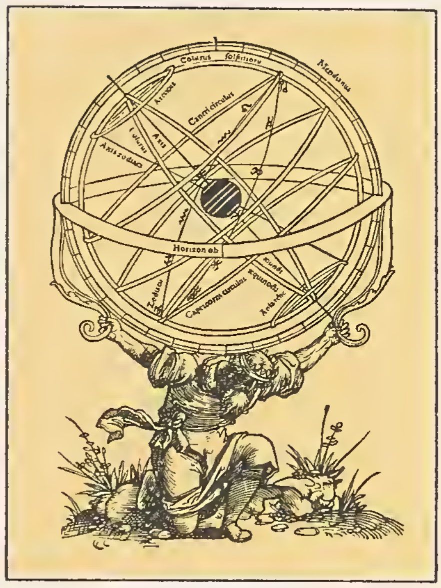
The Dibner Library
of the History of
Science and Technology

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



INSTRUCTION

SUR

LES MESURES

DÉDUITES

DE LA GRANDEUR DE LA TERRE,

UNIFORMES

POUR TOUTE LA RÉPUBLIQUE,

ET

SUR LES CALCULS RELATIFS

A LEUR DIVISION DÉCIMALE;

PAR la Commission temporaire des Poids et Mesures républicaines,

En exécution des Décrets de la Convention Nationale.

A MACON,

De l'Imprimerie de SAPHOUX, rue du Marché.

An II.e de la République, une et indivisible.

TABLE

Des articles contenus dans cette Instruction.

SECONDE PARTIE.

APPENDICE.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE.

NOUS sommes arrivés au terme où l'uniformité des poids et mesures n'attend plus, pour s'établir et se propager dans toute l'étendue de la République, que l'entiere exécution des moyens cherchés et préparés par trois années de calculs et d'expérience. Il étoit réservé à la Convention nationale d'ouvrir cette nouvelle source de la prospérité des Français, et de lui donner ce cours rapide, de lui imprimer ce mouvement révolutionnaire qui double le bienfait en hâtant le moment de la jouissance. Tandis que d'une part elle donnoit le signal aux défenseurs de la patrie pour terrasser les ennemis de la liberté, de l'autre elle appeloit les arts auprès d'elle; elle leur ordonnoit d'accélérer la construction de ces instrumens destinés à briser les entraves, qui jusqu'alors avoient captivé le commerce dans sa marche, à faire disparoître cette diversité qui étoit un piége continuel tendu à la bonne foi et à la droiture, et à offrir un symbole et à-la-fois un nouveau gage de la précieuse égalité.

L'établissement d'un poids et d'une mesure uniformes, quand même il ne seroit fondé que sur le choix de certaines especes de mesure et de poids, parmi celles qui étoient jusqu'alors en usage, avec les précautions nécessaires pour les garantir à l'avenir de toute variation, assureroit déjà une reconnoissance immortelle aux Législateurs de la patrie ; mais les moyens dont ils ont voulu qu'on fît dépendre cet établissement, en même temps qu'ils en multiplient les avantages, lui impriment ce caractere de grandeur et de dignité, si conforme à la situation d'un peuple auquel chaque jour prépare une nouvelle gloire et de nouveaux triomphes. A leur voix puissante, la physique et la géométrie mesurent la distance de l'équateur au pôle,

DSI

et de cette grande unité sortent, comme d'une source commune, toutes les unités usuelles de mesure et de poids. La France, par sa position, se trouve être le seul pays du monde connu, qui réunisse les conditions nécessaires pour obtenir la plus grande précision possible dans la mesure immédiate de l'arc, d'où l'on déduit ensuite par le calcul, la longueur du quart du méridien; comme si la nature, en offrant de tous les temps aux différens peuples le présent d'une unité de mesure invariable comme elle, eût réservé aux Français la gloire d'être les premiers à le recevoir de sa main. L'unité de poids est pareillement fondée sur une base naturelle et invariable; elle dépend de la pesanteur du plus commun de tous les fluides, de celui qui baigne notre globe, sous une capacité dont l'élément est fourni par l'unité de mesure linéaire. Tout est lié dans ce systême; toutes les parties qui le composent, se tiennent par des rapports intimes;

chaque résultat découle nécessairement de celui qui précede, et amene celui qui doit suivre, en sorte que le principe une fois établi que l'unité de mesure et de poids devoit être prise dans la nature, le plan du systême se trouvoit comme tracé d'avance d'après l'ordre prescrit par la filiation des idées. C'est une chaîne dont il suffit de saisir le premier anneau pour l'enlever toute entiere.

Les arts se sont empressés de seconder ce grand travail par des machines ingénieuses, exécutées avec un soin et une perfection qui ont porté les résultats de l'expérience à un degré de précision jusqu'alors inconnu. On est parvenu à saisir des quantités dont la petitesse étonne l'imagination, et ne laisse aux erreurs dues à l'observation, que ces nuances inaccessibles à la délicatesse de nos organes, et qui n'existent plus pour nous.

Et ce qui surprendroit encore davantage chez toute autre nation, c'est de voir les citoyens chargés de cette opération importante, qui sembleroit exiger tout le calme des temps pacifiques, la conduire avec succès vers son terme, au milieu du bruit des combats et des agitations de la liberté naissante. Occupés tranquillement alors à interroger la nature, ils ont prouvé que quand il s'agit des intérêts et de la gloire de la patrie, il y a pour le génie comme pour le courage, un sang froid qui rend l'un supérieur à toutes les distractions, comme l'autre à la crainte; ou si quelque chose a été capable de les distraire, ce ne pouvoit être que les cris de la victoire, plus favorables encore aux recherches heureuses que le silence du cabinet.

Après avoir organisé le systême dont l'établissement leur avoit été confié, ils s'empressent aujourd'hui de remplir l'obligation que leur imposent les décrets de la Convention nationale, " de composer à " l'usage de tous les citoyens un livre

„ contenant des instructions simples sur
„ la maniere de se servir des nouveaux
„ poids et mesures, et sur la pratique des
„ opérations relatives à leur division
„ décimale. „

Le décret que nous venons de citer, indiquoit à-la-fois et l'objet et le plan de cet ouvrage qui sera divisé en deux parties. La premiere traitera de toutes les connoissances relatives aux mesures républicaines ; et nous avons même essayé d'y donner une idée des méthodes qui ont été suivies dans la détermination de ces mesures, en suppléant, autant qu'il a été possible, aux résultats du calcul et au véritable langage de la science, par des comparaisons tirées d'objets sensibles, ou en profitant des premieres notions de géométrie communes à tous les hommes, pour ébaucher en quelque sorte le tableau des méthodes dont il s'agit (*a*). Mais ce

Nous avons ajouté au texte des notes explicatives, où les géometres et les physiciens pourront prendre une connoissance plus approfondie des résultats.

que nous nous sommes sur-tout attachés à exposer avec clarté, c'est la maniere dont les mesures républicaines ont été divisées et sousdivisées, les différentes especes qui résultent de ces divisions relativement à chaque unité, les usages des mêmes mesures et leurs rapports, soit entr'elles, soit avec les anciennes mesures, qui devoient servir encore une fois à cette comparaison nécessaire pour le maintien du commerce, avant de disparoître sans retour.

Nous observerons ici que la mesure de l'arc terrestre, d'où l'on doit conclure la longueur exacte du quart du méridien, qui est la base de tout le nouveau systême, n'est point encore terminée ; mais la Commission des poids et mesures a pensé que l'on pouvoit établir, d'après les opérations déjà faites en France vers le milieu de ce siecle par d'habiles astronomes, un résultat suffisamment approché pour l'usage du commerce. Le surcroît de précision que la mesure définitive pourra y ajouter, rendra sans doute cette opération plus digne de la nation puissante et éclairée qui l'a entreprise, mais ne peut être assez sensible pour retarder le moment de la jouissance.

Dans l'exposition des moyens employés pour déterminer l'unité de mesure, nous n'avons pas cru devoir distinguer les deux époques relatives, l'une au résultat provisoire, l'autre au résultat définitif, et nous avons raisonné dans la supposition d'une opération unique, exécutée en entier comme d'un seul jet, pour éviter de compliquer les explications et de jeter de la confusion dans les idées du lecteur.

La seconde partie est destinée à exposer la méthode de calcul qui se rapporte à la division décimale des mesures républicaines, et l'on y verra combien les avantages du nouveau systême, qui sont déjà si précieux par le choix des bases sur lesquelles il est établi, vont le devenir

encore

encore par la simplicité et la facilité qu'il répandra dans les calculs. Tous les embarras qui résultoient des sousdivisions disparates et incohérentes des anciennes mesures, vont s'évanouir. Les plus petites parties de l'unité se calculeront comme les unités simples. La marche familiere à presque tous les hommes de l'arithmétique élémentaire, sera substituée à toute cette complication de nombres fractionnaires, où tous les inconvéniens nés du caprice et de l'arbitraire qui avoient présidé à l'organisation de l'ancien systême, se cachoient sous un faux air de science, sous un vain appareil de chiffres, au milieu desquels le calculateur se traînoit avec effort et souvent avec ennui vers le résultat de son opération. Ceux qui savoient peu, sauront tout; les autres s'empresseront d'oublier ce qu'ils savoient de trop; tous recevront comme un véritable bienfait, une méthode de calcul qui aura le mérite de leur épargner à-la-fois du temps, de l'étude et des occasions de méprise.

Nous avons supposé le lecteur instruit des quatre premières opérations de l'arithmétique, même de celles où l'on employoit les nombres que l'on appele complexes, comme ceux qui exprimoient des sous et des deniers dans les comptes, des pouces et des lignes dans le toisé, etc; en sorte que le but de l'ouvrage est moins d'offrir un traité d'arithmétique, qu'une espece de traduction du langage compliqué et prolixe que cette science avoit parlé jusqu'alors, dans un autre langage beaucoup plus simple et plus concis. En conséquence, nous avons cité d'abord des exemples pris dans l'ancienne méthode, relativement à chaque unité de mesure, avant de passer aux exemples analogues, tirés des mesures républicaines; persuadés d'ailleurs que le contraste des deux tableaux placés l'un vis-à-vis de l'autre, feroit mieux ressortir les avantages du nouveau systême, et qu'après avoir jeté un dernier regard sur ce qu'on avoit fait jusqu'ici avec peine et lenteur, on en jugeroit mieux combien seroit court et facile ce qu'on auroit à faire à l'avenir.

Cet ouvrage est terminé par douze tables de réduction, qui mettront tous ceux qui calculoient des résultats relatifs aux anciennes mesures, à portée de ramener ces mêmes résultats à ceux qui leur correspondent dans le nouveau systême.

Quelques personnes auroient desiré que l'on profitât de la réforme générale qui va s'opérer dans le systême des poids et mesures, pour changer aussi notre arithmétique et lui substituer l'arithmétique duodécimale, c'est-à-dire, celle où les unités des différens chiffres sont toujours douze fois plus grandes en allant de droite à gauche ; ce qui auroit exigé deux caracteres de plus, pour représenter les nombres *dix* et *onze*. Les divisions et sousdivisions des mesures et des poids auroient suivi cette même progression, qui se trouve déjà établie par rapport au pied ou à l'unité usuelle des anciennes mesures linéaires.

Avant d'examiner si les avantages du rapport duodécimal sont réellement aussi grands qu'ils semblent l'être au premier aperçu, et si le changement qui feroit passer ces avantages dans notre arithmétique n'entraîneroit pas d'une autre part des inconvéniens au moins capables de les balancer, nous observerons en général que l'arithmétique décimale a été celle de toutes les nations dont l'histoire ait conservé le souvenir. Il est probable que la conformation de la main aura déterminé une sorte de prédilection en faveur du nombre *dix* que chacun avoit dans ses doigts, et qui se trouvoit continuellement sous ses yeux, et qu'ainsi ce nombre sera devenu naturellement la base de l'échelle arithmétique adoptée dans tous les pays. Or, quoique cette préférence donnée au nombre *dix* paroisse avoir été l'effet de l'instinct plutôt que de la réflexion, il n'en est pas moins vrai qu'elle est puisée en quelque sorte dans la nature de l'homme, et que ce concert unanime qui en est résulté entre toutes les nations, mérite d'être respecté, et ne doit pas être contrarié sans des raisons de la plus grande force, sur-tout si l'on considere qu'il a un objet extrêmement familier, qui est de tous les âges et de tous les momens de la vie, qui est lié à tous nos besoins et à tout ce qui nous environne.

Mais allons au fond de la question, et comparons les deux échelles sous les différens points de vue dont elles sont susceptibles. L'avantage le plus marqué que paroisse offrir l'échelle duodécimale, est qu'elle permet d'exprimer en nombres ronds la moitié, le tiers et le quart d'une unité quelconque en unités de l'ordre immédiatement inférieur. Par exemple, l'unité qui remplaceroit la dixaine, étant égale à douze, on exprimeroit facilement la moitié, le tiers et le quart de cette unité au moyen des nombres 6, 4 et 3. Au contraire, dans l'arithmétique décimale, on peut bien à la vérité exprimer la moitié d'une unité quelconque, par exemple, celle d'une centaine, à l'aide d'un nombre rond composé d'unités de l'ordre immédiatement inférieur, lequel nombre est 5 dixaines dans le cas présent; mais pour exprimer le quart de la même unité, il faut passer à l'ordre inférieur de deux degrés, par rapport aux centaines; et quant à l'expression du tiers en nombres ronds, elle est impossible dans tous les ordres d'unités.

Ajoutons en faveur de l'arithmétique duodécimale, que non-seulement elle offriroit les divisions de l'unité relatives aux fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, mais qu'elle rendroit ces fractions comparables entr'elles, même à l'égard du commun des hommes. Car tant qu'on les laisse sous la forme qu'elles présentent à l'état de fractions ordinaires, il faut convenir que leur simplicité est plutôt une occasion de méprise, qu'un avantage réel pour ceux qui ne sont pas versés dans la science du calcul. On est tenté de s'imaginer que leurs différences sont proportionnelles à celles de leurs dénominateurs ; et ainsi celui qui ayant demandé d'abord un quart de telle unité de mesure ou de poids, et trouvant que c'est trop peu, préfere de prendre un tiers ou une moitié, ne sait pas réellement ce qu'il demande de plus, et se détermine d'après un choix hasardé et purement arbitraire. Mais en sousdivisant l'unité par douziemes, on auroit un moyen de comparer les fractions dont il s'agit, parce qu'alors elles seroient exprimées par les quantités $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$ et $\frac{6}{12}$, dont les différences indiquées par celles de leurs numérateurs, deviennent faciles à saisir.

Dans l'arithmétique décimale, la fraction $\frac{1}{2}$ est exprimée par $\frac{5}{10}$ dont les deux termes sont même plus simples que ceux de la fraction $\frac{6}{12}$. La fraction $\frac{1}{4}$ ne peut être exprimée que par $\frac{25}{100}$, dont chaque terme renferme un chiffre de plus que le terme correspondant de la fraction $\frac{3}{12}$; mais après tout on ne laisse pas de parvenir avec ces expressions plus composées, à des évaluations dont la précision est la même, en sorte qu'à tout prendre, l'échelle décimale ne le cede réellement à l'échelle duodécimale, qu'en ce qu'elle ne présente la fraction $\frac{1}{3}$ et ses sousmultiples, qu'à l'aide d'approximations que l'on peut pousser, à la vérité, aussi loin que l'on veut; et cela d'autant plus facilement, qu'aprés avoir placé d'abord à l'ordinaire, en tête de l'expression, zéro suivi d'une virgule, il ne s'agit que de faire suivre ce zéro du nombre 3 écrit à côté de lui-même autant de fois qu'il sera nécessaire, pour obtenir une précision suffisante relativement au but qu'on se propose.

Un nouvel avantage qu'auroit l'arithmétique duodécimale sur celle qui est usitée, et que l'expression des grands nombres y seroit plus simple, en ce qu'elle renfermeroit moins de chiffres, ce que l'on concevra aisément en faisant attention que les nombres *dix* et *onze* n'étant représentés que par un seul chiffre, au lieu de deux qu'exige l'arithmétique décimale, cette simplicité se communique nécessairement aux résultats des combinaisons que subissent ces nombres dans les diverses opérations de l'arithmétique. En général, l'expression des grands nombres se simplifie à mesure que l'on emploie plus de caracteres à la formation de l'échelle arithmétique ; en sorte, par exemple, qu'une échelle qui s'étendroit jusqu'à vingt caracteres abrégeroit beaucoup plus encore l'expression dont il s'agit. Mais cet avantage qui a quelque chose de séduisant au premier abord, ne peut exister qu'aux dépens d'un autre avantage que l'on doit regretter de lui sacrifier. Prenons pour exemple la multiplication ordinaire. On sait que dans cette opération l'on ne parvient au produit, qu'en commençant par multiplier successivement l'un par l'autre tous les chiffres particuliers qui composent les deux facteurs. Or l'arithmétique ne fournit par elle-même aucun secours pour faciliter ces premieres multiplications. C'est une affaire de pure habitude, et il faut avoir sans cesse présens à la mémoire tous les produits partiels qui sont comme les élémens du résultat final. On voit par-là que plus l'échelle arithmétique est étendue, plus aussi il devient difficile d'acquérir et de conserver l'habitude de trouver à l'instant chacun de ces produits élémentaires, et parce qu'ils sont plus nombreux, et plus encore parce qu'ils s'élevent à un degré de composition auquel il est moins facile d'atteindre, à l'aide de la seule mémoire. Or ici l'arithmétique décimale gagne d'autant plus à la comparaison, que non-seulement l'expression de ces premiers produits s'y trouve circonscrite entre des bornes qui n'excedent pas la portée des esprits ordinaires, mais que l'on a même, pour parvenir à cette expression, un moyen de facilité qui dépend de certaines inflexions des doigts, connues de presque tous ceux qui calculent, et qui change l'opération purement mécanique de la mémoire, en une combinaison raisonnée et liée à l'intelligence; et il faut avouer que ces sortes de moyens ne doivent pas paroître indifférens, sur-tout à l'égard des commençans auxquels ils épargnent du temps et des efforts, en leur offrant un guide qu'ils peuvent toujours consulter. Mais sans trop insister sur cet avantage que chacun n'appréciera qu'autant qu'il jugera à propos, nous pouvons dire au moins qu'il y a dans la formation d'une échelle arithmétique, une certaine limite qui établit une juste compensation entre la difficulté de se familiariser avec les résultats que la mémoire seule peut fournir, et l'inconvénient d'avoir plus de chiffres dans l'expression des grands nombres ; et peut-être cette limite est-elle tracée par l'arithmétique décimale.

Au reste, nous ne prétendons pas décider de la préférence entre les deux arithmétiques. Nous supposerons même, si l'on veut, que tout compensé, l'arithmétique duodécimale considérée en elle-même offre plus d'avantages que celle qui étoit en usage jusqu'ici. Nous ne croyons pas du moins que ces avantages aient une assez grande prépondérance sur les inconvéniens qu'entraîneroit le passage d'une arithmétique à l'autre. Il faudroit ajouter deux nouveaux chiffres à ceux que nous employons ; il faudroit changer l'arithmétique parlée, et substituer une nouvelle langue à celle que le besoin continuel d'énoncer des nombres a rendue si familiere au commun des hommes ; et au lieu que pour faire succéder les nouvelles mesures aux anciennes, dans l'état présent des choses on a une base commune qui est l'arithmétique décimale, et sur laquelle l'édifice du nouveau systême vient se placer d'autant plus facilement que ce systême étant pris dans la nature, la base elle-même qui se rapproche aussi de la nature, ainsi que nous l'avons vu, se trouve avoir un certain rapport de convenance avec lui, il faudroit changer cette base à son tour, et arriver ainsi subitement par un renversement total à un nouvel ordre de choses où les personnes même habituées à réfléchir auroient peine à se reconnoître, et où les autres seroient arrêtées par des obstacles presqu'insurmontables.

Mais supposons que ces obstacles soient levés pour la France. Supposons qu'à la faveur du mouvement révolutionnaire, l'autorité des Législateurs eût entraîné, sur l'objet dont il s'agit, le consentement unanime d'un peuple capable de tout apprendre comme de tout oser, quand il se sent sollicité par un motif de bien public ; il ne faudroit pas du moins se flatter que notre exemple fût imité par les nations étrangeres ; et le refus d'adopter notre nouvelle arithmétique empêcheroit, par une suite naturelle, qu'elles n'adoptassent aussi les mesures déduites de la grandeur de la terre ; et tandis que l'arithmétique décimale, dont l'échelle s'accorde avec le mode de division de ces mesures, est un des moyens les plus capables de leur ouvrir un accès facile dans tous les autres pays, il arriveroit au contraire qu'une arithmétique inconnue et destructive de tout ce qui a été fait jusqu'ici dans ce genre, en s'associant à ces même mesures, les feroit repousser comme une innovation offerte à des conditions trop onéreuses.

La Commission des poids et mesures républicaines devoit donc être bien éloignée de proposer cette innovation contraire à la propagation facile et rapide des nouvelles mesures, qui est l'objet dont elle s'occupe sans relâche, le but vers lequel elle se porte avec tout le zele qu'on a droit d'attendre d'elle.

Artistes qu'elle a invités à marcher avec elle d'un pas rapide vers ce but si désiré! vous vous empresserez de fabriquer et de répandre avec profusion ces mesures républicaines, destinées à serrer encore plus étroitement le lien de la fraternité qui unit les citoyens répandus dans toutes les parties de la France. Tandis que les bras de vos freres, armés pour la défense de la liberté, garantiront nos frontieres, les vôtres prépareront à l'intérieur les gages de l'ordre social, de la bonne foi dans les échanges, et de cette heureuse sécurité qui naîtra de l'uniformité des mesures. Tandis que leur courage fera retentir le fer et l'airain dans le champ de la victoire, les métaux et le bois, dociles dans vos ateliers aux efforts de votre industrie, apprendront de vous à contribuer d'une autre maniere à la splendeur du nom Français. Pour nous, toujours prêts à vous seconder, à vous offrir nos soins et nos momens, à faire fraterniser la géométrie et les arts, nous continuerons d'éprouver combien il est flatteur pour ceux qui cultivent les connoissances humaines, de pouvoir confondre dans une même recherche les résultats de la science avec les tributs du civisme, et graver le nom sacré de la patrie à côté des vérités consignées dans leurs écrits, moins sensibles à la gloire de les avoir dévoilées qu'au bonheur de les rendre utiles.

Indépendamment du présent ouvrage, la Commission en publie dans ce moment un second, où le même sujet est traité différemment, d'une maniere plns courte et plus élémentaire, ainsi que l'indique le titre que porte cet ouvrage, d'*Instsuction abrégée sur les mesures déduites de la grandeur de la Terre.* Ces deux Instructions seront suivies incessamment d'une troisieme, qui n'offrira qu'un précis du systême, et qu'on imprimera, partie en format in-octavo, pour être distribuée, et partie en forme d'affiche, pour rester-exposée à la vue de tous les citoyens dans les lieux publics.

INSTRUCTION

INSTRUCTION

SUR

LES MESURES DÉDUITES

DE LA GRANDEUR DE LA TERRE.

PREMIERE PARTIE.

Système des Mesures déduites de la grandeur de la Terre.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES SUR LES MESURES.

1. L'USAGE de ce qu'on appele *mesure*, s'étend à une multitude d'opérations différentes, parmi lesquelles nous choisirons une des plus simples, pour en déduire l'idée que l'on doit attacher à ce mot. Un ouvrier veut connoître la hauteur d'un mur; et pour y parvenir, il prend un pied et l'applique à diverses reprises sur le mur, en suivant une même

ligne de bas en haut, et en recommençant chaque fois à l'endroit où il vient de finir. Il trouve qu'à la douzieme application, l'extrêmité du pied tombe juste sur celle du mur, et il en conclud que le mur a douze pieds de hauteur. Dans cette opération, la longueur du pied est la *mesure* qui a servi à trouver la hauteur du mur; et ainsi *mesurer* cette hauteur dans le cas présent, c'est lui comparer une certaine quantité connue, qui est la longueur du pied, pour trouver combien de fois l'une est contenue dans l'autre.

L'espece d'étendue qui fait l'objet de l'exemple précédent, est une simple ligne qui ne peut être considérée que dans un seul sens, relativement à sa longueur. Nous appelerons *mesures linéaires* toutes celles qui serviront ainsi à mesurer une étendue en longueur.

2. Mais souvent on considere en même temps l'étendue à mesurer dans deux sens différens, comme en longueur et largeur, en largeur et hauteur; et alors la mesure est aussi une certaine étendue de la même es-

pece, c'est-à-dire, une surface à laquelle on suppose une figure très-simple qui est celle du carré, et que l'on compare avec la premiere pour savoir combien de fois elle y est contenue. Les mesures employées à cet usage, ont été appelées en général *mesures de superficie*, et le carré qui les représentoit avoit pour côté l'une des mesures linéaires les plus usuelles, comme le pied ou la toise. Ainsi on évaluoit la surface d'un mur, d'une terrasse, en cherchant combien elle renfermoit de toises carrées ou de pieds carrés. Mais les besoins de l'agriculture avoient fait adopter d'autres mesures de superficie, d'une étendue beaucoup plus considérable, quoique toujours en rapport avec les premieres qui entroient comme élémens dans leur composition. C'est ainsi qu'un certain nombre de perches carrées formoit l'*arpent*, qui étoit la mesure usuelle dont on se servoit le plus ordinairement pour déterminer l'étendue d'un champ, en cherchant combien de fois elle y étoit contenue. Ces mesures particulieres à l'agriculture ont été nommées *mesures agraires*.

3. Dans certains cas, on considere l'éten-

due à mesurer suivant trois dimensions différentes, comme en longueur, largeur et profondeur, et l'on emploie à cet effet des mesures qui ont elles-mêmes ces trois dimensions, et que l'on suppose aussi d'une forme très-simple, qui est celle d'un cube. Le côté de ce cube étoit pareillement une mesure linéaire, d'un usage familier, comme la toise ou le pied; et ces sortes de mesures qui portoient le nom de *mesures de solidité*, servoient à mesurer les volumes des corps, lorsqu'on avoit intérêt de connoître la quantité de matiere solide dont ils étoient formés; par exemple, la quantité de pierres qui entroient dans la construction d'un mur, celle de solives que l'on pouvoit retirer d'une poutre. Mais il y avoit d'autres mesures particulieres, appelées *mesures de capacité*, qui dépendoient de même des premieres, avec lesquelles elles avoient un certain rapport, et que l'on employoit pour mesurer la quantité de liquide ou de grains que contenoit un vase. Alors la mesure étoit elle-même un autre vase plus petit, tel que la pinte, le boisseau, etc., dont on se servoit à plusieurs reprises pour remplir le premier, et trouver ainsi le rapport de contenance ou de capacité entre l'un et l'autre.

4. Les corps qu'on appele *poids*, peuvent de même être regardés comme des mesures. Ainsi, lorsqu'ayant mis un corps, tel qu'une caisse de marchandises, dans un des bassins d'une balance, on trouve qu'il faut mettre cent cinquante livres dans l'autre bassin, pour que la balance ne penche ni d'un côté ni de l'autre, c'est une maniere de mesurer le poids de la caisse, en cherchant combien de fois il équivaut à un certain poids qu'on appele *livre*.

5. Les monnoies, dont nous nous proposons aussi de parler à la suite des mesures précédentes, ne sont proprement que des especes de signes faits pour représenter les valeurs des marchandises. Mais lorsque nous voulons connoître le prix total d'une quantité déterminée de marchandises, dont nous savons qu'une certaine partie coûte, par exemple, une livre tournois, nous ne parvenons à cette connoissance qu'en cherchant combien la livre tournois est contenue de fois dans le prix pro-

posé, et en ce sens les monnoies sont aussi des mesures.

6. Dans toutes les manieres de mesurer que nous venons d'exposer, on voit qu'il y a toujours une certaine mesure que l'on choisit parmi toutes celles de la même espece, pour la comparer avec ce que l'on veut mesurer, et trouver le rapport entre l'un et l'autre. Cette mesure se nomme plus particuliérement *unité de mesure* : ainsi lorsqu'on dit d'une piece d'étoffe, qu'elle a six aunes et un quart de longueur, l'aune est l'unité de mesure dont on cherche le rapport avec la longueur de l'étoffe.

7. D'après ce qui vient d'être dit, nous distinguerons cinq especes de mesures; savoir, 1.° les *mesures linéaires*, ou qui servent à mesurer une étendue en ligne droite ; 2.° les *mesures de superficie* destinées à mesurer une surface ou une étendue en longueur et largeur; et parmi ces mesures, nous considérerons particuliérement les *mesures agraires* qui ont un rapport plus immédiat avec le nouveau système; 3.° les *mesures de solidité*, à

l'aide desquelles on mesure une étendue en longueur, largeur et profondeur; et comme celles de ces mesures qui entrent plus directement dans l'ordre du nouveau systême, sont les *mesures de capacité*, nous nous occuperons sur-tout de ces dernieres; 4.° les mesures qui servent à peser un corps, et qui sont connues sous le nom de *poids*; 5.° enfin, celles dont l'usage est relatif au prix des marchandises, et qu'on appele *monnoies*.

I. DES MESURES LINÉAIRES.

8. La plus commune des mesures linéaires employées jusqu'ici, ou celle que l'on prenoit le plus ordinairement pour unité de mesures, est le pied. Comme il arrive souvent qu'après avoir appliqué le pied un certain nombre de fois sur une longueur, on a un reste plus petit que le pied; pour évaluer ce reste, on avoit divisé le pied en douze pouces, et chaque pouce en douze lignes. On employoit aussi des mesures plus longues que le pied, telles que la toise qui étoit de six pieds, la perche qui varioit suivant les pays, etc. Pour mesurer les étoffes, on se servoit de l'aune,

qui est à Paris de trois pieds sept pouces dix lignes cinq sixiemes, suivant l'évaluation faite en 1746 par Hellot et Camus, et que l'on divisoit en demies, en tiers, en quarts, etc.

9. On sait que d'autres especes de mesures, telles que les poids, les monnoies, etc., avoient leurs sousdivisions graduées d'une maniere différente; et ce défaut d'accord entre les divisions des diverses mesures, et même entre celles qui formoient l'échelle de chaque mesure, rendoit ces especes d'instrumens très-incommodes dans la pratique, et compliquoit les calculs que l'on étoit obligé de faire pour comparer ensemble et réunir dans un résultat unique toutes ces quantités fractionnaires, dont les rapports avec l'unité principale n'étoient soumis à aucune loi.

10. D'ailleurs, les anciennes mesures ne partoient d'aucun point fixe. La longueur du pied qui étoit l'unité de mesure linéaire la plus ordinaire, avoit été prise à volonté et comme au hasard; et ce défaut de principe et de méthode dans la détermination des me-

sures primitives, avoit beaucoup contribué à la grande diversité qui s'étoit introduite entre les mesures des différens pays. Elles avoient varié avec le temps, par l'effet du même arbitraire qui avoit présidé au premier choix. Mais en supposant que l'on se fixât à l'une des mesures usuelles pour y ramener toutes les autres, et que l'on prît des précautions pour en conserver fidèlement l'étalon, les avantages de l'uniformité se trouvoient bornés au terrain particulier de la France. La mesure préférée n'avoit aucune prépondérance sur les mesures en usage chez les autres peuples, aucun titre pour devenir dans la suite, par leur adoption, une mesure universelle, si propre à faciliter le commerce, à en simplifier les opérations, et à serrer plus étroitement le lien qu'il forme entre toutes les sociétés civilisées.

11. Les nouvelles mesures, au contraire, réunissent tous les caracteres d'une unité invariable et faite pour être généralement adoptée, parce qu'elles sont prises dans les dimensions mêmes du globe que nous habitons; qu'elles ne tiennent à aucun climat,

ni à aucune nation particuliere. Nous verrons de plus que la maniere dont elles sont divisées et subordonnées les unes aux autres, ramene les calculs qu'elles exigeront à une marche très-simple et très-commode. Nous n'entrerons point ici dans le détail des opérations qui ont servi à les déterminer; nous nous bornerons à ce qui est nécessaire pour en sentir les avantages, et bien concevoir la maniere de les employer.

Détermination de l'unité des Mesures linéaires.

12. Tout le monde sait aujourd'hui que la terre est un corps rond, ayant à peu-près la figure d'une boule, et en conséquence ce qu'on appelle *le tour de la terre* est une ligne courbe qui revient sur elle-même, et que nous comparerons, pour plus de simplicité, à la circonférence de cercle que l'on trace par le moyen du compas, quoiqu'elle en differe à quelques égards. On a imaginé une verge ou un axe qui traverse la terre de part en part, en passant

par son centre, et en se dirigeant vers un certain point du ciel, et les deux extrémités de cet axe ont été nommées, l'une *pôle nord*, et l'autre *pôle sud*.

13. Maintenant si l'on suppose un fil qui fasse le tour de la terre, en allant d'un pôle à l'autre, ce fil d'après ce qui a été dit sera une circonférence de cercle. On appele ce cercle *méridien;* mais pour abréger, nous donnerons le nom de *méridien* à la circonférence elle-même. On peut concevoir un second fil qui s'étende de même d'un pôle à l'autre, en passant à la droite ou à la gauche du premier, et en tournant autour de la terre, puis un troisieme, un quatrieme, un cinquieme fil, etc., qui tous se croiseront aux pôles. Ces fils représenteront autant de méridiens, et l'on conçoit qu'il doit y avoir une infinité de méridiens, en sorte que chaque lieu de la terre a le sien. Lorsqu'on trace un cadran solaire, la ligne qu'on appelle *méridienne*, et sur laquelle tombe l'ombre du style au moment du midi, répond au méridien du lieu dans lequel est placé ce cadran, ou

même elle est censée faire partie de ce méridien (*a*).

14. Or la physique et la géométrie fournissent des moyens pour mesurer le méridien, c'est-à-dire, pour trouver la longueur qu'auroit le fil dont nous avons parlé s'il étoit tendu en ligne droite; et comme tous les méridiens sont égaux, on peut choisir par-tout où l'on voudra celui qu'on se propose de mesurer. C'est de cette mesure que l'on est parti pour déterminer les mesures linéaires; et au lieu de prendre pour unité la cir-

---

(*a*) La vraie figure du méridien, d'après les opérations qui ont été faites pour la déterminer, et les calculs auxquels ces opérations ont servi de données, est une courbe ovale, du genre de celles que l'on appelle *ellipses*, ou du moins elle en approche de très-près. Dans une ellipse, on considere deux axes qui se coupent à angle droit, et qui different plus ou moins entre eux, suivant que l'ellipse est plus ou moins allongée. Le petit axe de celle qui forme le méridien terrestre, s'étend d'un pôle à l'autre, et le grand axe passe par les points où le méridien coupe l'équateur, d'où il suit que la terre est aplatie vers les pôles. La quantité de cet aplatissement est peu considérable. On peut voir tout ce qui a rapport à sa détermination dans les mémoires et les divers ouvrages des savans qui se sont occupés de cet objet.

conférence entiere du méridien, comme cela paroît naturel au premier aperçu, on a pris simplement le quart de cette circonférence, depuis l'un des deux pôles où se coupent tous les méridiens, jusqu'à l'équateur qui est le cercle situé à la moitié de la distance entre l'un et l'autre pôle.

15. Cette préférence donnée au quart du méridien sur le cercle entier ou sur toute autre portion de ce cercle, pour en faire la base des nouvelles mesures, est fondée sur des raisons que nous allons essayer de faire entrevoir. Représentons-nous deux rayons tracés dans un cercle, et qui par des mouvemens semblables à ceux des deux aiguilles d'une montre, changent continuellement de position respective. Ces rayons, en se rapprochant et en s'écartant l'un de l'autre, formeront différens angles, en même temps qu'ils intercepteront différens arcs de cercle plus ou moins grands, et ces arcs croîtront et décroîtront proportionnellement aux angles; en sorte que quand l'angle sera devenu double ou triple de ce qu'il étoit dans une des positions précédentes, l'arc se trouvera

pareillement doublé ou triplé ; et ainsi les angles dont il s'agit pourront être mesurés par les arcs compris entre leurs côtés. Or, dans les diverses positions qui donnent tous ces angles, les deux rayons s'inclinent plus ou moins l'un vers l'autre, excepté lorsque l'angle est droit, c'est-à-dire, lorsque les deux rayons sont disposés comme les deux branches d'une équerre. Cette position est unique, ainsi que l'angle droit qui en résulte ; elle n'est pas susceptible de plus ou de moins, au lieu que l'inclinaison varie à l'infini, tantôt en deçà et tantôt au-delà de l'angle droit. Il s'ensuit que parmi tous les angles possibles, l'angle droit qui est un terme fixe et invariable, doit être regardé comme l'unité à laquelle on comparera les autres angles, pour estimer leur rapport avec cette unité. Or l'angle droit est précisément celui qui intercepte le quart de la circonférence, et par conséquent, si l'on substitue aux angles les arcs qui les représentent, pour avoir différentes longueurs parmi lesquelles on choisisse une unité de mesure, cette unité sera le quart de la circonférence, comme étant indiquée par l'angle droit avec lequel elle a une liaison intime et nécessaire.

16. Ce sont ces mêmes raisons qui ont fait adopter aux astronomes le quart de cercle comme l'unité à laquelle ils comparent les différens résultats de leurs observations sur les mouvemens célestes. Mais ce qui les y a sur-tout déterminés, c'est que tous les calculs astronomiques et autres qui ont pour élémens des mesures d'angles, se rapportent à certaines lignes tracées dans le cercle qu'on appele *sinus*, et dont la série se termine au quart de la circonférence ; en sorte que dans une suite d'angles qui s'accroissent d'abord jusqu'à l'angle droit, et ensuite dépassent cette limite, les sinus relatifs à ces derniers angles ne sont que la répétition de ceux qui avoient lieu en deça de la limite, d'où il résulte que la circonférence entiere n'est elle-même qu'une quadruple répétition du quart de cette circonférence, ou d'une même unité qui se reproduit, à mesure que l'on passe d'un quart à l'autre, en faisant le tour du cercle.

17. Ainsi la longueur du quart du méridien, prise en coupant par moitié la distance d'un pôle à l'autre, est l'unité de mesure qui a servi de fondement pour trouver toutes les autres mesures, en la divisant et en la sousdivisant en parties toujours plus petites.

18. On a choisi parmi toutes les manieres de diviser, celle qui donne des parties successivement dix fois plus petites les unes que les autres. Ainsi l'on a divisé d'abord le quart du méridien en dix parties égales, puis chaque partie en dix autres, et ainsi de suite; ou, ce qui revient au même, on a divisé le quart du méridien successivement en dix, en cent, en mille parties, etc. Les premieres sousdivisions étant évidemment trop longues pour donner une mesure commode dans la pratique, ou que l'on pût regarder comme l'unité usuelle de mesure, on a continué de diviser toujours par dix, jusqu'au point où le quart du méridien s'est trouvé sousdivisé en dix millions de parties, et l'on a remarqué que chaque dixmillionieme partie,

partie, qui formoit une longueur d'environ trois pieds un pouce de l'ancienne mesure, remplissoit les conditions requises relativement à la facilité de l'usage : c'est cette longueur que l'on a adoptée pour l'unité de mesure, ou la mesure principale à laquelle on rapporteroit toutes les autres, et on lui a donné le nom de *metre*, qui signifie lui-même une mesure.

