10. 10	41. 51	09. 57. 25 b.	00. 00	
<i>Aldebaran.</i>	Π 06. 10. 45	Π 06. 17. 20	41. 24 $\frac{1}{2}$	05. 29. 15 a.	inconnue.	
<i>Rigel.</i>	Π 13. 13. 20	Π 13. 20. 00	41. 59	31. 09. 10 a.	-00. 25	
<i>α de la Chevre.</i>	Π 18. 15. 06 $\frac{1}{2}$	Π 18. 21. 50	41. 52 $\frac{1}{2}$	22. 51. 50 b.	+00. 30	
<i>La Polaire.</i>	Π 24. 57. 10	Π 25. 03. 50	41. 40*	66. 04. 10 b.	inconnue.	
<i>α d'Orion.</i>	Π 25. 09. 05	Π 25. 15. 55	42. 30	16. 03. 38 a.	-00. 47 $\frac{1}{2}$	
<i>Sirius.</i>	Ϟ 10. 31. 38	Ϟ 10. 38. 15	41. 25	39. 32. 40 a.	+00. 37 $\frac{1}{2}$	
<i>Canopus.</i>	Ϟ 11. 21. 30	Ϟ 11. 28. 10	41. 40*	75. 51. 50 a.		
<i>Procyon.</i>	Ϟ 22. 13. 32 $\frac{1}{2}$	Ϟ 22. 20. 10	41. 35	15. 58. 00 a.	+00. 55	
<i>α de l'Hydre.</i>	Ϟ 23. 41. 36	Ϟ 23. 48. 20	41. 59	22. 23. 54 a.	00. 00	
<i>Regulus</i>	Ϟ 26. 14. 10	Ϟ 26. 20. 45	41. 10	00. 27. 35 b.	+00. 05	
<i>l'Epi de la Vierge.</i>	Ϟ 20. 14. 28	Ϟ 20. 21. 10	41. 52 $\frac{1}{2}$	02. 01. 54 a.	00. 00	
<i>Arcturus.</i>	Ϟ 20. 37. 57 $\frac{1}{2}$	Ϟ 20. 44. 40	41. 46	30. 55. 12 b.	-02. 05	
<i>Antares.</i>	Ϟ 06. 10. 30	Ϟ 06. 17. 20	41. 40*	04. 32. 11 $\frac{1}{2}$ a.	+00. 45	
<i>α de la Lyre.</i>	Ϟ 11. 42. 10	Ϟ 11. 48. 45	41. 22 $\frac{1}{2}$	61. 45. 15 b.	+00. 27 $\frac{1}{2}$	
<i>α de l'Aigle.</i>	Ϟ 28. 08. 05	Ϟ 28. 14. 55	42. 35	29. 18. 47 $\frac{1}{2}$ b.	-00. 07 $\frac{1}{2}$	
<i>Fomalhaut.</i>)(00. 13. 27 $\frac{1}{2}$)(00. 20. 15	41. 40*	21. 06. 13 $\frac{1}{2}$ a.	+01. 00	
<i>α du Cygne.</i>)(01. 47. 04)(01. 53. 35	40. 59	59. 55. 04 b.	-00. 27 $\frac{1}{2}$	
<i>Acharnar.</i>)(11. 34. 55)(11. 41. 35	41. 40*	59. 19. 45 a.	inconnue.	
<i>Markab.</i>)(19. 53. 16)(19. 59. 55	41. 40*	19. 24. 52 $\frac{1}{2}$ b.	+00. 12 $\frac{1}{2}$	

La distance de l'Etoile Canopus au Cœur de l'Hydre observée en 1677, à l'Isle de Ste Helene de 57° 31', & celle d'Acharnar à Fomalhaut de 39° 05' 20" ayant été un peu augmentée à cause de la réfraction, on a calculé les deux triangles dont ces distances sont les bases & dont les deux autres côtés sont les distances véritables de chaque Etoile au Pole; & c'est ainsi qu'on a déduit pour le commencement de l'année 1678 l'ascension droite d'Acharnar 21° 19 $\frac{1}{2}$ & celle de Canopus 94° 11'. Mais il faut bien remarquer que pour mieux établir l'ascension droite de ces deux Etoiles, il auroit fallu que M. Hallei eût publié la quantité dont la réfraction a dû accourcir les distances, ou du moins qu'il eût averti de la saison de l'année & de l'heure ou de la hauteur qui répondoit à chaque obser-

vation ; car on n'a supposé qu'à peu près les vraies distances dans le calcul précédent. C'est pourquoi les ascensions droites & longitudes de ces deux Etoiles calculées pour 1750, sont assez douteuses & n'ont pas à beaucoup près le même degré de précision que celles des autres Etoiles qu'on trouve dans les Tables ci-dessus.

CHAPITRE VINGTIEME.

Des Crépuscules & de la Réfraction des Astres.

ENTRE les principaux avantages que nous retirons de notre atmosphere, l'un des plus considérables est que par son moyen le Soleil éclaire & répand sa lumiere dans toutes les parties du ciel qui l'entourent. Car si la Terre n'avoit autour d'elle aucune atmosphere, il n'y auroit de clarté que dans la seule partie du ciel qu'occupe le Soleil ; & l'Observateur, tournant les yeux au-delà & de tous côtés, n'apperoiroit uniquement dans le Ciel qu'un fond obscur & comme plongé dans les ténèbres. En plein jour les moindres Etoiles brilleroient, & cela assez près du Soleil ; puisqu'il n'y auroit rien qui pût les effacer, cette vive lumiere du Soleil n'étant réfléchie vers nos yeux par aucun corps que ce fût. Aussi tous les rayons qui après s'être brisés ou réfléchis ne se répandroient plus sur la Terre passeroient au-delà & pourroient éclairer ou les Planetes ou les Cometes, &c. presque tous se perdant dans un espace infini sans se détourner jamais vers la Terre.

Mais puisque l'atmosphere qui nous environne reçoit une multitude prodigieuse de rayons du Soleil & laquelle nous les réfléchit, il arrive qu'en ce cas on attribue au Ciel une lumiere qu'il n'a pas, & c'est cette même splendeur de l'atmosphere qui seule est capable d'effacer ou d'absorber presque entièrement la lumiere des Etoiles fixes.

L'air contribue beaucoup à nous faire paroître le ciel éclairé.

Si l'atmosphere terrestre étoit anéanti tout-à-coup, la lumiere du Ciel disparoi-

roit au coucher du Soleil, & nous serions subitement plongés dans les ténèbres.

De plus s'il n'y avoit point d'atmosphère, il est certain qu'immédiatement avant le coucher du Soleil, sa lumière feroit aussi vive qu'à midi, & d'un très-grand éclat; & qu'au moment de son coucher de profondes ténèbres s'éleveroient tout-à-coup; en sorte que l'arrivée subite de la nuit ou le passage si soudain de la lumière aux ténèbres feroit fort incommode pour tous les habitans de la Terre. Mais par le moyen de l'atmosphère (quoiqu'après le coucher du Soleil aucun de ses rayons ne puisse venir directement à nous) il arrive cependant que nous jouissons d'une lumière douce qui nous est réfléchië, & que les ténèbres de la nuit ne se répandent que par des degrés presque insensibles. La raison est que la Terre par son mouvement diurne de rotation nous fait perdre à la vérité le Soleil de vue; mais l'air supérieur continue d'en être éclairé, & remplit encore à notre égard tout le Ciel de sa lumière: ensuite le Soleil continuant de descendre, l'air perd successivement de sa clarté; en sorte que lorsque le Soleil est parvenu au 18^{eme} degré au-dessous de l'Horison, il cesse entièrement d'éclairer l'atmosphère, & l'air est totalement obscurci.

La cause des crépuscules.

De même lorsqu'au matin le Soleil est parvenu au 18^{eme} degré sous l'Horison, il commence à éclairer l'atmosphère & à répandre de plus en plus dans le Ciel cette lumière qui paroît d'abord douteuse, mais dont la vivacité augmente jusqu'au lever du Soleil. Or c'est cette foible lumière du matin, ou celle du soir après le coucher du Soleil, & qui est produite par les rayons brisés dans l'atmosphère, qu'on appelle le *Crépuscule*.

PLANCHE VII
Fig. 11.

Pour mieux entendre ce que nous venons de dire, soit *ADL* un cercle de la surface de la Terre concentrique au vertical, dans lequel se trouve le Soleil sous l'Horison; soit encore un autre cercle *CBM* dans le même plan, renfermant la portion d'air qui nous peut réfléchir
les

les rayons du Soleil. Soir enfin l'œil au point A de l'Horison sensible AN ou de la surface de la Terre. Puisqu'il est démontré (*Euclid. Liv. 3 Prop. 16*) qu'on ne peut mener au point A aucune ligne droite entre le cercle & la tangente AN , il est clair que le Soleil étant au-dessous de l'Horison, aucun de ses rayons ne pourra parvenir directement jusqu'à l'œil placé en A ; mais qu'étant, par exemple, dans la ligne CG , il peut y avoir un rayon qui tombant sur la particule C , se réfléchisse selon la ligne CA , & par conséquent rencontre l'œil au point A . De cette maniere les rayons du Soleil éclairant une infinité de particules de l'atmosphère, seront pareillement détournés vers l'œil. Or si du point B (où la tangente AB rencontre la surface extérieure de l'air qui nous réfléchit la lumière) on mène BD qui touche la Terre en D , lorsque le Soleil se trouvera dans cette ligne, alors le rayon SB doit se réfléchir en BA & rencontrer l'œil en A , parce qu'il se peut faire en ce cas que l'angle d'incidence DBE soit égal à l'angle de réflexion ABE ; ainsi ce rayon sera le premier qui pourra parvenir à nos yeux le matin, & c'est par conséquent le commencement de l'aurore ou du crépuscule du matin, de même que le dernier qui y parvient le soir, doit déterminer la fin du crépuscule. En effet le Soleil descendant plus bas les particules d'air qui sont en B ou en-deçà ne doivent plus être éclairées du Soleil.

La cause des crépuscules ne doit pas être attribuée entièrement à notre air, puisqu'il y a une certaine matière éthérée qui environne le Soleil, comme s'il avoit lui-même une espèce d'atmosphère; ce que l'on peut remarquer, par exemple, après le coucher du Soleil: car elle est toujours plus de tems que le Soleil à se lever, ou à se coucher. Avant le lever elle paroît de figure circulaire parce que c'est un segment de l'atmosphère du Soleil coupé par l'Horison. En un mot sa lumière est tout-à-

L'atmosphère solaire doit aussi contribuer à augmenter les crépuscules.

fait différente de celle qui naît de l'atmosphère terrestre. Quant au crépuscule qui en provient il paroît d'une bien moindre durée que celui qui est causé par notre atmosphère lequel ne sçauroit finir que lorsque le Soleil est descendu 18 degrés sous l'Horison, & quant à ce dernier, on ne peut gueres décider quelles sont au juste les limites qui déterminent le commencement & la fin des crépuscules ; car leur durée dépend & de la quantité de matière propre à réfléchir la lumière, qui se trouve dans l'air & de la hauteur de l'air. En Hiver l'air étant plus condensé, doit avoir moins de hauteur, & par conséquent les crépuscules finissent beaucoup plutôt. Au contraire en Eté l'air étant plus raréfié & plus élevé, ce même air est plus long-tems éclairé du Soleil, & par conséquent les crépuscules sont plus longs. De plus le crépuscule du matin est plus court que celui du soir ; parce que l'air est plus dense & plus bas le matin que le soir. Le commencement du crépuscule arrive lorsque les Etoiles de la sixième grandeur disparaissent le matin, mais il finit quand elles commencent à paroître sur le soir, la lumière du Soleil réfléchi par l'air étant le seul obstacle qui les empêchoit de paroître.

Le P. Riccioli a trouvé par des Observations faites à Bologne en Italie la durée du crépuscule du matin, aux environs de l'Equinoxe, d'une heure 47' : mais celui du soir, a paru de deux heures, n'ayant fini que quand le Soleil étoit à 21° sous l'Horison. En Eté vers les Solstices le crépuscule s'est trouvé quelquefois durer 3 heures 40 minutes, & celui du soir presque la moitié de la nuit.

Il suit de tout ce que nous venons de dire que le commencement du crépuscule du matin ou la fin de celui du soir étant donné, on pourra trouver facilement l'élévation de l'air qui réfléchit la lumière ; car la fin du crépuscule arrive lorsque les rayons qui partent du Soleil sont des tangentes à la Terre & se réfléchissent vers l'œil de l'Observa-

Les crépuscules d'Hiver moins longs que ceux d'Eté.

Les observations de la durée des crépuscules peuvent servir à déterminer la hauteur de l'air.

teur, par les parties les plus élevées de notre air : & ce moment étant donné, on trouve l'abaissement du Soleil sous l'Horison, d'où il est facile de calculer la hauteur de l'air.

Car soit SB la tangente ou le rayon de lumière qui est réfléchi, selon la ligne AB parallèle à l'Horison, par la particule B , la plus élevée de l'air, l'angle SN est donc la mesure de l'abaissement du Soleil sous l'Horison : or parce que AB est aussi une tangente de la Terre, l'angle au centre AED sera égal à l'angle SN *, c'est-à-dire, à l'abaissement du Soleil sous l'Horison, & la moitié AEB du premier angle égale à la moitié du second. Soit donc vers la fin du crépuscule l'abaissement du Soleil sous l'Horison de 18° , l'angle AEB seroit par conséquent de 9° dans la supposition que le rayon SB traverseroit l'atmosphère sans souffrir aucune réfraction. Mais comme par la réfraction ce rayon se courbe dans l'air vers H , il faut diminuer l'angle AEB d'une quantité égale à la réfraction horizontale du Soleil, c'est-à-dire, d'environ un demi-degré, ainsi l'angle AEB , sera réellement de $8^\circ 30'$; mais AE est à BH comme le Sinus total est à l'excès de la sécante de l'angle AEB sur le rayon, c'est-à-dire, comme 100000 est à 1110. Supposant donc le Raïon de la Terre en nombres ronds de 1400 lieues, la hauteur de l'atmosphère qui réfléchit les rayons du Soleil, sera d'environ $15\frac{1}{2}$ lieues; car 100000 : 1110 :: 1400 : $15\frac{1}{2}$.

Dans la Sphere droite les crépuscules sont très courts, parce que le Soleil descend perpendiculairement au-dessous de l'Horison, en sorte que si dans la Sphere oblique ils sont plus longs, c'est parce que le Soleil y descend obliquement. D'ailleurs plus la Sphere est oblique, c'est à-dire, plus la latitude d'un lieu devient grande, plus le crépuscule y fera long; d'où l'on voit que les habitans de la Terre qui sont éloignés de l'Equateur de plus de 48° , ont au Solstice d'Été * des crépuscules qui durent toute la

PLANCHE VII
Fig. 11.

* Voyez le
Lemme ci-dessus
page 201.

Les crépuscules sont plus courts dans la Sphere droite.

* Car $66\frac{1}{2}$
qui est l'abbaij-

sement du Soleil au-dessous du Pole, au Solstice d'Été, est la somme de $48^{\circ}\frac{1}{2}$ & 18° .

Le cercle qui termine les crépuscules.

PLANCHEVII
Fig. 12.

nuit, & qui leur procurent une lumière suffisante pour que les nuits n'y soient pas entièrement obscures.

Dans la Sphere parallele les crépuscules durent plusieurs mois; en sorte que les Habitans jouissent pendant presque toute l'année d'une lumière qui vient immédiatement du Soleil, ou qui est réfléchié.

Si l'on conçoit au-dessous de l'Horison un cercle parallele à l'Horison, & qui en soit à la même distance que le Soleil, lorsque le crépuscule finit, on aura le cercle qui termine les crépuscules; car toutes les fois que le Soleil par son mouvement diurne apparent sera arrivé le matin, par exemple, à ce parallele, ce sera le commencement du crépuscule du matin, dans quelque parallele à l'Equateur que se trouve alors le Soleil: de même le crépuscule du soir finira lorsque le Soleil après son coucher sera arrivé à un semblable parallele à l'Horison.

Supposons que l'Horison soit HQO , & que le cercle VaX parallele à l'Horison soit celui qui termine les crépuscules, que HZO soit le Méridien, $\mathcal{A}QR$ l'Equateur: il est évident que plus l'Equateur sera oblique à l'Horison, plus aussi les arcs de l'Equateur & de ses paralleles; qui se trouvent compris entre l'Horison & son parallele RaX doivent augmenter. Les arcs QR, da, ce, gh, kl qui sont des portions de l'Equateur ou de ses paralleles; comprises entre l'Horison & le cercle qui termine les crépuscules, s'appellent les arcs des crépuscules; car ils en déterminent la durée: & comme chaque arc est plus ou moins grand à l'égard du parallele dont il dépend, le crépuscule durera plus ou moins selon que le Soleil passera successivement dans ces paralleles.

Je suppose qu'on prenne le point a dans le cercle qui termine les crépuscules, & par où passe le parallele à l'Equateur da ; qu'ensuite on fasse passer par a le grand cercle MaN , en sorte qu'il touche le cercle de l'apparition

perpétuelle. Comme l'Horison touche aussi le même cercle, ces deux cercles feront avec l'Equateur & ses paralleles des angles égaux, ou bien la mesure de chacun des deux angles, sera la distance qu'il y a entre le parallele & son grand cercle: & parce que tous les arcs des paralleles de l'Equateur, qui se trouvent compris entre l'Horison & le cercle *MaN* feront semblables suivant la Prop. 13 du Liv. 2 des Sphériques de Théodose; il doit s'ensuivre que le Soleil les décrira en des tems égaux.

Quant au cercle *MaN* qui coupe le cercle *VaX* qui termine les crépuscules, ou bien il le coupera en deux points différens, ou il le touchera en un seul point. Supposons premierement qu'il le coupe dans les deux points *a, h*, les arcs des paralleles *da, gh*, seront semblables; & par conséquent lorsque le Soleil décrira par son mouvement diurne ces deux paralleles, les crépuscules seront égaux; mais quand il décrira un parallele entre ces deux-là, comme seroit *ce*, alors le crépuscule sera moins long: car en ce cas l'arc *cm*, qui est l'arc du crépuscule, sera moindre que *ce*, qui est semblable à l'arc *da*, ou à *gh*, le Soleil décrivant *ce* & *da* en tems égaux.

De plus lorsque le Soleil est dans des paralleles plus éloignés de l'Equateur que n'est *gh*, les crépuscules seront plus longs; car l'arc du crépuscule *lk* est plus grand que l'arc *qk*, que le Soleil, quand il est dans le parallele *gh*, décrit dans un tems égal à la durée du crépuscule.

Dans les pays où le Pole est élevé, les crépuscules seront toujours plus longs, à mesure que le Soleil décrira des paralleles plus voisins du Pole. En effet l'arc du crépuscule *op* est plus grand que *QR*, & il faut plus de tems pour décrire *YV*, que pour décrire *op*. Mais si le Soleil décrit le parallele *ST*, qui ne touche en aucun endroit le cercle qui termine le crépuscule, la durée du crépuscule égalera celle de toute la nuit.

Différentes
durées des
crépuscules.

De là vient que les crépuscules augmentent & diminuent d'une manière tout-à-fait différente de celle des jours & des nuits ; car lorsque le Soleil s'avance depuis le commencement de l'Ecreviffe, où l'on doit avoir les plus longs jours , jusqu'au commencement du Capricorne , où ils sont les plus courts ; alors les jours diminuent peu à peu à notre égard , & au contraire les nuits augmentent continuellement. Mais par rapport aux crépuscules, les choses sont bien différentes ; car quoique le Soleil étant au commencement de l'Ecreviffe, c'est-à-dire, quoique dans le Solstice d'Été, nous ayons le plus long crépuscule , & qu'il diminue ensuite à mesure que les jours décroissent ; néantmoins cette diminution ne se fait pas continuellement jusqu'à ce que le Soleil arrive au Capricorne : car le plus court de tous nos crépuscules se rencontre à certain point de l'Ecliptique situé entre la Balance & le Capricorne , après quoi les crépuscules commencent à augmenter , de manière qu'on doit bientôt observer un crépuscule précisément de même durée que lorsque le Soleil s'est trouvé dans l'Equateur , & cela avant que le Soleil soit arrivé au Capricorne. Il y a plus, si le Soleil continuoit à s'éloigner au-delà du Tropique du Capricorne , les crépuscules augmenteroient de plus en plus malgré la diminution continuelle qui se feroit dans la longueur des jours. Enfin quoique les jours viennent à augmenter bien sensiblement depuis le passage du Soleil au Capricorne jusqu'au Bélier , cependant les crépuscules au contraire diminuent, jusqu'à un certain point entre ces deux Signes , où doit arriver pour la seconde fois le plus court crépuscule. Ceci paroitra encore plus évident par les propositions qu'on va démontrer tout à l'heure, où nous terminerons le lieu & le tems du plus court crépuscule.

PLANCHE VII
fig. 13.

Supposons en second lieu que le cercle *MaN* touche dans un point *a* le cercle qui termine les crépuscules, &

qu'on tire par le point a un parallèle à l'Equateur da : voici comme on prouve que quand le Soleil sera dans ce parallèle, on doit observer le plus court de tous les crépuscules. Comme les arcs des parallèles Qn, da, gi , qui se trouvent compris entre l'Horifon & le cercle MaN font tous égaux, il est évident que le Soleil descendant au-dessous de l'Horifon, doit les décrire dans des tems égaux. Mais parce que les arcs des crépuscules ce, gh , sont plus grands que cm ou gi , le Soleil demeurera donc plus de tems dans l'arc ce , que dans l'arc cm ; ou bien plus de tems dans l'arc gh , que dans gi , c'est-à-dire, que dans l'arc da ; d'où l'on voit que les crépuscules seront plus longs dans les parallèles ce, gh , que dans le parallèle da , où doit nécessairement paroître le plus court de tous les crépuscules.

Comment on détermine le plus court crépuscule.

On peut déterminer de la maniere suivante la distance qu'il y a entre l'Equateur & le parallèle du plus court crépuscule; car puisque le cercle MaN , & l'Horifon HO , touchent un même parallèle, sçavoir le cercle qu'on a nommé ci-dessus de perpétuelle apparition, il s'ensuit que ces cercles sont également inclinés à l'Equateur, & que par conséquent l'angle anT compris entre l'Equateur & le cercle MaN , est égal à l'angle FQd , que forme l'Equateur avec l'Horifon. Mais si l'on tire par le zénit Z & le point a un cercle vertical ZYa , qui coupe l'Horifon en Y & l'Equateur en T , il doit arriver que dans les Triangles sphériques anT, TQY , les angles en a & Y seront droits, & partant égaux entr'eux. De plus on a fait voir que les angles sont égaux en Q & n ; d'ailleurs ils sont égaux en T , étant opposés au sommet. Ainsi les deux triangles anT & TQY , qui ont des angles égaux, ou qui sont équiangles, ont aussi leurs côtés égaux; & par conséquent Ta sera égal à TY , c'est-à-dire, à la moitié de l'arc aY , qui est la distance

comprise entre l'Horison & le cercle qui termine les crépuscules. De plus an sera égal à QY ; enfin an sera égal à Qd (suivant la Prop. 13 du 2^d Livre des Sphériques de Théodose) puisque QR & da sont parallèles: ainsi dQ doit par conséquent être égal à QY .

Maintenant dans le Triangle sphérique TQY , rectangle en Y , le côté TY est la moitié de la distance entre l'Horison & le cercle qui termine les crépuscules. De plus l'angle YQT est égal à l'angle FQd , qui est la même chose que le complément de la latitude du lieu. On pourra donc connoître le côté QY , ou Qd qui lui est égal: ensuite menant du point d sur l'Équateur un cercle de déclinaison dF , on aura dans le Triangle rectangle sphérique dQF le côté Qd connu, comme aussi l'angle en Q ; on connoitra donc par ce moyen l'arc dF , qui est la distance entre le parallèle du plus petit crépuscule & l'Équateur, c'est-à-dire, sa déclinaison à l'égard de l'Équateur, qui est précisément ce qu'on se proposoit de découvrir.

Une seule analogie suffit, comme on le va voir, pour résoudre le Probleme; car dans le Triangle TQY , si l'on fait * comme le rayon: est à la tang. de TY :: cotang. de Q : au sin. QY , ou ce qui est la même chose, au sin. de dQ . Mais le sinus de Q : au cosin. Q :: comme le rayon: à la cotang. Q ; donc en raison égale le rayon multiplié par le sinus de Q : tang. TY \times cosin. Q :: comme le rayon: au sin. Qd (c'est-à-dire, dans le triangle rectangle dQF):: sin. Q : sin. dF :: comme le rayon \times sin. Q : au rayon \times sin. dF . Or dans le premier & dernier rapport les antécédens étant égaux, il en doit être de même à l'égard des conséquens. C'est pourquoi

$$\begin{aligned}
 & * \quad R : \text{tangente } TY :: \text{cotangente de } Q : \text{sinus } QY = Qd \\
 & \quad \text{sinus } Q : \text{cosinus } Q :: R : \text{cotangente de } Q \\
 & \text{ex } \text{Æquo } R \times \text{sinus } Q : \text{tangente } TY \times \text{cosinus } Q :: R : Qd \left(\begin{array}{l} \text{sinus } Q : \text{sinus } dF \\ \text{:: } R \times \text{sinus } Q : R \times \text{sinus } dF \end{array} \right) \\
 & \quad \text{Donc la tangente } TY \times \text{cosinus } Q = R \times \text{sinus } dF \\
 & \text{D'où l'on tire } R : \text{tangente } TY :: \text{cosinus } Q : \text{sinus } dF.
 \end{aligned}$$

si l'on réduit l'équation en analogie, on aura comme le rayon est à la tangente de TY , ainsi le cosinus de Q (qui est le sinus de la latitude du lieu) est au sinus de dF , qui fera la distance du parallèle que l'on cherche, à l'égard de l'Equateur.

Maniere de déterminer l'heure du commencement ou de la fin des crépuscules.

Lorsqu'on connoît une fois la déclinaison du Soleil, voici de quelle maniere on peut calculer l'instant auquel commence ou finit le crépuscule. Soit op le parallèle à l'Equateur que paroît alors décrire le Soleil & qui rencontre en p le cercle qui termine les crépuscules : ayant mené par le pole P le cercle horaire ou de déclinaison Pp , dans le Triangle sphérique PZp , on connoît les trois côtés, sçavoir PZ qui est le complément de la latitude du lieu, Pp complément de la déclinaison du Soleil, & Zp , qui vaut un Quart-de-Cercle plus la distance de l'Horison au cercle qui termine les crépuscules = $Zl + lp$: on pourra donc connoître par la Trigonométrie l'angle ZPp & partant son complément à deux droits pPV , qui étant réduit en heures & minutes de l'Equateur fera connoître le tems du commencement ou de la fin du crépuscule.

L'ATMOSPHERE de la Terre ne produit pas seulement le crépuscule du matin & du soir, soit en réfléchissant, soit en détournant un peu les rayons du Soleil : il arrive encore que ces rayons se brisent sensiblement, en sorte que le lieu apparent du Soleil ou des Etoiles devient par là presque toujours différent du véritable : ainsi il a été nécessaire de reconnoître les Réfractions, causées par notre atmosphere aux rayons de tous les Astres, lorsqu'ils viennent à y entrer plus ou moins obliquement ; c'est-à-dire, en changeant leurs directions, & les déterminant à suivre différentes lignes droites ou courbes diversement inclinées.

La puissance réfractive de l'atmosphère,

En effet, une infinité d'expériences nous apprennent que les rayons d'un corps lumineux, ou même de tout objet visible, venant à tomber sur un milieu diaphane,

plus ou moins dense que celui qu'ils viennent de traverser ; ces mêmes rayons , dis-je , ne continuent plus à se mouvoir en ligne droite , mais se détournent ou se brisent en effet pour suivre ensuite toute autre direction. Si donc les rayons tombent sur un milieu plus dense que celui qu'ils viennent de traverser , alors la réfraction qu'ils souffrent doit les approcher de la ligne perpendiculaire abaissée au-dessous du lieu de la superficie du milieu où se fait le point d'incidence. Mais au contraire si ces rayons viennent à tomber sur un milieu diaphane plus rare , en ce cas ils doivent se rompre & s'écarter de la ligne droite perpendiculaire à la superficie de ce nouveau milieu.

Divers effets de la réfraction.

On apperçoit facilement dans la nature plusieurs effets de la réfraction. Un bâton , par exemple , dont une partie est dans l'air & l'autre dans l'eau , y paroît brisé , ou plus élevé qu'il n'est en effet. Les vapeurs qui s'élevent de la mer ou même de la surface de la Terre suffisent pour nous faire appercevoir quelquefois des objets fort éloignés : il en est de même des objets situés dans certains fonds au-delà d'une riviere , qui tantôt paroissent & tantôt se dérobent à nos yeux. On peut dire la même chose de tous les Astres en général , que nous voyons plus élevés , c'est à-dire , plus près du Méridien qu'ils ne paroïtroient , si leurs rayons ne souffroient point de réfracti-
ons.

La réfraction des Astres.
PLANCHE VII
fig. 14.

Supposons que ZV soit de 90° ou le quart d'un cercle vertical , lequel a pour centre celui de la Terre T , & que le second cercle correspondant , immédiatement au-dessous , soit aussi le quart d'un grand cercle de la Terre AB . Enfin soit GH le quart d'un cercle vertical ayant même centre & dans le même plan , mais qu'il faut imaginer à la hauteur de l'atmosphère. Si en S est un Astre , d'où émanent les rayons de lumière , tel que SE , lequel soit continué jusqu'à la superficie extérieure de l'atmosphère en E ,

comme ce rayon après avoir traversé un air très-subtil, ou pour ainsi dire, un grand vuide, vient à pénétrer ou à tomber dans notre atmosphere, qui est un milieu bien plus dense; ce rayon souffrira donc une réfraction dès le point *E*, & s'approchera par conséquent de la perpendiculaire *TE* *: mais comme l'air supérieur est plus rare que l'inférieur, & que par conséquent la densité du milieu par où doit passer le rayon de lumière va toujours en augmentant; il s'ensuit qu'à mesure que ce rayon s'avancera dans l'air, il doit se courber de plus en plus, de manière que s'il parvient à notre œil, ce ne sera plus en ligne droite, mais selon une ligne courbe *EA*.

Imaginons présentement une ligne droite *AF* qui touche la courbe en *A*, alors le rayon *EA* doit paroître entrer dans l'œil selon la direction de cette ligne droite; car comme l'objet se voit toujours directement, il est évident qu'on jugera que c'est suivant la ligne droite ou la tangente *AF* que se fait la direction des rayons qui frappent l'organe de notre vue; c'est-à-dire, que l'objet nous semblera au point *Q*, qui est un point du Ciel plus proche du zénit que celui que l'Astre occupe réellement. De cette manière il doit donc arriver qu'un Astre paroitra sur l'Horison, quoiqu'il soit véritablement encore au-dessous.

De là vient que lorsque le Soleil & la Lune sont opposés diamétralement, & que l'un & l'autre sont un peu au-dessous de l'Horison, la réfraction les fait néanmoins paroître au-dessus. C'est aussi par la réfraction qu'on voit une Eclipsé de Lune, quoique la Lune soit sous l'Horison, & le Soleil au-dessus, comme cela a été quelquefois observé.

Quant un Astre est au zénit il n'a aucune réfraction; car le rayon tombe en ce cas perpendiculairement, & partant continue sa route sans se courber. Mais plus le

* Puisque ce même rayon *TE* est nécessairement perpendiculaire à la petite tangente en *A* sur la surface de l'atmosphère en *E*.

Par le moyen des réfractions on apperçoit une Eclipsé de Lune, lorsque la Lune est encore sous l'horison.

Il n'y a plus de réfractions au zénit.

La plus grande réfraction se fait à l'Horison.

La réfraction est encore d'environ une minute à 45° de hauteur.

Les Astres qui sont à hauteurs égales, ont des réfractions égales.

rayon tombe obliquement dans l'air, plus sa réfraction devient grande, en sorte que la plus grande de toutes les réfractions se fait à l'Horison. Lorsqu'une Etoile est élevée de 45 à 50° au-dessus de l'Horison, sa réfraction n'est plus si sensible. Dans les distances du Méridien qui sont égales, les réfractions sont les mêmes; & par conséquent les réfractions du Soleil, de la Lune & de toutes les Etoiles fixes sont égales; ce que l'on prouve facilement contre l'opinion du célèbre Tycho-Brahé, le Restaurateur de l'Astronomie, & qui a publié les premières Tables des réfractions. C'est pourquoi si on découvre les réfractions des Etoiles fixes, on aura aussi celles du Soleil, de la Lune, & de toutes les Planetes. Or il est plus aisé d'observer la réfraction d'une Etoile fixe, que celle du Soleil & de la Lune. Car comme on ne connoît pas assez exactement la parallaxe de ces deux Planetes, cela est cause qu'on ne sçauroit bien déterminer leurs réfractions, d'autant qu'on n'est jamais certain de la différence qui doit être attribuée à la parallaxe, & de celle qui dépend de la réfraction. Mais les Etoiles fixes n'ayant aucune parallaxe, toute la différence entre le lieu vu & le lieu vrai doit dépendre entièrement de la réfraction.

On peut connoître assez exactement les déclinaisons, les ascensions droites, les longitudes & les latitudes des Etoiles fixes, qui sont élevées de plus de cinquante degrés au-dessus de l'Horison; car dans une si grande hauteur leurs réfractions ne sont presque rien. Quand on connoît bien ces élémens, voici comme on trouve les réfractions auprès de l'Horison.

Maniere de trouver la réfraction d'une Etoile.

PLANCHE VII

Fig. 15.

Soit $OPZH$ le Méridien, HO l'Horison, $\mathcal{A}Q$ l'Équateur, P le Pole, Z le Zénit, A l'Etoile dont on veut trouver la réfraction, ZD le vertical qui passe par l'Etoile, C le lieu où l'on voit l'Etoile; & l'arc AC la réfraction. Si l'on observe donc la distance où l'Etoile est du

zénit, ſçavoir l'arc ZC , & qu'on ſçache auſſi, ſoit par la hauteur connue d'une autre Etoile qui ne ſouffre point de réfraction, ſoit par une Pendule bien réglée, le moment précis de l'observation; ſi l'on connoît d'ailleurs l'afcenſion droite du Soleil, on aura le point de l'Equateur, qui dans le même moment eſt au Méridien, ſçavoir le point $'\mathcal{A}$. Mais comme on ſait auſſi l'afcenſion droite de l'Etoile, & par conſéquent le point de l'Equateur B (où le cercle de déclinaïſon PAB , qui paſſe par l'Etoile, rencontre l'Equateur) on aura néceſſairement l'arc de l'Equateur $\mathcal{A}EB$, qui eſt la meſure de l'angle ZPA . Ainſi dans le Triangle ſphérique ZPA , connoiſſant ZP , qui eſt la diſtance du Pole au Zénit, & PA qui eſt le complément de la déclinaïſon de l'Etoile, comme auſſi l'angle ZPA , on trouvera par la Trigonométrie ſphérique le côté ZA , c'eſt-à-dire, la véritable diſtance de l'Etoile au Zénit. Or ſi de cette diſtance l'on ôte ZC , qui eſt la diſtance au Zénit déterminée par observation, on aura l'arc AC , qui eſt la réfraction de l'Etoile, & c'eſt ce qu'il falloit trouver.

On peut encore trouver la réfraction d'une Etoile, ſi on obſerve ſon azimut, c'eſt-à-dire, l'arc de l'Horifon compris entre le Méridien & le vertical qui paſſe par l'Etoile, ſçavoir DO ; car cet arc eſt la meſure de l'angle PZA , lequel étant donné, comme auſſi les côtés PZ , PA , on trouvera ZA , c'eſt-à-dire, la véritable diſtance de l'Etoile au Zénit. Enfin ſi de cette diſtance on ôte celle qui a été obſervée, ſçavoir ZC , il reſtera CA , qui eſt la réfraction que l'on cherche.

Voici la manière de connoiître exactement par observation l'azimut de quelque Etoile que ce ſoit. On tirera ſur le plan de l'Horifon une ligne méridienne AE , au-deſſus de laquelle on ſuſpendra un fil perpendiculaire CA , ce qui ſe pratique en y attachant un poids. On ſuſ-

Maniere de
trouver l'azi-
mut d'un Aſ-
tre.
PLANCHEVII
Fig. 16.

pendra ensuite un autre fil BD , en y attachant de même un poids. Ces deux fils doivent être placés de manière que l'Etoile puisse s'y rencontrer au moment de la hauteur ou de la distance au zénit qu'on aura observée avec le quart-de-cercle. Après cela on marquera le point B ; où le fil BD rencontre le plan de l'Horison, & dans la ligne méridienne le point A , sur lequel vient tomber le fil CA . Ensuite ayant pris sur la méridienne tel point que l'on voudra, comme E , on tirera les lignes AB , BE : & ayant divisé une règle en parties égales assez petites, il faudra mesurer les trois côtés du triangle BAE . Ayant ces trois côtés, on cherchera par la Trigonométrie l'angle BAE , & de cette manière on connoîtra l'azimut de l'Astre, qui est ce qu'il falloit trouver. Quand on voit l'horison, il faut se servir d'un instrument plus précis destiné à cet usage, & dont on a publié depuis peu la description.

(Fig. 17.

Par le moyen de la réfraction, on peut expliquer pourquoi le Soleil & la Lune étant vus près de l'Horison, ont une figure ovale. Cela vient de ce que la réfraction élève beaucoup plus leur bord inférieur, qu'elle n'élève le supérieur, en sorte que le limbe supérieur & inférieur semblent se rapprocher l'un de l'autre & font paroître le corps de ces Planètes plus étroit perpendiculairement qu'il n'est en effet. Mais comme la réfraction élève également ceux qui touchent les verticaux, leur distance ne varie point, & le diamètre horizontal ne doit point se rétrécir.

Les rayons du Soleil étant près de l'Horison, font bien plus de chemin dans notre atmosphère que vers le Zénit.

PLANCHE VII

Fig. 17.

Lorsque le Soleil est à l'Horison, les rayons de cet Astre font beaucoup plus de chemin dans l'air, que lorsqu'il est près du Méridien. Soit, par exemple, ABD la Terre, & ECF l'atmosphère terrestre, dont la hauteur est ordinairement estimée de 18 lieues. Soit CA le rayon horizontal, EA le rayon vertical, il est certain que CA est plus long que EA : or voici comment on peut en rendre raison. Supposons, en nombres ronds, que le demi-diamètre

de la Terre *AT* soit de 1400 lieues, & *EA* d'environ 20 lieues : *ET* & *CT* se ont chacun de 1420 lieues, dont le quarré sera égal aux quarrés *TA* & *CA*, & par conséquent si du quarré de *CT* on ôte le quarré de *AT*, il restera le quarré *CA*, c'est-à-dire, si de 2016400 on ôte 1960000, il restera 56400 pour le quarré de la ligne *CA*, dont la racine est 237 $\frac{1}{2}$. Ainsi *CA* est à *EA*, comme 237 $\frac{1}{2}$ est à 20, c'est-à-dire, à très-peu de chose près, comme 12 à 1.

Cela fait voir pourquoi on peut regarder le Soleil levant ou le Soleil couchant, sans que les yeux en soient blessés, au lieu qu'on ne sçauroit le regarder ainsi quand il est au Méridien ; car lorsque le Soleil est à l'Horison, ses rayons traversant un fluide aussi grossier que l'atmosphère, rencontrent une infinité de particules qui voltigent dans l'air, qui les détournent ou les réfléchissent, ce qui affoiblit d'autant le Soleil à l'horison. Mais puisque le Soleil s'affoiblit si fort, en traversant un espace aussi petit qu'est celui de l'atmosphère, il s'ensuit évidemment de là, que si notre atmosphère s'étendoit jusqu'à la Lune, en conservant toujours la même densité, on ne pourroit aucunement voir le Soleil, & encore moins la Lune ou les Etoiles.

On explique ici pourquoi la lumière du Soleil est moins vive à son lever ou à son coucher, qu'à l'heure de son passage au Méridien.

Quoique la réfraction n'ait point été employée par les Anciens dans le calcul des Observations astronomiques, il paroît cependant qu'on n'en ignoroit point la cause dès le XI. siècle *. Mais le premier qui en a publié quelques Observations a été Bernard Walterus de Nuremberg, &

* Voyez ce qui a été écrit à ce sujet dans l'Optique de Al Hayten Auteur Arabe, qui a composé aussi un Traité sur les crépuscules. Vitellion écrivit ensuite sur le même sujet, & cependant ni lui ni Copernic ou plutôt Walterus qui a observé la réfraction, n'ont pas jugé à propos d'en tenir compte dans les Observations astronomiques, soit parce qu'ils n'ont pu parvenir à en découvrir la juste quantité, soit parce qu'elle n'étoit pas même encore assez connue vers l'Horison. Tycho-Brabé y réussit enfin, mais quoiqu'il eût bien déterminé les réfractions horizontales, il a été néanmoins obligé de supposer qu'elles celloient entièrement au quarante-cinquième degré de hauteur.

néanmoins ni lui ni ses Successeurs n'en ont fait aucun usage pour corriger les Hauteurs méridiennes. En 1583 Tycho-Brahé reconnut enfin non seulement qu'elle surpassoit 30' vers l'Horifon, mais encore l'erreur qu'une plus petite réfraction vers 10 à 12 degrés de hauteur, devoit produire dans l'obliquité de l'Ecliptique, lorsqu'on observoit le Soleil à Midi au solstice d'hiver. Ensuite les Expériences qui ont donné lieu à la fameuse regle de Snellius, beaucoup mieux expliquée par Descartes, ayant fait connoître que les angles d'incidence étoient aux angles de réfractions dans un rapport constant*, feu M. Cassini entreprit de s'assurer s'il y avoit encore quelque réfraction au 45^e degré de hauteur, ce qu'il nous assure avoir découvert premièrement avec un Gnomon de 80 pieds de hauteur, ensuite par d'autres Observations faites avec des Quarts de cercles & Sextans garnis de lunettes. Car il faut sçavoir qu'après l'appareil extraordinaire & les sommes presque immenses que Tycho avoit employées à construire les instrumens les plus parfaits, il n'auroit gueres été possible sans la regle dont nous venons de parler, ou sans la découverte qui se fit bientôt après des lunettes qu'on appliqua aux Quarts-de-Cercles, de parvenir à s'assurer s'il y avoit effectivement environ 1' de réfraction à la hauteur du Pole d'Uranibourg. Aussi ne doit-on pas être surpris si la Table de M. Cassini ne fut pas d'abord adoptée. Mais au retour d'un voyage fait en Cayenne par Richer en 1672 la réfraction d'une minute à la hauteur du Pole fut généralement reconnue, & après quelques légères corrections, M. Cassini a publié la Table dont on se sert encore aujourd'hui: cette Table est assez conforme aux moindres réfractions d'Hiver. Dans ce tems-là M. Picard s'aperçut aussi en observant d'abord le So-

* Cette regle n'a gueres lieu à l'égard de notre atmosphère qu'à plus de 20 degrés au-dessus de l'Horifon. Voyez les Tables de MM. Newton, Cassini, &c.

leil à Paris, ensuite au cap de Sette que les réfracti-
 horizontales étoient variables ou inconstantes : on remar-
 qua de plus que les Observations faites en l'Isle de
 Cayenne presque au milieu de la Zone torride, don-
 noient de plus petites réfracti-
 ons qu'en France proche
 l'Horifon ; car on les y a soupçonnées les deux tiers , & un
 peu plus de celles de notre climat. Ces deux dernieres
 découvertes n'ont point été reçues jusqu'en ces derniers
 rems , soit qu'on les ait négligées ou autrement ; jusqu'à
 ce que la même matiere ayant été traitée avec plus de
 soin pendant les deux voyages faits au Nord & au Perou ,
 les réfracti-
 ons ont été constatées par des Observations dé-
 cifives, plus petites pendant l'Eré, comme on peut s'en
 convaincre par ce qui est rapporté dans le Volume de
 l'Acad. de l'année 1739. & dans l'Histoire céleste , &c.
 La Table de M. Bouguer que l'on donne ici , a été con-
 struite pour le niveau de la mer dans la zone torride, l'Au-
 teur ayant d'ailleurs le premier découvert qu'à Quito qui
 est élevé de 1400 toises , les réfracti-
 ons étoient sensible-
 ment plus petites.

TABLE DES REFRACTIONS,

*Construite sur les Observations faites au niveau de la Mer dans la
 Zone Torride.*

Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.	Haut. App.	Réfrac-tions.
D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.	D.	M. S.
0	27. 00	12	3. 31	24	1. 41	36	1. 02	48	0. 40	60	0. 26	72	0. 15
1	20. 31	13	3. 14	25	1. 36	37	1. 00	49	0. 39	61	0. 25	73	0. 14
2	15. 53	14	2. 58	26	1. 31	38	0. 58	50	0. 38	62	0. 24	74	0. 13
3	12. 25	15	2. 48	27	1. 27	39	0. 55	51	0. 36	63	0. 23	75	0. 12
4	10. 05	16	2. 36	28	1. 24	40	0. 53	52	0. 35	64	0. 22	76	0. 12
5	08. 18	17	2. 26	29	1. 20	41	0. 51	53	0. 33	65	0. 21	77	0. 11
6	07. 04	18	2. 17	30	1. 17	42	0. 49	54	0. 32	66	0. 20	78	0. 10
7	06. 05	19	2. 10	31	1. 14	43	0. 48	55	0. 31	67	0. 19	79	0. 09
8	05. 21	20	2. 03	32	1. 10	44	0. 46	56	0. 30	68	0. 18	80	0. 08
9	04. 50	21	1. 57	33	1. 08	45	0. 44	57	0. 29	69	0. 18	90	0. 00
10	04. 20	22	1. 51	34	1. 06	46	0. 42	58	0. 28	70	0. 17		
11	03. 54	23	1. 45	35	1. 04	47	0. 41	59	0. 27	71	0. 16		
12	03. 31	24	1. 41	36	1. 02	48	0. 40	60	0. 26	72	0. 15		

En France la Réfraction a été observée à la hauteur
de $3^{\circ} 46 \frac{1}{2}$ de $12'. 00''$.

Par des Observations réitérées { 4 $42 \frac{2}{5}$ $09. 47 \frac{1}{2}$.
plusieurs années pendant l'Eté } 7 $52 \frac{1}{2}$ $06. 25$

10. 00. 05. 05.

Mais dans les plus grandes chaleurs la Réfraction a paru à la hauteur de $4^{\circ} 42'$ de $9' 20''$. Au lieu que dans les plus grands froids une même Etoile observée au Méridien sous le pôle , à la hauteur de $4^{\circ} 44' \frac{1}{4}$, a donné pour la quantité de la Réfraction $11' 15''$.

Or puisque la Table de M. Newton paroît assez conforme aux Réfractions observées pendant les plus grandes chaleurs de l'Eté, il est d'autant plus convenable de la rapporter ici , qu'en la comparant à celle que M. Bouguer a construite pour la Zone Torride , on peut appercevoir tout d'un coup les différences des réfractions qui conviennent aux deux climats , & cela à chaque degré de hauteur.

T A B L E

DES REFRACTIONS DE M. NEWTON ,

Qui paroît conforme à nos plus grandes chaleurs d'Eté.

Haut. App.	Réfract. M. S.	Haut. App.	Réfract. M. S.	Haut. App.	Réfract. M. S.	Haut. App.	Réfract. M. S.	Haut. App.	Réfract. M. S.	Haut. App.	Réfract. M. S.	Haut. App.	Réfract. M. S.
0. 00	33. 45	6. 00	7. 45	14	3. 31	26	1. 49	38	1. 08	50	0. 45	62	0. 25
0. 30	27. 35	6. 30	7. 14	15	3. 17	27	1. 44	39	1. 06	51	0. 44	63	0. 27
1. 00	23. 01	7. 00	6. 47	16	3. 04	28	1. 40	40	1. 04	52	0. 42	64	0. 26
1. 30	19. 46	7. 30	6. 21	17	2. 53	29	1. 36	41	1. 02	53	0. 40	65	0. 25
2. 00	17. 08	8. 00	6. 00	18	2. 43	30	1. 32	42	1. 00	54	0. 39	66	0. 24
2. 30	15. 02	8. 30	5. 40	19	2. 34	31	1. 28	43	0. 58	55	0. 38	67	0. 23
3. 00	13. 20	9. 00	5. 22	20	2. 26	32	1. 25	44	0. 56	56	0. 36	68	0. 22
3. 30	11. 57	9. 30	5. 06	21	2. 18	33	1. 22	45	0. 54	57	0. 35	69	0. 21
4. 00	10. 48	10. 00	4. 52	22	2. 11	34	1. 19	46	0. 52	58	0. 34	70	0. 20
4. 30	09. 50	11. 00	4. 27	23	2. 05	35	1. 16	47	0. 50	59	0. 32	75	0. 15
5. 00	09. 02	12. 00	4. 05	24	1. 59	36	1. 13	48	0. 48	60	0. 31	80	0. 09
5. 30	08. 21	13. 00	3. 47	25	1. 54	37	1. 11	49	0. 47	61	0. 30	50	0. 00

CHAPITRE VINGT-DEUXIEME.

Où l'on traite des Parallaxes.

COMME les mouvemens diurnes apparens tant des Planetes que des autres Astres se font autour de l'axe de la Terre, & non pas autour de l'œil de l'Observateur qui est à la surface, il est donc nécessaire de reconnoître une inégalité dans la vitesse apparente des corps célestes, puisque nous ne sommes plus au centre de leur mouvement. Car il est évident que si un mobile quelconque parcourt uniformément la circonférence d'un cercle, il ne sçauroit y avoir d'autres points que le centre ou dans l'axe de ce même cercle, d'où l'on puisse observer son mouvement égal & uniforme: il en est de même de tous les Astres que nous observons dans les cieus; leurs lieux apparens, tels que nous les appercevons de la surface, doivent différer de leurs lieux véritables, c'est-à-dire, de ceux que l'on observeroit du centre de la Terre. Or c'est cette différence entre le lieu vrai & le lieu vu qu'on nomme la Parallaxe.

Le mouvement vu d'un corps qui décrit uniformément un cercle, ne sauroit paroître égal ni constant, si l'œil n'est pas au centre ou dans l'axe du cercle.

Soit AB le quart de la circonférence d'un grand cercle tracé sur la surface de la Terre, dont T est le centre: soit aussi en A le lieu de l'Observateur à la surface, & dont le zénit doit répondre au point V du Ciel étoilé: ayant mené le grand cercle de la Sphere VNH , on tirera la ligne AD qui représentera l'Horison sensible. Supposons présentement un Astre en C , c'est-à-dire, dont la distance au centre de la Terre soit TC , il est évident que si l'on observoit cet Astre du centre de la Terre, son vrai lieu paroîtroit au point E du Ciel étoilé; en sorte que l'arc

La Parallaxe, ce que c'est.
 PLANCHE VII
 Fig. 19.

Ggg ij

DE mesurerait sa hauteur au-dessus de l'Horison : ce point *E* est donc le lieu vrai de l'Astre. Mais si du point *A* de la surface l'on observe aussi le même Astre, comme il paroîtra au point *D* de l'Horison, le point *D* étant son lieu apparent, la différence *DE* entre le lieu vrai & le lieu vu ou apparent de l'Astre, fera ce qu'on nomme *la Parallaxe*.

Si l'Astre se trouve plus élevé sur l'Horison comme en *M*, le point *P* fera son vrai lieu, c'est-à-dire, son lieu tel qu'il paroîtroit vu du centre de la Terre : mais le point *N* fera son lieu apparent ou vu par l'Observateur placé en *A* sur la surface, & l'arc *PN* fera sa parallaxe, laquelle est d'ailleurs bien moindre que l'arc *DE*; d'où l'on voit que la parallaxe d'un Astre à l'Horison est la plus grande de toutes, & que plus cet Astre s'élevera sur l'Horison plus elle doit diminuer, jusqu'à s'anéantir totalement lorsque cet Astre parviendra au Zénit. En effet l'Astre étant supposé en *Q*, on doit l'apercevoir, tant du point *T*, que du point *A*, dans une même ligne droite *TV*, en sorte qu'il ne sçauroit y avoir en ce cas aucune différence entre le lieu véritable & le lieu vu ou apparent. Au reste plus un Astre sera éloigné de la Terre, moins sa parallaxe deviendra sensible : ainsi la parallaxe *GD* d'un Astre *F* qui sera plus éloigné de la Terre, est plus petite que la parallaxe de l'Astre *C* qui en est plus proche. On voit par là que la parallaxe est encore la différence entre la vraie distance d'un Astre au Zénit vu du centre de la Terre & sa distance apparente au Zénit vu de la surface; car la vraie distance au Zénit d'un Astre *M* est mesurée par l'arc *VP*, mais sa distance apparente vue du point *A* est mesurée par l'arc *VN*.

Or ces distances sont mesurées par les angles *VTM*, *VAM* compris entre la droite *TV* tirée au Zénit, & les lignes *TM*, *AM* tirées tant du centre que de la surface

Plus un astre est éloigné de la terre, moins sa parallaxe devient sensible.

de la terre à l'astre M , & la différence de ces deux angles est l'angle TMA . Car l'angle extérieur VAM étant égal aux deux intérieurs pris ensemble ATM, TMA , il s'enfuit que TMA est précisément la différence des angles VAM & VTM , & que par conséquent il mesurera l'angle de la parallaxe, puisqu'il est la parallaxe même de l'astre situé en M . En général on peut dire que cet angle est toujours celui sous lequel on doit appercevoir de l'astre, le rayon de la terre qui est tiré au point de la surface qu'occupe l'Observateur; en sorte que quand ce demi-diametre sera vu directement, c'est alors que la parallaxe sera la plus grande. Ainsi la plus grande parallaxe d'un astre doit s'observer lorsqu'il paroît à l'horison, les autres parallaxes du même astre diminuant à mesure qu'il monte sur l'horison, & cela dans un rapport constant, comme on le prouve par le Théoreme suivant.

La parallaxe est toujours l'angle sous lequel on doit appercevoir de l'astre, le demi-diametre de la terre tiré au lieu qu'occupe l'Observateur à la surface.

T H E O R E M E.

Le Sinus de la parallaxe d'un astre est toujours au Sinus de sa distance apparente au Zenit en raison constante, c'est-à-dire, dans la raison du demi-diametre terrestre, à la distance de l'astre au centre de la terre.

La démonstration est fondée sur ce Théoreme si connu dans la Trigonométrie, où l'on prouve que dans le triangle ATM , le Sinus de l'angle AMT , est au Sinus de l'angle TAM ou VAM , comme AT est à TM , c'est-à-dire, dans la raison constante du demi-diametre de la terre, à la distance de l'astre.

Or il suit de-là que le Sinus de la parallaxe d'un astre en C est au Sinus de la parallaxe en M , comme le Sinus de l'angle VAC est au Sinus de l'angle VAM ; c'est pourquoi si l'on connoît une fois la parallaxe à une distance donnée quelconque du Zenit, sa parallaxe sera par

Les parallaxes diminuent dans le rapport des Sinus de la distance apparente de l'astre au Zenit.

conféquent déterminée pour telle autre distance que ce soit de l'astre à l'égard du Zénit.

On peut remarquer ici que si la distance d'un corps céleste à la terre surpasse 15000 demi-diametres terrestres, en ce cas sa parallaxe deviendra tout-à-fait insensible. Car comme dans cette supposition TF seroit à TA comme 15000 est à 1, c'est-à-dire, comme le rayon ou le sinus total est au sinus de l'angle TFA , l'angle de la parallaxe seroit par conféquent d'environ $12''\frac{1}{2}$, ce qui est un si petit angle, qu'il n'est pas étonnant de le voir échapper aux recherches des plus habiles Observateurs.

Si la distance d'un astre au centre de la terre est connue, il est évident qu'on ne doit plus ignorer sa parallaxe; puisque dans le triangle TAC rectangle en A , étant donné le $\frac{1}{2}$ diametre TA de la terre, comme aussi la distance TC , on pourra trouver par la Trigonométrie l'angle ACT , qui fera la parallaxe horisontale de l'astre. Et réciproquement si la parallaxe d'un astre est une fois connue, on déterminera facilement par le calcul Trigonométrique, sa distance au centre de la terre, puisque dans le même triangle que ci-dessus, étant donnés le coté AT , & l'angle ACT , on en pourra déduire la distance TC .

Quand un astre n'a point de mouvement propre ni de parallaxe, sa vraie distance à une Etoile, laquelle est toujours mesurée par l'arc d'un grand cercle de la sphere, doit toujours paroître la même, c'est-à-dire, constante & immuable, à quelque degré d'élevation que ce soit de l'astre sur notre horison. Mais si la parallaxe est sensible, il est évident qu'à différens points du ciel sa distance apparente à l'Etoile nous paroîtra changer continuellement; enforte que si l'on voit d'abord à l'Orient l'Etoile dans un même cercle vertical que l'astre & un peu plus haute, leur distance doit ensuite diminuer à mesure que l'un & l'autre viendra à s'élever: mais au contraire elle doit augmenter si l'Etoile

La Parallaxe fait varier à chaque instant la distance d'un astre aux Etoiles fixes qui l'environnent.

est plus basse, quoique dans l'un & l'autre cas on doive appercevoir du centre de la terre la même distance apparente de l'astre à l'Etoile, & cela en quelque lieu du ciel que ce puisse être. Ainsi les différentes distances de l'astre à l'Etoile que l'on observe de la surface de la terre, ne sont point réelles, mais apparentes.

Supposons qu'au moment que l'astre *C* est à l'horison, on l'aperçoive du centre *T* de la terre, en conjonction avec l'Etoile *E*, le même astre observé du point *A* de la surface, paroîtra dans la même ligne droite, ou en conjonction avec une autre Etoile *D*, de manière que sa distance apparente à l'Etoile *E*, sera mesurée par l'arc *DE*. Ensuite l'astre venant à s'élever sur l'horison comme en *M*, on l'observeroit encore du centre de la terre en conjonction avec l'Etoile *E*, laquelle occupe pour lors le point *P*; & cependant du point *A* de la surface on verra l'astre au point *N*, c'est-à-dire, bien moins éloigné de la première Etoile que lorsqu'on l'observoit à l'horison. C'est pourquoi le même astre ne paroîtra plus en conjonction avec la seconde Etoile *D*, mais il en sera écarté de tout l'arc *Nd*, puisqu'on a toujours *Pd* égal à *ED*. On doit donc inférer de tout ce que nous venons de dire, que si un astre quelconque paroît occuper constamment à quelque degré de hauteur que ce soit sur l'horison, la même distance parmi les Etoiles fixes, en sorte que les arcs de distance à chaque Etoile soient toujours les mêmes, on peut être assuré par-là que cet astre n'a aucune parallaxe sensible. Il y a plus, si sa distance aux Etoiles varie en effet, mais si l'on n'y apperçoit d'autre variation que celle qui convient à son mouvement propre, on peut dire de même que cet astre ne sçauroit avoir de parallaxe sensible. Enfin si l'astre paroît s'approcher ou s'éloigner plus ou moins de quelque Etoile, qu'on ne le doit supposer ayant égard à son mouvement propre, la différence qui en résulte sera l'effet de sa parallaxe.

Différentes
especes de Pa-
rallaxes.

Quoique nous n'ayons gueres considéré jusqu'ici que la parallaxe d'un astre dans un cercle vertical, cependant comme il en résulte un changement sensible relativement aux autres cercles de la sphere, il en faut conclurre que ses longitudes, latitudes, ascensions droites, & déclinaisons apparentes, paroîtront un peu différentes de la véritable, c'est-à-dire, de celle qu'on observeroit du centre de la terre; ainsi nous allons exposer les quatre especes de parallaxes qui sont principalement en usage parmi les astronomes.

PLANCHE VII
Fig. 20.

Soit l'horison HO dont le pole est en V , soit aussi $E Q$ l'écliptique & son pole en P , il faut imaginer un cercle vertical VA qui passe par l'astre dont le vrai lieu est en C . Si le lieu apparent du même astre est au point D , c'est-à-dire, toujours dans le même vertical, mais un peu plus éloigné du Zénit, il est évident que l'arc DC sera la parallaxe de hauteur. Tirant donc par le pole P de l'Écliptique, & par le vrai lieu de l'Etoile, un cercle secondaire ou de latitude PCG , le point G sera le lieu de l'astre réduit à l'écliptique, en sorte que le point G ainsi déterminé, désignera sa vraie longitude; mais si l'on fait encore passer par le lieu vu D de l'astre, un cercle de latitude PDH qui rencontre l'écliptique au point H , ce dernier point sera le lieu vu de l'astre réduit à l'écliptique; de maniere que l'arc de l'écliptique GH , compris entre les deux cercles de latitude qui passent & par le lieu vrai de l'astre, & par son lieu vu ou apparent, sera ce qu'on nomme la *Parallaxe en longitude*. Enfin la vraie latitude de l'astre, qui est en C , étant mesurée par CG , & la latitude apparente du même astre, vu en D , étant mesurée par DH , la différence CN de ces deux arcs, sera la *Parallaxe en latitude*.

La parallaxe
de longitude,
ce que c'est.

La parallaxe
de latitude.

Il peut aussi arriver que l'astre se rencontrera dans un cercle vertical qui coupe l'écliptique au 90° degré depuis l'Orient, c'est-à-dire, que le cercle vertical sera perpendiculaire

perpendiculaire à l'écliptique, comme cela se voit au point *c* du cercle *VE*: or en ce cas l'astre n'aura aucune parallaxe en longitude, puisque le cercle *VE* coupant l'écliptique à angles droits, doit nécessairement passer par ses poles, & qu'ainsi il n'y a qu'un seul & unique cercle de latitude à imaginer pour réduire & le lieu vu, & le vrai lieu de l'astre, au même point de l'écliptique. Car ces deux points doivent se confondre, de même que la parallaxe de latitude ne doit plus différer de la parallaxe de hauteur.

On distingue aussi les Arcs ou parties de l'écliptique en orientales & occidentales. La partie ou le Quart oriental est celui qui est compris entre le nonantieme degré, & le point de l'écliptique qui se leve. Le Quart occidental est celui qui est compris entre le nonantieme degré, & le point de l'écliptique qui se couche: cette distinction a fourni la regle suivante; sçavoir, que lorsqu'un astre répond au Quart oriental de l'écliptique, sa longitude apparente surpasse la vraie; cela est évident, puisque l'effet de la parallaxe est d'abaisser vers l'horison, & par conséquent vers l'Orient un astre qui se leve. Dans la Figure le point *H* désigne le lieu vu ou apparent de l'astre réduit à l'écliptique, lequel est plus oriental que le point *G*, qui répond au vrai lieu. Mais si au contraire l'astre est dans le Quart occidental de l'écliptique, sa longitude apparente sera plus petite que la vraie, parce que dans cette situation, l'effet de la parallaxe est d'abaisser l'astre vers l'Occident.

Pour expliquer les parallaxes d'ascension droite & de déclinaison, supposons présentement que le cercle *EQ* soit l'équateur, *P* le pole, *PVH* le Méridien, *VCA* un cercle vertical qui passe par l'astre, dans lequel *C* soit son vrai lieu, *D* son lieu vu ou apparent; & soient encore *PCG*, *PDH* des cercles secondaires de l'équateur ou cercles de déclinaisons qu'on aura fait passer par le lieu vrai & le lieu vu de l'astre, & qui rencontreront l'équa-

La parallaxe
d'Ascension
droite.

La parallaxe
de déclinaison.

teur en G & H . Il est évident que le point G fera connoître la vraie ascension droite de l'astre, & le point H l'ascension droite apparente, & qu'ainsi la distance GH sera la *Parallaxe d'Ascension droite*. De même la vraie déclinaison de l'astre étant CG , & DH la déclinaison apparente, la différence NC sera la *Parallaxe en déclinaison*. Que si l'astre est à l'Orient du Méridien, son ascension droite apparente sera plus grande que la vraie; & au contraire elle sera plus petite si l'astre est à l'Occident. En un mot il n'y a plus de parallaxe d'ascension droite au Méridien, parce qu'en ce cas on n'a qu'un seul & même cercle de déclinaison qui passe par le lieu vrai & par le lieu apparent de l'astre; & d'aurant que le Méridien est un cercle vertical, la parallaxe de déclinaison est alors la même que celle de hauteur.

Les Astronomes ont imaginé différentes méthodes pour découvrir les Parallaxes des astres, & par conséquent leurs distances à la terre; ce qui est absolument nécessaire si l'on veut avoir une juste idée de l'étendue & de la grandeur du monde. Voici donc la plupart des méthodes qui ont été publiées à cette fin.

Première Méthode de découvrir les parallaxes.

PLANCHE
VIII.

Fig. 1.

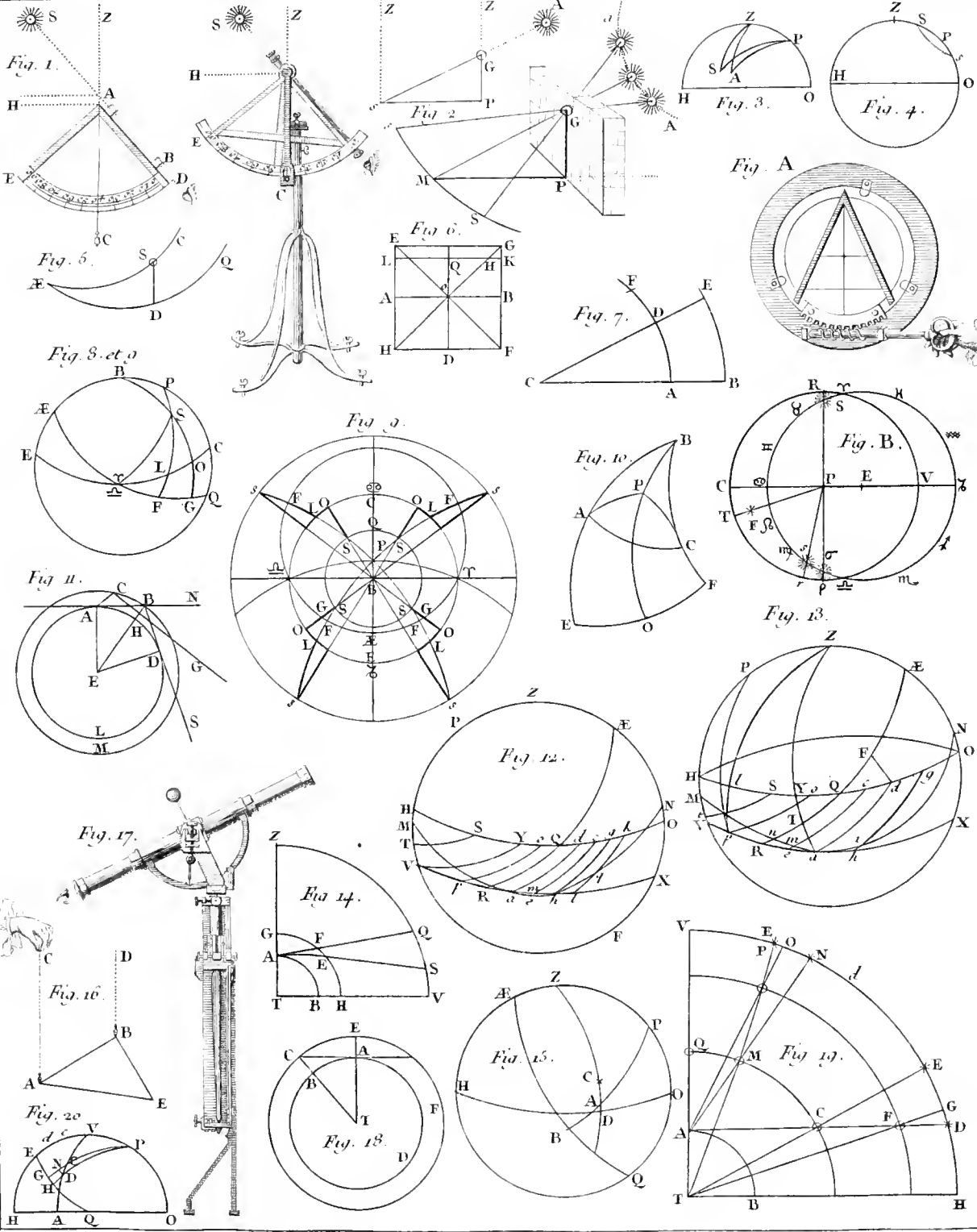
On observera premièrement l'instant auquel un astre paroît dans un même cercle vertical avec deux Etoiles fixes. Soit donc VB le cercle vertical où paroissent, tant l'astre S dont le lieu vu est E , que les deux Etoiles C & D : il est certain que si cet astre n'a point de mouvement propre, sa situation à l'égard des Etoiles fixes doit être constamment la même, en sorte qu'en quelque endroit du Ciel que ce soit, son vrai lieu doit toujours demeurer dans une même ligne droite avec les deux Etoiles fixes C & D . On observera donc quelques heures après la position de l'astre à l'égard des deux Etoiles, c'est-à-dire, on attendra qu'au lieu d'appercevoir les trois objets dans un même vertical, ils paroissent autant qu'il sera possible dans une

ligne horizontale. Ainsi soient pour la seconde fois les deux Etoiles fixes en c & d , & le lieu vu de l'astre en e : son lieu vrai doit être nécessairement dans la ligne qui passe par les deux Etoiles fixes c & d ; c'est pourquoi si l'on observe les distances au Zénit, tant de l'astre que des Etoiles fixes, sçavoir, dV & eV , & si l'on mesure de plus la distance de du lieu vu e , à l'Etoile fixe d , comme aussi la distance dc des deux Etoiles, on pourra connoître facilement la parallaxe. Car le vrai lieu de l'astre doit être dans le cercle vertical Ve , qui passe par le lieu vu ou apparent de l'astre; mais puisqu'il doit être aussi dans l'arc dc qui joint les deux Etoiles fixes, l'interfection commune s de ces deux arcs, sera par conséquent le vrai lieu que l'on cherche, & partant l'arc es fera la parallaxe de hauteur. Or dans le triangle dVc on connoît tous les côtés; on connoitra donc l'angle Vdc . De même dans le triangle dVe on connoît les trois côtés; ainsi l'on découvrira la valeur de l'angle dVe ou dVs : enfin dans le triangle dVs connoissant le côté dV , qui est la distance observée de l'Etoile au Zénit, comme aussi les angles dVs , Vds dont on vient de chercher la valeur, on aura par conséquent le côté Vs , qui étant retranché de Ve , le reste se sera la parallaxe de hauteur.

La parallaxe se peut encore découvrir plus facilement de la maniere suivante. On observera l'instant auquel un astre est vu du côté de l'Orient dans un même vertical avec une Etoile fixe, & l'on mesurera dès-lors leur distance. Ensuite quand l'astre & l'Etoile reparoîtront vers l'Occident, à même hauteur sur l'horison qu'au moment de la premiere observation, on mesurera encore la distance de l'astre à l'Etoile, & la différence des deux distances sera à très-peu de chose près la parallaxe que l'on cherche. Soit l'horison HO , V le Zénit, VB le cercle vertical où l'on a observé d'abord l'astre en E , & l'Etoile en

H h h ij

Seconde
Méthode.
PLANCHE
VIII.
Fig. 2.



D : soit aussi *S* le vrai lieu de l'astre , & par conséquent *SE* sa parallaxe , il est clair que la différence des hauteurs observées de l'astre & de l'Etoile *DE* , sera leur distance apparente. Si l'on observe ensuite l'Etoile en *d* , & le lieu vu ou apparent de l'astre en *e* à une même distance du Zénit , on voit d'abord que la distance observée *de* de l'astre & de l'Etoile fixe , sera égale à très-peu de chose près , à leur vraie distance ; car soit le vrai lieu de l'astre en *s* , comme il arrive presque toujours que la parallaxe *se* est très-petite , relativement à l'arc *Ve* , il s'ensuit que *sd* , *ed* seront à très-peu près de même grandeur ; ce que l'on peut supposer avec d'autant plus de certitude , que quand même l'arc *se* seroit d'un degré , (ce qui est la plus grande parallaxe de hauteur qu'on puisse observer dans tous les astres qui ne sont point au-dessous de la Lune) les arcs *de* *ds* différeroient à peine d'une minute. Mesurant donc avec quelque instrument la distance *de* , on connoîtra par conséquent *ds* qui lui est presque égal. Mais *ds* est égal à *DS* , qui est la vraie distance de l'astre à l'Etoile au tems de la première observation. Si l'on retranche donc de *DS* l'arc observé *DE* , le reste *SE* sera la parallaxe de l'astre lorsqu'il paroîtroit au point *E*.

Troisième
Méthode.
PLANCHE
VIII.
Fig. 3.

On peut encore connoître la parallaxe d'un astre en observant son Azimut , sa distance au Zénit & le tems écoulé entre cette première observation & l'heure de son passage au Méridien. Car soit *HVO* le Méridien , *V* le Zénit , *P* le pôle : soit aussi *HO* l'horison , *VB* le cercle vertical qui passe par le lieu vrai *S* & par le lieu apparent *E* de l'astre. On fera passer aussi par chacun de ces points *S* , *E* les cercles de déclinaison *PS* , *PE* , & l'on observera l'azimut *BO* de l'astre , ou l'angle *BVO* de la même manière qu'on l'a enseigné ci-devant lorsqu'il s'agissoit pour trouver la réfraction , de connoître l'azimut des Etoiles : il faudra mesurer aussi en même tems la distance

apparente VE de l'astre au zénit, & sur-tout ne pas négliger de remarquer les heures, minutes, secondes, &c. indiquées au même instant à la pendule. Ensuite on attendra que l'astre arrive au Méridien, & l'on aura soin de marquer encore fort exactement le moment de son passage, soit en l'observant à la pendule, soit en déterminant la hauteur sur l'horison de quelque belle Etoile*, dont la position soit donnée, &c. Car l'intervalle de tems écoulé entre l'observation de l'astre dans le cercle vertical, & son passage au Méridien étant converti en degrés, minutes, &c. de l'équateur, donnera la valeur de l'arc EC de l'équateur qui sera la mesure de l'angle VPS : c'est pourquoi dans le triangle VPS , connoissant le côté VP distance du zénit au pôle, comme aussi les angles VPS , PVS , on aura donc l'arc VS qui sera la vraie distance de l'astre au zénit, laquelle étant retranchée de la distance observée VE , le reste ou la différence SE sera la parallaxe de hauteur.

Il faut bien remarquer que pour convertir le tems en degrés & minutes, &c. de l'équateur, où il faut se servir de la Table construite pour les heures, minutes, &c. du premier mobile, lesquelles sont d'une durée un peu moins longue que les heures solaires moyennes, puisqu'une révolution du ciel étoilé s'acheve en bien moins de tems que celle du Soleil; & cela suppose comme l'on voit, qu'à chaque révolution des Etoiles fixes, la pendule parcourre 24 heures, & que dans cet état elle avance chaque

Comment il faut réduire le tems en degrés, &c.

* On peut remarquer ici que Tycho, Hevelius, &c. qui n'avoient pas d'horloges assez exactes, se sont presque toujours servis, avant l'invention des Pendules à secondes, des hauteurs d'Etoiles observées avec leurs meilleurs Quarts-de-cercles, & cela aux environs du 1^{er} vertical; car comme elles y montent ou descendent fort vite, cette observation leur donnoit le tems vrai, en supposant l'ascension droite du Soleil connue. Ce qui est aisé à concevoir, puisqu'il ne s'agit que de résoudre un triangle dont on connoit les trois côtés, sçavoir, la distance de l'Etoile au Zénit, sa distance au pôle, & la distance du Zénit au pôle; car l'angle au pôle étant connu par-là, l'ascension droite du milieu du ciel leur étoit donnée, & par conséquent l'heure ou la distance du Soleil au Méridien.

jour d'environ 4' sur le tems vrai ou apparent ; cette maniere de compter le tems, quoiqu'assez incommode, a pourtant cet avantage, que les Etoiles fixes doivent passer chaque jour au Méridien à la même heure, si la pendule a été bien réglée. Il n'en est pas de même si la pendule est à l'ordinaire accommodée au moyen mouvement du Soleil, enforte qu'elle parcourre 24 heures à chaque révolution moyenne du Soleil ; car dans cet état de la pendule, les Etoiles passant chaque jour 3' 56" trop tôt, ou accélérant leur passage d'environ deux heures par mois, &c. il est évident qu'au lieu de compter 15° 0' 00" pour chaque heure de tems écoulé à la pendule, comme dans le cas ci-dessus, il est nécessaire d'avoir recours à une autre Table construite, sur ce principe que 23^h 56' 04" répondent à 360° 00' 00". Or dans cette supposition on doit compter sur l'équateur pour chaque heure de tems écoulé à la pendule, 15° 02' 27" 51"', & ainsi de suite proportionnellement.

Quatrieme
Méthode.
PLANCHE
VIII.
Fig. 4.

Soit HO un arc de l'horison, AM le Méridien, P le pole, V le zénit, E le lieu apparent de l'astre, dont on aura observé la distance au zénit VE , quelques heures avant son passage au Méridien. Soit aussi S le vrai lieu de l'astre, SE sa parallaxe. Supposons qu'ayant marqué le tems de la pendule auquel l'astre se trouvoit en E , on ait observé dans le même instant son azimut $EV M$, on pourra de même après le passage de l'astre au Méridien, réitérer une semblable opération lorsqu'il reparoîtra à la même distance Ve du zénit : sur quoi il est à remarquer que puisque les distances apparentes de l'astre au zénit sont égales dans l'un & l'autre cas, les vraies distances VS, Vs , seront par conséquent égales entr'elles. Or puisque le tems écoulé entre la première & la seconde observation est connu, si on le réduit en degrés, minutes, &c. de l'équateur, on aura par conséquent l'angle SPs , dont la

moitié est SPV : c'est pourquoi dans le triangle SPV étant donnés les angles SPV , SVP complément de l'azimut à 180° . ou au demi-cercle, comme aussi le côté VP distance du zénit au pôle, on pourra connoître l'arc VS qui fera la vraie distance de l'astre au zénit, lequel étant retranché de l'arc VE qui est la distance observée, le reste SE fera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

On voit aisément que cette quatrième méthode revient à la précédente, puisque dans l'un & l'autre cas, il n'est question que de découvrir l'angle au pôle compris entre le Méridien & le cercle horaire qui passe par le point S du vertical situé à l'Orient, c'est-à-dire, où l'on a fait la première observation. Comme l'*instrument des Passages* dont on a déjà parlé ci-devant, peut donner exactement les verticaux * à chaque instant, & qu'il pourroit se faire que le Méridien ne seroit pas encore connu, principalement si l'astre observé passe entre le zénit & le pôle, & s'il n'est visible que du côté du Nord, la quatrième méthode peut en ce cas suppléer à la troisième. Car la parallaxe ou la distance d'une Comète observée dans une même nuit, & dans un tems où elle passeroit fort proche de la terre, seroit ainsi connue, au lieu qu'il faut supposer plusieurs tentatives & des opérations réitérées avant que de découvrir le point de l'horison du côté du Septentrion qui répond au Méridien ; ce qui semble exiger un intervalle de plusieurs jours avant qu'on y puisse diriger bien exactement la lunette de l'instrument des passages.

Il se présente d'abord deux méthodes assez simples pour découvrir le point de l'horison, tant du côté du Nord que du Midi, où l'on doit fixer la lunette de l'instrument des

PLANCHE VII
Fig. 17.

La III^e. & IV^e. Méthode pourroient être d'un grand usage pour déterminer la parallaxe du Soleil, si l'on venoit à observer celle d'une Comète qui auroit un mouvement apparent très-rapide, comme il est arrivé en 1472.

* Pour faire usage de cet instrument, il est avantageux de pouvoir découvrir des objets fort éloignés dans l'horison ; car il est évident que si l'on y a reconnu deux ou plusieurs points, qui répondent exactement aux verticaux qu'on aura fait parcourir chaque fois au fil du milieu de la lunette, on pourra mesurer ensuite avec un Quart-de-cercle, de deux à trois piés de rayon, l'angle que forment entr'eux ces memes objets ou points fixes de l'horison.

