MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES,

INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES

DE TOULOUSE.

4e SÉRIE.

complet (3 livraisons)

Tome III. — ~~1re Livraison~~.

TOULOUSE,

IMPRIMERIE DE JEAN-MATTHIEU DOULADOURE,

RUE SAINT-ROME, 41.

1853.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES,

INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES

DE TOULOUSE.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES,

INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES

DE TOULOUSE.

Quatrième Série.

TOME III.

TOULOUSE,

IMPRIMERIE DE JEAN-MATTHIEU DOULADOURE,

RUE SAINT-ROME, 41.

1853.

ÉTAT

DES MEMBRES DE L'ACADÉMIE

AU 1er JANVIER 1853.

OFFICIERS DE L'ACADÉMIE.

M. U. VITRY ✱, Professeur à l'Ecole des arts, *Président.*

M. GAUSSAIL, Professeur à l'Ecole de médecine, *Directeur.*

M. DUCASSE ✱, Professeur à l'Ecole de médecine, *Secrétaire perpétuel.*

M. HAMEL, Professeur à la Faculté des lettres, *Secrétaire adjoint.*

M. LARREY (Auguste) ✱, Docteur en chirurgie, *Trésorier perpétuel.*

ASSOCIÉS HONORAIRES.

Mgr. l'Archevêque de Toulouse.

M. le Premier Président de la Cour impériale de Toulouse.

M. le Préfet du département de la Haute-Garonne.

M. Arago, G. O. ✱, Secrétaire perpétuel de l'Institut de France, pour les Sciences mathématiques.

M. de Salvandy, G. C. ✱, Membre de l'Institut de France.

M. Thenard, G. O. ✱, Membre de l'Institut de France.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

M. Liouville ✱, Membre de l'Institut de France, à Paris.

M. Visconti (le Commandeur), Commissaire des Antiquités à Rome.

M. Michelet ✱, Membre de l'Institut de France, à Paris.

M. Dumas, C. ✱, Sénateur, Membre de l'Institut de France, Inspecteur général de l'Université, à Paris.

ACADÉMICIEN-NÉ.

M. le Maire de Toulouse.

ASSOCIÉS LIBRES.

M. Léon (Joseph), ex-Professeur à la Faculté des sciences.
M. Viguerie (Charles-Guillaume), O. ✲, Docteur en chirurgie.
M. Duffourc (Guillaume), Docteur en médecine.

ASSOCIÉS ORDINAIRES.

CLASSE DES SCIENCES.

PREMIÈRE SECTION.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Mathématiques pures.

M. Brassinne, Professeur à l'Ecole d'artillerie.
M. Molins, Professeur à la Faculté des sciences.
M. Gascheau ✲, Professeur à la Faculté des sciences.

Mathématiques appliquées.

M. Maguès (Jean-Polycarpe), O. ✲, ex-Ingénieur en chef des Ponts et chaussées et du Canal du Midi.
M. Gantier ✲, ancien Professeur à l'Ecole d'artillerie.
M. Vitry (Urbain) ✲, Professeur à l'Ecole des arts.
M. Gleizes (Joseph-Auguste), C. ✲, ✠, Colonel du génie en retraite.

Physique et Astronomie.

M. de Saget (Charles) ✲, propriétaire.
M. Petit ✲, Professeur à la Faculté des sciences, Directeur de l'Observatoire, correspondant de l'Institut de France.
M. Laroque, Professeur de Physique au Lycée de Toulouse.

DEUXIÈME SECTION.

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES.

Chimie.

M. Couseran, Pharmacien.

M. Magnes-Lahens (Charles), Pharmacien.

M. Filhol (Edouard), Professeur à l'Ecole de médecine.

Histoire naturelle.

M. Frizac (François) ☼, ex-Conseiller de préfecture, Bibliothécaire de la ville.

M. Moquin-Tandon ☼, Professeur à la Faculté des Sciences, Directeur du Jardin des plantes, correspondant de l'Institut.

M. Leymerie, Professeur à la Faculté des sciences.

M. Joly, Professeur à la Faculté des sciences.

M. Lavocat, Professeur à l'Ecole vétérinaire.

Médecine et Chirurgie.

M. Ducasse (Jean-Marie-Augustin) ☼, Professeur à l'Ecole de médecine.

M. Larrey (Auguste) ☼, Docteur en chirurgie.

M. Noulet, Professeur à l'Ecole de médecine.

M. Gaussail, Professeur à l'Ecole de médecine.

M. Desbarreaux-Bernard, Docteur en médecine, *Bibliothécaire.*

CLASSE DES INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES.

M. du Mège (Alexandre-Louis-Charles-André) ☼ † ✠, ex-Ingénieur militaire, l'un des Directeurs du Musée de Toulouse.

M. Pagès, Avocat.

M. Gatien-Arnoult, Professeur à la Faculté des lettres.

M. Hamel, Professeur à la Faculté des lettres.

M. Sauvage ☼, Doyen de la Faculté des lettres.

M. de Vacquié, Avocat, ancien Magistrat.

M. Belhomme, Conservateur des archives du Languedoc.

M. Ducos ✵, Avocat, ex-Conseiller de préfecture.

M. Barry, Professeur à la Faculté des lettres.

M. Benech ✵, Professeur à la Faculté de droit.

M. Molinier, Professeur à la Faculté de droit, *Econome de l'Académie.*

M. Dubor (Marcel), Avocat, ancien Magistrat.

ASSOCIÉS CORRESPONDANTS.

CLASSE DES SCIENCES.

PREMIÈRE SECTION.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Mathématiques pures.

M. Tissié, ancien Professeur de mathématiques, à *Montpellier* * (1).

M. Vasse de Saint-Ouen ✵, Insp. d'Académie en retraite. *

M. Borrel ✵, Ingénieur en chef, à *Châteauroux.* *

M. Despeyrous, Prof. suppl. à la Fac. des sciences, à *Paris.*

M. Saint-Guilhem ✵, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, à *Perpignan.* *

Mathématiques appliquées.

M. Lermier ✵, Commissaire en chef des poudres et salpêtres, en retraite, à *Dijon.*

M. Lapène (Edouard), G. O. ✵, Général d'artillerie en retraite, à *Toulouse.*

Physique et Astronomie.

M. Barbey, Professeur au Lycée de *Besançon.*

M. Sorlin, Professeur au Lycée de *Tournon.*

---

(1) Les Associés correspondants dont les noms sont suivis d'un astérisque *, sont ceux qui ont été associés ordinaires.

M. Chaumont ☼, Officier supérieur du génie maritime, à *Cherbourg*. *

M. d'Hombres-Firmas ☼, Correspondant de l'Institut de France, à *Alais* (Gard).

M. Deguin, Professeur de physique, à *Lyon*. *

M. Robinet, Professeur, à *Paris*.

M. Dauriac (Matthieu), à *Toulouse*.

M. Sahuqué (Adolphe), de Poitiers, à *Paris*.

M. Pelet, G. O. ☼, Sénateur, Général de division, à *Paris*.

M. d'Abbadie (Antoine) ☼, de Navarreins (Basses-Pyrénées), Correspondant de l'Institut de France, à *Paris*.

M. Laugier ☼, Membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, à *Paris*.

M. Mauvais ☼, Membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, à *Paris*.

DEUXIÈME SECTION.

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES.

Chimie.

M. Bouis, Pharmacien, à *Perpignan*.

M. François ☼, Ingénieur en chef des mines, à *Carcassonne* (Aude).

M. Fontan (Amédée) ☼, Docteur en médecine, à *Bagnères-de-Luchon*.

M. Dujardin, Doyen de la Faculté des sciences de *Rennes*. *

M. Fauré, Pharmacien, à *Bordeaux*.

M. Batilliat, Pharmacien, à *Mâcon*.

M. Bonjean, Pharmacien, à *Chambéry* (Savoie).

Histoire naturelle.

M. Johan de Charpentier, Ingénieur des mines de S. M. le Roi de Saxe, Directeur des mines de *Bex*, en Suisse.

M. Loiseleur de Longchamps, Docteur en médecine, à *Paris*.

M. Tournal fils, Pharmacien, à *Narbonne*.

M. Boubée (Nérée), à *Paris*.

M. de Chesnel, à *Paris*. *

M. Farines, Pharmacien, à *Perpignan*.

M. Lagrèze-Fossat, Avocat, à *Moissac*.

M. de Quatrefages ✲, Membre de l'Institut de France (classe des Sciences).

M. Rolland du Roquan (Oscar), à *Carcassonne*.

M. Sismonda (Eugène), Docteur, à *Turin*.

M. Mermet, Professeur au Lycée de *Marseille*.

M. Lereboulet, Professeur à la Faculté des sciences de *Strasbourg*.

M. Dufour (Léon) ✲, Docteur médecin, Correspondant de l'Institut, à *Saint-Sever* (Landes).

M. Schimper, Conservateur des collections de la Faculté des sciences de *Strasbourg*.

M. Mougeot, Docteur en médecine, à *Bruyères* (Vosges).

M. Gassies, Naturaliste, à *Agen*.

M. Lartet (Edouard), Avocat, à *Seissan par Auch*.

Médecine et Chirurgie.

M. Scoutetten ✲, Docteur en médecine, à *Metz*.

M. Pierquin de Gembloux, Inspecteur de l'Académie, à *Grenoble*.

M. Munaret, Docteur en médecine, à *Lyon*.

M. Hutin (Félix), O. ✲, Chirurgien en chef de l'Hôtel des Invalides, à *Paris*.

M. Payan (Scipion), Chirurgien en chef, à l'hôpital d'*Aix*.

M. Larrey (Hippolyte), O. ✲, Chirurgien en chef de l'hôpital militaire du Val-de-Grâce, agrégé à la Faculté de *Paris*.

M. Le Coeur, Professeur à l'Ecole de médecine de *Caën*.

M. Cazeneuve, Directeur de l'Ecole de médecine, à *Lille*.

M. Brachet ✲, Docteur en médecine, *Lauréat de l'Académie*, à *Lyon*.

M. Herard (Hippolyte), Docteur en médecine, à *Paris*.

M. Beaupoil, Docteur en médecine, à *Ingrandes* (Indre-et-Loire).

M. Costes, Professeur à l'Ecole de Médecine, à *Bordeaux*.

M. Armieux, Chirurgien aide major au 12ᵉ régiment d'infanterie légère.

CLASSE DES INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES.

M. Damin, Avocat, à *Condom* (Gers).

M. Rendu, C. ✲, Conseiller au Conseil de l'instruction publique, à *Paris.*

M. Champollion-Figeac ✲, à *Fontainebleau.*

M. Weiss, O. ✲, Bibliothécaire de la ville de *Besançon,* Correspondant de l'Institut de France.

M. Puiggari, ex-Principal du Lycée de *Perpignan.*

M. Chaudruc de Crazannes ✲, Correspondant de l'Institut de France, Officier de l'Université, à *Castelsarrasin* (Tarn-et-Garonne).

M. Davezac de Macaya ✲, garde des archives de la marine, à *Paris.*

M. de Lamothe-Langon (Léon), membre de plusieurs Ordres, à *Paris.* *

M. de Golbery, O. ✲, Correspondant de l'Institut de France, à *Besançon.*

M. Forest, Sous-préfet d'*Oloron.*

M. Charles-Malo ✲, à *Paris.*

M. Charpentier de Saint-Prest (Jean-Pierre), Professeur au Lycée Descartes, à *Paris.*

M. Berger de Xivrey (Jules) ✲, Membre de l'Institut de France, à *Paris.*

M. Rafn, Professeur royal Danois, à *Copenhague.*

M. Rifaud, à *Marseille.*

M. de Caumont ✲, à *Caën,* Correspondant de l'Institut de France.

M. Nayral, Juge de paix, à *Castres.*

M. Souquet, Avoué, à *Saint-Girons.*

M. Dulaurier (Edouard) ✲, Professeur à l'Ecole des langues orientales vivantes, à *Paris.*

M. de Saint-Felix-Mauremont, ✲, ✲, ancien Préfet, à *Mauremont.*

M. Mas-Latrie (Louis), de l'Ecole des chartes, à *Paris.*

M. Cros-Mayrevieille, Docteur en droit, Inspecteur des monuments historiques, *à Carcassonne.*

M. Bresson (Jacques), Négociant, à *Paris*.

M. Metge, Avocat, à *Castelnaudary*.

M. de Brière, à *Paris*.

M. Barjavel, Docteur en médecine, à *Carpentras*.

M. Combes (Anacharsis), à *Castres*.

M. de Lacuisine ✲, Conseiller à la Cour impériale de *Dijon*.

M. Duflot de Mofras ✲, à *Paris*.

M. Ricard (Adolphe), Secrétaire général de la Société archéologique, à *Montpellier*.

M. Pelet (Auguste) ✲, Inspecteur des Monuments historiques, à *Nismes*.

M. Garrigou (Adolphe), Propriétaire, à *Tarascon* (Ariége).

M. Thibault, Officier de l'Université, principal du Lycée de *Valence* (Drôme).

M. Clausolles, Homme de lettres, à *Paris*. *

M. Fortoul, C. ✲, Ministre de l'Instruction publique et des Cultes. *

M. de Lavergne, O. ✲, à *Paris*. *

M. Baron de Montbel ✲, ancien Ministre. *

M. Jacquemin, Homme de lettres, à *Arles* (Bouches-du-Rhône).

M. Fonds-Lamothe, Avocat, à *Limoux* (Aude).

M. Tempier, Avoué près le Tribunal civil de *Marseille*.

M. Clos (Léon), Avocat, à *Villespy* (Aude).

M. Boucher de Crevecoeur, de Perthes ✲, Directeur des douanes, à *Abbeville* (Somme).

M. Bascle de Lagreze, Procureur impérial, à *Pau* (Basses-Pyrénées).

M. Crozes (Hippolyte), ancien Magistrat, à *Albi* (Tarn).

M. l'Abbé Caneto, Supérieur du petit Séminaire d'*Auch*.

M. J. L. Dessalles, Correspondant de la Société des Antiquaires de France, à *Paris*.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES,

INSCRIPTIONS ET BELLES-LETTRES

DE TOULOUSE.

PRÉCIS

DES ŒUVRES MATHÉMATIQUES DE P. FERMAT;

Par M. E. BRASSINNE.

INTRODUCTION.

Pierre Fermat est considéré par les premiers géomètres de notre époque, comme l'inventeur du calcul infinitésimal, et comme le fondateur de la théorie des nombres. Ses découvertes géométriques et ses théorèmes arithmétiques, qui sont encore aujourd'hui un sujet de recherches et de méditations pour les savants, sont développés ou énoncés dans le Recueil de ses Mémoires, publiés il y a près de deux siècles (en 1679), et dont on trouve quelques rares exemplaires dans les principales bibliothèques. Une nouvelle édition de ces précieux fragments était devenue depuis longtemps nécessaire; le Gouvernement, convaincu de son utilité, présenta, en 1843 (1er et 19 juillet), aux Chambres législatives, un projet de loi dans lequel un crédit de 15,000 francs était demandé pour la réimpression, aux frais de l'État, des œuvres complètes de P. Fermat. Le projet de loi fut voté sans discussion à une grande majorité; malheureusement des circonstances et des difficultés que nous ne connaissons pas, empêchèrent l'effet de ce vote, et la réimpression n'eut pas lieu.

Peut-être la Commission chargée de préparer la nouvelle édition a-t-elle hésité, après avoir examiné le texte original, à faire réimprimer des fragments écrits en latin, sous une forme abandonnée, et avec des notations incommodes qui en rendent l'étude pénible et difficile. Les démonstrations les plus simples paraissent, souvent, obscures et compliquées pour le lecteur qui n'a pas la patience de traduire dans la langue algébrique moderne, des calculs et des formules exprimés d'une manière prolixe et embarrassée. L'attention et la persévérance diminuent, sans les faire disparaître, les obstacles qui naissent sans cesse de l'emploi de signes dont l'usage est entièrement perdu.

Il est d'ailleurs impossible d'acquérir une idée exacte des travaux et des découvertes de Fermat, par les extraits ou les citations incomplètes de ses œuvres, qu'on trouve dans les ouvrages d'analyse les plus estimés. Montucla, dans son Histoire des mathématiques, indique succinctement les principales questions que ce grand géomètre proposait aux savants de son époque; mais il ne fait remarquer ni comprendre l'originalité ni la fécondité des nouvelles méthodes qu'il avait créés. L'abbé Genty, dans un ouvrage couronné par l'Académie de Toulouse, et qui a pour titre : *Influence de Fermat sur son siècle* (1784), a bien apprécié les services qu'il a rendus à l'analyse moderne, et le cachet particulier de son génie; mais la forme d'un éloge académique, qu'il a choisie, se prêtait plutôt aux détails de l'histoire contemporaine qu'aux développements algébriques, qui sont consignés dans quelques notes trop rares et trop courtes : aussi cet estimable travail nous paraît-il plus intéressant pour les biographes que pour les géomètres.

Ces considérations, que nous ne faisons qu'indiquer, mais que nous avons mûrement pesées, nous ont laissé la conviction que la seule forme à adopter, pour la reproduction des ouvrages de Fermat, était celle du Précis français, que nous avons essayé de rédiger, en nous appliquant à n'altérer ni à n'omettre aucune des idées ou des démonstrations de l'inventeur, et en profitant pour notre exposition des avantages de l'écriture algébrique moderne. Par ce moyen, nous espérons avoir rendu aisément intelligibles des propositions dont l'élégance et la finesse sont obscurcies par des notations sans simplicité. Nous avons pensé qu'il suffisait, pour conserver la tradition historique, de transcrire quelques exemples de l'écriture algébrique ancienne, aussi imparfaite pour exprimer les énoncés, qu'incommode pour le développement des déductions et des calculs.

La première partie de ce Précis présente un résumé complet des Mémoires renfermés dans les *Opera varia*, publiés à Toulouse en 1679 par Samuel Fermat, fils de l'auteur. Nous les avons classés dans l'ordre qui nous a paru faire le mieux ressortir leur importance scientifique et historique. Le premier Mémoire, sous le titre d'*Introduction aux lieux plans*, est un traité concis de géométrie analytique, comprenant la théorie de la ligne droite et des courbes du second degré. La date de ce fragment n'est pas parfaitement connue, et il n'est pas certain qu'il soit antérieur à la Géométrie de Descartes, publiée pour la première fois à Leyde en 1637; mais les nombreuses lettres de Fermat prouvent avec évidence qu'en 1636 il était en possession de toutes ses méthodes analytiques. De sorte que s'il n'est pas absolument prouvé qu'il ait imaginé, avant Descartes, l'art de représenter les lignes courbes par les équations indéterminées (comme le pensent quelques biographes), il est au moins évident qu'il a autant de droits que son rival à cette admirable invention. Ce traité des *Lieux* que nous avons abrégé, parce qu'aujourd'hui il est surtout intéressant au point de vue historique, est suivi de deux fragments d'algèbre, qui renferment une première ébauche de la théorie de l'élimination, pour les équations de degrés quelconques, et comme conséquence, le procédé actuellement employé pour faire disparaître des équations algébriques les expressions irrationnelles.

Les deux Mémoires sur la théorie des *maximis* et des *tangentes*, et sur les *quadratures*, nous paraissent constituer la partie la plus importante des *Opera varia*. Écrits avant la géométrie de Cavalieri (publiée à Bologne en 1653), et avant la publication de la Méthode des tangentes de Wallis et de Sluze; ils établissent les droits incontestables de Fermat à l'invention du calcul différentiel et du calcul intégral. Dans le Traité des *maximis* et des tangentes, l'illustre géomètre ajoute à l'abcisse une indéterminée *e* infiniment petite, et dans le résultat de ses calculs, il ne conserve que l'infiniment petit du premier ordre, auprès duquel il néglige les infiniment petits des ordres supérieurs. Il applique ensuite avec une rare élégance sa méthode aux questions les plus difficiles, telles que la détermination de la tangente à la cycloïde, la recherche du centre de gravité du paraboloïde, des points d'inflexion, etc... « Les contem» porains de Fermat ne saisirent pas l'esprit de ce nouveau » genre de calcul; ils ne le regardèrent que comme un artifice » particulier, applicable seulement à quelques cas... (Lagrange, » *Calcul des fonctions*). » Descartes lui-même, qui n'avait pas d'abord admis la rigueur de la méthode des tangentes, convenait, après une longue polémique, que cette méthode était exacte, mais peu ingénieuse (1).

Lagrange et Laplace font remonter à la méthode des maximis et des tangentes, l'origine du calcul infinitésimal; mais ces deux illustres savants ne citent pas le traité des quadratures, qui complète l'analyse différentielle de Fermat, et qu'on peut considérer comme le premier traité de calcul intégral qui ait été écrit. En plaçant dans leur ordre naturel ces deux admirables compositions, on voit que ce grand géomètre n'avait pas seulement posé les premiers principes de la science nouvelle,

---

(1) Descartes mêlait l'aigreur à sa polémique. Il appelait, dans une de ses lettres, Fermat, le Conseiller des Minimis; son Maximis, dit-il, me venant en forme de cartel.

mais qu'il l'avait développée et appliquée avec autant de sagacité que de profondeur à des questions géométriques, dont la difficulté étonnait ses contemporains ; et on ne peut pas s'empêcher d'admettre que ses découvertes, connues de tous les savants de son siècle, et discutées par Descartes, n'aient servi de point de départ aux recherches de Leibnitz et des Bernouilli, auxquels il a souvent suffi de traduire, dans l'algorithme différentiel, des questions complètement résolues depuis longtemps. Si on examine, en effet, avec attention le Mémoire sur les quadratures, on voit que le premier problème que Fermat résout, pour carrer les hyperboles et les paraboles de tous les degrés, renferme une méthode complète pour l'intégration des monomes à exposants entiers, fractionnaires, positifs ou négatifs. Le procédé qu'il emploie dans deux cas particuliers, s'applique, comme il le remarque, à des exposants quelconques.

Dans le second de ces exemples, il détermine la quadrature d'un segment d'une parabole, définie par cette propriété, que son ordonnée soit en rapport constant avec la racine cubique du carré de l'abcisse. La considération d'une progression géométrique, dont les termes croissant d'une manière insensible, peuvent être identifiés, au second ordre près, à ceux d'une progression arithmétique, lui donne un moyen aussi élégant que subtil pour surmonter la difficulté qui provient de la racine ou de l'exposant fractionnaire. Après ce premier pas important dans la théorie de l'intégration, Fermat, par des transformations ingénieuses des courbes qu'il veut carrer, intègre par le moyen des arcs de cercle une fraction rationnelle qui a pour dénominateur un binôme du second degré ; il ramène aussi à la quadrature du cercle les racines carrées des fonctions entières du second degré, lorsque ces racines sont multipliées par des fonctions rationnelles de la variable ; et pour la solution de cette question difficile, il invente la méthode aujourd'hui en usage, et connue sous le nom d'intégration par parties. Nous indiquons à peine les points principaux de deux traités aussi concis que substantiels qui décident, d'une manière irréfragable, la question longtemps controversée, de l'invention de l'analyse infinitésimale.

Plus de cinq ans après leur publication, Leibnitz fit paraître, en 1684, dans les actes de Leipsick, son mémoire sur le calcul différentiel (sous le même titre que le premier mémoire de Fermat, *Methodus pro maximis*, Leibnitz, comme son prédécesseur, compare l'accroissement de l'abcisse à la sous-tangente), dans lequel se trouve l'admirable notation qui a rendu lucide et générale la première découverte, et qui a conduit à la formation des équations différentielles; mais ces développements et ces progrès rapides de la nouvelle science sont la preuve évidente de la fécondité de la méthode de Fermat, et ils n'infirment en rien ses droits de priorité comme inventeur, qu'il nous paraît aussi impossible de lui contester, que de refuser à Kepler la gloire d'avoir trouvé le premier les lois fondamentales de l'astronomie, sous le prétexte qu'elles sont aujourd'hui déduites des principes de la dynamique.

Nous terminons le précis des *Opera varia*, par un résumé succinct des mémoires sur les contacts sphériques, sur les porismes d'Euclide, et sur les livres d'Apollonius.

La seconde partie de notre précis présentait des difficultés particulières, que nous n'avons pu éviter qu'en reproduisant avec concision les six livres complets de l'Arithmétique de Diophante. Sans ce travail préliminaire, le lecteur n'aurait pu saisir ni le sens ni la portée des notes trop peu développées de Fermat, que nous avons traduites avec soin, et qui seront encore longtemps un sujet de recherches et de méditations pour les géomètres. En augmentant ainsi ce volume du plus ancien traité de calcul qui soit connu, nous réalisons un vœu que Lagrange exprimait dans une de ses leçons à l'école normale (séance 31[e]), et nous offrons aux professeurs une très-belle et très-utile collection de problèmes arithmétiques.

L'ouvrage de Diophante d'Alexandrie, qu'on doit considérer comme un des plus beaux monuments du génie des Grecs, était divisé en treize livres, qui, au grand dommage des sciences, sont en partie égarés. Le texte grec des six premiers livres, très-altéré et souvent inintelligible, ne fut connu en Europe que vers le commencement du 15[e] siècle. C'est sur ce texte qu'un Allemand

(Guillaume Holzman, *homme de bois*), qui traduisait son nom en grec dans celui de Xylander, publia, en 1575, une traduction latine de Diophante, beaucoup moins imparfaite que la version du scholiaste grec. Bachet de Meziriac, géomètre distingué (on lui doit la résolution de l'équation indéterminée du premier degré en nombres entiers), perfectionna le texte de Xylander, qu'il fit suivre d'un commentaire prolixe, mais très-lumineux, que les progrès de l'algèbre rendent aujourd'hui inutile. Dans l'intéressante préface de son ouvrage, publié en 1621, Bachet raconte que le Cardinal Duperron lui dit avoir possédé un manuscrit des treize livres de Diophante, qui lui fut emprunté par Gosselin; la mort prématurée de ce savant fit perdre le texte précieux qu'il se proposait d'étudier et de commenter. En 1634, Simon Stevin, de Bruges, publia une traduction française des quatre premiers livres de Diophante, qu'Albert Girard a insérée dans l'édition complète des œuvres de Stevin, en y ajoutant la traduction des deux derniers livres. Albert Girard, dans une courte préface, cite les commentaires de Planude et d'Hypathéia, reine d'Alexandrie, sur les premiers livres de l'Arithmétique, commentaires que le temps a fait disparaître, et il ajoute qu'un savant de son époque, Jehan Regiomonte, affirmait avoir vu à la bibliothèque du Vatican, le texte grec des treize livres. La lecture de la traduction de Stevin et d'Albert Girard, écrite en ancien français, et avec des signes algébriques qui ne sont plus en usage aujourd'hui, est peut-être plus difficile que celle de la version latine de Bachet. Dans notre résumé, nous nous sommes appliqué à être aussi concis que possible, et nous nous sommes contenté d'énoncer les questions du premier et du second livre, qui dépendent du premier degré et sont très-faciles à résoudre. Partout ailleurs, nous exposons la démonstration de Diophante, en employant très-rarement quelques lettres de plus que celles du texte latin, dans lequel l'inconnue est représentée par la lettre N; mais pour plus de clarté nous avons évité, comme le fait Bachet, de désigner par cette lettre unique deux inconnues distinctes de la même question.

Nous avons placé à la suite du texte de Diophante, les observations marginales, malheureusement trop concises, de P. Fermat; ces observations forment d'ailleurs deux classes distinctes, dont il est indispensable de bien saisir la nature et la différence. Diophante résout, dans son Arithmétique, quelques problèmes déterminés, et un grand nombre de problèmes indéterminés qui ne dépassent pas le second degré; l'auteur, au moyen d'artifices ingénieux, parvient à la solution, en fractions ou en nombres entiers; mais sa méthode, qui manque de généralité, fournit rarement un nombre infini de solutions. Fermat perfectionne le procédé des doubles égalités, et il l'étend ensuite aux triples égalités; la généralité qu'il lui donne, lui permet de déduire une infinité de solutions, d'une solution particulière de Diophante; de plus il résout quelques problèmes, dont les énoncés qui se présentaient naturellement ne se trouvent pas dans le texte de l'Arithmétique, et qui par leurs difficultés paraissent avoir mis en défaut la sagacité du géomètre grec. Cette partie des observations de Fermat a été recueillie et développée dans un traité du Père Billy, de la Société de Jésus, rédigé sous le titre d'*Inventum novum*, et que Samuel Fermat a fait insérer dans son édition de Diophante, augmentée du commentaire de Bachet et des observations de son père. Mais ce petit traité de Billy n'est plus d'un grand intérêt, parce que les questions qu'il résout sont suffisamment indiquées dans les notes marginales, et qu'elles sont en grande partie reproduites sous une forme plus générale dans le second volume de l'Algèbre d'Euler.

D'autres observations marginales, qui ne sont pas mentionnées dans l'*Inventum novum*, ont une grande importance, parce qu'elles répondent à un ordre de questions plus difficiles et moins connues; nous voulons parler des observations où sont énoncés les théorèmes sur les nombres premiers, sur les nombres polygonaux, sur la possibilité ou l'impossibilité de certaines équations indéterminées en nombres entiers. Dans cette branche de l'arithmétique, Fermat se fraye une voie nouvelle où il a été bien difficile à ses successeurs de le suivre, parce qu'il a presque toujours caché la méthode qui le guidait dans ses recherches, et qu'il n'a pas publié l'ouvrage sur la théorie des nombres qu'il avait projeté. Cette méthode devait sans aucun doute différer des procédés actuels, fondés la plupart sur une savante analyse. L'usage restreint des signes algébriques dans les solutions qu'il nous a laissées, montre assez qu'il arrivait à ses théorèmes par des raisonnements subtils et des procédés originaux d'investigation entièrement perdus. D'ailleurs l'exactitude constante de ses énoncés, les fragments de démonstrations très-difficiles qu'il a laissés, ses affirmations précises, ne permettent pas de supposer que des inductions imparfaites, ou de simples tâtonnements le dirigeaient dans la recherche de ses théorèmes. Un seul de ses énoncés, relatif à une série qui d'après lui ne doit donner que des nombres premiers (la série dont le terme général est $2^{2^m}+1$), a été reconnu inexact par Euler (1). Mais Fermat, dans une lettre à Frénicle, avoue qu'il n'a pu trouver la démonstration de la proposition dont il ne fait que soupçonner la vérité. Enfin, on voit par sa correspondance, qu'il communiquait quelquefois à ses amis des démonstrations qui n'ont pas été retrouvées.

Ce travail est terminé par un extrait étendu des lettres de Fermat, que son fils a fait insérer à la suite des *Opera varia*. nous avons conservé tout ce qui, dans ces lettres, a trait aux questions mathématiques, et sous ce rapport quelques-unes sont d'une grande importance; mais nous avons supprimé les longues lettres relatives aux principes de la mécanique, qui nous ont paru dénuées d'intérêt. Fermat remarque que les corps pesants soumis à l'action de la terre et tendant à son centre, ne sont pas sollicités, ainsi que le suppose Archimède, par des forces parallèles, et que par suite sa théorie du levier ne peut être considérée que comme une approximation pratique. Dans le cas où le levier est sollicité par des forces concourantes, Fermat n'admet pas la règle très-simple d'équilibre qu'énonce Roberval dans une de ses lettres, et d'après laquelle les puis-

(1) Si $m=5$, $2^{32}+1=4,294,967,297$ qui est divisible par 641.

sances doivent être réciproques aux perpendiculaires abaissées du point d'appui sur leur direction. Dans ses longues discussions avec Pascal, sur les principes de la statique, il n'éclaircit pas ces premières notions, et cette partie de sa correspondance ne sert qu'à faire bien apprécier l'immense service que rendit Galilée à son époque, en établissant la véritable doctrine des forces concourantes, et en créant la science des forces accélératrices. Fermat, génie du premier ordre dans la géométrie et l'analyse, n'avait fait qu'effleurer la mécanique et la physique. Mais l'inventeur de l'analyse infinitésimale, le fondateur de la moderne théorie des nombres, est assez riche de gloire, pour qu'on puisse laisser dans l'oubli quelques ébauches imparfaites échappées à sa plume, dans l'abandon d'une correspondance familière.

Le désir et l'espoir d'être utile, nous a soutenu dans l'exécution d'un travail pénible et difficile; nous avons surtout obéi à un sentiment patriotique, en rédigeant ce précis des œuvres d'un savant qui, par l'originalité et la profondeur de son génie, est au premier rang des géomètres français, et dont le nom sera toujours la gloire et l'honneur de la ville de Toulouse.

Nota. P. Fermat, Conseiller au Parlement de Toulouse, naquit à Beaumont de Lomagne, près Toulouse, l'année 1608; il mourut l'an 1665.

Voici l'épitaphe gravée sur son tombeau; la pierre tumulaire a été placée au Musée de Toulouse, au-dessus de son buste :

« *Piæ memoriæ Domini Petri de Fermat, Senatoris Tolosani, qui litterarum Politiorum, pluriumque Linguarum et Matheseos ac Philosophiæ peritissimus, ita jurisprudentiam calluit, ita Judicis munere functus est, ut ejus ad hoc unum, collecta crederetur ingenii vis, licet in tot arduas speculationes diversa. Vir ostentationis expers, suas lucubrationes typis mandari non curans, et egregiorum operum neglectu, major quam partu. Præclara suî legit in aliorum libris elogia, nec intumuit. Nunc autem quod ipsius virtutes sperare sinunt, dum æternam virtutem contemplari gaudet, cœlesti radio maxima et minima dimensus, è tumulo quemlibet affari videtur, hoc aureo christiani doctoris monito :*

« *Vis scire quiddam quod juvet? Nesciri ama.* »

OB. XII. JAN. MDCLXV. ÆT. AN. LVII.

PRÉCIS
DES *OPERA VARIA*.

INTRODUCTION AUX LIEUX PLANS ET SOLIDES.

(*Fig.* 1.) FERMAT considère une droite indéfinie NM sur laquelle il prend un point fixe N. Il suppose qu'un point I est déterminé de position par la relation constante $d.x = b.y$; les quantités d, b, sont des lignes données; le segment NZ représenté par x, et la perpendiculaire IZ à NM représentée par y sont des quantités variables. Or, si on joint IN, comme d'après la relation établie, le rapport $\frac{y}{x}$ est constant pour toutes les positions du point I; il en résultera que l'angle N ne variant pas, le lieu du point I sera la droite NI.

Si on considère l'équation indéterminée homogène $m^2 - dx = by$, on posera $m^2 = d.k$, et on trouvera par suite : $d(k-x) = b.y$; si on prend $NM = k$, ZM sera égal à $k-x$, et le point I étant tel que : $\frac{IZ}{ZM} = \frac{y}{k-x} = \frac{d}{b}$, le lieu du point I sera la droite IM.

Fermat, après avoir ainsi trouvé l'équation d'une droite quelconque, énonce ce lieu géométrique :

« On donne sur un plan des droites quelconques sur » lesquelles on prend des longueurs a, b, c,... on veut » déterminer un point m, tel que menant par ce point des » droites mp, mq, ms,... qui rencontrent respectivement » les droites données aux points p, q, s, en faisant avec » elles des angles donnés, on ait la relation constante » $mp.a + mq.b + ms.c + ... = k^2$. en désignant par k^2 une » aire donnée. Le lieu du point m sera une ligne droite. »

Fermat définit l'hyperbole par la relation $y.x=m^2$, et il indique la construction de chaque point en prenant deux axes rectangulaires asymptotes de la courbe.

Il considère ensuite la relation $d^2+y.x=r.x+s.y$, d'où $d^2=rx+sy-xy=(y-r)(s-x)+sr$, ou, en posant $d^2-sr=m^2$, il résulte $m^2=(y-r)(s-x)$, ou enfin $m^2=y'.x'$, en remplaçant les deux binômes du second membre par x', y'. On voit que ces calculs sont analogues à la transformation des coordonnées.

Il examine enfin les équations du second degré : $x^2=y^2$, $\frac{x^2}{y^2}=k$, $x^2+xy=ky^2$, $y^2=d.x$, $x^2=d.y$, $b^2-x^2=d.y$, $y^2+x^2=b^2$, $b^2-2dx-x^2=y^2+2ry$, $b^2-x^2=ky^2$, $x^2+b^2=ky^2$, $b^2-2x^2=2xy+2$. Il fait voir comment on peut construire ces courbes par points : il termine par la construction du lieu géométrique suivant.

On prend sur une droite indéfinie deux points fixes M, N, et on demande le lieu géométrique des points I, tels que menant les droites IM, IN, la somme $\mathrm{MI}^2+\mathrm{IN}^2$ soit dans un rapport constant avec l'aire du triangle MIN.

Nous résumons très-succinctement cette introduction, parce que les problèmes qui sont indiqués, et les constructions des points successifs des courbes dont on donne les équations, sont aujourd'hui d'un faible intérêt. Mais comme on la croit écrite avant que Descartes eût rien publié sur la géométrie analytique, son importance historique est incontestable. Fermat appelle constamment l'abcisse A et l'ordonnée E; il trace rarement les deux axes coordonnés, qu'il ne désigne pas comme aujourd'hui par les lettres x, y, et il fait usage des exposants; il remplace le signe de multiplication par le mot *in*; il emploie, pour exprimer l'égalité, un des signes suivants $\{$ ou ∞.

Appendice à l'introduction sur les lieux, contenant la solution des problèmes solides au moyen des lieux.

Fermat construit dans ce supplément les racines de certaines équations algébriques par l'intersection des courbes. Quelques exemples donneront une idée nette de sa méthode :

1° Soit proposé de construire les racines de l'équation : $x^3+bx^2=m^2b$ (1), égalons chaque membre de cette équation à bxy, nous aurons $x^2+bx=by$ (2), $m^2=x.y$ (3), et les racines de l'équation (1) seront données par les intersections des courbes (2), (3), dont l'une est une parabole et l'autre une hyperbole.

2° Soit proposé de construire les racines de l'équation : $x^4+m^2x^2+b^3x=d^4$ (1), d'où $x^4=d^4-m^2x^2-b^3x$; égalons chaque membre à m^2y^2, on aura les relations suivantes : $m^2y^2=x^4$ (2), $m^2y^2=d^4-m^2x^2-b^3x$ (3). Ces deux dernières équations représentent deux paraboles et un cercle qui, par leurs intersections, donnent les racines de la proposée.

3° Soit proposé de trouver deux moyennes géométriques entre les quantités b et d, $b>d$, en appelant les moyennes cherchées x, x', on devra avoir la progression géométrique : $b:x:x':d$ ou les deux proportions $b:x::x:x'$ et $x:x'::x':d$ lesquelles donnent : $x^2=bx'$, $x'^2=dx$, d'où en éliminant x', $x^3=b^2d$. Pour avoir les valeurs de x, nous égalerons chaque membre de cette dernière équation à dxy, et nous aurons les deux relations $x^2=dy$, $b^2=xy$, de sorte que la valeur de la première moyenne résulte de l'intersection d'une parabole et d'une hyperbole.

Fermat varie par des artifices d'analyse les courbes qui, par leur intersection, donnent les racines de l'équation algébrique. Soit proposé par exemple de construire les racines de : $x^4+m^3x=d^4$, d'où $x^4=d^4-m^3x$; complétons au premier membre le carré de $x^2 - b^2$, l'égalité précédente deviendra : $x^4 - 2b^2x^2 + b^4 = d^4 - m^3x - 2b^2x^2 + b^4$. Si nous égalons chaque membre à n^2y^2, les racines seront données par l'intersection de deux paraboles et d'un cercle.

Enfin, la même question est traitée plus généralement dans les *Opera varia*, dans une Dissertation qui a pour titre : *Solution des Problèmes géométriques au moyen des courbes les plus simples, et convenant spécialement à chaque genre de problèmes.*

Nous donnerons un extrait de la partie essentielle de cette Dissertation.

Supposons que, entre deux grandeurs a et b, on veut insérer 12 moyennes géométriques ; de sorte que ces moyennes étant représentées par x, x', x'' ... on aura la progression $a : x : x' : x'' : ... : b$; ou en appelant k la raison inconnue de la progression, $a : ak : ak^2 : ... : ak^{12} : b$, d'où il résulte que $b = ak^{13}$; mais puisque la première moyenne est représentée par x, on a $x = ak$, d'où $x^{13} = a^{12}.b$. Il s'agit de construire la racine réelle de cette dernière, ce qu'on fera en égalant chaque membre de l'équation à $x^8y^4.b$; on aura donc les relations $x^{13} = x^8.y^4.b$ et $y^4.x^8 = a^{12}$. La première se réduit à $x^5 = y^4.b$ du cinquième degré, et à la seconde à $yx^2 = a^3$, qui est une hyperbole du troisième degré.

Fermat généralise, en terminant, la construction des moyennes géométriques. Il prend la suite des nombres premiers 3, 5, 17, 257, 65537.....; chacun de ces nombres est le carré du précédent diminué d'une unité, ce carré étant augmenté de 1 : ainsi $257 = (17-1)^2 + 1$. Fermat pensait qu'une suite indéfinie de nombres ainsi formés, ne renfermerait que des nombres premiers ; il est vrai que dans une lettre à Frénicle, il avoue qu'il n'a pas pu prouver la vérité de cette proposition qui, d'après la remarque d'Euler, n'est pas exacte.

Si entre les nombres a et b on veut insérer 256 moyennes, on aura pareillement $x^{257} = a^{256}b$. Posons $x^{240}y^{16}b = x^{257}$, d'où $y^{16}.b = x^{17}$ courbe du 17^e degré, puis $x^{240}y^{16}.b = a^{256}b$; d'où $x^{15}.y = \pm b^{16}$, courbe du 16^e degré. Si on voulait intercaler 65536 moyennes entre a et b, leur recherche dépendrait d'intersections de courbes du 257^e degré.

Ces solutions géométriques, au moyen de l'intersection de courbes, sont utiles pour les problèmes de la trisection de l'angle, du mésolabe (instrument ancien pour trouver des moyennes proportionnelles), etc.....

Nouvel usage des racines du second ordre et d'un ordre supérieur dans l'analyse.

1° Soient deux égalités $a^3 + e^3 = z^3$, $ba + e^2 + de = n^2$ (1), entre lesquelles il s'agit d'éliminer e, de telle sorte qu'on parvienne à une relation qui ne contienne pas cette lettre et qui soit privée de radicaux. Les deux relations (1) se mettent sous la forme : $e^3 = z^3 - a^3$, $n^2 - ba = e^2 + de$ (2); celles-ci, multipliées membre à membre, donnent après la suppression du facteur e : $e^2(n^2 - ba) = (e+d)(z^3 - a^3)$, cette dernière, ordonnée par rapport à e, devient : $e^2(n^2 - ba) + e(a^3 - z^3) = d(z^3 - a^3)$ ..... (3), multipliant cette égalité par la deuxième du groupe (2), on trouve après avoir supprimé e :

$e(n^2 - ba)^2 + (a^3 - z^3)(n^2 - ba) = (e+d)d(z^3 - a^3)$...(4).

Si on ne veut pas continuer à suivre la méthode que nous avons indiquée, il suffira de prendre la valeur de e dans la relation (4) qui est du premier degré par rapport à e, et de porter cette valeur dans l'égalité (3); le résultat répondra à la question proposée.

2° La méthode précédente est encore applicable, lorsqu'on veut dégager une équation de ses radicaux (ou de ses asymétries). L'exemple suivant que choisit Fermat, donne une idée très-nette de son procédé.

Soit proposé de transformer l'expression

$$\sqrt[3]{2a^2-a^3}+\sqrt[3]{a^3+b^2a}=d \ (1)$$

en une autre qui soit privée de radicaux ; la relation (1) prend la forme $\sqrt[3]{2a^2-a^3}=d-\sqrt[3]{a^3+b^2a}$; posons dans cette dernière $a^3+b^2a=e^3$ (2), elle deviendra par cette hypothèse, et après qu'on aura élevé ses deux membres au cube $2a^2-a^3=d^3-3d^2e+3de^2-e^3$ (3) : cette dernière, combinée avec (2), donne, en faisant l'élimination de e, conformément à la méthode précédente, le résultat demandé.

On voit suffisamment par cet exemple, que Fermat fait usage, pour dégager une équation de radicaux, d'une méthode qui est expliquée dans tous les traités élémentaires d'algèbre, et que son procédé d'élimination s'applique aux équations de tous les degrés.

Après l'exposition succincte de ces procédés, l'illustre géomètre remarque que si, dans la solution des questions géométriques, on a souvent à considérer des équations indéterminées, qui représentent des courbes ou des surfaces, il peut aussi arriver que le problème comprenne plus d'équations que d'inconnues ; alors le procédé d'élimination indiqué précédemment conduit à des expressions des inconnues très-simples et souvent du premier degré. Si, par exemple, on veut couper une droite a, en deux segments x, $a-x$, tels que $x(a-x)=m^2$, si on sait de plus que la relation $x^2+(a-x)^2=k^2$ a lieu, il est clair qu'il y aura une condition qui liera k et m, mais que la combinaison des deux équations précédentes permettra d'avoir x au premier degré.

Si on donne une ellipse et un point en dehors de son plan, on pourra concevoir un cône dont ce point sera le sommet et l'ellipse la base ; si on propose de couper ce cône par un plan qui donne pour intersection une circonférence, on pourra faire usage de relations en nombre superflu pour simplifier la solution de la question. Si, en effet, on prend cinq points sur l'ellipse et qu'on les joigne avec le sommet du cône, on obtiendra cinq arêtes d'une pyramide pentagonale, et la question précédente reviendra à couper ces cinq arêtes par un plan, de telle sorte que les cinq points d'intersection soient sur une circonférence. Si on prend un sixième point sur l'ellipse, et si on le joint avec le sommet, cette nouvelle arête percera le plan sécant en un sixième point qui devra aussi se trouver sur la circonférence. Or, cinq points sont suffisants pour la détermination de l'ellipse, un sixième point fournira des équations superflues qui simplifieront la question. La même méthode s'appliquerait à des courbes placées sur des cônes à bases elliptiques ou paraboliques dépassant le second degré.

L'emploi des équations superflues que Fermat ne fait qu'indiquer, paraît pouvoir donner lieu à des recherches fort utiles.

Nota. — Dans ce dernier fragment, Fermat ne fait usage ni du signe radical, ni de l'exposant, ni du signe $=$. Il emploie les signes $+$, $-$. Voici de quelle manière il écrit la relation

$$\sqrt[3]{2a^2-a^3}+\sqrt[3]{a^3+b^2a}=d:$$

Lat. cub. (2. in a. $qu - a$ cub.) $+$ L. cub. (A. c $+$ Bq, in A) æquari d.

MÉTHODE POUR CHERCHER LA PLUS GRANDE OU LA PLUS PETITE VALEUR, ET POUR LES TANGENTES.

Principe fondamental : Si une quantité cherchée dépend d'une variable x, et si une valeur x_1 de cette variable répond à une valeur maximum ou minimum de la quantité cherchée, x_1+e répondra à la même valeur de cette quantité, pourvu qu'on suppose l'accroissement indéterminé e infiniment petit.

1er Exemple : On veut diviser une droite donnée a en deux segments x, $a-x$, dont le rectangle $x(a-x)$ soit

maximum. Si nous désignons par x la valeur inconnue qui correspond au maximum, d'après le principe posé ci-dessus, $x+e$ donnera pour le rectangle cherché la même valeur maximum que x. On aura donc :
$x(a-x)=(x+e)(a-x-e)$; de cette égalité on déduit : $e(a-2x)-e^2=0$, ou $(a-2x)-e=0$; mais e étant aussi petit qu'on voudra, la dernière égalité ne peut avoir lieu que si $a-2x=0$, ou $x=\frac{a}{2}$.

2me Exemple : La droite a doit être divisée en deux segments x, $(a-x)$, tels que $x^2(a-x)$ soit un maximum. D'après le principe, on devra avoir
$x^2(a-x)=(x+e)^2(a-x-e)$, et par suite $x=\frac{2}{3}a$.

3me Exemple : Question d'Apollonius, considérée par Pappus comme très-difficile.

(*Fig.* 2.) Sur une droite OD, on donne deux points M, I; il s'agit de diviser MI en un point N, tel que le rapport du rectangle $\frac{ON.ND}{MN.NI}$ soit un minimum.

Soit $OM=b$, $MD=z$, et $MI=g$; désignons le segment inconnu MN par x, nous aurons : $\frac{(b+x)(z-x)}{x(g-x)}$ qui devra être un minimum, et par suite en remplaçant x par $x+e$, on devra avoir l'égalité : $\frac{(b+x)(z-x)}{x(g-x)}=\frac{(b+x+e)(z-x-e)}{(x+e)(g-x-e)}$. Faisant disparaître les dénominateurs, ordonnant par rapport aux puissances croissantes de e, divisant le résultat par e, et égalant ensuite à zéro le terme indépendant de e, on trouvera : $x^2(z-b-g)+2b.z.x-bzg=0$, qui donnera les deux valeurs de x.

Fermat fait encore usage d'une méthode analogue à celle des maximis et des minimis, pour trouver les tangentes aux courbes. Il l'expose d'une manière très-simple pour le cas particulier de la parabole, et il l'applique ensuite à l'ellipse, à la cissoïde, à la conchoïde, à la cycloïde et à la quadratrice de Dinostrate.

(*Fig.* 3.) 1° Soit une parabole dont le sommet est D, et l'axe DC; par un point B de la courbe dont l'ordonnée est BC et l'abcisse CD, on veut mener une tangente à cette courbe. Supposons la question résolue, et que BP soit la tangente cherchée. Appelons l'abcisse DC, x, et prenons une abcisse $DI = x - e$; si du point I nous élevons IO perpendiculaire à l'axe et terminé à la tangente, nous aurons par la comparaison des triangles BCP, OIP, $BC : OI :: CP : IP$, ou en élevant au carré et représentant CB par y, $y^2 : \overline{OI}^2 :: \overline{CP}^2 : \overline{IP}^2$; appelons s la sous-tangente CP, la proportion précédente pourra s'écrire comme il suit : $y^2 : \overline{OI}^2 :: s^2 : (s-e)^2$. Si le point O était sur la parabole, dont nous supposons l'équation $y^2 = 2px$ donnée, on aurait $\overline{BC}^2 : \overline{OI}^2 :: CD : ID$ ou $y^2 : \overline{OI}^2 :: x : x - e$. Si donc nous regardons e comme assez petit pour qu'on puisse supposer le point O, sur la parabole et sur la tangente, la comparaison des dernières proportions donnera évidemment $x : x - e :: s^2 : (s-e)^2$; d'où $e(s^2 - 2sx) + e^2 x = 0$, et par suite $s^2 - 2sx = 0$ ou $s = 2x$, qui fera connaître la sous-tangente s et par suite le point P où passe la tangente au point B de la parabole.

(*Fig.* 4.) 2° Soit une ellipse dont le centre est O, le demi-axe $OC = a$; sur cette courbe un point m dont les coordonnées mP, oP sont x, y, et un point m' très-rapproché du point m, placé à la fois sur la courbe et la tangente mg, dont l'abcisse $OP' = x + e$. Cherchons comme précédemment la valeur de la sous-tangente $Pg = s$, on aura d'abord $\overline{mP}^2 : m'P'^2 :: s^2 : (s-e)^2$; mais par une propriété connue de l'ellipse $\overline{mP}^2 : m'P'^2 :: BP \times PC : BP' \times P'C$, ou par la comparaison des deux dernières proportions, en remplaçant BP, PC, BP', P'C par leurs valeurs :

$(a+x)(a-x):(a+x+e)(a-x-e)::s^2:(s-e)^2$.
Faisant de cette dernière proportion une égalité, ordonnant par rapport à e, divisant par ce facteur, et égalant à zéro le terme indépendant de e, on trouvera très-aisément $s=\frac{a^2-x^2}{x}$.

(*Fig.* 5.) *Cissoïde.* 3° Considérons une demi-circonférence EAB dont le centre est o, le rayon r. AmB est une branche de la cissoïde ; un de ses points m a pour coordonnées $m\text{P}=y$, $o\text{P}=x$; le point voisin m' qui se trouve aussi sur la tangente mF au point m, a pour abcisse $o\text{P}'=x+e$. Cherchons la valeur s de la sous-tangente PF; les deux triangles mPF, m'P$'$F, donneront d'abord, $\overline{m\text{P}}^2:\overline{m'\text{P}'}^2::s^2:(s-e)^2$; mais par la définition de la courbe Pl : PB :: PB : Pm,
d'où $\text{P}m=\frac{(r-x)^2}{\sqrt{r^2-x^2}}$ et $\text{P}m^2=\frac{(r-x)^3}{(r+x)}$; par suite $\text{P}'m'^2=\frac{(r-x-e)^3}{(r+x+e)}$. Ces valeurs, substituées dans l'avant-dernière proportion, donneront
$\frac{(r-x)^3}{r+x}:\frac{(r-x-e)^3}{r+x+e}::s^2:(s-e)^2$, qui, mise sous la forme d'une égalité, fera trouver, en suivant les procédés indiqués ci-dessus, $s=\frac{r^2-x^2}{2r+x}$, facile à construire.

(*Fig.* 6.) *Conchoïde.* 4° Soit kg la ligne asymptotique de la conchoïde, I son pôle, on abaisse du point I une perpendiculaire sur kg, et on suppose, $\text{IH}=a$, $\text{H}o=b$. Si on mène du pôle des obliques ImB, ILN, de telle sorte que au-dessus de la ligne kg, les distances mB, LN soient égales à b, les points N, B appartiendront à la courbe. L'abcisse du point N sera $oc=x$; celle du point B, $o\text{P}=x-e$: cela posé, la tangente étant NA et la sous-tangente $s=c\text{A}$, on aura $\overline{\text{NC}}^2:\overline{\text{BP}}^2::s^2:(s-e)^2$.

Il faut exprimer NC et BP, en fonctions des abcisses; ce qui est aisé en menant par le point c, $ck' = b$ parallèle à NI et Ld parallèle à Io. On a $NC = Nd + dc = Hk' + LH$; mais $cH = b - x$; par suite $Hk' = \sqrt{2bx - x^2}$, et par la comparaison des triangles LHI, Hck', on trouve

$LH = a\dfrac{\sqrt{2bx - x^2}}{b - x}$; par suite

$NC = \sqrt{2bx - x^2}\,\dfrac{(b - x + a)}{b - x}$, changeant x en $x - e$, on aura la valeur de BP, et la dernière proportion donnera la valeur de s en fonction de l'abcisse du point N.

(*Fig.* 7.) *Cycloïde.* 5° Le procédé que Fermat emploie pour éviter la difficulté provenant de l'équation transcendante de la cycloïde est très-élégant et susceptible de nombreuses applications.

c est le sommet d'une demi-cycloïde, cf son axe vertical diamètre du cercle générateur cmf; en un point r on veut mener la tangente à la cycloïde et trouver la valeur de la sous-tangente $db = s$, prenant un point voisin n, et désignant dg par e, on aura, comme dans tous les problèmes précédents, $rd : ng :: s : s - e$; mais par suite de la génération de la cycloïde, hf vaut une demi-circonférence; et en faisant passer le cercle générateur par le point r, il est aisé de voir que $rd = com + md$. Par la même raison, $ng = co + og = cm - mo + og$. Menons la tangente au cercle au point m, et remarquons que la quantité $dg = e$, peut être assez petite pour que mv, partie de la tangente, se confonde avec l'arc mo, et vg avec og; nous pouvons donc admettre que $ng = com - mv + gv$. La proportion fondamentale deviendra donc : $com + md : com - mv + gv :: s : s - e$. Calculons mv et gv au moyen des triangles mda, vga, nous aurons $gv : md :: da - e : da$; $mv : ma :: e : da$. Prenant dans ces deux dernières les valeurs de gv, mv, et les substituant dans la proportion précédente, elle deviendra :

$(com+md).da : cm.da-ma.e+md(da-e) :: s : s-e$; changeons la proportion en égalité, et égalons à zéro le coefficient de la première puissance de e, nous aurons : $s=\frac{(com+md).da}{ma+md}$ ou $s=\frac{rd.da}{ma+md}$; mais il est aisé de prouver pour la circonférence qu'on a $da : ma+md :: dc : md$; donc $s=\frac{rd.dc}{md}$ ou $\frac{rd}{s}=\frac{md}{dc}$ qui prouve que la tangente à la cycloïde est parallèle à la corde mc.

(*Fig.* 8.) *Quadratrice.* 6° Soit un quart de cercle AB, et deux rayons perpendiculaires AI, IB; pour décrire la quadratrice on divisera le quadrant AB et le rayon AI en m parties égales; on joindra le centre I avec une division c du quadrant, et par le point D de la division de même rang du rayon AI, on mènera Dm, parallèle à IB, le point m appartiendra à la quadratrice; et il sera aisé de trouver la tangente mo à cette courbe, par la règle suivante que Fermat déduit de sa méthode : avec mI décrivons le quadrant zmf et menons l'ordonnée mN; cela posé, la sous-tangente No sera donnée par la proportion : Im : mN :: arc mf : No.

Fermat, après ces applications de sa méthode des tangentes, fait une observation qui est bien importante.

(*Fig.* 9.) Si la courbure d'une courbe change en un point H, de telle sorte que, après avoir été concave par rapport à l'axe des abcisses elle devienne convexe, la tangente au point H fera avec cet axe un angle moindre que ceux que feraient des tangentes menées en des points compris entre A et H; passé le point H, l'angle que fait la tangente avec l'axe des abcisses augmentera de nouveau; par suite, pour le point d'inflexion H, l'expression qui exprime l'inclinaison de la tangente sur l'axe des abcisses est à l'état de maximum ou de minimum, considération qui rendra aisée la détermination des inflexions des courbes.

Application de la méthode des maximis à la détermination du centre de gravité du paraboloïde de révolution.

Bien que le procédé de Fermat soit indirect, et qu'il suppose un lemme d'Archimède, il nous paraît assez ingénieux pour mériter l'attention des géomètres.

(*Fig.* 10.) Le paraboloïde est engendré par la révolution du segment parabolique CAV autour de l'axe AI; soit o son centre de gravité inconnu, faisons une section parallèle à CV par la droite BR, le segment BAR engendrera un paraboloïde dont le centre de gravité sera E. Désignons par e la distance IN; cela posé, en appelant x l'abcisse Ao du centre de gravité et b la longueur AI, on aura, d'après un lemme d'Archimède, Ao : AE :: AI : AN, c'est-à-dire que les abcisses des centres de gravité sont entre elles comme les longueurs des segments paraboliques. Cette proportion peut s'écrire ainsi x : AE :: $b : b-e$, qui donnera $x : o\text{E} :: b : e$; d'où $o\text{E}=\frac{x.e}{b}$; mais les volumes des paraboloïdes CAV, BAR sont dans le rapport de $\overline{\text{AI}}^2 : \overline{\text{AN}}^2$ ou de $b^2 : (b-e)^2$; par suite vol. BAR : vol. (CAV—BAR) :: $(b-e)^2 : 2\,be-e^2$; mais E étant le centre de gravité du volume BAR et m celui du segment engendré par CBRV, on peut trouver le point o, c'est-à-dire le centre de gravité du volume CAV en composant deux forces parallèles appliquées en m et en E dans le rapport de $2\,be-e^2$ à $(b-e)^2$. Ainsi donc on aura : $mo : \text{E}o :: (b-e)^2 : 2\,be-e^2$; d'où $mo=\frac{\text{E}o\,(b-e)^2}{2\,be-e^2}$; mais $\text{E}o=\frac{e.x}{b}$, donc $mo=\frac{e\,x\,(b-e)^2}{2\,b^2e-b\,e^2}$; mais $\text{I}o=b-x$, et si on fait e aussi petit qu'on voudra, Io deviendra égal à mo; on aura donc à la limite $b-x=\frac{x\,(b-e)^2}{2\,b^2-be}$, faisant disparaître le dénominateur et supposant e infiniment petit, on trouvera sans peine : $x = \frac{2}{3} b$, ou la valeur de l'abcisse du centre de gravité.

Si on faisait tourner le demi-segment CAI autour de l'ordonnée CI, le centre de gravité du solide de révolution diviserait CI en deux parties dans le rapport de 11 à 5.

DE LA QUADRATURE DES HYPERBOLES, DES PARABOLES, ET DE LA TRANSFORMATION DES LIEUX GÉOMÉTRIQUES.

1° Fermat remarque d'abord qu'Archimède ne s'est servi de la considération des progressions géométriques que dans son traité de la quadrature de la parabole; partout ailleurs, il fait usage de la progression arithmétique. Cependant, la règle de sommation des termes en nombre infini, d'une progression géométrique décroissante, fournit des procédés simples pour la quadrature des hyperboles et des paraboles de degré quelconque. Indiquons les principes dont Fermat fait usage :

1er LEMME. $a : aq : aq^2 : aq^3 ......$ est une progression géométrique décroissante et par conséquent $q < 1$. Cela posé, désignant la somme des termes par s, on aura la proportion : la différence de deux termes de rang quelconque est au plus petit des deux termes, comme le premier terme est à la somme de tous les termes qui sont après lui. Ainsi, par exemple, $a - aq : aq :: a : s - a$; cette formule donne la valeur connue de s.

2me LEMME. $a : a(1+\alpha) : a(1+\alpha)^2 : a(1+\alpha)^3 .....$ est une progression croissante; mais α est très-faible et peut même devenir infiniment petit. Dans ce cas, la différence de deux termes consécutifs quelconques sera la même, à un infiniment petit du second ordre près.

En effet, la différence des deux premiers termes est $a\alpha$, celle du troisième au second est $(1+\alpha)\, a\alpha$ qui au second ordre α^2 près est encore $a\alpha$. Les trois premiers termes étant en progression arithmétique au second ordre près, il est clair que le troisième terme $a\ (1+\alpha)^2$ vaudra, au second ordre près, le premier a plus la double différence $a\alpha$; poursuivant le calcul, on verra que les différences successives sont toutes égales au second ordre près, et que le terme $a\ (1+\alpha)^m$ vaudra au second ordre près le premier terme a plus m fois la différence $a\alpha$.

(*Fig.* 11.) 2° Ces lemmes posés, considérons l'hyperbole du troisième degré : $y=\frac{m^3}{x^2}$ rapportée à ses asymptotes, et prenons une suite infinie d'abcisses et d'ordonnées $Ap'=x'$, $p'm'=y'$, $Ap''=x'(1+\alpha)=x''$, $p''m''=y''$, $Ap'''=x'(1+\alpha)^2=x'''$, $p'''m'''^2=y'''$ ..... Nous voulons trouver l'expression de l'aire qui, à partir de $p'\,m'$, est comprise entre la courbe et l'axe des x prolongés à l'infini. Il est aisé de voir que les aires $y'(x''-x')$, $y''(x'''-x'')$, $y'''(x^{\text{IV}}-x''')$..... des rectangles $m'p''$, $m''p'''$, $m'''p^{\text{IV}}$..... sont en progression géométrique décroissante, et que α étant aussi petit que possible, ces rectangles convergent en somme vers l'aire cherchée. Or, le premier rectangle $y'(x''-x')=\frac{m^3}{x'^2}(\alpha x')=\frac{m^3\alpha}{x'}$, le second rectangle

$y''(x'''-x'')=\frac{\alpha m^3}{x'(1+\alpha)}$, comme on le trouve en remplaçant y' et y'' par leurs valeurs données par l'équation de l'hyperbole. Or, d'après le premier lemme, la différence des deux premiers rectangles (qui sont les deux premiers termes de la progression décroissante), savoir : $\frac{m^3\alpha^2}{x'(1+\alpha)}$ est au second terme $\frac{\alpha m^3}{x'(1+\alpha)}$ comme le premier rectangle $\frac{m^3\alpha}{x'}$ est à la somme s de tous les rectangles, moins le premier $\frac{m^3\alpha}{x'}$.

Ou, en réduisant, $\alpha : 1 :: \frac{m^3\alpha}{x'} : s-\frac{m^3\alpha}{x'}$, négligeant les infiniment petits du second ordre : $s=\frac{m^3}{x'}$.

(*Fig.* 12.) 3° Considérons la parabole du troisième degré $y^3 = m . x^2$. On veut trouver l'aire $A p' m'$ d'un segment de cette courbe; considérons une suite d'abcisses et d'ordonnées décroissantes convergeant vers zéro, savoir $A p' = x'$, $p' m' = y'$, $A p'' = x'' = x'(1-\alpha)$, $p'' m'' = y''$, $A p''' = x''' = x'(1-\alpha)^2$, $p''' m''' = y'''$ ..... il est aisé de voir que les rectangles successifs $m' p''$, $m'' p'''$, etc..... sont en progression géométrique décroissante. Or, le premier $m' p''$, ou $y'(x' - x'') = m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{2}{3}} \alpha\, x' = \alpha\, m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{5}{3}}$, le second rectangle $m'' p'''$ ou $y''(x'' - x''') = m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{2}{3}} (1-\alpha)^{\frac{2}{3}} (1-\alpha)\, \alpha . x'$. En appliquant le premier lemme et comparant la différence des rectangles au second rectangle, et désignant la somme des rectangles à l'infini par s, on aura :

$1-(1-\alpha)^{\frac{5}{3}} : (1-\alpha)^{\frac{5}{3}} :: \alpha . m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{5}{3}} : s - \alpha . m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{5}{3}}$. Or, si nous posons la progression géométrique décroissante $1 : (1-\beta) : (1-\beta)^2 : (1-\beta)^3 : (1-\beta)^4 : (1-\beta)^5$, on prouverait par le second lemme, que $(1-\beta)^5 = 1 - 5\beta$; mais nous pouvons supposer que $(1-\alpha)^{\frac{1}{3}} = (1-\beta)$, ou $(1-\alpha) = (1-\beta)^3$, en négligeant les quantités du second ordre en β, on aura : $\alpha = 3\beta$ ou $\beta = \frac{\alpha}{3}$; donc $(1-\beta)^5 = (1-\alpha)^{\frac{5}{3}} = 1 - \frac{5}{3}\alpha$; par suite la proportion précédente deviendra :

$\frac{5}{3}\alpha : 1 - \frac{5}{3}\alpha :: \alpha\, m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{5}{3}} : s - \alpha\, m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{5}{3}}$, d'où, en négligeant les termes du second ordre, $s = \frac{5}{3} m^{\frac{1}{3}} x'^{\frac{5}{3}}$. Les exemples que nous avons rapportés paraissent suffisants à Fermat pour qu'on puisse par induction généraliser les règles des quadratures des hyperboles ou paraboles de tous les degrés, règles qui renferment les principes de l'intégration des monômes à exposants entiers ou fractionnaires positifs ou négatifs.

L'illustre géomètre considère ensuite des équations à plusieurs termes, telles que $a y^2 = x^3 + b x^2$; il remarque que si on pose $a y^2 = a^2 v$, on aura $a^2 v = x^3 + b x^2$, et il est évident que la courbe dont l'ordonnée serait v, aurait une aire qui serait la somme de deux aires paraboliques dont les équations seraient $a^2 v' = x^3$ et $a^2 v'' = b x^2$. Ces aires, prises dans des limites convenables et ajoutées ensemble, donneront ce que Fermat appelle la somme des y^2 qu'on désigne actuellement par $\int y^2 dx$.

(*Fig.* 13.) Fermat démontre ensuite par des considérations géométriques et analytiques la transformation connue sous le nom d'intégration par parties. Pour bien comprendre le sens de ses procédés, remarquons d'abord que si une somme $a + \alpha + \alpha' + \alpha'' +$, etc., est élevée au carré, et que α, α', α'' soient très-petits, de telle sorte qu'on puisse négliger α^2, α'^2, α''^2, etc..., le carré de cette somme pourra se mettre sous la forme :

$$a^2 + 2a\alpha + 2(a+\alpha)\alpha' + 2(a+\alpha+\alpha')\alpha''$$
$$+ 2(a+\alpha+\alpha'+\alpha'')\alpha''' +, \text{etc.....}$$

Cela admis, considérons une courbe $m\,m'\,m''\,m'''$ . . M; traçons les abcisses et les ordonnées des points infiniment rapprochés m, m', m''... M; les coordonnées du point m seront a, b, celles de M seront A, B, l'abcisse $p'm' = x'$, $p''m'' = x'' = x' + \alpha$, $p'''m''' = x''' = x' + \alpha + \alpha'$, $x^{\text{IV}} = x' + \alpha + \alpha' + \alpha''$. α, α', α''... désignant les accroissements successifs et infiniment petits sm'', lm''', tm^{IV}... de l'abcisse x'. Nous voulons présentement calculer la somme du carré de chaque abcisse par la différence des ordonnées correspondantes; savoir :

$$p'm'^2 \,.\, bp' + p''m''^2 \,.\, p'p'' + p'''m'''^2 \,.\, p''p''' + \ldots \text{ ou } \ldots$$
$$x'^2(b - y') + x''^2(y' - y'') + x'''^2(y'' - y''') + \ldots..$$
$$\ldots.. + \text{A}.^2(y^{(m-1)} - \text{B});$$

mais $x''^2 = x'^2 + 2\alpha x'$, $x'''^2 = x'^2 + 2x'\alpha + 2x''\alpha'$, $x^{\text{IV}2} = x'^2 + 2x'\alpha + 2x''\alpha' + 2x'''\alpha'' + \ldots.$ par suite la dernière sommation deviendra, par la substitution de ces valeurs, en isolant successivement les facteurs x'^2, $2\alpha x'$, $2\alpha' x''$..... et faisant les réductions évidentes :

$$x'^2(b-\mathrm{B})-2\alpha x'\mathrm{B}-2\alpha' x''\mathrm{B}-2\alpha'' x'''\mathrm{B}.....+...$$
$$...+2x'y'\alpha+2x''y''\alpha'+2x'''y'''\alpha''+.....$$

Mais α, α', α'', étant les accroissements de x', x'',... d'après les principes des quadratures paraboliques ci-dessus énoncés, la somme $-\mathrm{B}(2\alpha x'+2\alpha' x''...)$, dans les limites de la figure, vaut $-\mathrm{B}(\mathrm{A}^2-x'^2)$; or x'^2 diffère infiniment peu de a^2; donc l'expression précédente deviendra $a^2b-\mathrm{BA}^2+2.\int xy.dx$; en désignant par $\int$ la somme des produits des abcisses par les ordonnées, et par dx l'accroissement de l'abcisse ; ce qui donne le résultat de l'intégration par parties, et fait dépendre la sommation $\int x^2 dy$ de $2\int x.y\,dx$.

Si, au lieu de considérer les carrés des abcisses multipliés par la différence des ordonnées, on avait considéré les cubes de ces abcisses multipliés par les mêmes différences, c'est-à-dire $\int x^3 dy$, une démonstration analogue permettrait de faire dépendre la sommation $\int x^3 dy$ de $3\int x^2 y\,dx$, et en général $\int x^m dy$ dépendrait de $m\int x^{m-1}y.dx$.

Expliquons, sur deux exemples que choisit Fermat, l'usage qu'il fait de sa transformation ; prenons d'abord l'équation du cercle $y^2+x^2=b^2$, il est clair que la somme des y^2 ou plutôt $\int y^2 dx$ est connue par la quadrature de la parabole; car si on pose $y^2=bv$, l'équation précédente deviendra : $bv+x^2=b^2$, et la sommation des v ou $\int v\,dx$ est l'aire d'une parabole. Supposons qu'il soit question de trouver la sommation des y^3 ou $\int y^3 dx$: cette sommation dépend, d'après ce qui précède, de $3\int y^2 x.dy$, posons $y^2x=b^2.z$, d'où $x=\frac{b^2.z}{y^2}$, l'équation du cercle devient, en remplaçant x par cette valeur, $b^4 z^2 + y^6 = b^2 y^4$ et la sommation $3\int y^2 x\,dy$ n'est autre chose que $3\int z.dy$, c'est-à-dire l'aire de la courbe représentée par la dernière équation ; mais pour déterminer cette aire, nous n'avons qu'à poser $z = \frac{yu}{b}$; par suite la dernière sommation sera $\frac{3}{b}\int y.udy$ et l'équation de la courbe $b^2 u^2 + y^4 = b^2 y^2$. Mais la sommation précédente n'est autre chose que $\frac{3}{b}\int y^2 du = \frac{3}{b}\int y u dy$; or si nous posons $y^2 = bt$, l'équation de la courbe deviendra $u^2 + t^2 = bt$, et la sommation $3\int tdu$. Cette sommation est connue, puisque la dernière courbe est le cercle qui a pour rayon $\frac{b}{2}$; en remontant on voit donc que la sommation $\int y^3 dx$ dépend uniquement de la quadrature du cercle.

Prenons, pour dernier exemple, la question suivante : soit proposée la courbe $b^3 = x^2 y + b^2 y$: on veut trouver son aire ou la sommation $\int y dx$, posons $y.b = z^2$, l'équation deviendra $b^4 = (x^2 + b^2) z^2$, dans laquelle il s'agit de trouver la sommation $\int \frac{z^2 dx}{b}$ qui est la même que $\int y dx$; mais la sommation $\int z^2 dx$ dépend de $2\int x.z.dz$, posons $xz = b.u$, d'où $x = \frac{bu}{z}$, l'équation deviendra $b^2 = u^2 + z^2$. Or, la dernière sommation à trouver étant $2\int x.z.dz$ ou $2b\int u.dz$, revient à l'aire du cercle représenté par l'équation $b^2 = u^2 + z^2$. Le calcul intégral donne, en effet, un arc de cercle pour l'aire de la courbe, $b^3 = (x^2 + b^2) y$. Il est curieux de montrer par quelle transformation ingénieuse

Fermat déduit la génération de cette courbe du troisième degré, d'une parabole du second degré.

(*Fig.* 14.) Soit $y^2 = kx$ l'équation de la parabole Am, prenons, à partir de l'origine et sur le prolongement de l'axe des x, trois distances A A', A' A'', A'' A''', égales à c, et élevons aux points A, A', A'' des parallèles à l'axe des y. Par un point quelconque m de la courbe, menons une parallèle mo, telle que $ma' : a'a'' :: a'a'' : a''o$, ou $x+c : c :: c : a''o = \frac{c^2}{x+c}$, le point o, ainsi déterminé, étant rapporté à deux coordonnées $oa'' = z$, a''A$'' = y$, nous aurons $z = \frac{c^2}{x+c}$; mais par l'équation de la parabole $x = \frac{y^2}{k}$; donc, $z = \frac{c^2 k}{y^2 + kc}$. Si $k = c = b$, on trouve $z = \frac{b^3}{y^2 + b^2}$ identique à l'équation proposée.