19. En continuant de sousdiviser le quart du méridien toujours de la même maniere, on a obtenu des parties au moyen desquelles le *metre* à son tour se trouvoit sousdivisé en dix, en cent et en mille. Par exemple, la cent millionieme partie du quart du méridien donnoit le dixieme du *metre*. On a regardé ces nouvelles parties comme de petites mesures usuelles, qui serviroient pour les opérations où l'on auroit à déterminer une certaine longueur en metres et en parties du metre; et l'on a donné à chaque dixieme partie du metre le nom de *décimetre*, à chaque centieme partie le nom de *centimetre*, et à chaque millieme partie le nom de *millimetre*. Toutes ces di-

visions sont tracées sur le metre avec des chiffres qui servent à les distinguer, ainsi que nous l'expliquerons bientôt.

20. Dans les opérations où les petites erreurs peuvent tirer à conséquence, on peut pousser encore plus loin la division du quart du méridien, en sousdivisant chaque millimetre en dix parties égales, qui seront des dixmilliemes de metre; chacune de celles-ci en dix autres qui seront des centmilliemes de metre, etc., et obtenir ainsi la plus grande précision à laquelle les bornes de notre vue et celles de l'art permettent d'atteindre.

21. Parmi les divisions du quart du méridien, par lesquelles il a fallu passer pour arriver au metre, il s'en trouve deux auxquelles on a cru devoir donner des noms particuliers; la premiere en remontant au-dessus du metre, est celle qui donne la dixmillieme partie du quart du méridien, et qui est égale à mille metres. On lui a donné le nom de *millaire*, et on peut la regarder comme l'unité à

laquelle se rapportent les mesures itinéraires qui servent aux voyageurs pour estimer la longueur de la route qu'ils ont à faire. Cette unité qui répond à peu-près à cinq cent treize toises de l'ancienne mesure, excede de treize toises le quart de la très-petite lieue, qui est de deux mille toises.

22. L'autre mesure est celle qui est égale à la centieme partie du quart du méridien. Sa longueur est de cent mille metres, et on l'a nommée *grade* ou *degré décimal du méridien* (*a*). On pourra la considérer comme une grande mesure géographique, destinée à déterminer les distances entre des lieux très-éloignés les uns des autres.

23. Nous joignons ici le tableau des divisions et sousdivisions du quart du méridien, et de leurs rapports, soit avec cette grande unité dont elles dérivent toutes, soit

(*a*) On verra dans un instant la raison de cette dénomination.

avec le metre, qui est l'unité à laquelle on les compare dans l'usage ordinaire.

NOMBRES des divisions du quart du Méridien.	RAPPORTS avec le quart du Méridien.	RAPPORTS avec le Metre.	NOMS des Mesures.
0 . . .	. . 1 . .	10000000	QUART DU MÉRIDIEN, ou *unité prise dans la nature.*
1 . . .	. . $\frac{1}{10}$ . .	. 1000000	
2 . . .	. . $\frac{1}{100}$ . .	. . 100000	GRADE ou DEGRÉ décimal du Méridien.
3 . . .	. . $\frac{1}{1000}$ . .	. . . 10000	
4 . . .	. . $\frac{1}{10000}$ . .	 1000	MILLAIRE.
5 . . .	. . $\frac{1}{100000}$ . .	 100	
6 . . .	. $\frac{1}{1000000}$.	 10	
7 . . .	. $\frac{1}{10000000}$.	 1	METRE, ou *unité des Mesures usuelles.*
8 . . .	. $\frac{1}{100000000}$.	. . . . $\frac{1}{10}$	DÉCIMETRE.
9 . . .	. $\frac{1}{1000000000}$.	. . . $\frac{1}{100}$	CENTIMETRE.
10 . . .	$\frac{1}{10000000000}$	. . . $\frac{1}{1000}$	MILLIMETRE.

Nouvelle division de la circonférence du Cercle.

24. La seule considération des avantages marqués qui naissoient du rapport décimal

introduit dans les mesures usuelles, relativement à la facilité des calculs, auroit été déjà une raison suffisante de l'étendre à toutes les quantités susceptibles de s'y prêter, et dès-lors il convenoit que la géométrie l'adoptât pour la division de la circonférence du cercle.

Mais d'ailleurs cette adoption devenoit une suite nécessaire de ce qui avoit déjà été fait. On vient de voir que les mesures usuelles avoient amené la division du quart du méridien en parties décimales. Or, dans les opérations géographiques et astronomiques, le quart de cercle devient réellement le quart du méridien; d'où il suit que cette derniere unité devoit à son tour transmettre la division décimale au quart de cercle considéré en général et sous le point de vue de la géométrie.

25. Suivant l'ancienne graduation, le quart de la circonférence étoit composé de 90 degrés, le degré de 60 minutes, la minute de 60 secondes, etc. D'après le nouveau systême, il se trouve divisé en 100 degrés, le degré en 100 minutes, la minute en 100

secondes, etc ; d'où l'on voit que l'on a pris de deux en deux les termes donnés successivement par la division décimale, et cela pour n'avoir que le nombre de repos nécessaire à la facilité des calculs.

En comparant chacun de ces termes avec celui qui lui correspond dans la division du quart du méridien, comme unité des mesures usuelles, on trouve que

Le degré vaut 100000 metres,
La minute 1000 metres,
La seconde 10 metres,
La tierce un décimetre,
La quarte un millimetre ;

Et ainsi l'échelle qui a le metre pour élément, est en même temps une échelle géographique, pour ainsi dire toute faite.

26. De-là résulte encore cet avantage, que les cartes topographiques, qui ne représentent que de petits terrains tracés d'après les mesures usuelles, seront autant de sous-divisions des véritables cartes géographiques rapportées aux arcs du méridien ; en sorte que les plans particuliers, sans aucune réduction ni aucun changement, auront leur place

marquée dans le cadre de la carte générale composée de leur ensemble.

Avantages des nouvelles Mesures.

27. Il suit de l'exposé que nous venons de faire, que les nouvelles mesures ont un fondement réel, toujours subsistant et invariable, puisque l'étendue dont elles tirent leur origine, est prise dans la nature. Nous n'y avons rien mis du nôtre, que la maniere de diviser cette étendue, et le choix de certaines divisions que nous avons jugées plus assorties à nos usages. Il en est de cette étendue à peu-près comme de la durée du jour, qui est une durée naturelle, mesurée par le temps que suivant les apparences, le soleil emploie à tourner autour de la terre, pour revenir au même point d'où il étoit parti. Seulement il dépendoit de nous de diviser cette durée en vingt-quatre heures, et chaque heure en soixante minutes, comme on l'avoit fait jusqu'ici, ou d'admettre toute autre division, par exemple, la division décimale que la Convention nationale a préférée, et dont nous parlerons bientôt plus en détail.

28. De plus, quoique l'établissement de la nouvelle mesure soit l'ouvrage de la nation Française, on peut dire que cette mesure existe par-tout ; en sorte que si les autres peuples l'adoptoient, ils ne feroient que prendre ce qui est à eux comme à nous. On conçoit enfin que s'il étoit possible que par la suite tous les étalons ou modeles des nouvelles mesures vinssent à se perdre, on pourroit en refaire d'autres qui leur fussent exactement semblables. Sur quoi il est à remarquer que pour déterminer la longueur du quart du méridien, on n'a besoin que d'en mesurer une partie un peu considérable, comme un neuvieme ou un huitieme. Cette partie étant supposée connue par l'observation, on en conclud, à l'aide du calcul, la longueur du quart entier du méridien (*a*).

(*a*) Si la terre avoit une forme exactement sphérique, on pourroit prendre à telle distance du pôle que l'on voudroit, l'arc qu'il s'agiroit de mesurer immédiatement, puisque cet arc, toutes choses égales d'ailleurs, auroit par-tout le même rapport avec le quart du méridien, qui seroit un véritable quart de cercle ; de maniere que tous les arcs compris entre deux perpendiculaires à la surface de la terre, qui feroient entr'elles des angles égaux, seroient pareillement égaux. Mais le méridien étant une ellipse dont la plus grande courbure est située à l'équateur et

Expérience du Pendule.

29. Mais il y a mieux ; c'est que si l'on vouloit dans la suite retrouver l'unité de

---

la plus petite aux pôles, il en résulte que les arcs déterminés d'après la condition dont nous venons de parler, vont toujours en augmentant depuis l'équateur jusqu'aux pôles ; et comme la différence des axes n'est pas suffisamment connue, on risqueroit de se tromper d'une quantité sensible, en mesurant une partie quelconque du quart du méridien, pour en déduire ensuite le reste á l'aide du calcul. Mais on démontre que dans une ellipse dont les axes ne different entr'eux que d'une petite quantité [1], comme dans celle du méridien terrestre, l'arc qui répond à la perpendiculaire, tellement située qu'elle fait avec l'axe de la terre un angle de 50 degrés, d'après la nouvelle division, est à très-peu-près un moyen terme entre tous les autres arcs compris entre deux perpendiculaires qui font entr'elles le même angle ; en sorte qu'en le multipliant par le rapport entre l'angle droit et l'angle qui correspond à ce même arc, on a d'une maniere très-approchée la longueur du quart du méridien, quel que soit d'ailleurs le rapport des axes de l'ellipse dont cet arc fait partie.

D'après ce principe, on s'est déterminé à prendre pour l'arc qui devoit être mesuré immédiatement, celui qui s'étend depuis Barcelone jusqu'à Dunkerque, parce qu'il est coupé en deux parties qui, sans être égales entr'elles, ne sont pas du moins trop inégales, par le parallele situé au milieu de la distance entre l'équateur et le pôle ; et ainsi cet arc renfermant le point de l'ellipse où les longueurs plus grandes et plus petites mesure, il ne seroit pas nécessaire de recommencer une aussi grande opération que la mesure d'une partie notable du quart du méridien, parce que l'unité une fois déterminée, on peut, avec le secours de la physique, la reproduire aussi souvent que l'on voudra, par un moyen prompt et facile, qui en offrira pour ainsi dire une copie fidele.

Voici en quoi consiste ce moyen : Si l'on

---

des différens degrés se compensent, on conçoit comment il peut servir de donnée pour déterminer le quart du méridien. La longueur de cet arc est d'environ neuf degrés et demi, et il a de plus l'avantage d'avoir ses deux points extrêmes au niveau de la mer.

Et ce n'est point non plus par l'effet d'un choix arbitraire que l'on a désigné l'arc qui se termine à l'Océan d'une part, et de l'autre à la Méditerranée, pour servir d'élément à la mesure du quart du méridien ; c'est qu'il est le seul qui remplisse d'une maniere satisfaisante les deux conditions dont nous avons parlé, et que la surface de la terre n'offre dans aucune autre partie connue une position pareille, si ce n'est dans la partie située entre la baie d'Hudson et la Géorgie, où il auroit fallu d'ailleurs mesurer un arc d'une étendue immense, au milieu d'un pays presque inhabité, et où la nature même semble opposer des difficultés insurmontables aux opérations de ce genre, par le grand nombre de lacs dont le terrain est entrecoupé.

suspend un corps quelconque, tel qu'une boule de métal, à une extrémité d'un fil, et qu'ayant attaché ce fil à un point fixe par l'autre extrémité, on donne à la boule un mouvement qui la détermine à se balancer, on aura ce qu'on appele en physique un *pendule*, et les balancemens de ce pendule se nomment *oscillations.* Or le calcul et l'expérience prouvent que quand les oscillations se font dans de petits arcs, leurs durées sont égales ; en sorte que si le point d'où part le pendule est un peu plus haut ou un peu plus bas, pour une oscillation que pour l'autre, les oscillations ne laisseront pas de se faire dans des temps égaux.

30. D'une autre part, tout le monde sait que si l'on donne plus de longueur au fil du pendule, les oscillations seront plus lentes ; et au contraire si l'on diminue la longueur du fil, elles se succéderont plus promptement. C'est pour cela que quand une horloge à pendule avance, on descend la lentille attachée au bas de la verge, afin d'alonger cette verge ; et au contraire si

l'horloge retarde, on remonte la lentille pour racourcir la verge.

31. Cela posé, on prend un pendule dont la longueur, depuis le point d'attache jusqu'au centre de la boule, est exactement la même que celle du metre déjà trouvé, on lui donne un petit mouvement, et l'on cherche combien il feroit d'oscillations pendant la durée d'un jour. Le nombre de ces oscillations une fois connu, on conçoit que pour retrouver le metre, il suffit de chercher par l'expérience quelle longueur doit avoir le pendule, pour faire dans l'espace d'un jour tel nombre d'oscillations. Ce nombre à la vérité n'est le même que pour les lieux de la terre qui sont à la même distance du pôle; il varie ensuite à mesure que l'on s'écarte ou qu'on se rapproche du pôle, parce que la force de la pesanteur d'où dépend le mouvement du pendule, change elle-même à différentes distances du pôle. Il a donc fallu déterminer un lieu pour y faire l'expérience dont il s'agit, et l'on a choisi celui qni est situé au milieu du quart du méridien, ou sous le parallele moyen

entre tous ceux qui sont situés depuis le pôle jusqu'à l'équateur (*a*).

32. Ainsi le pendule peut être regardé comme le dépositaire de l'unité de mesure, ou même comme un moyen de mesurer la terre ; et rien n'est plus propre à faire admirer les ressources de la physique et de la géométrie, que de voir une opération qui, dans l'esprit du commun des hommes, fait naître l'idée d'un observateur obligé de se transporter d'un bout de la terre à l'autre, avec un grand appareil

(*a*) Ce choix est fondé sur ce que la longueur du pendule qui fait ses oscillations au cinquantieme parallele (le quarante-cinquieme de l'ancienne division), est aussi un terme moyen entre les longueurs des différens pendules, qui à des différences de latitude égales de part et d'autre, feroient dans le même temps un nombre égal d'oscillations ; en sorte que la longueur de ce pendule moyen est égale à la somme des longueurs de tous les pendules divisée par leur nombre. Ainsi, on doit la considérer, non pas précisément comme la longueur d'un pendule particulier, prise à tel endroit de la surface du globe, mais plutôt en général comme le terme de comparaison auquel se rapportent les longueurs des pendules qui oscillent aux différentes latitudes ; ce qui exclut toute préférence arbitraire donnée au lieu destiné pour l'expérience.

de machines, se réduire à une expérience fort simple, faite sans changer de place, avec un instrument resserré dans de courtes dimensions et animé d'un léger mouvement.

33. On avoit proposé anciennement de prendre immédiatement pour l'unité de mesure la longueur du pendule qui bat les secondes, à une distance déterminée du pôle, longueur qui en général differe d'une petite quantité de celle qui a été trouvée pour le metre. Mais outre que cette mesure est moins simple que celle qui résulte de la division du quart du méridien, parce qu'elle est compliquée d'un élément étranger, qui est la force de la pesanteur, elle a contr'elle les mesures nautiques et géographiques, qui permettent encore moins de l'adopter; car ces dernieres mesures ayant nécessairement pour base la circonférence de la terre, puisque les distances qu'elles servent à estimer, ne sont que des portions de cette circonférence, le systême porteroit sur deux bases différentes, l'une relative aux mesures dont nous venons de parler, l'autre originaire du

pendule ; et ainsi l'unité qui est de l'essence du systême seroit détruite.

34. D'ailleurs on sait que l'on faisoit concourir les mesures usuelles ordinaires avec les mesures nautiques et géographiques, dans l'estimation de certaines distances que l'on évaluoit à-la-fois en parties du degré terrestre et en toises ou en pieds. C'est ainsi que pour évaluer la lieue ordinaire, on la considéroit tantôt comme la vingt-cinquieme partie du degré du méridien, tantôt comme une longueur de deux mille deux cent quatre-vingt-trois toises ; ce qui présente deux nombres disparates et incompatibles dans un même systême. Or lorsqu'on voudroit de même associer la mesure dérivée du pendule avec celle qui seroit déduite des degrés du méridien, il n'y auroit plus d'accord entre les nombres qui représenteroient les résultats de part et d'autre, parce qne les bases établies sur des quantités hétérogenes, n'ayant elles-mêmes aucune mesure commune, on ne pourroit, en les comparant, ramener leur rapport à la simplicité convenable ; et ainsi le systême pécheroit encore par l'impossibilité

de pouvoir substituer, même numériquement, une base à l'autre.

35. Mais si le pendule n'étoit point propre par lui-même à fournir la mesure primitive, il devenoit très-important, comme nous l'avons vu, de l'employer subsidiairement, en liant ses résultats avec ceux des opérations faites sur le quart du méridien, pour avoir toujours, relativement à ces derniers, un moyen prompt et facile de vérification. Ainsi, après avoir d'abord donné l'exclusion au pendule, on y revient, mais en le rappelant à sa vraie destination qui est d'être le conservateur du metre.

Nouvelle division de la durée du Jour.

36. La division décimale avoit une application trop naturelle à la durée du jour, qui est, comme l'on sait, le temps employé par le soleil à parcourir une circonférence de cercle, pour ne pas être transportée aussi dans cette durée. On a donc partagé le jour, d'un minuit à l'autre en dix heures, l'heure en cent minutes, et la minute en cent secondes ; et telle est la division

qui

qui a lieu dans le calendrier républicain décrété par la Convention nationale. De cette maniere le jour est composé de cent mille secondes, au lieu de quatre-vingt-six mille quatre cents qu'il renfermoit jusqu'alors; et il résulte du choix des parties décimales qui se succedent dans cette sousdivision, que la nouvelle seconde se trouve assortie à une certaine longueur de pendule, dont l'horlogerie et l'astronomie peuvent également s'accommoder. En conséquence la seconde étant environ les six septiemes de celles que donnoit l'ancien systême, le pendule n'aura qu'environ vingt-sept pouces cinq lignes de longueur, au lieu de trois pieds huit lignes et demie, ce qui sera peut-être plus favorable aux observations, et rendra certainement les horloges astronomiques plus commodes, en ce que leur pendule se trouvera plus court.

La division décimale a déjà été exécutée dans les instrumens faits par le citoyen *Lenoir*, qui servent dans ce moment à mesurer l'arc terrestre compris entre Barcelone et Dunkerque, pour en conclure la longueur du quart du méridien. Elle l'a été également dans une horloge astronomique construite par le citoyen *Berthou*, qui doit servir aux dernieres expériences sur la longueur du pendule. Enfin la Commission des poids et mesures s'occupe de réduire pareillement à la division décimale toutes les différentes tables trigonométriques et astronomiques.

Description de l'étalon du Metre et des principales mesures usuelles de longueur.

37. Jusqu'ici nous avons exposé la détermination physique du metre. Nous allons maintenant considérer l'étalon de cette mesure.

De même que l'on avoit tracé sur le pied des divisions accompagnées de chiffres pour indiquer les parties fractionnaires de cette mesure, on a divisé et chiffré l'étalon du metre, d'après la combinaison qui a paru la plus avantageuse pour interpréter cette espece d'écriture. Dans cette vue, on a disposé les lignes de division et les chiffres comme sur la figure 1, qui représente seulement les trois premiers décimetres : le lecteur suppléera le reste par la pensée. On voit que les lignes qui désignent les décimetres, s'étendent sur toute la largeur du metre ; que celles qui répondent aux centimetres, se terminent à une certaine distance du bord, et que celles qui donnent les millimetres, sont encore plus courtes ; ce qui rend les trois ordres de division faciles à distinguer. Les décimetres sont marqués en gros chiffres, depuis 1 jusqu'à 10. Les centimetres, au lieu d'être marqués depuis 1 jusqu'à 100, le sont par dixaines en chiffres plus petits ; en sorte que la suite des dix caracteres 0, 1 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, se répete continuement dans cet ordre de divisions. Quand aux millimetres, on les a laissés sans chiffres ; seulement on a donné à la ligne du cinquieme millimetre de chaque dixaine, une saillie au-dessus des autres lignes, pour aider à se reconnoître, au défaut de chiffres.

D'après cette disposition, l'instrument offre comme de lui même les nombres qui expriment les sousdivisions du metre par lesquelles on a passé, en mesurant une longueur affectée de restes fractionnaires. Supposons cette longueur égale à sept metres, deux décimetres, trois centimetres et quatre millimetres. Parmi les chiffres 7, 2, 3, 4, qui appartiennent à ce résultat, on n'a besoin que de se rappeler le premier ; on trouve le second et le troisieme écrits sur la partie de l'instrument qui a servi à mesurer les petites longueurs correspondantes, et il est bien aisé de suppléer le chiffre 4 qui indique le nombre des millimetres.

Les mêmes chiffres peuvent également servir à exprimer uniquement en millimetres les sousdivisions du metre qui font partie du résultat. Ainsi, dans l'exemple que nous venons de citer, on trouveroit tout d'un coup que le résultat est 7 metres, 234 millimetres, en appliquant les trois chiffres indiqués par l'instrument à la plus petite des sousdivisons du metre.

38. On auroit pu à la rigueur se contenter du metre pour toutes les opérations qui exigent l'emploi des mesures linéaires, puisqu'on trouvera toujours dans le metre et ses sousdivisions, un moyen de mesurer une longueur avec une exactitude suffisante; mais comme dans l'ancienne méthode de

mesurer, on avoit imaginé différentes especes de mesures usuelles pour faciliter ou abréger les opérations, on a pensé qu'il convenoit d'introduire aussi dans le nouveau systême diverses mesures qui répondissent aux précédentes, et pussent les remplacer pour l'usage ordinaire.

39. A l'égard de l'aune qui étoit destinée principalement à mesurer les étoffes, il étoit d'autant plus naturel de choisir le metre lui-même pour en tenir lieu, qu'il est seulement plus court d'environ sept pouces que l'aune telle qu'on l'emploie à Paris, et qu'il se rapproche encore davantage de l'aune adoptée dans les pays étrangers avec lesquels la France a des rapports de commerce. Les metres appliqués à cet usage sont d'une forme carrée, comme celle de l'ancienne aune; et leurs divisions qui ne s'étendent que jusqu'aux centimetres, sont indiquées par de simples traits marqués sur le bois et garnis de cloux, comme cela se pratiquoit encore à l'égard de l'aune.

40. Pour remplacer la toise, on a choisi

le double metre qui n'a pas deux pouces de plus en longueur : sur quoi il faut bien faire attention que le double metre n'est employé que pour mesurer plus commodément et d'une maniere plus expéditive une grande longueur ; de sorte qu'en l'appliquant successivement sur les différentes parties de cette longueur, on doit compter par les nombres 2, 4, 6, 8, etc., en regardant chaque application du double metre comme l'équivalent de deux applications successives d'un metre unique.

41. Enfin pour suppléer au pied, et avoir aussi une mesure de poche que l'on pût toujours porter sur soi et employer au besoin, on a exécuté une mesure égale à 25 centimetres, et que l'on a sousdivisée en millimetres. Le principal usage de cette mesure est de déterminer de petites longueurs inférieures à celles du metre, quoiqu'il soit facile, avec un peu d'habitude, de l'employer aussi au défaut du metre lui-même. On pourra, si l'on veut, appeler cette mesure *quart de metre*, en n'employant ce mot que comme une expression abrégée,

pour désigner une longueur de 25 centimetres. On a remarqué que cette longueur se rencontroit, par une sorte de hasard, avec la longueur la plus ordinaire du pied de l'homme, qui est à peu-près de neuf pouces.

42. La maniere de tracer les divisions et leurs chiffres sur le quart de metre, est semblable à celle qui a lieu pour le metre. Ainsi l'artiste qui divise cette mesure, opere comme s'il eût commencé à diviser un metre entier, et se fût arrêté tout-à-coup après deux décimetres et demi ; et cette division fractionnaire, qui semble d'abord une imperfection, avertit au contraire celui qui emploie la mesure d'une chose qu'on veut lui apprendre, savoir que cette mesure n'entre point dans l'ordre du systême, qu'elle n'est point une des sousdivisions du metre, mais un simple fragment de metre, destiné pour l'usage de tous les momens, et dont on a séparé le reste du metre, qui deviendroit alors superflu et incommode.

43. Rapports entre les nouvelles mesures de longueur et les anciennes.

Le metre comparé au pied
vaut à peu-près . . . . $3^p\ 0^p\ 11^l\ \frac{44}{100}$.

Le double metre comparé
à la toise . . . . $6^p\ 1^p\ 10^l\ \frac{22}{25}$.

Le metre comparé à l'aune
de Paris, de $3^p\ 7^p\ 10^l\ \frac{5}{6}$. $\frac{101}{120}$ aunes ou $\frac{5}{6}$ aunes
et quelque chose.

Le quart de metre com-
paré au pied. . . . . $9^p\ 2^l\ \frac{6}{7}$.

Le decimetre. . . . . $3^p\ 8^l\ \frac{11}{32}$

Le centimetre. . . . $4^l\ \frac{10}{23}$

Le millimetre. . . . $\frac{4}{9}{}^l$

II. DES MESURES AGRAIRES.

44. Les mesures agraires sont des surfaces ou des espaces étendus en longueur et largeur, à l'aide desquels on juge par comparaison de la grandeur d'un champ ou de toute autre portion de terrain, dont nous recueillons les produits pour nos usages. L'emploi de ces mesures est d'autant plus important, qu'il nous conduit à estimer la valeur de nos pos-

sessions les plus précieuses, et à régler les limites respectives de celles qui appartiennent à différens particuliers. C'est ce qui a donné naissance à un art très-ancien, nommé *arpentage*, parce que la mesure agraire la plus communément employée dans la pratique de cet art est celle qu'on appele *arpent*.

45. On doit considérer les mesures agraires comme formant une branche des mesures de superficie, dont l'unité usuelle est dans le nouveau systeme le metre carré. Cette unité sera substituée à la toise carrée et au pied carré, pour évaluer les surfaces des ouvrages de maçonerie, de menuiserie et autres semblables. On auroit pu prendre aussi le metre carré pour l'unité des mesures agraires; mais il convenoit que cette unité, semblable en cela à l'ancien arpent, eût des dimensions assorties à celles des terrains plus ou moins spacieux avec lesquels on devoit la comparer. On a jugé aussi devoir la ramener à la forme la plus simple, qui est celle du carré.

46. Pour remplir ces deux objets, on a considéré une suite de carrés, dont chacun

auroit son côté égal successivement à dix metres, cent metres, mille metres, etc.; et parmi tous ces différens carrés, l'espace qui a paru réunir le mieux les conditions requises pour une unité de mesure agraire, est celui dont le côté est de cent metres, et qui renferme dix mille metres carrés. On a donc choisi cet espace pour l'unité des mesures agraires, et on lui a donné le nom d'*are*, dérivé d'un mot qui signifie *labourer*. Son étendue est à peu-près double de celle de l'arpent qu'elle remplace.

47. Pour avoir ensuite d'autres mesures usuelles propres à concourir, avec l'are, à l'évaluation des terrains qui étant sousdivisés par cette unité de mesure, donneroient un reste ou de ceux qui n'auroient que des dimensions inférieures, on a sousdivisé l'are en dix parties égales, dont chacune a été appelée *déciare*, et le déciare à son tour en dix parties égales, dont chacune porte le nom de *centiare*. La surface du déciare est égale à mille metres carrés, et celle du centiare à cent metres carrés.

48. Tableau des mesures agraires.

FIGURES des Mesures.	LONGUEUR des côtés, en Metres linéaires.	NOMBRE des Metres carrés.	NOMS des Mesures.
Carré . . .	100 METRES en tout sens.	10000	ARE, ou *unité de Mesure agraire.*
Carré long. . . .	100 METRES dans un sens et 10 dans l'autre.	1000.	DÉCIARE.
Carré long (*a*)	100 METRES dans un sens et un dans l'autre.	100.	CENTIARE.

49. Il arrive souvent que les terrains dont on cherche l'étendue, en la comparant à celle de l'are, s'écartent de la simplicité et de la régularité qui conviennent aux mesures usuelles; mais la géométrie fournit des regles pour partager ces terrains en un certain nombre de triangles, dont on évalue la somme en ares, déciares, centiares, etc., et c'est en cela que consiste l'*arpentage.*

(*a*) Le centiare est aussi susceptible de prendre la figure d'un carré parfait, dont le côté seroit égal à dix metres; mais celle que nous lui attribuons ici est adaptée à la méthode de calcul usitée dans l'arpentage.

III. DES MESURES DE CAPACITÉ.

50. Le choix que l'on avoit fait du metre carré (45) pour y rapporter les mesures de superficie, indiquoit par une suite nécessaire le metre cubique comme unité usuelle des mesures de solidité, pour être substitué au pied cube et à la toise cube, lorsqu'on auroit à mesurer des solides construits ou façonnés par certains arts, comme les parties d'un édifice, les pieces d'une charpente, etc. Et de même que les mesures agraires sont une dépendance des mesures de superficie, dont elles ne different que par la relation qu'elles ont avec les productions de la terre, de même aussi les mesures de capacité dérivent des mesures de solidité, avec la seule différence qu'elles sont appropriées à certaines substances que la terre nous offre pareillement pour les besoins journaliers de la vie, et dont ces mesures servent à évaluer la quantité ou le volume.

51. Parmi ces différentes substances, les unes sont des liquides, tels que le vin, la biere, l'eau-de-vie, etc. Les autres sont des

grains, tels que le bled, le seigle, l'orge, le riz, etc. Mais comme ce n'est toujours qu'une même maniere d'opérer, qui consiste à transvaser la substance qu'on se propose de mesurer, on a pensé que pour mettre plus de simplicité et d'uniformité dans le nouveau systême, il convenoit d'adopter pour les liquides et pour les grains, des mesures qui eussent les mêmes grandeurs et portassent les mêmes noms. Seulement on fera varier les formes, suivant que l'exigera la diversité des usages auxquels les mesures seront employées.

52. Nous avons vu (46) que l'are ou l'unité des mesures agraires contenoit dix mille fois le metre carré ou l'unité des mesures usuelles de superficie, et nous avons exposé la raison qui avoit engagé à étendre ainsi les limites de la mesure dont il s'agit. Au contraire, l'usage que l'on fait des mesures de capacité pour les besoins journaliers, exigeoit que l'unité fût ici une mesure qui n'eût que de petites dimensions. En conséquence on a choisi pour cette unité la millieme partie du metre cubique.

53. Si l'on suppose que l'unité dont il s'agit

aît elle-même la forme d'un cube, le côté de ce cube sera égal au décimetre, et par conséquent le corps prendra le nom de *décimetre cubique*. Mais comme la forme est ici indifférente, pourvu que le contenu soit le même, tout vase d'une forme quelconque, qui contiendroit précisément la même quantité de liquide ou de solide qu'un vase dans lequel un décimetre cubique entreroit sans y laisser de vide, sera censé représenter l'unité relative aux mesures usuelles de capacité

Cette unité portera le nom de *cadil*.

54. Figurons-nous maintenant d'autres mesures qui soient égales successivement à dix décimetres cubiques ou à dix cadils, à cent décimetres cubiques, etc. Dès le troisieme terme de cette progression, nous arriverons à une mesure qui équivaudra au metre cubique, et ce sera celle qui contiendroit mille cadils ou mille décimetres cubiques. Cette mesure porte le nom de *cade*, et on peut la considérer comme la mesure usuelle à laquelle se rapportent les grands approvisionnemens de liquides et de grains.

On voit par-là que la dénomination de *cadil* donnée à l'unité des mesures de capacité destinées pour les besoins du moment, est une espece de diminutif du mot *cade*, qui exprime à son tour une unité d'un ordre supérieur, relative aux grandes fournitures, ce qui établit entre les deux noms un rapport assorti aux usages des mesures dont ils rappelent l'idée.

55. Entre le cade et le cadil, il y a deux mesures intermédiaires; savoir, le *décicade* qui est la dixieme partie du cade, et le *centicade*, qui en est la centieme partie.

56. Tableau des mesures de capacité les plus ordinaires.

RAPPORTS avec le Décimetre cubique, ou le Cadil.	VALEURS en parties du Metre cubique.	NOMS des Mesures.
1000.	. . . . 1	CADE.
100.	. . . $\frac{1}{10}$ . . .	DÉCICADE.
10.	. . . $\frac{1}{100}$ . . .	CENTICADE.
1.	. . $\frac{1}{1000}$ . .	CADIL, ou *unité usuelle des Mesures de capacité.*

57. En comparant le cadil d'une part et le centicade de l'autre, aux deux anciennes mesures usuelles avec lesquelles celles-ci ont le plus de rapport, et dont l'une servoit pour les liquides, et l'autre pour les grains, on trouve que le cadil contient à peu-près une pinte et un vingtieme, mesure de Paris, et que le centicade contient environ seize livres de bled, tandis que le boisseau de Paris en contient vingt livres.

58. Rien n'empêchera qu'on ne fasse aussi des doubles centicades, des triples centicades, etc., suivant que l'exigeront les différens genres de commerce dans les divers pays. Mais en employant ces mesures, on ramenera toujours leurs capacités à celles des mesures plus petites dont elles seront des multiples, de maniere à ne point s'écarter du principe général dont on est parti pour régler la progression des nouvelles mesures.

On voit par ce qui précede, que la nature des substances à l'état de liquide ou de grains, fournit un moyen simple, expéditif et assez précis pour l'usage ordinaire, de de mesurer un vase, en y versant à plusieurs reprises la quantité de liquide ou de grains contenue dans une mesure usuelle bien connue, telle que la pinte, jusqu'à ce que le premier vase soit plein. On peut encore juger de la capacité d'un vase par le poids de la quantité de liquide ou de grains suffisante pour le remplir. Mais lorsque les vases sont d'une grandeur considérable, on se sert d'un instrument appelé *jauge*, pour comparer les capacités de ces vases, qui sont ordinairement des tonneaux, avec la capacité déjà connue d'un autre vase de même figure.

IV. DES POIDS.

59. S'il est une branche de l'ancien systême qui se soit ressentie des avantages de la réforme que le nouveau a opérée, c'est sur-tout celle qui concerne les poids. Non-seulement la livre, qui étoit l'unité de poids, avoit été choisie arbitrairement, mais sa division en onces, en gros, en grains, en demi-grains et quart de grains, etc., offroit une suite interrompue de termes dont les rapports ne se lioient que difficilement dans l'esprit, et échappoient souvent à la mémoire.

On évaluoit certains poids, sur-tout ceux qui étoient petits, moins par leur relation avec l'unité principale, que par l'habitude d'en faire tel ou tel usage. La diversité des formes contribuoit encore à répandre la confusion au milieu de cet assortiment de pieces qui sembloient être étrangeres les unes à l'égard des autres, et n'avoir rien de commun que l'emploi de la balance dont on se servoit pour chercher leur équilibre avec différens objets.

60. Nous avons vu (46) comment on avoit fait dépendre les mesures agraires des mesures linéaires, et comment les mesures de capacité, à leur tour, dérivoient des deux précédentes (50). De même on a ramené la détermination des nouveaux poids à celle des mesures de capacité ; et ainsi toutes les parties du système se tiennent par des rapports mutuels, et remontent à une même unité, comme à leur origine commune.

Détermination de l'unité de Poids.

61. Pour mieux faire concevoir les moyens qui ont servi à déterminer les nouveaux

poids, commençons par ébaucher en quelque sorte l'opération, et supposons que l'on soit convenu en général de prendre pour l'unité de poids, celui d'une quantité d'eau égale au décimetre cube, ou contenue dans le cadil. Rien ne paroît si simple, dans ce cas, que de trouver l'unité de poids, en pesant d'abord seul le vase d'une capacité égale au décimetre cube, puis en le pesant une seconde fois après l'avoir rempli d'eau. La différence entre les deux pesées donneroit l'unité de poids cherchée, et l'expérience prouve que cette unité répondroit à peu-près à deux livres de l'ancien poids.

Mais cette maniere de déterminer l'unité de poids manquoit de certains points fixes auxquels on pût rapporter le résultat, et n'étoit pas d'ailleurs susceptible d'une assez grande précision. Nous allons en indiquer les inconvéniens, et ce qu'on a fait pour y remédier.

62. L'eau commune est toujours plus ou moins mélangée de particules étrangeres qui font varier son poids à volume égal. Mais l'eau distilée, ou passée, comme l'on dit, à l'alambic, se trouve amenée par cette opé-

ration, au plus grand degré de pureté possible. Quelque part qu'on l'ait prise, elle à constamment le même poids, toutes choses égales d'ailleurs, et telle étoit l'eau dont on s'est servi pour déterminer l'unité de poids.

63. La même quantité de fluide augmente ou diminue de volume, suivant qu'elle est plus ou moins échauffée, comme chacun peut en juger d'après le thermometre, dont la liqueur s'étend et se resserre par les variations de la chaleur. Pour avoir un résultat fixe à cet égard, on est convenu d'un certain degré de température que l'on feroit prendre à l'eau destinée pour l'expérience, et l'on a choisi le degré de la glace fondante, ou celui qui est indiqué par zéro du thermometre ordinaire.

64. La petite convexité que forme la surface d'un fluide qui remplit un vase jusqu'au bord, jointe à la difficulté de bien dresser les parois intérieurs du vase, et d'en mesurer exactement la capacité, étoient de nouvelles causes d'incertitude qu'il falloit encore écarter. Pour y parvenir, on a employé, au lieu d'un vase ouvert, un cylindre

de cuivre fermé de toutes parts, et dont on avoit déterminé le volume avec beaucoup de soin. On a pesé ce cylindre d'abord dans l'air, et ensuite en le tenant plongé dans l'eau distillée au degré de la glace. Si le poids du cylindre eût été exactement le même que celui d'un égal volume d'eau, on conçoit que le cylindre auroit été entiérement soutenu par l'eau dans laquelle il étoit plongé, c'est-à-dire qu'il auroit perdu tout son poids; mais comme il pesoit plus que l'eau à volume égal, son poids se trouvoit seulement diminué d'une quantité équivalente à celui d'un pareil volume d'eau; et ainsi la différence entre les deux pesées a dû donner le poids du volume d'eau remplacé par le cylindre; et comme on connoissoit d'ailleurs le rapport entre le volume du cylindre et celui du décimetre cube, il a été facile d'en conclure le poids du décimetre cube d'eau distillée, pesée au degré de la glace fondante. Ce poids s'est trouvé de deux livres cinq gros vingt-six grains de l'ancien poids de marc.

Il est visible que, comme ici le résultat ne dépendoit plus que de la forme extérieure du cylindre combinée avec son poids, cet instrument a dû se présenter par un côté bien plus favorable au travail de l'art, aux mesures de la géométrie et à l'opération de la pesée.