PLANCHE
VIII.
Fig. 4.

passages , pour qu'elle parcourre le plan du Méridien. La première consiste à observer les deux instans marqués à la pendule, auxquels une Etoile paroît à mêmes hauteurs correspondantes, ou à mêmes distances du zénit VS, Vs ; car le milieu du tems écoulé sera l'heure qu'a dû marquer la pendule au moment que l'Etoile passoit au Méridien. Donc si ayant dirigé la lunette de l'instrument à l'endroit où l'on soupçonne que doit passer le Méridien, il arrive que l'Etoile se trouve dans le filet vertical de cette lunette, précisément au même instant que celui qui résulte en prenant un milieu entre les deux tems des hauteurs correspondantes, il sera vrai de dire en ce cas, que la lunette étoit dirigée au Méridien, & que par conséquent en plongeant, l'objet qu'on remarquera dans l'horison, soit au Nord, soit au Midi, sera celui qui doit indiquer le vrai point par où passe la Méridienne du lieu. Mais s'il y a quelque différence entre le passage observé, & celui qui aura été conclu, il faudra avoir égard à cette différence, & tourner l'instrument peu à peu, soit à l'Orient, soit à l'Occident, en réitérant la même opération que ci-dessus, jusqu'à ce que cette différence tantôt plus ou moins grande s'anéantisse, & qu'ainsi le passage au fil de la lunette soit le même que celui qu'on aura déduit des hauteurs correspondantes. L'autre méthode se peut pratiquer lorsqu'on n'a point de Quart-de-cercle pour observer les hauteurs correspondantes, ou les distances au zénit VS, Vs : elle suppose seulement qu'on puisse découvrir les deux points de l'horison diamétralement opposés du Nord & du Midi, & que le mouvement de la pendule soit bien uniforme pendant vingt-quatre heures ; car si l'on dirige la lunette de l'instrument des passages à l'endroit qu'on soupçonne être à peu près le Méridien, & si l'on observe trois fois de suite en vingt-quatre heures le passage d'une Etoile qui ne se couche point, c'est-à-dire, une fois du côté du

Midi

Midi , par exemple , & une fois du côté du Nord ; il est évident que cette lunette ne sera véritablement dirigée au Méridien , que quand les intervalles des passages , pris deux à deux & qui font de douze heures , paroîtront égaux de part & d'autre : car hors ce cas-là , une demi-révolution de l'Etoile surpassera l'autre , & partant la lunette de l'instrument des passages sera tournée un peu trop à l'Orient ou à l'Occident à l'égard du Méridien. Soit dans la Sphere P le pole élevé , celui de Paris , par exemple , à $48^{\circ} 51'$, Z le zénit , Cc le parallele que parcourt une Etoile telle que seroit α de la chevre , qui ne se couchant point , paroît au Méridien dans son plus grand abaissement sous le pole à la hauteur de $4^{\circ} \frac{2}{3}$. Dans les triangles sphériques ZPC , ZPc , les côtés ZP , CP ou cP , sont constans : de plus si l'on suppose aussi qu'en Z , l'angle formé par le vertical que parcourt la lunette (avant qu'elle soit dirigée au Méridien) soit aussi le même dans les deux cas , comme d'un tiers de minute ; alors l'angle en C ou c , sera constant. Mais la variation de l'angle en P sera très-différente dans ces deux triangles , puisque dans le premier cas , l'angle en Z sera plus grand que l'angle en P , Z étant l'angle extérieur du triangle ZCP : au contraire ce sera l'angle en P qui deviendra extérieur dans l'autre triangle ZcP , & comme l'angle Z est celui qu'on suppose toujours le même , il doit donc être plus petit que l'angle cPm du cercle horaire & du Méridien. La différence des angles en P devient très-sensible dans les observations , quand même la lunette de l'instrument décriroit un vertical qui ne s'éloigneroit dans l'horison que d'un arc de $20''$ à l'égard du Méridien ; car si l'on abaisse les deux cercles perpendiculaires CM , cm sur le Méridien , comme on suppose ici que l'angle en Z des triangles rectangles CMZ , cmZ est toujours le même , les tangentes des côtés MC , mc , doivent donc varier en même raison que

PLANCHE
VIII.
Fig. A.

* *Trigon. Sph.*
prop. 27. voyez
aussi la septie-
me formule
pour les Trian-
gles rectan-
gles.

les sinus * des côtés MZ , mz , c'est-à-dire, que si l'on suppose les distances au zénit de l'Etoile α de la chevre de $3^{\circ} 3' \frac{1}{2}$ & de $85^{\circ} 26' \frac{1}{2}$, la variation des côtés MC , mc , sera à peu près comme 1 est à $18 \frac{1}{2}$; d'où l'on voit que si l'angle MPc a pour mesure un arc de l'équateur de $1'' \frac{2}{3}$ l'angle mPc sera mesuré par un arc d'environ $30''$, ce qui répond à deux secondes de tems à la pendule, & donnera par conséquent une demi-révolution de près de $4''$ plus longue que l'autre.

Cinquieme
 Méthode.

Comme les deux dernieres méthodes que nous venons d'expliquer supposent que l'on connoisse les azimuts, ce qu'il n'est peut-être pas toujours possible d'exécuter faute d'un lieu commode, nous allons expliquer ici comment on peut découvrir la parallaxe sans observer l'azimut, l'azimut pouvant se déduire en même tems qu'on calcule les ascensions droites vraies & apparentes. Pour cet effet il faut déterminer soigneusement les distances de l'astre à deux Etoiles fixes, dont les positions, & par conséquent les ascensions droites soient connues, pour en conclure l'ascension droite vue ou apparente de l'astre: on y procédera de la même maniere qu'on peut calculer sa longitude suivant la méthode expliquée ci-dessus, *page 396*. Ensuite lorsque cet astre passera au Méridien, il faut mesurer encore sa distance aux mêmes Etoiles fixes, & par-là on connoitra pour lors, suivant la même méthode, son ascension droite vraie, c'est-à-dire, le point où le cercle de déclinaison qui passe par le vrai lieu de l'astre, doit rencontrer l'équateur.

PLANCHE
 VIII.
 Fig. 5.

L'ascension droite apparente de l'astre, observé dans le cercle vertical VB , étant donnée aussi-bien que le point de l'équateur qui passe en même tems au Méridien, on aura par conséquent l'angle VPE ; c'est pourquoi dans le triangle VPE étant donnés les côtés VP , VE aussi-bien que l'un des angles opposés VPE , on pourra connoître par

conséquent l'angle PVE , qui fera l'angle azimutal. D'un autre côté étant donnée l'ascension droite vraie de l'astre, observée dans le Méridien, & partant le point de l'équateur qui a dû y passer au même instant, on aura par conséquent l'angle VPS : ainsi dans le triangle VPS étant donnés les deux angles PVS , VPS , & le côté VP , on pourra découvrir enfin la valeur du côté VS , qui fera la vraie distance de l'astre au zénit, laquelle étant retranchée de la distance apparente VE , le reste SE fera la parallaxe de hauteur.

Il est important lorsqu'on veut bien connoître les ascensions droites des astres, d'y employer quelque méthode plus précise que celle des tems écoulés à l'horloge à pendule: cela est évident * surtout si l'on veut tenter quelque opération délicate; car l'erreur d'une seconde de tems dont on pourroit s'être trompé, soit en comptant, soit dans les passages observés de l'astre & de l'Etoile aux fils de la lunette, en produit une de 15 secondes de degrés dans les ascensions droites, & cela à raison de 24^h . pour 360° .

Si l'on n'a pas la commodité d'observer les passages au Méridien, il faudra recourir à d'autres observations faites à pareilles distances vers l'Occident, ce qui suppose qu'on observe avec un Quart-de-cercle les mêmes hau-

Les parallaxes presque insensibles du Soleil, de Mars ou de Venus, ne doivent pas être recherchées, en employant les ascensions droites, déduites des tems écoulés à la pendule.

* Ceux qui les premiers ont recherché les parallaxes de Mars & de Venus en y employant des différences en ascension droite observées, se sont bien donné de garde de publier tout le détail de leur observation, puisqu'il doit s'ensuivre nécessairement que les observations même pourroient donner des différences en sens contraire à ce qui a été conclu au sujet de la parallaxe. Or de toutes les méthodes publiées par Diggeséus, & les Tichoniciens, la meilleure & celle qu'il auroit été le plus à propos de pratiquer jusqu'ici dans la recherche des parallaxes de Mars Achronique, c'est, à ce qu'il semble, la dernière qu'on vient de proposer: & c'est aussi celle que Kepler avoit tentée le premier sur les observations de Tycho; mais comme il est trop difficile de mesurer exactement la distance de l'astre à celle des deux Etoiles qui est occidentale ou orientale, & cela à cause du mouvement diurne, il faudroit, pour y réussir, que la lunette garnie d'un bon microscope, fût montée sur l'instrument astronomique de M. Graham (décrit dans l'optique de Smith) & de plus qu'une grosse horloge fit mouvoir uniformément cette machine d'Orient en Occident, pour lui faire suivre l'astre & l'Etoile fixe, lorsqu'on les auroit placés sous les fils.

teurs apparentes de l'astre, tant à l'Orient qu'à l'Occident, comme on l'a proposé dans la quatrième méthode. Il est évident par-là que pour connoître la vraie ascension droite de l'astre, on pourra se dispenser, s'il y a quelque obstacle, de l'observer dans le Méridien. Ainsi prenant la distance de l'astre à deux Etoiles lorsqu'il est du côté de l'Orient, on en déduira par conséquent son ascension droite vue ou apparente, laquelle excédera l'ascension droite véritable à cause de la parallaxe qui abaisse nécessairement cet astre vers l'Orient. On mesurera de même la distance de l'astre aux Etoiles fixes, lorsqu'étant du côté de l'Occident il reparoîtra à même hauteur sur l'horison; ce qui donnera son ascension droite apparente, qui dans ce second cas doit être plus petite, ou différer d'autant de la véritable, qu'elle a paru la surpasser au moment de la première observation. Car du côté de l'Occident, comme la parallaxe abaisse l'astre vers l'horison, elle doit l'écartier autant de son vrai lieu, quoiqu'en sens contraire, qu'à pareille hauteur du côté de l'Orient. Si l'on prend donc la moitié de la différence de ces deux ascensions droites apparentes, & si on l'ajoute à la plus petite ascension droite observée, ou bien si on la retranche de la plus grande, l'on aura l'ascension droite vraie, & par conséquent le point ou le cercle de déclinaison qui passe par l'astre, rencontre l'équateur. D'ailleurs comme au moment de la première observation on a pu calculer le point $\mathcal{A}E$ de l'équateur qui passoit au Méridien, c'est-à-dire, l'ascension droite du milieu du ciel, on connoîtra donc l'arc $\mathcal{A}C$ qui est la mesure de l'angle $\mathcal{A}PC$: c'est pour quoi dans le triangle $\mathcal{V}PS$ étant donné le côté $\mathcal{V}P$, comme aussi les angles PVS , $\mathcal{V}PS$, on trouvera comme ci-devant la distance $\mathcal{V}S$ de l'astre au zénit, qui étant retranchée de l'apparente, le reste SE sera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

PLANCHE
VIII.
fig. 3.

L'une des plus faciles, & peut-être celle dont on a fait le plus d'usage de toutes les Méthodes de découvrir les parallaxes, c'est de rechercher comme il suit la parallaxe d'ascension droite : on se servira pour cet effet d'une lunette ayant au foyer commun de ses deux verres convexes un réticule garni de fils inclinés à 45° , ou bien si c'est pendant la nuit, de petites lames, ainsi qu'il a été exposé assez au long au Chap. XIX. Supposons, par exemple, qu'on se serve comme autrefois du Réticule garni de cheveux inclinés à 45° , on disposera tellement la lunette, que l'astre puisse parcourir exactement le fil AB , c'est-à-dire, en sorte que son mouvement apparent soit conforme à la direction de ce fil. Or en ce cas AB représentera un parallèle à l'équateur *, & le fil CD un Méridien ou Cercle horaire. Ensuite on déterminera l'instant auquel l'astre passe au fil horaire CD , & ayant attention que la lunette demeure immobile, on observera aussi l'instant auquel une Etoile fixe qu'on sçait à peu près avoir la même déclinaison, arrivera au même fil ou cercle horaire. Car si l'ascension droite de cette Etoile est connue, il est évident qu'en convertissant en degrés, minutes, &c. l'intervalle de tems écoulé entre les passages de l'astre & de l'Etoile fixe, on aura par conséquent l'ascension droite apparente de l'astre, puisqu'on sçait la différence entre l'ascension droite de l'Etoile, & l'ascension droite apparente de l'astre. Cette opération doit être faite autant qu'il sera possible, vers le cercle de six heures; & par conséquent pour retirer tout l'avantage qu'on peut espérer de cette méthode, il faut dans la sphaere oblique, que l'astre ait au moins quelques degrés de déclinaison septentrionale. Mais

PLANCHE
VIII.
Fig. 6.

* Ceci n'est exactement vrai que quand l'astre est dans l'équateur & aux environs du Méridien; car si l'astre décline beaucoup vers l'un ou l'autre pôle, ou s'il est bien éloigné du Méridien & sujet aux grandes réfractions, à mesure qu'il s'approche de l'horizon, alors ou il sera impossible de faire parcourir le fil de la lunette à l'astre, ou il pourroit paroître le parcourir, sans qu'on en pût conclurre pour cela, que ce fil représente un parallèle à l'équateur.

lorsque l'astre & l'Etoile passeront au Méridien, si l'on réitére la même opération, il résultera pour lors la vraie ascension droite de l'astre observé, puisqu'au Méridien il n'y a plus de parallaxe d'ascension droite, & que par conséquent l'ascension droite vraie de l'astre, est pour lors la même que l'apparente. On aura donc ainsi le point de l'équateur qui est coupé par le cercle de déclinaison qui passe par le vrai lieu de l'Etoile; c'est pourquoi étant données l'ascension droite vraie, & l'ascension droite apparente de l'astre, on connoîtra par conséquent leur différence, qui fera la parallaxe d'ascension droite, ou l'angle SPE que l'on cherche.

PLANCHE
VIII.
Fig. 5.

La *Parallaxe d'ascension droite* étant connue, voici comme on peut déterminer la *Parallaxe de hauteur*, & par conséquent la parallaxe horisontale. Comme on connoît l'ascension droite apparente de l'astre, comme aussi le point de l'équateur qui a passé au Méridien au tems de la première observation, on aura par conséquent l'arc de l'équateur compris entre le Méridien & le lieu apparent de l'astre. Cet arc fera la mesure de l'angle VPE ; c'est pourquoi dans le triangle VPE étant donnés les côtés VP , VE (par l'observation de la hauteur du pole & de celle de l'astre, ou autrement,) connoissant aussi l'angle VPE , on aura par conséquent la valeur de l'angle PVE : mais si de l'angle VPE on retranche l'angle SPE , qui est la parallaxe d'ascension droite observée, on aura par conséquent l'angle VPS ; & partant dans le triangle VPS étant donnés les angles PVS , VPS , & le côté VP , on connoîtra par conséquent le côté VS qui fera la vraie distance de l'astre au zénit, laquelle étant retranchée de la distance apparente VE , la différence SE fera la parallaxe de hauteur, qu'on réduira facilement à la parallaxe horisontale par l'analogie du Théoreme qu'on a démontré au commencement de ce Chapitre. Le calcul sera beaucoup plus simple si l'on veut

se servir des analogies de M. Cotes , c'est-à-dire , en considérant que dans le triangle *VPE* le côté *VP* , & l'angle *PVE* sont constans , d'où il sera facile de conclurre la petite variation *SE* du côté *VE* , puisqu'on connoît *SPE* , ou celle de l'angle *VPE* , qui est la parallaxe d'ascension droite.

Jusqu'ici on a supposé que l'astre n'avoit pas de mouvement propre dans l'intervalle de tems écoulé entre les observations : mais comme on ignore si son ascension droite , par exemple , ne pourroit pas changer continuellement par cette seule raison , à moins que le mouvement propre de l'astre ne se fit selon un cercle horaire ou de déclinaison , (comme cela paroît possible à l'égard de certaines Comètes) , ce qui est un cas fort rare ; il est à propos d'expliquer ici comment on doit avoir égard à ce mouvement : cela est fort simple , si l'on a soin d'observer deux jours de suite la vraie ascension droite de l'astre à l'heure de son passage par le Méridien. Car comme au Méridien il ne sçauroit y avoir de parallaxe d'ascension droite , il est évident de-là que la différence entre les ascensions droites observées deux jours de suite au Méridien , donnera précisément la variation qui convient au mouvement propre de l'astre ; d'où il sera aisé de conclurre le vrai mouvement horaire qui appartient à cet astre relativement à l'équateur , & partant le mouvement qui répond à tel intervalle de tems que ce soit. Par exemple , si en un jour ou 24^h l'astre parcourt selon l'équateur 30' , c'est-à-dire , si cet astre paroît s'avancer en un jour de 30 min. relativement à l'équateur : si d'ailleurs le tems écoulé entre la premiere observation faite du côté de l'Orient , & la seconde faite au Méridien , est de six heures ; il est aisé de voir que le mouvement propre de l'astre dû à cet intervalle , sera de 7' $\frac{1}{2}$; c'est pourquoi si la différence entre l'ascension droite apparente observée dans le cercle vertical & l'ascension droite vraie observée dans le Méridien , est de 20' , comme

Maniere de calculer la parallaxe lorsque l'astre a un mouvement propre,

il en faut attribuer, selon ce qui a été exposé ci-dessus, $7\frac{1}{2}$ ' au mouvement propre de l'astre, il s'ensuit que les $12\frac{1}{2}$ ' qui restent, doivent être regardées comme un effet de la parallaxe d'ascension droite.

On peut aussi appliquer la même règle aux longitudes, tant vraies qu'apparentes d'un astre, qui auront été observées dans le dessein de découvrir la parallaxe; car sa longitude apparente se peut déduire des distances observées à deux Etoiles fixes dont on connoît le vrai lieu, & sa longitude vraie ne sçauroit se conclurre (en y employant de la même manière les distances observées) que quand l'astre sera parvenu au nonagésime degré, puisqu'il n'y a que ce seul cas où la longitude apparente ne diffère plus de la vraie. Ainsi cette méthode revient au même que la précédente, puisqu'au nonagésime degré on évite la parallaxe de longitude, de même qu'au Méridien on évite celle d'ascension droite. Par-là on peut suppléer à un second observateur placé au centre de la terre, ou du moins dans un lieu fort éloigné sur sa surface, & au zénit duquel se trouveroit l'astre; ce qui est l'une des plus générales & des plus anciennes de toutes les méthodes proposées pour déterminer la parallaxe. On trouvera aussi dans Diggesus, ou dans la Science des Longitudes de Morin, les deux dernières dont on vient de parler, qui par conséquent ont été connues il y a plus d'un siècle; en sorte qu'il y auroit lieu d'être surpris comment quelques Auteurs modernes les ont regardées comme nouvelles, si ce n'est qu'on pourroit croire qu'ils n'ont consulté ni les ouvrages de Ticho, ni ceux de Kepler*, ni d'Hevelius ou l'on en a fait un fréquent usage, & comme cela se trouve aussi dans les Histoires Célestes, telles que dans celle d'Angleterre, à l'occasion de Mars Achronique, observé dans son Périgée en 1672.

* Voyez les Ephémérides de Kepler de l'année 1619.

Toutes les Méthodes qu'on vient de rapporter, sont assez

assez praticables lorsque la parallaxe d'un astre est au moins d'une demi-minute : mais il n'en est pas de même lorsqu'elle devient plus petite, à moins qu'on ne se serve de celle qu'on a proposée, page 355. puisqu'il est presque impossible autrement de ne se pas tromper, soit dans les passages observés (c'est-à-dire, quant aux intervalles de tems écoulés lorsqu'on compte à la pendule) soit dans les distances estimées & qu'on ne sçauroit bien mesurer à cause du mouvement diurne, si l'on veut se réduire, au lieu d'y employer le tems, à ne mesurer uniquement que les distances aux Etoiles voisines. A l'égard de la Lune, comme sa parallaxe est très-grande, étant quelquefois d'un degré & plus à l'horison, on a imaginé quelques méthodes particulieres pour la déterminer.

On suppose, par exemple, que la Lune lorsqu'elle se trouve dans sa plus grande latitude boréale, & au commencement de l'Ecrevisse, parvienne jusqu'au zénit de l'observateur, c'est-à-dire, qu'à l'heure de son passage au Méridien elle n'ait plus de parallaxe. Soit donc supposé *V*, un lieu de la terre situé dans les Zones tempérées, à distance de $28^{\circ}\frac{3}{4}$ de la ligne Equinoctiale : on peut choisir pour faire cette observation, quelques contrées d'Egypte, un peu plus méridionales que la ville d'Alexandrie où Ptolomée a pratiqué cette méthode; ou bien les Isles Canaries, & particulièrement la ville de Laguna dans l'Isle Tenerif; car la Lune y seroit facilement observée lorsqu'étant dans sa plus grande latitude boréale, elle monte près de $5^{\circ}\frac{1}{3}$ plus haut que le tropique du ♋ . Cela supposé, si l'on connoît la latitude du lieu *ÆZ*, & si l'on observe encore 15 jours avant ou après, la Lune au Méridien, lorsqu'étant au ♋ , elle sera dans sa plus grande latitude australe; il est évident qu'un Spectateur placé au centre de la terre *C*, l'apercevrait dans l'un & l'autre cas, à distances égales *Z♋* $\text{♋}M$ des deux Tropiques de l'Ecrevisse & du Capricorne.

La Méthode que Ptolomée a proposée dans son Almageste, pour déterminer la parallaxe de la Lune.

PLANCHE
VIII.
Fig. B.

Le meilleur moyen de découvrir la plus grande latitude de la Lune.

Mais il n'en fera pas de même à l'égard de l'Observateur, placé en V ; car dans le premier cas la Lune n'ayant plus de parallaxe, puisqu'elle paroît à son zénit, la différence entre l'obliquité de l'écliptique & la latitude du lieu, fera connoître la quantité de sa plus grande latitude: mais dans le second cas la Lune au lieu de paroître en M autant éloignée du point \wp , que le point Z l'est du point \wp ; cet astre dis-je, paroîtra un peu plus bas en N , & cela à cause de sa parallaxe. Or il s'en suit en ce cas que la différence entre ZM , qui est le double de l'arc connu $Z\mathcal{A}$, & la distance au zénit observée de la Lune ZN à l'heure de son passage au Méridien, lorsqu'elle est dans sa plus grande latitude australe, fera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

Au reste pour employer utilement cette méthode, il faut avoir égard, 1°. à la réfraction qui accourcit la distance ZN , & qu'il faut par conséquent corriger par les Tables ci-dessus, &c. ce que l'on suppose déjà connu. 2°. Il faut aussi mesurer au moment de la seconde observation le diamètre apparent de la Lune, parce que si cet astre est, par exemple, dans ses moyennes distances, étant dans sa plus grande latitude en N , il sera facile de connoître la parallaxe dans tout autre point de son orbite, puisque les diamètres ou les parallaxes de la Lune varient toujours en raison réciproque de ses distances à la terre. Enfin il faut encore s'assurer si lorsque la Lune a été observée en Z & N , son nœud s'est trouvé exactement dans la ligne des Sisigies, ou bien encore si cet astre a dû se rencontrer précisément dans ses plus grandes latitudes: autrement il faudroit faire quelques réductions, ce qui ne sçauroit gueres monter qu'à quelques secondes, la Lune étant vers ses limites.

Si cette méthode paroît fort simple dans le cas que l'on vient de supposer, d'un Observateur qui apperçoit la Lune à son zénit, lorsque cet astre se trouve dans ses plus grandes

latitudes, on peut dire qu'il n'en est pas de même lorsqu'il s'agit d'y procéder quand la Lune ne parvient pas tout-à-fait au zénit de l'Observateur, ainsi que l'ont tenté en pareil cas Copernic, Tycho *, &c. car la Lune étant observée en P dans sa plus grande hauteur méridienne possible HP , l'arc OP fera sa parallaxe de hauteur, c'est-à-dire, la différence entre son lieu vu du point V , & son vrai lieu, tel qu'il paroîtroit du centre de la terre C ; d'où l'on voit que la plus grande latitude possible, ou la plus grande distance $PÆ$ de la Lune à l'équateur, doit toujours paroître dans la Zone glaciale, & dans presque toute l'étendue de la Zone tempérée plus petite que la véritable $OÆ$: mais parce que ce sera tout le contraire si la Lune est observée dans sa plus grande latitude en p ; c'est-à-dire, puisque sa plus grande latitude ou déclinaison apparente $Æp$, doit surpasser la véritable $Æo$, toutes les fois que la Lune fera dans sa plus petite hauteur méridienne Hp , cette diversité d'aspect fournit un moyen de découvrir la parallaxe. En effet la question se réduit uniquement à déterminer une quantité qui étant variable suivant une raison donnée, corrige tellement les arcs $PÆ$, $Æp$, qu'il en résulte les deux plus grandes latitudes possibles, Australes & Boréales de la Lune, parfaitement égales.

Si la Lune est dans le colure des Solstices, & dans ses plus grandes latitudes à l'heure de son passage au Méridien; voici de quelle manière l'obliquité de l'écliptique étant connue, on pourra découvrir sa parallaxe: soit l'arc $OP = u$, $Pp = a$, $PÆ = b$, l'arc $OÆ$ fera par conséquent égal à $u + b$: mais parce que, selon le Théoreme démontré ci-dessus, les arcs OP , op sont entre eux comme les sinus des angles ZVP , ZVp connus par observation, c'est-à-dire, dans un rapport qu'on peut exprimer par celui de $m : n$, on aura l'arc $op = \frac{nu}{m}$, & partant $Æp - op$

* Voyez aussi ce qui a été publié par M. Halley à la fin de son Catalogue des Étoiles Australes.

PLANCHE
VIII.
fig. C.

ou $a - b - \frac{nu}{m} = \mathcal{A}o$, ce qui donne cette équation $(O\mathcal{A})$
 $u + b = a - b - \frac{nu}{m} (\mathcal{A}o)$; d'où l'on tire $ma - 2mb = mu$
 $+ nu$, & enfin $u = \frac{ma - 2mb}{m + n} = OP$ qui fera la parallaxe.

Cette méthode peut être rendue encore plus générale : mais il faut toujours que ce problème soit limité à certaines conditions sur lesquelles il semble qu'on ne doit point se négliger : car premièrement il faut que la Lune se trouve à même distance de la terre au tems de chaque observation, autrement il faudra avoir égard aux variations de ses distances, ce qu'il est facile toutefois de connoître si l'on a observé exactement son diamètre apparent. En second lieu, il faut que la ligne des nœuds, & le grand axe de l'orbite de la Lune, se trouvent dans une position semblable à l'égard de la ligne des Sisigies ou des Quadratures ; car il est certain que l'inclinaison de l'orbite seroit différente, & que par conséquent la plus grande latitude boréale ne pourroit plus être supposée égale à la plus grande latitude australe, si ces conditions n'étoient point observées. En troisième lieu, comme l'inclinaison de l'orbite de la Lune est plus grande d'environ 18' lorsque la ligne des nœuds est dans la ligne qui passe par le Soleil, que lorsqu'elle s'en trouve à 90°, & que l'on sçait d'ailleurs que les nœuds sont presque immobiles ou stationnaires, lorsqu'ils se rencontrent dans la ligne des Sisigies ; il semble que c'est ce dernier cas qu'on doit choisir préférentiellement pour observer les parallaxes de la Lune : ainsi cette méthode peut se pratiquer au moins deux fois l'année, sçavoir, lorsque le Soleil nous paroît avoir la même longitude que le ☉ ou ☽ de la Lune.

Si la Lune a été observée au Méridien dans ses deux plus grandes latitudes Septentrionales & Méridionales, & à même degré de longitude à l'égard du colure des

solstices , il faudra calculer la distance au zénit MZ du point de l'écliptique qui a dû passer au Méridien en même tems que la Lune , ce qui est facile , l'obliquité de l'écliptique étant connue. Faisant donc la différence des hauteurs méridiennes apparentes de la Lune $Pp = a$, comme aussi l'arc $MP = b$, on aura toujours l'équation $\frac{ma - mb}{m+n} = u = OP$. Ou bien $\frac{ma - mb + mc}{m+n} = u$ si l'on nomme c la différence en déclinaison des points M de l'écliptique , lorsque la Lune n'a pas la même longitude.

La figure de la terre qui cause quelques inégalités (selon les différens lieux) sur la parallaxe de la Lune , étant aujourd'hui exactement connue, il est certain qu'un des meilleurs moyens de découvrir cette parallaxe seroit de comparer les observations, faites dans des lieux fort éloignés , tant du commencement & de la fin , que de la plus grande quantité des Eclipses du Soleil. Mais les observations publiées jusqu'ici, ne paroissent gueres propres à cette recherche ; car il faudroit qu'on eût déterminé les immersions ou émerfions dont nous venons de parler , avec un soin tout particulier, ce qui n'a pas encore été exécuté.

Quelques-uns ont recherché la parallaxe * par les observations de la durée des Eclipses totales de Lune, ou bien en observant le commencement & la fin comme aussi la plus grande quantité obscurcie dans les Eclipses partiales : mais à cause que l'ombre ne paroît jamais bien terminée , ces moyens ne paroissent pas assez avantageux : enfin on va expliquer encore ici une méthode dont il paroît qu'on a fait usage en l'année 1681.

* Outre la méthode de M. Auzout où l'on propose de mesurer deux fois le même nuit le diamètre de la Lune ; sçavoir vers l'horison , ensuite proche le zénit , on pourroit se servir aussi de celle qui a été publiée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1735 & qui consiste à déterminer les diamètres de la Pleine-Lune , tels qu'on les verroit du centre & de la surface de la terre lorsque cet astre passe au Méridien proche le Zénit : mais il faut avouer cependant que ces méthodes ne sçauroient être employées pour déterminer la parallaxe de la Lune avec une précision suffisante.

Autre Méthode particulière pour déterminer la parallaxe de la Lune.

Pendant une Eclipsé de Lune , on observera à l'instant que les cornes paroîtront dans un même vertical, la hauteur de l'une & l'autre corne sur l'horison ; ensuite on ajoutera la moitié de la différence de ces hauteurs à la plus petite hauteur observée , ou bien on la retranchera de la plus grande , & l'on aura par conséquent la hauteur d'un point situé au milieu entre les extrémités des cornes ; ce qui répond à très-peu de chose près à la hauteur du centre de la Lune. Mais il est certain d'ailleurs que la vraie hauteur du centre de la Lune est à très-peu de chose près égale à la hauteur du centre de l'ombre sur l'horison au même instant donné. Or l'on sçait pour cet instant le vrai lieu du Soleil dans l'écliptique , & par conséquent on connoît le point qui lui est diamétralement opposé , ou qui répond au centre de l'ombre , & dont il n'est pas difficile de calculer la hauteur : car cette hauteur de l'ombre est précisément égale à l'abaissement ou profondeur du Soleil sous l'horison. Ainsi la vraie hauteur du centre de la Lune sera par conséquent connue , & puisque l'on a déterminé par observation sa hauteur apparente , la différence sera la parallaxe de hauteur que l'on cherche.

On remarquera que comme la distance de la Lune au centre de la terre , diminue à chaque instant , selon qu'elle s'éloigne de son Apogée , c'est pour cette raison qu'on a calculé des Tables , qui représentent les parallaxes horizontales de la Lune à chaque degré d'Anomalie moyenne.

Quoique les méthodes rapportées ci-dessus puissent être généralement employées pour déterminer la parallaxe de la Lune , laquelle est très-considérable , il est cependant vrai de dire qu'elles sont insuffisantes pour découvrir celle du Soleil ; car cette dernière est si petite , qu'elle échappe aux observations. D'ailleurs quand bien même on tenteroit de faire usage de la méthode de Ptolomée , en observant , au lieu de la Lune , le Soleil sous l'un des

tropiques , il resteroit toujours assez d'erreur , soit dans les réfractions qui conviennent aux plus petites hauteurs méridiennes du Soleil , soit dans les divisions des instrumens (qui vraisemblablement échapperoient à l'habileté de l'Observateur) pour qu'on pût jamais se flater de connoître une aussi petite quantité que doit être la parallaxe du Soleil.

Aussi les Anciens s'étant apperçus que le défaut d'observations assez parfaites , seroit toujours le plus grand obstacle qui pût se rencontrer dans la recherche des parallaxes , il n'y a pas lieu d'être étonné s'ils ont tenté plusieurs voies particulieres pour les découvrir. Mais il faut avouer aussi que quoique ces méthodes imaginées par les Anciens , marquent beaucoup de génie & de sagacité , elles ne sçauroient néanmoins être bien avantageuses , s'il s'agit de constater un élément devenu aussi subtil qu'est la parallaxe du Soleil : ainsi le principal objet de leur utilité , se réduit uniquement à nous démontrer que la distance du Soleil à la terre est presqu'immense , en comparaison de la distance de la Lune à notre égard ; & c'est-là l'un des principaux motifs qui nous autorisent à les rapporter.

L'une de ces Méthodes est celle d'Hipparque , dont Ptolomée & ceux qui l'ont suivi ont fait le plus d'usage. Elle est fondée sur l'observation des Eclipses de Lune , & sur quelques autres principes qu'on va établir ; car il faut sçavoir premierement que dans les Eclipses de Lune , la parallaxe horifontale du Soleil est toujours égale à la différence qui se trouve entre le demi - diametre apparent du Soleil , & la moitié de l'angle du cone d'ombre. En voici la démonstration : soit *AFG* le Soleil , *DHE* la terre , *DMH* le cone d'ombre , & *DMC* la moitié de l'angle du cone : on menera du centre du Soleil *S* , la droite *SD* qui soit tangente à la terre , & l'angle *DSC* fera le demi-diametre apparent de la terre vu du Soleil , & par conséquent la parallaxe horifontale du Soleil. Or l'angle *ADS*

La Methode imaginée par Hipparque , pour découvrir la parallaxe du Soleil.

PLANCHE
VIII.
Fig 7.

étant le demi-diametre apparent de cet astre vu de la terre, & ce même angle ADS étant extérieur & égal (*Euclid. Liv. 1. prop. 32.*) aux deux intérieurs DMS , DSM pris ensemble, il doit s'ensuivre que l'angle DSM sera égal à la différence des angles ADS , DMS . En second lieu la moitié de l'angle du cone doit toujours être égale à la différence de la parallaxe horifontale de la Lune, & du demi-diametre de l'ombre vu dans l'orbe de la Lune : car soit CDE la terre, CME le cone d'ombre qui soit coupé par un plan perpendiculaire à la distance de la Lune ; il est évident que la section sera un cercle dont le demi-diametre sera FG , lequel vu du centre de la terre paroîtra sous l'angle GTF ; mais selon la même Prop. 32. d'Euclide, l'angle CFT doit être égal aux angles FMT , GTF , & partant l'angle FMT sera égal à la différence des angles CFT , GTF . Or l'angle CFT est celui sous lequel le demi-diametre de la terre paroîtroit vu de la Lune, & par conséquent cet angle est égal à sa parallaxe horifontale, mais aussi l'angle FTG est le demi-diametre apparent de l'ombre ; il est donc vrai de dire que la moitié de l'angle du cone est égal à la différence entre la parallaxe horifontale de la Lune, & le demi-diametre apparent de l'ombre terrestre. C'est pourquoi si au demi-diametre du Soleil l'on ajoute le demi-diametre apparent de l'ombre terrestre, & si l'on ôte de cette somme la parallaxe horifontale de la Lune, le reste sera la parallaxe horifontale du Soleil, laquelle seroit exactement connue s'il étoit possible d'établir la juste quantité des élémens qu'il s'agit de supposer dans cette méthode. Mais bien loin de les pouvoir constater avec quelque certitude, on est tellement éloigné de parvenir à les bien connoître, qu'il a fallu nécessairement les abandonner pour une recherche aussi délicate qu'est la parallaxe du Soleil. Car on doit faire attention que les plus petites erreurs, qu'il est presqu'impossible aux Astronomes

d'éviter

PLANCHE
VIII.
Fig. 8.

d'éviter lorsqu'il faut conclurre par observation ces angles ou élémens , peuvent influer tellement sur la parallaxe du Soleil , qu'il en doit résulter des différences monstrueuses dans la distance de cet astre à la terre , que l'on cherche.

Supposons , par exemple , la parallaxe horisontale de la Lune de 60 min. 15 secondes, le demi-diametre du Soleil de 16 min. & le demi-diametre de l'ombre de 44 min. 30 sec. il est évident qu'on en doit conclurre la parallaxe du Soleil de 15 secondes , & par conséquent sa distance à la terre de 13000 demi-diametres terrestres. Mais si l'on avoit commis cependant quelque erreur en déterminant le demi-diametre de l'ombre , & qu'on se fût trompé dans cet élément de 12'' en moins , comme cela est possible , puisqu'on ne peut gueres esperer de le constater mieux qu'à $\frac{1}{5}$ de minute près ; en un mot si au lieu de 44' 30'' on ne l'avoit conclu que de 44' 18'' , il s'en suivroit (en conservant les autres élémens qu'on suppose d'ailleurs bien établis) que la parallaxe du Soleil ne feroit que de trois secondes , & partant la distance de cet astre deviendroit égale à 70000 demi-diametres terrestres , ce qui surpasse environ cinq fois la distance qu'on a déterminée ci-dessus. Si au contraire on s'étoit trompé de 12'' en excès dans le demi-diametre de l'ombre , & qu'ainsi il eût été établi de 44' 42'' , il en faudroit conclurre (si l'on ne change point les autres élémens) la parallaxe du Soleil de 27 secondes , & partant la distance du Soleil de 7700 demi-diametres terrestres , ce qui differe environ dix fois de la distance qu'une pareille erreur de 12'' en moins , auroit fait conclurre. Mais il y a plus , si au lieu de 12'' en moins on se fût trompé de 15 , alors la parallaxe du Soleil seroit anéantie , ce qui donneroit la distance du Soleil infinie. D'où l'on voit que puisque d'aussi petites erreurs qu'on pourroit commettre seulement en déterminant le demi-diametre de l'ombre , produisent d'aussi grandes différences dans

La Méthode d'Hipparque paroît insuffisante pour déterminer la parallaxe du Soleil.

les parallaxes, ou plutôt dans les distances du Soleil à la terre, il en doit résulter nécessairement que par cette méthode on ne sçauroit conclurre exactement la parallaxe, ni la distance du Soleil à la terre.

La parallaxe horisontale avoit été établie par Ptolomée, suivant cette méthode de 3' dans ses moyennes distances : & c'est sur ce fondement que tous les Auteurs Arabes, & dans les derniers siècles Regiomontanus, Copernic, & Tycho, ont établi les autres élémens d'où dépendent certains calculs qui leur ont servi à vérifier la Théorie des Planetes. Cependant on n'admet plus gueres aujourd'hui qu'environ $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de minute, & cela parce que la plus grande parallaxe de Mars, qui dans son péri-gée est environ deux fois plus près de la terre que le Soleil, ne paroît pas excéder une demi-minute. Au reste la méthode d'Hipparque a dû être encore beaucoup plus imparfaite, avant la découverte des Lunettes d'approche, qu'elle ne le paroît aujourd'hui, à cause de la difficulté d'estimer à la vue simple les termes de la Pénombre, ou de mesurer sans Micrometre les diametres apparens. De maniere qu'il seroit étonnant comment on s'en est tenu si long-tems au résultat de Ptolomée, si ce n'est qu'on a eu bien de la peine à se résoudre à augmenter la distance du Soleil aussi prodigieusement qu'on l'a supposée depuis un siècle ou environ, outre qu'il n'étoit pas facile d'y mieux réussir par la méthode d'Aristarque, comme on le va voir tout à l'heure.

La Méthode
d'Aristarque.

L'angle sous lequel le demi-diametre de la terre seroit vu du Soleil ayant donc paru, même aux plus anciens Astronomes, si petit qu'ils ne pouvoient gueres se flater de le bien constater par observation, le fameux *Aristarque* de Samos imagina une méthode qui sembloit devoir être avantageuse, parce qu'il s'agissoit de déterminer un assez grand angle, sçavoir, celui que soutend, ou qui a pour

base le demi-diametre de l'orbite Lunaire : en effet cet angle est environ soixante fois plus grand que la parallaxe du Soleil. Voici donc les principes qui servent de fondement à cette méthode.

On a fait voir déjà à l'occasion des Phases de la Lune , que si l'on imagine un plan qui passe par le centre de cet astre , & sur lequel la ligne droite qui joint les centres de la Lune & du Soleil , seroit perpendiculaire , ce plan séparerait nécessairement l'hémisphère éclairé de la Lune d'avec celui qui est plongé dans l'ombre ; mais que ce plan venant à passer par l'œil de l'Observateur placé sur la surface de la terre , l'hémisphère de la Lune paroîtroit en ce cas divisé en deux parties égales , dont l'une seroit éclairée , & l'autre opaque , enforte que la ligne droite tirée du centre de la terre au centre de la Lune , se trouveroit en ce moment dans le plan même de la base du cone illuminé , & seroit perpendiculaire à l'autre ligne qui joint les centres de la Lune & du Soleil. Soit en *S* le Soleil , *T* la terre , *ALQ* le quart de la circonférence de l'orbite Lunaire ; si la ligne droite *SL* tirée du Soleil à la Lune touche son orbite au point *L* , l'angle *TLS* sera droit , & partant la Lune paroîtra dichotome lorsqu'elle sera parvenue au point *L*. C'est pourquoi si l'on observe l'instant auquel la Lune paroîtra à moitié éclairée , & si l'on mesure au même instant l'angle *LTS* qui est l'élongation de la Lune au Soleil , on aura par conséquent la valeur de l'angle du complément *TSL*. Ainsi puisque le côté *TL* est donné , il s'ensuit que connoissant tous les angles du Triangle rectangle *SLT* , comme aussi le côté *TL* , on déterminera facilement par la Trigonométrie rectiligne , la valeur du côté *ST* , qui sera la distance du Soleil à la terre , que l'on cherche.

Mais il est à considérer que la plus grande difficulté qui se présente dans la pratique de cette méthode , consiste

PLANCHE
VIII.
Fig. 9.

La méthode
d'Aristarque
ne sçaurait
nous faire dé-
couvrir la dis-
tance du So-
leil.

à décider du véritable instant auquel la Lune doit paroître dichotome ; car il est certain que pendant un espace de tems assez considérable avant ou après ce même instant & au moment même de la quadrature, la phase observée paroît à chaque fois si peu différente, qu'il n'est pas possible de distinguer si elle excède celle qui convient à la Lune Dichotome : cela est établi parmi les Astronomes qui se font le plus exercés à ce genre d'observation, & l'on peut s'en convaincre aussi par le raisonnement, comme il suit. Car dans le Chapitre où l'on a traité des Phases de la Lune, on a prouvé que le diametre de la Lune étoit à sa partie éclairée du Soleil & qui nous est visible, à très-peu de chose près comme le diametre ou deux fois le rayon du Cercle, est au sinus versé de l'élongation de la Lune au Soleil. Mais on a prouvé aussi dans le Chapitre où l'on a traité des Phases de Venus, que pour une plus grande exactitude il falloit prendre le rapport du diametre du cercle, au sinus versé de l'angle extérieur à la Lune, ou qui est extérieur au triangle formé par les trois lignes qui joignent les centres de la Terre, du Soleil, & de la Lune. Ainsi supposons qu'au véritable instant auquel la Lune paroîtra dichotome, l'angle LST soit de 15 minutes, alors comme le demi-diametre de l'orbite Lunaire est de 60 demi-diametres terrestres, il s'ensuivra que la distance du Soleil à la terre seroit de 13758 demi-diametres terrestres, ce qui étant établi. Soit premierement la Lune en quadrature au point q , c'est-à-dire, soit supposé l'angle qTS droit, l'angle extérieur du triangle à la Lune doit être en ce cas de 90 degrés 15', dont le sinus versé sera égal au rayon plus le sinus de 15 minutes. C'est pourquoi on aura : comme le diametre du cercle est au rayon plus le sinus de 15 minutes, ainsi le diametre de la Lune, est à sa partie éclairée du Soleil qui seroit observée de la terre. Prenant donc la moitié des antécédens, on aura aussi en divisant : comme le rayon est au sinus de 15 mi-

nutes, ainsi le demi-diametre de la Lune, est à l'excès dont sa partie éclairée vue de la terre, doit surpasser son demi-diametre. Or le sinus de 15 minutes est de 436 parties dont le rayon contient 100000, & le demi-diametre de la Lune étant de 15 minutes ou environ, si l'on fait : comme le rayon ou 100000 est à 436, ainsi 15 minutes sont à un quatrieme terme; on trouvera un peu moins de 4 secondes : ainsi il est évident de-là que cette quantité sera si petite qu'elle doit échapper aux observations, étant presque insensible à notre égard : il est donc vrai de dire que la Lune étant en quadrature elle paroîtra sensiblement dichotome, puisqu'alors sa phase en doit différer d'une quantité si peu sensible. Partant si la Lune n'étoit jugée dichotome qu'au moment qu'elle est en quadrature, il s'en suivroit que la distance du Soleil seroit infinie, puisqu'en ce cas les angles SqT , STq étant droits, les lignes ST , Sq seroient paralleles, ou ne concourroient qu'à une distance infinie.

Supposons en second lieu que l'élongation de la Lune au Soleil soit de $89^{\circ} 30'$, en ce cas l'angle extérieur à la Lune seroit de $89^{\circ} 45'$ étant égal aux angles STL , LST pris ensemble : or le sinus versé de $89^{\circ} 45'$ est égal au rayon moins le sinus de 15 minutes, & parce que comme le rayon est au sinus versé de l'angle extérieur à la Lune, (c'est-à-dire, est au rayon moins le sinus de 15 minutes) ainsi le diametre de la Lune, est à la partie éclairée du Soleil qui nous est visible; en divisant on aura : comme le rayon est au sinus de 15', ainsi le demi-diametre de la Lune de 15 minutes, sera à la quantité dont le demi-diametre doit surpasser la partie éclairée qui nous est visible, & qui n'excedera pas 4'', quoique dans un sens contraire à ce qui a été trouvé ci-dessus. Ainsi la phase de la Lune différant encore si peu de la phase dichotome, sera facilement jugée dichotome, puisqu'elle n'en différera pas

fenfiblement. Si l'on a donc estimé ou établi en ce moment que la Lune étoit dichotome, il doit s'ensuivre (sa distance à la quadrature étant de 30') que le Soleil sera éloigné de la terre de 6876 demi-diametres terrestres.

Au reste les observations des plus habiles Astronomes nous apprennent non-seulement que la Lune lorsqu'elle est éloignée de 30' de la quadrature, paroît dichotome; mais même qu'étant en quadrature on ne sçauroit pour lors appercevoir de différence entre le dichotome & la phase observée: il y a plus, Riccioli rapporte qu'ayant observé la Lune après la quadrature avec un excellent Téléscope, elle paroïsoit encore dichotome; c'est pourquoi on doit juger que cette phase est la même au moins pendant une heure. Mais parce qu'on ne sçauroit manquer d'assigner d'une maniere vague aux divers instans d'un aussi long intervalle de tems, la situation ou l'heure à laquelle la Lune a dû paroître dichotome, & que de chacun de ces instans on peut conclurre une infiniré de distances du Soleil à la terre très-différentes les unes des autres, il s'ensuit donc que cette méthode ne sçauroit nous faire connoître la vraie distance du Soleil.

On remarquera que quoiqu'on soit assez incertain de l'heure à laquelle la Lune paroît dichotome, sçachant d'ailleurs que ce tems doit arriver un peu avant la quadrature, Riccioli a cru devoir choisir le milieu du tems écoulé entre le moment auquel la phase a commencé à lui sembler douteuse, & le moment de la quadrature. Mais il eût bien mieux fait de prendre le milieu des deux instans auxquels les phases de la Lune étoient douteuses, c'est-à-dire, le milieu entre l'instant auquel la Lune a cessé d'être en Croissant ou concave, & l'instant auquel elle a commencé à paroître convexe, puisque ce dernier tems doit arriver un peu après la quadrature. De cette maniere il auroit conclu la distance du Soleil à la terre, (de même

que Vendelin) beaucoup plus grande qu'il ne l'a déduite de son calcul.

Au reste il n'est pas nécessaire de restreindre cette méthode uniquement à la phase de la Lune qui est dichotome ; car dans toute autre phase, soit avant ou après celle-ci, on peut également bien déterminer la distance du Soleil, c'est-à-dire, autant qu'il est possible d'y réussir en observant la Lune dichotome. Il suffit pour cet effet de déterminer avec un Télescope garni d'un Micrometre la phase de la Lune, & de mesurer au même instant l'arc de son élongation au Soleil, puisqu'on aura ainsi par observation la partie du demi-diametre éclairé de la Lune qui nous est visible. Or si cette partie est moindre que le demi-diametre, ou si elle l'excede, il en faudra prendre la différence ou l'excès, & l'on fera : comme le demi-diametre de la Lune est à la différence ou l'excès qu'on vient de trouver, ainsi le sinus total, à un quatrieme terme ; on connoitra donc le sinus d'un angle, lequel étant ajouté au rayon, ou retranché selon le cas, fera connoître la juste valeur de l'angle extérieur à la Lune : mais puisqu'on sçait par observation l'angle à la terre, c'est-à-dire, l'élongation de la Lune, la différence entre l'angle extérieur & l'intérieur, sera par conséquent l'angle au Soleil. C'est pourquoi dans le triangle SLT connoissant tous les angles & le côté TL , on découvrira facilement la valeur du côté ST qui sera la distance de la terre au Soleil. Cependant on s'apercevra toujours qu'il est si difficile d'observer exactement la phase de la Lune, qu'il semble presque impossible de ne pas s'y tromper de quelques secondes ; d'où l'on voit que par cette méthode on ne peut gueres se flater de parvenir jamais à connoître avec quelque précision la distance du Soleil. Il faut avouer * néantmoins que par de semblables observations on s'est enfin assuré que la distance du Soleil à la Terre surpassoit de beaucoup 7000 demi-diametres terrestres.

* Goth. Vendelinii in *Tabul. Atlant.* Voyez aussi les Observations de Vendelin rapportées par Riccioli au II. Livre de son *Almageste.*

Il est plus
avantageux
de rechercher
les parallaxes
de Mars & de
Venus, si l'on
veut connoi-
tre avec pré-
cision la pa-
rallaxe du So-
leil.

La distance du Soleil étant donc si grande qu'il n'a pas été possible jusqu'ici de la bien déterminer, soit par les Eclipses, soit par les phases de la Lune, les Astronomes ont enfin tourné leurs vues vers d'autres objets, ayant tenté plusieurs fois de déterminer les parallaxes de la Planete de Mars ou de Venus, lesquelles étant une fois exactement connues, on n'ignoreroit plus celles du Soleil, ni par conséquent sa distance à la terre. En effet selon la Théorie des mouvemens de la Terre & des Planetes, il est facile de découvrir pour tel instant donné que ce soit, le rapport des distances du Soleil & d'une Planete à la Terre; les parallaxes étant toujours entr'elles en raison réciproque, ou dans la raison inverse de ces distances. Ainsi la parallaxe d'une Planete étant une fois donnée, il n'est pas difficile de découvrir celle du Soleil.

Lorsque Mars est Achronique, c'est-à-dire, en opposition au Soleil, cette Planete se trouve alors deux à trois fois plus proche de la terre que n'est le Soleil, & partant sa parallaxe doit être deux ou trois fois plus grande. De même Venus dans sa conjonction inférieure avec le Soleil, s'approchant environ quatre fois davantage de la terre que le Soleil, doit par conséquent augmenter en même raison sa parallaxe. Ainsi quoique la parallaxe presqu'insensible du Soleil ne puisse être observée selon les méthodes proposées ci-dessus, on la peut conclurre néantmoins des parallaxes de Mars ou de Venus, qui étant trois ou quatre fois plus grandes, peuvent être apperçues avec bien plus d'évidence. Or depuis plus d'un siecle les Astronomes ont déjà recherché plusieurs fois la parallaxe de Mars: en France elle fut d'abord trouvée presqu'insensible par la comparaison que M. Picard fit de ses Observations avec celles de M. Richer qui fut envoyé à l'Isle de Cayenne en 1672. mais dans la suite * feu M. Cassini a cru devoir l'établir, soit par ses propres observations, soit en les comparant à d'autres

* Voyez le Recueil des Observations & Voyages de l'Acad. publiés en 1693.

d'autres qui avoient été faites en Cayenne d'environ $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ de minute, ce qui donne la parallaxe de Mars réduite à l'horison de $0' 25''$. Car suivant la méthode expliquée ci-dessus, (pag. 437) Mars observé à l'Orient & à l'Occident du Méridien, parut avoir dans l'espace de huit heures un mouvement trop rapide, ou qui différoit du mouvement véritable de $1'' \frac{3}{4}$ ou $2''$ de tems; d'où M. Cassini a conclu la parallaxe horifontale du Soleil de $9'' \frac{1}{2}$, M. De la Hire qui l'observa la même année 1672 l'ayant établie de $6''$.

Par l'observation du passage de Venus sur le disque du Soleil, qui doit arriver l'an 1761. on pourra déterminer la distance, & par conséquent la parallaxe du Soleil à une cinq-centieme partie près, * pourvu que l'observation en soit faite selon les circonstances indiquées par M. Halleï, & que d'ailleurs le ciel permette qu'on observe Venus dans la Baie d'Hudson vers le 56^e degré de latitude Septentrionale, & dans les Indes Orientales, à Pondicheri ou à Madras. C'est peut-être à cette occasion que la plupart des Auteurs modernes ont assuré que la parallaxe du So-

La différence des parallaxes du Soleil & de Venus, doit faire paroître, selon les divers lieux de la terre que l'on occupe, la Durée ou la Corde du passage de Venus sur le Soleil, plus ou moins longue.

* La Parallaxe horifontale du Soleil étant supposée de $12'' \frac{1}{2}$, & par conséquent celle de Venus de $43''$, il restera environ une demi-minute pour la différence des parallaxes horifontales, ce qui doit donner (en supposant le Soleil au Zénit du Royaume de Pegou, au moment de la plus petite distance de Venus au centre de cet astre & conservant d'ailleurs les hypothèses communes) $\frac{1}{3}$ de minute ou $46''$ pour la quantité dont le mouvement apparent de Venus semblera s'accélérer, l'Observateur étant proche le Tropique du Cancer dans les Indes Orientales. Or Venus parcourant alors $4'$ par heure sur le disque du Soleil, $\frac{1}{3}$ de minute doivent répondre à environ $0^h 11'$, ce qui sera la quantité dont la parallaxe doit faire paroître un peu trop courte la durée du passage de Venus sur le disque. D'un autre côté l'Observateur correspondant, & qu'on suppose au cinquante-sixieme degré de latitude boréale au Nord de l'Amérique, à peu près sous le demi-cercle opposé du même Méridien, doit appercevoir Venus entrer sur le Soleil un peu avant son coucher, & en sortir quelque tems après son lever; de manière que la durée du passage observé de cette Planete sur le Soleil, lui paroitra (à raison de $28'' \frac{1}{2}$ pour la différence des parallaxes) plus longue d'environ 6 minutes que la véritable; & partant elle surpassera d'environ $17'$ celle qu'on observeroit vers l'embouchure Orientale du Gange. Or il est certain que si l'on consulte, comme cela est possible, à $2''$ près le tems que le disque entier de Venus emploie à parcourir le disque du Soleil, comme il s'ensuivroit (de ce que chaque seconde de différence de parallaxe répond à $80''$ de tems, à raison de $12'' \frac{1}{2}$ pour $0^h 17'$) qu'on ne commettrait tout au plus qu'une quarantieme partie de seconde d'erreur pour deux secondes de tems, on ne se tromperoit donc que d'une cinq-centieme partie sur la distance ou la parallaxe, puisque 40 fois $12 \frac{1}{2}$ valent 500.

leil seroit inconnue jusqu'à ce tems-là , sans se donner la peine d'examiner si par d'autres voies on n'y pourroit pas parvenir avec autant de certitude , ou du moins avec plus de facilité , puisque dans les conjonctions inférieures de Venus au Soleil lorsque cette Planete est périgee (la terre étant au Périhélie , & Venus aux environs de son Aphélie) deux Observateurs placés sous un même Méridien , ou à peu près , & à de très-grandes distances sur la surface de la terre , seroient toujours en état de découvrir la parallaxe. Il faudroit tenter , par exemple , de comparer Venus au Méridien avec quelqu'Etoile qui passeroit à même hauteur dans la lunette immobile , soit d'un Quart-de-cercle mural , soit autrement , puisqu'avec une semblable lunette de cinq à dix piés , garnie d'un Micrometre , il ne seroit pas impossible de découvrir jusqu'au double de la parallaxe de Venus. Car pour revenir à la Méthode de M. Hallei , où il s'agit de déterminer la parallaxe de Venus en observant son entrée & sa sortie sur le disque du Soleil , il est à propos de considérer , que non-seulement on y suppose de même que ci-dessus , deux observateurs placés sur la surface de la terre & à de très-grandes distances ; mais que d'ailleurs si le Ciel n'est pas assez favorable dans chaque lieu , le jour du passage de Venus , il faudra nécessairement recourir aux observations des jours précédens ou suivans , faites à la lunette immobile , comme on vient de le proposer. C'est pour cette raison qu'on n'auroit point dû négliger jusqu'ici de rechercher les parallaxes de Venus aux tems de ses conjonctions inférieures avec le Soleil , en l'observant dans un même lieu , tant au Méridien qu'à l'Orient & à l'Occident , n'étant pas absolument difficile de mesurer en plein jour avec quelque instrument qui auroit au moins une de ses Lunettes garnie d'un Micrometre , les distances de cette Planete à une Etoile fixe de la premiere grandeur. Il est vrai qu'aussi-tôt après l'application des Lunettes d'ap-

proche aux Quarts-de-cercles, on a essayé plusieurs fois de mesurer les distances des Planetes au Soleil, mais il auroit été à souhaiter qu'au lieu d'y employer les ascensions droites en tems, on eût mesuré par de grands arcs (comme cela se pratiquoit en plein jour vers les plus grandes élongations, & particulièrement à l'égard de la Planete de Mercure) les distances de Venus aux Etoiles fixes. De cette maniere on eût comparé cette Planete aux tems de ses conjonctions inférieures aux Etoiles, & non pas au Soleil, ce qui eût donné au lieu d'une différence, la parallaxe totale: ainsi on ne doit pas être étonné si pendant l'Éré de l'année 1681 * les observations réitérées que MM. Picard & Cassini firent séparément, ne nous ont point fait connoître cette parallaxe, puisqu'ils se contenterent uniquement de comparer Venus au Soleil par le moyen des Horloges à Pendules *. Enfin on pourroit se flater d'y réussir incomparablement mieux aujourd'hui par le moyen du Micrometre appliqué aux Lunettes d'un sextans monté sur un axe parallèle à l'axe du monde, à peu près comme celui de M. Flamsteed, mais il faudroit principalement éviter le mouvement du premier mobile, en y employant une grosse horloge, comme il a été déjà proposé.

** Venus passoit alors dans le Parallele du Soleil, & s'étoit approchée de $\frac{1}{3}$ de la distance du Soleil.*

Avant la découverte du Télescope on ne pouvoit gueres être assuré de mesurer les distances des astres qu'à deux ou trois minutes près, ce qui a été cause que Kepler n'a pas assez diminué la parallaxe du Soleil; car ne sachant s'il falloit attribuer entierement aux erreurs des observations de Tycho, les divers résultats des distances observées de Mars aux Etoiles fixes, ce célèbre Astronome n'a pu conclurre autre chose, sinon que la parallaxe de cette Planete au tems de son opposition ne pouvoit sur-

** Atque adeò mirandum minimè si tantorum artificum multos & ingeniosos conatus, hæcenus eluserit rei ipsius maxima subtilitas. Hallicius in Disquisit. de Parall. Jois, &c.*

passer $2\frac{1}{2}$, ce qui donnoit celle du Soleil d'une minute ou environ.

La Parallaxe du Soleil selon l'opinion d'Horoxius & de M. Huygens.

Mais aussi-tôt qu'on est parvenu à déterminer les véritables diametres apparens des Planetes, & sur-tout ceux de Venus & de Mercure qui furent apperçus pour la premiere fois en 1631. & 1639. sur le disque du Soleil comme des corps opaques, c'est-à-dire, dépouillés de cette vive lumiere qui les environne, & qui augmente pour l'ordinaire un peu trop leur diametre apparent; Horoxius & M. Huygens ayant calculé sous quel angle l'œil placé dans le Soleil observeroit chaque Planete, ont établi les premiers la vraie parallaxe du Soleil d'un quart de minute.

Car ayant reconnu que le demi-diametre de Venus vu du Soleil, ne pouvoit paroître tout au plus dans ses moyennes distances que sous un angle de $15''$, ils ont en même tems calculé celui de Mercure, qui s'est trouvé de $10''$. Quant aux Planetes supérieures dont la lumiere est bien moins vive, il étoit aisé de connoître assez exactement sous quel angle leurs demi-diametres observés vers le tems de leur opposition, paroïtroient, vus du Soleil. Or celui de Saturne dans ses moyennes distances ne doit paroître, de même que celui de Mercure, que sous un angle de $10''$, & celui de Jupiter, la plus grosse de routes les Planetes, sous un angle de $20''$ tout au plus. Ainsi les Astronomes du dernier siecle ont jugé par-là que le demi-diametre de la terre devoit tenir à peu près un milieu entre le plus grand demi-diametre vu du Soleil, qui est celui de Jupiter, & le plus petit demi-diametre qui répond à celui de Saturne ou de Mercure, & qu'ainsi il devoit être égal à celui de Venus, c'est-à-dire, d'environ $15''$. Il est vrai qu'on s'est déterminé dans la suite à diminuer cette parallaxe de $2\frac{1}{2}''$, & qu'on a cru devoir la réduire, parce qu'on s'est imaginé qu'en supposant la parallaxe horizontale de $15''$, il s'enfuivroit que la Lune dont le diametre

est environ le quart de celui de la terre, seroit plus grosse que Mercure, c'est-à-dire, une Planete secondaire plus grosse qu'une Planete du premier ordre; ce qui semble détruire en quelque maniere l'ordre & l'harmonie qui ont dû être établis dans le système du monde : mais si on la réduit à 10''*, il s'enfuivra que Venus destituée de Satellite, & qui est bien plus près du Soleil, seroit plus grande que la terre, laquelle, de même que les plus grosses Planetes, est accompagnée d'un Satellite aussi remarquable que la Lune. Ce calcul a besoin d'être un peu réformé, le diametre de Jupiter étant plus petit qu'on ne l'a supposé ci-dessus : d'ailleurs on sçait aussi que le diametre du Soleil dans ses moyennes distances, est de 32' 12'' $\frac{1}{2}$, & non pas de 30' $\frac{1}{2}$, comme l'avoit établi M. Huygens : dès lors il ne s'enfuit plus, comme on le verra au Chap. XXVI. que la Lune soit plus grosse que Mercure, & que par cette raison il faille réduire la parallaxe horisontale du Soleil, qu'on pourroit donc supposer dorénavant de 15'', jusqu'à ce qu'elle ait été constatée par des observations décisives.

Comme la méthode ancienne dont se servent les Astronomes pour calculer les Eclipses du Soleil, suppose qu'on ait déterminé par le calcul les parallaxes de la Lune, tant en longitude qu'en latitude, & que d'ailleurs il est toujours nécessaire que le lieu de la Lune observé (lequel doit être comparé au lieu calculé pour en déduire les défauts des Tables, & corriger par-là les Elémens qui servent à la Théorie) soit toujours réduit au lieu vrai, ou plutôt que le

Maniere de calculer les différentes parallaxes de la Lune, pour un tems donné quelconque.

* » Je ne sçai, dit M. Hallei dans les Transactions Philosophiques, N^o 347.
 » pourquoi on voudroit opposer à ce que l'on vient d'établir ci-dessus, l'autorité
 » de ceux qui prétendent que la parallaxe est plus petite, s'étant fondés unique-
 » ment sur les vibrations du Pendule à secondes, puisque les observations en sont
 » trop incertaines pour en déduire la juste quantité d'aussi petits angles. Du moins
 » peut-on assurer que celui qui tentera de rechercher la parallaxe par cette mé-
 » thode, s'apercevra tantôt qu'elle n'est pas sensible, & tantôt que la différence
 » est dans le sens contraire à la parallaxe; d'où l'on tireroit une distance infinie,
 » ou même plus qu'infinie, ce qui seroit absurde, &c.

lieu calculé soit réduit au lieu vu ou apparent, ce qui ne se peut pratiquer que par le calcul des parallaxes ; il est à propos d'expliquer ici la méthode de déterminer ces différentes parallaxes, la parallaxe horizontale de la Lune étant une fois donnée. Il faut donc rechercher par les Tables pour le moment proposé, le lieu de la Lune réduit à l'écliptique : soit maintenant HO l'horizon, HZO le Méridien, Z le zénit, EC l'écliptique où se rencontre d'abord, selon le calcul des Tables Astronomiques, le lieu de la Lune sans aucune latitude, sçavoir en L . On abaissera du zénit Z , le cercle de latitude ZN perpendiculairement au plan de l'écliptique, & le point N fera le nonantième degré. Or puisque l'ascension droite du Soleil est donnée d'ailleurs, comme aussi l'heure ou la distance Equatorienne du Soleil au Méridien, on pourra donc sçavoir quel est le point de l'Equateur qui passe en même tems au Méridien, ce qui donnera l'ascension droite du milieu du ciel, & par conséquent le point de l'écliptique qui se trouve aussi dans le Méridien. Connoissant donc ce point de l'écliptique, de même que l'angle ZEN de l'écliptique avec le Méridien (ce qui se peut déduire ou des Tables qu'on trouve toutes calculées dans les Auteurs, ou bien selon les méthodes expliquées dans le Traité de la Sphere) on aura par conséquent la valeur de l'arc de l'écliptique EL . D'un autre côté la déclinaison $EÆ$ du point E , c'est-à-dire, du milieu du ciel, est donnée ; c'est pourquoi dans le Triangle rectangle ZNE , on connoît le côté ZE , comme aussi l'angle ZEN ; on connoîtra donc l'arc EN , comme aussi le point N qui est le nonantième degré, & l'arc ZN qui est sa distance au zénit, dont le complément NA fera la mesure de l'angle de l'écliptique & de l'horizon. Mais parce que le lieu de la Lune L est donné, on connoîtra l'arc NL : ainsi dans le triangle rectangle ZNL , puisqu'on connoît les côtés ZN, NL , on trouvera par

PLANCHE
VIII.
Fig. 10.

conséquent l'angle ZLN qui est l'angle parallactique, & la distance de la Lune au zénit ZL . On fera aussi comme le sinus total, est au sinus de l'arc ZL , ainsi la parallaxe horifontale de la Lune déduite des Tables Astronomiques, est à sa parallaxe de hauteur en L , qui par conséquent fera connue. Soit donc OL la parallaxe de hauteur, Om la perpendiculaire abaissée du point O sur l'écliptique : dans le petit triangle LOm , qu'on peut bien supposer rectiligne, on connoît outre l'angle droit, le côté LO & l'angle OLm égal à l'angle parallactique ZLN ; on pourra donc connoître la valeur de l'arc Lm ou la parallaxe en longitude, comme aussi l'arc Om qui sera la parallaxe en latitude que l'on cherche.

L'angle parallactique, ce que c'est.

En second lieu si la Lune a une latitude australe ou boréale, enforte qu'on sçache quel est son lieu réduit à l'écliptique, qu'on peut supposer en L , cet astre se trouvant dans quelque point P du cercle de latitude LP ; comme il arrive toujours que l'angle NLP sera droit, & que l'angle NLZ est déjà déterminé, on aura donc la valeur de son complément ZLP ; c'est pourquoi dans le triangle ZLP connoissant les deux côtés, sçavoir ZL déjà trouvé, & LP qui est la latitude de la Lune, & de plus l'angle ZLP , on pourra donc calculer la valeur du côté ZP , comme aussi celle de l'angle ZPL . On fera ensuite comme le sinus total, est au sinus de l'arc ZP , ainsi la parallaxe horifontale de la Lune, à un quatrième terme, qui étant représenté par Pq , sera la parallaxe de hauteur de la Lune dans le cercle vertical. Soit mené présentement l'arc qd parallèlement à l'écliptique. Dans le petit triangle dPq , qui peut bien être considéré comme plan ou rectiligne, on connoît outre l'angle droit, le côté Pq , comme aussi l'angle dPq complément à deux droits de l'angle donné ZPL ; on pourra donc calculer dans ce triangle la valeur du côté Pd parallaxe de latitude, &

celle du côté *qd* qui fera la parallaxe de longitude que l'on cherche. Il est à remarquer qu'à cause de la latitude de la Lune qui ne sçauroit excéder ses Limites, les parallèles, ou les arcs *dq* compris entre deux cercles de latitude, ne doivent pas différer sensiblement de l'arc de l'écliptique, compris entre les mêmes cercles de latitude.

CHAPITRE VINGT-TROISIEME.

La Théorie du mouvement annuel de la Terre.

Il est tems d'expliquer enfin les Théories particulieres des Planetes.

APRE'S avoir traité jusqu'ici de la situation, de la distance, & généralement de tout ce qui regarde les Planetes en général, après avoir, dis-je, expliqué les Phénomènes qui dépendent tant de leurs mouvemens propres, que du mouvement réel de la Terre, combinés l'un avec l'autre, nous allons considérer les Théories particulieres des mouvemens de chaque Planete, ce qui pourra servir à déterminer en même tems avec exactitude non-seulement leurs périodes & leurs distances au Soleil, mais encore la vraie figure & la position de leur orbite. C'est ainsi qu'on donnera dans les derniers Chapitres les différentes regles par lesquelles on pourra calculer pour tel tems donné que ce soit, leurs vrais lieux dans le Zodiaque. Mais parce que la Théorie générale des Planetes suppose qu'on connoisse le mouvement de la Terre, il est donc nécessaire de commencer par la Théorie de la Terre, qu'on nomme communément la Théorie du Soleil.

Elles dépendent de la Théorie de la Terre.

Le lieu de la Terre est toujours connu lorsqu'on sçait par observation le lieu apparent du Soleil.

On a fait voir dans le septieme Chapitre que le mouvement apparent du Soleil dans l'écliptique que l'on observe dans le cours de l'année, a pour origine le mouvement réel de la Terre autour du Soleil, & qu'ainsi le Soleil vu de la Terre paroît décrire dans le Ciel le même cercle, sçavoir l'Ecliptique, que la Terre paroît décrire dans le

le même tems à un spectateur placé dans le Soleil. En effet le lieu de la Terre vu du Soleil, est toujours diamétralement opposé à celui que le Soleil nous paroît occuper dans l'Ecliptique; & partant lorsque le Soleil nous paroît en γ , la terre est réellement en \sphericalangle : lorsque le Soleil est au φ , la Terre est au ρ ; d'où l'on voit que le lieu apparent du Soleil étant donné par observation, on aura toujours en y ajoutant 180° , le lieu que la Terre vu du Soleil paroîtra pour lors occuper dans son orbite.

Maintenant on doit considérer que l'Ecliptique coupant le cercle Equinoctial en deux points opposés, le Soleil paroîtra donc deux fois chaque année dans le cercle Equinoctial, sçavoir, lorsque par son mouvement apparent il sera parvenu à l'une ou l'autre Section de ces deux cercles, mais dans tout autre tems de l'année il en paroîtra décliner plus ou moins au Nord ou au Midi: or les deux points de la plus grande déclinaison, seront aussi ceux de l'Ecliptique qui se trouvent également distans de l'une ou de l'autre section en γ ou \sphericalangle , c'est-à-dire, qui en seront éloignés chacun de 90° . De plus lorsque le Soleil est dans l'un ou l'autre de ces points éloignés de 90° des points γ ou \sphericalangle , il paroît à peine changer sa déclinaison pendant plusieurs jours, & partant les jours sont alors sensiblement égaux les uns aux autres. On a donc nommé ces mêmes points qui sont chacun le commencement du φ & du ρ , *les points des Solstices*; de même qu'on a nommé les points d' γ & de \sphericalangle , où se coupent l'Equinoctial & l'Ecliptique, *les points des Equinoxes*, parce que quand le Soleil s'y trouve, les jours sont alors égaux aux nuits, le Soleil étant douze heures au-dessus de l'horison, & douze heures au-dessous.

Des points
des Solstices
& des Equinoxes.

Comme le Soleil paroît continuellement emporté selon l'ordre des signes dans la circonférence de l'Ecliptique, & s'avancer par conséquent chaque jour d'environ

un degré vers l'Orient, il est évident qu'il ne s'arrête pas effectivement davantage dans les points des Equinoxes, que dans ceux des Solstices, mais qu'il s'avance ou s'en éloigne dès l'instan même qu'il y est parvenu : ainsi quoiqu'on nomme communément le jour des Equinoxes, celui auquel le Soleil rencontre l'un ou l'autre point équinoctial, (le jour étant alors aussi long que la nuit) cela n'est cependant exactement vrai, que lorsque le Soleil rencontre le point Equinoctial au moment de Midi, ce qui est un cas fort rare : car si le Soleil étoit à son lever, par exemple, au point Equinoctial du Printems, le soir à son coucher il ne seroit plus dans l'Equateur, mais plus au Septentrion d'environ douze minutes, & en ce cas ce même jour surpâsseroit un peu les 12 heures, & conséquemment la nuit n'auroit pas 12 heures entières : la différence est néanmoins assez petite, pour être négligée, puisqu'elle n'est sensible qu'avec des horloges bien réglées.

Méthode
d'observer le
moment de
l'Equinoxe.

Voici la Méthode de trouver par observation l'instan des Equinoxes, en supposant que l'on connoisse d'ailleurs la latitude d'un lieu. Il faut observer d'abord le jour de l'Equinoxe, la hauteur méridienne du Soleil par le secours d'un Quart-de-cercle ou d'un Octans divisé avec soin en degrés, minutes, &c. Si cette hauteur méridienne se trouve égale au complément de la latitude du lieu, cest-à-dire, à la hauteur de l'Equateur, l'instan du Midi sera pour lors l'instan même de l'Equinoxe ; mais s'il y a quelque différence, ce sera ce qu'on nomme la déclinaison du Soleil : on observera donc de la même manière le jour suivant la hauteur méridienne du Soleil, & par conséquent on en déduira pour le même jour à Midi sa vraie déclinaison. Si les deux déclinaisons sont l'une Australe & l'autre Boréale, l'Equinoxe répondra à quelques-unes des 24 heures écoulées entre le Midi de chaque jour d'observation : mais si ces deux déclinaisons sont

toutes deux ou australes ou boréales , alors ou le tems de l'Equinoxe fera déjà passé , ou bien il n'arrivera qu'après le Midi du second jour auquel on aura observé la hauteur méridienne du Soleil ; or de ces deux déclinaisons données , on peut déduire très-facilement le moment de l'Equinoxe * de la maniere suivante.

Je suppose que CAB représente un arc de l'Ecliptique , EAQ un arc pris sur l'Equateur , & que ces deux arcs se coupent en A : la déclinaison du Soleil déduite de la premiere observation étant représentée par $CÆ$, celle du second jour sera représentée par ED : c'est pourquoi CE fera le mouvement *diurne* du Soleil dans l'Ecliptique , c'est-à-dire , l'arc que le Soleil parcourt d'un Midi à l'autre de chaque jour d'observations. Or dans le triangle sphérique rectangle $CÆA$, on connoît l'angle A , c'est-à-dire , l'*Obliquité* de l'Ecliptique (comme nous l'avons enseigné dans le vingtieme Chapitre) on connoît encore $CÆ$ qui est la déclinaison du Soleil observée ; c'est pourquoi on connoîtra l'arc CA : mais dans le triangle ALD

PLANCHE
VIII.
Fig. 11.

* On est parvenu à découvrir le moment des Equinoxes par une voie incomparablement plus certaine , en y employant les ascensions droites des Etoiles , selon la méthode expliquée , page 388. Il est vrai qu'on a fait usage un grand nombre de fois de l'autre Méthode dans les derniers siècles ; de maniere qu'il en faudroit corriger les observations. Car depuis Regiomontanus jusqu'à Tycho , il n'a pas été possible de bien déterminer la hauteur du pole ou de l'Equateur , parce qu'on n'avoit point égard aux réfractions. Mais comment s'assurer aujourd'hui de déterminer les hauteurs absolues ? Le Soleil parcourt environ $23\frac{1}{2}'$ en déclinaison en 24^h aux tems des Equinoxes : ainsi lorsqu'on se trompe de $5''$ dans la déclinaison , il en doit résulter une erreur d'environ $5'$ dans le moment de l'Equinoxe. N'est-il donc pas plus avantageux au lieu de la méthode des Anciens qu'on vient de rapporter ci-dessus , d'y employer les ascensions droites ? Si lorsqu'on compare les passages au Méridien du Soleil & d'une Etoile par le secours d'une Lunette immobile fixée vers l'Equateur , on trouve que c'est une opération plus délicate que d'observer suivant la méthode ordinaire , la hauteur méridienne du Soleil , il vaudroit mieux en ce cas prendre pour le moment de l'Equinoxe , un milieu entre les résultats qu'on auroit déduits de l'une & l'autre Méthode. Mais outre qu'il semble au contraire que la méthode des Anciens est moins simple , puisqu'elle suppose plus d'opérations , comme de connoître la hauteur du pole , de vérifier l'instrument au zénit ou à l'horizon , de découvrir l'erreur de ses divisions , on y suppose d'ailleurs quelques élémens qui ne sont pas assez connus , tels que les réfractions & la parallaxe du Soleil , ce que l'on peut éviter par la nouvelle méthode , d'autant que les conditions qu'il faut remplir sont déjà connues , ou du moins très-faciles à exécuter lorsqu'on s'y est bien préparé.

rectangle en D , étant aussi connu l'angle A & le côté DE , on pourra calculer la valeur de l'arc AE ; & par conséquent l'arc CE , qui est la somme (ou la différence) des arcs CA & AE , fera le mouvement diurne du Soleil : on fera donc comme CE , est à CA , ainsi 24 heures seront au tems écoulé entre le Midi de la première observation, & le moment de l'Equinoxe : ainsi l'heure de l'Equinoxe se trouvera en ajoutant (ou en retranchant selon le cas) ce même tems au Midi de la première observation.

Les observations de l'Equinoxe servent à trouver la grandeur de l'année solaire.

* Au lieu d'observer l'Equinoxe, Meton détermina autrefois l'arrivée du Soleil au Tropique du Cancer par l'égalité des ombres observées avant & après le Solstice.

Pour trouver la grandeur de l'année Tropicque, c'est-à-dire, le tems que le Soleil, ou plutôt la Terre, employe à parcourir l'Ecliptique, on observera encore l'année suivante le moment de l'Equinoxe. Or le tems écoulé entre ces deux Equinoxes, fera la grandeur de l'année : on la nomme *Année Tropicque* *, parce qu'il faut que tout cet intervalle de tems s'écoule pour que chaque saison se rétablisse dans le même ordre qu'auparavant. On doit remarquer qu'il est fort difficile d'établir la grandeur de l'année par deux observations consécutives du même Equinoxe, & qu'ainsi on risqueroit de se tromper trop sensiblement dans le mouvement de la Terre : la raison en est évidente. La plus petite erreur commise dans les observations, se multiplieroit dans la suite à mesure qu'on supputeroit le vrai mouvement de la Terre pour un grand nombre d'années, d'où il pourroit arriver à la fin qu'on trouveroit une erreur très-sensible dans l'époque de son moyen mouvement. Voilà pourquoi les Astronomes choisissent plutôt, parmi le grand nombre d'Observations anciennes des Equinoxes qui nous ont été conservées, les deux plus éloignées l'une de l'autre qu'il est possible : & c'est ainsi qu'ils ont divisé tout ce tems écoulé entre deux Equinoxes par le nombre des révolutions du Soleil, ce qui a donné au quotient la vraie grandeur de l'année. Il est évident en ce cas que l'erreur des Observations, bien loin de se multiplier,

diminue au contraire tellement, qu'elle peut devenir tout-à-fait insensible.

Les Astronomes ont enfin établi par cette méthode la grandeur de l'année Solaire de $365^j 5^h 48' 57''$. Ce tems differe un peu de celui qui répond à la révolution de la Terre autour du Soleil, qu'on nomme *Année Anomalistique* ou *Périodique*; car la *Précession des Equinoxes* (que nous avons expliquée dans le huitieme Chapitre) ou si l'on veut, le mouvement rétrograde des points Equinoctiaux, est de $50''$ par année: or ce mouvement se faisant contre l'ordre des Signes, le Soleil doit donc paroître rencontrer les Equinoxes l'année suivante dans des points différens de ceux où il les a quittés, & par conséquent le Soleil n'aura pas encore achevé son cercle entier, ou plutôt son orbite, lorsqu'il fera de retour aux mêmes points des Equinoxes. Enfin l'année Anomalistique ou Périodique a été conclue de $365^j 6^h 9' 14''$.

Grandeur de l'année Anomalistique.

Il est aisé de voir présentement que si le mouvement du Soleil étoit toujours égal, c'est-à-dire, que si la Terre parcouroit chaque jour autour du Soleil des arcs égaux en des tems égaux, le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique seroit toujours égal. Ainsi divisant 360° par $365^j 5^h 48' 57''$, le quotient $59' 8''$ seroit le mouvement diurne du Soleil; d'où l'on tireroit facilement le lieu apparent du Soleil dans l'Ecliptique pour tel tems de l'année qu'on voudroit, soit en construisant pour chaque jour des Tables fondées sur l'addition continue de ce mouvement diurne $59' 8''$, soit par une regle de proportion, &c. mais les Observations Astronomiques nous ont fait connoître que le mouvement apparent du Soleil n'est point du tout égal, puisqu'il parcourt des arcs égaux de l'écliptique, tantôt plus vite, & tantôt plus lentement. La différence s'apperçoit principalement dans la comparaison que l'on fait du tems que le Soleil employe à parcourir le demi-

Le mouvement du Soleil dans l'Ecliptique, est sujet à quelque inégalité.