Par des transformations analogues, Fermat ramène à la quadrature du cercle la détermination de l'aire de la courbe donnée par l'équation $y^2 = \frac{b^7 x - b^8}{x^6}$. Nous n'insistons pas sur le développement de ce dernier cas, parce que nous en avons dit assez pour faire voir ce que Fermat a inventé dans le calcul des sommations ou dans le calcul intégral. En faisant usage de la progression géométrique décroissante, il intègre les monômes de la forme $x^m dx$, lorsque l'exposant est fractionnaire, positif ou négatif; et, par suite, les fonctions de la forme $(ax^\alpha + bx^\beta + \ldots)dx$. Par une construction qui revient à l'intégration par parties, et en faisant usage de transformations ingénieuses aux équations des courbes, il ramène à la quadrature du cercle l'intégration des fonctions entières du second degré, affectées du radical du second degré, lorsque ces fonctions sont multipliées par des expressions rationnelles.

Dans son mémoire sur la comparaison des lignes courbes avec les lignes droites, l'illustre géomètre ne donne pas une nouvelle extension à ses méthodes analytiques ; il les applique seulement à un exemple remarquable, et il traite une question nouvelle à son époque : nous nous bornerons à reproduire la substance de la longue dissertation de Fermat.

Dissertation géométrique sur la comparaison des courbes et des lignes droites.

Les géomètres n'ont pas encore égalé une courbe purement géométrique à une ligne droite; car ce qui a été démontré par un géomètre anglais (Wren), très-subtil; savoir que le premier arc de la cycloïde est égal au quadruple du diamètre de la circonférence génératrice, paraît, de l'avis des plus savants, ne s'appliquer qu'à des questions limitées. Ils admettent, en effet, que c'est une loi de la nature qu'on ne puisse trouver une ligne droite égale à une courbe, à moins qu'on n'ait d'abord supposé une autre droite égale en longueur à une autre courbe ; et ils expliquent par ce moyen la rectification possible de la cycloïde, parce qu'on ne peut disconvenir que la longueur de la circonférence génératrice ne soit égale à la base du premier arc cycloïdal ; mais ce que nous allons expliquer montrera ce qu'il y a de vrai dans ce qu'ils considèrent comme une loi de la nature, et fera voir le danger qu'il y a de convertir en axiomes généraux des résultats déduits de quelques faits particuliers. Nous prouverons, brièvement, qu'une courbe géométrique, qui ne dérive pas d'une autre courbe égalée à une ligne droite, peut cependant être rectifiée.

(*Fig.* 15.) Fermat n'emploie pas, comme Archimède, les périmètres des polygones inscrits et circonscrits à une courbe pour obtenir deux limites de sa longueur. Il considère, par exemple, une courbe Ab, concave vers l'axe Ax, et dont, par suite, les éléments font avec cet axe des angles de plus en plus petits. Cela posé, il prend trois points consécutifs m'', m, m' sur la courbe, tels que menant les ordonnées, leurs distances $p''p$, pp' soient égales. Cela posé, il est clair que si on mène la tangente omk au point m, les deux parties om, mk de cette tangente qui par l'hypothèse sont égales, seront telles que om sera moindre que l'arc de la courbe mm'', et que mk sera plus grand que mm'. En effet, menant deux parallèles mi, $m'c$ à Ax, on voit que mo est une oblique moindre que la corde qui joindrait les points mm'', et qu'*à fortiori* mo sera moindre que l'arc mm''. On voit aussi que $mk > mc + cm'$; mais cette ligne brisée étant enveloppante de mm' est plus grande que cet arc.

Si donc on veut avoir une limite supérieure de la courbe Ab, il suffira de prendre des abcisses Ap'', Ap, Ap' ... et de mener en chaque point de la courbe correspondant, une tangente prolongée jusqu'à l'ordonnée qui suit, en avançant de A vers x. La limite inférieure sera obtenue en menant des tangentes aux mêmes points, et en les prolongeant jusqu'aux ordonnées qui précèdent, de x vers A; si les distances Ap'', $p''p$, pp' ... sont égales, on voit très-bien que les deux sommes de tangentes ne différeront que de l'excès de la première tangente au point A de l'un des systèmes sur la tangente au point b de l'autre système. Or, si les abcisses sont infiniment rapprochées, cette différence étant nulle, il résultera que les deux limites se confondront : on peut donc trouver la longueur de l'arc d'une courbe géométrique, en sommant les tangentes successives à la courbe comprise entre les ordonnées.

Cela établi, Fermat démontre très-simplement que la parabole dont l'équation est $y^2 = \frac{x^3}{k}$ (1) est rectifiable.

(*Fig.* 16.) Pour exprimer la longueur de l'arc parabolique Ab, qui répond à l'équation précédente, en fonction de l'abcisse Ax, menons en un point quelconque m une tangente smn, que nous terminons à l'axe des x et à l'ordonnée qn aussi rapprochée qu'on voudra de mp. Traçons enfin la ligne mi parallèle à l'axe des x et égale à pq, nous pourrons poser les proportions $mn : ms :: mi : sp$; mais la méthode des tangentes de Fermat donne pour la sous-tangente, $sp = \frac{4}{3}x$, x étant l'abcisse Ap du point m, par suite $\overline{ms}^2 = \frac{16}{9}x^2 + \frac{x^3}{k}$. Par la substitution de ces valeurs, la proportion précédente deviendra

$mn : x\sqrt{\frac{16}{9} + \frac{x}{k}} :: pq : \frac{4}{3}x$; d'où $mn = \left(\frac{3}{4}\sqrt{\frac{16}{9} + \frac{x}{k}}\right) \cdot pq$.

Mais si $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{16}{9} + \frac{x}{k}}$ était l'ordonnée d'une parabole dont l'équation serait, $y^2 = 1 + \frac{9}{16}\frac{x}{k}$, on voit que la somme des mn, correspondants à des points consécutifs très-rapprochés de l'arc Ab, serait équivalente à l'aire d'une parabole que Fermat a appris à déterminer, et qui serait égale à :
$\frac{k}{2}\left(\frac{16}{9} + \frac{x}{k}\right)\sqrt{\frac{16}{9} + \frac{x}{k}} - \frac{k}{2} \cdot \frac{64}{27}$ (2), expression qu'on peut construire géométriquement comme tous les radicaux du second degré, en rétablissant l'homogénéité. On voit donc que la rectification de la courbe parabolique dépend d'une quadrature d'aire qui est aisée.

Fermat déduit de la parabole qu'il rectifie, une infinité d'autres courbes rectifiables. Si, en effet, l'arc Am dont nous avons donné l'expression (2), était pris pour ordonnée d'une courbe nouvelle qui aurait les mêmes abcisses que la première, courbe qu'on tracerait en prolongeant une ordonnée telle que pm, jusqu'à ce que sa longueur fût égale à l'arc Am, l'équation de la nouvelle courbe serait

$y=\frac{k}{2}\sqrt{\left(\frac{16}{9}+\frac{x}{k}\right)^3}-\frac{k}{2}\cdot\frac{64}{27}$ ou $\left(y+\frac{k.32}{27}\right)=\frac{k}{2}\sqrt{\left(\frac{16}{9}+\frac{x}{k}\right)^3}$ (3), de même forme que (1), en posant $y+\frac{32.k}{27}=y'$ et $\frac{16}{9}+\frac{x}{k}=x'$; cette nouvelle courbe sera rectifiable comme la courbe (1), et de cette seconde courbe on en déduit une troisième rectifiable, en conservant toujours les mêmes abcisses, et prenant le nouvel arc rectifié pour ordonnée, et ainsi de suite à l'infini.

DES CONTACTS SPHÉRIQUES.

Fermat se propose ce problème : « trouver une sphère » tangente à quatre sphères données ; » il parvient à sa solution, en résolvant une suite de questions qui sont des cas particuliers du problème général, par une méthode analogue à celle dont Viete avait déjà fait usage pour les contacts des cercles. On a reproché à Fermat de n'avoir pas traité directement le problème qui fait le fond de son travail ; mais il faut remarquer qu'en décomposant la question, elle devient d'une extrême simplicité, et elle n'exige que le secours de la géométrie la plus élémentaire.

1° Déterminer une sphère qui passe par quatre points donnés, A, B, C, D.

(*Fig.* 17.) Trois points A, B, C, déterminent un petit cercle de la sphère et la perpendiculaire *om* élevée au centre *o* du petit cercle sur son plan, passe par le centre de la sphère ; mais si du quatrième point D on mène D*m* perpendiculaire à *mo*, et *ioh* parallèle à D*m*, il est clair que le plan passant par les droites *ih*, D*m* sera un plan de grand cercle, et que par suite le centre *s*, d'une circonférence passant par les points D, *i*, *h*, sera le centre de la sphère.

2° Déterminer une sphère, passant par trois points A, B, C, et tangente à un plan donné.

(*Fig.* 18.) On connait, comme dans le cas précédent, le petit cercle ABC et la perpendiculaire om qui contient le centre de la sphère; cette ligne coupe le plan donné en m, et si on abaisse ok perpendiculaire à ce plan, la droite km sera tangente au grand cercle de la sphère, dont le plan passe par om, ko. Supposons que ef soit l'intersection de ce plan avec le petit cercle, le grand cercle tangent akm passera par les points e et f. Pour trouver le point de contact, c'est-à-dire un quatrième point de la sphère, il suffira de mener par les deux points e, f une circonférence tangente à la droite km, problème très-simple.

(*Fig.* 19.) 3° Déterminer une sphère passant par trois points A, B, C, et tangente à la sphère du rayon ig. Faisant les constructions précédentes, il est clair que le contact des deux sphères aura lieu sur la ligne si qui joint le centre cherché s avec i; mais ef étant parallèle à im, le plan imo du grand cercle coupera les deux sphères suivant deux cercles tangents. Par suite, pour trouver le centre s, il faudra, par les points e, f, mener une circonférence tangente à la circonférence ig, problème connu.

4° Trouver une sphère tangente à quatre plans donnés.

5° Déterminer une sphère qui touche trois plans P, P′, P″ et qui passe par un point donné A, on mènera deux plans qui divisent les dièdres PP′, PP″ en deux parties égales, et on trouvera une droite m passant par le centre de la sphère cherchée; si du point A on abaisse, Ao perpendiculaire à cette droite, la circonférence de rayon Ao sera sur la sphère, qui sera déterminée par le 2°, puisque cette sphère passera par trois points quelconques de la circonférence, et qu'elle sera tangente à un des plans P, P′, P″.

6° On veut déterminer une sphère tangente à trois plans et à une sphère donnée.

(*Fig.* 20.) La sphère a pour centre i et pour rayon ic.

Nous mènerons trois plans A, A′, A″ parallèles aux plans donnés, et qui en soient distants du rayon ic; cela fait, nous construirons une sphère tangente aux trois plans A, A′, A″ et passant par le point i. Le centre o de cette sphère sera aussi le centre de la sphère cherchée.

7° On donne deux plans P, P′ et deux points A, B; on veut trouver une sphère tangente aux deux plans et passant par les deux points : le centre de la sphère cherchée sera sur le plan bissecteur du dièdre PP′, et sur le plan perpendiculaire au milieu de la corde qui joint les points A, B. Ces deux plans se couperont suivant une droite m; par conséquent, si on mène des points A, B des perpendiculaires sur la droite m, on aura les rayons de deux petits cercles de la sphère; quatre points pris sur ces cercles ramèneront la question actuelle au premier problème.

(*Fig.* 21.) 8° Quelques lemmes très-simples, qui s'appliquent également à la circonférence et à la sphère, sont nécessaires pour la solution des cas suivants : soient deux circonférences dont les centres sont o, o', dans un même plan; et un point p tel que les distances po, po', soient comme des rayons ao, $a'o'$; de la proportion $po : po' :: ao : a'o'$ on déduit $po + ao : po' + a'o' :: po - ao : po' - a'o'$, ou $pb : pb' :: pa : pa'$; il serait facile de voir qu'on aurait $pd : pd' :: pc : pc'$ pour une sécante quelconque $pcdc'd'$; cette propriété a aussi lieu pour deux sphères. Mais $pc.pd = pa.pb$, $pc'.pd' = pa'.pb'$; multipliant ces égalités membre à membre et tenant compte des proportions établies, on verra que $pc.pd' = pa.pb'$ et $pd.pc' = pb.pa'$.

(*Fig.* 22.) Soient deux sphères de centre y, x et $vmxym'$, la ligne qui joint leurs centres; supposons que le point v est tel que $vx : vy :: xm : ym'$; tirons une droite quelconque vts, telle que $vm'.vm = vs.vt$. Cela posé, faisons passer par les deux points t, s une sphère quelconque qui touche la sphère de centre y au point k' ; on pourra conclure qu'elle touchera aussi la sphère de centre x au point k; car il est évident que $vk'.vk = vm'.vm = vs.vt$. Si la sphère ne passait pas au point k, mais par exemple au point z, on aurait alors $vk'.vz = vs.vt$, qui serait en contradiction avec l'égalité précédente. Or, puisque le contact a lieu en autant de points qu'on voudra infiniment voisins de k', la sphère passera en une infinité de points contigus au point k; elle sera donc tangente à la sphère de centre x.

(*Fig.* 23.) 9° On a une sphère et un plan; si du centre o on mène ob perpendiculaire à ce plan, et une sécante quelconque fga terminée au plan, et qu'on joigne ab, gd, puisque les angles b, g du quadrilatère $abdg$ sont droits, on aura, $fb.fd = fa.fg$; de cette simple observation on peut déduire le théorème suivant; si par le point f, on tire une sécante fhi, de telle sorte que $fh.fi = fb.fd$, et si par les points h, i on mène une sphère qui touche le plan donné en k', elle touchera la sphère de centre o en k; car si elle passait en z, comme un cercle de cette sphère pourrait être mené par les quatre points h, i, z, k', il en résulterait que $fk'.fz = fk'.fk = fb.fd$, ce qui est absurde; donc, etc., etc.....

(*Fig.* 24.) 10° Déterminer une sphère qui touche le plan ab, la sphère od, et qui passe par deux points m, h. Abaissons sur le plan la perpendiculaire $eodb$, et après avoir joint he, cherchons un point g tel que $eb.ed = eh.eg$. Cela posé, si nous faisons passer par les trois points g, h, m une sphère tangente au plan ab; en vertu du lemme du 9°, la sphère qui touchera le plan en un point k' touchera aussi la sphère od en un point k.

(*Fig.* 25.) 11° Soient deux sphères de centre o, o' et de rayon ob, $o'b'$, et deux points m, h; on veut trouver une sphère qui, passant par les points m, h, touche les sphères données. Sur ph on cherche un point g, tel que $ph.pg=pb'.pa$, par les trois points m, h, g, on fait passer une sphère tangente à la sphère $o'b'$ (problème 5°), si le point de contact est par exemple k', la sphère de rayon ob sera touchée au point k. En effet, d'après le lemme 8°, $pb'.pa=pk'.pk=ph.pg$ (le point p est déterminé par la proportion $po:po'::oa:o'a'$) le cercle de la sphère déterminé par les deux droites ph, pk' passera donc en k, et comme on pourrait faire le même raisonnement pour tous les points contigus à k', on conclut que k sera un point de contact.

(*Fig.* 26.) 12° On donne un point h, une sphère of, et deux plans ca, ab; on veut déterminer une sphère qui passe par le point h et qui soit tangente aux deux plans et à la sphère donnée. Je prends sur hf, un point g tel que $fb.fe=fh.fg$. Je fais ensuite passer par les deux points h, g une sphère tangente aux deux plans ca, ab, il est clair que d'après le 9° elle touchera la sphère donnée en k, si elle touche le plan ab en k'. Si on veut déterminer une sphère tangente à trois sphères données et passant par le point h, joignant les centres $o'o$ de deux des sphères données (fig. 25), déterminant le point p comme dans le cas de cette figure et joignant le point p avec h, on déterminera g par la condition $ph.pg=pb'.pa$; si par les points g, h on mène une sphère tangente à la sphère de centre o', et à la troisième sphère donnée, elle sera aussi tangente à la sphère de centre o.

13° Trouver une sphère tangente à deux plans P, P' et à deux sphères de rayons R, r; on mène deux plans A, A' distants de P, P' de la quantité r, on diminue le rayon R de r, et on réduit la sphère de rayon r à son centre. Si on trouve une sphère tangente aux deux plans A, A', à la sphère de rayon $R-r$ et passant par le centre de la sphère de rayon r, on aura par cette fausse position le centre de la sphère cherchée.

14° Déterminer une sphère tangente à trois sphères de rayons R, r, r' et au plan P. $R > r > r'$, on réduira la sphère de rayon r' à son centre, on mènera un plan A parallèle à P et distant de r'; enfin on cherchera une sphère tangente au plan A aux sphères de rayons $R - r'$, $r - r'$ et passant par le centre de la troisième sphère; par cette fausse position le centre de la sphère cherchée sera trouvé.

15° On donne quatre sphères dont les rayons sont R, r, r', r'', et on veut déterminer une cinquième sphère qui leur soit tangente. Supposons $R > r > r' > r''$, réduisons la quatrième sphère donnée à son centre, et considérons trois sphères concentriques aux premières, et dont les rayons soient $R - r''$, $r - r''$, $r' - r''$. On déterminera une sphère tangente à ces trois dernières et passant par le centre de la sphère de rayon r'', son centre sera le centre de la sphère cherchée.

DEUX LIVRES D'APOLLONIUS DE PERGE, RÉTABLIS PAR PIERRE FERMAT.

Pappus affirme qu'Apollonius avait écrit deux livres sur les lieux plans; il en donne les énoncés au commencement de son septième livre; mais ces énoncés sont en termes obscurs, et le texte est souvent altéré. Fermat, d'après ces indications, rétablit les deux livres d'Apollonius, et il démontre géométriquement la série de propositions que nous allons énoncer, supprimant les démonstrations qu'il n'est pas difficile de trouver.

1re PROPOSITION. On donne une courbe et un point a; on mène une droite am du point a à un point quelconque de la courbe, et sur am on prend un point i tel que am soit à ai dans un rapport constant; trouver le lieu du point i. Fermat construit le lieu lorsque la courbe donnée est un cercle.

2e PROPOSITION. On donne un point a et une ligne courbe; on joint le point a avec un point quelconque m de la courbe par une droite am; on prend sur am un point i, tel que $am.ai = k^2$, k^2 étant une aire donnée ; trouver le lieu du point i.

3e PROPOSITION. On joint le point a donné avec un point quelconque m d'une courbe donnée, et on mène une ligne ai par le point a, faisant avec am un angle constant v, et telle 1° que $ai : am :: q : 1$, ou 2° que $ai.am = k^2$; trouver le lieu du point i dans chacun des deux cas.

4e PROPOSITION. On donne deux points a, b, et une courbe; on joint le point a à un point m de la courbe; par le point b, on mène une droite bi qui rencontre am prolongé sous un angle donné v, et qui soit telle, 1° que $bi : am :: q : 1$; 2° que $bi . am = k^2$... trouver le lieu du point i.

5e PROPOSITION. On donne trois lignes indéfinies ab, cd, ef; d'un point i on mène à ces droites trois lignes am, ap, as, qui les rencontrent sous des angles donnés α, β, γ; trouver le lieu du point i, déterminé de telle sorte que $am + ap : as :: q : 1$.

Nota. — Apollonius applique ces énoncés généraux aux cas particuliers où les lignes données sont des droites ou des circonférences.

Livre second d'Apollonius.

1° Sur une ligne droite on prend trois points a, b, c, et en dehors de cette droite un point i, tel que $\overline{ai}^2 + \overline{bi}^2 - \overline{ci}^2 = k^2$; k^2 étant une aire donnée, le lieu du point i sera une circonférence.

2° Si on prend deux points a et b sur une droite et un point i en dehors, tel que le rapport $\frac{ai}{bi}$ soit constant, le lieu du point i sera une circonférence.

3° Si on a autant de points qu'on voudra a, b, c, d, sur une ligne droite, et si on détermine un point i par la condition que $\overline{ai}^2+\overline{ib}^2+\overline{ic}^2+\ldots=k^2$, le lieu du point i sera une circonférence.

4° On donne deux points a et b sur une droite ab; on veut déterminer un point i, tel qu'en abaissant de ce point une perpendiculaire ip sur ab, on ait la relation constante $\overline{ai}^2+\overline{bi}^2=ap.ab$, trouver géométriquement le lieu du point i.

5° a, b, sont deux points pris sur une droite; on décrit du point o, milieu de ab, une circonférence qui ait pour diamètre ab. Ce diamètre est prolongé de b vers a, jusqu'en un point c, tel que $ac \times ab=\overline{oc}^2$. Si du point c on élève une perpendiculaire indéfinie sur le diamètre ainsi prolongé, et si on prend sur cette perpendiculaire un point quelconque m, la sécante au cercle menée par le point m, et passant par le centre, sera telle que le produit de sa longueur totale par le diamètre vaudra $\overline{om}^2$.

DOCTRINE DES PORISMES D'EUCLIDE, RENOUVELÉE ET PRÉSENTÉE PAR LES NOUVEAUX GÉOMÈTRES SOUS FORME D'INTRODUCTION.

Pappus a énuméré, au commencement de son septième livre, les ouvrages des géomètres qui se rapportent ad τόπον ἀναλυόμενον, et qui ont tous péri par l'injure du temps, à l'exception du livre unique des *Données d'Euclide*, et des quatre premiers livres des Coniques d'Apollonius. Les géomètres modernes se sont appliqués à rétablir, le mieux possible, ces ouvrages que le temps destructeur n'a pu entièrement supprimer, et en premier lieu le géomètre très-subtil François Viete, qu'on ne peut assez louer, nous a rendu, dans un seul petit livre qu'il a donné sous le titre d'*Apollonius*

Gallus, les livres d'Apollonius, περὶ ἐπαφῶν. Excités par cet exemple, *Marius Ghetaldus* et *Willebrordus Snellius,* se sont appliqués à de semblables recherches, et cela avec succès, car, grâce à leurs travaux, à peine avons-nous quelque chose à désirer relativement aux livres d'Apollonius, λόγου ἀποτομῆς, χωρίου ἀποτομῆς, διορισμένης τομῆς et νεύσεων. D'autres géomètres, dont le nom n'est pas inconnu, se sont aussi attachés à ce sujet, et leurs travaux, quoique manuscrits et encore inédits, n'ont pu être entièrement ignorés; mais il restait encore la doctrine des Porismes d'Euclide, dont l'explication n'avait pas été tentée, et qui était comme désespérée. Et quoique Pappus affirme que c'est un ouvrage très-ingénieux et très-utile pour la résolution des problèmes les plus obscurs, les géomètres qui nous ont précédés et ceux de notre époque, n'ont compris ni les énoncés ni l'objet de ces porismes; mais comme nous marchions en aveugles dans ces ténèbres, cherchant par quelle voie nous pourrions être aidés dans ces questions géométriques, elle s'est montrée à nous avec évidence, et son obscurité a été éclairée d'une vive lumière, et nous n'avons pas dû laisser inconnu à nos successeurs un spécimen de ces nouveautés et de ces inventions; à une époque où l'astre suédois éclaire toutes les doctrines, ce serait en vain que nous cacherions quelques mystères scientifiques, car rien n'est impénétrable au génie plein de sagacité de cette incomparable reine, et il ne nous est pas permis de celer une doctrine dont elle aurait pu (nous n'en doutons pas) ordonner ou inspirer la découverte par un seul signe de sa volonté; mais pour que tout ce qui concerne les porismes soit établi avec clarté, nous avons choisi quelques propositions porismatiques, et nous les livrons avec confiance à l'examen des géomètres, pour qu'enfin on connaisse ce que c'est qu'un porisme et à quel usage il peut servir.

(*Fig.* 27.) 1° Deux droites on, dc, se coupent en o; on donne deux points a, b, et par ces points on mène deux parallèles be, af à la droite dc, qui coupent la droite on aux points e et f. Cela posé, joignons la droite ae que nous prolongerons jusqu'en d, et la droite fb que nous prolongerons jusqu'en c. Si de plus on prend un point v quelconque sur la droite on et qu'on mène les droites av, bv, qui coupent dc en s et r, le rectangle formé par les deux longueurs cr, ds, vaudra toujours le rectangle formé par les deux longueurs co et od, et par suite le rectangle $cr \times ds$ sera toujours égal à une aire donnée (quel que soit le point v).

(*Fig.* 28.) 2° Considérons une parabole dont beo est un diamètre quelconque; prenons deux points a et n fixes sur cette courbe que nous joindrons à un point d mobile sur cette même courbe par les droites ad, dn; quelle que soit la position des droites ad, nd, les deux segments ob, be qu'elles forment sur un même diamètre auront toujours le même rapport.

(*Fig.* 29.) 3° On donne un cercle et son diamètre ad; on mène une parallèle mn à ce diamètre, et des points fixes n et m de la circonférence, des cordes nb, bm qui se croisent en b; ces cordes couperont le diamètre aux points o, v, tels que le rectangle $ao \times dv$ aura un rapport constant avec le rectangle $av \times do$, quelle que soit la position du point b.

(*Fig.* 30.) 4° Soit un cercle ich, dont le diamètre est ih, le centre d, et dc une perpendiculaire au diamètre; prenons sur le diamètre prolongé deux points b et a, tels que $ai=bh$, et sur ce diamètre deux points symétriques l, r, tels que $di:ai::dl:li$, et $dh:hb::dr:rh$. Cela posé, menons la perpendiculaire af au diamètre, égale à ac; menons aussi la perpendiculaire $bg=af$;

enfin, joignons les points f, g, avec un point quelconque e de la circonférence, les droites fe, eg couperont le diamètre aux points m et n. Je dis qu'on aura rm^2+ln^2 égal à un espace constant. La construction pourrait aussi se faire en menant deux perpendiculaires lp, rz au diamètre, égales à cl; joignant dans ce cas les points z et p à un point quelconque v de la circonférence, les droites pv, zv couperont le diamètre aux points k et t, et la somme at^2+bk^2 sera égale constamment au premier espace donné.

(*Fig.* 31.) 5° Soit un cercle rac, dont le diamètre est rdc, le centre d et le rayon da perpendiculaire au diamètre; soient pris sur le diamètre deux points b, z équidistants du centre, et après avoir joint az, menons les perpendiculaires zm, bo au diamètre égales à az; enfin joignons les points m, o avec le point h par deux droites mh, oh qui coupent le diamètre aux points e et n, la somme de eh^2+hn^2 sera à l'aire du triangle ehn dans un rapport constant, et ce rapport sera celui de az au quart de zd.

D'après les porismes que nous venons de rapporter, et dont personne ne disconviendra que les énoncés sont très-beaux et très-élégants, on peut rechercher la nature du porisme, qui d'ailleurs se montre d'elle-même.

Il peut, en effet, être énoncé sous forme de problème ou de théorème, et si nous les avons énoncés comme théorèmes, rien n'empêche de les transformer en problèmes; par exemple, le cinquième porisme peut être ainsi conçu : Etant donné un cercle de diamètre rc, chercher deux points mo tels que menant de ces points deux droites mh, ho à un point quelconque de la circonférence, on ait toujours (eh^2+hn^2) : aire (hen) dans un rapport constant, et la construction sera aisée si on fait que za soit au quart de zd dans ce rapport donné.

Ce que remarque Pappus, d'après l'opinion des géomètres les plus récents, que le porisme manque de l'hypothèse d'un théorème local (*porisma, deficere hypothesi à loculi theoremate*), révèle la nature spécifique du porisme ; et assurément, presque sans aucun autre secours que celui que fournissent ces paroles, nous pénétrerons les secrets de cette matière.

Lorsque nous cherchons un lieu, nous voulons trouver une ligne droite ou une ligne courbe, encore inconnue, jusqu'à ce que nous ayons fixé la position de cette ligne, objet de nos recherches; mais lorsque, d'un lieu supposé connu et donné, nous recherchons un autre lieu, ce nouveau lieu est appelé, par Euclide, porisme; et c'est pour cette raison que Pappus a ajouté, avec vérité, que les lieux eux-mêmes avaient ce nom, et étaient une espèce de porismes. Nous établirons notre définition sur un exemple unique : dans la figure du 5^{me} porisme; une droite rc étant donnée, si on cherche une courbe rac dont la propriété soit que le carré de la perpendiculaire ad, abaissée d'un quelconque de ses points, soit égal au rectangle $rd \times dc$, nous trouverons que la courbe rac est une circonférence de cercle. Mais si de ce lieu déjà donné nous en cherchons un autre, par exemple le lieu indiqué par le problème posé dans le 5^{me} porisme, ce nouveau lieu, et une infinité d'autres, qu'un analiste ingénieux pourra former et déduire du lieu connu, sera nommé porisme.

Puisque, d'après ce que nous avons dit, les porismes sont des lieux, nous corrigerons, d'après le texte grec, l'erreur du traducteur latin de Pappus, dans cet endroit où il dit que l'emploi du porisme est très-utile pour la résolution des problèmes les plus obscurs, et de leurs genres, qui n'embrassent pas cette multitude que fournit la nature (*ac eorum generum quæ haud comprehendunt, eam quæ multitudinem præbet naturam*). Comme ces dernières paroles n'admettent pour ainsi dire aucun sens, il faut recourir à l'auteur lui-même dont les paroles dans les textes manuscrits sont les suivantes : πορίσματα εστὶ πολλοῖς ἄθροισμα φιλοτεχνότατον εἰς τὴν ἀναλυσιν τῶν ἐμβριθεστέρων προβλημάτων καὶ τῶν γενῶν ἀπερίληπτον τῆς φύσεως παρεχομένης πλῆθος. Il dit, en conséquence, que les porismes se rapportent à l'analyse des problèmes les plus obscurs et des genres, c'est-à-dire des problèmes les plus généraux; il paraît par ces mots que les propositions des porismes sont les plus générales ; ensuite il ajoute, que la nature (de ces problèmes) fournit une multitude qui peut être à peine comprise par l'esprit, par lesquelles paroles il veut indiquer les solutions en nombre infini et merveilleusement rapprochées du même problème. Pour le porisme, qu'il soit considéré comme théorème ou comme problème, il dérive d'une méthode purement analytique, et par son secours, non-seulement nous avons trouvé et construit les cinq porismes précédents, mais nous en avons démontré plusieurs autres ; et si ce peu que nous avons publié comme introduction et prodrômes d'un ouvrage plus soigné, est agréable aux savants, nous rétablirons un jour trois livres entiers de porismes; nous étendrons nos recherches plus loin qu'*Euclide* lui-même, et nous ferons connaître des porismes dans les sections coniques et dans les autres courbes, assurément merveilleux et encore inconnus.

PRÉCIS

DES SIX LIVRES

DE L'ARITHMÉTIQUE DE DIOPHANTE

AVEC LES OBSERVATIONS DE P. FERMAT.

1er LIVRE.

Diophante établit d'abord quelques définitions, qu'il est inutile de rappeler, et il admet la règle des signes, qu'on démontre dans la multiplication algébrique, comme un axiome.

Les solutions des problèmes que Diophante propose doivent être rationnelles, c'est-à-dire entières ou fractionnaires.

I. Diviser un nombre donné en deux parties, qui diffèrent entre elles d'un nombre donné.

II. Diviser un nombre donné en deux parties, qui soient entre elles dans un rapport donné.

III. Diviser un nombre donné en deux parties, telles que la plus grande soit égale au triple de la plus petite, plus quatre unités.

IV. Trouver deux nombres qui soient dans un rapport donné et qui diffèrent d'une quantité donnée.

V. Diviser un nombre en deux parties, telles qu'une fraction de la première partie, ajoutée à une fraction de la seconde, fasse un nombre donné.

VI. Diviser un nombre en deux parties, telles qu'une fraction de la première, diminuée d'une fraction de la seconde, fasse une différence donnée.

VII. Trouver un nombre tel, qu'en le diminuant successivement de deux nombres donnés, les deux restes soient dans un rapport assigné.

VIII. Trouver un nombre tel, qu'en l'augmentant successivement de deux nombres donnés, les deux sommes soient dans un rapport assigné.

IX. Trouver un nombre tel, qu'étant retranché de deux nombres donnés, les deux restes soient dans un rapport assigné.

X. On donne deux nombres, on veut en trouver un troisième tel, qu'étant ajouté avec le plus petit, et soustrait du plus grand, la somme et la différence soient dans un rapport assigné.

XI. Trouver un nombre tel, qu'étant augmenté d'un nombre, ou diminué d'un autre nombre donné, la somme et la différence soient dans un rapport donné.

XII. Un nombre est donné, il faut le diviser de deux manières en deux parties telles, qu'une partie du premier mode de division ait un rapport assigné avec une partie du second mode, et que les deux parties restantes aient aussi entre elles un rapport déterminé.

XIII. Diviser un nombre donné en deux parties de trois manières différentes telles, qu'une partie du premier mode de division soit à une partie du second mode dans un rapport donné; que, de plus, la partie restante du second mode ait un rapport donné avec une partie du troisième, et qu'enfin la partie restante du troisième mode ait un rapport donné avec la partie restante du premier mode.

XIV. Trouver deux nombres tels, que leur produit ait un rapport donné avec leur somme.

XV. Trouver deux nombres tels, que si on augmente chacun d'eux d'un nombre donné différent, pris en moins sur l'autre, chaque somme soit à chaque reste dans un rapport donné.

XVI. Trouver trois nombres tels, qu'étant ajoutés deux à deux, les trois sommes soient égales à des nombres assignés.

XVII. Trouver quatre nombres tels, que les quatre sommes obtenues, en les ajoutant trois à trois, soient égales à des nombres donnés.

XVIII. Trouver trois nombres tels, que les sommes de deux quelconques surpassent le nombre restant de nombres donnés.

XIX. Diophante donne une seconde solution de la question XVIII.

XX, XXI. Trouver quatre nombres tels, que la somme de trois surpasse celui qui reste d'un nombre assigné.

XXII. Diviser un nombre donné en trois parties telles, que la somme des deux premières ait un rapport donné avec la troisième.

XXIII, XXIV. Trouver trois nombres tels, que le plus grand surpasse le moyen d'une fraction donnée du plus petit, que le moyen surpasse le plus petit de la même fraction du plus grand, et qu'enfin le plus petit surpasse d'un nombre donné la même fraction du moyen.

Par exemple : les nombres 45, $37+\frac{1}{2}$, $22+\frac{1}{2}$ sont tels que le plus grand 45 surpasse le moyen du tiers du plus petit, que le moyen surpasse le plus petit du tiers de 45, et qu'enfin le plus petit surpasse de 10 le tiers du moyen.

XXV. Trouver trois nombres tels, que, si on diminue chacun d'une certaine fraction de sa valeur et qu'on en augmente le suivant, les trois résultats obtenus soient des nombres égaux.

Par exemple : le premier nombre cédera le tiers de sa valeur au second, le second cédera le quart de sa valeur au troisième, et ce dernier le cinquième de sa valeur au premier; après cet échange, les résultats seront des nombres égaux. — Solution, 6, 4, 5.

XXVI. Trouver quatre nombres tels, que chacun cédant au suivant une fraction de sa valeur, les résultats après les échanges effectués, soient égaux.

XXVII. Trouver trois nombres tels, qu'un quelconque étant augmenté d'une fraction assignée de la somme des deux autres, les résultats soient des nombres égaux.

Exemple. Le premier sera augmenté du $\frac{1}{3}$ de la somme des deux autres, le second du $\frac{1}{4}$ de la somme des deux autres, le troisième du $\frac{1}{5}$ de la somme des deux autres. Nombres de Diophante, 13, 17, 19.

XXVIII. La question XXVII appliquée à quatre nombres : ici chacun est augmenté d'une fraction de la somme des trois autres.

XXIX. Deux nombres étant donnés, en trouver un troisième tel, qu'étant multiplié successivement par les deux premiers, un des produits obtenus soit le carré de l'autre.

Exemple. Nombres donnés, 200, 5; nombre cherché, N. On veut que 200 N soit égal au carré de 5 N, ou que $200 = 25\text{N}$, d'où $\text{N} = 8$.

XXX. On donne la somme et le produit de deux nombres : trouver ces deux nombres.

Solution. Soit p la somme des deux nombres, q leur produit. Diophante prend pour inconnue x, différence deux nombres, et il remarque que le produit donné $q=\frac{p^2-x^2}{4}$, d'où il déduit x. En général, Diophante ramène l'équation du second degré à la forme $x^2=k$; et pour cet effet, il fait constamment usage de cette relation algébrique qu'il énonce sur des nombres particuliers : $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=a\,.\,b$.

XXXI. Trouver deux nombres tels, que leur somme et la somme de leurs carrés fassent des nombres donnés.

Exemple. La somme des deux nombres sera 20, la somme de leurs carrés 208. Un des nombres sera $10+\text{N}$, l'autre $10-\text{N}$, la somme de leurs carrés; $2\text{N}^2+200=208$, $\text{N}=2$.

XXXII. Trouver deux nombres tels, que leur somme et la différence de leurs carrés fassent des nombres donnés.

XXXIII. On donne le produit et la différence de deux nombres, trouver ces deux nombres. (Prendre la somme des deux nombres pour l'inconnue.)

XXXIV. Trouver deux nombres ayant entre eux un rapport donné, et tels que la somme de leurs carrés soit à la somme des nombres dans un rapport donné.

Exemple. Le second sera triple du premier N; ce second sera 3N; la somme de leurs carrés 10N^2 vaudra par exemple cinq fois la somme 4N des nombres; on aura donc $10\text{N}^2=20\text{N}$, d'où $\text{N}=2$.

XXXV. Trouver deux nombres en rapport donné tels, que la somme de leurs carrés ait un rapport assigné avec la différence des deux nombres.

XXXVI. Trouver deux nombres en rapport donné tels, que la différence de leurs carrés soit à la somme des nombres dans un rapport assigné.

XXXVII. Trouver deux nombres en rapport donné tels, que la différence de leurs carrés soit, dans une raison donnée, avec la différence des deux nombres.

XXXVIII. Trouver deux nombres en raison donnée tels, que le carré du plus petit soit dans un rapport donné avec le plus grand.

XXXIX. Trouver deux nombres en raison donnée tels, que le carré du plus petit soit dans un rapport donné avec ce nombre lui-même.

XL. Trouver deux nombres en raison donnée tels, que le carré du plus petit ait un rapport assigné avec la somme des deux nombres.

XLI. Trouver deux nombres en raison donnée tels, que le carré du plus petit ait un rapport assigné avec la différence des deux nombres.

XLII. Trouver deux nombres en raison donnée tels, que le carré du plus grand ait un rapport assigné avec le plus petit.

XLIII. Deux nombres étant donnés, en trouver un troisième tel, que deux de ces trois nombres étant ajoutés, et leur somme étant multipliée par le nombre qui reste, les trois résultats classés par ordre de grandeur soient en progression arithmétique.

Exemple. Nombres donnés, 3, 5; nombre cherché, N; il faudra que : 8N, $(5+\text{N})3$, $(3+\text{N})5$, soient en progression arithmétique, ou que $15-5\text{N}=2\text{N}$, d'où $\text{N}=2+\frac{1}{7}$.

LIVRE II.

I. Trouver deux nombres tels, que leur somme soit dans un rapport donné avec la somme de leurs carrés.

II. Trouver deux nombres tels, que leur différence soit à la différence de leurs carrés dans un rapport donné.

III. Trouver deux nombres tels, que leur produit soit dans un rapport donné avec leur somme ou avec leur différence.

IV. Trouver deux nombres tels, que leur somme soit à la somme de leurs carrés dans un rapport donné.

V. Trouver deux nombres tels, que leur différence soit à la différence de leurs carrés dans un rapport donné.

VI. On donne la différence de deux nombres et la différence de leurs carrés. Trouver ces nombres.

VII. Trouver deux nombres tels, que leur différence soit dans un rapport donné avec la différence de leurs carrés, et que cette dernière différence surpasse la première d'un nombre donné.

VIII, IX. Diviser un carré donné en deux autres carrés.

Exemple. Soit 16 le carré donné, j'appellerai N^2 et $16-N^2$ les carrés cherchés, il reste à trouver N, de telle sorte que $16-N^2$ soit un carré. Je pose $16-N^2=(2N-4)^2$ d'où $N=\frac{16}{5}$.

OBS. DE FERMAT. *Décomposer un cube en deux autres cubes, une quatrième puissance, et généralement une puissance quelconque en deux puissances de même nom au dessus de la seconde puissance, est une chose impossible, et j'en ai assurément trouvé l'admirable démonstration. La marge trop exiguë ne la contiendrait pas.*

X. Diviser un nombre qui est la somme de deux carrés en deux autres carrés.

Exemple. Soit le nombre donné $13=4+9$, j'appelle $(2+N)^2$ et $(2N-3)^2$ les deux carrés cherchés; on devra avoir : $4+9=(2+N)^2+(2N-3)^2$, d'où $N=\frac{8}{5}$.

OBS. DE FERMAT. *Un nombre composé de la somme de deux cubes ne pourrait-il pas être décomposé en deux autres cubes? Cette question difficile n'a pas été assurément connue de Viete, de Bachet, et peut-être même de Diophante; j'en ai cependant donné la solution dans les notes, à la deuxième question du Livre* IV^e^.

XI. Trouver deux carrés qui diffèrent d'un nombre donné.

Exemple. Soit 60 la différence des deux carrés, je représente le premier par N^2, le second par $(N+\alpha)^2$, α étant quelconque ; leur différence $2N\alpha+\alpha^2=60$; donnant à α des valeurs arbitraires, telles que $\alpha^2<60$, on déterminera la valeur N positive.

XII. A deux nombres donnés, ajouter un nombre inconnu, de telle sorte que les deux sommes soient des carrés.

Exemple. Soient 2 et 3 les nombres donnés, N le nombre cherché; d'après l'énoncé on aura la double égalité : $3+N=x^2$, $2+N=y^2$, d'où il résulte que $1=x^2-y^2=(x-y)(x+y)$, mais $1=4\cdot\frac{1}{4}$ je puis égaler $x+y$ à 4 et $x-y$ à $\frac{1}{4}$, d'où $x=\frac{17}{8}$, $y=\frac{15}{8}$, par suite $N=\frac{97}{64}$.

Une autre solution dispense de la double égalité. Désignons le nombre cherché par N^2-2, en l'ajoutant à 2 on aura le carré N^2, en l'ajoutant à 3 on aura N^2+1 qui devra être un carré. Je pose $N^2+1=(N-4)^2$ d'où $N=\frac{15}{8}$ qui résoudra le problème.

XIII. On donne deux nombres; on veut en trouver un troisième tel, qu'étant soustrait de chacun des deux premiers, les deux restes soient des carrés.

XIV. Trouver un nombre tel, qu'étant diminué de deux nombres donnés, les deux restes soient des carrés.

XV. Diviser un nombre donné en deux parties, et trouver un carré tel, qu'étant ajouté à chacune d'elles, les deux sommes soient des carrés.

XVI. Diviser un nombre en deux parties, et trouver un carré tel, qu'étant retranché de chacune de ces parties, les deux restes soient des carrés.

XVII. Trouver deux nombres dans un rapport donné et tels, que si on augmente chacun d'eux d'un carré donné, les deux sommes soient des carrés.

XVIII, XIX. Trouver trois nombres tels, qu'une fraction de chacun d'eux, plus un nombre donné étant ajoutés au nombre suivant, les trois résultats obtenus après ces opérations soient égaux.

Exemple. Les trois nombres doivent être tels, que le second étant augmenté du $\frac{1}{5}$ du premier plus 6, le troisième du $\frac{1}{6}$ du second plus 7, le premier du $\frac{1}{7}$ du troisième plus 8, les trois résultats soient égaux.

XX. Trouver trois carrés tels, que la différence du plus grand et du moyen ait un rapport donné avec la différence du moyen et du plus petit.

Exemple. Le rapport donné est trois, le plus petit carré sera N^2, le carré moyen $(\text{N}+1)^2$; comme la différence de ces carrés est $2\text{N}+1$, d'après la valeur du rapport donné, l'excès du plus grand carré sur le moyen vaudra $(2\text{N}+1)3$, le plus grand carré sera donc $(\text{N}+1)^2+6\text{N}+3$. Il faut trouver une valeur particulière de N qui rende cette dernière expression un carré ; Diophante l'égale à $(N+3)^2$ et il obtient $N=2\frac{1}{2}$.

XXI, XXII. Trouver deux nombres tels, que le carré de chacun d'eux étant augmenté de l'autre, les deux sommes soient des carrés. Pour la question XXII on retranche au lieu d'ajouter.

XXIII, XXIV. Trouver deux nombres tels, que le carré de chacun étant augmenté de la somme de deux, les deux résultats soient des carrés. Pour la question XXIV les carrés sont diminués de la somme des nombres.

XXV, XXVI. Trouver deux nombres tels, que si le carré de leur somme est augmenté de l'un ou de l'autre nombre, les sommes soient des carrés. Pour la question XXVI on retranche au lieu d'ajouter.

XXVII, XXVIII. Trouver deux nombres tels, que si à leur produit on ajoute l'un ou l'autre nombre, les sommes soient des carrés. Il faut aussi que la somme des côtés des carrés soit égale à un nombre donné. Pour la proposition XXVIII du produit des deux nombres, on retranche l'un ou l'autre nombre.

Exemple de la prop. XXVII. La somme des côtés des carrés doit être égale à 6; j'appelle les nombres cherchés N, $4N-1$, leur produit augmenté de chacun d'eux, donne $4N^2$, et $4N^2+3N-1$ qui doivent être des carrés; il suffit pour cela de déterminer N en posant l'égalité $4N^2+3N-1=(6-2N)^2$, ce qui détermine N; alors les côtés des carrés étant $2N$, et $6-2N$, leur somme vaut 6.

XXIX, XXX. Trouver deux carrés tels, que si à leur produit on ajoute l'un ou l'autre des deux carrés, les sommes soient encore des carrés. Pour la proposition XXX, du produit des carrés, on retranche l'un ou l'autre carré.

XXXI. Trouver deux nombres tels, que leur produit étant augmenté ou diminué de leur somme, les résultats soient des carrés dans les deux cas.

XXXII. Trouver deux nombres égaux en somme à un carré, et tels que leur produit étant augmenté ou diminué de leur somme, les résultats soient des carrés.

Solution. Supposons que $10\,\mathrm{N}$ et $2\,\mathrm{N}$ soient les nombres cherchés, nous égalerons leur somme $12\,\mathrm{N}$ à $16\,\mathrm{N}^2$, ce qui donnera $\mathrm{N} = \frac{3}{4}$; avec ces conditions le produit $20\,\mathrm{N}^2$ des deux nombres étant augmenté ou diminué de leur somme $16\,\mathrm{N}^2$, les résultats $36\,\mathrm{N}^2$, $4\,\mathrm{N}^2$ seront toujours des carrés.

XXXIII, XXXIV. Trouver trois nombres tels, que le carré de chacun d'eux étant augmenté du nombre suivant, les trois sommes soient des carrés. Pour la proposition XXXIV, chaque carré est diminué du nombre suivant.

Solution XXXIII. Premier nombre N, second $2\,\mathrm{N}+1$, troisième $4\,\mathrm{N}+3$, avec ces hypothèses le carré du premier nombre N plus $2\,\mathrm{N}+1$ est un carré quel que soit N, le carré de $2\,\mathrm{N}+1$ plus $4\,\mathrm{N}+3$ est aussi un carré quel que soit N; il reste à déterminer N pour que le carré de $(4\,\mathrm{N}+3)$ augmenté de N soit un carré. Il suffira d'égaler $16\,\mathrm{N}^2+25\,\mathrm{N}+9$ à $(4\,\mathrm{N}-4)^2$.

XXXV, XXXVI. Trouver trois nombres tels, que le carré de chacun étant augmenté de la somme de trois, les résultats soient des carrés. Pour la question XXXVI, le carré de chacun est diminué de la somme de trois.

Solution XXXV. Soit un nombre $k=ab=a'b'=a''b''$, il est clair que $\left(\frac{a-b}{2}\right)^2+k$, $\left(\frac{a'-b'}{2}\right)^2+k$, $\left(\frac{a''-b''}{2}\right)^2+k$ seront des carrés. Cela posé, Diophante considère au lieu de k un nombre particulier, 12 par exemple, or :

$12 = 1 \,.\, 12 = 2 \,.\, 6 = 3 \,.\, 4$; prenant pour chacun des nombres cherchés $\left(\frac{12-1}{2}\right)N$, $\left(\frac{6-2}{2}\right)N$, $\left(\frac{4-3}{2}\right)N$, et supposant que la somme de ces trois nombres égale $12N^2 = kN^2$, toutes les conditions du problème seront remplies; mais la condition que la somme des trois nombres ou $8N$ soit égale à $12N^2$ exige qu'on ait $N = \frac{3}{4}$.

LIVRE III.

I. Trouver trois nombres tels, que si de leur somme on retranche le carré de chacun d'eux, les trois restes soient des carrés.

Solution. Soit N le premier nombre, $2N$ le second, $5N^2$ la somme des trois nombres; on satisfait ainsi à deux conditions du problème. Pour satisfaire à la dernière, il faut trouver un troisième nombre αN tel que $5N^2 - \alpha^2 N^2$ soit un carré; mais $5 = 1 + 4 = \frac{4}{25} + \frac{121}{25}$, se décomposant ainsi en deux carrés, si on prend $\alpha = \frac{2}{5}$, $5N^2 - \alpha^2 N^2 = N^2 \frac{121}{25}$, qui est un carré. Les trois nombres étant N, $2N$, $\frac{2}{5}N$, il reste à trouver N, de telle sorte que leur somme $\frac{17}{5}N$ soit égale à $5N^2$, d'où $N = \frac{17}{25}$.

II. Trouver trois nombres tels, que le carré de leur somme augmenté de chacun d'eux fasse un carré.

Solution. Soit N^2 le carré de la somme des trois nombres, que nous représenterons par $3N^2$, $8N^2$, $15N^2$, toutes les conditions seront remplies si la somme $26N^2$ des trois nombres est égale à N, ou si $N = \frac{1}{26}$.

III. Trouver trois nombres tels, que le carré de leur somme diminué de chacun d'eux soit un carré.

Solution. La somme sera $4N$, les nombres $7N^2$, $12N^2$,

$15N^2$; il faudra que N satisfasse à la condition $4N=34N^2$, d'où $N=\frac{2}{17}$.

IV. Trouver trois nombres tels, que le carré de leur somme étant soustrait de chacun d'eux, les restes soient des carrés.

Solution. Soit N la somme des nombres que nous désignerons par $2N^2$, $5N^2$, $10N^2$, toutes les conditions du problème seront satisfaites si $N=17N^2$, ou $N=\frac{1}{17}$.

V, VI. Trouver trois nombres qui fassent en somme un carré, et qui soient tels que deux quelconques étant ajoutés ensemble, leur somme surpasse le nombre qui reste d'un carré.

Solution. Désignons par $(N+1)^2$ la somme des trois nombres; or on a : $(N+1)^2=\frac{N^2}{2}+N+\frac{N^2}{2}+\frac{1}{2}+N+\frac{1}{2}$, nous prendrons $\frac{N^2}{2}+N$ pour le premier nombre, $\frac{N^2}{2}+\frac{1}{2}$ pour le second, et $N+\frac{1}{2}$ pour le troisième. Toutes les conditions seront remplies, comme on peut le vérifier, si le premier plus le troisième moins le second, c'est-à-dire $2N$ est un carré. On peut pour cet effet prendre $N=8$.

VII, VIII. Trouver trois nombres dont la somme soit un carré et qui soient tels, que la somme de deux quelconques soit aussi un carré.

Solution. Posons $(N+1)^2$ pour la somme des trois nombres; nous supposerons que le premier est $2N+1$, la somme des deux autres sera N^2. Je poserai ces deux autres nombres égaux à N^2-4N et $4N$; toutes les conditions seront remplies si $6N+1$ est un carré, par exemple pour $N=8$.

IX. Trouver trois nombres en progression arithmétique tels, que la somme de deux quelconques soit un carré.

Solution. Représentons la progression par x, $x+k$, $x+2k$; d'après l'énoncé $2x+k$, $2x+2k$, $2x+3k$

devront être des carrés; or ces trois sommes sont en progression arithmétique; il faut donc trouver trois carrés en progression arithmétique que nous égalerons à ces sommes partielles: appelons N^2 le premier carré, $(N+1)^2$ le second, comme l'excès du second sur le premier est $2N+1$, le troisième carré devra être $(N+1)^2+2N+1$. Déterminons N par la condition que cette expression soit égale à $(N-8)^2$, nous trouverons $N=\frac{31}{10}$, et les trois carrés seront $\left(\frac{31}{10}\right)^2$, $\left(\frac{41}{10}\right)^2$, $\left(\frac{49}{10}\right)^2$. Les égalant à $2x+k$, $2x+2k$, $2x+3k$, la raison k vaudra $\left(\frac{41}{10}\right)^2-\left(\frac{31}{10}\right)^2$, et le double de x vaudra le premier carré diminué de la raison.

X. Trouver trois nombres tels, qu'en ajoutant à un nombre donné la somme de deux quelconques, les trois résultats soient des carrés.

Solution. Nombre donné 3. Posons pour le premier nombre cherché N^2+2N-6, pour le second $2N+7$, pour le troisième $4N+12$. Toutes les conditions seront satisfaites si $2N+7+4N+12+3$ est un carré, ou si $6N+22$ est un carré. Diophante détermine N en égalant cette expression à 100.

OBS. DE FERMAT. *Dans la note à la 3e proposition du Ve livre, nous avons découvert comment on peut trouver quatre nombres, tels que la somme de deux quelconques, ajoutée à un nombre donné, fasse un carré.*

XI. Trouver trois nombres tels, que diminuant d'une quantité donnée la somme de deux quelconques, les trois résultats soient des carrés.

OBS. DE FERMAT. *La note de la troisième proposition du livre V, enseignera comment on peut trouver quatre nombres tels, que la somme de deux quelconques, diminuée d'un nombre donné, fasse un carré.*

XII. Trouver trois nombres tels, que les produits de deux quelconques, augmentés d'un nombre donné, donnent pour sommes des carrés.

Solution. Le nombre donné est 12, les nombres cherchés seront représentés par $4N$, $\frac{1}{N}$, $\frac{N}{4}$; deux conditions seront remplies quel que soit N, il suffira que le produit N^2 du premier nombre par le troisième, augmenté de 12, soit un carré; on pose $N^2+12=(N+3)^2$.

XIII. Trouver trois nombres tels, que diminuant le produit de deux quelconques d'un nombre donné, les trois restes soient des carrés.

Solution. Nombre donné 10, nombres cherchés $\left(30+\frac{1}{4}\right)N$, $\frac{1}{N}$, $\left(12+\frac{1}{4}\right)N$, deux conditions seront remplies; on déterminera N pour que la troisième condition soit satisfaite.

XIV. Trouver trois nombres tels, que le produit de deux quelconques, plus le nombre restant, fasse en somme un carré.

Solution. Prenons le carré $N^2+6N+9=N(N+6)+9$. Si nous supposons que les nombres cherchés sont N, $N+6$, 9, une condition du problème sera remplie. Il restera à faire que $10N+6$ et $10N+54$ soient des carrés; or ces nombres diffèrent de 48, il faut donc les égaler à des carrés qui diffèrent de 48. Il est aisé de déterminer ces carrés, une solution serait 64 et 16, et on posera $10N+6=16$, $10N+54=64$.

XV. Trouver trois nombres tels, que le produit de deux quelconques, moins le nombre restant, fasse pour reste un carré.

Solution. Premier nombre N, second $N+4$, troisième

$4N$. Il faut, pour que toutes les conditions soient satisfaites, que $4N^2-N-4$ et $4N^2+15N$ soient des carrés. Mais ces expressions diffèrent de $4(4N+1)$. Si donc on fait le carré de la demi-somme des facteurs ou de $2N+\frac{5}{2}$ on l'égalera à $4N^2+15N$ et on trouvera $N=\frac{25}{20}$. Le carré de la demi-différence aurait été égalé à $4N^2-N-4$.

XVI. Trouver trois nombres tels, que le produit de deux quelconques, plus le carré du nombre restant, fasse en somme un carré.

Solution. Premier nombre N, second $4N+4$, troisième 1. Deux conditions sont satisfaites quel que soit N, il faudra déterminer cette inconnue par la condition que $16N^2+33N+16$ soit un carré; on égale cette expression à $(4N-5)^2$, d'où $N=\frac{9}{73}$, les trois nombres sont: $\frac{9}{73}$, $\frac{328}{73}$, 1.

XVII, XVIII. Trouver trois nombres tels, que le produit de deux quelconques, augmenté de la somme des deux mêmes nombres, fasse un carré.

Solution. Prenons $4, 9, N$ pour les trois nombres cherchés. Les deux premiers remplissent la condition demandée; il faudra ensuite que $5N+4$ et $10N+9$ soient des carrés; or ces carrés différeront de $5N+5$ ou de $5(N+1)$, le plus grand des carrés aura pour côté la demi-somme des deux facteurs ou $\frac{N}{2}+3$, le plus petit leur demi-différence $\frac{N}{2}-2$, par suite $10N+9=\left(\frac{N}{2}+3\right)^2$, d'où $N=28$.

OBS. DE FERMAT. *Il y a un problème de Diophante au livre V^e, proposition 5^e, relatif à cette question. Mais Diophante a-t-il omis sciemment le problème suivant, ou était-il résolu dans quelqu'un de ses treize livres. Nous l'ignorons.*

Trouver trois carrés tels, que le produit de deux quelconques, ajouté avec leur somme, fasse un carré. Nous pouvons cependant donner une infinité de solutions de cette question; par exemple, les trois carrés suivants satisfont au problème : $\frac{3504384}{203401}$, $\frac{201924 1}{203401}$, 4.

De plus, nous pouvons étendre plus loin la question de Diophante, car nous avons résolu généralement et d'une infinité de manières le problème suivant :

Trouver quatre nombres tels, que le produit et la somme de deux quelconques ajoutés ensemble fassent un carré.

Cherchons par la 5^e^ *proposition du livre* III^e^ *trois carrés tels, que le produit et la somme de deux quelconques ajoutés ensemble fassent un carré :* $\frac{25}{9}$, $\frac{64}{9}$, $\frac{196}{9}$ *sont trois carrés, qu'on peut prendre pour les trois premiers nombres de notre question. Appelons* N *le quatrième nombre ; les produits de* N *par chacun des nombres précédents ajoutés avec la somme de* N *et de chacun de ces nombres donneront :* $\frac{34}{9}N+\frac{25}{9}$, $\frac{73}{9}N+\frac{64}{9}$, $\frac{205}{9}N+\frac{196}{9}$; *et égalant ces trois quantités à des carrés, il en résulte une triple égalité dont nous avons donné l'explication à la question* 24^e^ *du livre* VI^e^.

XIX. Trouver trois nombres tels, que si du produit de deux quelconques, on retranche la somme des deux mêmes nombres, les restes soient des carrés.

Solution. Je cherche d'abord deux nombres $N+1$ et $4N+1$ qui satisfassent à la condition du problème, c'est-à-dire que leur produit moins leur somme, ou $4N^2-1$ soit un carré; on égalera cette expression à $(2N-2)^2$, d'où $N=\frac{5}{8}$. Le premier nombre sera par conséquent $\frac{13}{8}$, et le second $\frac{7}{2}$; on désignera ensuite le troisième nombre inconnu par N' et on procédera comme dans la proposition précédente.

XX. Trouver deux nombres tels, que si à leur produit on ajoute leur somme, ou successivement chacun des deux nombres, les résultats soient des carrés.

Solution. Si un des nombres est N et l'autre $4N - 1$, leur produit plus le premier sera le carré $4N^2$, il restera deux conditions, savoir que $4N^2 + 3N - 1$ et que $4N^2 + 4N - 1$ soient des carrés ; ces carrés différeront de N ou de $4N \cdot \frac{1}{4}$ Le côté du plus grand carré sera $2N + \frac{1}{8}$, et on aura : $4N^2 + 4N - 1 = \left(2N + \frac{1}{8}\right)^2$; par suite, $N = \frac{65}{224}$, et le second nombre $4N - 1 = \frac{36}{224}$.

XXI. Trouver deux nombres tels, que leur produit étant diminué d'un des deux nombres, ou de leur somme, les résultats soient toujours des carrés.

Solution. Diophante pose pour le premier nombre $N + 1$, pour le second $4N$.

XXII. Trouver quatre nombres tels, que le carré de leur somme, augmenté ou diminué successivement de chacun d'eux, donne pour résultat un carré.

Solution. Si on a un triangle rectangle dont l'hypothénuse soit a et les côtés b, c, puisque $a^2 = b^2 + c^2$, $a^2 \pm 2bc$ sera un carré. Pour résoudre notre problème, nous prendrons quatre triangles rectangles de même hypothénuse ; cette hypothénuse multipliée par N représentera la somme des quatre nombres, qui seront les doubles produits des côtés de l'angle droit dans chaque triangle, multipliés par N^2. Or en décomposant de quatre manières 65 en deux carrés, on formera quatre triangles rectangles 65, 39, 52, ou 65, 60, 25, ou 65, 63, 16, ou 65, 56, 33. La somme des nombres sera $65 . \text{N}$, chaque nombre $2 \times 39 \times 52 . \text{N}^2$, $2 \times 60 \times 25 . \text{N}^2$, $2 \times 63 \times 16 . \text{N}^2$, $2 \times 56 \times 33 . \text{N}^2$, leur somme vaudra $12768\ \text{N}^2 = 65\ \text{N}$, $\text{N} = \frac{65}{12768}$, et les nombres cherchés seront des fractions dont les numérateurs égalent 1713 6600, 12 675000, 1565600, 8317600. Le dénominateur commun 16 302 1824.

Une formule générale qui donne une infinité de triangles, sans cesse employée par Diophante, est : $(x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2 = (x^2 + y^2)^2$; si on connaît x, y on aura les éléments qui détermineront les côtés et l'hypothénuse; dans le problème actuel l'hypothénuse 65 est donnée et on la décompose en deux carrés de quatre manières, de telle sorte que $65 = x^2 + y^2$. Par suite de la détermination de x, y, les côtés de l'angle droit sont connus.

OBS. DE FERMAT. *Un nombre premier qui surpasse de* 1 *tout multiple de* 4, *est une seule fois hypothénuse d'un triangle rectangle (formé de côtés entiers), son carré deux fois, son cube trois fois, sa quatrième puissance quatre fois, etc. à l'infini.*

Le même nombre premier et son carré sont composés d'une seule manière de deux carrés, son cube et sa quatrième puissance de deux manières, la cinquième et la sixième puissance de trois manières, etc., à l'infini.

Si un nombre premier, composé de deux carrés, est multiplié par un autre nombre premier, aussi composé de deux carrés, le produit se composera de deux manières de deux carrés ; s'il est multiplié par le carré du second nombre premier, le produit sera composé de trois manières de deux carrés, s'il est multiplié par le cube du même nombre premier, le produit sera composé quatre fois de deux carrés, et ainsi jusqu'à l'infini.

De là il est facile de déterminer combien de fois un nom-

bre donné est hypothénuse d'un triangle rectangle. Considérons tous les nombres premiers surpassant d'une unité les multiples de 4, *tels que* 5, 13, 17 *qui divisent le nombre donné. Si certaines puissances des trois nombres ci-dessus divisent le nombre donné de telle sorte que* 5 *entre trois fois comme facteur de ce nombre,* 13 *deux fois et* 17 *une fois; prenons les exposants de tous les diviseurs, savoir :* 3 *exposants de* 5, 2 *exposants de* 13, 1 *exposant de* 17; *classons ainsi ces exposants :* 3, 2, 1. *Multiplions le premier par le second, doublons le produit et ajoutons la somme des deux* $(3 \times 2 \times 2 + 3 + 2)$ *on trouvera* 17. *Multiplions* 17 *par le troisième exposant, doublons, et au produit ajoutons la somme* $17 + 1$, *on trouvera* $(17 \times 1 \times 2 + 17 + 1) = 52$. *Le nombre donné sera l'hypothénuse de* 52 *triangles rectangles. La méthode est la même, quels que soient les diviseurs et leurs puissances.*

Les nombres premiers restants qui ne surpassent pas d'une unité un multiple de 4, *quelles que soient leurs puissances, n'augmentent ni ne diminuent le nombre de solutions de la question.*

Trouver un nombre qui soit hypothénuse, autant de fois qu'on voudra (satisfaire à l'équation $z^2 = x^2 + y^2$). *Cherchons, par exemple, un nombre qui soit* 7 *fois hypothénuse.* 7 *étant doublé, on trouvera* 14, *qui augmenté de* 1, *donne* 15. *Les nombres premiers qui divisent* 15 *sont* 3 *et* 5, *retranchons une unité de chacun d'eux, la moitié des restes sera* 1, 2. *Faisons le produit de deux nombres quelconques affectés des exposants* 1, 2, *on satisfera à la question, pourvu que les nombres premiers qu'on prendra soient de la forme* $4N + 1$, *et de là il résulte qu'on peut aisément trouver le plus petit nombre qui soit hypothénuse autant de fois qu'on voudra.*

Trouver un nombre qui soit composé de deux carrés d'autant de manières qu'on voudra, soit 10 *ce nombre de* *solutions*, 20 *son double dont les facteurs premiers sont* 2, 2, 5; *de chacun d'eux ôtons une unité, il restera* 1, 1, 4; *prenons donc trois nombres premiers (surpassant de* 1 *un multiple de quatre) par exemple* 5, 13, 17, *et multiplions la quatrième puissance de l'un par le produit des deux autres, on aura le nombre cherché; mais pour reconnaître combien de fois un nombre donné est composé de deux carrés, soit ce nombre donné* 325. *Les nombres premiers qui le composent sont* 5, 13 *(chacun d'eux est de la forme* $4n+1$*), les exposants de ces facteurs sont* 2 *et* 1, *leur produit ajouté à leur somme donnera* 5 *qui, avec l'addition d'une unité, deviendra* 6; *sa moitié* 3, *exprime de combien de manières le nombre* 325 *peut se décomposer en deux carrés. S'il y avait trois exposants, tels que* 2, 2, 1, *il faudrait ainsi procéder: le produit des deux premiers ajouté à leur somme donne* 8; *multiplions* 8 *par le troisième exposant et ajoutons au produit la somme des facteurs* $(8.1+8+1)$ *on trouvera* 17 *qui, augmenté de* 1, *donne* 18; *sa moitié* 9 *exprimera de combien de manières le nombre dont les facteurs premiers (de la forme* $4n+1$*), et affectés des exposants* 2, 2, 1, *se décomposera en deux carrés. Si le dernier nombre qui doit être divisé en deux parties égales était impair, on le diminuerait de* 1 *et on prendrait la moitié du reste.*

Enfin, proposons-nous la question suivante: Trouver un nombre entier qui, ajouté à un nombre donné, fasse un carré, et qui soit hypothénuse d'un certain nombre de triangles rectangles; la question est ardue. Proposons-nous par exemple de trouver un nombre qui soit deux fois hypothénuse et qui, augmenté de 2, *fasse un carré. Le nombre cherché sera* 2023, *et il y en a une infinité d'autres qui ont la même propriété, comme* 3362, *etc., etc...*

XXIII. Diviser un nombre donné en deux parties, et trouver un carré qui, diminué de l'une ou de l'autre partie, laisse constamment un carré pour reste.

Solution. Soit 10 le nombre donné, j'appelle le carré cherché N^2+2N+1; or ce carré diminué de $4N$ ou de $2N+1$, laisse pour restes deux carrés, il faut donc que les deux parties de 10 soient $4N$ et $2N+1$, ou que $6N+1=10$, d'où $N=\frac{3}{2}$; par suite les deux parties seront 6, 4, et le carré $\frac{25}{4}$.

XXIV. Diviser un nombre donné en deux parties, et trouver un carré qui, ajouté à l'une ou à l'autre, donne en somme des carrés.

Solution. Carré cherché N^2+2N+1, nombre donné 20, ses parties $2N+3$, $4N+8$.

LIVRE IV.

I. Diviser un nombre en deux cubes, dont la somme des côtés est aussi donnée.

Solution. Nombre donné 370, somme des côtés des cubes 10. Un des cubes sera $(N+5)^3$, l'autre $(5-N)^3$, leur somme $30N^2+250=370$, d'où $N=2$; côté du premier cube 7, côté du second 3.

II. Trouver deux nombres dont la différence soit égale à un nombre donné, et dont la différence des cubes soit aussi donnée.

Solution. Différence des nombres 6, différence de leurs cubes 504. Le premier nombre sera $N+3$, le second $N-3$; la différence de leurs cubes $18N^2+54=504$, $N=5$; côtés des cubes 8, 2.

Dans le commentaire, Bachet propose les trois questions suivantes :

1re *Question.* Etant donnés deux cubes, en trouver deux autres dont la somme soit égale à la différence des deux premiers. Il faut de plus que le double du petit cube ne surpasse pas le plus grand ($a^3-b^3=x^3+y^3$, $2y^3 <= x^3$).

2° *Question.* Etant donnés deux cubes, en trouver deux autres dont la différence égale la somme des cubes donnés ($a^3+b^3=x^3-y^3$).

3e *Question.* Etant donnés deux cubes, en trouver deux autres dont la différence égale la différence des cubes donnés. Le double du plus petit cube doit excéder le plus grand ($a^3-b^3=x^3-y^3$, $2y^3>x^3$).

OBS. DE FERMAT. *Nous avons facilement étendu par la répétition de l'opération la détermination de la première question, et nous avons généralement construit cette question et les suivantes, ce que Bachet et Viete lui-même n'avaient pu accomplir : soient 64 et 125 les deux cubes donnés, il faut en trouver deux autres dont la somme soit égale à la différence des cubes donnés. Pour la solution de la 3e question ci-dessus, Bachet trouve que les cubes sont* $\frac{15252992}{250047}$ *et* $\frac{125}{250047}$. *D'après le mode de leur détermination, ces cubes ont une différence égale à celle des cubes donnés; mais ces deux cubes trouvés par l'opération de la troisième question, peuvent être transportés à la première question, puisque le double du plus petit ne surpasse pas le plus grand. Ainsi étant donnés ces deux cubes, qu'on en cherche deux autres dont la somme soit égale à la différence des cubes donnés, ce qui est permis par la détermination de la question première. Mais la différence des deux cubes trouvés est, d'après la troisième question, égale à la différence des cubes considérés d'abord, savoir 64 et 125, par conséquent rien n'empêche de construire deux cubes dont la somme soit égale à la différence des cubes donnés 60 et 125, ce qui, sans aucun doute, étonnerait Bachet lui-même* (1). *De plus, si ces trois*

(1) En résumé, par la première question $125-64=x^3+y^3$, par la troisième Bachet trouve que $125-64=\frac{15252992}{250047}-\frac{125}{250047}$, on peut donc se proposer de résoudre : $\frac{15252992}{250047}-\frac{125}{250047}=x^3+y^3$, qui d'après la forme du premier membre donnera pour x et y une solution nouvelle.

questions vont en cercle et sont répétées à l'infini, on trouvera des systèmes en nombre infini de deux cubes ayant la même propriété, car des deux cubes trouvés en dernier lieu, dont la somme égale la différence des cubes donnés, par l'opération de la seconde question, nous en chercherons deux autres dont la différence égale la somme des derniers, c'est-à-dire la différence des premiers, et de cette différence, de nouveau nous chercherons la somme, et ainsi à l'infini.

Quand on a une relation de la forme $a^3 + b^3 = x^3 + y^3$, a et b étant donnés, il est facile de trouver tout d'abord une solution en posant $x = a + \alpha \text{N}$, $y = b + \text{N}$ et disposant de α de manière à faire disparaître, après la substitution, la première puissance de N; on tombe alors sur une relation de la forme $\beta \text{N}^3 + \gamma \text{N}^2 = 0$ qui donne de suite $\text{N} = -\frac{\gamma}{\beta}$. Fermat admet la solution par ce procédé des trois questions posées, puis il fait servir chaque détermination, qui change les données a, b à la recherche de nouvelles solutions.

OBS. DE FERMAT SUR LA TROISIÈME QUESTION. *La méthode qu'emploie Bachet pour cette troisième question n'est pas légitime, et nous l'apercevrons par un procédé pareil à celui dont nous avons fait usage pour la première question.*

De plus, par ce qui a été dit ci-dessus, nous construirons aisément une question que Bachet a ignorée. Diviser un nombre donné composé de deux cubes en deux autres cubes, et cela par une suite infinie d'opérations successives, comme nous l'avons indiqué plus haut.

Soient deux cubes 8 *et* 1, *on veut en trouver deux qui aient la même somme. Par la seconde question, trouvons deux cubes dont la différence égale la somme* 9 *des cubes donnés, ces cubes seront* $\frac{8000}{343}$, $\frac{4913}{343}$, *et puisque le double du plus petit excède le plus grand, la proposition se ramène à la troisième question, qui enfin sera réduite à la première, et le problème sera résolu. Si on veut une autre* *solution, la question se ramènera de nouveau à la seconde, etc., etc.*

Mais pour qu'il soit évident que la détermination de la troisième question n'est pas légitime : étant donnés deux cubes 8 *et* 1, *il faut en trouver deux autres dont la différence égale la différence des cubes donnés ; certainement Bachet affirmerait que cette question est impossible ; cependant les deux cubes trouvés par notre méthode, dont la différence égale* 7 *ou* 8 — 1, *sont les suivants :* $\frac{2024284625}{6128487}$ *et* $\frac{1981385216}{6128487}$.