65. Enfin, comme l'eau pesée dans l'air, qui est un fluide, y perdoit aussi une petite quantité de son poids, égale au poids d'un pareil volume d'air, et susceptible elle-même de varier par diverses circonstances qui modifient l'air, on a cherché le poids du décimetre cube d'eau distillée, dans la supposition où la pesée se feroit dans le vide; et d'après cette nouvelle correction, on a trouvé que l'unité de poids répondoit à deux livres cinq gros quarante-neuf grains de l'ancien poids de marc (*a*).

(*a*) On auroit pu choisir, pour déterminer l'unité de poids, quelqu'autre matiere fluide, par exemple, le mercure ou vif-argent bien épuré, ou même une matiere solide, telle que l'or dégagé de tout alliage ; et dans ce dernier cas, l'opération se fût réduite à faire avec cet or un cube ou un autre corps régulier, d'un volume bien connu, à le peser au moyen de la balance ordinaire, à une température donnée, en supposant cette pesée faite dans le vide, puis à diviser le poids total en un certain nombre de parties égales, dont chacune eût représenté l'unité de poids ;

Divisions et sousdivisions de l'unité de Poids.

66. L'unité de poids portera le nom de *grave*, qui exprime un corps pesant. Sa dixieme partie se nomme *décigrave*, sa centieme partie *centigrave*, et sa millieme partie *gravet*. Ces quatre especes de poids suffisent pour les usages les plus communs. C'est la partie du systême qui servira à remplacer l'ancienne livre avec ses sousdivisions en demi-livres, en quarterons, onces, demi-onces, gros et demi-gros.

67. Mais il étoit nécessaire d'avoir aussi des poids très-petits qui pussent tenir lieu des grains, des demi-grains et des quarts de grain, pour plusieurs genres d'opérations

---

mais on n'est pas aussi certain d'avoir avec le mercure une densité constante, toutes choses égales d'ailleurs, qu'en employant l'eau distillée; et quant aux métaux à l'état de solidité, ils pouvoient éprouver, soit dans le refroidissement plus ou moins lent après la fonte, soit par l'effet de l'écrouissage, des différences de condensation, capables de faire varier leur poids sous un volume donné. Enfin, la facilité de se procurer de l'eau et de la distiller, suffiroit seule pour décider de la préférence en faveur de ce liquide, quand même les autres matieres auroient offert d'ailleurs des avantages égaux relativement à la précision du résultat, qui exigent beaucoup de précision, comme les essais de l'or et de l'argent, la pesée du diamant, celle de certains sels ou autres médicamens qui ne doivent être administrés qu'à petites doses, etc. En conséquence on a formé trois nouvelles divisions du grave, au moyen desquelles le gravet à son tour se trouve sousdivisé à l'imitation du grave. La premiere sousdivision est le *décigravet*, égal à la dixmillieme partie du grave; la seconde le *centigravet*, ou le centmillieme du grave; et la troisieme le *milligravet*, ou le millionieme du grave.

68. Et pour avoir de même au-dessus du grave des poids dont on pût se servir pour les grandes pesées, où l'on employoit autrefois le quintal et le demi-quintal, on a regardé le poids d'eau distillée, qui répond au metre cubique, comme une nouvelle unité à laquelle on a donné le nom de *bar*, dérivé d'un mot qui signifie corps pesant (*a*). Le bar équivaut à mille graves; sa dixieme partie qui

---

(*a*) L'étymologie du mot *grave* est prise dans la langue Latine, et celle dn mot *bar* dérive de la langue Grecque.

est le *décibar*, pese cent graves, et sa centieme partie qui est le *centibar*, pese dix graves.

69. Tableau du systême des nouveaux poids.

RAPPORTS avec le Décimetre cube d'eau distillée.	RAPPORTS avec le Metre cube d'eau distillée.	NOMS des Poids.
1000. . . .	. . . 1 . . .	BAR ou MILLIER.
100. . . .	. . . $\frac{1}{10}$. . .	DÉCIBAR.
10. . . .	. . . $\frac{1}{100}$. . .	CENTIBAR.
1. . . .	. . $\frac{1}{1000}$ . .	GRAVE.
$\frac{1}{10}$. . . .	. . $\frac{1}{10000}$ . .	DÉCIGRAVE.
$\frac{1}{100}$. . . .	. . $\frac{1}{100000}$. .	CENTIGRAVE.
$\frac{1}{1000}$. . . .	. . $\frac{1}{1000000}$. .	GRAVET.
$\frac{1}{10000}$ . . .	. . $\frac{1}{10000000}$. .	DÉCIGRAVET.
$\frac{1}{100000}$ . . .	. . $\frac{1}{100000000}$. .	CENTIGRAVET.
$\frac{1}{1000000}$ . . .	. . $\frac{1}{1000000000}$. .	MILLIGRAVET.

70. Mais il falloit que l'usage de ces poids, sur-tout de ceux que l'on emploie journellement, comme le grave et ses sousdivisions,

fût assorti à la diversité des pesées ; en sorte que l'on pût former, par leur moyen, toutes les combinaisons possibles. Or pour parvenir à ce but, en ne se servant que de ces mêmes poids, on eût été obligé de multiplier chacun d'eux, ce qui eût entraîné beaucoup de longueurs et de difficultés dans les pesées. On a paré à ces inconvéniens, en formant des poids intermédiaires, à l'aide desquels on pût opérer d'une maniere plus commode, plus expéditive, et toujours conforme à la division par dix, qui sert de base au systême.

71. Pour remplir ce double objet, on a formé d'abord trois rangées de poids relatifs aux trois premieres sousdivisions du grave. Sur la premiere rangée se trouvent un poids de cinq décigraves, placé en tête, et ensuite quatre autres poids, chacun d'un décigrave; sur la seconde, d'abord un poids de cinq centigraves, puis quatre autres poids, chacun d'un centigrave ; sur la troisieme, d'abord un poids de cinq gravets, puis cinq autres poids, chacun d'un gravet.

Maintenant, si l'on prend la somme des poids de chaque rangée, en remontant, on aura pour la derniere dix gravets qui valent un centigrave ; pour la seconde, neuf centigraves qui avec le précédent font un décigrave, et pour la premiere, neuf décigraves qui, joints au précédent, completent le poids du grave.

72. Tous ces poids sont d'une forme arrondie, comme les pieces de monnoie, et ceux d'une même rangée ont des diametres égaux, en sorte que le premier ne differe d'avec les quatre ou cinq suivans, que par une hauteur plus considérable. De plus, les poids qui appartiennent aux différentes rangées, ont des diametres proportionels à leurs différences ; et ainsi, en supposant tous ces poids disposés symétriquement sur différentes lignes, comme nous venons de l'expliquer, l'œil en saisit aisément les rapports, d'après celui de leurs hauteurs et de leurs diametres, et se familiarise bientôt avec les dimensions propres à tel ou tel poids, en sorte que quand il se présente, ou seul ou confondu avec les autres, il n'a aucune peine à le discerner, et à juger du rang qu'il occupe dans le systême.

73. On a formé de même trois rangées de

poids relatifs aux sousdivisions du gravet, distribués dans le même ordre ; savoir, pour la premiere rangée un poids de cinq décigravets, et quatre décigravets séparés ; pour la seconde un poids de cinq centigravets, et quatre centigravets séparés, et pour la troisieme un poids de cinq milligravets, et cinq milligravets séparés. Les trois sommes prises de même en remontant, donnent d'abord dix milligravets, ou l'équivalent d'un centigravet, ensuite neuf centigravets qui avec le précédent font un décigravet, et enfin neuf décigravets qui, joints au précédent, completent le poids du gravet.

74. On a établi aussi relativement à la partie du systême comprise depuis le grave jusqu'au bar, un mode de division qui, en ajoutant aux poids donnés immédiatement par le rapport décimal, d'autres poids intermédiaires, fût propre à faciliter les grandes pesées. En conséquence on est convenu, qu'outre le centibar ou le poids de dix graves, qui étoit déjà dans la série, on feroit des poids de vingt graves, d'autres de cinq graves, et d'autres de deux graves. On pourra multiplier chacun de

ces poids, pour simplifier les pesées et l'assortiment qui a paru à cet égard mériter la préférence, est celui qui est composé de quatre poids de vingt graves, de deux poids de dix graves, d'un de cinq graves, d'un autre de deux graves, avec trois poids d'un grave chacun; ce qui forme une somme de cent dix graves.

75. Rapports entre les nouveaux poids et les anciens.

	liv.	onc.	gr.	grains.
1 Bar	2044	6	0	40
2 Décibar	204	7	0	4
3 Poids de 20 Graves.	40	14	1	44
4 Centibar.	20	7	0	58
5 Poids de 5 Graves.	10	3	4	29
6 Poids de 2 Graves.	4	1	3	26
7 Graves	2	0	5	49
8 Poids de 5 Décigraves.	1	0	2	$60\frac{1}{2}$
9 Décigraves		3	2	$12\frac{1}{10}$
10 Poids de 5 Centigraves		1	5	$6\frac{1}{20}$
11 Centigraves			2	$44\frac{41}{100}$ ou $\frac{9}{22}$
12 Poids de 5 Gravets. . . .			1	$22\frac{41}{200}$ ou $\frac{1}{5}$
13 Gravets				$18\frac{841}{1000}$ ou $\frac{16}{19}$
14 Poids de 5 Décigravets				$9\frac{841}{2000}$ ou $\frac{5}{12}$
15 Décigravets				$1\frac{8841}{10000}$ ou $\frac{3}{9}$

grains à peu-près.

16 Poids de 5 Centigravets	$\frac{18841}{20000}$ ou $\frac{49}{52}$	grains à peu-près.
17 Centigravets	$\frac{18841}{100000}$ ou $\frac{10}{53}$	
18 Poids de 5 Milligravets	$\frac{18841}{200000}$ ou $\frac{3}{32}$	
19 Milligravets	$\frac{18841}{1000000}$ ou $\frac{1}{53}$	

V. DES MONNOIES.

76. La monnoie de compte, qui a pour unité la livre tournois, étoit divisée jusqu'à présent en sous, dont chacun valoit un vingtieme de la livre, et en deniers ou en douzieme de sou. Maintenant on la divisera en décimes qui seront des dixiemes de livre, et en centimes ou centiemes de livre.

77. On sait que les calculs qui s'appliquent aux monnoies, sont sans comparaison ceux dont on fait le plus d'usage. Ils se mêlent presque par-tout dans les opérations relatives aux différentes mesures et aux poids, et ils y portoient la complication qui naît de la maniere dont l'ancienne livre étoit sousdivisée. Le rapport décimal substitué à cette division mal assortie, sera un présent fait au commerce, qui lui devra une double économie de temps et de travail.

SECONDE PARTIE.

CALCUL relatif à la division décimale des Mesures déduites de la grandeur de la Terre.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

78. C'ÉTOIT déjà pour le système des nouvelles mesures un avantage d'un grand prix, d'être fondé sur une unité invariable, et de procéder dans ses divisions et sousdivisions, par une suite de rapports qui naissent les uns des autres avec une uniformité propre à les rendre plus faciles à saisir et plus présens à la mémoire ; mais le choix de ces rapports, par préférence à tous les autres, ajoute encore au mérite du système, en le liant à une méthode de calcul également précieuse par sa simplicité et par sa généralité. On sait que dans les opérations d'arithmétique qui ne consistoient qu'à calculer des unités simples, comme des livres tournois, des aunes, des

toises, etc., on suivoit à l'égard de toutes ces différentes unités, une même regle d'une facile exécution; en sorte, par exemple, que l'addition des livres tournois ne différoit en aucune maniere de celle des aunes; mais dès que l'unité se subdivisoit, et qu'il falloit opérer en même temps sur des nombres composés de livres tournois, de sous et de deniers, ou de toises, de pieds, de pouces et de lignes, etc., alors la complication de toutes ces quantités fractionnaires passoit dans l'opération même. A mesure que l'on changeoit d'unité principale, on avoit une nouvelle arithmétique et des difficultés d'un nouveau genre.

Il n'en sera plus ainsi à l'aide de la méthode que nous allons exposer. Quelque multipliées que soient les divisions de l'unité principale, les nombres qui les expriment se présentent toujours sous la forme de nombres entiers, qui n'exigent qu'une légere attention pour ramener les opérations à la simplicité de l'arithmétique la plus élémentaire. Par une suite nécessaire, les regles s'appliquent indifféremment à toutes les especes de mesures sous-divisées en autant de parties que l'on voudra. Celui qui sait calculer des metres, des décimetres, des centimetres, sait par-là même calculer des graves, des décigraves, des centigraves, ou des livres tournois, des décimes, des centimes, etc.; en sorte que quand il opere successivement sur différentes mesures, par voie d'addition ou de toute autre maniere, ce n'est point l'opération qui change, ce n'est que le nom de l'unité principale.

79. Avant d'exposer la méthode dont il s'agit, nous donnerons ici la table des abréviations des noms de mesures et de poids, qui pourront servir à indiquer, lorsqu'il sera nécessaire, l'espece d'unité relative aux nombres qu'elles accompagneront.

Mesures linéaires.

Millaire	ml.
Metre	mt.
Décimetre.	d. mt.
Centimetre	c. mt.
Millimetre.	m. mt.

Mesures de superficie.

Metre quarré	mt. q. (*a*).
Are	ar.
Déciare	d. ar.
Centiare	c. ar.

Mesures de solidité.

Metre cubique	mt. c.
Cade	cd.
Décicade	d. cd.
Centicade	c. cd.
Cadil	cl.

Poids.

Bar *ou* millier	br. *ou* mlr.
Décibar	d. br.
Centibar	c. br.
Grave	gv.
Décigrave	d. gv.
Centigrave	c gv.
Gravet	gvt.
Décigravet	d. gvt.
Centigravet.	c. gvt.
Milligravet	m. gvt.

(*a*) Nous nous conformons ici à l'ancien usage, qui étoit d'écrire *quarré* au lieu de *carré*, en ramenant l'orthographe de ce nom à son étymologie, qui est le mot latin *quadratum*, afin de n'avoir qu'une seule lettre à employer pour chacun des signes distinctifs du carré et du cube.

Monnoies.

Livre	lv.
Décime	dm.
Centime	cm.

I. De la maniere d'exprimer en chiffres les résultats des opérations sur les nouvelles Mesures.

80. On a pu remarquer que le rapport de dix à un, que l'on appele *rapport décimal*, et qui regle les divisions et sousdivisions des nouvelles mesures, étoit le même que celui qui a lieu entre les unités des chiffres placés à la suite les uns des autres dans l'arithmétique ordinaire, c'est-à-dire, par exemple, que chaque division du quart du méridien égale dix fois la division suivante, comme dans notre arithmétique l'unité de chaque chiffre vaut dix fois celle du chiffre qui suit, en allant de gauche à droite.

81. Cela posé, convenons d'exprimer la longueur du metre par le chiffre 1, et imaginons qu'ayant mesuré une dimension considérable, on l'ait trouvée égale à neuf cent

vingt-trois metres. Il est évident que pour coucher ce nombre en arithmétique, il suffira d'écrire de suite les trois chiffres 9, 2, 3, en ajoutant, si l'on veut, le mot *metre* en abrégé, de cette maniere, 923^{mt}, pour indiquer l'espece d'unité à laquelle se rapporte ce nombre.

82. Supposons maintenant que la dimension mesurée se trouve augmentée d'une certaine quantité, en sorte qu'elle égale neuf cent vingt-trois metres, cinq décimetres, six centimetres, sept millimetres, et écrivons d'abord ce nombre de la maniere suivante, $923^{mt.}\ 5^{d.mt.}\ 6^{c.mt.}\ 7^{m.mt.}$ Ayant fait attention qu'un metre vaut dix décimetres, un décimetre, dix centimetres, et un centimetre, dix millimetres, je vois que je puis représenter le même nombre d'une maniere beaucoup plus simple et plus commode. Pour cela, j'écris les trois chiffres 5, 6, 7, immédiatement à la suite de ceux qui expriment des metres, avec la seule indication du mot *metre*, placé au-dessus du chiffre qui désigne les unités, de cette maniere, $92\overset{mt.}{3}567$, et je conviens que les unités de tous les chiffres, pris successivement

de gauche à droite, décroîtront suivant le rapport décimal. Alors il est clair que les valeurs de ces unités se succéderont dans cet ordre, centaine de metre, dixaine de metre, unité de metre, dixieme de metre ou décimetre, dixieme de décimetre ou centimetre; dixieme de centimetre ou millimetre; et ainsi le nombre énoncé d'après les valeurs des différens chiffres qui le composent, sera neuf cent vingt-trois metres, cinq décimetres, six centimetres, sept millimetres.

83. Dans l'expression de ce nombre, on distingue deux parties; l'une composée de metres ou d'unités simples, et l'autre de sousdivisions du metre ou de l'unité simple; et la position du mot *metre* qui indique la séparation de ces deux parties, suffit seule pour déterminer la valeur de l'unité de chaque chiffre, d'après le rang que ce chiffre occupe à la gauche ou à la droite du mot *metre*.

84. Je puis présenter sous la même forme le résultat de toute autre opération faite sur les nouvelles mesures, en changeant seulement l'indication de l'unité principale. Ainsi

cette expression $92\overset{\text{gv.}}{3}567$ désignera 923 graves, 5 dixiemes de grave ou 5 décigraves, 6 dixiemes de décigrave ou 6 centigraves, et 7 dixiemes de centigrave ou 7 gravets. Celle-ci, $92\overset{\text{lv.}}{3}567$, indiquera 923 livres, 5 décimes, 6 centimes et 7 dixiemes de centime, ou sept milliemes de livre.

85. En comparant toutes ces expressions qui ne different que par le nom de l'unité principale, toujours placé d'ailleurs de la même maniere, je vois que je puis les employer à représenter des unités quelconques, avec des divisions décimales de ces unités, en substituant au nom de l'unité principale un caractere indéterminé, tel qu'une virgule, qui servira à distinguer les unités simples de leurs sousdivisions. J'aurai alors l'expression suivante, 923, 567, qui indique d'une maniere générale 923 unités, 5 dixiemes, 6 centiemes, 7 milliemes d'unité.

86. Je conçois de plus que rien ne m'empêche de placer une virgule, même dans l'expression d'une opération particuliere faite

sur les nouvelles mesures, en faisant concourir cette virgule avec le nom de l'unité principale. Ainsi je puis écrire de cette maniere le premier des résultats que nous avons cités pour exemple, $\overset{\text{mt.}}{923,567}$. J'aurai alors le double avantage de pouvoir considérer cette expression comme particuliere à telle espece de mesure, en portant toute mon attention sur la place qu'occupe le mot metre, et de pouvoir la généraliser, et la rendre applicable à un résultat quelconque, en supprimant le mot metre, et en ne laissant subsister que la virgule.

87. Remarquons en passant que le nombre $\overset{\text{mt.}}{923},567$, peut être énoncé de cette autre maniere, neuf cent vingt-trois metres, cinq cent soixante-sept millimetres, en rapportant toute la derniere partie à la plus petite espece d'unité. On pourroit encore l'énoncer ainsi neuf cent vingt-trois mille cinq cent soixante-sept millimetres, d'après cette observation que les valeurs des unités des six chiffres se trouvant toujours dix fois plus grandes en allant de droite à gauche, sont successivement égales à un millimetre, dix millimetres, cent

millimetres, mille millimetres, etc. Il sera facile de traduire de même de plusieurs manières, dans le langage ordinaire, une somme de graves, de livres tournois, etc, avec leurs sousdivisions.

88. On peut appliquer les mêmes principes à d'autres nombres, dans lesquels la virgule sera suivie d'autant de chiffres qu'on voudra, en poussant la division de l'unité principale jusqu'aux dixmilliemes, aux centmilliemes, aux millioniemes, etc. Ainsi le nombre $\overset{mt.}{76}$, 24573 exprimera soixante-seize metres, 2 décimetres, 4 centimetres, 5 millimetres, 7 dixmilliemes, trois centmilliemes, ou 76 metres, vingt-quatre mille cinq cent soixante-treize cent milliemes de metre. On voit que quand les unités des derniers chiffres cessent d'avoir des noms qui soient dans l'ordre du systême, on les désigne simplement par les valeurs qu'elles ont relativement à l'unité principale; comme lorsque, dans l'exemple précédent, on énonce par sept dixmilliemes la valeur du chiffre 7 qui suit les millimetres. On faisoit la même chose dans l'ancien systême, lorsque pour exprimer les petites

sousdivisions du pied qui n'étoient pas dénommées, on disoit un dixieme ou un centieme de ligne.

89. Lorsque par le résultat de l'opération, une des sousdivisions de l'unité principale se trouve nulle, comme dans le cas où, en mesurant une longueur d'après le metre et ses sousdivisions, on n'a que des metres, des décimetres, des millimetres, et point de centimetres, on met un zéro à la place qui répond à cette sousdivision, pour conserver aux autres chiffres leur rang et leur valeur.

Exemple : $\overset{\text{mt.}}{71{,}506}$, c'est-à-dire, 71 metres, cinq décimetres, zéro centimetre, six millimetres, ou 71 metres, cinq cent six millimetres.

90. De même, s'il n'y a point d'unités simples, comme lorsqu'on a mesuré une longueur plus courte que le metre, on place un zéro avant la virgule, pour indiquer que les unités simples sont nulles.

Exemple : $\overset{\text{mt.}}{0{,}129}$, c'est-à-dire zéro metre, un décimetre, deux centimetres, neuf millimetres, ou simplement 129 millimetres.

$\overset{\text{lv.}}{0{,}37}$, c'est-à-dire zéro livre, 3 décimes 7 centimes, ou trente-sept centimes.

L'exemple suivant réunit les deux cas : $\overset{\text{gr.}}{0{,}009}$, c'est-à-dire zéro grave, zéro décigrave, zéro centigrave, 9 gravets, ou simplement 9 gravets.

91. Voici quelques autres regles dont on sentira d'avance l'unité pour simplifier et faciliter les calculs. Je reprends l'expression $\overset{\text{mt.}}{923{,}567}$, et je suppose que je veuille la rendre dix fois plus grande, ou l'appliquer à une dimension qui égale dix fois la précédente. J'y parviendrai tout-d'un-coup en reculant le mot *metre* avec la virgule, d'un rang vers la droite, de cette maniere : $\overset{\text{mt.}}{9235{,}67}$. Car en énonçant ainsi ce nouveau nombre, 9235 metres, six décimetres, sept centimetres, on voit que le dernier chiffre 7 qui exprimoit des millimetres, exprime maintenant des centimetres, dont chacun vaut dix millimetres ; et par une suite nécessaire, les unités de tous les autres chiffres

ayant acquis des valeurs dix fois plus grandes, en vertu du seul déplaçement de la virgule, le nombre entier doit se trouver augmenté dans le même rapport.

Pour rendre le nombre cent fois, mille fois etc. plus grand, on reculera la virgule et le mot qui l'accompagne de deux rangs, trois rangs, etc. vers la droite. Par exemple, cette expression $7\overset{gv.}{,}567$ qui désigne 7 graves, 567 gravets, deviendra cent fois plus grande, si on l'écrit ainsi $756\overset{gv.}{,}7$, ce qui signifie 756 graves, 7 décigraves.

Le même nombre devient mille fois plus grand qu'il n'étoit d'abord, si on l'écrit de cette maniere, $7567^{gv.}$ D'où il suit que si le nombre dont il s'agit avoit eu cette forme 7,567, qui désigne des unités quelconques, il suffiroit, pour le rendre mille fois plus grand, de faire disparoître la virgule, en écrivant 7567.

92. De même on peut rendre un nombre qui exprime des metres, des graves, des livres, etc. tout-d'un-coup dix fois, cent fois, mille fois, etc. plus petit, en reculant la virgule d'un rang, de deux rangs, de trois

rangs, etc. vers la gauche. Ainsi $\overset{\text{mt.}}{176,134}$ deviendra dix fois plus petit, si l'on déplace la virgule de cette maniere, $\overset{\text{mt.}}{17,6534}$. On sent aisément la raison de cette transformation, qui est le contraire de la précédente.

Si l'on vouloit rendre $\overset{\text{mt.}}{176,534}$ mille fois plus petit, la virgule, dans ce cas, se trouvant reculée derriere le premier chiffre 1, on la feroit précéder d'un zéro, de cette maniere $\overset{\text{mt.}}{0,176534}$, pour indiquer qu'il n'y a plus d'unités simples, tous les chiffres qui exprimoient de ces unités ayant passé au rang des divisions de l'unité principale.

93. Mais si en conservant à tous les chiffres les rangs qu'ils occupent après la virgule, on ajoutoit un ou plusieurs zéros à leur suite, cette addition ne changeroit point la valeur du nombre. Ainsi $\overset{\text{gv.}}{0,4}$ et $\overset{\text{gv.}}{0,400}$ ne sont que la même quantité sous deux formes différentes. Car en énonçant successivement les valeurs des caracteres qui les composent, on auroit pour la premiere, zéro grave, quatre décigraves, et pour la seconde, zéro grave, quatre décigraves, zéro centigrave, zéro

gravet, expression qui n'ajoute aucune quantité réelle à la premiere. Et si l'on énonce tout-d'un-coup les deux nombres d'après l'ensemble de leurs plus petites parties, on aura pour le premier quatre décigraves, et pour le second quatre cents gravets, c'est-à-dire, un nombre cent fois plus grand de parties cent fois plus petites; par où l'on voit que tout est compensé, et qu'ainsi l'égalité subsiste entre les deux nombres. Il est quelquefois utile d'introduire de ces zéros surnuméraires dans l'expression du résultat d'une opération faite sur les nouvelles mesures.

Par une raison semblable, si le nombre qui exprime un de ces résultats est terminé par des zéros, on pourra supprimer ces zéros en tout ou en partie, sans altérer la valeur du nombre.

94. Comme par la nature du systême des nouvelles mesures, les sousdivisions de l'unité principale suivent toujours le rapport décimal, ou ne sont autre chose que des parties décimales de l'unité, nous donnerons désormais, pour abréger, le nom de *décimales* aux chiffes

qui les représentent, lorsque nous voudrons indiquer ces chiffres d'une maniere générale, et nous dirons premiere, seconde, troisieme décimale, etc., pour désigner le premier, le second, le troisieme chiffre, etc après le nom de l'unité principale ou après la virgule. Ainsi la premiere décimale sera celle qui exprimeroit des décimetres dans un calcul sur les mesures linéaires, des décigraves dans un calcul sur les poids, des décimes dans un compte, etc; la seconde sera celle qui dans les mêmes cas exprimeroit des centimetres, des centigraves ou des centimes, etc.

95. On voit par ce qui précede, que pour traduire en arithmétique le résultat d'une opération sur les nouvelles mesures, il suffit de faire attention à la place que doit occuper le nom de l'unité principale ou la virgule, et cette attention déjà facile en elle-même est encore aidée par la maniere seule d'opérer, qui est déjà une espece d'arithmétique palpable, en sorte qu'il suffit d'énoncer le résultat de l'opération, pour que les nombres se trouvent comme couchés d'avance et préparés pour le calcul.

Dans l'exposition que nous allons faire des regles à suivre pour la pratique de ce calcul, tout dépendra de même de l'attention donnée à la virgule, sur laquelle porte toute la différence entre l'arithmétique ordinaire et celle qui s'applique aux nouvelles mesures. Et pour mieux faire ressortir les avantages de cette derniere, nous lui comparerons l'ancienne méthode de calculer les quantités fractionnaires relatives à chaque mesure ; et en supposant que nous parlions successivement à ceux qui avoient à calculer des quantités monétaires, des mesures de longueur, des poids, etc, nous montrerons à chacun d'eux comment, au lieu de la marche longue et compliquée qu'il étoit obligé de suivre, il n'a plus qu'un pas à faire pour arriver au but, à l'aide de la division décimale qui gouverne tout le nouveau systême.

II. DE L'ADDITION.

1.° *Addition des Livres, Décimes et Centimes.*

96. Lorsque vous aviez reçu ou dépensé plusieurs sommes composées de livres, sous et deniers, et que vous vouliez en former

le total, vous vous y preniez de la maniere suivante :

Soit proposé d'ajouter

24 livres,	14 sous,	9 deniers,	ou	24^l	14^s	9^d
253 livres,	15 sous,	11 deniers,	ou	253	15	11.
67 livres,	9 sous,	10 deniers,	ou	67	9	10.
6 livres,	13 sous,	8 deniers,	ou	6	13	8.
		Total		352^l	14^s	2^d

Vous formiez d'abord la somme des deniers, et vous aviez 38, qui font 3 douzaines de deniers ou 3 sous, et 2 deniers. Vous posiez 2 sous la colonne des deniers, et vous reteniez 3 sous pour les ajouter à la colonne des unités de sous, ce qui vous donnoit 24. Vous posiez 4 sous cette même colonne, et vous reteniez 2 dixaines, que vous portiez à la colonne précédente, ce qui faisoit 5 dixaines. Vous preniez la moitié de 5, qui est 2, avec le reste 1, que vous posiez sous la même colonne. Vous reteniez 2, que vous ajoutiez aux unités de livres, après quoi vous poursuiviez l'opération à l'ordinaire.

97. Voici un exemple analogue, tiré des nouvelles mesures.

EXEMPLE.

Soit proposé d'ajouter

	lv.
354 livres, 7 décimes, 3 centimes, ou	354,73
256 livres, 0 décime, 9 centimes, ou	256,09
97 livres, 8 décimes, 1 centime, ou	97,81
10 livres, 1 décime, 6 centimes, ou	10,16
	lv.
Total.......	718,79

Pour faire cette opération, écrivez les nombres à ajouter les uns sous les autres, de maniere que toutes les virgules soient sur une même colonne, et dans le total placez la virgule au même rang où elle est déjà dans les nombres supérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On propose d'ajouter

	lv.
53 livres, 0 décime, 3 centimes, ou	53,03
12 livres, 5 décimes, ... ou	12,5
0 livre, 1 décime, 2 centimes., ou	0,12
9 livres, 6 décimes, ... ou	9,6
	lv.
Total........	75,25

2.° Addition des mesures de longueur pour le commerce des étoffes.

98. Vous aviez mesuré avec l'aune quatre pieces d'étoffe de différentes longueurs, et vous vous proposiez de trouver la longueur totale.

Les longueurs à ajouter étoient

		a.
35 aunes et demie,	. . . . . . ou	$35\frac{1}{2}$
7 aunes, trois quarts,	. . . ou	$7\frac{3}{4}$
12 aunes, cinq huitiemes,	ou	$12\frac{5}{8}$
6 aunes, un quart,	. . . . ou	$6\frac{1}{4}$
		a.
	Total.	$62\frac{1}{8}$

Il falloit d'abord prendre la somme des quatre fractions. Cette somme est $\frac{17}{8}$ qui font 2 aunes $\frac{1}{8}$. Vous posiez $\frac{1}{8}$ sous la colonne des fractions. Vous reteniez 2 que vous portiez à la colonne des unités d'aune, après quoi l'opération suivoit la marche ordinaire.

Dans d'autres cas, l'aune étoit divisée en demies, en tiers, en sixiemes. On avoit alors des opérations du genre de la suivante.

Soit proposé d'ajouter

29 aunes et demie, . . .	ou	a. $29\frac{1}{2}$
35 aunes, deux tiers. .	ou	$35\frac{2}{3}$
12 aunes, un sixieme ,	ou	$12\frac{1}{6}$
Total		a. $77\frac{1}{3}$

L'addition des trois fractions donnoit 1 aune $\frac{1}{3}$; ayant posé $\frac{1}{3}$ sous la colonne des fractions, vous portiez 1 à la colonne des unités d'aune, et le reste à l'ordinaire.

99. La nouvelle méthode vous épargne tout cet embarras, qui naissoit des fractions à ajouter ensemble pour en extraire les unités.

EXEMPLE.

On demande la longueur totale de 4 pieces d'étoffe.

L'une de $22^{mt.}\ 5^{d.mt.}\ 6^{c.mt.}$,	ou	mt. 22,56
La 2.^e de $18^{mt.}\ 4^{d.mt.}\ 8^{c.mt.}$,	ou	18,48
La 3.^e de $9^{mt.}\ 3^{d.mt.}\ 2^{c.mt.}$,	ou	9,32
La 4.^e de $5^{mt.}\ 3^{d.mt.}\ 5^{c.mt.}$,	ou	5,35
Total.		mt. 55,71

Ecrivez les quatre nombres à ajouter les uns sous les autres, en faisant correspondre toutes les virgules sur une seule colonne, et dans le total placez la virgule sur le prolongement de cette même colonne.

AUTRE EXEMPLE.

Soit proposé d'ajouter

$35^{mt.}\ 0^{d.mt.}\ 4^{c.mt.}\ 6^{m.mt.}$	ou	$\overset{mt.}{35{,}046}$
$0^{mt.}\ 0^{d.mt.}\ 3^{c.mt.}$	ou	0,03
$22^{mt.}\ 1^{d.mt.}\ 0^{c.mt.}\ 4^{m.mt.}\ \frac{7}{10}$ . .	ou	22,1047
$9^{mt.}\ 8^{d.mt.}$	ou	9,8
Total.		$\overset{mt.}{66{,}9807}$

3.° *Addition des Mesures de longueur pour les ouvrages de construction.*

100. Ayant mesuré successivement quatre longueurs différentes en toises, en pieds et en parties de pied, vous desiriez connoître la longueur totale.

La 1.re étoit de	7^{T}	5^{P}	10^{p}	7^{l}
La 2.e de	13	2	7	10
La 3.e de	9	4	11	9
La 4.e de	8	3	9	5
Total.	39^{T}	5^{P}	3^{p}	7^{l}

Pour trouver ce total, vous preniez d'abord la somme 31 des lignes, qui font 7 lignes et 2 douzaines de lignes, ou 2 pouces; vous posiez 7 sous la colonne des lignes, et vous ajoutiez 2 à la colonne des pouces, ce qui faisoit 39 pouces ou 3 pieds 3 pouces; vous posiez le dernier 3 sous la colonne des pouces, et vous reteniez le premier pour l'ajouter aux pieds, ce qui vous donnoit 17 pieds, ou 2 toises 5 pieds; ayant posé 5 sous les pieds, vous portiez 2 à la colonne des unités de toise, et alors ce n'étoit plus qu'une addition ordinaire.

101. A l'aide du nouveau calcul, vous avez beaucoup plus de simplicité, même avec une plus grande précision, comme celle des millimetres, dont chacun ne vaut, à très-peu de chose près, que $\frac{4}{9}$ de ligne.

EXEMPLE.

	mt.
On propose d'ajouter	23,678
	4,245
	12,931
	9,354
	mt.
Total	50,208

Après avoir écrit les nombres à ajouter les uns au-dessous des autres, de maniere que toutes les virgules soient alignées sur une même colonne, additionez à l'ordinaire, et dans le total placez la virgule au même rang où elle se trouve dans les nombres supérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

	mt.
On propose d'ajouter	0,2347
	27,02
	4,008
	0,0903
	mt.
Total	31,3530

4.° *Addition des Poids.*

102. On sait que la livre de l'ancien poids valoit 16 onces, l'once 8 gros, le gros 72 grains, et que quand on visoit à la précision, on sousdivisoit les grains en demies, en quarts, etc. Supposons une opération dont le résultat fût compliqué de toutes ces différentes quantités, et qui consistât,

par exemple, en quatre pesées différentes.

L'une de	2^{l}	6 onces	6 gros	56 grains	$\frac{1}{2}$
La 2.e de	7	2	5	39	$\frac{3}{4}$
La 3.e de	8	12	2	12	$\frac{1}{4}$
La 4.e de	3	7	4	60	
Total	21^{l}	13 onces	3 gros	24 grains	$\frac{1}{2}$

Vous ajoutiez d'abord les trois fractions, dont la somme étoit $\frac{6}{4}$ de grain, ou 1 grain $\frac{1}{2}$. Vous posiez $\frac{1}{2}$ sous les autres fractions, et vous ajoutiez une unité à la somme des grains, ce qui faisoit 168 grains, qui valent 2 gros 24 grains : vous posiez 24 sous les grains, et vous portiez 2 à la colonne des gros, dont la somme étoit 19, c'est-à-dire, 2 onces 3 gros; ayant posé 3 sous les gros, vous reteniez 2 que vous ajoutiez aux onces, ce qui faisoit 29 onces, égales à 1 livre 13 onces ; vous posiez 13 sous les onces, vous portiez 1 à la colonne des unités de livre, et vous poursuiviez à l'ordinaire.

103. La maniere dont les nouveaux poids ont été divisés rend l'opération entiere aussi

facile que le devenoit la précédente, lorsqu'après avoir passé par tant de quantités différentes et de réductions à l'unité d'un degré supérieur, vous arriviez enfin à n'avoir plus que des unités de livre à calculer. Il est à remarquer qu'en employant des centigravets, dont chacun vaut à peu-près $\frac{5}{27}$ de grain, laquelle fraction est plus petite que $\frac{1}{4}$, on obtient une précision qui va encore plus loin, sans nuire à la simplicité du calcul.

EXEMPLE.

On a fait séparément cinq pesées que l'on veut réunir, pour savoir ce que pese la totalité.

La 1.re est	de	9,6785
La 2.e	de	7,2013
La 3.e	de	0,3506
La 4.e	de	6,0821
La 5.e	de	3,6352
Total.		gv. 26,9477

Ecrivez les nombres à ajouter les uns au-dessous des autres, en disposant toutes les virgules sur une seule colonne, et dans le total placez la virgule sur cette même colonne (*a*).

AUTRE EXEMPLE.

On propose d'ajouter	gr. 0,5
	9,53
	0,0287
	8,10704
Total. . .	gr. 18,16574.

(*a*) Il n'est pas inutile d'observer que quand on emploie, comme on doit toujours le faire de préférence, des poids de 5 graves, de 5 décigraves, de 5 centigraves, de 5 gravets, avec d'autres poids simples, comme d'un grave, d'un décigrave, d'un gravet, etc., il y a de l'avantage à mettre une certaine méthode dans la maniere de recueillir successivement ces différens poids, pour écrire le résultat de l'opération. Ainsi, après la premiere des cinq pesées dont il s'agit ici, et en supposant que la combinaison des poids fût la plus simple possible, vous retireriez d'abord de la balance un poids de 5 graves, et deux poids de 2 graves chacun, en disant, 5 et 2 font 7 et 2 font 9; puis vous écririez 9 suivi d'une virgule. Vous prendriez ensuite un poids de 5 décigraves, puis un décigrave simple, en disant, 5 et 1 font 6, et vous écririez 6 pour premiere décimale. Après cela viendroient un poids de 5 centigraves et 2 centigraves séparés, dont la somme 7 donneroit une seconde décimale. Vous auriez maintenant à retirer un poids de 5 gravets, puis 3 gravets séparés, en disant 5 et 3 font 8, et vous écririez 8 pour 3e. décimale. Il ne resteroit plus qu'un poids de 5 décigravets qui vous donneroit une derniere décimale 5. De cette maniere l'expression numérique de la somme se présente comme d'elle-même, d'après le seul énoncé du résultat.