Maniere de construire la Table des moyens mouvemens du Soleil.

cercle boréal de l'Ecliptique , avec celui qu'il met à parcourir le demi-cercle austral. Cette différence est d'environ huit jours , & l'arc boréal est celui que le Soleil parcourt dans le plus grand espace de tems , au lieu que ce devrait être le même espace de tems pour l'un & l'autre arc , si le mouvement du Soleil étoit toujours égal.

En un mot si l'on observe chaque jour le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique , c'est-à-dire son mouvement diurne , on le trouvera vers le commencement de Janvier d'environ $61'$ (& c'est alors que le mouvement diurne du Soleil est plus grand qu'en aucun autre tems de l'année) ; au contraire au premier Juillet le mouvement diurne fera le plus petit qu'on puisse observer , car on le trouvera d'environ $57'$.

Comment on peut trouver par observation le mouvement diurne du Soleil.

Pour trouver le mouvement diurne du Soleil , on se servira de la méthode suivante*. Soit l'Ecliptique CB , l'Equateur AQ , & l'interfection de ces deux cercles en A ; on observera avec un Quart-de-cercle la hauteur

* Cette méthode ne sçauroit être d'aucun usage au tems des Solstices , parce que la variation du Soleil en déclinaison , est alors presque insensible. C'est pourquoi il vaut mieux préférer les ascensions droites aux déclinaisons du Soleil. Pour cet effet il faudra observer deux jours de suite les passages au méridien du Soleil & de quelqu'Etoile fixe dont la hauteur & l'ascension droite soient connues : & comme les Etoiles de la première grandeur s'observent avec des lunettes de 3 à 4 piés en plein jour , & même en plein midi , on choisira toujours l'Etoile qui passera au méridien le plus près de l'heure de midi qu'il sera possible , afin d'éviter par-là les plus petites erreurs qui pourroient se glisser ou dans le mouvement de la pendule , ou dans les observations de la révolution de l'Etoile au méridien. On fera donc comme le nombre d'heures , de minutes & secondes écoulées à la pendule pendant la révolution de l'Etoile fixe , est au nombre d'heures , minutes & secondes écoulées entre le passage du Soleil & de l'Etoile au méridien le premier jour de l'observation , (on se servira de la même règle pour le second jour) ainsi l'arc entier de l'Equateur $= 360^\circ$, fera à la différence en ascension droite entre le Soleil & l'Etoile au moment de midi : il est évident que si l'Etoile a passé au méridien après le Soleil , il faudra ôter ce quatrième terme trouvé , ou cette différence en ascension droite de l'Etoile & du Soleil , de l'ascension droite de l'Etoile , & l'on aura l'ascension droite AF du Soleil. On ajoutera au contraire ce quatrième terme trouvé à l'ascension droite de l'Etoile , si l'Etoile passe avant midi : ainsi l'ascension droite du Soleil AF étant connue , dans le triangle rectangle AFG rectangle en F , l'angle A & le côté AF sont connus , c'est pourquoi on trouvera la longitude du Soleil AG . On connoitra de la même manière le jour suivant la longitude du Soleil AM ; & la différence des arcs AG , AM fera le mouvement diurne du Soleil.

méridienne du Soleil : & parce qu'on peut connoître la latitude du lieu , & par conséquent que la hauteur de l'Equateur a été déterminée ; la différence , s'il y en a , entre la hauteur méridienne du Soleil & celle de l'Equateur , fera la déclinaison du Soleil. Supposons le lieu du Soleil dans l'Ecliptique en *G* , & sa déclinaison *FG* , on connoît dans le triangle rectangle *GFA* , le côté *FG* & l'angle *A* ; on trouvera donc l'arc *AG* distance du Soleil au point des Equinoxes , c'est-à-dire , la longitude du Soleil , ou son lieu dans l'Ecliptique pour l'instant du midi auquel on aura fait cette observation. On répètera le jour suivant la même opération , & ayant trouvé par le moyen de la déclinaison *ML* l'arc *AM* , qui fera la longitude du Soleil pour le moment de midi , la différence des arcs *AG* , *AM* , fera l'arc de l'Ecliptique *GM* que le Soleil a parcouru dans un jour. Or l'on trouvera toujours cet arc plus ou moins grand , selon les différentes situations de la terre dans son orbite.

Les anciens Astronomes ne vouloient admettre d'autres mouvemens dans les cieux , que ceux qui se font dans la circonférence d'un cercle , & qui sont réguliers ; c'est pourquoi pour expliquer cette inégalité apparente du mouvement du Soleil , ils avoient établi que la Terre décrivait d'un mouvement toujours égal autour du Soleil , (ou que le Soleil décrivait autour de la Terre , ce qui revient précisément au même) un cercle Excentrique , c'est-à-dire , un cercle dont le centre étoit différent du centre de l'Ecliptique : car comme ils plaçoient le Soleil (ou la Terre) au centre de l'Ecliptique , le mouvement de l'astre dans la circonférence de l'Excentrique étant toujours égal , le centre de l'écliptique étoit donc différent du centre autour duquel se faisoient les mouvemens égaux ; ainsi le mouvement de la Terre (ou du Soleil) vu du centre de l'Ecliptique , devoit être en ce cas sujet à une inégalité.

Hypothese
des Anciens
pour expli-
quer les inéga-
lités du mou-
vement de la
Terre.

PLANCHE
VIII.
Fig. 12.

Ce que c'est
que l'Excentricité.

Si l'on suppose que le cercle $\gamma \delta \epsilon \zeta$ représente l'Ecliptique au centre duquel est le Soleil, que $MPNA$ soit l'orbite de la Terre, & que le point C en soit le centre, on aura CS pour distance de ces deux centres, & c'est ce qu'on nomme l'Excentricité. On suppose ici que la Terre se meut toujours également dans son orbite, c'est pourquoi tous les angles décrits autour du point C , seront toujours proportionnels aux tems, & la Terre vue du point C paroîtroit avoir en A un mouvement parfaitement égal à celui qu'elle auroit en P : mais étant vue du centre de l'Ecliptique S , elle paroîttra se mouvoir plus lentement en A qu'en P , parce qu'on jugera qu'elle parcourt dans des tems égaux un arc plus petit vers A que vers P ; & partant la Terre étant en A , un Observateur qui apperçoit le Soleil en δ , lui attribuera un mouvement plus lent, que lorsqu'elle sera parvenue en P , & que le Soleil lui paroîttra au ζ .

Mais comme l'arc de l'Excentrique NAM surpasse un demi-cercle, & qu'au contraire NPM est plus petit que le demi-cercle, il est évident qu'il faut un tems bien plus long pour parcourir l'arc NAM , que l'arc NMP : or dans le tems que la terre parcourt l'arc NAM , le Soleil paroît alors parcourir le demi-cercle boréal de l'Ecliptique $\gamma \delta \epsilon$; & enfin lorsque la Terre parcourt l'arc MPN , le Soleil paroît se mouvoir successivement dans la demi-circonférence australe de l'Ecliptique $\epsilon \zeta \gamma$, d'où il suit (comme il est aisé de le concevoir) que le Soleil doit nécessairement paroître moins de tems à parcourir l'arc austral, que l'arc boréal de l'Ecliptique.

Selon l'hypothese des Anciens, on peut calculer géométriquement l'excentricité & la position de la ligne des Apfides.

Selon cette hypothese on peut déterminer de la maniere suivante l'excentricité de l'orbite de la Terre, & la position de la ligne des Apfides. On observera, 1°. le vrai tems des deux Equinoxes du Printems & d'Automne. 2°. On déterminera encore par observation le lieu du Soleil

Soleil dans l'Ecliptique quelque tems après l'Equinoxe du Printems, ou avant celui d'Automne; & ce fera, par exemple en Ω , la Terre se trouvant pour lors en \approx . Lorsque la Terre est une fois au point N de son orbite, le Soleil paroît pour lors en γ ; ensuite la Terre étant parvenue en L ou en \approx , le Soleil paroîtra au Ω ; enfin la Terre se trouvant en M , le Soleil paroîtra en $\underline{\approx}$: on menera donc les lignes droites SL , CL , au Lieu de la Terre en L , & encore les lignes droites CM , MN , & CN , enforte que les lignes CM , SL se coupent au point O : or les observations du Soleil donneront l'angle $\gamma S \Omega$ & son complément à deux droits $\approx S \gamma$; & parce que le tems écoulé entre les observations est donné, l'arc LM ou l'angle LCM , aussi-bien que l'arc NAM , qui sont proportionnels au tems, seront par conséquent connus. C'est pourquoi dans le triangle isoscèle MCN , l'angle MCN étant donné, on connoîtra par conséquent les angles de la base M & N , puisque l'un & l'autre est égal à la moitié du complément à deux droits de l'angle MCN ; mais dans le triangle MOS on connoît par observation l'angle MSO , c'est-à-dire, $\gamma S \approx$; on trouvera donc l'angle MOS , puisqu'il est le complément à deux droits des angles connus M & MSO , & par conséquent on connoîtra aussi son opposé au sommet LOC . Qu'on suppose donc le rayon du cercle excentrique de 100000 parties, & l'on résoudra le triangle LCO , dans lequel on connoît les angles & le côté LC , qui est le rayon du cercle excentrique; d'où l'on tirera la valeur de OC , & par conséquent (puisque le rayon MC est égal au rayon LC) on connoîtra MO . Présentement dans le triangle MOS tous les angles & le côté MO sont connus, on connoîtra donc OS : enfin dans le triangle SOC les côtés SO , OC , sont donnés, comme aussi l'angle SOC , qui est le complément à deux droits de l'angle SOM , on connoîtra donc l'excen-

tricité SC & l'angle $O SC$, auquel ajoutant l'angle MSO , on aura l'angle MSA , ou l'arc $\gamma \rho$, distance de l'Aphélie au point de l'Equinoxe du Printems, ce qui détermine la position de la ligne des Apfides.

Voilà la méthode dont se sont servis les anciens Astronomes, & d'où ils tiroient l'excentricité SC de 3450 parties, dont le rayon de l'excentrique en contiendrait 100000 : nous allons expliquer comment ils calculoient le mouvement ou le Lieu du Soleil pour un tems donné quelconque.

Soit AP la ligne des apfides dont la position a été déterminée sur l'orbite de la Terre, l'aphélie A , & la Terre en L , son mouvement étant toujours considéré comme égal & uniforme dans la circonférence d'un cercle. Cela posé l'arc AL ou l'angle ACL fera proportionnel au tems, & c'est ce qu'on nomme l'*Anomalie moyenne de la Terre*; & l'arc de l'Ecliptique $\rho \approx$ ou l'angle ASL s'appelle *Anomalie vraie*. Or l'anomalie moyenne AL étant donnée, son sinus LQ fera par conséquent connu, aussi bien que son cosinus QC : mais à ce cosinus il faut ajouter l'excentricité donnée, ainsi leur somme fera la ligne SQ : on fera donc, Comme SQ , est à LQ , ainsi le rayon est à la tangente de l'angle QSL , dont on connoitra par conséquent la valeur; ou bien on fera comme il suit. Dans le triangle SCL , les côtés SC , CL & l'angle SCL (qui est le complément à deux droits de l'anomalie moyenne) sont donnés, on connoitra donc LSC , ou LSA , qui sera l'anomalie vraie, ce qui se trouve ordinairement en faisant; comme $CL + CS$, est à $CL - CS$, ainsi la tangente de la moitié de l'angle LCA , à un quatrième terme, qui sera la tangente de la moitié de la différence des angles CSL & CLS : or il faut remarquer que comme SC & CL sont toujours donnés, & que ce sont deux quantités constantes, la différence des logarithmes

des quantités $CL + CS, CL - CS$, fera toujours une quantité constante : c'est pourquoi si on l'ajoute continuellement à la tangente logarithmique de la moitié de l'angle LCA qui est variable , on aura par une méthode plus facile la tangente logarithmique de la moitié de la différence des angles CLS & CSL : mais puisqu'on connoît leur somme (égale à l'angle LCA) on connoîtra donc l'angle LSA qui détermine le lieu de la Terre dans l'Ecliptique vu du Soleil , & par conséquent le point qui lui est diamétralement opposé ou qui en est éloigné de 180 degrés , fera le vrai lieu du Soleil vu de la Terre.

On remarquera que dans le premier demi-cercle d'anomalie , sçavoir ALP , l'anomalie moyenne ACL sera toujours plus grande que l'anomalie vraie ASL , car l'angle extérieur ACL est toujours plus grand que l'intérieur opposé ASL du triangle CLS : & si de l'anomalie moyenne ACL , on ôte l'angle CLS , le reste fera l'angle LSC , c'est-à-dire , l'anomalie vraie. Au contraire dans le second demi-cercle d'anomalie PRA , l'anomalie moyenne sera toujours plus petite que l'anomalie vraie; car soit supposée la Terre en R , l'anomalie moyenne de l'arc APR , ou plutôt de l'arc PR (laissant à part le demi-cercle AMP) sera ou l'arc PR , ou l'angle PCR , qui est toujours proportionnel: mais l'anomalie vraie (laissant toujours à part le demi-cercle) est l'angle PSR lequel est égal aux deux intérieurs PCR & CRS ; c'est pourquoi si à l'anomalie moyenne PCR , on ajoute l'angle CRS , on aura l'anomalie vraie PSR , & par conséquent le lieu de la Terre dans l'Ecliptique. Les Astronomes ont appelé les angles CLS ou CRS Equations , ou *Prosthaphereses*, parce qu'il faut tantôt les ajouter , & tantôt les ôter du mouvement moyen de la Terre pour avoir son mouvement vrai.

Ce que c'est que l'Equation ou la Prosthapherese.

Il est certain que cette Théorie des Anciens s'accordoit assez bien avec leurs observations du Soleil ; mais ces

observations n'étoient pas alors fort exactes , leurs instrumens étant fort grossiers en comparaison de ceux dont on se sert aujourd'hui ; & d'ailleurs les mouvemens des autres Planetes ne s'accordoient plus avec cette Théorie , ainsi que Ptolomée en est convenu. Mais ce qu'ils ignoroient , & ce que l'on n'a découvert que depuis environ un siecle , c'est le rapport des diametres apparens du Soleil qu'on trouve de $31' 29''$ dans l'aphélie , & de $32' 33''$ dans le périhélie. Or la théorie des Anciens ne s'accorde plus avec ces observations , & par conséquent cette Théorie est bien éloignée d'être la véritable , comme il va être prouvé tout à l'heure ; car les distances apparentes du Soleil sont entr'elles réciproquement comme les distances véritables de cet astre à la Terre. C'est pourquoi la vraie distance du Soleil à la Terre au tems de l'aphélie , seroit à sa distance au tems du périhélie , comme $1953''$ est à $1889''$. Mais pour que la Théorie des Anciens fût vraie , la distance de la Terre au Soleil en aphélie , devroit être à la distance de la Terre au Soleil dans le périhélie , comme 10345 à 9655 , ce qui donne un rapport beaucoup plus grand que celui qu'on vient de déduire des diametres ou des distances apparentes du Soleil ; puisqu'il s'en suivroit de l'hypothese des Anciens que si l'excentricité étoit de 345 parties dont le rayon du cercle excentrique seroit 10000 , en supposant le diametre du Soleil au tems du périhélie de $32' 33''$, il faudroit que le diametre du Soleil au tems de l'aphélie parût sous un angle de $30' 22''$, ce qui est manifestement contraire aux observations. Il a donc fallu conclurre qu'une Théorie qui suppose une si grande excentricité , ne pouvoit être que fort éloignée de la véritable ; en sorte qu'il faudroit réduire à la moitié , l'excentricité des Anciens pour représenter les diametres apparens du Soleil tels qu'on les observe dans l'aphélie & dans le périhélie. Mais d'un autre côté cette

excentricité ne représenteroit plus dans cette même hypothese les mouvemens apparens du Soleil, tels qu'on les observe. Car dans la supposition que le centre du cercle excentrique seroit le même que le centre du moyen mouvement de la Terre; c'est-à-dire, que le centre d'où l'on appercevroit ce mouvement toujours égal ou uniforme, on a trouvé par les observations du Soleil, que les Equations ou Prosthaphereses sont deux fois plus grandes qu'il n'étoit pas possible de les déduire dans l'hypothese ancienne, en ne prenant plus que la moitié de l'excentricité; d'où il suit que cette Théorie est nécessairement fausse, & que par conséquent elle a dû être rejetée aussi-tôt qu'on est parvenu à déterminer avec quelque précision les diametres apparens du Soleil.

C'est précisément ce qui fut remarqué par le fameux Kepler, qui s'est avisé le premier de couper en deux l'excentricité, en sorte que le centre du cercle Excentrique fût en *D*, au milieu de l'espace compris entre le Soleil, & le point *C*, d'où le mouvement de la Terre doit paroître à peu près égal ou uniforme. Car le point *C* qui se trouve en ce cas éloigné du centre du cercle Excentrique, de la moitié de l'Excentricité totale qu'admettoient les Anciens; ce point *C*, dis-je, peut-être regardé comme le centre du moyen mouvement, d'autant que le Spectateur qui y seroit placé, appercevroit en effet le mouvement de la Terre à peu près égal, ou moyen, entre le mouvement le plus rapide & le plus lent qu'elle paroît décrire dans l'Écliptique, lorsque l'œil est au point *S*.

Kepler a corrigé la Théorie des Anciens.

A la vérité Copernic & tous les anciens Astronomes ont regardé en quelque maniere comme une chose absurde de vouloir supposer un mouvement à la Terre, qui se feroit dans la circonférence d'un cercle dont le centre ne seroit pas le même que le centre du moyen mouvement; parce qu'il s'ensuivroit de-là que la Terre parcourroit

La terre ne se meut point dans la circon-

férence d'un
cercle , mais
fon orbite est
une Ellipse.

nécessairement d'un mouvement inégal la circonférence de son orbite , contre l'opinion ou axiome autrefois généralement reçu, que les mouvemens des corps célestes sont toujours égaux & uniformes. Mais Kepler ayant consulté les plus récentes & les plus exactes observations Astronomiques , & principalement celles de Tycho , parvint enfin à démontrer que Mars & les autres Planetes ne parcouroient point la circonférence d'un cercle , mais que leur orbite étoit une ellipse dont le Soleil occupoit un des foyers ; d'ailleurs que la Planete de Mars ne parcouroit point la circonférence de l'Ellipse d'un mouvement égal , mais qu'elle étoit assujettie à une loi générale , sçavoir , qu'un rayon tiré de la Planete au Soleil , devoit parcourir constamment des *Aires Elliptiques* proportionnelles aux tems ; ce qui faisant une loi générale pour les autres Planetes , conduisoit nécessairement à conclurre que la Terre suivoit la même loi en se mouvant autour du Soleil dans la circonférence d'une Ellipse. Or cette Théorie s'est trouvée entierement conforme aux observations ; mais il s'en est suivi dès-lors qu'il n'y a en effet aucun centre du mouvement égal ou uniforme , c'est-à-dire , d'où les Planetes puissent paroître parcourir des *angles proportionnels aux tems*. Voilà pourquoi plusieurs Astronomes (encore attachés à l'opinion des Anciens , en ce qu'ils vouloient absolument supposer un centre du mouvement égal) ont rejeté trop facilement la Théorie de Kepler , ayant toutefois conservé à l'orbite de la Terre , la figure Elliptique qu'ils n'ont pu se dispenser d'admettre. Et parce que dans l'axe d'une Ellipse on trouve toujours deux points qu'on nomme foyers , & qui sont chacun également éloignés du centre de l'Ellipse ; ils ont supposé le Soleil à l'un de ces deux foyers , ayant considéré l'autre foyer , lequel est éloigné du Soleil du double de l'Excentricité , comme le centre du mouvement égal : c'est ainsi qu'ils ont voulu

que les Planetes décrivissent autour de ce second foyer des angles proportionnels aux tems ; ce qui véritablement ne peut causer d'erreur bien sensible dans les Ellipses qui sont peu excentriques , comme Kepler en convient lui-même , & comme on le démontrera dans la suite. La plus grande difficulté qui se rencontroit dans la Théorie de Kepler , c'étoit de trouver par une méthode directe & géométrique l'anomalie vraie de la Planete toutes les fois que l'anomalie moyenne étoit donnée ; car Kepler & les autres Astronomes n'ont point résolu ce problème , & c'est peut-être encore pour cette raison que ces derniers se sont principalement attachés à l'autre Théorie dont nous venons de parler. Mais quelques hypotheses que les plus célèbres Astronomes aient imaginées depuis Kepler, elles se sont toujours trop écartées des loix de la Physique ; au lieu que la seule Théorie de Kepler s'y est trouvée entièrement conforme, & a toujours répondu aux meilleures observations Astronomiques. Ainsi quoiqu'on n'ait encore fait usage d'aucune méthode directe * pour trouver l'anomalie vraie des Planetes, l'anomalie moyenne étant donnée, on ne doit pas pour cela rejeter la Théorie de Kepler si conforme aux loix de la nature. Nous allons donner dans le Chapitre suivant la solution de ce fameux Probleme.

* Il y a environ vingt ans que M. Herman ayant trouvé une solution nouvelle de ce Probleme , l'a proposée dans le premier Volume des Mémoires de l'Académie de Pétersbourg , où il expose en même tems ce qui a été publié avant lui à ce sujet : il dit d'abord que Wren a été le premier qui ait tenté de résoudre ce Probleme d'une maniere directe , l'ayant construit par le moyen de la cycloïde ; qu'ensuite M. Newton a donné une construction à peu près semblable dans le I^{er} Liv. des Princ. Math. de la Phil. Nat. mais qu'à cause de la difficulté de décrire la Courbe qu'il propose , il a enseigné aux Astronomes une approximation , en y employant la Méthode des suites infinies , comme on l'expliquera tout à l'heure : en quoi il a été suivi par Gregori & par Keill, &c. Quand l'excentricité de l'orbite de la Planete est très-petite , M. Herman fait voir qu'on peut calculer tous les angles au foyer de la Planete par la seule résolution de deux Triangles rectilignes ; ainsi le Probleme de Kepler n'a aucune difficulté lorsqu'il s'agit d'orbites aussi peu excentriques que celles de la Terre ou de Venus : mais la petite erreur qui en résulte dans le calcul des autres orbites , & principalement dans celle de Mars & de Mercure qui sont les plus excentriques , se peut facilement corriger en y employant l'approximation donnée par M. Newton , on en donnera ci-après quelques exemples , les calculs étant beaucoup trop longs lorsqu'on suit uniquement ce qui en a été proposé par Keill ou par Gregori.

CHAPITRE VINGT-QUATRIEME.

Du mouvement des Planetes dans une Ellipse , & solution du Probleme de Kepler , où l'on propose de couper l'aire Elliptique en raison donnée.

KEPLER est le premier qui ait démontré, 1°. Que toutes les Planetes parcouroient la circonférence d'une orbite qui n'est point circulaire, mais Elliptique, & au foyer de laquelle se trouve perpétuellement le Soleil. 2°. Que le mouvement des Planetes s'accéléroit & se ralentissoit de maniere que le rayon tiré de la Planete au centre du Soleil, parcouroit toujours des aires Elliptiques proportionnelles aux tems employés à parcourir ces espaces.

Cette admirable découverte du sçavant Kepler, est due principalement aux observations du fameux Tycho, & l'on doit être d'autant plus disposé à la recevoir, que c'est par son secours que M. Newton nous a dévoilé les loix générales qui s'observent dans le vrai systeme du monde, c'est-à-dire, la vraie Physique des corps célestes si long-tems ignorée de tous les Philosophes.

Dans les Planetes les quarrés des tems périodiques sont entre eux comme les cubes de leurs moyennes distances au Soleil.

Les observations des mouvemens célestes ont fourni à Kepler la démonstration de la loi ou regle suivante. *Dans toutes les Planetes les tems Périodiques sont entr'eux comme les racines quarrées des cubes de leurs moyennes distances au Soleil, ou comme les racines quarrées des cubes des grands axes de leurs Ellipses, puisque ces grands axes sont toujours doubles des distances moyennes; ou bien encore dans les Planetes les Quarrés des tems Périodiques sont entr'eux comme les cubes des grands axes.* De sorte que si dans deux Ellipses différentes on nomme chacun des grands axes A & a , les tems périodiques de la révolution de chaque Planete T & t ,

on

on aura toujours $T^2 : t^2 :: A^3 : a^3$; & par conséquent $T : t :: A^{\frac{3}{2}} : a^{\frac{3}{2}}$.

D'où il suit que dans deux Ellipses différentes deux aires quelconques étant supposées parcourues dans le même tems ou dans des tems égaux, ces aires seront entre elles en raison foudoublée des Parametres de ces Ellipses, ce que l'on démontre en cette maniere. On sçait que c'est une propriété générale pour toutes les Ellipses, que les aires soient entre elles comme les rectangles des deux axes ; c'est-à-dire, que si on nomme les axes de la plus grande Ellipse A & M , & ceux de la plus petite a & m ; on aura toujours, l'aire de la plus grande Ellipse, est à l'aire de la plus petite, comme $A \times M$ est à $a \times m$; ainsi au lieu des aires de deux Ellipses, on pourra toujours substituer à leurs places les rectangles des deux axes, puisqu'ils sont toujours en même rapport. Je suppose présentement qu'on nomme X l'aire décrite dans la grande Ellipse en un tems quelconque, & qu'on nomme aussi x l'aire décrite dans la petite Ellipse précisément dans le même tems ; si l'on nomme enfin le tems donné y , les Parametres des Ellipses L & l , & les tems périodiques T & t ; il s'ensuit de la Théorie que nous venons d'expliquer, que

$$X : A \times M :: y : T$$

& de même $a \times m : x :: t : y$

donc en raison égale $X \times a \times m : x \times A \times M :: t : T :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$ mais parce que le petit axe est moyen proportionnel entre le grand axe & le Parametre, on aura $M = A^{\frac{1}{2}} \times L^{\frac{1}{2}}$ & $m = a^{\frac{1}{2}} \times l^{\frac{1}{2}}$, & partant $X \times a^{\frac{1}{2}} \times l^{\frac{1}{2}} : x \times A^{\frac{1}{2}} \times L^{\frac{1}{2}} :: a^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$; donc $X \times l^{\frac{1}{2}} = x \times L^{\frac{1}{2}}$; & par conséquent $X : x :: L^{\frac{1}{2}} : l^{\frac{1}{2}}$, c'est-à-dire, que dans deux Ellipses quelconques les aires décrites dans le même tems sont en raison foudoublées des Parametres : *C. Q. F. D.*

Ainsi la loi qu'observent les Planetes en parcourant leur orbite, étant de parcourir des aires égales dans des

Les aires Elliptiques parcourues dans un même tems, par différentes Planetes, sont entre elles en raison foudoublée des parametres de chaque Ellipse.

tems égaux ; il est nécessaire qu'elles parcourent la circonférence de leurs orbites avec une vitesse qui ne sauroit être uniforme , mais presque toujours inégale ; de sorte que lorsque la Planete va du Périhélie à l'Aphélie , son mouvement paroîtra se rallentir de jour en jour : & lorsqu'elle va de l'Aphélie au Périhélie , son mouvement doit paroître au contraire s'accélérer continuellement , de maniere que le tems où la Planete se meut le plus lentement , est toujours celui où elle passe par son Aphélie , de même qu'au Périhélie elle se meut avec plus de rapidité que dans tout autre point de son orbite. Cependant nous remarquerons que sa vitesse est toujours réciproquement comme les perpendiculaires abaissées du centre du Soleil sur chaque ligne droite , qui passant par le lieu de la Planete , est en même tems la tangente de son orbite : soit DAF une Ellipse dont le foyer est S : soient aussi les arcs AB , ab parcourus dans deux instans quelconques , mais cependant les plus petits qu'il soit possible , étant d'ailleurs parfaitement égaux entre eux : les triangles SAB , sab étant égaux par la supposition , puisque ce sont les aires que le rayon de l'Ellipse , mobile autour du point S parcourt dans des tems égaux , il est clair que si on abaisse du foyer sur les tangentes AP , ap , les perpendiculaires SP , sp , le triangle SAB sera égal à $\frac{1}{2} SP \times AB$ de même que le triangle sab égal à $\frac{1}{2} sp \times ab$: c'est pourquoi $SP : sp :: ab : AB$: mais les lignes ab , AB , étant les espaces parcourus dans des tems égaux , sont entre elles comme les vitesses de la Planete ; on aura donc , la vitesse en a , sera à la vitesse en A , comme la perpendiculaire SP , est à la perpendiculaire sp .

Nous allons rapporter deux problemes sur les mouvemens des Planetes , qui ont été résolus par le célèbre Géometre M. de Moivre.

T H E O R E M E I.

PLANCHE
VIII.
Fig. 13.

SOIT donnée un orbite Elliptique APB dont une Planete parcourt la circonférence à chaque révolution autour du Soleil, qu'on suppose immobile au foyer S : le centre de l'Ellipse étant au point C , la moitié du grand axe sera représentée par CB & celle du petit axe par CD : soit aussi le second foyer en F , & le lieu de la Planete pour un tems donné au point P : on tirera les droites SP , FP , & l'on aura suivant ce qui va être démontré, *la vitesse de la Planete lorsqu'elle est en P , est à la vitesse en D lorsqu'elle est parvenue à sa distance moyenne au Soleil, en raison soudoublée de sa distance FP au 2^d foyer de l'Ellipse F , à sa distance au Soleil SP* : car menant par le point P la tangente EPG , & abaissant de chaque foyer sur cette tangente les perpendiculaires SE , FG , enfin menant encore une autre tangente DH qui touche l'orbite de la Planete au point D , & sur laquelle on abaissera du foyer S la perpendiculaire SH ; on aura, selon ce qui a été démontré ci-dessus (ou selon le Corollaire de la première proposition du premier Livre des Principes de Mathématiques de la Philosophie de M. Newton) la vitesse de la Planete en P , est à la vitesse en D , comme SH ou son égale CD , est à SE ; & par conséquent le carré de la vitesse en P , sera au carré de la vitesse en D , comme \overline{CD}^2 à \overline{SE}^2 , c'est-à-dire (suivant la propriété connue de l'Ellipse, \overline{CD}^2 étant égal à $SE \times FG$) comme $SE \times FG$ est à \overline{SE}^2 , ou plus simplement comme FG à SE : mais les triangles équiangles SEP , FGP donnent, FG est à SE , comme FP est à SP ; donc le carré de la vitesse en P , est au carré de la vitesse en D , comme FP , est à SP , & par conséquent la vitesse en P , est à la vitesse en D , comme \sqrt{FP} , est à \sqrt{SP} . C. Q. F. D.

THEOREME II.

LEs mêmes choses étant supposées, on aura encore le Rayon, est au Sinus de l'angle SPE , comme $\sqrt{SP \times FP}$, est à CD .

Car on a $\overline{SP}^2 : SP \times FP :: SP : FP :: \overline{SE}^2 : SE \times FG :: \overline{SE}^2 : \overline{CD}^2$. Donc en raison alterne $\overline{SP}^2 : \overline{SE}^2 :: SP \times FP : \overline{CD}^2$, & partant $SP : SE :: \sqrt{SP \times FP} : CD$; mais SP , est à SE , comme le Rayon, est au sinus de l'angle SPE ; donc le Rayon, est au sinus de l'angle SPE , comme $\sqrt{SP \times FP}$, est à CD ... *C. Q. F. D.*

PLANCHE
VIII.
Fig. 12.

La vitesse angulaire d'une Planete, c'est-à-dire, l'angle qu'une Planete parcourt autour du Soleil dans un instant donné, est toujours réciproquement en raison doublée de ses distances au Soleil, c'est-à-dire, réciproquement comme les quarrés de ses distances à cet astre. Soient, par exemple AB, ab , deux arcs d'une Ellipse qu'une même Planete a parcourue en tems égaux; on décrira du centre S & des intervalles SB, sb , les petits arcs BE, be , & prenant sur SB la partie Sm égale à sb , on décrira l'arc mn , & l'on aura, la vitesse angulaire au point b , est à la vitesse angulaire au point B , comme l'arc be , est à l'arc mn : mais parce que le rapport de be à mn , est composé des rapports de be à BE , & de BE à mn , & que les triangles BSA, bsa sont supposés égaux; on aura d'abord be est à BE , comme SB est à sb : on aura aussi BE , est à mn (puisque ce sont des arcs semblables) comme SB est à sm , ou comme SB , est à sb ; & partant la vitesse angulaire au point b , sera à la vitesse angulaire au point B , en raison composée de SB à sb & de SB à sb , c'est-à-dire, comme le quarré de SB , est au quarré de sb .

Mais pour faire comprendre encore plus facilement les inégalités du mouvement des Planetes, & les différens

degrés dont leur mouvement s'accroît ou se ralentit, il est nécessaire de comparer le mouvement d'une Planete dans les divers points de son orbite, avec le mouvement d'un corps qui parcourroit la circonférence d'un cercle, d'un mouvement toujours égal & uniforme. Soit donc $AEBF$ l'orbite d'une Planete, au foyer de laquelle se trouve le Soleil en S ; soit AB le grand axe, OQ le petit axe: on décrira du centre S & de l'intervale SE (que je suppose moyen proportionnel entre AK & OK , c'est-à-dire, entre les deux demi-axes) le cercle $CEGF$ dont la surface sera par conséquent égale à celle de l'Ellipse, comme cela est démontré dans les sections coniques. Supposons présentement qu'un corps céleste parcoure la circonférence $CEGF$ d'un mouvement toujours égal, mais de telle sorte qu'il achève sa révolution précisément dans le tems que la Planete parcourt la circonférence entiere de son Ellipse; dans cette supposition lorsque la Planete fera à son Aphélie au point A , le corps céleste que nous supposons emporté d'un mouvement toujours égal & uniforme, se trouvera pour lors dans la ligne des apsides au point C , & parant son mouvement représentera le mouvement égal, ou le moyen mouvement de la Planete, puisqu'il décrira autour du point S , des secteurs de cercles proportionnels aux tems, lesquels seront égaux aux aires Elliptiques que la Planete a dû décrire dans le même tems.

Supposons présentement que le secteur de cercle CSM représente le mouvement moyen de ce corps ou l'angle proportionnel au tems qu'il a dû décrire autour du point S ; on prendra sur l'Ellipse l'aire ASP , égale à l'aire CSM , & le lieu de la Planete dans son orbite sera par conséquent au point P , d'où il suit que l'angle MSD , qui est la différence entre le mouvement vrai & le mouvement moyen de la Planete, fera l'Equation ou la Prosthapherese: mais l'aire $ACDP$ sera égale au secteur DSM , c'est pourquoi l'aire

PLANCHE
VIII.
Fig. 14.

Des vrais lieux auxquels arrivent les plus grandes Equations.

$ACDP$ est toujours proportionnelle à la Prosthapherefe ou à l'Equation; d'où l'on voit que cette aire est la plus grande qu'il est possible, précisément dans le lieu qui répond à la plus grande Equation. Or le lieu où l'Equation est la plus grande qu'il est possible, se trouve au point E , qui est la section commune du Cercle & de l'Ellipse, puisque si la Planete s'est avancée au-delà de ce point, comme en R , l'Equation devient alors proportionnelle à la différence des aires ACE & mER , sçavoir $GBRm$; car soit pour lors V le lieu du corps qui parcourt la circonférence du cercle d'un mouvement toujours égal, on aura le secteur CSV égal à l'aire Elliptique ASR : c'est pourquoi retranchant ce qui est de commun à ces deux espaces, on aura l'aire ACE moins l'aire REm égale au Secteur VSm , c'est-à-dire, égale à l'Equation. Il est évident aussi que dans le périhélie au point B , la ligne du mouvement moyen convient alors exactement avec la ligne du mouvement vrai, puisque le demi-cercle CEG est égal à la demi-Ellipse AEB .

Mais quand la Planete s'avance au-delà du Périhélie B , alors son mouvement vrai anticipe toujours sur son moyen mouvement. Soit donc l'angle GSZ proportionnel au tems, on prendra l'aire BSY égale au Secteur GSZ , & le point Y fera pour lors le vrai lieu de la Planete dans son orbite; d'où l'on voit que l'angle BSY sera plus grand que l'angle GSZ , & qu'ainsi l'aire $GBYL$ sera égale au Secteur ZLS , c'est-à-dire, égale à l'équation: ensuite lorsque l'aire $GBYL$ sera la plus grande qu'il est possible, sçavoir, au point F qui est la commune intersection du cercle & de l'Ellipse, ce point F indiquera encore le lieu de la plus grande Equation; enfin au point A la vitesse de la Planete doit être plus petite qu'en tout autre point de son orbite, sa distance au Soleil SA étant alors la plus grande qu'il est possible; après quoi cette vitesse doit s'accélérer

Du lieu de l'orbite de la Planete où sa vitesse est la plus petite.

de nouveau , à mesure que la Planete s'éloignera du point *A* , mais elle fera continuellement moindre que la vitesse moyenne , jusqu'au point *E* qui est la commune section du cercle & de l'Ellipse. Ainsi ce n'est qu'à ce point *E* que la vitesse angulaire de la Planete peut devenir égale à la vitesse moyenne , ce qui se peut démontrer en cette maniere. . . . Lorsque la Planete est arrivée au point *E* de son orbite , soit supposé le corps céleste qui parcourt la circonférence du cercle avec une vitesse égale au moyen mouvement de la Planete , au point *m* de cette circonférence : soient aussi les aires *nSE* & *ISM* décrites autour du point *S* dans le plus petit instant : ces aires étant égales , on aura $hE \times ES = Im \times Sm$; c'est pourquoi comme les lignes *Sm* & *ES* sont égales , l'arc $Eh = Im$, & partant l'angle *nSE* fera égal à l'angle *ISM* , c'est-à-dire , la vitesse , angulaire de la Planete au point *E* sera égale à la vitesse moyenne : on voit aussi qu'à mesure que la Planete s'approchera du périhélie , sa vitesse surpassera de plus en plus la vitesse moyenne , & que par conséquent son mouvement doit s'accélérer chaque jour , puisque sa distance au Soleil diminue continuellement ; qu'enfin cette vitesse sera la plus grande qu'il est possible au point *B* , qui est le lieu de son Périhélie ; car c'est dans ce point que la Planete est le plus près du Soleil.

Du lieu où la vitesse de la Planete est égale à la vitesse moyenne.

Mais la Planete s'avançant au-delà du Périhélie , & montant vers son Aphélie , il est clair qu'elle doit laisser derrière elle le corps céleste qui parcourt la circonférence du cercle avec une vitesse égale à son moyen mouvement ; & quoique la vitesse de la Planete diminue peu à peu chaque jour à mesure qu'elle s'éloigne du Soleil , elle surpassera néanmoins la vitesse moyenne , jusqu'à ce qu'elle soit parvenue à l'intersection *F* où elle deviendra pour lors égale à celle du corps céleste qui parcourt la circonférence du cercle : enfin cette même vitesse doit continuer à se ral-

lentir jusqu'à l'Aphélie, où elle paroîtra la plus petite; comme nous l'avons exposé auparavant.

Ainsi puisque toutes les Planetes sont emportées dans les différens points de leurs orbites avec des vitesses inégales, & qu'il n'y a d'autre égalité dans leurs mouvemens autour du Soleil, que par rapport aux aires qu'elles décrivent, cette aire augmentant toujours uniformément & dans la même raison que les tems employés à les décrire; il est donc absolument nécessaire, si l'on veut déterminer le lieu d'une Planete dans son orbite pour un tems donné, de pouvoir déterminer à chaque instant l'aire qui est proportionnelle au tems; & pour cet effet nous allons résoudre le Probleme suivant.

PROBLEME DE KEPLER.

Trouver la position d'une ligne droite, dont l'extrémité étant fixe au foyer d'une Ellipse, se meuve autour de ce point, de maniere qu'elle parcoure à chaque instant de sa révolution, une aire qui soit à l'aire de toute l'Ellipse en raison donnée.

PLANCHE
VIII.
Fig. 15.

SOIT une Ellipse APB , dont on ait déterminé un des foyers comme S ; il faut trouver la position d'une ligne droite SP qui coupe l'aire ASP , comprise entre deux lignes droites & une ligne courbe, enforte que le rapport de cette aire soit toujours à l'aire de toute l'Ellipse, comme le tems périodique de la Planete qui parcourt la circonférence de l'Ellipse, est à un tems donné quelconque: il est aisé de voir que la position de cette ligne étant ainsi donnée, on connoîtra le point P qui sera le vrai lieu de la Planete pour le tems proposé. Ou bien soit le demi-cercle AQB décrit sur le grand axe de l'Ellipse, on propose de mener par le point S la droite SQ , laquelle coupe l'aire ASQ , enforte que le rapport de cette aire, à l'aire

l'aire entiere du cercle , soit en raison donnée : or par le moyen de cette section du cercle , on trouvera facilement la section de l'Ellipse que l'on demande , en abaissant du point Q la perpendiculaire QH sur le grand axe de l'Ellipse , puisq'ue cette perpendiculaire rencontrant l'Ellipse au point P , on pourra tirer la ligne SP qui sera celle que l'on cherche , comme aussi le point P le vrai lieu de la Planete. En effet on démontre dans les sections coniques que le demi-segment Elliptique APH est au demi-segment circulaire AQH , comme HP , est à HQ , c'est-à-dire , comme l'aire de toute l'Ellipse , est à l'aire du cercle entier : mais le triangle SPH est au triangle SQH (par la premiere proposition du sixieme Livre d'Euclide) dans un même rapport que celui que nous venons de trouver ; donc l'aire Elliptique ASP , sera à l'aire circulaire ASQ , comme l'aire totale de l'Ellipse , est à l'aire du cercle entier , & en proportion alterne on aura , l'aire Elliptique ASP sera à l'aire totale de l'Ellipse , comme l'aire circulaire ASQ , est à toute la surface ou l'aire totale du cercle ; d'où l'on voit que si l'on sçait une fois la méthode de mener par le point S une ligne droite qui puisse couper l'aire du cercle en raison donnée , il sera fort aisé de couper ensuite l'aire Elliptique telle qu'on la demande.

Kepler qui a proposé le premier ce problème , n'a jamais pu trouver une méthode directe pour calculer le vrai lieu d'une Planete à tel point de l'orbite que ce soit , & même il dit expressément qu'il n'y en a point de directe pour déterminer le vrai lieu , c'est - à - dire , l'anomalie vraie d'une Planete pour un tems donné. Ainsi il a fallu que Kepler calculât successivement pour chaque point de la circonférence AQB (en supposant connu l'arc AQ qu'il nomme l'*Anomalie de l'Excentrique*) non-seulement le tems qui répond à l'aire ASQ laquelle est proportionnelle à l'anomalie moyenne , mais encore l'angle ASP ,

c'est-à-dire , le lieu de la Planete , ou plutôt son anomalie vraie ou coégulée qui répond au même tems. Ainsi parce que Kepler n'a pu résoudre ce probleme géométriquement , la plupart des Astronomes ont pensé à d'autres hypothèses moins conformes aux loix de la Physique , croyant que Kepler s'attachoit à ses propres idées préférablement à une théorie géométrique. Car s'imaginant que toute l'Astronomie de Kepler, au défaut de géométrie, étoit fondée sur une simple hypothèse, ils s'en sont écartés, ne voulant se servir que de méthodes directes. Pour cet effet ils se sont imaginé un point dans l'orbite des Planetes, autour duquel devoit se faire un mouvement toujours égal , c'est-à-dire , autour duquel les angles du mouvement de la Planete devoient toujours être proportionnels aux tems. Or selon cette hypothèse l'anomalie moyenne de la Planete étant donnée , il étoit facile de déterminer géométriquement l'anomalie vraie ou coégulée. Mais on a bientôt remarqué que les calculs fondés sur cette supposition , ne s'accordoient point avec les observations ; de maniere qu'on est enfin convenu qu'il n'est pas possible qu'il y ait un point fixe dans le plan de l'orbite d'une Planete autour duquel (en supposant des rayons tirés de ce point au centre de la Planete) son mouvement se représenteroit par des angles proportionnels aux tems. Il n'y a donc de vraie Théorie , ou qui s'accorde avec les mouvemens des Planetes , que celle de Kepler que nous avons expliquée ci-dessus, en sorte que les Astronomes seront éternellement flatés de cette belle découverte de Kepler : aussi ce grand Astronome en faisoit-il tant de cas, qu'il a mieux aimé ne pas abandonner la méthode indirecte qu'il étoit obligé de suivre pour faire ses calculs , que de rechercher une autre hypothèse qui répugneroit aux loix de la Physique.

Mais afin que l'on ne puisse plus reprocher ce défaut de Géométrie aux Astronomes qui suivent l'hypothèse de

Kepler, on va donner ici la méthode géométrique de couper l'aire d'une Ellipse, ou, ce qui revient au même, celle d'un cercle en raison donnée.

Soit AQB un demi-cercle décrit sur le grand axe d'une Ellipse, & dont le centre soit en C ; soit aussi en S le foyer de l'Ellipse qu'occupe le Soleil: on abaissera du lieu de la Planete sur l'axe, la perpendiculaire QH qui coupera le cercle en Q , & de cette maniere l'aire ASQ , fera à l'aire du cercle entier, comme le tems proposé, est au tems périodique de la Planete. C'est pourquoi ayant mené CQ prolongé (lorsqu'il est besoin) pour y abaisser la perpendiculaire SF ; on aura l'aire ASQ égale au secteur ACQ plus au triangle CSQ ; c'est-à-dire, égale à $\frac{1}{2}CQ \times AQ + \frac{1}{2}CQ \times SF$; enforte que l'aire ASQ fera toujours proportionnelle à l'arc AQ + la ligne droite SF , & cela toutes les fois que la Planete descendra de son Aphélie vers son Périhélie; mais lorsqu'elle ira du Périhélie vers l'Aphélie, l'aire BSq fera toujours égale au secteur BCq — le triangle CSq , & partant cette aire fera toujours proportionnelle à l'arc Bq — la droite Sf ; il est donc certain que si l'on prend toujours l'arc AN ou Bn proportionnel au tems, on aura $AQ + SF = AN$, ou $Bq - Sf = Bn$, & partant SF fera toujours $= QN$, ou $Sf = qn$.

Il est évident de-là que si à l'arc donné AQ on ajoute toujours l'arc NQ égal à SF , on aura l'arc AN proportionnel au tems, c'est-à-dire, égal à l'anomalie moyenne; ainsi l'anomalie vraie d'une Planete étant donnée, on trouvera facilement l'anomalie moyenne, ou bien le tems qui lui répond; car on fera comme QC , est à SC , ainsi $57^{\circ}, 29578$ (valeur d'un arc égal au rayon), est à un quatrieme terme, & ce fera la valeur d'un arc égal à SC en degrés & en parties décimales de degrés: on nommera ce même arc B ; & parce que SC , est à SF , comme le rayon, est au sinus de l'angle SCF ou son opposé au sommet

$Qqij$

PLANCHE
VIII.
Fig. 16.

Le Probleme de Kepler étant énoncé d'une maniere inverlé, n'est plus si difficile à résoudre.

ACQ qui est donné, on fera comme le rayon ; est au sinus de l'arc AQ , ainsi l'arc B , à un quatrième terme qui exprimera en degrés & décimales de degré, la valeur d'un arc de la circonférence AQB égal à la ligne SF ; or puisqu'on a démontré que SF étoit égal à l'arc QN , l'arc QN étant enfin connu, on aura donc la valeur de l'arc AN qui est proportionnel au tems.

Voici un exemple de cette méthode sur la Planete de Mars. Soit donné le rapport de l'excentricité de cette Planete à sa distance moyenne, ou ce qui est la même chose, à la moitié de son grand axe, comme 14100 est à 152369, on trouvera le logarithme de l'arc B valeur de SC égal à 0.7244446 ; c'est pourquoi si l'on demande quelle est l'anomalie moyenne de cette Planete, lorsque l'anomalie de l'Excentrique est d'un degré, on ajoutera le sinus du logarithme d'un degré ; sçavoir 8.2418553 au logarithme de l'arc B ; & la somme sera 8.9662999 logarithme du nombre $0^{\circ}.092533$ valeur de QN en décimales de degrés, & partant on aura l'arc AN proportionnel au tems de $1^{\circ}.092533$, ou de $1^{\circ} 5' 33''$.

De même si l'anomalie de l'excentrique est 30° , & qu'on ajoute à son sinus logarithmique, le logarithme constant de l'arc B , la somme sera 0.4234146 qui sera le logarithme du nombre $2^{\circ}.651$; & par conséquent l'anomalie moyenne AN , qui répond aux 30° d'anomalie de l'Excentrique, sera $32^{\circ}.651$, ou $32^{\circ} 39' 3''$.

Cette méthode, quoiqu'indirecte, est bien plus simple & bien plus commode pour les calculs que celle de Kepler : car cet Auteur ne nous donne pour trouver l'anomalie vraie, l'anomalie moyenne étant donnée, qu'une méthode indirecte fondée sur une regle de *fausse position*.

Mais venons enfin à cette méthode dont nous avons déjà parlé tant de fois, puisqu'il s'agit de découvrir directement l'anomalie vraie ou coégalee qui répond à

l'anomalie moyenne donnée. Soit dans la même figure, l'arc AN l'anomalie moyenne que l'on sçait être toujours proportionnelle au tems; il s'agit de déterminer la valeur de l'arc AQ qui est l'anomalie de l'Excentrique. Pour cet effet je nomme y l'arc NQ , e le sinus de l'arc AN , & son cosinus f ; je nomme encore g l'excentricité SC : or le sinus de l'arc AQ est égal au sinus de l'arc $AN - NQ =$ au sinus $AN - y$; & par conséquent selon ce qu'on trouvera démontré dans la Trigonométrie, si le sinus d'un arc AN est e , le sinus de l'arc $AN - y$, c'est-à-dire, le sinus de AQ fera $\frac{e-fy}{1} - \frac{ey^2}{1.2.} + \frac{fy^3}{1.2.3.} + \frac{ey^4}{1.2.3.4.}$ &c. mais le rayon qui est 1, est au sinus de l'arc AQ , comme $SC = g$, est à SF ou $NQ = y$, & partant SF fera égal à $ge - \frac{gfy}{1} - \frac{gey^2}{1.2.} + \frac{gfy^3}{1.2.3.} + \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. or SF est égal à l'arc NQ ou y , comme on l'a démontré ci-dessus; on aura donc cette équation $y = ge - \frac{gfy}{1} - \frac{gey^2}{1.2.} + \frac{gfy^3}{1.2.3.} + \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. & partant $ge = y + \frac{gfy}{1} + \frac{gey^2}{1.2.} - \frac{gfy^3}{1.2.3.} - \frac{gey^4}{1.2.3.4.}$ &c. si l'on fait présentement $ge = z$, $1 + gf = a$, $\frac{ge}{1.2.} = b$, $\frac{gf}{1.2.3.} = c$, & enfin $\frac{ge}{1.2.3.4.} = d$ l'équation deviendra $z = ay + by^2 - cy^3 - dy^4$ &c. d'où l'on tire selon la méthode du retour des suites donnée par M. Newton, $y = \frac{z}{a} - \frac{bz^2}{a^3} + \frac{2b^2 + ac \times z^3}{a^5} - \frac{5abc - 5b^3 + a^2 d \times z^4}{a^7}$; & parce que $b = \frac{ge}{2} = \frac{z}{2}$ & $d = \frac{z}{1.2.3.4.}$ on aura $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} + \frac{cz^3}{a^4} - \frac{5cz^5}{2a^5}$ &c. si l'arc AN excède 90° ou bien s'il est moindre que 270° , alors ge ou $z = y - gfy + \frac{gey^2}{2.} + \frac{gfy^3}{2.3.} - \frac{gey^4}{2.3.4.}$ Or $a = 1 - gf$; on aura donc $y = \frac{z}{a} - \frac{z^3}{2a^3} - \frac{cz^3}{a^4}$.

Cette suite exprime la valeur de l'arc QN en parties dont le rayon est 1,000000 : mais pour convertir ces parties en degrés, on fera, comme le rayon, est à cette

férie, ainsi $57^{\circ}, 29578$ valeur d'un arc égal au rayon, à un quatrième terme ; c'est pourquoi (puisque le rayon est l'unité) si l'on multiplie cette même série par le nombre $57^{\circ}, 29578$ qu'on peut nommer R , l'on aura l'arc y que l'on cherche en degrés & en décimales de degrés, cet arc étant égal à $\frac{Rz}{a} - \frac{Rz^3}{2a^3} + \frac{Rcz^5}{a^5} \&c.$

Le premier terme $\frac{Rz}{a}$ suffit dans presque toutes les Planètes pour déterminer l'anomalie de l'excentrique ; car dans la Planète de Mars l'erreur ne peut aller à la deux-centième partie d'un degré ; & pour déterminer l'anomalie de l'excentrique de la Terre, l'erreur n'excede pas la dix-millième partie d'un degré. Mais nous allons appliquer ceci à des exemples.

L'Excentricité de l'orbite de la Terre est 0.01691 ; en supposant la distance moyenne ou $CQ = 1.00000$. C'est pourquoi si l'on propose de trouver l'anomalie de l'Excentrique, & l'anomalie coégulée lorsque l'anomalie moyenne est 30° , on a

Le Logarithme de l'Excentricité $8.2281436 = \log. \text{deg}$

Le Logarithme du sin. de 30° 9.6989700

Le Logarithme R 1.7581226

Le Logarithme Rz 9.6852362

Le Logarithme de a à soustraire 0.0063137

Le Logarithme de l'arc y ou NQ 9.6789225 & le nombre qui répond à ce Logarithme est $0.47744 = 28' 38''$.

Quant aux autres termes ils ne peuvent donner qu'environ la dix-millième partie d'un degré, c'est pourquoi on peut les négliger : ainsi de 30° ôtant $28' 38''$, reste l'arc AQ de $29^{\circ} 31' 22''$. Or dans le triangle QCS les côtés QC , CS sont connus, aussi-bien que l'angle SCQ ; c'est pourquoi l'on connoitra l'angle QSC . Voici l'analogie qu'il faut faire comme $QC + CS$ ou AS , est à $CQ - CS$

ou PS , ainsi la tangente de la moitié de la somme des angles CSQ & CQS , à la tangente de la moitié de la somme de leur différence ; & partant si du Logarithme de la tangente de la moitié de la somme de l'angle ACQ , on ôte toujours le Logarithme constant 0.0146893 , le reste sera la tangente de la moitié de la différence des angles CQS & CSQ , sçavoir (dans cet exemple) $14^{\circ} 17' 26''$, & l'ajoutant à la demi-somme des angles inconnus, on aura l'angle ASQ de $29^{\circ} 3' 7''$. Mais pour trouver l'angle ASP (fig. 15.) il faut diminuer la tangente de l'angle ASQ dans la raison du petit axe au grand axe de l'Ellipse : ainsi on ôtera du Logarithme de cette tangente, le Logarithme constant 0.0000622 , sçavoir le Logarithme qui exprime le rapport du grand axe au petit axe de l'Ellipse ; & le reste sera la tangente du Logarithme de l'angle ASP de $29^{\circ} 2' 54''$, c'est-à-dire, de l'anomalie vraie ou coégulée.

Maniere de réduire l'anomalie de l'Excentrique à l'anomalie vraie.

L'Excentricité de l'orbite de Mars étant de 14100 , dont sa distance moyenne au Soleil est 152369 , & par conséquent le Logarithme qui exprime le rapport de SC à CQ étant $8.9663226 =$ Logarith. de g , on demande, 1° . quelle est l'anomalie de l'Excentrique de Mars, lorsque l'anomalie moyenne est d'un degré :

Le Logarithme de l'Excentricité	8.9663226
Le Logarithme du sinus d'un degré	8.2418453
Le Logarithme du Rayon	1.7581220
Le Logarithme de Rz	8.9662899
Le Logarithme de a à soustraire	0.0384299

Le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$ 8.9278600

or le nombre qui répond à ce Logarithme est 0.08497 , & c'est la valeur de l'arc NQ sans qu'on puisse se tromper de plus d'une trente-millieme partie.

2° . On demande l'anomalie de l'Excentrique lorsque

l'anomalie moyenne est de 45° .

Le Logarithme de l'Excentricité... 8.9663226

Le Logarithme du sinus de 45° ... 9.8494850

Le Logarithme de R 1.7581220

Le Logarithme de Rz 0.5739296

Le Logarithme de a à soustraire... 0.0275249

Le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$ 0.5464047, qui répond au nombre $3^\circ.5189$ un peu plus grand que le vrai nombre qu'on cherche; mais l'excès ne va gueres qu'à la cent cinquantieme partie d'un degré: & si l'on veut corriger cette erreur, on prendra le second terme de la suite rapportée ci-dessus, sçavoir, $-\frac{Ra + 2Rc \times z^3}{2a^4}$, & l'on trouvera 0.0065 qu'on ôtera de $3^\circ.5189$, & le reste $3^\circ.5124$ approchera plus du vrai arc NQ que l'on cherche, puisque l'erreur n'ira pas à la cent-millieme partie d'un degré.

3° . Si l'on cherche l'anomalie de l'excentrique qui répond à 100° d'anomalie moyenne, dans ce cas $a = 1 - gf = 0.983930$.

Le Logarithme de g 8.9663226

Le Logar. du sin. de 100° ou 80° ... 9.9933515

Le Logarithme de R 1.7581220

Le Logarithme de Rz 0.7177961

Le Logarithme de a à soustraire... 9.9929598

Le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$ 0.7248363, auquel répond le nombre 5.3068, qui surpasse le nombre véritable de la cinquantieme partie d'un degré ou environ. Et si l'on veut corriger cette erreur, on prendra le double du Logarithme $\frac{z}{a}$ & on y ajoutera le Logarithme de $\frac{Rz}{a}$, ce qui donnera le logarithme de $\frac{Rz^3}{a^3}$ auquel répond le nombre 0.04552, dont la moitié 0.02276 fera égale à $\frac{Rz^3}{2a^3}$, & par conséquent si l'on ôte ce nombre de 5.3068, le reste

reste $5^{\circ}.2841$ fera la quantité de l'arc NQ ; & partant l'arc AQ qui est l'anomalie de l'Excentrique, sera $94^{\circ}.7159$, qui differe à peine du véritable arc que l'on cherche de la dix-millieme partie d'un degré. Il faut cependant remarquer ici, que quoique le second terme de la suite soit $\frac{-Ra + 2Rc \times z^2}{2a^2}$, néanmoins sa partie $\frac{-Rc z^2}{4}$ suffit pour avoir l'arc AQ , c'est-à-dire, l'anomalie de l'Excentrique à une dix-millieme partie de degré.

Lorsqu'on connoitra l'arc AQ ou l'angle ACQ , on trouvera l'angle ASQ en résolvant le triangle QCS ; dont on connoît les côtés CQ, CS , & l'angle compris QCS ; c'est pourquoi on trouvera l'angle QSA : on en prendra la tangente logarithmique, & on en ôtera le log. constant qui exprime le rapport du grand axe au petit axe de l'Ellipse, & le reste enfin fera la tangente logarithmique de l'angle ASP , c'est-à-dire, de l'anomalie vraie ou coégulée.

CHAPITRE VINGT-CINQUIEME.

*Solution du Probleme de Kepler donnée par M. Newton :
hypothese Elliptique de Wardus.*

LA méthode que l'on vient de donner dans le Chapitre précédent pour résoudre le Probleme de Kepler, & celle de M. Newton qu'on trouve dans le premier Livre des Princip. Mathém. de la Philos. pag. 101. sont toutes deux fondées sur le même principe, sçavoir, que la droite SF est égale à l'arc QN . Or la méthode de M. Newton est presque semblable à celle dont on se sert dans l'analyse pour extraire les racines des équations affectées; & partant on doit être porté à en faire d'autant plus d'usage, qu'elle donne également bien les lieux des Plane-

tes, soit dans des orbites qui approchent assez de la figure d'un cercle, soit dans celles qui sont les plus excentriques : car elle peut toujours y être employée avec la même facilité, ce qui est important dans la recherche du mouvement des Comètes. Il est vrai qu'on pourroit y parvenir aussi par l'autre méthode expliquée ci-dessus, pourvu qu'au lieu de l'arc AN , on prit un autre arc bien plus approchant de l'arc AQ , qu'on pourroit nommer A , & qu'en supposant le sinus de l'arc $A = e$, on cherchât le sinus de l'arc $A + y$ & qu'on fît $z = ge + A - AN$.

Mais comme la méthode de M. Newton est beaucoup plus expéditive, nous allons l'expliquer en faveur de ceux qui voudront construire des Tables Astronomiques selon la vraie Théorie des mouvemens célestes, après avoir abandonné les anciennes hypothèses : cette méthode est très-facile, & leur fera sans doute d'un très-grand secours.

L'Auteur donne ici la solution du Problème de Kepler publiée par M. Newton, avec une démonstration ou Commentaire qu'il a communiqué autrefois à la Société Royale d'Angleterre.

On a déjà fait voir que si l'arc AQ est l'anomalie de l'Excentrique, cet arc joint à la droite SF qui est la perpendiculaire abaissée du Soleil sur le rayon QC , doit toujours être proportionnel au tems, quand la Planète va de l'aphélie au périhélie ; ou que l'arc BQ moins la droite SF est proportionnel au tems, lorsque la Planète va du Périhélie à l'Aphélie : partant si l'on prend l'arc AN ou BN proportionnel au tems, l'arc QN fera égal à la droite SF , ainsi pour trouver en degrés & décimales de degrés la mesure d'un arc de la circonférence AQB , qui soit égal à la droite SF , on fera comme CQ , est à CS , ainsi l'arc de $57^{\circ}, 29578$ égal au rayon du cercle, à un quatrième terme qui exprimera la grandeur d'un arc de la circonférence AQB égal à SC . Soit nommé B le logarithme de cet arc ; & parce que CS , est à SF , comme le rayon, est au sinus de l'angle ACQ ; on fera comme le rayon, est au sinus de l'angle ACQ , ainsi l'arc dont le logarithme est B , à l'arc D qui fera égal à SF . Partant si pour le moment don-

né l'aire ASQ & l'arc AN étoient proportionnels au tems, & qu'on prit NP égal à D , le point P tomberoit en Q . Mais si l'aire ASQ ne répond pas exactement au tems, le point P tombera au-dessus ou au-dessous du point Q , selon que l'aire ASQ fera plus grande ou plus petite que celle qui doit être proportionnelle au tems. Soit donc nommée cette aire ASq : si l'on abaisse sur Cq la perpendiculaire SE , on aura suivant ce qui a été démontré ci-dessus, $SE = Nq$, & partant $SE - SF$ (ou $SF - SE$ selon le cas) c'est-à-dire, presque la ligne entiere $LE = qP = QP - Qq$ (ou bien $= Qq - QP$): or si l'angle QCq est fort petit, on aura $CE : Cq :: LE : Qq :: QP - Qq : Qq$; & par conséquent $CE + Cq : Cq :: QP : Qq$. Semblablement lorsque l'arc BQ est plus petit que 90° , alors $CQ - CE : CQ :: QP : Qq$; & lorsque la Planete est proche l'Aphélie ou le Périhélie, alors la ligne presque entiere $CE = CS$ & $CQ + CE = AS$; ainsi $QP : Qq :: AS : CA$, s'il arrive que l'arc AQ soit plus petit que 90° : mais lorsque l'arc Bq est plus petit que 90° , alors $SB : CB :: QP : Qq$; on fera donc, comme CS , est à CQ , ainsi le rayon, à une certaine quantité L , & on aura $CQ = \frac{CS \times L}{R}$: or le Rayon, est au cosinus de l'angle ACQ , comme SC , est à CF ou CE (car CF & CE sont à peu près égales,) c'est pourquoi on aura $CE = \frac{S \times C \times \text{Cofin. } AQ}{R}$; & par conséquent $QP : Qq :: \frac{SC \times L + S \times C \times \text{Cof. } AQ}{R} : \frac{CS \times L}{R} :: L + \text{Cofin. } AQ : L$, en supposant néanmoins l'arc AQ moindre que 90° ; car si cet arc excède 90° , on aura $QP : Qq :: L - \text{Cofin. } AQ : L$.

De cette maniere si l'on prend l'arc AQ tant soit peu moindre ou plus grand que le vrai arc, il sera facile, suivant ce que nous venons de dire, de conclurre la quantité de l'arc Qq , qui lui doit être ajoutée ou qu'on en doit soustraire, afin d'avoir l'aire ASq à très-peu près propor-

tionnelle au tems : mais si à la place de AQ on prend l'arc Aq qu'on vient de trouver, & qu'on observe les mêmes regles que ci-dessus, on trouvera encore un autre arc Aq , & ainsi de suite en réitérant plusieurs fois le calcul, afin de parvenir à un nouvel arc Aq qui pourra approcher autant qu'on voudra du véritable arc que l'on cherche.

Application
de la méthode
de M. New-
ton à la Plane-
te de Mars.

Cette méthode est si simple & si facile, qu'on la concevra plutôt par des exemples, que par un détail inutile, qu'il seroit peut-être trop long de rapporter. Ainsi nous allons l'appliquer aux mouvemens de la Planete de Mars. Dans l'orbite de cette Planete le logarithme B est 0.7244446 , & la longueur L est de 1080631 parties, dont le Rayon est 100000 .

I.
Exemple.

Qu'on propose d'abord de trouver l'angle ACQ lorsque le mouvement moyen de la Planete ou l'arc proportionnel au tems n'est que d'un degré. On voit d'abord que CS est presque la dixieme partie de CA . Je suppose donc que AQ^* est de $0^\circ,9$, c'est-à-dire, d'une dixieme partie de degré plus petit que le moyen mouvement : on ajoutera le $\text{sin. log. } 0^\circ,9$ au logarithme de B , & la somme sera

* La méthode la plus simple de calculer l'anomalie vraie qui répond à l'anomalie moyenne, est de supposer d'abord avec M. Herman que l'orbite n'est pas fort excentrique ; car sans réduire les arcs en décimales de degrés, on mène par le centre C la ligne CQ parallèle à SN , ensuite on déterminera comme il suit, l'angle ASN ou bien l'arc AQ dont il est nécessaire de connoître la valeur pour en déduire suivant l'approximation donnée par M. Newton, celle de l'arc Aq que l'on cherche. Pour cet effet il faut considérer que dans le triangle rectiligne NSC les côtés CN , CS (qui sont constans) étant connus, de même que l'angle ACN , ou NCS qui est l'anomalie moyenne, il sera facile de connoître l'angle NSC ou son égal ACQ . Car pour abrégier le calcul dans cette méthode particuliere de déterminer l'anomalie vraie qui répond à l'arc AN de l'anomalie moyenne, on ajoutera suivant l'analogie connue (Trig. rectil. prop. 13.) le logarithme de la différence de $NC + CS$, $NC - CS$ (lequel est toujours un logarithme constant) à la tangente de $\frac{1}{2}ACN$, ce qui donnera la tangente de la $\frac{1}{2}$ différence des angles CNS , CSN ; d'où il suit que si on l'ajoute à la moitié de l'arc $AN = \frac{1}{2}NQ + \frac{1}{2}AQ$, la somme sera l'angle ASN ou l'arc AQ . Ainsi le $\text{log. constant } 0.0806085$ (qui répond à la différence de $NC + CS$, $NC - CS$) étant ajouté à la tangente logar. de la moitié de l'angle ACN , lequel est supposé d'un degré dans ce premier exemple, la somme sera la tangente $\text{log. de } 0^\circ 24' 55''$ qu'il faudra ajouter à $\frac{1}{2}ACN$, pour avoir l'angle ACQ de $0^\circ 54' 55''$.

L'angle ACQ étant une fois connu on ajoutera son $\text{sin. log. } 8.2034118$ comme il est expliqué ci-dessus au $\text{log. de } B$, & la somme sera 8.9278564 $\text{log. d'un nombre qui étant réduit en secondes, répondra à } 304'', 90115 = 0^\circ 5'. 4'', 9 = Nq$, l'arc Qq n'étant gueres que de $0''$, 1 dans cet exemple.

8.9205466 qui est le log. du nombre 0.083281; ce nombre exprimera un arc égal à $SF = NP$; & si l'arc AQ que l'on a pris eût été le vrai arc que l'on demande, $AN - NP$ seroit = AQ , & $QP = 0$: mais dans ce cas-ci $QP = 0.01671$; donc en ôtant la dixieme partie, puisque AS surpasse AC d'environ sa dixieme partie, il restera $Qq = 0.01504$ qu'il faudra ajouter à AQ , & l'on aura $Aq = 0.91504$ qui differe à peine de la millieme partie d'un degré du véritable arc Aq .

2°. Si l'arc AN du moyen mouvement est deux degrés, on supposera $AQ = 1.83$, ce qui est à peu près le double du premier AQ ; & ajoutant le log. de B à son sinus logarithmique, la somme 9.2286992 sera le logar. du nombre 0.16931; & partant $QP = 0.00069$, d'où ôtant la dixieme partie, le reste sera $Qq = 0.00062$, & $Aq = 1.83062$, qui differe à peine du vrai arc Aq de la dix-millieme partie d'un degré.

I I.
Exemple;

3°. Si l'arc proportionnel au tems est de 3°, on supposera $AQ = 2.745 = 1,83 + 0.915$; & ajoutant le logarithme B à son sinus logarithmique, on aura le log. du nombre 0.25392 = NP & $AN - NP = 2.74608$; par conséquent $Qq = 0,001$, ou à très-peu près, & $Aq = 2.746$: c'est pourquoi la seule addition de ces deux logarithmes donnera l'arc Aq qui ne doit pas différer du véritable de plus d'une millieme partie de degré.

III.
Exemple;

4°. Choisissons présentement un plus grand angle, & qu'on demande, par exemple, l'angle ACq lorsque le moyen mouvement est de 45°. On supposera d'abord l'arc AQ de 40° & ajoutant à son sinus le logarithme de B , la somme 0.5325121 sera le logarithme du nombre 3°, 4081, qui étant ôté de 45° le reste, sera $AN - NP = 41,5919$, qui surpassera l'arc AQ de 1°, 5919; c'est pourquoi si l'on fait comme $L +$ le cosinus AQ , est à L , ainsi 1,5919, à un quatrieme terme, on trouvera l'arc Qq de

IV.
Exemple;

$1^{\circ}, 4865$, & partant $Aq = 41^{\circ}, 4865$ ce qui n'excede gueres plus de la millieme partie d'un degré le véritable arc qu'on cherche. Mais nous pouvons encore trouver, sans être obligés d'employer cette regle de proportion, l'arc AQ , en prenant un arc qui soit un peu plus petit que la différence des arcs AN , NP , c'est-à-dire, qui lui soit à très-peu de chose près égal, par exemple, AQ étant de $41^{\circ}, 50$; & cela en ajoutant son sinus logarith. au log. de B , afin d'avoir $NP = 3, 5132$, qui étant ôté de AN donnera $41, 4868$ pour le nouvel arc AQ : cet arc non-seulement est plus aisé à calculer selon cette dernière maniere, mais il approche encore plus du véritable arc que n'étoit l'arc Aq trouvé par la méthode précédente.

V.
Exemple.

5° . Lorsqu'on a trouvé l'arc Aq qui répond au moyen mouvement de 45° , si l'on veut continuer le calcul successivement pour chaque degré, on n'aura seulement que deux logarithmes à ajouter, & l'on aura tout d'un coup l'arc Aq pour tous les degrés correspondans du moyen mouvement de la Planete. Par exemple, lorsque l'anomalie moyenne est de 46° , je suppose que AQ soit pris de $42, 40$, on ajoutera son sinus logarithmique au logarithme de B , & partant on aura $AN - PN = 42, 4249$; on suposera donc que cette quantité exprime un nouvel arc AQ , & on en déduira Aq qui ne differera pas même de la millieme partie du vrai arc Aq . Semblablement lorsque l'anomalie moyenne sera 47° , je suppose que $AQ = 43^{\circ}, 36 =$ à l'arc AQ qu'on vient de trouver + à l'excès de cet arc qui répond à un degré de moyen mouvement; & ajoutant son sinus logarithmique au logarithme de B , la somme sera le logarithme du nombre $3, 6402$ qu'il faudra ôter de l'arc AN , & le reste $AN - NP = 43^{\circ}, 3598$ sera égal au nouvel arc Aq , & cet arc differe à peine de l'arc véritable qu'on cherche, de la dix-millieme partie d'un degré.

6°. Enfin si l'on propose de trouver l'arc Aq lorsque l'anomalie moyenne est de 100° *, on supposera AQ de 96° , & ajoutant son sinus logarithmique au log. constant L , la somme sera le log. du nombre $5^\circ, 273$, & partant $AN - NP = 94,727$; c'est pourquoi supposant AQ de $94,72$ & ajoutant le logarithme constant B au sinus logarithmique de AQ , on aura le logarithme du nombre $5,285$, qu'on ôtera de l'arc AN , & $AN - NP = 94^\circ, 715 = Aq$ ou à très-peu près. Semblablement si l'anomalie moyenne est 101° , on fera AQ de $95^\circ, 71$, d'où l'on tirera NP $5^\circ, 2756$ qui étant ôtés de 101° le reste $AN - NP = 95^\circ, 7244$; & de cette manière on operera successivement pour chaque degré d'anomalie moyenne, & l'on aura l'angle ACQ sans autre calcul qu'une simple addition de deux logarithmes, dont il faut conserver toujours à part celui qui est constant, ce qui épargne de la peine au Calculateur.

Passons présentement à une orbite d'une espèce très-différente, dont l'excentricité, par exemple, sera fort grande; de sorte que la distance de l'Aphélie à celle du Périhélie, seroit comme 70 est à 1. Telle est l'orbite de la Comete, qui selon les découvertes de M. Hallei, acheve sa révolution en $75 \text{ ans } \frac{1}{2}$. Dans cette orbite on aura AC ou CQ de 35,5 & CS de 34,5 parties, telles que SB est 1,0: & le logarithme de la constante B sera 1.7457133 . Ainsi pour trouver Bq lorsque le moyen mouvement de la Comete à compter du Périhélie, est la centième partie d'un degré; je supposerai BQ 0.35; & ajoutant à son sin. le log. de la quantité constante B , on aura la somme

Autre exemple dont on fait l'application à l'orbite d'une Comete.

* Si l'on ajoute le logarithme constant 0.0806085 à la Tang. log. $\frac{1}{2} AN$ qui est de 50° , on trouvera la valeur de l'arc AQ de $94^\circ 42' 30''$, & continuant le calcul suivant l'Approximation de M. Newton, en ajoutant le sinus logarithmique de AQ au logarithme de B , la somme sera le logarithme d'un nombre qui réduit en secondes $= 19023'' = 5^\circ. 17'. 03'' = Nq$, ou plus exactement $5^\circ 17' 02''$, 797: Ainsi $Aq = 94^\circ. 42'. 57''$, 204; & partant $Qq = 0' 27''$, 204 dans cet exemple. Enfin on achèvera de calculer l'angle QSA , l'anomalie vraie, ou l'angle PSA , suivant ce qui a été expliqué à la fin du Chapitre 24. pag. 497.

ou le logarithme du nombre 0.34013 , qui étant ajouté à l'arc AN , donnera $0,35013$, or si cet arc eût été de $0,35$, BQ auroit été pris fort exactement : mais la différence étant $0,00013$, on multipliera (puisque CB est à SB comme $35,5$ est à 1) on multipliera, dis-je, cette différence $0,00013$ par $35,5$, & on trouvera $Qq = 0,004615$; c'est pourquoi l'arc BQ fera $= 0,354615$, & l'erreur ne montera pas à trois dix-millièmes de degré. En second lieu soit le moyen mouvement de la Comete $0,02$, on supposera BQ de $0,71$, & ajoutant le logarithme du sinus de ce nombre au logarithme de la constante B , on aura le logarithme de $0,68998$, & partant $BN + NP = 0^{\circ},70998$: or la différence n'est que de $0,00002$, c'est pourquoi si on la multiplie par $35,5$, & qu'on ôte le produit de l'arc BQ , le reste $Bq = 0^{\circ},7092$, & l'on ne peut alors se tromper que de la dixmillième partie d'un degré. Si le moyen mouvement est $0,03$, on supposera BQ $1,06$, & ajoutant son sin. log. à la constante B , on aura le logarithme du nombre $1,03008$, auquel on ajoutera BN , & la somme $1,06008$ fera plus grande que BQ : or la différence qui est $0,00008$, doit être multipliée par $35,5$ & le produit sera ajouté à BQ pour avoir $Bq = 1,06284$. Semblablement lorsque le moyen mouvement est $0,04$, on fera $BQ = 1,4$, & on trouvera $NP = 1,3604$ à quoi il faudra ajouter $0,04$ & la somme $1,4004$ surpassera $1,4$ de 0004 ; on multipliera cette différence par $35,5$, & le produit $0,142$ sera égal à Qq ; c'est pourquoi $Bq = 1,4142$; & dans tous ces calculs les erreurs sont très-petites, & n'excèdent gueres la millième partie d'un degré.

Qu'on propose aussi de trouver l'arc Bq lorsque le moyen mouvement de la Comete est d'un degré : on fera $BQ = 20$ degrés, & ajoutant son sinus logarithmique au sinus logarithmique de B , on aura le sinus logarithmique
du

du nombre 19, 045, auquel si on ajoute 1, la somme 20°, 045 surpassera 20° : or dans ce cas $L - \cos BQ$, fera à L , comme 1, est à 11, 5, ou à très-peu près : multipliant donc la différence 0, 045 par 11, 5, & le produit, 5175 étant ajouté à BQ , on aura 20, 5175. C'est pourquoi on fera pour la seconde fois $BQ = 20, 51$, & par un semblable calcul que le précédent, on trouvera $NP = 19, 5092$, & si on y ajoute BN la somme fera 20, 5092, ce qui donne un nombre moindre que BQ : & partant si on multiplie la différence, sçavoir, 0008 par 11, 5 & qu'on ôte le produit 0092, de BQ , le reste $Bq = 20°, 5008$.

Enfin qu'on suppose le moyen mouvement de 2°, on fera pour lors BQ de 30°, & on trouvera NP 27°, 84 : on y ajoutera 2°, & la somme 29, 84 fera plus petite que 30°; multipliant donc la différence 0°, 16 par 6,3 (puisque $L - \cos BQ$, est à L , comme 1, est à 6,3) on aura 1, 008 = Qq ; & partant si l'on ôte cet arc de BQ , on aura Bq 28, 992 : on corrigera donc l'arc Bq en prenant BQ 29, & répétant le calcul, on aura $Bq = 28°, 9672$.

Lorsqu'on aura trouvé l'angle QAC , il sera aisé de trouver l'angle ASQ ; car dans le triangle QCS les côtés QC, CS sont connus aussi-bien que l'angle QCS , c'est pourquoi on trouvera la valeur de l'angle ASQ , & du côté SQ ; enfin on fera, comme le grand axe de l'Ellipse, est au petit axe, ainsi la tangente de l'angle ASQ , à la tangente de l'angle ASP qui fera l'anomalie vraie ou coégulée. On fera aussi comme la sécante de l'angle ASQ , est à la sécante de l'angle ASP , ainsi SQ , fera à la distance SP de la Comete au Soleil que l'on cherche. On pourroit plus facilement trouver encore ASQ & la droite SP en cherchant d'abord le sinus QH de l'arc AQ & son cosinus HC ; car on connoît SC en parties, dont CQ est 100000; c'est pourquoi on connoitra HS , &

PLANCHE
VIII.
Fig. 15.

on fera ensuite, comme le grand axe, est au petit axe de l'Ellipse, ainsi QH , est à PH , qui par conséquent sera connue. Enfin dans le triangle rectangle PHS , les côtés PH , HS sont connus : c'est pourquoi on trouvera la valeur de l'angle PSH , qui est l'anomalie coégalee, & le côté PS qui sera la distance de la Comete au Soleil.

Dans l'Aphélie & le Périhélie les points Q & N , ou le lieu vrai & le lieu moyen de la Planete, ne sont qu'un même point : mais dans le 1^{er} demi-cercle d'anomalie le lieu moyen de la Planete précède son lieu vrai, & au contraire le lieu vrai précède le lieu moyen dans le second demi-cercle. Il n'est pas moins évident que si l'on détermine la position de la ligne des apsides de l'orbite de la Terre, on pourra déterminer dans quel tems le lieu moyen & le vrai lieu de la Terre vu du Soleil doivent ne paroître qu'un même lieu ; car quand le Soleil paroît dans le point de l'Ecliptique qui répond au Périhélie de l'orbite, alors la Terre est en Aphélie ; or il suit que ce tems étant donné, les Tables Astronomiques donneront le moyen mouvement de la Terre, & l'arc AN pour tel autre tems qu'on voudra ; puisque les Tables donnent ces arcs proportionnels au tems & tous calculés. Ainsi lorsque l'arc AN est donné pour tel tems qu'on voudra, on trouvera l'anomalie vraie de la Terre, ou l'angle ASP , & par conséquent le vrai lieu du Soleil dans l'Ecliptique suivant les méthodes que nous avons expliquées.

Maniere de
trouver le lieu
moyen du
Soleil.

La Théorie
de Wardus.