Bachet résout la troisième question dans le cas particulier où les cubes donnés sont 125 et 64, et il pose $125 - 64 = (\alpha\text{N} - 4)^3 - (\text{N} - 5)^3$, ce qui lui donne, en faisant disparaître la première puissance de N par le moyen de l'indéterminée α ; $\alpha\text{N} - 4 = \frac{248}{63}$ et $\text{N} = 5 + \frac{5}{63}$. Mais si Bachet avait appliqué son procédé aux cubes 8 et 1 que propose Fermat, il aurait fallu poser $8 - 1 = (\alpha\text{N} - 1)^3 - (\text{N} - 2)^3$, et alors on aurait trouvé $\alpha\text{N} - 1 = \frac{5}{3}$, $\text{N} - 2 = -\frac{4}{3}$; la seconde quantité négative ne répond pas au problème, aussi Fermat fait remarquer que la détermination de Bachet est illégitime.

III. Trouver un nombre qui, multiplié successivement par un carré et par son côté, donne deux produits tels, que le premier soit la racine cubique du second.

Solution. Le premier nombre sera $\frac{8}{\text{N}}$, il sera multiplié par un carré N^2 et par sa racine N, et il faudra que $\frac{8}{\text{N}} \cdot \text{N}^2$ soit la racine cubique de $\frac{8}{\text{N}} \cdot \text{N}$ ou que 8 N soit la racine cubique de 8, ce qui donne $\text{N} = \frac{1}{4}$. Par suite, le premier nombre sera 32, le carré $\frac{1}{16}$ et sa racine $\frac{1}{4}$.

IV. A un carré inconnu, et à son côté ajouter le même nombre, de telle sorte que la première somme soit le carré de la seconde.

Solution Le carré cherché sera N^2, son côté N; ajoutons à l'un et à l'autre $3N^2$, il faudra que $4N^2$ soit le carré de $N+3N^2$ ou $4N^2=(N+3N^2)^2$, d'où $N=\frac{1}{3}$. Le premier carré sera $\frac{1}{9}$, son côté $\frac{1}{3}$, le nombre à ajouter $\frac{3}{9}$.

V. A un carré et à sa racine ajouter le même nombre, de telle sorte que la première somme soit la racine carrée de la seconde.

Solution. Le carré sera N^2, sa racine N, nombre à ajouter $4N^2-N$, $N=\frac{3}{5}$.

VI. A un cube et à un carré ajouter le même carré, de telle sorte que la première somme soit un cube, et la seconde un carré.

Solution. Représentons le cube par N^3, le carré par $9N^2$, et le nombre à ajouter par $16N^2$, N^3+16N^2 devra être un cube, je l'égale à $8N^3$; d'où $N=\frac{16}{7}$.

VII, VIII. A un cube et à un carré ajouter le même carré, de telle sorte que la première somme soit un carré et la seconde un cube.

Solution. Je représente le cube par $5N^2$, le carré par N^2, le carré à ajouter par $4N^2$; par l'addition de ce troisième nombre aux deux premiers, on trouve $9N^2$ qui est un carré, et $5N^2$ qui doit être un cube. Je pose $5N^2=N^3$, d'où $N=5$. Les nombres cherchés sont 125, 25, 100.

IX. A un cube et à son côté ajouter le même nombre, de telle sorte que la première somme soit le cube de la seconde.

Solution. $8N^3$ sera le cube, $2N$ son côté, le nombre à ajouter N, on aura $8N^3+N=27N^3$, ou $27-8=\frac{1}{N^2}$ qui ne peut exister, puisque $27-8$ n'est pas un carré; le problème exige donc qu'au lieu de 27 et de 8 nous puissions trouver deux cubes dont la différence soit un carré; prenons les cubes de $(a+1)$ et de a égalons leur différence à $(1-2a)^2$, d'où $a=7$, les cubes seront 343 et 812, dont la différence est 13^2. Cela posé, nous modifierons nos hypothèses et nous prendrons pour le cube donné $343N^3$, pour sa racine $7N$, et pour le nombre à ajouter N, il faudra que $343N^3+N=(8N)^3$, d'où $N=\frac{1}{13}$. Par suite le cube cherché sera : $\frac{343}{2197}$, et sa racine $\frac{7}{13}$; le nombre à ajouter sera $\frac{1}{13}$.

X. A un cube et à son côté ajouter le même nombre, de telle sorte que la première somme soit la racine cubique de la seconde.

Solution. Cube $125N^3$, son côté $5N$, nombre à ajouter $512.N^3-5N$. Il faudra que $637N^3-5N$ soit la racine cubique de $512N^3$, ou que $637N^3-5N=8N$; d'où; $N^2=\frac{13}{637}=\frac{1}{49}$, $N=\frac{1}{7}$.

XI. Trouver deux cubes dont la somme égale la somme des racines.

Solution. Cubes α^3N^3, β^3N^3, racines αN, βN, on devra avoir : $\frac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha+\beta}=\frac{1}{N^2}$, il faut donc trouver deux nombres α, β, tels que le rapport de la somme de leur cube à la somme de leurs racines soit un carré. Je pose $\beta=2-\alpha$; par cette hypothèse l'égalité deviendra $4-6\alpha+\alpha^2=\frac{1}{N^2}$; je remplace le second membre par $(4\alpha-2)^2$ nous trouverons alors :

$\alpha = \frac{10}{13}, \beta = \frac{16}{13}, \frac{1}{N^2} = \left(\frac{14}{13}\right)^2, N = \frac{13}{14}$, et les côtés des cubes seront $\frac{5}{7}, \frac{8}{7}$.

OBS. DE FERMAT. *Il faudrait ajouter à la détermination de ce problème ce que nous avons inséré dans les notes suivantes; et Bachet me surprend, non pas de ce qu'il n'a pas vu la méthode générale, qui est assurément difficile, mais de ce qu'il n'avertit pas ses lecteurs que celle qu'il donne n'est pas générale.*

XII. Trouver deux cubes dont la différence soit égale à la différence des racines. (Même solution que la précédente.)

OBS. DE FERMAT. *Supposons qu'on ait à chercher deux quatrièmes puissances dont la différence soit égale à la différence des racines, l'artifice de notre méthode réussira infailliblement pour cet objet.*

Soit à chercher deux quatrièmes puissances dont la différence soit un cube, et la différence des côtés égale à 1. *La première opération donnera pour côtés* $-\frac{9}{22}$ *et* $\frac{13}{22}$. *Mais comme le premier nombre est affecté du signe* —, *répétons l'opération conformément à notre méthode, et posons pour le premier côté* $N - \frac{9}{22}$ *et pour le second* $N + \frac{13}{22}$, *on tombera sur une nouvelle équation qui satisfera à la question en termes convenables.*

Bachet résout deux problèmes plus généraux que celui de Diophante; il cherche deux cubes dont la différence divisée par la différence des racines multipliées par un nombre carré, ou qui soit le tiers d'un carré, donne pour quotient un carré; Fermat sur ce point ajoute l'observation suivante.

OBS. DE FERMAT. *La détermination est illégitime parce qu'elle n'est pas générale; en conséquence il faut ajouter ou multiplier (la différence des racines) par les nombres pre-*

miers qui surpassent d'une unité le multiple de trois, ou ceux qui sont composés de ces nombres premiers, tels que : 7, 13, 19, 37, *etc., ou* 21, 91, *etc. La démonstration et la construction peuvent être tirées de notre méthode.*

XIII. Trouver deux nombres tels, que le cube du plus grand augmenté du plus petit soit égal au cube du plus petit augmenté du plus grand.

Solution. On appelle αN, βN, les deux nombres. La question revient à trouver deux cubes dont la différence, divisée par la différence des côtés, soit un carré.

XIV. Trouver deux nombres tels, que, si à chacun d'eux ou à leur somme, ou à leur différence, on ajoute une unité, la somme soit toujours un carré.

Solution. Je prends un premier nombre de la forme $A^2-1=pq$, et un second $\left(\frac{p-q}{2}\right)^2-1$, chacun de ces nombres, ou leur somme plus 1 fait un carré; il reste à les choisir, de telle sorte, que leur différence plus 1 soit un carré.

Diophante suppose $A=3N+1$, $q=N$, $p=9N+6$; il faudra que $7N^2+18N+9$ soit un carré, par exemple $(3-3N)^2$, ce qui donne $N=18$, et les nombres cherchés seront 3024, 5624.

XV. Trouver trois carrés tels, que leur somme soit égale à la somme des trois différences qu'on peut faire en les soustrayant deux à deux.

Solution La somme des trois différences vaudra deux fois l'excès du plus grand des trois carrés sur le plus petit. Si 1 est le plus petit carré et $(N+1)^2$ le plus grand, le double de leur différence ou $2N^2+4N$ vaudra la somme des trois carrés, savoir : $1+(N+1)^2$ plus le troisième carré qui est en conséquence N^2+2N-2, cette dernière expression devant être un carré, je l'égalerai à $(N-4)^2$, d'où $N=\frac{9}{5}$, par suite les carrés seront $\frac{196}{25}$, $\frac{121}{25}$, 1.

XVI. Trouver trois nombres tels, que les produits de la somme de deux quelconques par le nombre qui reste soient égaux à des nombres donnés.

Solution. Les nombres donnés sont 35, 32, 27; le premier nombre cherché sera N, le second $\frac{\alpha}{N}$, le troisième $\frac{\beta}{N}$, il faudra d'abord que $N\left(\frac{\alpha+\beta}{N}\right)=35$, ou que $\alpha+\beta=35$, il faudra de plus que $\left(N+\frac{\alpha}{N}\right)\frac{\beta}{N}=32$ et que $\left(N+\frac{\beta}{N}\right)\frac{\alpha}{N}=27$; soustrayant ces deux dernières égalités, on trouve $\beta-\alpha=5$, par suite $\beta=20$, $\alpha=15$. D'où $N=5$. Le premier nombre sera 5, le second 3, le troisième 4.

XVII. Trouver trois nombres dont la somme soit un carré, et qui soient tels que le carré de chacun, augmenté du suivant, donne pour somme un carré.

Solution. Celle de Fermat est simple.

OBS. DE FERMAT. *On peut peut-être résoudre cette question avec plus d'élégance. Posons le premier nombre* N, *le second* $2N+1$, *de telle sorte qu'avec le carré du premier la somme soit un carré. Supposons le troisième composé d'unités et d'un nombre quelconque, mais soumis à cette condition qu'ajouté au carré du second la somme soit un carré; soit par exemple ce nombre* $4N+3$ *(on voit en effet que* $(2N+1)^2+4N+3=(2N+2)^2$*), ces deux derniers nombres satisfont à la question; il reste à faire que la somme des trois nombres, et le carré du troisième ajouté avec le premier fasse des carrés; la somme des trois est* $4+7N$, *mais la somme du premier nombre et du carré du troisième est* $16N^2+25N+9$; *il en résulte une double égalité dont* *la solution est immédiate, si on ramène au même nombre carré les unités carrées de chaque égalité (on multiplierait la première par 9 et la seconde par 4).*

Par la même voie, la question sera facilement étendue à quatre nombres, et à une infinité; seulement il faudra faire en sorte que la somme des unités posée dans chaque nombre fasse un carré, ce qui est très-facile.

XVIII. Trouver trois nombres dont la somme soit un carré, et tels que l'excès de chacun sur le nombre qui le suit soit un carré.

OBS. DE FERMAT. *Nous avons fait usage pour ce problème du raisonnement employé dans la question précédente, nous le résoudrons ainsi et nous l'étendrons à autant de nombres qu'on voudra.*

XIX. Trouver deux nombres tels, que le cube du premier, plus le second, fasse un cube, et que le carré du second, plus le premier, fasse un carré.

Solution. Le premier nombre sera N, le second $\alpha^3 - N^3$. Il faudra que $(\alpha^3 - N^3)^2 + N$ soit un carré; on l'égalera à $(\alpha^3 + N^3)^2$, d'où $\alpha^3 = \frac{1}{4N^2}$; il faut trouver pour α^3 un cube égal à un carré, on posera $\alpha^3 = 64$, et $N = \frac{1}{16}$.

XX. Trouver trois nombres tels, que, si aux produits de deux quelconques on ajoute une unité, les sommes soient des carrés.

Solution. Le premier nombre $N + 2$, le second N, le troisième $4N + 4$.

OBS. DE FERMAT. *Proposons-nous de trouver trois nombres tels, que le produit de deux quelconques augmenté de* 1 *fasse un carré, et que, de plus, chacun d'eux augmenté de* 1 *fasse en somme un carré.*

Nous joindrons ici la solution de cette question, et déjà elle est trouvée. Etablissons la solution indéfinie de la présente question, de telle sorte que les unités déterminées du premier et du troisième nombre étant augmentées de 1 *fassent des carrés. Prenons par exemple les trois nombres indéterminés* $\frac{169}{5184}N+\frac{13}{36}$, N *et* $\frac{7245}{5184}N+\frac{85}{36}$. *Il est clair que cette solution indéfinie satisfait aux conditions de cette seconde question.*

Il reste à faire que chacun des trois nombres, augmenté de 1 *fasse un carré, et il en résulte une triple égalité, dont la solution sera immédiate, puisque le nombre d'unités des trois nombres indéfinis, augmenté de* 1, *fait un carré.*

XXI. Trouver quatre nombres tels, que si on les multiplie deux à deux, et si à chaque produit on ajoute une unité, les sommes soient des carrés.

Solution. Premier nombre $N+2$, le second N, le troisième $4N+4$, le quatrième $9N+6$. Toutes les conditions seront satisfaites si le produit du premier par le quatrième plus 1, donne un carré; ou si $9N^2+24N+13$ égale un carré, par exemple $(3N-4)^2$, d'où $N=\frac{1}{16}$.

OBS. DE FERMAT. *Soient trouvés trois nombres quelconques, de telle sorte que le nombre qui vaudra le produit de deux de ces nombres plus* 1 *soit un carré. Soient ces nombres* 3, 1, 8, *cherchons-en un quatrième tel, que son produit par chacun des trois premiers, pris séparément en ajoutant* 1, *fasse un carré. Soit* N *ce quatrième nombre, il faudra donc que* $3N+1$, $N+1$, $8N+1$ *soient des carrés, et de là résulte une triple égalité dont la solution est due à notre invention. Voyez ce que nous avons annoté à la question* 24^e^ *du livre* 6^e^.

XXII. Trouver trois nombres qui forment une proportion géométrique continue et qui soient tels, que les différences deux à deux de ces nombres soient des carrés.

Solution. Premier nombre N, second $N+9$, troisième $N+25$, leurs différences sont des carrés ; il faut de plus que $(N+9)^2=N(N+25)$, d'où $N=\frac{81}{7}$, le second nombre sera $\frac{144}{7}$, le troisième $\frac{25}{7}$.

XXIII. Trouver trois nombres tels, que leur produit, augmenté de chacun d'eux, fasse en somme un carré.

Solution. Le produit des trois nombres sera N^2-2N, le premier 1, le second $2N$, le troisième $\frac{N}{2}-1$, il suffira de remplir la condition $N^2-\frac{3}{2}N-1$ égal à un carré ; par exemple à $(N-3)^2$.

OBS. DE FERMAT. *La question peut se résoudre non-seulement par le lemme que pose Diophante, mais aussi par la double égalité. Supposons le produit des trois nombres* N^2-2N, *le premier sera* 1, *le second* $2N$; *ainsi on satisfait à deux conditions de la question. Pour avoir le troisième nombre, divisons le produit des trois* N^2-2N *par* $2N$ *produit des deux premiers ; il résultera de cette division le troisième nombre* $\frac{N}{2}-1$ *qui, ajouté au produit des trois, donne* $N^2-\frac{3}{2}N-1$ *qu'on doit égaler à un carré. Il faut, à cause des suppositions faites, que la valeur de* N *soit plus grande que* 2 ; *égalons en conséquence* $N^2-\frac{3}{2}N-1$ *à un carré dont le côté sera* N *moins un nombre d'unités plus grand que* 2, *tout sera établi.*

XXIV. Trouver trois nombres tels, que si de leur produit on retranche chacun d'eux, les trois restes soient des carrés.

Solution. Produit des trois nombres N^2+N, premier N, second $N+1$, troisième 1. Il faudra que N^2-1 et N^2+N-1 soient des carrés, ce qui conduit à une double égalité; les deux carrés diffèrent de $N-2=2\left(\frac{N}{2}-1\right)$, un des deux sera $\left(\frac{N}{4}+\frac{1}{2}\right)^2$, l'autre $\left(\frac{N}{4}-\frac{3}{2}\right)^2$.

XXV. Diviser un nombre en deux parties telles, que leur produit soit égal à un cube diminué de sa racine.

Solution. Nombre donné 6, ses parties N, $6-N$, j'égale le produit $6N-N^2$ à $(\alpha N-1)^3-(\alpha N-1)$, et je dispose de α de telle sorte que le terme du premier degré en N disparaisse; j'aurai alors $\alpha=3$ et $N=\frac{26}{27}$.

XXVI. Diviser un nombre donné en trois parties dont le produit égale le cube qui a pour côté la somme des trois différences des parties entre elles.

Solution. Faisons d'abord le problème en fausse position : soit N la plus petite partie, $N+1$ la plus grande. La double différence 2 de ces parties est la somme des différences des trois parties, le produit des trois parties vaudra donc $2^3=8$, par suite la partie moyenne sera $\frac{8}{N^2+N}$ qui devra être comprise entre N et $N+1$. On satisfera à ces deux conditions en posant $8=\left(N+\frac{1}{3}\right)^3$, ou $N=\frac{5}{3}$. Par suite les trois parties seront $\frac{5}{3}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{8}{3}$, ou 25, 27, 40.

Si on veut que la somme des trois parties égale un nombre donné, 4 par exemple, on prendra pour parties $25N$, $27N$, $40N$, et on égalera leur somme $92N$ à 4, d'où $N=\frac{1}{23}$.

XXVII. Trouver deux nombres tels, que leur produit augmenté de l'un des deux soit un cube.

Solution. Premier nombre $8N$, second $N^2 - 1$; il faut que le produit des deux, plus le second $N^2 - 1$, fasse un cube; je l'égale à $(2N - 1)^3$ et je trouve $N = \frac{14}{13}$, le premier nombre sera $\frac{112}{13}$, le second $\frac{27}{169}$.

XXVIII. Trouver deux nombres tels, que leur produit diminué de l'un d'eux soit un cube.

XXIX. Trouver deux nombres tels, que si leur produit est augmenté ou diminué de leur somme, les résultats obtenus soient des cubes.

Solution. D'après la question il faut résoudre en quantités rationnelles les deux équations : $xy + x + y = a^3$ et $xy - x - y = b^3$, d'où $x + y = \frac{a^3 - b^3}{2}$ et $xy = \frac{a^3 + b^3}{2}$, x, y dépendent d'une équation du second degré que Diophante résout en prenant pour inconnues $x + y$ et $x - y$; pour que ces inconnues soient exprimées rationnellement, il faut que $\left(\frac{a^3 - b^3}{4}\right)^2 - \left(\frac{a^3 + b^3}{2}\right)$ soit un carré. Nous supposerons $a = N + 1$, $b = N - 1$, et l'expression précédente sera égalée au carré de $3N^2 - 6N + 1$, d'où on déduira $N = \frac{9}{8}$, par suite il sera aisé de trouver x, y.

XXX. Trouver deux nombres tels, que leur produit augmenté ou diminué de leur somme donne toujours pour résultat un cube.

Solution. Diophante résout d'une manière très-simple cette question qui est la même que la précédente; il appelle le premier nombre N, le second $N^2 - N$, leur produit plus leur somme égale N^3 et une condition est remplie; leur produit moins leur somme égale $N^3 - 2N^2$ qui sera un cube si on l'égale à $\frac{N^3}{8}$, d'où on déduira $N = \frac{16}{7}$.

XXXI. Trouver quatre carrés qui, ajoutés entre eux et à leurs côtés, fassent en somme un nombre donné.

Solution. Soit 12 le nombre donné; cherchons quatre carrés qui fassent en somme $12+1$, de telle sorte qu'on ait $a^2+b^2+c^2+d^2=12+1$; cette équation prendra la forme $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\left(a-\frac{1}{2}\right)+\left(b-\frac{1}{2}\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}\right)+\ldots$
$\ldots\left(c-\frac{1}{2}\right)^2+c-\frac{1}{2}+\left(d-\frac{1}{2}\right)^2+d-\frac{1}{2}=12$, et la question sera résolue si on connaît a, b, c, d; or 13 est la somme de deux carrés 4 et 9, 4 est la somme de deux carrés $\frac{64}{25}$, $\frac{36}{25}$, 9 est la somme des deux carrés $\frac{144}{25}$, $\frac{81}{25}$; les côtés des carrés cherchés seront donc $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{19}{10}$, $\frac{13}{10}$.

OBS. DE FERMAT. *Bien plus, j'ai découvert le premier une proposition très-belle et très-générale, savoir; que tout nombre est triangulaire ou composé de deux ou de trois triangulaires; carré ou composé de deux, de trois ou de quatre carrés; pentagone ou composé de deux, de trois, de quatre ou de cinq pentagones, et ainsi de suite à l'infini, on peut énoncer cette merveilleuse proposition pour les hexagones, les heptagones, et généralement pour les polygones quelconques, d'après le nombre de leurs angles. Mais il ne convient pas de placer ici sa démonstration qui est déduite de plusieurs mystères les plus variés et les plus abstrus des nombres, car nous avons résolu de destiner à cet objet un Livre complet, et d'étendre merveilleusement dans cette partie l'arithmétique au delà de ses anciennes limites connues.*

La formule des nombres polygonaux est $\frac{N(N-1)}{2}\alpha+N$, pour $\alpha=1$ on a les triangulaires, pour $\alpha=2$ les carrés, etc., etc.

XXXII. Trouver quatre carrés dont la somme, diminuée de la somme des côtés, donne pour reste un nombre déterminé. (Analogue à la précédente.)

XXXIII, XXXIV. Diviser l'unité en deux parties telles, que, si on augmente chacune d'elles d'un nombre donné différent, le produit des deux sommes soit un carré.

Solution. Les parties de l'unité seront N et $1-N$, les nombres donnés, 3 et 5; il faudra que $(N+3)(6-N)$ soit un carré; on l'égalera à $\alpha^2 N^2$, d'où $18+3N=(\alpha^2+1)N^2$; multipliant les deux membres par 18, et complétant le carré au premier membre, on trouve $\left(18+\frac{3}{2}N\right)^2=\left(18\alpha^2+\frac{81}{4}\right)N^2$. Le premier membre étant un carré, le second devra être aussi carré; par conséquent il faudra égaler $18\alpha^2+\frac{81}{4}$ à un carré, par exemple à $\left(4\alpha+\frac{9}{2}\right)^2$. D'où $\alpha=18$, $N=\frac{6}{25}$; les parties de l'unité seront $\frac{6}{25}$ et $\frac{19}{25}$.

XXXV. Diviser un nombre donné en trois parties telles, que le produit des deux premières, augmenté ou diminué de la troisième, fasse un carré.

Solution. OBS. DE FERMAT. *Nombre donné 6, je le divise en 5 et 1, si du produit 5.1 je retranche 1, il restera 4, qui, divisé par 6, donne $\frac{2}{3}$. Si de 5 et de 1 je retranche $\frac{2}{3}$, j'aurai pour restes $\frac{13}{3}$ et $\frac{1}{3}$ qui seront la première et la seconde partie, par suite la troisième sera $\frac{4}{3}$.*

En général, soit a le nombre donné, je puis trouver b, c, d, d'une infinité de manières; de telle sorte que, $a=b.c+d=b+c$. Je pose ensuite $bc-1=K$. Je divise K par a, les deux premières parties seront $b-\frac{K}{a}$, $c-\frac{K}{a}$

la troisième $\frac{2K}{a}$, puisque $a = b + c$. Il est clair que, d'après les conditions établies, $\left(b - \frac{K}{a}\right)\left(c - \frac{K}{a}\right) \pm \frac{2K}{a}$ est égal à $\left(\frac{K}{a} \pm 1\right)^2$.

XXXVI. Trouver deux nombres tels, que si chacun d'eux est augmenté d'une même fraction de l'autre, dont on diminuera ce dernier, chaque somme soit à chaque reste dans un rapport assigné.

Solution. Le premier, augmenté d'une fraction du second, prélevée sur ce nombre, fera une somme triple de ce qui restera du second. Le second, augmenté de la même fraction du premier, dont ce premier sera diminué, fera une somme quintuple de ce qui restera du premier.

Les deux nombres seront N, $12 - N$; si le second est diminué de $9 - N$ qu'il cède au premier, la somme 9 sera triple du reste 3. Si le second $12 - N$ est augmenté de $N - 2$, prélevé sur le premier, la somme 10 sera quintuple de 2. Il reste seulement à établir que $9 - N$ et $N - 2$ sont les mêmes fractions de $12 - N$ et de N; ou que $12 - N : 9 - N :: N : N - 2$ ou $3 : 9 - N :: 2 : N - 2$; d'où $N = \frac{24}{5}$.

XXXVII. Trouver d'une infinité de manières deux nombres tels, que leur produit, augmenté de leur somme, fasse un nombre donné.

Solution. Nombre donné 8, premier nombre $N - 1$; second $\frac{9 - N}{N}$.

XXXVIII. Trouver trois nombres tels, qu'en ajoutant le produit et la somme de deux quelconques, les trois résultats soient des nombres de la forme $a^2 - 1$.

Solution. Je suppose que les résultats soient 8, 15, 24, qui sont de la forme $a^2 - 1$. Si les deux premiers nombres sont x et y, nous devrons avoir $xy + x + y = 8$; d'où $x = \frac{8-y}{y+1}$, si je fais $y = \text{N} - 1$, $x = \frac{9}{\text{N}} - 1$; mais si j'appelle z le troisième, on aura aussi $zy + z + y = 15$, par suite $z = \frac{16}{\text{N}} - 1$; il faudra encore poser l'équation $xz + x + z = 24$, d'où $\text{N} = \frac{12}{5}$. Le premier nombre sera $\frac{33}{12}$, le second $\frac{7}{5}$, le troisième $\frac{68}{12}$.

XXXIX. Trouver deux nombres dont le produit diminué de la somme fasse un nombre donné. (On peut trouver de suite une infinité de solutions.)

XL. La même que XXXVIII.

XLI. Trouver deux nombres tels, que leur produit ait un rapport assigné avec leur somme.

Solution. Soit 3 ce rapport, le premier nombre sera $\text{N} + 3$, le second $3 + \frac{9}{\text{N}}$.

XLII. Trouver trois nombres tels, que le produit et la somme de deux quelconques aient entre eux un rapport assigné.

Solution. Soient x, y, z, les nombres cherchés, et supposons que $x.y = 3(x+y)$, $xz = 4(x+z)$, $yz = 5(y+z)$; $x = \text{N}$, $y = \frac{3\text{N}}{\text{N}-3}$, $z = \frac{4\text{N}}{\text{N}-4}$. Il faudra que la troisième soit satisfaite ou que $12\,\text{N}^2 = 5(7\,\text{N}^2 - 24\,\text{N})$, d'où $\text{N} = \frac{120}{23}$.

XLIII. Trouver trois nombres tels, que leurs produits, deux à deux, soient en rapports déterminés avec la somme des trois. (Solution aisée.)

XLIV. Trouver trois nombres tels, que leur somme multipliée par le premier, donne pour produit un nombre triangulaire (de la forme $\frac{x(x+1)}{2}$), que cette somme, multipliée par le second, donne un carré, et multipliée par le troisième, donne un cube.

Solution. J'appelle la somme N^2, et je suppose que $\frac{\alpha}{N^2}$, $\frac{\beta}{N^2}$, $\frac{\gamma}{N^2}$, sont les trois nombres, α sera triangulaire, β carré, γ cube. Or, la somme des trois nombres étant N^2, on trouve $N^4 = \alpha + \beta + \gamma$. Il faut donc trouver un triangulaire, un carré et un cube qui fassent en somme une quatrième puissance. Je fais le carré égal à $N^4 - 2N^2 + 1$, le cube égal à 8, le triangulaire vaudra, à cause de la dernière égalité, $2N^2 - 9$ (mais 8 fois un triangulaire $\frac{x(x+1)}{2}$ égale $(2x+1)^2 - 1$) donc $(2N^2 - 9)8 + 1$ sera un carré; nous l'égalerons à $(4N - 1)^2$, d'où $N = 9$. Les nombres cherchés seront $\frac{153}{81}$, $\frac{6400}{81}$, $\frac{8}{81}$.

OBS. DE FERMAT. *Bachet n'a pas fait un essai assez exact. Prenons un cube quelconque, celui dont le côté est un multiple de 3 plus* 1. *On égalera par exemple* $2N^2 - 344$ *à un triangulaire, ou* $16N^2 - 2751$ *à un carré, dont on supposera, par exemple, le côté* $4N - 3$*; mais rien n'empêche qu'au lieu du nombre* 3 *nous n'employions les autres nombres impairs à l'infini, en variant les cubes.*

Ce qui précède exige quelques explications. D'abord le problème de Diophante sera résolu si nous décomposons une quatrième puissance x^4 en un triangulaire t, un carré q et un cube c, car alors $x^4 = t + q + c$ et $x^2 = \frac{t}{x^2} + \frac{q}{x^2} + \frac{c}{x^2}$. Il est clair que le second membre de cette dernière étant égal à x^2, sa valeur multipliée successivement par $\frac{t}{x^2}$, $\frac{q}{x^2}$, $\frac{c}{x^2}$ donnera un triangulaire, un carré ou un cube; mais 8 fois un triangulaire plus 1 fait un carré

$\left(\frac{8(n)(n+1)}{2}+1=(2n+1)^2\right)$. Si, conformément à l'hypothèse de Fermat, le premier nombre donné est $2N^2-7^3-1$, on exprimera qu'il est triangulaire en faisant $16N^2-8.7^3-7$ égal à un carré à $(4N-3)^2$ par exemple. Le premier nombre étant donc triangulaire, on aura évidemment $N^4=(2N^2-7^3-1)+7^3+(N^4-2N^2+1)$. Cette dernière identité résout (après la détermination de N) le problème.

XLV. Trouver trois nombres tels, que la différence du plus grand et du moyen, soit dans un rapport donné, à la différence du moyen et du plus petit. Il faut de plus que la somme de deux quelconques des trois nombres soit un carré.

Solution. Supposons que le rapport de l'excès du grand sur le moyen soit triple de l'excès du moyen sur le plus petit; nous prendrons pour le plus petit nombre $2-N$, pour le moyen $N+2$; le plus grand surpasse le moyen du triple de l'excès $2N$ des deux premiers, il sera donc $7N+2$. Mais comme le plus petit et le moyen font en somme le carré 4, il faudra encore que le petit, plus le grand, savoir : $6N+4$; le moyen plus le grand $8N+4$ soient des carrés, ce qui sera aisé; mais il faudra que N soit moindre que 2 pour que le plus petit nombre $2-N$ soit positif. Les trois carrés de notre question sont donc : $8N+4$, $6N+4$ et 4; l'excès $2N$ du plus grand sur le moyen est le tiers de $6N$, excès du moyen sur le plus petit 4. Nous pouvons mettre $6N+4$ sous la forme x^2+4x+4, alors $8N+4$ aura la forme $\frac{4}{3}x^2+\left(5+\frac{1}{3}\right)x+4$. Cette expression, multipliée par $\frac{9}{4}$, sera encore un carré; j'égalerai donc : $3x^2+12x+9$ à $(3-\alpha x)^2$, d'où $x=\frac{12+6\alpha}{\alpha^2-3}$, mais puisque $6N+4=(x+2)^2$, si $x<2$ on a $N<2$; or, pour que $x<2$, on peut prendre $\alpha=5$. D'où $x=\frac{21}{20}$, et par suite

$N = \frac{1265}{726}$, donc les trois nombres $2 - N$, $N + 2$, $7N + 2$ seront $\frac{58}{484}$, $\frac{1878}{484}$, $\frac{7323}{484}$.

OBS. DE FERMAT. *Qu'on propose cette double égalité, savoir $2N+5$ et $6N+3$ égaux à des carrés, le carré égal à $2N+5$ sera 16, et celui égal à $6N+3$ sera 36; on peut en trouver d'autres, à l'infini, satisfaisant à la question, et il n'est pas difficile de proposer une règle générale pour la solution des questions de ce genre. De sorte que la limitation de Bachet est à peine digne d'un homme si éminent, puisqu'on peut étendre à un nombre infini de cas, et à tous les cas possibles, ce qu'il n'a trouvé que pour deux cas seulement.*

XLVI. Trouver trois nombres tels, que l'excès du carré du plus grand sur le carré du moyen soit, à la différence du moyen et du petit, dans un rapport donné. Il faut de plus que la somme de deux quelconques des trois nombres soit un carré.

Solution. Le rapport des deux différences sera 3, j'appelle le plus grand $8N^2 + \alpha$, le moyen $8N^2 - \alpha$, leur somme est un carré, et pour que le plus grand plus le petit, donne en somme un carré, je fais le petit égal à $N^2 - \alpha$. La différence des carrés du grand et du moyen, c'est-à-dire $32\alpha N^2$, vaut 3 fois $7N^2$, différence du moyen et du petit; d'où on conclut : $\alpha = \frac{21}{32}$, il restera à faire que la somme du moyen $8N^2 - \frac{21}{32}$, plus le petit $N^2 - \frac{21}{32}$, soit un carré. Cette somme $9N^2 - \frac{42}{32}$ sera égalée à $(3N - 6)^2$, d'où $N = \frac{596}{576}$; par suite le premier nombre sera : $\frac{3069000}{331776}$, le second, $\frac{2633544}{331776}$, le troisième, $\frac{138681}{331776}$.

LIVRE V.

I. Trouver trois nombres en progression géométrique tels, que, en diminuant chacun d'un nombre donné, les trois restes soient des carrés.

Solution. Nombre donné 12; or il est aisé de trouver un carré tel que $42+\frac{1}{4}$, qui, diminué de 12, donne pour reste un carré. Posons la proportion $42+\frac{1}{4}:\left(6+\frac{1}{2}\right)\text{N}::\left(6+\frac{1}{2}\right)\text{N}:\text{N}^2$, il faudra déterminer N de telle sorte que N^2-12 et $\left(6+\frac{1}{2}\right)\text{N}-12$ soient des carrés. Ces carrés auront pour différence $\text{N}^2-\left(6+\frac{1}{2}\right)\text{N}=\text{N}\left(\text{N}-\left(6+\frac{1}{2}\right)\right)$. Le côté du plus petit des carrés vaudra la demi-différence des facteurs, ou $3+\frac{1}{4}$, par suite $\text{N}=\frac{361}{104}$. Le premier nombre sera: $42+\frac{1}{4}$, le second $\frac{2346}{104}$, le troisième $\frac{130321}{10816}$.

II. Trouver trois nombres en progression géométrique tels, que la somme qu'on obtient, en ajoutant à chacun un nombre donné, soit un carré.

Solution. Nombre donné 20. Cherchons un carré α^2 qui, augmenté de 20, donne pour somme un nouveau carré; et posons $\alpha^2:\alpha\text{N}::\alpha\text{N}:\text{N}^2$. Il faudra déterminer N de telle sorte que $\alpha\text{N}+20$ et N^2+20 soient des carrés; la différence de ces carrés sera $\text{N}(\text{N}-\alpha)$; le plus petit de ces carrés aura pour côté $\frac{\alpha}{2}$, demi-différence des facteurs; on aura donc $\alpha\text{N}+20=\frac{\alpha^2}{4}$. Pour que N soit positif, il faut que $\frac{\alpha^2}{4}>20$; posant $\alpha=\frac{19}{2}$ on satisfait à cette condition, et par suite

$N=\frac{41}{152}$. Le premier nombre sera $90+\frac{1}{4}$, le second $\frac{3891}{1522}$, le troisième $\frac{1681}{23104}$.

III. Trouver trois nombres tels, que si à chacun d'eux, ou à chacun de leurs produits deux à deux, on ajoute un nombre donné, les sommes soient toujours des carrés.

Solution. Diophante fait usage du lemme suivant : si on a les deux quantités α^2-m, $(\alpha+k)^2-m$, on pourra former les trois expressions : $\frac{\alpha^2-m}{k}$, $\frac{(\alpha+k)^2-m}{k}$, $\frac{2(\alpha^2+(\alpha+k)^2-2m)-k^2}{k}$, qui multipliées deux à deux, et les produits étant augmentés de m, feront toujours des carrés. Dans l'exemple actuel, le nombre donné est 5 ; Diophante, conformément aux trois expressions précédentes, supposant $k=1$, $m=5$, prend les trois quantités : $(N+3)^2-5$, $(N+4)^2-5$ et $2(N+3)^2+2(N+4)^2-21$ qui satisfont à toutes les conditions du problème, pourvu que la dernière expression $4N^2+28N+29$, augmentée de 5 fasse un carré, par exemple $(2N+6)^2$; d'où $N=\frac{1}{26}$; par suite les trois nombres demandés seront $\frac{2861}{676}$, $\frac{7645}{676}$, $\frac{2036}{676}$.

OBS. DE FERMAT. *De cette proposition on peut facilement déduire la question suivante : Trouver quatre nombres, par cette condition que le produit de deux quelconques, augmenté d'un nombre donné, fasse un carré. Trouvons trois nombres satisfaisant à la question, de telle sorte que chacun d'eux, augmenté d'un nombre donné, fasse un carré, d'après la proposition précédente ; appelons le nombre qui reste à trouver* $N+1$, *il en résultera une triple égalité dont la solution sera immédiate par le moyen de notre méthode* *(voyez la note à la 24e question du livre 6). Ainsi sera résolue la question que propose Bachet à la 12e proposition du livre 3 de Diophante, par notre méthode, qui est de beaucoup plus générale que celle de Bachet, et qui dans notre solution présente cela de particulier que les trois premiers nombres, augmentés d'un nombre donné, font des carrés. Mais la question peut-elle être résolue par le même procédé si le quatrième nombre, augmenté du nombre donné, doit faire un carré? Jusqu'ici nous l'ignorons; cela sera recherché ultérieurement.*

IV. Trouver trois nombres tels, qu'en diminuant chacun d'eux d'un nombre donné, et en diminuant aussi chacun de leurs produits deux à deux de ce nombre, les restes soient des carrés.

Solution. Nombre donné 6. On suivra la méthode de la question précédente. Les nombres du problème auront la forme : N^2+6, $(N+1)^2+6$, $2N^2+2(N+1)^2+26-1$.

V. Trouver trois carrés tels, qu'un produit de deux quelconques, augmenté de leur somme, ou du troisième carré, donne en somme un carré.

Solution. $\alpha^2, (\alpha+1)^2, 2\alpha^2+2(\alpha+1)^2+2$ sont des quantités telles que le produit de deux de ces quantités augmenté de leur somme, ou de la quantité qui reste, donne pour résultat un carré. Diophante suppose $\alpha = N+1$. Les trois quantités $(N+1)^2$, $(N+2)^2$, $2(N+1)^2+2(N+2)^2+2$ satisfont à l'énoncé pourvu que la dernière soit un carré, par exemple le carré de $(2N-6)$; d'où $N=\frac{2}{3}$, et les nombres cherchés sont : $\frac{25}{9}, \frac{64}{9}, \frac{196}{9}$.

VI. Trouver trois nombres tels, qu'en ôtant 2 de chacun, les restes soient des carrés, et qu'en ajoutant au produit de deux quelconques la somme des facteurs, les résultats soient des carrés.

Solution. Nombres $N^2+2, (N+1)^2+2, 4N^2+4N+6$, il reste à trouver N par cette condition que le dernier moins 2, fasse un carré ; on égale donc : $4N^2+4N+4$ à $(N-2)^2$, d'où $N=\frac{3}{5}$. Le premier nombre est $\frac{59}{25}$, le second $\frac{114}{25}$, le troisième $\frac{245}{25}$.

VII. Trouver deux nombres tels, que si on ajoute leur produit avec la somme des carrés des deux, le résultat soit un carré.

Solution. Premier nombre 1, second N, il faut que N^2+N+1 soit un carré. On l'égale à $(N-2)^2$, d'où $N=\frac{3}{5}$.

VIII. Trouver trois triangles rectangles de même aire.

Solution. Considérons l'expression $(x^2-y^2)^2+(2xy)^2$ .. ..$=(x^2+y^2)^2$. Diophante cherche deux nombres dont le produit, plus la somme des carrés, fasse un carré. La question précédente donne pour ces nombres 1, $\frac{3}{5}$, ou 5, 3. On trouve en effet $5^2+3^2+5.3=7^2$. Cela posé, on remplace dans la formule x et y par 3, 7, par 5, 7, par 7, $3+5=8$, et on forme les trois triangles rectangles : 40, 42, 58 ; 20, 70, 74 ; 15, 112, 113, dont l'aire est 840.

OBS. DE FERMAT. *Mais peut-on trouver 4, ou plusieurs triangles rectangles en nombre infini, de même aire. Rien ne paraît s'opposer à ce que la question soit possible, cela sera recherché ultérieurement; nous avons de plus construit ce problème : Etant donnée l'aire d'un triangle, trouver une infinité de triangles rectangles de même aire. Etant donnée l'aire, 6 qui appartient au triangle dont les côtés sont 3,* 4, 5, *en voici un autre de même aire :* $\frac{7}{10}$, $\frac{120}{7}$, $\frac{1201}{70}$, *ou si on veut le même dénominateur :* $\frac{49}{70}$, $\frac{1200}{70}$, $\frac{1201}{70}$.

Notre méthode constante et perpétuelle est celle-ci : Qu'on prenne un triangle quelconque dont l'hypothénuse soit z, *la base* b, *la hauteur* d, *de celui-ci on déduit un autre triangle dissemblable de même aire; il est formé de* z^2 *et de* $2bd$, *en appliquant aux côtés les termes* $2zb^2 - 2zd^2$. *(La formule générale du triangle rectangle est :* $(x^2 - y)^2 + (2xy)^2 = (x^2 + y^2)^2$, *si on fait dans cette formule* $x = z^2 = b^2 + d^2$, $y = 2bd$, *on trouve aisément, en divisant par* $2z(b^2 - d^2)$ *que les côtés du triangle rectangle sont :* $\frac{(b^2 - d^2)^2}{2z(b^2 - d^2)}$, $\frac{(4bdz^2)}{2z(b^2 - d^2)}$, *et l'hypothénuse* $\frac{b^4 + 6b^2d^2 + d^4}{2z(b^2 - d^2)}$.)

Ce nouveau triangle aura une aire égale à l'aire du précédent; de ce second triangle, par la même méthode un troisième sera formé, du troisième un quatrième, du quatrième un cinquième, et il sera fait à l'infini des triangles dissemblables de même aire; et qu'on ne doute pas qu'on en puisse avoir d'autres que les trois donnés par Diophante, savoir : 1° 40, 42, 58; 2° 24, 70, 74; *et* 3° 15, 112, 113. *Ajoutons-en un quatrième dissemblable et cependant de même aire :*

$\frac{1412881}{1189}$ *hypothénuse*, $\frac{1412880}{1189}$ *base*, $\frac{1681}{1189}$ *hauteur.*

Ces triangles, par la réduction au même dénominateur, donneront, en nombres entiers, les suivants de même aire :

Premier	47560	...	49938	...	68962.
Second	28536	...	83230	...	87986.
Troisième	17835	...	133168	...	134357.
Quatrième	1681	..	1412880	..	1412881.

De la même manière on trouvera à l'infini des triangles de même aire ; et la question suivante sera un pas au delà des limites posées par Diophante :

Voici, par une autre méthode, un triangle dont l'aire est égale à six fois un carré, comme pour le triangle 3, 4, 5 ; *savoir :* 2896804, 7216803, 7776485.

IX. Trouver trois nombres tels, qu'en augmentant ou en diminuant chacun d'eux de la somme de trois, les résultats soient toujours des carrés.

Solution. On considère les trois triangles de même aire de la question VIII, et on prend les trois nombres $58\,\text{N}$, $74\,\text{N}$, $113\,\text{N}$, supposant leur somme $245\,\text{N}$ égale à 4 fois l'aire $840\,\text{N}^2$, on trouve $\text{N} = \frac{7}{96}$. Le premier nombre est donc : $\frac{406}{96}$, le second $\frac{518}{96}$, le troisième $\frac{791}{96}$.

OBS. DE FERMAT. *Par ce qui a été dit ci-dessus, nous pouvons résoudre généralement ce problème : Trouver autant de nombres que l'on voudra tels, que le carré de chacun, augmenté ou diminué de leur somme, fasse un carré. Peut-être Bachet a-t-il ignoré cette question, car il aurait étendu les règles de Diophante, comme il l'a fait à la* 31^e^ *question du livre* 4^e^ *et en d'autres endroits, s'il en avait découvert la solution. (La* 31^e^ *question de Diophante est la suivante : Trouver quatre carrés dont la somme, augmentée de la somme des racines, fasse un nombre donné.*

X. Etant donnés trois carrés, on peut trouver trois nombres qui, multipliés deux à deux, fassent trois produits égaux à ces carrés.

Solution. Carrés donnés 4, 9, 16 ; nombres cherchés N, $\frac{4}{\text{N}}$, $\frac{9}{\text{N}}$, deux conditions seront remplies ; il faudra de plus que $\frac{36}{N^2}=16$, d'où $N=\frac{3}{2}$. Nombres cherchés : $\frac{3}{2}$, $\frac{8}{3}$, 6.

XI. Trouver trois nombres tels, que le produit de deux quelconques, diminué de leur somme, fasse un carré.

Solution. Nous avons trouvé trois carrés, IX, savoir : $58^2=3364$, $74^2=5476$, $113^2=12769$ qui diminués de 3360 (4 fois l'aire) laissent pour restes des carrés ; nous avons aussi trouvé des nombres qui, multipliés deux à deux, font des carrés, X ; si les carrés sont $58^2 N^2$, $74^2 N^2$, $113^2 N^2$, les nombres seront $\frac{4292}{113} N$, $\frac{4181}{29} N$, $\frac{3177}{37} N$. Egalons leur somme à $3360 N^2$, d'où $N=\frac{781543}{9699920}$; les trois nombres du problème seront : $\frac{838595639}{27402274}$, $\frac{3267631283}{281297680}$, $\frac{2561116411}{358897040}$

XII. Diviser l'unité en deux parties telles, que la somme de chaque partie et d'un nombre donné soit un carré.

Solution. Soit le nombre donné 6, chaque partie de l'unité plus 6 doit être un carré ; la somme des deux carrés égale donc 13. Je désignerai par $2+11N$ le côté du premier carré, et par $3-9N$ le côté du second ; la somme des carrés vaut 13 ou $202N^2-10N+13=13$; d'où $N=\frac{5}{101}$ les côtés des carrés seront $\frac{257}{101}$, $\frac{258}{101}$, si de ces carrés nous ôtons 6, il restera pour les segments de l'unité $\frac{5358}{10201}$ et $\frac{4843}{10201}$.

Il est clair que la possibilité de la solution tient à ce que $3^2+2^2=13$, et que 9, 11 coefficients de N sont tels que le carré $(3-9N)^2$ tombe entre 6 et 7 ; en mettant au lieu de 9 et 11, α, β, on aurait facilement trouvé les limites des nombres qui doivent être coefficients de N. En effet un des carrés vaudra évidemment $6+\frac{1}{2}+m$, l'autre $6+\frac{1}{2}-m$; il est facile de déterminer m, de telle sorte que $6+\frac{1}{2}+m$ soit un carré, je trouve $m=\frac{1}{400}$; pour arriver à ce résultat je n'ai qu'à faire $m=\frac{1}{4N^2}$ et poser $6+\frac{1}{2}+\frac{1}{4N^2}=\frac{N^2}{4}$, d'où $1+26N^2=N^4=(1+5N)^2$, $N=\frac{1}{10}$, par suite $m=\frac{1}{400}$. D'où $6+\frac{1}{2}+\frac{1}{400}=\frac{51^2}{20^2}$. Je pose actuellement $2+\alpha N=\frac{51}{20}$, d'où $\alpha N=\frac{11}{10}$. Je puis faire $\alpha=11$, et alors N est une fraction positive.

OBS. DE FERMAT. *Le nombre 21 ne peut pas être divisé en fractions en deux carrés, nous pouvons facilement démontrer cela, et plus généralement, que tout nombre dont le tiers n'est pas lui-même divisible par trois, ne peut être décomposé en deux carrés, ni entiers ni fractionnaires.*

Diophante pose une restriction au nombre donné dans la 12e question, que Bachet ne paraît pas saisir : Fermat en confirme l'utilité dans l'observation suivante.

OBS. DE FERMAT. *Cette limitation est vraie et générale, puisqu'elle exclut tous les nombres inutiles ; il faut que le nombre donné ne soit pas impair et que le quotient de son double, augmenté d'une unité par le plus grand carré qui le mesure, ne puisse être divisé par aucun nombre premier égal à un multiple de 4 diminué de 1.*

Ceci paraît mériter quelques éclaircissements : reprenons le problème de Diophante, et appelons a le nombre entier dont il faut augmenter chaque segment de l'unité, le premier segment étant $\frac{1}{2}+x$, le second sera $\frac{1}{2}-x$, et d'après l'énoncé, on posera : $a+\frac{1}{2}+x=y^2$, $a+\frac{1}{2}-x=z^2$, d'où $2a+1=y^2+z^2$. Or, si a était impair et par suite de la forme $2n+1$, le premier membre serait de la forme $4n+3$ ou $4n'-1$, et d'après Fermat tout nombre de cette forme ne saurait être la somme de deux carrés. a étant supposé pair, la dernière égalité est de la forme $4n+1=x^2+y^2$; or si x, y ne sont pas premiers entre eux et qu'ils aient un facteur commun k, on aura : $4n+1=k^2(x'^2+y'^2)$, par suite $\frac{4n+1}{k^2}=x'^2+y'^2$; or le quotient du premier membre étant la somme de deux carrés, ne saurait être divisé par aucun nombre premier de la forme $4n-1$, ce qui est encore un théorème de Fermat.

XIII. Diviser l'unité en deux parties telles, que chacune, plus un nombre donné (différent pour chaque partie), fasse en somme un carré.

Solution. Nombres donnés 2, 6; la somme des carrés vaudra 9, le premier de ces carrés sera entre 2 et 3; or, entre 2 et 3 on peut trouver 2 carrés par le procédé du problème précédent, savoir : $\left(\frac{17}{12}\right)^2=\frac{289}{144}$, $\left(\frac{19}{12}\right)^2=\frac{361}{144}$; il suffit donc de trouver deux carrés dont la somme soit 9, et pour le côté du premier un nombre entre $\frac{17}{12}$ et $\frac{19}{12}$. Supposons que les carrés cherchés soient $9-\text{N}^2$ et N^2, je pose $9-\text{N}^2=(3-\alpha\text{N})^2$, d'où $\text{N}=\frac{6\alpha}{1+\alpha^2}$; or, $\alpha=3+\frac{1}{2}$, fait que le côté du carré $3-\alpha\text{N}$ est entre les limites voulues; on a par suite $\text{N}=\frac{84}{53}$; les segments de l'unité seront $\frac{1438}{2809}$, et $\frac{1371}{2809}$.

XIV. Diviser l'unité en trois parties telles, qu'en ajoutant à chacune le même nombre, la somme soit toujours un carré.

Solution. Soit 3 le nombre donné. La somme des trois carrés vaudra 10; or, le tiers de ce nombre est $3+\frac{1}{3}$; je puis trouver une fraction qui, ajoutée à $3+\frac{1}{3}$ fasse une somme carrée, cette fraction sera $\frac{1}{36}$ car, $3+\frac{1}{3}+\frac{1}{36}=\frac{11^2}{6^2}$.

Je cherche trois carrés dont la somme soit 10, et dont les côtés approchent de $\frac{11}{6}$; or, 10 se décompose en trois carrés, 9, $\frac{16}{25}$, $\frac{9}{25}$. Pour remplacer ces carrés par trois autres qui remplissent les conditions voulues, faisons les côtés des carrés cherchés égaux à $3-35\,\text{N}$, $\frac{4}{5}+31\,\text{N}$, $\frac{3}{5}+37\,\text{N}$. La somme des carrés étant égale à 10, on aura $\text{N}=\frac{116}{3555}$; c'est en égalant $3-\alpha\,\text{N}$, $\frac{4}{5}+\beta\,\text{N}$, $\frac{3}{5}+\gamma\,\text{N}$ à $\frac{11}{6}$ qu'on détermine les limites de α, β, γ.

Diophante pose une limitation pour le nombre donné : Il faut, dit-il, qu'il ne soit pas pair, ni tel que augmenté de 2, il devienne multiple de 8. Bachet, de son côté, étudie la question, et il donne la limitation suivante. On doit exclure tous les nombres dont le triple augmenté de 1 n'est pas un carré, ni composé de deux ou de trois carrés. Fermat rectifie ces deux limitations de la manière suivante :

OBS. DE FERMAT. *La limitation de Bachet est elle-même insuffisante, de plus ses essais (jusqu'au nombre* 325*) n'ont pas été faits avec assez de soin, car* 37 *tombe dans la limitation et non dans la règle.*

La vraie limitation est ainsi conçue :

Qu'on prenne deux progressions dont la raison soit 4, *l'une commençant par* 1, *l'autre par* 8 *: écrivons-les, l'une au-dessous de l'autre, ainsi qu'il suit :*

1 .	4 .	16 .	64 .	256 .	1024 .	4096,	*etc.*
8 .	32 .	128 .	512 .	2048 .	8192 .	32768,	*etc.*

Considérant d'abord le premier terme 8 *de la seconde, il faut que le nombre donné ne soit pas double de l'unité qui lui est superposée; il ne doit pas surpasser de deux unités un multiple de* 8.

Ensuite, en considérant le deuxième terme 32 *de la seconde progression, qu'on prenne le double du nombre* 4 *qui* *lui est superposé, on trouve 8; si on ajoute à ce nombre les termes de la progression supérieure qui précèdent 4, on trouve 9; prenant donc les deux nombres 32 et 9, il faut que le nombre donné ne soit ni 9 ni un multiple de 32 plus 9. Considérons le troisième terme 128 de la seconde progression; prenons le double de 16 qui lui est superposé, on trouve 32 qui, augmenté des nombres précédents 4 et 1 de la première progression, donne 37. Considérant donc les nombres 128 et 37, il faut que le nombre donné ne soit ni 37 ni un multiple de 128 augmenté de 37.*

Considérant ensuite le quatrième terme de la seconde progression, on trouvera par la méthode précédente 512 et 149; c'est pourquoi il faudra que le nombre donné ne soit ni 149 ni 149 augmenté d'un multiple de 512, et ce procédé constant et uniforme s'applique indéfiniment. Diophante ne l'a pas généralement indiqué, Bachet ne l'a pas découvert, et de plus, il s'est trompé dans ses essais, comme nous l'avons remarqué, non-seulement pour le nombre 37 qui est dans les limites des épreuves qu'il croit exactes, mais même pour le nombre 149 et pour d'autres nombres.

XV. Diviser l'unité en trois parties qui, augmentées chacune d'un nombre différent, donnent en somme des carrés.

Solution. Les trois nombres seront 2, 3, 4, la somme des carrés sera donc égale à 10, le premier sera $> 2 < 2+\frac{1}{2}$, le second $> 3 < 3+\frac{1}{2}$, le troisième $> 4 < 4\frac{1}{2}$. Nous diviserons d'abord 10 en deux carrés, dont l'un soit compris entre 2 et $2+\frac{1}{2}$, et le carré suivant en deux, dont un sera compris entre 3 et $3+\frac{1}{2}$; si des carrés ainsi trouvés, je retranche 2, 3, 4, j'aurai les trois parties de l'unité.

XVI. Diviser un nombre donné en trois parties qui, ajoutées deux à deux, fassent en somme des carrés.

Solution. Le nombre donné est 10, les sommes des parties deux à deux, réunies ensemble, feront le double de 10 ou 20, 20 sera donc la somme de trois carrés chacun moindre que 10. Mais $20=16+4$, il faut donc décomposer 16 en deux carrés, et le problème sera résolu.

XVII. Diviser un nombre donné en quatre parties qui, ajoutées trois à trois, fassent quatre sommes qui soient des carrés.

Solution. Nombre donné 10, les parties étant trouvées et ajoutées trois à trois, on obtiendra quatre carrés dont la somme égalera 30. Or, il est aisé de décomposer ce nombre en quatre carrés moindres que 10. Prenons d'abord 4 et 9, il reste à décomposer 17 en deux carrés moindres que 10, j'en chercherai d'abord un entre $\frac{17}{2}$ et 10 (cela est facile en posant $\frac{17}{2}+\frac{1}{4\,\text{N}^2}=\frac{\text{N}^2}{4}$, d'où $34\,\text{N}^2+1=\text{N}^4=(1+\alpha\,\text{N})^2$), ce carré servira de limite.

XVIII. Trouver trois nombres tels que le cube de leur somme ajouté à chacun d'eux fasse un cube.

Solution. J'appelle les nombres $\alpha\,\text{N}^3$, $\beta\,\text{N}^3$, $\gamma\,\text{N}^3$, et leur somme N, puis $(\alpha+\beta+\gamma)\,\text{N}^3$ doit égaler N, $\alpha+\beta+\gamma=\frac{1}{\text{N}^2}$, ou un carré; de plus, le cube de la somme étant N^3, il faudra que $(\alpha+1)\,\text{N}^3$, $(\beta+1)\,\text{N}^3$, $(\gamma+1)\,\text{N}^3$ soient des cubes; le problème est ramené à trouver trois nombres α, β, γ qui, augmentés de 1 fassent des cubes, et dont la somme soit un carré. Je prends, $\alpha=(\text{N}'+1)^3-1$, $\beta=(2-\text{N}')^3-1$, $\gamma=2^3-1$, $\alpha+\beta+\gamma=9\,\text{N}'^2-9\,\text{N}'+14$, j'égale cette dernière expression à $(3\,\text{N}'^3,-4)$ et je trouve $\text{N}'=\frac{2}{15}$, par suite : $\alpha=\frac{1538}{3375}$ $\beta=\frac{18077}{2375}$, $\gamma=7$, mais $\frac{1}{\text{N}^2}=\alpha+\beta+\gamma$, $\text{N}=\frac{15}{24}$ et tout est connu.

XIX. Trouver trois nombres tels, que le cube de leur somme diminué de chacun d'eux fasse un cube.

Solution. Diophante pose la somme de trois égale à x, le premier à $\frac{7}{8}x^3$, le second $\frac{26}{27}x^3$, le troisième $\frac{63}{64}x^3$. Le texte est altéré; voir la solution de Fermat.

Pour saisir le sens de l'observation de Fermat, il faut avoir une idée de la méthode de Diophante. Appelons les trois nombres $(1-\alpha^3)a^3$, $(1-\beta^3)a^3$, $(1-\gamma^3)a^3$, et posons la somme $a^3(3-\alpha^3-\beta^3-\gamma^3)=a$. Il est clair que si α, β, γ sont déterminés par cette égalité, le cube a^3 de la somme diminué de chaque partie donnera pour reste les cubes α^3a^3, β^3a^3, γ^3a^3; or l'égalité se met sous la forme $3-\alpha^3-\beta^3-\gamma^3=\frac{1}{a^2}$, pour que tout soit positif, il suffit de trouver trois cubes plus petits que l'unité, dont nous pouvons aussi sans inconvénient supposer la somme plus petite que l'unité, et tels que cette somme retranchée de 3 donne pour reste un carré $\frac{1}{a^2}$.

OBS. DE FERMAT. *Diophante n'expose pas sa méthode pour la solution, ou bien le texte grec a été corrompu. Bachet croit que Diophante s'est appuyé seulement sur un cas particulier, ce que nous n'admettons pas, parce que nous ne pensons pas que la méthode de Diophante soit difficile à trouver. Il faut trouver un carré plus grand que* 2, $\left(\frac{1}{a^2}\right.$ *est par suite de ce qui précède plus grand que* 2) *et plus petit que* 3, *dont la différence avec* 3 *soit un reste qu'on divisera en trois cubes.* $\left(3-\frac{1}{a^2}=\alpha^3+\beta^3+\gamma^3\right)$. *Supposons que le côté du carré soit* $x-1$, *ce carré étant soustrait de* 3, *on aura pour reste* $2-x^2+2x$, *il faut trouver trois cubes qui, en somme égalent cette quantité, et il faut les imaginer de telle sorte que l'égalité ne contienne que des termes différents pour leur degré d'une unité, ce qui peut se faire d'une infinité de manières, soit* $1-\frac{x}{3}$ *le côté d'un des cubes* $1+x$ *le côté de l'au-*

tre (de sorte que dans la somme de ces cubes se trouve le terme $2N$*); il faut enfin composer le troisième en nombres, de telle sorte que sa valeur ne fasse pas évanouir les termes qu'on cherche. Ce troisième cube sera pris avec le signe —* ($-\varepsilon N$) *et il n'est pas difficile de trouver un facteur à* N *dont la valeur réduise l'égalité aux conditions posées d'avance; cela fait, il est évident que le premier cube est moindre que l'unité, le second plus grand, et le troisième négatif. Or il est clair qu'on peut égaler la différence du second et du troisième à la somme de deux cubes; ainsi donc nous sommes amenés, comme Diophante, à ce second problème.*

Mais, dit (Diophante), nous avons établi dans les porismes que la différence de deux cubes peut valoir la somme de deux cubes.

Bachet s'arrête de nouveau, et privé des porismes de Diophante, il affirme que cette seconde question manque de solution, car il n'enseigne à diviser la différence de deux cubes en deux autres cubes, qu'avec cette condition que le plus grand des deux cubes excède le double du plus petit; mais il avoue qu'il ignore comment la différence de deux cubes peut être divisée en deux autres cubes. Nous avons trouvé ci-dessus, à la seconde question du 4ᵉ Livre, une méthode générale facile pour résoudre cette question et celles de même nature.

D'après la question, le carré $\frac{1}{a^2}$ représenté par $(N - 1)^2$ doit être compris entre 2 et 3, par suite N doit être compris entre $1 + \sqrt{2}$ et $1 + \sqrt{3}$; or, après nous être donné, les côtés $1 - \frac{N}{3}$, $1 + N$ des deux premiers cubes, nous prendrons pour côté du troisième $-\varepsilon N$ et dans l'égalité $2 + 2N - N^2 = \left(1 - \frac{N}{3}\right)^3 + (1 + N)^3 - \varepsilon^3 N^3$ qui devient du premier degré, nous disposerons de ε pour que N reste compris entre les limites ci-dessus; mais comme le problème de Diophante exige qu'on connaisse trois cubes positifs plus petits que 1, il faudra encore résoudre le second problème que Fermat indique.

XX. Trouver trois nombres tels que le cube de leur somme étant souštrait de chacun d'eux, les restes soient des cubes.

Solution. J'appelle la somme des nombres N, le premier $(\alpha^3+1)N^3$, le second $(\beta^3+1)N^3$, le troisième $(\gamma 3+1)N^3$. Le problème sera résolu si $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3+3=\frac{1}{N_2}$ est un carré, je pose $\alpha=N'$, $\beta=3-N'$, $\gamma=1$; il faudra alors que $9N'^2-27N'+31$ soit un carré. Par exemple $(3N'-7)^2$, d'où $N'=\frac{6}{5}$, par suite $\alpha=\frac{6}{5}$, $\beta=\frac{9}{5}$, $\gamma=1$, enfin l'égalité $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3+3=\frac{1}{N^2}$ donne $N=\frac{5}{17}$, tout est connu.

XXI. Trouver trois nombres dont la somme soit un carré et tels qu'en ajoutant au cube de cette somme chacun des nombres, les résultats soient toujours des carrés.

Solution. La somme sera N^2, le premier nombre αN^6, le second βN^6, le troisième γN^6; le cube de la somme étant N^6, il faut que $1+\alpha$, $1+\beta$, $1+\gamma$ soient des carrés, et que $\alpha+\beta+\gamma=\frac{1}{N^4}$ soit une quatrième puissance. Je pose $\alpha=(N'^2-1)^2-1$, $\beta=(N'+1)^2-1$, $\gamma=(N'-1)^2-1$. La somme étant N^4, toutes les conditions sont remplies, quelles que soient les valeurs de N' et de N.

XXII. Trouver trois nombres égaux en somme à un nombre donné, et tels que le cube de leur somme diminué de chacun d'eux, laisse pour reste un carré. Le texte de Diophante est entièrement corrompu.

XXIII. Diviser une fraction en trois parties telles, que si de chacune je soustrais le cube de la somme, les restes soient des carrés.

Solution. Fraction donnée $\frac{1}{4}$ son cube $\frac{1}{64}$. Or, $\frac{1}{4}=\frac{16}{64}$

je divise $\frac{13}{64}$ trois carrés. $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \frac{13}{64}$; à chacun j'ajoute $\frac{1}{64}$ et les parties cherchées seront $\alpha^2 + \frac{1}{64}$, $\beta^2 + \frac{1}{64}$, $\gamma^2 + \frac{1}{64}$.

XXIV. Trouver trois carrés tels, que le produit qu'ils forment, augmenté d'un quelconque d'entre eux, fasse un carré.

L'observation de Fermat doit être précédée d'un sommaire de la méthode incomplètement indiquée par Diophante. Désignons les trois carrés cherchés par $\alpha^2 N^2$, $\beta^2 N^2$, $\gamma^2 N^2$; posons $\alpha^2 \beta^2 \gamma^2 N^6 = N^2$ ou $\alpha^2 \beta^2 \gamma^2 = \frac{1}{N^4}$. Il faudra, d'après la condition du problème, que $N^2 + \alpha^2 N^2$, $N^2 + \beta^2 N^2$, $N^2 + \gamma^2 N^2$ soient des carrés, par suite que $1 + \alpha^2$, $1 + \beta^2$, $1 + \gamma^2$ soient des carrés, ou que α, β, γ soient côtés d'un triangle rectangle dont la base serait toujours égale à 1, et dont les aires seraient $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\beta}{2}$, $\frac{\gamma}{2}$. D'après l'égalité qu'on a d'abord posée, $\alpha . \beta . \gamma = \frac{1}{N^2}$; prenons $\alpha = \frac{3}{4}$, $\left(1 + \alpha^2 = \frac{25}{16}\right)$. Fermat forme un triangle avec $2r + s$ et $r - s$ (c'est-à-dire que ces deux quantités sont les valeurs de x, y qui satisfont à l'égalité $(x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2 = (x^2 + y^2)^2$,) ses côtés de l'angle droit seront $3r(r + 2s)$ ou $(x^2 - y^2)$ et $(2r + s)(r - s)$ ou $2xy$, et il forme un autre triangle avec $r + 2s$ et $r - s$ dont les côtés de l'angle droit seront $3s(2r + s)$ et $(r + 2s)(r - s)$, il prend $\beta = \frac{3r(r+2s)}{(2r+s)(r-s)}$ et $\gamma = \frac{3s(2r+s)}{(r+2s)(r-s)}$, alors $\alpha . \beta . \gamma = \frac{3^3 r . s}{4(r-s)^2}$; mais r et s sont arbitraires, on peut faire $r = 3s$, alors $\alpha . \beta . \gamma = \frac{3^4 . s^2}{4(2s)^2}$, et le problème est résolu. Nous avons supposé que les trois triangles rectangles avaient un côté de l'angle droit égal à l'unité, et nous avons exprimé que le produit $\alpha\beta\gamma$ des trois aires doublées était un carré, Diophante et Fermat ne supposent pas qu'un côté des triangles qu'ils choisissent soit égal à 1, ils expriment néanmoins que le produit de leurs trois doubles aires est un carré. Au reste, des triangles dont les côtés sont des nombres quelconques on peut passer par la division à d'autres triangles semblables dont un côté égale l'unité ; cela ne change en rien la méthode que nous avons indiquée.

OBS. DE FERMAT. *Je rétablis et j'explique la méthode de Diophante que Bachet n'a pas conçue. Puisque le premier triangle (que choisit Diophante) est* 3, 4, 5, *le rectangle de ses côtés (de l'angle droit) est* 12; *de là il suit, dit Diophante, qu'on doit trouver deux triangles tels, que le produit des côtés de l'angle droit du premier, multiplié par le produit des mêmes côtés du second, soit* 12, *et la raison est qu'alors le produit des côtés de l'un, par le produit des côtés de l'autre sera un nombre égal à* 12; *et de leur multiplication (par la double aire du triangle* 3, 4, 5*) résultera un carré, ce que veut la proposition. Ainsi, continue Diophante, le produit de l'aire par l'aire sera* 12, *ce qui est évident de soi-même. Ensuite (si on prend* 12 *et* 3*), puisqu'en divisant* 12 *par le nombre* 4 *qui est un carré on a* 3, *et de la multiplication il résulte toujours un carré, car un carré divisé par un carré, donne un carré.*

Le reste de ce que dit Diophante ne convient pas au but proposé, mais nous le rétablissons ainsi :

Soit fait un triangle avec 7, 2 *(nombres qui satisfont à* $(x^2-y^2)^2+(2xy)^2=(x^2+y^2)^2$*) l'autre avec* 5 *et* 2, *le premier triangle (ses côtés seront* 45, 28*) sera triple du second (côtés* 21, 20*), et les deux satisferont au but proposé (car la première aire double est* 12, *les deux autres doublées sont* $45 \,.\, 28 = 3 \,.\, 21 \,.\, 20$, *et* $21 \,.\, 20$ *leur produit sera un carré). Or, la règle générale pour trouver deux triangles rectangles dans un rapport donné est celle-ci : soit le rapport donné* $r:s$, $r>s$ *le plus grand triangle sera formé de* $2r+s$ *et* $r-s$, *le plus petit de* $r+2s$ *et* $r-s$. *Autrement, que le premier triangle soit fait avec* $2r-s$ *et* $r+s$, *le second avec* $2s-r$ *et* $r+s$. *Autrement, que le premier triangle soit formé de* $6r$ *et de* $2r-s$, *le second de* $4r+s$ *et de* $4r-s$. *Autrement, que le premier soit formé de* $r+4s$ *et de* $2r-4s$, *le second de* $6s$ *et de* $r-2s$. *De ce qui a été dit, on peut déduire une méthode pour trouver trois* *triangles rectangles, en proportion de trois nombres donnés, avec cette condition que deux nombres donnés vaillent quatre fois celui qui reste : par exemple, soient r, s, t les trois nombres, et supposons que r et t soient en somme le quadruple de s, les trois triangles seront ainsi formés : le premier de $r + 4s$ et de $2r - 4s$, le second de $6s$ et de $r - 2s$, le troisième de $4s + t$ et de $4s - 2t$, nous avons supposé $r > t$.*

De là se déduira une méthode, de trouver en nombres trois triangles rectangles, dont les aires constituent un triangle rectangle, ainsi que la question suivante : trouver un triangle rectangle dont la base et l'hypothénuse réunies soient le quadruple de la hauteur ; cela est facile, et le triangle sera semblable à celui-ci, 17, 15, 8. Les trois triangles rectangles (ci-dessus) seront formés, le premier de 49 et 2, le second de 47 et 2, le troisième de 48 et 1.

De là aussi se déduira une méthode pour trouver trois triangles dont les aires soient dans la raison de trois carrés donnés, tels que la somme de deux soit quadruple du restant, et par suite on pourra par la même voie trouver trois triangles de même aire.

Enfin, et d'une infinité de manières, nous pourrons construire deux triangles rectangles dans un rapport donné, en ramenant l'un ou les deux termes du rapport à des carrés donnés.

XXV. Trouver trois carrés tels, que leur produit diminué d'un quelconque des trois, donne pour reste un carré.

Nommant les trois carrés $\alpha^2 N^2$, $\beta^2 N^2$, $\gamma^2 N^2$, et supposant α, β, γ déterminés de telle sorte que le produit des trois carrés soit N^2, il faudra, par la condition du problème, que $N^2 - \alpha^2 N^2$ soit carré, ou que $1 - \alpha^2$ soit carré ; or α peut être considéré comme le rapport d'un côté de l'angle droit à l'hypothénuse d'un triangle rectangle ; car de la relation $b^2 + c^2 = a^2$ on déduit $1 - \frac{b^2}{a^2} = \frac{c^2}{a^2}$, α étant donné il faudra déterminer β et γ de telle sorte que $\alpha\beta\gamma$ soit un carré.

OBS. DE FERMAT. *Pour l'élucidation et l'explication de la 25e question, relative à la méthode de Diophante que Bachet a pareillement omise, il faut chercher deux triangles, tels que le produit de l'hypothénuse et de la hauteur de l'un soit au produit de l'hypothénuse par la hauteur de l'autre, dans un rapport donné.*

Cette question qui m'a assurément longtemps fatigué (diù nos torsit) *sera éprouvée difficile par ceux qui la tenteront; enfin, nous avons découvert la méthode générale pour sa solution.*

On veut trouver deux triangles tels, que le rectangle fait avec l'hypothénuse et la hauteur de l'un, soit double du rectangle compris sous l'hypothénuse et la hauteur de l'autre. Formons un des triangles avec a, b, l'autre avec a, d (quantités qui satisfont à $(x^2-y^2)^2+(2xy)^2=(x^2+y^2)^2$), le rectangle compris sous l'hypothénuse et la hauteur du premier, sera : $2ba^3+2b^3a$, le rectangle compris sous l'hypothénuse et la hauteur du second, sera : $2da^3+2d^3a$, donc puisque $2ba^3+2b^3a$ sera double de $2da^3+2d^3a$, on aura $ba^3+b^3a=2da^3+2d^3a$; divisant tout par a, il résulte : $ba^2+b^3=2da^2+2d^3$ et par suite $2d^3-b^3=ba^2-2da^2$, donc $\frac{2d^3-b^3}{b-2d}$ étant égalé à un carré, la question sera résolue.