104. On sait que le poids de cent livres portoit le nom de *quintal*, et celui de mille livres, le nom de *millier*, en sorte que quand on avoit à additioner des sommes considérables de poids, on les évaluoit en milliers, en quintaux et en livres simples. Dans le nouveau systême, le poids de cent graves est le *décibar*, et le poids de mille graves est le *bar*. Mais de plus, le poids de dix graves porte le nom particulier de *centibar*, dont l'analogue manquoit à l'ancien systeme ; ce qui établit entre les divisions du nouveau, qui remontent au-dessus du grave, la même liaison qu'entre celles qui descendent au-dessous, et jete plus de netteté dans les résultats.

EXEMPLE.

On a pesé successivement cinq ballots, dont on demande le poids total.

	br.
Le 1.er est de	1,157
Le 2.e de	0,239
Le 3.e de	1,376
Le 4.e de	0,39
Le 5.e de	0,205
	br.
Total.	3,367

Remarques.

105. Si l'on n'avoit à additioner que des divisions d'une certaine unité, telles que des décimes, on pourroit écrire, pour abréger, les sommes partielles, comme si l'unité relative à cette division étoit l'unité principale.

EXEMPLE.

On propose d'ajouter

	dm.
9 décimes, 2 centimes, ou	9,2
7 décimes, 1 centime, ou	7,1
4 décimes, 7 centimes, ou	4,7
8 décimes, 3 centimes, ou	8,3
5 décimes, 2 centimes, ou	5,2
	dm.
Total. . . .	34,5

On rameneroit ensuite, si on le jugeoit à propos, l'expression de la somme totale aux unités d'un ordre supérieur qu'elle renferme, en écrivant $\overset{\text{lv.}}{3,45}$, au lieu de $\overset{\text{dm.}}{34,5}$.

106. La difficulté des opérations relatives aux anciennes mesures, venoit des réductions que l'on avoit à faire de deniers en sous, de

sous en livres, ou de grains en gros, de gros en onces, etc., pour porter à la colonne précédente les nouvelles unités qui se formoient de l'addition des parties fractionnaires. Et comme le systême de division changeoit ordinairement d'une colonne à l'autre, il en résultoit un embarras de plus, parce qu'il falloit faire attention à ce changement. Dans le nouveau calcul, il y a de même des réductions; par exemple, si la somme des chiffres d'une colonne a donné 25 centimes, lorsque après avoir posé le chiffre 5 sous cette colonne, on porte 2 à la colonne des décimes, on réduit réellement 20 centimes en 2 décimes; mais ces réductions étant absolument semblables à celles qui ont lieu pour les entiers, où le calcul donne immédiatement les unités d'un ordre supérieur qui doivent être ajoutées à la colonne précédente, elles se font comme d'elles-mêmes, sans qu'on s'en apperçoive.

III. DE LA SOUSTRACTION.

1.° *Soustraction des Livres, Décimes et Centimes.*

107. Pour vous rendre compte à vous-mêmes de ce qu'il vous restoit d'une certaine somme dont vous aviez dépensé une partie,

Il falloit soustraire de	8954^{l}	3^{s}	6^{d}
	5678	17	8
Reste......	3275	5	10

Pour faire d'abord la soustraction des deniers, vous étiez obligé d'emprunter sur les 3 s. du nombre supérieur, une unité égale à 12 deniers, que vous ajoutiez à 6, ce qui faisoit 18. Soustrayant 8, vous aviez pour reste 10, que vous posiez sous les deniers. Il falloit ensuite emprunter de même sur les unités de livre, une unité ou 20 s. que vous ajoutiez aux 2 s. qui restoient, ce qui vous donnoit 22 s.; d'où retranchant 17, vous aviez pour reste 5, que vous écriviez sous les sous. Vous rappelant alors que les unités de livre dans le nombre superieur se réduisoient à 3, vous n'aviez plus qu'une opération ordinaire.

108. Le calcul fait d'après le nouveau systême, ramene tout à cette derniere maniere d'opérer.

EXEMPLE.

	lv.
On veut soustraire de	8962,32
	6789,69
	lv.
Reste. . .	2172,63

Vous écrivez d'abord les nombres donnés sur deux lignes, en faisant correspondre les virgules; vous opérez ensuite à l'ordinaire; et dans le nombre qui exprime le reste, vous placez la virgule au même rang que dans les nombres supérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On veut soustraire

		lv.
de $357^{\text{lv.}}\ 3^{\text{dm.}}$	ou de	357,300
$126^{\text{lv.}}\ 4^{\text{dm.}}\ 5^{\text{cm.}}\ \frac{2}{10}$.	ou	126,452
		lv.
	Reste. . . .	230,848

Dans ce cas, l'une des deux sommes ayant moins de décimales que l'autre, vous lui en donnez le même nombre, en ajoutant deux zéros à sa suite (93), pour la facilité de l'opération.

2.° Soustraction des mesures de longueur pour le commerce des étoffes.

109. Ayant mesuré avec l'aune deux pieces d'étoffe de différentes longueurs, vous desiriez savoir de combien l'une étoit plus longue que l'autre, et pour cela vous aviez à soustraire

$$\begin{array}{rrl} \text{de} & 41^{\text{aunes}} & \frac{1}{6} \\ & 32 & \frac{2}{3} \\ \hline \text{Reste . .} & 8^{\text{aunes}} & \frac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

Observant d'abord que de $\frac{1}{6}$ on ne peut soustraire $\frac{2}{3}$, qui est plus fort, vous empruntiez sur le chiffre précédent une unité ou 6 sixiemes, que vous ajoutiez à $\frac{1}{6}$, ce qui vous donnoit $\frac{7}{6}$. Il falloit ensuite réduire les deux fractions au même dénominateur, et la maniere la plus simple pour y parvenir, étoit de convertir $\frac{2}{3}$ en $\frac{4}{6}$, en multipliant par 2 le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$. La différence entre $\frac{4}{6}$ et $\frac{7}{6}$ étoit $\frac{3}{6}$ ou $\frac{1}{2}$. Vous écriviez $\frac{1}{2}$ sous la colonne des fractions ; après quoi vous aviez simplement 32 à soustraire de 40.

110. Ces sortes d'opérations exigeoient, comme l'on voit, une certaine habitude du calcul des fractions. Un exemple du même genre fera sentir l'avantage de la nouvelle méthode.

EXEMPLE.

On veut soustraire de	mt. 69,25
	58,66
Reste.	mt. 10,59

Vous écrivez les deux nombres donnés l'un au-dessous de l'autre, en sorte que les virgules se correspondent. Vous soustrayez à l'ordinaire, et dans le résultat vous placez la virgule au même rang que dans les nombres supérieurs.

AUTRE EXEMPLE.

On veut soustraire

de $571^{mt.}\ 3^{d.mt.}$	ou de	mt. 571,300
$97^{mt.}\ 4^{d.mt.}\ 5^{c.mt.}\ 2^{m.mt.}$	ou	97,452
Reste.		mt. 473.848

Les

Les nombres de décimales étant inégaux dans les deux nombres donnés, on les a égalés, en ajoutant deux zéros à la suite du nombre supérieur (93), ce qui rend l'opération plus aisée.

3.° *Soustraction des Mesures de longueur pour les ouvrages de construction.*

111. Vous aviez à comparer deux longueurs différentes, mesurées avec la toise et le pied, pour savoir de combien l'une l'emportoit sur l'autre, et à cet effet,

Il falloit soustraire de	$43^{T.}$	$2^{p.}$	$8^{p.}$	$6^{l.}$
	25	5	7	10
Reste	$17^{T.}$	$3^{p.}$	$0^{p.}$	$8^{l.}$

Ne pouvant soustraire $10^{l.}$ de $6^{l.}$, vous empruntiez sur le chiffre précédent du nombre supérieur, 1 pied ou 12 pouces, qui joints à 6, donnoient 18, dont retranchant 10, vous aviez le reste 8 que vous écriviez sous les lignes. Les 8 pouces du nombre supérieur se trouvant réduits à 7, la différence entre les pouces, de part et d'autre, étoit zéro, que vous écriviez sous la colonne correspondante. Vous empruntiez ensuite sur les unités de toise, 1 toise ou 6p., que vous ajoutiez à 2p., ce qui faisoit 8. Retranchant 5, vous aviez pour reste 3, que vous écriviez sous les pieds. A ce terme la soustraction reprenoit la marche ordinaire.

112. Voici un cas semblable résolu d'une maniere bien plus simple, à l'aide de la nouvelle méthode.

Exemple.

On veut soustraire de	mt. 45,237
	17,369
Reste	mt. 27,868.

Vous écrivez d'abord les deux nombres proposés sur deux lignes, en faisant coïncider les virgules; vous faites la soustraction à l'ordinaire, et dans le nombre qui donne le reste, vous placez la virgule au même rang que dans les nombres supérieurs.

Autre exemple.

Vous avez à soustraire

de $52^{mt.}\ 3^{d.mt.}\ 0^{c.mt.}\ 2^{m.mt.}\ \frac{4}{10}$	ou de	mt. 52,3024
$39^{mt.}\ 4^{d.mt.}$	ou	39,4000
Reste		mt. 12,9024

En posant ici les deux nombres donnés; vous ajoutez à la suite de l'inférieur le nombre de zéros nécessaire pour qu'il ait autant de décimales que l'autre (93) ; ce qui est plus commode pour le calcul.

4.° *Soustraction des Poids.*

113. Ayant pesé un vase d'abord seul, et ensuite après l'avoir rempli de liquide, vous desiriez connoître avec précision le poids du liquide, en prenant la différence des deux pesées, et pour cela

Il falloit soustraire de	$11^{\text{liv.}}$	$3^{\text{onces.}}$	$6^{\text{gros.}}$	17^{grains}	$\frac{1}{2}$
	1	5	2	45	$\frac{3}{4}$
Différence ou poids du liquide	$9^{\text{liv.}}$	$14^{\text{onces.}}$	$3^{\text{gros.}}$	43^{grains}	$\frac{3}{4}$.

Pour faire d'abord la soustraction des fractions ordinaires, vous empruntiez sur les 17 grains du nombre supérieur, une unité ou $\frac{2}{2}$; ajoutant ces $\frac{2}{2}$ à $\frac{1}{2}$, et réduisant la somme $\frac{3}{2}$ en une autre fraction qui eût 4 pour dénominateur, vous aviez $\frac{6}{4}$, dont vous retranchiez

$\frac{1}{4}$; reste $\frac{3}{4}$ que vous écriviez sous la même colonne. Passant ensuite à la colonne des grains, vous étiez obligé, pour en faire la soustraction, d'emprunter sur les 6 gros une nouvelle unité ou 72 grains, que vous ajoutiez à 16, ce qui faisoit 88 ; retranchant 45, vous trouviez pour reste 43 grains, que vous écriviez sous la colonne des grains. Des 5 gros qui restoient au nombre supérieur, vous retranchiez 2 gros, ce qui donnoit pour différence 3 gros, que vous écriviez sous la colonne des gros. Enfin vous empruntiez une unité de livre ou 16 onces, pour l'ajouter aux 3 onces du nombre supérieur, et de la somme 19 vous retranchiez 5, ce qui donnoit pour reste 14 onces, que vous écriviez sous la colonne des onces ; après quoi tout se réduisoit à soustraire $1^{l.}$ de $10^{l.}$ pour avoir la différence 9 des livres.

114. Au lieu de toute cette complication de quantités fractionnaires disparates, vous n'avez, dans les cas semblables, ramené à la nouvelle méthode qu'une opération simple et élémentaire.

Exemple.

Le poids du vase plein est de	gv. 5,1246
Le poids du vase seul est de	0,5369
Différence ou poids du liquide	gv. 4,5877.

Après avoir écrit les résultats des deux pesées l'un sous l'autre, en faisant correspondre les virgules, vous soustrayez comme à l'ordinaire ; et dans le nombre qui exprime la différence ; vous placez la virgule au même rang que dans les nombres supérieurs.

Autre exemple.

On veut soustraire de

2 bars 5 décibars 7 centibars . . . . ou de	br. 2,5700
1 bar 2 décibars 8 centibars 3 graves 5 décigr. ou	1,2835
Reste	br. 1,2865

Comme le premier des nombres proposés a ici moins de décimales que l'autre, vous faites en sorte qu'il en ait autant, en ajoutant deux zéros à sa suite (93), pour faciliter l'opération.

IV. DE LA MULTIPLICATION.

115. Nous observerons, avant de passer aux calculs relatifs à ce genre d'opérations, que dans les multiplications où le multiplicande et le multiplicateur, d'après l'énoncé de la question, expriment l'un et l'autre des unités d'une espece déterminée, le multiplicateur est néanmoins toujours censé représenter des unités quelconques, abstraction faite de toute valeur particuliere. Lorsque l'on demande, par exemple, ce que coûteront $\overset{mt.}{3}, 5$ d'étoffe, à raison de $6^{liv.}$ par metre, le multiplicande est $6^{liv.}$ et le multiplicateur 3, 5, c'est-à-dire trois unités et cinq dixiemes. Car le but de l'opération est de prendre $6^{liv.}$ trois fois et 5 dixiemes de fois ; et il est évident que le produit sera le même à tous égards, soit que le nombre 3, 5 représente des metres, des graves, ou toute autre espece d'unité. Cette remarque fournit une regle pour distinguer dans tous les cas le vrai multiplicande du vrai multiplicateur. Il suffit pour cela de se demander à laquelle des deux especes

d'unités que présente l'énoncé de la question, doit se rapporter le produit. Cette unité indiquera le multiplicande.

D'après cela, l'exactitude de la méthode sembleroit exiger que l'on écrivît toujours le multiplicande au-dessus du multiplicateur ; mais comme il arrive souvent que ce dernier nombre a plus de chiffres que l'autre, l'opération en deviendroit plus compliquée, parce qu'on auroit un plus grand nombre de produits partiels. On peut donc alors renverser l'ordre, en mettant le multiplicateur à la place supérieure, attendu que le produit est absolument le même dans les deux cas. Il suffira que l'on distingue par la pensée le vrai multiplicande, pour ne pas se méprendre à l'espece d'unité que doit donner le produit.

1.° *Multiplication des Livres, Décimes et Centimes, par un nombre simple.*

116. Nous choisissons, pour premier exemple, une opération dans laquelle le multiplicande est un nombre complexe, qui renferme des unités de livre et des

sousdivisions de la livre , tandis que le multiplicateur est un nombre simple , auquel cas la maniere d'opérer étoit uniforme , même dans l'ancienne méthode , quelles que fussent , d'après l'énoncé de la question , les unités du multiplicateur. Ainsi nous supposerons que vous ayez eu à multiplier $13^{l.}$ $12^{s.}$ $9^{d.}$ en général par 47 , opération qui donne indifféremment la solution de chacune des questions suivantes.

Combien coûtent 47 livres pesant de telle marchandise , à $13^{l.}$ $12^{s.}$ $9^{d.}$ la livre ?

Ou , combien coûtent 47 aunes d'étoffe , à raison de $13^{l.}$ $12^{s.}$ $9^{d.}$ par aune ?

Ou , quelle somme dépenseroit-on en 47 jours , en supposant que la dépense de chaque jour fût de $13^{l.}$ $12^{s.}$ $9^{d.}$

Mais si le multiplicateur étoit lui-même un nombre complexe , alors l'opération faite d'après l'ancienne méthode changeroit de forme , suivant que l'unité de ce même facteur représenteroit une livre poids de marc , ou une aune , ou un jour , etc ; et c'est sous ces différens points de vue que nous considérerons l'unité du multiplicateur dans les exemples qui doivent suivre. On verra qu'au lieu de toutes ces transformations, qui obligent de varier continuellement la marche du calcul, la méthode relative au nouveau systême conserve toute sa généralité et sa simplicité. Mais il faut auparavant faire connoître les avantages de ce systême, relativement aux questions du genre de celle qui nous occupe ici.

Soit donc proposé de chercher

Combien coûteroient 47 quantités quelconques, à raison de . . 13$^{l.}$ 12$^{s.}$ 9$^{d.}$ pour chaque quantité.

	141		
	47		
	23	10	
	4	14	
	1	3	6
		11	9
Produit	640$^{l.}$	19$^{s.}$	3$^{d.}$.

Après avoir multiplié à l'ordinaire 13$^{l.}$ par 47, vous passiez aux 12$^{s.}$, que vous décomposiez en 10$^{s.}$ et 2$^{s.}$. Pour 10$^{s.}$, vous preniez la moitié de 47$^{l.}$, et pour 2$^{s.}$ le cinquieme de ce que vous avoient donné les 10$^{s.}$. Vous décomposiez ensuite les 9$^{d.}$ en 6$^{d.}$ et 3$^{d.}$. Vous preniez pour 6$^{d.}$ le quart de ce que vous aviez eu pour 2$^{s.}$; et pour 3$^{d.}$, la moitié de ce que les 6$^{d.}$ venoient de vous donner; après quoi vous faisiez l'addition de tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

La multiplication pouvoit offrir des cas encore plus compliqués que le précédent. Cela dépendoit du nombre des sous et de celui des deniers. Les méthodes abrégées que l'on avoit imaginées relativement aux sous, offroient peu d'avantages, et il falloit de l'habitude pour ne pas se tromper en les appliquant.

117. Donnons un exemple du même genre, pris dans le nouveau systême.

Exemple.

Une quantité quelconque

a coûté	lv. 15,58;
combien coûteroient	64 quantités
de la même espece?	
	6232
	9348
Produit	lv. 997,12.

Pour faire cette opération, vous multipliez à l'ordinaire, sans avoir égard à la virgule du multiplicande, et dans le produit vous séparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule et de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande, c'est-à-dire, que dans le cas présent, vous en séparez deux. Effectivement, puisque le multiplicande ramené aux unités de la plus petite espece exprime des centimes, le produit qui renferme 64 fois le même nombre de centimes, doit avoir pareillement des centimes pour unités de la plus petite espece, ce qui a lieu d'après la position donnée à la virgule.

2.° *Multiplication des Livres, Décimes et Centimes par un nombre complexe qui exprime des mesures de longueur pour le commerce des étoffes.*

118. Vous vous proposiez d'acheter un certain nombre d'aunes d'étoffe avec une fraction, et sachant que le prix de chaque aune étoit de tant de livres, de sous et de deniers, vous desiriez connoître le prix total; ce qui offroit cette question à résoudre :

Combien coûtent . .	37 aunes $\frac{1}{2}$			
à raison de	$9^{l.}$	$14^{s.}$	$10^{d.}$	l'aune ?
	333			
	18	10		
	7	8		
	$\cancel{1}$	$\cancel{17}$		
		18	6	
		12	4	
	4	17	5	
Produit . . .	$365^{l.}$	$6^{s.}$	$3^{d.}$	

Vous aviez d'abord à multiplier $9^{l.}$ par 37 à l'ordinaire. Pour multiplier ensuite $14^{s.}$ par le même facteur, vous décomposiez $14^{s.}$ en deux parties, l'une de $10^{s.}$ et l'autre de $4^{s.}$ Pour les $10^{s.}$, vous preniez la moitié de $37^{l.}$, et pour les $4^{s.}$, vous en preniez le cinquieme. Passant de-là aux deniers, vous commenciez par faire un faux produit, en prenant $\frac{1}{20}$ de $37^{l.}$, comme si vous aviez eu à multiplier $1^{s.}$ par 37. Cela fait, vous partagiez $10^{d.}$ en $6^{d.}$ et en $4^{d.}$. Vous preniez pour les 6 deniers la moitié du faux produit ; et pour les 4 deniers, vous en preniez le tiers. Il ne restoit plus qu'à tenir compte de la fraction $\frac{1}{2}$, en prenant la moitié de $9^{l.}$ $14^{s.}$ $10^{d.}$, puis à additioner tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

119. Appliquons la nouvelle méthode à une opération semblable.

Exemple.

On demande combien coûtent	52,32 mt.
à raison de	8,53 lv. par metre.
	15696
	26160
	41856
Produit ...	446,2896 lv.

Vous multipliez à l'ordinaire, sans faire aucune attention aux virgules; et dans le produit vous séparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule et de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande et au multiplicateur, c'est-à-dire qu'ici vous en séparez quatre.

Il est aisé de concevoir la raison de cette position donnée à la virgule; car en suposant que l'on eût à multiplier 8,53 lv. par le nombre entier 5232, le produit seroit 44628,96 lv., avec deux décimales (117), mais le véritable multiplicateur étant 52,32, cent fois plus petit que 5232, d'après ce qui a été dit (92), le vrai produit doit être aussi cent fois plus petit que le précédent, ce qui exige que la virgule soit reculée de deux rangs vers la gauche, et par conséquent le vrai produit aura quatre décimales. On pourra appliquer le même raisonnement aux résultats de toutes les autres opérations dont nous parlerons dans la suite.

Remarque.

120. Lorsqu'il y a des décimales au multiplicande et au multiplicateur, comme dans l'opération que nous venons d'expliquer, la précision du produit est toujours plus grande que celle de l'un ou l'autre des deux facteurs qui ont donné ce produit. Ici, par exemple, elle va jusqu'aux dixmilliemes d'unité, tandis qu'elle est bornée aux centiemes dans le multiplicande et dans le multiplicateur. Or, si l'on se contente d'une semblable précision relativement au produit, on peut supprimer les deux dernieres décimales, comme on supprimoit, dans l'ancienne méthode, les fractions de denier, après certaines opérations. Mais lorsque la fraction surpassoit $\frac{1}{2}$, on ajou-

toit un denier à la somme des unités de denier contenues dans le résultat. De même, dans les produits obtenus à l'aide de la nouvelle méthode, lorsque la premiere des décimales supprimée sera 5, et à plus forte raison lorsqu'elle surpassera 5, on ajoutera une unité à la derniere des décimales conservées. Ainsi, dans l'exemple cité plus haut (119), on pourra effacer les deux dernieres décimales, en prenant simplement $\overset{\text{lv.}}{446,29}$ pour produit.

Pareillement, si l'on a un produit tel que $\overset{\text{lv.}}{35,2357}$, on pourra y substituer le produit suivant $\overset{\text{lv.}}{35,24}$. Il est aisé de concevoir pourquoi, dans les cas semblables, on augmente d'une unité la derniere des décimales conservées ; car si l'on considere qu'ici la troisieme décimale 5 vaut seule $\frac{5}{10}$ ou une moitié de l'unité de la décimale précédente 3, il sera facile d'en conclure que le nombre $\overset{\text{lv.}}{35,2357}$ approche d'avantage d'être égal à $\overset{\text{lv.}}{35,24}$ qu'à $\overset{\text{lv.}}{35,23}$, et ainsi l'erreur sera moindre, si en supprimant les deux décimales 5, 7, on augmente d'une unité la décimale précédente, que si on laissoit à cette décimale sa premiere valeur. Ce que nous venons de dire est encore plus vrai dans le cas où la premiere des décimales supprimées surpasse 5.

Au contraire, si le produit eût été $\overset{\text{lv.}}{35,2347}$, alors comme la somme des deux dernieres décimales est nécessairement plus petite que $\frac{5}{10}$ ou que la moitié de la décimale précédente, le nombre $\overset{\text{lv.}}{35,2347}$ approche plus de l'égalité avec $\overset{\text{lv.}}{35,23}$ qu'avec $\overset{\text{lv.}}{35,24}$, et en conséquence, il n'y a aucune compensation à faire en supprimant les deux dernieres décimales. Ainsi le produit approché sera $\overset{\text{lv.}}{35,23}$.

Prenons un autre exemple.

On veut savoir ce que coûtent $\overset{\text{mt.}}{0,37}$ d'étoffe ;

à raison de . . . . $\overset{\text{lv.}}{0,2}$ par metre.

Produit . . . . . $\overset{\text{lv.}}{0,074}$.

On voit ici que les chiffres significatifs (*a*) du produit n'étant qu'au nombre de deux, tandis que le produit doit avoir trois décimales, il est nécessaire d'ajouter d'abord un zéro

(*a*) Nous appelons ainsi les chiffres qui ont des valeurs réelles, en quoi ils sont distingués des zéros.

avant

avant les deux décimales 7, 4, pour se conformer à la regle, puis un autre zéro avant la virgule, pour faire connoître qu'il n'y a point d'unités simples.

3°. *Multiplication des Livres, Décimes et Centimes, par des nombres qui représentent des mesures de longueur pour les ouvrages de construction.*

121. Vous aviez fait construire un certain ouvrage en maçonnerie, à raison de tant de livres, de sous et de deniers, pour la longueur de chaque toise, ce qui vous conduisoit à l'opération suivante.

Combien coûtent	$39^{T.}$	$5^{p.}$	$4^{p.}$	
à raison de	$22^{l.}$	$16^{s.}$	$6^{d.}$	par toise ?
	78			
	78			
	19	$10^{s.}$		
	9	15		
	1	19		
		19	6	
	11	8	3	
	7	12	2	
	1	5	$4\frac{1}{3}$	
Produit	$910^{l.}$	$9^{s.}$	$3^{d.}$ $\frac{1}{3}$.	

Après avoir multiplié $22^{l.}$ par 39, vous cherchiez le produit de $16^{s.}$ par 39, et pour cela vous décomposiez 16^{s} en 10^{s}, 5^{s} et 1^{s}. Pour les 10^{s}, vous preniez la moitié de 39^{l}; pour les 5^{s}, la moitié de ce dernier produit, et pour l'unité de sou qui restoit, le $\frac{1}{5}$ de ce que vous avoient donné les 5^{s}. Pour multiplier ensuite 6^{d} par 39, vous preniez la moitié du produit par 1^{s}.

De-là vous passiez à la multiplication de 5^{p} par le prix de la toise, et considérant 5 comme composé de 3 et de 2, vous preniez la moitié du prix de la toise pour 3, et le tiers pour 2. Observant enfin que les 4 pouces qui vous restoient, valoient $\frac{1}{6}$ de 2 pieds, vous preniez le $\frac{1}{6}$ du produit que vous veniez d'avoir pour les deux pieds, après quoi vous formiez la somme de tous les produits partiels, pour avoir le produit total.

L'opération eût été plus composée, si vous aviez eu des lignes au multiplicateur, et le nombre des produits partiels pouvoit s'accroître encore par des variations dans le nombre des pouces, et dans celui des sous ou des deniers.

122. Comparez avec toute cette complication la simplicité de l'opération suivante, faite à l'aide de la nouvelle méthode.

Exemple.

On demande ce que coûtent 52,35 mt. de maçonnerie, à raison de. . . . . . 34,42 lv. par metre.

$$
\begin{array}{r}
52{,}35 \\
34{,}42 \\
\hline
10470 \\
20940 \\
20940 \\
15705 \\
\hline
1801{,}8870
\end{array}
$$

Produit. . . . . . 1801,8870. lv.

Vous faites la multiplication à l'ordinaire, sans avoir égard aux virgules; et dans le produit vous séparez autant de chiffres vers la droite, au moyen de la virgule et de l'indicateur de la livre, qu'il y a de décimales au multiplicande et au multiplicateur.

Autre exemple.

Combien coûtent 2,112 mt.
à raison de . . . . . 0,42 lv. le metre?

$$
\begin{array}{r}
4224 \\
8448 \\
\hline
0{,}88704
\end{array}
$$

lv. 0,88704.

Dans cet exemple le produit n'ayant que cinq chiffres significatifs, et devant avoir cinq décimales, d'après la regle, vous faites précéder le premier chiffre par un zéro, avec l'interposition de la virgule.

4°. *Multiplication des Livres, Décimes et Centimes, par des nombres qui représentent des poids.*

123. L'opération que nous choisissons ici, comme un exemple de la méthode de calcul relative aux anciens poids, exige plus de travail que les opérations ordinaires de ce genre, parce que nous y portons la précision jusqu'aux grains; et même il seroit possible de la compliquer encore davantage, soit en employant des fractions de grain, soit en faisant varier les nombres qui représentent les autres divisions de la livre, ainsi que ceux qui expriment des sous et des deniers. Au reste, notre but est de faire remarquer qu'à quelque degré que s'éleve la difficulté de ces sortes d'opérations, celles qui leur sont analogues dans le nouveau systême, conservent toute la simplicité

de l'arithmétique élémentaire, et peuvent même conduire, par une marche toujours également facile, à des résultats qui ne seroient qu'hypothétiques par leur extrême précision.

Soit donc proposé d'abord de résoudre la question suivante :

Combien coûteroient 41 liv. 6 onces 5 gros 24 gr. d'une certaine marchandise, à raison de 19 liv. 18 s. 9 d. la liv.

369		
41		
20	10 s	
8	4	
8	4	
1	0	6 d
	10	3
4	19	$8\frac{1}{4}$
2	9	$10\frac{1}{8}$
	12	$5\frac{17}{32}$
	3	$1\frac{49}{128}$
	1	$0\frac{1}{3}$ et $\frac{49}{384}$
Produit. . . . . 825 liv.	14 s	10 d $\frac{3}{4}$

Après avoir multiplié 19 liv. par 41, vous partagiez 18^s en 10^s et 2 fois 4^s, et vous preniez pour les 10^s la moitié de 41, et pour les 4^s, le 5.^{e} du même nombre, que vous répétiez au-dessous de lui-même. Vous décomposiez ensuite 9^d en 6^d et 3^d; et comme 6^d sont le $\frac{1}{8}$ de 4^s, vous preniez pour ces 6^d, la 8.^{e} partie du produit que vous avoient donné les 4^s; et pour les 3^d, vous preniez la moitié du produit relatif aux 6 ^{d}.

De-là vous passiez aux 6 onces, que vous partagiez en 4 onces et 2 onces; et remarquant que 4 onces valent le $\frac{1}{4}$ de la livre, vous preniez pour ces 4 onces le $\frac{1}{4}$ de 19 $^{liv.}$ 18^s 9^d; et pour les 2 onces, la moitié de ce dernier produit. Vous partagiez ensuite les 5 gros en 4 gros et 1 gros; et comme 4 gros valent $\frac{1}{8}$ de 2 onces, vous preniez pour ces 4 gros, la 8.^{e} partie du produit précédent; et pour le gros qui restoit, le $\frac{1}{4}$ de ce que vous avoient donné 4 gros. Enfin, observant que 24 grains valent $\frac{1}{3}$ d'un gros, vous preniez pour ces 24 grains, le tiers du produit que vous veniez d'avoir pour un gros. Après quoi il falloit faire l'addition des fractions, dont la somme est 1^d $\frac{3}{4}$; et à ce terme vous n'aviez plus qu'une addition ordinaire, dont le résultat vous donnoit le produit total.

On pouvoit varier la méthode de faire ces sortes d'opérations, suivant les différentes manieres dont on décomposoit les parties fractionnaires des deux facteurs. Il falloit de l'habitude pour saisir l'espece de décomposition la plus simple, et éviter les faux produits, en profitant des produits réels déjà obtenus relativement aux quantités d'un ordre supérieur, pour prendre sur ces produits une partie proportionnelle à ce qu'on cherchoit.

124. Donnons maintenant un exemple d'une opération du même genre prise dans le nouveau systême.

Exemple.

On demande ce que coûtent $\overset{\text{gv.}}{9,3456}$,

à raison de .... $\overset{\text{lv.}}{27,63}$ par grave.

```
      280368
     560736
    654192
   186912
   lv.
Produit. . . . . .  258,218928.
```

Vous multipliez à l'ordinaire, sans faire attention aux virgules; et dans le produit, vous séparez autant de chiffres sur la droite, à l'aide de la virgule et du mot indicateur, qu'il y a de décimales au multiplicande et au multiplicateur, c'est-à-dire que dans le cas présent vous en séparez six.

Comme le produit exprime des divisions de la livre fort inférieures à celles qui entrent dans le système monétaire, s'il n'y a aucune raison particuliere de conserver ces divisions, on pourra se borner à deux décimales, en augmentant la seconde d'une unité (120), parce que la suivante surpasse 5, et ainsi le produit sera $\overset{\text{lv.}}{258{,}22}$.

AUTRE EXEMPLE.

Combien coûteront $\overset{\text{gv.}}{0{,}025}$
à raison de....... $\overset{\text{lv.}}{3{,}4}$ par grave?

$$\begin{array}{r} 100 \\ 75 \\ \hline \end{array}$$

Produit..... $\overset{\text{lv.}}{0{,}0850}$

Comme l'on n'avoit d'abord au produit que les trois chiffres 850, tandis qu'il faut à ce produit 4 décimales, d'après la regle, on ajoute d'abord un zéro avant le 8, en le faisant précéder de la virgule, puis un second du même côté, pour exprimer qu'il n'y a point d'unités de livre. On peut ensuite supprimer le dernier zéro du produit (93), en écrivant simplement $\overset{lv.}{0,085}$.

Autre exemple.

Combien coûtent $35^{br.}7^{d.br.}4^{c.br.}9^{gv.}$ ou $\overset{br.}{35,749}$ à raison de.... $\overset{lv.}{85},\overset{dm.}{0}\ \overset{cm.}{5}$ ou de $\overset{lv.}{85,05}$ par bar?

$$\begin{array}{r} 178745 \\ 1787450 \\ 285992 \\ \hline \overset{lv.}{3040,45245} \end{array}$$

Ou plus simplement, $\overset{lv.}{3540,45}$. *Voyez* (120).

5.° *Usages de la Multiplication, relatifs à la mesure des surfaces.*

125. La méthode que l'on employoit pour évaluer les surfaces en toises carrées et en

parties de la toise carrée, consistoit à diviser et à sousdiviser la toise carrée, qui dans ce cas prenoit le nom de toise-toise, en rectangles qui avoient tous une toise de hauteur, et dont les largeurs étoient égales successivement à un pied, un pouce, une ligne, un point, c'est-à-dire $\frac{1}{12}$ de ligne, etc. On appeloit en conséquence ces sousdivisions toises-pieds, toises - pouces, toises - lignes, toises - points, etc. Pour mesurer, d'après cette méthode, un rectangle dont la base et la hauteur étoient sousdivisées chacune en un certain nombre de toises, de pieds, de pouces, etc., on choisissoit à volonté pour multiplicande, l'une de ces deux dimensions, par exemple la base; et en multipliant la somme des divisions de cette base par la somme des divisions de la hauteur, on avoit un produit dont les différentes parties exprimoient des toises-toises, ou des toises-pieds, ou des toises-pouces, etc., suivant qu'elles provenoient de la multiplication des toises, des pieds, des pouces, etc., du multiplicande par le multiplicateur.

126. Voici un exemple de cette maniere d'opérer.

On demande à combien de toises carrées, de toises-pieds, de toises-pouces, etc., est égale la surface d'un rectangle dans lequel la base est de 25 toises 3 pieds 5 pouces,

ou . . . . $25^{T.}$ $3^{P.}$ $5^{p.}$

et la hauteur de 33 toises,

4 pieds 6 pouces, ou $33^{T.}$ $4^{P.}$ $6^{p.}$

75			
75			
16	3		
1	5		
	2	9	
8	3	1	8
8	3	1	8
2	0	9	5
$862^{TT.}$	$5^{TP.}$	$9^{Tp.}$	$9^{Tl.}$

Pour faire cette opération, ayant d'abord multiplié $25^{T.}$ par 33, vous preniez pour les $3^{P.}$ du multiplicande la moitié de la somme 33 des unités du multiplicateur; puis pour les 5 pouces suivans que vous décomposiez en $4^{p.}$ et $1^{p.}$, d'abord $\frac{1}{9}$ de ce que vous aviez eu pour $3^{P.}$ et ensuite $\frac{1}{4}$ de ce dernier produit. Passant de-là aux $4^{P.}$ du multiplicateur, que vous décomposiez en deux fois deux pieds, vous preniez le tiers de $25^{T}\ 3^{P}\ 5^{P}$ que vous répétiez au-dessous de lui-même. Enfin pour les six pouces qui restoient dans le multiplicateur, vous preniez un $\frac{1}{8}$ de ce que vous aviez eu pour 4 pieds. Vous additioniez tous les produits partiels, comme s'ils n'eussent exprimé que des toises, des pieds, des pouces, etc. linéaires; mais dans le produit vous écriviez TT, c'est-à-dire toise-toise, au lieu de T; TP, c'est-à-dire toise-pied, au lieu de P; TP au lieu de P, etc.

127. La méthode destinée à remplacer la précédente dans le nouveau systême, consiste à mettre le produit des deux dimensions du rectangle que l'on veut mesurer, sous une forme qui représente des metres carrés et des parties décimales de metre carré. Donnons d'abord une idée de ces parties décimales.

Soit *abcd* (*fig.* 2.) un metre carré. Divisons deux de ces côtés opposés, tels que *ab*, *cd*, chacun en dix parties égales, et par les points de divisions, menons d'un côté à l'autre les lignes *ng*, *op*, *rs*, etc. Il est évident que chaque rectangle étroit *angd*, *nopg*, etc., compris entre deux lignes voisines, sera un dixieme de metre carré.

Si nous continuons la division d'après le même rapport, en sousdivisant chaque petit côté *an*, *dg*, *on*, *pg*, etc., en dix parties égales, et en faisant passer de nouvelles lignes par les points de division, chaque rectangle égal à un dixieme de metre carré se trouvera sousdivisé en 10 autres rectangles plus étroits, dont chacun sera un centieme de metre carré; et en poussant plus loin la division, toujours d'après le même rapport, nous aurons de nouveaux rectangles toujours dix fois plus étroits et en même temps dix fois plus petits, qui seront successivement des milliemes, des dixmilliemes, etc. de metre carré.

128. On peut supposer que les petits rectangles égaux aux parties décimales du metre carré aient des dimensions différentes de celles que nous leur attribuons ici, de maniere que la surface reste la même. Par exemple, si au lieu du rectangle *angd*, on en conçoit un autre *alph* (*fig.* 3.) dont le côté *ah* soit la

moitié de *ad* (*fig.* 2.), et le côté *al* (*fig.* 3.) au contraire double de *an* (*fig.* 2.), il est évident, d'après la seule inspection des deux figures, que la surface de ce second rectangle sera un dixieme de metre carré, comme celle du premier. Effectivement le côté *al* (*fig.* 3.) étant égal à deux décimetres, ou $\overset{\text{mt}}{0,2}$, et le côté *ah* à $5^{\text{décimetres}}$ ou $\overset{\text{mt.}}{0,5}$, si l'on multiplie $\overset{\text{mt.}}{0,2}$ par la fraction 0,5, on aura pour produit $\overset{\text{mt.q.}}{0,10}$, ou $\overset{\text{mt.q.}}{0,1}$.