Outre la Théorie de Kepler que nous avons exposée ci-dessus, & qui est si conforme au mouvement de toutes les Planetes, il y a encore une autre hypothese Elliptique proposée par deux célèbres Mathématiciens, Ismael Bouillaud & Sethus Wardus, qui ont enrichi l'Astronomie par leurs sçavantes recherches. Nous allons expliquer cette Théorie d'autant plus volontiers, qu'elle est fondée sur une Géométrie subtile & très-délicate, puisque les

calculs des mouvemens des Planetes s'y font avec une facilité merveilleuse. Dans cette hypothese on suppose avec Kepler que les orbites des Planetes sont des Ellipses, au foyer commun desquelles se trouve le Soleil: on suppose outre cela que chaque Planete est mue dans la circonférence de son orbite selon cette loi constante, sçavoir, que de l'autre foyer de l'Ellipse son mouvement paroisse toujours égal; & partant que si l'on tire continuellement des rayons de la Planete à ce foyer, elle décrive des aires proportionnelles aux tems. Cela supposé lorsqu'on connoit le rapport des axes de l'Ellipse décrite par la Planete, on trouve selon la méthode de Wardus l'anomalie vraie qui répond à l'anomalie moyenne de la maniere que nous allons l'expliquer tout à l'heure.

Soit ABP l'Ellipse décrite par la Planete; ayant tiré la ligne des apsides AP , & nommant S le foyer qu'occupe le Soleil, F l'autre foyer qui est le centre du mouvement moyen ou uniforme. Si l'on connoît l'angle AFL proportionnel au tems, c'est-à-dire, l'anomalie moyenne, alors le point L fera le vrai lieu de la Planete dans son orbite, & l'angle ASL fera l'anomalie vraie ou coégalee que l'on cherche. On prolongera donc FL vers E , & on fera la ligne FE égale au grand axe AP de l'Ellipse; & parce que selon la propriété si connue de l'Ellipse, la somme des droites FL, SL est égale à AP , LE sera par conséquent égale à LS , & le triangle LSE sera isoscele: ainsi les angles E, ESL seront égaux, & l'angle extérieur FLS fera égal à la somme de ces deux angles, c'est-à-dire, fera double de l'un ou de l'autre angle E ou LSE . C'est pourquoi dans le triangle FES , les côtés EF, FS & l'angle EFS (complément à 180° de l'angle AFE) étant connus, on trouvera la valeur de l'angle E , dont le double fera la valeur de l'angle FLS qui est l'équation; & partant l'angle AFL étant égal aux deux angles FSL ,

Méthode de
Wardus.
PLANCHE
VIII.
Fig. 18

FLS , on soustraira donc l'angle FLS (c'est-à-dire, l'équation du centre ou la Prosthapherefe) de l'anomalie moyenne, ou bien on l'y ajoutera si la Planete va du Périhélie à l'Aphélie, & l'on aura l'anomalie vraie de la Planete. *C. Q. F. T.*

Pour résoudre le triangle $EF S$, dans lequel les côtés EF, FS , sont donnés, & l'angle $EF S$, l'analogie est $\frac{1}{2} EF + \frac{1}{2} FS : \frac{1}{2} EF - \frac{1}{2} FS$, c'est-à-dire, AS , est à SP , comme la tangente $\frac{1}{2} AFE$, est à la tangente de la $\frac{1}{2}$ différence des angles E & FSE . Mais puisque l'angle E est égal à l'angle LSE , FSL fera la différence des angles E & FSE : c'est pourquoi l'angle qui résulte de l'analogie, doit être doublé, & l'on aura l'anomalie vraie FSL de la Planete. Mais il y a encore quelque chose de plus facile pour la pratique; car comme AS & SP sont toujours deux quantités données ou qui sont constantes, la différence de leurs logarithmes sera par conséquent donnée; c'est pourquoi on l'ajoutera à la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne, & l'on aura la tangente de la moitié de l'anomalie vraie: enfin dans le triangle LFS puisqu'on connoît tous les angles & le côté SF , on connoîtra donc la distance LS de la Planete au Soleil.

Il est bien certain que cette hypothese de Wardus est une approximation fort utile, puisqu'elle épargne beaucoup de travail dans les calculs; mais ce n'est toutefois qu'une approximation, & cette hypothese n'est pas toujours assez exacte, comme nous l'allons démontrer. Soit APB l'orbite d'une Planete, AQB un cercle qui lui est circonferit, l'arc AQ l'anomalie de l'excentrique, & AN l'anomalie moyenne proportionnelle au tems: on menera au centre C la droite NC , & par le point Q la droite QG qui lui sera parallele; ainsi l'angle QGA sera égal à l'angle NCA , & proportionel au tems & GC sera presque égal à CS , mais pourtant tant soit peu plus petite,

L'hypothese de Wardus n'est qu'une approximation.

PLANCHE

VIII.

Fig. 19.

On explique ici pourquoi cette hypothese ne satisfait pas entièrement aux observations.

comme on le va démontrer. Car du foyer S on menera la perpendiculaire SF à QC , & elle fera égale comme on l'a déjà fait voir à l'arc QN , dont le sinus est égal à GO ; mais puisque l'arc QN est fort petit, son sinus lui sera presque égal; c'est pourquoi GO fera presque égal à SF , c'est-à-dire, qu'il sera tant soit peu plus petit: or les triangles rectangles GOC & SFC sont à très-peu près équiangles; car l'angle NCQ qui est la différence des angles NCG & SCF , est fort petit, & partant puisque OG est presque égal à SF (quoiqu'il soit réellement un peu plus petit) on aura CG presque égal à CS , ou du moins tant soit peu plus petit: donc l'autre foyer de l'Ellipse sera au-dessus du point G ; mais ce sera d'une très-petite quantité. Que si l'on mene PL parallèle à GQ , le point L fera aussi au-dessus du point G : mais ce sera toujours d'une fort petite quantité; ainsi le point L & le second foyer de l'Ellipse ne feront presque qu'un seul & même point. Mais l'angle PLA est égal à l'angle NCA qui est l'anomalie moyenne; donc si du Lieu de la Planete dans son orbite, on tire une ligne au foyer supérieur de l'Ellipse, cette ligne formera avec l'axe de l'Ellipse un angle qui sera à très-peu de chose près proportionnel au rem.

Lorsque les angles NCA & QCA , ou SCF ne different que très-peu, c'est-à-dire, lorsque l'angle NCQ est fort petit, & que l'excentricité de l'orbite est aussi fort petite, les points G & L ne formeront qu'un seul & même point avec le foyer supérieur; & partant cette Théorie répond assez bien aux observations du mouvement de la Terre dans son orbite; car son orbite ne differe gueres d'un cercle. Mais pour les orbites de quelques autres Planetes telles que sont Mars & Mercure, on s'apperçoit d'une différence, ou plutôt d'une erreur assez sensible. Aussi M. Bouillaud ayant choisi quatre lieux de Mars observés par Tycho, a-t-il fait voir que dans le premier

Ismaël Bouillaud a corrigé cette hypothese.

& troisiemè quartier d'anomalie, le lieu de Mars étoit plus avancé dans le ciel qu'il ne devoit être suivant cette hypothese ; & qu'au contraire dans le second & IV^e Quart l'anomalie vraie étoit plus petite que celle qui résulte du calcul de la même hypothese. C'est pourquoi ce célèbre Astronome a imaginé la correction suivante *. Soit décrit le cercle ADP qui ait pour diametre AP qui est le grand axe de l'Ellipse, & soit AFL l'anomalie moyenne de la Planete : on menera par le point L la droite QLG perpendiculaire à l'axe, & qui rencontrera le cercle au point Q : ayant joint FQ qui rencontrera l'Ellipse au point Y , le point Y sera le lieu de la Planete qui répond à l'anomalie moyenne AFL : de plus l'angle correspondant à l'anomalie moyenne, sçavoir, l'angle AFQ , se trouve tout d'un coup, puisque sa tangente, est à la tangente de l'angle AFL , comme la moitié du grand axe de l'Ellipse, est à la moitié du petit axe. Or puisque l'angle AFQ ou AFY est donné, on trouvera l'anomalie vraie ASY , comme on l'a calculé auparavant par le moyen de l'angle AFL .

On a dû remarquer que tous les calculs & les méthodes que nous avons proposés ci-dessus, supposoient toujours qu'on connût la figure des orbites, leurs excentricités, & leurs positions. Nous enseignerons dans la suite comment on peut déterminer toutes ces choses dans les autres Planetes : mais nous allons rechercher ici la position & la figure de l'orbite de la Terre.

1^o. On observera le diametre du Soleil & son mouvement apparent quand la Terre est Aphélie & quand elle

PLANCHE
VIII.
Fig. 18.

Recherches
sur la figure de
l'orbite de la
Terre.

* On a principalement rapporté cette méthode de Wardus avec l'approximation donnée par Bouillaud, parce que les Tables Carolines de M. Street (les meilleures qui aient été publiées jusqu'à ce jour sur les mouvemens des Planetes) ont été construites suivant ces principes, & qu'il est certain d'ailleurs que les autres méthodes publiées dans le dernier siècle sont moins avantageuses, comme l'a démontré Mercator dans les Trans. Phil. de l'année 1676. Au reste on s'est attaché depuis environ soixante ans à la solution du Probleme de Kepler donnée par Newton ; de maniere qu'on a presqu'entièrement cessé de se servir dans les calculs Astronomiques des méthodes de Bouillaud & de Wardus.

est Périhélie. Dans le premier cas le diamètre apparent du Soleil fera le plus petit qu'il est possible, parce qu'alors la Terre est à sa plus grande distance de cet astre : dans le second cas au contraire comme la Terre est le plus près qu'elle puisse être du Soleil, le diamètre apparent de cet astre fera pour lors le plus grand. Or puisque les distances du Soleil à la Terre sont réciproquement proportionnelles aux diamètres apparens, il s'ensuit que si l'on suppose qu'une droite quelconque SP représente la distance du Soleil à la Terre dans le Périhélie, on aura, comme le diamètre apparent du Soleil dans l'Aphélie, est à son diamètre apparent dans le Périhélie, ainsi la droite PS , fera à la droite SD , laquelle sur son prolongement SP donnera la distance de l'aphélie : on partagera donc PD en C , & CS fera l'excentricité de l'orbite, & le point C le centre de l'Ellipse. C'est pourquoi on pourra décrire une Ellipse dont le point S fera le foyer, PD le grand axe, & cette Ellipse fera semblable à celle que décrit la Terre dans sa révolution autour du Soleil; enforte que le lieu de l'Écliptique d'où l'on doit appercevoir le plus grand diamètre apparent du Soleil, ou bien son opposé, d'où l'on doit appercevoir le plus petit diamètre apparent; ces points, dis-je, donneront la position de la ligne des apsides. Cependant comme le diamètre apparent du Soleil ne varie pas sensiblement pendant plusieurs jours, soit dans l'aphélie, soit dans le Périhélie, il n'est par conséquent gueres possible de déterminer la position de la ligne des apsides par les observations du diamètre apparent du Soleil: il faudra donc employer pour cette recherche les observations du mouvement apparent du Soleil. Car les vitesses angulaires de la Terre, & par conséquent les vitesses apparentes du Soleil qui lui sont égales, sont toujours entre elles réciproquement comme les quarrés des distances de la Terre au Soleil, comme nous l'avons démontré ci-dessus.

PLANCHE
VIII.
Fig. 20.

PLANCHE
VIII.
Fig. 21.

Ainsi quand on voudra déterminer la figure de l'Ellipse que parcourt la Terre dans son mouvement annuel, on observera la plus grande & la plus petite vitesse du Soleil dans l'Ecliptique: on nommera la plus petite A , & la plus grande B , & l'on prendra une droite comme SP , qui représente la distance du Périhélie. On fera donc, comme A , est à B , ainsi SP , est à un quatrième terme qu'on nommera C , & l'on prolongera SP vers D , en sorte que SD soit moyen proportionnel entre SP & ce quatrième terme trouvé C : de cette manière SD représentera la distance Aphélie. C'est pourquoi si l'on décrit une Ellipse qui ait pour foyer le point S , & pour grand axe la ligne PD , cette Ellipse sera semblable à l'orbite de la Terre; car puisque PS , SD , & C sont continuellement proportionnelles, on aura le carré de PS , est au carré de DS :: $SP : C :: A : B$. Ainsi ayant observé les points de l'Ecliptique où la vitesse du Soleil est la plus grande & la plus petite, ces points seront ceux de la ligne des Apfides: ou bien enfin on pourroit observer deux points de l'Ecliptique de part & d'autre de l'Aphélie ou du Périhélie, auxquels la vitesse du Soleil seroit précisément égale: car si l'on partage l'arc entier compris entre ces deux points en deux parties égales, le point du milieu, & par conséquent son opposé dans l'Ellipse, seront les points de la ligne des Apfides. Mais toutes ces méthodes ne peuvent donner assez d'exactitude pour construire des Tables Astronomiques, parce qu'elles supposent des observations beaucoup plus exactes qu'on ne les a faites jusqu'ici.

Maniere de
déterminer la
position de la
ligne des Ap-
fides.

La Théorie
de Wardus
donne assez
bien la figure
& la position
de l'orbite de
la Terre.
PLANCHE
VIII.
Fig. 22.

La Théorie de Wardus nous donne une méthode bien plus certaine pour trouver tout-à-la fois par trois observations du lieu du Soleil (dont on suppose que les tems ou les intervalles des tems soient connus) la figure de l'orbite de la Terre, & la position de la ligne des Apfides. Soit $ABPDC$ l'orbite de la Terre, & soit le point S le

Si le foyer où se trouve le Soleil, le second foyer sera F , & la ligne des Apfides sera AP : soient donnés trois lieux de la Terre B, C, D , dans l'Ecliptique, ce qu'il est aisé de connoître, puisqu'ils sont opposés diamétralement aux trois lieux du Soleil qu'on suppose déterminés par observation. Du centre F & de l'intervalle FM égal au grand axe de l'Ellipse, on décrira un cercle $MHEL$ qui coupera aux points G, H, E les droites prolongées FB, FC, FD ; on menera aussi du foyer S les droites SB, SC, SD , & encore SG, SH, SE : or les angles BSC, BSD , & CSD sont donnés, puisque leurs mesures sont les arcs de l'Ecliptique compris entre les lieux des observations; mais puisque dans cette Théorie, le mouvement de la Terre dans son orbite est tel, que les angles parcourus autour de l'autre foyer F , sont assez sensiblement proportionnels aux tems, les angles BFC, BFD & CFD seront connus; car on les doit conclurre, en faisant comme le tems écoulé entre deux de ces observations (entre les deux premières, par exemple,) est au tems de la révolution entiere de la Planete dans son orbite, ainsi 360° , sont à l'arc qui répond au tems des deux observations qu'on a comparées. C'est pourquoi puisque le double de l'angle FGS , c'est-à-dire; l'angle FBS est égal à la différence des angles BFA, BSA , comme il a été démontré ci-dessus, & de même que le double de l'angle FHS , c'est-à-dire, l'angle FCS est égal à la différence des angles CFA & CSA ; il est donc clair que la différence des angles BSC & BFC sera égale à $2FGS + 2FHS$: mais parce que les angles BFC, BSC sont connus, on sçaura donc quelle est leur différence, & partant la somme des angles FGS, FHS . Or l'angle FGS est la différence des angles BFA, GSA , & l'angle FHS est aussi la différence des angles HFA & HSA ; c'est pourquoi les angles FGS & FHS seront égaux à la différence des angles BFC & GSH ; & parce qu'on con-

noît l'angle BFC & la somme des angles FGS & FHS , l'angle GSH fera par conséquent connu: on pourra trouver de la même manière l'angle GSE . Semblablement le double de FES est égal à la différence des angles DFA & DSA , comme aussi le double de FHS est égal à la différence des angles CFA & CSA ; donc deux fois l'angle $FES - 2FHS =$ la différence des angles CFD, CSD ; mais on connoît les angles CFD, CSD , on connoitra donc la moitié de leur différence, sçavoir, $FES - FHS$; or $FES - FHS$ est égal à la différence des angles CFD & HSE^* , & d'ailleurs on connoît l'angle CFD , & la différence des angles $FES - FHS$, on sçaura donc la valeur de l'angle HSE : c'est pourquoi tous les angles au foyer F , sçavoir, BFC, BFD , & CFD étant connus, aussi-bien que tous les angles au foyer S , sçavoir, BSC, BSD, CSD , on connoitra GSH, GSE , & HSE . Cela supposé,

Qu'on fasse SH d'un certain nombre de parties déterminées, par exemple, de 100000: on prolongera la ligne ES jusqu'à ce qu'elle rencontre la circonférence du cercle en L , & en tirant les droites HL, LG & HG , dans le triangle $HL S$, l'on connoît l'angle HSL , complément à deux droits de l'angle connu ESH ; on connoît encore l'angle SLH (qui est la moitié de l'angle EFH) & le côté HS de 100000, c'est pourquoi on connoitra SL ; & partant dans le triangle SLG , l'angle LSG , complément à deux droits de l'angle ESG , est connu, comme aussi l'angle SLG (qui est la moitié de l'angle EFG) & le côté SL , c'est pourquoi le côté SG fera connu: mais dans le triangle HSG on connoît les côtés HS & SG , & l'angle compris HSG , c'est pourquoi on connoitra le côté HG & l'angle SHG : & dans le trian-

* $AFD - FSE = FES$, $AFC - FSH = FHS$, donc $FSE - FHS = AFD - FSE - AFC + FSH = CFD - HSE$.

gle Ifofcele HFG , on connoît l'angle HFG & la bafe HG ; donc on connoîtra HF qui est égale à la moitié du grand axe de l'Ellipfe, & l'angle GHF qu'il faudra ôter de l'angle SHG pour avoir l'angle FHS . Enfin dans le triangle FHS , les côtés FH , HS & l'angle FHS étant donnés, on trouvera SF qui fera l'excentricité de l'orbite, & l'angle HSF , d'où ôtant l'angle HSC égal à FHS , le reste CSF fera l'angle qui déterminera la position de l'orbite & la position de la ligne des Apfides.

Cette méthode suppose que les angles décrits au foyer supérieur F de l'orbite de la Planete, font toujours proportionnels aux tems, ce qui n'est pas tout-à-fait vrai: mais comme l'excentricité de l'orbite de la Terre est fort petite, les angles qui font réellement décrits au foyer supérieur de l'Ellipfe, different si peu de ceux qui seroient proportionnels aux tems, qu'il n'en peut résulter d'erreur bien sensible dans la recherche du lieu qu'occupe la ligne des Apfides, ni par conséquent dans l'excentricité de l'orbite de la Terre.

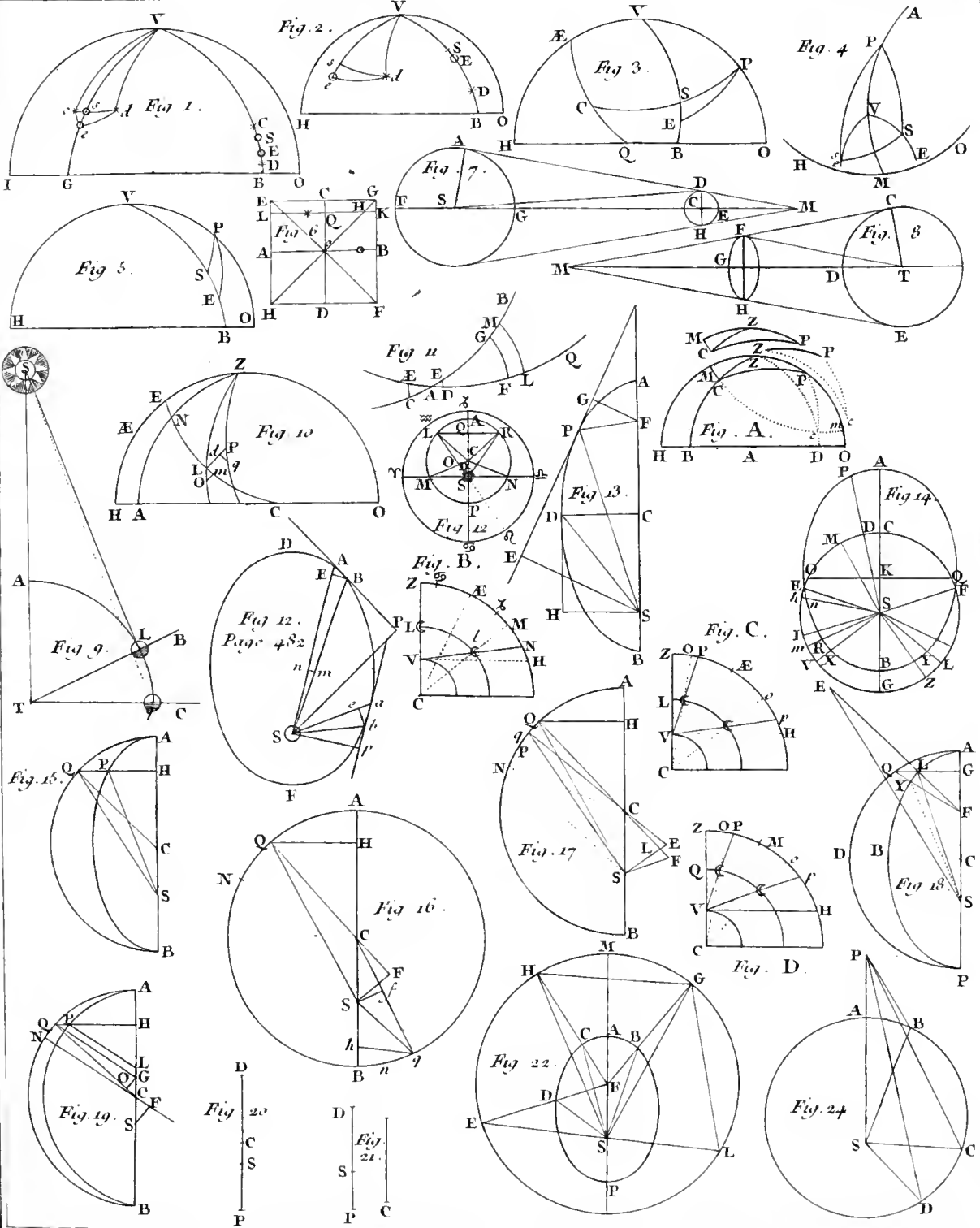
Le célèbre M. Hallei à qui l'Astronomie est redevable de tant de pieces excellentes dont il a sçu l'enrichir, & qui méritera les éloges de tous les Mathématiciens dans la postérité la plus reculée, a inventé autrefois une méthode, laquelle est indépendante, soit du mouvement de la Théorie, soit de toute autre hypothese: il propose de trouver par observation la figure & la position de l'orbite terrestre.

Soit le Soleil en S , $ABCD$ l'orbite de la Terre, P la Planete de Mars, qui dans cette recherche doit être pour plusieurs raisons préférée aux autres Planetes. On observera d'abord le tems auquel le Lieu de Mars se trouve en opposition au Soleil; car alors le Soleil & la Terre se trouvent dans une même ligne avec Mars; & comme il arrive le plus ordinairement que Mars au moment de son

PLANCHE
VIII.
Fig. 241

opposition a quelque Latitude, il faudra déterminer le lieu où tombe la perpendiculaire abaissée de son lieu sur l'Écliptique. Ainsi dans la figure, S, A & P sont dans une même ligne droite ; mais comme la révolution périodique de Mars est de 687 jours, il est évident qu'après ce même intervalle de tems écoulé, Mars vu du Soleil paroîtra au même point P , c'est-à-dire, dans le lieu où il paroïsoit opposé au Soleil au tems de la première observation. Et d'autant que la Terre ne sçauroit revenir pour la seconde fois précisément au point A qu'après $73\text{oj}\frac{1}{2}$, il s'en suit que lorsque Mars retournera en P , la Terre sera en B , en sorte que la ligne tirée au Soleil sera pour lors SB , qui n'est plus la même que la ligne tirée de la Terre à Mars, puisqu'on le verra dans ce second cas selon BP . Ayant donc observé les lieux du Soleil & de Mars, on connoîtra par conséquent tous les angles du triangle BPS , & prenant PS de 100000 parties, on calculera la position & la distance SB ou sa longueur dans les mêmes parties. De la même manière après une autre Période de Mars la Terre étant en C , on trouvera tant la longueur que la position de la ligne SC , & semblablement pour la ligne SD , dont on déterminera la longueur & la position par une troisième observation. C'est pourquoi la question se réduit à résoudre géométriquement un problème où l'on suppose que trois lignes qui concourent au foyer d'une Ellipse, soient données de grandeur & de position, ce qui doit déterminer la longueur du grand axe, sa position & la distance des foyers de l'Ellipse. On trouvera dans les *Trans. Philos.* n°. 128. la solution que M. Hallei a donnée de ce Problème.





CHAPITRE VINGT-SIXIEME.

De l'Equation du Tems.

QUOIQUE le Tems soit de sa nature une quantité réelle, puisqu'il en a toutes les propriétés, qu'il est susceptible d'augmentation ou de diminution, & de divers autres rapports, soit d'égalités, soit d'inégalités, cependant pour parvenir à connoître la juste quantité du tems écoulé, il faut avoir recours au mouvement des corps puisque ç'en est la vraie mesure, & que nous n'avons pas d'autres moyens de juger des intervalles de tems écoulés, ni de les comparer entre eux. Le tems, comme l'on voit, en tant que mesurable, suppose donc le mouvement: en effet s'il arrivoit que tout ce qui est dans l'Univers pût devenir entierement immobile, dès-lors nous ne pourrions plus déterminer en aucune maniere la quantité du tems, mais la durée des choses s'écouleroit sans distinction de ses parties.

Le mouvement est la mesure du Tems.

Au reste parce que le tems s'écoule nécessairement d'une maniere constante & uniforme, il est évident que le mouvement le plus propre à nous en faire connoître la quantité, & par conséquent à nous servir de mesure, doit être précisément celui qui de sa nature est simple & uniforme; en un mot ce doit être principalement ce même mouvement qui fait qu'un corps s'avance toujours également, ou lequel étant une fois imprimé à un corps, s'y conserve, & lui doit faire parcourir dans des tems égaux des espaces égaux, & par conséquent décrire des périodes égales.

Le mouvement uniforme est proprement la mesure du tems.

Dans l'usage ordinaire on se sert du mouvement le plus remarquable, choisissant celui qui se présente presque à chaque instant aux yeux de tout le monde. Tel est le mou-

Les mouvemens du Soleil & de la Lune, ont été regardés jusqu'ici comme les mesures du tems les plus naturelles & les plus avantageuses qui aient été données aux hommes.

vement des astres, & sur-tout celui du Soleil & de la Lune. Il faut avouer aussi que ces mouvemens n'ont pas seulement été choisis du consentement général de tous les hommes, mais que ç'a été le dessein de Dieu de les destiner à cet usage, le Créateur ayant dit, comme nous le lisons dans la Genèse: *Fiant luminaria in Firmamento cæli, & dividant diem ac noctem, & sint in signa & tempora, & dies & annos* *. D'où l'on voit que les mouvemens célestes, & particulièrement ceux du Soleil, ont été regardés comme les plus propres à nous faire distinguer les âges & les tems. Aussi a-t-on vu jusqu'aux Poëtes adopter cette idée, quoiqu'imparfaitement, lorsqu'ils demandent si l'on ose soupçonner de l'erreur dans le mouvement du Soleil,

. *Solem quis dicere falsum
Audeat ?* Virg. Georg. I. 463.

On pourroit répondre que les Astronomes l'ont bien osé, lorsqu'après des recherches assez suivies ils ont découvert que le mouvement du Soleil n'étoit point uniforme, mais que tantôt il étoit sujet à s'accélérer, & tantôt à se ralentir; d'où il a dû s'ensuivre que le Soleil ne peut être véritablement la mesure exacte du tems, puisque celui-ci s'écoule d'une manière égale & uniforme.

Il faut donc présentement distinguer le tems qui nous est désigné par le mouvement du Soleil, & que l'on nomme *Apparent*, d'avec celui qui s'écoule uniformément, & que les Astronomes appellent *Temps Egal* ou *Temps moyen*: c'est à ce dernier qu'ils ont coutume de rapporter tous les mouvemens célestes. Car le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique étant inégal, & la route apparente qu'il décrit étant d'ailleurs inclinée à l'Equateur, il faut de nécessité que ni les jours, ni les heures, ne soient plus exactement les mêmes, ou d'égales durées, comme nous l'allons démontrer tout-à-l'heure.

Ce que c'est que le tems vrai ou apparent, & le tems moyen.

Genes. I. v. 14.

* Dieu dit encore, que des corps de lumière soient faits dans le Firmament du ciel, afin qu'ils séparent le jour de la nuit, & qu'ils servent de signes pour marquer les tems & les saisons, les jours & les années. Traduction de M. de Saci.

Comme la Terre tournant autour de son axe entraîne successivement les plans de tous les méridiens , si l'on conçoit qu'un de ces plans passe deux fois consécutives par le centre du Soleil , le jour solaire sera égal au tems écoulé pendant cette révolution du méridien ; en un mot on entend par jour solaire le tems qui s'écoule entre le moment du midi & celui du jour qui suit immédiatement. Il est évident que si la Terre n'avoit d'autre mouvement que celui dont nous venons de parler , tous les jours solaires seroient en ce cas égaux entre eux , & précisément de même durée que le tems écoulé entre chaque révolution de la Terre autour de son axe. Mais parce que dans le tems même que la Terre emploie à tourner autour de son axe , elle s'avance un peu vers l'Orient , il faut donc que chacun de ses méridiens , après avoir achevé une révolution entiere , anticipe quelque peu sur la révolution suivante , & cela afin que son plan convienne avec celui qui passe par les centres de la Terre & du Soleil. Soit , par exemple , *S* le Soleil , *AB* un arc de l'orbe terrestre , si la ligne *MD* représente le plan de quelque Méridien dont le plan passe par le centre du Soleil lorsque la Terre est en *A* , il est aisé de voir que si la Terre parcourt l'arc *AB* dans le même tems qu'elle acheve une révolution autour de son axe , il doit s'ensuivre que lorsqu'elle sera parvenue en *B* , le Méridien *MD* se trouvera en *md* , c'est-à-dire , dans un plan parallele au premier ; & partant ce même Méridien ne passera pas encore par le centre du Soleil ; ou ce qui revient au même , tous les habitans situés sous ce Méridien ne compteront pas encore midi : il faudra donc que le plan *md* fasse un mouvement angulaire tel que *dBf* afin de passer par le centre du Soleil ; & par conséquent il est vrai de dire que généralement les jours solaires sont d'une plus longue durée , que la révolution de la Terre autour de son axe. Au reste si les plans des

PLANCHE IX.
Fig. 1.

On explique ici pourquoi les jours solaires doivent être inégaux entre eux.

Méridiens, ou plutôt si l'axe de la Terre étoit perpendiculaire au plan de l'orbe annuel, & s'il étoit vrai que la Terre parcourût son orbe d'un mouvement toujours égal, il est certain qu'après une révolution du Méridien, md étant parallèle à MD , l'angle dBf seroit égal à l'angle BSA , l'arc df semblable à l'arc AB , & qu'enfin (en quelqu'endroit que ce fût de l'orbe annuel) l'angle ASB étant toujours égal à l'angle dBf , les tems seroient toujours d'une même durée : ainsi tous les jours solaires seroient égaux entre eux, & le tems apparent ne différeroit plus du tems moyen, c'est-à-dire, du tems égal & uniforme. Mais ni l'une ni l'autre des deux suppositions que nous venons de faire, n'a lieu dans la nature. En effet il n'est pas vrai de dire que la Terre se meut également chaque jour dans son orbite, puisqu'elle y parcourt dans son Aphélie un arc qui est le plus petit de tous, & qu'au contraire dans le Périhélie elle décrit, dans un même espace de tems, un autre arc qui est le plus grand de tous ceux qu'elle doit parcourir. De plus il faut considérer que les plans des Méridiens ne sont pas perpendiculaires à l'Ecliptique, mais uniquement à l'Equateur, ou aux petits cercles qui lui sont parallèles; & partant les mouvemens angulaires dBf qu'il a fallu supposer outre les révolutions entières du Méridien pour composer le jour solaire, ces mouvemens, dis-je, ou plutôt les arcs qui les mesurent, ne doivent plus être égaux aux arcs AB . Ainsi ces deux mêmes causes dont nous venons de parler, jointes ensemble, nous produisent différens angles, & par conséquent des jours solaires inégaux entre eux.

La même chose se peut expliquer en ne faisant uniquement attention qu'au mouvement apparent du Soleil,

Il fera peut-être plus facile de concevoir ce que l'on vient d'expliquer, si au lieu de supposer le mouvement réel de la Terre, on fait plutôt attention au mouvement apparent du Soleil : d'ailleurs c'est celui-ci qui nous a été donné pour être la mesure du tems apparent. C'est pourquoi

pourquoi il est à propos de sçavoir qu'on entend par jour solaire ou naturel, la somme des deux intervalles écoulés entre une révolution entiere du premier mobile, pendant laquelle tous les points de l'Equateur passent successivement par notre Méridien, & le tems qu'emploie à y passer l'arc de l'Equateur qui répond au mouvement diurne apparent du Soleil vers l'Orient.

On remarquera présentement que l'arc de l'Equateur qui passe par le Méridien en même tems que l'arc diurne de l'Ecliptique, ne lui est pas toujours égal, mais tantôt plus grand, tantôt plus petit, & cela quand bien même on supposeroit que le Soleil auroit un mouvement égal & uniforme dans l'Ecliptique. L'unique cause de cette différence vient de la position oblique de l'Ecliptique à l'égard de l'Equateur, comme il est facile de l'appercevoir par le secours de la seconde figure. Soit $\gamma\phi$ un quart de la circonférence de l'Ecliptique, γE le quart de celle de l'Equateur, γA un arc d'un degré, & qu'on suppose de cette grandeur, parce qu'il ne differe pas beaucoup du mouvement diurne du Soleil dans l'Ecliptique. En effet le Soleil décrit chaque jour $59' 8''$ par son moyen mouvement. Soit aussi l'arc AB un arc du Méridien ou cercle de déclinaison passant par le Soleil, & qui est compris entre l'Ecliptique & l'Equateur. Dans le triangle rectangle γBA étant donné γA d'un degré, & l'angle $A\gamma B$ qui est l'obliquité de l'Ecliptique ou son inclinaison de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ à l'égard de l'Equateur, on trouvera le côté γB de $55' 01''$. Qu'on suppose aussi l'arc de l'Ecliptique γC de 89° , l'on trouvera l'arc γD de l'Equateur qui lui répond de $88^{\circ} 54' 34''$. Mais parce que quand l'arc $\gamma\phi$ est de 90° , l'arc γE de l'Equateur qui lui répond est aussi de 90° , il s'ensuit que la différence des arcs $\gamma E, \gamma D$, c'est-à-dire, l'arc DE , fera de $1^{\circ} 05' 26''$; ainsi les deux arcs $\gamma B, DE$ different comme l'on voit de $10' 25''$; quoique les deux

Les arcs diurnes de l'Equateur ne sçau-roient être égaux aux arcs diurnes & correspondans de l'Ecliptique.

PLANCHE IX

Fig. 2.

La première
cause de l'iné-
galité des jours
apparens.

arcs correspondans de l'Ecliptique $\gamma A, C$ soient parfaitement égaux entre eux. Il est donc certain qu'à des arcs égaux de l'Ecliptique, peuvent répondre des arcs fort inégaux de l'Equateur, & que par conséquent les arcs diurnes de l'Equateur, lorsqu'ils passent au Méridien & mesurent le jour solaire, feront fort inégaux entre eux.

La seconde
cause de leur
inégalité.

Mais ce n'est pas-là seulement l'unique cause de l'inégalité des arcs diurnes de l'Equateur, puisqu'il est vrai que le mouvement apparent du Soleil dans l'Ecliptique, est lui-même fort inégal. En effet le Soleil se meut plus lentement & par conséquent paroît demeurer un plus long intervalle de tems dans les six signes Septentrionaux, que dans les six méridionaux, la différence étant de huit jours; d'où l'on voit que quand bien même il n'y auroit aucune obliquité dans la route du Soleil, cette différence de vitesse suffiroit pour rendre inégaux les arcs diurnes de l'Equateur. Ainsi l'inégalité sera la plus grande lorsque les deux causes qu'on vient d'expliquer, sçavoir, l'inégalité du mouvement du Soleil, & celle qui dépend de l'obliquité de l'Ecliptique, se trouveront concourir, ou accumuler les différences dans un même sens. Elles peuvent d'ailleurs être détruites l'une par l'autre, ou totalement ou en partie, ce qui en diminue l'inégalité, comme il arrive chaque fois que les arcs de l'Equateur décroissent à cause de l'obliquité de l'Ecliptique, & croissent au contraire à cause du mouvement du Soleil vers le Périgée. En un mot quoiqu'elles concourent aussi dans d'autres cas à augmenter l'inégalité des jours apparens, cependant il faut toujours distinguer ces deux causes qui ne dépendent nullement l'une de l'autre, mais produisent leur effet séparément.

Puisque le mouvement apparent du Soleil vers l'Orient vient d'être enfin reconnu pour inégal, il est nécessaire de

l'abandonner, & d'en chercher quelqu'autre propre à mesurer le tems, puisque celui-ci s'écoulant d'une manière uniforme, les jours naturels & apparens ne peuvent plus servir à mesurer les mouvemens des autres corps célestes. C'est pour cette raison que les Astronomes ont imaginé d'y substituer d'autres jours moyens & d'égales durées, auxquels ils sont convenus de comparer les mouvemens des Astres. Et d'autant que les mêmes mouvemens se trouvent toujours par leurs Tables Astronomiques calculés en tems moyens ou d'égales durées, il est donc nécessaire de réduire ensuite ce tems moyen en tems apparent, si l'on en veut déduire les mouvemens tels qu'ils nous paroissent, lorsque nous conformant à l'usage vulgaire il s'agit de mesurer ou de compter le tems selon le mouvement apparent du Soleil. Tout au contraire si quelque Phénomène céleste, si quelque Eclipsé, par exemple, a été observée, & qu'on veuille la comparer aux Tables Astronomiques, comme l'observation se fait toujours en tems apparent, il faudra le réduire en tems égal ou tems moyen, autrement on trouveroit une erreur ou différence qu'il faudroit se donner bien de garde d'attribuer aux Tables, ou à la négligence de l'Observateur.

Or puisque nous n'apercevons aucun corps dans la nature qui conserve parfaitement & d'une manière uniforme son mouvement, & que cependant ce seroit celui-là qu'il faudroit choisir pour désigner les jours ou les heures d'une égale durée, il faut donc recourir à quelques suppositions, comme de feindre un astre qui parcourroit l'Equateur en s'avancant vers l'Orient, sans jamais accélérer ni ralentir son mouvement, mais qui acheveroit sa révolution entière dans l'Equateur dans le même intervalle de tems que le Soleil emploie à parcourir l'Ecliptique. Ainsi le mouvement apparent de cet astre désigneroit

Comment on peut déterminer les jours moyens, ou dont les durées soient toujours égales.

De quelle manière on a établi les jours égaux ou moyens.

véritablement le tems moyen ou égal , son mouvement diurne dans l'Equateur étant de $59' 8''$, précisément égal au moyen mouvement du Soleil dans l'Ecliptique. Partant les jours moyens ou d'égales durées seroient désignés par le passage de cet astre au Méridien , le jour moyen étant la somme du tems qui s'écoule pendant une révolution entiere de l'Equateur de 360° plus $0^{\circ} 59' 8''$ de la révolution suivante : car cette addition continuelle de $59' 8''$ étant parfaitement la même chaque jour , il s'en suit que les jours moyens seront parfaitement égaux.

Equation du
Tems, ce que
c'est.

Maintenant puisque le Soleil nous paroît chaque jour s'avancer plus ou moins vite vers l'Orient , sur-tout si l'on rapporte son mouvement à l'Equateur, il est hors de doute qu'il ne passe quelquefois au Méridien un peu plutôt que l'Astre Supposé , & quelquefois aussi un peu plus tard. Or la différence qui en résulte , est celle qui se trouve entre le tems vrai ou apparent , & le tems moyen. On pourra la déterminer si l'on compare le lieu de l'Astre Supposé dans l'Equateur avec le point du même Equateur qui passe au Méridien en même tems que le Soleil ; car la différence des deux arcs étant convertie en tems égal , donnera , comme l'on voit , celle qui se trouve entre le Tems vrai , & le Tems moyen. C'est cette différence qu'on nomme *l'Equation du Tems* , c'est , dis-je , le tems qui s'écoule pendant le passage au Méridien d'un arc de l'Equateur compris , entre le point du même cercle qui désigne l'ascension droite du Soleil , & le lieu de l'astre que l'on a supposé se mouvoir uniformément dans l'Equateur.

Elle renferme
deux Elémens
qui la compo-
sent.

PLANCHE IX.
Fig. 3. & 4.

Soit EQ un arc de l'Equateur , EC un arc de l'Ecliptique dans lequel S représente le lieu du Soleil. Si l'on fait passer par le Soleil le cercle de déclinaison SA qui rencontre au point A l'Equateur , A sera le vrai point de ce cercle qui doit passer au Méridien en même tems que le Soleil. Soit présentement m le lieu de l'Astre

Supposé, qui parcourt l'Equateur d'un mouvement égal & uniforme, il est évident que le Soleil étant au Méridien, l'astre supposé différera de son lieu réduit de la quantité $m A$. Si le point m est plus oriental que le point A , l'astre supposé arrivera plus tard au Méridien que le point A , c'est-à-dire, plus tard que le Soleil, de sorte que le tems apparent précédera pour lors le tems égal ou moyen. Mais si le point m est plus occidental que le point A , ce point m arrivera plutôt au Méridien, & partant le tems apparent fera précédé par le tems moyen. Ainsi l'arc $m A$ converti en heures, minutes, &c. est l'Equation du tems qu'il faudra ajouter ou retrancher du tems apparent, selon que le point m fera oriental ou occidental à l'égard du point A , ce qui servira à le réduire en tems moyen: or afin de découvrir la situation du point A à l'égard du point m , & par conséquent la valeur de l'arc $m A$, on prendra sur l'Equateur l'arc γs ou $\sphericalangle s$ égal à l'arc γS ou $\sphericalangle S$ de l'Ecliptique, & l'arc sm sera la différence entre le vrai lieu du Soleil, & son lieu moyen: cet arc est donné si l'on sçait le degré d'anomalie du Soleil. D'ailleurs l'arc As est la différence entre l'hypoténuse γS d'un triangle rectangle $\gamma S A$ & la base γA : enfin cette différence est facile à calculer par la Trigonométrie, ainsi l'arc Am sera donné, puisqu'il est égal à la somme ou à la différence des arcs As, sm .

Dans quels cas le tems vrai suit le tems moyen.

De quelle manière l'Equation du tems est composée, de deux parties.

On voit encore par la figure que dans le premier & le troisieme quart de la circonférence de l'Ecliptique, le point s tombe à l'Orient à l'égard du point A , & partant que cet arc As converti en tems, est soustractif, puisque le point s arrive plus tard au Méridien que le point A . Dans le second & quatrieme quadrant de l'Ecliptique, le point s tombant à l'Occident du point A , ce point arrive par conséquent au Méridien avant le point A , & partant l'arc As converti en tems, doit être ajouté au tems appa-

On explique ici séparément l'effet de chacune des parties qui composent l'Equation du tems.

rent, puisque si l'on compte midi il est déjà passé relativement au point s . Soit, par exemple, l'arc As de 2° . o' tel qu'il est en effet lorsque le Soleil est au vingt-huitième degré du Belier, cet arc converti en tems répond à $8'$ * qu'il faut par conséquent ajouter au tems vrai ou apparent pour avoir celui auquel le point s doit paroître au Méridien.

* L'Equation en ce cas est soustractive ; & 12^h se réduisent à $11^h 52'$ de Tems moyen.

D'un autre côté dans le premier demi-cercle d'anomalie (c'est-à-dire, pendant le siècle où nous vivons) depuis le huitième ou neuvième degré de l'Ecrevisse jusqu'au huitième ou neuvième degré du Capricorne, le moyen mouvement du Soleil est plus rapide que son mouvement vrai ; & partant dans le même demi-cercle le point m fera constamment plus oriental que le point s , ainsi l'arc ms converti en tems doit être retranché du tems auquel le point s arrive au Méridien. Mais au contraire dans l'autre demi-cercle d'Anomalie, c'est-à-dire, après le passage du Soleil au Périgée, son moyen mouvement est plus lent que son mouvement vrai, & par conséquent le lieu moyen suit le lieu vrai ; d'où il arrive que le point m tombera à l'Occident du point s , & qu'il paroîtra par conséquent plutôt au Méridien. Ainsi l'arc ms converti en tems, doit être ajouté à l'instant auquel le point s arrivera au Méridien. Or il est aisé de voir qu'étant donné l'intervalle de tems écoulé entre les passages au Méridien des points m & s , comme aussi entre les points m & A , on aura par conséquent l'intervalle écoulé entre le tems vrai ou apparent & le tems moyen, c'est-à-dire, l'Equation du tems.

Des deux différentes Tables de l'Equation du tems.

Pour réduire le tems apparent en tems moyen toutes les fois qu'il sera nécessaire, les Calculateurs ont construit deux sortes de Tables, l'une pour l'arc sm à chaque degré d'Anomalie moyenne du Soleil ; ensorte que si le point m est à l'Occident du point s , le signe de l'Equation est marqué additif ; mais si c'est dans le sens contraire, il

est marqué soustractif. L'autre Table est construite pour l'arc *sA*: c'est la différence entre le lieu du Soleil dans l'Ecliptique & son ascension droite. Les Equations sont marquées de même dans cette seconde Table par les signes d'addition ou de soustraction, c'est-à-dire, selon que le point *s* est occidental ou oriental à l'égard du point *A**. Ainsi la somme de ces deux différentes Equations lorsqu'elles sont toutes deux de mêmes dénominations, c'est-à-dire, si toutes deux sont additives ou soustractives; ou bien leur différence, si elles ont diverses dénominations, donnera l'Equation absolue, qui est l'Equation du Temps que l'on cherche.

* Voyez les deux Tables page 154.

Il est arrivé aussi que les Calculateurs ont construit une Table générale **, laquelle est composée des deux Equations ci-dessus: mais elle n'est pas perpétuelle ni de longue durée. Elle peut cependant servir sans erreur bien sensible pendant près d'un siècle; puisque dans l'espace de cent ans les mêmes degrés d'anomalie répondent à très-peu près aux mêmes degrés de l'Ecliptique. Il seroit mieux cependant de ne construire cette Table générale que pour un intervalle de cinquante ans tout au plus: or de cette manière les deux Equations n'en composent plus qu'une seule. Mais comme la Précession des Equinoxes fait varier le lieu de l'Apogée du Soleil, ou plutôt le lieu de l'Aphélie de la Terre, en sorte qu'il doit enfin (de même que les Etoiles fixes), s'avancer d'une quantité trop sensible vers l'Orient; il est aisé de voir que les mêmes degrés d'Anomalie ne répondant plus aux mêmes points de l'Ecliptique, une seule & unique Table ne sauroit être exacte, car elle seroit sujette à de grandes erreurs dans les autres siècles.

De la Table générale de l'Equation du Temps.

Au reste l'astre que nous avons supposé se mouvoir uni-

** Cette Table générale se trouve dans la plupart des Ephémérides, & dans quelques autres Livres intitulés: *Tables Astronomiques*, &c.

Premier cas
ou l'on déter-
mine quand
est-ce que les
jours solaires
commencent
à devenir plus
longs que les
jours moyens.

formément dans l'Equateur , & qui mesure le Tems moyen , doit s'avancer toujours vers l'Orient , comme nous l'avons dit : mais le point *A* qui désigne l'ascension droite du Soleil , & par conséquent le tems apparent , anticipe ou fuit alternativement le point *m* , de maniere qu'il doit se trouver tantôt à l'Orient du point *m* , tantôt à l'Occident , & partant convenir quelquefois précisément avec ce même point *m*. Or quand le mouvement du point *A*, relativement à l'Astre Supposé, se fait vers l'Orient, alors ce point *A* devient plus oriental que l'Astre Supposé, & les jours apparens plus longs que les jours moyens. En effet plus le point *A* se meut rapidement vers l'Orient , plus les jours solaires deviendront longs , puisqu'outre une révolution entiere de l'Equateur , il y a une plus grande portion d'arc de la révolution suivante à ajouter , pour composer le jour solaire , & cela à cause d'un plus grand espace qui reste à parcourir vers l'Orient. Il est donc vrai de dire que dès-lors même que le mouvement relatif du point *A* commence à se faire vers l'Orient , les jours solaires commencent aussi à devenir plus longs que les jours moyens. Remarquez qu'on ne prétend parler ici que du mouvement qui se fait relativement à l'Astre Supposé *m* , car le mouvement absolu de chacuns se fait toujours vers l'Orient. Au contraire quand le point *A* , quoique toujours plus oriental que *m* , commence à s'approcher de l'Astre Supposé *m* , ou plutôt quand le point *A* commence à tendre vers l'Occident relativement au point *m* , alors les jours solaires deviennent plus courts que les jours moyens. Enfin lorsque le point *A* se fera éloigné le plus qu'il est possible de l'astre *m* , soit à l'Orient , soit à l'Occident , alors les jours solaires seront égaux aux jours moyens ; & c'est dans ces points-là qu'arrivent les plus grandes équations. On voit encore que quand le mouvement du point *A* vers l'Orient est le plus rapide , alors les jours solaires

II. Cas où
l'on examine
quand est-ce
qu'ils doivent
devenir plus
courts.

III. Cas où
l'on fait voir
quand les jours
solaires sont
égaux aux
jours moyens.

IV. & dernier
Cas

font

font les plus longs de tous, & qu'au contraire les jours folaires font les plus courts qu'il est possible, lorsque le point *A* se meut le plus lentement qu'il est possible, c'est-à-dire, lorsque son mouvement vers l'Occident est le plus grand relativement au point *m*.

Pendant ce XVIII^e siècle lorsque le Soleil est au dixième degré du Scorpion, le point *A* est le plus éloigné qu'il est possible de l'astre supposé *m* vers l'Occident, sa distance étant alors de $4^{\circ} 0' 45''$; & partant la plus grande équation est alors de $0^h 16' 11''$. Dès ce moment-là les jours folaires commencent à augmenter jusqu'à ce que le Soleil soit parvenu au $22^{\circ}\frac{1}{2}$ du Verseau. De même lorsque le point *A* est le plus avancé qu'il est possible vers l'Orient, & qu'il est éloigné de l'astre supposé *m*, de $3^{\circ} 42^{\frac{1}{2}}$, la plus grande équation du tems est de $0^h 14' 50''$, & dès cet instant même le mouvement relatif du point *A* se fait vers l'Occident, jusqu'à ce que le Soleil parvienne au vingt-quatrième degré du Taureau où le point *A* est $1^{\circ} 1^{\frac{1}{2}}$ plus occidental que l'astre supposé *m*, enforte que la plus grande équation du tems est alors de $4' 6''$. Ensuite le point *A* semble retourner encore vers l'Orient jusqu'à ce que le Soleil soit au $3^{\circ}\frac{1}{4}$ du Lion; & ce point *A* est alors distant du point *m* de $1^{\circ} 28^{\frac{1}{4}}$ qui répondent à l'Equation du tems $0^h 5' 53''$. Enfin le mouvement relatif du point *A* se fait vers l'Occident jusqu'à ce que le Soleil soit de retour au dixième degré du Scorpion, d'où ce même point *A* recommencera derechef à s'avancer vers l'Orient. Il est évident par-là que toutes les fois que les points *m* & *A* se rencontreront, le tems apparent conviendra pour lors avec le tems moyen.

Si donc l'on éprouve ce qui doit arriver à une horloge à pendule parfaitement bien construite, & dont le mouvement seroit réglé ou accommodé au mouvement moyen du Soleil, & qu'on en fasse une fois convenir les aiguilles

Dans quels tems de l'année arrivent les plus grandes équations du tems.

avec le tems moyen, il est certain que cette horloge, dont la marche est supposée uniforme, marquera constamment un tems différent de l'heure vraie ou tems apparent, & cela toute l'année, excepté quatre fois seulement à des jours fort éloignés, comme le 15 Avril, le 17 Juin, le 31 Août, & le 24 Décembre. Dans tous les autres tems l'heure marquée par les aiguilles de l'horloge anticipera ou retardera sur l'heure marquée par le Soleil, & la plus grande différence sera sur-tout le 3 Novembre, où son mouvement semblera le plus lent, c'est-à-dire, lorsqu'elle paroîtra à midi retarder de 16' 11".

Si l'on cherche enfin dans quels points doivent arriver les plus grandes équations, on les trouvera en y employant la solution du Probleme suivant, qui est de M. Halleï : mais pour entendre plus facilement le Probleme de cet illustre Astronome, il faut démontrer d'abord la proposition suivante.

L E M M E.

Si une figure plane est projetée orthographiquement sur un plan donné, c'est-à-dire, si de chacun de ses points on abaisse des perpendiculaires sur le plan proposé, la projection qui se fera de la figure sur le plan où elle est projetée, sera à la figure elle-même, comme le cosinus de l'inclinaison des deux plans, est au rayon.

Les figures planes, quelque composées qu'elles soient, se peuvent réduire, comme l'on sçait, en parallélogrammes ou en triangles, dont les bases seront paralleles à la commune section des deux plans : ainsi ces mêmes bases seront paralleles au plan de Projection, & par là tant les bases que leurs projections seront égales & paralleles, comme on l'a démontré au Chapitre XIII.

Mais les perpendiculaires abaissées du sommet de chaque triangle sur leurs bases, seront aussi perpendiculaires à la commune section des deux plans* : & partant l'inclinaison des perpendiculaires à l'égard du plan de projection, sera égale à l'inclinaison des deux plans. Or les projections de ces perpendiculaires sont à ces mêmes perpendiculaires, comme le cosinus de l'inclinaison des deux plans, est au rayon ; il est donc vrai de dire que chaque Triangle ou Parallélogramme est projeté en un autre, dont la base (soit du Triangle, soit du Parallélogramme) doit être une base égale, & dont la hauteur sera à la hauteur sur le plan de projection, comme le cosinus de l'inclinaison des deux plans, est au rayon. D'ailleurs les Triangles ou les Parallélogrammes qui ont des bases égales, sont entre eux comme les Perpendiculaires abaissées des sommets sur leurs bases ; il s'ensuit donc que la projection d'un Triangle quelconque, sera au Triangle correspondant dans le plan proposé, en raison donnée & que par conséquent les projections de tous les Triangles pris ensemble, c'est-à-dire, la projection entière de la figure, sera à la somme de tous les Triangles dans lesquels on a partagé la figure proposée, dans la même raison constante, c'est-à-dire, comme le cosinus de l'inclinaison des plans, est au rayon.

* *Euclid. I. 10.*
I. Prop. 29.

Maintenant si l'on conçoit l'orbite terrestre projetée par des perpendiculaires sur le plan de l'Equateur, cette projection sera une Ellipse dont la circonférence sera parcourue par le point qui est à l'extrémité de la ligne perpendiculaire abaissée du lieu de la Terre sur le plan de l'Equateur. Ce point par son mouvement désignera l'ascension droite de la Terre ou son mouvement réduit à l'Equateur vu du Soleil, auquel sera toujours égal le mouvement du Soleil en ascension droite, vu de la Terre. Soit $\gamma A \simeq C$ l'Ellipse qui représente la projection de l'orbite terrestre, S le point

PLANCHE IX.
 Fig. 5.

X x x ij

qui correspond au centre du Soleil, $\gamma S \perp$ la commune section de l'Ecliptique & de l'Equateur, A le point de l'Ellipse où tombe la perpendiculaire abaissée de la Terre, l'angle γSA mesurera l'ascension droite du Soleil. Or je dis que le point A qui désigne le mouvement en ascension droite, se doit mouvoir de telle sorte dans l'Ellipse $\gamma A \perp C$, qu'il décrira autour du point S des aires proportionnelles aux tems. Car supposons que dans un tems donné le point A se meuve selon l'arc AB de l'Ellipse, & qu'on ait mené les lignes AS & BS , la figure ASB représentera la projection de l'aire elliptique que la Terre décrit pendant le même tems dans le plan de l'Ecliptique autour du Soleil; & par conséquent la projection ASB , fera à l'aire correspondante de l'orbite terrestre, comme le cosinus de l'inclinaison de l'Ecliptique & de l'Equateur, est au rayon. Mais l'aire totale elliptique $\gamma A \perp C$, est à l'orbite terrestre précisément dans le même rapport; donc en raison alterne la figure ASB , fera à l'aire elliptique toute entière, comme le tems employé à parcourir l'aire qu'on a supposée dans l'orbite de la Terre, (dont ASB est la projection), est au tems périodique de la Terre, c'est-à-dire, au tems employé à décrire l'Ellipse entière $\gamma A \perp C$. Il est donc vrai de dire que le point A se meut autour du point S de telle sorte, qu'il décrit des aires proportionnelles aux tems.

PLANCHE IX.
Fig. 6.

Ceci étant supposé, si du centre S & de l'intervalle SA , qui est moyen proportionnel entre le grand & le petit axe de l'Ellipse, on décrit un cercle; sa surface ou son aire sera égale à celle de l'Ellipse, comme on le démontre dans les Traités des Sections coniques. Mais ce cercle coupera l'Ellipse en quatre points E, F, G, H . Or ce sont ces points-là qui doivent désigner l'ascension droite du Soleil lorsque les équations du tems sont les plus grandes qu'il est possible. Car si l'on imagine un point M dans la cir-

conférence du cercle & qu'on le fasse mouvoir uniformément, il est clair que le mouvement de ce point représentera celui de l'astre qu'on a supposé ci-dessus, & qu'il décrira autour du point *S* des secteurs circulaires proportionnels aux tems. Et parce que la surface ou l'aire totale du cercle est égale à celle de l'Ellipse, il s'en suit que celles des secteurs du cercle, & celles des secteurs elliptiques décrites dans le même tems autour du point *S*, seront égales entre elles. C'est pourquoi supposons d'abord que le point *M* dans la circonférence du cercle, & le point correspondant dans la circonférence de l'Ellipse, se trouvent dans une même ligne droite *SM*, & qu'ensuite ils paroissent l'un en *m* & l'autre en *A*, alors l'aire Elliptique *LSA* sera égale à l'aire circulaire *MSm*. D'ailleurs puisque l'arc *Mm* est en-dehors au-delà de l'Ellipse, l'angle *MSm* sera plus petit que l'angle *MSA*; de sorte que la différence de ces angles sera mesurée par l'arc *mA*, qui est l'équation du tems. Ensuite lorsque le point *A* qui désigne l'ascension droite, sera parvenu à l'interfection commune du cercle & de l'Ellipse, son mouvement angulaire autour du Soleil en cet endroit, sera égal à celui du point *m*. Car soient les aires correspondantes *mSn*, *ASF* parcourues dans des tems infiniment petits, & qui soient égales; il est évident que le produit de *qF* par *SF* sera égal à celui de l'arc *mn* par *Sm*; & partant à cause des lignes égales *SF*, *Sm*, les arcs *Fq*, *mn* seront égaux entre eux. Ainsi le mouvement en ascension droite au point *F*, sera donc en ce cas égal à celui du point *m*, ou de l'astre supposé dans l'Equateur: la même démonstration peut servir pour les points *G*, *H*, *E*. Mais puisqu'on a fait voir ci-dessus que ce n'est uniquement que dans les points où le mouvement en ascension droite est égal au moyen mouvement de la Terre ou de l'astre supposé, qu'arrivent les plus grandes équations du tems, ces plus grandes

la circonférence de l'Ellipse, seront les plus petites ; & qu'au contraire les vîteses seront les plus petites, lorsque les lignes droites menées du point *S* à la circonférence de l'Ellipse seront les plus grandes. Or il est certain selon la construction précédente, & par la *Propos. 62. du 5. Liv. des Sections Coniques d'Apollonius**, que les hyperboles que l'on vient de décrire, coupent l'Ellipse dans les points *A* & *C* où les droites *SA*, *SC* sont les plus grandes, & au contraire dans les points *B* & *D* où les droites *SB*, *SD* sont les plus petites ; car c'est dans ces mêmes points que tombent du point *S* les lignes droites perpendiculaires à la courbe *SB*, *SC*, *SD*, *SA*. Il est donc vrai de dire que le mouvement du Soleil en ascension droite sera le plus rapide en *B* & *D*, & partant les jours les plus longs qu'il est possible ; mais qu'au contraire le mouvement le plus retardé sera en *C* & *A*, & qu'en ces deux derniers points la durée du jour apparent sera la plus petite.

* Edit. d'Oxford de l'année 1710.

CHAPITRE VINGT-SEPTIEME.

De la Théorie des autres Planetes.

APRE'S avoir expliqué la Théorie du mouvement annuel de la Terre, après avoir donné les différentes méthodes pour trouver la figure de son orbite, & la position de la ligne des Apfides, ce qui étoit absolument nécessaire pour construire des Tables du Soleil, & par conséquent pour calculer à tel tems donné que ce soit, le lieu de la Terre dans l'Ecliptique, ou son lieu opposé, qui est celui du Soleil ; nous allons passer à la Théorie des autres Planetes, laquelle, comme on l'a déjà fait voir, supposoit nécessairement que l'on connût la Théorie du mouvement de la Terre.

La Théorie des autres Planetes, suppose nécessairement celle de la Terre.

Le lieu Géocentrique & le lieu Héliocentrique d'une Planete supérieure, ne sont qu'un seul & même point au tems de son opposition au Soleil.

Nous commencerons d'abord par déterminer les tems des révolutions des Planetes , c'est-à-dire, le tems que chacune employe à parcourir la circonférence de son orbite. Pour cet effet nous remarquerons , 1°. que lorsque les Planetes supérieures sont Achroniques , c'est-à-dire , en opposition au Soleil , nous les voyons de la Terre répondre précisément au même point de l'Ecliptique , que si notre œil étoit transporté dans le Soleil. En second lieu lorsque les Planetes inférieures sont en conjonction avec le Soleil , ou qu'elles passent sur son disque apparent , nous les voyons de la Terre précisément dans le lieu de l'Ecliptique opposé à celui où notre œil les rapporteroit s'il étoit placé dans le Soleil. C'est pourquoi il faudra se souvenir que toutes les fois qu'une Planete supérieure nous paroît en opposition au Soleil , alors sa longitude *Géocentrique* est la même que sa longitude *Héliocentrique* ; mais que quand une Planete inférieure nous paroît en conjonction avec le Soleil , ou avec quelque point de son disque lumineux , son lieu Héliocentrique est alors directement opposé à son lieu Géocentrique ; c'est-à-dire , à son lieu vu de la Terre. Outre cela lorsque les Planetes inférieures se trouvent dans leurs plus *Grandes Elongations* au Soleil , alors l'angle qui est formé au centre du Soleil par les deux lignes droites tirées l'une à la Terre , & l'autre à la Planete , est toujours le complément de l'élongation de la Planete au Soleil , (car on peut bien supposer que dans des orbites qui sont à très-peu près circulaires , la tangente de cet orbite est toujours perpendiculaire à la ligne droite menée du Soleil au point d'attouchement) ; & partant cet angle au Soleil sera déterminé. Mais puisqu'on connoît le point de l'Ecliptique où est la Terre dans le tems de la plus grande élongation , on aura donc pour le même tems le point de l'Ecliptique où la Planete inférieure doit être vue du Soleil , c'est-à-dire , son vrai Lieu Héliocentrique.

Je

Je suppose présentement qu'on observe deux années de suite, c'est-à-dire, deux fois successivement, le tems de l'opposition d'une Planete supérieure au Soleil; ce sera si l'on veut la Planete de *Jupiter*: il s'agit de ce que nous venons d'expliquer tout-à-l'heure, que l'on aura par ce moyen l'arc que Jupiter aura parcouru dans son orbite, ou, ce qui est la même chose, l'arc vu du Soleil qu'il aura paru décrire sur son orbite dans le tems écoulé entre ces deux oppositions. On fera donc, comme cet arc de son orbite, est à la circonférence entière 360° , ainsi le tems écoulé entre les deux oppositions observées, à un quatrième terme. Ainsi ce quatrième terme sera à très-peu près le tems de la révolution périodique de Jupiter. On appliquera la même règle aux Planetes inférieures; car ayant observé deux fois de suite leurs lieux Héliocentriques, on connoîtra à très-peu près le tems de leurs révolutions périodiques. Je dis à très-peu près, car cette règle suppose que le mouvement de la Planete se fait dans un cercle, & que son mouvement soit uniforme; ce que l'on sçait n'être pas exactement vrai. Ainsi cette méthode ne donne pas d'abord assez bien les tems des révolutions des Planetes.

Première méthode pour déterminer les tems des révolutions périodiques des Planetes.

Voici donc l'autre méthode qu'il faut employer lorsqu'on veut connoître avec encore plus d'exactitude, les tems des révolutions des Planetes. On observera le lieu d'une Planete lorsqu'elle est proche de son nœud, & l'on comparera ce tems avec celui de son retour au même nœud; car le tems écoulé entre ces deux observations sera le vrai tems de la révolution périodique de la Planete: ce qui est évident, puisque toutes les Planetes (comme on l'a vu dans les Chapitres précédens) se meuvent dans des orbites inclinées au plan de l'Ecliptique. Or comme le Soleil se trouve au foyer commun de toutes ces orbites, & que par conséquent les communes sections de leurs plans avec celui de l'Ecliptique se font nécessairement dans des li-

Autre méthode encore plus exacte.

gnes qui passent par le centre du Soleil, & qui prolongées de part & d'autre jusqu'aux Etoiles fixes, désignent les lieux des nœuds dans le Ciel; il est clair que chaque Planete ne doit revenir qu'une seule fois au même nœud à chaque révolution périodique. D'ailleurs les nœuds des Planetes sont ou fixes & immobiles dans le Ciel étoilé, ou du moins s'ils ont quelque mouvement, ce mouvement ne peut être bien sensible dans le tems d'une révolution. On connoîtra donc ainsi fort exactement les tems des révolutions périodiques de toutes les Planetes, si l'on a deux bonnes observations de chacune de ces mêmes Planetes lorsqu'elles ont passé à leurs nœuds, c'est-à-dire, dans le lieu de l'Ecliptique, où elles se sont trouvées n'avoir aucune latitude.

Cette dernière méthode sert encore à déterminer la position des nœuds.

PLANCHE IX.
Fig. 8.

Ces mêmes observations donneront encore la position des nœuds des Planetes, c'est-à-dire, les lieux de l'Ecliptique où se termine la ligne des nœuds, en un mot la commune section du plan de l'Ecliptique, & l'orbite de la Planete observée. Nous avons déjà averti qu'on supposoit pour cet effet la Théorie de la Terre, en sorte que *ATB* en soit l'orbite: soit aussi *CND* celle de la Planete, la commune section *NSn* des plans de ces deux orbites, fera la position de la ligne des nœuds. Et si l'on suppose que dans le tems de la premiere observation la Terre se trouve en *T* & la Planete en *N*, le lieu de la Planete vu de la Terre se connoissant par observation, & la Théorie de la Terre donnant le vrai lieu du Soleil pour le même tems, on connoîtra par conséquent l'arc de l'Ecliptique compris entre le lieu de la Terre & celui de la Planete, c'est-à-dire, qu'on connoîtra l'angle *NTS*. Dans la seconde observation soit supposée la Terre en *t* & la Planete de retour au même nœud, c'est-à-dire, au point *N* de son orbite, on trouvera, comme on a fait au tems de la premiere observation, l'arc de l'Ecliptique compris entre le

lieu de la Terre & celui de la Planete , en un mot l'angle NtS . Cela supposé ,

Dans le Triangle rectiligne TSt , on connoît par la Théorie du Soleil les côtés TS , ts & l'angle TSt . Ainsi on trouvera par la Trigonométrie rectiligne les angles STt , StT , & le côté Tt . Maintenant si de l'angle donné STt , on ôte l'angle NTS qui est donné par l'observation , le reste sera l'angle NtT : mais si l'on ajoute à l'angle donné StT l'angle donné NtS , la somme sera l'angle NtT . Ainsi dans le Triangle NtT on connoît deux angles & le côté Tt qui vient d'être trouvé , c'est pourquoi on connoîtra la distance NT de la Planete à la Terre au tems de la premiere observation. Mais dans le Triangle NTS étant donnés les côtés NT , TS & l'angle compris NTS qui est donné par observation , on connoîtra le côté NS distance du nœud de la Planete au centre du Soleil , & l'angle TSN qui détermine la position du nœud de la Planete. Enfin puisque la Théorie du Soleil ou de la Terre donne le lieu de la Terre dans l'Ecliptique vu du Soleil , l'angle TSN étant connu , on aura donc tout d'un coup le lieu de l'Ecliptique où doit être vu du Soleil le point N qui est le lieu du nœud de la Planete ; & partant le point n qui lui est opposé , fera le lieu de l'autre nœud : d'où l'on voit que par cette méthode la position des nœuds se détermine assez facilement & avec précision.

Nous ne sçaurions gueres nous dispenser ici , après avoir expliqué la méthode de déterminer la position des nœuds, de rechercher en suivant la même route l'inclinaison des orbites de chaque Planete au plan de l'Ecliptique. Le lieu du nœud étant donné , la Théorie du Soleil fera connoître successivement les tems où la Terre se trouvera dans la ligne des nœuds de chaque Planete. On observera donc dans le même tems la latitude Géocentrique de la Planete & sa longitude , ou plutôt sa distance

On détermine encore par le moyen de ces Observations & de quelques autres , faites proche les limites , l'inclinaison des orbites de chaque Planete au plan de l'Ecliptique.

au nœud opposé à celui où se trouve la Terre. Or on va prouver que la latitude Héliocentrique de la Planete sera égale à cette latitude observée, toutes les fois que la Planete vue du Soleil paroîtra à la même distance du nœud. Car soit CPD l'orbite de la Planete, NSn la ligne des nœuds; lorsque l'on a observé la Planete en P , alors le Soleil, la Planete & la Terre se trouvoient exactement dans un même plan, sçavoir, celui de l'orbite de la Planete. Soit donc abaissée du point P la perpendiculaire PE , & tirée la droite NE qui sera dans le plan de l'Ecliptique; le plan du triangle NPE sera donc perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, & l'angle PNE sera la latitude observée de la Planete. C'est pourquoi l'on menera par le point S la droite Spf parallele à NP , & de même la droite pe parallele à PE ; d'où il suit que le plan qui passera par les lignes Sp , pe sera parallele au plan du Triangle NPE , & par conséquent perpendiculaire à l'Ecliptique. Ainsi la ligne Se commune Section de ce plan avec celui de l'Ecliptique, sera parallele à NE & à cause des lignes Sp , Se paralleles à NP , NE , l'angle pSe sera égal à l'angle PNE qui est la latitude de la Planete observée de la Terre, lorsqu'elle étoit située au nœud de la Planete.

Soit donc supposé présentement nf une portion de l'orbite de la Planete prolongée jusqu'au Ciel, nh une portion de l'Ecliptique, & fh l'arc d'un cercle de latitude qui passeroit par le point f ; dans le Triangle sphérique rectangle nhf , la distance nh de la Planete au nœud, & sa latitude hf sont donnés, c'est pourquoi on connoîtra par la Trigonométrie l'angle hnf qui est l'inclinaison de l'orbite de la Planete au plan de l'Ecliptique.

Maniere de
déterminer le
lieu héliocen-
trique d'une

Je suppose présentement cette inclinaison connue, & que l'on ait aussi observé le lieu d'une Planete au tems de son opposition au Soleil, ou lorsqu'elle est Achronique;

je dis que l'on connoitra pour lors son vrai lieu héliocentrique, ou le lieu qu'elle occupe dans son orbite. Car soit ATB l'orbite de la Terre, DPE l'orbite de la Planete, & P le vrai lieu de la Planete, T celui de la Terre, & enfin NSn la ligne des nœuds qui passe par le Soleil au point S . Le lieu de la Planete réduit à l'Ecliptique fera dans la ligne ST qui passe par le lieu de la Terre, suivant ce que nous avons expliqué ci-dessus; & si l'on observe l'angle PTE qui est la latitude géocentrique de la Planete, l'angle PST qui est la latitude héliocentrique de la Planete étant aussi connu (parce que l'on a par observation la distance de la Planete à son nœud) & enfin la distance ST du Soleil à la Terre qui est donnée par la Théorie; il s'enfuit que dans le Triangle PST tous les angles & le côté ST seront connus: c'est pourquoi on connoitra PS distance de la Planete au Soleil. Mais l'angle PSn est encore connu, puisque la latitude héliocentrique de la Planete* est connue; on aura donc ainsi le lieu héliocentrique de la Planete que l'on cherche. De cette maniere si on détermine encore deux fois le lieu de la Planete dans son orbite lorsqu'elle est Achronique & sa distance à l'égard du Soleil, on aura trois lignes données de grandeur de position, dont les extrémités aboutissent d'une part à la circonférence de l'orbite de la Planete, & de l'autre part se réunissent au Soleil qui est l'un des foyers de cette orbite. D'où il suit que pour déterminer l'orbite de la Planete, sa figure, & sa position, il faut décrire une Ellipse dont le Soleil soit le foyer, & qui passe par les trois points donnés, ce qui est un probleme de Géométrie à résoudre, & dont on va donner la solution.

Si cependant la Planete n'étoit point Achronique ou en opposition au Soleil, on trouveroit néanmoins par observation sa distance au Soleil, & son lieu héliocentrique, comme il suit. Soit PAE l'orbite de la Planete,

Planete & sa distance au Soleil lorsqu'on l'observe aux tems de son opposition.
 PLANCHE IX.
 Fig. 10.

* Ou bien sa distance au nœud comptée sur l'Ecliptique.

PLANCHE IX.
 Fig. 11.

On peut déterminer par une seule observation la longitude géocentrique d'une Planete & sa distance au Soleil, lors même qu'elle n'est pas Achronique.

PLANCHE IX.

Fig. 11.

* Cette méthode est générale, & peut très-bien s'appliquer au calcul de l'orbite des Cometes.

TGH l'orbite de la Terre, laquelle soit supposée dans cet exemple au point T ; soit aussi P le lieu de la Planete, S celui du Soleil, & NS la ligne des nœuds. On abaissera du point P sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire PB , & l'on tirera BT que l'on prolongera jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne des nœuds au point N ; il est évident que le plan du Triangle NPB sera perpendiculaire au plan de l'Ecliptique. Mais si par le point T on élève à ce plan une perpendiculaire, elle rencontrera dans ce Triangle le plan de l'orbite de la Planete au point C . Enfin du point T on abaissera sur la ligne des nœuds la perpendiculaire TD , & ayant tiré la ligne DC , on aura l'angle TDC qui représentera l'inclinaison * de l'orbite de la Planete au plan de l'Ecliptique. Ayant donc observé l'angle PTB qui est la latitude géocentrique de la Planete, & l'angle BTS son élongation ou sa différence en longitude avec le Soleil; dans le Triangle NTS on a (selon la Théorie de la Terre) le côté TS qui est sa distance au Soleil au moment de l'observation, comme aussi l'angle TSN qui est la différence en longitude entre le lieu de la Terre & le lieu du nœud de la Planete: de plus on a l'angle STN complément à 180° de l'élongation de la Planete observée; on aura donc par la Trigonométrie rectiligne le côté TN . Mais dans le Triangle rectangle TDS le côté TS & l'angle TSD ou TSN étant donnés, on connoîtra le côté TD . C'est pourquoi dans le Triangle TDC , étant donnés TD , & l'inclinaison de l'orbite (représentée par l'angle TDC) on aura par conséquent le côté TC . De même dans le Triangle rectangle CTN , étant donnés TC , TN , on aura l'angle TNC , & partant dans le Triangle NTP , tous les angles seront connus, puisque PTN est le complément à 180° de la latitude observée, & que l'angle PNT vient d'être déterminé: connoissant donc le côté TN de

ce Triangle, on calculera le côté TP . Or dans le Triangle PTB rectangle en B , on a TP & l'angle PTB , qui est la latitude observée ; on connoîtra donc aussi la valeur des côtés TB & PB . Enfin dans le Triangle TSB , étant donnés les côtés TB , TS & l'angle compris BTS , on trouvera SB (qui fera la distance accourcie de la Planete au Soleil), & l'angle TSB ; d'où il suit que l'on aura par le moyen de cet angle, le lieu héliocentrique de la Planete réduit au plan de l'Ecliptique. Mais pour connoître son vrai lieu héliocentrique, c'est-à-dire, le lieu de la Planete dans le plan de son orbe, on résoudra d'abord le Triangle rectangle PBS , dans lequel les côtés PB , BS sont connus, & l'on sçaura la valeur de l'angle PSB , c'est-à-dire, la latitude héliocentrique. Ensuite étant connue l'inclinaison de l'orbite & la latitude héliocentrique de la Planete, on pourra calculer à l'ordinaire sa vraie distance au nœud sur la circonférence de son orbite, & partant le lieu qu'elle y occupe vu du Soleil.

De cette maniere si l'on détermine encore deux autres lieux héliocentriques de la Planete & ses distances au Soleil, on aura non-seulement le foyer de son orbite lequel est au centre du Soleil, mais aussi la longueur & la position de trois lignes, ou trois points donnés par lesquels on fera passer une Ellipse qui fera l'orbite de la Planete.

M. Hallei a imaginé aussi une méthode pour déterminer les lieux héliocentriques d'une Planete & ses distances au Soleil : elle suppose seulement que l'on connoisse le tems de la révolution périodique de la Planete. Soit KLB l'orbite de la Terre, S le Soleil, P la Planete, ou plutôt le point de l'Ecliptique où tombe la perpendiculaire abaissée du centre de la Planete. Supposant donc premièrement la Terre en K , on observera la longitude géocentrique de la Planete, & ayant déduit de la Théorie la longitude apparente du Soleil, on aura par conséquent

PLANCHE IX
Fig. 12.

l'angle PKS . Ensuite lorsque la Planete aura fait une révolution entiere sur son orbite , & qu'elle se trouvera pour la seconde fois en P dans un tems que la Terre est au point L de son orbe , on observera derechef le lieu géocentrique de la Planete , & l'on aura donc encore l'angle PLS qui est l'élongation de la Planete. Or étant donnés les tems de ces deux observations , on a par conséquent les lieux de la Terre dans l'Ecliptique vus du Soleil & ses distances au centre de cet astre selon la Théorie ; c'est pourquoi dans le Triangle LSK on a les deux côtés LS , SK & l'angle compris LSK , on aura donc les angles SLK , SKL , & le côté LK . Alors si des angles donnés PKS & PLS on ôte les angles connus LKS & KLS , les angles PKL , PLK qui restent, seront enfin connus. Ainsi dans le Triangle PLK étant donnés la base LK & les deux angles aux extrémités de cette base, on connoîtra le côté PK . Et dans le Triangle PKS , étant donnés les côtés PK , KS & l'angle compris PKS , on calculera le côté SP , qui sera la distance accourcie de la Planete au Soleil : ayant aussi calculé la valeur de l'angle KSP , on connoîtra enfin la longitude héliocentrique de la Planete , & par conséquent sa distance au nœud sur la circonférence de l'Ecliptique. Mais puisque la tangente de la latitude géocentrique de la Planete, est à la tangente de la latitude héliocentrique, comme la distance accourcie de la Planete au Soleil, est à cette même distance accourcie à l'égard de la Terre , & que par observation on connoît la latitude géocentrique de la Planete , on aura donc enfin la latitude héliocentrique de la Planete , laquelle étant connue aussi-bien que la distance accourcie de la Planete au Soleil, on pourra déterminer enfin la vraie distance de la Planete au Soleil. C'est ainsi qu'on peut découvrir trois différens lieux de la Planete vus du foyer de son orbite , comme aussi les trois distances correspondantes de

de la Planete à ce foyer, c'est-à-dire, à l'égard du Soleil. Ce qui suffit pour découvrir enfin la figure de l'orbite & la position de la ligne des Apfides, en décrivant une Ellipse dont le Soleil soit au foyer, & qui passe par les trois points donnés. Il reste à présent à expliquer la méthode dont on pourra se servir pour déterminer cette Ellipse.

Soient trois lignes droites SD , SC , SB dont la longueur & la position sont données, & qui aboutissent au foyer S . On tirera les lignes DC , BC , que l'on prolongera de telle sorte que DF , soit à CF , comme DS , est à CS . De même que CE , soit à BE , comme CS , est à BS . Ensuite on tirera FE sur laquelle on abaissera du point S la perpendiculaire SG : cette dernière ligne déterminera la position de l'axe. Il faut présentement mener DK , CI , BH paralleles à SG , & l'on coupera SG prolongée autant qu'il est nécessaire en A & a , en sorte que GA , soit à SA , comme KD , est à SD ; comme aussi Ga , soit à Sa dans le même rapport de KD , à SD , & l'on fera sa égale à SA . Alors les points A & a seront les sommets de l'Ellipse, c'est-à-dire, les extrémités de son grand axe Aa , & les points S & s seront les deux foyers. Donc si par les deux sommets & par le moyen des deux foyers on décrit une Ellipse, ce sera la courbe qui représente véritablement l'orbite de la Planete que l'on cherche. Car puisque DS , est à CS , comme DF , est à CF , ou comme DK , est à CI , on aura donc (*permutando*) DS , est à DK , comme CS , est à CI : de même on aura SB , est à BH , comme CS , est à CI , ou comme DS , est à DK . Mais comme DS , est à DK , ainsi (selon la construction) SA est à AG : & parce que $SA:AG::Sa:aG$; on aura donc $SA:AG::Sa-Sa$ ou $Ss:aG-AG$ ou Aa . Et partant $DS:DK::SC:CI::SB:BH::Ss:Aa$. Or telle seroit la propriété d'une Ellipse, dont le foyer étant en S , auroit pour grand axe Aa , comme on le démontre

Maniere de décrire une Ellipse dont on connoit l'un des foyers, & qui passe par trois points donnés.