Il faut donc chercher deux nombres b et d, par cette condition que le double du cube de l'un moins le cube de l'autre, divisé ou multiplié par le dernier moins le double du premier fasse un carré. Supposons le premier nombre $n+1$ et le second 1. Le double du cube du premier, moins le cube du second fait : $2n^3+6n^2+6n+1$. Le second, moins le double du premier, donne $-1-2n$, il faudra donc que le produit de $2n^3+6n^2+6n+1$ par $2n+1$ soit un carré, ce qu'il est facile de trouver en égalant ce produit $4n^4+14n^3+18n^2+8n+1$ à $(2n^2+4n+1)^2$. (Le *calcul de Fermat paraît inexact; dans la traduction on l'a rectifié); mais la proposition sera étendue à tous les rapports, si on représente un des nombres cherchés par a, plus l'excès du terme du plus grand rapport sur le moindre, et l'autre plus l'excès lui-même, comme nous l'avons fait pour la raison du double.*

Dans ce cas général, si le rapport est $p:1$, *il faudra que* $(pd^3-b^3)(b-pd)$ *soit carré, on posera* $d=a+p-1$, $b=p-1$). *Car par ce moyen, le nombre des unités sera toujours un carré et l'équation sera convenable. Cela exécuté, on trouvera deux nombres qui représenteront b et d, et on reviendra à la première question. Rétractant tout ce que nous avions écrit sur la vingt-cinquième question, il nous avait d'abord paru convenable de tout effacer, parce que notre problème ne convient pas à la question (de Diophante). Cependant, comme nous avons exactement construit une question autre que celle à laquelle nous avions mal à propos appliqué le présent problème, nous n'avons pas perdu, mais mal placé notre travail; aussi laissons-nous intacte l'écriture marginale.*

Soumettant la question de Diophante à un nouvel examen, et employant avec soin notre méthode, nous l'avons résolue généralement; nous citerons seulement un exemple, assurés que les nombres par eux-mêmes indiqueront que notre solution n'est pas due au hasard, mais à l'art. Dans la proposition de Diophante, il faut chercher deux triangles rectangles par cette condition, que le produit formé par l'hypothénuse et la hauteur de l'un, soit au produit de l'hypothénuse par la hauteur de l'autre dans le rapport de 5 : 1. *Voici deux triangles: le premier dont l'hypothénuse sera* 48543669109 *la base* 36083779309, *la hauteur* 32472275580; *le second, dont l'hypothénuse est* 42636752938, *la base* 41990695480, *la hauteur* 7394200038.

XXVI. Trouver trois carrés tels, que leur produit retranché de chacun d'eux fasse un carré. Question pareille à la précédente.

XXVII. Trouver trois carrés tels, que le produit de la multiplication de deux quelconques, augmenté de l'unité, fasse un carré.

Soient x^2, y^2, z^2 les trois carrés; si $x^2y^2+1=N^2$, on aura aussi $x^2y^2z^2+z^2=(N^2z^2)$, et le problème reviendra à trouver trois carrés tels que leur produit, plus chacun d'eux, fasse un carré, ce qui a été résolu.

XXVIII. Trouver trois carrés tels, que le produit de la multiplication de deux quelconques, diminué de 1 soit un carré. (Comme la question 27, le problème se ramène au produit de trois carrés, moins un des carrés égal à un carré.)

XXIX. Trouver trois carrés tels, que le produit de deux quelconques retranché de 1, donne pour reste un carré, (Comme les deux précédentes.)

XXX. Trouver trois carrés tels, que la somme de deux quelconques et d'un nombre donné soit un carré.

Solution. Soit 15 le nombre donné, et 9 un des carrés, il en faudra trouver deux autres tels, que chacun ajouté à $9+15=24$ fasse un carré, et tels aussi que leur somme plus 15 soit un carré. Or, $24=4.6=3.8$, cela posé, nous prendrons pour les deux carrés $\left(\frac{2}{N}-3N\right)^2$ et $\left(\frac{3}{2N}-4N\right)^2$, et deux conditions seront remplies. Il faudra que la somme de ces carrés plus 15 soit un carré, ou que $25N^2+\frac{25}{4N^2}-9$ soit un carré. Si ce carré est $25N^2$, on aura $\frac{25}{4N^2}-9=0$ ou $N=\frac{5}{6}$.

OBS. DE FERMAT. *Par le moyen de ce problème, nous donnerons la solution de la question suivante, qui me paraît autrement difficile. Etant donné un nombre, en trouver quatre autres tels, que la somme de deux quelconques et du nombre donné fasse un carré. Que le nombre donné soit* 15; *et d'abord par le problème de Diophante, soient trouvés trois carrés tels, que la somme de deux quelconques et du nombre donné fasse un carré, et soient ces trois nombres,* $9, \frac{1}{100}, \frac{529}{225}$. *Posons le premier des quatre nombres cherchés* $N^2 - 15$, *le second* $6N + 9$ *(parce que* 9 *est un des carrés et que* $6N$ *est le double du côté du carré multiplié par* N.*) Posons par la même raison le troisième nombre égal à* $\frac{N}{5} + \frac{1}{100}$. *Enfin, le quatrième à* $\frac{46N}{15} + \frac{529}{225}$, *ainsi, puisque d'après les suppositions établies, il est satisfait aux trois nombres en question, car un quelconque des nombres ajouté avec le premier et avec* 15 *fait un carré, il reste à faire que le second et le troisième plus* 15, *que le troisième et le quatrième plus* 15, *enfin, que le second et le quatrième avec l'addition du même nombre* 15, *fassent un carré, on en déduit une triple égalité dont on a rapidement la solution, puisque par la construction dont l'artifice est pris du problème de Diophante, on trouve dans chaque membre des égalités des nombres carrés, il faut donc recourir à ce que nous avons dit à la vingt-quatrième question du sixième livre.*

XXXI. Un nombre étant donné, trouver trois carrés tels, que la somme de deux quelconques, moins le nombre donné, soit un carré.

Solution. Nombre donné, 13; soit 25 un des carrés $25 - 13 = 12$, il faut trouver deux carrés tels, que chacun augmenté de 12 soit un carré, et que leur somme moins 13 soit aussi un carré. Or, $12=3 \cdot 4$, on prendra pour carrés $\left(2N-\frac{3}{2N}\right)^2$ et $\left(\frac{3}{2}N-\frac{2}{N}\right)^2$ leur somme moins 13 vaut, $\frac{25}{4N^2}+\frac{25}{4}N^2-25$ qui, égalé à $\frac{25}{4N^2}$, donne $N=2$.

OBS. DE FERMAT. *Nous pouvons nous servir dans cette question de l'artifice dont nous avons usé dans la question précédente, où nous avons trouvé quatre nombres tels, que la somme de deux quelconques augmentée d'un nombre donné fasse un carré. Ici la somme de deux des quatre nombres diminué du nombre donné devra faire un carré; nous devrons poser le premier nombre égal à* $N+$ *le nombre donné, le second, un des carrés trouvés par le présent problème de Diophante, plus deux fois le côté du carré multiplié par* N *; le reste est évident.*

XXXII. Trouver trois carrés tels, que la somme de leurs carrés soit un carré.

Solution. Les carrés seront N^2 α^2, β^2, il faudra que $N^4+\alpha^4+\beta^4$ soit carré, je l'égale à $(N^2-x)^2$, par conséquent $2N^2x=x^2-\alpha^4-\beta^4$; d'où $N^2=\frac{x^2-\alpha^4-\beta^4}{2x}$. Pour satisfaire à cette égalité, je fais $x=N'^2+4$, $\alpha^2=4$, $\beta^2=N'^2$ d'où $N^2=\frac{8N'^2}{2N'^2+8}=\frac{4N'^2}{N'^2+4}$, posons $N'^2+4=(N'+1)^2$ $N'=\frac{3}{2}$ par suite $N^2=\left(\frac{6}{5}\right)^2$, $\alpha^2=4$, $\beta^2=\frac{9}{4}$.

OBS. DE FERMAT. *Pourquoi ne cherche-t-il pas deux quatrièmes puissances dont la somme soit un carré. Assurément cette question est impossible, comme notre méthode de démonstration peut l'établir sans aucun doute.*

XXXIII. Une personne achète deux tonneaux de vin; la mesure de vin du premier coûte 8 drachmes, la mesure du second coûte 5 drachmes; pour les deux tonneaux elle paie un nombre de drachmes qui est un carré, lequel augmenté de 60, fait en somme le carré du nombre de mesures qu'elle a achetées.

Solution. Soit x^2 le prix du vin ou le nombre de drachmes; N le nombre de mesures achetées, $x^2+60=N^2$, d'où $x^2=N^2-60$; mais x^2 étant le prix du vin, il peut se diviser en deux nombres, dont l'un est le prix des mesures qui coûtent 5 drachmes, l'autre le prix des mesures qui coûtent 8 drachmes. Le cinquième du premier prix et le huitième du second fera le nombre total des mesures, savoir N. Il est donc clair que le $\frac{1}{5}$ du prix total x^2 est $>$ N et le $\frac{1}{8}$ est $<$ N, donc $N^2-60>5N$, $N^2-60<8N$, ou $N^2-5N>60$ et $N^2-8N<60$, d'où l'on voit aisément que N est compris entre 11 et 12. Mais N^2-60 est un carré. Je l'égale à $(N-\alpha)^2$, d'où $N=\frac{\alpha^2+60}{2\alpha}$, mais N étant compris entre 11 et 12, $\alpha^2+60>22\alpha<24\alpha$ qui prouve que α est compris entre 19 et 21, par suite je puis poser $\alpha=20$ d'où $N=11+\frac{1}{2}$; le prix x^2 sera $72\frac{1}{4}$, il reste à diviser $72+\frac{1}{4}$ en deux parties telles que le $\frac{1}{5}$ de la première plus le $\frac{1}{8}$ de la seconde fasse $N=11+\frac{1}{2}$. Le $\frac{1}{5}$ de la première partie étant y, $11+\frac{1}{2}-y$ sera le $\frac{1}{8}$ de la seconde, $5y+8\left(11+\frac{1}{2}-y\right)$, vaut donc $72\frac{1}{4}$, d'où $y=\frac{79}{12}$. Ce sera le nombre de mesures du prix de cinq drachmes, $\frac{57}{12}$ sera le nombre de mesures du prix de huit drachmes.

LIVRE VI.

I. Trouver un triangle rectangle tel, que si de l'hypothénuse on soustrait l'un ou l'autre côté de l'angle droit, le reste soit un cube.

Solution. Considérons la formule $(x^2-y^2)^2+(2xy)^2\ldots$ $\ldots=(x^2+y^2)^2$. Si de l'hypothénuse x^2+y^2, on ôte le côté x^2-y^2, il reste $2y^2$ qui doit être un cube; on satisfait à cette condition en posant $y=2$, mais $x^2+y^2-2xy=(x-2)^2$ doit aussi être un cube; $x=10$ remplit cette condition, par suite le triangle rectangle a pour côtés 96, 40, 104.

II. Trouver un triangle rectangle tel, que l'hypothénuse, augmentée d'un côté quelconque de l'angle droit, fasse en somme un cube.

Solution. Considérons la formule du triangle rectangle de la question précédente, et on verra que $2x^2$ devra être un cube, ce qui a lieu si $x=2$, de plus $(y+2)^2$ devra aussi être un cube, mais le côté x^2-y^2 étant positif, il faudra que $y<2$; posons $y+2=\frac{27}{8}$ d'où $y=\frac{11}{8}$, toutes les conditions seront remplies. Les côtés du triangle vaudront par suite : $\frac{135}{64}$, $\frac{352}{64}$, $\frac{377}{64}$.

III. Trouver un triangle rectangle tel, que si on ajoute un nombre donné au nombre qui représente son aire, la somme fasse un carré.

Faisons un triangle rectangle dont les côtés soient $\frac{N^4-1}{N}$, $2N$, son aire sera N^4-1, le nombre donné étant représenté par a, on aura $N^4-1+a=y^2$. Mais si nous pouvons satisfaire à $N^4-1+a(N+1)^2=y^2$, le problème sera résolu, puisqu'on aura trouvé un triangle dont l'aire $\frac{N^4-1}{(N+1)^2}$ augmentée de a sera un carré $\frac{y^2}{(N+1)^2}$ les côtés de ce nouveau triangle vaudront ceux du premier divisés par $N+1$.

Bachet fait remarquer que Viete croyait que la question proposée n'était soluble que dans le cas où le nombre donné était la somme de deux carrés : pour $a=5$, par exemple, la question est aisée.

OBS. DE FERMAT. *L'erreur de Viete provient, sans aucun doute, de ceci : cet homme illustre a supposé que la différence des deux quatrièmes puissances,* N^4-1, *était égale à l'aire, qui, augmentée du quintuple d'un carré, doit faire en somme un carré. Si* 5, *nombre donné, est divisé en deux carrés, on pourra trouver le quintuple d'un carré, duquel, une unité étant retranchée, il reste un carré.*

Supposons donc le côté du carré à quintupler égal à $(N+1)$, *ou un autre nombre quelconque* $+1$, *le quintuple du carré sera* $5N^2+10N+5$ *qui, augmenté de l'aire* N^4-1, *deviendra* $N^4+5N^2+10N+4$; *cette somme doit être égalée à un carré, ce qui n'est pas difficile, puisque le nombre d'unités par l'hypothèse admise est un carré. Viete n'a pas vu que la question pouvait être résolue, si au lieu de* N^4-1, *il avait pris pour aire* $1-N^4$, *car cela conduira à cette question : faire que le nombre donné* 5, 6 *ou un autre quelconque multiplié par un carré, et l'unité étant ajoutée au produit, la somme soit un carré; ce qui est généralement très-aisé, l'unité étant un carré.*

Nous avons résolu cette question et deux questions analogues, par une méthode particulière, au moyen de laquelle, en même temps que nous cherchons un triangle dont l'aire ajoutée avec 5, *par exemple, fasse un carré, nous trouvons un triangle exprimé en nombres aussi petits que possible, savoir :* $\frac{9}{3}$, $\frac{40}{3}$, $\frac{41}{3}$ *dont l'aire* 20, *ajoutée avec* 5, *donne en somme le carré* 25 ; *mais ce n'est pas ici le lieu de rien ajouter de plus sur la raison et l'usage de notre méthode, l'exiguité de la marge n'y suffisant certainement pas, car nous avons plusieurs choses qui devraient être rapportées ici.*

IV. Trouver un triangle rectangle dont l'aire, diminuée d'un nombre donné, fasse un carré.

Solution. Nombre donné 6, aire cherchée A, on devra avoir $A - 6 = \alpha^2$ ou $6(A - \alpha^2) = 36$. Diophante, pour résoudre la question, cherche d'abord un triangle dont l'aire A' diminuée d'un carré, soit le $\frac{1}{6}$ d'un carré quelconque; il satisfait ainsi à une équation de la forme $6(A' - z^2) = u^2$; pour cet effet, il pose dans la formule du triangle rectangle $x = N$, $y = \frac{1}{N}$, et il forme un triangle dont l'aire est $N^2 - \frac{1}{N^2} = A'$ il prend ensuite $z = \left(N - \frac{3}{N}\right)^2$; l'équation précédente devient $36 - \frac{60}{N^2} = u^2$ ou $36N^2 - 60 = N^2 . u^2$ faisant $N^2 u^2 = (6N - 2)^2$ l'avant-dernière égalité donne $N = \frac{8}{3}$; de plus, z et u sont déterminés. Or, on peut mettre l'égalité $6(A' - z^2) = u^2$ sous la forme $6\left(\frac{A' 6^2}{u^2} - \frac{z^2 6^2}{u^2}\right) = 6^2$; pour que cette relation soit identique à celle que donne l'énoncé de la question, on posera $A = \frac{A' 6^2}{u^2}$, $\alpha = \frac{6z}{u}$, et le nouveau triangle rectangle sera déterminé en posant dans la formule générale $x^2 = N^2 \frac{6}{u}$, $y^2 = \frac{6}{N^2 u}$, les côtés du triangle seront donc : $\frac{4177}{504}$, $\frac{4025}{504}$, $\frac{16}{7}$ et son aire $\frac{4015}{441}$.

V. Trouver un triangle rectangle tel, qu'en retranchant son aire d'un nombre donné, on trouve pour reste un carré.

Solution. Nombre donné 10, A l'aire; on doit avoir $10 - A = \alpha^2$, ou $\alpha^2 + A = 10$, ou $10(\alpha^2 + A) = 100$. On résout d'abord $10(A' + z^2) = u^2$; pour cet effet, on forme un triangle en posant dans la formule générale $x=\text{N}$, $y=\frac{1}{\text{N}}$, l'aire $\text{A}'=\text{N}^2-\frac{1}{\text{N}^2}$, on pose $z=\frac{1}{\text{N}}+5\text{N}$ et on trouve : $260\text{N}^2+100=u^2=(10+16\text{N})^2$ d'où $\text{N}=80$, etc., comme à la proposition précédente.

VI. Trouver un triangle tel, que le nombre qui exprime son aire, augmenté d'un côté de l'angle droit, fasse un nombre donné.

OBS. DE FERMAT. *Cette proposition et les suivantes peuvent être traitées autrement. Supposons pour cette question un triangle formé d'un nombre quelconque et de l'unité, et divisons chaque côté par le nombre augmenté de l'unité; il en résultera le triangle cherché. (Côtés du triangle* $\frac{\text{N}^2-1}{(\text{N}+1)}$, $\frac{2\text{N}}{(\text{N}+1)}$, *aire* $\frac{\text{N}(\text{N}^2-1)}{(\text{N}+1)^2}$, *cette aire ajoutée à* $\frac{2\text{N}}{(\text{N}+1)}$ *donne* N.).

VII. Trouver un triangle rectangle tel, que le nombre qui représente son aire, diminué d'un côté de l'angle droit, fasse un nombre donné.

OBS. DE FERMAT. *Imaginons un triangle formé du nombre donné et de l'unité, et divisons chacun de ses côtés par la différence du nombre donné et de l'unité; cette question reçoit un nombre illimité de solutions par le procédé au moyen duquel nous avons résolu les doubles égalités d'une infinité de manières ; mais nous avons touché et expliqué la méthode dont nous nous sommes servis plus loin à la 24ᵉ question, de plus, ces solutions en nombre infini s'appliquent aux quatre questions qui suivent (dans le texte de Diophante) ce que ni Diophante ni Bachet n'ont pas aperçu. Pourquoi Diophante ou Bachet n'ont-ils pas ajouté cette autre question : trouver un triangle rectangle tel, qu'un de ses côtés, diminué de l'aire, fasse un nombre donné; ils paraissent certainement l'avoir* *ignorée, parce qu'elle ne se présente pas de suite dans la résolution de la double égalité; mais elle peut être aisément trouvée par notre méthode, et pareillement dans les questions suivantes ce troisième cas peut être traité. (Les deux questions 6 et 7 forment les deux premiers cas.)*

VIII. Trouver un triangle rectangle dont l'aire ajoutée à la somme des côtés fasse un nombre donné.

Solution. 6 nombre donné, N, α N, côtés du triangle cherché. D'après l'énoncé $\frac{\alpha}{2}\text{N}^2+(\alpha+1)\text{N}=6$, d'où $\text{N}=-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)\mp\frac{1}{\alpha}\sqrt{(\alpha+1)^2+12\alpha}$, pour que N soit rationnel, il faut que $12\alpha+(\alpha+1)^2=\alpha^2+14\alpha+1$ soit un carré, ou que $\alpha^2+14\alpha+1=u^2$, mais N et α N étant les côtés d'un triangle rectangle α^2+1 est aussi un carré y^2, on a donc une double égalité dont les premiers membres diffèrent de 7.2α, par suite $y=\frac{7}{2}+\alpha$ et $\alpha=\frac{45}{8}$, $\text{N}=\frac{1}{8}$. Les côtés du triangle seront $\frac{14}{9}$, $\frac{15}{6}$.

IX. Trouver un triangle tel, que l'aire diminuée de la somme des côtés de l'angle droit fasse un nombre donné. (Même solution.)

OBS. DE FERMAT. *En faisant usage de notre méthode, on peut ajouter la question suivante : Trouver un triangle rectangle tel, que la somme des côtés de l'angle droit, diminuée de l'aire, fasse un nombre donné.*

X. Trouver un triangle rectangle tel, que son aire augmentée de l'hypothénuse et d'un côté de l'angle droit, fasse un nombre donné.

Solution. 4 nombre donné; les trois côtés du triangle seront α N, β N, γ N; on devra avoir : $\frac{\alpha\beta}{2}\text{N}^2+(\gamma+\beta)\text{N}=4$, d'où $N = \frac{-(\gamma+\beta)}{\alpha\beta} \mp \sqrt{\frac{(\gamma+\beta)^2+8\alpha\beta}{\alpha^2\beta^2}}$, pour que N soit rationnel, il faut que $\frac{(\gamma+\beta)^2}{2} + \alpha\beta$ soit un carré. Posons dans la formule générale du triangle rectangle, $x = N' + 1$, $y = N'$, nous prendrons $\alpha = x^2 - y^2 = 2N' + 1$, $\beta = 2xy \ldots$ $\ldots = 2N'^2 + 2N'$, $\gamma = x^2 + y^2 = 2N'^2 + 2N' + 1$, avec ces hypothèses, la condition pour que N soit rationnelle, exige que $N'^4 + 12N'^3 + 18N'^2 + 8N' + 1$ soit un carré, on l'égalera à $(N'^2 + 6N' - 1)^2$, d'où $N' = \frac{5}{4}$ et par suite $N = \frac{4}{165}$, tout sera connu.

XI. Trouver un triangle rectangle tel, que le nombre qui exprime son aire, diminué de la somme de l'hypothénuse et d'un côté de l'angle droit, fasse un nombre donné.

OBS. DE FERMAT. *On peut résoudre d'après notre méthode la question suivante : Trouver un triangle rectangle tel, que la somme de l'hypothénuse et d'un côté de l'angle droit diminuée de l'aire, fasse un nombre donné : de plus, le problème suivant peut être ajouté aux commentaires de Bachet : trouver un triangle tel, que l'hypothénuse diminuée de l'aire, fasse un nombre donné.*

XII. Trouver un triangle rectangle tel, que la différence des côtés de l'angle droit soit un carré, ainsi que le plus grand des deux côtés, et que l'aire ajoutée avec le plus petit côté, fasse un carré.

Solution. Dans la formule $(x^2-y^2)^2 + (2xy)^2 = (x^2+y^2)^2$, si on pose $x = 2y$, le grand côté sera $4y^2$, la différence des côtés y^2 et deux conditions seront remplies ; il faudra de plus que l'aire $6y^4$, plus le petit côté $3y^2$, ou que $6y^4 + 3y^2$ soit un carré, et que par suite $6y^2 + 3$ soit un carré. On aura une première solution en posant $y = 1$; on fera ensuite $y = 1 + z$, et on trouvera $9 + 12 \cdot z + 6z^2$ qui pourra être égalé d'une infinité de manières à $(3 + \alpha z)^2$.

XIII. Trouver un triangle rectangle tel, que le nombre qui représente l'aire, augmenté de l'un ou l'autre côté de l'angle droit, fasse un carré.

OBS. DE FERMAT. *Diophante donne des triangles d'une seule espèce (semblables entre eux) remplissant le but proposé; mais de notre méthode on déduit une infinité de triangles de diverses espèces, qui dérivent successivement de ceux de Diophante.*

Soit, en effet, le triangle trouvé, 3, 4, 5 dont la propriété est que le produit des côtés de l'angle droit, augmenté du produit du plus grand côté de l'angle droit, par la différence des deux côtés de cet angle et par l'aire, fasse un carré ($3 \cdot 4 + 4 \cdot 1 \cdot 6 = 36$.) *De celui-ci, il faut en déduire un autre de même propriété, soit 4 le plus grand côté de l'angle droit du triangle cherché,* $3 + \text{N}$ *le plus petit côté. Le produit des deux côtés de l'angle droit augmenté du produit du plus grand côté, de la différence des deux côtés et de l'aire, donne :* $36 - 12\,\text{N} - 8\,\text{N}^2$, *qui doit égalé à un carré. Comme les côtés 4 et* $3 + \text{N}$ *sont les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, leurs carrés ajoutés doivent faire en somme un carré. Ces carrés ajoutés, donnent :* $25 + 6\,\text{N} + \text{N}^2$, *qu'on doit égaler à un carré; il en résulte une double égalité, car* $36 - 12\,\text{N} - 8\,\text{N}^2$ *et aussi* $25 + 6\,\text{N} + \text{N}^2$ *doivent être égaux à des carrés. La double solution de cette double égalité peut être trouvée très-brièvement.*

L'observation de Fermat renferme l'énoncé d'un problème auquel conduit la question de Diophante dont nous allons indiquer la solution. a et b sont les côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, un triangle semblable aura pour côtés $a\text{N}$, $b\text{N}$; d'après l'énoncé de la question XIII, on devra avoir $\frac{ab}{2}\text{N}^2 + a\text{N} = y^2$, $\frac{ab}{2}\text{N}^2 + b\text{N} = z^2$; divisant ces égalités par N^2 désignant les seconds membres par y'^2, z'^2, on trouvera aisément $\frac{ab}{2}(a-b)=az'^2-by'^2$, ou en multipliant par a, $\frac{ab}{2}a.(a-b)=a^2z'^2-aby'^2$ si nous faisons $y'=1$; on voit d'après cette dernière que $ab+\frac{ab}{2}a(a-b)$ devra être un carré; les côtés de l'angle droit du triangle qui satisfait à la question de Diophante, sont assujettis à cette condition, que leur produit, plus l'aire du triangle multiplié par le plus grand côté, et par leurs différences, doit faire en somme un carré.

XIV. Trouver un triangle rectangle tel, que le nombre qui représente l'aire diminué de l'un ou l'autre côté de l'angle droit, fasse un carré.

OBS. DE FERMAT. *Par notre méthode, on résoudra la question suivante autrement difficile : trouver un triangle rectangle tel, que un quelconque des côtés de l'angle droit diminué de l'aire, donne pour reste un carré.*

XV. Trouver un triangle rectangle tel, que l'aire étant diminuée d'un côté de l'angle droit ou de l'hypothénuse, le reste soit un carré.

Solution. Les côtés du triangle sont, par exemple : α N, β N, γ N; α, β, γ étant des grandeurs qui conviennent aussi aux côtés d'un triangle rectangle. Les deux conditions du problème peuvent s'écrire ainsi : $\frac{\alpha\beta}{2}N^2-\alpha N=x^2$, $\frac{\alpha\beta}{2}N^2-\gamma N=y^2$ divisant les deux membres par N^2 et représentant les seconds membres par $x'^2\, y'^2$, nous aurons, en éliminant N^2, et en désignant $\frac{\alpha\beta}{2}$ par A : $\alpha^2 y'^2=\alpha\gamma x'^2$... ...$-\alpha A(\gamma-\alpha)$. Il faut donc trouver des côtés α, β; γ d'un triangle rectangle tels, que $\alpha\beta x'^2-\alpha A(\gamma-\alpha)$ soit un carré; Diophante donne sans démonstration pour le triangle qui satisfait $\alpha=8$, $\beta=15$, $\gamma=17$, et en effet, $8.17.36^2-8.60.9=24^2$. Ici on suppose $x'^2=36^2$, par suite $N = \frac{1}{3}$ et le triangle cherché est formé des côtés $\frac{8}{3}$, $\frac{15}{3}$, $\frac{17}{3}$.

XVI. On donne deux nombres, si on trouve un carré tel, que son produit par le premier nombre, diminué du second, soit un carré; on pourra trouver un second carré plus grand que le premier, qui, multiplié par le premier nombre et diminué du second, donne encore pour reste un carré.

Solution. Nombres donnés 3, 11, on a $3.5^2 - 11 = 8^2$. Si on remplace le côté du carré 5 par $5 + N$, nous pourrons poser $3.(5+N)^2 - 11 = (8 + \alpha N)^2$, faisant $\alpha = -2$, N vaudra 62; tout sera connu.

XVII. Trouver un triangle rectangle tel, que si on augmente son aire, soit de l'hypothénuse, soit d'un côté de l'angle droit, la somme soit un carré. Le triangle a la forme $8N$, $15N$, $17N$, $N = \frac{1}{77}$.

OBS. DE FERMAT. *On peut essayer par le secours de notre méthode la question suivante, autrement difficile : trouver un triangle rectangle tel, que l'hypothénuse ou un des côtés de l'angle droit étant diminués de l'aire, le reste soit un carré.*

XVIII. Trouver un triangle rectangle tel, que la bissectrice d'un des angles aigus soit rationnelle.

Solution. Appellons cette bissectrice $5N$, les segments de la base correspondants à l'hypothénuse ou à la hauteur seront désignés par $3 - 3N$ et $3N$, par suite la hauteur sera $4N$, et on calculera l'hypothénuse x, par la proportion $3N : 3 - 3N :: 4N : x$, d'où $x = 4 - 4N$. Mais puisque le triangle est rectangle $9 + 16N^2 = (4 - 4N)^2$, d'où $N = \frac{7}{32}$. Par suite tout sera connu.

XIX. Trouver un triangle rectangle tel, que son aire, ajoutée à l'hypothénuse, fasse un carré, et que son périmètre soit un cube.

Solution. N sera l'aire, les côtés de l'angle droit 2, N, l'hypothénuse $\alpha^2 - N$, le périmètre $\alpha^2 + 2$ qui devra être un cube; on satisfait en posant $\alpha = 5$, il reste la condition pour que le triangle soit rectangle, qui donne $N = \frac{621}{50}$.

OBS. DE FERMAT. *Peut-on trouver en nombres entiers un carré autre que 25, qui, augmenté de 2, fasse un cube? A la première vue cela paraît d'une recherche difficile; en fractions une infinité de nombres se déduisent de la méthode de Bachet; mais la doctrine des nombres entiers, qui est assurément très-belle et très-subtile, n'a été cultivée ni par Bachet, ni par aucun autre dont les écrits soient venus jusqu'à moi.*

XX. Trouver un triangle rectangle tel, que l'aire, ajoutée à l'hypothénuse, fasse un cube, et que le périmètre soit un carré.

Solution. N sera l'aire, l'hypothénuse sera $x^3 - N$, les côtés 2, N, le périmètre $2 + x^3$ devra être un carré. Pour trouver x, on pose $x = z - 1$. Par suite, $2 + x^3 = 1 \ldots$ $\ldots + 3z - 3z^2 + z^3$, qu'on peut égaler à $\left(\frac{3}{2}z + 1\right)^2$, d'où $z = \frac{21}{4}$; le côté du cube sera $\frac{17}{4}$.

XXI. Trouver un triangle rectangle tel, que l'aire, ajoutée à un des côtés de l'angle droit, fasse un carré, et que le périmètre soit un cube.

Solution. Formons un triangle rectangle en posant dans la formule générale du triangle rectangle $x = N + 1$, $y = N$; sa hauteur sera $2N + 1$, sa base $2N^2 + 2N$, l'hypothénuse

$2N^2+2N+1$, le périmètre $4N^2+6N+2=(4N+2)(N+1)$. Si on suppose tous les côtés du triangle divisés par $N+1$, son périmètre sera $N+1$ fois plus petit et égal à $4N+2$ qu'on devra égaler à un cube; mais l'aire du nouveau triangle ou $\frac{(2N+1)N}{N+1}$, augmentée de $\frac{2N+1}{N+1}$ devra faire un carré; or la somme est $2N+1$, moitié de $4N+2$, il faudra donc trouver un carré moitié d'un cube. 4, 8, satisfont à la question, si $2N+1=4$, $N=\frac{3}{2}$.

XXII. Trouver un triangle rectangle tel, que l'aire augmentée d'un des côtés de l'angle droit soit un cube, et que le périmètre soit un carré.

Solution. Si on répète les raisonnements de la question précédente, il faudra que $4N+2$ soit un carré, et $2N+1$ un cube. On devra donc trouver un carré double d'un cube; 16 et 8 satisfont, et $N=\frac{7}{2}$.

XXIII. Trouver un triangle rectangle dont le périmètre soit un carré, et l'aire, augmentée du périmètre, un cube.

Solution. Côtés du triangle $2N$, N^2-1, N^2+1, le périmètre $2N^2+2N=x^2$, l'aire, plus le périmètre, $N^3+2N^2+N=y^3$. On satisfait à la première question en prenant $N=\frac{2}{a^2-2}$, il faut trouver a, de telle sorte que la seconde condition soit remplie. Après le calcul fait, la seconde devient $\frac{a^3.2a}{(a^2-2)^3}=y^3$ pourvu que $2a$ soit un cube, on satisfera au problème, mais on doit avoir, pour que N et N^2-1 soient positifs; $a^2>2<4$, si on fait $a=\frac{27}{16}$, $2a=\frac{27}{8}$ sera un cube, et les conditions seront satisfaites. De plus $N=\frac{512}{217}$.

XXIV. Trouver un triangle rectangle dont le périmètre soit un cube, et dont le périmètre augmenté de l'aire soit un carré.

Solution. A l'aire, P le périmètre ; on devra avoir $P = x^3$, $A + P = y^2$. Prenons $\frac{1}{N}$ et $2AN$ pour les côtés de l'angle droit du triangle cherché ; l'hypothénuse sera $P - \frac{1}{N} - 2AN$; mais la condition que le triangle soit rectangle donnera : $4PA.N^2 - (P^2 + 4A)N = -2P$. Et puisque N doit être rationnel $(P^2 + 4A)^2 - 32AP^2$ doit être un carré. Diophante suppose $P = 64$, et la première condition du problème est remplie. Donc la relation pour que N soit rationnelle devient : $A^2 - 6144A + 1048576 = z^2$, et comme on a aussi $A + 64 = y^2$, il en résulte une double égalité facile à résoudre.

L'observation suivante de Fermat est placée au milieu d'un petit traité de Bachet sur les doubles égalités, et qui sert de commentaire à la proposition de Diophante.

OBS. DE FERMAT. *Où ne suffisent pas les doubles égalités, il faut recourir aux triples égalités, qui sont de notre invention, et qui jettent tout d'abord de la lumière sur plusieurs beaux problèmes. Qu'on égale par exemple* $N + 4$, $2N + 4$, $5N + 4$ *à des carrés, il en résultera une triple égalité dont la solution est rapidement obtenue par le moyen d'une double égalité. Si on pose, au lieu de* N, *une quantité qui avec* 4 *fasse un carré, par exemple* $N^2 + 4N$; *le premier des nombres à égaler à un carré sera* $N^2 + 4N + 4$, *par suite (en remplaçant* N *par* $N^2 + 4N$) *le second sera* $2N^2 + 8N + 4$, *et le troisième* $5N^2 + 20N + 4$. *Le premier étant par la construction un carré, il résulte qu'il suffit d'égaler* $2N^2 + 8N + 4$ *et* $5N^2 + 20N + 4$ *à des carrés. On a donc une double égalité qui certainement donne une solution ; mais cette solution découverte en fournit encore une nouvelle, et de celle-ci dérive une troisième, et ainsi de suite à l'infini. On procède à* *ce travail de cette manière: la valeur de* N *étant trouvée, on remplacera* N *par* N *augmenté de la valeur trouvée. Par cette voie, des solutions en nombre infini suivent la première, et la dernière dérivera toujours de celle qui la précède dans l'ordre le plus rapproché. Par le bénéfice de cette invention, nous pourrons fournir des triangles de même aire en nombre infini, ce qui paraît avoir été inconnu à Diophante, ainsi que cela ressort de la 8e question du livre 5e, dans laquelle il trouve trois triangles seulement de même aire, pour construire avec trois nombres la question suivante qui, au moyen de ceux que nous avons découverts le premier, reçoit une extension infinie. (Voyez les notes ci-dessus, livre 5, question 8 et 9.)*

Observations de Fermat sur le traité des doubles égalités de Bachet.

OBS. DE FERMAT. *A ce traité des doubles égalités nous pourrions ajouter plusieurs choses que ni les anciens, ni les modernes, n'ont découvertes. Il nous suffit maintenant, pour prouver la dignité et l'usage de notre méthode, de résoudre la question suivante, qui est certainement très-difficile. Trouver en nombres un triangle rectangle dont l'hypothénuse soit un carré, ainsi que la somme des côtés de l'angle droit. Les trois nombres suivants représentent le triangle cherché:* 4687298610289, 4565486027761, 1061652293520. *Il est formé des deux nombres suivants:* 2150905, 246792. *Mais, par une autre méthode, nous avons découvert la solution de la question suivante: Trouver en nombres un triangle rectangle avec cette condition que le carré de la différence des côtés de l'angle droit, moins le double carré du plus petit côté fasse un carré; un des triangles qui satisfait à cette question est le suivant:* 1525, 1517, 156; *il est formé des nombres* 39 *et* 2.

Nous ajoutons de plus, avec confiance, que les deux triangles que nous avons rapportés, pour la solution des deux *questions proposées, sont les plus petits en nombres entiers de ceux qui remplissent les conditions demandées.*

Voici notre méthode. Qu'on résolve la question proposée suivant la méthode vulgaire ; si la solution, après l'opération terminée, n'a pas de succès, parce que la valeur est affectée du signe moins, et par suite est censée moindre que zéro, nous prononçons cependant avec confiance qu'il ne faut pas se décourager (par une paresse ou négligence, qui, comme dit Viete, lui est commune avec les anciens analystes.) Mais tentons de nouveau l'opération, et pour la valeur de la racine, posons N *moins le nombre qui affecté du signe du défaut a été trouvé comme racine de la première opération. Il en résultera, sans aucun doute, une équation qui représentera en véritables nombres la solution de la question, et par cette voie nous avons résolu les deux questions précédentes qui auraient été très-difficiles. Nous avons démontré et justifié par le calcul, qu'un nombre, composé de deux cubes, pourrait être divisé en deux autres, mais cela en recommençant trois fois l'opération. Très-souvent il arrive que la vérité cherchée contraint l'analyste industrieux et habile à répéter successivement ses opérations comme on le comprendra en l'expérimentant.*

XXV. Trouver un triangle rectangle tel, que le carré de l'hypothénuse soit la somme d'un carré et de sa racine, et que ce même carré, divisé par un côté de l'angle droit, donne pour quotient un cube plus sa racine.

Solution. Côtés du triangle N et N^2, carré de l'hypothénuse N^4+N^2 qui remplit la première condition, mais ce carré, divisé par N, donne N^3+N qui satisfait à la seconde condition. Il ne reste plus qu'à déterminer N, de telle sorte que N^4+N^2 soit un carré, ou que N^2+1 soit un carré, on l'égale à $(N-2)^2$, d'où $N=\frac{3}{4}$.

XXVI. Trouver un triangle rectangle tel, qu'un côté de l'angle droit soit un cube, que l'autre côté soit un cube diminué de sa racine, et que l'hypothénuse soit un cube augmenté de sa racine.

Solution. Hypothénuse N^3+N, un côté N^3-N, l'autre côté sera $2N^2$; il faut donc que $2N^2$ soit un cube, ce qui a lieu si $N=2$; le triangle sera formé des côtés 10, 8, 6.

Bachet a placé une série de problèmes à la suite de la XXVI[e] question qui termine le VI[e] livre de Diophante. Fermat ajoute une observation très-importante au 20[e] problème.

OBS. DE FERMAT. *L'aire d'un triangle rectangle exprimée en nombres entiers ne peut être égale à un carré. Nous placerons ici la démonstration de ce théorème, de notre invention, que nous avons découverte après une laborieuse et pénible méditation. Ce genre de démonstration produira de merveilleux progrès dans les questions arithmétiques. Si l'aire d'un triangle était un carré, on donnerait deux quatrièmes puissances dont la différence serait un carré. D'où il suit qu'il serait donné deux carrés dont la somme et la différence seraient des carrés. Ainsi est donné un nombre formé d'un carré et du double d'un carré qui est égal à un carré, avec cette condition que les carrés qui le composent fassent aussi en somme un carré. Mais si un nombre carré est la somme d'un carré et du double d'un autre carré, son côté est pareillement la somme d'un carré et du double d'un carré, comme nous pouvons facilement le démontrer.*

D'où il serait conclu que ce côté est la somme des côtés de l'angle droit d'un triangle, et qu'un des carrés qui le composent est la base, et que le double carré est égal à la hauteur.

Ainsi ce triangle rectangle sera formé de deux carrés dont la somme et la différence seront des carrés. Mais on prouvera que ces deux carrés sont plus petits que les deux premiers *carrés supposés, dont la somme aussi bien que la différence font un carré. Donc, si on donne deux carrés, dont la somme et la différence font un carré, on pourra donner en nombres entiers la somme de deux carrés de même nature qui sera moindre que la première. Par le même raisonnement on en trouvera une moindre que celle qui a été trouvée par le procédé qui a fait trouver la première, et toujours, jusqu'à l'infini, on trouvera des nombres entiers moindres ayant la même propriété, ce qui est impossible, parce qu'on ne peut pas donner un nombre infini de nombres entiers moindres qu'un nombre entier quelconque. L'exiguité de la marge nous empêche d'insérer la démonstration complète, et plus amplement expliquée.*

Par ce procédé nous avons conçu et confirmé par démonstration qu'aucun nombre triangulaire, à l'exception de l'unité, ne pouvait être égalé à une quatrième puissance.

DIOPHANTE. — DES NOMBRES POLYGONAUX.

La formule des nombres polygonaux est $x+\frac{x(x-1)}{2}(\text{p}-2)$ p désignant le nombre des angles du polygone. Le livre de Diophante, dont il ne reste que quelques fragments, contient quelques propositions sur les progressions arithmétiques et les nombres polygonaux.

I. Si trois nombres a, $a+k$, $a+2k$ sont en progression arithmétique, 8 fois le produit du plus grand par le moyen plus le carré du plus petit est un carré dont le côté est la somme du plus grand et du double du moyen. Algébriquement $8(a+2k)(a+k)+a^2=(3a+4k)^2$.

II. Si cinq nombres a, $a+k$... $a+4k$, sont en progression arithmétique, l'excès du plus grand sur le plus petit, ou $4k$, est un multiple de k exprimé par le nombre de termes moins 1.

III. Dans une progression arithmétique commençant par 1 et d'un nombre de termes quelconques, la somme de tous les termes par 8 fois la raison, plus le carré de la raison diminuée de 2 est un carré.

Soit $1, k \ldots 1+(n-1)k$, la somme sera $\frac{(2+(n-1)k)n}{2}$ et $\frac{(2+(n-1)k)n}{2} \times 8k+(k-2)^2=(k(2n-1)+2)^2$.

IV. Considérons la somme $\frac{(2+(n-1)k)n}{2}$ des termes de la progression arithmétique précédente commençant par 1, on peut mettre cette somme sous cette forme $n+\frac{n(n-1)}{2}k$. Si on fait $k=\text{P}-2$, on voit que cette somme sera un nombre polygonal, et que le nombre d'angles sera la raison de la progression plus 2.

V. On donne le côté du nombre polygonal. Trouver ce nombre. On donne x et P. Traduire la formule $x+\frac{x(x-1)}{2}(\text{P}-2)$. On donne P et la valeur du polygonal. Trouver x. Les règles de Diophante reviennent à la résolution de l'équation du second degré.

VI. Etant donné un nombre N, trouver de combien de manières il peut être polygonal. En appellant $\text{P}-2=\text{A}$ $x=\frac{\text{A}-2\pm\sqrt{(\text{A}-2)^2+8\text{NA}}}{2\text{A}}$. Si on donnait N, il faudrait trouver le nombre entier A qui rendrait x entier positif. Le texte de Diophante paraît altéré. Bachet fait remarquer tout ce qu'il laisse à désirer.

Problème de Diophante. — Etant donné un nombre polygonal, trouver le côté.

OBS. DE FERMAT. *Nous avons trouvé une belle et admirable proposition que nous placerons ici sans démonstration.*

Dans la progression des nombres naturels commençant par l'unité, un nombre quelconque, multiplié par celui qui le suit et qui est plus grand, fait le double du triangulaire de ce nombre; la multiplication du triangulaire, par le nombre qui suit et qui est plus grand dans la progression, donne le triple du pyramidal; le produit du pyramidal, par le nombre suivant de la progression, donne le quadruple du triangulo-triangulaire, et ainsi à l'infini par une méthode générale et uniforme; et je ne pense pas qu'on puisse donner sur les nombres un théorème plus beau et plus général. Je n'ai ni le loisir ni la convenance d'insérer la démonstration à la marge.

APPENDICE DE BACHET AUX NOMBRES POLYGONAUX.

Bachet, proposition 27, livre second.

Dans la progression arithmétique des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, l'unité est le premier cube; la somme des deux nombres impairs suivants le second cube; la somme des trois impairs suivants le troisième cube; la somme des quatre impairs suivants, le quatrième cube, etc., à l'infini.

OBS. DE FERMAT. *Je rends cette proposition plus universelle. L'unité est le premier terme dans une progression quelconque de nombres polygonaux. Deux nombres consécutifs, augmentés du premier triangulaire, pris autant de fois qu'il y a d'angles dans le polygone moins quatre, font la seconde colonne; trois nombres consécutifs, augmentés du second triangulaire, pris autant de fois qu'il y a d'angles dans le polygone moins quatre, feront la troisième colonne; et ainsi de suite à l'infini.*

La formule générale des nombres polygonaux est $n + \frac{n(n-1)}{2}(P-2)$, P désignant le nombre des angles du polygone : cette expression se met sous la forme $n^2 + \frac{n(n-1)}{2}(P-4)$; or si on a la suite 1, 3, 5, 7....; n^2

vaut la somme de deux, trois, quatre termes. L'observation de Fermat paraît être obscure dans sa rédaction ; il est évident qu'avec une des deux formules précédentes, on a les nombres polygonaux d'un rang quelconque en donnant à n et à P les valeurs convenables ; voici le texte original :

Hanc propositionem, ita constituo, magis universalem. Unitas primam columnam, in quâcumque polygonorum progressione constituit ; duo sequentes numeri, multati primo triangulo toties sumpto, quot sunt anguli polygoni quaternario multati, secundam columnam : tres sequentes, multati secundo triangulo toties sumpto quot sunt anguli polygoni quaternario multati, tertiam columnam, et sic eodem in infinitum progressu.

Pour faire coïncider la note avec la formule $n^2 + \frac{n(n-1)}{2}(P-4)$, il faudrait traduire, *duo sequentes*, *tres sequentes*,..... deux, trois nombres impairs consécutifs. Le mot *multati*, serait encore une erreur de signe pour le triangulaire.

Proposition 31^e.

Dans une progression arithmétique, dans laquelle le plus petit terme est égal à la raison, le produit du cube du plus petit terme, par le carré du triangulaire formé avec le nombre des termes, est égal à la somme des cubes des termes.

OBS. DE FERMAT. *Il suit de là que le cube du plus grand nombre, multiplié par le nombre des termes, est moindre que quatre fois la somme des cubes de tous les termes.*

Le premier terme étant r et la raison r, le n^{me} terme de la progression sera nr et la somme des cubes sera $r^3\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$. Le cube du dernier terme n^3r^3 multiplié par n ou n^4r^3 sera à la somme des cubes dans le rapport de $4n^4$ à $(n)^2(n+1)^2$, rapport moindre que 4.

EXTRAITS

DES LETTRES DE P. DE FERMAT.

3 Juin 1636. — *De Fermat au Père Mersenne.*

(*Fig.* 32.) Fermat annonce au Père Mersenne qu'il prépare un traité sur les hélices ; il donne l'énoncé suivant :

Un cercle a pour rayon A B, et pour centre A ; une droite partant du rayon AB se meut autour du point A ; de telle sorte que, lorsque cette droite a parcouru l'arc BCN, on prend sur sa longueur, à partir de A, un point M, tel qu'on ait : $AM^2 : AB^2 :: \text{arc } BCN : 2\pi . AB$. Le lieu du point M sera une hélice qui a les propriétés suivantes : Après une révolution complète du rayon vecteur, l'aire AOMSA de l'hélice est la moitié du cercle de rayon AB. L'aire décrite par le rayon vecteur dans la seconde révolution est double ; les aires des 3^me^, 4^me^... révolutions, s'accroissent et diffèrent entre elles de $\pi . AB^2$.

2 Septembre 1636. — *Au Père Mersenne.*

..... Quand nous parlons d'un nombre composé de trois carrés seulement, nous entendons un nombre qui n'est ni carré, ni composé de deux carrés ; et c'est ainsi que Diophante et tous ses interprètes l'entendent, lorsqu'ils disent qu'un nombre composé de trois carrés seulement, en nombres entiers, ne peut jamais être divisé en deux carrés, pas même en fractions ; autrement, et au sens que vous semblez donner à votre proposition, il n'y aurait que le seul nombre *trois* qui fût composé de trois carrés seulement en nombres entiers : car, premièrement, tout nombre est composé d'autant de carrés entiers qu'il a d'unités ; secondement, vos nombres de 11 et 14 se trouvent composés chacun de 5 carrés : le premier, de 4, 4, 1, 1, 1;

le second, de 4, 4, 4, 1, 1. Que si vous entendez que le nombre que vous demandez soit composé de trois carrés seulement, et non pas de quatre, en ce cas la question tient plus du hasard que d'une conduite assurée; et si vous m'en envoyez la construction, peut-être vous le ferais-je avouer. De sorte que j'avais satisfait à votre question au sens de Diophante, qui semble être le seul admissible en cette sorte de question. *Or, qu'un nombre, composé de trois carrés seulement, en nombres entiers, ne puisse jamais être divisé en 2 carrés, non pas même en fractions, personne ne l'a jamais encore démontré, et c'est à quoi je travaille, et crois que j'en viendrai à bout; cette connaissance est de grandissime usage; et il semble que nous n'avons pas assez de principes pour en venir à bout; M. de Beaugrand est en cela de mon avis. Si je puis étendre en ce point les bornes de l'arithmétique, vous ne sauriez croire les propositions merveilleuses que nous en tirerons.*

23 Août 1636. — *De Fermat à Pascal et à Roberval.*

(*Fig.* 33.) Soit A le sommet d'un segment parabolique CAB et AD son axe, le volume du conoïde parabolique engendré par la révolution de la parabole, sera au cône droit, dont CB serait le diamètre de la base et A le sommet, dans le rapport de 3 à 2. Si le segment parabolique tourne autour de CD, le volume engendré par le segment CDA, sera au cône, dont le sommet est C et le rayon de la base AD, dans le rapport de 8 à 5.

J'ai trouvé beaucoup d'autres propositions géométriques, comme la restitution de toutes les propositions des lieux plans et autres; mais ce que j'estime plus que tout le reste, est une méthode pour déterminer toutes sortes de problèmes plans et solides, par le moyen de laquelle je trouve l'invention, *maximæ et minimæ, in omnibus omninò problematibus*, et ce, par une équation aussi simple et aussi aisée que celles de l'analyse ordinaire. Il y a infinies questions que je n'aurais jamais pu résoudre sans cela, comme les deux suivantes :

« Dans une sphère donnée inscrire le cône de la plus grande surface, y compris la base.

» Dans une sphère donnée inscrire le cylindre de plus grande surface, les deux bases comprises. »

Il semble que ces deux questions sont nécessaires pour une plus grande connaissance des figures isopérimètres.

Cette méthode ne sert pas seulement à ces questions, mais à beaucoup d'autres pour les nombres et pour les quantités.

16 Septembre 1636. — *De Fermat à Roberval.*

..... Permettez-moi de vous demander la démonstration de cette proposition, que j'avoue franchement que je n'ai encore su trouver, quoique je sois assuré qu'elle est vraie :

« La somme des carrés de deux droites rationnelles, commensurables en longueur, étant appliquée à la double somme des côtés de ces carrés, excédant d'une figure carrée, la largeur de l'excès sera apotome. »

(*Note.*) — Le x^e livre d'Euclide donne le sens de cet énoncé. Appliquer une surface K^2 à une droite A, c'est diviser A en deux segments x et $A-x$, tels que $x\,(A-x)=K^2$. Mais alors la droite A étant tracée, si sur le segment $A-x$ on élève une perpendiculaire égale à x, on aura un rectangle qui ne couvrira pas toute la ligne A, mais seulement le segment $A-x$; il y aura défaut du carré x^2 pour couvrir toute la ligne A. On aurait pu aussi *appliquer* l'aire K^2 à A en faisant un rectangle $(A+y)\,y=K^2$, lequel étant tracé, aurait dépassé la ligne A, et l'excédant aurait été le carré y^2.

Cela compris, l'énoncé de Fermat est très-clair. Il applique, en excédant, la somme de deux carrés rationnels a^2+b^2 sur la ligne $2a+2b$; de telle sorte qu'on devra avoir : $(2a+2b+y).\,y=a^2+b^2$. La largeur y du carré qui fait l'excès sera apotome, c'est-à-dire, une différence incommensurable. L'équation donne $y=-(a+b)\pm\sqrt{2a^2+2b^2+2ab.}$ Tout se réduit à prouver, comme le fait observer Roberval dans sa réponse à Fermat, que $2\ a^2 + 2\ b^2 + 2\ a\ b$ ne peut être un carré.

Fermat ajoute : Vous ne sauriez croire combien la science du xe livre d Euclide est defectueuse ; je veux dire que cette connaissance n'a pas encore fait de grands progrès, et qu'elle est pourtant de grandissime usage. J'y ai découvert beaucoup de nouvelles lumières, mais encore la moindre chose m'arrête, comme le théorème que je viens de vous écrire, qui semble d'abord plus aisé à démontrer qu'il ne l'est.

22 Septembre 1636. — *De Fermat à Roberval.*

Monsieur,

Je surseoirai, avec votre permission, à vous écrire sur le sujet des propositions de mécanique, jusqu'à ce que vous aurez fait la faveur de m'envoyer la démonstration des vôtres ; ce que j'attends, sur la promesse que vous m'en faites. Sur le sujet de la méthode des *maximis* et *minimis*, vous savez que, puisque vous avez vu celle que Monsieur Despagnet vous a donnée ; vous avez vu la mienne que je lui baillai, il y a environ sept ans, étant à Bourdeaux ; et en ce temps je me souviens que Monsieur Philon, ayant reçu une de vos lettres, dans laquelle vous lui proposiez de trouver le plus grand cône de tous ceux qui auront la superficie conique égale à un cercle donné, il me l'envoya et j'en donnai la solution à M. Prades pour vous la rendre ; si vous rappelez votre mémoire, vous vous en souviendrez peut-être, et que vous proposiez cette question comme très-difficile et ne l'ayant pas trouvée Si je rencontre parmi mes papiers votre lettre, que je gardai pour lors, je vous l'envoyerai. Si Monsieur Despagnet ne vous a proposé ma Méthode que comme je la lui baillai pour lors, vous n'avez pas vu ses plus beaux usages ; car je la fais servir en la diversifiant un peu : premièrement pour l'invention des propositions pareilles à celle du conoïde que je vous envoyai par ma dernière. 2° Pour l'invention des tangentes des lignes courbes, sur lequel sujet je vous propose ce problème : A un point donné de la conchoïde de Nicomède, mener une tangente. 3° Pour l'invention des centres de gravité de toutes sortes de figures, même différentes des ordinaires, comme en mon conoïde et autres infinies, de quoi je ferai voir des exemples quand vous voudrez. 4° Aux problèmes numériques, auxquels il est question de parties aliquotes, et qui sont tous très-difficiles. C'est par ce moyen que je trouvai 672, duquel les parties sont doubles aussi-bien que celles de 120 le sont de 120; c'est aussi par là que j'ai trouvé des nombres infinis qui font la même chose que 220 et 284, c'est-à-dire que les parties du premier égalent le second, et celles du second, le premier; de quoi, si vous voulez voir un exemple pour tâter la question, ces deux y satisfont, 17296 et 18416. Je m'assure que vous m'avouerez que cette question et celles de la sorte sont très-mal aisées. J'en envoyai, il y a quelque temps, la solution à M. Beaugrand; j'ai aussi trouvé des nombres en proportion donnée, ou qui surpassent d'un nombre donné leurs parties aliquotes, et plusieurs autres.

Voilà quatre sortes de propositions que ma méthode embrasse, et que peut-être vous n'avez pas sues : sur le sujet du premier, j'ai carré infinies figures comprises de lignes courbes. Comme, par exemple, si vous imaginez une figure comme la parabole, en telle sorte que les cubes des appliquées soient en proportion des lignes qui coupent le diamètre, cette figure se rapprochera de la parabole, et n'en diffère qu'en ce qu'au lieu qu'en la parabole on prend la proportion des carrés, je prends en celle-ci celle des cubes (et c'est pour cela que M. de Beaugrand, à qui j'en fis la proposition, l'appelle la parabole solide). Or, j'ai démontré que cette figure est au triangle de même base et hauteur en proportion sesquilatère. Vous trouverez en la sondant qu'il m'a fallu suivre une autre voie que celle d'Archimède en la quadrature de la parabole, et que je n'y fusse pas venu par là. Puisque vous avez trouvé ma proposition du conoïde excellente, la voici plus générale :

(*Fig.* 34.) B est le sommet d'une parabole, B F un diamètre, et A D une perpendiculaire à ce diamètre. Si on fait tourner la parabole autour de AD, le volume décrit par le segment AECB sera au cône, qui a pour base EC, et pour hauteur AE, comme $5\,ED^2 + 2\,AE\,.\,ED + DF\,.\,AE$ est à $5\,ED^2$.

Pour la démonstration, outre les aides que j'ai tirés de ma méthode, je me suis servi de cylindres inscrits et circonscrits.

J'avais omis le principal usage de ma méthode, qui est pour l'invention des lieux plans et solides ; elle m'a servi particulièrement à trouver ce lieu plan que j'avais auparavant trouvé si difficile. Si on mène, de certains points donnés à un point variable, des droites telles que la somme des carrés de leur longueur soit égale à une surface constante, le point variable sera sur une circonférence.

Proposition de Fermat relative à la parabole.

(*Fig.* 35.) On donne quatre points, N, D, X, R, par lesquels on veut faire passer une parabole. Supposons tracés les diamètres MA, CB, relatifs aux cordes NX, DR, ces diamètres couperont la parabole en deux points inconnus A, B, par lesquels on supposera menées deux tangentes SA, SB parallèles aux deux cordes. La droite SP, qui joint le point de concours S des deux tangentes avec le milieu de AB, sera un diamètre ; mais, par une propriété des courbes du second degré, on aura la proportion $SA^2 : ON\,.\,OX :: SB^2 : OR\,.\,OD$.

Les conséquents de cette proportion sont connus ; on aura donc le rapport de SA et SB, et l'angle de ces droites, qui est celui des deux cordes. On peut donc construire un triangle semblable à SAB, et, par suite, à SAP ; mais l'angle $AMN = NIP = ASP$; on aura donc la direction de MA. Pour connaître le point A, on mènera la parallèle Dk à la tangente SA, et on fera la proportion $Xm^2 : Dk^2 :: mA : kA$, qui fera connaître le point A. Si on avait fait les constructions précédentes en prolongeant les cordes XR, ND, on aurait déterminé une seconde parabole.

4 Novembre 1636. — *De Fermat à Roberval.*

Problème. — Trouver la somme des quatrièmes puissances des termes de la progression naturelle, 1, 2, 3... x. Si vous multipliez le quadruple du plus grand nombre augmenté de 2, par le carré du triangle des nombres, et si du produit vous retranchez la somme de leurs carrés, vous obtiendrez la somme quintuple de leurs quatrièmes puissances. (Si les nombres sont 1, 2, 3... x, la formule de Fermat sera :
$\Sigma x^4 = (4x - 2)\left(\frac{x(x+1)}{2}\right)^2 - \Sigma x^2$). Il semble que Bachet, dans son traité des *Multangulis*, n'a pas voulu tâter ces questions après avoir fait celles des carrés et des cubes. Je serais bien aise que vous vous exerciez pour trouver la méthode générale, pour voir s' nous nous rencontrerons. En tout cas, je vous offre tout ce que j'y ai fait, qui comprend tout ce qui se peut dire sur cette matière. Voici cependant une très-belle proposition, qui peut-être servira; au moins c'est par son moyen que j'en suis venu à bout. C'est une règle que j'ai trouvée pour donner la somme non-seulement des triangles, ce qui avait été fait par Bachet et les autres, mais encore des pyramides, des triangulo-triangulaires.... à l'infini. Voici la proposition :

Le dernier côté (de la suite 1, 2..., x) multiplié par ce côté plus 1 fait le double du triangle : $x\ (x+1)$. Le triangle, multiplié par son plus grand côté plus 1, fait le triple de la pyramide: $\frac{x(x+1)}{2}(x+2)$. La pyramide multipliée par le plus grand côté plus 1, fait le quadruple du triangulo-triangulaire : $\frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$.

Lettre de Fermat à M. X. X.

Dans cette lettre, Fermat écrit qu'il a trouvé l'explication de la loi relative à la réfraction de la lumière par la théorie des Maximis; et il fait remarquer que Descartes, en arrivant à une vérité confirmée par l'expérience, fait usage, dans sa démonstration, de cette hypothèse peu probable, savoir : que la lumière emploie moins de temps à se mouvoir dans les milieux denses, que dans ceux qui sont plus rares. Fermat suppose, au contraire, que l'eau, par exemple, oppose plus de résistance à la marche de la lumière que l'air. En admettant que, dans ces milieux, la vitesse de la lumière est uniforme, les espaces parcourus dans l'unité de temps seront en raison inverse des résistances.

(*Fig.* 36.) Cela posé, supposons que AM est une horizontale qui sépare l'air et l'eau, et qu'un rayon lumineux, BFH va en ligne brisée de B en H; les points B et H sont pris sur ces rayons; de telle sorte, que $BF = FH$: ces deux droites se projettent sur l'horizontale, suivant les lignes $AF = a$, $MF = b$, et ces deux projections sont proportionnelles aux sinus des angles BFZ′, ZFH, d'incidence et de réfraction. Admettons que, quelle que soit la direction du rayon brisé BFH, les sinus d'incidence et de réfraction soient toujours dans le rapport de a et b; Fermat suppose encore que a et b sont proportionnelles aux résistances de l'eau et de l'air. Ces hypothèses admises, il est facile de prouver que le rayon, pour aller de B en H, parcourt le chemin BFH dans un temps plus court que celui employé à parcourir le chemin infiniment voisin BOH. En effet, le mouvement, dans chaque milieu, étant uniforme, le temps employé à parcourir FH dans l'eau pourra être représenté par FH; par suite le temps employé à parcourir $BF = FH$ dans l'air, sera $FI = \frac{b}{a} BF$, puisque ces temps doivent être, en raison inverse des résistances : le temps total du trajet sera donc $IF + FH$; mais si la lumière avait parconru BoH, le temps sur Ho aurait été Ho; et sur Bo, il aurait été $go = \frac{b}{a} Bo$; reste à prouver que (1) $go + oH > IF + FH$. On pourrait exprimer ces hypothénuses ou fractions d'hypothénuses qui forment les termes de l'inégalité au moyen des côtés de l'angle droit; mais alors on serait conduit à des sommes irrationnelles que Fermat évite de la manière la plus élégante. Désignons la distance très-petite Fo par 1, et prenons, à partir du point F sur la ligne FH, une distance $Fy = \frac{b\,\varepsilon}{FH}$, il nous sera aisé de prouver que $Ho > Hy$ et que $g\,o > IF + Fy$ Par suite l'inégalité (1), qui est la somme des deux dernières, sera satisfaite.

En effet, dans le triangle HoF, on a : $Ho^2 = HF^2 + \varepsilon^2 - 2b.\varepsilon$; or $Hy = HF - Fy = HF - \frac{b.\varepsilon}{HF}$, élevant au carré :

$Hy^2 = \overline{HF}^2 + \frac{b^2\varepsilon^2}{HF^2} - 2b\varepsilon$. Mais, puisque $b < HF$, si on compare ces égalités membre à membre $Ho^2 > Hy^2$ ou $Ho > Hy$.

Dans le triangle BFo, on a : $\overline{Bo}^2 = \overline{BF}^2 + \varepsilon^2 + 2a.\varepsilon$, multipliant les deux membres par $\frac{b^2}{a^2}$, il résulte :

$g\,o^2 = \frac{b^2}{a^2} BF^2 + \frac{b^2}{a^2}\varepsilon^2 + 2\frac{b^2}{a}\varepsilon$, mais $IF = \frac{b}{a} BF$ donc :

$IF + Fy = \frac{b}{a} BF + \frac{b.\varepsilon}{BF}$, faisant le carré des deux membres,

$(IF + Fy)^2 = \frac{b^2}{a^2} BF^2 + \frac{2b^2}{a}\varepsilon + \frac{b^2\varepsilon^2}{BF^2}$, mais puisque $BF > a$, il résulte de la comparaison des termes de l'égalité que $g\,o^2 > (IF + Fy)^2$.

Par conséquent $g\,o + oH > IF + FH$, ce qu'il fallait démontrer. Si on avait placé le point o entre F et A, il aurait fallu porter sur BF, à partir du point F la quantité $\frac{b\,\varepsilon}{FH}$.

Laplace, dans son calcul des probabilités, cite cette lettre de Fermat, et il fait remarquer l'habileté avec laquelle ce grand géomètre sait éviter la difficulté provenant des quantités radicales.

Lettre de Fermat à Roberval.

Monsieur,

Après vous avoir remercié de vos civilités, et protesté que je serai ravi d'avoir des occasions à vous plaire, je vous supplierai de me faire part de votre invention sur le sujet des tangentes des lignes courbes, et encore de vos spéculations mécaniques sur la percussion, puisque vous me faites espérer la communication de vos pensées en cette matière. Après cela, je vous dirai que M. Frénicle m'a donné depuis quelque temps l'envie de découvrir les mystères des nombres, en quoi il me semble qu'il est extrêmement versé. Je lui ai envoyé les belles propositions sur les progressions géométriques qui commencent à l'unité; lesquelles j'ai non-seulement trouvées, mais encore démontrées, bien que la démonstration en soit assez cachée; ce que je vous prie d'essayer, puisque vous les avez vues. Mais voici ce que j'ai découvert depuis sur le sujet de la proposition 12 du v^{e} livre de Diophante; en quoi j'ai suppléé ce que Bachet avoue n'avoir su, et rétabli en même temps la corruption du texte de Diophante; ce qui serait trop long à vous déduire. Il suffit que vous voyiez ma proposition, et que je vous fasse plutôt souvenir que j'ai autrefois démontré qu'un nombre moindre de l'unité qu'un multiple du quaternaire (de la forme ($4n - 1$), n'est ni carré, ni composé de deux carrés, ni en entiers ni en fractions. J'en demeurai là pour lors, bien qu'il y ait beaucoup de nombres plus grands de l'unité qu'un multiple du quaternaire (de la forme $4\ 1 + 1$), qui pourtant ne sont ni carrés, ni composés de deux carrés, comme 21, 33, 77... Ce qui fait dire à Bachet, sur la division proposée de 21 en deux carrés; ce qui est impossible comme je pense (*reor*), parce que ce nombre n'est ni carré, ni par sa nature composé de deux carrés, où le mot (*reor*) marque évidemment qu'il n'a pas la démonstration de cette impossibilité, laquelle j'ai enfin trouvée et comprise dans la proposition suivante :

Si un nombre est divisé par le plus grand carré qui le mesure, et que le quotient se trouve mesuré (*divisible*) par un nombre premier moindre de l'unité qu'un multiple du quaternaire (de la forme $4n - 1$), le nombre donné n'est ni carré, ni composé de deux carrés, ni en entiers ni en fractions. Exemple : soit donné 84; le plus grand carré qui le mesure est 4, le quotient 21, lequel est mesuré par 3 ou bien par 7 moindres de l'unité qu'un multiple de 4, je dis que 84 n'est ni carré ni composé de deux carrés, ni en entiers, ni en fractions.

Soit donné 77; le plus grand carré qui le mesure est 1; le quotient 77, qui est ici le même que le nombre donné, se trouve mesuré par 11 ou par 7, moindre de l'unité qu'un multiple du quaternaire, je dis que 77 n'est ni carré, ni composé de deux carrés ni en entiers ni en fractions.

Je vous avoue franchement que je n'ai rien trouvé en nombres qui m'ait tant plu que la démonstration de cette proposition, et je serai bien aise que vous fassiez effort de la trouver, quand ce ne serait que pour apprendre si j'estime plus mon invention qu'elle ne vaut. J'ai démontré ensuite cette proposition, qui sert à l'invention des nombres premiers :

Si un nombre est composé de deux carrés premiers entre eux, je dis qu'il ne peut être divisé par aucun nombre premier moindre de l'unité qu'un multiple de quaternaire; comme, par exemple, ajoutez l'unité, si vous voulez, à un carré pair, comme 10^{10}, je dis que $10^{10} + 1$ ne peut être divisé par aucun nombre premier moindre de l'unité qu'un multiple de 4. Et ainsi, lorsque vous voudrez éprouver s'il est nombre premier, il ne faudra point le diviser ni par 3, ni par 7, ni par 11, etc.

Si ne faut-il pas oublier tout-à-fait la géométrie; voici ce qu'on m'a proposé, et que j'ai trouvé aussitôt :

Par un point extérieur ou intérieur à une parabole, mener une droite qui forme un segment équivalent à une aire donnée; et si le point est intérieur, mener par ce point la corde qui sépare le plus petit segment.

Si vous ne rencontrez pas d'abord la construction, je vous ferai part de la mienne.

18 Octobre 1640. — *A M. X. X.*

Monsieur,

..... — Comme je ne suis pas capable de m'attribuer plus que je ne sais, je dis avec même franchise ce que je ne sais pas; que je n'ai pu encore démontrer l'exclusion de tous les diviseurs en cette belle proposition que je vous avais envoyée, et que vous m'avez confirmée touchant les nombres 3, 5, 17, 257, 6,553... (termes d'une série, dont le terme genéral est

($2^{2^m}+1$); car, bien que je réduise l'exclusion à la plupart des nombres, et que j'aie même des raisons probables pour le reste, je n'ai pu encore démontrer nécessairement la vérité de cette proposition... (Euler a fait voir qu'elle était inexacte).

..... Il me semble qu'il m'importe de vous dire le fondement sur lequel j'appuie les démonstrations de tout ce qui concerne les progressions géométriques, qui est tel :

Tout nombre premier mesure (divise) infailliblement une des puissances — 1 de quelque progression que ce soit, et l'exposant de ladite puissance est sous-multiple du nombre premier — 1, et après qu'on a trouvé la première puissance qui satisfait à la question, toutes celles dont les exposants sont multiples de l'exposant de la première satisfont de même à la question.

Exemple : soit la suite 3^1, 9^2, 27^3, 81^4, 243^5, 729^6..... Prenez par exemple le nombre premier 13, il mesure (divise) la troisième puissance — 1, dans laquelle 3 est sous-multiple de 12, qui est moindre de l'unité que 13 (13 divise 27^3-1). Et parce que l'exposant 6 de 729 est multiple de 3, 13 divise aussi 729^6-1; et cette proposition est généralement vraie en toutes progressions et en tous nombres premiers, de quoi je vous enverrais la démonstration si je n'appréhendais d'être trop long. Mais il n'est pas vrai que tout nombre premier mesure une puissance + 1 en toute sorte de progression. Car si la première puissance — 1, qui est mesurée par ledit nombre premier, a pour exposant un nombre impair, en ce cas il n'y a aucune puissance + 1 dans toute la progression qui soit mesurée par ledit nombre premier.

Exemple : Parce qu'en la progression double, 28 mesure la puissance 11^{me} — 1 : ledit nombre 23 ne mesurera aucune puissance + 1 de la progression à l'infini.

Que si la première puissance — 1, qui est mesurée par le nombre premier donné, a pour exposant un nombre pair, en ce cas la puissance + 1, qui a pour exposant la moitié dudit premier exposant, sera mesurée par le nombre premier donné.

Toute la difficulté consiste à trouver les nombres premiers qui ne mesurent aucune puissance + 1 en une progression donnée, car cela sert, par exemple, à trouver que les deux nombres premiers mesurent les radicaux des nombres parfaits, et à mille autre choses; comme, par exemple, d'où vient que la 37me puissance — 1, en la progression double, est mesurée par 223? En un mot, il faut déterminer quels nombres premiers sont ceux qui mesurent leur première puissance — 1, et, en telle sorte, que l'exposant de ladite puissance soit un nombre impair; ce que j'estime fort mal aisé, en attendant un plus grand éclaircissement de votre part, et qu'il vous plaise défendre cet endroit de votre lettre où vous dites qu'après avoir trouvé que le diviseur doit être multiple + 1 de l'exposant, il y a aussi des règles pour trouver le quantième desdits multiples + 1 de l'exposant, doit être le diviseur. Voici une de mes propositions, que peut-être vous aurez aussi trouvée, que j'estime beaucoup, bien qu'elle ne découvre pas tout ce que je cherche, que sans doute j'achèverai d'apprendre de vous.

En la progression double, si d'un nombre carré, généralement parlant, vous ôtez 2, ou 8, ou 32, etc., les nombres premiers moindres de l'unité qu'un multiple du quaternaire, qui mesureront le reste, feront l'effet requis. Comme de 25, qui est un carré, ôtez 2, le reste, 23, mesurera la 11me puissance — 1; ôtez 2 de 49, le reste, 47, mesurera la 23e puissance — 1; ôtez 2 de 225, le reste, 223, mesurera la 37me puissance — 1.

En la progression triple, si d'un nombre carré; *ut suprà*, vous ôtez 3 ou 27 ou 243, etc.

Les nombres premiers et moindres de l'unité qu'un multiple du quaternaire qui mesureront le reste, feront l'effet requis, comme: ôtez 3 de 25, le reste 22 est mesuré par 11, qui est premier et moindre de l'unité qu'un multiple de 4; aussi 11 mesure la cinquième puissance — 1; ôtez 3 de 121, le reste, 118 est mesuré par 59, moindre de l'unité, etc.; aussi 59 mesure la 29me puissance — 1.

En la progression quadruple, il faut ôter 4 ou 64, etc., à l'infini; en toute progression procédant de même façon.

J'ajouterai encore cette petite proposition :

Si d'un carré vous ôtez 2, le reste ne peut être divisé par aucun nombre premier qui surpasse un carré de 2. Comme, prenez pour carré 10000, duquel ôtez 2, il reste 9998, je dis que ledit reste ne peut être divisé ni par 11, ni par 83, ni par 167, etc. Vous pouvez éprouver la même règle aux carrés impairs, et, si je voulais, je vous la rendrais belle et générale; mais je me contente de l'avoir indiquée seulement.