129. Parmi les mêmes parties décimales du metre carré, il y en a plusieurs qui peuvent être aussi ramenées à la figure d'un carré, dont le côté seroit égal à l'une des divisions du metre linéaire, telles que le décimetre, le centimetre, etc. Pour concevoir que cela doit être, supposons chaque côté du metre carré sousdivisé en 10 décimetres. Le produit de ce nombre 10 par lui-même fera connoître que le metre carré renferme cent petits carrés, dont chacun auroit un décimetre pour côté. Par conséquent, le rectangle qui est égal à un centieme de metre carré, est aussi égal au dé-

cimetre carré. On trouvera de même que le rectangle qui donne un dixmillieme de metre carré, est égal au centimetre carré; que celui qui donne un millionieme de metre carré est égal au millimetre carré, etc.

130. Il résulte de ce qui vient d'être dit, qu'il faut bien se garder de confondre, par exemple, 5 dixiemes de metre carré avec cinq décimetres carrés, ou bien avec un carré dont le côté seroit égal à cinq décimetres.

Pour mieux saisir la différence, concevons que le rectangle *mnpr* (*fig.* 5.) égal à $\frac{1}{10}$ de metre carré, soit adjacent à quatre autres rectangles égaux, de maniere que l'ensemble *mhor* forme $\frac{5}{10}$ de metre carré. Le rectangle *mnpr* ayant pour base *pr* un décimetre, et pour hauteur *mr* une ligne égale à 10 décimetres, on voit que sa surface équivaut à 10 décimetres carrés ; et par conséquent $\frac{5}{10}$ de metre carré sont égaux à 5 fois 10 décimetres carrés, ou à cinquante décimetres carrés, quantité dix fois plus grande que 5 décimetres carrés, qui sont la valeur du petit rectangle *rszp*.

D'une autre part, si l'on considere le carré *stor*, qui a pour côté la ligne *rs* égale à cinq décimetres, il est évident que la surface de ce carré est cemposée de 25 décimetres carrés, et par conséquent elle ne vaut que la moitié de $\frac{5}{10}$ de metre carré.

131. Proposons-nous d'abord la question suivante :

Exemple.

Trouver la surface d'un rectangle dont la

base égale . . .	$4^{\text{metres}}\ 2^{\text{décimetres}}$	, ou	mt. 4,2
et la hauteur . .	$5^{\text{metres}}\ 3^{\text{décimetres}}$	, ou	mt. 5,3
			126
			210
Surface.			mt. q. 22,26

Pour parvenir à ce résultat, vous multipliez d'abord à l'ordinaire, sans faire attention aux virgules; et dans le produit qui exprime la surface, vous séparez vers la droite autant de décimales, à l'aide de la virgule et de l'indication du metre carré, qu'il y en a au multiplicande et au multiplicateur, c'est-à-dire, que dans le cas présent vous en séparez deux.

Pour

Pour rendre ce résultat sensible, concevons que *apoz* (*fig.* 4.) représente le rectangle dont il s'agit. Divisons la base *op* en quatre metres, *om*, *mk*, *kl*, *ls*, et le reste *sp* en deux décimetres *sn*, *np*. Divisons d'une autre part la hauteur *ap* en cinq metres, depuis *a* jusqu'en *h*, et le reste *hp* en 3 décimetres ; puis par tous les points de division faisons passer des lignes droites. Nous pourrons considérer le rectangle comme composé de 4 autres rectangles plus petits ; savoir *crtz*, *acrh*, *tosr*, et *hrsp*.

Le premier rectangle *crtz* ayant sa base *rt* de 4 metres et sa hauteur *cr* de 5 metres, sa surface sera égale à 5 fois 4 metres carrés, ou à $\overset{\text{mt.q.}}{20}$. Le second rectangle *acrh* ayant sa base *ah* de 5 metres, et sa hauteur *hr* de 2 dixiemes de metre, sa surface sera 2 dixiemes de 5 metres carrés, ou $\overset{\text{mt.q.}}{5}$ multipliés par 0,2, ce qui donne pour produit $\overset{\text{mt.q.}}{1}$. Le troisieme rectangle *tosr* ayant sa base *os* de 4 metres, et sa hauteur *ot* de 3 dixiemes de metre, sa surface sera trois dixiemes de 4 metres carrés, ou $\overset{\text{mt.q.}}{4}$ multipliés par 0,3, ce qui donne $1,2^{\text{mt.q.}}$. Enfin le quatrieme rectangle *hrsp* ayant sa base *ps* de 2 dixiemes de metre, et sa hauteur *ph* de 3 dixiemes de metre, sa surface sera $0,2^{\text{mt.q.}}$ multiplié par 0,3, ce qui donne $0,06^{\text{mt.q.}}$.

Additionons les quatre valeurs que nous venons de trouver.

$$
\begin{array}{r}
20^{\text{mt.q.}} \\
1 \\
1,2 \\
0,06 \\
\hline
\end{array}
$$

Total . . . . $22,26^{\text{mt.q.}}$, comme ci-dessus.

132. On peut remarquer que les six centiemes de metre carré qu'exprime la derniere décimale du produit, considérés dans le petit rectangle *hrsp*, se présentent sous la figure de 6 décimetres carrés, qui en sont l'équivalent, d'après ce qui a été dit plus haut (129). Nous avons cru ce développement utile pour mieux faire concevoir la maniere dont les différentes portions d'un rectangle concourent, par leur assortiment, à produire la somme de metres carrés et de parties décimales du metre carré qu'exprime le produit.

AUTRE EEXMPLE.

Proposons-nous pour second exemple l'évaluation de la surface d'un rectangle,

mt.
Dont la base est égale à . . 21,34
mt.
et la hauteur à 7,25

10670
4268
14938

mt.q.
Produit 154,7150

AUTRE EXEMPLE.

Concevons, en troisieme lieu, que chacune des deux dimensions du rectangle dont on cherche la surface, soit plus petite que le metre, en sorte que

mt.
L'une égale 0,113
mt.
et l'autre 0,64

452
678

mt.
Produit 0,07232

Ici le nombre des chiffres significatifs trouvés au produit, étant inférieur d'une unité au nombre 5 des décimales que doit avoir ce produit, il a fallu placer un zéro entre le 7 et la virgule, puis un second avant la virgule, pour exprimer qu'il n'y a point d'unités de metre carré

133. Supposons maintenant que l'on voulût avoir la surface du même rectangle évaluée en décimetres carrés, et en parties décimales du décimetre carré. Dans ce cas, on poseroit l'opération comme il suit.

	d.mt.
	1,13
	d.mt.
	6,4
	452
	678
	d.mt.q.
produit . .	7,232

6.° Usage de la Multiplication pour la mesure des solidités.

134. L'analogie qui existe entre la maniere de mesurer les surfaces, et celle de mesurer

les solides, rend cette derniere facile à concevoir, lorsque l'autre a été bien saisie; car le solide n'étant autre chose qu'un corps étendu en longueur, largeur et profondeur, la considération de cette espece de corps renferme tout ce qui a rapport aux surfaces, qui sont des espaces étendus en longueur et largeur, en ajoutant une nouvelle dimension, qui est la hauteur.

135. Dans la méthode dont on faisoit usage pour évaluer les solidités en toises-cubes et en parties de la toise-cube, on concevoit la toise-cube comme étant divisée et sousdivisée en parallélipipedes rectangles, dont deux faces opposées que l'on prenoit pour base, étoient toujours des toises carrées, et dont les hauteurs étoient successivement égales à un pied, à un pouce, à une ligne, à un point ou $\frac{1}{12}$ de ligne, etc.; on donnoit en conséquence à ces différens parallélipipedes les noms de toise-toise-pied, toise-toise-pouce, toise-toise-ligne, toise-toise-point, etc. Pour évaluer la solidité d'un parallélipipede rectangle, on choisissoit à volonté l'une des faces que l'on

considéroit comme base, et l'on cherchoit d'abord la surface de cette base, exprimée en toises-toises, toises-pieds, toises-pouces, etc., d'après la méthode qui a été exposée plus haut (129). On multiplioit ensuite le produit par la somme des divisions de la hauteur du parallélipipede, et l'on avoit un produit final, dont les différentes parties exprimoient des toises-cubes, des toises-toises-pieds, des toises-toises-pouces, etc., suivant qu'elles provenoient de la multiplication des toises carrées, ou des toises-pieds, ou des toises-pouces, etc. du premier produit, par les parties de la hauteur qui représentoient des toises simples, ou des pieds, ou des pouces, etc. On sait combien cette nécessité de reprendre l'une après l'autre toutes les quantités fractionnaires du premier produit, qui avoit déjà exigé beaucoup de travail, pour arriver au produit final, en repassant par les mêmes difficultés, rendoit les opérations longues et fastidieuses. Nous nous bornerons à exposer le tableau d'une de ces opérations.

136. On demande la solidité d'un paral-

lélipipede rectangle, dont un des côtés de la base est

de	$3^{T.}$	$5^{P.}$	$4^{p.}$		
l'autre côté de .	5	2	6		
	$15^{TT.}$	$0^{TP.}$	$0^{Tp.}$	$0^{Tl.}$	
	2	3			
	1	4			
	0	1	8		
	1	1	9	4	
	0	1	11	4	
Ce qui donne pour la surface de la base,	$21^{TT.}$	$0^{TP.}$	$4^{Tp.}$	$8^{Tl.}$	
et la hauteur de . .	$4^{T.}$	$3^{P.}$	$9^{p.}$		
	$84^{TTT.}$	$0^{TTP.}$	$0^{TTp.}$	$0^{TTl.}$	$0^{TTp.}$
	0	1	4		
	0	0	2	8	
	10	3	2	4	
	1	4	6	4	8
		5	3	2	4
Ce qui donne pour la solidité	$97^{TTT.}$	$2^{TTP.}$	$6^{TTp.}$	$7^{TTl.}$	

137. Pour appliquer la nouvelle méthode

aux questions de ce genre, on considere le metre cubique comme sousdivisé en dixiemes, en centiemes, en milliemes, etc, d'une maniere analogue à celle qui a lieu pour les sousdivisions du metre carré (127), et le produit qui donne la solidité représente des metres cubiques, avec des parties décimales du metre cubique.

Soit *fmcd* (*fig.* 6.) un metre cubique. Supposons que la base *abcd* soit divisée en dix dixiemes de metre carré, comme on le voit (*fig.* 2.), et que le rectangle *adgn* (*fig.* 6.) représente un de ces dixiemes. Si nous faisons passer par la ligne *gn* un plan *gnlu*, qui soit parallele au carré *dafh*, ce plan interceptera un parallélipipede, dont deux faces opposées *gnlu*, *dafh*, que nous pouvons prendre pour bases, seront des carrés, et la hauteur *dg* un décimetre; et il est évident que ce parallélipipede sera égal à $\frac{1}{10}$ de metre cubique.

Si nous poursuivons la division de la base suivant le même rapport, en sousdivisant chaque dixieme de metre carré, tel que *adgn*, en dix parties, qui seront des centiemes de metre carré ; et si par les lignes de division, nous faisons passer de nouveaux plans toujours paralleles au carré *dafh*, chaque tranche égale à $\frac{1}{10}$ de metre cubique, se trouvera sousdivisée en dix autres tranches, dont chacune sera $\frac{1}{100}$ de metre cubique ; et en poussant plus loin la division, toujours d'après le même rapport, on aura de nouvelles tranches toujours dix fois plus petites, qui seront successivement des milliemes, des dixmilliemes, etc. de metre cubique. Toutes ces tranches auront deux de leurs faces opposées égales à un metre carré, et leurs épaisseurs seront successivement égales à un décimetre, à un centimetre, à un millimetre, etc.

138. Il suit de-là que si l'on suppose un parallélipipede rectangle, dont la base soit le rectangle *apoz* (*fig.* 4.), et dont la hauteur soit égale au metre, on aura la solidité de ce parallélipipede, en multipliant le nombre 22,26 qui nous a donné l'expression de la base (129), par l'unité qui représente la hauteur, et ainsi la solidité sera $\overset{\text{mt.c.}}{22,26}$,

ou 22 metres cubiques 2 dixiemes et 6 centiemes de metre cubique. On pourra appliquer à l'assortiment des metres cubiques et des portions du metre cubique, dont le parallélipipede est l'assemblage, ce que nous avons dit (131) des metres carrés et des parties décimales de metre carré qui composent la base rectangle du solide, et concevoir comment de toutes ces parties le calcul forme des sommes qui, en passant dans le produit, se trouvent réduites à leur plus simple expression.

139. Observons aussi que parmi les parties décimales du metre cubique, plusieurs sont susceptibles d'être ramenées à la forme d'un cube qui auroit pour côté l'une des parties décimales du metre linéaire. Car si l'on suppose chaque côté du metre cubique sousdivisé en dix décimetres, on trouvera, en multipliant le nombre 10 deux fois par lui-même, que le metre cubique est composé de mille décimetres cubiques, et par conséquent le parallélipipede égal à un millieme de metre cubique, et en

même temps égal au décimetre cubique. On trouvera, par un calcul analogue, que le parallélipipede égal à un millionieme de metre cubique, est aussi égal au centimetre cubique.

140. On voit par-là que l'on doit bien se garder de confondre, par exemple, cette expression $\overset{\text{mt.c.}}{0,3}$, c'est-à-dire, trois dixiemes de metre cubique, avec celle-ci $3^{\text{d.mt.c.}}$, c'est-à-dire, trois décimetres cubiques, qui ne valent que trois milliemes de metre cubique. Il y a encore une grande différence entre trois décimetres cubiques et un cube dont le côté seroit égal à trois décimetres. Car en multipliant le nombre 3 deux fois par lui-même, on auroit pour la solidité de ce cube 27 décimetres cubiques, quantité neuf fois plus grande que 3 décimetres cubiques.

141. Donnons encore un exemple de l'évaluation des solidités dans le nouveau systême.

Exemple.

On a mesuré les trois dimensions d'un

massif de maçonnerie dont on veut connoître la solidité.

L'un des côtés de la base est de . .	mt. 4,35
L'autre côté est de	mt. 2,17
	3045
	435
	870
Ce qui donne pour la surface de la base	mt. 94,395
La hauteur est de	mt. 3,28
	755160
	188790
	283185
Ce qui donne pour la solidité . . .	mt.c. 309,61560
Ou plus simplement	mt.c. 309,616 ,

en se bornant aux milliemes de metre cubique . . . . (120).

On voit par-là qu'au moyen de la nouvelle méthode, tout se réduit à deux multiplications ordinaires.

7.° *Méthode pour abréger dans certains cas la multiplication.*

142. Dans les multiplications où les deux

facteurs sont composés d'un nombre entier avec des décimales, on peut distinguer trois sortes de produits partiels d'un chiffre par l'autre, suivant que ces chiffres sont tous deux des nombres entiers, ou que l'un est un nombre entier et l'autre une décimale, ou enfin que tous les deux sont des décimales.

143. Dans le premier cas où les deux chiffres sont des nombres entiers, il est évident que le produit est toujours lui-même un nombre entier.

144. Lorsque l'un des deux chiffres est un nombre entier et l'autre une décimale, le produit est toujours du même ordre que la décimale, c'est-à-dire, que si cette décimale exprime des centiemes, le produit ramené aux unités de la plus petite espece, exprimera pareillement des centiemes. Par exemple, en multipliant 9 centiemes par 3, on aura au produit 27 centiemes.

145. Mais si les deux chiffres sont l'un et l'autre des décimales, alors le produit ramené aux unités de la plus petite espece sera d'un ordre inférieur à celui de l'une et l'autre

des décimales qui ont donné ce produit. Par exemple, si l'on multiplie des dixiemes par des dixiemes, le produit exprimera des centiemes. Si l'une des décimales représente des centiemes et l'autre des milliemes, le produit sera composé de centmilliemes.

146. Il suit de-là qu'en multipliant l'un par l'autre deux facteurs, dont les dernieres décimales expriment déjà de très-petites sous-divisions de l'unité principale, on a un produit total dont la précisiou peut excéder de beaucoup celle qui suffit à l'objet qu'on se propose; en sorte que les dernieres décimales doivent être négligées comme superflues. Nous avons déjà indiqué (120) la suppression de ces décimales, avec la condition d'augmenter d'une unité la derniere des décimales conservées, lorsque la premiere de celles que l'on supprime est 5, ou un nombre supérieur à 5. Mais nous supposions en même temps que la multiplication eût été faite en entier, et il peut être utile, sur-tout lorsqu'il y a beaucoup de décimales au multiplicande et au multiplicateur, d'avoir une méthode abrégée qui limite le produit au nombre de décimales

qu'on desire. Voici de quelle maniere on peut s'y prendre dans ces sortes de cas.

147. Soit proposé de multiplier 35,74965 par 28,7389. Si l'on faisoit l'opération en entier, on auroit pour produit le nombre 1027,405616385, qui a neuf décimales. Supposons que l'on ne veuille pousser l'approximation que jusqu'à trois décimales. Pour plus grande sûreté, on prendra encore deux décimales par surcroît, et ainsi nous conviendrons de donner cinq décimales au produit, sauf ensuite à négliger les deux dernieres.

$$
\begin{array}{lr}
 & \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot \\
 & 35,74965 \\
 & 28,7389 \\
\hline
 & 3213 \\
 & 28592 \\
 & 107247 \\
 & 2502472 \\
 & 28599720 \\
 & 7149930 \\
\hline
\text{Produit . . .} & 1027,40544 \\
\hline
\end{array}
$$

J'écris d'abord le multiplicande et le

multiplicateur l'un au-dessous de l'autre, à l'ordinaire. Considérant ensuite que la précision donnée par cinq décimales est celle des centmilliemes, et que la derniere décimale 9 du multiplicateur exprime des dixmilliemes, qui n'ont besoin que d'être multipliés par des dixiemes pour produire des centmilliemes; j'en conclus que pour borner le produit à ce degré de précision, je dois commencer l'opération, en multipliant par la derniere décimale 9 du multiplicateur, la premiere décimale 7 du multiplicande qui exprime des dixiemes. Je mets un point sur cette décimale, puis je la multiplie par 9, comme il vient d'être dit, et j'écris le second chiffre 3 du produit sous le dernier chiffre du multiplicateur. Je continue de multiplier de droite à gauche, comme si le multiplicande n'étoit composé que d'un nombre 357.

Je passe à la décimale précédente 8 du multiplicateur, et faisant attention que cette décimale exprime des milliemes qui, multipliés par des centiemes, donneront encore des centmilliemes, je vois que je dois prendre au multiplicande la seconde décimale 4 qui exprime

exprime des centiemes. Je marque aussi cette décimale d'un point, et j'opere comme si le multiplicande étoit composé du nombre 3574, en faisant correspondre pareillement le dernier chiffre 2 de ce nouveau produit avec le dernier chiffre 4 du produit précédent.

Je poursuis l'opération de la même maniere, en prenant un chiffre de plus au multiplicande, à mesure que je change de chiffre dans le multiplicateur, et en plaçant sur la même colonne tous les chiffres qui terminent les produits. Je multiplie ainsi successivement les milliemes du multiplicande par les centiemes du multiplicateur, les dixmilliemes par les dixiemes, et les centmilliemes par les unités, ce qui donne dans tous les cas un produit dont la plus petite unité est un centmillieme.

Lorsque j'ai ainsi épuisé tous les chiffres du multiplicande, je vois qu'il reste au multiplicateur un chiffre qui n'a point encore servi, savoir le premier chiffre 2 qui exprime des dixaines. Alors je recule d'un rang vers la gauche le produit du multiplicande par ce chiffre, et je vois que cela doit être ainsi, puisque le dernier chiffre du multiplicande exprimant des centmilliemes, son produit par les dixaines 2 du multiplicateur donnera des dixmilliemes, qui sont des unités d'un ordre immédiatement supérieur à celles des autres produits.

Ayant additioné tous les produits partiels, je sépare dans le produit total qui en résulte, cinq chiffres vers la droite, au moyen de la virgule. J'efface ensuite les deux dernieres décimales, et j'ai pour le produit cherché 1027,405, qui s'accorde avec la partie correspondante du produit obtenu par la division faite en entier.

L'exposé que nous venons de faire de cette maniere d'opérer, en renferme la démonstration, puisqu'il est visible que par ce moyen tous les facteurs susceptibles de donner des centmilliemes au produit de l'opération faite en entier, sont employés, et qu'on ne rejete que ceux qui donneroient des quantités plus petites qu'un centmillieme.

Quant aux décimales de surcroît que l'on supprime ensuite pour n'avoir que la précision des milliemes, elles servent à prévenir les erreurs qu'occasionneroit, dans les colonnes qui répondent aux trois décimales conservées, l'omission des unités d'un ordre supérieur que l'on retient pour les porter à la colonne précédente, lorsque l'on additione les produits partiels.

148. On peut déduire de ce que nous avons dit, les regles suivantes relatives à toutes les opérations de ce genre. Ayant écrit les deux facteurs l'un sous l'autre, cherchez combien de décimales auroit le produit, si l'opération étoit faite en entier. Ici, par exemple, il en auroit neuf. Comptez 9 sur le dernier chiffre 5 du multiplicande, 8 sur le précédent, et ainsi de suite en rétrogradant, et en diminuant toujours d'une unité, jusqu'à ce que vous soyez arrivé à un nombre égal à celui des décimales que vous voulez avoir au produit de l'opération abrégée. Dans le cas présent, ce nombre est 5, et il répond à la premiere décimale 7 du multiplicande. Vous en conclurez que la multiplication par le dernier chiffre du multiplicateur, doit commencer à ce 7. Multipliez ensuite à l'ordinaire, en allant de droite à gauche, et en prenant un chiffre de plus à droite dans le multiplicande, à mesure que vous

changez de chiffre au multiplicateur. Faites correspondre tous les derniers chiffres des produits partiels sur une même colonne, et si après que vous aurez employé tous les chiffres du multiplicande, il en reste au multiplicateur qui n'aient pas encore servi, vous continuerez l'opération, en reculant les produits partiels d'un rang vers la gauche, comme dans le cas ordinaire.

Si la premiere décimale de surcroît est 5, ou surpasse 5, on augmentera d'une unité la derniere des décimales conservées (120). Le produit en est ordinairement plus exact.

149. Si l'on ne prenoit qu'une décimale de surcroît, on auroit, dans nombre de cas, une précision égale à celle que l'on obtient à l'aide de deux décimales de surcroît. Mais dans d'autres cas, le produit borné aux décimales conservées seroit en erreur d'une ou deux unités de la derniere de ces décimales. Le choix d'une ou deux décimales de surcroît dépendra de l'influence que pourroit avoir la petite erreur dont nous venons de parler.

150. Lorsque le nombre des décimales du

multiplicande surpasse de beaucoup celui des décimales du multiplicateur, il est possible que quelques-uns des derniers chiffres du multiplicande restent de côté sans être employés, comme dans l'exemple suivant.

On propose de multiplier	43,625987	
par....	28,635	avec la précision des centiemes.
	2180	
	13086	
	261750	
	3490072	
	8725196	
	1249,2284 ou 1249,23	

En prenant même deux décimales de surcroît; ce qui fait quatre en tout, on trouve qu'après avoir employé tous les chiffres du multiplicateur, il reste au multiplicande un dernier chiffre 7 qui est sans usage. On regarde ce chiffre comme nul, relativement au résultat cherché.

V. De la division.

151. De toutes les opérations de l'arithmétique, la division est celle qui devra le plus

à l'adoption du rapport décimal dans le système des nouvelles mesures. Les avantages de ce rapport sont d'abord sensibles, même dans les divisions des nombres simples, qui ne peuvent se faire exactement, en ce qu'il obvie à l'inconvénient qui résulte des restes fractionnaires que laissent ces divisions. Mais de plus on sait que quand le dividende et le diviseur étoient l'un et l'autre un nombre complexe, on ne pouvoit se dispenser de faire des réductions des unités principales à leurs plus petites especes, en sorte que l'opération compliquée de toutes ces opérations partielles ne conduisoit que lentement et d'une maniere pénible au résultat final; et comme on pouvoit craindre qu'il ne fût échappé quelqu'inadvertance qui eût rendu ce résultat fautif, on n'avoit d'autre moyen pour le vérifier, qu'une opération souvent encore plus longue et plus embarrassante.

On verra combien la méthode fondée sur le rapport décimal gagne encore ici à la comparaison. Mais nous allons auparavant établir un ou deux principes qui offriront de nouvelles facilités pour les opérations.

152. Supposons que l'on ait $\overset{\text{lv.}}{3}{,}245$ à diviser par 5,42, cette derniere quantité pouvant exprimer indifféremment des metres, des graves, ou tout ce qu'on voudra. Si l'on recule dans l'un et l'autre nombre la virgule de deux rangs vers la droite, on la fera disparoître du diviseur, c'est-à-dire, que les deux nombres deviendront $32\overset{\text{lv.}}{4}{,}5$ et 542; et de plus, comme on n'a fait autre chose, par ce déplacement de la virgule (91), que multiplier chaque nombre par cent, il est clair que le rapport entre ces nombres ne sera point changé; en sorte que l'on aura toujours le même quotient, puisque le premier nombre contient encore le second autant de fois que sa centieme partie contenoit celle du second.

Nous adopterons dans la suite cette maniere de poser une division, en faisant disparoître la virgule du diviseur.

153. Mais il peut arriver qu'il y ait moins de décimales au dividende qu'au diviseur; par exemple, que l'on ait $117\overset{\text{lv.}}{9}{,}5$ à diviser par 3,37. Dans ce cas, on ajoutera à la

suite du dividende autant de zéros qu'il sera nécessaire pour qu'il ait le même nombre de décimales que le diviseur, c'est-à-dire, que dans le cas présent on prendra pour dividende 1179,50 lv., ce qui permet de supprimer ensuite la virgule dans l'un et l'autre. Ainsi on opérera comme si l'on avoit à diviser 117950 par 337. En général, on fera toujours en sorte que le diviseur soit sans décimales, parce que l'opération en est plus simple.

1.° *Division d'un nombre d'unités de livres par un nombre composé d'unités quelconques.*

154. Vous aviez à diviser une somme de 391 liv. par 21, opération qui peut s'appliquer à différentes questions particulieres, telles que les suivantes :

Combien une somme de 391 liv. à dépenser en 21 jours par parties égales, donnera-t-elle pour la dépense de chaque jour ?

Ou 21 aunes ayant coûté 391 liv., à combien revient l'aune ?

Ou combien aura-t-on d'aunes pour 391 l., à raison de 21 liv. par aune ? etc.

Pour résoudre la question, vous faisiez d'abord l'opération suivante.

$$\begin{array}{r|l} 391 & 21 \\ \hline 181 & 18 \\ 13 & \end{array}$$

Le résultat fait connoître que 391 liv. à dépenser, par exemple en 21 jours, donnent 18 liv. par jour, avec un reste 13 liv. Au lieu d'indiquer simplement la division de ce reste par le diviseur 21, de cette maniere $\frac{13}{21}$, vous réduisiez les 13 liv. en sous, ce qui faisoit $260^{s.}$ à diviser encore par 21.

$$\begin{array}{r|l} 260 & 21 \\ \hline 50 & 12 \\ 8 & \end{array}$$

Vous trouviez au quotient $12^{s.}$, avec un nouveau reste $8^{s.}$ égal à $96^{d.}$ qu'il falloit encore diviser par 21. Le quotient étoit 4, avec un dernier reste 12, dont vous ne pouviez plus qu'indiquer la division par 21, en écrivant à côté du quotient déjà trouvé $\frac{12}{21}$ ou $\frac{4}{7}$, et ainsi la totalité du quotient étoit 18 l. $12^{s.}$ $4^{d.}$ $\frac{4}{7}$

Vous aviez donc deux réductions et trois divisions à faire pour arriver à un résultat composé de quatre quantités détachées les unes des autres, et dont les rapports varioient d'une quantité à l'autre.

Vous auriez pu aussi réduire d'abord tout le dividende en deniers, ce qui vous auroit donné $9384o^{d.}$ à diviser par 21. Vous auriez trouvé au quotient $4468^{d.}$ avec un reste $\frac{12}{21}$ ou $\frac{4}{7}$. Les $4468^{d.}$ convertis en sous, puis en livres, vous auroient donné $18^{l.}\ 12^{s.}$ avec un reste $4^{d.}$; ce qui est précisément le même résultat que ci-dessus, mais auquel on ne parvient que par un circuit encore plus long.

155. Servons-nous du même exemple pour y appliquer la nouvelle méthode, et prenons l'opération au terme où l'on a 13 pour reste.

$$\begin{array}{r|l}
391 & 21 \\
\hline
181 & \overset{\text{lv.}}{18{,}61} \\
130 & \\
40 & \\
19 &
\end{array}$$

Je place d'abord l'indicateur de l'unité au-dessus du 8, et la virgule à côté, pour exprimer que les unités du quotient se terminent à ce 8. Cela fait, je mets un zéro à la suite du reste 13, et je divise 130 par 21, ce qui me donne un nouveau chiffre 6 que j'écris au quotient après la virgule, avec un reste 4, à la suite duquel je place pareillement un zéro. Je divise 40 par 21, ce qui me donne un nouveau chiffre 1, que j'écris au quotient après le 6, avec un reste 19, après lequel je pourrois mettre encore un zéro pour continuer l'opération de la même maniere, et approcher toujours d'autant plus du véritable résultat, ou de celui qui est égal à $\overset{\text{lv.}}{18}\,\frac{13}{21}$; mais arrêtons-nous ici pour examiner la marche que nous avons suivie.

J'observe d'abord que les deux zéros placés successivement après les restes 13 et 4, sont censés faire partie du dividende, à la suite duquel on pourroit les écrire, avec l'interposition d'une virgule, de cette maniere, $\overset{\text{lv.}}{391},00$, ce qui ne change point la valeur du dividende que l'on peut considérer alors comme exprimant 39100 centimes, au lieu de 391 livres. Mainténant, si je divisois immédiatement 39100 par 21, il est clair que j'aurois au quotient 1861. Mais puisque le nouveau dividende exprime ou est censé exprimer des centimes, le vrai quotient exprimera paréillement des centimes, et par conséquent il sera 1861 centimes, ou $1\overset{\text{lv.}}{8},61$, comme ci-dessus.

On voit par-là que cette opération est analogue à celle qui consiste à réduire, d'après l'ancienne méthode, le dividende en deniers, et à convertir ensuite le quotient en livres, sous et deniers. De même ici j'ai réduit d'abord le dividende en centimes, ce qui se fait d'une maniere très-simple, par l'addition de deux zéros, et le quotient s'est trouvé réduit en livres et en parties décimales de la livre, avec la même simplicité, au moyen de l'indicateur placé au-dessus du chiffre 8, qui représente les unités de livre.

Maintenant nous pouvons supposer la division poussée beaucoup plus loin, toujours d'après la marche que nous avons indiquée. Voici le tableau de l'opération avec cinq décimales au quotient.

391	21
181	$1\overset{\text{lv.}}{8},61904$
13	
40	
190	
100	
16	

On voit aussi, par ce qui précede, avec quel avantage la nouvelle méthode supplée à l'imperfection de l'opération relative à l'ancien systême de division, en offrant un moyen facile de continuer la division, de maniere que toutes les quantités fractionnaires du quotient se trouvent liées aux unités par une suite de décimales, et que le résultat approche d'aussi près que l'on voudra, d'être égal au véritable résultat.

2.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes, par un nombre d'unités quelconques.*

156. Vous desiriez savoir combien donneroient au quotient $476^{l.}\ 18^{s.}\ 10^{d.}$, divisés par 15, ce qui offre une opération du même genre que la précédente, en exigeant un surcroît d'attention et de travail, pour tenir compte des sous et des deniers renfermés dans le dividende.

$$\begin{array}{r|l} 476 & 15 \\ \hline 26 & 31^{l.} \\ 11 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 238 & 15 \\ \hline 88 & 15^{s.} \\ 13 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 166 & 15 \\ \hline & 11^{d.}\ \frac{1}{15} \end{array}$$

Ayant trouvé d'abord $31^{l.}$ pour quotient avec un reste $11^{l.}$, vous réduisiez ces $11^{l.}$ en sous, ce qui faisoit $220^{s.}$, auxquels vous ajoutiez les $18^{s.}$ qui accompagnoient les livres du dividende. La somme 238 divisée encore par 15, donnoit pour quotient $15^{s.}$ avec un nouveau reste $13^{s.}$ égal à $156^{d.}$, qui joints aux $10^{d.}$ du dividende, font $166^{d.}$ Divisant par 15, vous aviez au quotient 11^{d} et $\frac{1}{15}^{d.}$ que vous pouviez négliger. Ainsi le quotient approché étoit $31^{l.}\ 15^{s.}\ 11^{d.}$

157. Donnons un exemple semblable tiré de la nouvelle méthode.

Exemple.

On demande le quotient de $\overset{lv.}{592,71}$ par 19.

$$\begin{array}{r|l} \overset{lv.}{592,71} & 19 \\ \hline 22 & \overset{lv.}{31,19} \\ 37 & \\ 181 & \\ 10 & \end{array}$$

Vous faites la division à l'ordinaire; et dans le quotient, vous séparez autant de chiffres vers la droite, au moyen du signe $^{lv.}$ et de la virgule, qu'il y a de décimales au dividende; c'est-à-dire, que vous en séparez deux. Car puisque le dividende ramené aux unités de la plus petite espece exprime des centimes, le quotient doit avoir pareillement des centimes pour unités de la plus petite espece; ce qui a lieu en vertu de la position donnée à la virgule. On peut appliquer ce raisonnement à tout autre résultat de division.

Si l'on vouloit pousser plus loin la précision, on mettroit un zéro après le dernier reste 10, et l'on diviseroit 100 par 19. On feroit de même pour les restes suivans, et l'on placeroit chaque nouveau chiffre qui résulteroit de la division, à la suite des chiffres déjà obtenus au quotient, comme ci-dessus (155).

Voici le tableau de l'opération, avec quatre décimales au quotient.

592,71	19
	lv.
22	31,1952
37	
181	
100	
50	
12	

3.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes, par un nombre fractionnaire qui exprime des mesures de longueur pour les étoffes.*

158. Une piece d'étoffe composée de 29 aunes $\frac{3}{4}$, ayant coûté $378^{l.}$ $12^{s.}$, il s'agissoit de trouver le prix de chaque aune.

$$\begin{array}{r|l} 1514 & 119 \\ \hline 324 & 12^{l.} \\ 86 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1728 & 119 \\ \hline 538 & 14^{s.} \\ 62 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 744 & 119 \\ \hline 30 & 6^{d.}\frac{30}{119} \end{array}$$

Pour faire cette opération d'une maniere moins compliquée, il falloit d'abord multiplier 29 par le dénominateur 4 de la fraction $\frac{3}{4}$, et ajouter au produit 116 le numérateur 3 de la même fraction, ce qui vous donnoit 119. Ayant de même multiplié $378^{l.}$ $12^{s.}$ par 4, vous trouviez pour produit $1514^{l.}$ $8^{s.}$. D'après cela l'opération consistoit à diviser $1514^{l.}$ $8^{s.}$ par 119, en substituant aux deux nombres proposés d'autres nombres quatre fois plus grands, qui avoient entre eux le même rapport. Le quotient de $1514^{l.}$ par 119 étoit $12^{l.}$ avec le le reste $86^{\text{l.}}$, qui par la réduction donnoit $1720^{\text{s.}}$; ajoutant à ce nombre $8^{\text{s.}}$, vous aviez pour nouveau dividende $1728^{\text{s.}}$, qui divisé de même par 119 donnoit $14^{\text{s.}}$, avec le reste $62^{\text{s.}}$, qui vaut 744^{d}. Le quotient de ce troisieme dividende par 119, étoit $6^{\text{d.}}$ avec la fraction $\frac{30}{119}$, et ainsi le prix de chaque aune, en supprimant la fraction, étoit $12^{\text{l.}}\ 14^{\text{s.}}\ 6^{\text{d.}}$

159. Substituons à tous ces détours de calcul la marche simple et directe de la nouvelle méthode.

Exemple.

On a payé $\overset{\text{lv.}}{462,25}$ une piece d'étoffe de la longueur de $\overset{\text{mt.}}{37,7}$, et l'on demande à combien revient chaque metre?

En faisant disparoître la virgule du diviseur (152), l'opération se réduit à diviser $\overset{\text{lv.}}{4622,5}$ par 377.

4622,5	377
852	$\overset{\text{lv.}}{12,2}$
985	
231	

Vous divisez à l'ordinaire, et dans le

quotient vous séparez vers la droite, au moyen de l'indicateur et de la virgule, autant de décimales qu'il y en a au dividende, c'est-à-dire que, dans le cas présent, vous en séparez une (157).

Si vous voulez avoir la précision des centimes, vous placez un zéro à la suite du reste 231, et vous divisez 2310 par 377, ce qui vous donne au quotient une nouvelle décimale 6, qui vaut des centimes. Voyez le tableau suivant.

4622,5	377
	lv.
852	12,26
985	
2310	
48	

4.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui représente des mesures de longueur pour les Ouvrages de construction.*

160. Vous aviez fait faire $9^{T.}\ 3^{P.}\ 6^{p.}$ d'un certain ouvrage de maçonnerie, pour la

somme de $243^{l.}$ $18^{s.}$, et vous desiriez savoir à combien revenoit chaque toise.

$$\begin{array}{r|l} 17560 & 690 \\ \hline 3760 & 25^{l.} \\ 310 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 6216 & 690 \\ \hline 6 & 9^{s.} \end{array}$$

Vous réduisiez d'abord les 9 T. 3 P. 6 P. en pouces, ce qui faisoit 690 pour nouveau diviseur. Et comme la division de $243^{l.}$ $18^{s.}$ par ce nombre, auroit donné au quotient le prix de chaque pouce, au lieu de celui de chaque toise que vous cherchiez, et qui est 72 fois plus grand, il falloit, pour établir une compensation, multiplier le dividende $243^{l.}$ $18^{s.}$ par 72, ce qui faisoit $17560^{l.}$ $16^{s.}$ Divisant la somme des unités de livre par 690, vous trouviez au quotient $25^{l.}$, avec un reste $310^{l.}$ qui vaut 6200^{s}. Ajoutant à cette somme les $16^{s.}$ du dividende, vous aviez $6216^{s.}$ à diviser encore par 690, ce qui donnoit au quotient $9^{s.}$ avec un reste $6^{s.}$ qui vaut 72^{d}. Mais comme 690 n'est pas contenu dans 72, vous ne pouviez qu'indiquer le résultat de la division par la fraction $\frac{72}{690}{}^{d.}$, qui d'ailleurs pouvoit être négligée, attendu qu'elle est moindre que $\frac{2}{19}{}^{d}$. Ainsi le prix de la toise étoit de $25^{l.}$ 9^{s}.

161. La nouvelle méthode va nous fournir un moyen bien plus court et plus facile pour résoudre la question suivante, qui est du même genre.

Exemple.