PLANCHE IX.
Fig. 13.

* *Milnii*
Elem. Conic.
Part. IV.
Prop. 9. Voyez
la 3^e. édition
faite à Oxford
en 1723.

dans les traités des Sections Coniques *. Il est donc certain que l'Ellipse décrite autour des foyers S & s , & qui a pour grand axe Aa , passera par les points B, C, D .

Enfin comme dans l'Astronomie il est nécessaire de découvrir par le calcul les deux axes, l'excentricité & la position du grand axe de l'orbite, & qu'on a coutume de préférer les nombres qui en résultent aux constructions Géométriques, quelques simples & élégantes qu'elles puissent être, j'expliquerai donc ici comment on y doit procéder. Dans les Triangles $DS C$, BSC on connoît les côtés DS , CS , BS , & les angles compris $DS C$, $CS B$, on pourra d'abord calculer les côtés DC , BC , & les angles $SD C$, $SC D$, $SC B$, & SBC . Et parce que l'on connoît le rapport de DF , à CF , & que le côté DC est donné, on connoîtra donc aussi CF & DF . De même puisqu'on connoît le rapport de CE , à BE , & que le côté CB est donné, on connoîtra donc aussi CE & BE : mais l'angle BCD est donné, puisqu'il est égal aux deux angles connus DCS , BCS ; on connoîtra donc l'angle FCE qui est son complément à deux droits. C'est pourquoi dans le Triangle FCE étant donnés les côtés CF , CE & l'angle compris FCE , on trouvera l'angle CEF ou son complément à 90° , sçavoir, l'angle ICE , auquel si l'on ajoute l'angle connu SCB , on aura la valeur de l'angle total SCI . Mais parce que Aa est parallèle à IC , l'angle CSa fera donc égal à l'angle SCI , & partant la position de l'axe sera connue, puisque l'angle CSa est donné. Enfin dans le Triangle rectangle EBH , puisqu'on connoît BE & l'angle E , on aura par conséquent la valeur de BH : ainsi le rapport de BS , à BH sera connu, lequel est le même que celui de Ss à Aa , de SA à AG , ou de Sa à aG ; d'où l'on voit que les extrémités du grand axe ou les sommets de l'Ellipse, de même que les foyers Ss seront déterminés, & qu'il n'y aura qu'à suivre la

forme du calcul que nous venons d'indiquer.

Après avoir expliqué ci-dessus de quelle maniere on peut trouver par observation le lieu d'une Planete vu du centre du Soleil, il restoit encore à faire voir comment on doit rechercher le lieu & la situation de son Aphélie*, & c'est ce que nous venons d'exposer tout-à-l'heure. On pourra donc au tems de chaque observation connoître la distance de la Planete à son Aphélie, c'est-à-dire, son anomalie vraie ou égalée. Connoissant encore l'excentricité de l'orbite, & le tems de la révolution de la Planete, il sera facile d'en déduire le lieu moyen & l'anomalie moyenne de cette même Planete, selon les principes qui ont été établis lorsqu'on a traité de la Solution du Probleme de Kepler. Ainsi le mouvement moyen de la Planete sera donné au tems de l'observation proposée, & partant le lieu que cette Planete occuperoit dans son orbite si elle étoit emportée d'un mouvement continuel, égal & uniforme. Ce qui étant une fois supposé, il est aisé de connoître son lieu moyen pour tel autre tems donné que ce soit. Car on fera, Comme le tems périodique de la Planete, est au tems écoulé entre l'observation proposée, & le moment auquel on cherche le lieu moyen de la Planete, ainsi le cercle entier ou 360° , est à un quatrieme terme : ce quatrieme terme sera un arc qu'il faudra retrancher ou ajouter au lieu moyen qui répond à l'observation proposée, selon que le tems pour lequel on fait le calcul, précède ou suit le moment de cette observation, & l'on aura ainsi le lieu moyen que l'on cherche.

Or il est avantageux chaque fois que l'on veut connoître le lieu moyen d'une Planete pour un tems donné, de le trouver calculé dans des Tables Astronomiques où l'on a eu soin de réduire le lieu moyen ou l'anomalie moyenne des Planetes au tems de quelque Ere célèbre ; telle que la Nativité de *Notre Seigneur Jesus-Christ*, l'Ere de *Nabonaf-*

* Lorsque le lieu moyen de la Planete se trouve concourir avec son lieu vu du Soleil, la position du grand axe de l'orbite est donnée; ce qui fournit une méthode bien simple pour retrouver le lieu de l'Aphélie & l'époque des moyens mouvements, si l'on a observé la Planete à son passage par l'Aphélie & par le Périhélie.

far, celle de la Création du Monde, la Fondation de Rome, ou le commencement de la Période Julienne. Il a donc fallu trouver dans ces Tables, par la méthode expliquée ci-dessus, le lieu moyen des Planetes pour ces Eres proposées, & sur-tout pour les midis de tems moyen, & non pas de tems vrai ou apparent. Ces lieux moyens des Planetes ainsi déterminés, se nomment *les Epoques* ou *les Racines* des moyens mouvemens, puisque ce sont autant de points fixes d'où l'on part pour calculer tous les autres mouvemens.

On est enfin convenu de faire commencer l'année au 31. Décembre à Midi de tems moyen.

Comment ont été construites les Tables des moyens mouvemens.

Si l'on compte le tems en années écoulées, soit depuis la Nativité de Jesus-Christ, soit depuis le commencement de la Période Julienne, il est assez avantageux que le commencement de l'année soit compté du Midi qui précède le premier jour de Janvier, c'est-à-dire, de maniere qu'à midi du premier Janvier on compte déjà un jour complet, ou vingt-quatre heures de tems écoulées. Mais pour revenir aux Tables des moyens mouvemens, pour les construire, on fera les Regles de proportion qui suivent. 1°. Comme le tems périodique d'une Planete, est à une année commune, ou de 365 jours, ainsi le cercle entier de 360°, à un quatrieme terme qui exprimera par conséquent le moyen mouvement de la Planete dans l'espace d'une année entiere. 2°. Comme le tems périodique, est à un jour, ainsi le cercle entier, est à un quatrieme terme qui fera le moyen mouvement diurne de la Planete. Enfin continuant de la même maniere, on aura les mouvemens horaires de la Planete, comme aussi le mouvement qui répond aux minutes, secondes, &c. Au reste si l'on ajoute le moyen mouvement annuel continuellement à lui-même, on aura le moyen mouvement dans l'espace de deux, trois & quatre années : mais il est à remarquer que comme chaque quatrieme année est biffextile ou de 366 jours, il faut nécessairement ajouter le mouvement

mōyen d'un jour à la somme des moyens mouvemens qu'on a trouvés pour cette quatrieme année. Ensuite on continuera d'ajouter comme auparavant le moyen mouvement d'une année, & l'on aura le moyen mouvement pour cinq, six & sept années, mais il faudra de plus ajouter le mouvement qui répond à un jour, à la somme des moyens mouvemens & d'une année, pour avoir celui de la huitieme année qui est encore bissextile, qu'on pourroit trouver aussi en doublant le moyen mouvement qui répond à la quatrieme année. Et continuant de même on aura une suite de tous les moyens mouvemens vis-à-vis des années qui leur répondent, ayant soin toutefois de rejeter 360° , ou le cercle entier lorsque la somme excèdera ce nombre, puisqu'il est évident que les Planetes après avoir achevé leurs périodes de 360° , se trouvent précisément au même lieu pour en recommencer une autre.

Ayant ainsi continué les moyens mouvemens qui répondent à chaque année jusqu'à 20 ans, on peut ensuite doubler, tripler, &c. pour avoir les moyens mouvemens qui répondent à 40, 60, 80, & 100 ans. Et si l'on ajoute à ceux-ci le mouvement pour dix années, on aura celui qui répond à 30, 50, 70, 90 & 100 ans. De même ajoutant continuellement à lui-même le mouvement qui répond à 100 ans, & ayant soin de rejeter (chaque fois qu'il est nécessaire) 360° , lorsque la somme excède ce nombre, on aura les moyens mouvemens qui répondent à 200, 300, 400, 500 ans, que l'on peut ainsi continuer jusqu'à 1000: & de la même maniere on aura le moyen mouvement qui répond à 2000, 3000, 4000 ans, &c. en sorte que l'on prolongera les nombres aussi loin qu'on voudra.

Après avoir recueilli ces moyens mouvemens, on les rangera dans des Tables dressées exprès, & c'est ainsi qu'ont été construites celles des moyens mouvemens dans

* Voyez les
Tables Caroli-
nes & celles
du Soleil, de
M. de Louvil-
le.

la plupart des Tables Astronomiques. Quelques-uns* les ont nommées cependant Tables des Anomalies moyennes, parce qu'ils ont compté les moyens mouvemens depuis le lieu de l'Aphélie. Et c'est à cette occasion que nous ferons remarquer ici que si au lieu de compter depuis l'Aphélie, on aime mieux conserver l'ancienne forme, & compter depuis le point de l'Equinoxe du Printems, il faut bien prendre garde de ne pas employer pour I^{er} terme dans les Regles de proportion que l'on a proposées ci-dessus, le tems périodique de la Planete, mais seulement celui qu'elle emploie à parcourir le Zodiaque. Ce dernier est un peu moins long à cause de la précession des Equinoxes, puisque ces points s'avancent contre l'ordre des Signes.

Enfin si l'on ne supposoit pas que les points des Aphélie sont immobiles, il faudroit aussi avoir égard au peu de mouvement qu'on leur a attribué. C'est pourquoi il faudra dresser des Tables générales qui contiennent, non pas seulement les mouvemens de l'Aphélie causés par la précession des Equinoxes, mais aussi ceux qui sont particuliers à l'Aphélie de chaque Planete; & ces Tables seront disposées comme celles des moyens mouvemens en années, dizaines d'années, centaines, milliemes, &c. Car on peut supposer ces mouvemens égaux & uniformes dans toutes les Planetes, (excepté la Lune*, où le mouvement de l'Aphélie est sujet à quelque inégalité) puisque les observations ne nous apprennent rien qui détruise cette supposition. Par ces Tables ainsi construites, on trouvera toujours facilement pour un tems quelconque les distances, soit des Etoiles fixes, soit de l'Aphélie au point des Equinoxes.

* Saturne,
& même la
Terre.

Quelques Astronomes ont aussi dressé d'autres Tables à la suite de celles-ci, & qui contiennent les anomalies vraies correspondantes aux anomalies moyennes, de degrés en degrés avec leurs différences, & dont on peut avoir les

minutes & secondes par des parties proportionnelles. Il est facile, comme l'on voit, de dresser ces Tables en se servant de la solution du Probleme de Kepler; mais il est plus en usage, principalement pour calculer les mouvemens du Soleil & de la Lune, de dresser d'autres Tables qui contiennent les Equations ou Prosthaphereses qui sont les différences entre les Anomalies vraies & moyennes.*

Car ces Equations étant ôtées ou ajoutées à l'anomalie moyenne, selon que la Planete se trouvera dans le premier ou dans le second demi-cercle de son Anomalie, donnent pour lors l'Anomalie vraie que l'on cherche.

* Comme aussi les distances, ou plutôt les logarithmes des distances de chaque Planete au Soleil.

Puisque le lieu de l'Aphélie & celui du nœud de la Planete sont connus, on aura par conséquent leur distance; & partant puisque l'Anomalie vraie de la Planete est donnée, on aura sa distance au nœud, qu'on nomme autrement l'Argument de la latitude. Or cet arc étant donné, on calculera trigonométriquement la latitude héliocentrique de la Planete & sa distance accourcie, c'est-à-dire, la ligne droite qui est terminée d'une part au Soleil, & de l'autre au point de l'Ecliptique où tombe la perpendiculaire abaissée du lieu de la Planete. Et de certe maniere on aura toujours par le calcul pour un remis donné le lieu de la Planete dans son orbe vu du Soleil, sa latitude & sa distance accourcie au Soleil, ce qui étant connu, on trouvera son lieu géocentrique vu de la Terre de la maniere qui suit.

Argument de la latitude; ce que c'est.

On cherchera d'abord le lieu de la Terre dans l'Ecliptique & sa distance au Soleil: or le lieu héliocentrique de la Planete, sa latitude & sa distance accourcie étant donnés au même instant. Soit *TCF* l'orbite de la Terre que l'on suppose en *T*, *APE* l'orbite de la Planete supposée en *P*, le point *S* le centre du Soleil, & *SN* la ligne des nœuds. On abaissera du lieu de la Planete sur le plan de l'Ecliptique la perpendiculaire *PB*, & ayant mené la ligne *SB* qui sera par conséquent dans le plan de l'Eclip-

Calcul du lieu géocentrique des Planetes,

PLANCHE IX.
Fig. 14.

Angle de
Commuta-
tion.

tique, le point B fera le lieu de la Planete réduit à l'Ecliptique, & on trouvera ce lieu par la Trigonométrie Sphérique, puisque l'arc PN est donné, & qu'on connoît d'ailleurs l'inclinaison de l'orbite de la Planete sur le plan de l'Ecliptique. Mais le lieu de la Terre vu du Soleil est connu, & par conséquent on a la différence en longitude entre la Terre & la Planete représentée par l'angle TSB , qu'on nomme l'Angle de Commutation. Dans le Triangle TSB on connoît le côté TS qui est donné par la Théorie du mouvement de la Terre, & le côté SB qui est la distance accourcie de la Planete au Soleil. Connoissant donc les deux côtés & l'angle compris * du Triangle TSB , il sera facile de connoître l'angle STB , qui est l'élongation de la Planete au Soleil, c'est-à-dire, l'arc de l'Ecliptique compris entre le Soleil & le lieu réduit de la Planete. On connoîtra aussi TB qui est la distance accourcie de la Planete à l'égard de la Terre. Or le lieu du Soleil est donné, puisqu'il est opposé diamétralement au lieu de la Terre: il s'ensuit donc qu'on connoîtra le lieu de la Planete réduit à l'Ecliptique vu de la Terre. De plus dans les deux Triangles PBS , PBT la tangente de l'Angle PSB , est à la tangente de l'angle PTB , comme TB , est à SB : mais comme TB , est à SB , ainsi le sinus de TSB qui est l'angle de commutation, est au sinus de STB qui est l'angle de l'élongation. Et partant comme le sinus de l'angle de commutation, est au sinus de l'angle de l'élongation, ainsi la tangente de la latitude héliocentrique, fera

* Suivant la méthode de Street démontrée dans les Tables Carolines, il faut ôter le logarithme de la distance de la Terre au Soleil, du logarithme de la distance accourcie de la Planete au Soleil, ou au contraire; c'est-à-dire, le plus grand logarithme du plus petit, puisque ce dernier doit être quelquefois augmenté du logarithme du rayon; & le reste fera le logarithme de la tangente d'un angle dont il faut ôter 45° ; on fera ensuite, comme le rayon ou la tangente de 45° , est à la tangente du reste qu'on vient de trouver, ainsi la tangente de la demi-somme des angles inconnus, est à la tangente de la demi-différence des mêmes angles. Dans les Planetes supérieures la somme de la moitié des angles inconnus & de leur demi-différence, sera l'Elongation, & la différence sera la Parallaxe du grand orbe; mais ce sera tout le contraire pour les Planetes inférieures.

C'est

à la tangente de la latitude géocentrique *C. Q. F. T.*

C'est ainsi que les Astronomes ont coutume de calculer pour un tems donné quelconque le lieu géocentrique d'une Planete & sa latitude vue de la Terre.

Au reste comparant les tems périodiques des Planetes avec leurs distances au Soleil , nous voyons d'abord qu'elles observent une harmonie ou loi constante, sçavoir :

Que les quarrés des Tems périodiques sont toujours , dans les Planetes du premier ordre , proportionnels aux cubes de leurs moyennes distances au Soleil.

Les Périodes & distances moyennes des six Planetes , d'abord établies par Képler & Bouillaud , ont été réduites par Street , comme dans la Table suivante *.

Révolutions Périodiques.	Jours.	H.	M.	S.	Distances moyennes.
♃	10759	6	36'	26''	953800
♄	4332	12	20	25	520110
♅	686	23	27	30	152369
♆	365	6	08	30	100000
♇	224	16	49	24	72333
♈	87	23	15	53	38710

Le grand Mathématicien M. Huygens a autrefois déterminé les grandeurs & les diametres véritables des Planetes , en les comparant au Soleil. On peut voir dans son *Systema Saturnium* les méthodes qu'il a employées , & dont on va rapporter le résultat.

* M. Newton a donné dans la troisième Edition du Livre des Princ. Mathem. de sa Philos. les Tems périodiques des révolutions comme il suit :

♃	♄	♅	♆	♇	♈
10759,275	4332,514	686,9785	365,2565	224,6176	87,9692

Il a changé aussi les distances moyennes au Soleil de Saturne & de Jupiter, qu'il avoit déduites du tems périodique de leurs révolutions , comparé à celui de la révolution de la Terre autour du Soleil, & les a établis de $\frac{234^{\circ}06'}{100000}$ & $\frac{52^{\circ}06'}{100000}$, ou de 954006 & 520096 , dont la moyenne distance du Soleil à la Terre est 100000.

» Copernic nous ayant enseigné dans son nouveau systé-
 » me si merveilleusement imaginé , quelle proportion gar-
 » dent entre elles les Planetes quant à leurs distances, relati-
 » vement au Soleil ; on est enfin parvenu depuis la décou-
 » verte du Téléscope à mesurer avec précision leurs diame-
 » tres apparens , & par ce moyen on s'est assuré combien
 » les unes sont réellement plus grandes que les autres. Car
 » ayant égard à leur grandeur apparente & à leur distance,
 » il en résulte leurs véritables grandeurs , & par conséquent
 » le rapport des grosseurs des unes à l'égard des autres , ou
 » relativement au Soleil. » Comme il est facile de le dédui-
 » re des principes que l'on a établis dans le premier Chapitre.

» En effet pour commencer par la Planete de Saturne ,
 » le diametre de son anneau * lorsqu'il est dans ses plus pe-
 » tites distances à l'égard de la Terre , est de 68'' ** tout au
 » plus. Or comme cette plus petite distance de Saturne est
 » d'environ huit fois plus grande que la moyenne distance
 » de la Terre au Soleil , il s'en suit que si Saturne venoit à
 » s'approcher de nous autant que le Soleil dans ses moyen-
 » nes distances , le diametre de son anneau paroîtroit alors
 » octuple de ce qu'il a été observé jusqu'ici , c'est-à-dire , de

*** Cette obser-
 vation de M.
 Huygens a été
 faite avant
 qu'on eût per-
 fectionné le
 Micrometre.*

* Au commencement du mois de Juin de l'année 1719, M. Pound ayant mesuré avec le Téléscope de M. Huygens , dont la longueur est de 123 pieds Anglois , le diametre de l'anneau de Saturne , l'a trouvé de 43'' ; d'où il a déduit son diametre apparent dans les moyennes distances de 42'' : & parce que le diametre de Saturne a paru relativement à celui de son Anneau , comme 3 est à 7 , on en peut déduire le diametre de Saturne de 18''. Mais selon M. Newton , ce diametre tel qu'on vient de le conclurre , n'est autre chose que celui qui doit paroître vu par les plus grandes & par les meilleures lunettes d'approche , d'autant que les grandeurs apparentes des corps célestes , observées avec les plus longues lunettes , sont encore altérées par la dilatation de la lumiere , qui les borde pour ainsi-dire , quoiqu'ils le soient bien moins que si l'on se servoit de plus petites lunettes. C'est pourquoi si l'on corrige le diametre apparent que l'on a établi ci-dessus , par l'erreur qui doit être attribuée à l'irradiation de la lumiere , on réduira le diametre de Saturne à 16'' tout au plus.

On fera donc, 100000 : 954006 : : 16'' : à un quatrieme terme qui sera 152'', 64 ; ou bien 2' 32'' $\frac{2}{3}$; & c'est le diametre de Saturne tel qu'il nous paroîtroit si cette Planete s'approchoit autant de nous que la Terre est éloignée du Soleil dans ses moyennes distances. Le diametre du Soleil dans ses moyennes distances est de 32, 10'' ou 12'' $\frac{1}{2}$. Mais M. Newton l'ayant réduit à 32' 5'', il sera vrai de dire que le diametre de Saturne est à celui du Soleil , comme 1, est à 12, 61, ou bien comme 5 est à 63.

» 9' 4". Et puisque le diametre du Soleil dans ses moyennes
 » distances est de 30' 30", il est donc vrai de dire que le rap-
 » port du diametre de l'anneau de Saturne, au diametre du
 » Soleil, est comme 9' 40", à 30' 30", c'est-à-dire, à peu
 » près comme 11 est à 37. Mais le diametre de Saturne est
 » au diametre de son anneau comme 4 est à 9, ou comme
 » 5 est à 11, le diametre de Saturne fera donc au diametre
 » du Soleil comme 5 est à 37. »

» Jupiter * lorsqu'il est le plus proche de nous qu'il est
 » possible, paroît sous un angle de 64", & sa distance à la
 » Terre étant alors à la moyenne distance de la Terre au
 » Soleil, comme 26 est à 5; si l'on fait comme 5 est à
 » 26, ainsi 64" sont à un quatrieme terme: on trouvera
 » 5' 35" pour l'angle sous lequel paroîtroit Jupiter s'il
 » s'approchoit autant de la Terre qu'en est éloigné le So-
 » leil dans sa moyenne distance. Supposant donc comme
 » ci-dessus le diametre du Soleil 30' 30", le rapport du
 » diametre de Jupiter à celui du Soleil, fera par consé-
 » quent comme 5' 35" à 30' 30", c'est-à-dire, comme 1
 » à 5 $\frac{1}{2}$, ou un peu davantage.

» Lorsque Venus ** s'approche le plus de la Terre, son

* Le diametre de Jupiter observé avec la même lunette de 123 pieds, & ré-
 duit à sa moyenne distance à l'égard du Soleil ou de la Terre, a toujours paru
 tout au plus 40", ou 38, & le plus souvent de 39"; il en faut ôter environ 2"
 pour la dilatation de la lumiere. Mais par les passages des Satellites sur son dis-
 que, M. Newton l'a établi de 37" $\frac{1}{4}$; c'est pourquoi on fera 100000 : 520096 ::
 37" $\frac{1}{4}$: 193", 73 ou bien 3' 13" $\frac{1}{4}$, & l'on aura le diametre de Jupiter tel qu'il nous
 paroîtroit s'il s'approchoit autant de nous que le Soleil dans ses moyennes distances
 à la Terre: supposant donc comme ci-dessus le diametre du Soleil de 32' 5", le
 rapport du diametre de Jupiter à celui du Soleil, fera comme 1 est à 9, 936.

** *Horoxius & Crabtree* qui sont les seuls qui observerent dans le dernier siecle le
 passage de Venus sur le Soleil, ont déterminé son diametre l'un de 1' 12", &
 l'autre de 1' 3". Mais parce qu'il faut nécessairement diminuer les diametres ap-
 parens des corps lumineux observés sur un fond obscur, ainsi qu'on l'a pratiqué
 ci-dessus à l'égard de Saturne, de Jupiter & du Soleil, il paroît au contraire qu'il
 faudroit augmenter les diametres des corps opaques observés sur un fond lumi-
 neux; car sans nous arrêter aux principes de l'Optique, cela, comme l'a remarqué
 M. Newton, est vérifié par les observations de M. Huygens & d'Hévélius qui
 ont observé Venus hors du disque du Soleil, & à meme distance sous un angle
 de 1' 24" ou 25". Supposant donc le diametre de Venus lorsqu'elle a passé sur le
 disque du Soleil de 1' 17" $\frac{1}{2}$, & le rapport des distances de Venus & du Soleil à la

» diametre apparent est de 85". Or cette distance de Ve-
 » nus Périgée est à la moyenne distance de la Terre au So-
 » leil à peu près comme 21 est à 82. Donc si Venus ve-
 » noit à se trouver au centre du Soleil, elle ne paroîtroit
 » plus que sous un angle de 21" 46". Il est donc constant
 » que le diametre de Venus est à celui du Soleil, comme
 » 21" 46" sont à 30' 30", c'est-à-dire, comme 1 est à 84.

» A l'égard de Mars*, lorsque cette Planete est Péri-
 » gée, son diametre n'excede gueres 30". Or puisque la
 » plus petite distance de Mars à la Terre est pour lors à la
 » moyenne distance de la Terre au Soleil comme 15 est
 » à 41, on a donc le rapport du diametre de Mars au dia-
 » metre du Soleil, comme 1 est à 166, d'où il s'ensui-
 » vroit que le diametre de Mars est deux fois plus petit que
 » celui de la Planete de Venus. « Voyez le *Systema Satur-*
num de M. Huygens, où l'on donne la description & l'u-
 sage de l'instrument dont on s'est servi pour mesurer ces
 diametres.

Au reste selon les observations d'Hévélius,** on a con-

Terre, comme 164:984, l'angle sous lequel Venus auroit dû paroître, si elle eût été autant éloignée de nous que le Soleil dans ses moyennes distances se réduit à 20" 8, tout au plus, & par conséquent son diametre seroit à celui du Soleil comme 1 est 92. 75.

* Vers le tems de l'opposition de Mars au Soleil, le 5 Septembre de l'année 1672, le diametre de Mars mesuré par M. Picard avec une lunette de 20 pieds, garnie d'un Micrometre, a paru de 26" tout au plus. Il en faut retrancher 5", à cause de l'erreur causée par la dilatation de la lumière. Mais parce que Flamsteed a mesuré le diametre de Mars à peu près dans le même tems. & qu'il lui a paru (à la vérité avec une plus petite lunette) tantôt de 2", & tantôt de 7" plus grand que celui qu'on a rapporté ci-dessus; on pourroit donc réduire le diametre de Mars seulement à 22" $\frac{1}{2}$. Or la proportion des distances de Mars à la Terre, & de la Terre au Soleil étant alors comme 4 à 10, ou plutôt comme 32 à 100; il s'ensuit que Mars auroit paru, s'il eût été observé à la même distance de la Terre que le Soleil, sous un angle d'un peu plus de 8" $\frac{1}{2}$, ou plus exactement de 8", 6 pour une distance égale à la moyenne distance du Soleil à la Terre. Or comme 8".6 : 32" 5" :: 1 : 223.8.

** En 1721. M. Bradley a observé le diametre de Mercure au tems de son passage sur le disque du Soleil avec la même Lunette de 123 pieds dont on s'étoit déjà servi pour mesurer les diametres de Jupiter & de Saturne: ce diametre parut alors sous un angle de 10" 45". Réduisant donc le diametre à ce qu'il paroîtroit si Mercure étoit autant éloigné de nous, que le Soleil est éloigné de la Terre dans ses moyennes distances, on aura 7" $\frac{1}{2}$ pour le diametre de Mercure; d'où l'on voit clairement que le diametre de Mercure, est au diametre du Soleil, comme 1, est

du que le diametre de Mercure étoit encore beaucoup plus petit, puisque son diametre étant comparé à celui du Soleil est, comme 1 à 290.

La grandeur de la Terre comparée au Soleil, n'est pas la même selon divers Auteurs. Ceux qui supposent la parallaxe horifontale de 15'', donnent par conséquent 13750 demi-diametres pour la distance de la Terre au Soleil; d'où il s'enfuivroit que le diametre du Soleil seroit à celui de la Terre comme * 30' 30'' font à 30'', ou comme 61 est à 1. Or l'on peut en donner ici une raison * assez forte pour prouver que ce rapport doit être augmenté. C'est que la Lune ayant un diametre qui est un peu plus grand que le quart du diametre terrestre, si l'on suppose la parallaxe horifontale du Soleil de 15'', il s'enfuivroit alors que la Lune seroit plus grosse que Mercure, c'est-à-dire, qu'une Planete secondaire seroit plus grande qu'une Planete du premier ordre, ce qui est contraire à l'ordre & à la symmétrie qui semble devoir convenir au vrai systéme du monde. C'est pourquoi si l'on diminue la parallaxe horifontale, c'est-à-dire, si l'on ne suppose plus que 10'' pour le demi-diametre apparent de la Terre vue du Soleil, il s'enfuivra pour lors que la Lune est plus petite que Mercure, puisque l'on a pour la distance de la Terre au Soleil près de 20000 demi-diametres terrestres: or en ce cas le diametre du Soleil doit surpasser environ 9 1/2 fois celui de la Terre, & c'est à ce dernier rapport qu'il semble qu'on pourroit s'arrêter jusqu'à ce que par l'observation de Venus vue sur le disque du Soleil, lorsqu'elle le traversera l'an

* Remarque qui importe peu pour établir le vrai systéme du monde, que la Lune n'est plus grosse que Mercure, mais que d'ailleurs le diametre des Satellites de Jupiter ou des 4^e Sarrilles de Saturne, surpasse celui de la Lune ou de Mercure. & qui approche très-prochamment de celui de Mars, quelques-uns secondaires étant plus que au 5^e fois que Venus.

à 266: mais il y a une correction à faire au diametre observé, lequel est un peu trop petit, parce que Mercure étoit opaque, & qui étoit vu sur le disque du Soleil. C'est pourquoi pour peu que l'on augmente ce diametre comme de 1' ou 1'' 1/2, on réduira le rapport donné ci-dessus à 1 : 235.

* Ou plus exactement comme 32, 5' est à 30', c'est-à-dire, comme 64, 166 est à 1; à l'égard de la Lune, si l'on suppose avec M. Newton le rapport de la parallaxe horifontale à son demi-diametre apparent, comme 3, 66 : 1, il s'enfuivra que le diametre de la Lune est à celui du Soleil comme 1 : 2, 5, 3.

1761, on puisse donner un rapport bien plus exact & plus certain. La Table suivante exprime les rapports du diametre du Soleil à celui des autres Planetes.

Le diametre du Soleil est au diametre de	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Saturne} \\ \text{Jupiter} \\ \text{Mars} \\ \text{La Terre} \\ \text{Venus} \\ \text{Mercure} \end{array} \right\}$	comme 1000 est à	<i>Selon Keill.</i>	<i>mais plus exactement</i>
			137	079, 3
			181	100, 7
			006	04, 47
			010	015, 58
			012	010, 75
	004	004, 25		

Et puisque les Spheres sont comme les cubes de leurs diametres, on aura

Le Soleil est à	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Saturne} \\ \text{Jupiter} \\ \text{Mars} \\ \text{La Terre} \\ \text{Venus} \\ \text{Mercure} \end{array} \right\}$	comme 1000000000, à	2571353	500000
			5929741	1021140
			216	89
			1000	3785
			1728	1240
			64	76

Il suit de-là que le Soleil surpasse toutes les Planetes prises ensemble de 116 fois *, que Saturne est 400 fois plus petit que le Soleil, mais il contient d'ailleurs ** deux mille quatre cens fois moins de matiere; Jupiter qui est la plus grosse de toutes nos Planetes, est néantmoins plus de 160 fois moindre que n'est le Soleil, & il ne contient tout au plus que la mille-trente-troisieme partie de matiere. Quant à notre Terre si on la compare au Soleil, c'est un corps très-petit, & qui n'est qu'un point en comparaison, puisqu'elle est un million de fois plus petite. En suivant le même raisonnement lorsqu'on compare les Planetes entre elles, on voit que Jupiter est plus gros que toutes les autres prises ensemble, qu'il est 2000 fois plus gros que la Terre. Enfin Venus est un peu plus grosse que la Terre, mais il y a deux Planetes que la Terre surpasse en grosseur, sçavoir, Mars & Mercure.

** *Phil. natur. Princ. Math. lib III. Prop. 8. Coroll. 2.*

Jupiter surpasse en grosseur toutes les autres Planetes prises ensemble.

* Ou plus exactement 655 fois, & Saturne est environ 2000 fois plus petit que le Soleil: à l'égard de Jupiter on trouve qu'il est 980 fois plus petit que le Soleil. Mais la Terre est 264300 fois plus petite que le Soleil: Jupiter n'est que 270 fois plus gros que la Terre. Enfin Venus seroit environ trois fois plus petite que la Terre.

De la construction des Tables du Mouvement des Planetes.

LES Tables Rudolphines de Képler, celles de Bouillaud, & principalement les Tables Carolines de Street, dont on se fert depuis bientôt un siècle, pour vérifier les Elémens qui servent à calculer les mouvemens des Planetes, ont été fondées sur un grand nombre d'observations faites par Tycho, & comparées à celles des Caldéens, du fameux Hipparque, & des autres Astronomes d'Alexandrie; c'est-à-dire aux plus anciennes observations qui nous aient été conservées depuis environ 2000 ans. Ces trois Auteurs sont entrés non-seulement dans un très-grand détail, lorsqu'ils ont comparé leurs Tables à ces anciennes observations: mais on voit encore dans leur procédé, & par le compte qu'ils en ont rendu, que ce n'a pas été sans beaucoup de lumieres, ni sans avoir réuni, pour ainsi dire, sous un même point de vue bien des circonstances particulieres, qu'ils se sont déterminés, après un travail immense, sur le choix de ces anciennes observations. Car il est facile de concevoir que les premiers Astronomes n'ayant ni les instrumens ni les connoissances qu'on a acquises presque successivement depuis Ptolomée jusqu'au 17^e siècle, il a fallu nécessairement entrer dans une exacte critique de leurs observations: c'est ainsi qu'on a été obligé de restituer les lieux des Etoiles auxquelles Ptolomée a comparé les Planetes, cet Auteur leur ayant attribué un mouvement en longitude beaucoup trop lent, sçavoir d'un degré en 100 ans, supposition dont il se fert dans le calcul des vrais lieux des Planetes, qu'on trouve rapporté dans son *Almageste*, & cela pendant un intervalle de plus de 400 ans. De la même maniere on a dû corriger les lieux du Soleil tirés des

Les Astronomes qui ont succédé à Tycho, ont assez exactement établi les moyens mouvemens des Planetes.

hypothefes de Ptolomée, pour en déduire plus exactement les tems des oppositions des Planetes, & leurs vraies longitudes héliocentriques : enfin il a fallu y appliquer d'autres Parallaxes, & les réduire, à l'aide de la Chronologie & des nouvelles corrections publiées par les Géographes modernes, à notre maniere de compter le tems, & à un Méridien bien plus occidental. En quoi M. Bouillaud a certainement beaucoup contribué à l'avancement de cette partie de l'Astronomie, s'étant appliqué plus particulièrement à ce genre de travail, & ayant enfin rétabli plusieurs passages du texte de Ptolomée, outre diverses observations qu'il a tirées des manuscrits Grecs de la Bibliotheque du Roi.

Ainsi nous croyons devoir avertir, que dans l'Astronomie Philolaïque de cet Auteur, comme aussi dans les Tables Carolines, on trouve non-seulement la Théorie & les Tables générales du mouvement des Planetes, mais encore une histoire ou collection des meilleures & des plus précieuses observations anciennes & modernes. Car outre les observations de Tycho sur les oppositions des Planetes supérieures au Soleil, on voit aussi, (& cela plus particulièrement dans les Tables Carolines) qu'on y a fait usage des conjonctions inférieures de Venus & de Mercure, ces deux Planetes ayant été vues pour la première fois sur le Soleil dans le dernier siecle. L'observation du passage de Mercure sur le Soleil, faite à Paris par Gassendi le 7 Novembre 1631, a été d'abord rapportée dans l'Astron. Philol. comme aussi les deux autres observations, sçavoir le passage de Venus sur le Soleil, du 3. Décembre 1639. & celui de Mercure sur le disque de cet astre lumineux proche son nœud descendant, se trouvent dans les Tables Carolines de Street. L'avantage qu'ont eu ces derniers Auteurs sur Képler, n'est que trop visible, si l'on consulte leurs propres ouvrages, où ils
comparent

comparent non-seulement les mouvemens des Planetes inférieures qui résultent de leur Tables, avec les observations dont nous venons de parler, mais encore avec plusieurs conjonctions des Planetes supérieures aux Etoiles que l'on trouve dans le Recueil des ouvrages de Gassendi. Personne n'ignore que ce célèbre Philosophe, qui a tenu à juste titre l'un des principaux rangs parmi les grands hommes, qui par leurs ouvrages & par leur érudition, ont fait honneur au siècle de Louis XIV. s'est presque continuellement appliqué avec une attention toute particulière à rechercher les mouvemens des Planetes.

Ainsi pour revenir aux mouvemens de la Planete de Mercure, nous devons avertir ici que Bouillaud & Street se sont fondés principalement sur les observations faites par Gassendi pendant l'Eté de l'année 1636, lorsque cette Planete étant dans sa grande élongation, se trouvoit aux environs de son Aphélie & de son Périhélie. Cette circonstance assez rare avoit échappé jusques-là aux Astronomes : enfin le 3 Mai 1661, l'Auteur des Tables Carolines observa à Londres, conjointement avec M. Huygens, le passage de Mercure sur le Soleil, ce qui n'a pas peu contribué à lui faciliter les moyens de perfectionner les Tables du mouvement de cette Planete inférieure, Mercure ayant été vu dans l'espace de trente ans, deux fois sur le Soleil, c'est-à-dire, dans ses Nœuds ascendant & descendant.

Avantage qu'on a retiré des observations de Gassendi sur la Planete de Mercure, au tems de ses grandes digressions à l'égard du Soleil.

Bien-tôt après M. Hallei eut une occasion encore plus favorable de vérifier les Elémens qui servent à construire les Tables de Mercure, ayant eu le premier l'avantage d'observer * l'entrée & la sortie de Mercure sur le Soleil, ce qui donnoit la position du Nœud d'une maniere

* En 1677 le 28 Octobre, vieux style, M. Hallei a déterminé dans l'Isle de Ste Hélène, qui est 0^h 33' 30" à l'Occident de Paris, la conjonction en longitude de Mercure au Soleil à 0^h 10' 50", sa latitude boréale étant 0° 4' 41".

beaucoup plus précise qu'on ne l'avoit établi par les observations des années 1631 & 1661, ces deux premières n'étant pas d'ailleurs à beaucoup près aussi complètes qu'on le pouvoit désirer.

Cependant quoique Mercure ait été vu encore deux fois sur le Soleil, ce n'a été qu'en 1723 que M. Hallei s'est déterminé à publier les Elémens des Tables de cette Planete, dont on peut dire que le mouvement est assez exactement connu aujourd'hui. On pourra d'ailleurs s'en assurer si l'on se donne la peine de comparer ces mêmes élémens à deux autres observations complètes qui ont été faites en 1736 & 1743, le Ciel ayant été si favorable pour observer les deux dernières fois Mercure à son Nœud ascendant, que non-seulement on a eu l'avantage de bien déterminer son entrée & sa sortie sur le disque du Soleil, mais aussi sa position sur le disque au moment de son passage par le Méridien; ce qui donne, comme l'on sçait, plus immédiatement son ascension droite & sa déclinaison.

Voici donc les élémens du mouvement de cette Planete, publiés par M. Hallei dans les Transactions Philosophiques de l'année 1723 n° 386: les époques en ont été réduites au nouveau style, & au Méridien de Paris.

1661 Longit. moy. de ☿ 2^s 2^o 15' 33" Aphélie 8^s 12^o 09' 14" ☽ 1^s 14^o 06' 28"
1701 3 01 52 26 8 12 44 17 1 14 41 06

Le moyen mouvement de Mercure déduit des observations de 1677 & 1723, a été établi en 100 années Juliennes de 2^s 14^o 02' 13": mais il faut remarquer quant au mouvement de l'Aphélie qui a dû servir à le constater, que M. Hallei s'est servi de celui qui est établi par M. Newton dans le Scholium de la Prop. XIV. du troisième Livre des Princ. Math. de la Phil. Natur. Selon M. Newton, le mouvement de l'aphélie seroit beaucoup plus lent que ne le supposent les Astronomes, ce qui ne doit pas nous étonner, Mercure n'ayant jamais été aussi

Selon M.
Newton le
mouvement
de l'Aphélie

souvent ni aussi exactement observé que les autres Planètes. On peut donc s'en tenir aujourd'hui au mouvement déduit de la Théorie, c'est-à-dire, à ce dernier résultat qui fait le mouvement de l'Aphélie de $1^{\circ} 27' 20''$ en 100 ans, à raison de $52^{\frac{1}{2}}$ par année.

Si l'on peut se fonder avec quelque certitude sur les mouvemens moyens de Mercure & de son Aphélie établis ci-dessus ; à plus forte raison doit-on se flater de connoître encore mieux le mouvement du Nœud, puisqu'il a été déduit des observations immédiates. M. Hallei l'établit donc par les deux passages de Mercure, dont on vient de parler de $39' 50''$ en 46 ans, ce qui donne $1' 30''$ de plus que selon la précession de l'Equinoxe, & fait voir que le Nœud a un mouvement réel selon la suite des signes, à raison de $3' 15^{\frac{1}{2}}$ en 100 ans depuis la première Etoile d' γ ; c'est-à-dire, que son mouvement en 100 ans depuis le point de l'Equinoxe, est de $1^{\circ} 26' 35''$ ou $36''$.

Il ne reste plus qu'à établir la plus grande excentricité & la moyenne distance de Mercure au Soleil : M. Hallei admet cette dernière, la même que celle qui est rapportée dans les Tables Carolines, sçavoir de $\frac{38710}{100000}$ parties de la moyenne distance de la Terre au Soleil, il donne aussi la plus grande équation du centre de $23^{\circ} 42' 37''$.

Quoique Bouillaud & Street ayent fait usage de plusieurs observations de Gassendi, lorsque Mercure a passé proche son Périhélie & dans son Aphélie, ce qui a fait connoître sa plus grande & sa plus petite élongation, & par conséquent son excentricité, cependant il est à remarquer que M. Hallei n'a point dit par quelles observations nouvelles il s'est déterminé à conserver la moyenne distance publiée par Street, ce qu'il étoit important de discuter dès qu'il a voulu diminuer l'excentricité de l'orbite de Mercure ; d'autant que 20 ans auparavant, sçavoir au

de Mercure est plus lent que ne l'avoient supposé les Astronomes.

Le mouvement du nœud de Mercure.

Difficultés qu'on peut proposer touchant la plus grande équation du centre de Mercure.

commencement du siècle, M. de la Hire qui a publié des Tables Astronomiques, semble retenir l'excentricité ancienne, puisqu'il fait la plus grande Equation du centre de Mercure $24^{\circ} 16\frac{1}{2}'$ ou $17'$, la même que selon Bouillaud.

Sans examiner ici les motifs qui ont déterminé M. de la Hire à ne point nous détailler les méthodes ou approximations dont il a pu se servir dans la construction de ses Tables; sans nous arrêter, dis-je, à objecter qu'il n'a pas même rendu compte des observations ni des élémens qui ont dû lui servir de fondement pour les construire, (ce qui étoit contraire à l'usage établi dans le dernier siècle parmi les Astronomes) on peut dire seulement qu'on sçait à n'en pouvoir douter, que M. de la Hire avoit assez assidûment observé Mercure * dans ses digressions Orientales & Occidentales, en sorte que si les observations des hauteurs & des Azimuts qu'il prenoit le soir ou le matin sont un jour publiées, on parviendra peut-être à discuter avec quelque certitude ce point essentiel touchant la plus grande équation du centre de Mercure. Au reste il est bon d'avertir qu'au lieu de hauteurs & d'azimuts, il auroit été à souhaiter que M. de la Hire eût déterminé les lieux de Mercure par ses distances aux Etoiles, comme le pratiquoit Gassendi; d'autant qu'avec de simples fils à plomb il est presque impossible de jamais bien conclure les ascensions droites. D'ailleurs les clochers, les tours, & les autres objets de l'horison, dont M. de la Hire s'est servi le plus souvent qu'il lui a été possible, ne donnoient pas à beaucoup près la même exactitude qu'on pourroit l'espérer aujourd'hui, en y employant un excellent instrument des passages: enfin l'inconstance des réfractions, lesquelles changent du chaud au froid, a dû apporter certainement des erreurs assez grandes dans les ascensions droites & dans les déclinaisons observées; d'où il faut conclure que puisque MM. de la Hire & Hallei n'ont

* M. de la Hire a observé aussi quelquefois Mercure dans le Méridien. Mem. de l'Acad. 1706, p. 1707.

Les diversés erreurs qui ont pu influer sur les positions de Mercure, lorsqu'on la vu proche l'horison.

pas assez insisté sur cet article, & que les refractions n'étoient pas encore assez connues du tems de Bouillaud & Street, l'excentricité de l'orbite de Mercure est vraisemblablement de tous les Elémens de sa Théorie celui qui a été établi avec le moins d'exaëtitude.

L'excentricité de Mercure n'est pas encore assez connue.

Il n'en est pas de même de l'inclinaison de son orbite au plan de l'Ecliptique : M. Halleï assure que par des observations décisives du Lieu de cette Planete déterminé proche le Limite boréal, cette inclinaison a été établie de $6^{\circ} 59' 20''$; ce qui doit être préféré, comme l'on voit, aux recherches de ceux qui ont voulu la déterminer lorsque Mercure a passé à son nœud ascendant, cette Planete étant vue pour lors sur le disque du Soleil.

Inclinaison du plan de l'orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

Les Tables du mouvement des autres Planetes qu'on auroit pu facilement construire si les élémens en avoient été restitués de même que ceux de Mercure, semblent exiger non-seulement un plus grand nombre d'observations que celles qu'on a publiées jusqu'à ce jour, mais aussi une Théorie beaucoup plus difficile que celle qu'on vient d'exposer, à moins qu'on n'en excepte la Théorie de la Lune. En effet les excentricités de Saturne & de Jupiter étant variables (comme les observations le prouvent incontestablement, & comme en sont convaincus aujourd'hui tous les Astronomes) il est certain que tant que les Auteurs des Tables n'auront point fait un choix particulier des observations les plus convenables, les plus rares & les plus exactes, on ne pourra jamais se flater de bien rétablir les moyens mouvemens de ces Planetes, ni les autres inégalités qui se trouvent soit dans leur plus grande équation du centre, soit dans le mouvement de leur Aphélie. D'ailleurs ne reste-t-il pas aussi à restituer, en y employant les plus récentes & les principales positions observées de ces deux Planetes, comme aussi celles de Mars, de Venus & de Mercure (corrigées par l'Aberra-

La Théorie des Planetes supérieures est encore fort imparfaite.

L'excentricité de l'orbite de Saturne n'est point invariable.

Dans les observations du mouvement des Planetes, on ne doit pas oublier d'avoir égard à l'Aberration, pour réduire leurs Lieux apparents & véritables.

tion & les autres élémens nouvellement connus) leur plus grandes équations du centre ou diverses excentricités, le lieu de leur Aphélie, l'inclinaison de leur orbite au plan de l'Ecliptique, & le vrai mouvement de leurs nœuds.

En l'année 1761 on pourra déterminer exactement la position & le mouvement du Ω de Venus.

La position du nœud de Venus & son vrai mouvement, ne sçauroient être mieux connus que par le passage de cette Planete sur le disque du Soleil qu'on attend en l'année 1761. Mais puisqu'il s'agit de développer ici d'une maniere plus évidente le plan du travail que se proposent les Astronomes d'aujourd'hui pour perfectionner les Elémens des Tables, & la Théorie des Planetes; puisqu'on sçait, dis-je, à présent que ces mouvemens sont bien moins connus que ceux du Soleil & de la Lune, & qu'il arrive souvent qu'on s'aperçoit d'une erreur de près de 10' entre le calcul & l'observation du lieu de Saturne, la plus élevée de nos Planetes supérieures; on va rapporter d'abord le résultat des recherches faites pendant le dernier siecle par les Astronomes qui ont succédé à Tycho; & on tâchera de donner aussi par extrait ce qui a été publié à ce sujet depuis environ 60 ans, c'est-à-dire dans presque toutes les occasions où les Modernes ont tenté de corriger les Elémens du mouvement des Planetes.

Les Epoques qui suivent ont été réduites au nouveau style & au Méridien de Paris, & les années commencent, selon notre supposition ordinaire (ou que les Astronomes regardent aujourd'hui comme la plus commode) à midi de rems moyen, le 31 Décembre de l'année qui précède immédiatement.

	Selon <i>Kepl.r.</i>	Selon <i>Bouilland.</i>	Selon <i>Street.</i>
Epoques \bar{H} 1601	$6^s 28^o 04' 35''\frac{1}{2}$	$6^s 28^o 04' 14''\frac{1}{2}$	$6^s 28^o 05' 02$
	<u>1701 11 21 31 58$\frac{1}{2}$</u>	<u>11 21 29 38$\frac{1}{2}$</u>	<u>11 21 32 52</u>
Le moyen mouv. diurne	<u>2 01</u>	<u>2 01</u>	<u>2 00</u>
en 100 années Jul.	4 23 29 24	4 23 27 25	4 23 29 50

Les Aphélies & les nœuds étant immobiles dans le Ciel étoilé selon les Tables Carolines de Street, on a fait

usage des anomalies moyennes que donne cet Auteur pour époques, en y ajoutant le mouvement de la premiere Etoile d' γ , à raison de $1^{\circ} 23' 20''$ en 100 ans ; ce qui suppose la précession annuelle de l'Equinoxe de $50''$ au lieu de $48''$ qu'admet seulement le même Auteur. En effet il est vraisemblable qu'il s'est attaché principalement à bien établir les révolutions anomalistiques des Planetes.

Dans les Tranfactions Philosophiques de l'année 1683, Flamsteed avoit remarqué à l'occasion d'une des conjonctions de Saturne à Jupiter, que le moyen mouvement de ce dernier étoit supposé beaucoup trop lent dans les Tables les plus estimées ; & au contraire celui de Saturne un peu trop rapide.

Inégalités dans le moyen mouvement de Saturne & de Jupiter, aperçues par Flamsteed vers la fin du dernier siècle.

Cela se trouve confirmé par les Tables Astronomiques de M. de la Hire publiées en 1702, où le moyen mouvement de Saturne en 100 années Juliennes, n'est plus supposé que de $4^{\circ} 23' 19'' 24''$: mais il s'en faut bien que les diverses questions proposées sur le moyen mouvement de Saturne, soient entièrement décidées.

Les Auteurs sont encore bien moins d'accord sur le mouvement de l'Aphélie, car on a le Lieu de l'Aphélie selon Kepler en $\left\{ \begin{array}{l} 1601 \ 8^{\circ} 25' 57'' 32'' \\ 1701 \ 8 \ 28 \ 03 \ 42 \end{array} \right.$ Selon Bouillaud $\left\{ \begin{array}{l} 8^{\circ} 25' 59'' 4'' \\ 8 \ 29 \ 10 \ 00 \end{array} \right.$

Le moyen mouvement de l'Aphélie & du nœud de Saturne, n'est point encore connu.

En 100 ans différence 2 06 10

3 10 16

Mais Street donnant uniquement la distance de l'Aphélie de Saturne à la premiere Etoile d' γ de $7^{\circ} 28' 30'' 00''$, on aura donc le lieu de l'Aphélie pour $\left\{ \begin{array}{l} 1601 \ 8^{\circ} 26' 06'' 50'' \\ 1701 \ 8 \ 27 \ 30 \ 10 \end{array} \right.$ en sorte que selon cet Auteur la différence de mouvement en 100 ans, sçavoir $1^{\circ} 23' 20''$, est égale au mouvement apparent des Etoiles ou des points des Equinoxes.

	Selon Kepler.	Selon Bouillaud.	Selon Street.
Le Q de Υ en 1601	$3^{\circ} 20' 59'' 57''$	$3^{\circ} 20' 30'' 47'' \frac{1}{2}$	$3^{\circ} 20' 06'' 50''$
	$1701 \ 3 \ 22 \ 59 \ 02$	$3 \ 21 \ 14 \ 02 \frac{1}{2}$	$3 \ 21 \ 30 \ 10$
Différence en 100 ans	1 59 05	Différ. 0 43 15	1 23 20

L'inclinaison de l'orbite que Kepler avoit d'abord sup-

L'inclinaison de l'orbite de Saturne, n'est pas la même selon divers Auteurs.

* *Mém. de l'Acad. année 1704.*

posée de $2^{\circ} 32' 00''$, a été réduite par Street à $2^{\circ} 30' 00''$, mais M. de la Hire l'a fait plus grande, sçavoir $2^{\circ} 33' 30''$, & d'autres Astronomes modernes au contraire la diminuent & la rapprochent* de celle qui a été supposée par Bouillaud & Street. On ne connoît donc pas encore assez au juste la vraie inclinaison de l'orbite de cette Planete au plan de l'Ecliptique, & cela vraisemblablement parce qu'elle n'est pas constante; ce qui doit influencer, comme l'on voit, dans la recherche du Lieu du nœud, & doit faire conclurre que ni la position, ni les mouvemens des nœuds de Saturne, ne sont point encore déterminés.

Il reste à rapporter l'excentricité de l'orbite, & la moyenne distance de Saturne au Soleil, lesquelles, selon Kepler, contiennent $\frac{54207}{100000}$ & $\frac{951000}{100000}$ parties de la moyenne distance de la Terre au Soleil, ce qui donneroit la plus grande équation du centre de $6^{\circ} 32'$ selon Kepler, que Bouillaud avoit augmenté d'environ $5'$, & que M. de la Hire a réduite à $6^{\circ} 30' 00''$ dans ses Tables.

La plus grande équation du centre paroit inconnue.

Cette excentricité étant variable, il doit s'ensuivre que ni la moyenne distance de Saturne au Soleil, ni la plus grande équation de son orbite ne sont pas encore connues.

Grande différence dans l'époque des moyens mouvemens de Saturne pour l'année 1701, entre M. de la Hire & les anciens Astronomes qui l'avoient déduite des observations de Tycho.

La grande différence qui se trouve entre les époques du moyen mouvement de Saturne pour 1701, & celle qu'on tire des Tables de M. de la Hire, sçavoir au 31 Décembre $11^{\text{s}} 21^{\circ} 14' 00''$, suffit pour faire connoître que les équations qui conviennent au mouvement moyen de Saturne, n'étant pas connues aux trois Auteurs dont on a parlé ci-dessus, il faudroit si l'on vouloit se servir de leurs Tables, retrancher $15'$ à $20'$ de leurs Epoque pour calculer ensuite les lieux de Saturne pendant tout ce 18^e siècle: mais en voilà assez pour faire appercevoir que la Théorie de Saturne est la plus imparfaite, & que tous les Elémens y sont encore, pour - ainsi - dire, à refaire.

Quand

Quand Jupiter qui approchoit de son opposition au Soleil parut en 1673 en conjonction avec θ de la Vierge, ou la neuvieme Etoile selon le Catalogue de Tycho, cette Planete étoit alors Aphélie, & avoit à peine passé son Limite boréal. Flamsteed ayant donc observé son vrai lieu pendant presque tout le mois de Mars, en le comparant à cette Etoile (& ayant déterminé par-là sa longitude & sa latitude) en a fait usage pour rechercher l'inclinaison de son orbite au plan de l'Ecliptique. Comme on remarquoit alors une différence considérable dans le lieu du nœud que Bouillaud avoit placé $2^{\circ} 31'$ plus avant que selon l'un des résultats de Képler; Flamsteed fait connoître d'abord qu'une si grande différence ne sçauroit apporter plus de $23''$ d'erreur dans l'inclinaison de l'orbite qui doit résulter du calcul de son observation. Mais ce qui devoit être le plus à craindre (& à quoi il fera toujours facile de remédier) c'est l'erreur qui a dû venir de la supposition du lieu de l'Etoile, dont la longitude se comptoit pour lors $\simeq 13^{\circ} 37' 11''$, & la latitude boréale $1^{\circ} 45' 00''$. Flamsteed en ayant donc déduit au 20 Mars v. st. à $8^{\text{h}}\frac{1}{4}$ du soir la latitude géocentrique de Jupiter $\simeq 13^{\circ} 35' 33''$, & sa latitude apparente $1^{\circ} 35' 40''\frac{1}{2}$; c'est-à-dire, la longitude héliocentrique $\simeq 13^{\circ} 03' 33''$, & la latitude $1^{\circ} 18' 07''$ boreale, il a conclu que dans la supposition que le Ω de Jupiter auroit été au $\odot 8^{\circ} 45'$, l'inclinaison * de son orbite au plan de l'Ecliptique seroit de $1^{\circ} 18' 20''$: mais il a calculé aussi que cette inclinaison devoit être $26' 40''$ plus petite que la latitude de l'Etoile; en sorte

Recherches sur l'inclinaison de l'orbite de Jupiter au plan de l'Ecliptique.

Grande différence dans le Lieu du nœud entre Képler & Bouillaud.

* M. de la Hire de même que Képler, a établi l'inclinaison de l'orbite de Jupiter au plan de l'Ecliptique de $1^{\circ} 19' 20''$. Selon Bouillaud on a l'inclinaison $1^{\circ} 21' 48''$, que Street a réduite à $1^{\circ} 20' 00''$, & que feu M. Cassini a conclue en 1673 & 1690, de $1^{\circ} 19' 40''$. La déclinaison apparente de l'Etoile θ observée par M. Picard étoit en 1673 de $3^{\circ} 46' 50''$, d'où l'on tire celle de Jupiter le 31 Mars à minuit de $3^{\circ} 54' 45''$, & de même à son passage au Méridien le jour suivant $3^{\circ} 52' 00''$: ces dernières observations peuvent donner fort exactement l'inclinaison de l'orbite pour l'année 1673; car Jupiter passoit au Méridien $23^{\text{h}}\frac{1}{2}$ & $52''$ de tems avant l'Etoile.

qu'ayant établi dans la suite la latitude de $1^{\circ} 45' 30''$, comme il paroît par le Catalogue Britannique, on pourroit donc conclurre l'inclinaison de l'orbite de $1^{\circ} 18' 50''$.

De quelle manière on est parvenu à vérifier si les nœuds de Jupiter étoient immobiles dans le Ciel étoilé.

* In Commentar. de Rebus Cœlestibus.

* Cette recherche ne doit point exclure les inégalités qu'on a apperçues en certains cas, dans le mouvement du nœud.

Pour s'assurer si les nœuds de Jupiter étoient immobiles dans le Ciel étoilé, M. Pound s'étoit proposé de comparer Jupiter aux mêmes Etoiles qu'avoit choisies Gassendi, & dont ce Philosophe avoit fait usage pour observer deux conjonctions consécutives 83 ans auparavant. Le lieu de la 1^{re} des deux Etoiles qui a dû être éclipsée, ou qui selon le résultat des observations a dû raser le bord de Jupiter (étant seulement de $15''$ plus boréale que le centre le 3 Déc. 1716 à $7^h 55'$ du matin) étoit alors selon le Catalogue de Flamsteed en $\pi 28^{\circ} 17'$ avec une latitude australe de $0^{\circ} 21' 55''$. Mais lorsque Gassendi * la vit en conjonction le 9 Décembre 1633, elle n'étoit que de cinq demi-diametres de Jupiter plus boréale que le centre de cette Planete. En second lieu l'autre Etoile éclipsée deux mois après, sçavoir le 23 Janvier 1717, à 1^h du matin ou environ, n'a dû être plus boréale que le centre de Jupiter, que de $17''$ à $18''$, & son lieu restitué par M. Pound étoit alors $\pi 22^{\circ} 13'$ avec une latitude australe de $0^{\circ} 13\frac{1}{2}'$: mais le 6 Février 1634. Jupiter étant dans sa station, la même observée par Gassendi parut aussi en conjonction, & seulement de trois diametres plus australe que le centre. Ainsi le calcul * fait avec le plus grand soin par MM. Hallei & Pound, nous apprend que les nœuds de Jupiter n'ont pas été, dans ce long espace de 83 ans, sensiblement mobiles. Enfin ils les ont placés * à $2^{\circ} 8' 35'$ depuis la première Etoile de γ , c'est-à-dire que le lieu du Ω étoit au commencement de 1717 au $\odot 7^{\circ} 48' 30''$, ou bien en 1701 $\odot 7^{\circ} 35' 10''$.

* M. de la Hire donne pour 1701 le lieu du Ω de Jupiter $\odot 7^{\circ} 11' 44''$: on peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1706, une σ de \mathcal{L} à Regulus, qui s'écarte de cette position qu'il a donnée au nœud. Mais si l'on prend un milieu entre les divers résultats que feu M. Cassini a trouvés en 1681 & 1693, on aura $7^{\circ} 30'$ pour 1701: il a trouvé aussi le 18 Juin 1705, $\odot 7^{\circ} 17'$.

	Selon Kepler.	Selon Bouillaud.	Selon Street.
Epoques de Υ 1601	$5^{\circ} 09' 40'' 52''$	$5^{\circ} 09' 53'' 27''$	$5^{\circ} 09' 51'' 27''$
	1701 10 16 03 19	10 16 06 48	10 16 07 18
Le moy. mouv. diurne	04 59	04 59	04 59
en 100 années Jul.	5 06 18 26	5 06 18 20	5 06 20 50
Aphélie de Υ 1601	$\underline{6^{\circ} 52' 00''}$	$\underline{6^{\circ} 01' 21''}$	$\underline{7^{\circ} 26' 50''}$
	1701 8 10 38	10 29 52	8 50 10
l'in 100 années Julien.	1 18 38	2 78 31	1 23 20
Ω de Υ 1601	$65^{\circ} 25' 58''$	66 80 37 23	65 50 36' 10
	1701 5 31 48	9 18 26	7 00 10
En 100 années Julienn.	0 05 50	0 41 03	1 23 20

Supposant avec Kepler la moyenne distance de Jupiter au Soleil de $\frac{5.19.65}{1000000}$ de la moyenne distance du Soleil à la Terre, l'excentricité de l'orbite de Jupiter sera de $\frac{2.5058}{1000000}$ que Street fait seulement de $\frac{2.5050}{1000000}$, de sorte que la plus grande équation du centre de Jupiter selon les Tables Rudolphines, n'est que de $5^{\circ} 31' 37''$; & quoique Bouillaud & M. de la Hire l'ayent fort augmentée, l'ayant donnée l'un de $5^{\circ} 34' 00''$, & l'autre de $5^{\circ} 36' 55''$, ce qui paroît confirmé par les recherches de MM. Cassini & Maraldi, publiées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1706, où l'on fait cette équation de $5^{\circ} 35' 15''$; cependant il semble d'ailleurs que cette plus grande équation du centre a paru plus petite, ce qui feroit soupçonner qu'elle pourroit être variable, de même que le mouvement de l'Aphélie & l'excentricité de l'orbite de cette Planete, sur laquelle Saturne doit agir, quoique bien plus foiblement que Jupiter sur Saturne.

L'époque pour 1701 du moyen mouvement de Jupiter selon les Tables ou le résultat des observations de M. de la Hire étoit au 31 Décembre à midi de tems moyen, $10^{\circ} 16' 11'' 09''$. Ces nombres excèdent sensiblement ceux des époques qu'on a déduites ci-dessus des observations les plus anciennes comparées à celles de Tycho; d'où il est évident que la différence pourroit s'accroître

* En 1692 M. de la Hire a voit déjà remarqué qu'il falloit ajouter 6' à l'époque pour 1601 des Tables Rudolphines, & avancer le lieu de l'Aphélie de $1^{\circ} 40'$.

L'action de Jupiter sur Saturne, & celle de Saturne sur Jupiter, ne doivent plus être négligées lorsque ces Planetes approchent de leur conjonction.

& devenir plus grande au commencement du siecle suivant: c'est pourquoi il est important de rechercher soigneusement les époques des moyens mouvemens, tant de Saturne que de Jupiter, qu'on ignore aujourd'hui, & cela vraisemblablement parce qu'on ne les a pas encore dégagées des diverses inégalités qui les affectent, & qu'à peine y soupçonnoit-on du tems de Kepler. En restituant totalement les époques & les moyens mouvemens de Saturne & de Jupiter, les Astronomes se trouveront à portée de vérifier de combien la premiere de ces deux Planetes s'est rallentie, & de combien la seconde a dû accélérer son mouvement depuis Tycho jusqu'à présent.

La méthode dont se servent les Astronomes pour découvrir la plus grande équation du centre.

La différence de quelques minutes qui est assez sensible, & qui résulte de la comparaison de l'époque des moyens mouvemens de Jupiter pour 1701, à celle de Kepler & de Bouillaud, a été confirmée par les recherches de MM. Cassini & Maraldi, rapportées dans le Volume cité ci-dessus; car ayant comparé divers lieux de Jupiter observés dans son opposition au Soleil & dans ses moyennes distances (suivant la méthode que Bouillaud a détaillée, & qui consiste à y comparer alternativement le Lieu moyen avec le Lieu vrai des deux côtés de l'Aphélie) ils ont trouvé qu'il falloit ajouter $5\frac{1}{2}$ à l'époque du moyen mouvement établie par Bouillaud. Dans le même Mémoire on conclut le Lieu de l'Aphélie pour le commencement de 1701 en $\approx 9^{\circ} 53'$, ce qui résulte du milieu de plusieurs différentes déterminations dont les résultats s'éloignent des deux tiers d'un degré: enfin M. de la Hire avoit établi le Lieu de l'Aphélie pour le même tems en $\approx 10^{\circ} 17' 15''$.

Elémens qui ont pu servir à construire les Tables des mouvemens de Mars.

Dans la Planete de Mars les différences ne sont plus si excessives, sans doute parce que son excentricité est constante, & que le mouvement de son Aphélie est plus égal & uniforme: aussi est-ce de toutes les Planetes celle

dont le mouvement de l'Aphélie est le mieux connu , & que M. Newton a choisi pour en déduire le mouvement des Aphélies des Planetes inférieures.

	Selon Kepler.	Selon Bouillaud.	Selon Street.
Epoques ☿ 1601	10 ^s 01' 29" 49"	10 ^s 01' 30" 28"	10 ^s 01' 29' 49"
	1701 0 02 38 32	0 02 38 37	0 02 43 41
Moyen mouv. diurne	<u>31 27</u>	<u>31 27</u>	<u>31 27</u>
en 100 années Jul.	2 01 40 10	2 01 39 36	2 01 45 20
L'Aph. de ☿ 1601	♋ 28° 59' 52"	♋ 28° 59' 52"	♋ 28° 48' 50"
	1701 ♎ 00 51 27	♎ 01 11 13	♎ 00 12 10
En 100 années Juliennes	1 51 35	2 11 21	1 23 20
♄ de ☿... 1601	♄ 16 44 30"	♄ 16° 44' 32"	♄ 16° 46' 50"
	1701 17 50 45	18 04 55	18 10 10
En 100 années Juliennes	1 06 15	1 20 23	1 23 20

Supposant avec Kepler la moyenne distance de Mars au Soleil de 152350, dont la moyenne distance du Soleil à la Terre est 100000, l'excentricité de Mars seroit de $\frac{1}{1000000}$, c'est-à-dire, un peu plus grande que celle de Street qui l'a réduite à $\frac{1}{1000000}$ de la moyenne distance du Soleil à la Terre. Kepler fait aussi la plus grande équation du centre de $10^{\circ}37\frac{1}{2}$, laquelle ayant été vérifiée, s'est trouvée conforme aux observations, comme il paroît par le résultat des recherches faites à ce sujet, & publié il y a trente ans par MM. Cassini & Maraldi. Bouillaud l'avoit à la vérité déterminée d'une minute & un tiers plus petite, mais M. de la Hire au contraire l'a augmentée jusqu'à $10^{\circ}40\frac{2}{3}$.

M. de la Hire a déduit encore de ses observations les époques des mouvemens de Mars; c'est pourquoi les ayant réduites au 31 Décembre 1701 à midi de tems moyen, on a celle des moyens mouvemens $0^{\circ}02'41''05''$, ce qui tient à peu près un milieu entre Bouillaud & Street: il a établi aussi le ♄ au $17^{\circ}25'20''$.

La détermination du lieu de l'Aphélie par M. de la Hire, qui le place en 1701 à ♎ $0^{\circ}35'25''$, s'accorde assez avec ce qui se trouve dans les Mémoires de l'Ac-

De quelle manière on peut parvenir à restituer le Lieu de l'Aphélie.

démie des Sciences de l'année 1706, où l'on assure que par les observations du lieu de Mars faites alternativement proche l'Aphélie & le Périhélie, on a reconnu qu'il falloit le supposer de 20 minutes moins avancé que selon les Tables Rudolphines.

* M. Newton a établi dans la suite le mouvement de l'Aphélie de 33' 30".

M. Newton ayant pris vraisemblablement un milieu entre les deux résultats du mouvement de l'Aphélie de Mars, donnés par Kepler & Bouillaud, l'établit de $1^{\circ} 58\frac{1}{3}$ en 100 ans, c'est-à-dire, de $35'$ * plus grand que selon la précession des Equinoxes; mais il semble que le mouvement de cet Aphélie pourroit être encore mieux connu, en y employant les plus récentes observations comparées à celles de Tycho, & du dernier siècle.

Quoique M. de la Hire ait déterminé plus exactement le Lieu du nœud de Mars pour 1701, que selon les Rudolphines de Kepler; quoiqu'il le place, dis-je, au $8^{\circ} 17' 25' 20''$, cependant la détermination rapportée dans le Volume de l'Académie cité ci-dessus, paroît encore plus exacte; c'est pourquoi on aura le lieu du Ω en $8^{\circ} 17' 13\frac{1}{2}$. On ne connoît pas néanmoins encore assez le mouvement du nœud de Mars pour assurer s'il est fixe dans le Ciel étoilé, ou s'il a un mouvement réel soit direct, soit rétrograde. La plupart des Astronomes depuis Kepler lui donnent un mouvement rétrograde relativement aux Etoiles fixes: enfin il n'y a gueres que les conjonctions précises de cette Planete aux Etoiles Zodiacales, qui puissent nous conduire à décider cette question.

L'inclinaison de son orbite au plan de l'Ecliptique est assez connue, à cause que dans l'opposition de cette Planete au Soleil sa latitude géocentrique est très-grande; Kepler l'a déterminée de $1^{\circ} 50' 30''$, Bouillaud & Street de $1^{\circ} 51' 04''$, $1^{\circ} 52' 00''$, & M. de la Hire $1^{\circ} 51' 00''$. Enfin feu M. Cassini ayant observé la plus grande latitude géocentrique de $6^{\circ} 50' 40''$ le 7 Août 1687, on en a

conclu la latitude héliocentrique ou l'inclinaison de l'orbite de Mars au plan de l'Ecliptique de $1^{\circ} 50' 45''$.

Le mouvement du nœud de Venus dont M. de la Hire a publié diverses observations en 1692 (& qui est presque la seule Planete dont il ait fait connoître qu'il eût entrepris de restituer les élémens) a été déjà calculé ; mais il faudroit encore comparer les plus récentes observations à celles qui ont été faites dans le dernier siècle, puisque sans cela la position du nœud, & par conséquent la Théorie de Venus doit être fort imparfaite.

Difficultés sur le mouvement du nœud de Venus.

	Selon Kepler.	Selon Bouillaud.	Selon Street.
Epoques ♀	1601 118 04° 48' 34"	11 04° 50' 24"	115 4° 43' 49"
	1701 5 22 36 00	5 22 35 37	5 22 17 17
Moyen mouv. diurne	1 36 08	1 36 08	1 36 08
en 100 années Jul.	6 19 25 34	6 19 21 21	6 19 09 35
Aphélie de ♀	1601... ≈ 1° 14' 20"	≈ 5° 23' 05"	≈ 2° 36' 50"
	1701... 3 24 25	6 47 36	4 00 10
En 100 années Juliennes	2 10 05	1 24 31	1 23 20
Ω de ♀....	1601 III 13° 00' 45"	III 14° 07' 38"	III 12° 52' 50"
	1701... 14 19 05	14 57 54	14 16 10
En 100 années Juliennes	1 18 20	0 50 16	1 23 20

Selon l'observation d'Horoxius du passage de Venus sur le Soleil, le 4 Décembre 1639 selon le N. style, M. de la Hire conclut que le nœud Ascendant de cette Planete devoit être alors au III 13° 22' 45'' : mais Street l'établit à III 13° 23 $\frac{4}{5}$ ou 25 $\frac{1}{4}$. Enfin M. de la Hire ayant déterminé la longitude & la latitude de Venus, plusieurs jours avant & après sa conjonction inférieure au Soleil (laquelle a dû arriver le 15 Nov. 1691 à 11^h 4' du soir de tems vrai) le Lieu du nœud descendant qui résulte d'une assez longue suite d'observations, seroit selon le même Auteur, au III 13° 19' 04'', c'est-à-dire 0° 52' 13'' moins avancé que ne le donnent les Tables Rudolphines de Kepler. Mais il paroît que dans la suite il a diminué cette grande différence, l'ayant peut-être attribuée pour la plus grande partie aux erreurs des observations: car il soupçonnoit alors,

Le Lieu du nœud au tems du passage de Venus sur le Soleil observé par Horroxius.

le nœud de Venus immobile (sans doute dans le Ciel étoilé) autant qu'on en peut juger des différens résultats qu'il rapporte. M. de la Hire s'aperçut aussi pour lors que Kepler faisoit l'époque des moyens mouvemens de Venus de $13\frac{1}{4}$ trop avancé, ce qu'il semble avoir examiné depuis un peu plus particulièrement. Mais voici les époques qu'il donne, ou plutôt que l'on a réduites au 31 Décembre. ♀ 1701 $5^{\circ} 22' 18'' 54''$, l'Aphélie $\approx 6^{\circ} 56' 10''$, le Ω Π $13^{\circ} 54' 20''$; il fait enfin la plus grande équation du centre de $0^{\circ} 50' 00''$, & l'inclinaison de l'orbite de $3^{\circ} 23' 5''$ que Kepler & Bouillaud avoient supposée, l'un de $0^{\circ} 47' 36''$, l'inclinaison de l'orbite étant de $3^{\circ} 22' 00''$; & l'autre $0^{\circ} 54' 36''$, avec une inclinaison $3^{\circ} 22' 52''$. Au reste M. de la Hire ne paroît pas avoir constaté l'excentricité ni même la moyenne distance de Venus au Soleil, que Kepler a faites de $\frac{500}{1000000}$, $\frac{72400}{1000000}$, & l'Auteur des Tables Carolines $\frac{517}{1000000}$, $\frac{72333}{1000000}$.

Les époques des mouvemens de Mercure, selon M. de la Hire, réduites au 31 Décembre à midi de tems moyen, sont comme il suit: 1701 ♀ $3^{\circ} 02' 08'' 26''$, l'Aphélie $\rightarrow 13^{\circ} 03' 40''$, & le Ω Υ $14^{\circ} 53' 14''$.

	Selon Kepler.	Selon Bouillaud.	Selon Street.
Epoques ♀	1601 $05^{\circ} 21' 53'' 33''$ 1701 $3^{\circ} 02' 11'' 32''$	$05^{\circ} 21' 53'' 05''$ $3^{\circ} 02' 12'' 38''$	$05^{\circ} 21' 59'' 47''$ $3^{\circ} 01' 47'' 35''$
Moyen mouv. diurne	$4^{\circ} 05' 32''$	$4^{\circ} 05' 32''$	$4^{\circ} 05' 32''$
en 100 années Jul.	$2^{\circ} 14' 23'' 31''$	$2^{\circ} 14' 25'' 05''$	$2^{\circ} 13' 53'' 20''$
L'Aphélie....	1601 $\rightarrow 12^{\circ} 49' 46''$ 1701 $15^{\circ} 44' 28''$	$\rightarrow 11^{\circ} 37' 47''$ $14^{\circ} 31' 29''$	$\rightarrow 11^{\circ} 24' 50''$ $12^{\circ} 48' 10''$
En 100 années Juliennes	$2^{\circ} 54' 42''$	$2^{\circ} 53' 42''$	$1^{\circ} 23' 20''$
Le Ω	1601 $\Upsilon 12^{\circ} 25' 20''$ 1701 $14^{\circ} 47' 25''$	$\Upsilon 12^{\circ} 30' 39''$ $15^{\circ} 09' 57''$	$\Upsilon 13^{\circ} 18' 50''$ $14^{\circ} 42' 10''$
En 100 années Julienn.	$2^{\circ} 22' 05''$	$2^{\circ} 39' 18''$	$1^{\circ} 23' 20''$

La moyenne distance que M. Hallei paroît avoir déduite, de même que Street & Newton, de la règle de Kepler, en y employant le tems de la révolution périodique de Mercure autour du Soleil, tient assez exactement un milieu entre celles de Kepler & Bouillaud. Mais l'excentricité que Kepler a faite de $\frac{235}{1000000}$ de la moyenne distance du Soleil à la Terre, supposant la moyenne distance de Mercure au Soleil de $\frac{385}{1000000}$, a été diminuée par Street qui l'a faite de $\frac{222}{1000000}$.

CHAPITRE

CHAPITRE VINGT-HUITIEME.

Où l'on traite des stations des Planetes.

SI la Terre n'avoit aucun mouvement sur son orbe, les Planetes inférieures nous paroïtroient stationnaires lorsqu'elles viendroient à parcourir l'arc de leur orbite, où la ligne tirée de la Terre à la Planete est tangente à cette orbite. Car il est évident que la Planete y parcourant un petit arc, se trouve par conséquent dans la ligne droite qui tend vers la Terre, puisqu'une petite partie de la tangente est confondue avec cet arc, enforte que son mouvement paroît détruit, ne pouvant être apperçu. On peut dire la même chose à l'égard des Planetes supérieures, & principalement à l'égard de celle qui est la plus éloignée du Soleil & de la Terre, laquelle si elle n'avoit en effet aucun mouvement, ne manqueroit pas de nous paroître stationnaire quand la Terre, en parcourant l'orbe annuel, se trouveroit dans la tangente tirée de la Planete à son orbe. Au reste, parce qu'il est certain que la Terre & les Planetes ne sont pas immobiles dans l'un & dans l'autre cas, mais qu'elles sont emportées d'un mouvement continuel autour du Soleil; il suit que lorsqu'une Planete inférieure se trouvera dans la tangente tirée de la Terre à son orbite, alors le mouvement propre de la Terre qui se fait pendant que la Planete inférieure parcourt l'arc de son orbite qui se confond avec cette tangente, occasionnera un mouvement apparent dans la Planete, & qu'ainsi elle ne doit pas être encore stationnaire à notre égard. Par une raison toute semblable on voit aussi que quand la Terre parcourt l'arc de son orbe qui semble se confondre avec la tangente ou ligne droite tirée à une Planete supérieure, le mouvement propre de cette Planete qui se fait pendant cet

Les Planetes inférieures ne sont pas stationnaires lorsque nous les voyons dans la ligne droite qui est tangente à leurs orbes.

Il en est de même des Planetes supérieures qui ne sont jamais stationnaires, quand elles se trouvent dans la tangente de l'orbe terrestre.

intervalle de tems , empêche qu'elle ne paroisse stationnaire, & doit changer son lieu apparent. Il est donc vrai de dire que les Planetes inférieures ne paroissent pas stationnaires , quand elles nous paroissent dans la ligne droite qui touche leur orbe , ni que les Planetes supérieures ne sçauroient être stationnaires , quand elles se trouvent dans la ligne qui touche l'orbe annuel , & qu'on suppose toujours tirée de la Terre à la Planete.

L'unique cas
auquel une
Planete doit
paroître sta-
tionnaire.

Cependant comme l'on observe que généralement toutes les Planetes paroissent tantôt directes, & tantôt rétrogrades, il est nécessaire qu'entre ces mouvemens progressifs & rétrogrades elles paroissent enfin stationnaires; en un mot, qu'elles paroissent immobiles pendant un certain tems, (quoique de peu de durée) dans le même point du Ciel. Or une Planete doit paroître constamment répondre au même point du Ciel, tant que la ligne droite qui passe par la Terre & par la Planete sera dirigée au même point des Cieux; & il est évident que cette ligne droite y doit répondre tant qu'elle sera parallele à elle-même. Bien plus, on a prouvé que généralement toutes les lignes droites paralleles tirées de quelques points que ce soit de l'orbe annuel, étoient dirigées sensiblement à une même Etoile, parce que la plus grande distance de ces lignes paralleles, qui peut devenir égale au diametre de l'orbe annuel, est nulle, & se réduit à rien, en comparaison de la distance des Etoiles fixes.

Pour trouver donc les points des stations des Planetes, il faut tâcher de découvrir les tems auxquels la ligne, où la Planete est vue de la Terre, demeure sensiblement parallele à elle-même. Pour cet effet on doit faire attention que dans le triangle formé par les lignes qui joignent les centres du Soleil, d'une Planete, & de la Terre, il y a toujours deux côtés constans, ou qui ne varient pas, sçavoir les distances de la Terre & de la Planete au Soleil,

mais que la base ou ligne droite qui joint les centres de la Planete & de la Terre est variable. Or puisque les côtés de ce Triangle (à ne les considérer que dans des orbes circulaires & concentriques) sont toujours de même grandeur, il suit que le rapport des sinus des angles faits à la base, fera toujours le même; car les sinus de ces angles sont proportionnels aux côtés opposés, comme on le démontre dans la Trigonométrie.