Avant que de finir, voici une autre proposition, laquelle vous fournira peut-être quelque application, comme vous y êtes très-heureux.

Si un nombre est mesuré par un autre, et que le nombre divisé soit encore divisé par un autre nombre moindre que le premier diviseur, en ce cas, si vous ôtez du quotient de la seconde division, multiplié par la différence des deux diviseurs, le reste de la seconde division, ce qui restera sera mesuré par le premier diviseur.

Exemple : 121 est mesuré par 11; divisez encore 121 par 7, le quotient sera 17, et le reste de la division, 2; multipliez le quotient 17 par 4, différence du premier et du second diviseur; et du produit 68 ôtez 2, le reste, 66, sera aussi mesuré par 11, premier diviseur.

Que si le second diviseur est plus grand que le premier, en ce cas, si vous ajoutez au quotient de la seconde division multiplié par la différence des deux diviseurs le reste de la seconde division, ce qui restera sera mesuré par le premier diviseur.

Exemple : 117 est mesuré par 3; divisez encore 117 par 4, le quotient sera 29, et le reste de ladite division, 1. Ajoutez au quotient 29 multiplié par la différence des diviseurs, qui ne change ici rien parce que c'est l'unité, le reste de ladite division, qui est 1; la somme 30 sera aussi mesurée par 3, premier diviseur.

J'ai déjà trop écrit, et il me semble qu'il est temps que vous parliez, après avoir employé si mal votre temps à lire cette longue lettre, qui vous confirmera que je suis, etc., etc.

(*Note.*) Fermat avait découvert les propositions suivantes relatives aux résidus quadratiques (*Opera varia*, Lettres, *Wallisii opera*, tome 2).

$+2$ est résidu quadratique de tout nombre qui n'est divisible ni par 4 ni par aucun nombre de la forme $8n+3$ ou $8n+5$, et non résidu de tous les autres, par exemple de tous ceux de la forme $8n+3$, $8n+5$, tant premiers que composés.

-2 est résidu de tout nombre qui n'est divisible ni par 4, ni par aucun nombre premier de la forme $8n+5$ ou $8n+7$.

-3 est résidu de tous les nombres qui ne sont divisibles ni par 8, ni par 9, ni par aucun nombre premier de la forme $6n+5$ et non résidu de tous les autres.

$+3$ est résidu de tous les nombres qui ne sont divisibles ni par 4, ni par 9, ni par aucun nombre premier de la forme $12n+5$ ou $12n+7$ et non résidu de tous les autres.

Lettre de M. de Fermat à Mersenne.

Dans cette longue lettre, dont la date n'est pas indiquée, Fermat dit à Mersenne que les inventions numériques de Frénicle le ravissent; il désirerait connaître quelques-unes de ses méthodes. Fermat avoue que les siennes, quoique sûres, conduisent à de grands calculs. — Il écrit aussi à Mersenne que le livret de Des-Argues sur les coniques, où il s'est montré inventeur, lui a paru très-intelligible et très-ingénieux. Il ajoute qu'il réduisait bien le solide de la roulette à des solides plus simples, mais qu'il lui paraît impossible de le réduire à des sphères, des cônes, ou des cylindres.

Fermat écrit dans cette lettre qu'il a depuis longtemps trouvé des procédés pour former des carrés magiques de toutes les manières possibles; il a aussi formé des cubes magiques.

Il cite plusieurs exemples de carrés magiques, mais il ne démontre rien.—Par exemple, si on prend les nombres naturels 1, 2, 3... 36, il peut les ranger, dit-il, en carrés magiques, d'une douzaine de manières. En voici une ·

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13
25	29	10	9	26	12
36	5	33	4	2	31

La somme des colonnes verticales, horizontales et diagonales est toujours la même. Voici un second arrangement :

5	31	4	33	36	2
14	18	22	21	13	23
26	7	9	10	30	29
11	25	27	28	12	8
20	24	15	16	19	17
35	6	34	3	1	32

Fermat termine ainsi sa lettre :

En voilà assez pour donner de l'exercice à M. de Frénicle, car je ne sais guère rien de plus beau en l'arithmétique que les nombres que quelques-uns appellent *planetarios* et les autres *magicos*. Et de fait, j'ai vu plusieurs talismans où quelques-uns de ces carrés, rangés de la sorte, sont décrits, et, parmi plusieurs, un grand d'argent qui contient le 49 rangé selon la méthode de Bachet ; ce qui fait croire que personne n'a connu la générale ni le nombre de solutions qui peuvent arriver à chaque carré. Si la chose est sue à Paris, vous m'en éclaircirez ; en tout cas, je ne la dois qu'à moi seul.

Lettre de Fermat à Mersenne.

Mon révérend Père,

J'ai reçu avec grande satisfaction votre lettre, accompagnée de celle de M. Frénicle, qui me confirme en l'estime que je faisais de lui. J'y réponds succinctement, et, premièrement, sur ce qu'il a douté que j'eusse une méthode générale pour ranger tous les carrés pairs à l'infini, je vous prie de l'assurer du contraire ; car il est très-certain qu'il y a plus de dix ans que je la découvris, et en donnai dès lors des exemples sur des carrés plus hauts que ceux de Bachet, comme M. Despagnet vous pourrait témoigner. Il est vrai que je n'avais pas songé de déterminer exactement en combien de façons ces carrés pourraient être ordonnés, et j'avoue que je n'avais pas vu toutes les manières qui y conduisent, puisque je doutais même que le carré pût demeurer magique en levant une seule enceinte. Mais ayant trouvé une règle pour les ordonner en beaucoup de façons, je crus qu'elle les contenait toutes ; ce qui me semble excusable, puisque je vous envoyai ma lettre aussitôt après la première méditation que j'eus faite sur ce sujet. Depuis que j'ai reçu la dernière de M. Frénicle, j'ai aussitôt découvert la question du carré 22 ; en sorte qu'en levant trois enceintes, il reste magique, et du restant encore 2 et qu'il demeure magique, et puis une seule, du reste, à la même condition : je me contenterai pour ce coup de vous envoyer le carré qui reste après les trois premières et les deux secondes enceintes ôtées, duquel si vous levez une seule enceinte, le reste demeure magique, comme vous verrez.

127	126	125	361	362	363	364	365	366	118	117	116
347	148	338	339	145	143	342	142	344	345	139	138
325	161	169	168	318	319	320	321	163	162	324	160
292	293	191	190	299	298	297	186	185	184	302	193
270	280	272	273	211	210	209	208	278	279	205	215
248	227	250	251	230	232	231	233	256	257	258	237
226	249	228	229	252	254	253	255	234	235	236	259
204	214	206	207	277	276	275	274	212	213	271	281
182	192	301	003	189	188	187	296	295	294	183	303
171	315	323	223	164	165	166	167	317	316	170	314
149	346	147	146	340	341	144	343	141	140	337	336
369	359	360	124	123	122	121	120	109	367	368	358

Parce que le temps me manque, je diffère à vous envoyer les cinq enceintes qui manquent pour parfaire le carré entier de 22, jusqu'au départ du prochain courrier. Après cela vous devez croire que, dès j'aurai le loisir, j'irai aussi avant sur ce sujet qu'il est possible.

Pour ce qui est des cubes, je n'en sais pas plus que M. Frénicle; pourtant, je puis les ranger tous, à la charge que les diagonales seules des carrés, que nous pouvons supposer parallèles à l'horizon, seront égales aux côtés des carrés; ce qui n'est pas peu de chose. En attendant qu'une plus longue méditation découvre le reste, je dresserai celui de 8, 10, 12, à ces conditions, si M. Frénicle me l'ordonne. Pour les carrés qui ont des cellules vides, j'y travaillerai au plus tôt.

Ce que j'estime le plus est cet abrégé pour les nombres parfaits; à quoi je suis résolu de m'attacher, si M. Frénicle ne me fait pas part de sa méthode. Voici trois propositions que j'ai trouvées, sur lesquelles j'espère de faire un grand bâtiment.

Les nombres moindres de l'unité que ceux qui procèdent de la progression double, comme 1, 3, 7, 15, 31, 63... soient appelés les nombres parfaits parce que toutes les fois qu'ils sont premiers ils les produisent; mettez au-dessus de ces nombres autant en progression naturelle, 1, 2, 3... qui soient appelés leurs exposants.

La suite sera 1^1, 3^2, 7^3, 15^4, 31^5, 63^6, 127^7 255^8, 2047^{11}.

Cela posé, je dis : 1° que, lorsque l'exposant d'un nombre radical est composé, son radical est aussi composé; comme parce que 6, exposant de 63, est composé, je dis que 63 est aussi composé; 2° lorsque l'exposant est premier, je dis que son radical, moins l'unité, est mesuré par le double de l'exposant : comme parce que 7, exposant de 127, est nombre premier, je dis que 126 est multiple de 14; 3° lorsque l'exposant est nombre premier, je dis que son radical ne peut être mesuré par aucun nombre premier que par ceux qui sont plus grands que l'unité, qu'un multiple du double de l'exposant, ou que le double de l'exposant : comme parce que 11, exposant de 2047, est nombre premier, je dis qu'il ne peut être mesuré que par un nombre plus grand de l'unité que 22, comme 23, ou bien par un nombre plus grand de l'unité qu'un multiple de 22; en effet, 2047 n'est mesuré que par 23 et 89, duquel, si vous ôtez l'unité, reste 88, multiple de 22. Voilà trois fort belles propositions que j'ai trouvées et prouvées, non sans peine. Je les puis appeler les fondements de l'invention des nombres parfaits. Je ne doute pas que M. Frénicle ne soit allé plus avant ; mais je ne fais que commencer, et sans doute ces propositions passeront pour très-belles dans l'esprit de ceux qui n'ont pas beaucoup épluché ces matières, et je serai bien aise d'apprendre le sentiment de M. de Roberval.

Lettre de Fermat à M. de Carcavi, Conseiller au grand Conseil, à Paris.

Monsieur,

Vous m'obligez toujours, et je connais dans la continuation de vos soins celle de votre affection, de quoi je vous rends mille grâces. Pour la géométrie, je n'ose pas encore m'y attacher fortement depuis mon incommodité ; je n'aurai pourtant pas beaucoup de peine à trouver les deux de vos propositions : pour celle de la parabole, je ne l'ai pas examinée ni tentée ; je remets tout ceci à ma première commodité. Mais, de peur que vous ne m'accusiez de n'envoyer rien de mon invention, je vous envoie trois nombres parmi plusieurs autres que j'ai trouvés, dont les parties aliquotes font le multiple.

Le nombre suivant est sous-triple de ses parties aliquotes, 14942123276641920.

Celui-ci est sous-quadruple : 1802582780370364661760.

Et celui-ci aussi : 87934476737668055040.

Puisque je me trouve sur cette matière, en voici deux que j'ai choisis parmi mes sous-quintuples :

Le premier se produit des nombres suivants multipliés entre eux : 8388608 . 2801 . 2401 . 2197 . 2187 . 1331 . 467 . 307 . 289 . 241 . 125 . 61 . 41 . 31.

Et l'autre se produit des nombres suivants multipliés entre eux 134217728 . 243 . 169 . 127 . 125 . 113 . 61 . 43 . 31 . 29 . 19 . 11 . 7.

En voici encore un sous-double de ses parties de mo ninvention, lequel, multiplié par 3, fait un sous-triple : led tnombre est : 51001180160.

C'est parmi quantité d'autres que j'ai trouvés que j'ai choisi par avance ceux-ci pour vous en faire part, afin que vous en puissiez juger par cet échantillon. J'ai trouvé la méthode générale pour trouver tous les possibles, de quoi je suis assuré que M. Roberval sera étonné, et le bon Père Mersenne aussi, car il n'y a certainement quoi que ce soit dans toutes les mathématiques plus difficile que ceci, et, hors M. Frénicle, et peut-être M. Descartes, je doute que personne en connaisse le secret, qui pourtant ne le sera pas pour vous, non plus que mille autres inventions dont je pourrai vous entretenir une autre fois, et pour exciter par mon exemple les savants du pays où vous êtes, je leur propose de trouver autant de triangles en nombres qu'on voudra, de même aire, ce que Diophante ni Viete n'ont trouvé que pour trois seulement.

Lettre de Fermat à M. de Carcavi.

Monsieur,

Je suis marri de la perte du paquet de M. de S. Martin. Je lui écrivais sur le sujet des nombres, et lui faisais part de quelques propositions, et surtout de la suivante que M. Frénicle m'avait autrefois proposée, et qu'il m'avoua tout net ne savoir point : trouver un triangle rectangle auquel le carré de la différence des deux moindres côtés surpasse le double du carré du plus petit côté d'un nombre carré. Je lui avouai aussi pour lors que je n'en savais pas la solution, et que je ne voyais pas même de voie pour y venir ; mais depuis je l'ai trouvée avec d'autres infinies. Voici le triangle 153, 1617, 1525. Il sert à la question suivante, pour laquelle M. Frénicle se mettait en peine de ce préalable : trouver un triangle rectangle dont le plus grand côté soit carré, et le plus petit diffère d'un carré de chacun des deux autres. Si vous jugez à propos de faire part de cette proposition à mondit sieur de Saint-Martin, je m'en remets à vous ; je ne resterai pas de lui écrire par la première voie.

J'ai donné à M. l'Archevêque un petit mémoire de corrections sur le *Theon Smyrnæus*, que je crois qu'il enverra à l'auteur avec le manuscrit de l'astronomie. Je serai ravi que cette occasion me serve à être connu de M. Bulliaud, de qui le mérite étant connu à tout le monde, m'a été pleinement confirmé par ce nouveau travail sur le Theon, où j'ai particulièrement admiré la correction du décret de Timothée, qui ne pouvait être due qu'à une main de cette importance.

24 Août 1654. — *Lettre de Pascal à Fermat.*

Pascal, dans cette lettre relative au calcul des probabilités, rappelle succinctement la solution de Fermat sur le problème des partis. Il écrit à Fermat :

Voici comment vous procédez quand il y a deux joueurs.

Si deux joueurs, jouant en plusieurs parties, se trouvent en cet état, qu'il manque deux parties au premier et trois au second, pour trouver le parti il faut (dites-vous) voir en combien de parties le jeu sera décidé absolument : il est aisé de supputer que ce sera en quatre parties ; d'où vous concluez qu'il faut voir combien quatre parties se combinent entre deux joueurs, et voir combien il y de combinaisons pour faire gagner le premier et combien pour le second, et partager l'argent suivant cette proportion. J'eusse eu peine à entendre ce discours-là, si je ne l'eusse su de moi-même auparavant ; aussi vous l'aviez écrit dans cette pensée. Donc, pour voir combien quatre parties se combinent entre deux joueurs, il faut imaginer qu'ils jouent avec un dé à deux faces (puisqu'ils ne sont que deux joueurs) comme à croix et pile, et qu'ils jettent quatre de ces dez (parce qu'ils jouent en quatre parties) ; et maintenant il faut voir combien ces dés peuvent avoir d'assiettes différentes. Cela est aisé à supputer ; ils en peuvent avoir 16, qui est le carré de 4, Car, figurons-nous qu'une des faces est marquée *a*, favorable au premier, et l'autre *b*, favorable au second ; il est aisé d'écrire les seize assiettes ; et parce qu'il manque deux parties au premier joueur, toutes les faces qui ont deux *a* le font gagner, donc il en a onze pour lui, et parce qu'il manque trois parties au second, toutes les faces où il y a trois *b* le font gagner; donc il y en a 5.

Donc il faut qu'ils partagent la somme comme 11 à 5. Voilà votre méthode quand il y a deux joueurs, sur quoi vous dites que s'il y en a davantage il ne sera pas plus difficile de faire les partis par la même méthode.

(*Note.*) Pascal et Roberval firent des objections contre la généralité de la méthode de Fermat; mais après l'avoir mieux examinée, Pascal lui écrit le 27 octobre 1654 :

Votre dernière lettre m'a parfaitement satisfait; j'admire votre méthode pour les partis, d'autant mieux que je l'entends fort bien; elle est entièrement vôtre, n'a rien de commun avec la mienne, et arrive au même but facilement. — Voilà notre intelligence rétablie. Mais, Monsieur, si j'ai concouru avec vous en cela, cherchez ailleurs qui vous suive dans vos inventions numériques, cela me passe de bien loin, et ne suis capable que de les admirer.

29 Août 1654. — *Lettre de Fermat à Pascal.*

Monsieur,

Nos coups fourrés continuent toujours, et je suis aussi-bien que vous dans l'admiration de quoi nos pensées s'ajustent si exactement, qu'il semble qu'elles aient pris une même route et fait un même chemin : vos derniers traités du *Triangle arithmétique* et de *son application*, en sont une preuve authentique; et si mon calcul ne me trompe, votre onzième conséquence courait la poste de Paris à Toulouse, pendant que ma proposition des nombres figurés, qui en effet est la même, allait de Toulouse à Paris. Je n'ai garde de faillir, tandis que je rencontrerai de cette sorte; et je suis persuadé que le vrai moyen pour s'empêcher de faillir, est celui de concourir avec vous. Mais si j'en disais davantage, la chose tiendrait du compliment, et nous avons banni cet ennemi des conversations douces et aisées.

Ce serait maintenant à mon tour à vous débiter quelqu'une de mes inventions numériques; mais la fin du parlement augmente mes occupations, et j'ose espérer de votre bonté que vous m'accorderez un répit juste et quasi nécessaire. Cependant je répondrai à votre question des trois joueurs qui jouent en deux parties. Lorsque le premier en a une, et que les autres n'en ont pas une, votre première solution est la vraie, et la division de l'argent doit se faire en dix-sept, cinq et cinq; de quoi la raison est manifeste et se prend toujours du même principe, les combinaisons faisant voir d'abord que le premier a pour lui dix-sept hasards égaux, lorsque chacun des autres n'en a que cinq.

25 Septembre. — *Lettre de Fermat à Pascal.*

Monsieur,

N'appréhendez pas que notre convenance se démente, vous l'avez confirmée vous-même en pensant la détruire, et il me semble qu'en répondant à M. de Roberval pour vous, vous avez aussi répondu pour moi. Je prends l'exemple des trois joueurs, au premier desquels il manque une partie, et à chacun des deux autres deux, qui est le cas que vous m'opposez. Je n'y trouve que dix-sept combinaisons pour le premier, et cinq pour chacun des deux autres; car quand vous dites que la combinaison ACC, est bonne pour le premier et pour le troisième, il semble que vous ne vous souveniez plus que tout ce qui se fait après que l'un des joueurs a gagné, ne sert plus de rien. Or, cette combinaison ayant fait gagner le premier dès la première partie, qu'importe que le troisième en gagne deux ensuite, puisque, quand il en gagnerait trente, tout cela serait superflu ? Ce qui vient de ce que, comme vous avez très-bien remarqué, cette fiction d'étendre le jeu à un certain nombre de parties, ne sert qu'à faciliter la règle, et (suivant mon sentiment) à rendre tous les hasards égaux, ou bien, plus intelligiblement, à réduire toutes les fractions à une même dénomination. Et afin que vous n'en doutiez plus, si au lieu de trois parties vous étendez, au cas proposé, la feinte jusqu'à quatre; il y aura non-seulement 27 combinaisons, mais 81, et il faudra voir combien de combinaisons feront gagner au premier une partie plutôt que deux à chacun des autres, et combien feront gagner à chacun des deux autres deux parties plutôt qu'une au premier. Vous trouverez que les combinaisons pour le gain du premier, seront 51, et celles de chacun des autres deux 15. Ce qui revient à la même raison, que si vous prenez 5 parties ou tel autre nombre qu'il vous plaira, vous trouverez toujours 3 nombres en proportion de 17, 5, 5, et ainsi j'ai droit de dire que la combinaison ACC n'est que pour le premier et non pour le troisième, et que CCA n'est que pour le troisième et non pour le premier, et que partant, ma règle des combinaisons est la même en 3 joueurs qu'en deux, et généralement en tous nombres.

Vous aviez déjà pu voir par ma précédente que je n'hésitais point à la solution véritable de la question des 3 joueurs dont je vous avais envoyé les trois nombres décisifs 17, 5, 5. Mais parce que M. Roberval sera peut-être bien aise de voir une solution sans rien feindre, et qu'elle peut quelquefois produire des abrégés en beaucoup de cas, la voici en l'exemple proposé.

Le premier peut gagner, ou en une seule partie, ou en deux, ou en trois.

S'il gagne en une seule partie, il faut qu'avec un dé qui a trois faces il rencontre la favorable du coup. Un seul dé produit 3 hasards; ce joueur a donc pour lui $\frac{1}{3}$ des hasards, lorsqu'on ne joue qu'une partie.

Si on en joue deux, il peut gagner de deux façons, ou lorsque le second joueur gagne la première et lui la seconde, ou lorsque le troisième gagne la première et lui la seconde. Or, deux dés produisent 9 hasards: ce joueur a donc pour lui $\frac{2}{9}$ des hasards lorsqu'on joue deux parties.

Si on en joue trois, il ne peut gagner que de deux façons, ou lorsque le second gagne la première, le troisième la seconde et lui la troisième, ou lorsque le troisième gagne la première, le second la seconde, et lui la troisième; car, si le second ou le troisième joueur gagnait les deux premières, il gagnerait le jeu, et non pas le premier joueur. Or, trois dés ont 27 hasards; donc ce premier joueur a $\frac{2}{27}$ de hasards lorsqu'on joue trois parties.

La somme des hasards qui font gagner ce premier joueur, est par conséquent $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$ et $\frac{2}{27}$ ce qui fait en tout $\frac{17}{27}$.

Et la règle est bonne et générale en tous les cas; de sorte que, sans recourir à la feinte, les combinaisons véritables en chaque nombre des parties portent leur solution, et font voir ce que j'ai dit au commencement, que l'extension à un certain nombre de parties n'est autre chose que la réduction de diverses fractions à une meme dénomination. Voilà en peu de mots tout le mystère, qui nous remettra sans doute en bonne intelligence, puisque nous ne cherchons l'un et l'autre que la raison et la vérité.

J'espère vous envoyer à la Saint-Martin un abrégé de tout ce que j'ai inventé de considérable aux nombres. Vous me permettrez d'être concis, et de me faire entendre seulement à un homme qui comprend tout à demi-mot.

Ce que vous y trouverez de plus important regarde la proposition que tout nombre est composé d'un, de deux, ou de trois triangles; d'un, de deux, de trois ou de quatre carrés; d'un, de deux, de trois, de quatre ou de cinq pentagones; d'un, de deux, de trois, de quatre, de cinq ou de six hexagones, et à l'infini. Pour y parvenir, il faut démontrer que tout nombre premier qui surpasse de l'unité un multiple de quatre, est composé de deux carrés, comme 5, 13, 17, 29, 37, etc.

Etant donné un nombre premier de cette nature, comme 53, trouver par règle générale les deux carrés qui le composent.

Tout nombre premier qui surpasse de l'unité un multiple de 3, est composé d'un carré et du triple d'un autre carré, comme 7, 13, 19, 31, 37, etc.

Tout nombre premier qui surpasse d'un ou de trois un multiple de huit, est composé d'un carré et du double d'un autre carré, comme 11, 17, 19, 41, 43, etc.

Il n'y a aucun triangle en nombres, duquel l'aire soit égale à un nombre carré.

Cela sera suivi de l'invention de beaucoup de propositions que Bachet avoue avoir ignorées, et qui manquent dans le Diophante.

Je suis persuadé que dès que vous aurez connu ma façon de démontrer en cette nature de propositions, elle vous paraîtra belle, et vous donnera lieu de faire beaucoup de nouvelles découvertes; car il faut, comme vous savez, que *multi pertranseant ut augeatur scientia*.

S'il me reste du temps, nous parlerons ensuite des nombres magiques, et je rappellerai mes vieilles espèces sur ce sujet. Je suis, de tout mon cœur, Monsieur, votre, etc. FERMAT.

Je souhaite la santé de M. de Carcavi comme la mienne, et suis tout à lui.

Je vous écris de la campagne, et c'est ce qui retardera par aventure mes réponses pendant ces vacations.

Lettre de Fermat à Pascal.

Monsieur,

Si j'entreprends de faire un point avec un seul dé en huit coups; si nous convenons, après que l'argent est dans le jeu, que je ne jouerai pas le premier coup, il faut, par mon principe, que je tire du jeu un sixième du total pour être désintéressé, à raison dudit premier coup. Que si encore nous convenons après cela que je ne jouerai pas le second coup, je dois, pour mon indemnité, tirer le sixième du restant, qui est $\frac{5}{36}$ du total, et si après cela nous convenons que je ne jouerai pas le troisième coup, je dois, pour mon indemnité, tirer le sixième du restant, qui est $\frac{25}{216}$ du total. Et si après cela nous convenons encore que je ne jouerai pas le quatrième coup, je dois tirer le sixième du restant, qui est $\frac{125}{1296}$ du total. Et je conviens avec vous que c'est la valeur du quatrième coup, supposé qu'on ait déjà traité des précédents. Mais vous me proposez dans l'exemple dernier de votre lettre (je mets vos propres termes) que si j'entreprends de trouver le six en huit coups et que j'en aie joué trois sans le rencontrer; si mon joueur me propose de ne point jouer mon quatrième coup, et qu'il veuille me désintéresser, à cause que je pourrais le rencontrer, il m'appartiendra $\frac{125}{1290}$ de la somme entière de nos mises; ce qui pourtant n'est pas vrai, suivant mon principe, car, en ce cas, les trois premiers coups n'ayant rien acquis à celui qui tient le dé, la somme totale restant dans le jeu, celui qui tient le dé et qui convient de ne pas jouer son quatrième coup, doit prendre pour son indemnité un sixième du total; et s'il avait joué quatre coups sans trouver le point cherché, et qu'on convînt qu'il ne jouerait pas le cinquième, il aurait de même pour son indemnité un sixième du total; car la somme entière restant dans le jeu, il ne suit pas seulement du principe, mais il est même du sens naturel que chaque coup doit donner un égal avantage. Je vous prie donc que je sache si nous sommes conformes au principe, ainsi que je crois, ou si nous différons seulement en l'application. Je suis, de tout mon cœur, etc. FERMAT.

9 Août 1659. — *Lettre de Fermat à M. de Carcavi.*

Monsieur,

J'ai été ravi d'avoir eu des sentiments conformes à ceux de M. Pascal; car j'estime infiniment son génie, et je le crois très-capable de venir à bout de tout ce qu'il entreprendra. L'amitié qu'il m'offre m'est si chère et si considérable, que je crois ne point devoir faire difficulté d'en faire quelque usage en l'impression de mes traités. Si cela ne vous choquait point, vous pourriez tous deux procurer cette impression, de laquelle je consens que vous soyez les maîtres; vous pourriez éclaircir ou augmenter ce qui semble trop concis, et me décharger d'un soin que mes occupations m'empêchent de prendre : je désire même que cet Ouvrage paraisse sans mon nom, vous remettant, à cela près, le choix de toutes les désignations qui pourront marquer le nom de l'auteur que vous qualifierez votre ami. Voici le biais que j'ai imaginé pour la seconde partie, qui contiendra mes inventions pour les nombres : c'est un travail qui n'est encore qu'une idée, et que je n'aurais pas le loisir de coucher au long sur le papier; mais j'enverrai succinctement à M. Pascal tous mes principes et mes premières démonstrations; de quoi je vous réponds à l'avance qu'il tirera des choses non-seulement nouvelles et jusqu'ici iuconnnes, mais encore surprenantes. Si vous joignez votre travail avec le sien, tout pourra succéder et s'achever en peu de temps, et cependant on pourra mettre au jour la première partie que vous avez en votre pouvoir. Si M. Pascal goûte mon ouverture, qui est principalement fondée sur la grande estime que je fais de son génie, de son savoir et de son esprit, je commencerai d'abord à vous faire part de mes inventions numériques.

Adieu, je suis, monsieur, etc. Fermat.

25 Juillet 1660. — *Lettre de Fermat à Pascal.*

Monsieur,

Dès que j'ai su que nous sommes plus proches l'un de l'autre que nous n'étions auparavant, je n'ai pu résister à un dessein d'amitié dont j'ai prié M. de Carcavi d'être le médiateur : en un mot, je prétends vous embrasser et converser quelques jours avec vous; mais parce que ma santé n'est guère plus forte que la vôtre, j'ose espérer qu'en cette considération vous me ferez la grâce de la moitié du chemin, et vous m'obligerez de me marquer un lieu entre Clermont et Toulouse, où je ne manquerai pas de me rendre vers la fin de septembre ou le commencement d'octobre. Si vous ne prenez pas ce parti, vous courrez hasard de me voir chez vous, et d'y avoir deux malades en même temps. J'attends de vos nouvelles avec impatience, et suis de tout mon cœur, tout à vous. Fermat.

16 Février 1659. — *Lettre de Fermat à M. ****.

Monsieur mon cher maître,

Je suis embarrassé en affaires non géométriques; je vous envoie pourtant un petit écrit que le père Lalouvère m'a fait porter ce matin. J'ai reçu le Traité de M. Pascal depuis deux jours, et n'ai pu m'appliquer encore sérieusement à le lire; j'en ai pourtant conçu une grande opinion, aussi-bien que tout ce qui part de cet illustre. Je suis tout à vous. FERMAT.

Problème de géométrie proposé par Pascal.

Fermat donne la solution d'un problème que Pascal lui a proposé, dont voici l'énoncé : On donne la base d'un triangle, l'angle opposé, et le rapport de la différence des côtés qui comprennent cet angle à la hauteur : construire le triangle.

Fermat propose les problèmes suivants :

Mener une tangente en un point de l'hélice de Baliani : M. Roberval connaît cette hélice. Nous attendons des érudits la solution de ce problème, ou, s'ils le préfèrent, nous la donnerons, et de plus une méthode générale sur le contact des courbes.

Mais pour que la question du triangle ne paraisse pas être restée stérile en nos mains, nous proposerons les questions suivantes :

On donne la base, l'angle au sommet, et la somme de la hauteur et de la différence des côtés qui comprennent l'angle: construire le triangle.

On donne la base, l'angle au sommet et le rectangle formé avec la différence des côtés qui comprennent l'angle et la hauteur : construire le triangle.

On donne la base, l'angle au sommet, et la somme des carrés de la hauteur et de la différence des côtés : trouver le triangle.

Et plusieurs autres semblables dont la solution est plus aisée pour les savants que celle de la tangente à l'hélice de Baliani. Il faut remarquer que dans les questions relatives au triangle on ne doit pas faire usage de solides lorsqu'elles peuvent être traitées au moyen des plans.

Problèmes proposés par Fermat.

On propose à Wallis et aux autres mathématiciens de l'Angleterre la question suivante :

Trouver un cube qui, ajouté à toutes ses parties aliquotes, fasse un carré ; par exemple, 343 est le cube de 7 ; toutes ses parties aliquotes sont 1, 7, 49, qui ajoutées à 343 font 400, carré de 20.

On cherche un autre cube de même nature.

On cherche aussi un nombre carré qui, ajouté à toutes ses parties aliquotes, fasse un cube.

J'attends ces solutions : si l'Angleterre ou la Gaule Belge ou Celtique ne les donnent pas, la Gaule Narbonnaise les donnera et les offrira et les dédiera au chevalier Digby, comme un hommage d'une amitié récente.

20 Avril 1657. — *Lettre de Fermat à M. le chevalier Kenelme Digby.*

Dans cette lettre, Fermat écrit à Digby qu'il a carré, depuis longues années, les hyperboles et les paraboles dont Wallis s'est occupé. — Dans la recherche des centres de gravité des segments de ces figures, il arrive des singularités que Fermat signale : « Il arrive une chose merveilleuse en cette recherche et laquelle j'ai découverte et démontrée, c'est que quelquefois ledit espace (celui compris entre une branche de l'hyperbole asymptotique à l'axe des x et l'axe des x) quoique fini, n'a pas de centre de gravité fixe (à une distance finie) et quelquefois il en a. Car si, par exemple, l'hyperbole est $y\ x^2 = m^3$, l'aire est finie et le centre de gravité à l'infini, ce qui n'arrive pas pour l'hyperbole $y\ x^3 = m^4$. Si M. Wallis veut avoir la démonstration de cette proposition et de la règle générale pour trouver lesdits centres de gravité, je vous l'enverrai pour lui en faire part. »

Problème proposé par Fermat.

A peine y a-t-il quelqu'un qui propose ou qui comprenne les questions purement arithmétiques ; n'est-ce pas que l'arithmétique fut d'abord traitée géométriquement plutôt qu'arithmétiquement ? c'est assurément ce qu'indiquent plusieurs ouvrages des anciens et des modernes. Diophante lui-même le fait supposer, bien qu'il se soit écarté un peu plus que les autres de la géométrie, puisqu'il restreint l'art analytique aux seuls nombres rationnels. Les zététiques de Viete prouvent assez que cette branche est susceptible de considérations géométriques ; dans ces zététiques la méthode de Diophante est étendue à la quantité continue et par cela même à la géométrie. C'est pourquoi l'arithmétique réclame comme son patrimoine particulier la doctrine des nombres entiers ; ébauchée légèrement dans les éléments d'Euclide, elle n'a pas été assez cultivée par ceux qui l'ont suivi, à moins qu'elle ne fût consignée dans ces livres de Diophante que l'injure des temps nous a enlevés. Que les jeunes gens s'appliquent à étendre son domaine ou à la renouveler. Pour leur fournir une lumière anticipée, nous proposons le problème suivant à démontrer ou à construire ; s'ils le trouvent, ils avoueront que les questions de cette nature ne sont inférieures ni pour la subtilité, ni pour la difficulté, ni pour le mode de démonstration, aux plus célèbres de la géométrie.

Etant donné un nombre quelconque non carré, on peut donner une infinité de nombres carrés qui, multipliés par ce nombre donné et ajoutant au produit l'unité, fassent un carré. Exemple : on donne le nombre non carré 3 ; ce nombre multiplié par 16, une unité étant ajoutée donne 49, qui est carré ; au lieu de 3 et de 16, on peut trouver une infinité de nombres qui aient la même propriété. Nous demandons la règle générale pour un nombre donné quelconque non carré. Qu'on cherche, par exemple, le carré qui, multiplié par 149 ou 109 ou 433, et ajoutant 1 au produit, fasse un carré.

20 Juin 1657. — *Lettre de Fermat à M. Kenelme Digby.*

Monsieur,

J'ai reçu votre lettre à la veille du départ de M. Borel, qui ne me donne quasi pas de loisir de vous faire un mot de réponse. Vos deux lettres anglaises m'ont été traduites par un jeune anglais qui est en cette ville et qui n'a point connaissance de ces matières, de sorte que sa traduction s'est trouvée si peu intelligible, que je n'y ai pu découvrir aucun sens réglé : et ainsi je ne puis vous résoudre si ce mylord a satisfait à mes questions ou non. Il me semble pourtant au travers de l'obscurité de cette traduction bourrue, que l'auteur des lettres a trouvé mes questions un peu trop aisées, ce qui me fait croire qu'il ne les a pas résolues, et parce qu'il pourrait équivoquer sur le sens de ces propositions, j'ai demandé un cube en nombres entiers, lequel ajouté à ses parties aliquotes fasse un carré. J'ai donné, par exemple, 343 qui est cube et aussi nombre entier, lequel ajouté à toutes ses parties aliquotes fait 400 qui est un nombre carré, et parce que cette question reçoit plusieurs autres solutions, je demande un autre nombre cube en entier qui, joint à toutes les parties aliquotes, fasse un carré, et si le mylord Brouncker répond qu'en entier il n'y a que le seul nombre 343 qui satisfasse à la question, je vous promets et à lui aussi, de le désabuser en lui en exhibant un autre. Je demandais encore un carré en entier qui, joint à toutes ses parties aliquotes, fasse un cube. Pour la question proposée dans l'écrit latin que je vous envoyai, elle est aussi en nombres entiers, et partant les résolutions en fractions (lesquelles peuvent être fournies *à quolibet de trivio arithmetico*) ne me satisferaient pas.

Du 15 Août 1657. — *De Fermat à Digby.*

Dans cette lettre, Fermat revient sur la détermination des centres de gravité des segments d'hyperbole d'une longueur infinie quoique d'une aire limitée ; il demande que Wallis lui donne la règle générale, pour distinguer le cas où le centre de gravité est déterminable et celui où il ne l'est pas.

Fermat propose aussi de diviser un nombre composé de deux cubes, tels que 28 qui est égal à 1, plus 27, en deux autres cubes rationnels ; c'est une question qu'il traite dans les notes de Diophante.

Enfin, Fermat propose aux Anglais les deux questions suivantes :

Il n'y a qu'un seul carré en entier qui joint au binaire (à 2) fasse un cube et que ledit carré est 25, auquel si vous ajoutez 2, il se fait 27 qui est un cube.

Mais je dis aussi, que si on cherche un carré qui, ajouté à 4, fasse un cube, il ne s'en trouvera jamais que deux en nombres entiers, savoir : 4 et 121, car 4 ajouté à 4 fait 8 qui est cube, et 121 ajouté à 4 fait 125 qui est aussi cube, mais après cela toute l'infinité des nombres n'en saurait fournir un troisième qui ait la même propriété.

Je ne sais ce que diront vos Anglais de ces propositions négatives et s'ils les trouveront trop hardies.

Ici nous terminons notre extrait, qui nous paraît renfermer tout ce qui dans les lettres de Fermat peut réellement intéresser les géomètres. Pour donner au lecteur une idée de l'estime dont il jouissait auprès des hommes les plus illustres de son temps, nous transcrivons quelques lignes d'une lettre de Pascal, en réponse à l'invitation que lui faisait Fermat de venir à Toulouse.

« Si j'étais en santé, je serais volé à Tolose, et je n'aurais pas souffert qu'un homme comme vous fît un pas pour un homme comme moi. Je vous dirai aussi que quoique vous soyez celui de toute l'Europe que je tiens pour le plus grand géomètre, ce ne serait pas cette qualité qui m'aurait attiré... Voilà, Monsieur, l'état de ma vie présente, dont je suis obligé de vous rendre compte, pour vous assurer de l'impossibilité où je suis de recevoir l'honneur que vous daignez m'offrir, et que je souhaite de tout mon cœur de pouvoir un jour reconnaître ou en vous ou en messieurs vos enfants, auxquels je suis tout dévoué, ayant une vénération particulière pour ceux qui portent le nom du premier homme du monde. »

Fig. 4.

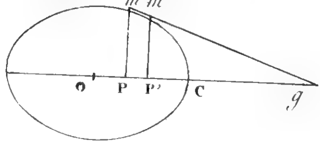


Fig 7.

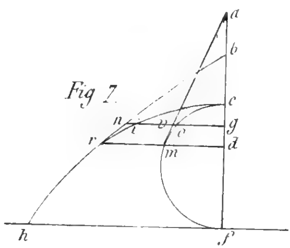


Fig. 11.

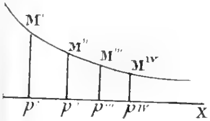


Fig. 12

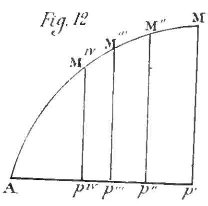
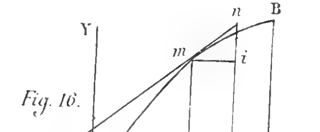
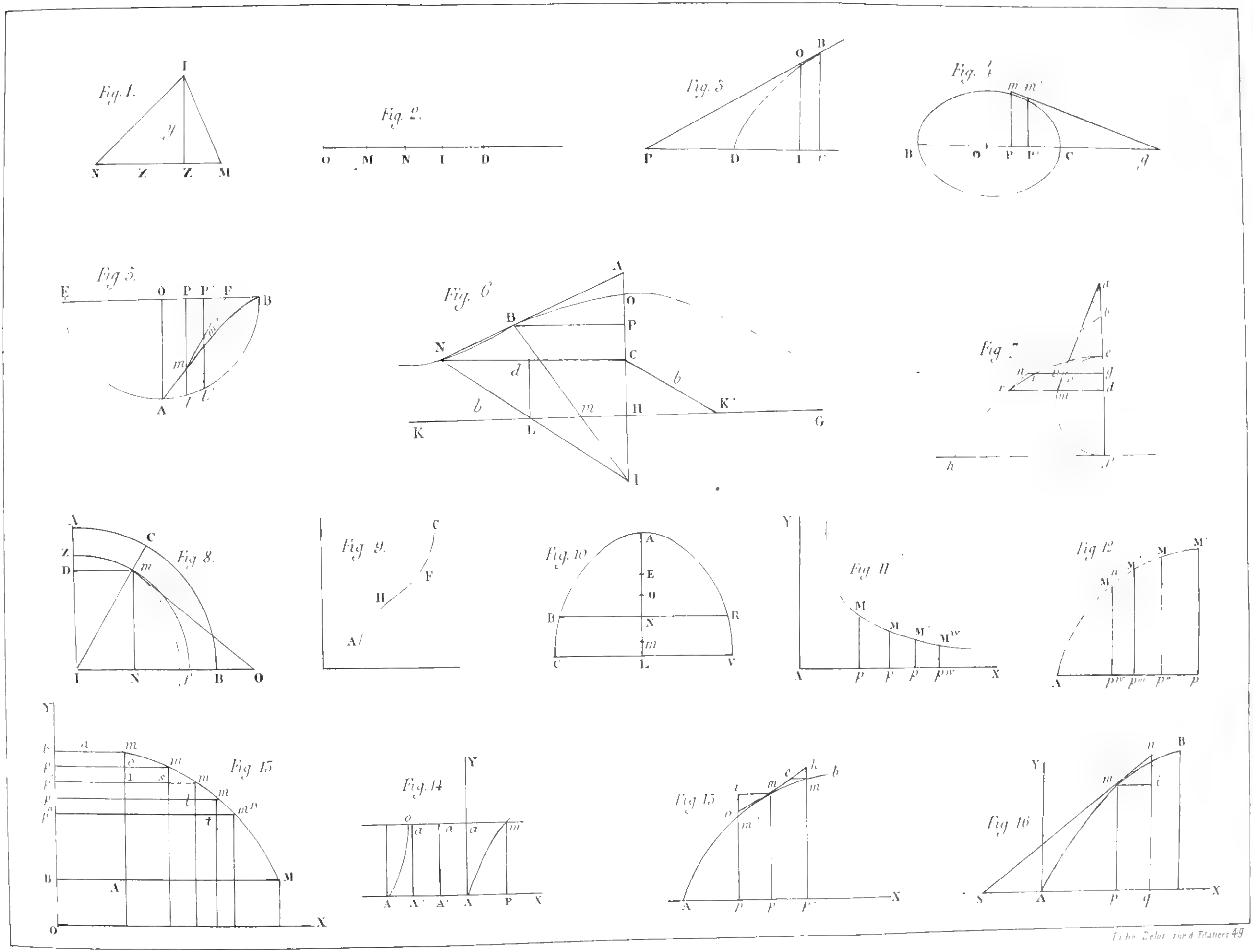


Fig. 16.



Litho. Delor rue d Filatiers 49



Lith. Delor, rue d. Filatiers 49

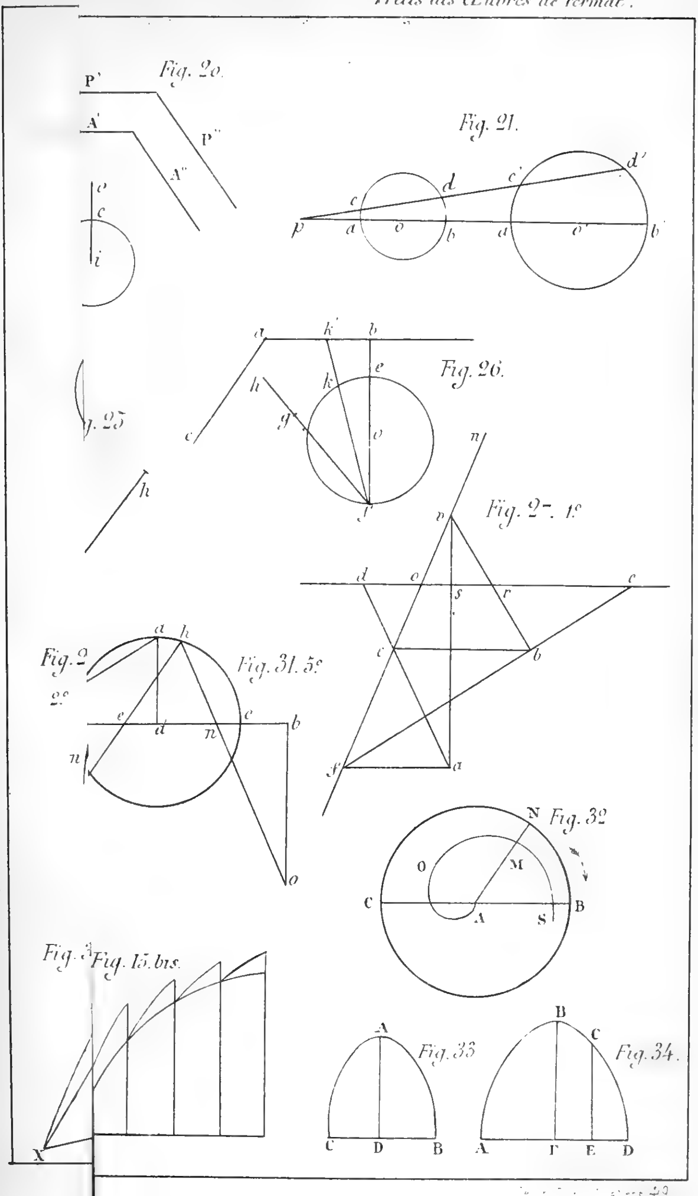


Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 25
Fig. 26.
Fig. 27. 1°
Fig. 2
2°
Fig. 31. 5°
Fig. 32
Fig. 3
Fig. 15. bis.
Fig. 33
Fig. 34.

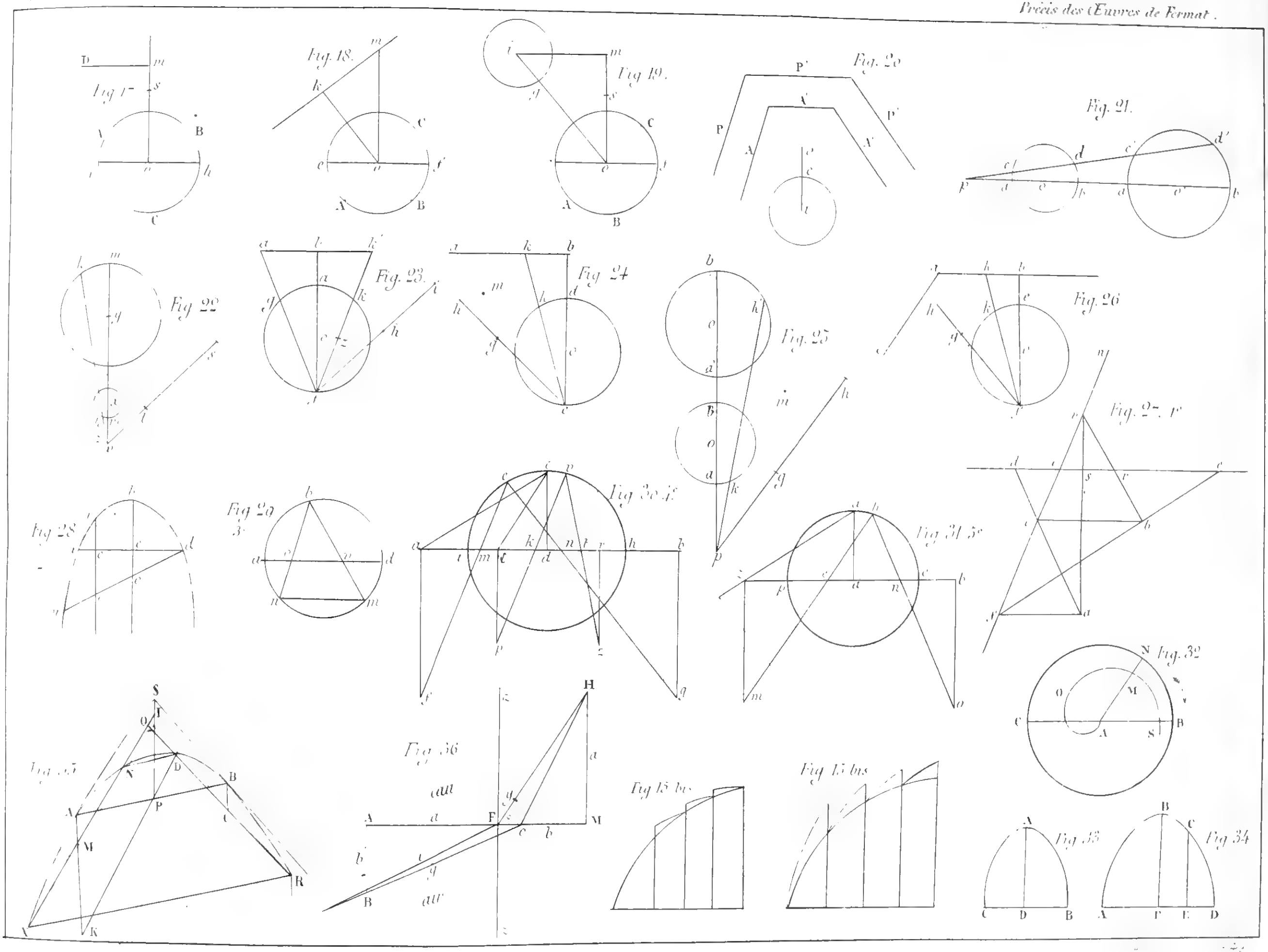


Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20
Fig. 21.
Fig. 22
Fig. 23.
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 26
Fig. 28
Fig. 29
Fig. 31
Fig. 32
Fig. 33
Fig. 34
Fig. 36
Fig. 15 bis
Fig. 15 bis

RAPPORT

SUR UN MÉMOIRE DE M. JULES GUIBAL,

RELATIF A L'ÉTABLISSEMENT D'UN NOUVEAU CHATEAU D'EAU, DEVANT FOURNIR 300 POUCES D'EAU FILTRÉE;

Par une Commission composée de MM. PETIT, MOLINS, FILHOL, et BRASSINNE, *rapporteur.*

Depuis environ trente années, notre cité jouit du bienfait des fontaines publiques. Calculées, à l'époque de leur établissement, pour fournir aux besoins de 50,000 habitants, elles sont devenues insuffisantes aujourd'hui qu'une population presque double s'est fixée sur une surface étendue, en grande partie éloignée du centre de la distribution des eaux. D'ailleurs, les pompes de notre machine hydraulique ne peuvent pas élever, en 24 heures, plus de 200 à 250 pouces d'eau, à une hauteur de huit mètres au-dessus du niveau du sol de la place Rouaix, et la puissance filtrante de la prairie d'alluvion que la Garonne pénètre, pour amener dans les puisards des eaux limpides, peut tout au plus, au moment de l'étiage de la rivière, fournir cette limite de 200 pouces que d'Aubuisson considérait déjà, en 1822, comme indispensable. Aussi n'est-il pas surprenant que, depuis quelques années, la question de l'établissement d'un nouveau Château d'eau ait été souvent agitée, et que presque tous les administrateurs et les ingénieurs en aient admis l'utilité, sinon l'urgente nécessité. Persuadée que le système existant ne suffit plus, et qu'il ne pourrait être agrandi d'une manière sensible sans un remaniement complet, votre Commission n'hésite pas à reconnaître l'opportunité et la convenance de la construction d'un nouveau Château d'eau qui permette de doubler au moins les ressources actuelles. D'accord en cela avec M. Guibal, qui, dans la première partie de son intéressant et consciencieux Mémoire, fait ressortir l'insuffisance de notre approvisionnement d'eau potable et l'urgence de son augmentation immédiate, il nous reste à examiner les propositions de cet ingénieur pour la réalisation d'une nouvelle distribution de 300 pouces d'eau filtrée.

1° D'abord, en plaçant la machine hydraulique en aval de la chaussée du Bazacle, au lieu de choisir, pour son emplacement, le ramier du moulin du Château, M. Guibal obtient une économie considérable par suite d'une importante réduction dans la longueur des conduites, et il rapproche le nouveau centre de distribution, des parties de la ville qui, comme le quartier Lafayette, sont les plus éloignées du Château d'eau actuel. Un dessin d'ensemble annexé au Mémoire, rend évidents les avantages de l'emplacement auprès du Bazacle, qui offre aussi la facilité de poser les principales conduites dans les grands aqueducs des boulevards, longeant le tracé de l'ancien mur de la ville. Votre Commission, sur ces points essentiels, ne contredit pas les propositions de M. Guibal; seulement elle pense que la détermination définitive du lieu le plus convenable pour la construction de la nouvelle machine hydraulique, doit être subordonnée aux résultats d'expériences suivies et précises, sur la nature et la quantité des eaux susceptibles d'être fournies par les terrains destinés à la filtration, et rien ne démontre aujourd'hui que les alluvions en aval du Bazacle réunissent les conditions requises pour un rendement de 300 pouces.

2° M. Guibal choisit pour moteur des pompes aspirantes et foulantes, six machines à colonne d'eau à double effet, et il présente dans son Mémoire un projet complet de construction de ces machines encore peu connues et peu appliquées dans le midi de la France. Ce projet n'est d'ailleurs, dans l'intention de l'auteur du Mémoire, que provisoire, et il en a donné la description et le dessin pour faire comprendre le plan d'ensemble de son système. Votre Commission apprécie, comme M. Guibal, les éminentes qualités du moteur qu'il propose, et qui, dans une grande construction, occupe peu d'espace et répond bien, par ses effets directs, au travail mécanique à effectuer, celui du mouvement vertical d'un piston de pompe. Cependant elle croit, sur l'adoption du moteur, devoir faire des réserves essentielles. La machine à colonne d'eau est mieux connue sous le rapport théorique que sous celui de ses applications encore peu nombreuses; dans le système à double effet dont le Mémoire contient la description, elle présente des organes analogues aux tiroirs de la machine à vapeur, qui exigent une exécution précise et un entretien minutieux; de plus, il est à craindre que l'introduction dans les cylindres de l'eau motrice de la Garonne, souvent chargée de sable et de boue, rende les réparations, ou au moins les nettoyages, fréquents dans certaines saisons de l'année. Dans la question du choix du moteur comme dans celle de l'emplacement, une détermination ne peut être définitivement arrêtée qu'après de nombreuses recherches, des renseignements positifs, ou des expériences qui ne seraient ni dispendieuses ni compliquées, et qui, dans tous les cas, devront précéder l'établissement d'un grand système mécanique.

3° Votre Commission pense aussi que l'établissement d'un nouveau Château d'eau devra être pour la ville une occasion opportune de remanier et de compléter le système de ses égouts, qui devraient être construits de manière à recevoir les tuyaux de conduites. Par là, on réaliserait simultanément deux améliorations qui intéressent à la fois la salubrité publique, le bien-être des classes pauvres et la stabilité d'un grand nombre d'édifices et de maisons particulières.

4° M. Guibal discute avec soin les avantages et les inconvénients respectifs des fontaines à écoulement continu ou à écoulement intermittent, et il se prononce pour le système d'écoulement continu. Votre Commission n'adopte pas complétement les opinions de cet ingénieur, et ses objections contre les bornes fontaines à poussoir ou à jet intermittent; elle reconnaît la convenance de l'écoulement continu pour les fontaines monumentales, trop rares dans notre cité, et qui sont le plus bel ornement des places publiques, ainsi que pour les fontaines d'une moindre importance, situées dans les quartiers bien ouverts, bien aérés, et dans lesquels la pente naturelle du terrain rend en toute saison le mouvement des eaux facile. Mais dans les rues étroites et populeuses, pour lesquelles les bornes doivent être multipliées, bien que le terrain offre de faibles inclinaisons et que l'humidité soit permanente toute l'année, l'écoulement intermittent ou plutôt les bornes à poussoir nous paraissent devoir être exclusivement employées. Nous pensons aussi que, sans un accroissement considérable de dépense, on pourrait augmenter un peu les diamètres des conduites que M. Guibal a calculés avec soin et intelligence, et brancher, sur leur parcours, des tuyaux destinés à fonctionner directement dans les cas d'incendie, ou du moins à alimenter les pompes et à servir à l'arrosement des rues; cette dernière opération, pratiquée une fois le jour, et exécutée avec un jet doué d'une force impulsive considérable, assainirait les rues l'été et l'hiver en conservant leur propreté et en faisant disparaître les boues et les immondices qui altèrent la pureté de l'air et entretiennent dans les mois pluvieux de l'année une humidité insalubre. Les fumiers utiles à l'agriculture et surtout aux maraîchers, qui sont pour la ville une source de revenu de 5 à 6 mille francs, ne seraient pas, comme le craint M. Guibal, perdus par suite d'un lavage quotidien. Il suffirait, en effet, de ne pas faire coïncider le moment très-court destiné à l'arrosement, et les heures employées au service du transport des matières animales et végétales, disposées avec ordre aux angles des rues, ou près des bermes des maisons.

5° Enfin, M. Guibal fait remarquer, qu'avec un accroissement de 300 pouces ou de 6 millions de litres par jour, la ville pourvoirait, non-seulement à l'approvisionnement des quartiers les plus éloignés et des fontaines monumentales, mais qu'elle pourrait encore céder aux particuliers 100 pouces d'eau, au prix modique de 2 fr. par an, pour une concession de 100 litres par jour (au lieu du prix actuel de 20 fr.), et acquérir ainsi un revenu de 40,000 fr. par an, représentant approximativement l'intérêt du capital nécessaire à l'établissement du nouveau système. Votre Commission croit, comme M. Guibal, qu'une entreprise industrielle pourrait, à Toulouse comme à Londres et dans d'autres localités, se charger de compléter nos fontaines, sous la réserve d'un tarif convenable pour les concessions vendues à la ville ou aux particuliers; mais il paraît plus rationnel que l'Administration municipale fasse exécuter, pour le compte de la cité, un grand travail qui intéresse la salubrité et le bien-être de tous les habitants, et qu'elle ne livre pas à la spéculation le prix des concessions, qu'il importe de rendre aussi faible que possible, et dont la limite inférieure doit être celle des sacrifices que la ville peut s'imposer.

En résumé, votre Commission n'a que des éloges à donner au travail consciencieux et intelligent de M. Guibal; comme cet ingénieur, elle admet l'opportunité et même la nécessité de compléter le magnifique système fondé, avec le concours de la municipalité, par d'Aubuisson et Abadie. Les propositions spéciales, sur le choix de l'emplacement du moteur hydraulique, sur les diamètres des conduites, sur l'application partielle ou totale de l'écoulement continu ou intermittent, seront sans doute discutées avec soin, si nos magistrats prennent l'initiative de la construction d'un nouveau Château d'eau. Votre Commission serait heureuse, si ce rapport, approuvé par l'Académie, pouvait accélérer la réalisation d'un établissement que l'accroissement rapide de la population rend tous les jours plus indispensable. Elle se plaît à reconnaître que les études approfondies de M. Guibal, qui ont le mérite de préciser et de bien faire comprendre une question très-importante, serviront aussi à éclaircir les difficultés et les discussions qu'une grande entreprise pourrait soulever.

Nous vous proposons de remercier M. Guibal de son intéressante communication, en l'engageant à poursuivre des études auxquelles il apporte du jugement et de la capacité, et dont l'application peut être aussi utile qu'avantageuse pour notre cité.

DE LA CONSTITUTION CHIMIQUE DES EAUX DE BAGNÈRES-DE-LUCHON PRISES SUR LES LIEUX D'EMPLOI ;

Par M. FILHOL.

Dans une série de Mémoires, dont les résultats ont été communiqués à l'Académie dans le courant des années 1850, 1851 et 1852, j'ai fait connaître la composition chimique des eaux de Luchon, prises au griffon ; ces résultats, qui sont d'un intérêt assez grand pour la science, sont beaucoup moins importants pour les médecins et les malades ; il est rare, en effet, que l'eau minérale soit prise au griffon même, et, le plus souvent, l'eau ne parvient aux buvettes, aux douches et aux baignoires qu'après avoir parcouru un trajet plus ou moins long, pendant lequel il est fort difficile de la soustraire à l'influence de l'air qui l'altère assez profondément. Il était donc essentiel d'analyser l'eau telle que le malade l'emploie, et c'est ce que j'ai fait pendant le courant des vacances dernières. Je vais signaler rapidement les faits que j'ai observés, en supprimant, toutes les fois que ce sera possible, les détails relatifs au mode opératoire que j'ai suivi.

Indications du sulfhydromètre.

18 septembre 1852. — Température de l'air 18,50. — Hauteur du baromètre, $0^m,7100$.

Source de la Reine.

	Température.	Quantité de sulfure de sodium dans un litre d'eau.	Perte sur 100.
Au griffon,	57,20	0,0565	
A la buvette,	52,40	0,0477	15,57
Au robinet des baignoires,	51,00	0,0353	37,52

Même source. — Les regards étant cimentés.

A la buvette,	55,10	0,0537	4,95
A la baignoire,	54,00	0,0392	30,61

L'altération apparente de l'eau est énorme, et, quoique son altération réelle soit moindre qu'on ne pourrait le croire, d'après l'inspection des chiffres précédents, elle est aussi très-considérable.

Les causes d'affaiblissement du degré sulfhydrométrique sont les suivantes :

1° Les regards qui sont placés dans les galeries ne sont pas hermétiquement fermés.

2° L'eau de la Reine passe dans les étuves souterraines où elle subit le contact de l'air sur une large surface.

3° Les réservoirs ne sont pas hermétiquement clos.

Les faits que je viens de signaler ont vivement préoccupé l'administration municipale de Luchon, ainsi que l'inspecteur de ces eaux minérales, et on paraît décidé à adopter les propositions suivantes que j'ai cru devoir faire dans l'intérêt des malades :

1° Ne plus échauffer les étuves souterraines en y faisant passer l'eau de la source de la Reine;

Cette source qui ne fournit pas moins de 75 mètres cubes d'eau par 24 heures, y perd en effet environ 15 pour cent de son degré sulfhydrométrique, et il vaut mieux lui substituer pour échauffer les étuves la source de la grotte supérieure qui est plus chaude, moins abondante et moins sulfureuse ;

2° Munir tous les regards de cuvettes qui permettent d'intercepter complétement le contact de l'air ;

3° Munir les réservoirs de la Reine d'un gazomètre.

Source de la grotte supérieure.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	58,20	0,0475	
A la buvette,	55,20	0,0460	03,3

Source blanche.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	46,30	0,0368	
A la buvette,	36,80	0,0144	
A la baignoire,	35,00	0,0021	85,41

La perte que la source blanche éprouve dans son parcours du griffon à la buvette provient de ce que l'eau de cette source est mêlée immédiatement après sa sortie du griffon avec une quantité d'eau froide suffisante pour abaisser sa température de 46 à 37 ou 38°. L'eau froide qui tient de l'air en dissolution facilite la décomposition du sulfure et prépare le blanchiment.

L'eau blanche contient beaucoup plus de soufre que n'en indique le sulfhydromètre, mais ce soufre s'y trouve en grande partie à l'état libre, en partie à l'état de polysulfure, et en partie à l'état d'hyposulfite. Le bain d'eau blanche est donc fort différent des autres.

Source Ferras ancienne.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	32,00	0,0030	
A la buvette,	31,80	0,0024	20 %.

Source Richard supérieure.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	49,10	0,0175	
A la buvette,	46,40	0,0160	3,16
A la baignoire,	46,00	0,0282	

La perte éprouvée par cette source, dans son trajet du griffon à la baignoire, n'a pas pu être évaluée exactement, parce que l'eau de la source Richard supérieure se mêle, avant d'arriver au bain, avec celle des sources Richard inférieures.

Source Ferras nouvelle.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	37,00	0,0211	
A la buvette,	36,20	0,0193	8,53

Source de l'enceinte.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	49,00	0,0675	
A la buvette,	43,00	0,0660	2,22

Source du pré, n° 1.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	61,00	0,0788	
A la buvette,	48,00	0,0788	0,00

Source du pré, n° 2.

	Température.	Sulfuration.
Au griffon,	43,80	0,0491

Source du pré, n° 3.

	Température.	Sulfuration.
Au griffon,	52,80	0,0691

Mélange des deux sources précédentes.

	Température.	Sulfuration.
A la buvette,	43,00	0,0650

Il est évident que ces sources arrivent à la buvette sans avoir éprouvé une altération sensible ; leur trajet est cependant de 29 mètres, mais il a lieu dans des tuyaux qui sont entièrement remplis par l'eau.

Source du pré, n° 4.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	35,80	0,0368	
A la buvette,	35,40	0,0359	2,44

Source Bordeu, n° 3.

	Température.	Sulfuration.	Perte.
Au griffon,	49,00	0,0715	
A la buvette,	48,60	0,0687	3,90

La plupart du temps les bains qui sont administrés aux malades sont préparés avec l'eau de plusieurs sources dont le mélange a lieu tantôt dans la baignoire, tantôt dans les galeries ou dans les réservoirs, les principaux mélanges qui ont lieu avant l'arrivée de l'eau à la baignoire sont les suivants :

Ferras n° 1, n° 2 et enceinte ; ce mélange constitue le bain Ferras.

Bordeu n° 2, 3, 4 et 5 ; pré n° 1, 2 et 3. Ce mélange constitue le bain Bordeu.

Bordeu n° 1 ; pré n° 4 ; Sengez, n° 1, 2, 3 et 4. Ce mélange est mis en réserve et fournit de l'eau blanche dans les cas où l'on en manque.

Bosquet, n° 1, 2 et 3, avec Lachapelle. Ce mélange constitue le bain du Bosquet.

Etigny n° 1 et 2. Ce mélange constitue le bain d'Etigny.

Les mélanges qui s'effectuent dans la baignoire sont les suivants : Reine et blanche ; — Reine, blanche et froide ; — Reine, grotte et froide ; — Reine, blanche, grotte et froide.

Le mélange de Ferras avec celui d'Etigny : Richard supérieure, Richard inférieure et froide.

Le mélange Bordeu avec celui du bosquet : Bordeu, Etigny et Bosquet ; — Etigny et Bosquet.

Un bain de 300 litres, à la température de 35°, renferme, d'après le sulfhydromètre, les quantités de sulfure suivantes :

Ferras	2g394
Reine et blanche	3,300
Reine, blanche et froide	3,498
Reine, grotte et froide	8,101
Reine, blanche, grotte et froide	5,250
Etigny et Ferras	3,867
Etigny et Bosquet	6,447
Bordeu, Bosquet et froide	8,280
Richard supér., Richard infér. et froide	5,700

Ces mélanges, joints à ceux que l'on peut effectuer en mêlant à l'eau froide les sources qui arrivent sans mélange au robinet des baignoires, permettent de préparer des bains d'une activité très-variée.

Les résultats que je viens de signaler ont été obtenus à l'aide du sulfhydromètre, et ils sont entachés d'erreur ; pour apprécier la véritable constitution du bain, j'ai dû faire des essais d'un autre genre ; ces essais ont consisté à désulfurer l'eau, tantôt à l'aide du sulfate de plomb, tantôt à l'aide du sulfate de zinc, tantôt à l'aide de l'acide arsénieux et de l'acide chlorhydrique. Les sulfures de zinc ou d'arsenic étant recueillis et analysés par les méthodes ordinaires, j'ai déduit de leur analyse la quantité réelle de sulfure qui existait dans l'eau. Je me suis mis ainsi à l'abri des erreurs que comporte la méthode sulfhydrométrique.

Les résultats que fournit cette deuxième méthode sont quelquefois fort différents des précédents ; je ne les donne pas dans ce mémoire parce qu'il en est quelques-uns dont l'exactitude est à vérifier ; je me contenterai donc de signaler un fait très-important et qui, je l'espère, jettera quelque jour sur les causes de l'action spéciale de certaines eaux.

Lorsqu'on désulfure l'eau minérale d'une source quelconque à l'aide du sulfate de zinc et au sortir du griffon, on remarque que cette eau absorbe encore cinq à six milligrammes d'iode par litre. Cet iode est absorbé par un peu de sulfite de soude, et en outre par les silicates de chaux et de magnésie que l'iode attaque assez facilement.

La quantité de sulfite de soude qui existe dans l'eau est si faible qu'on ne parvient à la reconnaître qu'en réduisant par évaporation à un petit volume une grande quantité d'eau ainsi désulfurée.

Mais il n'en est plus de même quand on prend l'eau à la baignoire; ici la quantité d'iode absorbée par l'eau désulfurée constitue quelquefois le sixième du degré sulfhydrométrique total, et dès lors la correction que doit subir le résultat de l'essai est fort considérable.

C'est ainsi qu'un litre d'eau de la source Bordeu, prise dans le bain et désulfurée par le sulfate de zinc, absorbe encore 24 milligrammes d'iode; la même eau, prise au griffon et désulfurée de la même manière, n'en absorbe que 6.

L'eau de la source la Reine, prise dans la baignoire et désulfurée par le sulfate de zinc, absorbe 20 milligr. d'iode.

Celle du Bosquet en absorbe 8.

Celle de la grotte inférieure, 9.

Celle d'Etigny, 9.

Il est très-facile de constater dans l'eau du bain Bordeu l'existence d'une quantité notable de sulfite de soude; l'eau désulfurée par le sulfate de zinc donne avec l'azotate d'argent un précipité blanc qui brunit rapidement et ne se dissout pas en entier dans l'ammoniaque. L'acide iodique et la colle d'amidon communiquent à l'eau une belle couleur bleue.

Si l'on mêle l'eau désulfurée avec du chlorure de barium et qu'on la filtre pour séparer le précipité qui s'y est formé, elle ne bleuit plus lorsqu'on y verse un mélange d'acide iodique et et de colle d'amidon.

Ces réactions prouvent que l'eau du bain renferme une quantité de sulfite qui est d'autant plus grande que l'eau a parcouru un plus long trajet. L'existence du sulfite de soude dans l'eau est-elle une chose utile, ou bien doit-on empêcher la formation de ce sel, c'est une question importante que l'expérience seule permettra de décider; jusqu'à présent le bain Bordeu, qui est le plus riche en sulfite de soude, a été le plus recherché ; il serait donc probablement utile de disposer les choses de telle façon que certaines sources arrivassent sur les lieux d'emploi aussi pures que possible et ne contenant que du monosulfure de sodium ; d'autres sources qu'on laisserait séjourner dans des réservoirs où l'air ne se renouvellerait que très-difficilement donneraient une eau contenant du polysulfure de sodium ; d'autres, enfin, subissant l'action de l'air d'une manière plus complète, donneraient de l'eau blanche.

J'ai fait aussi quelques essais pour vérifier l'exactitude de l'assertion que j'avais émise dans mes premiers mémoires relativement à l'alcalinité des eaux de Luchon ; l'Académie se rappelle que j'ai soutenu qu'Anglada s'était trompé sur ce point, et que les eaux de Luchon contenaient beaucoup moins de carbonate de soude que ce chimiste n'en avait admis. Mes nouvelles expériences ont confirmé les résultats des anciennes.

La méthode que j'ai suivie est d'une grande simplicité ; elle consiste à prendre le degré alcalimétrique de l'eau à l'aide d'une solution titrée d'alcide sulfurique étendu, à déduire ensuite du degré alcalimétrique la quantité de soude que représente le sulfure de sodium; cette déduction étant faite, le reste de l'acide employé a servi à décomposer le carbonate de soude, le silicate de soude, ainsi que les silicates de chaux, d'alumine et de magnésie. Or, en admettant que tout cet acide sulfurique a servi à saturer du carbonate de soude, ce qui est évidemment très-exagéré, on ne trouverait dans un litre d'eau de la Reine que le 1/6e de la quantité de carbonate de soude dont Anglada avait admis l'existence. Si, au contraire, l'on tient compte de l'action des silicates d'alumine, de chaux et de magnésie, on trouve que l'eau ne contient, ainsi que je l'avais annoncé, que des traces de carbonate alcalin.

TOULOUSE CITÉ LATINE,

OU

DU DROIT DE LATINITÉ DANS LA NARBONNAISE

ET DANS LES PROVINCES ROMAINES EN GÉNÉRAL ;

Par M. BENECH.

I. Je me propose de traiter en quelques pages, que j'ai cherché à rendre aussi substantielles que possible, le droit de latinité dont la cité (1) de Toulouse a joui sous la domination romaine (2). Ce sujet est fécond et plein d'intérêt, car il se rattache à une des phases les plus notables de notre pays. C'est, en effet, du droit de latinité que dérive la restauration du pouvoir municipal, et nos ancêtres lui furent redevables aussi du rétablissement du droit de propriété privée, sans compter les autres avantages que j'aurai à exposer.

(1) Je donne à ce mot l'acception qu'il avait dans l'organisation des cités gauloises et gallo-romaines, c'est-à-dire, d'une cité ayant dans son district ou territoire divisé en cantons (*pagi*), plusieurs villes (*oppida*) ou bourgs (*vici*) dont elle était le centre et qui relevaient de son sénat comme de ses magistrats. — César parle des Arvernes qui ont plusieurs peuples *sub imperio* (*de Bell. Gall.* VII, 74), et d'autres cités qui ont chacune douze villes (*oppida*) dans leur dépendance (*Ibid.*, 2, 4, 5; II, 4; VIII, 2). Strabon parle de vingt-quatre bourgs subordonnés à la cité de Nîmes (*pagi subsunt*, liv. IV); et Pline l'ancien, qui confirme le même fait, ajoute que les Vocontiens ont dix-neuf petites villes qui leur sont soumises : XIX *oppida ignobilia attributa* (Hist. Nat., III, IV). Je reviendrai plus tard sur cette précision.

(2) Pline l'ancien l'atteste en ces termes dans son Hist. Nat. (Liv. III, 5, 4), *oppida latina* : TOLOSANI TECTOSAGUM. — César, en parlant des Toulousains, se sert du mot *Tolosates* (*de Bell. Gall.*, I, 10, et VII, 7.)