$8{,}57^{\text{mt.}}$ d'un ouvrage de maçonnerie ont coûté $452{,}7^{\text{lv.}}$ On veut savoir combien coûte chaque metre, en poussant la précision jusqu'aux centimes.

Vous ajoutez d'abord un zéro à la suite du dividende, suivant ce qui a été dit (153), et ainsi l'opération se réduit à diviser $45270^{\text{lv.}}$ par 857, avec deux décimales au quotient, d'après la méthode exposée plus haut (157).

$$\begin{array}{r|l} 45270 & 857 \\ \hline 2420 & 52{,}82^{\text{lv.}} \\ 7060 & \\ 2040 & \\ 326 & \end{array}$$

Le reste de la division déterminée aux unités de livre étant 706, vous avez placé un zéro à la suite de ce reste, puis vous avez divisé 7060 par 857, ce qui a donné une premiere décimale 8 au quotient, avec un reste

204. Ayant mis encore un zéro à la suite de ce reste, vous avez divisé 2040 par 857, d'où résulte une seconde décimale 2, qui complete le quotient demandé.

5.° *Division d'un nombre de Livres, de Décimes et de Centimes par un nombre fractionnaire qui exprime des poids.*

162. Ayant payé $98^{l.}$ $16^{s.}$ une certaine quantité de marchandise, du poids de 7 livres, 6 onces, 4 gros, vous desiriez connoître le prix de chaque livre.

$$\begin{array}{r|l} 12646 & 948 \\ \hline 3166 & 13^{l.} \\ 322 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 6448 & 948 \\ \hline 760 & 6^{s.} \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 9120 & 948 \\ \hline 588 & 9^{d.} \end{array}$$

Vous réduisiez d'abord en gros les $7^{l.}$ $6.^{o}$ $4^{gr.}$, ce qui faisoit 948 gros. Observant ensuite que l'unité de ce nouveau diviseur étoit $\frac{1}{128}$ de la livre, vous étiez obligé de multiplier le dividende $98^{l.}$ $16^{s.}$ par 128, pour que ce dividende se trouvât augmenté dans le même rapport que l'avoit été le diviseur par la réduction en gros. Vous aviez donc pour nouveau dividende $12646^{l.}$ 8^{s}. Divisant la somme des livres par 948, vous trouviez au quotient $13^{\text{l.}}$, avec le reste $322^{\text{l.}}$ Ce reste réduit en sous, et ajouté aux $8^{\text{s.}}$ du dividende, vous donnoit $6448^{\text{s.}}$ à diviser encore par 948. Le quotient étoit $6^{\text{s.}}$ avec le reste $760^{\text{s.}}$, qui font 9120^{d}. Divisant cette derniere somme par 948, vous aviez pour quotient $9^{\text{d.}}$, avec une fraction $\frac{588}{948}$. Ainsi la totalité du quotient cherché, ou le prix de la livre étoit $13^{\text{l.}}\ 6^{\text{s.}}\ 9^{\text{d.}}\frac{2}{3}$ à peu-près.

163. Le calcul relatif aux nouveaux poids va vous conduire tout d'un coup à un résultat de la même espece, par une seule opération semblable aux divisions ordinaires.

Exemple.

On demande combien coûteroit le grave d'une certaine marchandise, à raison de $\overset{\text{lv.}}{89,7}$ pour $\overset{\text{gr.}}{9,58}$, et l'on veut avoir au quotient la précision des centimes.

Ayant mis un zéro à la suite du dividende, puis supprimé les virgules (153), vous avez 8970 à diviser par 958, avec la condition de placer deux fois un zéro à la suite des restes de la division poussée jusqu'aux unités de livre, pour avoir les deux décimales demandées. C'est ce que présente le tableau suivant.

$$\begin{array}{r|l} 8970 & 958 \\ \hline 3480 & \overset{\text{lv.}}{9,36} \\ 6060 & \\ 312 & \end{array}$$

Ainsi le prix de chaque grave est de $\overset{\text{lv.}}{9,36}$.

Remarques.

164. Supposons que l'on ait $\overset{\text{lv.}}{2,413}$ à diviser par 96. La division faite à l'ordinaire donnera pour quotient $25^{\text{lv.}}$ avec le reste 13. Mais comme le vrai quotient doit avoir trois décimales, il faudra placer avant le premier chiffre du quotient un zéro précédé de la virgule, et un second zéro avant cette virgule, pour indiquer que les unités sont nulles. Ainsi le vrai quotient, abstraction faite du reste 13, sera $\overset{\text{lv.}}{0,025}$.

165. Voici une autre observation qui est générale pour toutes les divisions où le dividende a des décimales. Elle consiste en ce que la virgule du quotient suit toujours

immédiatement le résultat de la division des unités du dividende par le diviseur, ce qui fournit une regle pour placer la virgule du quotient pendant le cours même de l'opération.

Soit proposé, par exemple, de diviser $\overset{\text{lv.}}{113,75}$ par 21.

$$\begin{array}{r|l} 113,75 & 21 \\ \hline 87 & \overset{\text{lv.}}{5},41 \\ 35 & \\ 14 & \end{array}$$

Ayant trouvé d'abord que 21 est contenu cinq fois dans 113, je place 5 au quotient; et comme la division des unités 113 du dividende par 21 se termine là, je mets tout de suite l'indicateur de la livre au-dessus du 5, et une virgule à côté, puis je continue à l'ordinaire.

166. Reprenons maintenant la division de $\overset{\text{lv.}}{2},413$ par 96.

$$\begin{array}{r|l} 2,413 & 96 \\ \hline 493 & \overset{\text{lv.}}{0},025 \\ 13 & \end{array}$$

Pour faire cette opération, je puis me borner à prendre d'abord pour dividende le chiffre 2 qui exprime les unités; et comme 96 n'est pas contenu dans 2, je mets zéro au quotient, avec l'indicateur de la livre et la virgule, pour marquer que ce zéro occupe la place des unités du quotient. Prenant ensuite pour dividende le nombre 24 dans lequel 96 n'est pas non plus renfermé, j'écris encore zéro au quotient après la virgule. En continuant de même, j'ai pour nouveau dividende 241, qui étant divisé par 96, me donne 2 pour seconde décimale du quotient, et le reste de l'opération à l'ordinaire. Je parviens ainsi, par une route directe, au même résultat que ci-dessus (164).

167. Cette maniere d'opérer est commode, sur-tout pour résoudre les questions du genre de la suivante. On propose de partager $\overset{mt.}{0,065}$ en 372 portions égales.

$$
\begin{array}{r|l}
0,0650 & 372 \\
\hline
2780 & \overset{mt.}{0,000174} \\
1760 & \\
272 &
\end{array}
$$

Je prends d'abord pour dividende le premier zéro qui est au rang des unités, et comme 372 y est contenu zéro de fois, j'écris au quotient zéro, avec l'indicateur du metre et la virgule. Je prends ensuite un chiffre de plus au dividende; et comme ce chiffre est encore un zéro, j'écris zéro pour premiere décimale du quotient. En continuant de prendre un chiffre de plus au dividende, j'ai successivement 6 et 65 à diviser par 372, ce qui me donne deux nouveaux zéros au quotient. Je place alors un zéro à la suite du dividende 65, et je divise 650 par 372, ce qui me donne 1 que j'écris au quotient, avec un reste 278 après lequel je place de même un zéro, et je poursuis l'opération comme il a été dit plus haut (166). Le quotient trouvé $\overset{\text{mt.}}{0{,}000174}$ indique que chacune des 372 parties de la longueur proposée seroit de 1 dixmillieme, 7 centmilliemes 4 millioniemes de metre, ou 174 millioniemes de metre.

VI. Observations sur le calcul décimal.

168. On faisoit usage depuis long-temps, dans les recherches relatives à la géométrie

et à l'astronomie, d'un calcul auquel on avoit donné le nom de *calcul décimal*, et dont les regles sont précisément les mêmes que celles qui viennent de nous servir à déterminer les résultats des opérations sur les poids et mesures républicaines. C'est même la considération des grands avantages de ce calcul qui a engagé à préférer la division décimale à toute autre dans l'organisation du nouveau systême, pour rendre par-là toutes les parties de ce systême susceptibles de l'application du calcul dont il s'agit, et transporter dans l'arithmétique populaire cet instrument si commode et si facile à manier, qui jusqu'alors étoit renfermé dans le domaine des sciences. Ainsi, comme les divisions et sousdivisions des nouvelles mesures et des nouveaux poids que nous avions à décrire, se trouvoient adaptées d'avance au calcul décimal, en sorte que l'inspection seule d'un metre divisé et chiffré étoit déjà une espece de leçon graphique de ce calcul, nous en avons profité pour faire concevoir plus facilement les regles de l'arithmétique décimale, en employant à amener et à développer successivement ces regles, les objets qui en offroient comme l'expression visible. En conséquence, au lieu de commencer par les idées abstraites de dixiemes, de centiemes, etc. d'unité, pour particulariser ensuite ces idées dans leurs applications aux différentes mesures, nous nous sommes élevés des idées particulieres aux idées abstraites; et cela avec d'autant plus de fondement, que cette maniere de procéder est conforme à la marche ordinaire de l'esprit humain, et que d'ailleurs ce qui est vrai d'un décimetre, par exemple, non seulement l'est aussi d'un décigrave, d'un déciare, d'un décime, etc.; mais en général d'un dixieme d'unité quelconque. On a ici le même avantage que dans l'arithmétiqué élémentaire, où une opération faite par voie d'addition, de soustraction, ou de toute autre maniere, sur des objets déterminés et que l'on a devant les yeux, représente toutes les opérations semblables relatives à des objets quelconques, parce que dans toutes ces opérations, les unités des différens chiffres font les mêmes fonctions, quelles que soient les idées et les dénominations que l'on y attache.

Nous ajouterons ici quelques notions sur les principes et les applications du calcul décimal.

169. On a appelé *fractions décimales* toutes celles qui étant écrites à la maniere ordinaire, auroient pour dénominateur l'unité suivie d'un ou plusieurs zéros. Telles sont les fractions $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{9}{1000}$, $\frac{8}{10000}$, etc. Il suit de-là que dans un nombre composé d'unités simples et de décimales séparées de ces unités par une virgule, chaque décimale représente une fraction dont le numérateur est cette même décimale, et dont le dénominateur est l'unité, suivie d'autant de zéros qu'il est indiqué par le rang qu'occupe la décimale. Ainsi dans cette expression, 3,729, le 7 représente $\frac{7}{10}$, le 2 représente $\frac{2}{100}$, et le 9 représente $\frac{9}{1000}$.

170. Pour généraliser toutes les regles que nous avons données relativement aux opérations qui se rapportent aux nouvelles mesures, il n'y a autre chose à faire que de supprimer le mot indicateur de l'unité, en ne laissant subsister que la virgule. Alors les opérations

n'auront plus pour objet que des nombres abstraits, et les résultats seront des especes de formules applicables à telle quantité particuliere que l'on voudra.

171. Le principal usage du calcul décimal étoit de mettre sous une forme commode les résultats des divisions susceptibles de donner un reste, et d'offrir un moyen simple d'avoir des approximations dont les différences avec le véritable résultat étoient successivement moindres que $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, etc., suivant qu'on poussoit le calcul jusqu'à une, deux, trois décimales, etc.

Nous en avons donné des exemples en parlant de la division appliquée aux nouvelles mesures (155, 157, etc.).

La transformation des fractions ordinaires en fractions décimales est une opération familiere à ceux qui emploient le calcul dont il s'agit, et nous allons terminer cet article par quelques détails sur ce genre d'opérations.

172. supposons que la fraction à transformer soit $\frac{1}{2}$.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ \hline & 0{,}5 \end{array}$$

Ayant posé d'abord le dividende 1 et le diviseur 2 à l'ordinaire, je dis en 1 combien de fois 2 ? Il n'y est pas. Je mets au quotient zéro, suivi d'une virgule ; puis ayant placé un autre zéro après le dividende 1, je divise 10 par 2, et je pose le 5 qui en provient, après la virgule du quotient ; comme il ne reste rien, j'en conclus que la fraction décimale 0,5, la même que $\frac{5}{10}$, est précisément égale à $\frac{1}{2}$.

173. On trouvera, par une opération semblable, que la fraction $\frac{4}{5}$ se convertit en 0,8, sans aucun reste ; la fraction $\frac{3}{4}$ en 0,75, etc. En général, toute fraction ordinaire, dont le dénominateur peut diviser exactement un nombre décimal, tel que 10, 100, 1000, etc., est réductible en fraction décimale sans aucun reste. Ainsi $\frac{3}{8}$ peut être transformé en une fraction décimale de la même valeur, qui sera 0,375, parce que 8 divise exactement 1000. Voici le tableau de l'opération qui conduit à ce résultat.

30	8
60	0,375
40	

174. Toutes les autres fractions, dont les dénominateurs ne sont pas contenus exactement un certain nombre de fois dans 10, ou 100, ou 1000, ou 10000, ou etc., ne pourront être converties que par approximation en fractions décimales, c'est-à-dire, qu'à mesure que l'on poussera plus loin la division, le quotient approchera toujours de plus en plus de la valeur de la fraction donnée, et qu'il pourra en approcher d'aussi près qu'on voudra.

175. Ainsi on trouvera que la fraction $\frac{1}{3}$ équivaut à la fraction décimale 0,3333 à moins d'un dixmillieme près; que la fraction $\frac{3}{11}$ équivaut à 0,272727 à moins d'un millionieme près, etc.

En poursuivant la réduction de la fraction $\frac{1}{3}$ en fraction décimale, on auroit le même chiffre 3 répété continuellement. En poursuivant celle de la fraction $\frac{3}{11}$, on auroit le nombre 27 répété de même sans fin. En général, on conçoit qu'aussi-tôt qu'un chiffre se présente une seconde fois comme reste dans le cours de l'opération, il ramenera toujours les mêmes chiffres dans le même ordre; et ainsi on peut se dispenser de continuer la continuer la division, et écrire de nouveau, autant de fois que l'on voudra, à la suite de lui-même le quotient déjà obtenu.

De plus, il est à remarquer que chaque succession de chiffres semblables ne peut être composée de plus de chiffres qu'il n'y a d'unités, moins une, au dénominateur de la fraction donnée ; ou si l'on veut, les mêmes chiffres reparoîtront dans le même ordre, au plus tard, au rang indiqué par le dénominateur de la fraction. C'est ce qu'un exemple fera concevoir. Supposons que l'on veuille réduire $\frac{1}{7}$ en fraction décimale, on opérera comme il suit.

10	7
30	0,142857.
20	
60	
40	
50	
10	

On voit que le dernier reste donne le même dividende que celui par lequel a commencé l'opération, et ainsi les divisions ultérieures feroient reparoître le même quotient. Or ce retour qui a lieu ici à la septieme décimale, c'est-à-dire, au rang désigné par le dénominateur de la fraction $\frac{1}{7}$, ne peut être reculé davantage. Car en supposant que l'on ait eu successivement, comme dans le cas présent, tous les restes possibles, ces restes ne peuvent être que les six premiers nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, et jamais 7 qui est le diviseur. D'ailleurs, aucun de ces restes ne peut se trouver deux fois dans la série, sans quoi il rendroit au quotient le même ordre de chiffres, plutôt qu'il n'est indiqué par le dénominateur 7. Donc la septieme décimale est le terme le plus éloigné qui puisse ramener la même succession de chiffres dans le quotient.

VII. Solutions de diverses questions relatives aux mesures déduites de la grandeur de la terre.

Premiere question.

176. Étant donnée la longueur du quart du méridien, évaluée à 5132430 toises, déterminer le metre, ou la dixmillionieme partie du quart du méridien, en pieds, pouces, lignes et parties décimales de la ligne.

Réduisez d'abord en pieds la longueur donnée, en la multipliant par 6 ; ce qui fait 30794580^{p}. Divisez ce nombre de pieds par 10000000, vous aurez au quotient 3 pieds avec la fraction $\frac{794580}{10000000}$, ou plus simplement $\frac{79458}{1000000}$, qui ne vaut pas $\frac{1}{12}$. Donc il n'y aura point de pouces. Pour avoir les lignes et les parties décimales de la ligne, multipliez 79458 par 144, qui est le nombre de lignes contenu dans le pied. Le produit sera 11441952 lignes, qu'il faudra diviser par 1000000 ; ce que vous ferez tout d'un coup (91), en séparant six chiffres vers la droite dans le dividende, au moyen d'une virgule. Ainsi la valeur du metre sera 3^{p}. 0^{p} 11^{l},441952.

On voit par le résultat de la premiere division indiqué ci-dessus, que la valeur du metre, exprimée en pieds et en parties décimales du pied, est 3^{p},079458.

Seconde question.

177. Étant donnée la longueur du metre, de 3^{p},079458, trouver la valeur du pied,

exprimée en parties décimales du metre, à moins d'un centmillieme près.

Divisez l'unité, qui représente ici le pied par 3,079458, en prenant 6 décimales au quotient, vous aurez $\overset{mt.}{0,32473}$, pour la valeur cherchée.

Si l'on donnoit la longueur du metre exprimée de cette maniere, $3^{p.}$, $11^{l.}$, 441952, il faudroit réduire les trois pieds en lignes ; ce qui feroit 432 lignes. Ajoutant cette quantité à $11^{l.}$, 441952, on auroit $443^{l.}$, 441952 pour diviseur, et l'on prendroit pour dividende $144^{l.}$, qui donnent la valeur du pied exprimée en lignes. Effectuant la division, on parviendroit au même quotient que ci-dessus.

Troisieme question.

178. Étant donnée la longueur de l'aune de Paris, évaluée à $3^{p.}$ $7^{p.}$ $10^{l.}$ $\frac{5}{6}$, par Hellot et Camus, trouver son rapport avec le metre, exprimé en metres et en parties décimales du metre, à moins d'un dixmillieme près.

Les $3^{p.}$ $7^{p.}$ $10^{l.}$ $\frac{5}{6}$ font $\frac{3161}{6}$ lignes à diviser par $443^{l.}$, 441952, qui expriment la valeur du metre (177). Je multiplie $443^{l.},441952$ par 6, ce qui donne 2660,651712. Ajoutant six zéros (153) à la suite de 3161, et divisant 3161000000 par 2660651712, avec quatre décimales au quotient, je trouve $\overset{mt.}{1,1880}$, avec un reste 1457661440. Donc l'aune vaut $\overset{mt.}{1,188}$, à moins d'un dixmillieme près, le dernier zéro pouvant être supprimé (93), sans altérer la valeur du nombre.

QUATRIEME QUESTION.

179. On sait qu'une certaine longueur prise à l'aide des anciennes mesures, est de $45^{T.}\ 3^{P.}\ 6^{p.}$ On voudroit savoir à combien de metres et de parties de metre elle répond, sans avoir recours aux tables de réduction.

Les $45^{T.}$ valent 270 pieds. Ajoutant $3^{P.}$, puis réduisant $6^{p.}$ ou $\frac{1}{2}$ pied en fraction décimale (172), qui sera $0^{P.},5$; et prenant la somme totale, on aura $273^{P.},5$ pour la longueur dont il s'agit, évalué en pieds et en parties décimales du pied. Si l'on desiroit avoir le résultat avec une grande précision, il faudroit diviser $273^{P.},5$ par $3^{P.},079458$, qui est le rapport du metre au pied (176) ; en prenant tel nombre de décimales que l'on voudroit. Mais si l'on se borne à l'exactitude qui suffit en pareil cas, il sera plus simple de multiplier $273^{p.}, 5$ par 0,32473, qui est le rapport du pied au metre (177), jusqu'aux centmilliemes. Le produit donnera $\overset{mt.}{88,813655}$, ou plus simplement $\overset{mt.}{88,814}$, suivant ce qui a été dit (120), laquelle quantité ne differe pas d'un millimetre de celle qu'on auroit obtenue à l'aide de la division indiquée plus haut.

Cinquieme question.

180. On a fait une observation qui, d'après l'ancienne division du jour, a commencé à $9^{h.}$ précises du matin, et a fini à $9^{h} \cdot 5' \; 15''$ (*a*). On demande quelles sont les époques correspondantes du jour décimal ?

Pour trouver à quel moment du jour déci-

(*a*) Le trait simple placé à la droite et vers le haut d'un nombre, indique des centiemes parties de l'unité du nombre qui précede, ou ce qu'on appele des *minutes*. Les deux traits placés de la même maniere, désignent des centiemes parties de la minute, ou des *secondes*.

mal (36) a commencé l'observation, vous ferez attention que les 9 heures qui s'étoient écoulées de l'ancien jour, sont les $\frac{9}{24}$ de la durée de ce jour; d'où il suit que l'on aura le moment correspondant du jour décimal, en multipliant $\frac{9}{24}$ par 10, qui est le nombre d'heures dont le nouveau jour est composé, ce qui donne $\frac{90}{24}$ à réduire en fraction décimale. Divisant 90 par 24 avec deux décimales, on trouve au quotient 3,75 sans reste. Donc il étoit $3^{h.}\ 75^{m.}$ du jour décimal, au commencement de l'observation.

Maintenant les 5′ 15″ de l'ancien jour, qui donnent la durée de l'observation, font 315″ ou les $\frac{315}{86400}$ de la durée de l'ancien jour, qui étoit composé de $86400^{sec.}$ Il faut de même multiplier la fraction précédente par le nombre 10 des heures du jour décimal, ce qui donne $\frac{375}{8640}$. Exécutant la division avec six décimales au quotient, on trouve $0,^{h.}$ 036458, plus une fraction $\frac{288}{864}$ ou $\frac{1}{3}$ que l'on peut négliger. Ainsi la durée de l'observation rapportée au jour décimal, est de 3′ 64″ 6‴, et par conséquent l'observation a fini à $3^{h.}$ 78′ 64″ 6‴ à très-peu-près du jour décimal.

Sixieme question.

181. Étant donné le metre linéaire, de $3^{p.},079458$, trouver la valeur du metre carré, exprimée en pieds carrés et en parties décimales du pied carré, à moins d'un millieme près.

Pour résoudre cette question, il faut multiplier 3,079458 par lui même, en se bornant à trois décimales au produit. On trouvera, en employant la méthode abrégée qui a été exposée ci-dessus (147), et en prenant deux décimales de surcroît, que le produit est 9,48286. Effaçant les deux dernieres décimales, et augmentant d'une unité la derniere des décimales conservées (120), on aura $\overset{p.q.}{9},483$ pour la valeur cherchée.

Septieme question.

182. Étant donné le côté du grand arpent, de 10 perches, dont chacune est de 22 pieds, trouver le nombre de metres carrés et de parties décimales du metre carré renfermé dans sa surface.

Le côté du grand arpent est de 220 pieds, lequel nombre multiplié par le rapport

0,32473 du pied au metre (174), donne $\overset{\text{mt.}}{71,44060}$, pour le côté du grand arpent, évalué en metres et en parties décimales du metre. Multipliant ce dernier nombre par lui-même, et se bornant à deux décimales, on trouve $\overset{\text{mt.q.}}{5103,76}$ pour le nombre de metres carrés et de parties décimales du metre carré contenu dans la surface du grand arpent.

La surface de l'are étant de 10000 metres carrés (46), il s'ensuit que l'arpent est à l'are comme 510376 est à 1000000. Si l'on cherche une approximation de ce rapport par la méthode des fractions continues, qui est connue des géometres, on trouvera, en se bornant à quatre fractions, que le rapport approché est celui de 25 à 49, c'est-à-dire, que l'are est presque double de l'arpent.

Huitieme question.

183. On veut tapisser une chambre avec une espece d'étoffe dont le lé a $\overset{\text{mt.}}{0,6}$ de largeur. La hauteur de la tapisserie doit être de $\overset{\text{mt.}}{2,5}$, et la somme de toutes les largeurs des endroits où elle doit être appliquée est

de $9{,}25^{\text{mt.}}$ On demande combien il faudra de metres d'étoffe ?

Cherchez d'abord combien il y a de lés contenus dans la largeur totale, en divisant 9,25 par 0,6. Vous aurez au quotient 15,41, en prenant deux décimales. Multipliez ensuite par ce quotient la hauteur commune $2{,}5^{\text{mt.}}$ Le produit sera $38{,}525^{\text{mt.}}$, ce qui indique la longueur totale de l'étoffe, sauf à prendre quelque chose de plus pour éviter les fausses coupes.

Neuvieme question.

184. On veut faire construire une cloison à rainure, en bois de sapin. Cette cloison doit avoir $3{,}9^{\text{mt.}}$ de hauteur sur $5{,}2^{\text{mt.}}$ de largeur. On emploie des planches de $3{,}9^{\text{mt.}}$ de hauteur chacune, sur $0{,}27^{\text{mt.}}$ de largeur. On demande, 1°. combien il y aura de planches employées, en tenant compte des déchets occasionnés par les languettes qui doivent entrer dans les rainures, pour former les joints ? On suppose que la largeur de chaque rainure soit de deux centimetres. 2.° Combien coûtera la

cloison, en supposant que le prix du metre carré, façonné et réduit, soit de $\overset{\text{lv.}}{6{,}5}$?

Pour résoudre la premiere question, vous considérez d'abord que la hauteur de la cloison étant égale à celle de chaque planche, il n'y a aucun déchet à cet égard. Faisant ensuite attention que la largeur de chaque planche se trouve diminuée de 2 centimetres, à cause de la languette, et retranchant $\overset{\text{mt.}}{0{,}02}$ de $\overset{\text{mt.}}{0{,}25}$, vous aurez $\overset{\text{mt.}}{0{,}23}$ pour la largeur réduite. Maintenant si vous divisez le nombre 5,2 qui donne la largeur totale de la cloison, par 0,23 qui exprime la largeur réduite de chaque planche, vous trouverez au quotient 22,608, en prenant 3 décimales, ce qui indique qu'il faudra employer 22 planches avec une alaise, c'est-à-dire, une portion de planche refendue en longueur, qui aura un peu plus de six dixiemes de la largeur commune.

Pour avoir ensuite le prix de la cloison, multipliez $\overset{\text{mt.}}{3{,}9}$ par 5,2, ce qui donnera pour la surface $\overset{\text{mt.q.}}{20{,}28}$. Multipliant $\overset{\text{lv.}}{6{,}5}$ par ce dernier nombre, vous trouverez $\overset{\text{lv.}}{131{,}82}$ pour le prix demandé.

Dixieme question.

185. On a construit un ouvrage de maçonnerie, en forme de parallélipipede rectangle (136), dont on sait que la solidité est égale à $\overset{\text{mt.c.}}{65,489}$, et la surface de la base égale à $\overset{\text{mt.q.}}{15,23}$. On propose de trouver la hauteur.

Divisez le nombre 65,489, qui exprime la solidité, par 15,23, qui représente la surface de la base. Le quotient donnera en metres et en parties décimales du metre, l'expression de la hauteur, qui sera $\overset{\text{mt.}}{4,3}$.

Onzieme question.

186. Etant donné le poids de l'ancienne livre de 9216 grains, et le poids du grave, de 2 livres 5 gros 49 grains (65), ou 18841 grains, trouver le poids de la livre exprimé en parties décimales du grave, à moins d'un millionieme près.

Divisez 9216 par 18841, en prenant 6 décimales au quotient, vous trouverez pour le poids cherché, $\overset{\text{gv.}}{0,489146}$.

Douzieme question.

187. On se propose d'essayer, à l'aide du poids, si un vase en forme de bouteille a la capacité du cadil, ou de l'amener à cette capacité, si la différence n'est que d'une petite quantité en plus.

Il faut d'abord être pourvu d'un grave bien ajusté avec ses sousdivisions, et d'une balance très-mobile ; peu importe d'ailleurs qu'il y ait ou non quelqu'inégalité entre les longueurs des bras de la balance, et entre les poids des bassins. On aura aussi de l'eau distillée (*a*), avec un thermometre ordinaire divisé en 80 parties, ou un thermometre décimal (*b*), et de plus un petit disque de verre d'un diametre un peu plus grand que celui du goulot de la bouteille.

Tout cela supposé, vous placez dans un des bassins de la balance le grave et la bouteille vide et bien séchée, avec son disque ;

(*a*) Au défaut d'eau distillée, on peut employer de l'eau de pluie, dont la qualité est à très-peu-près la même.

(*b*) Nous donnerons plus bas la description de ce thermometre.

et vous mettez dans l'autre bassin des poids quelconques, comme du menu plomb, jusqu'à ce que le fléau soit bien horisontal. Vous retirez le grave et la bouteille, puis vous remplissez celle-ci d'eau distillée, amenée à la température de $10^{d.}$ du thermometre ordinaire, ou de $12^{d}\frac{1}{2}$ du thermometre décimal. Vous faites passer le petit disque sur la surface de l'eau, de maniere qu'il adhere exactement aux bords du goulot, et qu'il ne reste en-dessous aucune bulle d'air, puis laissant le disque dans cette position, vous placez la bouteille dans le même bassin, et vous ajoutez de ce même côté 1 gravet 75 centigravets (*a*); et si l'équilibre subsiste, vous en concluez que la capacité de la bouteille est égale à celle du cadil.

Si la bouteille se trouvoit un peu trop pesante, il seroit facile de connoître la quantité de cet excès, en diminuant le poids additionel, jusqu'à ce qu'il y eut équilibre. S'il falloit ôter, par exemple, un gravet, on en concluroit que la différence avec le

(*a*) On verra dans un instant la raison de cette quantité additive de poids.

véritable poids est de $\frac{1}{1000}$ de la totalité ; parce qu'un grave vaut mille gravets, laquelle différence peut être ici négligée. Si l'excès de poids causoit une erreur sensible, on useroit le goulot de la bouteille sur un grès, ou sur une plaque de métail enduite d'émeril détrempé; et en recommençant l'expérience, on jugeroit si la capacité a été suffisamment diminuée.

Remarques.

188. Il pourroit arriver qu'une bouteille qu'on auroit essayée par le même procédé, se trouvât un peu trop petite, mais seulement d'un millieme, ou d'une quantité inférieure, dont on jugera par le poids qu'il faudra ajouter pour établir l'équilibre; et dans ce cas, on pourroit regarder cette bouteille comme ayant une capacité suffisamment approchée.

189. On peut se rappeler que dans la détermination de l'unité de poids (63), l'eau distillée que l'on a employée étoit à la température de la glace fondante, et que de plus la pesée est censée avoir été faite dans le vide (65). Si l'opération dont il

s'agit ici remplissoit les mêmes conditions, il n'y auroit aucun poids additionel à mettre auprès de la bouteille, parce que le poids de la quantité d'eau nécessaire pour remplir exactement le cadil, seroit précisément égal au poids du grave. Mais on est convenu de faire les étalonnages à la température de 10$^{d.}$ du thermometre ordinaire, qui répond à 12$^{d.}\frac{1}{2}$ du thermometre décimal, parce que c'est à peu-près la température moyenne de l'atmosphere, du moins dans notre climat. En conséquence, l'eau contenue dans le cadil étant plus dilatée, pese moins à volume égal; en sorte que pour compenser la perte de poids qui en résulte, il faut ajouter dans le même bassin de la balance à peu-près $\overset{\text{gvt.}}{0{,}53}$, ainsi qu'on le prouve par l'expérience et le calcul (*a*). D'une autre part, la pesée étant faite dans l'air, il s'ensuit que le poids de l'eau se trouve encore diminué à cet égard d'une petite quantité, dont on tient compte en ajoutant $\overset{\text{gvt.}}{1{,}22}$, ce qui

(*a*) Ce poids vaut environ 10 grains du poids de marc.

donne avec le premier poids additionel une somme de $\overset{gvt.}{1,75}$ (*a*).

190. Le procédé que nous avons indiqué ci-dessus, relativement à la pesée du cadil que l'on se propose d'essayer, et qui consiste à replacer la bouteille pleine dans le même bassin où se trouvoit auparavant le grave, peut être employé avec avantage pour peser exactement un corps, à l'aide d'une balance fausse, pourvû qu'elle soit bien mobile, ainsi que nous l'avons dit. On place ce corps dans un des bassins de la balance, et l'on met de l'autre côté des poids quelconques, comme des grains de plomb, jusqu'à ce que le fléau soit horisontal. On retire ensuite le corps dont on cherche le poids, et on le remplace par des poids connus, jusqu'à ce que le fléau ait repris la position horisontale. Il est évident que le poids de ce corps est précisément égal à la somme des poids qu'on lui a substitués, quoiqu'il

(*a*) Le poids de $\overset{gvt.}{1,22}$ est égal à environ 23 grains. Ainsi la totalité des poids à ajouter est de 33 grains de l'ancien poids de marc.

puisse bien arriver que cette même somme differe de celle des poids qui sont de l'autre côté, en conséquence de la construction vicieuse de la balance.

191. Lorsque l'on a une premiere bouteille égale au cadil en capacité, il est facile de l'employer comme étalon, pour amener à la même capacité tant d'autres bouteilles que l'on voudra. A cet effet, on remplira d'abord la bouteille à essayer avec de l'eau quelconque, à telle température que l'on voudra, et l'on rasera la surface avec un petit disque, comme il a été dit ci-dessus (187). On transvasera ensuite l'eau dans l'étalon, et on fera glisser de même un disque de verre sur la surface de cette eau. S'il sort quelques gouttes de liquide, on en conclura que la capacité de la bouteille est un peu trop petite; et pour connoître l'erreur qui en résulte, on pourra recevoir l'eau excédante dans un godet dont la capacité soit connue. Si l'intérieur de ce godet est en forme de cylindre, ayant le diametre de la base égale à la hauteur, et si chacune de ces deux dimensions est de $\overset{\text{mt.}}{0{,}010838}$, ou plus simplement

mt.
de 0,011, qui répondent à 4 lignes $\frac{8}{10}$ de l'ancienne mesure, la capacité du godet sera un millieme de celle du cadil ; et lorsque la quantité d'eau en excès ne débordera pas le godet, on pourra négliger l'erreur.

Dans le cas où par l'application du disque, il ne sortiroit point d'eau, mais où il resteroit une bulle d'air dont on s'apercevra facilement à travers le disque, ou en inclinant la bouteille, pour déplacer la bulle, il faudroit s'assurer encore que la capacité de la bouteille n'est pas trop petite. On y parviendra en remplissant d'abord le godet, puis en versant dans l'étalon, et en passant de nouveau le disque sur la surface de l'eau. S'il en sort quelques gouttes, on en conclura que la quantité dont la bouteille est trop petite, ne vaut pas un millieme de la totalité, et qu'ainsi l'erreur peut être censée nulle.

192. Avant de transvaser l'eau dans l'étalon, il sera bon de mouiller d'abord l'intérieur de cet étalon, de maniere que la petite quantité d'eau qui s'y trouvera d'avance, puisse compenser sensiblement

celle qui restera dans la bouteille à essayer ; après le transvasement.

193. Pour avoir une mesure approchée de la quantité de liquide que contient le cadil, lorsqu'on ne prétend pas à une grande précision, on peut se borner à prendre une bouteille d'une telle capacité, que la quantité de liquide dont il s'agit s'éleve à une certaine hauteur dans le goulot, et faire en dehors un trait sur le verre, à fleur d'eau.

VIII. Des formes et des dimensions des mesures républicaines.

194. Les mesures linéaires ont une dimension essentielle, qui est donnée immédiatement par le systême, savoir leur longueur. Les autres dimensions, comme la largeur et l'épaisseur, peuvent être abandonnées au goût de l'artiste. Seulement il convient de donner au metre employé pour la mesure des étoffes, une forme carrée, semblable à celle de l'ancienne aune, ainsi que nous l'avons déjà remarqué (39).

195. Quant aux poids, nous avons indiqué pareillement (72) la forme de ceux que la Commission a fait exécuter depuis le décigrave jusqu'au gravet inclusivement. Cette forme est celle d'un cylindre court, dont la surface latérale a été arrondie en forme de bourrelet, et qui est percé dans son milieu, d'un trou circulaire, dans lequel entre la brochette destinée à enfiler toutes les sousdivisions du grave, pour en rendre l'assortiment plus portatif. Les diametres des ouvertures varient aussi suivant les poids, en sorte que la brochette est composée successivement de trois cylindres de différentes épaisseurs qui correspondent, l'un à l'ensemble des décigraves, le second à celui des centigraves, le dernier à celui des gravets. L'extrémité supérieure de la brochette est garnie d'un pas de vis, pour recevoir une virole qui sert à maintenir tous les poids par la pression, et à les empêcher de jouer. Voici à peu-près les dimensions qui ont lieu dans un assortiment de poids que le citoyen *Fourcher*, balancier-essayeur de la monnoie, a présenté à la Commission.

Diametre total.		Diametre de l'ouverture du milieu.
	mt.	mt.
1.° Pour le décigrave ,	0,06.	0,01.
	mt.	mt.
2.° Pour le centigrave ,	0,027.	0,007.
	mt.	mt.
3.° Pour le gravet , . .	0,012.	0,004.

La hauteur dépend ensuite de la pesanteur spécifique du métal employé à la fabrication des poids.

196. Mais il est un genre de mesures dont la forme et les dimensions ont fixé plus particuliérement l'attention de la Commission. Ce sont les mesures de capacité , tant pour les grains que pour les liquides. La Commission a senti combien il seroit intéressant d'imprimer à ces mesures tous les caracteres d'uniformité dont elles sont susceptibles , en déterminant d'une maniere invariable leur forme , leurs dimensions respectives et les sousdivisions intermédiaires que l'on pourroit ajouter , pour la facilité du commerce , à celles qui sont dans l'ordre décimal du systême. Elle a jugé aussi devoir ramener à une grande simplicité l'ensemble de la forme et le rapport de ses dimensions.

En conséquence, après s'être concertée avec les artistes qui ont bien voulu l'aider de leurs observations, elle a réglé, 1.° que la contenance des mesures intermédiaires au-dessous du centicade ne pourroit être que la moitié ou le cinquieme de celle d'une des mesures primitives données directement par le système ; 2.° que toutes les mesures auroient la forme d'un cylindre creux ; 3.° que dans les mesures à grains, le diametre de la base seroit égal à la hauteur ; 4.° que les mesures de liquides auroient une hauteur double du diametre de la base, sauf la petite différence produite par l'addition d'un bec, pour la facilité du transvasement. Déjà les artistes potiers d'étain d'une part, et les artistes boisseliers de l'autre, ont mis sous les yeux de la Commission des modeles très-bien exécutés conformément à ces déterminations. Il en résultera cet avantage, que chacun pourra s'assurer, même à l'aide d'un simple bâton, que la capacité n'a point été altérée, parce que la longueur du diametre qui n'est pas susceptible de diminution, servira de garantie à la hauteur, et ainsi la mesure offrira par elle-même un moyen prompt et facile de vérification.

Le calcul fait d'après les données que nous venons d'exposer, conduit aux dimensions suivantes, que nous exprimerons d'une part en metres et en parties décimales du metre, et de l'autre en lignes et en parties décimales de la ligne,

1.° *Mesures de grains.*

Hauteur et diametre de la base.