Soit présentement un cercle $B D G$ qui représente l'orbite d'une Planete, on suppose que le Soleil occupe le centre de ce cercle, & que l'orbite de la Terre $A H K$ lui soit concentrique. Si la Terre est en A , & la Planete au point B de son orbite, dans le triangle $A S B$ les sinus des angles A & B formés sur la base $A B$, seront entre eux comme les côtés opposés $S B$, $S A$. Supposant ensuite qu'après un très-petit intervalle de tems la Terre se mouvant dans son orbe, parcourre le petit arc $A C$, & que pendant le même tems la Planete décrive le petit arc $B D$ de son orbe, il est évident que les mouvemens angulaires de la Planete & de la Terre à l'égard du Soleil, seront entre eux réciproquement comme les tems de leurs révolutions périodiques, puisque plus le tems périodique est de longue durée, moins la Planete parcourt d'espace dans son orbe dans un tems donné. C'est pourquoi l'angle $A S C$, qui est le mouvement angulaire de la Terre, est à l'angle $B S D$, qui est le mouvement angulaire de la Planete, comme le tems périodique de la Planete, est au tems périodique de la Terre, c'est-à-dire, dans une raison donnée, & qui est toujours la même.

Qu'on imagine aussi une ligne droite parallele à $A B$, qui joigne les centres C & D de la Terre & de la Planete: en ce cas la Planete, suivant ce qui a été dit ci-dessus, fera stationaire: de plus la droite $S A$ coupera $C D$ en M , & la droite $S D$ prolongée coupera $A B$ en E . Or à cause

PLANCHE IX

Fig. 15.

Dans le tems des stations l'augmentation & la diminution des angles fait à la Terre & à la Planete, sont réciproquement comme les tems périodiques.

des paralleles AB, CD , on aura (selon la vingt-neuvieme Proposition du premier Livre des Elémens d'Euclide) l'Angle SMD égal à l'angle A . Mais (selon la trente-deuxieme Proposition du premier Livre des Elémens d'Euclide) l'angle SMD est égal aux deux autres angles C , & MSC pris ensemble; on aura donc l'angle C égal à l'angle A , moins l'angle MSC ou CSA . De même à cause des Paralleles AB, CD , l'angle SDC fera égal à l'angle SEA , lequel (selon la trente-deuxieme Proposition du premier Livre des Elémens d'Euclide) est égal aux angles SBA & BSE pris ensemble: donc l'angle SDC fera égal aux angles SBA, BSE , pris ensemble. Ainsi l'augmentation momentanée de l'angle SBA , est égale au mouvement angulaire de la Planete au Soleil fait pendant le même intervalle de tems. Mais puisqu'on vient de faire voir que la diminution momentanée de l'angle A étoit égale à l'angle ASC qui est le mouvement angulaire de la Terre à l'égard du Soleil; il est donc vrai de dire que les mouvemens angulaires sont en ce cas, en raison donnée, c'est-à-dire, réciproquement entre eux comme les tems périodiques.

Une Planete vue de la Terre paroîtra donc stationaire lorsque le changement momentané de l'angle à la Terre, sera au changement momentané de l'angle à la Planete, comme le tems périodique de la Planete, est au tems périodique de la Terre.

PLANCHE IX.
Fig. 16.

Les cosinus
des angles,
dont la raison
des sinus est
constante,
sont dans la
raison directe

Supposons maintenant deux angles ou arcs dont les sinus demeurent dans un rapport constant; je dis que leurs cosinus (ou sinus de complément au Quart-de-cercle) seront entre eux en raison composée de la raison directe des sinus de ces mêmes arcs, & de la raison inverse des changemens momentanés de ces angles ou de ces mêmes arcs. Soient, par exemple, deux arcs AM, CM , dont les sinus soient AB, CD , & leurs cosinus SB, SD ;

on suppose que les arcs AM, CM , décroissent & se réduisent aux arcs EM, GM , tels que les sinus EK, GL , de ces derniers arcs, soient proportionnels aux sinus AB, CD , des premiers, lesquels n'en different que très-peu. Il est évident de-là que les décroissemens AF, CH , leur seront aussi proportionnels. Mais AE, CG sont les décroissemens momentanés de ces mêmes arcs; & d'ailleurs on peut les considérer ici comme des lignes droites. Ayant donc mené FE, HG , parallèles à SM , les triangles AFE, ASB , seront équiangles, car les angles B & AFE sont droits, de plus l'angle EAF est égal à l'angle ASB , l'un & l'autre étant le complément à un droit de l'angle SAB . On démontrera de même que les triangles CHG, CSD , sont équiangles; c'est pourquoi à cause des triangles semblables, on aura

$$CG : CH :: CS : SD$$

$$AF : AE :: SB : AS \text{ ou } CS$$

Ainsi multipliant les antécédens par les antécédens, & les conséquens par les conséquens, on aura $AF \times CG : CH \times AE :: SB \times CS : SD \times CS :: SB : SD$; c'est-à-dire, que SB fera à SD en raison composée de la raison de AF à CH , & de celle de GC à AE : mais la raison de AF à CH est la même que celle des sinus AB, CD ; & la raison de CG à AE n'est autre chose que le rapport des décroissemens des arcs AM, CM , dans un tems de peu de durée. Il est donc vrai de dire que SB , cosinus de l'arc AM , fera à SD cosinus de l'arc CM , en raison composée de celle des sinus des mêmes arcs, AB, CD , & de la raison inverse des décroissemens de ces arcs exprimée par le rapport de CG à AE .

Présentement si l'on conçoit un triangle formé de trois lignes tirées par les centres, du Soleil, de la Planete stationnaire, & de la Terre, on aura, le cosinus de l'angle à la Terre qui est en A , est au cosinus de l'angle à la

des sinus, & dans la raison inverse des changemens momentanés.

Cette Proposition ou lemme qu'on vient de démontrer, nous conduit à dé-

Couvrir les
tems des sta-
tions des Pla-
netes.
PLANCHE IX.
Fig. 15.

Planete en B , en raison composée de celle des sinus des angles A & B , & de la raison inverse des petites variations arrivées aux angles A & B . Mais on voit d'abord que la raison des sinus est la même que celle des distances de la Planete & de la Terre à l'égard du Soleil, sçavoir, SB , SA ; & le rapport des variations des angles A & B a été prouvé ci-dessus égal à celui des tems périodiques de la Planete & de la Terre, lesquels peuvent être nommés t & T . C'est pourquoi pour trouver le moment auquel une Planete doit paroître stationaire, on fera usage de cette règle. Le cosinus de l'angle à la Terre *, est au cosinus de l'angle à la Planete, en raison composée de celle des tems périodiques de la Terre & de la Planete, & de la raison inverse de leur distance au Soleil.

* Le rapport
 $A : B$ est com-
posé de $SB : SA$,
& de $T : t$,
étant égal à
 $SB \times T : t \times SA$.

PLANCHE IX.
Fig. 17.
On détermine
les points des
stations par
une construc-
tion géomé-
trique.

Il suit de-là qu'on peut déterminer les points des stations des Planetes par une construction géométrique, ce qui se peut pratiquer de la maniere qu'on va l'expliquer. Soit AH une partie de la circonférence de l'orbite terrestre, GBK un autre arc concentrique qui représente l'orbite de la Planete, S le centre commun de ces deux arcs. On retranchera de la ligne SA la partie SE , en sorte que SA , soit à SE , comme le tems périodique de la Terre, est au tems périodique de la Planete. On décrira ensuite une demi-circonférence ABE , qui ait pour diametre la ligne AE , & qui coupe l'orbite de la Planete en B . Le point B fera l'un des points de station de la Planete, & l'angle SAB fera égal à l'élongation de la Planete au Soleil quand elle paroîtra dans sa station vue de la Terre. Pour le prouver, on mènera les lignes droites ABF , EB , & parallèlement à EB , la droite SF : ainsi puisque l'angle ABE qui est au demi-cercle, est droit, l'angle AFS sera droit aussi, puisqu'il lui est égal.

De plus $AS : AF ::$ comme le Rayon : au cosinus de l'angle A ; & $BF : SB ::$ comme le cosinus SBF : au

Rayon ; c'est pourquoi multipliant les antécédens par les antécédens, & les conséquens par les conséquens, on aura $AS \times BF : AF \times SB :: \cosin. SBF : \cosin. de l'angle A$. La raison du cosinus de l'angle A , au cosinus de l'angle SBF , est composée de la raison de AF à BF , & de celle de SB à AS : mais la raison de AF à BF , est égale à celle de AS à SE , ou de T à t ; il est donc vrai de dire que la raison du cosinus de l'angle A , au cosinus de l'angle SBF , est égale à celle de $T \times SB$, & de $t \times SA$. Or parce que l'on a fait voir que lorsque les cosinus des angles A & B ont un semblable rapport, c'est alors que la Planete est stationnaire. Il est donc certain que le point B est le lieu où la Planete doit paroître dans sa station.

Il n'est pas moins évident que lorsqu'une Planete inférieure vue de la Terre paroît dans sa station, la Terre doit aussi paroître stationnaire vue de cette même Planete inférieure, de maniere qu'elle paroîtra constamment répondre aux mêmes Etoiles fixes. Car la Terre doit paroître stationnaire tant que la ligne qui joint les centres de la Planete & de la Terre, demeurera parallele à elle-même, puisque tant que cette ligne conservera son parallélisme, elle sera toujours dirigée au même point du Ciel.

Ceci nous fournit donc un moyen de rechercher la position des Planetes supérieures à l'égard de la Terre & du Soleil, pour le tems auquel elles doivent nous paroître stationnaires, c'est-à-dire, en construisant le probleme comme si la Terre étoit une Planete inférieure, & déterminant le lieu & le tems auxquels, vue de la Planete supérieure, elle paroîtra stationnaire.

Au reste si les tems périodiques des Planetes étoient en effet proportionnels à leurs distances au Soleil, les points A & E se réuniroient au point G , & en ce cas une Planete seroit stationnaire lorsque l'angle en A seroit nul, c'est-à-dire, au tems de la conjonction de la Planete

L'unique cas auquel un corps céleste paroît stationnaire dans sa conjonction ou son opposition.

Autrés cas
aufquels il n'y
auroit plus de
station.

inférieure avec le Soleil. Mais si SE a un plus grand rapport à SA que SG à SA , c'est-à-dire, si SE devenoit plus grand que SG , alors le cercle ABE ne couperoit plus l'orbite de la Planete, & partant la Planete paroîtroit toujours directe, & ne seroit plus stationaire. Au reste ni l'un ni l'autre de ces deux cas n'a lieu à l'égard des Planetes, comme on le va démontrer.

Les Planetes
ne font dans
l'un ni dans
l'autre de ces
deux cas.

Soit nommée p la distance de la Terre au Soleil, & q la distance SG ou SB de la Planete. Puisque leurs tems périodiques ont été nommés T & t , & que selon la regle ou loi générale expliquée dans le quatrieme Chapirre à l'égard des Planetes, on a $T^2 : t^2 :: p^3 : q^3$, on aura donc $T : t :: \sqrt{p^3} : \sqrt{q^3}$, ou bien $:: p^{\frac{3}{2}} : q^{\frac{3}{2}} :: p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}}$. Mais on a aussi $T : t :: SA : SE$; il doit s'enfuivre que $p \times p^{\frac{1}{2}} : q \times q^{\frac{1}{2}} :: SA$ ou $p : \frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$, & ce quatrieme terme fera donc égal à SE . Or parce que p surpasse q , on aura donc $q \times q^{\frac{1}{2}}$ plus grand que $q \times q^{\frac{1}{2}}$, & partant q sera plus grand que $\frac{q \times q^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}}$, c'est-à-dire, SB ou SG plus grand que SE : ainsi le cercle qui a pour diametre AE , coupera nécessairement l'orbite de la Planete. D'où l'on doit conclurre que de la Terre nous devons voir les Planetes, sans qu'on en puisse excepter aucune, stationaires dans certains points de leurs orbites.

Si l'on veut déterminer par le calcul l'angle à la Terre, ou l'élongation d'une Planete au Soleil, quand elle doit paroître stationaire, on y procédera comme il suit. Supposons que r soit le rayon, & qx le sinus de l'angle à la Terre, le sinus de l'angle à la Planete sera donc px , en supposant que p soit à q dans la raison des sinus ou distances au Soleil; & puisque le sinus de l'angle à la Terre est qx , son cosinus sera $\sqrt{r^2 - q^2 x^2}$, & le cosinus de l'angle à la Planete sera $\sqrt{r^2 - p^2 x^2}$, & partant, suivant ce qui

a été démontré ci-dessus, $\sqrt{r^2 - q^2 x^2} : \sqrt{r^2 - p^2 x^2} :: T \times q : r \times p$. Et en quarrant les termes de cette dernière proportion, on aura $r^2 - q^2 x^2 : r^2 - p^2 x^2 :: T^2 \times q^2 : r^2 \times p^2$. Mais $T^2 : r^2 :: p^3 : q^3$, c'est pourquoi au lieu de T^2 , r^2 , si l'on substitue les deux autres quantités qui leur sont proportionnelles, on aura $r^2 - q^2 x^2 : r^2 - p^2 x^2 :: p^3 q^2 : q^3 p^2$, c'est-à-dire, comme p est à q ; d'où l'on tire $q r^2 - q^3 x^2 = p r^2 - p^3 x^2$, ou bien $p^3 x^2 - q^3 x^2 = p r^2 - q r^2$; & enfin $x = r \times \frac{\sqrt{p-q}}{\sqrt{p^3-q^3}}$, & par conséquent $q x$ sinus de l'angle de la Terre

$$= q r \times \frac{\sqrt{p-q}}{\sqrt{p^3-q^3}} = \frac{q r}{\sqrt{p^2+pq+q^2}}$$

Or puisque le carré du cosinus d'un arc quelconque est égal au carré du Rayon moins le carré du sinus du même arc, on aura le carré du cosinus de l'élongation de la Planete au Soleil, lorsqu'elle deviendra stationaire, égal à $r^2 - \frac{r^2 q^2}{p^2+pq+q^2} = \frac{r^2 p^2 + r^2 p q}{p^2+pq+q^2}$, & partant la racine ou le cosinus fera $r \times \sqrt{\frac{p^2+pq}{p^2+pq+q^2}}$. Mais parce que le cosinus, est au sinus, comme le rayon, est à la tangente: on fera donc $r \times \sqrt{\frac{pp+pq}{pp+pq+qq}}$, est à $\frac{q r}{\sqrt{p^2+pq+qq}}$, c'est-à-dire, $\sqrt{pp+pq}$, est à q , comme r , est à un quatrième terme, sçavoir, $\frac{r q}{\sqrt{pp+pq}}$, & ce quatrième terme sera la tangente de l'angle à la Terre. Le calcul devient facile par cette dernière analogie, puisque si l'on ôte la demi-somme des logarithmes de p & de $p+q$, du logarithme de q , on aura le logarithme de la tangente de l'angle à la Terre: enfin on pourra aussi déduire de cette analogie la construction suivante, qui est encore plus simple que l'autre.

Soit HAQ un arc de l'orbite d'une Planete supérieure, GBD l'orbite d'une Planete inférieure, S le centre

Autre construction plus facile.

FLANCHE IX.
Fig. 18.

commun des deux orbites, on prolongera la ligne AS jusqu'à ce qu'elle rencontre l'orbite de la Planete inférieure en D . Ensuite on décrira un demi-cercle qui aura pour diametre la ligne AD . Du centre S on élèvera sur la ligne AD la perpendiculaire SLC , prolongée jusqu'à ce qu'elle rencontre le demi-cercle en C ; & l'on tirera AC , sur laquelle prenant AF égale à SD , on abaissera du point F , sur AD , la perpendiculaire FE . On prendra aussi sur SC la ligne SL , égale à AE , & tirant AL , l'angle SAL sera celui que l'on cherche; c'est-à-dire, que le point B , fera celui de la station de la Planete. Car le quarré de SC , est égal au rectangle de AS par $SD = pq$; & partant le quarré de AC sera égal aux quarrés de AS , $SC = p^2 + pq$. Mais comme AC , est à AF , ainsi AS , est à AE ; & les droites AS , SL , sont entre elles comme le rayon, est à la tangente de l'angle SAL , c'est-à-dire, $\sqrt{p^2 + pq}$, est à q , comme le rayon, est à la tangente de de l'angle SAL qu'il falloit trouver.

Le calcul qu'on vient de proposer, de meme que les deux constructions précédentes, ne conviennent plus aux orbis elliptiques, ou qui sont fort excentriques.

Ce que nous venons de dire, suffiroit peut-être pour déterminer les stations des Planetes, si leurs orbis étoient de véritables cercles concentriques; mais à cause de l'excentricité de leurs orbites, qui d'ailleurs sont elliptiques, il faut bien observer que les angles, soit au Soleil, soit aux Planetes, ne sont pas tout à fait constants, mais variables, & par conséquent sujets à changer selon les divers lieux que les Planetes occuperont successivement dans leurs orbites au tems de chaque station. C'est pourquoi comme en ce cas il y auroit une infinité d'angles différens à considérer selon les diverses positions de la Terre ou de la Planete dans son orbite (lesquelles peuvent varier à l'infini aux tems des stations) on ne sçauroit donc plus les déterminer par le moyen d'une équation algébrique. En un mot le Probleme ne sçauroit être construit d'une maniere générale, non pas même par le secours des Courbes Al-

gébriques, quelques tentatives qui en aient été déjà faites plusieurs fois par les Géometres. Au reste si le lieu de la Planete dans son orbite est donné, on pourra dès-lors trouver la position de la Terre dans son orbe pour le tems auquel on verroit la Planete stationnaire, c'est-à-dire, demeurer quelque tems au même lieu. Car il s'agit en ce cas d'un Probleme qui est déterminé, & qui a deux différentes solutions, selon les deux racines de l'Équation qui renferme les conditions du Probleme. Le célèbre M. Hallei nous en a communiqué la solution, qu'on va donner après avoir préparé le Lecteur par le Lemme suivant.

Quelles que soient les orbes des Planetes & de la Terre, si du lieu qu'elles occupent au tems des stations, on mene des lignes droites Tangentes à ces orbes, & qu'on les prolonge jusqu'à leur rencontre, les parties de ces Tangentes prises depuis le point d'attouchement, jusqu'au point de concours, seront proportionnelles aux vitesses de la Terre & de la Planete. LEMME.

Soient FG, AH , deux parties quelconques des orbites de la Terre & d'une Planete, AB, CD les petits espaces parcourus dans un même tems lorsqu'elles se trouvent dans leurs stations. On menera CE, AE , qui touchent ces orbites en A, C , & on les prolongera jusqu'à ce qu'elles concourent au point E . Or parce que l'on suppose que pour lors la Planete est stationnaire, BD fera, comme on l'a prouvé ci-devant, parallele à AC , & par conséquent CD , fera à AB , comme CE , est à AE . Mais puisque CD & AB sont les espaces décrits dans le même instant ou dans un même intervalle de tems, ces espaces seront donc entre eux comme les vitesses des Planetes, & partant il est vrai de dire que les Tangentes CE, AE seront entre elles comme les vitesses des mêmes Planetes. Ce Lemme ou Théoreme a déjà été publié dans les *Actes de Berlin*, par M. *Jean Bernoulli*, & l'on voit d'abord qu'il suit natu-

PLANCHE IX.
Fig. 19.

* Prop 2. du
sixieme Livre
d'Eucl.

rellement du parallélisme des lignes AC, BD . Cependant le même Auteur n'a point fait voir qu'il en ait fait usage pour le Probleme dont nous allons donner la solution. Voici donc celle de M. Hallei.

P R O B L E M E.

Trouver le lieu de la Terre, d'où une Planete vue dans un point donné de son orbite, paroitra stationaire.

PLANCHE IX.
Fig. 20.

Soit S le Soleil, $\pi K L A$ l'orbite terrestre que nous supposons encore circulaire, soit aussi $\pi P a$ l'orbite elliptique de la Planete, & P son lieu donné. On menera la droite $V P Q$ qui touche l'orbite de la Planete en P & qui rencontre l'orbe terrestre en V & Q : on divisera cette ligne $V Q$ en deux également au point R . On élèvera aussi la perpendiculaire $P B$ enforte qu'elle soit à $V R$ ou $R Q$ comme la vitesse de la Planete est à la vitesse de la Terre. Du centre R on décrira le demi-cercle $V b d Q$ qui ait pour diametre $V Q$, & l'on menera du point B deux Tangentes indéfinies à ce demi-cercle, sçavoir $B b \Sigma$, $B d T$: du centre R on abaissera les perpendiculaires $R b$, $R d$, & l'on fera ΣK égal Σb , comme aussi $T L$ égal à $T d$. Je dis que les points K , L seront ceux que l'on cherche dans l'orbe terrestre: car à cause des Triangles semblables $R b \Sigma$, $B P \Sigma$, on a, ΣP est à $P B$ comme Σb ou ΣK est à $R b$ ou $R V$, ou bien (*permutando*) ΣP est à ΣK , comme $P B$ est à $R V$, c'est-à-dire, selon la construction qu'on vient de faire, comme la vitesse de la Planete est à la vitesse de la Terre. Mais Σb touche le demi-cercle au point b , & partant le carré de Σb * est égal au rectangle $V \Sigma Q$. Et puisque ΣK a été fait égal à Σb , il faut nécessairement, son carré étant égal à ce rectangle, que ΣK touche * l'orbe

* Prop. 36. du
3^e Liv. d'Eucl.

* Prop. 37.

de la Terre au point K . C'est pourquoi les Tangentes de l'une & l'autre orbite ΣP , ΣK feront en même raison que les vitesses, & partant la Planete P , vue de la Terre en K , doit paroître stationaire. On démontrera de la même maniere que les droites TP , TL font en même raison que les vitesses, & que TL touche l'orbe terrestre au point L . Enfin tirant les droites SK , SL , ces lignes prolongées dans le Ciel désigneront les lieux de la Terre vùs du Soleil, & les angles KSP , LSP feront les angles de commutation que l'on cherche. Si la ligne SA est la ligne des Apfides de la Terre, KSA , LSA feront les angles de l'Anomalie vraie de la Terre : de maniere qu'on pourroit corriger ainsi avec assez d'exaétitude l'erreur qui auroit été commise dans la supposition que l'on a faite de la vitesse de la Terre.

Le Probleme d'un autre genre que l'on pourroit proposer ici c'est de *déterminer le temps d'une station*. Mais on n'en peut donner la solution par les regles ordinaires de la Géométrie. M. Hallei en a trouvé une solution indirecte, & qui est proprement une méthode d'approximation *. Il se fert pour y parvenir des deux Théoremes de M. Moivre, que nous avons rapportés au Chapitre XXIV. pag. 483 & 484. parce qu'ils font d'un grand usage dans l'Astronomie.

Voici donc la méthode d'approximation de M. Hallei.

* Dans le second Volume des Mémoires de l'Académie de Petersbourg, page 82. M. Mayer a donné une solution directe de la premiere Partie du Probleme qu'on trouve dans les Tables Rudolphines. Kepler s'y étoit proposé de découvrir pour chaque degré d'anomalie d'une Planete, l'angle de commutation au moment qu'elle doit paroître stationaire. Il s'agit donc de trouver d'abord cet angle, lorsque les anomalies, tant de la Terre que de la Planete, sont données au tems de la station; & c'est ce que M. Mayer détermine sans être obligé de supposer l'orbite terrestre circulaire. Mais quoiqu'il ait donné peu de tems après la solution du second cas, où l'on propose de déterminer la station, étant donnée la position de la ligne des apfides, tant de la Planete que de la Terre, & l'anomalie de la Planete; cependant il vaut mieux s'en tenir à la méthode indirecte qu'il indique, sçavoir, de supposer d'abord l'anomalie de la Terre à peu près connue; ce qui réduit le second cas au premier; ensuite par approximation on pourra déterminer les stations.

Lorsque l'on veut déterminer avec exactitude le tems des stations d'une Planete, il faut d'abord rechercher, soit par une des constructions Géométriques données ci-dessus, soit par quelqu'autre tâtonnement, ou par les Ephémérides, le jour de la station proposée. Ensuite selon les meilleures Tables Astronomiques on calculera pour le moment de midi le lieu du Soleil & celui de la Planete, tant héliocentrique que géocentrique. On prendra aussi dans les mêmes tables les Logarithmes des distances de la Terre & de la Planete au Soleil; & afin de réduire leurs mouvemens à un même plan, on recherchera la distance accourcie de la Planete. On aura donc un Triangle STP , dans lequel, selon les Tables Astronomiques, les points S , T , P , représentent les lieux du Soleil, de la Terre, & de la Planete. On prolongera aussi jusqu'au point Q de concours les Tangentes Tt & Pp des orbites de la Terre & de la Planete. Or si par hasard il arrivoit que les vitesses réelles des deux Planetes fussent entre elles en ce moment comme PQ est à TQ , c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle PTQ est au sinus de l'angle TPQ , il seroit vrai de dire que ces deux Planetes se trouvent précisément dans le point de station que l'on cherche; puisqu'en ce cas le mouvement de la Terre à chaque instant, sçavoir de T en t le long de la Tangente TQ , seroit au mouvement correspondant de la Planete de P en p selon la Tangente PQ comme TQ est à PQ , & partant les lignes droites TP , tp seroient paralleles*; d'où il s'ensuivroit que les deux Planetes seroient alors stationnaires l'une à l'égard de l'autre.

PLANCHE IX.
Fig. 21.

* Prop. 2 du
6^e Liv. d'Eucl.

* Cela se détermine de même que le rapport des vitesses angulaires dans une même orbite, pag. 484.

Or étant données les distances ST , SP , on a* par conséquent le rapport que les vitesses réelles de ces deux Planetes ont entre elles, sçavoir Tt , Pp . Car les vitesses moyennes de différentes Planetes (c'est-à-dire qu'elles ont réellement lorsqu'elles se trouvent dans leurs orbites à des

distances du foyer égales à la moitié du grand axe) ces vitesses, dis-je, sont entr'elles en raison inverse & soudoublée de leurs axes. De plus la moyenne vitesse d'une Planete P ou T , est à sa vitesse, en quelque point de son orbite qu'elle se trouve, en raison soudoublée de celle qui se trouve entre sa distance au Soleil qui est à un des foyers, & sa distance à l'autre foyer de l'Ellipse & qu'on peut nommer PF ou TF . Supposant donc que R est la moitié du grand axe de la Planete supérieure, & r de la Planete inférieure, on aura selon les rapports composés, comme la vitesse de la Planete inférieure, est à celle de la Planete supérieure, ou bien comme Tr , est à pP , ainsi $\sqrt{R \times SP \times TF}$, est à $\sqrt{r \times ST \times PF}$. On cherchera donc le logarithme de ce rapport, qu'on réduira selon les différences obliquités de la Tangente PQ , au plan de l'Ecliptique.

* Theor. I.
Page 483.

Les mêmes distances donneront encore les angles STQ SPQ . Car le rayon*, est au sinus de l'angle STQ , comme $\sqrt{ST \times TF}$, est à la moitié du second axe de l'orbite terrestre. De même le rayon, est au sinus de SPQ , comme $\sqrt{SP \times PF}$, est à la moitié du second axe de la Planete. Ou bien l'on fera comme la distance Aphélie de la Planete, est à la distance Périhélie, ainsi la Tangente de la moitié de l'angle dont elle est éloignée de son Périhélie, est à la Tangente d'un autre angle. Celui-ci étant ôté de la moitié de l'autre, le reste ** fera le complément à 90° de l'angle SPQ , autrement ce sera son excès au-delà de 90° , selon le cas où l'on s'apercevra qu'il doit-être aigu ou obtus. Enfin on réduira cet angle, lorsqu'il sera nécessaire, au plan de l'Ecliptique. Cela supposé, on retranchera l'angle STQ de l'angle STP , & à l'angle SPQ on ajoutera l'angle SPT pour avoir les angles QTP , QPT , & les sinus de ces angles, s'ils ont le même rapport que les vitesses

* Theor. II.

** Cette différence d'angles, selon la Théorie de Wardhus, est égale à $\frac{1}{2}SPF$, ou $\frac{1}{2}STF$, c'est-à-dire, à la moitié de l'équation du centre.

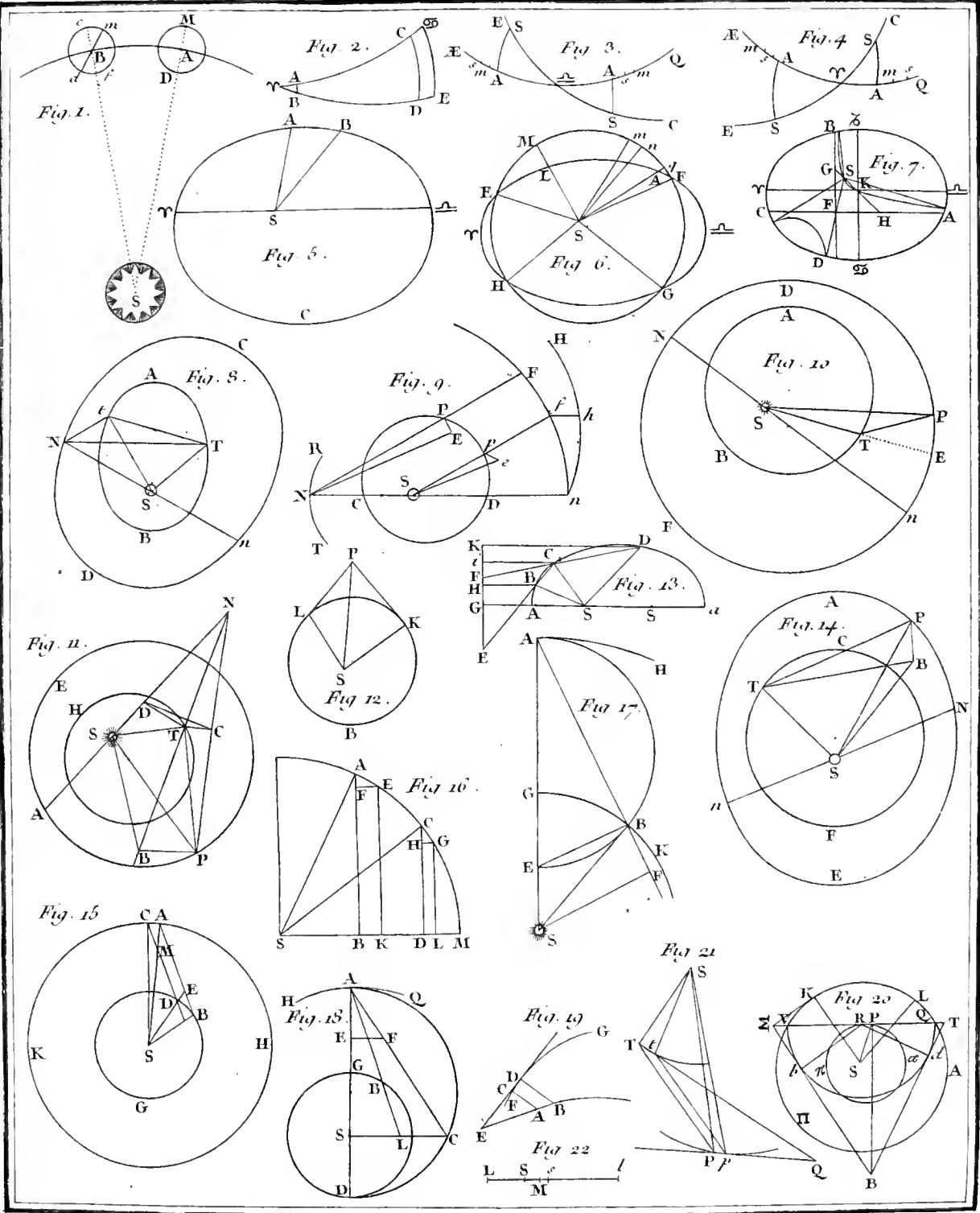
réelles en T & P , feront précisément ce que l'on cherche.

Si le contraire arrive on mettra à part la différence ou l'erreur qui résulte de cette première supposition, & alors si le rapport des vitesses est moindre que celui des sinus, on diminuera l'angle TSP en ajoutant ou en soustrayant, selon le cas, le moyen mouvement diurne de l'une & l'autre Planete; & on fera le contraire si le rapport des vitesses est plus grand. On recherchera donc de nouveau par un calcul semblable au premier, les Logarithmes des rapports ci-dessus, & cela pour le midi du jour suivant ou précédent, selon que le cas semble l'exiger. Ensuite on comparera la différence qui résulte de ces Logarithmes, c'est-à-dire, l'erreur de la seconde supposition avec celle qui a été trouvée par le premier calcul. La somme ou la différence de ces erreurs, selon que les signes seront différents ou semblables, sera à 24 heures, comme l'une des erreurs, est à l'intervalle écoulé entre le midi qui répond à cette même erreur, & le tems de la station. Cette regle de *Fausse Position* doit paroître évidente à ceux qui pratiquent souvent ces sortes de calculs.

De cette maniere on déterminera à quelques minutes près le tems vrai des stations. Mais pour faire disparoître entierement l'erreur qui proviendrait de l'augmentation faite ci-dessus aux logarithmes (laquelle ne varie pas tout-à-fait uniformément) on recommencera, si l'on veut, le calcul pour le tems de la station déjà trouvé, ou qui n'en est pas bien éloigné; & ce dernier calcul vérifiera le premier. Mais on n'a besoin d'employer cette précaution que pour Mars & Mercure.

Pour rendre la chose plus évidente, j'ajouterai ici un exemple du calcul de la station de Jupiter, arrivée le 9 du mois de Novembre 1717. c'est-à-dire, le 20. Novembre selon le nouveau style.

Exemple



Exemple du calcul des Stations.

Le $\frac{2}{23}$ Novembre à Midi.				Le $\frac{14}{27}$ Novembre à Midi.			
Anotn. moy. de ζ	9 ^s	10 ^o	00' 00".....	9 ^s	10 ^o	05' 00"	
Moyen mouv. du \odot	7	00	07 00.....	7.	1	6 8	
ζ Longit. héliocent. à compter depuis la 1 ^{re} \ast d' γ .	}.....	2	25 11 00.....	}.....	2	25 15 53	
\odot — 1 ^{re} \ast d' γ							6
Logar. de la distance de ζ au \odot	}.....	5.	720650.....	}.....	5.	720630	
Logar. de la distance de ζ au \odot							4.
Longitud. géocent. de ζ	3	5	4 28.....	3	5	4 27	
Angle STP	113	48	49.....	114	49	33	
Angle SPT	9	53	28.....	9	48	34	
Angle STQ	89	23	54.....	89	23	54	
Angle SPQ	92	41	20.....	92	41	14	
Angle PTQ	24	25	42.....	25	25	39	
Et l'Angle TPQ	102	34	48.....	102	29	48	
Logar. du rapport des vitesses.	}.....	0.	368210.....	}.....	0.	368321	
Logar. du rapport des sinus de TPQ, PTQ							0.
Erreur selon la première supposition.	}.....	00	4702+.....	} Erreur selon la seconde supposition.	0	11564—	

Ainsi puisque l'une des erreurs est en excès & l'autre en défaut, on fera comme la somme de ces erreurs 16266, est à l'une des deux 4702, ainsi 24^h, font a 6^h 56'. D'où l'on voit que la station de Jupiter a dû arriver le $\frac{2}{20}$ Novembre à 6^h 56' du soir.

Longitude de la 1^{re} Etoile d' γ selon Tycho & Flamsteed, en 1601. 0^o27^o36'50"
Ainsi le $\frac{2}{22}$ Novembre 1717. elle auroit été de 0 29 14 13

CHAPITRE VINGT-NEUVIEME.

Des Parties du Temps.

Les Parties du Temps sont connues de tout le monde: le Temps a été divisé en heures, jours, semaines, mois & années. Le jour naturel, qui a pour origine le mouvement apparent du Soleil d'Orient en Occident, est l'espace qui s'écoule depuis le passage du Soleil par le méridien.

Du jour naturel, ce que c'est.

dien ou par quelqu'autre cercle horaire, jusqu'à son retour au même cercle. On le nomme jour naturel pour le distinguer du jour artificiel qui est le plus en usage, ou qu'on désigne uniquement par le mot de jour par opposition à la nuit.

Les différentes Nations ne commencent pas à compter les premières heures du jour au même tems.

Toutes les nations ne s'accordent pas à la même heure pour compter le commencement du jour. Les Babylo-niens ont voulu commencer au lever du Soleil, mais les Juifs & les Athéniens comptoient du coucher, ce qui se pratique encore en Italie, en Autriche, & en Bohême : en sorte que quand le Soleil a achevé sa course & qu'il paroît à l'horison Occidental, on compte pour lors la vingt-quatrième heure, & de même celle qui suit immédiatement le coucher du Soleil, est la première heure du jour.

Ceux qui commencent le jour au lever du Soleil, ont du moins cela de commode qu'ils savent combien il s'est écoulé de tems depuis le lever du Soleil : mais ceux qui commencent à compter depuis le coucher du Soleil, prétendent avoir un autre genre d'utilité, c'est de savoir par le moyen de l'heure combien il reste encore de tems jusqu'à la fin du jour, afin de proportionner à cet intervalle la longueur du chemin qui leur reste à faire dans les voyages, ou aux divers genres de travaux qu'ils entreprennent. Cependant on remarquera que l'une & l'autre méthode de compter a un grand désavantage, c'est qu'on n'y sauroit appercevoir tout d'un coup l'heure du midi ni l'heure de minuit ; il faut en faire le calcul, puisque dans les différentes saisons de l'année, le midi, par exemple, tombe à diverses heures du jour. Autrefois les Egyptiens comptoient depuis minuit, & même le fameux Hipparque avoit introduit cette maniere de compter dans l'Astronomie, en quoi il a été suivi par Copernic & les autres Astronomes. Mais la plus grande partie des Moder-

nes a trouvé plus commode de commencer à midi , & ce dernier usage a prévalu. Au reste l'ancien usage de compter depuis minuit subsiste encore dans presque toute l'Europe , principalement en France , en Angleterre , & en Espagne.

Quant aux heures il y en a d'égales & d'autres qu'on a supposées inégales. Les heures égales sont celles qui sont la vingt-quatrième partie du jour naturel , & les Astronomes peu satisfaits de cette méthode grossière de diviser les heures en demi & en quart , ont introduit une division qui est recue aujourd'hui assez généralement. Ils partagent l'heure en 60 minutes , & chaque minute en 60 secondes.

Des heures
égales & iné-
gales.

A l'égard des heures inégales , on en voit d'abord l'origine. Comme les heures doivent être la douzième partie du jour artificiel ou la douzième partie de la nuit , il est évident qu'en différens tems de l'année elles doivent varier de telle sorte que celles d'Été soient beaucoup plus longues pendant le jour que celles d'Hiver , & au contraire celles de nuit beaucoup plus courtes : mais aux tems des Equinoxes celles de la nuit sont pour lors égales à celles du jour ; & c'est pour cette raison qu'on les appelle *heures Equinoxiales*. Les Juifs & les Romains s'en servoient autrefois , & elles se sont conservées encore aujourd'hui en Orient parmi les Turcs. Dans cette façon de compter , le midi arrive toujours à la sixième heure. Ces heures se nomment * *Planetaires* , parce qu'au commencement de chacune on a placé le nom de quelqu'une des sept Planetes. Par exemple le jour du Soleil , la première heure que l'on compte au lever du Soleil est attribuée au Soleil lui même , & en prend le nom : la suivante prend son nom de Venus , la troisième de Mercure , & ainsi de suite sçavoir la Lune , Saturne , Jupiter , & Mars ; d'où il arrive que

* Ou *Temporaneæ*.

le jour suivant la premiere heure au lever du Soleil tombé sur l'heure de la Lune , & partant lui donne son nom, ce qui se continue de la même maniere jusqu'à la fin de la Semaine.

De la Semaine.

La Semaine est une assemblage ou durée de sept jours : les jours de la semaine ont reçu différens noms. L'Eglise Chrétienne appelle Dimanche le premier jour que le vulgaire nommoit le jour du Soleil , & qu'il n'y a plus que les Phanatiques qui l'appellent Sabbath. Le second jour de la semaine est appelé dans l'Eglise la seconde Férie , le troisieme jour la troisieme Férie , & ainsi de suite. Enfin l'Eglise nomme Sabbath le septieme jour de la semaine. Le vulgaire a retenu cependant les noms usités du tems des Romains, qui, comme nous l'avons dit, ont reçu leurs noms des Planetes.

Le mouvement de la Lune est proprement la mesure du Mois.

Le mois est proprement l'espace de tems que la Lune mesure par son mouvement en parcourant le Zodiaque : elle parcourt environ douze fois ce cercle chaque année. Il y a un autre mois à peu-près égal à celui-ci, qui est mesuré par le mouvement du Soleil; c'est le tems que cet astre emploie à parcourir un signe du Zodiaque, ou la douzieme partie de l'Ecliptique. Mais l'un & l'autre de ces mois sont Astronomiques & different des mois Civils, lesquels suivant l'usage établi dans chaque Royaume ou République, contiennent plus ou moins de jours.

Les Egyptiens avoient autrefois établi les mois de trente jours, & les cinq de surplus dont il composoit l'année, se nommoient Epagomenes, & par conséquent se comptoient ou s'ajoutoient au de-là du nombre des mois.

De l'année Lunaire & Solaire, vague & fixe.

L'Année est ou Astronomique ou Civile. Nous avons expliqué au Chapitre XXIII. les différentes especes d'années, qu'on nomme Tropiques & Périodiques. L'Année Civile est la même chose que l'Année Politique, laquelle a été reçue dans un Royaume, ou dans une République.

Il y en a de deux fortes, ſçavoir les Années Lunaires, & les Années Solaires, ſelon qu'on s'eſt propoſé de les rendre conformes aux mouvemens de la Lune ou du Soleil. D'ailleurs il y a deux fortes d'Années Lunaires, ſçavoir l'Année vague & l'Année fixe. L'Année Lunaire vague eſt de douze mois ſynodiques, ainſi elle contient douze lunaifons, étant de 354 jours après leſquels l'Année Civile recommence. Cette Année ſe trouve plus courte de 11 jours que l'Année Solaire meſurée par le mouvement du Soleil, qui eſt la ſeule regle des faiſons. Auſſi le premier jour des Années Lunaires ſe trouve-t-il répandu ſucceſſivement dans les différentes faiſons de l'Année Solaire, & cela dans l'eſpace de 32 ans; ce qui a fait nommer vague cette Année Lunaire. Les Arabes, les Turcs & généralement tous les Mahométans ſuivent aujourd'hui cette forme d'année.

Années Lunaires vagues.

Ces Années Lunaires ſont encore en uſage parmi les Arabes & les Mahométans.

Comme il arrive que douze lunaifons ne compoſent pas tout-à-fait l'Année Solaire, mais qu'il ſ'en manque 11 jours; il ſ'enſuit que dans l'eſpace de trois Années Solaires, 36 Lunaifons ou trois Années Lunaires, en différent au moins de 33 jours. C'eſt pourquoi pour conſerver les mois à peu près dans les mêmes faiſons de l'Année Solaire, on a ajouté un mois entier à la troiſieme Année Lunaire; ce que l'on a pratiqué autant de fois qu'il a été néceſſaire pour que le commencement de l'Année ſe retrouvât toujours dans la même faiſon. Le mois ainſi ajoûté s'appelloit *Embolifmique* ou *Intercalaire*. Dans l'eſpace de 19. ans on comptoit ſept de ces fortes de mois intercalaires, & l'Année Lunaire accommodée à cette forme, ſe nomme Année Lunaire fixe: les Grecs ſ'en font ſervis, & à leur exemple les Romains, juſqu'au tems de Jules Ceſar.

Cependant on doit bien remarquer que l'année civile, qui eſt aſſujettie au mouvement du Soleil, eſt auſſi de

L'année Solaire, vague ou Egyptienne.

deux fortes, sçavoir, l'année fixe, & l'année vague. Cette dernière se nomme Egyptienne, parce que les Egyptiens s'en sont servis fort long-tems. Elle contenoit précisément 365 jours, & différoit d'environ six heures de l'année Tropicque. En négligeant cet intervalle de quelques heures, il arrive que de quatre ans en quatre ans, cette année vague anticipe d'un jour sur la période Solaire, & par conséquent en quatre fois 365 ans, c'est-à-dire, en 1460 ans, son commencement doit répondre successivement aux différentes saisons de l'année.

Puisque l'année Egyptienne de 365 jours est d'une moins longue durée, ou differe d'environ six heures de la vraie année Solaire; pour remédier à ce défaut, ou plutôt pour rendre ces années conformes aux années Solaires, il a fallu avoir égard à ces heures écoulées: mais comme il étoit nécessaire que le commencement de l'année Politique fût toujours le même, c'est-à-dire, qu'il tombât constamment à la même heure du jour, on a voulu faire en sorte que l'année ne commençât pas tantôt à une heure du jour, & tantôt à une autre heure, ce qui arriveroit si chaque année on ajoutoit aux 365 jours les six heures dont nous venons de parler. C'est pourquoi on a cru qu'il valloit mieux laisser accumuler ces six heures dans l'espace de trois années; car étant ajoutées aux six heures de la quatrième année, elles forment un jour entier; en sorte que ce jour étant lui-même ajouté aux 365 jours de la quatrième année, cette dernière convient pour lors avec la Période des mouvemens du Soleil. Jules César fut le premier qui sentit l'avantage de ce nouveau plan de correction qu'il a fallu faire à l'année vague. Il ordonna donc qu'on ajouteroit un jour, ou qu'on intercaleroit chaque quatrième année, laquelle de cette manière s'est trouvée de 366 jours. Ce jour a été ajouté au mois de Février, & comme dans l'année commune le 24 Février se nommoit le

De l'année
Julienne fixe.

fixieme des Calendes de Mars, ou le fixieme jour avant les Calendes, César ordonna que ce jour seroit compté deux fois chaque quatrieme année, enforte que dans cette année-là il y avoit en effet deux jours dont chacun portoit le nom * de fixieme jour avant les Calendes de Mars. Cela fut cause que ces quatriemes années furent nommées Biffextiles. Telle est la forme de l'année instituée par Jules César, qui étoit d'autant plus autorisé à entreprendre cette réformation, que cela le regardoit, étant Grand Pontife. On l'a donc appelée de son nom année Julienne : chaque quatrieme année, comme nous l'avons dit, est Biffextile, ou de 366 jours, & les trois autres sont des années communes, ou de 365 jours.

* *Bis Sexto ante Calendas Martii.*

Il faut néanmoins remarquer que le tems attribué à l'année Solaire dans le Calendrier de Jules César, est un peu trop long ; car le Soleil acheve sa révolution périodique dans l'Ecliptique en 365 jours 5^h 49' ; & partant cet astre recommence plutôt sa course que selon l'année Julienne. Si le Soleil, par exemple, se trouve dans une année au point de l'Equinoxe à l'instant du Midi le 20 du mois de Mars, l'année suivante le Soleil paroitra 11' plutôt qu'on ne le compte (selon les 365ⁱ 6^h de l'année Julienne) au point Equinoxial, & l'année qui suit immédiatement il reparoitra dans l'Equateur 22' auparavant, & ainsi de suite. Le Soleil anticipant donc toujours de 11' sur l'année civile, cette différence produira enfin un jour d'anticipation sur l'année Julienne dans l'espace de 131 ans. Ainsi l'Equinoxe tel qu'il paroît dans le Ciel après ce tems écoulé, ne doit plus tomber au même jour de l'année civile, mais peu à peu il anticipera chaque siecle vers le commencement de l'année, & cela en rétrogradant si sensiblement, qu'à la fin l'erreur qui en résulte fera remarquée de tout le monde.

L'année Julienne un peu trop longue.

Or il faut sçavoir que du tems du Concile de Nicée,

Les PP. du Concile de Nicée qui retinrent la forme de l'année Julienne, avoient fixé l'Equinoxe du Printems au 21 Mars.

lorsqu'il fut question de fixer les termes du tems auquel on doit célébrer la Pâque, l'Equinoxe du Printems se trouvoit pour lors au 21 Mars ; mais cet Equinoxe ayant continuellement anticipé, on s'est apperçu l'an 1582. lorsqu'on proposa de réformer le Calendrier de Jules César, que le Soleil entroit déjà dans l'Equateur des le 11 Mars, c'est-à-dire, dix jours plutôt que du tems du Concile dont on vient de parler. Le Pape Grégoire XIII. voulant restituer cet Equinoxe au 21 Mars,

De l'année Grégorienne dont on se sert en France, en Espagne, & en Italie.

retrancha ces dix jours du Calendrier, & ordonna qu'au lieu du 11 Mars, on compteroit dorénavant le 21 du même mois. Et de peur que le même embarras ne subsistât dans les tems à venir, il fut ordonné (qu'excepté les 400^{emes} années) au lieu de compter comme Bissextile chaque centieme année de l'Ère Chrétienne, on la laisseroit s'écouler comme une année commune. Cette nouvelle forme d'année a été nommée *Grégorienne*, du nom du Pape Grégoire XIII. par l'autorité duquel elle a été établie. La France, l'Espagne, l'Allemagne & l'Italie, en un mot tous les pays qui sont sous l'obéissance du Pontife Romain, ont reçu cette réforme ; & enfin les Hollandois, de même que plusieurs autres Protestans d'Allemagne, l'ont adoptée au commencement de ce siècle. Cependant les Peuples de la Grande-Bretagne & la plupart de ceux du Nord de l'Europe, ont conservé jusqu'ici l'ancienne forme du Calendrier Julien.

Dans la Perse * on a retenu aussi l'ancienne forme de l'année

** Vers le milieu du onzième siècle.*

* Golius, dans ses Notes sur Alfergan, pag. 27. & suiv. est entré dans un grand détail sur la forme ancienne & nouvelle de l'année Persienne, laquelle a été suivie de la plupart des Auteurs Orientaux : il nous apprend particulièrement que sous le Sultan Gelaluddaulé Melicxa *, on entreprit de corriger la grandeur de l'année, & d'établir une nouvelle époque. Il fut donc réglé que de quatre ans en quatre ans on ajouteroit un jour à l'année commune, laquelle seroit ainsi de 366 jours. Mais parce qu'on avoit reconnu que l'année Solaire n'étoit pas exactement de 365 jours 6 heures, il fut ordonné qu'alternativement (après sept ou huit intercalations) on intercaleroit la cinquième, & non pas la quatrième année ; de cette manière il paroît qu'ils connoissent

l'année Egyptienne *, d'où il arrive que les Equinoxes ne se trouvent bien-tôt plus dans le même mois de l'année, mais se répètent successivement dans les autres; & qu'enfin ce n'est qu'au bout d'une période de 1460 ans, que l'année recommence au même point de l'année Solaire. Ce long intervalle de tems a été nommé *la Grande année Caniculaire*, ou *la Période Sothiacale*, parce qu'elle a pour commencement le premier jour du mois *Thoth*, ou bien le premier jour de l'année auquel l'Etoile du Grand Chien paroît à son lever héliaque. Car le mot de *Sothis* en langue Egyptienne, signifie Chien, ce qui répond au mot Grec *Ἀστρούριον*, ou *Σίριος*, qui est un mot Ethiopien, c'est-à-dire, *Sirius*, selon les Astronomes.

Les Anciens distribuient le tems non-seulement en années, mais aussi en certaines collections d'années, telles que le *Jubilé* de 49 ou 50 ans, le *siècle* de 100 ans: mais la plus célèbre de toutes, est l'*Olympiade* dont parlent si souvent les Auteurs Grecs, laquelle contient seulement un espace de quatre années.

Enfin comme il y dans le Ciel certains points fixes d'où commencent à compter les Astronomes lorsqu'il est question de calculer les mouvemens des Planetes; de même il y a dans la durée ou dans les tems écoulés, certains points qu'on prend pour époques, & qui sont comme les racines dont se servent les Chronologistes dans leurs calculs. La plus grande partie des Historiens s'y est

déjà fort exactement la grandeur de l'année, puisque selon cette forme, l'année Persienne seroit de 365j 5^h 49' 31", ce qui diffère à peine de l'année Grégorienne que les Européens ou Occidentaux se sont avisés de rechercher plus de 500 ans après les Asiaticques. Or depuis la mort d'Jezdagirde, le dernier des Rois de Perse, lequel fut tué par les Sarrazins, l'année Persienne étoit de 365 jours, sans qu'on se fouciât d'y admettre aucune intercalation; & il paroît que plus anciennement après 120 années écoulées, le premier jour de l'an qui avoit rétrogradé très-sensiblement, étoit remis au même lieu qu'auparavant, en ajoutant un mois de plus à l'année, qui devenoit pour lors de 13 mois. Mais l'année dont tous les Auteurs qui ont écrit en Arabe ou Persan, ont fait usage dans leurs Tables Astronomiques, est semblable aux années Egyptiennes, lesquelles sont toutes égales, étant de 365 jours sans intercalation.

* Ainsi 1461 années de 365 jours, récor-dent à 1460 années latines. Mais les anciens Egyptiens n'avoient pas encore reconnu que l'année Tropique est un peu moins longue que l'année systématique, le mouvement apparent des Etoiles n'ayant pas été apperçu avant Hipparque.

De l'Ere Chrétienne.

conformé, en nous racontant les événemens qui répondent à une longue suite de siècles. Ces Racines sont nommées plus communément *Eres* * ou *Epoques* : c'est toujours de ces sortes d'Ères qu'on compte les années & les tems. La plus célèbre, & celle qui est la plus usitée parmi nous, est la Naissance de Notre Seigneur Jesus-Christ : cette Ère commence aux Calendes de Janvier, qui suivent immédiatement la Nativité.

Au reste quoique cette époque soit généralement établie, & même reçue parmi tous les Chrétiens, cependant les Anglois & les Peuples d'Irlande, dans les Actes publics ou dans les affaires d'Eglise, se servent d'une époque qui est postérieure d'une année entière. Ils commencent l'année non pas à la Nativité de Jesus-Christ, mais à la Fête de l'Incarnation ou Conception, que l'on célèbre le huit avant les Calendes du mois d'Avril. D'où il arrive que depuis l'Incarnation de Notre Seigneur jusqu'à la Fête de l'Annonciation de la Vierge, de l'année 1718 par exemple, les Anglois comptent 1717. années complètes ; & que depuis la Nativité de Notre Seigneur jusqu'à la Fête de la Nativité de l'année 1717. ils comptent seulement 1716 années écoulées, quoique ce même intervalle de tems dans tout le reste de la Chrétienté, contienne 1717. années accomplies.

En cela les Anglois se conforment à la Chronologie de Denis le Petit, qui a inventé l'Ère, selon laquelle le jour de la Conception seroit arrivé le VIII. des Calendes du mois d'Avril de la première année de cette même Ère, & Jesus-Christ seroit né l'Hiver suivant, à la fin de la quarante-sixième année depuis la réformation du Calendrier par Jules César. Cette façon de compter avoit d'abord

* Lequel a pour racine le mot Arabe, *Arach*, ou *Erach*, qui signifie qu'on a fixé le tems. Voyez cette opinion dans les Notes de Golius sur Alfèrgan, page 53. On a prétendu aussi que ce mot étoit un abrégé des quatre lettres initiales ou majuscules de l'époque des Espagnols . . . *Ab Exordio Regni Augusti*.

été généralement reçue ; mais elle n'est plus en usage aujourd'hui que parmi les peuples d'Angleterre. Dans tout le reste de la Chrétienté on a abandonné insensiblement cette époque , pour y substituer une autre opinion *, sçavoir , que Jesus-Christ est né au commencement de l'Hiver qui a précédé immédiatement l'Incarnation établie par Denys , sçavoir , à la fin de la quarante-cinquième année Julienne ; de manière qu'on y suppose la naissance de Jesus-Christ une année avant celle que donneroit l'Ere de Denys le Petit.

Malgré cette différence , les Anglois dans la plus grande partie de l'année conviennent quant à la numération avec le reste de la Chrétienté ; il n'y a uniquement que pendant les trois premiers mois écoulés depuis les Calendes de Janvier jusqu'au VIII. des Calendes du mois d'Avril , qu'ils comptent en effet une année de moins , & qu'ils different en cela des autres Chrétiens.

Une autre époque encore fameuse , est celle de la Création du monde , mais c'est aussi celle qui a été sujette à plus de difficultés , puisque les uns prétendent que le monde a été créé 3950 ans avant la naissance de Jesus-Christ ; & d'autres environ 3983 ans. D'ailleurs l'Eglise Grecque & les Empereurs d'Orient ont fait usage d'une autre époque , qui suppose le monde beaucoup plus ancien , puisqu'il auroit été créé selon leur Ere , 5509 ans avant la Naissance de Jesus-Christ.

Entre les Auteurs profanes , la plus célèbre & la plus ancienne époque , est celle des Olympiades , qui pourtant n'a commencé que l'Eté de l'année 776. avant Jesus-Christ , ou plutôt aux Calendes du mois de Juillet ,

La première Olympiade.

* On remarquera qu'il y a au moins trois années d'erreur dans la supposition vulgaire de l'Ere Chrétienne , puisque dans l'Histoire des Juifs de Joseph il est parlé d'une Eclipsé qui fut observée en Judée peu de tems avant la mort d'Hérode ; & qu'ainsi Notre Seigneur étant né sous Hérode , il faudroit commencer à compter du tems qui a précédé , & non pas de celui qui l'a suivi , les années de l'Ere Chrétienne.

en y faisant remonter les années Juliennes selon nos Chronologiftes.

La Fondation
de Rome.

Peu de tems après cette époque , on en trouve une autre , qui est celle de la Fondation de Rome , mais elle est différente , l'une étant Varronienne , & l'autre Capitoline : celle de Varron suppose la Fondation de Rome 753 ans avant Jesus-Christ , & l'autre seulement 752 ans*.

L'Ere de Na-
bonassar.

La-troisième époque appellée l'Ere de Nabonassar , si célèbre parmi les Astronomes qui en ont fait presque un continuel usage , tombe au 26 Fevrier de l'an 747. avant l'Ere Chrétienne , c'est-à-dire , en y faisant remonter l'année Julienne. Comme ce jour-là fut le premier de l'année Egyptienne , Ptolomée , & après lui Copernic , se sont servi des années Egyptiennes pour calculer les mouvemens des Astres : cette maniere de calculer en se servant des années Egyptiennes , avoit cela de commode pour les Astronomes , qu'on n'étoit point embarrassé par les intercalations , auxquelles il ne faut pas oublier d'avoir égard dans notre façon de compter aujourd'hui.

* Ou du re-
gne de Philip-
pe Aridee, qui
lui a succédé.

Enfin on trouve aussi l'époque de la mort d'Alexandre,* qui commence au 12. Novembre de l'année 324. avant Jesus-Christ , ce jour étant le premier de l'année vague Egyptienne. C'est de cette époque que Theon , Albatagnius , & autres Mathématiciens , ont commencé à compter en Années Egyptiennes : on remarquera qu'il s'est écoulé précisément 424 années Egyptiennes entre les deux Eres de Nabonassar , & de la mort d'Alexandre. Outre ces Eres dont nous venons de parler , il y a encore celle des Abyssins , qu'on nomme autrement l'Ere des Martyrs ou de Diocletien ; celle des Arabes & des Turcs ,

* Ou bien seulement 748 ans avant l'Ere Chrétienne : de ces Epoques l'une est fondée sur l'Astrologie , ayant été calculée par Tarutius ami de Varon , & la dernière plus certaine est fondée sur les dattes des jeux séculaires & des Fetes rapportées par Fabius Pictor , l'un des plus anciens Ecrivains de Rome.

qu'on nomme l'Hégire, & qui commence à la fuite ou retraite de Mahomet de la Mecque à Médine ; celle des Perses, appelée l'Ere de Jefdagird. On trouvera dans les Historiens & parmi les Chronologiftes un plus long détail sur ces dernières. Mais la plus commode de toutes, est la Période Julienne, & qui embrasse ou comprend presque toutes les autres. Cette Période est de 7980 ans, & l'origine de ce nombre n'est autre chose que le produit des trois suivans 15, 19, 28, multipliés l'un par l'autre. Le premier des trois est le cycle de l'Indiction, le second est le cycle de Meton, & le troisième est le cycle Solaire. Or la première année de cette Période est celle où ces trois nombres commencent en même tems.

L'Hégire qui commence au 16. Juillet de l'année 622.

On va ajouter ici une Table où l'on a fait la réduction des premières années de chaque Ere, aux années de la Période Julienne, comme aussi aux années qui précèdent ou suivent la Naissance de Jesus-Christ.

	Années avant J. C.	Années de la Per. Jul.
L'Epoque de la Création du Monde, selon la maniere de compter chez les Grecs du tems des Empereurs d'Orient.	5508	
L'Epoque vulgaire de la Création du Monde.....	3950	765
La premiere des Olympiades.....	776	3938
La Fondation de Rome selon Varron.....	753	3961
La Fondation de Rome selon les Fastes du Capitole.....	752	3962
L'Ere de Nabonassar.....	747	3967
La Mort d'Alexandre le Grand, ou l'Epoque de Philippe....	324	4390
	An. apres J. C.	
La premiere année de l'Epoque vulgaire de l'Ere Chrétienne.	1	4714
L'Ere Dioclétienne.....	284	4997
L'Hégire des Arabes, des Turcs, & des Mahométans.....	622	5335
L'Epoque des Persans depuis le commencement du regne d'Jezdagird, petit-fils de Cosroes.....	632	5345



CHAPITRE TRENTIEME.

Du Calendrier , & des Cycles ou Périodes.

Distribution
des jours de
l'année en se-
maines par les
sept premières
lettres de l'Al-
phabet.

LE Calendrier n'est autre chose qu'une certaine dis-
position des jours selon les mois de l'année civile ,
& la distribution de ces mêmes jours en semaines , à la
quelle on joint les Fêtes & les autres jours solempnels.
La distribution par semaines , se fait en y employant les
sept premières lettres de l'Alphabeth *A, B, C, D, E, F, G.*
On commence par le premier Janvier , & à ce jour ré-
pond la lettre *A* ; au second jour la lettre *B* ; au troisième
jour la lettre *C* ; & ainsi de suite jusqu'à la lettre *G* , qui
répond au septième jour. On recommence ensuite le huit-
ième jour , où doit répondre la lettre *A* , comme aussi la
lettre *B* au neuvième , la lettre *C* au dixième , & ainsi de
suite en recommençant selon la suite des lettres : d'où
l'on voit que chaque jour de l'année répond toujours à
quelques-unes de ces lettres dans le Calendrier ; & qu'en-
fin la lettre *A* par où l'on a commencé , répondra néces-
sairement au dernier jour de Décembre. En effet si l'on
divise 365 jours par sept , qui répond à une semaine , on
aura au quotient 52 semaines & un jour de plus. Or s'il
n'y avoit ce jour de surplus , il est évident que toutes les
années commenceroient précisément par le même jour de
la semaine ; & que tel jour d'un mois , par exemple , tom-
beroit tous les ans sur un même jour fixe ou déterminé de
la semaine. Mais puisqu'il y a donc , outre les 52 semaines
complettes dans chaque année , un jour de plus , il arrive
de là que par quelque jour de la semaine que ce soit qu'ait
commencé une année , elle doit finir de nécessité par
le même , & que le premier jour de l'année suivante

commencera par celui qui suit immédiatement. Ainsi dans une année commune, de 365 jours comme nous l'entendons ici, lorsque le premier jour est un Dimanche, le dernier jour de l'année sera aussi un Dimanche, & le premier de l'année suivante sera un Lundi.

Selon cette disposition de lettres dans l'année commune dont nous venons de parler, il est évident que celle qui répondra au premier Dimanche du mois de Janvier, doit pendant tout le cours de l'année indiquer ou répondre au Dimanche, en sorte qu'à quels quantités que ce soit que tombe cette lettre dans les autres mois, ces jours seront toujours ceux du Dimanche, & par là cette lettre pourra donc être nommée la Lettre Dominicale pour cette année. Il en est de même des autres Lettres, puisque celle qui vient à tomber au premier Lundi du mois de Janvier d'une année, doit se retrouver dans le Calendrier vis-à-vis de tous les Lundis de la même année, & les indiquera par un moyen aussi simple & aussi naturel.

Des Lettres
Dominicales.

Si le premier jour de Janvier étoit un Dimanche auquel répondroit la lettre *A*, le dernier jour de la même année seroit encore un Dimanche, comme on l'a déjà fait voir; & partant l'année suivante commenceroit par un Lundi, & le Dimanche tomberoit donc au septième jour vis-à-vis la lettre *G*: ainsi cette dernière seroit la lettre Dominicale pendant la seconde année. Et parce que quand l'année commence par un Lundi, elle finit aussi par un Lundi; le premier jour de l'année qui suit, sera donc un Mardi, & le premier Dimanche de celle-ci tombera au sixième jour du mois de Janvier, vis-à-vis la lettre *F* dans le Calendrier. Ainsi raisonnant toujours de la même manière, la lettre Dominicale de l'année suivante sera *E*, de telle sorte que ces lettres Dominicales doivent toujours rétrograder sans interrompre le même ordre dans lequel elles ont été établies, c'est-à-dire,

* *Evénements
qui étoient des
Ephémérides.*

qu'elles rétrograderont selon *G, F, E, D, C, B, A*. Dans les Calendriers qu'on publie chaque année, & qu'on appelle *Almanachs* * du mot Arabe, on a soin d'écrire toujours la lettre Dominicale par une majuscule, ou lettre capitale, afin qu'on puisse plus facilement connoître celle qui répond à cette année-là, & appercevoir, pour ainsi-dire, du premier coup d'œil tous les Dimanches de l'année.

Or si toutes les années étoient Égyptiennes, ou de 365 jours seulement, il est certain qu'après sept années les mêmes jours du mois répondroient comme auparavant aux mêmes jours de la semaine. Mais à cause que nous faisons chaque quatrième année Bissextile, ou de 366 jours, cet ordre est interrompu, puisqu'outre les 52 semaines, il y a pour lors deux jours de plus. On voit donc en ce cas que si l'année commence par un Dimanche, elle finira par un Lundi; & que le premier de l'année suivante, c'est-à-dire, immédiatement après cette année Bissextile, fera un Mardi; qu'enfin le premier Dimanche tombera vis-à-vis le sixième jour du mois, & répondra pour lors à la lettre *F*, qui fera par conséquent la lettre Dominicale pendant cette même année qui suit la Bissextile. Il arrive donc qu'à chaque Bissextile qui revient tous les quatre ans, l'ordre des lettres Dominicales est interrompu, ou qu'il ne revient qu'après 28 ans, ou quatre fois sept années.

Du Cycle
Solaire.

Voilà l'origine de ce cycle de 28 ans, qu'on nomme *Cycle Solaire* après lequel tems écoulé les jours de l'année se retrouvent précisément aux mêmes jours de la semaine. Dans ce cycle toutes les années Bissextiles ont deux lettres Dominicales, dont la première ne sert que jusqu'au 24. Février, ou jusqu'au 25. qui est intercalaire; l'autre indique tous les Dimanches du reste de l'année. Dans l'année Bissextile le 24. Février & le 25. sont regardés

regardés comme un même jour , & l'un & l'autre est marqué par la même lettre *F* : ainsi l'ordre des lettres étant interrompu , les mêmes qu'auparavant n'indiquent plus les jours semblables de la semaine. Par exemple , si la lettre Dominicale est d'abord la lettre *E* , le 24. Fevrier sera un Lundi , & le 25. un Mardi : l'un & l'autre cependant seront désignés par la même lettre *F* , enforte que la lettre suivante *G* , qui depuis le commencement de l'année indiquoit le Mardi , répondra dans tout le reste de l'année au Mercredi ; & comme le premier du mois de Mars fera un Dimanche auquel répondra la lettre *D* dans le Calendrier , cette lettre sera donc ainsi Dominicale pendant tout le reste de l'année.

Au reste il faut sçavoir qu'on a établi qu'une année Biffextile seroit la premiere du cycle Solaire , & que les lettres Dominicales qui lui répondent seroient *G* & *F*. Celle de la seconde année du cycle est *E* , de la troisieme *D* , de la quatrieme *C* : mais la cinquieme année du cycle étant Biffextile , aura pour lettres Dominicales *B* & *A* , & ainsi de suite. La Table suivante fait voir quelle est la lettre Dominicale qui répond à chacune des années du cycle Solaire.

1	G	F	5	B	A	9	D	C	13	F	E	17	A	G	21	C	B	25	E	D
2	E		6	G		10	B		14	D		18	F		22	A		26	C	
3	D		7	F		11	A		15	C		19	E		23	G		27	B	
4	C		8	E		12	G		16	B		20	D		24	F		28	A	

Pour découvrir l'année du cycle Solaire qui répond à une année quelconque de l'Ere Chrétienne , on ajoutera le nombre 9 à l'année proposée , parce qu'au tems de la premiere année de Jesus-Christ , neuf années du cycle Solaire s'étoient écoulées : ensuite divisant cette somme par 28 , le quotient désignera le nombre des cycles écoulés depuis la premiere année du cycle Solaire qui précède Jesus-Christ , jusqu'à l'année proposée ; & le

· H H h h

reste du dividende fera le cycle Solaire de l'année courante que l'on cherche. Enfin s'il ne restoit rien après la division, ce seroit une marque que l'année proposée est la vingt-huitième du cycle.

Outre les Fêtes de l'année fixées à certains jours marqués, il y a d'autres Fêtes qu'on nomme mobiles, parce qu'à chaque année elles ne répondent plus aux mêmes jours, & que par conséquent elles ne sont plus assujetties au mouvement du Soleil, mais qu'elles dépendent du mouvement de la Lune. Telle est la Fête de Pâque, instituée chez les Juifs par le commandement de Dieu, & à laquelle a succédé parmi nous la Pâque Chrétienne, en mémoire de la Résurrection de Notre Seigneur. Or selon ce qui est dit au *Chapitre 13. du Lévitique*. Dieu a ordonné qu'on célébreroit la Pâque le premier mois, & le soir du quatorzième jour. Mais l'année des Juifs étant Lunaire, & de plus embolismique, avoit été tellement réglée, qu'on nommoit le premier mois, celui dont le quatorzième jour, où la Pleine Lune, tomboit, soit au jour même de l'Equinoxe, soit immédiatement après. L'Eglise Chrétienne n'a pas cru devoir s'éloigner beaucoup de cette Règle. Elle n'a pas voulu seulement que la Pâque fût célébrée le quatorzième jour, mais le Dimanche* qui suit immédiatement ce quatorzième jour, s'étant principalement fondée sur ce que Notre Seigneur est ressuscité le Dimanche immédiatement après la Pâque des Juifs.

Comment on doit déterminer le tems auquel on doit célébrer la Pâque.

Maintenant pour déterminer le tems auquel on doit célébrer la Pâque, il faut d'abord établir le tems de l'Equinoxe, qu'on s'imaginoit devoir toujours arriver vers le 21 Mars, lequel jour fut fixé pour cet effet constamment au 21. du même mois de l'année Julienne. Comme on ne songeoit pas alors que l'Equinoxe pût jamais s'en

* Cela fut décidé au Concile de Nicée, tenu l'an 325. de l'Ere Chrétienne.

écarter, le Calendrier Ecclésiastique fut donc construit suivant cette supposition: d'ailleurs on avoit résolu d'appeller *premier mois* ou *mois Paschal*, celui dont le quatorzieme jour tomberoit ou le jour même de l'Equinoxe, c'est-à-dire, au 21. de Mars, ou le jour qui suivroit immédiatement. Mais les mois des Juifs étant Lunaires, & le quatorzieme jour du mois étant, comme nous l'avons dit, celui qui précédoit le jour de la Pleine Lune, pour célébrer la Pâque il falloit avoir égard au mouvement de la Lune, & s'en servir pour déterminer les rems des Nouvelles & Pleines Lunes. Les Juifs n'avoient point d'autres regles que celle de l'observation. Ils attendoient soigneusement que la Lune fût à son lever héliaque, ou parût pour la premiere fois hors des rayons du Soleil, un peu après le coucher de cet Astre, enforte qu'ils appelloient ce jour-là le premier jour de la Lune. Mais l'Eglise Chrétienne assemblée avoit résolu que l'on compteroit les Lunaifons par le moyen du cycle de Meton, lequel cycle remet toutes les Lunaifons variables au même jour après une Période de 19 ans. On voit par là que l'ancienne Eglise avoit reçu cet autre cycle dans son Calendrier: elle s'en est servie jusques vers la fin du seizieme siecle, comme de regle unique pour déterminer les Lunaifons.

Les Juifs ont toujours déterminé le premier jour du mois Lunaire par observation.

Mais les Chrétiens se servoient uniquement du nombre d'or ou cycle de Meton.

Le *Cycle de Meton*, ainsi appelé du nom de Meton son inventeur, est véritablement le cycle Lunaire ou Période de 19 années, après laquelle les Nouvelles & Pleines Lunes moyennes reviennent précisément aux mêmes jours du mois. Ainsi à quelque jour que ce soit que les Nouvelles & Pleines Lunes arrivent dans une certaine année, on peut être assuré qu'après 19 ans écoulés, ces Nouvelles & Pleines Lunes tomberont encore aux mêmes jours du mois, & même (selon l'opinion de Meton, adoptée par les Peres de la primitive Eglise)

Ce que c'est que le nombre d'or, ou cycle de Meton.

qu'elles répondront aux mêmes heures & minutes des jours correspondans. Cette opinion, autrefois générale, a été cause que du tems du Concile de Nicée (lorsqu'il fallut décider authentiquement dans quel tems on célébreroit la Pâque) on crut devoir n'adopter d'autre regle que celle qui résulte du cycle Lunaire, qui pour cet effet fut suivie dans le Calendrier.

Il faut avouer aussi * que les Anciens avoient une si grande idée de la commodité & de l'excellence de ce cycle, qu'ils le firent graver en lettres d'or, & c'est de là qu'on a appelé *Nombre d'or*, le nombre du cycle de Meton qui répond à chaque année proposée.

On pouvoit le fixer chaque année par observation, ou en se servant des Tables Astronomiques.

Voici donc de quelle maniere les nombres d'or répondoient aux jours du Calendrier, ou du moins de quelle maniere ils ont dû y répondre. Ayant pris une année quelconque pour le commencement du cycle, & faisant ensuite que le nombre d'or I lui réponde; il ne s'agissoit plus que de trouver par observation les jours de chaque mois auxquels arrivoient les Nouvelles Lunes, & marquer vis-à-vis des jours de cette même année-là le caractère I. Or parce que les Nouvelles Lunes seroient arrivées, par exemple, au 23. Janvier, 21. Fevrier, 23. Mars, 21. Avril, 21. Mai, 19. Juin, & ainsi de suite, on auroit donc mis dans la colonne du cycle Lunaire vis-à-vis ces jours-là, le nombre I: mais l'année suivante observant de même les Nouvelles Lunes, il falloit mettre encore, ainsi que le pratiquoient les Anciens, le nombre II dans la colonne du cycle Lunaire ou nombre d'or, vis-à-vis les jours de chaque observation, sçavoir, vis-à-vis le 12. Janvier, le 10. Fevrier, le 12.

* L'erreur d'environ 11 minutes qu'on n'avoit pas encore reconnue dans l'année Julienne, & celle qu'on a remarquée dans la Période de Meton, étant constatées, on est enfin convenu que les deux cycles, Solaires & Lunaires étoient vicieux, & ne pouvoient servir de regle constante pour calculer le jour de la Pâque conformément aux observations & aux décrets du Concile de Nicée.

Mars, le 10. Avril, & ainsi de suite. De même la troisième année il a fallu mettre le caractère III vis-à-vis des jours auxquels les Nouvelles Lunes ont été observées, & ainsi de suite les autres années, jusqu'à ce que le cycle entier de 19 ans fût achevé. Cependant au lieu de l'observation de la première phase du Croissant, il auroit été beaucoup plus sûr (car c'est-là ce que l'on auroit pu pratiquer de plus exact) d'employer pour la disposition de ces nombres les Tables Astronomiques, en calculant pour chaque mois, & par conséquent pour chaque année du cycle Lunaire, les Nouvelles Lunes moyennes, & marquant les caractères ci-dessus vis-à-vis les jours auxquels on trouve qu'elles ont dû arriver. Mais de quelque manière qu'on s'y soit pris, il est certain que le mois Lunaire Astronomique étant de 29 jours 12^h 44' 3''; comme le vulgaire ne sauroit distinguer ces petites quantités qui suivent le nombre de jours, on a été obligé de supposer alternativement les mois Lunaires d'un certain nombre de jours entiers, comme de 30 & 29 jours, dont ceux-ci se nomment creux ou simples, & ceux-là pleins, & cela pour satisfaire pleinement aux 29 jours 12 heures du mois Astronomique. Enfin parce qu'outre ces 29 jours 12 heures, ou 29 jours & demi, nous avons encore 44', ou presque trois quarts d'heure de surplus dans chaque Lunaison, il doit s'ensuivre qu'au bout de 32 Lunaisons la somme de ces minutes accumulées, vaudra un jour entier. Ce jour doit donc s'ajouter à un des mois simples, & c'est ainsi que les Lunaisons du Calendrier peuvent s'accorder avec les Lunaisons observées dans le Ciel, ou déterminées par les Tables Astronomiques.

Pourquoi on suppose les mois Lunaires alternativement de 29 & de 30 jours.

Présentement si l'année du cycle Lunaire est donnée l'on aura par le moyen du Calendrier Ecclésiastique les jours des Nouvelles Lunes pendant le reste de cette

même année; car dans chaque mois le nombre d'or ou du cycle désignera le jour auquel arrive la Nouvelle Lune moyenne, de sorte qu'en y ajoutant 14 jours, on aura celui de la Pleine Lune.

Erreur de Meton & des Auteurs des anciens Calendriers, dans la supposition du Nombre d'or.

On croyoit anciennement que le cycle de dix-neuf ans comprenoit exactement 235 Lunaifons, & qu'après une révolution des années du cycle Lunaire, non-seulement les Nouvelles Lunes revenoient aux mêmes jours de chaque mois, mais aussi aux mêmes heures. Mais la chose bien examinée ne s'est pas trouvée véritable; car dans l'espace de 19 années Juliennes, il y a 6939 jours 18 heures; & s'il est certain, selon les plus exactes observations des Astronomes modernes, que chaque Lunaifon soit de 29^j 12^h 44' 3", il s'ensuit que 235 Lunaifons répondroient à 6939^j 16^h 31' 45". Il n'est donc pas vrai de dire que 235 Lunaifons répondent exactement à 19 années Juliennes; mais il s'en faut environ une heure & demie. Ainsi les Nouvelles Lunes, après 19 années écoulées, n'arriveront pas précisément à la même heure qu'auparavant, mais environ une heure & demie plutôt; de manière que dans l'espace de 304 ans les Nouvelles Lunes anticiperont d'un jour dans l'année Julienne. Le nombre d'or suffit donc seulement pour marquer assez bien les Nouvelles Lunes dans l'espace de 300 ans, sans que l'erreur monte à plus d'un jour, ou vingt-quatre heures: & lorsque les Peres du Concile de Nicée résolurent d'adopter dans leur Calendrier le cycle de 19 ans, ce cycle marquoit pour lors assez

* Il ne faut pas confondre le Nombre d'or, ou Cycle Lunaire de Meton, avec la Période ou *Saros* Caldaïque, qui ne contient que 223 Lunaifons. Cette Période ou *Saros* étant de 18 ans & environ 11 jours, ramène les Eclipses à peu près dans les mêmes points, soit du Ciel, soit de l'argument annuel; au lieu qu'il s'en faut bien que les Pleines Lunes qui arrivent aux mêmes jours tous les 19 ans, se retrouvent dans une position semblable, tant à l'égard du nœud, que de l'anomalie moyenne, le lieu de l'Apogée de la Lune étant d'ailleurs dirigé bien différemment à l'égard de la ligne qui doit passer par le Soleil.

bien les Nouvelles Lunes, ce qui se continuoit à peu près de même pendant quelques centaines d'années. Mais depuis, comme ces Lunaifons ont anticipé d'un jour de 304 en 304 ans, elles arrivent aujourd'hui cinq jours plutôt que dans le Calendrier établi du tems du Concile de Nicée; ou, ce qui revient au même, les Nouvelles Lunes célestes anticipent de cinq jours celles qui résultent du Nombre d'or de l'ancien Calendrier Ecclésiastique. Malgré ces difficultés l'Eglise Anglicane a conservé l'ancienne méthode de calculer les Nouvelles Lunes par les Nombres d'or *, tels qu'ils ont été reçus dans le Calendrier du tems du Concile de Nicée; & ces Nouvelles Lunes ainsi calculées, se nomment *Ecclésiastiques*, pour les distinguer des véritables. Enfin la Table générale & perpétuelle dont on se sert dans la Liturgie en Angleterre, a été calculée pour le tems de Pâques par le moyen de ces Nombres d'or, selon les différentes lettres Dominicales.

* Les Epactes du Calendrier Grégorien qui ont été substituées au Nombre d'or, n'étant pas non plus assez exactes.