II. Les historiens ou annalistes qui ont exploré avec le plus de soin les antiquités de nos anciennes villes gauloises, et les transformations que leur fit subir la conquête des Romains, ont passé le plus souvent sous silence le droit de latinité. Pour ce qui est de Toulouse, par exemple, à l'exception des auteurs de l'*Histoire générale du Languedoc*, je ne connais pas d'historien qui en ait parlé : encore ces auteurs se sont-ils bornés à donner quelques idées élémentaires sur ce point (1). Une pareille omission, indépendamment de ce qu'elle constitue une lacune grave, jette la perturbation dans l'enchaînement des événements politiques, et laisse quelques-uns d'entre eux sans explication. Ainsi, des auteurs recommandables, tels que Catel (2) et Lafaille (3), convaincus que Toulouse avait été très-anciennement ville municipale, lui ont attribué son droit de libre constitution à une époque où elle n'en jouissait réellement pas, et mal caractérisé, en les faisant d'ailleurs remonter à des faits peu compris, des priviléges qui n'étaient que la conséquence du droit de latinité. Il importait donc de restituer à l'histoire sa sincérité et sa véritable couleur, d'autant que les théories que je vais exposer s'appliqueront, en général, à toutes les cités provinciales, et plus particulièrement à celles de la Gaule narbonnaise, où le droit de latinité était très-répandu (4).

---

(1) Dom Vic et Dom Vaissete (pag. 52 et 53).

(2) Mémoire sur le Languedoc.

(3) Annales de Toulouse, I. — Un de nos savants prédécesseurs, professeur à l'ancienne Faculté de Droit de Toulouse, M. de Labroquère, a inséré dans les Mémoires de l'Académie des Sciences (tom. IV, p. 152 de la collection ancienne) une dissertation sur *Toulouse, ville municipale*, où il est question du droit de latinité, mais sous un rapport tout-à-fait accessoire. J'aurai occasion d'ailleurs de citer ce travail qui fut lu à la séance du 23 juin 1785. M. l'abbé Daudibert, dans sa Dissertation sur les Antiquités de Toulouse (p. 25), constate le droit de latinité dont jouirent les habitants de Nîmes, droit auquel il semble attribuer la faculté que cette cité aurait eue de battre monnaie à son coin; mais il ne mentionne pas le droit de latinité des Toulousains.

(4) On en jugera d'après le fragment de Pline, fragment dont l'authenticité n'a jamais été contestée. *Oppida latina* : Aquæ Sextiæ Salluviorum, Avenio Cavarum, Apta Julia Vulgientium, Alebece Reiorum Apollina-

Ce droit a été, sans doute, de nos jours l'objet des études sérieuses qui ont été reprises, tant sur l'histoire du Droit civil que du Droit public romain. Mais la latinité y a été considérée dans son ensemble, et les travaux de ce genre manquent nécessairement de ce degré de précision qui est le propre des œuvres spéciales ou des monographies (1).

---

rium, Alba Helvorum, Augusta Tricastinorum : Anatilia, Aeria, Bormanni, Comacina, Cabellio, Carcassum Volcarum Tectosagum : Cessero, Carpentoracte Meminorum : Cenicenses, Cambolectri, qui Atlantici cognominantur : Forum Voconii, Glanum Livii, Lutevani : qui et Foroneronienses : Nemausum Arecomicorum, Piscenæ, Ruteni, Senagenses, Tolosani Tectosagum, Aquitaniæ contermini : Tasconi, Tarusconienses, Umbranici..... (V. sur ce fragment les notes de Dom Bouquet et M. le docteur Chambellan en ses études sur l'Histoire du Droit français, pag. 633 et suiv. Paris, 1848, in-8°.)

Dans l'Aquitaine on ne connaît que deux cités ayant le droit de latinité, les Auscii (ceux d'Auch) et les habitants de Lugdunum Convenarum (Saint-Bertrand, de Comminges) (Strabon, livre IV). On n'en connaît pas dans les autres parties de la Gaule, c'est-à-dire, dans la Celtique et la Belgique. La suite de la géographie de Pline l'ancien fait connaître un assez grand nombre de villes latines dans les autres parties de l'*Orbis romanus*, du temps de Vespasien (*ibid.*, Hist. Nat., liv. III, 4 et 5), on y voit que le droit de latinité avait été importé ou transporté en Espagne ; car, longtemps avant la concession qui en fut faite à toute la province par Vespasien, il y avait plusieurs villes latines dans la Bétique, dans l'Espagne citérieure et dans la Lusitanie (*ibid.*, III, 2, 4 et 6 ; et IV, 35). Il existait aussi, mais dans de très-petites proportions, en Sicile (III, *ibid.*, § 4), dans la principale des îles Baléares (III, 2), en Afrique, dans les Mauritanies (V, 2) et dans les Syrtes (V, 4).

Le droit de latinité ne paraît pas avoir été propagé dans les parties orientales de l'Empire ; mais, en retour, le *jus italicum* paraît y avoir été très-répandu. (Voy. le tit. des Pandectes, *de Censibus*.)

(1) Le droit de latinité des provinces méritait aussi, comme partie intégrante du Droit public et du Droit civil romain, de faire l'objet d'une étude de ce genre ; car les jurisconsultes classiques, dont les textes nous sont parvenus purs de toute altération, semblent ne s'être préoccupés que des Latins coloniaires ou des Latins juniens, et n'ont pas parlé nominativement des Latins provinciaux (Gaius et fragments d'Ulpien, *passìm*). De telle sorte que pour la reconstitution complète du droit de latinité provinciale, il faut, par rapport à ces textes, tantôt procéder par voie d'induction ou d'analogie, tantôt par voie d'exclusion. J'ai remarqué que cette partie du Droit était une de celles qui offrait à la jeunesse de nos écoles le plus de difficultés que la méthode historique seule peut aplanir.

III. Je diviserai celle qui va suivre en deux parties principales.

Dans la première, j'exposerai rapidement le droit de latinité, ses origines, ses caractères, les extensions multiples qu'il reçut, les effets qu'il produisait, l'époque à laquelle il fut définitivement supprimé.

Dans la seconde, je ferai l'application de ces principes aux Toulousains.

PREMIÈRE PARTIE.

ORIGINES DU DROIT DE LATINITÉ; SES CARACTÈRES, etc., etc.

IV. Les anciens donnèrent le nom de Latium (1) à cette portion de l'Italie méridionale qui était circonscrite entre le Tibre, l'Anio, l'Ufens et la mer Tyrrhénienne. Elle était habitée par les Albains, les Rutules, les Eques : Rome fut donc bâtie sur le sol du Latium (2). Ce sol s'étendit ensuite, embrassa la zone qui était placée entre l'Ufens et Iris, et comprit les Osques, les Ausones et les Volques (3). On sait que les Romains, dès

(1) Les érudits sont loin d'être d'accord sur la véritable étymologie du mot *Latium*. On peut consulter sur ce point les divers textes cités par Robert-Etienne, v° *Latium*; et Servius, *in OEneidem*, IV. Il paraît assez généralement reçu que le mot *Latium* avait sa racine dans le mot *latere*. Varron disait qu'on l'avait ainsi appelé parce que l'Italie était cachée par les précipices des Apennins. Virgile (*OEneid.*, VIII, 322) et Ovide (*Fastes*, liv. I) admettaient que cette région de l'Italie devait son nom à la retraite qu'elle avait donnée à Saturne fuyant son fils Jupiter : ..... *Dicta quoque est Latium, terra latente deo* (Ovide, *dict. loc.*). Pourrions-nous espérer d'être mieux fixés sur ce point qu'on ne l'était à Rome du temps d'Auguste?

(2) Pline l'ancien dit : *Latium antiquum.... Tam tenues primordio imperii fuére radices* (L. III, chap. IX.). Virgile a dit aussi :

.... *Genus undè latinum,*
Albanique patres, atque altæ mœnia Romæ (Œneid., I.).

(3) V. notamment Heineccius : *Antiquit. Rom. appendix* (chap. II, § 76), et Sigonius : *de antiquo jure Italiæ* (liv. I, chap. III). *De agro latino et fœderibus Latinorum.*

On appelle le Latium primitif *vetus* ou *Latium antiquum*, et le Latium ajouté au premier, *novum Latium* (Sigonius et Heineccius, *dict. loc.*).

la fondation de leur ville, furent en état de guerre continuelle avec les peuples qui étaient non pas seulement leurs voisins et leurs égaux, mais leurs frères consanguins, parlant la même langue, ayant les mêmes mœurs, se servant des mêmes armes (1). A suite de ces guerres, dont le récit un peu monotone remplit les premiers livres de Tite-Live, intervenaient des traités (*fœdera*), qui étaient plus ou moins avantageux pour les peuples vaincus. — D'après l'ensemble des traités qui furent souscrits entre les Romains et les Latins, et dont le plus célèbre est celui qui fut contracté par Cassius en 260 (2), les Latins obtinrent (sans préjudice des droits de bourgeoisie, tantôt accordés à certains d'entre eux, tantôt retirés, tantôt rétablis), une situation qui les distingua des autres peuples de la Péninsule italique, et qui constitua pour eux une condition *sui generis*,

---

Il est très-difficile de préciser les différences qui existaient entre les droits des habitants du Latium *vetus* et du Latium *novum*. Il y a dans Cujas (*Observations*, liv. X, chap. III) des réflexions qui ne se distinguent pas par la clarté habituelle du grand jurisconsulte.

Toutefois, le manuscrit de Vérone (I, 96) nous a révélé l'existence d'un *jus latii majus latum*, par opposition à un *jus latii minus latum*. Diverses conjectures ont été faites sur ces deux espèces de latinité dont ne parlent pas les anciens auteurs.

D'après Niebühr (*Histoire Romaine*, 2e édition, nº 163; — il est cité par M. Pellat, en sa traduction de Gaius, note de la page 44), il y aurait eu *majus Latium* au profit des Latins qui acquéraient le droit de bourgeoisie, non-seulement par la gestion des magistratures locales, mais par toutes les charges publiques (*munera*) auxquelles ils auraient participé à Rome. D'après Klensius, dont l'opinion est adoptée par Heffter (édition de Gaius, I, note 63) et reproduite par M. Domenget (*Institutes de Gaius traduites et annotées*, pag. 50 et 51) le *majus* Latium s'appliquerait au droit de cité obtenu par les Latins juniens, en vertu de la loi Ælia Sentia, puisqu'il s'étend à l'époux et aux enfants, tandis que le droit de cité, conféré par l'exercice d'une magistrature locale à des colons latins, est personnel à celui qui l'a exercé, et par suite il y a Latium *minus latum*. — La corrélation qui existe entre les §§ 95 et 96 du c. I. de Gaius rend cette seconde opinion très-plausible; elle a aussi pour elle l'autorité de Goeschen (édition de Gaius, revue par Lachman).

(1) Tite-Live, I et II, *passim*.

(2) Cicéron atteste que ce traité (*fœdus cassianum*) avait été, de son temps, gravé sur une colonne d'airain et exposé derrière les Rostres (*pro Balbo*, § 23. — Tite-Live, *dict. loc.*, *passim*.)

à laquelle étaient attachés des droits ou priviléges particuliers, sous le nom de *jus latii*, de *latinitas*. On les désigne généralement sous le nom de *socii latini, socii latini nominis, latini fœderati* (1). L'ensemble des droits ou priviléges particuliers dont je viens de parler (*jus latii*) traduisirent l'intérêt que les Romains avaient de se ménager le dévouement et l'affection des peuples dont le concours pouvait leur être à chaque instant non pas utile, mais indispensable ; la géographie le dit énergiquement. Le droit de latinité créait au peuple qui en était gratifié, une situation intermédiaire entre les citoyens romains et les *pérégrins :* après celle des citoyens romains, la condition des Latins fut la plus avantageuse (2), et elle constitua l'une des trois grandes divisions des personnes par rapport au droit de cité : *cives, latini, peregrini,* (3). Toutefois, le fond de la condition des Latins fut la pérégrinité (4).

---

(1) Tite-Live, liv. Ier et suiv., *passim.* — Un très-grand nombre d'anciens auteurs ont écrit sur le droit de latinité. Je me bornerai à citer Ch. Sigonius (*de antiq. jur. ital.*, liv. I. chap. III.), Spanheim (*Orbis romanus*, chap. VIII), Heineccius (*Antiq. Rom. appendix ; de jure Latii*, § 74), et de Beaufort (*la République romaine*, t. II, chap. I) ; et parmi les modernes, M. Giraud (*Introduction historique à l'étude du Droit romain*, pag. 94 et suiv., et surtout ses *Recherches sur le droit de propriété*, pag. 281 et suiv.), Laferrière (*Histoire du Droit civil*, liv. I. — *Epoque romaine*, chap. V, sect. 1re, § 2.)

(2) Sigonius dit en effet, en parlant du *jus latii :* « *Jure civium romanorum deterius, italico verò aliquantò commodius* (*de Jure latii*, p. 303). Gravina, *Origines juris civilis*, pag. 58, consacre aussi la même proposition : *Jus latii Romano inferius, Italico superius*, de telle sorte qu'on peut classer les diverses conditions de la manière suivante :

1° Les citoyens romains (*jus civitatis*) ;
2° Les Latins (*jus latii*) ;
3° Les Italiens et les peuples jouissant du *jus italicum* ;
4° Les Provinciaux (*jus provinciarum*).

Les peuples libres et les fédérés restaient en dehors de ce classement.

(3) De Savigny, traité du Droit romain, § 67.

(4) Heineccius l'avait établi en son Commentaire sur les lois Julia et Pappia Poppæa à l'aide de divers textes, et notamment à l'aide de ceux qui constataient que les Latins n'étaient pas protégés par la loi Porcia (pag. 226 de l'édition de Genève, tom. 7). Le manuscrit de Vérone est venu confirmer cette doctrine ; car Gaius a dit, en parlant sans doute des Latins origi-

V. On peut résumer de la manière suivante les divers effets ou avantages attachés au droit de latinité pour les peuples du Latium, soit dans l'ordre religieux, soit dans l'ordre politique, soit dans l'ordre civil.

1° Dans l'ordre religieux, les peuples jouissant du droit de latinité furent, ou plutôt restèrent, dans une certaine mesure, en communauté des *sacra publica* avec les Romains. Elle se traduisit pendant bien longtemps par des cérémonies que l'on qualifia de *féries latines*, et qui se célébrèrent encore dans les premiers temps de l'empire, longtemps après que le droit primitif des Latins avait cessé d'exister (1).

2° Dans l'ordre politique, les Latins conservaient leurs magistratures locales; et, malgré la suzeraineté (*imperium*) que Rome exerçait sur eux, ils jouissaient d'une certaine indépendance politique (2). Ils étaient recensés dans leurs villes, payaient des impôts moins onéreux que les autres peuples. Obligés à fournir des contingents de troupes (3) aux armées romaines,

---

naires : *erant peregrinorum numero* (I, § 79). Cela est si vrai, que les citoyens romains qui s'inscrivaient dans les colonies latines (*in latinas colonias transmigrantes*), subissaient la *media capitis diminutio* et devenaient par suite *peregrini* (Boetius. Topiq., édit. d'Orelli, pag. 381; Cicéron *pro Cæcina* 33, et *pro domo sua*, XXV).

C'est très-probablement des colonies latines proprement dites que Gaius a voulu parler dans un texte qui semble se référer au même ordre d'idées (I, 131). Les mots *in latinas regiones* ne doivent s'entendre que des colonies latines, comme dans Aulugelle (*N. Att.*, XIX, 13). Les essais de restitution du texte de Gaius, 1° par Hunske (Domenget, *Inst. de Gaius*, trad. et annot., pag. 64); 2° par Bluhme, M. Pellat, *Inst. de Gaius*, traduites et commentées (not. de la pag. 60); 3° par Goeschen, sont conformes à cette interprétation. *Vid.* aussi sur la pérégrinité des Latins, Niebühr (*Hist. Rom.* III, pag. 111 et 112.

(1) Elles se célébraient encore du temps de Denis d'Halycarnasse (liv. IV).

(2) Gaius ne faisait-il pas allusion à cette indépendance, quand il disait : *Latini qui proprios populos propriasque civitates habebant* (dict. § 79) par opposition aux Latins de son temps (*coloniaires* et *juniens*) à qui ces mots ne pouvaient convenir. (V. Gœschen revu par Lachman.)

(3) Les impôts et les troupes que payaient ou fournissaient les Latins, étaient le prix des privilèges constituant le *jus latii*. Pilati de Tassulo, *des lois politiques*, chap. VI.

ils y servaient comme alliés (*socii*), et non comme auxiliaires (*auxiliares*) (1).

C'est une question fort controversée que celle de savoir si les Latins jouissaient à Rome du droit de suffrage. La négative semblerait devoir être la conséquence naturelle de leur qualité d'étrangers, alors surtout que les Romains étaient primitivement si avares de concessions conférant les droits politiques. Des textes de Denis d'Halicarnasse (2) et de Tite-Live (3) ont fait surgir cette difficulté, sur laquelle les auteurs se sont divisés. Les uns nient formellement ce droit de suffrage, par la raison prise de la pérégrinité des Latins (4); les autres l'admettent comme une concession particulière, mais en reconnaissant que ce droit de suffrage était essentiellement précaire (5), et à la merci des consuls, qui avaient le droit de chasser ces étrangers de la ville, droit dont ils usèrent quelquefois. La question se réduit donc à de bien étroites proportions.

Les Latins avaient le droit de porter la toge romaine, et ce droit, qu'ils tenaient de leurs mœurs et de leurs habitudes, ne leur fut pas enlevé par les traités (6).

---

(1) Heineccius, Sigonius, de Beaufort, *dict. loc.* Cette dernière précision (faite par Heineccius, § 90) me paraît préférable à l'opinion d'autres auteurs, notamment de Sigonius et Pilati de Tassulo qui classaient les Latins parmi les *auxiliaires*. Elle est plus en harmonie, ce me semble, avec les textes et les caractères du droit de latinité. — La question est cependant susceptible de controverse.

(2) VIII, pag. 540.

(3) XXV, pag. 3.

(4) Pilati de Tassulo : *Lois politiques des Romains*, chap. VI, pag. 304, 305; de Beaufort, *dict. loc.*, § 4, pag. 201, 202. Cette opinion était sans contredit la plus logique. — Comment les Romains qui admettaient des municipes *sine suffragio*, ceux de *Cære*, par exemple (Aulug. *Nuits Att.* XVI, 13), auraient-ils admis des *peregrini cum suffragio ?*

(5) C'était l'opinion de Sigonius, *dict. loc.*, pag. 312, 313, d'Heineccius, *dict. loc.*, § 13.

(6) Tite-Live constate que les habitants de Tusculum, liv. VI, 25, se présentèrent revêtus de leurs toges devant le général romain : *togati obviam frequentes imperatori processere* (le fait se rapporte à une époque de 376 à 379) où le droit de latinité était déjà constitué.

3° Les Latins se régissaient par leurs propres lois, libres qu'ils étaient d'adopter ou de s'assimiler celles des lois romaines qui pouvaient leur convenir; et on disait alors qu'ils étaient *fundi facti* (1). Mais ils n'étaient participants à ce droit qu'entre eux et non avec les Romains (2), n'ayant avec eux ni le *connubium*, à moins qu'il n'eût été accordé (3), ni la *patria potestas*, si essentiellement, si exclusivement romaine (4). Ils ne pouvaient non plus tester, d'après le Droit romain, ni être institués héritiers par un citoyen romain (5); mais ils jouissaient du *jus commercii* (6), qui, leur donnant le droit de recevoir et de transmettre par des modes essentiellement romains, imprimait au sol les capacités ou les qualités du sol romain (*ager romanus*) (7), en ce sens qu'il devenait susceptible de *mancipatio* et de *cessio in jure*, d'usucapion, et plus généralement du nexum ou de la propriété quiritaine.

---

(1) Le fragment classique sur les peuples *fundi* est dans Cicéron, *pro Balbo*, § 8. V. aussi Aulugelle, *Nuits Att.* XVI, 13. Cette théorie a été approfondie par un grand nombre d'écrivains. Voir notamment dans le traité de Sigonius (*de antiq. jur. ital.*, liv. I, chap. I), une note très-remarquable de Joannes Madernus (pag. 307 et 308).

(2) Pilati de Tassulo insiste sur cette précision, *dict. loc.*

(3) Ulpien, Fragments, tit. V, § 4.

(4) Gaius, I, 55.

(5) Sigonius dit qu'ils ne participaient avec les Romains à aucune des institutions du Droit civil (*de jur. lat.*, cap. III). Cette proposition est trop absolue en ce qu'elle exclut le *jus commercii.*

(6) Heineccius (*dict. loc.*, § 87) doutait de l'existence de ce droit en faveur des *Latini veteres*; mais ce doute me paraît mal fondé en présence du texte d'Ulpien (tit. XIX, § 4). Ce principe que ce jurisconsulte pose à l'égard des Latins coloniaires et des Latins juniens n'était qu'une conséquence de l'extension ou communication du *jus latii* faite à ces nouveaux Latins. Les textes d'Ulpien et de Gaius sur la latinité, étudiés à ce point de vue, servent à nous donner une idée du droit que conférait le *jus latii*, type du droit des Latins coloniaires, des Latins de *Junius Norbanus* et des Latins provinciaux. Il faut d'ailleurs noter que les Romains étaient assez faciles pour la concession du *jus commercii*, dont le but était de faire hausser le prix de leurs terres.

(7) M. Giraud établit ce point important avec beaucoup de précision en ses *Recherches sur le droit de propriété*, *dict. loc.*, § 5; *de la propriété romaine en dehors du territoire romain.*

4° Enfin, un des avantages les plus considérables du droit de latinité, et qui le caractérisait le plus fortement, et semblait le résumer tout entier (1), consiste à conférer aux Latins une aptitude à devenir citoyens romains par l'exercice des magistratures locales (2); institution éminemment utile à Rome, puisqu'elle faisait entrer dans son sein l'élite des villes de la confédération latine.

Plus tard, deux lois successives créèrent pour les Latins de nouvelles voies pour aboutir au droit de cité. Elles furent ouvertes à ceux qui abandonnaient leur patrie pour venir habiter à Rome, à la condition de laisser un rejeton (*stirpem*) dans leur pays (*domi*) (3), et à ceux qui, s'étant portés accusateurs d'un sénateur romain, l'avaient convaincu de concussion (4).

VI. Ce droit de latinité dura jusqu'à la guerre *sociale*, qui se termina par la concession du droit de cité (*facultative*), non-seulement en faveur de tous les habitants du Latium, mais encore de tous les Italiotes (5).

VII. Toutefois le droit de latinité survécut à la guerre sociale, et voici comment :

---

(1) Sigonius disait à cet égard : *Extremum fuit jus magistratuum Romæ petendorum et capiendorum, in quo tantum momenti est constitutum, ut in hoc latii jus appellatum sit* (*dict. loc.*, pag. 313). Spanheim expose les mêmes idées dans les premiers mots qu'il consacre aux droits de latinité, *dict. loc.*, chap. VIII, pag. 34. — Cela s'explique par l'importance que les Latins attachaient au droit de bourgeoisie romaine et que révéla la guerre sociale.

(2) Asconius Pedianus *in Pisonianam Orat.* — Appien, *de Bell. civil.* II, 23. — Strabon, liv. IV : Pline le jeune, *Panégyrique de Trajan*, XXXVII; — et Gaius I, 96. (Vid. les notes de l'édition de Gaius dans le *Corpus Jur. ante Just.*, note 26 de la page 15.)

(3) Tite-Live, XLI. — Cette loi est de 575.

(4) La loi Servilia, proposée par Servilius Glaucia, l'avait ainsi décrété en 663. Vid. Cicéron, *pro Balbo*, § 24.

(5) Par les lois Julia et Plautia (de 663 à 666), Heineccius, *Antiq. rom. app.*, § 9, et Sigonius, *de civitate latinis atque Italiæ data*, ont nettement expliqué le caractère des lois Julia et Plautia. Voy. aussi M. Prosper Mérimée en sa monographie de la *guerre sociale*. On regrette plus d'une fois que ce savant auteur n'ait pas fait de plus larges emprunts au Droit romain.

Une première extension ou communication du droit de latinité avait été faite à l'égard de certaines colonies qui se distinguèrent ainsi des colonies romaines (*coloniæ civium romanorum*), et prirent le nom de colonies latines (*latinæ coloniæ*), parce qu'on faisait aux colons qui y étaient inscrits une condition égale à celle des peuples du Latium ; de là est née la classe des Latins coloniaires (*Latini coloniarii*) (1).

---

(1) Gaius I, 22, et III, 56 ; Ulpien XIX, § 4, *Confer. disputatio forensis de manumissionibus*, § 6 (texte qui n'est pas sans difficultés).

Gaius dit, III, 56 : *Ingenui in latinas colonias deducti.* — Quelques auteurs, et M. Ducaurroy lui-même, habituellement si exact (*Inst. expl.* VII[e] édition, n° 22), ont traduit ces mots en disant : des ingénus qui étaient sortis de Rome pour *se fixer dans les colonies du Latium.* C'est là une inexactitude ; car, autre chose sont les colonies situées sur le territoire du Latium, autre chose sont les colonies latines. Il y avait des colonies romaines dans le Latium. Par exemple, celles de Norba, fondée en 261 (Tite-Live, II, 34), de Lavicum, fondée en 335 (IV, 47). En retour, il y avait des colonies latines en dehors et bien loin du Latium, et dans les régions les plus opposées. Ainsi, les colonies latines fondées en 554, dans une ville du Brutium (non désignée par les textes), l'autre à Thurium, à Aquilée, en 575 ; à Bologne, en 565 (Tite-Live, XXXIV, 53 ; XXXVII, 57 ; XXXIX, 55 et 56), n'étaient sans doute pas dans la circonscription du pays latin.

Les traductions de MM. Domenget et Pellat sont beaucoup plus exactes.

C'est avec aussi peu de fondement que l'on a qualifié de colonies latines celles qui étaient composées de Latins. Sigonius, dont Spanheim a reproduit la doctrine (cap. 8 et 9), avait précisé le vrai caractère des colonies latines quand il avait dit : *Ergo latinæ coloniæ erant, non quæ in Latium deductæ, nec in quibus latini adsciti, sed quæ jus latii, sive latinitatis acceperant*, (*dict. loc.*, pag. 399). Justinien a dit avec exactitude : *Antiquæ latinitatis quæ in colonias missa est.* (*Lex unic. Cod. de latin, lib. tollend.*)

L'origine des colonies latines, et par suite du droit de latinité coloniaire, est restée assez obscure. (Voy. M. Giraud, *Recherches sur le droit de propriété, dict. loc.* — M. Laferrière, *Hist. du Droit civil*, tom. I, *des colonies.*) L'opinion commune paraît être aujourd'hui que cette origine se rattache aux dix-huit colonies qui, sur les trente, étaient restées fidèles au peuple romain pendant les guerres contre Annibal (en 544), et qui auraient reçu à titre de récompense le droit de latinité (Tite-Live, XXVII, 9 et 10 ; XXIX, 15 et 35 ; *jung.* Cicéron *pro Cæcina*, 35).

Je ne saurais m'associer à cette opinion ; voici pourquoi :

1° Le droit de latinité eût été plutôt une punition qu'une récompense, et par suite plutôt *infligé* que *concédé*, puisque les colons latins subissaient la *media capitis diminutio* (Vid. pag. 182, note 4). Le *Jus latii* ne pourrait constituer une faveur que dans le cas où les colons eussent été *peregrini* au moment de la fondation de la colonie ; hypothèse inadmissible en présence

A suite de la guerre sociale, les Latins tant originaires que coloniaires, les peuples de l'Italie, même les étrangers qui

---

soit du § 56 du Commentaire 3 de Gaius, soit du § 6 de la *disputatio forensis de manumissionibus* (*vide corpus juris romani ante Justin.*, pag, 219); soit enfin en présence du caractère de la *deductio* des colonies.

2° Tite-Live mentionne précisément comme colonies latines les douze qui avaient été rebelles à Rome en lui refusant leurs contingents (XXIX, 15), et non les dix-huit qui lui étaient restées fidèles; et son texte s'accorde avec celui de Cicéron (*dict. loc.*); tandis que, dans l'opinion contraire, pour mettre celui-ci en harmonie avec Tite-Live, il faut lui faire violence, ou le refaire en substituant le chiffre 18 au chiffre 12; remède extrême et dont il ne faut pas abuser.

3° L'opinion que je combats semble supposer qu'il n'y a pas eu de colonie latine connue avant les guerres puniques. Or, ce fait historique n'est pas exact, puisque Tite-Live lui-même parle de deux colonies latines *duæ latinæ coloniæ* (je ne sais pourquoi de Beaufort les a qualifiées de *romaines*), existantes en 251 à Pometia et à Cora (II, 16.). Or, Pometia était certainement dans le territoire des Volsques (de Beaufort, *Colonies*, pag. 257); et les Volsques, bien qu'enclavés dans le Latium, n'étaient point associés encore aux Latins; car on les voit, longtemps après, toujours distingués de ceux-ci, faire à Rome une guerre acharnée qui dura jusqu'au v^e siècle (Tite-Live, III, IV, V, VI et suiv., et Sigonius *dict. loc.*. cap. III, IV, V). Pometia ne pouvait donc pas être appelée colonie latine à cause de sa situation. Pourquoi donc ne pas admettre que cette colonie jouissait du droit de latinité, par extension du droit déjà établi à l'égard de plusieurs peuples du Latium (Tite-Live, I, II; et Denys, IV, 56 et 58)?

Ce qu'il y a donc de certain, mais cela seulement est certain, c'est que, bien longtemps avant la guerre sociale et les guerres puniques, (Gaius semble supposer lui-même cette grande ancienneté, quand il dit : OLIM *quo tempore populus romanus colonias deducebat....*; *Dict.* c. I, 131), il y avait des colonies latines. L'établissement de ces colonies s'explique assez naturellement par la facilité avec laquelle des prolétaires devaient consentir à subir une *media capitis diminutio*, en échangeant leur titre de citoyens romains contre les terres qu'on leur assignait dans une colonie latine.

Les Latins coloniaires jouissaient-ils, comme les Latins *veteres*, du droit d'acquérir l'isopolitie romaine, avec droit de suffrage, c'est-à-dire, *optimo jure ?* Le texte d'Asconius, déjà indiqué, le suppose, car il dit : *Veteribus incolis manentibus jus dedit latii, ut possint habere jus quod cætera latinæ coloniæ habebant, id est ut gerendo magistratus civitatem romanam adipiscerentur.* On objecte (M. Chambellan, *Etudes sur l'Histoire du Droit français*, pag. 469) que les citoyens romains qui s'inscrivaient dans les colonies latines perdaient leurs droits politiques; ce qui est vrai et généralement admis (voir notre table de Claude dans ses *rapports avec le Droit public romain et gallo-romain*), et on a dit qu'il s'ensuivrait que les colons latins auraient pu acquérir un droit que ne conservaient pas les colons romains. Cette objection est sérieuse, mais elle ne me paraît pas concluante, s'y étaient fixés, en réunissant d'ailleurs certaines conditions, obtinrent tous successivement par les lois Julia et Plautia (je l'ai déjà dit) le bénéfice (facultatif) du droit de bourgeoisie romaine.

VIII. Mais les lois dont on vient de parler n'étaient faites que pour la Péninsule italienne, et l'Italie proprement dite ne comprenait que la portion du territoire situé entre les deux mers, et limité au septentrion par une ligne tirée de l'embouchure du Rubicon à celle de l'Arno (1); d'où la conséquence que les colonies latines de la Gaule cisalpine, comme par exemple celles de Bologne et d'Aquilée que nous avons déjà mentionnées, ne participèrent pas au même bénéfice, et conservèrent leur condition primitive.

IX. La classe des Latins devint beaucoup plus nombreuse en 671 par l'effet d'une seconde ampliation du droit de latinité faite par la loi Junia Norbana qui décréta l'assimilation aux Latins coloniaires des affranchis par des modes non civils d'affranchissement (*neque vindicta, neque censu, neque testamento*), et que l'on appela Latins juniens (2).

---

parce que l'acquisition du droit de cité de la part des colons n'était qu'*individuelle*, et ne pouvait pas, au point de vue de la désertion de la colonie, entraîner les inconvénients qu'aurait amenés un droit de suffrage accordé collectivement à tous les colons romains.

La restitution par Klensius, du texte de Gaius, I, 96, citée par Heffter, (édit. de Gaius, Bonn 1830, note 64, pag. 15), confirme cette opinion. Il en est de même de la restitution de Gœschen (Instit. de Gaius sur le même §, 3e édit. revue par Lachman, Berlin 1842).

(1) Heineccius, *Topographia*, tome VIII, page 677.

(2) *Adsimilati Latinis coloniariis*, Gaius, I, 22 et *Disputatio forensis de Manumiss.*, § 14. La concession du droit de latinité, résultant de l'assimilation faite par la loi Junia Norbana, présente certains caractères particuliers où domine l'idée de restriction notable du droit de latinité ordinaire. Les Latins juniens conservant, malgré la liberté qui leur fut accordée, des analogies avec les esclaves (Inst. liv. III, tit. VII, § 4; Gaius II, § 195 *in fine*, III, 56), le même droit de latinité ne conféra pas non plus la capacité territoriale qui était la conséquence ordinaire du *jus commercii*. Les Latins juniens eurent bien le *commercium* et le droit de mancipation (Ulpien XIX, § 4); mais une zone déterminée du sol ne fut pas marquée, comme cela eut lieu pour le sol des colonies, et plus tard des cités latines, de la

X. Enfin, une troisième et dernière extension conféra le droit de latinité à des peuples et à des cités de la Gaule cisalpine, et bientôt après à des peuples et à des cités extra-italiques ou provinciaux (1).

D'après l'ensemble des divers documents historiques que nous possédons, ce droit de latinité fut successivement accordé :

---

forte empreinte qui s'attachait au sol italique. La loi Junia Norbana ne constitua qu'une condition ou aptitude purement personnelle, et non réelle.

On qualifia d'ailleurs de liberté latine celle dont jouirent les nouveaux affranchis : *latina libertas* (Justinien *C. unic. Cod. de Latin. libert. tollend.*).

On avait jusqu'à nos jours rapporté la loi Junia Norbana à l'année 772, sous le règne de Tibère; c'est ce qu'on lit dans tous les travaux faits sur le Droit romain. Ainsi, Bach disait que cette date n'était pas douteuse (*Historia Jur. Rom.*, lib. III, cap. I, § 10); mais, depuis quelques années. on tend à faire remonter la loi à l'époque que je viens d'indiquer. M. Pellat a donné le premier l'impulsion en sa traduction de Th. Marezoll; *Précis d'un cours sur l'ensemble du Droit privé des Romains* (note de la page 151). M. Ducaurroy l'a suivie dans la 7e édition de ses *Inst. expliq.* (note de la page 57 du tome I). L'argument sur lequel se fonde cette opinion est pris de ce que les textes de Gaius (I, 29, 30, 31, 60, 71, 73 et 74) supposent que la loi Junia est antérieure à la loi Ælia Sentia, qui est de 757, sous Auguste. On a répondu (vid. M. Ortolan, *Explication historique des Institutes*, I, note de la page 42) que Gaius étant postérieur aux deux lois, a pu les mentionner sans avoir égard à leur ordre historique; mais cette explication est insuffisante, car les textes de Gaius supposent que la condition des Latins juniens a été *modifiée* par la loi Ælia Sentia; que, par suite, la loi Junia Norbana était préexistante à la seconde. Au surplus, Spanheim avait cru devoir faire remonter la date de la loi Junia Norbana au règne d'Auguste (*Orbis romanus*, cap. VIII, pag. 19). Heineccius, qui adoptait l'opinion commune sur la date de 772, regardait cette opinion isolée de Spanheim comme une erreur de plume, *error calami* (observations sur l'*Orbis romanus* de Spanheim, qu'Heineccius qualifiait d'ailleurs avec raison d'*opus incomparabile*).

L'opinion de MM. Pellat et Ducaurroy paraît d'ailleurs fortifiée, selon moi, par cette raison historique, que le pouvoir législatif ayant été transféré au sénat sous Tibère (Tacit. *Annal.* I, 15), il faut des documents très-positifs pour admettre des lois proprement dites, faites sous le règne de ce prince.

Schrader considère pourtant la question comme douteuse (*Inst.* liv. IV, note de la page 45. — Berlin 1832).

(1) V. Heineccius, *dict. loc.*

1° Sur la proposition de Pompée Strabon, père du grand Pompée, aux habitants de la Gaule Transpadane (1);

2° Par Jules César, aux habitants de Côme (2) et à des habitants de la Sicile (3);

3° Par Auguste, à un très-grand nombre de cités provinciales (4);

4° Par Néron, aux habitants des Alpes maritimes (5);

5° Par Vitellius, à une foule d'étrangers (6);

6° Par Vespasien, à toute l'Espagne (7);

6° Enfin, par Adrien, à un très-grand nombre de cités (8).

La concession du droit de bourgeoisie romaine, faite par Caracalla à tous les habitants de l'*Orbis romanus* (9), entraîna la suppression du droit de latinité pour tous les membres des colonies latines et pour tous les peuples qui avaient été gratifiés de ce droit (10); mais comme la constitution de Caracalla n'était faite que pour les ingénus (*ingenui*), (11) et non pour les affranchis (*libertini*), le droit de latinité subsista pour

---

(1) En l'année 666-667, Asconius, *in Pisoniam orationem*, *dict. loc.*; Niebühr a expliqué très-nettement les motifs de cette concession extra-italique (*dict. loc.*) faite en faveur de colonies latines purement fictives.

(2) Appien, *de Bell. civil.*, II, § 26.

(3) Cicéron *ad Atticum*, IV, 12 (de 705 à 709). Le texte de Cicéron semble dire que César l'accorda à tous les habitants de la Sicile; mais, si cela est vrai, comment Pline l'ancien (*dict. loc.*, IV, § 8) n'a-t-il compté en Sicile que trois cités latines?

(4) Tacite, *Hist.*, I, LV. Ce texte avait échappé aux érudits.

(5) Suétone, *in Octav. August.*, § 47.

(6) Tacite, *Annales*, XV, 32.

(7) Pline l'ancien, *Hist. Nat.*, vid. *suprà*, cap. III, *in fine*.

(8) Avec ces divers textes et ceux de Pline l'ancien (*Hist. Nat.*, liv. III, IV et V), on possède la série à peu près complète des peuples que l'on sait avoir possédé le droit de latinité.

(9) En 212 de J.-C. (frag. 17, *de Stat. hom.*).

(10) Spanheim, *Orbis romanus*, chap. XVIII, pag. 330. Le *jus italicum* survécut à la constitution de Caracalla (Constitution unique au Code Théodosien, *de jure italico urbis Constantinopolitanæ*, édit. d'Haenel, p. 1402). — Voir aussi au Code de Justinien le titre XX du livre XI.

(11) Voir Cujas, tom. III, col. 9, et la *Chrestomatie* de M. Blondeau, page 30, à la note.

toute la classe des Latins juniens (1); il ne fut définitivement supprimé, pour ceux-ci, que sous le règne de l'empereur Justinien (2).

Ainsi le droit de latinité primordial, le vrai droit de latinité, *jus latii*, *antiqua latinitas* (3) fut l'objet d'une triple extension; de telle sorte qu'il y a eu dans l'ensemble du Droit romain quatre classes de Latins :

1° Les *Latini veteres*, ou aînés des Latins, les *incolæ latii jure latii donati*, *cives ex latio*, *nomen latinum* (4); 2° les membres des colonies latines; 3° les Latins juniens; 4° les peuples des cités extra-italiques, ou provinciaux, jouissant du droit de latinité.

XI. La création du type ou du coin primitif qui constitua la première classe, fut le résultat de traités de paix et d'alliance (*fœdera*) (5).

La première extension qui en fut faite, eut lieu par l'établissement des colonies latines (établissement dont la date est restée incertaine), mais qui eut lieu par des motifs politiques, et très-probablement pour dégager Rome d'un élément remuant et importun; il porte le cachet d'une espèce de contrat commutatif entre la cité et les colons.

La deuxième fut faite par la loi Junia Norbana, à suite d'une combinaison du Droit civil, qui s'inspirait de la poli-

(1) Voilà pourquoi Ulpien parlait encore des Latins dans ses Fragments (titre III). — Les Latins juniens furent admis dans les Gaules, comme on le voit dans le livre I, § 1 et 2, de l'*Epitome* de Gaius qui fait partie du bréviaire d'Alaric. — Voir aussi ces textes dans le *Corpus jur. civil. antejustin.*, des professeurs de Bonn, et un fragment de Salvien (*adv. Avaritiam*, liv. III). — Voir aussi Cujas (*Observ.*, liv. IV, chap. V, tom. III, col. 9).

(2) Cod., liv. I, tit. V, *de Lat. libert. tollend.* — Instit., liv. I, tit. V, *de Libertinis*, § 3.

(3) Justinien, *dict. loc.*

(4) Salluste, Jugurtha, 44, 46, 47.— Cicéron, *de Republica*, 1, 19, et III, 29.

(5) Sigonius insiste sur cette origine, *dict. loc.* : *Jus omne latii ex fœdere proficiscitur* (page 299). Cicéron considère le mot de *Latini* comme synonyme de *Fœderati : Latinis, id est fœderatis* (*pro Balbo*, 24). Pilati de Tassulo appelle les Latins *les alliés du Latium* (*dict. loc.*).

tique, encore assez favorable aux affranchissements ; elle créait des Latins ayant un patron.

La troisième et dernière fut le produit de lois ou d'actes du pouvoir dictatorial ou impérial, déterminés par le désir tantôt de préparer l'assimilation des provinces à l'Italie (1), tantôt de rémunérer par des récompenses les services rendus, mais insuffisants pour faire accorder le droit de bourgeoisie romaine, ou provoquer par des faveurs les services auxquels on attachait un prix particulier, mais présentant toujours le caractère d'une concession, d'une faveur, d'une libéralité, d'un privilége (2), privilége dont Rome retirait de son côté des résultats avantageux (3).

La première et la troisième ampliation furent faites directement sur le type primitif, sauf les restrictions que j'indiquerai plus tard. La seconde, celle qui produisit les affranchis latins, ne fut qu'une assimilation à la première, et subit plus de restrictions qu'aucune autre (4). Elle fit de nouveaux Latins (condition purement personnelle), quand les autres créèrent de plus un nouveau *latium*, c'est-à-dire des contrées *fictivement* latines (aptitudes réelles et personnelles).

Dans la latinité de Junius Norbanus il y a le concours du fait de l'homme, c'est-à-dire du maître qui affranchit (*latinum*

---

(1) Il est remarquable que le droit de latinité fut transporté pour la première fois, dans les provinces, par J. César.

(2) Tous les textes sont d'accord sur ce point ; aussi Pline, dit fort souvent : *Oppida jure Latii, donata... dato Latio...* (*dict. loc.*). — Suétone dit encore, en parlant d'Octave : *Ob merita erga rempublicam quasdam urbium latinitate donavit* (in Oct. Aug., § 47). — Tacite dit : *In jus latii transferre* (Annales, *dict. loc.*), et *Jus latii dilargiri* (*Hist. dict. loco*).

(3) Ce point de vue déjà indiqué ressortira de la fin de la 2e partie. — Il en était autrement du *jus italicum*, qui, se résumant dans le *jus commercii*, et l'immunité des impôts, ne profita aux Romains qu'au point de vue du *jus commercii.*

(4) Chacune des trois extensions dont nous venons de parler, créa une nouvelle espèce de Latins (*Novum genus Latinorum*), comme dit Heineccius (*dict. loc.*) par rapport à ceux qui existaient avant la guerre sociale. Nous désignerons dorénavant ces derniers sous le nom de Latins originaires ou anciens.

facere, Gaius, I, 41) et le concours de la loi ; dans les deux autres, il n'y a que l'œuvre du sénatus-consulte décrétant l'établissement des colonies latines ou l'acte du pouvoir concédant le droit de latinité à des cités ou à des peuples provinciaux ; d'où il suit encore que, par une autre différence, la première latinité est *individuelle*, tandis que les deux autres sont toujours conférées *collectivement*.

Si nous avons distingué, avec l'Histoire du Droit public, et le Droit civil quatre classes de Latins, ceux de la première constituaient seuls les vrais Latins, les Latins classiques, parce qu'ils étaient Latins, non pas seulement par le droit, mais par l'origine et le domicile. Les trois autres classes ne se composant que de Latins de convention, Latins fictifs ou, si l'on veut, Latins artificiels, Latins seulement par le droit, mais non par l'origine, pas plus que par le domicile.

XII. Quant à la suppression du droit de latinité, qui eut lieu aussi d'une manière successive, celle qui fut décrétée par la loi Julia, à suite de la guerre sociale, en faveur de tous les Latins (1), présenta un double caractère, en ce sens que le droit accordé à certains peuples du Latium eut pour objet de les récompenser de leur fidélité à Rome, et que ce droit fut arraché ou conquis les armes à la main par ceux des Latins qui avaient pris part au soulèvement général des peuples de l'Italie (2).

Si les suites de la guerre sociale supprimèrent la classe des Latins de création, la constitution de Caracalla effaça ou supprima la deuxième et la troisième, c'est-à-dire celles des Latins coloniaires et des Latins provinciaux (3) ; cette constitution s'inspira, comme on sait, d'idées purement fiscales.

Enfin, la suppression de la quatrième et dernière classe des

---

(1) *Universo Latio lege Julia civitas data* (Aulugelle, *Nuits att.* IV, 4).

(2) Heineccius, *dict. loc.*, appendix, § 4, et Sigonius, *ibid.*

(3) Le droit de latinité étant incompatible avec le droit de bourgeoisie romaine, comme toute condition inférieure est incompatible avec une condition de l'ordre supérieur, la collation du droit de cité entraînait nécessairement la suppression du droit de latinité.

Latins juniens fut opérée par Justinien sous l'influence du mouvement qui emportait les esprits vers l'unité.

Ainsi, à la constitution de ce droit, à ses ampliations ou à ses variétés, à ses développements comme à ses extinctions graduelles, ont présidé des causes ou des considérations d'un ordre bien différent, mais toutes engageant les plus hauts intérêts et traduisant les principales institutions de la politique romaine.

L'origine et les caractères, les phases et les effets du droit de latinité en général étant ainsi connus, je passe à la seconde partie, qui est destinée à l'application spéciale de ces idées, aux Toulousains et aux provinciaux en général, c'est-à-dire à la quatrième classe des Latins dans l'ordre historique.

SECONDE PARTIE.

APPLICATION A LA CITÉ DE TOULOUSE DES THÉORIES QUI PRÉCÈDENT SUR LE DROIT DE LATINITÉ.

XIV. Mon intention n'est pas de remonter ici aux origines de la ville de Toulouse, ni d'examiner les récits plus ou moins fabuleux qui se sont produits à cet égard, ni d'étudier quelle est sur sa fondation la conjecture la plus vraisemblable, entre celles qui l'attribuent à des peuples venus de l'Asie, à des peuples indigènes de la Gaule ou aux Ibères. L'examen de ces différentes versions (1) reste en dehors de mon sujet, et, concentrant mon attention sur des temps mieux connus, je me bornerai à parler des choses qui sont établies d'une manière positive.

XV. Considérable par le nombre de ses habitants et la vaste étendue du pays auquel elle commandait, célèbre par son an-

---

(1) On les trouve exposées dans les *Gestes Tolosains* par Nicolas Bertrand ; dans *l'Histoire Tolosaine* d'Antoine Noguier ; dans Catel, *Mémoire sur l'histoire du Languedoc*, partie I^re^, chap. I^er^ ; dans les *Antiquités de Toulouse* par l'abbé Daudibert ; enfin, dans une dissertation de M. de Montégut, Conseiller au Parlement de Toulouse, lue à l'Académie des Sciences de cette ville (Mémoires de cette Académie, ancienne collection, tom. 1, pag. 65 et suiv.).

cienneté, par ses richesses, comme par l'émigration et les expéditions aventureuses de ses citoyens dans diverses contrées de l'Europe et de l'Asie, Toulouse se produit d'abord à nos regards comme ville gauloise, capitale des Volkes Tectosages.

XVI. Soumise, comme toutes les cités de la Gaule transalpine, à un régime aristocratique fortement constitué (1), elle administrait elle-même ses intérêts politiques et matériels par le ministère d'un sénat héréditaire (2), à la tête duquel étaient placés un ou plusieurs magistrats électifs; les Druides y étaient chargés de l'administration souveraine de la justice (3).

Ses rapports officiels avec Rome n'ont commencé qu'après l'établissement d'une province romaine (*provincia*) dans la Gaule du Midi.

On sait que les Romains furent attirés pour la première fois dans cette partie de la Gaule sur la demande des habitants de Marseille, colonie des Grecs phocéens, qui étaient alliés avec Rome, et qui se trouvaient en guerre contre les Ligures-Salyens. Le consul M. Fulvius Flaccus conduisit une armée romaine au secours des Massaliotes et battit les Ligures. Son successeur, C. Sextius Calvinus, fit subir aux mêmes tribus une défaite définitive, et fonda une colonie à Aix (4).

Bientôt les Romains sont appelés une seconde fois dans les Gaules par les Eduens, les premiers de leurs alliés parmi les

---

(1) Strabon, liv. IV; M. de Savigny, *Hist. du Droit rom. au moyen âge*, chap. II, § 19.

(2) César dit, en parlant des cités gauloises : « *Civitates suam rempublicam administrantes*... (*de Bell. Gall.*, VI, 20). »

(3) *Ibid.*, § 13. — Il parle très-souvent des *civitates cum magistratibus*. — Le magistrat suprême des Eduens (ceux d'Autun) portait le nom de *Vergobret* (*de Bell. Gallic*, I, 16); celui des Nitiobriges (ceux d'Agen) prenait le titre de roi (*ibid.*, VII, 46). Quelques écrivains disent que les Toulousains auraient eu aussi à leur tête un roi désigné sous le nom de *Copillus* à l'époque de l'invasion des Cimbres et des Teutons (voir M. Amédée Thierry, *Hist. des Gaulois*, tom. 2, pag. 188). Mais le texte de Plutarque, auquel le fait est emprunté, qualifie *Copillus* de général et non de roi (*in Syllam*, § 4).

(4) An 628, 629 de la fondation de Rome. (Tite-Live, *Epitom.* LXI.)

Gaulois. Les Eduens étaient en guerre contre les Allobroges et les Arvernes; ils sollicitèrent le secours des Romains comme les Massaliotes l'avaient sollicité contre les Ligures-Salyens.

Les armées romaines eurent leurs succès accoutumés. Les consuls Domitius Ahenobarbus et Q. Fabius Maximus, qui prit le surnom d'*Allobrogique*, triomphèrent des ennemis des Eduens, et il y eut dès ce moment, dans la Gaule transalpine, une province romaine qui comprit tout le pays situé sur la rive gauche du Rhône, depuis l'endroit où ce fleuve se jette dans le lac Léman, jusqu'à son embouchure dans la Méditerranée (1).

Les années suivantes, cette province se trouva considérablement agrandie sur la rive droite du même fleuve. Elle embrassa bientôt par ses développements successifs le territoire des Helves, des Sordes et des Volkes Arécomiques dont Nîmes était la capitale (2).

Le consul Q. Marcius Rex avait fondé une colonie à Narbonne, cinq ans après la fondation de la colonie d'Aix.

XV. Ce fut alors que Toulouse, devenue voisine des possessions des Romains, entra en relations avec eux. Ces relations s'établirent par un traité d'alliance (*fœdus*), ainsi que l'atteste Diodore de Sicile, qui dit en parlant des Toulousains : Ενσπονδοι τοις Ρομανοις (3).

Quelles furent les conditions de cette alliance à laquelle les Toulousains durent souscrire avec empressement, puisqu'elle leur ménageait la protection d'un peuple dont les armes menaçaient de tout envahir ? Nous l'ignorons. Rien n'était variable comme les traités que faisaient les Romains avec les cités et les

(1) Année 631, 632; j'ai adopté les dates fixées par Dom Bouquet. Cette province est classée la quatrième dans l'ordre historique par Pomponius. Frag. II, § 32, *de orig. et progress. jur.*

(2) Amédée Thierry, *Hist. des Gaulois*, tom. 2, pag. 166 et suiv. Dom Bouquet ajoute, après avoir raconté ces faits : *Narbonensis Gallia in provinciam redacta*; l'expression *Narbonensis* est trop étendue, car nous dirons bientôt que toute la Narbonnaise ne fut pas réduite *in formam provinciæ* à cette époque.

(3) Diodore, *Frag. excerpt. apud Vales.*, pag. 630.

peuples étrangers (1). Mais si l'on considère d'une part qu'ils n'avaient pas été en guerre avec les Toulousains, et d'un autre côté qu'ils avaient intérêt à se les rendre favorables à cause de l'importance et de la situation de leur ville, qui pouvait leur offrir un centre d'action des plus utiles pour leurs intérêts en Espagne, et un point d'appui pour conquérir l'Aquitaine, sur laquelle ils avaient peut-être déjà des vues, il est permis de conjecturer que le traité dont parle Diodore de Sicile fut fait sur le pied d'égalité, *æquo jure*, selon le langage romain (2), et que, par suite, Toulouse conserva son indépendance politique et son autonomie. Ce pacte d'alliance ne fut peut-être pas aussi avantageux pour les Toulousains que celui qui avait été formé par les Romains, d'abord avec les Massaliotes, et ensuite avec les Eduens, il ne faudrait pas s'en étonner; mais il le fut certainement beaucoup plus que celui qui intervint au profit des Voconces (3), après leur soumission par les armées romaines (4).

XVI. Quoi qu'il en soit, ce traité d'alliance ne fut pas de longue durée, car, sept ans après environ, à l'occasion de l'invasion des Kimro-Teutons partis des bords de la Baltique, les Romains ayant pour ainsi dire pris possession de Toulouse sous le prétexte de défendre un point militaire, les Toulousains firent main-basse sur leur garnison et se lièrent avec les chefs des hordes barbares. C'est dans ces circonstances que Q. Servilius Cépion, commandant des troupes romaines, et aidé,

---

(1) Voir notamment Sigonius, *de antiquo jure Italiæ*, lib. I, et Brisson, *de Formulis*, XIV, n° 335 et suiv.

(2) Voir sur ces sortes de traités d'alliance, Brisson, *dict. loc.*, § 53 et les textes qui y sont cités : cette égalité était telle qu'on pouvait l'admettre dans des traités faits par les Romains, où la *res romana* était toujours *superior* (expressions de Tite-Live, I, 52). — Vid. aussi Proculus, frag. 7, *de captiv. et postlim. revers.*

(3) Peuples qui habitaient sur l'ancien territoire du Dauphiné et de la Provence. Le tom. 2, 2e série, des Mémoires de l'Institut (Académie des Sciences et Inscriptions) contient sur ces peuples un savant mémoire de M. le Docteur Long, de Drie (Drôme), pag. 278 et suiv.

(4) Amédée Thierry, *Hist. des Gaulois*, part. II, chap. I.

dit-on, par la trahison, occupa Toulouse, la saccagea, et s'appropria des quantités considérables de cet or toulousain (*aurum tolosanum*) devenu plus tard si tristement fameux par le sort malheureux qu'il aurait jeté sur tous ceux qui en avaient pris (1). Les Toulousains cherchèrent bientôt à secouer le joug des Romains, mais ils furent réduits à l'obéissance par Sylla, qui était alors le lieutenant de Marius (2).

Tous ces événements se passaient dans la période de l'année 647 à l'année 650. Il est très-probable que Toulouse et le sol des contrées habitées par les Volkes-Tectosages, furent alors réduits à l'état de province romaine (*in formam provinciæ redigere*) (3), s'ils ne l'avaient pas été déjà à suite de l'occupation par Cépion (4). Que si ce point paraissait douteux, il ne saurait plus l'être, quand on consulte les habitudes romaines,

(1) Tous ces faits sont rapportés avec de nombreux détails dans l'*Histoire générale du Languedoc*, par Dom Vaissete, tom. 1 ; dans Catel et Lafaille, *dict. loc.*

(2) *Ibid.*

(3) Expression consacrée (César, *de Bell. Gall.*, I, XLV ; Suétone, *in Jul. Cæsar.* 25). — Les formalités suivies pour mettre un pays *in formam provinciæ* sont exposées dans tous les auteurs, et notamment dans Heineccius, *Antiquit.* (*appendix*), § C.

(4) L'opinion assez généralement reçue est que Toulouse aurait été réduite à l'état de province par l'effet de la conquête de Fabius et de Domitius (an 631, 632). — Catel et Lafaille, *dict. loc.*, adoptent cette opinion en se fondant sur un texte d'Ammien Marcellin, qui ne voit aucune conquête dans la Narbonnaise, au delà de celles qui furent faites par Fabius (lib. XV, cap. XII, *in fine*). Mais cette opinion ne me paraît pas sérieusement soutenable. En effet, le fragment d'Ammien Marcellin ne s'applique qu'aux parties de la Gaule qui étaient limitrophes à l'Italie : « *regiones quæ præcipuè Italiæ confines*..... » Il est donc fort exact, et ne dit pas ce qu'on lui fait dire.

D'un autre côté, les Arvernes et les Ruténiens qui avaient pris parti contre les Eduens et soutenu les Allobroges vaincus n'étaient pas eux-mêmes *in formam provinciæ redacti,* à l'époque de la conquête des Gaules par César, ainsi que celui-ci l'atteste d'une manière positive (*de Bell. Gall.*, I, 45). Comment donc les Toulousains restés neutres auraient-ils été plus maltraités qu'eux ?

L'Epitome de Tite-Live du titre LXI, Paul Orose (VI, 14), un fragment d'Obséquens cité par Dom Bouquet (tom. I, note de la pag. 365), Velleius Paterculus, II, et Florus qui donne pour témoins aux victoires de Domi-pour l'époque plus reculée, où les Toulousains, s'étant prononcés en faveur de Sertorius, successeur de Marius, contre la cause de Pompée, furent définitivement domptés et soumis par Fontéjus son lieutenant. Les rigueurs sanglantes qu'exerça Fontéjus, ses exactions, les proscriptions et les larges confiscations de terres qu'il décréta, sont des preuves irrécusables de l'état de province auquel avaient été réduites et Toulouse et les contrées qui en relevaient (1); par suite, les limites de la province romaine s'étendirent jusqu'au confluent du Tarn et de la Garonne. On peut donc affirmer que Toulouse était devenue cité provinciale sous le gouvernement de Fontéjus au plus tard.

Elle était dans le même état dix ans après, à l'époque où César faisait la conquête des Gaules; car on voit dans ses Commentaires, *de Bello Gallico* (2), qu'il disposait de Toulouse comme d'une ville appartenant aux Romains, soit en y faisant des levées de troupes, soit en y établissant une garnison (3).

XVII. Devenue ainsi cité provinciale (4), Toulouse subit la

---

tius et de Fabius, le Var, l'Isère, la Sorgue et le Rhône (III, § 2), confirment les mêmes résultats.

Vid. en ce sens Sigonius, *de antiq. jure provinciarum*, lib. II, cap. VI. *Gallia Narbonensis et Comata*, pag. 164 et 165; Amédée Thierry, *dict. loc.* Le traité d'alliance intervenu entre les Romains et les Toulousains est certainement antérieur à la conquête de Toulouse.

(1) V. Cicéron, *pro Fontejo*, III, IV et V. Des impôts arbitraires sur le vin avaient été établis à Toulouse. (*Ibid.*)

(2) *De Bell. Gall.*, lib. III, § 20.

(3) *Ibid.*, lib. VIII, § 7. On est dans l'usage de citer dans le même sens le fragment de César où il dit.... *Tolosatum finibus...., quæ civitas, est in provincia* (*de Bell. Gall.*, I, 10). Sigonius, *de antiq. jure provinciarum* (*dict. loc.*, pag. 435 et suiv.), et Catel le reproduisent pour prouver que Toulouse était *in formam provinciæ redacta.* Mais ces auteurs n'ont pas remarqué que dans le liv. III, *ibid.*, § 20, César dit: *prætereà viris fortibus Tolosa, Carcassonne, et Narbonne, quæ sunt civitates provinciæ, evocatis.* Je ne vois pas qu'il y ait une différence entre *civitas in provincia* et *civitas provinciæ.* Or, Narbonne n'était pas *in formam provinciæ*, puisqu'elle était colonie romaine (Cicéron *pro Fontejo.*, 4). — Je suis au fond de l'avis de Sigonius et de Catel, mais je ne crois pas qu'il faille étayer cette opinion sur les derniers textes de César. (V. note 2 ci-dessus.)

(4) C'est à la même époque (ou peu de temps après qu'elle eut été réduite *in formam provinciæ*) que Toulouse reçut, selon moi, une colonie

destinée de tous les pays qui étaient déclarés être *in formam provinciæ*. La concession du droit de latinité devait seule venir adoucir son sort, en atténuant, comme nous allons le voir, les conséquences de cette déplorable condition. A quelle époque fut-elle dotée de ce droit? par qui et pourquoi? enfin, quels furent les avantages d'une pareille concession? telles sont les diverses questions qu'il importe d'examiner.

XVIII. Nous devons, je l'ai déjà dit, à un fragment de Pline l'ancien, contemporain de Vespasien, de savoir que les Toulousains jouissaient, sous le règne de ce prince, du droit de latinité. Mais Pline ne mentionne pas l'époque à laquelle remontait cette jouissance. Plusieurs versions ont été présentées à ce sujet. Les uns ont émis cette conjecture que les Romains auraient gratifié Toulouse du droit de latinité, pour récompenser ses habitants de la facilité avec laquelle ils s'étaient soumis. D'autres ont pensé que cette concession leur avait été faite à l'occasion du procès intenté, en l'année 685, par la plupart des peuples de la province romaine dans les Gaules contre Fontéjus, son gouverneur. Une troisième opinion l'attribue à Jules César (1). Enfin il est des auteurs qui paraissent l'attribuer à Auguste (2). Cette dernière version est celle à laquelle je donne la préférence.

J'écarte la première (bien qu'elle ait pour elle de graves autorités, notamment celle de Fléchier) (3), par plusieurs raisons; d'abord, parce qu'on ne trouverait pas d'autre exemple de concession du droit de latinité fait à un peuple le lendemain de sa défaite (4); ensuite, parce que les révoltes successives des

---

romaine, et non sous Galba, comme on l'a écrit. J'avais d'abord traité ce point de vue qui trouvait ici sa place; mais il nuisait à l'unité de la monographie, et j'ai supprimé les pages qui s'y référaient.

(1) M. de Labroquère, *dict. loc.*

(2) M. Amédée Thierry, *Hist. des Gaulois*, partie II, chap. III.

(3) Antiquités de la ville de Nîmes, citées par Dom Vaissete, *dict. loc.*, pag. 50.

(4) M. le docteur Long, dans son remarquable mémoire sur les Vocon-

Toulousains étaient d'autant peu graves que les Cimbres et les Teutons, pour lesquels ils conspiraient ou remuaient, étaient plus redoutables; et en dernière analyse, parce que les mesures violentes et arbitraires auxquelles se livra Fontéjus et les actes d'autorité faits par César se concilieraient fort mal avec un droit de latinité préexistant (1).

J'écarte la seconde opinion, par cette raison qu'il n'est point établi que Fontéjus, accusé par les Volkes en général et les Allobroges, ait été condamné, et que d'ailleurs, si dans le

---

tiens, déjà cité, semble admettre cette opinion pour les peuples dont il étudie l'histoire.

Indépendamment de la raison que je viens de donner, pour combattre ces opinions en général, je ferai remarquer (Vid. ci-dessus, pag. 191) que nous n'avons aucun texte, aucun document qui mentionne un droit de latinité provinciale antérieur à la concession de la latinité faite par J. César à la Sicile (Cicéron *Atticus*, XIV, 12). La lettre de Cicéron est du mois d'avril 1709, et la concession de 705-708. C'est très-vraisemblablement le dictateur qui, pour faire triompher sa politique démocratique, a pris l'initiative de pareilles concessions faites aux provinces. Cette observation historique, qui porte sur l'origine et les causes de la latinité provinciale, renverse tous les systemes de la latinité de cette nature contemporaine, et surtout antérieure à la conquête des Gaules (de 694 à 704).

Je dois constater pourtant que Pline l'ancien, parlant du droit de latinité dont jouissaient (avant la concession générale faite par Vespasien à toute l'Espagne) vingt-quatre villes de la Bétique, dit que ces villes en avaient été dotées anciennement, *Latio antiquitus donata* (*Hist. nat.* III, 3). Mais ce texte n'a pas assez de précision pour détruire la vraisemblance dont je viens de parler, d'autant qu'il est bien permis de conjecturer, en rapprochant de ce § d'autres fragments du même auteur (§ 4, *ibid.*, et liv. IV, § 35), qu'il faut lire, *Latio antiquo donata.*

(1) Le droit de latinité accordé aux provinces était une faveur (Voir ci-dessus, note 2, page 193), et Rome attendait, en général, qu'on l'eût mérité. La soumission de l'Aquitaine par Crassus fut facile; César l'atteste dans ses Commentaires (*de Bell. Gall.* VIII, 46), et pourtant on ne voit pas que dans cette province le droit de latinité ait été accordé, je l'ai déjà dit, (*Vid. suprà*, note 4 de la page 178) à d'autres qu'aux habitants d'Auch (*Auscii*, et aux habitants de *Lugdunum Convenarum* (Saint-Bertrand). Strabon, liv. IV. Notre illustre prédécesseur d'Hautesserre, qui a si bien exploré les antiquités de cette province, ne mentionne pas, comme ayant joui du droit de latinité, d'autres cités que les deux qui sont indiquées par Strabon, *Rerum Aquitanicarum*, lib. IV, cap. III. Notons cependant que le texte de Strabon n'est qu'*énonciatif* et non *limitatif*. *Jus latii* NONNULLIS *Aquitanorum Romani dederunt, ut Ausciis et Convenis.*

Droit public romain une accusation dirigée avec succès contre un sénateur pour cause de concussion, faisait obtenir aux Latins le droit de cité, rien ne justifie que l'on fît à ceux qui accusaient un magistrat romain, la faveur de les élever du rang de Provinciaux à celui de Latins.

Quant à la troisième opinion, je refuse de m'y associer par cette considération, qu'elle ne s'harmonise pas avec le système de rigueur et d'oppression qui pesa sur la Narbonnaise, depuis la conquête jusqu'à l'avénement de l'empire (1).

J'adopte aussi la quatrième opinion, précisément parce qu'elle entre dans un procédé de la politique générale d'Auguste, qui fut, à l'égard de la même province, une combinaison de mesures dictées à la fois par la bienveillance et par une mesure prudente ou cauteleuse (2). Suétone atteste qu'il gratifia plusieurs villes, les unes du droit de cité, les autres du droit de latinité (3); les Toulousains furent, selon moi, compris parmi ceux qui furent redevables à ce prince de ce dernier droit. Il est enfin très-probable que la concession date de l'année 727, époque à laquelle Auguste, venu à Narbonne, réorganisa toute la province qui prit, dès ce moment, le nom de Narbonnaise.

XIX. Si on veut bien apprécier les bienfaits dont Toulouse fut redevable au droit de latinité, il faut commencer par constater les conséquences qu'avait produites pour elle son état de ville provinciale (*in formam provinciæ redacta*).

Tous les documents historiques et juridiques sont d'accord sur ce point, que la condition des contrées réduites à l'état de

---

(1) Vid. Cicéron, *de Provinc. consularibus, et pro Fontejo, passim*, et surtout dans César, *de Bell. Gall.*, lib. VII, cap. 77, le discours de l'Arverne Critognat aux assiégés d'Alise : *Respicite finitimam provinciam*, etc., etc. J. César réserva ses faveurs pour la partie de la Gaule qu'il avait conquise.

(2) Amédée Thierry. *dict. loc.*, 3e partie, chap. Ier.

(3) *In Octavium August.*, 47 : « *urbium quasdam merita erga populum romanum allegantes latinitate donavit.* » — A défaut d'indication d'une cause spéciale de cette faveur obtenue par les Toulousains, le système général de la politique d'Octave me paraît suffisant.

province était la plus rude et la pire de toutes (1), si l'on en excepte celle des *déditices* (2). La condition dont je viens de parler ne laissait en effet rien au pays soumis, du régime de ses lois, de ses magistratures, de son droit territorial; elle restreignait ou réduisait la propriété privée des héritages à une sorte de possession naturelle, ou de jouissance révocable et précaire.

Ces mêmes héritages, dont la propriété était censée appartenir au peuple romain (ou au prince, selon que la province fut comprise, après l'empire, dans le lot de l'un ou de l'autre), étaient qualifiés de *stipendiaires* ou de *tributaires*. Ils n'étaient susceptibles que des modes d'acquisition et de transmission établis par le droit des gens (3). La conquête soumettait enfin les personnes à des obligations indéfinies, les terres à des impôts arbitraires, et plaçait les peuples vaincus et courbés dès ce moment sous les haches et les faisceaux, à la merci du gouvernement romain ou de ses magistrats. C'était donc un état de servitude et d'oppression absolue, *perpetua servitus* (4).

Cela posé, on va voir combien étaient considérables et nombreux les avantages qui résultaient de la concession du droit de latinité faite aux Toulousains et à des provinciaux en général (5).

---

(1) Voir notamment sur ce point, Sigonius, *de Antiq. jure provinciarum*, lib. I, chap. I, et seq.; Heineccius, *Antiquit.*, lib. I, (*appendix*) cap. IV, *de jure provinciarum*; — et de Beaufort, *Hist. de la République romaine*, liv. I, chap. I, *des Provinces de l'Empire romain*; — Pilati de Tassulo, *Lois politiques des Romains*, chap. VII; *des Provinces et de leur gouvernement.*

(2) Quelques auteurs, et notamment Klimrath, *Histoire du Droit public et privé des Français* (I, pag. 214), confondent les *provinciales* et les *deditii*; mais Gaius, I, § 14 et 26, ne permet pas cette confusion.

(3) Vid. *Vatican. frag.* § 259, 283, 289 et 293... Gaius, II, 7, 27 et 31. *Provincialia prædia neque mancipationem, neque cessionem in jure recipiunt.* Vid. aussi une dissertation spéciale de Bynskerhoek, *de Præd. provincialibus* (I, pag. 338, 339).

(4) Expressions que César prête à Critognat, *dict. loc.*, *de Bell. Gallic.*, lib. I, cap. 17. F. Roth a qualifié d'un seul mot l'état des provinces, quand il dit : *Provinciæ serviebant* (*de re municipali Romanorum*, IV).

(5) Par Toulousains, *Tolosani Tectosagum*, il faut entendre non seulement les habitants de la ville de Toulouse, mais tous les habitants de son

XX. Pour les énumérer, je maintiendrai la méthode que j'ai déjà employée quand j'ai parlé des avantages résultant du droit de latinité ancien. Toutefois, il ne faudra pas perdre de vue que nous devons rencontrer naturellement plus d'une différence (1) entre le droit de latinité ancien et le droit de latinité concédé aux provinces, soit à cause des nombreux changements qui se sont opérés depuis la fin de la guerre sociale, soit par l'effet des diversités naturelles (*re ipsa*) et profondes qui existent entre les Latins originaires et les Latins provinciaux, soit enfin parce que le droit de latinité s'est altéré ou affaibli, ou par suite de la translation qui en a été faite, ou parce que les Latins originaires, tenant leurs droits de traités (*fœderati*), devaient être plus favorisés que les Latins nouveaux, redevables de leur condition à de simples concessions unilatérales (*latinate donati*).

XX. Dans l'ordre religieux, le droit de latinité resta frappé de stérilité, et il ne s'établit entre les Latins provinciaux aucune de ces communications concernant les *sacra publica* qui exis-

---

district ou de son territoire, *pagi, vici, oppida* (voy. ci-dessus note 1, de la page 177), qui relevaient de ses magistrats, et en principe étaient régis par les mêmes lois; ce qui est conforme à la constitution des cités gauloises. Strabon atteste que les vingt-quatre bourgs placés dans le territoire de Nîmes, jouissaient, comme les habitants de cette ville, du Droit latin (liv. IV). Les mêmes raisons doivent porter à le décider ainsi pour tous ceux qui étaient placés dans le giron, ou compris dans les limites (*fines*) des Toulousains. Mais il est bien entendu que tous les Tectosages ne participaient pas aux mêmes droits, car il semble que, parmi ceux qui y participaient, Pline l'ancien n'ait mentionné que Carcassonne, indépendamment des Toulousains. (Voir sur les *fines Tolosatium*, César, *de Bell. Gall.*, I, 10. — L'itinéraire d'Antonin dans Dom Bouquet, et Danville en sa *Notice sur les Gaules*, V° *Toulousains*. La distinction entre Toulouse, capitale des Tectosages, et la nation entière de ces Tectosages, a été faite avec netteté par ce dernier géographe, *dict. loc.*

(1) Mesurer ces différences, c'est-à-dire, préciser exactement ce qui, de la latinité originaire, s'est conservé dans la latinité provinciale et ce qui ne s'y est pas conservé, c'est-à-dire ce qui est resté en chemin, est le point le plus difficile de mon sujet, par cette raison qu'il faut procéder en l'absence de textes ou de guides positifs, et se déterminer par le caractère extérieur des faits, des situations ou des événements.

tèrent entre les Romains et les habitants du Latium. Cette communication qui avait engendré, comme je l'ai dit, les Féries latines (1), tenait principalement à une communauté d'origine (*consanguinitas*) et de croyances religieuses, qui n'existaient pas entre les Romains et les Latins des provinces, surtout avec les Latins de la Gaule. Le mouvement assez confus qui se produit dans cette contrée après la concession du droit de latinité, mouvement qui montre d'un côté l'adoption d'une espèce de culte augustal, et d'un autre le mélange bizarre des croyances romaines et gauloises (2), et qui, sous le règne de Claude, aboutit à la suppression des Druides, n'a rien de commun avec les idées qui se traduisaient par les *Fèries* dont nous avons parlé.