1.° Pour le quadruple centicade	mt. 0,37066 l. 164,372
2.° Pour le double centicade . .	mt. 0,2942 l. 130,46
3.° Pour le centicade	mt. 0,2335 l. 103,5477
4.° Pour le demi-centicade . .	mt. 0,18533 l. 82,186
5.° Pour le cinquieme du centicade	mt. 0,13655 l. 60,555
6.° Pour le cadil	mt. 0,10838 l. 48,062

	mt.	l.
7.° Pour le demi-cadil	0,086025	38,147
8.° Pour le cinquieme du cadil	0,063384	28,107
9.° Pour le décicadil	0,050307	22,308
10.° Pour le demi-décicadil ou le vingtieme du cadil	0,039929	17,706

2.° *Mesures de liquides.*

	Diametre de la base.	Hauteur.
1.° Pour le cadil	mt. 0,086025 .. l. 38,147	mt. 0,172050 l. 76,294
2.° Pour le demi-cadil	mt. 0,068278 .. l. 30,277	mt. 0,136556 l. 60,554
3.° Pour le cinquieme du cadil	mt. 0,050307 .. l. 22,308	mt. 0,100614 l. 44,616
4.° Pour le décicadil	mt. 0,039929 .. l. 17,706	mt. 0,079858 l. 35,412
5.° Pour le demi-décicadil, ou le 20e. du cadil ..	mt. 0,031692 .. l. 14,053	mt. 0,063384 l. 28,106

APPENDICE.

IX. DIVISION DU THERMOMETRE ET DU BAROMETRE.

1.° *Division du Thermometre.*

197. Le thermometre a une analogie marquée avec les unités de mesures. Sa construction se rapporte à deux termes fixes, pris aussi dans la nature, et que l'on peut toujours retrouver par des expériences faites avec soin. On sait que de ces deux termes, l'un qui sert comme de point de départ pour graduer l'instrument, est le degré auquel s'arrête la liqueur, par la température de la glace fondante ; et que l'autre qui donne la limite opposée, répond à la chaleur de l'eau bouillante. La distance entre ces deux termes a donc les caracteres d'une véritable unité, et en conséquence il convient de la soumettre au principe, que toute unité doit être divisée d'après le rapport décimal.

Dans le thermometre ordinaire, cette distance étoit partagée en 80 petits espaces égaux, que l'on appeloit degrés. Chacun sousdivisoit ensuite ces degrés à volonté, d'après les fractions ordinaires.

198. On adoptera pour la sousdivision de la distance correspondante sur le thermometre décimal, la même distribution que pour le quart de cercle, c'est-à-dire que l'on prendra de deux en deux les termes de la série, pour avoir les petites mesures usuelles destinées à représenter les résultats de l'observation. De cette maniere, le degré thermométrique sera la centieme partie de la distance entre le terme de la glace et celui de l'eau bouillante, ce qui rendra l'échelle de l'instrument conforme à la marche de la température, qui varie par de petites différences, dans les instans relatifs à plusieurs observations successives. La minute thermométrique sera la centieme partie du degré ; et la seconde, la centieme partie de la minute.

Dans l'usage ordinaire, on se bornera aux degrés et aux fractions de degré les plus simples, telles que $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, etc. que l'on convertira, l'une en $50'$, l'autre en $25'$, etc. Mais dans les expériences délicates qui exigeroient beaucoup de précision, on pourra évaluer de même en secondes les parties de la minute, à l'aide d'un nonnius appliqué à un instrument où la distance qui donne l'unité seroit assez étendue pour rendre sensibles de très-petites fractions de cette unité.

199. D'après ce qui vient d'être dit, il est facile de rapporter le résultat d'une observation faite au moyen du thermometre ordinaire, à celui qui auroit lieu avec le thermometre décimal, et réciproquement. Car puisque les nombres de degrés qui sous-divisent immédiatement l'espace compris entre les deux limites, sont 80 d'une part, et 100 de l'autre, il s'en suit que $\frac{8}{10}$ ou 0,8 exprime en général le rapport du thermometre ordinaire au thermometre décimal, et que la fraction renversée $\frac{10}{8}$ ou 1,25 exprime le rapport du thermometre décimal au thermometre ordinaire. Ainsi, en multipliant par 0,8 le nombre de degrés qui répond à une température indiquée par le thermometre

décimal , on aura la température correspondante sur le thermometre ordinaire ; et en multipliant par 1,25 le nombre de degrés observés sur le thermometre ordinaire , on aura la température analogue sur le thermometre décimal.

Exemples.

1.° Le plus grand froid observé pendant l'hiver de 1788 à 1789 ayant été de $17^{d.} \frac{1}{2}$, d'après le thermometre ordinaire , on demande la température qu'auroit indiquée , à la même époque , le thermometre décimal ?

Multipliez 1,25 par $17^{d.} \frac{1}{2}$, vous aurez au produit 21,88 , ce qui indique près de $21^{d.}$ $90'$ pour la température cherchée.

2.° La chaleur à laquelle on est convenu de faire les étalonnages des nouvelles mesures (189) , étant de $12^{d.} \frac{1}{2}$ du thermometre décimal , quelle seroit la température qu'il faudroit prendre , en employant le thermometre ordinaire ?

Multipliant 12 $\frac{1}{2}$ par 0,8 , on trouvera pour produit dix degrés , qui donnent la température demandée.

200. Nous joignons ici une table comparative des degrés qui correspondent, sur l'un et l'autre thermometre, à plusieurs observations intéressantes, en négligeant les petites différences, pour nous rapprocher des nombres ronds.

	DEGRÉS du Thermometre ordinaire.	DEGRÉS du Thermometre décimal.
Au-dessous de zéro.		
Froid du 29 janvier 1776 .	15d. $\frac{1}{2}$	20,00 ou 20d.
— du 31 décembre 1788 .	17 $\frac{1}{2}$	21,90 ou 21d. 90'.
Congélation du mercure . .	32	40,00 ou 40d.
Au-dessus de zéro.		
Caves de l'Observatoire . .	9 $\frac{1}{2}$	11,90 ou 11d. 90'.
Bains ordinaires	25	31,25 ou 31d. 25'.
Chaleur du sang	30	37,50 ou 37d. 50'.
Premiere ébullition de l'éther	32 $\frac{1}{2}$	40,60 ou 40d. 60'.
Fusion de la cire jaune . .	48	60,00 ou 60d.
Ébullition de l'alcohol (*a*) .	67	83,75 ou 83d. 75'.
Chaleur de l'eau bouillante	80	100,00 ou 100d.

(*a*) C'est le nom que porte dans la chimie moderne la liqueur appelée communément *esprit-de-vin*.

201. Tous ces degrés ont été pris sur des thermometres à mercure, et il seroit à desirer que l'usage de ces thermometres devînt général, soit parce que le mercure bien purifié est constamment homogene, au lieu que la différence des substances dont on tire l'alcohol, ou celle qui provient de l'opération même, fait varier sa nature et sa dilatation ; soit parce que le mercure est celui de tous les liquides dont les dilatations, depuis zéro jusqu'à l'eau bouillante, sont le plus exactement proportionnelles aux accroissemens de chaleur, tandis que l'alcohol, toutes choses égales d'ailleurs, marque des degrés sensiblement inégaux par des variations égales de température ; et de-là vient qu'il n'y a que les thermometres à mercure qui soient vraiment comparables. Mais si l'on vouloit faire des observations par un froid artificiel plus grand que celui qui répond à 32d. du thermometre ordinaire, il seroit nécessaire d'employer un thermometre à alcohol, parce qu'à cette température le mercure se congele.

2.° Division du Barometre.

202. La division du barometre est très-différente de celle du thermometre. Dans cette derniere, les sousdivisions sont des parties proportionnelles à la distance entre les deux limites données par l'observation, quelle que soit d'ailleurs cette distance, qui varie suivant les diametres de la boule et du tube de l'instrument, suivant la quantité du fluide, etc ; et de-là vient que dans différens thermometres exposés à la même température, la hauteur d'un même fluide au-dessus de zéro, ou son abaissement en dessous, ne se mesurent pas d'une maniere absolue, mais s'estiment d'après leur relation avec la distance totale entre zéro et le terme de l'eau bouillante.

Au contraire, dans le barometre, la hauteur du mercure au-dessus de la ligne de niveau, pour une pression donnée de l'air, est une quantité constante, dont la mesure absolue est toujours la même. Ainsi la division de l'instrument se rapporte nécessairement à quelqu'une des mesures usuelles de longueur qui

sont

sont connues, et jusqu'à présent on avoit divisé l'échelle du barometre par pouces et par lignes. Mais à l'avenir on la divisera par centimetres et par millimetres, à compter de la ligne de niveau. Il en résultera que les limites entre lesquelles varie la hauteur de la colonne, et qui répondent à l'espace compris à peu-près depuis le 26e. pouce jusqu'au 29e., répondront, l'une environ à 70 centimetres, et l'autre à 78 centimetres au-dessus de la ligne de niveau, ce qui donne 8 centimetres pour la distance qui représente le champ de l'observation.

203. On sait que les variations du barometre sont dues à la pression que l'air exerce sur la surface du mercure qui occupe la partie ouverte de l'instrument. Suivant que cette pression augmente ou diminue, la colonne de mercure monte ou s'abaisse dans le tube de l'instrument; et comme la colonne d'air qui repose sur le mercure devient plus courte, lorsque l'on porte le barometre d'un lieu dans un autre plus élevé, la pression de l'air se trouvant diminuée par une suite nécessaire, n'est plus capable de soutenir une

colonne de mercure aussi haute, en sorte que ce liquide s'abaisse au-dessous de son premier niveau.

On a profité de cet effet pour mesurer les hauteurs, d'après la quantité dont le mercure descendoit, à mesure que le barometre occupoit un lieu plus élevé. La nature de cet ouvrage ne nous permettant pas d'exposer les regles que l'on doit suivre pour mettre une certaine précision dans ce genre d'observations, en tenant compte de l'inégalité des différences entre les pressions de l'air ou les abaissemens du mercure, qui répondent à des différences égales en hauteur verticale, nous nous bornerons à dire qu'en général, lorsque les lieux ne s'élevent pas à plus de 1000 ou 1200 toises au-dessus du niveau de la mer, une ligne de diminution dans la colonne de mercure répond à peu-près à 12 toises $\frac{1}{2}$ d'accroissement en hauteur verticale.

204. Il est facile de traduire ce résultat en arithmétique décimale, pour le rapporter aux nouvelles mesures. Car 12 toises $\frac{1}{2}$ étant égales à 10800 lignes, on voit que la quantité dont le mercure s'abaisse, pour une différence

donnée en hauteur verticale, est 10800 fois plus petite que cette différence ; et par conséquent un abaissement d'un millimetre dans la colonne de mercure indique 10800 millimetres, ou $10,8^{\text{mt.}}$ d'élévation en ligne perpendiculaire à l'horison.

X. Disposition et usage des tables de réduction des anciennes mesures aux nouvelles.

205. Le passage des anciennes mesures aux nouvelles occasionnera nécessairement de continuelles réductions des unes aux autres, pour que la proportion se soutienne entre le prix et la quantité des objets de commerce, pour que les artistes accoutumés à construire des ouvrages sous des dimensions déterminées, puissent retrouver ces mêmes dimensions sur le metre, et qu'en un mot toutes les différentes unités et sousdivisions de ces unités comprises dans l'ancien systême ne disparoissent qu'après que le calcul aura marqué le degré qui répond à chacune d'elles, sur l'échelle décimale du systême des mesures républicaines.

Le but des tables suivantes est de faciliter ces réductions, en offrant un moyen simple et expéditif de résoudre, dans tous les cas particuliers, cette question générale : *Étant donnée une somme d'unités et de fractions de l'unité relatives à telle espece de mesure tirée de l'ancien systême, trouver la somme de même valeur qui y correspond dans le nouveau.*

206. Ces tables sont au nombre de douze; dont voici l'énumération, avec les numéros de renvoi aux articles de cette instruction, dans lesquels nous avons exposé les résultats qui leur servent de base. La premiere se rapporte aux mesures linéaires (8 et suiv.); la seconde, à la division de la circonférence du cercle (24 et suiv.); la troisieme, à la division du jour (36); la quatrieme, à la mesure des surfaces en général (45); la cinquieme, aux mesures agraires (44 et suiv.); la sixieme, aux mesures des solides en général (50); la septieme, aux mesures de capacité (50 et suiv.); la huitieme, aux poids (59 et suiv.); la neuvieme, aux monnoies (76); la dixieme donne la réduction du prix de l'aune de telle étoffe, au

prix du metre de la même étoffe; la onzieme donne la réduction du prix de la livre poids de marc, de telle marchandise, au prix du grave de la même marchandise; la douzieme concerne la conversion des fractions ordinaires en fractions décimales.

207. Les nombres qui proviennent des deux systêmes, se correspondent sur deux colonnes collatérales; l'une à gauche pour les anciennes mesures, l'autre à droite pour les nouvelles.

En suivant la colonne à gauche de haut en bas, on trouve d'abord les dernieres fractions de l'unité de chaque espece de mesure ancienne, comme les lignes, lorsqu'il s'agit de mesures de longueur; les grains, lorsqu'il s'agit de poids, etc.; puis les fractions d'un ordre immédiatement supérieur, comme les pouces ou les gros dans les mêmes cas, et ainsi de suite jusqu'aux unités.

Les fractions de chaque ordre se suivent ordinairement sans interruption, c'est-à-dire, par exemple, que les lignes forment une série continue depuis 1 jusqu'à 11, le terme suivant étant le pouce; les pouces pareillement depuis 1 jusqu'à 11, le terme suivant étant le pied, etc.

Quant aux unités simples, on les a aussi disposées d'une maniere continue, depuis 1 jusqu'à 10, après quoi elles se suivent par dixaines dans cet ordre, 10, 20, 30, 40, etc.; puis par centaines, ensuite par mille etc., (*a*). Nous donnerons dans un instant la maniere d'obtenir, à l'aide de cet arrangement, les réductions demandées.

Les nombres qui répondent aux précédens sur la colonne relative aux nouvelles mesures, sont tous distingués en deux parties, au moyen d'une virgule qui sépare les unités des décimales. Le nom de l'unité principale se trouve en tête de la colonne, et doit être toujours sous-entendu au-dessus du chiffre qui précede immédiatement la virgule. Par exemple, le nombre 1753,5553, qui, dans la premiere table, termine la seconde colonne, doit être lu comme s'il y avoit $1753^{\text{mt.}},5553$.

(*a*) Dans les tables relatives à la division du cercle et du jour, les unités se suivent sans interruption, d'une part, depuis un degré jusqu'à 90, et de l'autre, depuis une heure jusqu'à 24.

208. Dans la neuvieme table qui donne la réduction du prix des monnoies, on a suivi une disposition particuliere. Cette table est distribuée comme les tables de multiplication connues en arithmétique. Les sous sont rangés depuis 1 jusqu'à 19, sur une même bande verticale qui occupe le bord de cette table à gauche. Les deniers sont pareillement rangés sur une même bande horisontale qui occupe le haut de la table. Il en résulte que le nombre de décimes et de centimes qui répond à un nombre donné de sous et de deniers, se trouve situé à la fois vis-à-vis du nombre des sous et de celui des deniers, ainsi qu'on le verra encore plus clairement d'après l'exemple que nous citerons dans un instant.

209. Quant à la livre de compte, elle n'a besoin d'aucune réduction, parce que sa valeur est la même jusqu'ici dans l'un et l'autre systême.

210. Nous avons déjà proposé (176 et suiv.), comme objet d'exercice, des exemples particuliers de la méthode de réduire immédiatement les anciennes mesures aux nouvelles, et l'on a vu que les réductions faites de cette maniere occasionnoient des multiplications et des divisions qui compliquoient les calculs.

A l'aide des tables ci-jointes, l'opération se bornera à de simples additions qui épargneront beaucoup de temps et de travail.

EXEMPLES.

Table I.

211. On propose de réduire 546 toises 4 pieds 9 pouces en metres et en parties décimales du metre.

Cherchez successivement dans les colonnes relatives aux anciennes mesures les nombres indiqués par les différentes valeurs des chiffres pris de gauche à droite, c'est-à-dire, les nombres $500^{T.}$, $40^{T.}$, $6^{T.}$, etc. Prenez les nombres correspondans sur les colonnes qui appartiennent au nouveau système ; écrivez ces nombres l'un au-dessous de l'autre, comme il a été dit (101), et faites-en l'addition.

Voici le tableau de l'opération :

	mt.
$500^{T.}$ répondent à . .	974,1974
40	77,9358
6	11,6904
$4^{P.}$	1,2989
$9^{P.}$ . .	0,2435
	mt.
Résultat de la réduction	1065,3660.

Table I I.

212. Quel est le nombre de degrés, de minutes et de secondes de la nouvelle division du cercle, qui équivaut à $75^{d.}$ $14'$ $9''$ de l'ancienne ?

$75^{d.}$ de l'ancien cercle répondent

à	$83^{d.},333333$	du nouveau.
$14'$	$0\ ,259259$	
$9''$ . . .	$0\ ,002778$	
Résultat de la réd.	$83^{d.},595370.$	

Table I I I.

213. Quelle heure donne la nouvelle division du jour, lorsqu'il est $9^{h.}$ $45'$ $20''$ du matin, suivant l'ancienne ?

$9^{h.}$ du nouveau jour répondent

à	$3^{h.},750000$	de l'ancien.
$45'$.	$0\ ,312500$	
$20''$	$0\ ,002315$	
Résultat de la réduc.	$4^{h.},064815.$	
C'est-à-d. à peu-près	$4^{h.}$ $6'$ $48''\frac{1}{4}.$	

Table I V.

214. Une surface évaluée d'après les anciennes mesures, a donné 214$^{TT.}$ 5$^{TP.}$ 4$^{Tp.}$ 6$^{Tl.}$ On demande combien elle contient de metres carrés et de parties décimales du metre carré?

	mt.q.
200$^{TT.}$ répondent à	759,2485
10	37,9624
4	15,1850
5$^{TP.}$	3,1635
4$^{TP.}$	0,2109
6$^{Tl.}$	0,0264
	mt.q.
Résultat de la réduction. . . .	815,7967.

Table V.

215. Combien un terrain égal à 250 arpens, de 100 perches carrées chacun, la perche étant de 22 pieds, renferme-t-il d'ares et de parties décimales de l'are ?

	mt.q.
200 arpens répondent à	1020767,3887
50	255191,8472
	mt.q.
Total en metres carrés .	1275959,2359.

Or l'are vaut dix mille metres carrés

(46). Donc le terrain proposé renferme $\overset{\text{ar.}}{127,596}$, en se bornant à trois décimales. (Voyez 92 et 120).

Table VI.

216. Un massif de maçonnerie étoit évalué dans l'ancien systême, $32^{\text{TTT.}}\ 4^{\text{TTP.}}\ 5^{\text{TTp.}}$; on propose d'en trouver la solidité, en prenant le metre cubique pour unité de mesure.

	mt.c.
30^{TTT}. répondent à	221,8974
2	14,7932
$4^{\text{TTP.}}$	4,9311
$5^{\text{TTp.}}$	0,5137
	mt.c.
Résultat de la réduction . .	242,1354.

Table VII.

217. On demande combien 325 pintes, mesure de Paris, valent de cadils?

	cd.
300 pintes répondent à . .	285,3618
20	19,0241
5	4,7560
	cd.
Résultat de la réduction..	309,1419.

Table VIII.

218. On propose de trouver le nombre de graves et de parties décimales du grave, qui répond à 1856 livres poids de marc.

	gv.
1000 livres répondent à . . .	489,1460
800	391,3168
50	24,4573
6	2,9349
Résultat de la réduction . .	gv. 907,8550.

On a fait une petite pesée qui a donné 5 onces 4 gros 54 grains $\frac{3}{4}$. On demande l'équivalent en parties décimales du grave.

	gv.
5 onces répondent à	0,1528581
4 gros	0,0152858
50 grains	0,0026538
4	0,0002123
$\frac{3}{4}$	0,0000398 (*a*)
Résultat de la réduction. . .	gv. 0,1710498.

(*a*) Pour avoir ce nombre, qui ne se trouve pas immédiatement dans la table, il faut ajouter $\frac{1}{2}$ grain à $\frac{1}{4}$ de grain.

Table IX.

219. On propose de convertir une somme de $2354^{l.}$ $17^{s.}$ $8^{d.}$ en une autre de même valeur, composée de livres, décimes et centimes.

La valeur de la livre étant la même de part et d'autre, il ne s'agit que d'avoir le nombre de décimes et de centimes qui est égal à $17^{s.}$ $8^{d.}$ Pour y parvenir, cherchez le nombre 8 des deniers, dans la partie supérieure de la table, et descendez le long de la bande verticale qui commence par ce nombre, jusqu'à ce que vous soyez arrivé vis-à vis du nombre 17 placé dans la colonne des sous. Le nombre sur lequel vous serez tombé, et qui est $\overset{lv.}{0{,}8833}$, donnera la valeur des $17^{s.}$ $8^{d.}$ en parties décimales de la livre. Ainsi le résultat total de la réduction est $\overset{lv.}{2354{,}8833}$.

Table X.

220. Un marchand qui fait le commerce des étoffes, vendoit jusqu'ici une certaine espece

de drap à raison de 36$^{liv.}$ 10$^{s.}$ 6$^{d.}$ l'aune. Il veut savoir combien il doit vendre, à proportion, le metre du même drap.

Le prix de 30$^{liv.}$ pour l'aune,

	liv.
donne pour le metre.	25,2514
6$^{liv.}$.	5,0503
10$^{s.}$	0,4209
6$^{d.}$ . .	0,0210
	liv.
Résultat de la réduction. . .	30,7436.

Table X I.

221. La livre poids de marc d'une certaine marchandise valoit précédemment 3$^{liv.}$ 12$^{s.}$ 9$^{d.}$ On demande combien vaut à proportion le grave de la même marchandise.

Le prix de 3$^{liv.}$ pour la livre poids de marc,

	lv.
donne pour le grave.	6,1331
12$^{s.}$	1,2266
9$^{d.}$.	0,0767
	lv.
Résultat de la réduction. .	7,4364.

Table XII.

222. Cette table donne immédiatement les valeurs de toutes les fractions dont le numérateur ne surpasse pas 19, ou qui ne sont pas des multiples de quelqu'autre fraction plus simple.

Ainsi, l'on trouvera

qu'à $\frac{5}{11}$ répond. 0,454545
à . . $\frac{9}{14}$ 0,642857

Les exemples suivans indiqueront la maniere dont on doit se conduire dans l'autre cas.

223. On demande la fraction décimale qui répond à $\frac{15}{27}$.

Si l'on divise par 3 le numérateur et le dénominateur de la fraction $\frac{15}{27}$, on aura pour sa plus simple expression $\frac{5}{9}$, qui se trouve dans la table, et à laquelle répond la fraction décimale 0,555555.

Quelle est la fraction décimale qui équivaut à $\frac{12}{44}$?

Cette fraction étant divisée haut et bas par 4 devient $\frac{3}{11}$, dont la valeur en fraction décimale, indiquée par la table, est 0,272727.

Remarque.

224. Dans les nombres qui expriment des unités simples relatives aux nouvelles mesures, on s'est borné ordinairement à quatre décimales ; au lieu que dans l'expression des fractions de l'unité, on a pris jusqu'à 7 décimales pour certaines tables, afin d'avoir toujours deux ou trois chiffres significatifs à la suite des zéros donnés par les premieres décimales. D'après cela, si l'on vouloit réduire, par exemple, au grave et à ses sousdivisions, une somme de livres poids de marc, avec de très-petites fractions de la livre, il faudroit avoir recours à des tables plus étendues. Mais ces sortes de cas sont rares, parce que communément on ne tient compte des fractions dont il s'agit, que dans les résultats des petites pesées, où l'unité du plus haut degré est l'once, et alors tous les nombres fournis par la table relative au grave ayant 7 décimales, on peut, au moyen de cette table, obtenir une précision suffisante.

T A B L E S

Pour réduire les anciennes Mesures de longueur, de superficie, de capacité et les anciens Poids, en Mesures et Poids du nouveau systême décrété par la Convention nationale.

TABLE I.re MESURES

Lignes.	METRES.	*Toises.*	METRES.
1	0,0023	1	1,9484
2	0,0045	2	3,8968
3	0,0068	3	5,8452
4	0,0090	4	7,7936
5	0,0113	5	9,7420
6	0,0135	6	11,6904
7	0,0158	7	13,6388
8	0,0180	8	15,5872
9	0,0203	9	17,5356
10	0,0226	10	19,4839
11	0,0248	20	38,9679
Pouces.		30	58,4518
1	0,0271	40	77,9358
2	0,0541	50	97,4197
3	0,0812	60	116,9037
4	0,1082	70	136,3876
5	0,1353	80	155,8716
6	0,1624	90	175,3555
7	0,1894	100	194,8395
8	0,2165	200	389,6790
9	0,2435	300	584,5184
10	0,2706	400	779,3579
11	0,2977	500	974,1974
Pieds.		600	1169,0369
1	0,3247	700	1363,8764
2	0,6495	800	1558,7159
3	0,9742	900	1753,5553
4	1,2989		
5	1,6237		
6	1,9484		

LINÉAIRES.

Toises.	METRES.	Aunes de Paris.	METRES.
1000	1948,3948	$\frac{1}{32}$	0,037127
2000	3896,7896	$\frac{1}{16}$	0,074253
3000	5845,1844	$\frac{1}{8}$	0,148507
4000	7793,5793	$\frac{1}{4}$	0,297014
5000	9741,9741	$\frac{1}{2}$	0,594027
6000	11690,3689	$\frac{1}{24}$	0,049502
7000	13638,7637	$\frac{1}{12}$	0,099005
8000	15587,1585	$\frac{1}{6}$	0,198009
9000	17535,5533	$\frac{1}{3}$	0,396018
10000	19483,9481	1	1,1881
20000	38967,8963	2	2,3761
30000	58451,8444	3	3,5642
40000	77935,7926	4	4,7522
50000	97419,7407	5	5,9403
60000	116903,6889	6	7,1283
70000	136387,6370	7	8,3164
80000	155871,5852	8	9,5044
90000	175355,5333	9	10,6925
100000	194839,4815	10	11,8805
200000	389678,9630	20	23,7611
300000	584518,4445	30	35,6416
400000	779357,9260	40	47,5222
500000	974197,4075	50	59,4027
600000	1169036,8890	60	71,2833
700000	1363876,3705	70	83,1638
800000	1558715,8519	80	95,0444
900000	1753555,3334	90	106,9249
1000000	1948394,8149	100	118,8055
		1000	1188,0548
		10000	11880,5479

Table II, Pour convertir les degrés, minutes, et
décimaux et parties

Secondes anciennes.	DEGRÉS décimaux.	*Secondes anciennes.*	DEGRÉS décimaux.
1	0,000309	31	0,009568
2	0,000617	32	0,009876
3	0,000926	33	0,010185
4	0,001235	34	0,010494
5	0,001543	35	0,010802
6	0,001852	36	0,011111
7	0,002160	37	0,011420
8	0,002470	38	0,011728
9	0,002778	39	0,012037
10	0,003086	40	0,012346
11	0,003395	41	0,012654
12	0,003704	42	0,012963
13	0,004012	43	0,013272
14	0,004321	44	0,013580
15	0,004630	45	0,013889
16	0,004938	46	0,014197
17	0,005247	47	0,014506
18	0,005556	48	0,014815
19	0,005864	49	0,015123
20	0,006173	50	0,015432
21	0,006481	51	0,015741
22	0,006790	52	0,016049
23	0,007099	53	0,016358
24	0,007407	54	0,016667
25	0,007716	55	0,016975
26	0,008025	56	0,017284
27	0,008333	57	0,017593
28	0,008642	58	0,017901
29	0,008951	59	0,018210
30	0,009259	60	0,018519

secondes de l'ancienne division du cercle en degrés décimales de ces degrés.

Minutes anciennes.	DEGRÉS décimaux.	*Minutes anciennes.*	DEGRÉS décimaux.
1	0,018519	31	0,574074
2	0,037037	32	0,592592
3	0,055556	33	0,611111
4	0,074074	34	0,629629
5	0,092593	35	0,648148
6	0,111111	36	0,666666
7	0,129630	37	0,685185
8	0,148148	38	0,703703
9	0,166667	39	0,722222
10	0,185185	40	0,740740
11	0,203704	41	0,759259
12	0,222222	42	0,777777
13	0,240741	43	0,796296
14	0,259259	44	0,814814
15	0,277778	45	0,833333
16	0,296296	46	0,851851
17	0,314815	47	0,870370
18	0,333333	48	0,888888
19	0,351852	49	0,907407
20	0,370370	50	0,925926
21	0,388889	51	0,944444
22	0,407407	52	0,962963
23	0,425926	53	0,981481
24	0,444444	54	1,000000
25	0,462963	55	1,018519
26	0,481481	56	1,037037
27	0,500000	57	1,055556
28	0,518518	58	1,074074
29	0,537037	59	1,092592
30	0,555555	60	1,111111

Suite de la Table II, Pour convertir les degrés, minutes
décimaux et parties

Degrés anciens.	DEGRÉS décimaux.	*Degrés anciens.*	DEGRÉS décimaux.
1	1,111111	31	34,444444
2	2,222222	32	35,555556
3	3,333333	33	36,666667
4	4,444444	34	37,777778
5	5,555556	35	38,888889
6	6,666667	36	40,000000
7	7,777778	37	41,111111
8	8,888889	38	42,222222
9	10,000000	39	43,333333
10	11,111111	40	44,444444
11	12,222222	41	45,555556
12	13,333333	42	46,666667
13	14,444444	43	47,777778
14	15,555556	44	48,888889
15	16,666667	45	50,000000
16	17,777778	46	51,111111
17	18,888889	47	52,222222
18	20,000000	48	53,333333
19	21,111111	49	54,444444
20	22,222222	50	55,555556
21	23,333333	51	56,666667
22	24,444444	52	57,777778
23	25,555556	53	58,888889
24	26,666667	54	60,000000
25	27,777778	55	61,111111
26	28,888889	56	62,222222
27	30,000000	57	63,333333
28	31,111111	58	64,444444
29	32,222222	59	65,555556
30	33,333333	60	66,666667

et secondes de l'ancienne division du cercle en degrés
décimales de ces degrés.

Degrés anciens.	DEGRÉS décimaux.	*Degrés anciens.*	DEGRÉS décimaux.
61	67,777778	100	111,111111
62	68,888889	110	122,222222
63	70,000000	120	133,333333
64	71,111111	130	144,444444
65	72,222222	140	155,555556
66	73,333333	150	166,666667
67	74,444444	160	177,777778
68	75,555556	170	188,888889
69	76,666667	180	200,000000
70	77,777778	190	211,111111
71	78,888889	200	222,222222
72	80,000000	210	233,333333
73	81,111111	220	244,444444
74	82,222222	230	255,555556
75	83,333333	240	266,666667
76	84,444444	250	277,777778
77	85,555556	260	288,888889
78	86,666667	270	300,000000
79	87,777778	280	311,111111
80	88,888889	290	322,222222
81	90,000000	300	333,333333
82	91,111111	310	344,444444
83	92,222222	320	355,555556
84	93,333333	330	366,666667
85	94,444444	340	377,777778
86	95,555556	350	388,888889
87	96,666667	360	400,000000
88	97,777778		
89	98,888889		
90	100,000000		

Table III, Pour convertir l'ancienne

Secondes anciennes	HEURES décimales.	*Secondes anciennes*	HEURES décimales.	*Minutes anciennes.*
1	0,000116	31	0,003588	1
2	0,000231	32	0,003704	2
3	0,000347	33	0,003819	3
4	0,000463	34	0,003935	4
5	0,000579	35	0,004051	5
6	0,000694	36	0,004167	6
7	0,000810	37	0,004282	7
8	0,000926	38	0,004398	8
9	0,001042	39	0,004514	9
10	0,001157	40	0,004630	10
11	0,001273	41	0,004745	11
12	0,001389	42	0,004861	12
13	0,001505	43	0,004977	13
14	0,001620	44	0,005093	14
15	0,001736	45	0,005208	15
16	0,001852	46	0,005324	16
17	0,001968	47	0,005440	17
18	0,002083	48	0,005556	18
19	0,002199	49	0,005671	19
20	0,002315	50	0,005787	20
21	0,002431	51	0,005903	21
22	0,002546	52	0,006018	22
23	0,002662	53	0,006134	23
24	0,002778	54	0,006250	24
25	0,002893	55	0,006366	25
26	0,003009	56	0,006481	26
27	0,003125	57	0,006597	27
28	0,003241	58	0,006713	28
29	0,003356	59	0,006829	29
30	0,003472	60	0,006944	30

divisio

division du jour en division décimale.

HEURES décimales.	*Minutes ancienn.*	HEURES décimales.	*Heures ancienn.*	HEURES décimales.
0,006944	31	0,215278	1	0,416667
0,013889	32	0,222222	2	0,833333
0,020833	33	0,229167	3	1,250000
0,027778	34	0,236111	4	1,666667
0,034722	35	0,243056	5	2,083333
0,041667	36	0,250000	6	2,500000
0,048611	37	0,256944	7	2,916667
0,055556	38	0,263889	8	3,333333
0,062500	39	0,270833	9	3,750000
0,069444	40	0,277778	10	4,166667
0,076389	41	0,284722	11	4,583333
0,083333	42	0,291667	12	5,000000
0,090278	43	0,298611	13	5,416667
0,097222	44	0,305556	14	5,833333
0,104167	45	0,312500	15	6,250000
0,111111	46	0,319444	16	6,666667
0,118056	47	0,326389	17	7,083333
0,125000	48	0,333333	18	7,500000
0,131944	49	0,340278	19	7,916667
0,138889	50	0,347222	20	8,333333
0,145833	51	0,354167	21	8,750000
0,152778	52	0,361111	22	9,166666
0,159722	53	0,368056	23	9,583333
0,166667	54	0,375000	24	10,000000
0,173611	55	0,381944		
0,180556	56	0,388889		
0,187500	57	0,395833		
0,194444	58	0,402778		
0,201389	59	0,409722		
0,208333	60	0,416667		

TABLE IV. MESURES

Toises-points.	METRES CARRÉS.	*Toises-pouces.*	METRES CARRÉS.
1	0,000366	7	0,369079
2	0,000732	8	0,421805
3	0,001098	9	0,474530
4	0,001465	10	0,527256
5	0,001831	11	0,579981
6	0,002197	*Toises-pieds.*	
7	0,002563	1	0,632707
8	0,002929	2	1,265414
9	0,003295	3	1,898121
10	0,003661	4	2,530828
11	0,004028	5	3,163535
Toises-lignes.		*Toises-carrées*	
1	0,004394	1	3,796242
2	0,008788	2	7,592485
3	0,013181	3	11,388727
4	0,017575	4	15,184969
5	0,021969	5	18,981212
6	0,026363	6	22,777454
7	0,030757	7	26,573696
8	0,035150	8	30,369939
9	0,039544	9	34,166181
10	0,043938	10	37,962424
11	0,048332	20	75,924847
Toises-pouces.		30	113,887271
1	0,052726	40	151,849694
2	0,105451	50	189,812118
3	0,158177	60	227,774541
4	0,210902	70	265,736965
5	0,263628	80	303,699388
6	0,316354	90	341,661812

DES SURFACES.

Toises-carrées.	METRES CARRÉS.	*Pieds carrés.*	METRES CARRÉS.
100	379,6242	1	0,105451
200	759,2485	2	0,210902
300	1138,8727	3	0,316354
400	1518,4969	6	0,632707
500	1898,1212	12	1,265414
600	2277,7454	18	1,898121
700	2657,3696	24	2,530828
800	3036,9939	30	3,163535
900	3416,6181	36	3,796242
1000	3796,2424	*Pouces*	
2000	7592,4847	*carrés.*	
3000	11388,7271	1	0,000732
4000	15184,9694	2	0,001465
5000	18981,2118	3	0,002197
6000	22777,4541	6	0,004394
7000	26573,6965	12	0,008788
8000	30369,9388	18	0,013181
9000	34166,1812	36	0,026363
10000	37962,4235	72	0,052726
20000	75924,8471	144	0,105451
30000	113887,2706	*Lignes*	
40000	151849,6942	*carrées.*	
50000	189812,1177	1	0,000005
60000	227774,5413	2	0,000010
70000	265736,9648	3	0,000015
80000	303699,3884	6	0,000031
90000	341661,8119	12	0,000061
100000	379624,2355	18	0,000921
1000000	3796242,3549	36	0,000183
		72	0,000366
		144	0,000732

TABLE V. Arpent de Paris de 100 perches carrées, la perche linéaire de 18 pieds.

Perches carrées	METRES CARRÉS.	*Arpens.*	METRES CARRÉS.
1	34,1662	10	34166,1812
2	68,3324	20	68332,3624
3	102,4985	30	102498,5436
4	136,6647	40	136664,7248
5	170,8309	50	170830,9060
6	204,9971	60	204997,0871
7	239,1633	70	239163,2683
8	273,3294	80	273329,4495
9	307,4956	90	307495,6307
10	341,6618	100	341661,8119
20	683,3236	200	683323,6239
30	1024,9854	300	1024985,4358
40	1366,6472	400	1366647,2477
50	1708,3091	500	1708309,0597
60	2049,9709	600	2049970,8716
70	2391,6327	700	2391632,6836
80	2733,2945	800	2733294,4955
90	3074,9563	900	3074956,3074
Arpens.		1000	3416618,1194
1	3416,6181	2000	6833236,2387
2	6833,2362	3000	10249854,3581
3	10249,8544	4000	13666472,4775
4	13666,4725	5000	17083090,5968
5	17083,0906	6000	20499708,7162
6	20499,7087	7000	23916326,8356
7	23916,3268	8000	27332944,9549
8	27332,9450	9000	30749563,0743
9	30749,5631	10000	34166181,1937
		100000	341661811,937
		1000000	3416618119,37

Arpent de France de 100 perches carrées, la perche linéaire de 22 pieds.			
Perches carrées.	METRES CARRÉS.	*Arpens.*	METRES CARRÉS.
1	51,0384	10	51038,3694
2	102,0767	20	102076,7389
3	153,1151	30	153115,1083
4	204,1535	40	204153,4777
5	255,1918	50	255191,8472
6	306,2302	60	306230,2166
7	357,2686	70	357268,5861
8	408,3070	80	408306,9555
9	459,3453	90	459345,3249
10	510,3837	100	510383,6944
20	1020,7674	200	1020767,3887
30	1531,1511	300	1531151,0831
40	2041,5348	400	2041534,7775
50	2551,9185	500	2551918,4719
60	3062,3022	600	3062302,1662
70	3572,6859	700	3572685,8606
80	4083,0696	800	4083069,5550
90	4593,4532	900	4593453,2494
Arpens.		1000	5103836,9437
1	5103,8369	2000	10207673,8875
2	10207,6739	3000	15311510,8312
3	15311,5108	4000	20415347,7750
4	20415,3478	5000	25519184,7187
5	25519,1847	6000	30623021,6625
6	30623,0217	7000	35726858,6062
7	35726,8586	8000	40830695,5500
8	40830,6955	9000	45934532,4937
9	45934,5325	10000	51038369,4375
10	51038,3694	100000	510383694,375
		1000000	5103836943,75

Table VI. MESURES

T-T *points.*	METRES CUBES.	T-T *pouces.*	METRES CUBES.
1	0,000713	7	0,719112
2	0,001427	8	0,821842
3	0,002140	9	0,924572
4	0,002854	10	1,027303
5	0,003567	11	1,130033
6	0,004280	*T-T Pieds.*	
7	0,004994	1	1,232763
8	0,005707	2	2,465526
9	0,006421	3	3,698289
10	0,007134	4	4,931053
11	0,007847	5	6,163816
T-T Lignes.		*Toises-cubes.*	
1	0,008561	1	7,3966
2	0,017122	2	14,7932
3	0,025683	3	22,1897
4	0,034243	4	29,5863
5	0,042804	5	36,9829
6	0,051365	6	44,3795
7	0,059926	7	51,7761
8	0,068487	8	59,1726
9	0,077048	9	66,5692
10	0,085609	10	73,9658
11	0,094169	20	147,9316
T-T Pouces.		30	221,8974
1	0,102730	40	295,8632
2	0,205461	50	369,8289
3	0,308191	60	443,7947
4	0,410921	70	517,7605
5	0,513652	80	591,7263
6	0,616382	90	665,6921

DES SOLIDES.