On ne doit pas négliger d'avertir ici que la première année de l'Ere Chrétienne répondoit au nombre d'or 2, c'est-à-dire, que le cycle Lunaire a dû commencer sa période l'année qui a précédé immédiatement la Naissance de Jesus-Christ. C'est pourquoi si à une année courante quelconque on ajoute 1, & qu'on divise la somme par 19, en négligeant le quotient, ce qui reste fera le nombre d'or de cette année-là.

Comment on peut calculer le Nombre d'or pour une année proposée.

D'un autre côté si on multiplie les cycles Lunaires & Solaires, l'un par l'autre, il en résultera une troisième Période de 532 ans, laquelle a été appelée *Dionysienne* *, du nom de Denys le Petit son inventeur. Ce cycle contient donc une somme d'années, lesquelles étant révolues, non-seulement les Nouvelles & Pleines Lunes, reviennent à très-peu près aux mêmes jours du mois; mais aussi chaque jour du mois se retrouve précisément

* *Victoriana*.

Le grand Cycle
de Paschal.

aux mêmes jours de la semaine. En un mot les lettres Dominicales & les Fêtes mobiles reparoissent dans le même ordre qu'auparavant : c'est aussi ce qui a fait donner à ce cycle le nom de Grand Cycle Paschal.

Si l'on propose donc pour une année quelconque de l'Ere Chrétienne, de découvrir l'année correspondante de la Période Dionysienne, on ajoutera le nombre 457 à l'année courante, & divisant la somme par 532, on négligera le quotient, & le reste sera le nombre qui indique l'année de la période qu'on cherche.

On peut proposer aussi un Probleme d'un autre genre, sçavoir, étant données les années des cycles Solaire & Lunaire, trouver l'année de la Période Dionysienne. Par exemple, soit donnée l'année 17 du cycle Lunaire, & l'année 21 du cycle Solaire, on demande quel est le nombre qui, divisé par 19, donnera, en négligeant le quotient, le nombre 17 pour reste, & de plus qui divisé par 28, donnera, sans avoir égard au quotient, le nombre 21 pour reste. Or pour trouver ce nombre il en faut chercher deux autres, dont l'un soit multiple du nombre 28, mais qui étant divisé par 19, donne, outre le quotient, le nombre 17 pour reste, & dont l'autre soit aussi multiple du nombre 19, mais étant divisé par 28, donne outre le quotient, le nombre 21 pour reste. Car il est clair que la somme de ces deux nombres satisfera à la question proposée.

Pour découvrir ces deux nombres par l'analyse, supposons que le premier soit $28x$, qui est multiple du nombre 28; & parce que ce multiple étant divisé par 19, donne, outre le quotient, le nombre 17 pour reste; ôtons ce nombre 17 de $28x$, & le reste sera un multiple du nombre 19; & partant 19 sera un diviseur de $28x - 17$. Mais le nombre 19 est aussi diviseur de $19x$; ce nombre 19 sera donc aussi diviseur de la différence des nombres, sçavoir

ſçavoir , $9x - 17$, ainſi ce dernier fera un multiple du nombre 19. Soit maintenant $9x - 17 = 19n$ (n exprimant un nombre entier) on aura $x = \frac{19n + 17}{9}$. C'eſt pourquoi x étant un nombre entier , 9 fera un diviſeur de $19n + 17$. Mais le même nombre 9 eſt auſſi diviſeur de $18n + 9$; il ſ'enſuit donc que ce nombre 9 fera diviſeur de $n + 8$, & partant $\frac{n + 8}{9}$ eſt un nombre entier : ſoit donc $n = 1$, & l'on aura x égal à 4 ; d'où il ſuit que $28x = 112$, fera le premier des deux nombres qu'on cherche.

Soit auſſi le ſecond nombre $19y$, puisqu'il eſt multiple de 19 , il ſ'enſuit donc que $\frac{19y - 21}{28}$ fera un nombre entier , & qu'ainſi $19y - 21 = 28n$, d'où l'on tire $y = \frac{28n + 21}{19}$. C'eſt pourquoi puisque le nombre 19 diviſe auſſi $19n + 19$, il fera par conſéquent diviſeur de $9n + 2$; d'où l'on doit conclure que $\frac{9n + 2}{19}$ eſt un entier qu'on peut ſuppoſer égal à p , & l'on aura l'équation $9n + 2 = 19p$, ou $n = \frac{19p - 2}{9}$. Mais puisque 9 diviſe $18p$ ſans reſte , il fera par conſéquent diviſeur de $p - 2$, & partant $\frac{p - 2}{9}$ eſt un nombre entier ou égal à zéro : ſuppoſons-le égal à zéro , on aura $p = 2$ & $n = \frac{19p - 2}{9} = 4$, & partant $19y = 28n + 21 = 133$. Ainſi l'un des deux nombres étant 112 , & l'autre 133 , leur ſomme 245 doit ſatisfaire à la queſtion propoſée , c'eſt-à-dire que toutes les fois que le cycle Solaire fera 21 , & le nombre d'or ou cycle Lunaire 17 , l'année correſpondante de la période Dionyſienne fera 245.

Le même probleme peut encore ſe réſoudre en y employant deux quantités multiples déterminées & conſtantes , c'eſt-à-dire , qui ſoient telles que l'une puiſſe être diviſée ſans reſte par 28 , mais qu'étant diviſée par 19 , &

négligeant le quotient, le reste soit 1. Semblablement que l'autre quantité puisse être divisée sans reste par 19, mais qu'étant divisée par 28, le reste soit 1. Ces deux quantités pourront être trouvées de la même manière que ci-dessus. Car supposant la première quantité égale à $28x$, & l'autre égale à $19y$, puisque le nombre 19 doit diviser sans reste $28x - 1$, il s'en suit qu'il divisera aussi sans reste $9x - 1$: faisant donc $\frac{2x-1}{19} = n$, on aura $x = \frac{19n+1}{9}$, & partant $\frac{n+1}{9}$ fera un nombre entier, & le plus petit nombre qui puisse être pris pour n fera 8. C'est pourquoi si $n=8$, on aura $x = \frac{19n+1}{9} = 17$; d'où l'on voit que la première quantité qu'on a fait égale à $28x$, a dû être 476. Soit aussi $\frac{19y-1}{28} = n$, on aura $y = \frac{28n+1}{19}$: faisant donc $\frac{2n+1}{19} = p$, on aura $n = \frac{19p-1}{9}$, & partant $\frac{p-1}{9}$ fera ou un nombre entier, ou $= 0$. Si l'on a donc $p - 1 = 0$, il s'en suit que $p = 1$ & $n = \frac{19p-1}{9} = 2$, d'où l'on voit que $19y = 28n + 1 = 57$. Ainsi les deux quantités que l'on cherche étant 476 & 57, il est évident qu'en multipliant 476 par quelque nombre que ce soit, pourvu qu'il soit moindre que 19, si l'on divise ensuite le produit par 19, négligeant le quotient, le reste sera le nombre qui multiplie 476. Semblablement si $\frac{19y-1}{28} = 17$, on aura $y = \frac{28n+1}{19}$: soit donc $\frac{2n+1}{19} = p$, donc $n = \frac{19p-1}{9}$ & $\frac{p-1}{9}$ fera un nombre entier ou égal à zéro. Si $p - 1 = 0$, on a $p = 1$ & $n = \frac{19p-1}{9} = 2$; d'où l'on voit que $19y = 28n + 1 = 57$. C'est pourquoi les nombres que l'on cherche sont 476 & 57 : & parce que divisant 476 par 19, il reste 1, il s'en suit que si l'on multiplie 476 par un nombre quelconque moindre que 19, & si l'on divise ensuite le produit par 19, négligeant le quotient, le reste

fera le nombre qui multiplie 476. De même parce que divisant 57 par 28, le reste est 1, si l'on multiplie 57 par un nombre quelconque plus petit que 28, & si l'on divise le produit par 28, le reste fera le nombre dont on s'est servi pour multiplier.

On tire de là une regle générale pour découvrir l'année de la période Dionysienne, telle qu'il suit.

Il faut multiplier le nombre du cycle Solaire par 57, & le nombre du cycle Lunaire par 476; car la somme des produits étant divisée par 532, si l'on néglige le quotient, le reste fera le nombre qui indiquera l'année de la période Dionysienne.

Regle pour trouver l'année de la Période Dionysienne.

Outre les cycles Solaires & Lunaires, il y a encore un autre cycle qu'on nomme l'*Indiction Romaine*, parce qu'il étoit d'usage à Rome du tems des Empereurs & dans les Actes signés par les Césars ou Pontifes. Ce cycle n'a aucun rapport aux mouvemens célestes, ce n'est seulement qu'une période de 15 ans, laquelle étant achevée étoit suivie d'une autre qui recommençoit. Or l'année qui a précédé la Naissance de Jesus-Christ, le nombre de l'Indiction étoit 3: ainsi ajoutant 3 à l'année de l'Ere Chrétienne, & divisant ensuite par 15, le reste fera connoître l'année de l'Indiction.

En multipliant les trois cycles Solaire, Lunaire, & de l'Indiction, on a pour produit la Période Julienne de 7980 ans. Cette période commence 764 ans avant la Création du Monde, & n'étant pas encore achevée, il est évident qu'elle doit renfermer tous les événemens qui sont arrivés sur la Terre, & tous les faits historiques, en sorte qu'il ne peut y avoir qu'une année dans toute cette période qui réponde aux mêmes nombres des trois cycles dont elle est composée. C'est pourquoi si les Historiens avoient eu soin de marquer dans leurs Annales les cycles de chaque année, il n'y auroit plus d'incerti-

De la Période Julienne.

tude dans les Epoques ni dans la Chronologie.

Maniere de
trouver l'an-
née de la Pé-
riode Julien-
ne.

L'année qui a précédé immédiatement l'Ere Chrétienne, étoit la 4713 de la Période Julienne : ainsi étant donnée l'année de l'Ere Chrétienne *, on trouvera l'année de la Période Julienne en y ajoutant 4713, car la somme fera l'année de cette Période : au contraire si l'on retranche de l'année de la Période Julienne le nombre 4713, le reste fera connoître l'année de l'Ere Chrétienne.

PROBLEME.

Etant donnée l'année du cycle Solaire, celle du cycle Lunaire & de l'Indiction, on propose de trouver l'année de la Période Julienne. Ce Probleme se peut résoudre de la même maniere que celui de la Période Dionysienne dont on a donné la solution ci-dessus, c'est-à-dire, en déterminant trois nombres qui soient tels que le premier soit multiple des nombres 19 & 15 (ou de 285, qui est leur produit) mais qu'étant divisé par 28, le reste soit le nombre du cycle Solaire; que le second soit multiple des nombres 28 & 15, ou de leur produit 420, mais qu'étant divisé par 19, le reste soit le nombre du cycle Lunaire; qu'enfin le troisieme soit multiple des nombres 28 & 19, mais qu'étant divisé par 15, le reste soit le nombre du cycle de l'Indiction. Or si la somme de ces nombres est plus petite que 7980, ce sera l'année de la Période Julienne que l'on cherche. Mais si elle est plus grande, on la divisera par 7980; & négligeant le quotient, le reste sera le nombre de la Période Julienne.

Ce Probleme peut encore se résoudre en y employant trois Multiplicateurs constans & déterminés, de maniere que le premier soit multiple du nombre 285, mais qu'é-

* Quelques Auteurs dans leurs Tables Astronomiques, ou dans leurs Ephémérides, comptent les années selon cette Période; mais quoique Kepler & Bouillaud en aient fait usage, cependant c'est dans l'Astronomie de Mercator publiée en 1676. qu'on s'en sert uniquement: cet Auteur a publié outre les Tables du Soleil & de la Lune de Tycho, celles des Planetes de Kepler sous une forme qu'il a jugée plus commode que les Rudolphines, en réduisant les minutes & secondes de degré en décimales du cercle.

tant divisé par 28, le reste soit 1; que le second soit multiple du nombre 420, mais qu'étant divisé par 19, le reste soit 1; qu'enfin le troisieme soit multiple du nombre 532, mais qu'étant divisé par 15 le reste soit 1. Ces nombres se peuvent découvrir de la même maniere qu'il a été enseigné dans la solution du Probleme, qu'on a donnée au sujet de la Période Dionysienne, & l'on doit trouver 4845, 4200, 6916. C'est pourquoi étant une fois connus, la regle générale pour trouver les années de la Période Julienne, les cycles étant donnés, est celle qui suit.

On multipliera le nombre 4845 par le nombre du cycle Solaire, le nombre 4200 par le nombre du cycle Lunaire, & le nombre 6916 par l'année de l'Indiction. Ensuite on divisera la somme des trois produits par 7980, & négligeant le quotient, le reste sera l'année de la Période Julienne. Exemple: soit pour l'année 1718 le nombre du cycle Solaire 19, celui du cycle Lunaire 9, & de l'Indiction 11. Si l'on multiplie 4845 par 19, le produit sera 92055: de même si l'on multiplie 4200 par 9, le produit sera 37800: enfin multipliant 6916 par 11, le produit sera 76076. Or la somme des produits est 205931, qui étant divisée par 7980, négligeant le quotient, le reste sera 6431, qui a dû être l'année de la Période Julienne.

Regle pour trouver l'année de la Période Julienne.



N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720	780	840	
0		17782	14771	13010	11761	10792	10000	9331	8751	8219	7782	7368	6950	6642	6320
1	35563	17710	14735	12986	11743	10777	9988	9320	8742	8211	7774	7361	6944	6637	6315
2	32553	17639	14699	12962	11725	10763	9976	9310	8733	8223	7767	7354	6938	6631	6310
3	30792	17570	14664	12919	11707	10749	9964	9300	8724	8215	7760	7348	6932	6625	6305
4	29542	17501	14629	12885	11689	10734	9952	9289	8715	8207	7753	7341	6926	6618	6300
5	28573	17434	14594	12891	11671	10720	9940	9279	8706	8199	7745	7335	6920	6614	6294
6	27782	17368	14559	12848	11654	10706	9928	9269	8697	8191	7738	7328	6914	6609	6289
7	27112	17302	14525	12845	11636	10692	9916	9259	8688	8183	7731	7322	6918	6603	6284
8	26532	17238	14491	12821	11619	10678	9905	9249	8679	8175	7724	7315	6912	6598	6279
9	26021	17175	14457	12798	11601	10663	9893	9238	8670	8167	7717	7309	6906	6592	6274
10	25563	17112	14424	12775	11584	10649	9881	9228	8661	8159	7710	7302	6900	6587	6269
11	25149	17050	14390	12753	11566	10635	9869	9218	8652	8152	7703	7296	6894	6581	6264
12	24771	16990	14357	12730	11549	10621	9858	9208	8643	8144	7696	7289	6888	6576	6259
13	24424	16930	14325	12707	11532	10608	9846	9198	8635	8136	7688	7283	6882	6570	6254
14	24102	16871	14292	12685	11515	10594	9834	9188	8626	8128	7681	7276	6876	6565	6248
15	23802	16812	14260	12663	11498	10580	9823	9178	8617	8120	7674	7270	6870	6559	6243
16	23522	16755	14228	12640	11481	10566	9811	9168	8608	8112	7667	7264	6864	6554	6238
17	23259	16699	14196	12618	11464	10552	9800	9158	8599	8104	7660	7257	6858	6548	6233
18	23010	16642	14165	12596	11447	10539	9788	9148	8591	8097	7653	7251	6852	6543	6228
19	22775	16587	14133	12574	11430	10525	9777	9138	8582	8089	7646	7244	6847	6538	6223
20	22553	16532	14102	12553	11413	10512	9765	9128	8573	8081	7639	7238	6841	6532	6218
21	22341	16478	14071	12531	11397	10498	9754	9119	8565	8073	7632	7232	6835	6527	6213
22	22139	16425	14040	12510	11380	10484	9742	9109	8556	8066	7625	7225	6829	6521	6208
23	21946	16372	14010	12488	11363	10471	9731	9099	8547	8058	7618	7219	6823	6516	6203
24	21761	16320	13979	12467	11347	10458	9720	9089	8539	8050	7611	7212	6817	6510	6198
25	21584	16269	13949	12445	11331	10444	9708	9079	8530	8043	7604	7206	6811	6505	6193
26	21413	16218	13919	12424	11314	10431	9697	9070	8522	8035	7597	7200	6805	6500	6188
27	21249	16168	13890	12403	11298	10418	9686	9060	8513	8027	7590	7193	6800	6494	6183
28	21091	16118	13860	12382	11282	10404	9675	9050	8504	8020	7583	7187	6794	6489	6178
29	20939	16069	13831	12362	11266	10391	9664	9041	8496	8012	7577	7181	6788	6484	6173
30	20792	16021	13802	12341	11249	10378	9652	9031	8487	8004	7570	7175	6782	6478	6168
31	20649	15973	13773	12320	11233	10365	9641	9021	8479	7997	7563	7168	6776	6473	6163
32	20512	15925	13745	12300	11217	10352	9630	9012	8470	7989	7556	7162	6770	6467	6158
33	20378	15878	13716	12279	11201	10339	9619	9002	8462	7981	7549	7156	6765	6462	6153
34	20248	15832	13688	12259	11186	10326	9608	8992	8453	7974	7542	7149	6759	6457	6148
35	20122	15786	13660	12239	11170	10313	9597	8983	8445	7966	7535	7143	6754	6451	6143
36	20000	15740	13632	12219	11154	10300	9586	8973	8437	7959	7528	7137	6748	6446	6138
37	19881	15695	13604	12198	11138	10287	9575	8964	8428	7951	7522	7131	6742	6441	6133
38	19765	15651	13576	12178	11123	10274	9564	8954	8420	7944	7515	7124	6736	6435	6128
39	19652	15607	13549	12159	11107	10261	9553	8945	8411	7936	7508	7118	6730	6430	6123
40	19542	15563	13522	12139	11091	10248	9542	8935	8403	7929	7501	7112	6725	6425	6118
41	19435	15520	13495	12119	11076	10235	9532	8926	8395	7921	7494	7106	6719	6420	6113
42	19331	15477	13468	12099	11061	10223	9521	8917	8386	7914	7488	7100	6713	6414	6108
43	19228	15435	13441	12080	11045	10210	9510	8907	8378	7906	7481	7093	6708	6409	6103
44	19128	15393	13415	12061	11030	10197	9499	8898	8370	7899	7474	7087	6702	6404	6099
45	19031	15351	13388	12041	11015	10185	9488	8888	8361	7891	7467	7081	6696	6398	6094
46	18935	15310	13362	12022	10999	10172	9478	8879	8353	7884	7461	7075	6691	6393	6089
47	18842	15269	13336	12003	10984	10160	9467	8870	8345	7877	7454	7069	6685	6388	6084
48	18751	15229	13310	11984	10969	10147	9456	8861	8337	7869	7447	7063	6679	6383	6079
49	18661	15189	13284	11965	10954	10135	9446	8851	8328	7862	7441	7057	6674	6377	6074
50	18573	15149	13259	11946	10939	10122	9435	8842	8320	7855	7434	7050	6668	6372	6069
51	18487	15110	13233	11927	10924	10110	9425	8833	8312	7847	7427	7044	6662	6367	6064
52	18403	15071	13208	11908	10909	10098	9414	8824	8304	7840	7421	7038	6657	6362	6059
53	18320	15032	13183	11889	10894	10085	9404	8814	8296	7832	7414	7032	6651	6357	6055
54	18239	14994	13158	11871	10880	10073	9393	8805	8288	7825	7407	7026	6646	6351	6050
55	18159	14956	13133	11852	10865	10061	9383	8796	8279	7818	7401	7020	6640	6346	6045
56	18081	14918	13108	11834	10850	10049	9372	8787	8271	7811	7394	7014	6634	6341	6040
57	18004	14881	13083	11816	10835	10036	9362	8778	8263	7803	7387	7008	6628	6336	6035
58	17929	14844	13059	11797	10821	10024	9351	8769	8255	7796	7381	7002	6623	6331	6030
59	17855	14808	13034	11779	10806	10012	9341	8760	8247	7789	7374	6996	6618	6325	6025
60	17782	14771	13010	11761	10792	10000	9331	8751	8239	7782	7368	6990	6612	6320	6021

LOGISTIQUES DE STREET.

M.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
S.	900	900	1020	1080	1140	1200	1260	1320	1380	1440	1500	1560	1620	1680	1740
0	6021	5740	5477	5229	4994	4771	4559	4357	4164	3979	3802	3632	3468	3310	3158
1	606	5736	5473	5225	4990	4768	4556	4354	4161	3976	3799	3629	3465	3307	3155
2	6011	5731	5469	5221	4986	4764	4552	4351	4158	3973	3796	3626	3463	3305	3153
3	6006	5727	5464	5217	4982	4760	4549	4347	4155	3970	3793	3623	3460	3302	3150
4	6001	5722	5460	5213	4979	4757	4546	4344	4152	3967	3791	3621	3457	3300	3148
5	5997	5718	5456	5209	4975	4753	4542	4341	4149	3964	3788	3618	3454	3297	3145
6	5992	5713	5452	5205	4971	4750	4539	4338	4146	3961	3785	3615	3452	3294	3143
7	5987	5709	5447	5201	4967	4746	4535	4334	4142	3958	3782	3612	3449	3292	3140
8	5982	5704	5443	5197	4962	4742	4532	4331	4139	3955	3779	3610	3446	3289	3138
9	5977	5700	5439	5193	4958	4739	4528	4328	4136	3952	3776	3607	3444	3287	3135
10	5973	5695	5435	5189	4954	4735	4525	4325	4133	3949	3773	3604	3441	3284	3133
11	5968	5691	5431	5185	4950	4731	4521	4321	4130	3946	3770	3601	3438	3281	3130
12	5963	5686	5426	5181	4946	4728	4518	4318	4127	3943	3768	3598	3436	3279	3128
13	5958	5682	5422	5177	4942	4724	4515	4315	4124	3940	3765	3596	3433	3276	3125
14	5954	5677	5418	5173	4938	4721	4511	4311	4120	3937	3762	3593	3431	3274	3123
15	5949	5673	5414	5169	4934	4717	4508	4308	4117	3934	3759	3590	3428	3271	3120
16	5944	5669	5409	5165	4930	4714	4505	4305	4114	3931	3756	3587	3425	3269	3118
17	5939	5664	5405	5161	4926	4710	4501	4302	4111	3928	3753	3585	3423	3266	3115
18	5935	5660	5401	5157	4922	4707	4498	4298	4108	3925	3750	3582	3420	3264	3113
19	5930	5655	5397	5153	4918	4703	4494	4295	4105	3922	3747	3579	3417	3261	3110
20	5925	5651	5393	5149	4914	4700	4491	4292	4102	3919	3745	3576	3415	3259	3108
21	5920	5646	5389	5145	4911	4696	4488	4289	4099	3917	3742	3574	3412	3256	3105
22	5916	5642	5384	5141	4907	4692	4484	4285	4096	3914	3739	3571	3409	3253	3103
23	5911	5637	5380	5137	4903	4689	4481	4282	4092	3911	3736	3568	3407	3251	3101
24	5906	5633	5376	5133	4900	4685	4477	4279	4089	3908	3733	3565	3404	3248	3098
25	5902	5629	5372	5129	4896	4682	4474	4276	4086	3905	3730	3563	3401	3246	3096
26	5897	5624	5368	5125	4892	4678	4471	4273	4083	3902	3727	3560	3399	3243	3093
27	5892	5620	5364	5122	4889	4675	4467	4269	4080	3899	3725	3557	3396	3241	3091
28	5888	5615	5359	5118	4885	4671	4464	4266	4077	3896	3722	3555	3393	3238	3088
29	5883	5611	5355	5114	4882	4668	4461	4263	4074	3893	3719	3552	3391	3236	3086
30	5878	5607	5351	5110	4878	4664	4457	4260	4071	3890	3716	3549	3388	3233	3083
31	5874	5602	5347	5106	4874	4660	4454	4256	4068	3887	3713	3546	3386	3231	3081
32	5869	5598	5343	5102	4871	4657	4451	4253	4065	3884	3710	3544	3383	3228	3078
33	5864	5594	5339	5098	4867	4653	4447	4250	4062	3881	3708	3541	3380	3225	3076
34	5860	5589	5335	5094	4863	4650	4444	4247	4059	3878	3705	3538	3378	3223	3073
35	5855	5585	5331	5090	4860	4646	4441	4244	4056	3875	3702	3535	3375	3220	3071
36	5850	5580	5326	5086	4856	4643	4437	4241	4053	3872	3700	3533	3372	3218	3069
37	5846	5576	5322	5082	4853	4639	4434	4237	4050	3869	3696	3530	3370	3215	3066
38	5841	5572	5318	5079	4849	4636	4431	4234	4047	3866	3693	3527	3367	3213	3064
39	5836	5567	5314	5075	4845	4632	4427	4231	4044	3863	3691	3525	3365	3210	3061
40	5832	5563	5310	5071	4841	4629	4424	4228	4041	3860	3688	3522	3362	3208	3059
41	5827	5559	5306	5067	4837	4625	4421	4224	4037	3857	3685	3519	3359	3205	3056
42	5823	5554	5302	5063	4833	4622	4417	4221	4034	3855	3682	3516	3357	3203	3054
43	5818	5550	5298	5059	4830	4618	4414	4218	4031	3852	3679	3514	3354	3201	3052
44	5813	5546	5294	5055	4826	4615	4411	4215	4028	3849	3677	3511	3351	3198	3049
45	5809	5541	5290	5051	4822	4611	4407	4212	4025	3846	3674	3508	3349	3195	3047
46	5804	5537	5285	5048	4818	4608	4404	4209	4022	3843	3671	3506	3346	3193	3044
47	5800	5533	5281	5044	4814	4604	4401	4205	4019	3840	3668	3503	3344	3191	3042
48	5795	5528	5277	5040	4811	4601	4397	4202	4016	3837	3665	3501	3341	3188	3039
49	5790	5524	5273	5036	4807	4597	4394	4199	4013	3834	3663	3497	3338	3185	3037
50	5786	5520	5269	5032	4803	4594	4390	4196	4010	3831	3660	3495	3336	3183	3034
51	5781	5516	5265	5028	4800	4590	4387	4193	4007	3828	3657	3492	3333	3180	3032
52	5777	5511	5261	5025	4796	4587	4384	4189	4004	3825	3654	3489	3331	3178	3030
53	5772	5507	5257	5021	4792	4584	4380	4186	4001	3822	3651	3487	3328	3175	3027
54	5768	5503	5253	5017	4789	4580	4377	4183	3998	3820	3649	3484	3325	3173	3025
55	5763	5498	5249	5013	4785	4577	4374	4180	3995	3817	3646	3481	3323	3170	3022
56	5758	5494	5245	5009	4782	4573	4370	4177	3991	3814	3643	3479	3320	3168	3020
57	5754	5490	5241	5005	4778	4570	4367	4174	3988	3811	3640	3476	3318	3165	3018
58	5749	5486	5237	5002	4774	4566	4364	4171	3985	3808	3637	3473	3315	3163	3015
59	5745	5481	5233	4998	4771	4563	4361	4167	3982	3805	3635	3471	3313	3160	3013
60	5740	5477	5229	4994	4767	4559	4357	4164	3979	3802	3632	3468	3310	3158	3010

M.	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
S.	1800	1860	1920	1980	2040	2100	2160	2220	2280	2340	2400	2460	2520	2580	2640	2700	2760
0	3010	2868	2730	2596	2467	2341	2218	2099	1984	1871	1761	1654	1549	1447	1347	1249	1154
1	3008	2866	2728	2594	2465	2339	2216	2097	1982	1869	1759	1652	1547	1445	1345	1247	1152
2	3005	2863	2725	2592	2463	2337	2214	2095	1980	1867	1757	1650	1545	1443	1343	1245	1151
3	3003	2861	2723	2590	2461	2335	2212	2093	1978	1865	1755	1648	1543	1441	1341	1243	1149
4	3001	2859	2721	2588	2458	2333	2210	2091	1976	1863	1753	1646	1541	1439	1339	1241	1147
5	2998	2856	2719	2585	2456	2331	2208	2089	1974	1861	1751	1644	1539	1437	1337	1239	1145
6	2996	2854	2717	2583	2454	2329	2206	2087	1972	1859	1749	1642	1537	1435	1335	1237	1143
7	2993	2852	2714	2581	2452	2326	2204	2085	1970	1857	1747	1640	1535	1433	1333	1235	1141
8	2991	2849	2712	2579	2450	2324	2202	2084	1968	1855	1745	1638	1533	1431	1331	1233	1139
9	2989	2847	2710	2577	2448	2322	2200	2082	1967	1854	1743	1636	1531	1429	1329	1231	1137
10	2986	2845	2707	2574	2445	2320	2198	2080	1965	1852	1741	1634	1529	1427	1327	1229	1135
11	2984	2842	2705	2572	2443	2318	2196	2078	1963	1850	1741	1634	1529	1427	1327	1229	1135
12	2981	2840	2703	2570	2441	2316	2194	2076	1961	1849	1739	1632	1527	1425	1325	1227	1133
13	2979	2838	2701	2568	2439	2314	2192	2074	1959	1847	1737	1630	1525	1423	1323	1225	1131
14	2977	2835	2698	2566	2437	2312	2190	2072	1957	1845	1736	1629	1524	1422	1322	1224	1130
15	2974	2833	2696	2564	2435	2310	2188	2070	1955	1843	1734	1627	1522	1420	1320	1222	1128
16	2972	2831	2694	2562	2433	2308	2186	2068	1953	1841	1732	1625	1520	1418	1318	1220	1126
17	2969	2828	2692	2559	2431	2306	2184	2066	1951	1839	1730	1623	1518	1416	1316	1218	1124
18	2967	2826	2689	2557	2429	2304	2182	2064	1950	1838	1728	1621	1516	1414	1314	1216	1122
19	2965	2824	2687	2555	2426	2302	2180	2062	1948	1836	1727	1620	1515	1413	1313	1215	1121
20	2962	2821	2685	2553	2424	2300	2178	2060	1946	1834	1725	1618	1513	1411	1311	1213	1119
21	2960	2819	2683	2551	2422	2298	2176	2059	1944	1832	1723	1616	1511	1409	1309	1211	1117
22	2958	2817	2681	2548	2420	2295	2174	2057	1942	1830	1721	1614	1509	1407	1307	1209	1115
23	2955	2815	2678	2546	2418	2294	2172	2055	1940	1828	1719	1612	1507	1405	1305	1207	1113
24	2953	2812	2676	2544	2416	2291	2170	2053	1938	1827	1718	1611	1506	1404	1304	1206	1112
25	2950	2810	2674	2542	2414	2289	2169	2051	1936	1825	1716	1609	1504	1402	1302	1204	1110
26	2948	2808	2672	2540	2412	2287	2167	2049	1934	1823	1714	1607	1502	1400	1300	1202	1108
27	2946	2805	2669	2538	2410	2285	2165	2047	1933	1821	1712	1605	1500	1399	1299	1201	1107
28	2943	2803	2667	2535	2408	2283	2163	2045	1931	1819	1711	1604	1499	1397	1297	1199	1105
29	2941	2801	2665	2533	2405	2281	2161	2043	1929	1817	1709	1602	1497	1395	1295	1197	1103
30	2939	2798	2663	2531	2403	2279	2159	2041	1927	1816	1707	1601	1496	1394	1294	1196	1102
31	2935	2796	2660	2529	2401	2277	2157	2039	1925	1814	1705	1599	1494	1392	1292	1194	1100
32	2934	2794	2658	2527	2399	2275	2155	2037	1923	1812	1703	1598	1493	1391	1291	1193	1099
33	2931	2792	2656	2525	2397	2273	2153	2035	1921	1810	1702	1596	1491	1389	1289	1191	1097
34	2929	2789	2654	2522	2395	2271	2151	2033	1919	1808	1700	1594	1489	1387	1287	1189	1095
35	2927	2787	2652	2520	2393	2269	2149	2032	1918	1806	1698	1592	1487	1385	1285	1187	1093
36	2924	2785	2649	2518	2391	2267	2147	2030	1916	1805	1696	1591	1486	1384	1284	1186	1092
37	2922	2782	2647	2516	2389	2265	2145	2028	1914	1803	1694	1589	1484	1382	1282	1184	1089
38	2920	2780	2645	2514	2387	2263	2143	2026	1912	1801	1693	1587	1482	1380	1280	1182	1088
39	2917	2778	2643	2512	2384	2261	2141	2024	1910	1799	1691	1585	1480	1378	1278	1180	1086
40	2915	2775	2640	2510	2382	2259	2139	2022	1908	1797	1689	1584	1479	1377	1277	1179	1085
41	2912	2773	2638	2507	2380	2257	2137	2020	1906	1795	1687	1582	1477	1375	1275	1177	1083
42	2910	2771	2636	2505	2378	2255	2135	2018	1904	1794	1686	1580	1475	1373	1273	1175	1081
43	2908	2769	2634	2503	2376	2253	2133	2016	1903	1792	1684	1578	1473	1371	1271	1173	1079
44	2905	2766	2632	2501	2374	2251	2131	2014	1901	1790	1682	1576	1471	1369	1269	1171	1077
45	2903	2764	2630	2499	2372	2249	2129	2012	1899	1788	1680	1574	1469	1367	1267	1169	1075
46	2901	2762	2627	2497	2370	2247	2127	2010	1897	1786	1678	1572	1467	1365	1265	1167	1073
47	2898	2760	2625	2495	2368	2245	2125	2009	1895	1785	1677	1571	1466	1364	1264	1166	1071
48	2896	2757	2623	2493	2366	2243	2123	2007	1893	1783	1675	1569	1464	1362	1262	1164	1069
49	2894	2755	2621	2491	2364	2241	2121	2005	1891	1781	1673	1567	1462	1360	1260	1162	1067
50	2891	2753	2618	2488	2362	2239	2119	2003	1889	1779	1671	1565	1460	1358	1258	1160	1066
51	2889	2750	2616	2486	2359	2237	2117	2001	1887	1777	1669	1563	1458	1356	1256	1158	1064
52	2887	2748	2614	2484	2357	2235	2115	1999	1886	1775	1667	1561	1456	1354	1254	1156	1063
53	2884	2746	2612	2482	2355	2233	2113	1997	1884	1774	1666	1560	1455	1353	1253	1155	1061
54	2882	2744	2610	2480	2353	2231	2111	1995	1882	1772	1664	1558	1453	1351	1251	1153	1059
55	2880	2741	2607	2477	2351	2229	2109	1993	1880	1770	1663	1557	1452	1350	1250	1152	1058
56	2877	2739	2605	2475	2349	2227	2107	1991	1878	1768	1661	1555	1450	1348	1248	1150	1057
57	2875	2737	2603	2473	2347	2225	2105	1989	1876	1766	1659	1553	1448	1346	1246	1148	1055
58	2873	2735	2601	2471	2345	2223	2103	1987	1875	1765	1657	1551	1446	1344	1244	1146	1054
59	2870	2732	2599	2469	2343	2221	2101	1986	1873	1763	1655	1549	1444	1342	1242	1144	1052
60	2868	2730	2596	2467	2341	2218	2099	1984	1871	1761	1654	1548	1443	1341	1241	1143	1051

N.	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	N.
S.	2820	2880	2940	3000	3060	3120	3180	3240	3300	3360	3420	3480	3540	3600	3660	3720	S.
0	1061	0569	0880	0792	0706	0621	0539	0458	0378	0300	0223	0147	0073	0000	9928	9858	0
1	1059	0968	0878	0790	0704	0620	0537	0456	0377	0298	0221	0146	0072	9999	9927	9856	1
2	1057	0966	0877	0789	0703	0619	0536	0455	0375	0297	0220	0145	0071	9998	9926	9855	2
3	1056	0965	0875	0787	0702	0617	0535	0454	0374	0296	0219	0144	0069	9997	9925	9854	3
4	1054	0963	0874	0786	0700	0616	0533	0452	0373	0294	0218	0142	0068	9995	9923	9853	4
5	1053	0962	0872	0785	0699	0615	0532	0451	0371	0293	0216	0141	0067	9994	9922	9852	5
6	1051	0960	0871	0783	0697	0613	0531	0450	0370	0292	0215	0140	0066	9993	9921	9851	6
7	1050	0959	0869	0782	0696	0612	0529	0448	0369	0291	0214	0139	0064	9992	9920	9849	7
8	1048	0957	0868	0780	0694	0610	0528	0447	0367	0289	0213	0137	0063	9990	9919	9848	8
9	1047	0956	0866	0779	0693	0609	0526	0446	0366	0288	0211	0136	0062	9989	9918	9847	9
10	1045	0954	0865	0777	0692	0608	0525	0444	0365	0287	0210	0135	0061	9988	9916	9846	10
11	1044	0953	0863	0776	0690	0606	0524	0443	0363	0285	0209	0134	0060	9987	9915	9845	11
12	1042	0951	0862	0774	0689	0605	0522	0442	0362	0284	0208	0132	0058	9986	9914	9844	12
13	1041	0950	0860	0773	0687	0603	0521	0440	0361	0283	0206	0131	0057	9984	9913	9843	13
14	1039	0948	0859	0772	0686	0602	0519	0439	0359	0282	0205	0130	0056	9983	9912	9842	14
15	1037	0947	0857	0770	0685	0601	0518	0438	0358	0280	0204	0129	0055	9982	9910	9840	15
16	1036	0945	0856	0769	0683	0599	0517	0436	0357	0279	0202	0127	0053	9981	9909	9839	16
17	1034	0944	0855	0767	0682	0598	0516	0435	0356	0278	0201	0126	0052	9980	9908	9838	17
18	1033	0942	0853	0766	0680	0596	0514	0434	0354	0276	0200	0125	0051	9978	9907	9837	18
19	1031	0941	0852	0764	0679	0595	0513	0432	0353	0275	0199	0124	0050	9977	9906	9835	19
20	1030	0939	0850	0763	0678	0594	0512	0431	0352	0274	0197	0122	0049	9976	9905	9834	20
21	1028	0938	0849	0762	0676	0592	0510	0430	0350	0273	0196	0121	0047	9975	9903	9833	21
22	1027	0936	0847	0760	0675	0591	0509	0428	0349	0271	0195	0120	0046	9974	9902	9832	22
23	1025	0935	0846	0759	0673	0590	0507	0427	0348	0270	0194	0119	0045	9972	9901	9831	23
24	1024	0933	0844	0757	0672	0588	0506	0426	0346	0269	0192	0117	0044	9971	9900	9830	24
25	1022	0932	0843	0756	0670	0587	0505	0424	0345	0267	0191	0116	0042	9970	9899	9829	25
26	1021	0930	0841	0754	0669	0585	0503	0423	0344	0266	0190	0115	0041	9969	9897	9827	26
27	1019	0929	0840	0753	0668	0584	0502	0422	0342	0265	0189	0114	0040	9968	9896	9826	27
28	1018	0927	0838	0751	0666	0583	0501	0420	0341	0264	0187	0112	0039	9966	9895	9825	28
29	1016	0926	0837	0750	0665	0581	0499	0419	0340	0262	0186	0111	0038	9965	9894	9824	29
30	1015	0924	0835	0749	0663	0580	0498	0418	0339	0261	0185	0110	0036	9964	9893	9823	30
31	1013	0923	0834	0747	0662	0579	0497	0416	0337	0260	0184	0109	0035	9963	9892	9822	31
32	1012	0921	0833	0746	0661	0577	0495	0415	0336	0258	0182	0107	0034	9962	9890	9820	32
33	1010	0920	0831	0744	0659	0576	0494	0414	0335	0257	0181	0106	0033	9960	9889	9819	33
34	1008	0918	0830	0743	0658	0574	0493	0412	0333	0256	0180	0105	0031	9959	9888	9818	34
35	1007	0917	0828	0741	0656	0573	0491	0411	0332	0255	0179	0104	0030	9958	9887	9817	35
36	1005	0915	0827	0740	0655	0572	0490	0410	0331	0253	0177	0103	0029	9957	9886	9816	36
37	1004	0914	0825	0739	0654	0570	0489	0408	0329	0252	0176	0101	0028	9956	9885	9815	37
38	1002	0912	0824	0737	0652	0569	0487	0407	0328	0251	0175	0100	0027	9954	9883	9813	38
39	1001	0911	0822	0736	0651	0568	0486	0406	0327	0250	0174	0099	0025	9953	9882	9812	39
40	0999	0909	0821	0734	0649	0566	0484	0404	0326	0248	0172	0098	0024	9952	9881	9811	40
41	0998	0908	0819	0733	0648	0565	0483	0403	0324	0247	0171	0096	0023	9951	9880	9810	41
42	0996	0906	0818	0731	0647	0563	0482	0402	0323	0246	0170	0095	0022	9950	9879	9809	42
43	0995	0905	0816	0730	0645	0562	0480	0400	0322	0244	0169	0094	0021	9948	9877	9808	43
44	0993	0903	0815	0729	0644	0561	0479	0399	0320	0243	0167	0093	0019	9947	9876	9807	44
45	0992	0902	0814	0727	0642	0559	0478	0398	0319	0242	0166	0091	0018	9946	9875	9805	45
46	0990	0900	0812	0726	0641	0558	0476	0396	0318	0241	0165	0090	0017	9945	9874	9804	46
47	0989	0899	0811	0724	0640	0557	0475	0395	0316	0239	0163	0089	0016	9944	9873	9803	47
48	0987	0897	0809	0723	0638	0555	0474	0394	0315	0238	0162	0088	0015	9942	9872	9802	48
49	0986	0896	0808	0721	0637	0554	0472	0392	0314	0237	0161	0087	0013	9941	9870	9801	49
50	0984	0894	0806	0720	0635	0552	0471	0391	0313	0235	0160	0085	0012	9940	9869	9800	50
51	0981	0893	0805	0719	0634	0551	0470	0390	0311	0234	0158	0084	0011	9939	9868	9798	51
52	0981	0891	0803	0717	0633	0550	0468	0388	0310	0233	0157	0083	0010	9938	9867	9797	52
53	0980	0890	0802	0716	0631	0548	0467	0387	0309	0232	0156	0082	0008	9937	9866	9796	53
54	0978	0888	0801	0714	0630	0547	0466	0386	0307	0230	0155	0080	0007	9935	9865	9795	54
55	0977	0887	0799	0713	0628	0546	0464	0384	0306	0229	0153	0079	0006	9934	9863	9794	55
56	0975	0885	0798	0711	0627	0544	0463	0383	0305	0228	0152	0078	0005	9933	9862	9793	56
57	0974	0884	0796	0710	0626	0543	0462	0382	0304	0227	0151	0077	0004	9932	9861	9792	57
58	0972	0883	0795	0709	0624	0541	0460	0381	0302	0225	0150	0075	0002	9931	9860	9790	58
59	0971	0881	0793	0707	0623	0540	0459	0379	0301	0224	0148	0074	0001	9929	9859	9789	59
60	0969	0880	0792	0706	0621	0539	0458	0378	0300	0223	0147	0073	0000	9928	9858	9788	60

Usage des Logarithmes Logiftiques, pour prendre les parties proportionnelles dans les Tables Aftronomiques.

Le Logarithme Logiftique d'un nombre quelconque donné de fecondes, est la différence entre le Logarithme qu'on trouve dans les Tables vulgaires du nombre $3600'' = 60' \times 60$, & celui du nombre de fecondes proposé.

On a introduit ces logarithmes pour prendre les parties proportionnelles dans les Tables Aftronomiques, parce qu'ils font plus commodes, & que l'opération est même un peu plus simple qu'en se servant de la Table du Roi Alphonse, dont les Calculateurs ont fait usage autrefois, & que l'on trouve imprimée dans le premier volume des Ephémérides d'Argolus.

I. Quand le second ou troisieme terme de la proportion n'excedent pas $60'$ ou $3600''$, les parties proportionnelles se découvrent par une simple addition. Exemple, on veut trouver dans le calcul du vrai Lieu de l'Apogée de la Lune, la partie proportionnelle qui répond à $24' 48''$, l'Argument annuel étant selon ce qui va être rapporté ci-après (pag. 630) de $0^{\circ} 24^{\circ}$: on fera si $60' : 16' 46''^* :: 24' 48'' ? : R' 6' 56''$.

* Voyez la Table, pag. 167.

On a donc (page 623) pour $16' 46''$ le logar. logiftiq. 5537

$$\begin{array}{r} 2448 \dots\dots\dots 3837 \\ \hline 656 \qquad \qquad \text{La somme } 9374. \end{array}$$

II. Mais si le second ou troisieme terme excède $60'$ ou $3600''$, on mettra au-devant l'unité avec le signe négatif, & la somme donnera comme ci-dessus le quatrieme terme de la proportion.

III. Quand le premier terme de la proportion n'est pas le nombre $60'$, il peut arriver deux cas; car ou le premier terme est plus petit que $60'$, & en ce cas il faudra prendre dans la Table des Logarithmes Logiftiques le Complément Arithmétique du premier terme, & mettre

au-devant l'unité avec le signe négatif, de sorte que le calcul s'achevera comme ci-dessus ; ou bien si le premier terme excède 60', il faudra seulement prendre le complément Arithmétique de ce premier terme, & l'ajouter au second ou troisième, pour avoir le quatrième terme de la proportion. C'est ainsi que par la seule addition on pourra faire toutes les opérations nécessaires lorsqu'il est question de prendre les parties proportionnelles. Exemples.

<p>Si 44' 10" : 60' :: 8' 15" ? : R 11' 12"¹/₂</p> <p>Compl. Arith. 1.8669 = 44' 10"</p> <p style="padding-left: 2em;">0000 = 60 00</p> <p style="padding-left: 2em;">8617 = 08 15</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>0.7286 = 11' 12"¹/₂</p>	<p>Si 61' 56" : 60' :: 11' 17" ? : R 10' 56"</p> <p style="padding-left: 2em;">0138...61'. 56</p> <p style="padding-left: 2em;">0000...60. 00</p> <p style="padding-left: 2em;">7257...11. 17</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>7395...10. 56</p>
--	---

*Avertissemens pour le Calcul des Lieux du Soleil
& de la Lune.*

L faut remarquer d'abord qu'en ajoutant les moyens mouvemens, lorsque la somme des minutes & secondes excède 60, on doit rejeter une unité dans la colonne des minutes ou des degrés vers la gauche : mais il faut bien prendre garde que si la somme des degrés surpasse 30, c'est alors qu'il faut rejeter une unité dans la colonne des signes vers la gauche, parce qu'un signe ne contient que 30 degrés.

De l'addition & réduction des nombres, en signes, degrés & minutes, lorsqu'on commence à prendre la somme des moyens mouvemens.

Les Tables des moyens mouvemens sont construites de maniere qu'elles doivent répondre à une durée ou tems égal & uniforme : ainsi les époques des pages 147 & 157, répondent au moment de Midi de tems moyen ; & parce qu'il est plus commode de commencer l'année au 31 Décembre, pour éviter l'embaras des Bissextiles pendant le reste des mois de l'année, il est évident que pour déterminer le Lieu moyen, soit du Soleil, soit de la Lune dans un tems donné quelconque pendant le cours de l'année, il faudra d'abord réduire le tems vrai ou ap-

Les époques des Tables Astronomiques commencent au 31 Décembre à midi de tems moyen.

parent en tems moyen, ce qui peut se faire de deux manieres, ou recommençant deux fois le calcul du lieu du Soleil, afin de corriger le tems, immédiatement après le premier calcul, par le moyen des deux Tables de la page 154; ou bien il faudra chercher dans quelques Almanachs ou Ephémérides, l'équation du tems en nombres ronds pour s'en servir d'abord dans le calcul du lieu du Soleil: ensuite on rectifiera ce tems moyen, sur lequel il seroit dangereux de se négliger dans le calcul du lieu de la Lune dont le mouvement est très-rapide.

On trouvera, page 187, la Table des moyens mouvemens de la Lune en heures, minutes & secondes, dont il est plus commode de prendre la somme à part pour l'ajouter ensuite à l'époque & au jour du mois, ce qu'on laisse néanmoins au choix du calculateur.

Le calcul de la 2^e Table de l'Equation seconde du moyen mouvement de la Lune, a été fondé sur ce que ces Equations varient* comme les sinus des arcs doubles pour chaque degré de l'argument annuel.

* Voyez ce qui en a été dit pag. 166 & 189.

Pour calculer l'Equation du centre du Soleil ou de la Lune, il faut soustraire du Lieu moyen corrigé celui de l'Apogée, ce qui fera connoître l'anomalie moyenne; mais il est à remarquer que l'Equation du centre du Soleil se découvre facilement en se servant de la Table page 152 & 153, en y employant selon la regle ordinaire, les parties proportionnelles, ce qui ne demande qu'une simple addition des logarithmes logistiques &c. car l'excentricité de l'orbite terrestre est constante & invariable.

Comment il faut calculer l'Equation du centre de la Lune.

Mais au contraire l'excentricité de l'orbite Lunaire étant sujette à de grands changemens, au lieu d'une seule & unique Table, il a fallu en composer plusieurs, en sorte que les Equations doivent être calculées par de triples parties proportionnelles.

Pour cet effet on a donné, page 170 & suivantes;

quatre Tables différentes, dont la première représente la plus grande Equation possible de $5^{\circ} 0'$, la seconde de $6^{\circ} 0'$, & la troisième de $7^{\circ} 0'$; & enfin la quatrième de $7^{\circ} 39\frac{1}{2}'$; d'où il est aisé de voir que dans les derniers cas, lorsque la plus grande Equation possible excédera $7^{\circ} 0'$, & qu'il faudra prendre la partie proportionnelle, on ne pourra plus y parvenir seulement par l'addition des logarithmes logistiques: mais il faudra de plus soustraire de la somme, le logarithme logistique de $39' 30''$, puisque la différence des deux dernières colonnes des Tables d'Equations n'est plus de $60'$, comme dans les premiers cas, c'est-à-dire, toutes les fois que l'on vient à tomber entre deux des trois premières colonnes vers la gauche.

On y doit parvenir en y employant deux des quatre Tables qui ont été construites, en supposant les plus grandes équations possibles 5° . 6° . 7° . & $7^{\circ} 39\frac{1}{2}'$.

Au reste la variation de la Lune se doit calculer aussi autant de fois qu'il est nécessaire par de triples parties proportionnelles, ce qui ne souffre presque aucune difficulté, comme on le peut voir dans l'exemple suivant.

La variation de la Lune se calcule de même, c'est-à-dire en y employant aussi de triples parties proportionnelles.

Les Tables, page 180 & suivantes, ont été construites pour faciliter le calcul de la réduction à l'Ecliptique, & des latitudes de la Lune, principalement à ceux qui n'ont pas en main les Tables des logarithmes des sinus de 10 secondes en 10 secondes; car il est toujours plus simple (faute des Tables beaucoup plus détaillées où les parties proportionnelles se prendroient à vue) d'y employer la Trigonométrie, en faisant les deux Analogies rapportées dans les deux exemples qui suivent.

Il n'est pas nécessaire d'avoir égard dans le calcul des Eclipses tant du Soleil que de la Lune, à la septième équation: mais pour obtenir une plus grande exactitude lorsqu'il s'agira de ces Eclipses, ou de quelques occultations d'Etoiles par la Lune dans les autres phases, & principalement au tems des quadratures; il seroit avantageux (si l'on néglige totalement cette dernière équation qui n'est pas encore assez connue) de découvrir l'erreur des Tables, en consultant l'Histoire des observations faites une ou plusieurs périodes auparavant. On connoitra de cette manière l'erreur des Tables, à laquelle il faudra avoir égard pour le tems de l'Eclipse qu'on s'est proposé de calculer.

La construction & l'usage de la dernière Table, a été expliquée à la fin du Chap. XII. Mais si l'on souhaite une plus grande exactitude, on traitera les Triangles comme sphériques, principalement si la distance du nœud à la ligne des siffiers, de la première ou dernière colonne, pag. 186. est de plusieurs degrés.

CALCUL DU LIEU DU SOLEIL,

Pour le 4 Août 1739, à 3^h 35' 35" de tems vrai, ou de tems moyen, 3^h 41' 10"

1739 ☉.....9 ^s 09' 40" 34" Apo. 3 ^s 08' 24' 22"	La Ire équat. du	$\left\{ \begin{array}{l} -4' 17'' \\ +9' 52'' \end{array} \right.$
4 Août.....7 02 53 59	tems, page 154	
3 ^h 41' 10".....9 04 ¹ / ₂	La seconde...	
Longit. moy.....4 12 43 37 ¹ / ₂	L'éq. du tems additiv. 5' 35"	
Apo. à ôter...3 08 24 59 ¹ / ₂	Si 60' : 1' 40" :: 18' 38" ?	
Anom. moy....1 04 18 38	15563 Logar. log. de 1' 40"	
	5079.....18 38	
Longit. moy....4 12 43 37 ¹ / ₂	☉ 0' 31" 20642	
Equat. du centre.—1 04 26	L'éq. du centre pour 1 ^s 04' est 1° 03' 55"	
☉ Lieu vrai...4 11 39 11 ¹ / ₂	Il faut y ajouter 31	
Ou bien fa long. ☉. 11 39 11 ¹ / ₂	& l'on aura l'équation du centre qui répond	
	à 1 ^s 4° 18' 38" d'anom. moy. 1° 04' 26"	

Calcul du vrai lieu de la Lune le 3 Août 1739, à 3^h 41' 10" de tems moyen.

1739 ☾ 5 ^s 15' 30' 56" Apogée 2 ^s 23' 20' 34"	☾ Rétrogr.....4 ^s 13' 01' 25"
4 Août 10 26 06 05	Il en faut ôter.....11 26 17
3 ^h 41' 10"....2 01 25 ¹ / ₂	0 24 03 52
Longit. moy. 4 13 38 26 ¹ / ₂	1 01
Ire équation....+6 32	Somme...3 17 25 27
☾ 1° corrig. 4 13 44 58 ¹ / ₂	—11 04
Seconde équat. — 2 42 ¹ / ₂	Apo. 1° cor. 3 17 14 23
☾ 2° corrig. 4 13 42 06	Equa. del'ap. +8 00 24
3 ^e équation.....—16	Apog. corr. 3 25 14 47
☾ 3° corrig. 4 13 41 50	☉ Apogée 3 08 24 59 ¹ / ₂
Apogée...3 25 14 47	Dist. des ap 0 16 49 47 ¹ / ₂
Anom. moy. 0 18 27 03	☾ — ☉ 11 29 54 24 ¹ / ₂
L'éq. du centre — 2 08 14	La fom. 0 16 44
☾ 4° corrig. 4 11 33 36	☾ vrai lieu 4 ^s 11' 34' 06"
Lieu du ☉ 4 11 39 11 ¹ / ₂	☾.....4 02 09 48 ¹ / ₂
☾ — ☉ 11 29 54 24 ¹ / ₂	☾ — ☉ 0 ^s 9' 24' 17 ¹ / ₂
La variat de la ☾ — 0 06 ¹ / ₂	ou Argum. de la latitude.
☾ 5° corrig. 4 11 33 29	La plus grande équation
6 ^e équation.....+37	seconde du moy. mouv.
☾ 6° corrig. 4 11 34 06	page 166, est 3' 34 ¹ / ₂ "
7 ^e équation.....+00	☉ Lieu 4 ^s 11' 39' 11 ¹ / ₂ "
☾ vrai Lieu 4 11 34 06	☾ Apog. 3 17 14 23
La réduction...—2 22	Arg ann. 0 24 24 48
☾ Longit. ☾. 11 31 44	☉ Lieu 4 ^s 11' 39' 11 ¹ / ₂ "
La plus grande variation	☾ 4 01 39 53 ¹ / ₂
(page 166) 33' 26".	☾ — ☉ 0 09 59 18
60:1' 09" :: 54' 24" 1 ¹ / ₂ 1' 02" 1 ¹ / ₂	Inclinaison 5° 16' 58"
17175 log. 17050	La variation ou différence
0425	du 2 ^d au 4 ^e terme, 0' 6 ¹ / ₂ ".
17600	Diametre. Parall. horiz.
	29' 47 ¹ / ₂ " 53' 47"
	13143 somme
	1816 l. logif. 39' 30" si à 2° 03' 49"
	11327.....4 25 on ajou. 4 25
	L'équat. du centre sera...2° 8' 14"
	Rayon...10 0000000
	Sin. de l'hip. 9.2132773. 9° 24' 17 ¹ / ₂ "
	Sin. de l'incl. 8.9641242. 5 16 58
	Sin. de la lat. 8.1774015. 0 51 43 ¹ / ₂ "
	Latitude boréale.....0° 51' 43 ¹ / ₂ "
	Rayon...10 0000000
	Tan. del'hip. 9.2191549. 9° 24' 17 ¹ / ₂ "
	Cof. del'inc. 9.9981512. 84 43 02
	Tang. de...49.2173061. 9 21 56
	La réduction à l'éclipt.0 2' 21 ¹ / ₂ "

Calcul du Lieu du Soleil le 4 Août 1739, à 5^h 49' 50", ou de tems moyen 5^h 55' 24"¹/₂.

1739 ☉..... 9 ^s 9° 40' 34"	Apogée..... 3 ^s 8° 24' 22"	La 1 ^{re} Equat. du tems — 4' 18"
4 Août..... 7 2 53 59	37 ¹ / ₂	La seconde..... +9 52 ¹ / ₂
5 ^h 55' ¹ / ₂ 14 36	Apogée..... 3 8 24 59 ¹ / ₂	Equation du tems +5 34 ¹ / ₂
Longit. moy 4 12 49 09		
Aphélie. ... 3 08 24 59 ¹ / ₂		
Anom. moy. 1 04 24 09 ¹ / ₂		
Eq. du cent. — 1 04 35		
☉ Lieu vrai 4 11 44 34		
ou fa longit. ☉. 11 44 34		

Calcul du vrai lieu de la Lune à 5^h 55' 25" de tems moyen.

1739 ☾... 5 ^s 15° 30' 56"	Apogée... 2 ^s 23° 20' 34"	☽ Retrogr. ... 4 ^s 13° 01' 25"
4 Août... 10 26 06 05	24 03 52	ótez { 11 26 17 }
5 ^h 55' 25"..... 3 15 08	1 39 ¹ / ₂	0 47 ¹ / ₂ }
Longit. moy. 4 14 52 09	Apogée... 3 17 26 05 ¹ / ₂	ou la somme 11 27 04 ¹ / ₂
1 ^{re} Equation... + 6 33	— 11 06 ¹ / ₂	Lieu moyen ☽ 4 01 34 20 ¹ / ₂
☾ 1 ^o Corr. 4 14 58 42	Apogée... 3 17 14 59	☽..... 4 01 39 36
2 ^e Equation... + 8 43	Equation... + 8 01 44	Equation... + 30 10
☾ 2 ^o Corr. 4 14 55 59	Apogée... 3 25 16 43	Lieu du ☽..... 4 02 09 46
3 Equation... — 0 16	☉ Apogée. 3 03 24 59 ¹ / ₂	☾ Lieu..... 4 12 41 08
☾ 3 ^o Corr. 4 14 55 43	Distance... 0 16 52	☾ — ☽..... 0 10 31 22
Apogée... 3 25 16 43	☾ — ☉... 0 00 55	
Anom. moy. 0 19 39 00	La somme .. 0 17 47	La plus grande Equation du centre 7° 16' 00".
Eq. du centre — 2 16 16 ¹ / ₂		
☾ 4 ^o Corr. 4 12 39 25 ¹ / ₂	La plus grande Equat. Seconde du moyen mouvement 3' 34" ¹ / ₂ .	63' : 39' 00" :: { 6' 30" ? R 4' 13" } 7 03" R 4 35
☉ Lieu... 4 11 44 34	☉ Lieu... 4 11 44 34	1871... logar. 39' 0" ... 1871
☾ — ☉... 0 54 52 ¹ / ₂	☾ Apog... 3 17 14 59	9652 = 6' 30" 7' 03" = 9300
Variation... + 1 04	Arg Ann... 0 24 29 35	11523 = 4' 15" 4' 35" = 11171
☾ 5 ^o Corr. 4 12 40 30 ¹ / ₂	☉ Lieu... 4 11 44 34	Equations 2° 7' 24" ... 2° 18' 32"
6 ^e Equation.. + 0 39 ¹ / ₂	☽..... 4 01 39 36	4 13 4 35
☾ 6 ^o Corr. 4 12 41 10	☉ — ☽... 0 10 04 58	La som. 2 11 37 ... 2 23 07
7 ^e Equation..... — 02	60' : 2' 52" :: 4' 58" ? R 0' 14"	2 11 37
☾ Vrai Lieu 4 12 41 08	10821..... 2' 52" 29 56	Différence 11 30
Réduçt. à l'Eclip. — 2 37	13208..... 4 58 30' 10"	
☾ Longit. . 4 12 38 31	24029..... 0 14	Si 39' 30" : 11' 30" :: 16' 00" R 4' 39" ¹ / ₂
à 3 ^h 41' 10" 4 11 31 44	Equation du ☽ 0° 30' 10"	7175 log. 11' 30" 2 11 37
en 2 14 15 différence ou mouvement de la ☾ réduit à l'Ecliptique 01° 06' 47"	Incl. de Forb. 5° 16' 57" ¹ / ₂	5740 16 00 l'Éq. 2 16 16 ¹ / ₂
Celui du ☉..... 5' 22" ¹ / ₂		12915 somme.
Différence ... 01 01 24 ¹ / ₂		1816 log. 39' 30"
Diametre. Paralli. horiz.		11099 log. 4 39 ¹ / ₂ .
29' 47" ¹ / ₂ 53' 48"	60' : 16' 46" :: 29' 35" ? R 8' 16"	9.2615636 sin. 10° 31' 22"
	5537..... 16' 46" 7 53 28	8.0641127 sin. 5 16 57 ¹ / ₂
	3071..... 29 35 8 01 44	48.2256763 sin. 0 57 48
	8608..... 8' 16"	Latitude boréale 0° 57' 48"
	L'Éq. de l'Apog. 8° 01' 44"	9.2689295 T. 10° 31' 22"
		9.9981514 sin. 83 44 02 ¹ / ₂
		89.2670809 T. 10 28 45
		Réduction a l'Eclipt. 2' 37"

Si du mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique dans l'espace de $2^h 14' 15''$ écoulées entre le commencement & la fin de l'Eclipse observée le 4 Août 1739, & qu'on trouve de $1^\circ 6' 47''$, on ôte le mouvement vrai du Soleil pendant le même espace de tems, qui est de $5' 22''\frac{1}{2}$, la différence fera le mouvement de la Lune au Soleil, sçavoir $1^\circ 1' 25''$. On fera donc si $61' 25'' : 2^h 14'\frac{1}{4} ::$ combien la différence $7' 27''\frac{1}{2}$ (qu'on a premierement trouvée entre le lieu du Soleil & le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique) doit-elle donner ? On aura au quatrième terme $0^h 16' 18''\frac{1}{4}$, ce qui donneroit le tems de la conjonction des deux Luminaires à $3^h 57'\frac{1}{2}$.

Mais parce que le mouvement de la Lune n'a pas été uniforme dans l'espace de $2^h 14'\frac{1}{4}$, & que cette Planete allant de l'Apogée au Périgée, a dû accélérer son mouvement, il s'ensuit que la conjonction a dû arriver un peu plutôt. D'ailleurs si l'on a calculé le lieu du Soleil pour $3^h 58' 00''$, & le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique pour le même instant, on a le Soleil à $4^\circ 11' 39' 52''$, & le lieu de la Lune plus avancé d'environ $0' 25''\frac{1}{2}$.

On fera donc si $61' 25'' : 2^h 14'\frac{1}{4} :: 0' 25''\frac{1}{2} ?$ R^o $0^h 0' 55''\frac{2}{3}$
ou plutôt $7' 53'' : 16' 50'' :: 0' 25''\frac{1}{2} ?$ R^o $0' 0' 54''\frac{1}{2}$.

qu'il faut ôter de $3 58 00$.

Donc la σ à $3^h 57' 5''$: le lieu du \odot étant
au même instant ζ $11^\circ 39' 50''$.

& la Latitude boréale de la Lune $0^\circ 52' 27''\frac{1}{2}$.

Ces Elémens semblent suffire pour calculer toutes les phases de l'Eclipse.

Les Tables du premier Satellite de Jupiter ont été construites de maniere que par la simple addition des nombres on détermine toujours le moment de la vraie conjonction au centre de l'ombre ; & c'est-là le point essentiel qui les rend si commodes : quant aux *Immersion* ou *Emerfions*, qui sont les seules phases qu'il est possible d'observer, il est clair qu'il faudra toujours rabattre ou ajouter la demidurée de l'Eclipse (qu'on trouvera page 313), du tems de la vraie conjonction qu'on aura déjà déterminée.

En ajoutant à l'Epoque les mois, les jours, les heures, &c. qui doivent servir à déterminer la conjonction que l'on veut calculer, il faudra prendre aussi dans les colonnes latérales à droite les nombres *A* & *B*, qu'on aura soin d'additionner à part. On rejettera les unités chaque fois que ces nombres surpasseront 1000, c'est-à-dire une révolution entiere dans la circonférence du cercle.

PROBLEME.

PROBLEME.

Ll est le mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique, pendant un intervalle de tems donné quelconque, comme de 2^h 14¹/₂ dans l'exemple précédent. *Ss* est le mouvement du Soleil dans le même intervalle de tems qu'on suppose aussi connu, de même que *LS* différence en longitude entre le lieu de la Lune réduit à l'Ecliptique, & celui du Soleil dans le premier instant. On demande quel est le point *M* où doit se faire la conjonction, en supposant le mouvement de ces deux astres égal & uniforme.

PLANCHE IX.
Fig. 22.

Faisant $Ll = a$, $Ss = b$, $LS = c$, & enfin $LM = x$, on aura $(Ll) a : (Ss) b :: (LM) x : \frac{bx}{a} = SM$. Partant $x - c = \frac{bx}{a}$; d'où l'on tire $x = \frac{ac}{a-b}$. C.Q.F.T.

Il faudra donc ajouter le logarithme du mouvement de la Lune réduit à l'Ecliptique dans l'espace de tems donné, au logarithme de la différence en longitude entre la Lune & le Soleil au premier instant, & retrancher de leur somme le logarithme de la différence des mouvemens du Soleil & de la Lune; le reste fera le logarithme de la distance *LM* que l'on cherche.

Calcul de l'immersion du premier Satellite, arrivée le 18 Août 1740, à 1^h 6' du matin à Paris.

Avertissement. Quand l'année est Bissextile, il faudra toujours écrire depuis le mois de Février un jour de moins. On cherchera ensuite successivement les trois Equations par le moyen des nombres *A* & *B*.

1740 Epoque où 10 ^h 50' 08 ⁿ	N. A.	N. B.	Réduisant le tems moyen au tems vrai, on trouve que l'immersion du Satellite a dû arriver à Paris le 18 Août 1740, à 1 ^h 9' du matin, l'erreur des Tables étant alors de 3' en excès.
Août 17 01 57 55	640	595	
I. Equation.....76 30 ⁺	53	571	
II. Equat. de la Lum. 12 42 ⁺	693	1166	
III. 2 ^e Equat. de la Lum. 1 24 ⁺		1	
	B corrigé 167		
La conjonction. Août 18 14 18 40 ⁺			
Demi-durée de l'Eclipte... 1 06 15 ⁺			

L'immersion à.....18 13 12 25 de tems moyen.

Formules pour calculer les Aberrations des Etoiles fixes en déclinaison & en ascension droite, démontrées par M. Clairaut dans les Mém. de l'Académie des Sciences de l'année 1737.

POUR LA DECLINAISON DES ETOILES.

Si l'Etoile est dans les Signes ascendants.....la latitude septentrionale.
Ou Si l'Etoile est dans les Signes descendans.....la latitude méridionale.

L'arc conclu est plus petit qu'un droit : & l'Etoile est le plus loin du pole de même nom que sa latitude 3 Signes après le tems où le Soleil est dans le lieu où l'Aberration est nulle.

Si l'Etoile est dans les Signes descendans.....la latitude septentrionale.
Ou si l'Etoile est dans les Signes ascendants.....la latitude méridionale.

L'arc conclu est plus grand qu'un droit : & 3 Signes après le tems où le Soleil est dans le lieu où l'Aberration est nulle, l'Etoile est le plus près du pole de même dénomination que sa latitude.

L'Angle à l'Etoile aigu.

L'Angle à l'Etoile obtus. } Si l'Etoile est dans le 1^{er} quartier de l'Ecliptique. la latitude septentrionale.
 Ou Si l'Etoile est dans le troisieme. la latitude méridionale.
 L'arc conclu est plus grand qu'un droit : & l'Etoile est le plus loin du pole 3 Signes après le tems où le Soleil est dans le lieu où l'Aberration est nulle.
 Si l'Etoile est le second quartier de l'Ecliptique. la latitude septentrionale.
 Ou Si l'Etoile est dans le quatrieme. la latitude méridionale.
 L'arc conclu est plus petit qu'un droit : & l'Etoile est la plus près du pole , 3 Signes après le tems où le Soleil est dans le lieu où l'Aberration est nulle.

POUR L'ASCENSION DROITE DES ETOILES

L'Angle à l'Etoile aigu. } Si l'Etoile est dans les Signes ascendants. la latitude septentrionale.
 Ou si l'Etoile est dans les Signes descendants. la latitude méridionale.
 L'arc conclu est plus grand qu'un droit : & 3 Signes après le lieu où l'Aberration est nulle , l'ascension droite est la plus petite.
 Si l'Etoile est dans les Signes descendants. la latitude septentrionale.
 Ou si l'Etoile est dans les Signes ascendants. la latitude méridionale.
 L'arc conclu est plus petit qu'un droit : & 3 Signes après le lieu où l'Aberration est nulle , l'ascension droite est la plus petite.
 Si l'Etoile est dans le premier quartier de l'Ecliptique. . la latitude septentrionale.
 Ou si l'Etoile est dans le troisieme quartier. la latitude méridionale.
 L'arc conclu est plus petit qu'un droit : & 3 Signes après le lieu où l'Aberration est nulle , l'ascension droite est la plus grande.
 Si l'Etoile est dans le second quartier de l'Ecliptique. . la latitude septentrionale.
 Ou si l'Etoile est dans le quatrieme quartier. la latitude méridionale.
 L'arc conclu est plus grand qu'un droit : & 3 Signes après le lieu où l'Aberration est nulle , l'ascension droite est la plus grande.

Remarques.

Une Etoile située au pole de l'Ecliptique ne doit jamais être vue dans son véritable lieu , mais elle paroitra chaque année décrire autour de ce lieu un petit cercle , dont le diametre sera de 40" , comme il a été prouvé page 96 : quant à ce qui doit arriver aux autres Etoiles , il est aisé de démontrer qu'elles paroîtront décrire des Ellipses plus ou moins rétrécies , selon qu'elles sont éloignées ou qu'elles seront plus proche de ce pole. Or le plus grand axe de ces Ellipses qui doit être de 40" , sera toujours au petit axe , comme le sinus total , est au sinus de la latitude de l'Etoile ; en sorte qu'une Etoile située dans le plan même de l'Ecliptique , ne paroitra plus décrire qu'une ligne droite.

Au reste lorsque ces mêmes Etoiles seront en conjonction ou en opposition avec le Soleil , leur longitude apparente différera le plus de la véritable ; mais l'Aberration en latitude sera nulle.

Au contraire , 3 signes avant ou après la conjonction , la longitude apparente des Etoiles sera la même que la vraie , mais la latitude apparente différera le plus de la véritable.

F I N.

T A B L E

D E S M A T I E R E S

Contenues en ce Volume.

A.

<p>ABAISSEMENT d'une Etoile au-dessous de l'horison. 364</p> <p><i>Aber</i>ration des Etoiles fixes. D'où elle dépend, 94</p> <p>— découverte par M. Bradley. <i>ibid.</i></p> <p>— fait décrire chaque année aux Etoiles fixes, des petits cercles ou Ellipses allongées, autour de leur véritable Lieu, <i>ibid. & suiv.</i></p> <p>— a fait connoître exactement la vitesse de la lumiere, ou le tems que la lumiere des Etoiles employe à parcourir le demi-diametre de l'orbe annuel, 301</p> <p>— Les formules de MM. Bradley & Clairaut pour calculer l'Aberration en déclinaison & en ascension droite, 633</p> <p><i>Ab</i>sides, ou <i>Ap</i>sides. 109</p> <p>— Manere de trouver la position de la ligne des Apfides selon l'hypothese des Anciens, 472</p> <p>— En y employant la Théorie de Wardus, 512</p> <p>— Autres Méthodes plus exactes, 545, 547, & 574</p> <p><i>A</i>chronique { lever } d'une Etoile, 373</p> <p> { coucher }</p> <p><i>A</i>igle, Constellation, 59</p> <p><i>A</i>ir. Contribue beaucoup à nous faire paroître le ciel éclairé, 399</p> <p>— La matiere répandue dans</p>	<p>l'espace planétaire étant ramassée; occuperoit à peine un pouce d'air pris dans l'état où nous le respirons, 344</p> <p><i>A</i>ires Elliptiques parcourues dans un même tems par différentes Planetes, sont entre elles en raisons soudoublées des parametres de chaque Ellipse, 110 & 481</p> <p>— Sont toujours proportionnelles aux tems, <i>ibid.</i></p> <p><i>Al</i>fergan, Auteur Arabe traduit par Golius, 600</p> <p><i>A</i>lexandre (mort d') Ere ou Epoque, 604</p> <p><i>Al</i>mamoun, Caliphe des Sarrazins, a fait travailler à la mesure de la Terre, 367</p> <p>— Obliquité de l'Ecliptique observée de son tems, 380</p> <p><i>Al</i>manach. Signification de ce mot, 508</p> <p><i>Al</i>micantarats. Ce que c'est, 363</p> <p><i>Am</i>phiciciens ou <i>A</i>scicins. 362</p> <p><i>A</i>mplitude Orientale ou Occidentale d'un astre. 364</p> <p><i>A</i>ndromede, Constellation, 59</p> <p><i>A</i>ngle sous lequel on observeroit le Soleil s'il étoit transporté aussi loin que sont les Etoiles fixes à notre égard, 44</p> <p>— de commutation, 522</p> <p>— que fait l'Ecliptique avec l'Equateur, 358</p>
---	---

<i>Angle</i> que fait l'Ecliptique avec le Méridien ,	382	<i>Apogée</i> de la Lune ,	129
— que fait l'Ecliptique avec l'horizon ,	462	— Sa Révolution moyenne ,	130
— que fait l'Ecliptique avec le cercle vertical , ou ce qui est la même chose		— Inégalité de son mouvement ,	132
— Parallactique.	463	<i>Apparent</i> (diamètre) du Soleil ,	476
<i>Angle</i> (mesure des)	5	— plus grand pendant notre	
— Maniere d'en observer la grandeur ,	7	hiver que dans l'Été ,	105
<i>Anneau</i> de Saturne ,	31	— Maniere de le déterminer en se servant de l'horloge à pendule ,	390
— Le lieu du nœud de l') est le même que celui de l'orbite du quatrième Satellite de Saturne ,	303	<i>Apparition</i> (cercles de perpétuelle)	371
<i>Année.</i> Les Astronomes font enfin convenus de la commencer au 31 Décembre à midi de tems moyen ,	548	<i>Apfides</i> ou <i>Abfides</i> ,	109
— Anomalistique. Sa grandeur ,	469	— Maniere d'en déterminer la position ,	512
— Astronomique ,	596	— Autres méthodes ,	547
— la grande)	103	<i>Arcs</i> diurnes de l'Equateur ne fçauroient être égaux aux arcs diurnes & correspondans de l'Ecliptique ,	521
— Billeuxile ,	599	<i>Arctique</i> (cercle polaire) 85 & 358	
— grande) Caniculaire ,	601	<i>Argos</i> (le vaisseau d'), Constellation ,	59
— Civile ,	<i>Ibid.</i> & 596	<i>Argument</i> de la latitude. Ce que c'est ,	551
— Egyptienne , ou Solaire vague ,	598 & 601	<i>Aristarque.</i> Sa méthode de déterminer la distance du Soleil ,	450
— Persienne ,	600 & 605	<i>Ascension</i> droite ,	359
— Grégorienne ,	600	— Méthode proposée par Flamsteed pour trouver l') des Etoiles ,	387
— Julienne ,	193	<i>Ascension</i> droite des principales Etoiles ,	397
— Julienne un peu trop longue ,	599	<i>Ascension</i> oblique ,	370
— Lunaire ,	596	<i>Asciens</i> ou <i>Amphijciens</i> ,	362
— Périodique. Voyez Anomalistique ,	469	<i>Aspect</i> quadrat ou quadrature. Ce que c'est ,	119
<i>Années</i> Lunaires vagues ,	197	<i>Atmosphère.</i> Ce que c'est. Les rayons du Soleil y éprouvent diverses réfractations ,	251 & 399
— sont encore en usage parmi les Arabes , les Turcs & les Persans qu'on nomme <i>Sunnis</i> , <i>Ibid.</i>		— S'il étoit anéanti tout-à-coup , la lumière du Ciel disparoitroit subitement au coucher du Soleil ,	400
— Sidérale ,	601	— Solaire doit contribuer à augmenter les crépuscules ,	401
— Tropicque ,	463	— Sa hauteur peut être déterminée par la durée des crépuscules ,	402
— Distribution des jours qui la composent ,	606	— Si la Lune en a un ,	141
<i>Anomalie</i> { moyenne } 111		<i>Aurores Boréales.</i> On soupçonne qu'elles sont produites par une matière semblable à celle qui forme la queue des Comètes , & qui s'exhale de la Terre ,	346
— vraie } 111		<i>Auel</i> , Constellations ,	59
— de l'excentrique. Maniere de la réduire à l'anomalie vraie ,	495	<i>Axe</i> de l'Ecliptique ,	90 & 98
<i>Antarctique</i> (cercle polaire) 85 & 358		— du Soleil n'est point perpendiculaire au plan de l'Ecliptique ,	52
<i>Antinoüs</i> , Constellation ,	59	— Sous quel angle est incliné celui de la Terre ,	80
<i>Antipodes</i> }			
<i>Antaciens</i> }	361		
<i>Aphélie</i> de la Terre ou du Soleil ,	102		
— des Planetes ,	568 & 576		
— Mouvement de l') de Mercure selon M. Newton ,	563		
— Inégalités dans le mouvement de l') de Saturne & de Jupiter ,	566		
	& 571		

Azimus ou cercles verticaux , 363
 ——— d'une Etoile , 364
 ——— Maniere de trouver les Azi-
 muts , 413

B.

Balance (la) une des douze Con-
 stellations du Zodiaque , 59
 Bandes paralleles qui traversent le dis-
 que de Jupiter , 54
Baryschius , auteur d'un Globe celeste ,
 63
Bayer , auteur d'une Uranometrie , 63
Belier , une des douze Constellations
 du Zodiaque , 59
Berenice (chevelure de) Constellation,
 59
Bouillaud (Eloge de) 560
 ——— a corrigé l'hypothese de War-
 dus , 509
 ——— a publié les principaux Elémens
 du mouvement des Planetes , 566
 & suiv.
 ——— La methode dont il s'est servi
 pour découvrir les plus grandes
 Equations du centre , ou l'excentrici-
 té de leur orbites , 570
Bouvier (le) Constellation , 59

C.

Calendar , ce que c'est , 606
 Calcul du lieu géocentrique d'une
 Planete , 551
Cancer ou Ecrevisse , l'une des Con-
 stellations du Zodiaque , 59
Capricorne , autre Constellation du Zo-
 diaque , *Ibid.*
 Carte générale du cours des 24 Come-
 tes calculées par M. Hallei , 353
Cassiopee , Constellation , *Ibid.*
 Catalogues des positions des astres.
 Leur utilité en Astronomie , 65
 ——— (1) Le nombre des Etoiles con-
 nues du tems d'Hypparque , 61
 ——— a peu près le meme que selon
 Ptolomée , 62
 II. Catalogue d'Ulug-Beigh , *Ibid.*
 ——— III. de Tycho & de Kepler , 64
 ——— IV. d'Hévelius , 64
 ——— V. de Flamsteed , *Ibid.*
 Catalogue des Etoiles australes , par M.
 Hallei , 64
 ——— Moyens pour en construire un , 395
 Cercle , sa division en degres , &c. 5
 Cercles , (dans des) inegaux , les de-

grés qui contiennent des arcs égaux ,
 sont entre eux réciproquement com-
 me les rayons des cercles , 386
 ——— parallele , 354 & 372
 ——— Equinoctial , 78 & 357
 ——— polaire antarctique } 85 & 358
 ——— arctique }
 ——— Azimutal , 363
 ——— qui termine les crépuscules , 404
 ——— de déclinaison , 359
 ——— de l'Écliptique , 355
 ——— Excentrique , 109 & 472
 ——— de l'horison , 8, 78 & 363
 ——— qui sépare la lumiere de l'ombre ,
 80
 ——— grands , 354
 ——— petits , 358
 ——— de perpétuelle apparition , 371
 ——— de perpétuelle occultation , *ibid.*
 ——— polaires , 85 & 358
 ——— des tropiques , *ibid.*
 ——— vertical & premier vertical , 363
 ——— de vision , 118

Cercles de latitude ou Cercles secon-
 daires. Ce que c'est , & pourquoi on
 leur a donné ce nom , 128 & 356

—— Horaires , 366
Chaud. Deux raisons pourquoi le plus
 grand chaud arrive lorsque le Soleil
 est le plus éloigné de notre terre , 112

—— Pourquoi il n'arrive pas aussi-tot
 que le Soleil parvient au tropique ,
 qui est le reme de sa plus grande hau-
 teur sur l'horison , 114

Cheval (le petit) Constellation , 59

Chevelure de Bérénice , autre Constel-
 lation , *ibid.*

Chien { grand } Constellations , 59
 { petit }

Chrétienne (Ere) 602

Ciel étoilé distribué en trois régions
 principales , 58

—— La matiere fluide qui y est ré-
 pandue , est prodigieusement rare ,
 n'ayant aucune densité sensible , 344

—— La matiere des cicux n'est pas
 incorruptible , mais sujette aux chan-
 gemens , 67

—— Milieu du) 365

Climats , 372

Closures , 32 & 359

—— des Solstices } 100 & 359
 —— des Equinoxes }

Cometes , 321

—— Ce qu'en ont pensé les Anciens ,
 321 & suiv.