XXI. Dans l'ordre politique, le droit de latinité eut pour effet de rendre aux Toulousains leur sénat aristocratique et leurs magistratures locales, à l'exception toutefois de celle des Druides dont le sacerdoce, avant sa suppression définitive par Claude, avait été déjà répudié par les hautes classes de la société gauloise (3), et du droit de *juridiction* supérieure qui constituait un privilége réservé partout aux proconsuls romains (4).

Que les cités provinciales, en possession du droit de latinité, eussent l'avantage d'être administrées par leurs magistrats locaux, et non par les proconsuls, présidents ou gouverneurs romains, cela ne saurait être douteux. Strabon l'atteste de la manière la plus positive en parlant de la latinité des habitants de Nîmes, dont la condition ressemblait exactement à celle des Toulousains : « *Nemauso in Galliâ jus latii datum est, ut qui* » *Nemausi edilitatem et quæsturam adepti essent, ii cives* » *romani essent, eâque de causâ populus ille romanis præto-*

(1) Vid. *suprà*, pag. 183.

(2) Voir M. Amédée Thierry, *Histoire des Gaules*, partie III, chap. I.

(3) *Ibid.*

(4) Pline le jeune, épit. X.

» *ribus non paruit* (1). » Cette dernière précision est des plus importantes, et le langage du géographe qui atteste un état de choses dont il est témoin, ne permet pas de douter que ce ne fût là un principe général applicable à toutes les villes jouissant de la latinité. Sigonius n'hésite pas à tirer cette conséquence quand il dit : « *Quibus ex verbis illud perspici non obscurè potest,* » *latinos ipsos non magistratuum quidem romanorum edictis,* » *sed suorum prætorum obtemperâsse* (2). » Le savant publiciste et les auteurs qui ont reproduit ce fragment le citent isolé; mais ils auraient pu le fortifier par un autre encore plus concluant, emprunté au même géographe, faisant partie du même livre, et qui est ainsi conçu : « *Allobroges et Ligures* » *rectoribus Provinciæ Narbonensis Roma missis obtem-* » *perant : Vocontii, sicuti de Volcis circa Nemausum, ut* » *suprà diximus, sui juris sunt* (3). » Rien de plus précis que ces derniers mots pour constater l'indépendance administrative ou communale des cités latines avec droit d'administration de leurs biens et des revenus qu'ils produisent, avec droit de police locale et de juridiction au moins au premier degré. Mais il n'en faudrait pas abuser, et en conclure que l'indépendance des cités latines existât dans l'ordre politique, car les Romains n'abdiquaient jamais sur ce point leur suprématie ; s'ils l'avaient exercée vis-à-vis des Latins originaires, à plus forte raison la réservaient-ils, et dans une proportion plus considérable, à l'égard des provinciaux (4). Ceux-ci, malgré le droit de latinité, restaient donc placés sous l'*imperium* du vainqueur pour tout ce qui engageait l'action ou l'intérêt politique; par exemple, pour les traités à faire avec les autres cités, pour les questions d'impôt ou les levées de troupes, l'établissement de corporations (*collegia*), la tenue d'assemblées illicites. Toutefois,

(1) Liv. IV. — Traduct. de Casaubon.

(2) *Dict. loc. de jure latii.*

(3) Expression probablement importée du Droit civil dans le Droit public (Tite-Live, XXVIII, 9).

(4) M. le docteur Chambellan, *dict. loc.*, page 467, cite en ce sens un fragment de M. de Savigny, en son traité du *Droit de latinité.*

malgré cette restriction notable, le droit de latinité ne fut pas moins des plus efficaces, puisqu'il restitua aux Toulousains leur sénat avec ses magistratures, et par suite leurs franchises municipales.

XXII. C'est donc du droit de latinité que dérive pour Toulouse, sinon l'origine, du moins la restauration du pouvoir municipal sous la domination romaine, pouvoir qui s'est conservé, comme on sait, à travers les modifications nombreuses qui ont été étudiées de nos jours avec le plus grand soin (1). Il ne faut pas se borner à faire remonter la même origine à Toulouse, cité gauloise, ou à Toulouse, ville alliée des Romains, car le fait postérieur de la conquête entraînant la *forma provinciæ*, avait en réalité tout emporté, du moins tout paralysé (2). Sans la concession du droit de latinité, Toulouse aurait attendu probablement jusqu'au commencement du IIIe siècle pour retrouver

---

(1) M. de Savigny, *Histoire du Droit romain*, tom. 1er, et M. Raynouard, *Histoire du pouvoir municipal en France.*

(2) L'existence de l'indépendance communale et des priviléges municipaux était un droit incompatible avec la *forma provinciæ.* — Spanheim constate que dans les cités provinciales les gouverneurs ou leurs lieutenants s'occupaient des affaires et des intérêts les plus minimes (*Orbis romanus*, cap. XIII). S'il en était autrement dans les provinces qui avaient obtenu de conserver quelques franchises municipales, ces franchises étaient, *en fait*, presque nulles. Aussi on voit que dans la province de Bithynie, où il y avait une organisation des curies, Pline le jeune qui en était le gouverneur, consulta Trajan pour avoir l'autorisation de couvrir d'une voûte un cloaque longeant la place de la ville d'Amastris (Epist. X, 99).

Les provinces avaient la plus grande analogie avec les cités de l'Italie, qui étaient réduites à l'état de *préfectures.* Ces villes conservaient bien plus d'une fois leur organisation municipale; mais ce n'était qu'un simulacre (*Simulacrum senatûs*, dit Heineccius : *Antiq. dict. loc. appendix*, § 132). Il en était différemment des villes provinciales, à qui, par une *faveur toute spéciale*, on avait réservé leurs priviléges, comme on le voit dans Pline le jeune, *dict. loc.*, au sujet de la ville d'Apamée (liv. X, Epist. 56 et 57).

Cette correspondance de Pline avec l'empereur Trajan est du plus haut intérêt par l'intelligence du système administratif dans les provinces. L'analyse qu'en a faite M. Amédée Thierry, dans son mémoire lu à l'Institut (Moniteur du 20 novembre 1847, col. 1268), me paraît avoir un peu exagéré l'esprit de cette correspondance au profit des franchises municipales.

son organisation municipale. Si cette organisation poussa, sous la domination romaine, de profondes racines qui ont contribué à lui donner la force de résistance qu'elle opposa plus tard aux épreuves qui lui étaient réservées, elle en est donc redevable au droit de latinité.

XXIII. Avant de passer à un autre ordre d'idées, il m'importe de faire ici quelques précisions pour écarter des systèmes erronés qui se sont produits au sujet de la qualité de ville municipale dont Toulouse aurait joui, selon certains auteurs, sous la domination romaine.

Si cette ville, par l'effet de la concession du droit de latinité, a joui des prérogatives essentielles constituant des libertés municipales, il faut bien se garder de croire qu'elle ait jamais été, avant la constitution de Caracalla, ce que les Romains appelaient une ville municipale (*municipium*). Les Romains, en effet, appelaient de ce nom les villes d'Italie dont les habitants, selon une définition d'Aulugelle, devenue classique (1), participaient au droit de cité romaine, tantôt *cum suffragio*, tantôt *sine suffragio*, sans cesser d'être citoyens ou BOURGEOIS dans leur propre patrie (2).

Dans les provinces, ils qualifiaient de villes municipales celles dont les habitants ont le droit de bourgeoisie romaine. *Municipium*, *oppida civium romanorum* sont des expressions synonymes sous la plume de tous les écrivains romains (3) ; mais les villes jouissant du droit de latinité, dont les habitants sont privés par cela même du droit de bourgeoisie romaine, sont toujours distinguées avec le plus grand soin des premières sous le nom d'*oppida latina*, *oppida veteris Latii*, *latinæ conditionis*, *veterum Latinorum*, comme on le voit notamment dans Pline l'ancien, en sa géographie politique des divers peuples de l'*Orbis romanus* (4).

---

(1) *Nuits Attiques*, XVI, 13.

(2) Expression de Roth, *de re municipali*, note 28 de la page 14.

(3) *Ibid.*

(4) *Hist. Nat.*, liv. III, chap. II, IV et VI. — Liv. IV et V.

Autre chose est donc une ville latine, c'est-à-dire jouissant des attributs attachés au droit de latinité, et une cité romaine ou un municipe des provinces. La distinction a duré jusqu'à la constitution de Caracalla, ou si l'on veut, l'unité ne s'est formée qu'à dater de cette époque, et par suite de cette unité le mot de municipe a été appliqué à toutes les cités faisant partie de l'*Orbis romanus* (1). Ceux qui ont confondu ces qualités ont donc méconnu tous les documents historiques. Il en est de même de ceux qui ont écrit que Toulouse avait été municipe pendant qu'elle était alliée (2), surtout pendant qu'elle était à l'état de ville provinciale (3), ce qui répugne à toutes les notions en matière de droit public romain, la condition de municipe impliquant toujours le droit de cité (4) et excluant par suite le titre de ville alliée, surtout celui de ville latine et de ville provinciale.

XXIV. Je puis maintenant me livrer à un examen rapide des autres attributs attachés au droit de latinité. Il ne peut plus être

---

(1) Roth, *dict. loc. : Ex illo tempore omnia quæ Romanis parebant oppida, appellabantur municipia* (VIII).

(2) Voir M. de Labroquère, *dict. loc.*

(3) V. Lafaille et M. de Labroquère (*ibid.*). Ces deux auteurs argumentent d'un texte de César (*de Bell. Gall.*, III, 20), qui dit qu'il appela, ou évoqua plusieurs braves soldats de Toulouse pour aller combattre les *Sotiates* (peuples des environs de Lectoure); d'où ils concluent que Toulouse était un municipe, le droit de servir ou de combattre dans les légions romaines étant un privilége des citoyens romains.

A ce raisonnement je réponds : Le texte de César ne dit pas que les soldats appelés de Toulouse (*evocati*) furent incorporés dans les légions; ils pouvaient n'être que des auxiliaires, comme César et les autres généraux en levaient dans les provinces (*Comment. de Bell. Gall., passim*). — Ces soldats pouvaient, d'ailleurs, être en garnison à Toulouse, et César atteste lui-même qu'il y en avait placé dans une occasion (*ibid.*, VII, § 7).

L'existence d'une colonie militaire à Toulouse expliquerait encore très-naturellement ce fait, les colonies étant obligées de fournir des contingents aux généraux romains (de Beaufort, *des Colonies*).

Enfin, si Toulouse était municipe au temps de Jules César, comment aurait-elle été en possession, sous Vespasien, du droit de latinité, incompatible avec le droit de bourgeoisie romaine ?

(4) *Municipes sunt cives romani...* (Aulugelle, *N. A.* XVI, 13).

question, à dater d'Auguste, du recensement local, considéré comme une prérogative des anciens Latins (1), car, sous ce prince, le recensement devint local pour toutes les parties du monde romain, et des documents nombreux attestent que cette opération eut lieu généralement dans les différentes cités de la Gaule (2).

Pour ce qui est des impôts, il serait difficile de préciser la condition des villes latines. Le principe général étant que toutes les villes de province étaient soumises à l'impôt foncier et personnel (3), à l'exception de celles qui jouissaient du droit italique (*jus italicum*), des villes libres, ou qui avaient obtenu des immunités spéciales (4), il faut en conclure que les villes latines subissaient le droit commun. Toutefois, si l'on prend en considération le caractère général du droit de latinité; si l'on se rappelle surtout qu'une des prérogatives des Latins originaires, était de payer des impôts moins lourds que ceux des autres peuples de l'Italie, on est autorisé à croire que l'impôt mis à la charge des cités latines était moins onéreux que celui des cités provinciales, et que les faveurs dont les premières jouissaient, consistaient ou dans une quotité moindre, ou dans la nature de l'impôt, ou dans le mode de la perception.

Nous avons vu que si les Latins étaient tenus de fournir des contingents de troupes, un de leurs priviléges consistait à servir comme alliés et non comme auxiliaires : j'incline encore à

---

(1) Pilati de Tassulo (*des Lois politiques*, chap. VI) ne veut pas que le recensement sur place fût un privilége des Latins : *Singulier privilége*, dit-il, que celui qui imposait une obligation onéreuse! La question ainsi posée, Pilati avait raison; mais il devait la poser ainsi : Était-il plus avantageux aux Latins de subir le recensement dans leur pays qu'à Rome?

(2) Ce fait historique est expliqué, avec tous ses détails, par M. Dureau Delamalle, en son *Economie politique des Romains; Du cadastre opéré par Auguste* (tom. II, p. 431 et suiv.).

(3) Voyez sur ce point M. Pellat, *Thémis*, tome X, pag. 27 et suivantes; M. de Savigny, *sur les impots chez les Romains*; et Baudi di Vesme, *impôts de la Gaule* (Torino, 1839).

(4) V. dans le Digeste le titre *de Censibus*; Roth, *de Re municipali* (IV), et Sigonius, *de Jure provinciarum*.

penser que l'obligation des Latins des provinces ayant persisté (1), ils jouissaient en retour de la même prérogative, en ce qui concerne le mode du service ; car, bien que la discipline militaire et le recrutement des armées eussent été fortement altérés depuis les guerres puniques et les guerres civiles, on distingue encore les divers éléments dont se composaient les forces militaires des Romains (2).

Le droit de suffrage que pouvaient avoir les Latins originaires, est, comme on l'a fait observer, fortement contesté ; et ceux mêmes qui l'accordent, reconnaissent qu'il était des plus précaires. J'estime qu'il n'a jamais existé en faveur des Latins des provinces, auxquels d'ailleurs il n'aurait pas longtemps profité, puisque, dès l'avénement de Tibère, le pouvoir électoral fut transféré entre les mains du sénat (3).

XXV. Après l'indépendance communale, l'autonomie constitua un des avantages les plus notables du droit de latinité. Les provinciaux se trouvaient régis par le droit qu'avaient décrété la *lex*, ou *la formula provinciæ* (4), et l'édit des gouverneurs romains (*edictum provinciale*) ; droit qui était un mélange ou une combinaison du Droit romain, surtout du Droit prétorien et des usages particuliers à la province. Relevés par le droit de latinité, les provinciaux furent les maîtres de reprendre leur droit national, comme autrefois les Latins ori-

---

(1) J'estime que les Latins provinciaux étaient aussi obligés de fournir des contingents de troupes, comme j'ai dit un peu plus haut qu'ils payaient des impôts aux Romains.

Ces charges étaient le prix du *jus latii* originairement constitué (V. ci-dessus note 3 de la page 183).

Or nous ne pouvons croire que les Romains aient accordé le *jus latii* aux provinciaux sans les charges qui y étaient attachées.

(2) César, *de Bell. Gall. passim*, distingue les légionnaires des auxiliaires (Vid. notamment III, 20). Il importe de consulter, sur toutes ces questions, Juste-Lipse en son savant traité *de la Milice romaine*, et Heineccius, *dict. loc. appendix*, § 56.

(3) Tacite, *Annales*, I, 15.

(4) Loi particulière réglant la condition de chaque province. *Vid.* Bach, *Historia jurisprud. rom.*, liv. II, chap. I, § 36, et M. Laferrière, *Histoire du Droit civil*, *époque romaine*, tom. I, liv. I, chap. V.

ginaires avaient été admis à conserver leurs lois. Mais les premiers ne furent-ils, comme les derniers, autorisés à suivre, dans leurs rapports intérieurs, les lois romaines qu'à la condition d'y souscrire ou de les adopter préalablement, c'est-à-dire, de se constituer FUNDI ? La question est controversée (1) ; mais je suis très-porté à la résoudre pour l'affirmative, car je ne vois pas pourquoi les provinciaux latins auraient été dispensés d'une condition considérée comme honorable pour les Romains, et constituant un acheminement au droit de cité, quand non-seulement les Latins originaires (soit avant, soit après la guerre sociale), qui étaient plus favorisés, mais encore les municipes eux-mêmes s'y trouvaient soumis (2).

Tout ce que je viens de dire constitue les effets du droit de latinité au point de vue politique.

Pour les envisager au point de vue du Droit civil, il me suffira de constater que tout ce que j'ai dit des Latins originaires, concernant le *connubium*, la *patria potestas*, le *jus commercii*, comme aussi les incapacités de disposer et de recevoir par testament, s'appliquèrent aux Latins des provinces (3). Il en est

---

(1) *Vid.* M. le docteur Chambellan, *dict. loc.*, et M. Giraud, *Essai sur l'histoire du Droit au moyen âge*, tom. I.

(2) *Vid.* Roth, *de Re municip.*, § 5. Il est d'ailleurs difficile d'expliquer autrement les *municipes* FUNDANI dont parle la Table d'Héraclée (§ *ult.*). Les provinciaux ne devinrent *Fundi* de plein droit, ou plutôt ne subirent cette qualité jusque-là facultative, que par l'effet de la constitution de Caracalla. L'idée de l'isopolitie et de l'isonomie *imposées* à des latins ou des pérégrins est une innovation de Caracalla et contraire à tous les précédents. — Cicéron (*pro Balbo*, VIII) est des plus explicites sur ce point important du Droit public romain.

Le texte de Cicéron qui vient d'être indiqué établit aussi que, même après la guerre sociale, les Latins n'étaient admis à user du Droit romain qu'à la condition de se constituer FUNDI.

(3) Cela n'est pas douteux (à mon avis du moins, car l'opinion contraire a des partisans) pour l'incapacité de disposer par testament, qui était une conséquence de la pérégrinité formant le fond de la condition des Latins. Si Ulpien a dit (tit. XX, § 14) que les Latins juniens avaient été déclarés nominativement incapables de tester (*V.* aussi Gaius, I, 23 et 24, III, 56, et son *Epitome*, I, § 4), il n'en faut pas conclure que les Latins provinciaux jouissaient de ce droit qui était un privilége des citoyens romains, la *factio testamenti* étant non-seulement *juris civilis*, mais encore *juris*

de même de la capacité territoriale dont jouissait le sol du Latium. Elle s'étendit au sol des cités latines dans les provinces (1). De là les conséquences les plus importantes, puisque les particuliers, par un retour de fortune des plus avantageux, échangèrent leur propriété si précaire dont nous avons parlé, contre la propriété parfaite, contre le *dominium ex jure quiritium* (2),

---

publici (Papinien, frag. III, *qui testamenta facere possunt*). Le *jus commercii* dont jouissaient les Latins défini par Ulpien, XIX, 5, et la *testamenti factio* dont il parle au § 8 du tit. XX, et qui se réduisait au droit de concourir au testament d'autrui (Confer., § 7 et 8, *ibid.*) étaient essentiellement distincts du droit de tester.

Du temps d'Ulpien, le *familiæ emptor* ne joue plus qu'un rôle nominal (Gaius, II, 103-105), et les inductions que l'opinion contraire puise dans le § 16 du titre XI, et 8 du titre XX, sont démontrées fausses par le texte du § 14 de ce dernier titre, et surtout par les principes généraux sur l'incapacité des *peregrini.*

Quant à la capacité de recevoir par testament, Ulpien (XXII, § 3, et XVII, § 1, *de Caducis*) constate que les Latins juniens avaient la capacité d'être institués héritiers, et de recueillir l'hérédité (*jus capiendi*), s'ils avaient obtenu le titre de citoyen romain, dans le délai de la crétion (*V.*, sur la crétion et ses délais, Gaius, II, 164 et suiv.; et Ulpien, tit. XXII, § 27 et suiv.). Je suis porté à croire que les autres Latins, et particulièrement les provinciaux, jouissaient aussi de cette faveur qui avait pour objet de stimuler le zèle des Latins, et les pousser à bien mériter de Rome pour obtenir le droit de bourgeoisie dans ce délai déterminé. Cujas dit d'une manière générale : *Cum latino procul dubio est testamenti factio* (t. VIII, col. 987). — Heineccius et de Beaufort (*dict. loc.*) adoptent aussi cette opinion.

Tout ce qui précède sur la capacité de recevoir fortifie notre thèse sur l'incapacité de disposer, car on ne comprend pas que, contrairement à tous les principes, il ne faille pas, pour disposer, une capacité qui est exigée pour recevoir. (Vid. pourtant M. de Savigny, *Droit romain,* tom. VIII, pag. 86 et 87 de la traduct. de Guenoux.)

Les Latins provinciaux, comme les autres classes de Latins nouveaux, pouvaient d'ailleurs recevoir par fidéicommis (Gaius, I, 24, et II, 275). La question ne peut pas être posée pour les *latini veteres*, l'origine des fidéicommis étant postérieure aux lois Julia et Plautia.

(1) Le docte Haubold a dit en ce sens : *Juris latii..... quo integræ provinciæ videntur exæquatæ civitatibus Latinorum veterum* (*Epich. ad antiq. Rom.*, Heinecc.).

(2) Avantage d'autant plus considérable que la constitution de Caracalla qui établit l'unité et l'égalité de la condition des personnes, ne les avait pas admises pour la condition du sol; elles ne furent consacrées, au moins en droit, que par Justinien (Inst., liv. II, tit. I, *de Divisione rerum*, § 40. *Const. unic. Cod. de nud., jur quirit. toll.*) — *Jung.* la paraphrase de Théophile sur ce texte. C'était donc sur le *jus latii*, restaurateur du droit

pour l'acquisition et la transmission duquel fonctionnèrent les modes civils propres aux *res mancipi*, ou au *solum italicum*, qui avait pris la place de l'ancien *ager romanus*. Ce changement dut naturellement donner aux propriétés foncières une augmentation de valeur qu'il serait difficile de calculer.

XXVI. Il ne me reste plus qu'à parler de la prérogative essentielle de la latinité; celle de fournir aux Latins l'aptitude à acquérir (1) l'isopolitie ou à devenir citoyens romains; prérogative distinctive et caractéristique, comme on l'a vu, car elle n'était accordée ni aux peuples libres, ni aux alliés (*fœderati*), ni à ceux qui jouissaient du *jus italicum*.

J'estime d'abord que les diverses voies (2) qui avaient été ouvertes à cet effet aux Latins originaires, à savoir l'accusation dirigée contre un sénateur, et à la suite de laquelle celui-ci était convaincu de concussion, et l'établissement du domicile à Rome, en laissant des enfants dans sa patrie naturelle, furent communes à tous les Latins indistinctement. Il n'y avait pas de raison pour qu'il en fût autrement pour les nouveaux Latins (3), et nous devons admettre la persistance des effets de la latinité primitive, tant qu'il n'y a pas de causes particulières, dans les changements survenus, qui y mettent obstacle.

Pour ce qui est de la gestion des magistratures locales, comme moyen d'acquisition du droit de bourgeoisie romaine, on a vu qu'un texte positif de Strabon, fait pour des Latins provinciaux, ceux de Nîmes, constatait l'affirmative (4). Mais à ces moyens

---

de propriété dans les provinces, que nos anciens jurisconsultes des pays de Droit écrit devaient asseoir le fondement du *franc-alleu*, et non sur le *jus italicum* dont l'existence, quoi qu'on en ait dit, n'est prouvée, d'une manière certaine, pour la Narbonnaise, qu'en faveur des habitants de Vienne (Fragm., VIII, § 1er, *de Censibus*). — Voir notamment Antoine Dominicy (*de Prærog. allod.*, chap. II).

(1) *Vid. suprà*, pag. 186.

(2) Cicéron dit : *Viam ad civitatem romanam patere. Pro Balbo*, § 24; et Gaius : *Aditus ad civitatem romanam*, I, 26.

(3) La dépopulation de l'Italie, à l'époque de l'avénement d'Auguste, rendait encore ce second moyen plus favorable qu'à l'époque où le *jus latii* avait été créé.

(4) *Vid. suprà*, pag. 206 et 207.

primitifs d'acquisition du droit de cité, vinrent s'en ajouter beaucoup d'autres qui étaient restés inconnus aux Latins originaux. En démêlant ou choisissant dans les textes de Gaïus et d'Ulpien (1) ceux de ces modes que je crois communs aux Latins provinciaux, je les classerai, selon l'ordre historique, de la manière suivante :

Les Latins provinciaux acquéraient le droit de cité,

A. Par une décision impériale (*beneficio principali*) (2);

B. En vertu d'une loi que l'on suppose être une loi Julia, décrétée sous Auguste (peut-être sous J. César), par des constructions faites à Rome, d'une valeur qui devait être dans des proportions déterminées avec la fortune du constructeur (*ædificio* (3);

C. Par la construction d'un moulin à Rome (*pistrino*) (4);

D. D'après la loi Julia et Papia Poppæa, qui date du règne d'Auguste, par la procréation à suite d'une union contractée dans les conditions prescrites, d'un enfant de l'un ou de l'autre sexe, parvenu au moins à l'âge d'un an (*liberis*) (5);

---

(1) Gaius, I, 29 et suiv. — Ulpien, tit. III, *de Latinis*. Les modes d'acquisition de la cité romaine, réglés par la loi Ælia Sentia (Gaius, *ibid.*, 66 et suiv.), comme aussi l'*iteratio*, dont parle Ulpien (*dict. loc.*, § 1 et 4), ne sont évidemment applicables qu'aux affranchis latins juniens.

(2) Ulpien, tit. III, § 1.

(3) Gaius, I, 23, *junge* Ulpien, frag. 139, *de Verb. significat.* On voit d'après les essais de restitution faits sur ce texte (M. Pellat, traduction de Gaius, note de la page 44), que les érudits ne sont pas d'accord pour fixer cette proportion. Quelques-uns veulent que la valeur de ces constructions s'élevât jusqu'à la moitié du patrimoine, ce qui paraît exorbitant. — M. Amédée Thierry adopte pourtant cette version sans hésitation (*Hist. de la Gaule*, tom. I, pag. 75). V. aussi l'édition de Gaius par Heffter, les Restitutions de Gœschen, (3e édition, revue par Lachman); et le *Corpus juris antejustin.* des profess. de Bonn.

(4) Ulpien, *ibid.*, § 1er. — M. Ortolan (Institutes de Justinien), traduit *pistrinum* par *boulangerie*.

(5) Heineccius a établi que ce chef de la loi Julia et Pappia Poppæa est fait principalement pour les Latins provinciaux (*Ad legem Juliam et Pappiam Poppæam*, édition de Genève, tome VII, page 219).

E. Aux termes de la loi Visellia, décrétée sous le règne de Tibère, par le service, pendant six ans, dans les *vigiles Romæ;* la durée de ce service fut ensuite réduite à trois ans (*militia*) (1);

F. Sous le règne de Claude, par la construction d'un vaisseau d'un certain tonnage, destiné à approvisionner la ville de Rome du froment nécessaire, lorsque cette construction aura été suivie d'un commerce ou service effectif, dans le but qui vient d'être indiqué, pendant une période de six ans (*nave*) (2).

Telles furent ces voies diverses, qui, établies par des considérations politiques, et surtout par le besoin de cicatriser les plaies faites à l'Italie, et à Rome surtout, par de longs désastres, constituèrent successivement autant de véhicules propres à faire entrer les Latins des provinces dans le sein de la cité, de plein droit et sans le secours d'une loi (3); et c'est bien le droit de bourgeoisie romaine avec toutes ses prérogatives politiques qui était acquis aux Latins; ils n'obtenaient pas seulement le *jus quiritium*, mais la *plena civitas* ou le *solidum civitatis beneficium.* Tous les textes sont d'accord sur ce point (4).

En résumé, indépendance communale ou privilége muni-

---

(1) Ulpien, § 5, *ibid.* J'ai rétabli, d'après Cujas en ses notes sur les fragments d'Ulpien, le véritable nom de la loi; tom. I, colon. 309, *jung.* tom. VIII, col. 480. *Vid.* aussi dans le *Corpus juris civilis antejustinian.*, publié par les professeurs de Bonn, les variantes sur ce texte.

(2) Ulpien, § 6, *ibid.* (*Jung. Suet. in Claud.*, 18 et 19). — Gaius parlait probablement du même mode d'acquisition de la cité romaine dans le § 34 du Comment. I. La leçon qu'en donne M. Pellat est beaucoup plus complète que celle de l'édition de M. Domenget. — Les savants professeurs de Bonn disent dans leurs notes sur ce § de Gaius : *Apparet Gaium egisse in hoc loco de civitate per frumenti subvectionem consequenda.*

(3) V. sur l'ensemble du titre III, du jurisconsulte Ulpien, les notes de Cujas, tom. I, colon. 333 et suiv.

(4) Asconius dit : *Civitatem romanam adipisci, dict. loc.* — Appien : *εγιγνητο πολιτειας*, *dict. loc.* — Gaius : *Ad civitatem romanam pervenire* (I, 96). — Ulpien, III, *de Latin.*, § 2 : *Civitatem romanam accipere.* — Pline le jeune : *Civitas romana patere* (Panégyrique de Trajan, *dict.* § 37).

cipal (1), autonomie, droit de propriété quiritaire avec ses diverses conséquences, adoucissement dans l'impôt, aptitude à acquérir l'isopolitie romaine, tels furent les avantages précieux (2) que conféra aux Toulousains la concession du droit de latinité dont ils ont joui depuis l'année 727 de la fondation de Rome (selon moi), jusqu'à l'année 212 de Jésus-Christ, c'est-à-dire pendant deux siècles et demi environ. Ainsi, le droit de latinité provinciale, s'il ne rendit pas aux Toulousains cette liberté pleine et entière dont ne jouissaient pas même les peuples déclarés libres, s'il n'effaça pas entièrement les conséquences de la conquête, transforma du moins leur situation de la manière la plus heureuse, en constituant en leur faveur une sorte de résurrection d'autant plus digne d'être appréciée que le régime de la conquête avait été plus rigoureux.

XXVII. J'ai ainsi étudié et résumé tous les avantages du droit de latinité provinciale en général, et en particulier de celui dont furent gratifiés les Toulousains Tectosages.

On peut apprécier maintenant ce droit dans son ensemble.

Comparée à la latinité ancienne, elle a produit des effets sans doute moins étendus; elle n'a conféré, comme elle, ni le *jus sacrorum*, ni le *jus suffragii* (tel qu'il a pu, selon quelques-

---

(1) Ce sont les expressions de M. Giraud, *Essai sur l'Histoire du Droit au moyen âge* (I, pag. 51); elles me paraissent plus exactes que celles d'*indépendance politique* dont il s'était servi dans ses *Recherches sur le droit de propriété* (pag. 290) et se rapprochent beaucoup plus des idées de M. de Savigny. M. le docteur Long fait la même précision dans son mémoire sur les Voconces déjà cité.

(2) Les Latins provinciaux eurent-ils le droit, comme les Latins originaires, de porter la toge romaine (*Vid.* ci-dessus, page 184)? La question avait une assez grande valeur encore du temps d'Auguste, témoin ce vers de Virgile qui est si connu :

Romanos rerum dominos, gentemque TOGATAM.

Le fragment 32 de Marcien, *de Jure fisci*, témoigne encore de cette importance.

Je crois que la question doit être résolue négativement. Les Latins originaires tenaient ce droit de leurs mœurs et de leurs habitudes primitives et non des traités. L'abbé Dubos, (en son *Histoire critique de l'établissement de la monarchie française*, page 4), paraît admettre cette opinion.

uns, être accordé aux Latins primitifs), ni un droit d'indépendance communale (1) aussi étendu; et cela se comprend sans effort, ainsi que je l'ai déjà énoncé, car la latinité greffée sur des provinciaux, détournée ainsi de son origine, ne pouvait pas être aussi féconde que celle qui résulta des traités faits avec les vrais Latins, attachés aux Romains par tous les liens qui peuvent unir des peuples entre eux; mais, en retour, les Latins provinciaux eurent de plus nombreux accès à la bourgeoisie romaine que les Latins leurs aînés.

Comparée aux deux autres espèces de latinité *fictive* (celle des coloniaires et des affranchis), la latinité provinciale a produit des effets beaucoup plus étendus. Sans examiner si elle a fait éclore un plus grand nombre de Latins, elle a créé, en se transplantant dans de nombreuses et vastes contrées appartenant à diverses provinces méridionales et occidentales de l'empire, un Latium fictif, incomparablement plus large que celui des colonies.

---

(1) Pour ce qui est de cette indépendance, je n'ai rien à modifier de ce qui précède, si Toulouse n'a pas été *colonie romaine*; mais si elle l'a été, comme je le crois, il se présente une difficulté grave dont les érudits ne parlent pas et que je recommande à toute leur attention, celle de savoir comment ont dû se mouvoir l'administration de la colonie et celle des peuples indigènes, par exemple celle des Toulousains, au sein desquels elle a été placée. Qu'à côté des colons Romains, la condition des indigènes ait été celle des Latins, cela se conçoit aisément; mais la colonie avait sa curie (*), et Toulouse, jouissant du droit de latinité, a reconquis son organisation municipale. Faudrait-il admettre deux curies fonctionnant collatéralement, une indépendamment de l'autre, ou bien la curie des colons absorbant celle des Toulousains, l'hypothèse contraire n'étant pas admissible? C'est là un problème très-sérieux dont je n'ai trouvé encore nulle part la solution, et sur lequel la numismatique paraît être muette. Cependant cette solution intéresse au plus haut degré la plupart des villes où il y avait des colonies, c'est-à-dire juxta-position ou coexistence dans la même enceinte de l'élément romain pur et de l'élément gallo-romain.

(*) C'est sans aucun doute la curie des colonies qui avait présidé à la construction de ces magnifiques monuments dont l'ancienne province narbonnaise conserve encore de précieux débris, comme par exemple les Arènes d'Arles et de Nimes.

M. Augustin Thierry, dans son *Essai sur l'Histoire de la formation et des progrès du tiers état, tableau de l'ancienne France municipale*, 2e édition, tom. II, p. 51-54 et suiv., cite plusieurs villes du Midi où l'on distinguait deux villes et deux municipalités dans la même enceinte, entre autres, Nimes, Narbonne, Rodez et Périgueux. Mais rien ne prouve que cette dualité fût contemporaine à la conquête romaine; d'ailleurs Périgueux et Rodez n'étaient pas des colonies.

Pour les peuples gratifiés du droit de latinité, elle a été aussi la source d'avantages plus grands que ceux dont profitèrent les Latins coloniaires qui, perdant, comme on l'a vu, leur droit de cité, achetaient chèrement leur qualité de colons (1). Les Latins juniens gagnaient beaucoup à leur affranchissement, puisqu'ils acquéraient, aux yeux du droit civil, une liberté dont ils ne jouissaient antérieurement qu'aux yeux du préteur (2).

Mais, tout affranchis qu'ils étaient, ils n'en restaient pas moins, au fond, sous la rude étreinte de la servitude, puisque, s'ils vivaient comme hommes libres, ils mouraient comme esclaves (3); il n'y avait donc pas de novation proprement dite dans leur condition. La latinité provinciale qui affranchissait aussi, dans une certaine mesure, des liens de la servitude, sinon politique, du moins administrative, et offrait ainsi quelques analogies avec la latinité de Norbanus, était le principe de plus grandes faveurs par les aptitudes réelles qu'elle joignait aux aptitudes personnelles, et se rapprochait beaucoup plus de l'idée d'une novation de qualité, bien que Rome ait, pour ainsi dire, tenu lieu de patron aux peuples ainsi affranchis.

Considérée par rapport aux avantages que Rome recueillit de la latinité en général, celle que j'étudie plus spécialement me paraît devoir, sans contredit, occuper le premier rang.

On ne voit pas d'abord ce que Rome gagna à la création des Latins juniens, à part l'intérêt qu'elle avait à faciliter l'accès de la cité à quelques hommes qui pouvaient lui être un jour

---

(1) Il ne faut donc pas s'étonner si les colons inscrits dans les colonies latines, s'agitaient pour demander le droit de bourgeoisie qu'ils avaient perdu. Ainsi Suétone a dit, en parlant de César : *Decedens ante tempus, colonias latinas de petendâ civitate agitantes adiit* (Jul. Cæs., VIII).

Ce texte, qu'on n'avait pas encore cité, est très-important, et prouve, d'une manière plus sûre que le fragment de Boëce (Voir ci-dessus, page 182, note 4), que les colons Latins subissaient une *media capitis diminutio*.

(2) *Prætor eos in libertate tuetur....* (Gaius, III, 56).

(3) On a dit, avec raison, qu'ils n'avaient qu'une jouissance viagère de la liberté, c'est-à-dire que la liberté restait à la surface et ne pénétrait pas. *Ultimo spiritu vitam et libertatem amittunt*, dit Justinien (III, V, § 4); Salvien qualifiait la liberté des Latins juniens de JUGUM *latinæ libertatis* (*dict. loc.*), et Justinien dit : *MINOR libertas* (I, V, § 3).

utiles. Quant aux colonies latines, elles rendirent sans doute des services réels à la métropole; mais elles furent, selon toutes les probabilités, moins nombreuses que les colonies romaines, et classées dans un rang bien inférieur. Malgré les documents que nous possédons, il est difficile d'apprécier exactement les services dont je viens de parler.

Il en est bien autrement de la latinité des provinces.

Je n'irai pas jusqu'à prétendre que la somme des bienfaits qu'elle a procurés aux Romains a été supérieure à ceux de la latinité antique ou classique, car les services qu'un peuple a reçus dans son enfance et dans son adolescence ont ordinairement plus de valeur que ceux qui lui ont été rendus dans l'âge viril. Mais les avantages que Rome retira de la latinité venue la dernière n'en sont pas moins inappréciables, bien que cette latinité ait duré moins que toutes les autres.

En effet, issue d'une pensée libérale, elle a constamment soutenu, et cela sans froissement, sans secousse violente, ce grand mouvement vers l'unité nationale qui commence à Jules César et se continue jusqu'à son triomphe complet sous Caracalla. D'un autre côté, au moyen des grands adoucissements qu'elle apporta à la condition des vaincus, elle parut à plusieurs égards, par le changement qu'elle opérait dans leur dénomination et dans leur état, faire oublier cette condition malheureuse, puisqu'elle les élevait, par un revirement de fortune presque inespéré, à un rang qui venait immédiatement après celui des citoyens romains, et les plaçait sur le chemin, disons mieux, sur le seuil de la cité. Elle faisait ainsi bénir le nom de Rome et lui attachait, par le sentiment de la reconnaissance, non pas des individus, mais des peuples tout entiers. Enfin, par l'appât du droit de bourgeoisie romaine, elle attira plus d'une fois dans la capitale l'élite des villes provinciales, leurs personnages les plus éminents, éprouvés par l'exercice des magistratures locales, leurs classes intelligentes, riches, industrielles; et par cette aspiration d'une partie de l'élément le plus précieux de la province, elle concourut puissamment, sans épuiser ou absorber pourtant la province elle-même, à rendre l'animation et la vie à des contrées que la guerre civile avait couvertes de ruines.

Par tous ces divers côtés, la latinité provinciale a donc beaucoup fait dans l'intérêt social, et son institution, qui s'était si heureusement développée et implantée sur le sol extra-italique, est à mes yeux une des conceptions ou des inventions les plus ingénieuses de l'économie politique des Romains ; économie savante, mais surtout utilitaire; ingénieuse à établir, entre les peuples soumis par la conquête, des gradations, des variétés, des inégalités nombreuses (1) ; aimant à récompenser les services rendus, mais encore plus à faire espérer ou attendre des faveurs nouvelles, se ménageant dans celles qu'elle accordait des sources d'avantages importants pour elle (2).

Le sujet que je viens de traiter n'intéresse donc pas seulement le Droit civil, il s'élève aux proportions des questions de Droit public. L'histoire du Droit de latinité provinciale constitue donc une partie intégrante et capitale de l'histoire des provinces sous la domination romaine, des origines de notre Droit municipal; et je n'ai pas besoin de redire l'influence que ce Droit exerça en faveur de Toulouse en particulier, et sur la Gaule Narbonnaise en général, où, par l'extension du *jus commercii*, elle raviva la propriété foncière, introduisit à côté de l'autonomie qui conservait le fond des traditions locales (3), un grand nombre de solennités du Droit romain, seconda le mouvement général de la civilisation, que le vainqueur des

---

(1) Cicéron a dit en ce sens, en parlant de la Narbonnaise, *Varietates gentium* (*pro Fontejo*, V). Les peuples de l'*Orbis romanus* étaient ainsi classés sur une échelle dont ils descendaient ou montaient les divers degrés, selon les services qu'ils rendaient à Rome. — (*Vid.* Roth, *dict. loc.* IV).

(2) Il faut excepter les concessions immodérées ou les prodigalités du *jus latii* faites par quelques empereurs, et notamment par Vitellius et Vespasien (*Vid. suprà* page 191).

(3) M. Fauriel (*Hist. de la Gaule mérid.*, I, 467) semble n'avoir vu dans le droit des cités latines de la Narbonnaise qu'un moyen d'y naturaliser les idées romaines. Ce point de vue est faux, ou du moins exagéré, en ce qu'il ne tient pas compte de l'autonomie inhérente au droit de latinité.

Gaules qualifiait d'*humanitas provinciæ* (1) et y rendit facile l'acquisition de ce titre de citoyen romain auquel les Gaulois attachaient encore un si grand prix, sous le règne de Claude (2).

Il m'a paru qu'à une époque où les fortes études ramènent les esprits vers l'exploration du passé, surtout de l'histoire si importante des franchises municipales (3), il y avait quelque opportunité de constater scrupuleusement et consciencieusement, avec le concours du Droit et de l'histoire, tous les effets juridiques et politiques de l'importation dans des provinces si éloignées, et jusqu'au pied des Pyrénées, en deçà comme en delà, de priviléges créés primitivement en faveur de cette région la plus noble de l'Italie, qui fut le berceau de Rome et le théâtre où elle se prépara et se forma, par un rude et long apprentissage, pour la conquête du monde, terre à jamais classique par la triple consécration de la guerre, de l'agriculture et de la poésie; de montrer ainsi la patrie antique des Tectosages (4), et tant d'au-

---

(1) César, *de Bell. Gall.*, I, 2.

(2) Tacite (*Annales*, XI, 25). — Voir notre *Table de Claude*, déjà citée.

(3) Dans son *Essai sur l'histoire de la formation et des progrès du tiers état*, déjà cité (*Tableau de l'ancienne France municipale*, tome II, page 38 et suiv.), œuvre d'ailleurs si recommandable à tant de titres, M. Augustin Thierry ne mentionne pas le *jus latii*, tandis qu'il donne une assez grande importance au *jus italicum* dont jouissaient les Lyonnais (*ibid.*, pag. 100 et suiv.). Cette lacune me semble très-regrettable.

Il est d'ailleurs assez curieux de voir l'archevêque Pierre de Savoie invoquer dans sa charte de 1320, une *lex vetus philosophorum*, comme témoignage de l'existence du *jus italicum* des Lyonnais, quand ce droit était formulé expressément dans le fragm. VIII, § 1, *de Censibus*.

(4) J'ai expliqué ci-dessus (page 203, note 3) les causes de la concession du droit de latinité aux Toulousains, concession que je suppose émanée d'Auguste, et que je fais remonter à l'année 727.

La coïncidence de l'opération du recensement exécuté cette année, dans les Gaules, d'après les ordres de ce Prince (épitome de Tite-Live, liv. 134; D. Cassius III, 22, et la Table de Claude), me paraît fortifier ces conjectures, en ce sens qu'Auguste aura voulu par des libéralités atténuer l'impression fâcheuse que produisaient toujours sur les populations, les changements dans l'assiette des impôts.

tres cités florissantes de notre Midi, en possession, il y a plus de dix-huit siècles, des mêmes droits, par rapport à Rome, que tant de villes si renommées du vieux Latium, que Lavinium bâtie par Œnée, et fière d'être la fille de Troie, qu'Albe la longue d'où Rome était sortie, comme Albe était sortie à son tour de Lavinium (1), que Tibur chanté par toutes les muses latines et surtout par Horace, que Tusculum dont Cicéron donna le nom à l'une de ses plus savantes compositions philosophiques (2), que tant d'autres célébrées par Virgile dans ses vers harmonieux (3).

(1) Tite-Live, I, 23. — *Vid.* pourtant Niebühr, *Histoire romaine*, I.

(2) *Tusculan. Quæst.*, lib. V.

(3) *Vid.* notamment le liv. VII de l'Énéide, *passim.*

RAPPORT

SUR LE PAIN DE GLUTEN ET LA SEMOULE DE PAIN DE GLUTEN DE M. DURAND, BOULANGER A TOULOUSE,

ET SUR UN FOURNEAU PORTATIF DESTINÉ A CHAUFFER LE PAIN DE GLUTEN, DE MANIÈRE A LE RENDRE AGRÉABLE AU CONSOMMATEUR,

Par une Commission composée de MM. DESBARREAUX-BERNARD, FILHOL, et COUSERAN, *Rapporteur.*

Messieurs,

En 1838, M. Bouchardat, dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences de Paris, sur la nature et le traitement du diabétès sucré, indiquait qu'il existait de la dyastase dans l'estomac des diabétiques, et que, dans le traitement de cette maladie, les médicaments ne devaient plus occuper qu'une place secondaire; tandis que les moyens hygiéniques, tels que les aliments, les vêtements et l'exercice devaient dominer toute la thérapeutique.

Les plus importants de ces moyens se rapportaient surtout à l'alimentation.

Dans les cas de glucosurie, M. Bouchardat conseillait la suppression ou au moins la diminution presque totale d'aliments féculents, et l'emploi quasi exclusif d'aliments azotés.

Le pain, ce premier aliment de l'homme, formé en grande partie de matière féculente, devait donc être banni de la nourriture des malades atteints de cette affection; mais il arrivait que cette privation, vivement sentie de la plupart des personnes soumises à ce régime, les exposait au dégoût, à l'anéroxie.

Pour éviter ce grand inconvénient dans l'application du régime azoté, M. Bouchardat conseilla l'usage d'un pain qu'il appela pain de gluten, formé de 4 parties de gluten frais et d'une partie de farine de blé.

Cet adjuvant à l'alimentation des glucosuriques a toujours été considéré par M. Bouchardat comme un aliment pouvant remplacer le pain ordinaire sans en avoir les inconvénients, et non comme agent thérapeutique.

M. Émile Martin, pharmacien à Vervins, qui avait obtenu une récompense de la Société d'encouragement, pour avoir isolé le gluten dans la préparation de l'amidon, fut le premier qui, en 1841, à la sollicitation de M. Bouchardat, fit faire du pain dans les proportions que nous venons de citer, proportions considérées alors comme indispensables pour parvenir à la panification.

Au commencement de 1842, M. Payen ayant parlé dans son Cours de chimie, du pain de gluten et de l'application qu'en faisait M. Bouchardat, M. Robine, syndic des boulangers de Paris, homme d'une rare intelligence, présent à cette séance, se retira avec la détermination de préparer de ce pain ; ce qu'il exécuta en effet, et en a fourni depuis aux consommateurs de la capitale et de la province.

M. Robine, selon les goûts des malades, ajoutait à ce pain, du beurre, des œufs, du fromage et autres substances propres à seconder l'effet thérapeutique de cet aliment.

M. Bouchardat regarde le pain de gluten comme un aliment très-nourrissant, qui convient aux personnes affaiblies par l'âge ou les privations, ou bien encore par de longues maladies, et comme infiniment utile aux malades atteints de dyspepsie et de gastralgie.

Depuis les remarquables travaux de M. Bouchardat sur la glucosurie, l'expérience a démontré que le pain de gluten pouvait être aussi d'une grande ressource dans plusieurs affections morbides, soit chez les enfants, soit chez les adultes.

M. Durand, un de nos boulangers les plus habiles dans leur art et le plus intelligent, dont vous avez vu les produits déposés sur votre bureau dans une de vos séances de la fin du mois d'août dernier, et qu'il a l'honneur de vous représenter encore aujourd'hui, se livra, en 1844, à plusieurs essais afin d'affranchir ses concitoyens de l'industrie parisienne, et parvint, à l'aide d'un procédé particulier, à panifier du gluten pur, qu'il soumit au jugement du Jury de l'Exposition Toulousaine de 1845.

Une mention honorable lui ayant été accordée, cet encouragement redoubla son zèle, et à l'Exposition de 1850, notre infatigable industriel reçut, pour récompense des perfectionnements auxquels il était parvenu, une médaille de bronze.

L'importance qu'ajoutait M. Durand à sa fabrication lui a fait pousser plus loin la perfection de ses procédés, et vos commissaires ont reconnu que les produits qui vous ont été soumis sont bien supérieurs à ceux de 1845 et 1850.

Le pain de gluten de M. Durand est d'une très-grande légèreté; il a l'aspect d'un pain dont la pâte a été parfaitement travaillée, et un goût assez agréable; il est un peu élastique; mais légèrement chauffé, il devient friable et se prête, alors facilement à la mastication.

La semoule que prépare aussi M. Durand avec son pain de gluten, peut remplacer, pour la confection des potages, les diverses pâtes féculentes, dans tous les cas où les féculents doivent être bannis de l'économie et rivaliser avantageusement avec le gluten granulé de MM. Veron, produit provenant du gluten résidu de leur vaste établissement d'amidonnerie par lavage.

Le gluten granulé de ces messsieurs ne renferme, d'après un rapport de M. Payen, fait en 1845, que 27 pour % de gluten sec, lorsque la semoule de M. Durand en contient 80, et qu'il peut même en confectionner avec du pain de gluten pur.

Cette semoule, faite avec du pain de gluten qui a subi toutes les phases de la panification, ne contient point, comme le gluten granulé de MM. Veron, de la fécule crue; aussi a-t-il le grand avantage de s'incorporer au bouillon, au lait ou à l'eau sans une longue cuisson, et d'être d'une digestion très-facile.

Arrivé à ce point de perfectionnement, M. Durand n'avait pas encore vaincu toutes les difficultés, et malgré son brevet d'invention, il pouvait peu compter sur des bénéfices qu'il aurait cependant dû retirer d'une industrie qui lui avait coûté beaucoup de peine et occasionné de grands frais.

La nouvelle méthode pour la fabrication de l'amidon n'étant pas usitée dans les établissements d'amidonnerie de notre ville, M. Durand n'a pu jusqu'ici se procurer du gluten frais qu'au détriment des farines employées dans sa boulangerie.

Cependant, sur le conseil que lui donna l'un des membres de votre commission (M. Filhol, qui faisait partie du Jury de l'Exposition de 1850), M. Durand est à même de monter une fabrique d'amidon par lavage, et il est ainsi à la veille de réaliser les bénéfices de cette nouvelle industrie, qui pourra le dédommager des sacrifices qu'il s'est imposés depuis plusieurs années.

D'après le même conseil, M. Durand s'est aussi appliqué à panifier la farine de maïs par le gluten, et l'échantillon de ce pain que vous a soumis notre infatigable boulanger, a pu vous convaincre de ses heureux résultats.

Ce serait un grand avantage, Messieurs, pour les habitants des campagnes de plusieurs départements méridionaux, si l'on pouvait parvenir, à peu de frais, à améliorer le pain des pauvres, et utiliser à leur profit une matière éminemment nutritive, rejetée par nos amidonniers, et devenant souvent, dans les grands centres de population, une cause d'insalubrité.

Mais, pour cela, il serait à désirer que l'on parvînt à conserver le gluten sans altération, et que le consommateur pût se procurer cette matière, comme il se procure le sel dont il assaisonne son pain ordinaire et ses autres aliments.

M. Durand s'étant aperçu de l'inconvénient qu'occasionnait la manière ordinaire de chauffer son pain de gluten, aux personnes qui en font usage, a fait confectionner un petit fourneau étuve portatif, qui peut être facilement chauffé à l'aide d'un réchaud, d'une lampe à huile, à alcool. Votre Commission approuve cette heureuse idée de M. Durand, car le pain y est suffisamment chauffé et sans altération.

Là se bornent, Messieurs, les renseignements que votre Commission peut vous fournir sur les produits industriels que M. Durand a soumis à votre appréciation; elle n'a pas cru devoir entrer dans de plus grands développements au point de vue de la thérapeutique, avec d'autant plus de raison, qu'une autre Société savante de notre ville, plus spécialement occupée de questions physiologiques et hygiéniques, a déjà porté un jugement très-favorable sur les produits de M. Durand.

En conséquence, vos Commissaires, après avoir cherché à vous convaincre, comme ils le sont eux-mêmes, qu'au point de vue de l'économie domestique, cet honorable industriel est sur une voie qui peut rendre de grands services à nos contrées, ont l'honneur de vous proposer de remercier M. Durand de sa communication, et de l'engager à poursuivre ses expériences, afin d'utiliser le gluten des amidonneries, et de détruire ainsi les anciens procédés d'une fabrication dont les établissements sont compris dans la classe des établissements insalubres.

ÉLOGE DE M. DE MORTARIEU ;

Par M. DUBOR.

Messieurs ,

L'Éloge académique n'a pas toujours ses éléments essentiels dans l'étendue et l'éclat d'une grande existence scientifique. Après le cours d'une vie qui s'écoula sans bruit mais non sans abondance, sans trouble mais non sans activité, il reste encore, entre les bornes d'un étroit rivage , des dépôts précieux à recueillir, mêlés à des semences fécondes. Si donc, même sous la forme resserrée d'une courte notice , je ne savais intéresser à la fois vos esprits et vos cœurs en vous entretenant d'une perte sensible dernièrement éprouvée par la classe des Lettres ; si , me laissant aller à l'entraînement de l'amitié, j'oubliais trop l'homme utile dans un souvenir consacré à l'homme éminemment bon , longtemps apprécié au contact de nos intimes relations avant le jour où m'est venu l'honneur de m'asseoir à ses côtés et l'avantage de mieux connaître ses titres à votre estime , sachez à quel sentiment revient une responsabilité qui ne doit pas peser sur la mémoire de votre confrère.

Alexandre-Léon VIALETTES DE MORTARIEU naquit à Montauban , la première année de ce siècle , au sein d'une famille ancienne et riche. Son père administra le département de l'Ariége en qualité de Préfet , sous toute la durée de la Restauration , après avoir rempli longtemps des emplois considérables sous l'Empire , soit comme membre du Corps législatif, soit comme Maire de Montauban. Il succédait lui-même à des ancêtres illustrés déjà par les honneurs municipaux, ennoblis dans la carrière des armes, et non moins par l'exercice héréditaire d'une grande industrie manufacturière. Je remarque à dessein l'origine de notre confrère; et certes, on ne m'imputera pas des motifs que désavoueraient aujourd'hui les panégyristes d'autrefois; mais j'en avouerai de très-fondés, de très-opportuns à mes yeux, dans ce temps encore, dans ce Midi surtout où nous voyons si souvent les heureux hasards de la fortune et de la naissance, tourner au détriment de ceux qui pourraient en tirer de précieux avantages, si l'amour du travail leur faisait chercher dans d'utiles emplois une position pour eux d'autant plus honorable qu'elle serait par eux plus honorée.

L'éducation du jeune Mortarieu fut dirigée, en vue des résultats à craindre, dans des voies préparées de loin et ménagées avec une sage intelligence.

Envoyé pensionnaire, dès le bas âge, au Lycée de Cahors, sa première enfance, sans courir les dangers de l'éloignement, fut soustraite aux douceurs débilitantes du foyer paternel. Aussi lorsque plus tard il entrait, pour y faire ses humanités, dans un des grands colléges de la capitale. Il y apportait des dispositions développées par le travail, stimulées par les succès précoces de l'enfance, au désir d'obtenir ceux où se fondent dans la jeunesse de l'homme, les habitudes labôrieuses et les succès féconds de l'âge mûr. A sa sortie du collége, plus de soins, plus de surveillance devaient entourer l'étudiant libre des facultés, particulièrement à cette époque, et dans les conditions où son père plaçait l'avenir de son fils, car il ambitionnait pour lui la carrière de la magistrature.

On revenait alors en France à l'idée de reconstituer enfin une magistrature. C'est au génie vraiment restaurateur de Napoléon qu'on emprunta une de ces conceptions imaginées par lui, dans son but hautement avoué de prendre tout ce qu'avait de bon l'ancien régime, et d'en rendre les bienfaits praticables à la France nouvelle. Parmi les institutions projetées ou reprises dans les établissements de l'Empire, un habile Ministre de la Restauration, M. de Peyronnet, distingua la création d'un corps spécial de juges auditeurs donnés pour base à l'organisation judiciaire. Par ce moyen s'évanouissait devant une candidature réelle, la candidature mensongère résultant d'un diplôme. On bornait le concours des ambitions, on les épurait au creuset de la justice par les épreuves, les lenteurs calculées, et la gratuité du noviciat; on préparait en même temps ainsi les bons services et le désintéressement du magistrat. Car c'est dans la modicité, dans la modicité absolue du traitement, que résident, on le croyait ainsi, non pas seulement les correctifs de l'inamovibilité, non pas seulement le gage d'une indépendance sage, et par conséquent d'une dignité réelle, mais encore une condition profitable à ce lustre de convention terni quelquefois, on le craignait du moins, aux yeux du vulgaire, lorsque le sacerdoce de la justice, mis au niveau d'une fonction salariée, peut paraître un moyen d'existence confortable, préparé pour qui ne sait pas ou ne sait plus faire sa fortune au barreau.

Après vous avoir fait connaître la destination de M. de Mortarieu, je vous ai préparés à connaître aussi d'avance par quelle série d'épreuves et d'efforts il dut conquérir un modeste siége de substitut au parquet du Tribunal de 1re instance de Toulouse. Stagiaire d'abord au barreau de Paris, employé ensuite pendant une année aux bureaux de la préfecture de l'Ariége, soumis encore pendant deux ans, comme juge auditeur, à cet autre stagiat de la magistrature dont je viens de vous parler, puis encore substitut près le Tribunal de 1re instance du Muret, voilà comme on parvenait alors, et comment parvint M. de Mortarieu à se faire dans la magistrature de Toulouse une position bien humble sans doute, puisque nous l'avons vue depuis et si souvent franchie et dépassée d'un premier élan par des ambitions moins justifiées ou certes moins bien appuyées, nous pouvons le dire hardiment, sans faire excuse à la modestie de notre confrère.

Celui-ci, pour faire cortége à son mérite, n'eut pas encore assez des services élevés et justement considérés de son père, il recherchа, il obtint d'ajouter aux titres favorables qu'il en pouvait prétendre, l'avantage évident, pour vous surtout, d'une heureuse union avec la fille unique de l'honorable M. Dralet, de votre si regretté, si regrettable confrère ; de cet homme excellent dans tous les emplois de l'existence publique et de la vie privée, que son talent et ses vertus protégeaient également dans l'estime et dans l'affection de tout le monde.

Voilà presque des droits, et de ceux faits pour être ce semble toujours et partout respectés. Cependant, propices d'abord à l'avancement de M. de Mortarieu, n'auraient-ils pas plus tard précipité sa chute? Je n'oserais laisser entrevoir un tel doute, si l'on n'avait eu lieu de s'y arrêter par l'étrangeté des motifs allegués pour expliquer le naufrage universel de la magistrature amovible en 1830. Que signifiaient, en effet, ces prétextes de capacités méconnues, et d'incapacités privilégiées sous le régime déchu, comme on disait alors. Mais de ces deux allégations, la première perdit bientôt tout crédit, sur des raisons bien démontrées; la seconde réveilla des susceptibilités d'amour-propre, heureusement utilisées pour la gloire des lettres, du barreau, et même de la chaire. Le mensonge fut ainsi vaincu par des arguments de bon aloi. Ce n'est pas vous, Messieurs, ni le public, je pense, à qui peut paraître possible, par exemple, la transformation d'un mauvais substitut en bon académicien.

De cette observation appliquez discrètement à votre confrère la seule part le concernant. Ses habitudes littéraires, son goût et son savoir étaient bien connus, et plusieurs d'entre vous savaient, longtemps avant de l'admettre, ses droits à vous appartenir. Il voulut cependant les fonder, mieux que vous n'auriez exigé, et leur donner un nouveau lustre à vos yeux par l'éclat même de vos couronnes. L'occasion s'offrit à lui dans une circonstance remarquable.

Vous aviez mis au concours de l'année 1833, une grande question historique, comprenant l'étude de toute la civilisation romaine dans les Gaules. Il s'agissait de déterminer l'état politique, civil et religieux de ce pays, sous la domination romaine, jusqu'à l'époque où les Visigoths et les Francs en devinrent les possesseurs ; et préciser les progrès des sciences, des lettres et des arts, dans la même contrée, durant la même periode. Il fallait donc, en d'autres termes, refaire, améliorer et compléter l'histoire nationale dans sa partie la plus obscure.

J'ai souvent trouvé, en feuilletant dans vos archives, des questions analogues à celle du concours ouvert en 1833, et souvent aussi j'ai remarqué un résultat plus ou moins négatif venant confirmer à mes yeux les difficultés de la matière. Il y a donc de la justesse dans mon observation précédente ; vous la voyez apparaître dans l'importance et les périls de l'entreprise où fut tentée l'ambition et illustré le succès académique de votre confrère ; ce titre lui revenait de droit après l'honneur acquis de vos suffrages dans cette épreuve solennelle. Aussi le premier fauteuil devenu vacant à la classe des Lettres fut assigné par vous à M. de Mortarieu ; il vint s'y asseoir en 1833.

Alors et depuis surtout, non plus pour mériter, mais pour justifier votre choix, il se fit connaître au public. La presse toulousaine lui prêtait un recueil périodique auquel a manqué seulement le prestige de la publication parisienne pour jouir d'une faveur méritée. Là ses esquisses figuraient avec un relief empreint encore dans la mémoire de nombreux lecteurs. Votre confrère avait d'ailleurs toujours pour vos séances des communications instructives à faire sur des sujets variés de curiosité historique. Je rappellerai, parmi d'autres avantageusement connus de vous, ses mémoires sur les tournois et sur l'origine de la chasse ; celui qu'il publia dans la Revue du Midi (août 1833), sous le titre d'*ancienne Chevalerie*, était destiné à faire sanctionner par le public votre jugement si favorable à son plus important ouvrage. On retrouve, en effet, dans l'intéressant article du Journal, soit au fond, soit au style, l'ordre et la clarté ; deux qualités remarquables chez notre confrère, surtout quand elles concourent, comme dans son œuvre couronnée par l'Académie, avec l'abondance de l'érudition.

Ces travaux le faisant connaître, en appelaient d'autres à lui par le retentissement littéraire donné désormais à son nom. Accueilli par la Société d'Archéologie, membre déjà fort actif de la Société d'Agriculture, partout le zèle fécond de notre confrère suffisait, sans s'épuiser, à une collaboration d'autant plus estimée, qu'elle se prêtait à tous les emplois avec l'empressement gracieux de la plus affectueuse confraternité

Vous l'avez vu ici comme on le voyait ailleurs, dans les travaux académiques, assidu et zélé; dans ses relations, affectueux sans exagération, poli sans affectation, obligeant et serviable sans réserve : jaloux de posséder l'estime de tous pour relever d'autant aux yeux de chacun celle dont il aimait à donner témoignage. Doué d'une facilité de cœur qu'il fallait avoir étudiée pour s'assurer de la solidité et de la consistance réservée dans ses sentiments aux liens d'une amitié fidèle.

Au reste, Messieurs, vous ne devez pas, je le répète, si vous voulez apprécier convenablement l'existence académique de notre confrère, perdre de vue les motifs de sa vocation. Non, la fatigue de l'oisiveté n'avait pas produit chez lui l'amour factice du travail. Non, il ne cherchait pas un assaisonnement aux douceurs d'une existence somptueuse et frivole dans les sources d'une plus noble considération. On dira avec détail, dans une autre enceinte, les opérations agricoles vraiment sérieuses et grandes de M. de Mortarieu. Il me serait permis de les énumérer ici, fût-ce seulement par honneur à sa mémoire, et pour rémunérer la poursuite active de toute sa vie autrement qu'il n'obtint d'une fugitive ampleur de fortune dont il jouit à peine, si ce n'est par l'idée de la pouvoir transmettre à ses enfants.

Sans nous arrêter aux travaux de cabinet, sans lui compter les traités nombreux insérés dans le Journal d'agriculture, il restera encore, dans le contingent de ses occupations habituelles, une grande étendue de terres défrichées mises en culture, converties, de bois ou landes, en vignes, prairies, parc et jardins; là, au milieu d'une fertilité créée par lui, ici, aux lieux susceptibles d'une décoration gracieuse, d'utiles ou élégantes constructions, et tout cela conçu, entrepris, dirigé, achevé et réussi sous l'inspiration, la direction, le contrôle et la responsabilité unique de notre confrère. Voyez, Messieurs, et sur cet aperçu, jugez s'il avait de quoi remplir les intervalles de vos séances, si nous pouvons chercher dans le désœuvrement un motif à ses études littéraires.

Pourquoi d'énervantes fatigues doivent-elles être comptées encore dans les labeurs les plus pénibles de son existence? Je le vois attaché aux rayons de sa bibliothèque, un jour de l'été dernier où j'arrivai chez lui inquiet des mauvaises nouvelles qu'on m'avait données sur sa débile santé. Toujours debout, lui dis-je en le voyant, et toujours au travail!... Il faut partir cependant, répondit-il, en me montrant ses jambes enflées d'une horrible hydropisie, et vous me voyez déjà les bottes de voyage; et moi je m'efforçai de cacher sous un pénible sourire l'émotion où me jetait cette vue, ces paroles concluant si justement de longues souffrances, d'un dépérissement chaque jour à mes yeux plus tristement démontré.

Personne, parmi vous, Messieurs, n'a pu se méprendre sur les progrès du mal; il y parut trop d'abord au ralentissement d'assiduité, puis à l'absence absolue de notre confrère. Mais vous ne savez peut-être point et vous serez surpris d'apprendre combien ses années les plus occupées, les mieux remplies par le travail, participèrent au surcroît laborieux d'une maladie incessante. L'extrême débilité des organes digestifs produisait progressivement sur le système général des effets naturels d'atonie et de délabrement faciles à concevoir sans recourir aux explications de la science. Les classements méthodiques dans ces sortes de maux opiniâtrément rebelles avancent d'ailleurs moins que ne feraient pour les prévenir l'application mieux dirigée des règles de l'hygiène.

Il n'était plus temps d'y recourir lorsque les sollicitations de sa famille l'obligèrent en quelque sorte d'aller chercher à Paris une guérison devenue impossible. Il y trouva du moins, et jusque dans les princes de la science, des amis sympathiques comme il devait en rencontrer partout, mais qui ne lui faisaient pas oublier ceux de la patrie absente. Ses regards se reportaient sans cesse vers nous, et sa famille a voulu se montrer l'interprète du vœu de son cœur en nous restituant sa dépouille mortelle. Vœux pieux, tendres sentiments, légués et transmis fidèlement comme ils doivent être accueillis par notre reconnaissance. Ne savons-nous pas quels objets précieux entouraient ce lit de mort ! Quelles affections devaient préoccuper ce cœur déchiré ! Quelles pensées absorbaient cette âme souffrante !

Reposons-nous cependant, Messieurs, sur les consolantes idées réservées à la fin chrétienne de notre confrère. A côté de ses deux enfants, si chers à sa sollicitude, il laissait une femme digne de sa confiance autant que de son amour. Le ciel en la lui donnant également pieuse et bonne, lui fit aimer ainsi dans les félicités mêmes de la vie, la religion qui connaît seule des correctifs aux amertumes de la mort ; et la grâce et la foi, célestes auxiliaires préposés contre le désespoir des regrets, éloignèrent de ses derniers adieux la crainte d'une séparation éternelle.

DISCOURS D'OUVERTURE

DE LA SÉANCE PUBLIQUE ;

Par M. URBAIN VITRY, Président.

MESSIEURS,

Depuis trois mois, une longue maladie me tient éloigné de vos séances, mais j'ai dû faire un effort pour venir m'acquitter une dernière fois des devoirs qui m'étaient imposés.

Le moment approche, en effet, où je dois déposer les fonctions de Président dont vous m'aviez honoré. Il ne vous serait même plus permis de me les continuer, puisque votre bienveillance a été poussée en ma faveur jusqu'à l'extrême limite posée par nos règlements.

Quels que soient les regrets que j'éprouve en me séparant de mes collègues du bureau, dont la coopération affectueuse m'a si puissamment secondé, je ne puis néanmoins qu'applaudir à la sage prévision de nos devanciers qui ont su allier, dans notre constitution académique, ces deux grands principes de conservation : *l'inamovibilité* et *l'élection*.

Si notre Secrétaire et notre Trésorier sont perpétuels, c'est-à-dire, nommés à vie, vous savez aussi que le Président et le Directeur doivent être choisis annuellement, et qu'ils ne peuvent plus être réélus après trois années consécutives d'exercice.

Par cette heureuse combinaison se trouvent conciliés cet esprit de suite et de tradition qui donne tant de force et de stabilité à toute société, qu'elle soit politique ou savante, et ces principes de mouvement et de progrès qui tendent à développer une louable émulation.

Ainsi l'Académie appelle à la diriger tous ceux qui peuvent lui apporter le concours de leur nom, de leurs connaissances et de leurs talents, ou ceux qui ne lui offrent, comme moi par exemple, qu'un dévouement absolu, mais toujours en éveil pour sauvegarder ses intérêts et sa prospérité.

Les Statuts qui ont régi l'ancienne Académie jusqu'à la révolution de 1789 n'étaient pas établis sur des bases aussi libérales; on y voyait la trace évidente des idées qui régissaient alors la société française. Le Secrétaire et le Trésorier étaient déjà perpétuels, mais le Président et le Directeur, élus chaque année, pouvaient être prorogés indéfiniment.

De plus, et c'est là surtout le cachet de l'époque où ces Statuts furent donnés par le roi Louis XV, le Président ne pouvait être choisi que parmi les membres honoraires, titre décerné exclusivement à de hauts et puissants seigneurs, tels que le maréchal duc de Richelieu, le maréchal duc de Biron, l'intendant du Languedoc de Saint-Priest, l'archevêque de Narbonne Dillon, l'archevêque de Toulouse Loménie de Brienne, plus tard ministre de Louis XVI, et tant d'autres membres des plus illustres de la noblesse française.

Les idées d'émancipation et d'égalité qui s'étaient développées pendant la révolution et *qui se sont incrustées*, selon l'expression de Châteaubriand, *dans le caractère français*, effacèrent cette sorte d'oligarchie dans les nouveaux Statuts donnés à l'Académie lors de son rétablissement en 1807 ; c'est alors que tous les associés, placés au même rang, furent appelés à remplir indistinctement, mais pendant trois années au plus, les fonctions de Président et de Directeur.

Depuis cette réorganisation, l'Académie a peut-être compté moins de beaux noms aristocratiques; mais elle a pu s'enorgueillir de posséder la plupart des membres de cette noblesse d'esprit et de science que Fléchier trouvait déjà plus glorieuse que celle du sang; noblesse toute individuelle, et que la société moderne entoure de son admiration et de ses sympathies.

Si les grands noms de Biron et de Richelieu ont cessé de briller parmi nous, ils ont été remplacés par ceux non moins célèbres de Cuvier, de Berzelius, de Lalande, de Lacépède, de Chaptal, de Parmentier, de Delambre, de l'abbé Sicard, de Darcet, de Champollion, de Daru, de Larrey, de Chaussier, et de bien d'autres encore qui ont jeté tant d'éclat dans toutes les branches des connaissances humaines.

La liste des membres de l'Institut, ce livre d'or de la noblesse scientifique française, comprend encore aujourd'hui un grand nombre de savants qui appartiennent aussi à notre Académie; il suffira de nommer MM. Arago, Mauvais, Laugier, Liouville, Dumas, Thénard, Michelet, Salvandy, Berger de Xivrey et M. de Quatrefages qui débuta en quelque sorte à Toulouse dans la carrière scientifique, et avec lequel la plupart d'entre nous avaient établi des relations d'intimité.

MM. Petit et Moquin-Tandon, membres résidants, ont aussi leur place à l'Institut, en qualité de correspondants; malheureusement pour nous, l'un d'eux va nous être enlevé par les hautes fonctions qu'il est appelé à remplir à la Faculté de Médecine de Paris. Enfin, parmi nos membres correspondants, qui le sont aussi de l'Institut, nous voyons figurer MM. d'Hombres-Firmas, Weiss, Chaudruc-de-Crazannes, de Golbery et de Caumont.

Telle est la part qui nous est faite dans le sein de l'Institut de France; celle que nous pouvons revendiquer dans les plus hautes fonctions de l'Etat n'est pas moins glorieuse.

Deux de nos associés ordinaires ont quitté nos fauteuils pour aller siéger dans les conseils du gouvernement; le premier que je suis heureux de citer, fut M. de Montbel, dont le passage à la mairie de Toulouse a laissé dans toutes les classes et dans toutes les opinions d'impérissables souvenirs. Vous n'avez pas oublié, Messieurs, que dans son exil volontaire, imposé par de respectables convictions, il s'est rappelé ses anciens confrères en nous adressant un mémoire très-remarquable sur l'invasion du choléra, lors de la première apparition à Vienne de ce terrible fléau.

Vingt ans après, un autre membre de l'Académie, M. Fortoul, a été nommé ministre de l'instruction publique. Les succès éclatants qu'il avait obtenus dans notre Faculté des Lettres faisaient présager déjà ceux qui l'attendaient dans l'administration, par les perfectionnements importants et les modifications profondes qu'il devait apporter à l'éducation et à l'enseignement de la jeunesse française.

Ce ne sont pas seulement ces deux noms qui rattachent l'Académie aux sommités gouvernementales, elle compte parmi ses divers membres les anciens ministres, MM. de Salvandy, Arago et Dumas ; les anciens pairs de France et les anciens députés, MM. Thénard, Pagès, de Saget, de Lavergne, Gatien Arnould, qui sont encore actuellement nos confrères ; enfin, parmi ceux que la mort a moissonnés, nous devons un souvenir à MM. de Bellegarde, de Malaret, de Marcorelle, colonel Dupuy, Hocquart et de Puymaurin.

Après cette sorte d'aperçu statistique, je serais naturellement amené à vous entretenir des travaux accomplis dans la période écoulée depuis 1807 jusqu'à nos jours ; un vaste champ s'ouvrirait devant moi, et j'y trouverais une riche et abondante moisson ; mais vous apprécierez la réserve qui m'impose l'obligation de m'abstenir de porter un jugement sur l'importance et la valeur de ces travaux.