Toises-cubes	METRES CUBES.	Pieds-cubes.	METRES CUBES.
100	739,6579	1	0,034243
200	1479,3158	2	0,068487
300	2218,9737	3	0,102730
400	2958,6316	4	0,136974
500	3698,2895	5	0,171217
600	4437,9474	10	0,342434
700	5177,6052	100	3,424342
800	5917,2631	200	6,848684
900	6656,9210	216	7,396579
1000	7396,5789	*Pouces-cubes*	
2000	14793,1578	1	0,000020
3000	22189,7368	2	0,000040
4000	29586,3157	3	0,000059
5000	36982,8946	4	0,000079
6000	44379,4735	5	0,000099
7000	51776,0524	10	0,000198
8000	59172,6314	100	0,001982
9000	66569,2103	1000	0,019817
10000	73965,7892	1728	0,034243
20000	147931,5784	*Lignes-cubes.*	
30000	221897,3676	1	0,000000
40000	295863,1568	2	0,000000
50000	369828,9460	3	0,000000
60000	443794,7352	4	0,000000
70000	517760,5244	5	0,000000
80000	591726,3136	10	0,000000
90000	665692,1028	100	0,000001
100000	739657,8920	1000	0,000011
1000000	7396578,9204	1728	0,000020

TABLE VII.			MESURES
La pinte de Paris de 48 pouces-cubes, réduite en cadil.			
Pintes.	CADILS.	*Pintes.*	CADILS.
1	0,9512	1000	951,2061
2	1,9024	2000	1902,4123
3	2,8536	3000	2853,6184
4	3,8048	4000	3804,8245
5	4,7560	5000	4756,0307
6	5,7072	6000	5707,2368
7	6,6584	7000	6658,4430
8	7,6096	8000	7609,6491
9	8,5609	9000	8560,8552
10	9,5121	10000	9512,0614
20	19,0241	20000	19024,1227
30	28,5362	30000	28536,1841
40	38,0482	40000	38048,2455
50	47,5603	50000	47560,3068
60	57,0724	60000	57072,3682
70	66,5844	70000	66584,4296
80	76,0965	80000	76096,4910
90	85,6086	90000	85608,5523
100	95,1206	100000	95120,6137
200	190,2412	200000	190241,2274
300	285,3618	300000	285361,8411
400	380,4825	400000	380482,4548
500	475,6031	500000	475603,0684
600	570,7237	600000	570723,6821
700	665,8443	700000	665844,2958
800	760,9649	800000	760964,9095
900	856,0855	900000	856085,5232
		1000000	951206,1369

DE

Le boisseau de Paris de 640 pouces cubes réd. en centicade.			
Boisseaux.	CENTICADES.	*Boisseaux.*	CENTICADES.
1	1,2683	1000	1268,2749
2	2,5365	2000	2536,5497
3	3,8048	3000	3804,8245
4	5,0731	4000	5073,0994
5	6,3414	5000	6341,3742
6	7,6096	6000	7609,6491
7	8,8779	7000	8877,9239
8	10,1462	8000	10146,1988
9	11,4145	9000	11414,4736
10	12,6827	10000	12682,7485
20	25,3655	20000	25365,4970
30	38,0482	30000	38048,2455
40	50,7310	40000	50730,9940
50	63,4137	50000	63413,7425
60	76,0965	60000	76096,4910
70	88,7792	70000	88779,2394
80	101,4620	80000	101461,9879
90	114,1447	90000	114144,7364
100	126,8275	100000	126827,4849
200	253,6550	200000	253654,9698
300	380,4825	300000	380482,4548
400	507,3099	400000	507309,9397
500	634,1374	500000	634137,4246
600	760,9649	600000	760964,9095
700	887,7924	700000	887792,3944
800	1014,6199	800000	1014619,8793
900	1141,4474	900000	1141447,3643
		1000000	1268274,8492

TABLE VIII. Pour réduire les livres, onces,
décimales.

Grains.	FRACTIONS décimales DU GRAVE.	Gros.	FRACTIONS décimales DU GRAVE.
$\frac{1}{128}$	0,0000004	1	0,0038215
$\frac{1}{64}$	0,0000008	2	0,0076429
$\frac{1}{32}$	0,0000017	3	0,0114644
$\frac{1}{16}$	0,0000033	4	0,0152858
$\frac{1}{8}$	0,0000066	5	0,0191073
$\frac{1}{4}$	0,0000133	6	0,0229287
$\frac{1}{2}$	0,0000265	7	0,0267502
1	0,0000531	*Onces.*	
2	0,0001062	1	0,0305716
3	0,0001592	2	0,0611433
4	0,0002123	3	0,0917149
5	0,0002654	4	0,1222865
6	0,0003185	5	0,1528581
7	0,0003715	6	0,1834298
8	0,0004246	7	0,2140014
9	0,0004777	8	0,2445730
10	0,0005308	9	0,2751446
20	0,0010615	10	0,3057163
30	0,0015923	11	0,3362879
40	0,0021230	12	0,3668595
50	0,0026538	13	0,3974311
60	0,0031845	14	0,4280028
70	0,0037153	15	0,4585744
72	0,0038215	16	0,4891460

gros et grains des anciens poids, en graves et fractions du grave.

Livres.	GRAVES.	
1	0,4891	
2	0,9783	
3	1,4674	
4	1,9566	
5	2,4457	
6	2,9349	
7	3,4240	
8	3,9132	
9	4,4023	
10	4,8915	
20	9,7829	
30	14,6744	
40	19,5658	
50	24,4573	
60	29,3488	
70	34,2402	
80	39,1317	
90	44,0231	
100	48,9146	
200	97,8292	
300	146,7438	
400	195,6584	
500	244,5730	
600	293,4876	
700	342,4022	
800	391,3168	
900	440,2314	
1000	489,1460	
10000	4891,4601	
100000	48914,6011	
1000000	489146,0114	

Table IX. Pour convertir les sous et deniers de la livre numéraire en décimes et centimes de la même livre.

Sous.	Deniers.					
	0	1	2	3	4	5
0	0,0000	0,0042	0,0083	0,0125	0,0167	0,0208
1	0,0500	0,0542	0,0583	0,0625	0,0667	0,0708
2	0,1000	0,1042	0,1083	0,1125	0,1167	0,1208
3	0,1500	0,1542	0,1583	0,1625	0,1667	0,1708
4	0,2000	0,2042	0,2083	0,2125	0,2167	0,2208
5	0,2500	0,2542	0,2583	0,2625	0,2667	0,2708
6	0,3000	0,3042	0,3083	0,3125	0,3167	0,3208
7	0,3500	0,3542	0,3583	0,3625	0,3667	0,3708
8	0,4000	0,4042	0,4083	0,4125	0,4167	0,4208
9	0,4500	0,4542	0,4583	0,4625	0,4667	0,4708
10	0,5000	0,5042	0,5083	0,5125	0,5167	0,5208
11	0,5500	0,5542	0,5583	0,5625	0,5667	0,5708
12	0,6000	0,6042	0,6083	0,6125	0,6167	0,6208
13	0,6500	0,6542	0,6583	0,6625	0,6667	0,6708
14	0,7000	0,7042	0,7083	0,7125	0,7167	0,7208
15	0,7500	0,7542	0,7583	0,7625	0,7667	0,7708
16	0,8000	0,8042	0,8083	0,8125	0,8167	0,8208
17	0,8500	0,8542	0,8583	0,8625	0,8667	0,8708
18	0,9000	0,9042	0,9083	0,9125	0,9167	0,9208
19	0,9500	0,9542	0,9583	0,9625	0,9667	0,9708

Suite de la Table IX. Pour convertir les sous et deniers de la livre numéraire en decimes et centimes de la même livre.

SOUS	DENIERS.					
	6	7	8	9	10	11
0	0,0250	0,0292	0,0333	0,0375	0,0417	0,0458
1	0,0750	0,0792	0,0833	0,0875	0,0917	0,0958
2	0,1250	0,1292	0,1333	0,1375	0,1417	0,1458
3	0,1750	0,1792	0,1833	0,1875	0,1917	0,1958
4	0,2250	0,2292	0,2333	0,2375	0,2417	0,2458
5	0,2750	0,2792	0,2833	0,2875	0,2917	0,2958
6	0,3250	0,3292	0,3333	0,3375	0,3417	0,3458
7	0,3750	0,3792	0,3833	0,3875	0,3917	0,3958
8	0,4250	0,4292	0,4333	0,4375	0,4417	0,4458
9	0,4750	0,4792	0,4833	0,4875	0,4917	0,4958
10	0,5250	0,5292	0,5333	0,5375	0,5417	0,5458
11	0,5750	0,5792	0,5833	0,5875	0,5917	0,5958
12	0,6250	0,6292	0,6333	0,6375	0,6417	0,6458
13	0,6750	0,6792	0,6833	0,6875	0,6917	0,6958
14	0,7250	0,7292	0,7333	0,7375	0,7417	0,7458
15	0,7750	0,7792	0,7833	0,7875	0,7917	0,7958
16	0,8250	0,8292	0,8333	0,8375	0,8417	0,8458
17	0,8750	0,8792	0,8833	0,8875	0,8917	0,8958
18	0,9250	0,9292	0,9333	0,9375	0,9417	0,9458
19	0,9750	0,9792	0,9833	0,9875	0,9917	0,9958

Table X. Prix du metre d'une étoffe quelconque d'après le prix de l'aune.

Prix de l'aune.	PRIX DU METRE.	*Prix de l'aune.*	PRIX DU METRE.
Deniers.	Livres.	*Livres.*	Livres.
1	0,0035	1	0,8417
2	0,0070	2	1,6834
3	0,0105	3	2,5251
4	0,0140	4	3,3668
5	0,0175	5	4,2086
6	0,0210	6	5,0503
7	0,0245	7	5,8920
8	0,0281	8	6,7337
9	0,0316	9	7,5754
10	0,0351	10	8,4171
11	0,0386	20	16,8342
Sous.		30	25,2514
1	0,0421	40	33,6685
2	0,0842	50	42,0856
3	0,1263	60	50,5027
4	0,1683	70	58,9198
5	0,2104	80	67,3370
6	0,2525	90	75,7541
7	0,2946	100	84,1712
8	0,3367	200	168,3424
9	0,3788	300	252,5136
10	0,4209	400	336,6848
11	0,4629	500	420,8560
12	0,5050	600	505,0272
13	0,5471	700	589,1984
14	0,5892	800	673,3696
15	0,6313	900	757,5408
16	0,6734	1000	841,7120
17	0,7155	2000	1683,4240
18	0,7575	3000	2525,1361
19	0,7996	4000	3366,8481

TABLE XI. Prix du grave d'après le prix de la livre poids de marc.

Prix de la liv. P.ds de marc.	PRIX DU GRAVE.	Prix de la liv. P.ds de marc.	PRIX DU GRAVE.
Deniers.	Liv. de compte.	*Liv. de compte.*	Liv. de compte.
1	0,0085	1	2,0444
2	0,0170	2	4,0888
3	0,0256	3	6,1331
4	0,0341	4	8,1775
5	0,0426	5	10,2219
6	0,0511	6	12,2663
7	0,0596	7	14,3107
8	0,0681	8	16,3550
9	0,0767	9	18,3994
10	0,0852	10	20,4438
11	0,0937	20	40,8876
Sous.		30	61,3314
1	0,1022	40	81,7752
2	0,2044	50	102,2190
3	0,3067	60	122,6628
4	0,4089	70	143,1066
5	0,5111	80	163,5503
6	0,6133	90	183,9941
7	0,7155	100	204,4379
8	0,8178	200	408,8759
9	0,9200	300	613,3138
10	1,0222	400	817,7517
11	1,1244	500	1022,1897
12	1,2266	600	1226,6276
13	1,3288	700	1431,0655
14	1,4311	800	1635,5035
15	1,5333	900	1839,9414
16	1,6355	1000	2044,3793
17	1,7377	2000	4088,7587
18	1,8399	3000	6133,1380
19	1,9422	4000	8177,5174

Table XII Réduction des fractions

Fractions ordinaires.	FRACTIONS DÉCIMALES.	*Fractions ordinaires.*	FRACTIONS DECIMALES.
$\frac{1}{2}$	0,500000	$\frac{3}{10}$	0,300000
$\frac{1}{3}$	0,333333	$\frac{3}{11}$	0,272727
$\frac{1}{4}$	0,250000	$\frac{3}{13}$	0,230769
$\frac{1}{5}$	0,200000	$\frac{3}{14}$	0,214286
$\frac{1}{6}$	0,166666	$\frac{3}{16}$	0,187500
$\frac{1}{7}$	0,142857	$\frac{3}{17}$	0,176471
$\frac{1}{8}$	0,125000	$\frac{3}{19}$	0,157895
$\frac{1}{9}$	0,111111	$\frac{3}{20}$	0,150000
$\frac{1}{10}$	0,100000	$\frac{4}{5}$	0,800000
$\frac{1}{11}$	0,090909	$\frac{4}{7}$	0,571428
$\frac{1}{12}$	0,083333	$\frac{4}{9}$	0,444444
$\frac{1}{13}$	0,076923	$\frac{4}{11}$	0,363636
$\frac{1}{14}$	0,071429	$\frac{4}{13}$	0,307692
$\frac{1}{15}$	0,066666	$\frac{4}{15}$	0,266666
$\frac{1}{16}$	0,062500	$\frac{4}{17}$	0,235294
$\frac{1}{17}$	0,058824	$\frac{4}{19}$	0,210526
$\frac{1}{18}$	0,055555	$\frac{5}{6}$	0,833333
$\frac{1}{19}$	0,052632	$\frac{5}{7}$	0,714285
$\frac{1}{20}$	0,050000	$\frac{5}{8}$	0,625000
$\frac{2}{3}$	0,666666	$\frac{5}{9}$	0,555555
$\frac{2}{5}$	0,400000	$\frac{5}{11}$	0,454545
$\frac{2}{7}$	0,285714	$\frac{5}{12}$	0,416666
$\frac{2}{9}$	0,222222	$\frac{5}{13}$	0,384615
$\frac{2}{11}$	0,181818	$\frac{5}{14}$	0,357143
$\frac{2}{13}$	0,153846	$\frac{5}{16}$	0,312500
$\frac{2}{15}$	0,133333	$\frac{5}{17}$	0,294118
$\frac{2}{17}$	0,117647	$\frac{5}{18}$	0,277777
$\frac{2}{19}$	0,105263	$\frac{5}{19}$	0,263158
$\frac{3}{4}$	0,750000	$\frac{6}{7}$	0,857142
$\frac{3}{5}$	0,600000	$\frac{6}{11}$	0,545454
$\frac{3}{7}$	0,428571	$\frac{6}{13}$	0,461538
$\frac{3}{8}$	0,375000	$\frac{6}{17}$	0,352941

ordinaires en fractions décimales.

Fractions ordinaires.	FRACTIONS DÉCIMALES.	*Fractions ordinaires.*	FRACTIONS DÉCIMALES.
$\frac{6}{19}$	0,315789	$\frac{11}{13}$	0,846153
$\frac{7}{8}$	0,875000	$\frac{11}{14}$	0,785714
$\frac{7}{9}$	0,777777	$\frac{11}{15}$	0,733333
$\frac{7}{10}$	0,700000	$\frac{11}{16}$	0,687500
$\frac{7}{11}$	0,636363	$\frac{11}{17}$	0,647059
$\frac{7}{12}$	0,583333	$\frac{11}{18}$	0,611111
$\frac{7}{13}$	0,538461	$\frac{11}{19}$	0,578947
$\frac{7}{15}$	0,466666	$\frac{11}{20}$	0,550000
$\frac{7}{16}$	0,437500	$\frac{12}{13}$	0,923076
$\frac{7}{17}$	0,411765	$\frac{12}{17}$	0,705882
$\frac{7}{18}$	0,388888	$\frac{12}{19}$	0,631579
$\frac{7}{19}$	0,368421	$\frac{13}{14}$	0,928571
$\frac{7}{20}$	0,350000	$\frac{13}{15}$	0,866666
$\frac{8}{9}$	0,888888	$\frac{13}{16}$	0,812500
$\frac{8}{11}$	0,727272	$\frac{13}{17}$	0,764706
$\frac{8}{13}$	0,615384	$\frac{13}{18}$	0,722222
$\frac{8}{15}$	0,533333	$\frac{13}{19}$	0,684211
$\frac{8}{17}$	0,470588	$\frac{13}{20}$	0,650000
$\frac{8}{19}$	0,421053	$\frac{14}{15}$	0,933333
$\frac{9}{10}$	0,900000	$\frac{14}{17}$	0,823529
$\frac{9}{11}$	0,818181	$\frac{14}{19}$	0,736842
$\frac{9}{13}$	0,692307	$\frac{15}{16}$	0,937500
$\frac{9}{14}$	0,642857	$\frac{15}{17}$	0,882353
$\frac{9}{16}$	0,562500	$\frac{15}{19}$	0,789474
$\frac{9}{17}$	0,529412	$\frac{15}{20}$	0,750000
$\frac{9}{19}$	0,473684	$\frac{16}{17}$	0,941176
$\frac{9}{20}$	0,450000	$\frac{16}{19}$	0,842105
$\frac{10}{11}$	0,909090	$\frac{17}{18}$	0,944444
$\frac{10}{13}$	0,769230	$\frac{17}{19}$	0,894737
$\frac{10}{17}$	0,588235	$\frac{17}{20}$	0,850000
$\frac{10}{19}$	0,526316	$\frac{18}{19}$	0,947368
$\frac{11}{12}$	0,833333	$\frac{19}{20}$	0,950000

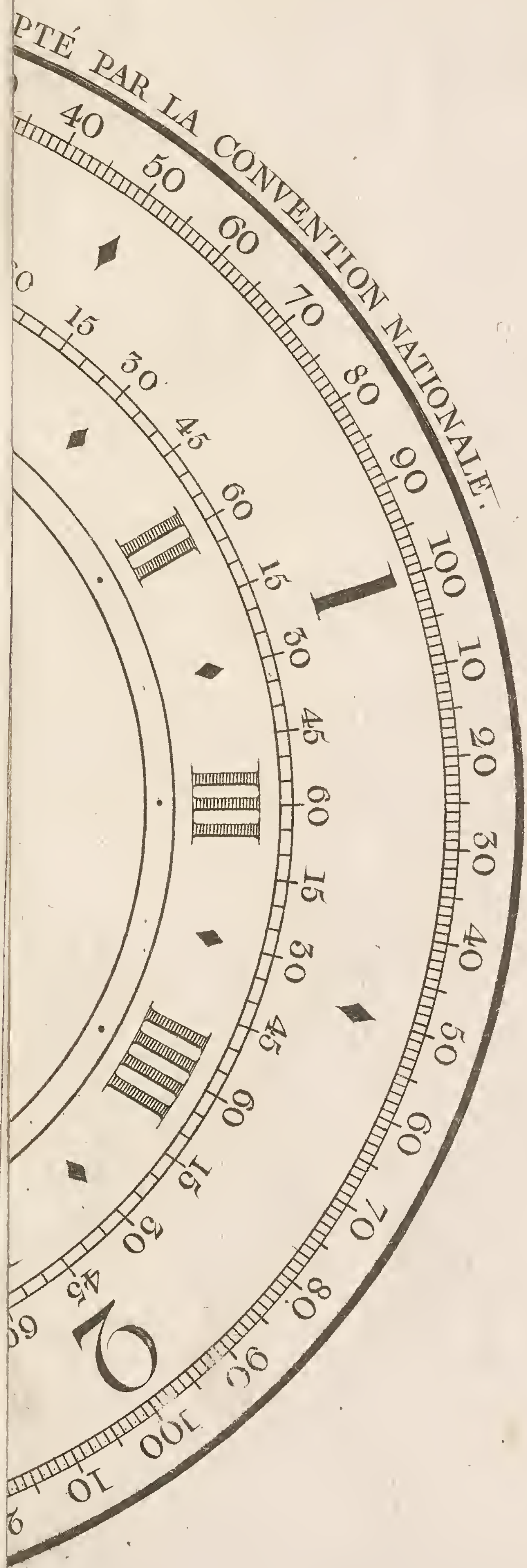
REMARQUE.

Les résultats contenus dans les tables précédentes font partie d'autres résultats plus étendus, dont on a supprimé ensuite un certain nombre de décimales, en ajoutant une unité à la derniere des décimales conservées, dans les cas indiqués ci-dessus (120). Il s'en suit que tel nombre qui répond au double, au triple, au quadruple, etc. d'un autre nombre compris dans la même table, est souvent plus fort d'une unité qu'il ne le seroit, si on l'eût cherché en multipliant immédiatement le premier par 2, 3, 4, etc. Mais d'après ce qui vient d'être dit, on voit que cette différence ne fait qu'ajouter à l'exactitude du nombre qu'elle affecte.

Nous joignons ici les valeurs de la plupart des bases qui ont servi à calculer les tables, ou les rapports entre les principales unités de l'ancien systême et celles du nouveau, et réciproquement, avec dix décimales ou davantage. Ces valeurs qui dérivent toutes de celle du quart du méridien, en supposant cette derniere rigoureuse, pourront être utiles à ceux qui voudroient avoir certains multiples ou certaines sousdivisions d'une espece particuliere d'unité, ou entreprendre en général des calculs avec une précision plus grande que celle qui est donnée par les tables.

LE QUART DU MÉRIDIEN TERRESTRE étant de.		5132430 toises ;
ou.		30794580 pieds.
Le METRE vaut en pieds.	p.	3,079458. exactement.
Le pied vaut en metres.	mt.	0,3247324691552864.
Le METRE CARRÉ vaut en pieds carrés.	p.q.	9,483061573764. exactement.
Le pied carré vaut en metres carrés. . . .	mt.q.	0,10545117652368 9.
Le METRE CUBE vaut en pieds cubes.	p.c.	29,2026898278201399 12. exactement.
Le pied-cube vaut en metres cubes. . . .	mt.c.	0,0342434209278617 5.
Le CADIL vaut en pintes de Paris. .	pte.	1,0512968338015 25.
La pinte de Paris vaut en cadils. . .	cd.	0,9512061368852.
Le GRAVE vaut en livre poids de marc.	liv.	2,0443793402777 , etc.
La livre poids de marc vaut en graves.	gv.	0,4891460113582082.
Le METRE vaut en aune de Paris. . .	a.	0,8417120253.
L'aune de Paris vaut en metres.	mt.	1,188054785879.

FIN.



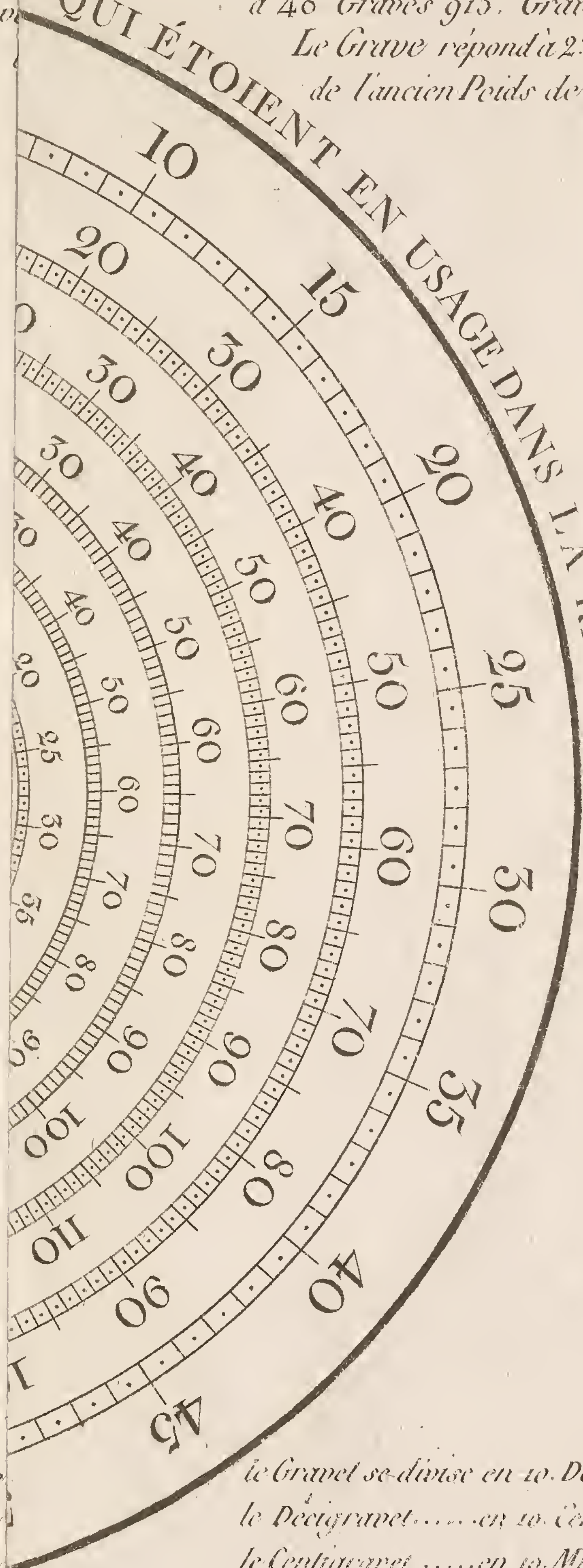
férence : Fixé sur 12 heures anciennes, on
s à 1 heure 25 minutes. Ainsi de suite.

Un fil placé au centre du Cadran servira à en parcourir la circonférence : Fixé sur 12 heures anciennes, on verra plus haut qu'elles répondent à 5 des nouvelles heures. 3 heures de ces premières à 1. heure 25 minutes. Ainsi de suite.

100$ rép de

100 ℔ Poids de Marc répondent à 48 Graves 915. Gravets.

Le Grave répond à 2 ℔ 5 gros 49 grains de l'ancien Poids de Marc.



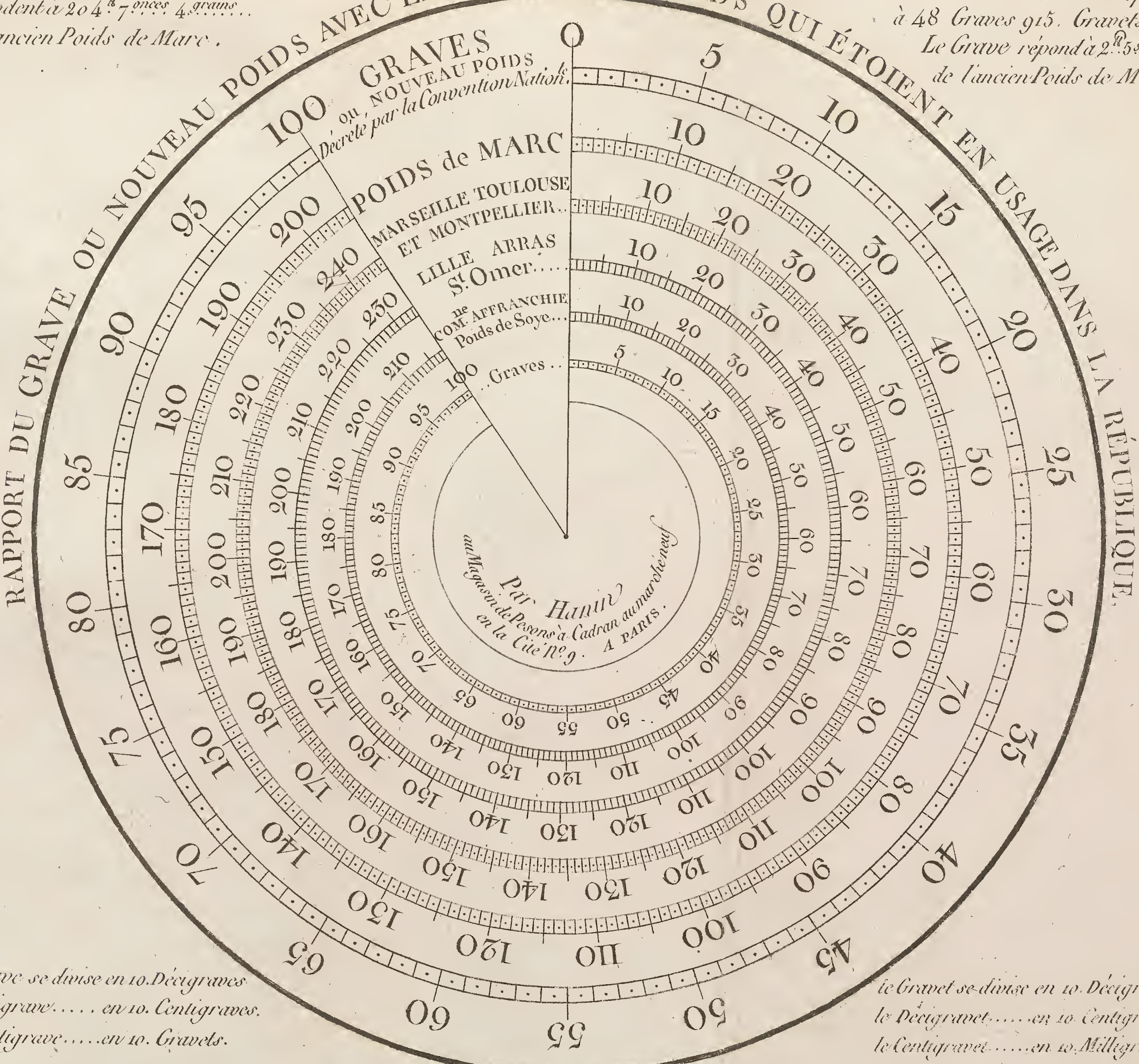
Le le le

le Gravet se divise en 10. Décigravets
le Décigravet ..... en 10. Centigravets
le Centigravet ..... en 10. Milligravets.

aves, On verra qu'ils répondent à 51. ℔ 1. on 6. gros 1. grain

100. Graves du nouveau Poids répondent à 204 ℔ 7 onces 4 grains... de l'ancien Poids de Marc.

100 ℔ Poids de Marc répondent à 48 Graves 915. Gravets. Le Grave répond à 2 ℔ 5 gros 49 grains de l'ancien Poids de Marc.



Le Grave se divise en 10. Décigraves
le Décigrave..... en 10. Centigraves.
le Centigrave..... en 10. Gravets.

le Gravet se divise en 10. Décigravets
le Décigravet..... en 10. Centigravets
le Centigravet..... en 10. Milligravets.

Un fil placé au centre du Cadran servira à en parcourir la circonférence : Fixé sur 25 Graves, On verra qu'ils répondent à 51 ℔ 1 on 6 gros 1 grain du Poids de Marc, ainsi de suite.

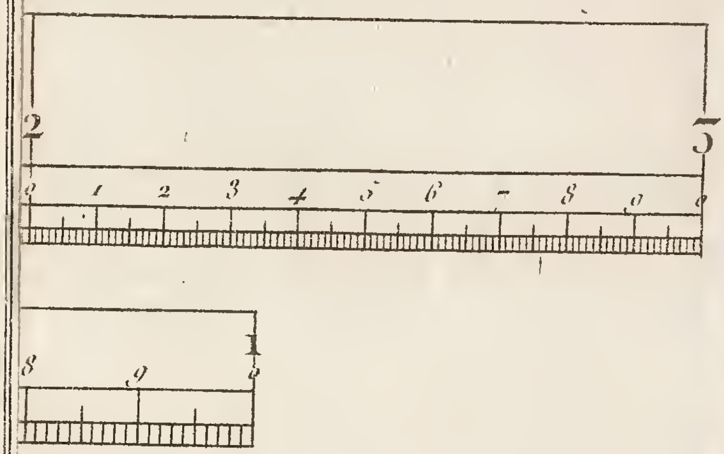


Fig 4.

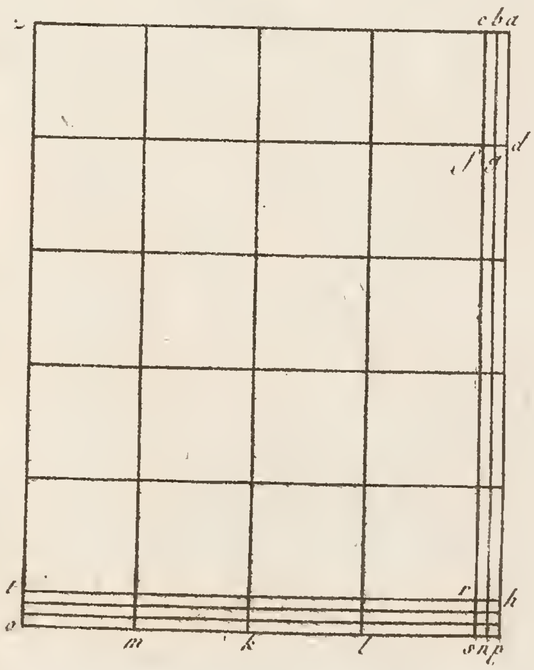
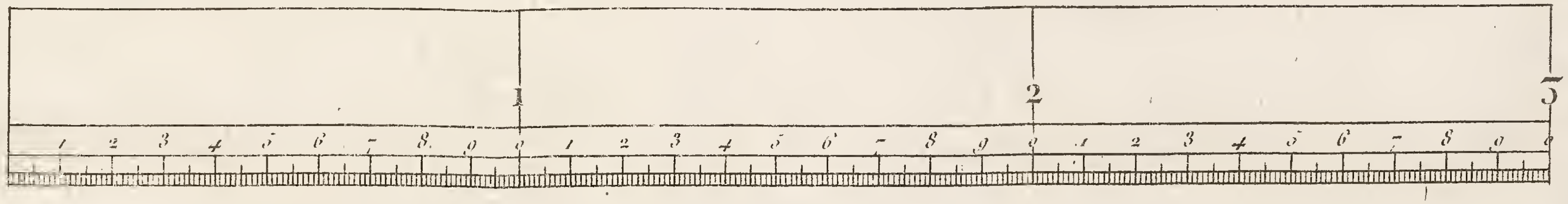
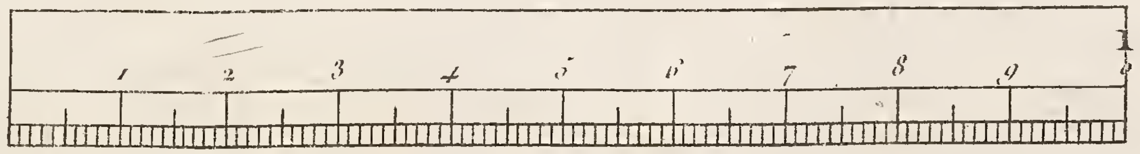


Fig 1.





Decimetre de grandeur naturelle.

Fig 2.

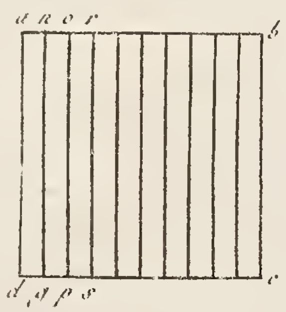


Fig 3.

Fig 4.

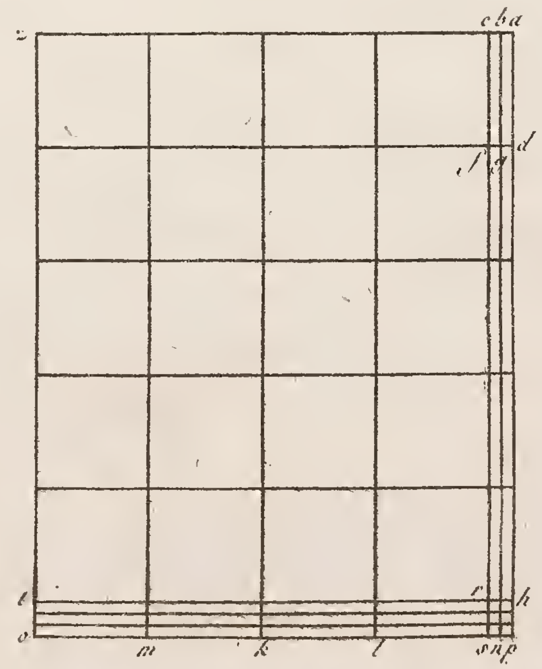


Fig 6.

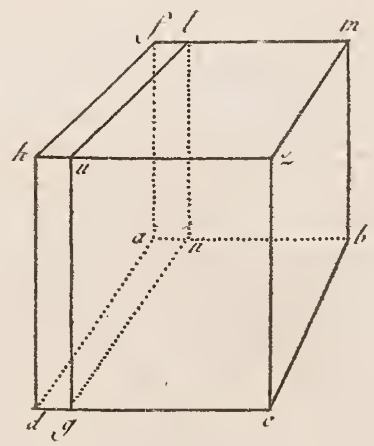
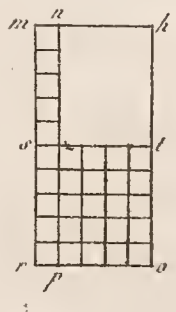


Fig. 5.



QC France. Commissi
89 temporaire des
F8 poids & mesures
A3 republicaines.
1793b Instruction sur
RB les mesures
NMAH deduites de la
grandeur de la
terre ... 1793b.

SMITHSONIAN
OCT 14 1987
LIBRARIES

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 00091 2550