- Cometes , il est aisé de reconnoître qu'elles ne font point dans notre air , & même qu'elles font au-deffus de la Lune , 324
- Leur lieu vrai & apparent : leur parallaxe , 325
- Maniere de découvrir la parallaxe de leur mouvement diurne , 326
- Sont fujettes à la parallaxe de l'orbe annuel , 328 & 334
- Maniere de découvrir la distance d'une Comete , lorsqu'on l'obfèrve vers le commencement ou vers la fin de fon apparition , 329
- Quand elles paroiffent rétrogrades ou directes , lentes ou rapides , dans leurs mouvemens , 330
- Peuvent descendre dans la région des Planetes , 331
- Variétés dans leurs configurations apparentes , & leurs différentes grandeurs , 332
- Sont emportées chaque jour par le mouvement diurne d'Orient en Occident , *ibid.*
- Leur mouvement propre ou réel. Maniere d'en obfèrver le cours , 333
- Se meuvent toujours dans un plan qui paffe par le Soleil , 335
- Peuvent changer fubitement de direction vers le tems de leur conjonction au Soleil , *ibid.*
- Variétés furprenantes dans leur routes apparentes , 336
- Vers la fin de leur apparition , elles femblent fe détourner un peu de la circonférence du grand cercle qu'elles ont fuivies , *ibid.*
- Quelles font leurs véritables orbites. Hévélius s'est apperçu le premier que leur trajectoire fe courboit un peu en s'approchant du Soleil , 337
- Dans quels tems elles fe montrent à nos yeux , & dans quels tems elles difparoiffent , 338
- On peut fuppofer que les petites portions d'Ellipses que nous leur voyons parcourir pendant quatre à cinq mois , ne diffèrent pas fenfiblement d'une parabole , 340
- Leur Théorie véritable , découverte par M. Newton , a anéanti tout-à-coup les hypothefes des Astronomes , 341
- Cometes , fe meuvent souvent d'Orient en Occident , ou contre l'ordre des signes , 342
- de 1742. Pourquoi cette Comete n'a été apperçue qu'après fon paffage par le Périhélie , 345⁺
- à travers leurs queues , fi épaiffes qu'elles puiffent etre , on apperçoit les plus petites Etoiles fixes , *ibid.***
- Leurs queues font toujours à l'opposite du Soleil , 446
- participent au mouvement du corps de la Comete , *ibid.*
- de 1680. Longueur de fa queue : par qui cette Comete a été d'abord apperçue , 347
- a été obfèrvée avant & après la conjonction au Soleil , 348
- Irrégularités apparentes de fon mouvement , *ibid.*
- de 1744 , 348
- Comment on peut déterminer les trajectoires des Cometes par une méthode indirecte ou d'approximation , 350
- Orbites des 24 Cometes calculées par M. Halleï , 353
- Commutation (angle de) 552
- Cone de l'ombre. Méthode pour en mesurer l'angle , 201
- de la Pénombre , 204
- Conjonction de la Lune avec le Soleil , 120
- véritable differe souvent très-fenfiblement de l'apparente , 244
- des Planetes inférieures avec le Soleil , peut être de deux fortes , 258
- déterminer le tems qui doit s'écouler entre deux conjonctions de même efpece , 262
- Probleme pour le lieu de la conjonction de deux Planetes , 633
- Constellations , 56
- Définition de ce mot , 57
- désignées par les Anciens , 59
- quels noms ont été ajoutés par les Modernes , *ibid.*
- ont changé bien fenfiblement de place depuis les obfèrvations des plus anciens Astronomes , 102
- Copernic , fameux Astronome du XVI. fiecle , selon lui la Terre fe meut , 62

- Copernic*, sa prédiction sur les phases de Venus & de Mercure, 267
- Corps célestes*. Ne sont pas incorruptibles, 67
- Coucher* d'un astre, }
 — Achronique, }
 — Cosmique, } 373
 — Héliaque, }
- Coupe* (la), Constellation, 59
- Création* du Monde (Epoques de la) 603
- Crépuscule*. Ce que c'est; sa cause, 400
 — l'Atmosphère Solaire doit contribuer à les augmenter, 401
 — d'hiver moins longs que ceux d'Été, 402
 — Leur durée peut servir à déterminer la hauteur de l'air, *ibid.*
 — Plus courts dans la sphère droite que dans la sphère oblique, 403
 — Le cercle qui les termine, 404
 — Leurs différentes durées selon les saisons & les divers lieux, 405
 — Comment on détermine le plus court, 407
 — Manière de déterminer l'heure du commencement ou de la fin, 409
- Culmination* Ou la plus grande élévation d'une Étoile, 364
- Cycle* des indictions 619
 — Lunaire, le même que celui de Meton ou Nombre d'or, 611
 — Solaire. Son origine, son usage: comment on peut découvrir une année de ce cycle qui répond à une année quelconque de l'Ère Chrétienne, 609
- D.**
- D* *Eclinaison* d'un astre. Ce que c'est, 359
 — du Soleil dans la Zone Torride. Manière de la calculer, 381
- Déclinaisons* des principales Étoiles, 297
 — Cercle de) 359
- Degré*, 5
- Denys le Petit* (Ère de) 602
- Diamètres* apparens. Moyens de les connoître par observation, 9
- Diamètres* apparens des Étoiles fixes, 45*
- Diamètre* apparent du Soleil, Com-
- ment le calculer, 390
- Diamètres*, ils augmentent à mesure qu'on s'en approche, 11
 — de l'ombre Lunaire vus de la Lune, 210
 — de la Pénombre, 211
- Dichotome*. Ce que signifie ce terme, 119
- Différence* ascensionnelle, 370
- Diocletien* (Ère de) 604
- Disque* de la Terre. Ce qu'on entend par ce mot, 215
 — Trouver quelle doit être sur le disque de la Terre la situation d'un lieu dans un instant donné d'une Éclipse, 232
 — Sa grandeur apparente, vu de la Lune, 217
 — La Latitude de la Lune projetée sur le plan du) *ibid.*
- Distance* du Soleil & de la Lune fait disparaître leur convexité à nos yeux, 49
 — du Soleil à la Terre. Si on la peut connoître au juste, 446
 — moyenne, 109
 — Harmonie merveilleuse entre les) des Planetes au Soleil, & leurs tems périodiques, 39
 — de la Lune (la distance) au Soleil ou aux Étoiles: comment on peut l'observer en mer à une minute près, 320
 — Avantage de ces observations pour trouver le lieu apparent de la Lune, & par conséquent la longitude en mer, 396
 — Comment on calcule le lieu d'un astre, lorsqu'on a observé sa distance à deux Étoiles fixes, *ibid.*
- Diurne* (le mouvement) du Soleil, 470
 — le mouvement) moyen, 543
- Dominicale* (lettre) 607
- Dorade* (la) ou Xiphias, Constellation, *ibid.*
- Dragon*, autre Constellation, *ibid.*
 — { sa tete } voyez nœuds,
 — { sa queue } 127
- E.**
- E* *Clipsis*. Vraie signification de ce mot, 193
 — de Lune & de Soleil. Dans

- quels tems elles arrivent , 195
Eclipses. Elles n'arrivent pas tous les
 mois , 196
 — de Lune totales & centrales , 197
 — Circonfances qui limitent les cas
 auxquels elles doivent arriver , 209
 — Maniere de les déterminer par les
 Parallaxes , 243
 — du Soleil (l'Eclipse) ne paroît
 pas de la même maniere par toute la
 Terre , 195
 — devrait s'appeler plutôt Eclipse
 de Terre , 198
 — Maniere de la considerer au tems
 des nouvelles Lunes , suivant l'idée
 de Kepler & Bouillaud , 215*
 — Dans quels cas il n'en doit point
 arriver , 218
Eclipses partiales , 219
 — totales , *ibid.*
 — Maniere d'en déterminer le milieu
 & la demi-durée , 221
 — Quelle portion du Soleil la Lune
 doit nous cacher , 225
 — Mesurées (Eclipses) en doigts ou
 douziemes parties , 226
 — Comment déterminer les phases
 pour un lieu de la Terre , à un instant
 déterminé , *ibid.*
 — Le commencement & la fin ne
 scauroient être déterminés de la même
 maniere dans tous les endroits
 du disque , 229
 — Trouver le commencement pour
 un lieu déterminé , 236 & 238
 — Trouver l'instant de sa plus gran-
 de quantité , *ibid.* & 240
 — La fin , 237 & 238
 — Servent à déterminer les longi-
 tudes tant sur terre que sur mer , 241
 — du quatrieme Satellite de Satur-
 ne observée en 1715 , 314
Eclipses des Satellites de Jupiter , 293
 — ont servi à faire découvrir la pa-
 rallaxe de l'orbite annuel dans Jupiter,
 & par conséquent sa vraie distance ,
 294
 — employées merveilleusement
 par Roemer pour démontrer le mou-
 vement successif de la lumiere , 296
 — on en a fait usage pour trouver
 les longitudes sur terre , 318
Eclipses des Etoiles par la Lune) préfé-
 rées aux autres méthodes pour déter-
 miner la longitude , n'y ayant rien
 de plus précis que leurs immersions &
 émerfions du disque de cette Planete,
 qui font instantanées , 320
Ecliptique , 75 & 351
 — divisée en douze lignes , *ibid.*
 — Son axe , 90 & 98
 — Son obliquité à l'Equateur ,
 380
Elevation , ou hauteur d'une Etoile au-
 dessus de l'horifon , 364
 — du pole égale à la latitude d'un
 lieu , 367
Ellipse. Description de cette courbe.
 Ses foyers , 108
 — Maniere d'en décrire une dont on
 connoit un des foyers , & qui passe
 par trois points donnés , 545
Elongation d'une Planete au Soleil , 159
Embolismiques (mois) 597
Equateur Céleste ou Equinoctial , 78
 & 357
 — Cercles secondaires de l') 128 &
 356
Equations & Prosthapherefe 485
 — Lieux auxquels arrivent les plus
 grandes , 486
 — La méthode dont se servent les
 Astronomes pour déterminer les
 plus grandes) 572
 — du tems (Equation du) 517
 — composée de deux parties ou élé-
 mens , 524 & 525
 — deux sortes de Tables pour la me-
 surer , 526
 — Table générale pour le même
 usage , 527
 — du centre de la Lune , comment
 elle doit être calculée , 629
 — Dans quel tems de l'année arri-
 vent les plus grandes , 529
Equinoxes (pourquoi les points retro-
 gradient des) 100
 — Méthode pour observer le mo-
 ment des) 466
 — Ces observations servent à trou-
 ver la grandeur de l'année Solaire ,
ibid.
Epoques ou racines des moyens mouve-
 mens , 548
 — des Tables Astronomiques com-
 mencent au 31 Décembre à midi de
 tems moyen , 627
Ere , vient d'un mot Arabe qui signifie
 qu'on a fixé le tems: autre étymolo-
 gie de ce mot , 602
Ere.

- Ere*, énumération des plus célèbres, 60
ibid. & *suiv.*
- Table de réduction des premières années de chaque) aux années de la Période Julienne, à celles qui précèdent ou suivent la Naissance de Jesus-Christ, 605
- Eridan* (l') Constellation, 59
- Eté* (notre) de huit jours plus long que n'est l'hiver, 104
- Etoiles* fixes. Sont des corps lumineux, 42 & 48
- Leur distance au Soleil est immense, 25
- Leur distance à la terre est presque infinie en comparaison de celle du Soleil à notre égard, 43
- ne paroissent en effet sous aucun diamètre ni sous aucun angle sensible, 45
- L'angle que forment à notre œil celles de la première grandeur, n'est pas d'une seconde, *ibid.**
- ont été distribuées en plusieurs classes, comme étant de différentes grandeurs, 55
- doivent paroître dans le même ordre & dans la même situation de quelques Planetes qu'on les regarde, 58
- Celles qu'on a nommées informes, 60
- Hypparque est le premier qui ait réussi à en construire un Catalogue général, 61
- Quels sont les autres Astronomes qui l'ont imité, 62 & *suiv.*
- Longitudes & latitudes de 777, observées & publiées par Tycho-Brahé, 62
- Positions de 400, observées par Guillaume, Prince de Hesse-Cassel, *ibid.*
- Australes observées par M. Halle, 64
- Celles qu'on découvre à la vue simple, ne sont pas en si grand nombre qu'on s' imagine: mais le nombre de celles qu'on découvre avec les lunettes, est presque immense, 66
- Etoiles* qui paroissent & disparaissent alternativement, 68
- Si ce sont des taches qui causent ces vicissitudes, *ibid.*
- nouvelles (Etoiles) 69
- Etoiles* anciennes qui ont disparu, 71
- Quelle peut être la cause de cette disparition, 72
- Leur situation ou leur arrangement doit paroître le même, vu du Soleil ou de la Terre, 74
- Si l'on peut déterminer leur distance par la parall. du grand orbe, 93
- leurs Aberrations, 94
- Ancienne méthode pour en déterminer les ascensions droites, & les déclinaisons, 383
- Différente maniere d'en calculer la longitude & latitude, 396
- Etoiles*, Tables de l'ascension & déclinaison des principales, ou de celles de la première grandeur 397
- Tables des longitudes & latitudes correspondantes, 398
- Excentrique* (cercle) 109 & 472
- Excentricité*, 109 & 472
- de l'orbite de la terre, *ibid.*
- de Mercure n'est pas assez connue, 566
- des Planetes, 568 & 576
- paroît variable dans les orbites de Jupiter & de Saturne, 566, 568 & 571
- de Jupiter. Inégalité qu'elle produit dans le retour des Satellites, 297
- Excentricité* (l') & la position de la ligne des abscides de la Terre au Soleil, peuvent être calculées géométriquement selon l'hypothèse des Anciens, 472
- de l'orbite de la Lune change à chaque instant, 131

F.

F *Festes* mobiles. Voyez Pâques, 610

Fixes (Etoiles). Voyez Etoiles.

Fleche (la) Constellation, 59

Fondation de Rome. (Ere ou Epoque de la) 604

Foyers de l'Ellipse, 108

G.

G *Galaxie*, ou voie lactée, 60

Gemeaux, Constellation, 59

Géocentrique (lieu) 536 & 551

— (latitude) 273

MM m m

<i>Glaciales</i> (Zones)	362
<i>Grandeurs</i> des Planetes,	558
<i>Gravitation</i> , est selon Newton la cause des inégalités du mouvement de la Lune,	132
— des Planetes & des Cometes,	110,
	111 & 352
<i>Grégoire XIII.</i> (le Pape) a réformé la grandeur de l'année, & rétabli l'Equinoxe au 21 Mars,	600
<i>Grue</i> , Constellation,	59
<i>Guillaume</i> , Prince de Hesse, fait travailler & contribue à l'avancement de l'Astronomie,	62

H.

H <i>Armonie</i> merveilleuse entre les distances des Planetes au Soleil, & leurs tems périodiques,	39
— n'a plus lieu lorsqu'on vient à supposer le mouvement du Soleil autour de la Terre,	41
<i>Hauteur</i> ou élévation d'un astre. Ce que c'est,	8 & 364
— Maniere de l'observer,	375
— du cone d'ombre de la Terre,	205
— de la Lune, <i>ibid.</i>	
— du pole est toujours égale à la latitude du lieu,	367
— Comment on l'observe,	379
<i>Hégire</i> . Ere des Mahométans,	605
<i>Hélique</i> { lever } d'un astre,	373
{ coucher }	
<i>Héliocentrique</i> (latitude)	272
<i>Hémisphère</i> { septentrional }	356
{ boréal }	
<i>Hétérosciens</i> ,	362
<i>Heures</i> égales & inégales	
— Planetaires ou temporaires.	595
<i>Héparque</i> a le premier donné un Catalogue général des Etoiles,	61
— Son probleme pour trouver la parallaxe du Soleil,	447
<i>Horaires</i> (cercles)	36
<i>Horizon</i> . Ce que c'est. Quel est son pole,	8, 78 & 363
— déterminé sur mer, <i>ibid.</i>	
— n'est pas si facilement déterminé sur terre. Comment les Astronomes y parviennent,	9
— sensible,	78 & 362
— rationel,	78 & 363
— est un cercle véritablement mobile,	365

<i>Hypothese</i> , doit être rejetée lorsqu'elle n'est fondée que sur une fiction absurde ou imaginaire,	34
— de Wardus ne satisfait pas entièrement aux observations,	508
— de Wardus. Ismaël Bouillaud l'a corrigée,	509

I.

J <i>Esclagi</i> , de (Ere de)	605
<i>Inclinaison</i> du plan de l'orbite d'une Planete à l'Ecliptique,	539
— les diverses inclinaisons,	566
	& suiv.
<i>Indiction</i> ,	619
<i>Inégalité</i> optique ou seconde. Ce que c'est,	14 & 292
— (Premiere) du retour des Satellites à l'ombre de Jupiter,	297
— Seconde,	298
— Calcul de la seconde inégalité proposé par M. Halleï,	299
— En quoi celle-ci differe de l'autre,	298
— de la Lune (inégalités)	132
— dans le moyen mouvement de Saturne & de Jupiter, aperçues par Flamsteed,	567
<i>Informes</i> (Etoiles)	59
<i>Jour</i> , ce qui le constitue,	80
— les plus longs de l'année,	86
— les plus courts,	<i>ibid.</i>
<i>Jours</i> Solaires. Pourquoi doivent être inégaux entre eux?	519 & 520
— Causes de leur inégalité,	522
<i>Jours</i> moyens, comment on peut les déterminer,	523
— Quatre différens cas où ils commencent à devenir plus longs que les moyens,	528
<i>Jour</i> naturel, ce que c'est,	593
— Les différentes nations n'en comptent pas les premieres heures au même tems,	594
<i>Jubilé</i> . Quel espace de tems c'est,	601
<i>Julienne</i> (année).	26 & 257
<i>Jupiter</i> , Planete,	
— Son diametre apparent selon M.M. Pound & Newron,	29 & 30
— Son applatissement par qui premierement aperçu,	69
— a quatre Satellites,	29

- Jupiter* (Satellites de) Galilée a été le premier qui les ait aperçus, 30^r
 — surpasse (Jupiter) en grosseur toutes les autres Planetes prises ensemble, 558
 — Ses taches, sa rotation autour de son axe, 53
 — Ses bandes parallèles, 54
 — Recherches sur l'inclinaison de son orbite au plan de l'Ecliptique, 569
 — Grande différence dans le lieu de son nœud entre Kepler & Bouillaud, *ibid.*
 — Ses nœuds dans l'espace de 83 ans, n'ont pas été sensiblement mobiles à l'égard du ciel étoilé, 170
 — La méthode dont se servent les Astronomes pour découvrir la plus grande Equation, tant de Jupiter que des autres Planetes, 522
 — Flamsteed a remarqué que son mouvement moyen s'étoit accéléré, 567
 — Inégalités dans les mouvemens de son Aphélie & de son nœud, 570
 — Son excentricité variable, 571
 — Sa moyenne distance au Soleil selon Newton, 553
 — selon Kepler, 571
 — Agit sur Saturne au tems de leur conjonction, 572
- L.**
- L** *Attitude* d'un astre, 91 & 356
 — Maniere de la déterminer, 291 & 392
Latitudes des Etoiles fixes, qu'on avoit crues invariables, changent un peu & en différens sens, 395
Latitude d'un lieu sur la Terre, 91 & 360
 — égale à la hauteur du pôle, 367
 — Maniere de la déterminer, 376
 — de la Lune. Ce que c'est, 128
 — est plus grande de 18' si les nœuds sont dans les siges, 129 & 168
 — Maniere de découvrir la plus grande, 442
 — Héliocentrique, 272
 — Géocentrique, 273
Lemme pour les dimensions du cône d'ombre ou de la Pénombre dans les Eclipsés, 201
 — Pour les Projections des lignes &
- des figures, 214 & 530
Lemme de M. Halleï pour les stations des Planetes, 585 & 587
Letres Dominicales, 607
 — Table qui fait voir quelle est celle qui répond à chacune des années du cycle Solaire, 609
- Lever* d'un astre { Achronique }
 { Cosmique } 373
 { Héliaque }
- Libration* de la Lune. Ce que c'est, 133
Lieu d'une Etoile déterminé relativement à l'Ecliptique, 356
 — donné sur la surface de la Terre, déterminé dans un instant proposé quelconque des Eclipsés du Soleil, 232
 — d'une Planete dans son orbite. Comment on le peut découvrir, 111
 — Géocentrique & Héliocentrique d'une Planete supérieure, sont dans un seul & même plan au tems de son opposition au Soleil, 536
 — Géocentrique d'une Planete, comment on le calcule, 551
Ligne des absides. Ce que c'est, 109 & 512
 — Deux diverses méthodes pour en déterminer la position, 547
Ligne des nœuds, 127 & 211
 — C'est de sa position que dépend tout le calcul des Eclipsés, 197
 — Diverses méthodes pour trouver la position de la ligne des) 538
 — Sa position étant connue, on découvre par une seule observation le lieu héliocentrique d'une Planete dans ses diverses elongations au Soleil, 541
Limites de la Lune, 128
 — de Venus, 272
 — Les observations du lieu des Planetes faites proche les) font découvrir l'inclinaison de leurs orbites, 539
- Lion* (le) une des douze Constellations du Zodiaque, 59
Logarithmes de Street (Table des) 622
 — Leur usage pour prendre les parties proportionnelles dans les Tables Astronomiques, 626
Longitude d'un astre, 91 & 356
 — Maniere de la déterminer, 391 & 392
 — des Etoiles augmentent de

- près d'une minute chaque année, 395
- Longitudes* Géographiques ou d'un lieu sur la Terre, 360
- On peut les déterminer par les Eclipses du Soleil, 241
- se peuvent découvrir par les distances de la Lune aux Etoiles, 320 & 396
- par les Eclipses des Satellites, 318
- Loup* (le) Constellation, 59
- Lumiere*. N'est point instantanée, comme les Cartésiens l'ont prétendu, 295
- Les deux démonstrations ingénieuses qu'ont donné du mouvement successif de la lumière MM. Rømer & Bradley, 297
- Calcul de la vitesse de la) 301
- Secondaire de la Lune, ce que c'est, 123
- nous fait appercevoir le disque entier de la Lune dans le tems du Croissant, 124
- Lune* (la) est un Satellite de la Terre, 29 & 115
- De tous les corps célestes, est celui qui nous éclaire le plus en l'absence du Soleil, 115
- doit être considérée comme un corps céleste assujéti aux loix de la gravitation, 116
- est un corps opaque, rond, & assez semblable à la Terre,
- Causes des variétés dans ses phases, *ibid.*
- Son mouvement d'Occident en Orient, 118
- Pleine Lune,
- altérée dans sa circonférence, } 119
- Dichorome,
- en Croissant,
- Nouvelle, 120
- Son élongation au Soleil, *ibid.*
- l'Elongation de la) étant donnée, maniere de décrire chacune de ses phases, 121
- déterminer sa portion éclairée, 122
- est encore éclairée par la lumière de la Terre, 123
- s'écarte au Nord & au Midi du plan de l'Ecliptique, 126
- Angle sous lequel on voit son diamètre quand elle est périgée, 129*
- quand elle est apogée, *ibid.*
- Lune*. Révolution moyenne de ses nœuds, 128
- révolution moyenne de son apogée, 130
- Différentes inégalités dans son mouvement, *ibid.*
- La variation, ou troisième inégalité dans son mouvement, 131
- Son orbite paroit presque continuellement changer de figure, *ibid.*
- Périgée au 1^r & 3^e quartier, paroit sous un angle d'environ une minute plus petit que lorsqu'elle est nouvelle, ou pleine & périgée, 131*
- Inégalités dans le mouvement de son Apogée, 132
- Inégalités dans le mouvement de ses nœuds, *ibid.*
- La gravitation selon Newton, est la cause de ses inégalités, *ibid.*
- Tourne uniformément autour de son axe, 133
- Sa libration, *ibid.*
- Sa surface est inégale & raboteuse, 135
- couverte de taches, & prodigieusement variée, 139
- Il s'y trouve de très-hautes montagnes, 136
- Il s'y trouve de très-grandes cavernes, 137
- Il s'y trouve vraisemblablement des mers, 140
- S'il y a des nuages, *ibid.*
- Si elle a un atmosphere, 141
- Quels sont les Sélénographes qui ont tâché de représenter la figure & les phases, 141
- Les phases de Peiresc & Gasendi, sont des premières, & sont des plus ressemblantes, 141*
- Les Cartes d'Hévélius & des PP. Grimaldi & Riccioli, 142
- La Pleine Lune Apogée ou Périgée, publiée par M. Cassini, *ibid.*
- Son moyen mouvement pris d'une maniere vague, 142
- Equar. du moyen mouv.) 143
- Table de ses mouvemens, 156 & *suiv.*
- Ses inégalités au tems des Sifigies, 188
- Son orbite étant variable, comment on la ramene à différentes Ellipses, 190

- Lune*. Sa seconde variation encore inconnue. Maniere de la calculer par approximation, 192
- Lune*. Son diametre n'est qu'environ le quart de celui de la Terre, 194
- Sa route apparente à l'égard du Soleil, 211
- Sa parallaxe, 245, 441 & 461
- Lyre* (la) Constellation, 59
- M.**
- M** *Ars*, Planete, 257
- Son orbite, comme celle des autres Planetes, entoure le Soleil, la Terre n'étant point au centre de cette orbite, 37
- Mars*. On observe dans Jupiter & dans Saturne à peu près les mêmes Phénomènes que dans cette Planete, 38
- Sa parallaxe deux fois plus grande que celle du Soleil, 440 & 456
- Difficultés au sujet de sa parallaxe, 435 & 459*
- Elémens qui ont pu servir à construire les Tables de ses mouvemens, 572
- La plus grande équation de son centre, 573
- On ignore si son nœud est fixe dans le Ciel étoilé, 574
- Matiere* du Ciel, corruptible, 67
- fluide répandue dans les Cieux, est si rare qu'elle n'a pas la moindre densité sensible, 344
- Mercur*e, Planete, 257
- Son passage dans le Soleil étant donné, déterminer son orbite, 252 & 253
- Le lieu de sa conjonction au Soleil étant donné par les Tables, déterminer sa route sur le disque, 254
- Observé soigneusement par Galilèe dans sa conjonction inférieure, & dans ses grandes élongations, 561
- Elémens de sa Théorie, 562
- Pourquoi son excentricité n'est pas encore bien connue, 564
- Comment on a déterminé l'inclinaison de son orbite, 566
- Réflexions sur les meilleurs moyens d'observer son vrai lieu, *ibid.*
- Mouvement de son Aphélie selon M. Newton, *ibid.*
- Mercur*e, mouvement de son nœud, 363
- Difficultés au sujet de sa plus grande équation, *ibid.*
- Méridien* d'un lieu, 360
- C'est dans ce cercle que s'observe la plus grande élévation des Etoiles, 364
- Est un cercle véritablement mobile, 365
- Premier Méridien Géographique, a été fixé depuis la Déclaration de Louis XIII. à la partie occidentale de l'Isle de Fer, 317
- universel, 305
- Position de celui qui passe par le Soleil, 223
- Méridiens* (différence des) comment on les peut découvrir, 317 & 318
- Méridienne* (ligne) Maniere de la tracer, 377
- Sa correction, 378
- Mesure* des angles, 5
- Meton* (Cycle de) ou de 19 ans, 611
- Ce Cycle contient 235 Lunaisons, 614
- Les Anciens ignoroient qu'il s'en falloit une heure & demie que 235 Lunaisons ne répondissent à 19 années Juliennes, *ibid.*
- L'erreur qui en a résulté dans le Calendrier Ecclésiastique, *ibid.*
- Ce Cycle ne doit pas être confondu avec le *Saros* ou Période Caldaïque de 223 Lunaisons, *ibid.*
- Milieu* du Ciel, 365
- Mois* Lunaires, 596
- Périodiques, 124
- Synodiques, 124
- Embolismiques, 587
- Epagomenes, 506
- Pourquoi on les suppose alternativement de 29 & 30 jours, 613
- Monde*. Eres de sa création, 603
- Montagnes* dans la Lune, 137
- Maniere d'en mesurer la hauteur, 138
- Mouvement* des corps en général, 1
- est la mesure du tems, c'est-à-dire, du tems qui est uniforme, 517
- Méthode pour le mesurer, 5
- Comment l'œil en peut juger, 3
- égal ou uniforme en certains cas, pourroit paroître irrégulier & inégal. 13.

<i>Mouvement</i> par rapport à un Observateur qui change de lieu, 15	<i>Newton</i> , dans quel tems & à quelle occasion il a decouvert cette Théorie, 348
— du vaisseau n'est point aperçu quand la mer est presque calme, <i>ibid.</i>	<i>Nœuds</i> de la Lune, 127
— d'un boulet qui tombe du haut d'un mât, 17	— Leur mouvement est rétrograde, 128
— d'une balle jettée de la proue vers la poupe, 18	— Leur Période s'acheve en combien de jours, <i>ibid.</i>
— d'une Planete en longitude. Ce qu'on entend par ce mouvement, 111	— de Venus, 271
— diurne de la Lune au Soleil, 126	— Celui du quatrieme Satellite de Jupiter, doit rétrograder selon Newton, de 8° 29' en 100 ans, 314 ^{**}
— du Soleil & de la Lune ont été regardés jusqu'ici comme les mesures du tems les plus naturelles, 518	<i>Nœuds</i> de l'orbite des Cometes, comment on les détermine, 352*
<i>Mouvement</i> Moyen, 111	— des Planetes, maniere d'en déterminer la position, 538
— Comment on en construit les Tables, 548	<i>Nombres</i> donnés par les Tables, leur addition & réduction en signes, degrés, minutes, &c. 627
<i>Mouvement</i> apparent du Soleil, 75	<i>Nombre</i> d'or, ou Cycle de Meton, 611
— des Cometes, 333 & 335	— Comment il répond aux jours du Calendrier, 612
— de la lumiere, 297	— Il ne le faut pas confondre avec la Période ou <i>Saros</i> Caldaique, 614*
— d'une Planete en longitude, 111	— l'Eglise Anglicane en a conservé l'usage, 615
— rétrograde des nœuds de la Lune, 128	— Comment on le peut calculer pour une année proposée, <i>ibid.</i>
— des Planetes autour de leur axe, 53	<i>Nonagéfime</i> ou nonantieme degré, 364
— progressif de Venus, 275	<i>Nouvelle</i> Lune, ou Néomonic, 120
— rétrograde, 276	<i>Nuit</i> , 80
— (Epoques ou racines des Moyens) semblables à celles des Chronologistes, 548 & 601	
— Construction des Tables du moyen) des Planetes, 559	
<i>Moyenne</i> (distance) 109	

N.

<i>N</i> <i>Abonassar</i> (Ere de) 604	<i>O</i> <i>Blique</i> (ascension) 370
<i>Nadir</i> , ou l'opposé au Zénit, 363	<i>O</i> <i>Obliquité</i> de l'Ecliptique, 380
<i>Newton</i> a expliqué le premier la cause physique de la regle de Kepler, 40	— Il n'est pas possible de la déterminer assez exactement avec les gnomons, <i>ibid.</i>
— a decouvert la vraie origine du mouvement annuel apparent des Etoiles ou Précession des Equinoxes, 103	— Il est incertain si elle diminue ou si elle est constante, 381
— Sa méthode de déterminer la distance d'une Comete à la Terre par les observations de son lieu apparent vers le commencement ou la fin de son apparition, 328	<i>Observateur</i> (un seul) ne scauroit guerres déterminer les lieux des Planetes, qu'en recherchant leurs ascensions droites & leurs déclinaisons, 394
— a prouvé que les orbites des Cometes étoient des portions d'Ellipses ou de Paraboles, ce qui lui a fait decouvrir la vraie Théorie de ces astres qu'on ignoroit totalement, 341	<i>Occultation</i> des Etoiles & des Planetes, improprement dites, 374
	— Cercle de perpétuelle) 371
	— des Etoiles par la Lune & les Eclipses des Saellites de Jupiter, ont été employées à decouvrir les longitudes, 318
	<i>Océans</i> . Ce que c'est, 6
	<i>Oie</i> d'Amérique, Constellation, 59
	<i>Oiseau</i> du Paradis, autre Constellation, <i>ibid.</i>

- Olympiade*. Quel espace de tems c'étoit, — II. Méthode, 427
 — III. 428
 — Quand a commencé la premiere, — IV. 430
 — V. 434
 — VI. 437
- Ombres* que jettent les corps opaques, 193
 — Leurs différentes figures, 194
 — Méthode pour mesurer celle de la Terre, 201 & 208
 — Hauteur du cône d') de la Terre, 205
 ————— de la Lune, *ibid.*
 ————— Quelle quantité de la Terre peut y être plongée, 206
 — Diametre apparent de l') de la Terre vu de la Lune, 208
 — Maniere de déterminer le lieu de la Terre où l') commencera à paroître dans un instant donné d'une Eclipse, 224
- Oppositions* de la Lune au Soleil, 118
 — des Planetes au Soleil: de quelle importance il est pour l'Astronomie de les bien observer, 280
- Orbe* annuel. Sa parallaxe, 289
- Orbites* des Planetes sont des Ellipses, 107 & 277
 — de Mercure & de Venus sont les plus proches du Soleil, 257
- Orion* (Constellation d') 59
- Orthographique* (projection) 214
- Ourfes*, grande & petite, 59
- P.
- P** *Aon*, Constellation, 59
- Pâque*. Comment déterminer le tems auquel elle se doit célébrer, 610
- Parallaxe*, 419 & 421
 — Plus un astre est éloigné de la Terre, moins elle devient sensible, 420
- Parallaxes* diminuent dans le rapport des sinus de la distance apparente de l'astre au Zénit, 421
 — font varier à chaque instant la distance d'un astre aux Etoiles fixes qui l'environnent, 422
 — Différentes especes de) 424
 — de hauteur, 424
 — Comment on les détermine, 438
 — de Déclinaison, 426
 — Premiere Méthode pour découvrir les) *ibid.*
- II. Méthode, 427
 — III. 428
 — IV. 430
 — V. 434
 — VI. 437
- Parallaxe*, maniere de la calculer lorsqu'on suppose que l'astre a un mouvement propre, 439
 — de la Lune, 208, 245, 441 & 461
 — Méthode proposée par Ptolomée pour la déterminer, 441
 — Autre Méthode nouvelle, 446
 — Maniere de calculer la) pour un tems donné quelconque, 461
 — de hauteur, *ibid.*
 — de latitude, } 247 & 424
 — de longitude, }
- Parallaxe* horizontale du Soleil selon l'opinion d'Horoxius & de M. Huygens, 446
 — Méthode imaginée par Hipparque pour la découvrir, 447
 — Elle est insuffisante, 449
 — Méthode d'Aristarque, 450
 — Pourquoi on l'a abandonnée, 452
 — Méthode plus exacte que les deux précédentes, 456
- La différence de celle du Soleil & de Venus doit faire paroître, selon les divers lieux de la Terre que l'on occupera, la durée ou la corde du passage de Venus sur le Soleil, plus ou moins longue, 457
 — On pourra déterminer à $\frac{1}{3}$ près celle du Soleil au tems du passage de Venus sur son disque en 1761, *ibid.*
 — Divers moyens de déterminer la parallaxe du Soleil, *ibid.*
- Parallaxe* de l'orbe annuel, 289
 — une fois connue dans chaque Planete, on a dès-lors leurs distances relatives à l'égard du Soleil, 291
 — On ne la doit pas supposer de meme que l'ont fait Flamsteed & Wiston, de 42", comme l'avoit remarqué M. Picard, 93*
 — n'est pas même d'une seconde, *ibid.*
 — En vain a-t-on tenté de déterminer par cette voie la distances des Etoiles fixes, 93
 — doit être distinguée de deux fortes dans les Cometes, comme dans

les Planetes ;	327	<i>Perſée</i> , Conſtellation ;	59
<i>Parallaxe</i> . Quelle eſt celle dont on ſe ſert le plus commodément pour découvrir la diſtance des Cometes ;	329	<i>Phaſes</i> { de la Lune ,	615
<i>Paralleles</i> (cercles)	354 & 572	{ de Venus ,	266
----- Sphère)	371	<i>Phœnix</i> , Conſtellation ,	59
<i>Paralléliſme</i> de l'axe de la Terre ,	81	<i>Picard</i> s'eſt apperçu le premier de l'ap- planiffement de Jupiter ,	69
<i>Paſſage</i> de Venus ſur le Soleil ,	76	-----a découvert les mouvemens de l'Étoile polaire , & a fait voir qu'on ne pouvoir les expliquer par les ré- fractions ni par la parallaxe de l'orbe annuel ,	93
----- La grandeur & la poſition de la corde du) étant donnée ſur le diſque du Soleil , déterminer le nœud & l'inclaiſon de l'orbite de Mercure ou de Venus ,	252 & 253	-----a découvert l'inégalité des dianie- tres de la Lune périſſée au tems des Sifigies & des Quadratures ,	131
<i>Pégàſe</i> , Conſtellation ,	59	----- Diverses méthodes qu'il a propo- ſées pour le paſſage de Mercure , ou de Venus ſur le Soleil & pour les Eclipſes ,	252 & ſuiv.
<i>Pénombre</i> ,	202	<i>Planetes</i> ,	25
----- Comment on peut en connoître les dimenſions ,	204	----- Leurs grandeurs ;	558
----- Son demi-diametre eſt égal à la ſomme des demi-diametres apparens du Soleil & de la Lune ,	<i>ibid.</i>	----- Font leurs révolutions autour du Soleil , & ſe meuvent d'Occident en Orient ,	26
----- Quelle quantité de la ſurface de la Terre peut y être enveloppée ,	207	----- Vues de la Terre , leur cours pa- roît inégal & irrégulier ,	23
----- Détermination du lieu de la Ter- re où elle doit commencer à paroî- tre ,	223	----- Leur ſituation , ſoit entre elles , ſoit à l'égard du Soleil ,	27
----- Trouver le centre de la) ſur le diſque de la Terre pour un moment donné quelconque ,	234	----- Différences tres-ſenſibles dans la chaleur qu'elles reçoivent du Soleil ,	285
<i>Périgée</i> de la Lune ,	129	----- Sont des corps ſphériques opa- ques ,	53
<i>Périhélie</i> ,	109	----- Secondaires. Voyez <i>Satellites</i> ;	29 & 292
----- des Cometes , comment on le détermine ,	351	----- Le Soleil eſt renfermé dans leur orbite ,	35
<i>Période</i> des Planetes ;	27, 253	----- Leurs orbites ſont des Ellipſes :	107
----- de la Lune ,	29, 125	----- Comment découvertes par Ke- pler , & la cauſe phyſique démontrée par Newton ,	110*
----- des <i>Satellites</i> ,	29, 31 & 302	----- Comment elles ſe meuvent dans des Ellipſes ,	110
<i>Période</i> de Denys le Petit , autrement nommée grand Cycle Paſchal ,	615	----- inférieures (Planetes)	257
----- Trouver l'année de cette Période corrépondante à une année quelcon- que de l'Ère Chrétienne ,	616	----- ſupérieures ,	279
----- Trouver l'année de cette Période, les années des Cycles Solaire & Lunaire étant données ,	<i>ibid.</i>	----- La Théorie de ces dernières eſt encore fort imparfaite ,	565
----- Règle générale pour trouver l'an- née ,	619	<i>Planetes</i> , méthode de déterminer le tems qu'elles doivent employer de- puis une conjonction juſqu'à l'autre ,	280
<i>Période</i> Julienne ,	605 & 619	----- doivent être principalement ob- ſervées au tems de leur oppoſition au Soleil ,	280*
----- En trouver l'année qui répond à une année donnée de l'Ère Chret.	620	----- Les plans de leurs orbites ſont un peu	
<i>Période</i> , ou <i>Saros</i> Caldaique ,	614*		
----- Uſage qu'en a fait M. Hal- lei pour les longitudes ,	320		
----- Sotiacaie. Son érymologie ,	601		
<i>Periaiciens</i> ,	361		
<i>Periſiciens</i> ,	362		

Quadratures (la plus grande inégalité de la Lune au tems des) 155
Quantité ou grandeur de l'année Tropicque, 468
 — de l'année anomalistique, 469
Quart-de-Cercle. En combien de degrés il est divisé, 6
 — Comment on observe les angles avec cet instrument, 7
 — Ses différens usages, 374 & suiv.
Queues des Cometes, 345
 — Conjectures sur la maniere dont elles se forment, 346
 — font toujours à l'opposite du Soleil, *ibid.*
 — participent au mouvement du corps de la Comete, *ibid.*
 — Longueur de celle de la Comete de 1680, 347

R.

Racine ou Epoque des moyens mouvemens, 548
Racine dont se servent les Chronologistes, 601
Rayons font toujours entre eux comme les circonferences des cercles, 387
Réapparition ou Occultation, 374
Réduction à l'Ecliptique, 356 & 552
Réfraction, 410
 — des rayons du Soleil dans notre atmosphere, 251, 399 & 409
 — des Astres, 410
 — par le moyen des) on aperçoit l'Eclipte horizontale de Lune, c'est-à-dire, lorsque cette Planete est encore sous l'horison, 411
 — celle entièrement au Zénit, *ibid.*
Réfraction horizontale, par qui découvre, & la quantité selon Tycho, 415 & 416
 — La plus grande se fait à l'horison, *ibid.*
 — est encore d'une minute à 45 degrés de hauteur, *ibid.*
 — La preuve en est fondée sur la Regle de Descartes, & sur les observations de feu M. Cassini, *ibid.*
Réfraction font les memes pour tous les Astres qui sont à hauteurs égales, 412
 — Maniere de trouver celle d'une Etoile, *ibid.*

Réfraction font variables du chaud au froid, 417
 — font plus petites dans la Zone Torride qu'en France, *ibid.*
 — Table des) pour le niveau de la mer dans la Zone torride, 417
 — de M. Newton, 418
Réfraction d'hiver aux moindres degrés de hauteur, 416
 — d'Eté aux mêmes degrés de hauteur, sont plus petites, 418
 — des plus grandes chaleurs d'Eté, *ibid.*
Régionmontanus, fameux Astronome du XV. siecle, 62
 — La Comete qu'il a observée en 1472, a décrit 40° en un jour, 342
Réticule. Sa construction, 384
 — Autre plus simple, 386
Rétrogradation des Planetes, 276 & 288
 — Argument qu'on en tire pour prouver que les Planetes tournent autour du Soleil, & non pas autour de la Terre, 38
Riccioli (le Pere) Astronome, a augmenté de quelques Etoiles le Catalogue des Etoiles de Kepler, 63
 — Sa Sélénographie, 141
Rome (Ere de la fondation de) 604
Rotation de la Terre autour de son axe, 73 & 77
 — est l'unique cause du mouvement apparent de tous les astres d'Orient en Occident, 79
Route apparente de la Lune à l'égard du Soleil, 211 & 255
 — projetée sur le plan du disque de la Terre, 217

S.

Sagittaire. Constellation, 59
Saros Caldaïque, ou Période de 223 Lunaisons, 320
Sauclères. Ce que c'est, 29
 — M. Pound a déterminé avec la plus grande exactitude leurs élongations, *ibid.* *
 — de Jupiter sont au nombre de quatre, 29
 — s'approchent & s'éloignent alternativement de leur Planete principale, 293
 — Premiere utilité qu'on peut retirer de leurs Eclipses, 294

- Satellites*. MM. Roemer & Hallei les ont aussi employés pour démontrer le mouvement successif de la lumière, 295 & *suiv.*
- Leurs Éclipses servent à découvrir les Longitudes sur Terre, 315
- de Saturne sont au nombre de cinq, 30 & 292
- Leurs révolutions périodiques, 31 *
- Satellites*, (Théorie générale des) 302
- Les cercles qu'ils décrivent autour de leur Planete ne sont pas sensiblement excentriques, *ibid.*
- Tables de leurs mouvemens, 304 & *suiv.*
- L'Equation du mouvement successif de la lumière est de deux sortes, & suppose nécessairement deux différentes Tables, 312 & 313
- Il est certain par les observations que les *Satellites* agissent les uns sur les autres; en sorte que leur Théorie est la plus imparfaite, & des plus difficiles à découvrir, 314
- Les inégalités de leurs mouvemens sont remarquables, principalement dans le second *Satellite* de Jupiter, 314 *
- Les époques & les moyens mouvemens des *Satellites* de Saturne & de Jupiter nouvellement restitués, en comparant les anciennes observations aux plus récentes qui aient été faites en France & en Angleterre, 315
- Saturne*, Planete, 25, 281 & 553
- Son anneau, 31
- Son diamètre & celui de son anneau selon M. Pound, 554
- Inclinaison du plan de l'anneau & de l'orbite du quatrieme *Satellite* au plan de l'Ecliptique, 304 & 305
- Saturne*, sa moyenne distance à la Terre, 552
- L'excentricité de son orbite est variable, 565
- Son moyen mouvement paroît s'être ralenti à chaque siècle, 567
- Le mouvement moyen de son aphélie & de son nœud n'est pas encore bien connu, 567
- L'inclinaison de son orbite n'est pas la même selon divers Auteurs, 568
- Saturne*, la plus grande Equation du centre de son orbite, *ibid.*
- La Théorie de cette Planete est la plus imparfaite, 569
- Grandes différences dans les époques de ses moyens mouvemens entre les successeurs de Tycho & les Astronomes modernes, *ibid.*
- Scorpion* (le) Constellation du Zodiaque, 59
- Secondaires* (Cercles) 356
- Sélénographies*, ou représentations de la figure de la Lune selon Hévélius & Riccioli, 141
- Celle de Gassendi & Peiresc les a précédées, 141 *
- Semaine*, 596
- Serpentaire*. Constellation, 59
- Sextans*. Ce que c'est. Combien il contient de degrés, 6
- Siècle*. Quelle est sa durée, 601
- Signes* du Zodiaque, en quoi différent des Constellations du Zodiaque, 102
- Sifigier*. Ce que c'est, 130
- Soleil* est renfermé dans l'orbite des Planetes, 35
- n'est point un corps opaque, 42
- Sous quel angle on l'observeroit s'il étoit transporté aussi loin de nous que sont les Étoiles fixes, 44
- Les taches qu'on découvre quelquefois sur son disque, nous ont fait connoître qu'il tournoit autour de son axe dans l'espace d'environ 27 jours, 50
- Sous quel angle son axe est incliné au plan de l'Ecliptique, 52
- est placé au centre de notre système planétaire, 73
- Son mouvement vu de la Terre, 75
- comme aussi de chacune des Planetes, 77
- paroît s'avancer chaque jour vers des Étoiles plus orientales, 76
- s'approche plus dans un tems de l'année que dans l'autre, du Zénit des habitans situés par-delà les Tropiques, & de combien, 88
- Expérience qu'on peut faire à ce sujet, 89
- Soleil*, son diamètre apparent est plus grand pendant notre Hiver qu'en Été, 105

— Raison que les Anciens en appor-
toient, *ibid.*

— Leur hypothese, 106

Soleil, Tables de ses moyens mou-
vemens, 146 & *suiv.*

— Etant beaucoup plus grand que
la Terre & la Lune, leur cone d'om-
bre doit aller en diminuant dans les
Eclipses, 124

— On suppose paralleles deux li-
gnes tirées de son centre, à deux dif-
férens points de la surface de la Terre,
199

— Comme aussi de son centre à la
Lune & à la Terre dans les Eclipses,
200

— Maniere de découvrir son ascen-
sion droite, sa longitude, sa décli-
naison & l'angle que forme l'Eclipti-
que avec le Méridien, 382

— La durée de son passage au Méri-
dien, doit toujours paroître un peu
trop longue, 321

— étant près de l'horison, ses
rayons font bien plus de chemin dans
notre atmosphere que vers le Zénit,
414

— Pourquoi sa lumiere est bien
moins vive à son lever ou à son cou-
cher, qu'à l'heure de son passage
au Méridien, 415

— Son mouvement dans l'Eclipti-
que ne paroît sujet qu'à une seule
inégalité, 469

— Maniere de construire la Table
de ses moyens mouvemens, *ibid.*

— Comment on peut trouver par
observation son mouvement diurne,
470

— Maniere de trouver son lieu
moyen, 506

— Table qui exprime les rapports
de son diametre avec celui des autres
Planetes, 558

Solstices. Pourquoi les points des) ré-
trogradent, 100

Speclateur. Est toujours placé au cen-
tre des objets auxquels sa vue peut
s'étendre, 23

— placé dans le Soleil, 24

— peut toujours être supposé
au centre du Ciel étoilé, 353

Sphere, 353

— Ses grands & petits cerces, 354

— Leurs poles, *ibid.*

— Quelques-uns sont mo-
biles, d'autres immobiles, 355

Sphere droite. Ce que c'est, 368

— oblique, 369

— parallele, 371

Stationnaire. Trouver le lieu de la
Terre d'où une Planete vue dans un
point donné de son orbite, paroitra
stationnaire, 588

Stations des Planetes, 577

— Quand arrivent celles des Plane-
tes intérieures & celles des supérieu-
res, *ibid.* 578 & 583

— dans le tems des) l'augmenta-
tion & la diminution des angles faits
à la Terre & à la Planete, sont réci-
proquement comme les tems péri-
odiques, 579

— Leurs points déterminés par une
construction Géométrique, 582, 585
& 589 *

— Exemple du calcul des) 593

T.

Tables Astronomiques, contien-
nent pour la plupart une Table
générale de l'Equation du tems 527 **

Tables des moyens mouvemens du So-
leil, 146

— pour les jours de l'année, 148
& 150

— du diametre du Soleil, de son
mouvement horaire & de sa Paral-
axe, 151

— de l'Equation du centre du So-
leil, 152

— Premiere & seconde de l'Equa-
tion du tems, 154

— La maniere de construire ces
deux Tables, 526 & *suiv.*

Tables de la Lune. Epogues de ses
moyens mouvemens, 156 & 157

— pour les jours de l'an-
née, 158 & 163

— de son apogée & de son nœud,
ibid.

— De ses moyens mouvemens pour
les heures, minutes & secondes,
187

— Des Equations annuelles, de ses
moyens mouvemens, de son Apogée
& de son nœud, 164 & 165

— Des secondes & troisiemes Equa-
tions de son moyen mouvement, 166

- Tables de l'Equation de son apogée, 167
 — de l'Equation de son nœud, & de l'inclinaison de son orbite, 168
 — des plus grandes Equations qui répondent aux différentes excentricités de son orbite, 169
 — de l'Equation du centre, 170
 & 175
 — de la variation, 176 & 178
 — de la sixième & septième Equation, 179
 — de la réduction de ses lieux au plan de l'Ecliptique, 180
 — de la latitude, 181 & 183
 — des demi-diamètres, 184
 — des Parallaxes horizontales, 185
 — de la correction du demi-diamètre, &c. } 186
 — de l'augmentation du demi-diamètre horizontal, }
- Tables des Satellites. Des moyens mouvemens du quatrième Satellite de Saturne, 304
 — Epoques des conjonctions moyennes du premier Satellite de Jupiter au Méridien de Paris, 305
 — au Méridien de Londres, 306
 — des révolutions du premier Satellite de Jupiter, 307 & 309
 — de la première équation des conjonctions du premier Satellite de Jupiter, 310 & 211
 — de la seconde Equation, &c. 312
 — de la troisième Equation, &c. 313
 — de la demi-durée des Eclipses du premier Satellite de Jupiter, *ibid.*
 — Epoques corrigées des moyens mouvemens des Satellites de Saturne pour servir à calculer leurs situations, 315
 — Autres époques nouvellement restituées des moyens mouvemens des Satellites de Jupiter, *ibid.*
- Tables de l'ascension & de la déclinaison des principales Etoiles, 397
 — de leurs longitudes & latitudes, 398
 — des Réfractions de M. Bouguer, pour la Zone Torride, 417
 — des réfractions de M. Newton, 418
 — Comment on doit calculer la Table de l'Equation du centre des Planetes, 479 & 500*
- Tables Carolines de Street, ont été calculées en se servant de l'Approximation, ou méthode de Wardus corrigée par Bouillaud, 510
- Tables. Comment doivent être construites les Tables des moyens mouvemens, 548
 — des Périodes & des distances moyennes des six Planetes, 553
 — qui exprime les rapports du diamètre du Soleil à celui des autres Planetes, 578
 Tables, (avantage des) de Kepler, de Bouillaud & de Street, 552, 566 & 576
 — Les moyens mouvemens selon ces trois Auteurs, représentent autant qu'il est possible, les observations anciennes comparées à celles de Tycho, *ibid.*
 — Elémens des) de Mercure nouvellement restitués, 561
 — des Logarithmes logarithiques de Street, 622
- Taches sur la surface du Soleil ont fait connoître que le Soleil tourne autour de son axe. Ne retournent ordinairement au même point où elles ont commencé à paroître qu'au bout de 27 jours, 50
 — sont à la surface, & non pas à une plus grande distance, 51
 — Souvent semblent se dissoudre & disparaissent: souvent aussi elles se ramassent plusieurs en une seule masse, 52
 — Ont été vraisemblablement la cause de la pâlure du Soleil pendant plusieurs années, *ibid.*
 — Celles qu'on découvre aussi sur les Planetes servent à faire connoître le tems de leur rotation autour de leur axe, 53
 — Sur la surface de la Lune, 140
- Taureau, signe du Zodiaque, 59
- Telescopes. Utilité de ces sortes de Lunettes, 11
- Tempérées (Zones) 362
- Tems. Son équation, sa mesure, 517
 — Comment on le peut convertir en degrés, minutes, &c. 429
 — vrai ou apparent, } 518
 — moyen, }
 — Dans quel cas le vrai suit le moyen, 525
 — Les parties du) 523
 — Périodiques, 553

<i>Terme</i> de la lumière & de l'ombre sur la Terre ,	80
———— Sur le globe Lunaire ,	118
———— Où se borne notre vue à la surface de la Lune ,	<i>ibid.</i>
———— Ecliptiques. Ce que c'est ,	210 & 219
<i>Terre</i> , doit être regardée comme une vraie Planete ,	157
———— se meut aussi dans son orbite autour du Soleil ,	38
———— a outre le mouvement annuel , un mouvement de <i>Rotation</i> autour de son axe ,	73 & 77
———— Son mouvement vu du Soleil ,	74
———— Son axe n'est point perpendiculaire au plan de l'Ecliptique ,	80
———— On le suppose toujours parallèle à lui-même pendant qu'elle parcourt son orbite ,	81
———— à cause de la figure de la) l'axe ne conserve pas perpétuellement son parallélisme ,	97 & 103
<i>Terre</i> , est de même que Jupiter , un sphéroïde aplati vers les poles , & rehaussé vers l'Equateur ,	103
———— Ce que l'on doit observer lorsqu'elle est en ♉ , & le Soleil vu en ♋ ,	83
———— lorsqu'elle est en ♏ , & le Soleil en ♍ ,	84
———— lorsque le Soleil paroît au point Equinocial de l'Automne , & lorsqu'il paroît au ♏ ,	87
———— Son axe doit répondre dans chaque saison de l'année à différentes Etoiles ,	92
———— Pourquoi cet axe paroît répondre dans toutes les saisons de l'année sensiblement au même point du Ciel ,	93*
———— & pourquoi il peut répondre néanmoins à différentes Etoiles ,	94
<i>Terre</i> , son mouvement autour du Soleil n'est point égal ni uniforme ,	104
———— Son mouvement dans un cercle excentrique ,	105
———— Trouver le point sur sa surface qui est à plomb au-dessous du Soleil à tel instant donné qu'on voudra ,	221
———— Maniere de connoître la grandeur de la circonférence de la)	367
———— Son ancienne division en climats ,	372
<i>Terre</i> . Hypothese des Anciens pour expliquer l'inégalité de son mouvement ,	471
———— Son orbite est une Ellipse ,	478
———— Recherche sur la figure de son orbite ,	510
<i>Théoremes</i> proposés par M. de Moivre , leurs usages ,	483 , 484 & 582
<i>Théorie</i> du mouvement de la Terre ,	464
———— doit être premièrement connue pour parvenir à celle des autres Planetes ,	135
———— de Wardus ,	505
———— donne par approximation la figure & la position de l'orbite de la Terre ,	512
———— du mouvement des Planetes ,	464
———— Elle dépend aussi de la Théorie de la Terre ,	<i>ibid.</i>
<i>Torride</i> (Zone)	361
<i>Tourbillons</i> imaginés par Descartes , n'existent point ,	343
<i>Trajectoires</i> des Cometes. Comment on peut tenter de les déterminer , & connoître enfin la vraie Trajectoire ,	350
<i>Triangle</i> , Constellation ,	85
<i>Tropiques</i> du Cancer & du Capricorne ,	59
———— Etymologie de ce mot ,	358

V.

<i>Variation</i> de la Lune , comment elle se calcule ,	629
<i>Venus</i> ,	257
———— Si l'on peut espérer de découvrir la parallaxe du Soleil à une cinquantieme partie près , lorsque cette Planete passera sur son disque ,	457 & <i>suiv.</i>
———— Les mouvemens qu'on observe à l'égard de cette Planete , sont assez conformes à ceux que l'on remarque dans la Planete de Mercure ,	36
———— Quand est-ce qu'elle doit être vue sur le Soleil ,	36 & 457
———— Son diametre vu du Soleil ,	460
———— Son diametre apparent vu de la Terre ,	555*
———— Son passage dans le Soleil étant donné , déterminer les nœuds & l'inclinaison de son orbite ,	253

<i>Venus</i> , sa distance & sa position à l'égard de la terre doit faire changer continuellement ses phases, 264, 266 & 268	— premier, 363
— Copernic avoit prédit ce qu'on a observé depuis à ce sujet, 267	<i>Vision</i> , maniere dont elle se fait, 2
— Sa lumiere n'est pas la plus éclatante lorsqu'elle est pleine, 269	— Cercle de) 118
— Quand est-ce que sa lumiere est la plus vive? 270	<i>Ulugh-Beigh</i> , petit-fils du grand Tamerlan, a publié le second Catalogue général des Etoiles, 62
— Le plan de son orbite n'est pas le meme que celui de l'Ecliptique, 271	<i>Voie lactée</i> , ce que c'est, 60
— Ses mouvemens apperçus dans le Zodiaque, 275	— On doute s'il y a plus d'Etoiles dans cette région du Ciel, que dans les autres, <i>ibid.</i> *
— Son mouvement progressif & accéléré, <i>ibid.</i>	<i>Vuide</i> , nécessité de l'admettre, 345
— Rétrograde, } 276	W.
— Stationnaire, }	W <i>Ardus</i> , sa Théorie, 506
— Quand paroît-elle directe, quand rétrograde? 277	— Sa Méthode corrigée par Bouillaud, 507
— Tems auquel on pourra déterminer la position de son nœud & son vrai mouvement, 566	X.
— Sa moyenne distance au Soleil, & sa révolution périodique, 553	X <i>Iphiis</i> , ou la Dorade, Constellation, 59
— Ses nœuds, 271 & 574	Z.
— Difficultés sur leur mouvement, 575	Z <i>Enit</i> , sa définition, 8 & 36
<i>Vertical</i> (Cercle) ou Azimut; ce que c'est, 8 & 363	<i>Zodiaque</i> , ce que c'est, 274 & 356
	— Distinction qu'il faut faire entre les Signes & les Constellations de ce cercle, 102
	<i>Zones</i> (les cinq) 361

Fin de la Table des Matieres.

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 5. Septembre 1744

M Clairaut & moi qui avons été nommés pour examiner une Traduction des Leçons d'Astronomie de Keill, avec des Additions sous le titre d'*Institutions Astronomiques*, en ayant fait notre rapport, la Compagnie a jugé cet Ouvrage digne de l'impression: en foi dequoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 18. Mars 1746.

GRANDJEAN DE FOUCHI, *Secr. perp. de l'Acad. Royale des Sciences.*

P R I V I L E G E D U R O I.

L OUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre: A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra, SALUT. Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES nous a très-humblement fait exposer, que depuis qu'il nous a plu lui donner par un Règlement nouveau de nouvelles marques de notre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui sont l'objet de ses exercices; enforte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déjà donnés au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilège, attendu que celles que nous lui avons accordées en date du six Avril 1693. n'ayant point eü de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre

Conseil d'Etat du 13. Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant aussi expirées; & désirant donner à notredite Académie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces présentes à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choisir, *Toutes les Recherches ou Observations journalières, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les assemblées de notredite Académie Royale des Sciences; comme aussi les Ouvrages, Mémoires, ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que la dite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression;* & ce pendant le tems & espace de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre obéissance: comme aussi à tous Imprimeurs Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages ci-dessus spécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles même séparées, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'Elle, & ses ayans cause, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts: à la charge que ces Présentes seront enregistrees tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notredite Académie se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1723. & qu'avant que de les exposer en vente, les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages, seront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés, es mains de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin: & qu'il en fera ensuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin, le tout à peine de nullité des Présentes: du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir notredite Académie, ou ceux qui auront droit d'Elle & ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement: Voulons que la Copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin desdits Ouvrages, soit tenue pour dûement signifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires, foi soit ajoutée comme à l'Original: Commandons au premier notre Huissier, ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires: Car tel est notre plaisir. Donné à Fontainebleau le douzième jour du mois de Novembre, l'an de grace mil sept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtième. Par le Roi en son Conseil. Signé, S A I N S O N.

Registré sur le Registre 1711. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris. Num. 792. fol. 775. conformément aux Réglemens de 1723. qui sont défenses, art. IV. à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire distribuer aucuns Livres pour les vendre en leur nom, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement; à la charge de fournir les Exemplaires prescrits par l'art. CVIII. du même Règlement. A Paris le 15. Novembre 1734. G. MARTIN, Syndic.

ORBITES de quatre des principales Cometes de ce Siecle.

L'Orbite de la Comete de 1744* calculée par le P. Christophe Maire pour le Méridien de Rome (lequel est plus méridional que Paris de 40' 30") se trouve par les observations faites depuis le 21 Janvier jusqu'au 3 Mars au matin, comme il suit... Tems du passage par le Périhélie le 1 Mars à 8^h 49' 30" de tems vrai, la distance de la Comete au Soleil étant alors $\frac{22 \cdot 156}{100 \cdot 1000}$ de la moyenne distance du Soleil à la Terre, le lieu du Périhélie $\approx 17^{\circ} 17' 30''$, celui du $\Omega \gamma 15^{\circ} 51' 00''$ & l'inclinaison de l'orbite 47^o 18' 00".

* Voyez ci-de-
vant p. 344.

En l'année 1729 il a paru une Comete qu'on a observée fort long-tems, comme il est rapporté dans les Mém de l'Ac. de la même année. M. De Lisle m'ayant communiqué le travail qu'il vient de faire sur cette Comete, avec une Table générale où il compare chaque jour depuis le 31 Aoust 1729, jusqu'au 18 Janvier de l'année suivante, les lieux observés & calculés, j'en rapporterai ici les élémens tels que M. De Lisle me les a envoyés pour le Méridien de Paris. . . Tems du passage par le Périhélie le 25 Juin à 9^h 21' de tems moyen, la distance de la Comete étant alors $\frac{4 \cdot 164}{100 \cdot 1000}$, le lieu du Périhélie $\approx 22^{\circ} 37' 03''$, celui du $\Omega \approx 10^{\circ} 32' 55''$, & l'inclinaison de l'orbite 77^o 1'.

M. Bradley a donné dans les Transfactions le calcul des orbites de deux autres Cometes de ce siecle, dont l'une a passé par son périhélie le 27 Septembre 1723 à 16^h 0' de tems moyen; sa distance au Soleil étant alors $\frac{92 \cdot 692}{100 \cdot 1000}$, le lieu du Périhélie $\gamma 12^{\circ} 15' 20''$, celui du $\Omega \gamma 14^{\circ} 16'$, & l'inclinaison de l'orbite 49^o 59'. Celle de 1737 a passé par le Périhélie le 30 Janvier à 8^h 10' de tems moyen (réduit au Méridien de Paris) sa distance au Soleil étant alors $\frac{32 \cdot 233}{100 \cdot 1000}$, le lieu du Périhélie $\approx 25^{\circ} 55'$, celui du Nœud Descendant $\gamma 16^{\circ} 22'$, & l'inclinaison de son orbite 18^o 20' 45".

Trois de ces Cometes ont été Directes, c'est-à-dire, que leur mouvements s'est fait d'Occident en Orient: celles de 1723 & 1742 ont été retrogrades.

Toutes ces orbites, de meme que les vingt quatre que M. Halleï avoit calculées depuis le tems de Nicephore Gregoras & de Regiomontanus jusqu'au commencement de ce siecle, ont été déterminées dans la supposition que leur Trajectoire étoit parabolique, en se servant de la Table générale de la Cométographie ou de la suivante, laquelle est aussi de M. Halleï; & c'est ainsi qu'on doit toujours commencer le calcul pour déterminer les Trajectoires des Cometes. Mais pour connoître à peu-près le tems de leurs révolutions périodiques, comme aussi l'excentricité de leur orbite, il seroit nécessaire d'entrer dans un examen de toutes les Observations, de les corriger en y employant des positions d'Etoiles plus exactes que celles dont on s'est servi, & d'avoir égard à l'Aberration tant de ces Etoiles, que de la Comete, ce qui exige un fort long travail. C'est ainsi que j'ai déjà calculé la plus grande partie des observations de la Comete de 1744, dont nous ne pouvions espérer que par ce moyen, de connoître enfin la vraie Trajectoire, & partant à quelques années près le tems de la révolution périodique.

Pour le Calcul de l'Aberration en Déclinaison.

Comme le sinus de la Latitude, est au Rayon, ainsi la Tangente de l'angle à la Planete, ou à l'Etoile E, à la Tangente d'un autre angle A qu'il faut toujours retrancher de la longitude de l'Etoile, pour avoir le lieu de l'Ecliptique où doit paroître le Soleil, lorsque l'Aberration en déclinaison est nulle. On fera ensuite: $\text{Sin } A : \text{Sin } E :: 20'' : \text{à la plus grande Aberr. en Déclinaison.}$

Pour l'Aberration en Ascension droite.

Comme le Sin. de la Latitude, est au Rayon, Ainsi la Cotang. de l'angle E, à la Tangente d'un autre angle M; qu'il faut toujours retrancher de la Longitude de l'Etoile, pour avoir le lieu de l'Ecliptique où doit paroître le Soleil, lorsque l'Aberration en Ascension droite est nulle. Ensuite on fera:

$\text{Cotin. Déclin.} \times \text{Sin. M} : \text{Cosin. E} \times \text{R} :: 20'' : \text{à la plus gr. Aberr. en Asc. dr.}$

La plus grande Aberration étant une fois connue, elle doit varier chaque jour comme le sinus de l'Elongation du Soleil au point où elle paroït nulle.

TABLE GENERALE

POUR SERVIR A CALCULER LE MOUVEMENT
des Cometes dans un orbe Parabolique.

Moyen mouvement	Anomal. vraie.	Diffé- rences.	Logarith. pour la distance au Soleil.	Moyen mouvement	Anomal. vraie.	Diffé- rences.	Logarith. pour la distance au soleil.	Moyen mouvement	Anomal. vraie.	Diffé- rences	Logarith. pour la distance au So eil.
	D. M. S.	D.M.S.			D. M. S.	M. S.			D. M. S.	M. S.	
1	1.31.40	1.31.35	0.000077	41	53.29.42	57.50	0.0983300	81	81.41.31	29.48	0.242416
2	3. 3.15	1.31.28	0.000309	42	54.27.32	56.49	0.102019	82	82.11.19	29.21	0.245684
3	4.34.43	1.31.17	0.000694	43	55.24.21	55.51	0.105772	83	82.40.40	28.54	0.248933
4	6. 6. 0	1.31.01	0.001231	44	56.20.12	54.54	0.109490	84	83. 9.34	28.30	0.252159
5	7.37. 1	1.30.43	0.001921	45	57.15. 6	53.56	0.113240	85	83.38. 4	28.04	0.255366
6	9. 7.44	1.30.18	0.002759	46	58. 9. 2	53.02	0.116995	86	84. 6. 8	27.41	0.258552
7	10.38. 2	1.29.52	0.003745	47	59. 2. 4	52.09	0.120756	87	84.33.49	27.16	0.261720
8	12. 7.54	1.29.23	0.004876	48	59.54.13	51.12	0.124518	88	85. 1. 5	26.53	0.264865
9	13.17.17	1.28.50	0.006151	49	60.45.25	50.20	0.128279	89	85.27.58	26.29	0.267989
10	15. 6. 7	1.28.13	0.007564	50	61.35.45	49.29	0.132035	90	85.54.27	26.07	0.271092
11	16.34.20	1.27.34	0.009115	51	62.25.14	48.36	0.135792	91	86.20.34	25.46	0.274176
12	18. 1.54	1.26.53	0.010798	52	63.13.50	47.50	0.139544	92	86.46.20	25.23	0.277239
13	19.23.47	1.26.07	0.012609	53	64. 1.40	46.58	0.143291	93	87.11.43	25.02	0.280284
14	20.54.54	1.25.20	0.014550	54	64.48.38	46.12	0.147029	94	87.36.45	24.42	0.283306
15	22.10.14	1.24.30	0.016607	55	65.34.50	45.21	0.150762	95	88. 1.27	24.22	0.286308
16	23.44.44	1.23.38	0.018783	56	66.20.13	44.37	0.154482	96	88.25.49	23.59	0.289293
17	25. 8.22	1.22.46	0.021072	57	67. 4.50	43.52	0.158192	97	88.49.48	23.44	0.292252
18	26.31. 8	1.21.48	0.023470	58	67.48.42	43.08	0.161890	98	89.13.32	23.22	0.295201
19	27.52.56	1.20.51	0.025969	59	68.31.50	42.26	0.165578	99	89.36.54	23.06	0.298122
20	29.13.47	1.19.53	0.028570	60	69.14.16	41.42	0.169254	100	90.00.00	22.44	0.301030
21	30.33.40	1.18.52	0.031263	61	69.55.58	40.58	0.172914	102	90.45.14	22.14	0.306782
22	31.52.32	1.17.51	0.034045	62	70.36.56	40.20	0.176557	104	91.29.18	21.54	0.312469
23	33.10.23	1.16.49	0.036916	63	71.17.16	39.40	0.180188	106	92.12.14	21.50	0.318060
24	34.27.12	1.15.47	0.039864	64	71.56.56	39.01	0.183803	108	92.54. 4	21.48	0.323587
25	35.42.59	1.14.42	0.042892	65	72.35.57	38.18	0.187404	110	93.34.52	21.41	0.329042
26	36.57.41	1.13.39	0.045989	66	73.14.15	37.44	0.190978	112	94.14.40	21.50	0.334424
27	38.11.27	1.12.36	0.049154	67	73.51.59	37.07	0.194540	114	94.53.30	21.52	0.339736
28	39.23.56	1.11.30	0.052382	68	74.29. 6	36.32	0.198085	116	95.31.22	21.50	0.344979
29	40.35.26	1.10.23	0.055668	69	75. 5.38	35.57	0.201614	118	96. 8.22	21.50	0.350153
30	41.45.49	1.09.17	0.059009	70	75.41.35	35.21	0.205122	120	96.44.30	21.58	0.355262
31	42.55.06	1.08.12	0.062400	71	76.16.56	34.47	0.208612	122	97.19.48	21.29	0.360306
32	44. 3.18	1.07.08	0.065838	72	76.51.43	34.14	0.212080	124	97.54.17	21.43	0.365284
33	45.10.26	1.06.09	0.069319	73	77.25.57	33.44	0.215529	126	98.28.00	21.57	0.370200
34	46.16.35	1.05.01	0.072839	74	77.59.41	33.13	0.218963	128	99.00.57	22.14	0.375052
35	47.21.36	1.03.57	0.076396	75	78.32.54	32.41	0.222378	130	99.33.11	21.32	0.379842
36	48.25.33	1.02.55	0.079984	76	79. 5.35	32.10	0.225769	132	100. 4.43	21.02	0.384576
37	49.28.28	1.01.55	0.083600	77	79.37.45	31.38	0.229142	134	100.35.45	20.03	0.389252
38	50.30.23	1.00.48	0.087244	78	80. 9.23	31.11	0.232488	136	101. 5.48	20.34	0.393868
39	51.31.11	0.59.44	0.090910	79	80.40.34	30.42	0.235809	138	101.35.22	20.57	0.398428
40	52.30.55		0.094596	80	81.11.16		0.239127	140	102. 4.19		0.402930

Ajoutant le complément Arithmétique (du logarithme leſquialtere de la distance Périhélie de la Comete au Soleil) aux logarithmes du tems écoulé depuis le paſſage par le Périhélie, & à celui d'un jour 9.960128, la ſomme fera le logarithme du moyen mouvement, lequel moyen mouvement fera connoître l'anomalie vraie.

TABLE GENERALE

POUR SERVIR A CALCULER LE MOUVEMENT
des Cometes dans un orbe Parabolique.

Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Diffé- rences. M. S.	Logarith. pour la distance au soleil.	Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Diffé- rences M. S.	Logarith. pour la distance u soleil.	Moyen mouvement.	Anomal. vraye. D. M. S.	Diffé- rences. D.M.S.	Logarith. pour la distance au soleil.
142	102.32.41	27.50	0.407380	244	118.25.5	24.52	0.581616	620	137.33.13	0.30.45	0.882575
144	103.00.31	27.16	0.411784	248	118.49.57	24.17	0.586912	640	138.3.58	0.29.23	0.892649
146	103.27.47	26.44	0.416132	252	119.14.14	23.42	0.592122	660	138.33.21	0.28.08	0.902401
148	103.54.31	26.12	0.420430	256	119.37.56	23.10	0.597252	680	139.1.29	0.26.56	0.911966
150	104.20.43	25.39	0.424676	260	120.1.6	22.38	0.602301	700	139.28.25	0.25.51	0.921012
152	104.46.22	25.11	0.428866	264	120.23.44	22.08	0.607274	720	139.54.16	0.24.49	0.929507
154	105.11.33	24.43	0.433012	268	120.45.52	21.38	0.612174	740	140.19.5	0.23.51	0.938349
156	105.36.16	24.16	0.437110	272	121.7.30	21.09	0.616998	760	140.42.56	0.22.55	0.946951
158	106.00.32	23.51	0.441164	276	121.28.39	20.43	0.621750	780	141.05.55	0.22.08	0.955124
160	106.24.23	23.24	0.445178	280	121.49.22	20.16	0.626438	800	141.28.3	0.21.21	0.96382
162	106.47.47	22.57	0.449144	284	122.9.38	19.50	0.631056	820	141.49.24	0.20.36	0.972036
164	107.10.44	22.30	0.453066	288	122.29.28	19.26	0.635608	840	142.10.00	0.19.56	0.978397
166	107.33.17	22.13	0.456936	292	122.48.54	19.03	0.640098	860	142.29.56	0.19.14	0.985771
168	107.55.27	21.57	0.460772	296	123.7.57	18.35	0.644425	880	142.49.10	0.18.38	0.992900
170	108.17.14	21.33	0.464208	300	123.26.36	18.04	0.648893	900	143.7.48	0.17.03	1.000000
172	108.38.37	21.02	0.468318	310	124.11.40	17.28	0.653559	920	143.25.51	0.17.30	1.006871
174	108.59.39	20.41	0.472030	320	124.54.36	16.56	0.658880	940	143.43.21	0.16.57	1.013586
176	109.20.20	20.20	0.475705	330	125.35.34	16.24	0.663876	960	144.00.18	0.16.28	1.020155
178	109.40.40	20.00	0.479340	340	126.14.44	15.52	0.668958	980	144.16.46	0.16.00	1.026583
180	110.00.40	19.40	0.482937	350	126.52.12	15.24	0.673697	1000	144.32.46	0.15.32	1.032876
182	110.20.20	19.21	0.486498	360	127.28.6	14.56	0.678104	1500	149.26.8	3.00.07	1.158188
184	110.39.41	19.03	0.490022	370	128.2.33	14.27	0.682176	2000	152.26.15	2.06.05	1.246058
186	110.58.44	18.44	0.493512	380	128.35.38	13.59	0.685906	2500	154.32.20	1.35.07	1.313703
188	111.17.28	18.27	0.496965	390	129.7.27	13.30	0.689734	3000	156.7.27	1.15.22	1.368678
190	111.35.55	18.10	0.500384	400	129.38.4	12.59	0.693186	3500	157.22.49	1.01.47	1.414974
192	111.54.05	17.53	0.503769	410	130.7.34	12.28	0.696160	4000	158.24.36	0.52.00	1.454950
194	112.11.58	17.36	0.507121	420	130.36.2	11.56	0.698730	4500	159.16.36	0.44.36	1.490125
196	112.29.34	17.21	0.510441	430	131.3.30	11.24	0.701516	5000	160.1.12	0.38.53	1.521521
198	112.46.55	17.05	0.513729	440	131.30.2	10.52	0.704218	5500	160.40.5	0.34.19	1.549874
200	113.4.00	16.49	0.516984	450	131.55.41	10.20	0.706848	6000	161.14.24	0.30.36	1.575718
204	113.37.25	16.32	0.520206	460	132.20.30	9.48	0.709416	6500	161.45.00	0.27.34	1.599460
208	114.9.52	16.15	0.523396	470	132.44.32	9.16	0.711922	7000	162.12.34	0.25.00	1.621417
212	114.41.23	16.00	0.526556	480	133.7.50	8.44	0.714376	7500	162.37.34	0.22.49	1.64183
216	115.12.02	15.44	0.529686	490	133.30.25	8.12	0.716788	8000	163.00.23	0.20.57	1.660922
220	115.41.51	15.29	0.532786	500	133.52.20	7.40	0.719156	8500	163.21.20	0.19.22	1.678834
224	116.10.52	15.13	0.535856	510	134.34.18	6.68	0.721480	9000	163.40.42	0.17.58	1.695708
228	116.39.7	14.98	0.538896	520	135.14.0	5.96	0.723760	9500	163.58.38	0.16.42	1.711662
232	117.6.38	14.82	0.541906	530	135.51.28	5.24	0.726000	10000	164.15.20	0.15.20	1.726784
236	117.33.27	14.67	0.544886	540	136.27.6	4.52	0.728200	10000	170.52.0	6.36.40	2.197960
240	117.59.35	14.51	0.547836	550	137.00.57	3.80	0.730360	10000	172.45.44	2.53.44	2.399655

Le logarithme séquialtere est déterminé, puisqu'il est toujours à celui de la distance Périhélie, comme 3 est à 2. Mais si l'on ajoute ensemble les trois logarithmes suivans, celui de la distance Périhélie, le logarithme pour la distance, & celui du cosinus de la latitude, la somme sera le logarithme de la distance accourcie. O O o o j

A V E R T I S S E M E N T .

LA Figure de la Lune de 1692, donne la Libration moyenne selon qu'il en a été averti dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1703 ; mais il vaut mieux se servir de celle d'Hévélius, qui nous a paru s'accorder assez bien aux observations, toutes les fois que la Lune a paru dans ses librations moyennes. Hévélius avoit songé aussi à établir vers le haut de sa figure, le point du Disque qui répond au 90° degré, à compter depuis le plan de l'Ecliptique, & il a trouvé que la Lune étant au Ω & ξ , ce point répondoit dans la circonférence du Disque à 31° & 37° ; d'où il suit qu'il a dû répondre à 34°, cet Astre étant dans ses plus grandes Latitudes. C'est ce qu'il étoit important de sçavoir, lorsqu'il a imaginé de déterminer par les occultations des Étoiles ou des Planètes, le lieu de la Lune, & par conséquent les Longitudes sur Terre.

On ne s'est déterminé à faire ces dernières Additions, que parce qu'on les a cru avantageuses au Lecteur. Voici encore quelques fautes ou négligences, qu'on prie de vouloir bien corriger.

Page 433, ligne 1, & une fois, lisez & deux fois.

Page 488, lig. 23, lif. soit toujours réciproquement.

Page 499, lig. 29, si l'on prend, lif. si l'on a pris.

Page 500, lig. 1, mais si, lif. après quoi si.

lig. 32, ajoutez complément Arithmétique du.

lig. 38, ajoutez encore complément Arithmétique du.

ligne 43, lif. du nombre 0.08469471.

Pour connoître le lieu du Soleil encore plus exactement que par les Tables de Flamsteed, on retranchera 50" de la plus grande Equation du centre, laquelle se réduit par-là à 1° 55' 30".

F I N.



V. 20 28

L. a¹⁰