Je crois pouvoir ajouter cependant, que l'Académie s'est montrée de plus en plus désireuse d'imprimer aux études une forte impulsion et un but d'utilité locale, tant par les questions mises au concours, que par les nombreux mémoires contenus dans les quatorze volumes déjà publiés et qui témoignent avec quelle persévérance les membres actuels poursuivent la voie ouverte par leurs devanciers.

Pardonnez-moi, Messieurs, si au lieu d'un discours que vous étiez en droit d'attendre, je me restreins à ces quelques paroles de glorification en l'honneur de notre Compagnie ; dans les conditions où je me trouve, je ne me suis senti, je l'avoue, ni assez de courage, ni assez de liberté d'esprit pour traiter devant vous une question scientifique.

Bientôt vos suffrages vont appeler un de nos confrères à prendre possession de ce fauteuil ; quel qu'il soit, il saura nous maintenir sur cet admirable terrain neutre de la science et de l'art, inaccessible aux exigences, à l'intolérance et à la dédaigneuse partialité des partis.

Lorsque vous serez seulement trois réunis, disait le Christ aux Apôtres, *mon esprit sera avec vous.* Eh bien ! restons unis, et nous conserverons intact cet élément harmonique de conciliation, de bienveillance et de sympathie qui doit faire l'attrait le plus puissant de nos réunions.

Quant à moi, mes chers Confrères, il ne me reste à vous adresser que l'expression d'une reconnaissance sans bornes pour la position que vous m'aviez donnée parmi vous. C'est une date dans ma vie ; et je placerai toujours au nombre de mes plus précieux souvenirs, le souvenir d'avoir porté le titre de votre Président.

ÉLOGE DE M. CABANTOUS;

Par M. HAMEL.

MESSIEURS,

En venant vous retracer, après tant d'années, la vie de notre vénérable et bien-aimé confrère, M. Cabantous, j'éprouve un embarras que vous partagez sans doute avec moi. Il semble que, pour un si long retard, aucune excuse ne puisse être apportée. Il en est une pourtant, Messieurs; je la trouve dans cette répugnance bien naturelle à recommencer ce qui avait été exécuté d'une manière supérieure par l'un des nôtres, dans une Académie voisine. Telle est la raison qui a fait décliner successivement à plusieurs une tâche non moins difficile qu'honorable ; et si aujourd'hui je me suis chargé d'acquitter enfin la dette de l'Académie, c'est pour confesser plus humblement que personne mon impuissance, en vous offrant seulement un modeste abrégé du travail où notre confrère a été loué une première fois d'une manière si digne de lui (1).

PIERRE CABANTOUS naquit à Rodez le 7 février 1771, d'un propriétaire, fermier général du clergé de l'Aveyron. Il commença ses études chez un prêtre, le prieur de Quins, dont la discipline sévère trempa de bonne heure, pour les épreuves

(1) Voir l'Eloge de M. Cabantous, par M. Gatien-Arnoult, Recueil de l'Académie des Jeux Floraux, année 1842. J'ai reproduit presque textuellement toute la partie biographique.

que réservait à tous la fin du siècle, l'esprit et le corps du jeune Cabantous, tandis que les soins maternels de la sœur du prieur développaient chez lui ces sentiments affectueux, qui devaient plus tard lui concilier le cœur de tous ceux qui l'ont approché. Au sortir de cette maison, dont la douce et salutaire influence se répandit sur sa vie entière, il entra au collége de Rodez, alors dirigé par les prêtres doctrinaires. Sous ces habiles maîtres il fit des progrès rapides, et, à quinze ans, après de brillants succès, il soutint une thèse qui lui valut le titre de maître ès arts.

Ayant résolu d'embrasser l'état ecclésiastique, M. Cabantous se rendit alors à Paris pour y faire son cours de théologie. Il obtint au concours une bourse dans deux établissements différents, et fixa son choix sur la maison appelée Séminaire des Trente-trois. Après avoir suivi là pendant trois ans les leçons de la Sorbonne, qui, sur le point de tomber avec tant d'autres choses, soutenait encore dignement son antique réputation, le jeune séminariste, à peine âgé de dix-huit ans, était déjà reçu licencié en théologie, et nommé maître de conférences, lorsque éclata la révolution, qui dispersa maîtres et élèves.

M. Cabantous ne quitta point Paris immédiatement. Il y fut retenu quelque temps par son attachement pour ses anciens maîtres, dont plusieurs avaient été enfermés dans la prison des Carmes. Avec quelques autres élèves dévoués, il forma pour eux un projet d'évasion, auquel les bons prêtres ne voulurent point consentir, dans la crainte de compromettre leurs jeunes amis. On sait trop quel fut l'horrible dénouement. M. Cabantous s'éloigna alors d'une ville dont le nom demeura désormais associé dans son esprit aux sanglantes images qui avaient contristé son cœur.

Revenu dans son pays, il resta étranger aux luttes des partis qui le divisaient; mais il saisit avec empressement chaque occasion de servir la patrie commune, en faisant respecter son indépendance au dehors, en maintenant l'ordre au dedans contre toute espèce de tentative violente. En 1791, il prit part, en qualité de volontaire de l'Aveyron, à la répression des insurgés de la Lozère. Vers la fin de 1792, il partit avec la levée en masse, et fut incorporé aux compagnies franches de l'Aveyron. Bientôt après son corps d'armée fut dirigé sur les Pyrénées-Orientales, où l'ennemi menaçait nos frontières. M. Cabantous, qui, au camp comme au séminaire, s'était bientôt fait distinguer de ses chefs, avait été nommé quartier-maître de son régiment. Quoique cet emploi le dispensât d'aller au feu, il ne voulut jamais s'éloigner de ses camarades; il partagea leurs dangers au siége de Rosas, de Figuères, et enfin à Bellegarde, où il fut fait prisonnier avec plusieurs d'entre eux.

Ils furent embarqués ensemble à Alicante pour l'île de Ténérife. Pendant la traversée, la peste se déclara. M. Cabantous fut atteint des derniers, et, grâce à sa forte constitution, il échappa à la mort qui frappait une grande partie de ceux qui l'entouraient. Aux îles, ses connaissances variées firent de lui tour à tour le conseil de l'évêque pour les points difficiles de la théologie et de la discipline; le médecin d'un grand nombre d'habitants, qui le consultaient de préférence au vieux docteur du pays, l'interprète de ses compagnons, qui, dans la captivité, retrouvèrent chez lui, pour leurs besoins, toute la sollicitude de l'ancien quartier-maître. Son caractère, non moins que son esprit, lui avait concilié l'estime et l'affection de tous. Tels étaient enfin les souvenirs qu'il devait laisser dans ce pays étranger, que, longtemps après, le gouvernement espagnol lui offrait la place de directeur de l'instruction publique, fonctions supérieures qu'aurait déclinées sa modestie, si d'abord son patriotisme ne les avait refusées.

Dans le cours de l'année 1795, la paix ayant été conclue avec l'Espagne, M. Cabantous rentra en France. Il se préparait à suivre la carrière militaire, où l'avaient jeté les événements, mais où le retenaient ses goûts, lorsque, par la réorganisation de l'enseignement public en France, il se trouva ramené dans une voie plus conforme à sa vocation première. Ce ne fut pas toutefois de son plein gré. Nommé par les membres de l'administration centrale de l'Aveyron professeur de belles-lettres à l'école centrale de Rodez, il reçut au camp l'ordre de se rendre au nouveau poste où l'appelait la patrie. Il refusait; mais un nouvel ordre, appuyé des vives instances de son père, ne lui permit pas de résister plus longtemps. Il devint, comme il aimait à le dire, professeur malgré lui. Heureuse violence, qui nous a valu tant d'utiles et fécondes leçons!

M. Cabantous avait alors vingt-cinq ans; sa carrière de professeur ne devait plus finir qu'avec sa vie. Il occupa d'abord successivement les chaires de belles-lettres, d'histoire et de langues anciennes à l'école centrale de Rodez. Lorsque, en 1808, l'Empereur fonda l'Université nouvelle, les écoles centrales ayant été supprimées, M. Cabantous fut nommé au lycée de Rodez professeur de rhétorique. Un an plus tard, en 1809, il était appelé avec la même qualité à Limoges, où il resta jusqu'en 1816, joignant à l'enseignement du lycée, de 1810 à 1814, celui de la faculté, comme professeur d'histoire et de littérature française, suffisant à tout par son activité infatigable et sa merveilleuse aptitude.

La faculté de Limoges avait été dissoute, avec plusieurs autres, à cause du déficit de la caisse de l'instruction publique. Par un arrêté de 1816, tout en conservant son titre de professeur de faculté, M. Cabantous fut envoyé au collége royal de Cahors comme professeur de rhétorique. L'année suivante, il passait à celui de Bordeaux, qui s'honore encore de l'avoir possédé pendant plusieurs années. Enfin, au mois de mai 1824, sous le ministère de M. de Frayssinous, son compatriote, il vit se réaliser d'anciennes promesses par sa nomination à la Faculté des Lettres de Toulouse, comme professeur de littérature française.

Si l'amour et la vénération de ses élèves suivirent M. Cabantous dans toutes les villes où il passa, c'est à Toulouse seulement que l'on put apprécier les ressources infinies de son esprit : son enseignement n'y fut qu'un long triomphe. Pendant dix-sept années consécutives, on vit se renouveler autour de sa chaire une jeunesse impatiente d'écouter et d'applaudir sa parole; et lui, dont le cœur et l'imagination restaient toujours jeunes, ne se lassait pas plus d'en répandre les trésors que les autres de les recueillir. Ce fut au milieu de ces succès que, en 1834, la croix d'honneur vint enfin récompenser chez lui trente-neuf ans de services signalés. A la même époque il fut nommé Doyen de la Faculté des Lettres. Il vécut et professa encore six ans, pour honorer la croix qu'il avait reçue, pour faire aimer à ses collègues sa bienveillante administration, pour donner à tous l'exemple d'une vie consacrée jusqu'au dernier moment à l'exercice de ses devoirs.

Le 8 décembre 1840, il succombait, victime de son zèle, presque le lendemain d'une leçon d'ouverture, après quarante-cinq ans d'un enseignement dont il avait fait un véritable sacerdoce.

Pour n'interrompre par rien d'étranger ce rapide précis de la carrière du professeur, je ne vous ai point, Messieurs, parlé de l'académicien. Le mérite éminent de M. Cabantous devait fixer sur lui l'attention des Sociétés savantes de cette ville. Aussi, dès l'année 1826, l'Académie des Jeux Floraux l'appela-t-elle dans son sein; et, en 1831, il vous fut donné de pouvoir, à votre tour, l'admettre parmi vous.

De 1831 à 1835, vous avez vu notre confrère assister avec zèle à vos séances, et payer religieusement, chaque année, à l'Académie le tribut de ses lumières. Les volumes de nos Mémoires renferment de lui quatre travaux remarquables par la variété des connaissances, l'originalité des idées, la vivacité du style, et où la littérature est envisagée de haut, dans ses rapports avec les circonstances extérieures qui viennent tour à tour en modifier l'expression. C'est à ce point de vue qu'il apprécie, ici, le développement des relations entre les peuples par le commerce; là, les progrès des sciences; ailleurs, la diffusion des lumières, et enfin l'influence de la philosophie. Dans ce dernier mémoire, M. Cabantous semble s'être ressouvenu des luttes que soutenaient ses anciens maîtres de la Sorbonne contre la philosophie alors triomphante. Il signale ses envahissements progressifs, son action pernicieuse sur les diverses branches de la littérature, sur le goût, sur la morale, base de tout le reste;

et il la montre s'ensevelissant enfin elle-même sous les ruines qu'elle a faites. Disons-le toutefois, sans nous en avertir, ce sont les abus seuls qu'attaque M. Cabantous; il avait lui-même un esprit trop éclairé par les lumières d'une saine philosophie pour ne pas applaudir aux développements légitimes de la raison.

Si, dans les dernières années de sa vie, notre confrère nous a moins souvent apporté le fruit de ses travaux, c'est qu'à mesure qu'il avançait en âge, loin de compter sur tant de connaissances acquises, sur l'expérience d'un si long enseignement, il consacrait de plus en plus tout son temps à la préparation de ses leçons. D'ailleurs, quelles que fussent chez lui les qualités de l'écrivain, elles s'effaçaient devant celles du professeur. C'est dans sa chaire qu'il fallait le voir et l'entendre; c'est là qu'agissaient avec toute leur puissance cette vivacité d'imagination, cet accent animé, cette parole pittoresque, cette action plus expressive que la parole même, qui étonnaient et charmaient son auditoire. Vous le voyez encore, j'en suis sûr, Messieurs, tour-à-tour assis ou debout, quelquefois même se promenant, comme l'orateur dans la tribune antique, soit qu'il s'enflammât à l'idée d'une belle action, à l'aspect d'une grande pensée magnifiquement exprimée, soit qu'il se plût à mettre aux prises des systèmes opposés, à les détruire l'un par l'autre, et à montrer le néant des opinions humaines. Poésie, éloquence, histoire, philosophie, sciences même, tout était de son domaine; il étendait partout l'empire de la littérature. Ce qui faisait l'unité d'un enseignement si divers, c'était l'amour du bien et la haine du mal; c'était l'attachement le plus vif et le plus sincère aux vérités morales et religieuses dont notre confrère se montra toujours l'éloquent défenseur.

Tel vous avez connu M. Cabantous, tel il s'est montré partout, depuis le jour où il monta dans la chaire de l'école centrale de Rodez. Aussi partout son souvenir est-il resté vivant dans le cœur de ses anciens élèves; je n'en veux d'autre preuve que cette pieuse cérémonie, qui, à Limoges, les a réunis dans la chapelle du collége, pour célébrer solennellement la mémoire de leur professeur, plus de vingt-cinq ans après qu'il les avait quittés. C'est qu'il ne s'était pas occupé seulement à cultiver leur esprit, et que, en leur inspirant le goût du bien, il s'était ménagé pour l'avenir leur reconnaissance. Et ce sentiment lui-même n'aura pas été pour eux le fruit le moins précieux de ses leçons ; car il doit par sa chaleur en raviver sans cesse les bienfaisants effets. On peut donc appliquer avec justice à M. Cabantous ce que, par la bouche de Socrate, dit Platon de l'enseignement du sage : Il a semé par la parole, dans le cœur de ceux qui l'écoutaient, des pensées fécondes, qui, après s'y être développées, iront, en germant dans d'autres cœurs, immortaliser la semence précieuse, et faire jouir ceux qui la possèdent du plus grand bonheur qu'on puisse goûter sur la terre (1).

(1) Platon, *Phèdre*, c. 61.

RAPPORT

SUR

LE CONCOURS POUR LE PRIX ORDINAIRE DE L'ANNÉE 1853,

Présenté au nom d'une Commission composée de MM. PAGÈS, DUCOS, BELHOMME, DUBOR, et MOLINIER, *Rapporteur*.

Messieurs,

De toutes les époques historiques du Midi de l'Europe, celle qui offre le champ le plus fécond pour des études neuves et intéressantes, c'est certainement le règne des comtes de Toulouse. On vit, sous la bienfaisante domination de ces souverains, une partie des belles contrées de l'ancienne Gaule qui avoisinent l'Espagne et la Méditerranée, devancer par leur culture intellectuelle et par leur industrie les pays du Nord. En remontant au XIIe siècle, et en fixant les regards sur les terres qui forment, en deçà de la Loire, vers l'Est, le comté de Toulouse et le marquisat de Provence, on aperçoit des cités florissantes par le commerce et par les arts, des populations d'origines diverses, parlant une langue poétique, constituées en républiques libres sous le protectorat intelligent et doux d'un chef héréditaire; une capitale vaste et opulente assise le long d'un fleuve, dans une magnifique position géographique, et devenue célèbre par la culture des lettres et de la poésie. La civilisation romaine a laissé ses traditions à côté de ses superbes monuments, sur cette terre que l'invasion des bandes rudes et sauvages du Nord n'a pas encore profondément atteinte, et que les incursions des Arabes ont initiée aux sciences mystérieuses et aux mœurs de l'Orient.

Quelle était la législation qui régissait le pays toulousain dans les beaux temps de la domination des comtes, vers le XIIe siècle ? C'est là une question historique qui offre un grand intérêt, et qui doit à la fois être envisagée sous le rapport des institutions politiques et sous celui des lois civiles qui se réfèrent aux intérêts privés. C'est en fouillant dans les archives, en consultant les anciennes chartes et les documents historiques de l'époque des comtes qu'on pourra espérer de reconstituer le Droit public et le Droit civil en vigueur dans nos contrées du IXe au XIIIe siècle. Pour le Droit civil, c'est-à-dire le Droit qui régit l'organisation de la famille, la propriété, les engagements, le jugement des procès, les matières féodales, en ce qui a rapport aux personnes et aux intérêts privés, nous avons un monument précieux du moyen âge dans les anciennes coutumes de Toulouse, conservées dans nos archives municipales, et éditées dans des ouvrages imprimés (1) qui nous les ont transmises

---

(1) Quatre commentateurs ont publié les Coutumes de Toulouse.

1. Jean DE CASEVIEILLE, licencié en droit et avocat au Parlement de Toulouse. Il a donné, avec des gloses marginales, l'entier texte latin des Coutumes dont l'authenticité avait été constatée par les Commissaires du Roi, en 1285, et de plus, les vingt articles non approuvés par Philippe le Hardi. Casevieille a conféré la version qu'il a publiée avec celles de plusieurs anciens manuscrits : « Et vidi, dit-il, plures libros istorum consuetudinum » antiquos in pargameno littera antiqua scriptos in quibus non sunt aliæ » consuetudines quam superius scriptæ. » (F° 63). Son livre a été imprimé à Toulouse en 1544. Il forme un volume petit in-4° de 73 feuillets, non compris les tables, qui a pour titre : CONSVETVDINES TOLOSÆ, *cum declarationibus in quibus consuetudines ipsæ a iuris communis dispositione discrepare seu differre videantur. Quidquid de iure scripto extiterit introductum. Et quid de consuetudine, cum quibusdam interpretationibus et quæstionibus vtilibus, easdem consuetudines tangentes, tam decisiue quam remissiue Magistri Joan. de Casaveteri, in legibus Licenciati Civis Tolosæ. Veneunt Tolosæ, in officina Antonii Vincentii, apud Ludouicum Vvernaige. Impressum per Antonium Gorcium* 1544. *Cum privilegio.*

2. François FRANÇOIS a publié une version française d'une partie seulement des Coutumes de Toulouse, avec des observations et des notes. Son livre, mal conçu et mal écrit, offre de nombreuses erreurs, et contient une masse considérable de citations extraites de divers auteurs. Il forme un volume petit in-4° d'environ 900 pages dont voici le titre : OBSERVATIONS DES COVSTVMES DE THOLOSE, *conférées au Droict romain et coustumier de France; par M. François* FRANÇOIS, *Tholosain, lieutenant particulier en l'auditoire de la ville et viguerie dudit Tholose; auec leurs indices*

telles qu'elles furent recueillies par des commissaires, sous le roi Philippe-le-Bel, dans le seconde moitié du XIII[e] siècle.

L'Académie, appréciant la valeur historique de ce monument trop négligé, a eu la pensée de proposer, pour le concours de 1853, la question suivante : « Rechercher et caractériser parmi les dispositions de l'ancienne coutume de Toulouse, celles qui appartiennent à la législation des comtes ; — apprécier l'influence de cette législation sur l'état du pays toulousain. »

Pour traiter ce sujet intéressant d'une manière complète, et pour satisfaire aux désirs de l'Académie, il fallait d'abord retracer l'origine et dépeindre les mœurs des populations mélangées qui occupaient le pays toulousain sous les comtes. Il fallait esquisser les institutions politiques et communales de cette grande époque; mettre pour cela en œuvre les nombreux documents publiés; rechercher dans les archives des villes du

---

tres-amples. A Lyon, par Barthélemi Anselin, imprimeur ordinaire du Roy, M. DC. XV. *auec privilege de Sa Maiesté.*

3. Gabriel CAYRON, avocat en Parlement et secrétaire ordinaire de la chambre du Roi, a publié un *Praticien françois*, à la fin duquel on trouve la version française d'une partie des Coutumes de Toulouse de François François, à laquelle il a ajouté quelques courts commentaires. La troisième édition du Praticien de Cayron, que nous avons en main, a été imprimée à Toulouse en 1655, en 1 volume in-4°, par Arnaud Colomiez, premier imprimeur ordinaire du Roi et de l'Université.

4. Jean-Antoine SOULATGES, avocat en Parlement, a publié, en 1770, le texte latin des Coutumes de Toulouse, avec une version française en regard et des observations. Le texte a été pris dans Casevieille; la version française m'a paru quelquefois peu exacte; les observations mentionnent presque sous chaque article l'abrogation de la coutume, et exposent les règles nouvelles qui l'ont remplacée. Le livre de Soulatges pouvait être utile pour la pratique : il n'a aucune valeur doctrinale, et on y trouve des choses qui attestent que son auteur ignorait l'histoire. Voici le titre de cet ouvrage : COUTUMES DE LA VILLE, GARDIAGE ET VIGUERIE DE TOULOUSE, *en latin et en français, avec des observations sur les changements et interprétations que ces coutumes ont reçus, tant par les nouvelles ordonnances, que par la jurisprudence du Parlement de Toulouse, et le Droit commun du royaume pour les matières qui y sont traitées, etc. Toulouse, Dupleix et Laporte*, 1770, *avec approbation et privilége du Roi.*

Bourdot de Richebourg a inséré les coutumes de Toulouse dans le 4[e] volume de son *Coutumier général*, publié à Paris en 1724.

Midi et faire connaître les monuments inédits : il fallait ensuite tracer l'histoire des textes des anciennes coutumes que nous possédons ; rechercher l'époque à laquelle elles se réfèrent, et expliquer comment elles se rattachent aux institutions municipales dont Toulouse ne cessa pas de jouir sous la domination romaine (1), sous l'occupation des Visigoths, lors de la conquête des Francs, sous le protectorat des comtes, lors de l'invasion des Croisés du Nord, et après la réunion du comté à la couronne de France.

Pour satisfaire ensuite complétement aux exigences du programme donné par l'Académie, il ne suffisait pas de démontrer l'anthenticité des textes des anciennes coutumes qui nous sont parvenus, il fallait encore examiner les dispositions de ces coutumes, les apprécier, pour y montrer l'expression de l'état politique, des mœurs, de la civilisation et du commerce des populations policées et intelligentes qu'elles régissaient : il fallait de plus remonter à l'origine des principales règles ; montrer comment il en est un grand nombre qui prennent leur source dans le Droit romain ; comment il en est de plus nombreuses encore qui s'écartent de ce Droit et se rattachent plus intimement aux mœurs particulières des habitants de Toulouse placés sous la domination des comtes, aux institutions communales de la cité.

Il y avait à faire des recherches intéressantes sur les origines romaines de certaines dispositions de nos coutumes. On sait que la législation de Justinien, promulguée dans l'Orient, ne pénétra que tard dans une partie de l'Italie et dans la Gaule (2). Les Codes Grégorien et Hermogénien (3), le Code Théodosien (4), les écrits des jurisconsultes qui avaient force de loi en

---

(1) Voir dans ce volume le Mémoire de notre collègue M. Benech, qui a pour titre : *Toulouse cité latine.*

(2) Ch. Giraud, *Introduction historique*, p. 456.

(3) Ces compilations n'émanaient pas des empereurs ; elles étaient l'œuvre de deux jurisconsultes.

(4) Promulgué en 438. Il contient, dans XVI livres, les constitutions des empereurs chrétiens, depuis Constantin jusqu'à Théodose.

vertu de la constitution de Valentinien (1), les Novelles post-théodosiennes, offraient les sources du droit qui régissait nos contrées sous la domination des Visigoths. Leur roi, Alaric II, fit compiler ces textes et les fit adapter aux mœurs et aux besoins de ceux de ses sujets qui vivaient sous l'empire de la loi romaine. Il fit promulguer à Aire, en l'année 506, cette *lex romana*, qui est aussi connue sous les noms de *Breviarium Alaricianum* et de *Breviarium Aniani* (2).

Le Code d'Alaric constitua, dès cette époque, la source principale du Droit en vigueur dans notre Midi. Ses dispositions étaient plus simples et mieux adaptées aux mœurs et aux besoins de nos populations gallo-romaines que la législation compliquée de Justinien, qui arriva plus tard, et dont on ne s'occupa d'abord que dans les écoles, lors de la renaissance des études. On conçoit que le Code du roi barbare devait faire obstacle, dans la pratique, à l'adoption des règles établies dans les volumineuses compilations de cet empereur (3).

---

(1) La loi des citations. On la trouve dans le Code théodosien (lib. I, tit. IV, *de responsis prudentium*, cons. 1). Elle donne force de loi aux décisions que contenaient les écrits des cinq jurisconsultes, Papinien, Paul, Ulpien, Modestin, Gaius, à l'exception des notes d'Ulpien et de Paul sur Papinien. Si ces prudents avaient des avis différents, la majorité l'emportait : s'il y avait entre eux partage, l'opinion de Papinien faisait loi : si Papinien ne se prononçait pas, le juge devait adopter celle des diverses opinions qui lui paraissait la mieux fondée.

(2) Ce Code fut rédigé par une Commission d'évêques et de nobles, présidée par le comte Gojaric. Les copies, pour être réputées authentiques, devaient porter la souscription d'ANIEN, *vir spectabilis*, et référendaire du roi. Voir sur les manuscrits de ce Code, Hœnel, dans *la Thémis*, t. VIII, p. 209; voir aussi Savigny, *Histoire du Droit romain au moyen âge*, t. II, ch. VIII, et Laferrière, *Histoire du Droit français*, t. II, p. 390.

(3) Le Droit de Justinien ne pénétra d'abord dans la pratique qu'au moyen de certains abrégés, tels que l'*Epitome* des Novelles du patrice *Julien*, le *Petri exceptiones legum romanarum*, le *Brachylogus*.

L'*Epitome*, rédigé par Julien, qui professait le Droit à Constantinople, est écrit en latin, et fut publié cinq ans après la mort de Justinien, en 570, sous ce titre : *Epitome Novellarum Juliani antecessoris*. Voir Ch. Giraud, *Introd. hist.*, p. 408; Laferrière, *Hist du Droit français*, t. IV, p. 277.

Le *Petri exceptiones legum romanarum*, dont M. de Savigny a donné une édition à la suite de son histoire du Droit romain au moyen âge, ré-

Cette lutte entre deux sources différentes du Droit romain se manifeste avec évidence dans des dispositions des coutumes de Toulouse, qui paraissent avoir pour objet d'écarter de la pratique le Droit de Justinien. Il y avait donc à établir entre les coutumes qui peuvent se référer à des compilations diverses, des rapprochements intéressants qui n'auraient pas été sans fruit pour jeter quelque jour sur certaines questions historiques dont s'occupent, à notre époque, les érudits.

Les Visigoths, fondateurs d'un royaume qui s'étendait au delà des Pyrénées, dont Toulouse fut la capitale jusqu'aux conquêtes de Clovis (507), et après ces conquêtes, Tolède, ne se bornèrent pas à une compilation des lois romaines; leurs rois, devenus législateurs, firent recueillir les anciennes coutumes nationales de leurs peuples. Ils firent promulguer, vers le milieu du VII^e siècle, un Code divisé en douze livres, dans lequel le Droit romain se trouve mélangé au Droit barbare. Ce Code, qui a une grande valeur historique, continua de régir certains pays incorporés plus tard à l'empire franc, et forma le fonds de la législation de l'Espagne, même pour les temps postérieurs à la domination des Visigoths. Il y avait encore à rechercher si ces lois visigothes n'avaient pas déversé quelques-unes de leurs dispositions dans nos coutumes. On les trouve expressément citées dans un *placitum* tenu à Narbonne en 862. Il en est aussi fait mention dant une donation de l'année 1037, faite par Pons, comte de Toulouse, à sa femme Majore (1).

---

sume et modifie, sur certains points, le Droit du Digeste, du Code, des Instituts et des Novelles de Justinien. Cet abrégé fut rédigé à Valence en Dauphiné, pour les besoins de la pratique, vers le milieu du XI^e siècle, selon les conjectures de M. de Savigny. Voir Laferrière, *Hist. du Droit français*, t. IV, p. 293.

Le *Brachylogus* contient une exposition méthodique du Droit de Justinien, plus propre à l'enseignement qu'à la pratique. M. de Savigny paraît disposé à en attribuer la rédaction à Irnérius. *Hist. du Droit romain*, t. II, ch. XIV, § 91.

Tous ces documents ont une grande importance pour les études historiques.

(1) D. Vaissete, *Hist. du Languedoc*, t. II, aux Preuves, p. 653, et t. III, p. 228; aux Preuves, p. 503 de l'édition de notre collègue M. du Mège.

Les populations qui occupaient le pays toulousain sous les comtes, offraient un mélange qui les rattachait, par leurs origines, aux Gallo-Romains, aux Visigoths qui n'avaient pas tous évacué le pays, aux Francs qui l'avaient conquis, aux Sarrasins qui l'avaient envahi, et que les guerres, les rapports avec l'Orient pendant les croisades, le voisinage de l'Espagne y avaient amenés (1). Il y avait aussi à Toulouse, et dans tout le Midi, des juifs nombreux qui faisaient un commerce étendu, et auxquels les comtes concédaient des priviléges (2). Ce mé-

(1) « Ce Languedoc, dit M. Michelet, était le vrai mélange des peuples, la vraie Babel. Placé au coude de la grande route de France, d'Espagne et d'Italie, il présentait une singulière fusion de sang ibérien, gallique et romain, sarrasin et gothique. » *Hist. de France*, t. II, p. 402.

(2) On trouve dans le traité de paix qui intervint entre le roi saint Louis et Raymond VII, en l'année 1229, une disposition par laquelle le comte promet de ne pas nommer pour baillis des juifs, et de ne pas traiter avec eux des droits à percevoir dans les villes : « Instituemus etiam baillivos non » judeos, sed catholicos in terra, et nulla hæresis suspicione notatos, et » tales prohibiti non possint admitti ad emendum reditus civitatum, vil- » larum, vel pedagiorum : et si forte aliquis talis ignoranter institutus » fuerit, expellemus eum et puniemus, cum super hoc fuerimus certi- » ficati. »

Nous devons à l'obligeance de notre collègue, M. Belhomme, conservateur des archives à la préfecture de Toulouse, la communication de deux actes curieux qui peuvent jeter quelque jour sur la position des juifs à Toulouse.

Le premier de ces actes est une charte, d'une belle écriture sur parchemin, portant la date du 5 février 1227, par laquelle on voit que des juifs se sont adressés au comte Raymond VII pour se faire concéder le droit de vendre et d'inféoder leurs biens, de concorder, de recevoir, de payer, de traiter valablement avec leurs débiteurs.

Voici la teneur de cette charte, qui nous a paru mériter d'être publiée :

« Notum sit cunctis tam presentibus quam futuris, quod Dominus Ray- » mundus comes Tolose dedit et donando concessit Belito judeo licentiam » et liberam facultatem vendendi et ad feudum dandi omnes honores qui » fuerant ipsius Beliti et Abrahe fratris sui et Alacris judei patris eorum » qui fuit, quicumque sint illi honores et ubicumque sint ullo modo, ex- » ceptis illis qui fuerant venditi vel ad feudum dati usque ad hunc diem in » quo hec carta facta fuit. Item predictus dominus Raymundus comes To- » lose dedit eandem licentiam et liberam facultatem eidem Belito judeo » predicto vendendi omnes oblias et omnes dominationes illi pertinentes » quas idem Belitus et Abraham frater ejus, et Alacer judeus pater eorum » habebant et habere debebant quecumque sint et ubicumque sint ullo lange de races si diverses, explique ces mœurs particulières qui séparaient alors profondément le Midi du Nord. Il devait, par la diversité des usages et par la prédominance du droit romain, mettre obstacle au développement des institutions *féodales* qui avaient, en effet, moins pénétré sur notre sol que sur celui des contrées d'au delà de la Loire. Tandis que la noblesse du Nord vivait dans ses châteaux au sein des campagnes, celle du Midi se montrait la protectrice des villes industrielles qui jouissaient de nombreuses franchises et de beaucoup de libertés.

Les institutions municipales ne pouvaient qu'être florissantes

---

» modo, exceptis illis que fuerant vendite usque ad hunc diem. Item predictus dominus Raymundus comes Tolose dedit licentiam et liberum posse eidem Belito judeo concordandi, recuperandi, solvendi et componendi cum debitoribus de omnibus illis debitis et baratis que eidem Belito et Abrahe judeo fratri suo et Alacri judeo patri eorum qui fuit, ullo modo debebantur, et totum hoc quod predictus Belitus judeus fecerit vel posuerit de venditionibus honorum vel dandi illos honores ad feudum vel vendendi oblias vel de concordationibus compositionibus recuperationibus positionibus ac solutionibus de predictis debitis et baratis quod sit bonum et firmum et stabile in perpetuum ac si cum predicto Abrahe judeo fratre ipsius Beliti et etiam cum ipso Domino Raymundo Tolosano comite totum presentialiter agebatur. Insuper prefatus dominus Raymundus comes Tolose debet et convenit esse bonus et firmus guirens omnibus illis hominibus et feminis quibus predictus Belitus judeus aliquid de predictis honoribus et de obliis vendidit vel alienavit aut ad feudum dedit, et de concordationibus debitorum et baratorum vel de solutionibus aut depositionibus quas prefatus Belitus fecerit de se ipso et de predicto Abrahe et de omnibus emparatoribus ex eorum partibus. Hoc fuit factum et ita positum ac concessum v[a] die introitus mensis februarii feria VII[a] Regnantē Lodoico Francorum rege et eodem domino R. Tolosano comite et Fulcone episcopo. Anno M° CC° XX° VII° ab incarnatione Domini. Hujus rei sunt testes Mancipius de Tolosa et Arnaldus W[1] de Sancto Barcio et Vital de Sancto Barcio frater ejus et Bonus puer judeus, filius provincialis judei qui fuit, et Bernardus de Samatano qui cartam istam scripsit. »

Le second acte offre une transaction intervenue en 1280, entre la corporation de l'école des juifs de Toulouse et les Templiers. Les procureurs des juifs y prennent les qualités suivantes : « Judeos procuratores seu syndicos universitatis seu communitatis scole judeorum Tolose seu actores eorumdem a predicta universitate et a singulis ejusdem universitatis seu communitatis eorumdem scole judeorum constitutis. »

dans ces cités peuplées de bourgeois dont la position approchait de celle des nobles (1), et l'hérésie dut s'introduire avec facilité parmi ces peuples dont les croyances étaient diverses, et qui se trouvaient dans des conditions peu favorables à l'unité catholique. Le Droit de cette époque ne pouvait être qu'un Droit coutumier émanant des mœurs et des institutions municipales des habitants des villes en possession de l'autonomie.

La croisade prêchée par les papes, amena, dans les Etats des comtes de Toulouse, l'invasion des peuples du Nord, renversa cette nationalité méridionale qui avait continué la civilisation romaine, réagit contre les institutions, mais ne put pas subitement les détruire dans l'ordre des intérêts privés. Les tentatives de Simon de Montfort pour introduire dans ses conquêtes les coutumes de Paris, n'aboutirent qu'à soumettre à ces coutumes les terres qu'il avait enlevées aux anciens seigneurs pour les inféoder à des Français (2). La legislation particulière de Toulouse se maintint donc, et vécut même encore quelque temps après la réunion du comté à la couronne. Elle dut ensuite, peu à peu, tomber en désuétude à mesure que les mœurs nationales s'effacèrent et que le Droit de Justinien s'introduisit dans la pratique par la double action de l'enseignement des Universités et de l'application qu'en faisaient les Parlements.

On voit par ces aperçus que la question proposée par l'Académie offrait un vaste champ à des études historiques en se référant à un précieux débris de nos institutions municipales. Elle ramenait à la législation antérieure aux grands événe-

---

(1) «En Languedoc, dit M. Augustin Thierry, de même qu'en Provence, la haute bourgeoisie se distinguait à peine de la noblesse; les bourgeois, depuis un temps immémorial, et sans qu'ils eussent besoin pour cela de dispense ni de concession expresse, pouvaient acquérir et posséder en toute franchise des terres nobles. Toulouse, avec ses vingt-quatre consuls auxquels on donnait vulgairement le nom plus ancien de Capitouls, fut l'une des cités municipales qui eurent le plus de grandeur et d'éclat.» *Essai sur l'histoire de la formation et des progrès du tiers état; tableau de l'ancienne France municipale*, p. 48.

(2) Dom Vaissete, *Hist. du Lang.*, t. V, p. 196 et 197.

ment qui détruisirent la nationalité méridionale, qui amenèrent le triomphe de l'unité catholique, qui posèrent la première base de cette unité de la nation française, œuvre lente du pouvoir royal, qui ne s'est complétement réalisée dans l'ordre politique et dans la législation qui régit les intérêts privés, qu'à suite de la révolution de 1789.

Un seul Mémoire, que je suis chargé de faire connaître par ce rapport, a été adressé à l'Académie. Ce Mémoire a été l'objet d'un examen approfondi : il est divisé en trois parties.

Après quelques considérations générales sur les caractères du Droit coutumier, qui sont tracés avec netteté, son auteur se propose de rechercher d'abord si les comtes de Toulouse ont exercé, dans l'ordre des intérêts privés, le pouvoir législatif, et s'il existe dans les coutumes des dispositions qui puissent leur être attribuées comme législateurs.

Dans une seconde partie du Mémoire, l'auteur analysera et caractérisera les dispositions des coutumes.

Enfin, une troisième partie sera consacrée à apprécier l'influence de la législation des comtes sur l'état du pays Toulousain.

Telles sont les grandes divisions adoptées dans ce travail : elles dénotent que son auteur n'a pas interprété la question proposée selon sa véritable portée et selon la pensée de l'Académie, et n'a pas profité de certaines indications qui avaient été données (1). Voyons comment il a placé dans ces cadres les travaux qu'il nous a présentés.

L'auteur commence la première partie de son Mémoire en rappelant avec concision, dans quelques pages bien écrites, les grands faits historiques qui se rattachent au midi de la Gaule depuis les temps fabuleux jusqu'à la réunion définitive du comté de Toulouse à la couronne qui eut lieu, en 1271, sous Philippe-le-Hardi. Il se demande ensuite quels sont les monu-

(1) *Renseignements touchant la question historique proposée pour* 1853, par M. Dubor (*Mémoires de l'Académie*, IVe série, t. I, p. 262).

ments législatifs que le règne des comtes nous a légués. Ces monuments doivent, dans sa pensée, se rapporter à l'organisation politique et aux institutions civiles. Ceux qui se réfèrent à l'organisation politique consistent dans des chartes qui concèdent des priviléges, des exemptions d'impôts, qui confirment des coutumes. Ces chartes ont été, dit-il, reueillies et reproduites par les historiens. Il n'en existe, selon lui, aucune qui ne soit déjà connue. Il ne trouve, dans ces chartes, rien de relatif au Droit civil. Il n'aperçoit les sources de ce Droit que dans la législation Théodosienne, reproduite par le Code d'Alaric, dans la loi des Visigoths, qui n'offre qu'une rédaction écrite de leurs coutumes nationales, dans les compilations de Justinien auxquelles il nous a paru reconnaître une autorité trop grande pour l'époque dont il avait à s'occuper; enfin, dans la loi salique apportée par les Francs. « Ainsi, dit-il, trois législations superposées, vivant simultanément, règlent chacune différentes races distinctes, Romaine, Visigothe et Franque. » On voit que l'auteur ne tient, dans ce passage, aucun compte du Droit canonique, dont l'influence fut cependant si vive au sein des populations catholiques du moyen âge. Il y a en cela une fâcheuse lacune qui se fait sentir dans diverses parties de son travail.

C'est du sein de ces trois législations, continue-t-il, qu'émane la coutume; la coutume, Droit non écrit, œuvre anonyme des masses, miroir des peuples reproduisant leurs mœurs, leurs habitudes, règles particulières dont les comtes toléraient l'existence, mais qu'ils n'avaient ni dictées, ni imposées.

De cet examen des faits, l'auteur croit pouvoir induire une conclusion qu'il formule ainsi en terminant son travail : « La conséquence de ces déductions est de résoudre négativement la première partie de la question posée par l'Académie; c'est-à-dire de répondre, après un examen attentif des faits historiques, que parmi les dispositions de l'ancienne coutume de Toulouse, il n'en est point qui appartiennent à la législation des comtes; que ces princes n'ont point promulgué de lois civiles, et qu'ils sont demeurés *étrangers* à l'établissement des coutumes introduites ou permises sous leur gouvernement. »

Cette conclusion, si absolue, ne pouvait pas être acceptée par l'Académie : elle offre, en effet, la négation de ce qu'implique la question qu'elle avait proposée. Au lieu de résoudre cette question, l'auteur du Mémoire la brise, et il la brise parce qu'il n'en a pas saisi la portée. Sans doute, il peut dire avec raison que les comtes de Toulouse ne furent pas législateurs, dans ce sens qu'ils ne dictèrent pas à leurs peuples, de leur propre autorité, un corps de lois pour régler les intérêts privés. On ne connait, du moins, aucun monument semblable qui émane d'eux directement, et sous ce rapport les recherches de l'auteur ont pu aboutir à un résultat négatif. Mais n'est-il pas par cela même constant qu'il existait, sous les comtes, une législation civile et coutumière qui émanait de la juridiction consulaire, mais qui était revêtue de leur sanction. Des faits historiques établissent que les coutumes de Toulouse étaient recueillies et constatées par écrit pour être ensuite approuvées par ces souverains. Ainsi, lorsque Alphonse Jourdain va partir pour la croisade, en 1147, et qu'il fait ses dispositions avant de quitter ses états, ne le voit-on pas confirmer les habitants de Toulouse dans la possession des bonnes coutumes et des franchises dont ils jouissaient, qu'il leur avait données et qu'il avait fait rédiger : *Illos bonos mores et franquintos quos habebant, et quos eis* DEDI *et* FECI (1). En 1194 ou 1195, selon l'époque à laquelle on fait commencer l'année, le comte Raymond VI prend possession de ses Etats. Il réunit, pour cette solennité, les consuls et les principaux habitants de la ville et des faubourgs de Toulouse, le jour de l'Epiphanie, dans l'église de Saint-Pierre-des-Cuisines, où il reçoit le serment de fidélité qu'ils lui doivent et qu'ils lui prêtent, leurs droits, usages, coutumes et franchises demeurant saufs. Le comte jure, de son côté, de maintenir les coutumes que son père Raymond V et son aïeul Alfonse ont concédées (2).

---

(1) D. Vaissete, t. IV, p. 133 et 453.

(2) « Et *concessit* eis omnes consuetudines et usus quoscumque ei ha- » buerant et tenuerant, ita scilicet quod omnia eorum afranquimenta et

Remarquons, avec les Bénédictins qui ont écrit l'Histoire générale du Languedoc, qu'il existait, à cette époque, une union si étroite entre les bourgeois de Toulouse et leur comte, que l'assemblée ou chapitre des consuls, au nombre de vingt-cinq, composait *la cour du comte*, administrait la justice criminelle dans tout le diocèse, et était présidée par ce prince ou par son viguier (1).

Ces faits historiques méritent d'être notés, car ils témoignent du concert heureux qui existait entre les bourgeois de Toulouse et leurs souverains pour assurer le maintien de la législation coutumière qui était chère au peuple parce qu'elle offrait l'expression de ses mœurs et de ses besoins. Dire, d'une manière absolue, comme le fait l'auteur, que les comtes « sont demeurés *étrangers* à l'établissement des coutumes introduites ou *permises* sous leur gouvernement », c'est méconnaître l'organisation politique de leur époque et exagérer la portée de l'autonomie dont jouissaient les habitants de Toulouse. Sans doute la coutume émanait du peuple, mais elle puisait son autorité et sa vie dans la sanction qu'elle obtenait de tous les pouvoirs.

La pensée de l'Académie était donc facile à saisir. Evidemment ce qu'elle demandait, c'était qu'on reconstituât la législation civile en vigueur sous les Comtes au moyen des coutumes approuvées, après leur règne, par les rois de France, et qui sont parvenues jusqu'à nous. Le texte que nous possédons devait offrir les éléments de ce travail. En le parcourant avec attention, il était facile de comprendre que les règles qu'il consacre se réfèrent aux beaux temps de la civilisation tou-

---

» stabilimenta sicut melius in cartis continentur et omnes eorum consue-
» tudines et usus sicut melius cum Domino Raymundo suo patre et Ilde-
» fonso suo avo habuerant et tenuerant, habeant et teneant in perpetuum,
» et quod a nemine possint removeri, salvis et retentis omnibus suis juribus
» et suis dominationibus sicuti habet et habere debet. » *Archives municipales de Toulouse, petit Cartulaire relié et réintégré dans ce dépôt par les soins de M. d'Aldéguier.* Cet acte a été publié par M. du Mège dans les additions et notes de l'Histoire du Languedoc, tom. V, p. 9.

(1) D. Vaissete, *Hist. gén. du Lang.*, t. V, p. 66.

lousaine. Elles reconnaissent le pouvoir le plus étendu aux consuls dans l'ordre des intérêts privés ; elles établissent un droit tout spécial, et, en remontant à leur origine, on était conduit à l'époque des comtes, et on répondait aux questions posées par l'Académie.

Après avoir ainsi contesté l'existence de toute législation civile se référant aux comtes, l'auteur du Mémoire devait naturellement se demander si sa tâche n'était pas terminée, et c'est ce qu'il fait. Il comprend cependant avec raison qu'il a encore à parcourir les coutumes, afin de répondre à ce qui lui a été demandé. Il entreprend donc, dans la seconde partie de son travail, l'examen des textes. Cet examen, dit-il, servira d'ailleurs à vérifier si la réponse donnée dans la première partie est exacte dans tout ce qu'elle a de général et d'absolu, ou si elle doit être modifiée sur quelque point. Ici l'auteur entre dans son sujet et dans une voie qui l'eût conduit au but, si de fausses appréciations n'étaient pas venues l'égarer.

Cette seconde partie du Mémoire est donc consacrée à l'examen des coutumes. Ce sont celles que les consuls présentèrent à Philippe-le-Hardi en lui demandant de les confirmer. Ce monarque les soumit à son conseil et les approuva à Nîmes, le mardi après la fête de saint Luc évangéliste, en l'année 1283, à l'exception de vingt articles, à la marge desquels furent apposés ces mots, *non placet*, ou *deliberabimus*. Il ordonna en même temps, par ses lettres patentes, que le rouleau contenant ces coutumes, et scellé de son sceau, serait présenté par les consuls à messire Bertrand, abbé de Moissac ; à Eustache de Beauharnais, sénéchal de Toulouse et de l'Albigeois ; et à Etienne Motel, juge mage, pour que ces commissaires constatassent, par des enquêtes, que lesdites coutumes étaient bien celles qui étaient en vigueur à Toulouse, et qui avaient été observées par le passé. Ces commissaires n'exécutèrent ce mandat que deux ans après, sous Philippe le Bel. Ils assemblèrent, à cet effet, les consuls et les principaux habitants de Toulouse dans l'église et prieuré de Saint-Pierre-des-Cuisines, le mardi après la Purification de l'année 1285. L'authenticité des coutumes fut solennellement reconnue et établie, sous serment, suivant les formes en pareil cas usitées.

Deux copies officielles de ce Code coutumier furent faites par un notaire, chacune sur un registre appelé *le Livre blanc*. Ces deux registres furent déposés l'un dans les archives municipales, pour y être à la disposition des consuls; l'autre au Château-Narbonnais, où il devait rester au pouvoir du viguier (1).

Nous ne possédons plus ces précieux cartulaires. Il n'existe actuellement aux archives de la Mairie de Toulouse qu'une copie manuscrite de ces coutumes, qu'on trouve parmi d'autres pièces, également copiées, dans un gros registre in-folio, improprement appelé *le Livre blanc*, et dont l'écriture, sur parchemin, paraît être du XVI^e siècle. Ce texte a paru, à l'auteur qui l'a examiné, en tout conforme à celui que Casevieille a fait imprimer à Toulouse en 1544. Casevieille l'avait puisé dans le véritable *Livre blanc* qui existait de son temps, et qu'il dit avoir souvent vu et consulté. L'authenticité de la rédaction que nous possédons ne paraît donc pouvoir être l'objet d'aucun doute. C'est bien celle que contenait le rouleau qui fut présenté à Philippe le Hardi, qu'il confirma en 1283, et dont la sincérité fut reconnue sous Philippe le Bel en 1285. Quant aux vingt articles réservés, on les transcrivit après ceux qui avaient été approuvés, sur le *Livre blanc*; on les trouve dans le manuscrit qui existe aux archives du Capitole, et Casevieille les a aussi fait imprimer. L'annaliste Lafaille s'est donc évidemment trompé lorsqu'il a prétendu qu'on n'en trouvait, de son temps, nulle trace (2).

---

(1) Les lettres patentes de Philippe le Hardi et les procès-verbaux qui les suivirent, sont placés en tête du texte publié par Casevieille. On les trouve aussi dans le Coutumier général de Bourdot de Richebourg, au tom. IV, p. 1037.

(2) « Je n'ai pu découvrir, dit-il, quels étaient les articles sur lesquels le Roi avait répondu *videbitur* ou *non placet*, parce que nous n'avons ni original ni extrait de ce cahier. » *Annales de la ville de Toulouse*, t. I, p. 13. Il les aurait trouvés ces articles dans le livre de Casevieille et dans le registre qui existe encore au Capitole, où je les ai moi-même lus.

L'auteur du Mémoire, en se proposant d'analyser les coutumes, annonce qu'il va les ranger dans deux classes ; l'une embrassera les dispositions qui émanent du Droit romain ; l'autre, celles qui ne trouvent pas leur source dans ce Droit. « La coutume, dit-il, conforme en tout au Droit écrit, paraissait à *Casaveteri* (Casevieille), superflue et sans objet, si ce n'est qu'elle servait à garder la mémoire du Droit commun. Il ne s'y arrêtait point. L'exemple est bon à imiter ; l'origine de textes pareils ne saurait ni être douteuse, ni sujette à discussion, et l'examen en serait plus qu'inutile. »

Ici l'auteur n'a pas aperçu le parti qu'il pouvait tirer de l'examen des dispositions qui reproduisent le Droit romain, pour déterminer l'époque à laquelle remontaient les coutumes qu'il avait à apprécier. Il y avait à établir une distinction entre les règles puisées dans le Code romain d'Alaric, et celles, en petit nombre, qui pouvaient signaler les traces du Droit de Justinien. A l'aide de ces recherches, il était possible de constater l'ancienneté des coutumes, et de vérifier dans quels documents les consuls prenaient le droit qu'ils appliquaient. Cette étude pouvait avoir une grande valeur en jetant quelque jour sur la détermination de l'époque à laquelle la législation de Justinien commença d'être appliquée par les tribunaux, dans nos contrées.

En suivant donc, mal à propos, les conseils du praticien Casevieille, lorsqu'il avait à se livrer à des recherches purement historiques, l'auteur du Mémoire néglige toute une partie des coutumes, pour ne s'attacher qu'à celles qui dérogent au Droit romain. L'analyse qu'il en donne, se fait remarquer par un classement méthodique qui répand sur ce travail de la clarté. Malheureusement l'auteur n'a pas bien saisi l'ancienneté du document qu'il analyse, et ne s'aide pas assez des travaux modernes lorsqu'il veut remonter aux origines des dispositions de nos coutumes. Il lui arrive trop souvent de ne pas apercevoir des rapprochements importants qui pouvaient répandre de l'intérêt sur son œuvre, ou de tomber dans des erreurs qu'il eût évitées s'il eût mieux étudié les documents dont il a tenté de se servir.

Ainsi, par exemple, cette disposition des coutumes de Toulouse qui n'admet à aucune part dans la succession paternelle la fille dotée, émancipée par le mariage, et qui est sortie de la famille (1), fixe bien son attention ; mais il n'y voit qu'un témoignage de la défaveur avec laquelle il prétend que les femmes auraient été, en général, traitées par nos anciennes coutumes. Cependant, il lui eût été facile, à l'aide de quelques recherches historiques, de se convaincre que la législation de Toulouse était, sur ce point, conforme à celle des autres villes du Midi. Cette exclusion de la fille dotée de la succession de son père, que l'auteur semble considérer comme une anomalie, formait le droit commun du Midi. On la trouve dans les coutumes de Montpellier et de Carcassonne (2), dans les vieux statuts de Marseille (3), dans ceux des communes italiennes du moyen âge (4), la charte du consulat d'Arles de 1142-1155, la qualifie d'*antiquum morem Arelatis civitatis* (5). A Bordeaux, cette coutume était considérée, chose remarquable, comme un des importants priviléges dont jouissaient les seuls bourgeois de la ville (6). Les mœurs de la bourgeoisie se rapprochaient alors

---

(1) « Item consuetudo est Tolosæ, seu usus, quod filia dotata a patre habetur pro emancipata, et mortuo marito suo, de dote sua potest facere » omnes suas voluntates, scilicet dare alteri marito, vel testari, et facere » testamentum patre vivente vel non. »

« Item est consuetudo Tolosæ seu usus, quod si aliquis pater maritaverit vel dotaverit filiam, vel filias suas, et in testamento suo relicto alio » filio suo, vel filiis heredibus, aut aliquo extraneo, vel etiam si pater » sine testamento decesserit alio filio suo sive filiis superstitibus, illa filia, » seu filiæ maritatæ ab ipso patre et dotatæ, non possunt, ipso patre mortuo, de bonis dicti patris aliquid petere vel habere, quamvis etiam dictus » pater in testamento suo (si fecerit), illi filiæ vel filiabus nihil reliquerit » sic dotatis. »

(2) Ch. Giraud, t. I, p. 51. — A. Germain, *Histoire de la commune de Montpellier*, t. I, p. 66.

(3) Publiés par François d'Aix, Marseille 1656, in-4°.

(4) Ch. Giraud, *Droit français au moyen âge*, t. I, p. 11 et 12.

(5) *Id. cod.*, t. II, p. 2.

(6) *Las costumas de la villa de Bordeii*, art. 76 ; publiées à Bordeaux en 1778. — Voir E. Laboulaye, *Condition civile des femmes*, p. 404.

beaucoup, dans les cités du Midi, de celles de la noblesse féodale.

L'auteur pouvait, à l'aide de ces rapprochements, faire ressortir l'ancienneté des coutumes qu'il analysait, pour les reporter, comme on le voit, aux temps des comtes. Au lieu de s'éclairer ainsi, en comparant l'ancien Droit municipal de Toulouse à celui des villes voisines, il remonte à des temps éloignés, et il rattache aux usages importés par les Francs à *la loi salique*, la disposition dont nous venons de parler, et quelques autres qui lui paraissent empreintes d'une injuste rigueur envers les femmes, que les coutumes de Toulouse auraient laissées sans protection, et auraient placées dans un état d'infériorité au sein d'une société déjà civilisée. L'Académie ne pouvait pas adopter ces idées. La loi salique ne se montre pas défavorable aux femmes. Plusieurs de ses dispositions attestent, au contraire, qu'elles obtenaient, au sein des tribus franques, protection et respect. En profitant des recherches et des travaux qui ont été faits de nos jours, il eût été facile à l'auteur de ne pas confondre les coutumes germaniques et les coutumes celtiques. Chez les Gaulois, dont les mœurs offraient des traces d'une origine asiatique (1), la femme était traitée avec beaucoup moins de faveur que chez les Germains. La polygamie était en usage, lors de la conquête romaine, au moins parmi les grands (2), et César rapporte que les Bretons vivaient dans un état de promiscuité (3). Ce qu'il y a de très-certain, c'est que les femmes n'obtenaient chez les Gaulois qu'une position inférieure à celle que leur faisaient les usages observés parmi les Germains (4). Ce serait donc plutôt au droit celtique qu'au droit germanique, qu'on

(1) L'origine indo-germanique des Celtes est aujourd'hui admise.

(2) C'est ce qui paraît résulter de plusieurs passages des Commentaires de César.

(3) « Uxores habent (Britanni) deni, duodenique inter se communes... » César, *de Bell. gall.*, VI, 19.

(4) Le Gaulois avait sur ses femmes droit de vie et de mort, et ses parents les soumettaient à la même torture que les esclaves, si elles étaient soupçonnées d'avoir donné la mort à leur époux. César, *de Bell. gall.*, VI, 19.

pourrait rattacher le principe de cette infériorité de position faite à la femme dans nos coutumes, et que l'auteur, selon nous, exagère. Mais pourquoi avoir recours à des données si éloignées, lorsque l'état des populations du Midi au moyen âge peut facilement rendre compte des dispositions des coutumes qui concernent les droits des femmes. On sait combien les mœurs des pays méridionaux étaient loin d'être pures au XII^e siècle. Les rapports alors si fréquents avec le Levant et avec les Arabes, avaient introduit dans nos contrées une teinte des usages orientaux. Le mariage chrétien n'avait pu que s'altérer au sein de l'hérésie alors si répandue, et de la diversité des croyances. Ne nous trompons pas sur les caractères de ce culte chevaleresque dont les femmes étaient alors l'objet dans les cours des hauts seigneurs féodaux. C'était un culte empreint d'un sensualisme dont on rencontre sans cesse les traces dans les poésies licencieuses des troubadours. Les femmes du Midi brillaient sans doute par la richesse de leurs parures, par leur beauté et par leur esprit, dans les réunions dont elles faisaient l'ornement : elles parlaient une langue sonore et flexible qui exprimait avec une délicatesse délicieuse leurs sentiments. Elles dissertaient avec une vivacité exquise sur ces questions souvent ardues, qui étaient alors soumises aux Cours d'amour. Elles couronnaient les poëtes, et elles faisaient elles-mêmes des vers gracieux. Mais combien elles étaient encore loin de la pratique de ces vertus domestiques et de cette solide culture intellectuelle qui seules peuvent élever la femme à une grande hauteur, et déterminer le législateur à étendre ses droits! Nos graves magistrats consulaires créaient, par leur jurisprudence, la coutume, et en étaient les seuls interprètes (1). Dépositaires des intérêts d'une

(1) Un des vingt articles des coutumes qui ne furent pas confirmés par Philippe le Hardi est ainsi conçu : « Noverint universi presentes, etc. » Quod consuetudo est Tolosæ sive usus est approbata vel approbatus et » longissimo tempore observata vel observatus est Tolosæ, quod cum super » aliqua consuetudine in aliqua curia Tolosæ dubitatur, recurrendum est » ad consules Tolosæ, et haberi debet pro consuetudine Tolosæ, et teneri » quod ipsi consules habita deliberatione consuetudinem esse Tolosæ affir» mant nulla alia necessaria probatione super eo. » Casaveteri, f° 63.

cité industrielle et commerçante, ils avaient à maintenir la stricte exécution des engagements, et ils devaient être peu disposés à établir, en faveur des femmes, des priviléges en dehors du droit commun.

Si l'auteur s'était bien pénétré de ces idées, il eût éprouvé moins d'étonnement en rencontrant dans les coutumes de Toulouse ces articles si opposés à l'esprit du droit des temps postérieurs, qui consacrent d'une manière expresse l'aliénabilité de la dot (1) et la faculté de l'engager pendant le mariage. Ils prouvent que la législation de Justinien, conservatrice des droits des femmes, n'avait pas encore importé ses principes dans nos contrées au XIII^e^ siècle (2). Ces dispositions, auxquelles il faut joindre celles qui déclarent valable le cautionnement de la femme mariée, et qui lui préfèrent les créanciers du mari envers lesquels elle s'est engagée (3), attestent que la jurisprudence

---

(1) « Item est usus seu consuetudo Tolosæ quod si aliqua mulier donaverit » marito suo aliquem honorem seu fundos nomine dotis vel matrimonii, » dicti conjuges, vel alter eorum de concilio voluntate et assensu alterius, » possunt si voluerint vendere et alienare dictos honores seu fundos, et tales » alienationes seu venditiones valent et obtinent firmitatem quamvis præ- » dicti honores seu fundi venditi, sint dotales. Et quamvis ipsi conjuges vel » alter eorum non prestiterit juramentum de non veniendo contra, vel de » observanda dicta venditione, et quamvis etiam non renunciaverint ipsi » venditores vel alter eorum alicui juri suo generaliter vel expresse. »

(2) Qu'on ne se méprenne pas, au reste, sur l'esprit des dispositions du Droit romain qui avaient pour objet d'assurer la conservation de la dot. Elles se rattachaient aux lois sur la population et aux dispositions relatives au divorce; elles trouvaient leurs fondements dans des considérations d'intérêt général qui portaient à favoriser les mariages, et elles étaient le fruit de la profonde corruption des mœurs romaines. On voulait que la femme divorcée pût facilement se remarier. Il fallait pour cela qu'elle conservât sa fortune et qu'elle fût dans l'impuissance de dissiper sa dot. Voilà sur quoi repose la fameuse maxime, si souvent invoquée et si rarement comprise : « Reipublicæ interest, mulieres dotes salvas habere, propter quas *nubere possunt.* » (Frag. 2, *D. de Jure dot.*)

La jurisprudence parlementaire adopta les règles du Droit romain en matière de dot, dans un but différent, celui d'assurer des ressources à la famille; elle en exagéra, sous certains rapports, l'application.

(3) « Item est usus et consuetudo Tolosæ, quod uxores se possunt obligare » creditori seu creditoribus cum maritis suis seu pro maritis, ad debitum

consulaire réagissait contre les lois romaines, en s'inspirant des nécessités du crédit commercial.

On voit avec regret que l'auteur du Mémoire, n'ait pas suffisamment compris l'esprit et les nécessités de l'époque dont il avait à retracer la législation. Il croit à tort que les données économiques n'étaient pas connues, et restaient sans action sur la société au moyen âge. C'est une erreur contre laquelle vient protester l'état florissant des républiques commerçantes de l'Italie et des pays désignés sous le nom de Provence, aux XII^e et XIII^e siècles. Sans doute la science qui embrasse les lois selon lesquelles se produisent, se distribuent et se consomment les richesses, n'était pas encore constituée en corps de doctrine; mais les besoins et les progrès industriels avaient révélé certains principes et avaient créé des institutions. Ainsi les banques étaient connues (1), la lettre de change avait fonctionné, le principe de l'association avait reçu des applications étendues au sein de ce moyen âge si plein de vie, et qui était bien loin d'être plongé dans d'épaisses ténèbres.

L'auteur n'est pas plus heureux lorsqu'il fait encore remonter aux usages des Francs, les dispositions des coutumes de Toulouse qui appelaient à la succession de celui qui décédait sans enfants, à défaut du père, les parents paternels les plus pro-

---

» seu debita solvenda; ut tenentur et sunt obligatæ ad solutionem inde fa-
» ciendam, de bonis suis, in defectu bonorum suorum maritorum : et valet
» et obtinet eorum obligatio quamvis in obligatione non prestiterint jura-
» mentum, nec specialiter, nec generaliter renunciaverint juri suo. »

» Item est usus et consuetudo Tolosæ, quod si aliquis habens uxorem,
» contraxerit aliqua debita sine uxore, cum aliquo creditore, et con-
» traxerit alia debita cum uxore sua simul, quod ille creditor cui mulier
» est obligata, est potior pro suo debito in bonis mariti, illis quibus mulier
» non est obligata, quamvis illi creditores, quibus mulier est obligata, sint
» ultimi, et quamvis ipsi creditores quibus uxor in dictis debitis non est
» obligata ceperint ponderagium (une hypothèque) ratione dictorum de-
» bitorum in aliquibus bonis mariti. »

Ces coutumes réagissent, comme on le voit, contre les dispositions du sénatus-consulte Velléien, qui invalide le cautionnement de la femme. *Frag.* 2, *D. ad S. C. Velleianum.* Code de Justinien, liv. IV, tit. 29, *ad S. C. Velleianum.*

(1) Venise avait une banque au XII^e siècle.

ches, les *agnats*, en excluant les parents maternels et même la mère. « Il est à croire, dit-il, que cette coutume avait eu son origine dans *la loi salique*, et qu'elle avait été dictée par le désir de conserver la famille et le nom. » Comment admettre une pareille origine en présence des textes de cette loi salique, qui paraissent donner la préférence aux femmes, dans certaines successions collatérales. Montesquieu croyait trouver l'explication de ce mode anormal de transférer les biens établi chez les Francs, dans un passage de Tacite où il est dit, que les enfants des sœurs sont chéris de leur oncle, chez les germains, comme de leur propre père, et que la parenté par les femmes est considérée comme le lien le plus étroit et le plus saint (1). Il est vrai que des savants ont pensé, à notre époque, que les textes de la loi salique qui donneraient cette préférence aux femmes, ne faisaient que les appeler à un concours avec les mâles auquel elles n'auraient pas été primitivement admises (2). Sans examiner si cette opinion ingénieuse, mais basée sur des conjectures, est acceptable, il doit suffire, quant aux coutumes de Toulouse, de faire remarquer que leurs dispositions qui appelaient les *agnats* à succéder en excluant les parents par les femmes, consacraient tout simplement les règles du Droit ro-

---

(1) *Esprit des Lois*, liv. XVIII, ch. 22. — Voici les textes de la *Lex salica a Carolo Magno emendata*, LXII, *de Alode* :

2. « Si pater et mater non superfuerint, et fratres vel sorores reliquerit, » ipsi hereditatem obtineant. »

3. « Quod si nec isti fuerint, *sorores* patris in hereditatem ejus succe- » dant. » (Les versions plus anciennes paraissent donner la préférence à la sœur de la mère. Celle du manuscrit de Wolfenbuttel porte, *sororis matris*. Le manuscrit de Munich offre aussi les expressions *soror matris*. Le texte publié par Hérold porte : *tunc* SOROR MATRIS *in hereditate succedat. Si vero soror matris non* fuerit, sic soror *patris in hereditate succedat.*)

4. « Si vero sorores patris non extiterint, *sorores matris* ejus hereditatem sibi vindicent. »

5. « Si autem nulli horum fuerint, quicumque proximiores fuerint de » paterna generatione, ipsi in hereditatem succedant. » (Les mots *de paterna generatione* manquent dans les anciens textes, qui se bornent à appeler *quicumque proximior fuerit*, ou les *proximiores de illis generationibus*.

(2) Voir M. Pardessus, *Loi salique*, p. 702 et suiv. Voir aussi M. LAFERRIÈRE, *Hist. du Droit français*, tom. III, pag. 188.

main en vigueur dans nos contrées, et antérieur aux réformes de Justinien. Ces règles, qui se rattachaient au système de succession tout aristocratique que consacrait la loi des XII Tables, étaient écrites au long dans la partie du Code romain d'Alaric, qui offre une abréviation des instituts de Gaius (1). C'est là où les consuls ont évidemment été les puiser, et il n'est pas étonnant qu'elles se soient maintenues au sein d'une bourgeoisie imprégnée des mœurs de la noblesse. Il est même à remarquer que ces dispositions qui conservaient les biens dans les familles en excluant les parents par les femmes, furent du très-petit nombre de celles que respecta, jusque dans les derniers temps, la jurisprudence parlementaire, tant elles avaient des racines profondes dans les mœurs (2)!

Suivrons-nous encore l'auteur, lorsqu'il range parmi les dispositions qui amoindrissent la position des femmes, celles qui excluent en général leur témoignage dans les matières civiles? Elles sont contraires au Droit romain, mais elles rappellent les règles du Droit canonique. En les comparant, en effet, à ce Droit, il est facile de voir qu'elles se justifient

---

(1) « Si defuerint heredes sui, tunc hereditas defuncti pertinet ad agnatos. Agnati enim sunt per virilem sexum defuncto propinquitate conjuncti, id est consanguinei fratres hoc est de uno patre nati. Nec disputari potest, si de diversis matribus nascantur, qui uno patre geniti sunt. Item patruus, id est frater patris, fratris sui filio agnatus est, ipso modo sunt fratres patrueles, hoc est qui de singulis germanis nati sunt. Hoc ordine agnoscitur qui sint agnati, sicut supra diximus, per virilem sexum propinquitate conjunctum.... In feminis vero alia conditio est, quia inter feminas sola tantum soror consanguinea habetur agnata, ut germano suo defuncto, ab intestato ei agnationis jure succedat. Reliquæ vero feminæ, hoc est, amitæ, id est, patris soror vel fratris filia, nec in capiendis hereditatibus propinquorum legitimæ sunt, nec masculis propinquis agnationis jure succedunt. Ipsarum vero hereditates ad masculos propinquos agnationis conditione perveniunt. » Sichard, *Codex Theod.* f° 127.

Comparer ce texte du Code d'Alaric avec celui du manuscrit de Vérone, com. III, § 9 et suiv. — Voir aussi la *Collatio mosaïcarum et romanarum legum*, t. XV, c. II, § 9.

(2) Maynard, *Notables et singulières questions de Droit écrit*, liv. II, ch. 84. — Larroche-Flavin, *Arrêts notables* du Parlement de Toulouse, liv. III, ch. 3 et 4

par les usages des temps où elles étaient en vigueur, et qu'elles exonèrent les femmes d'une charge sans les frapper d'une incapacité humiliante. Lorsque le combat judiciaire dominait dans les tribunaux, les femmes n'étaient pas appelées en témoignage, car les témoins avaient fréquemment à soutenir leurs dépositions en champ clos. Lorsque ce mode de preuve commença de tomber en désuétude, les enquêtes devinrent de plus en plus fréquentes; de nombreux témoins furent appelés dans les plaids, et les parties purent employer des moyens coercitifs pour les forcer à fournir leurs dépositions. Le droit canonique ne permit pas que les mères de famille et les filles eussent à quitter fréquemment le toit domestique pour se rendre dans les lieux où s'administrait la justice parmi des réunions d'hommes propres à exposer leurs mœurs à des dangers. Il établit en principe que le témoignage des femmes ne serait admis que dans des cas rares, et il voulut qu'un tabellion se transportât alors dans leur domicile pour recevoir et écrire leurs dépositions (1). Voilà évidemment la source des dispositions de nos coutumes sur le témoignage des femmes; elles se rattachent au droit de l'église, et elles ne sont pas dépourvues de sagesse.

Je n'étendrai pas davantage ces observations critiques, et j'ai hâte d'arriver à la troisième partie du Mémoire. Ma tâche devient ici moins pénible, car l'Académie n'a eu que des éloges à donner. Cette troisième partie est, on le sait, consacrée à l'examen de l'influence de la législation coutumière sur l'état du pays toulousain sous le règne des comtes. L'auteur, en abordant ce nou-

(1) Voici les termes d'une constitution de Boniface VIII, qu'on trouve au ch. II, tit. I du livre II du *Sexte* : « Mulieres (quas vagari non convenit, nec » virorum cœtibus immisceri), auctoritate litterarum sedis apostolicæ, vel » legatorum ipsius, aut alia quacumque ad judicium personaliter evocari, » vel trahi invitas causa ferendi testimonium, aut alia qualibet (quæ in » jure non exprimitur) prohibemus. Sed cum necessarium fuerit testimo- » nium earumdem, judex (in expensis partis producentis easdem) tabellio- » nem aut aliam personam idoneam, ad eas transmittat..... » Voir aussi le Décret de Gratien, pars IIa, causa XXXIII, quæst. V, cap. 17, et les Instituts de Lancelot, lib. III, tit. XIV, § *cujus*.

veau point de vue, résume avec habileté les grands faits d'une époque qu'il connaît et qu'il a étudiée. Il signale d'une manière nette et avec un style qui n'est pas sans mérite, les avantages que retira Toulouse d'une division des pouvoirs qui laissait dans les mains des citoyens et des consuls tout ce qui touchait aux intérêts locaux et privés, et qui concentrait dans celles d'un chef héréditaire les hautes fonctions politiques. Il démontre la supériorité de cette organisation sur celle des républiques italiennes du moyen âge, et il établit entre les institutions des deux pays, des rapprochements pleins d'intérêt. Tandis que ces républiques, agitées par les passions populaires que fomentait l'ambition des grands, portaient dans leur sein la cause de leur ruine, et marchaient vers leur chute à travers les guerres, les proscriptions et les douleurs qu'enfante l'anarchie, Toulouse, plus heureuse, n'avait pas à subir d'aussi affreux déchirements, et ne devait voir sa nationalité périr que par le sabre de l'étranger, par les coups terribles que lui portèrent les croisés du Nord, et par des événements en dehors de l'action qu'elle exerçait sur elle-même.

« Toulouse, dit l'auteur, dut cette dissemblance de sort à ses institutions mieux combinées; elle le dut surtout, sans nul doute, au protectorat seigneurial de ses comtes. Tandis que les villes italiennes n'avaient plus, pour tout contre-poids à leurs agitations au dedans, que des magistrats éphémères (les podestats), n'ayant ni crédit ni considération, parce qu'ils étaient étrangers et annuels, également inhabiles à prévenir ou à réprimer le mal, incapables d'arrêter les discordes par une haute impartialité ou par un ascendant accepté de tous les citoyens, Toulouse reconnaissait au-dessus de ses propres magistrats un prince héréditaire dont l'action souveraine, s'appuyant sur les lois, les libertés, les coutumes, servait à dominer, à équilibrer les forces individuelles, à modérer et retenir les ambitions personnelles qui auraient travaillé à susciter des ébranlements et des malheurs. La puissance n'était pas une proie que l'envie ou des passions fatales disputaient et désiraient ardemment de ravir à des égaux; confiée à une tête respectée, que son élévation et sa dignité plaçaient au-dessus des vulgaires jalousies, la souveraineté des comtes ne voyait autour d'elle, pendant les jours tranquilles comme à l'instant des périls, que des défenseurs dévoués et des sujets fidèles... Le respect et l'obéissance ne furent pas les seuls sentiments que les Toulousains témoignèrent à leurs comtes. Ils eurent aussi un dévouement sans bornes et qui leur fit partager avec constance la fortune bonne ou mauvaise de la descendance légitime des Raymond. »

Ces pages, qui offrent une appréciation intelligente et vraie des institutions de Toulouse au moyen âge, ont fait vivement regretter à l'Académie que les deux premières parties du travail de l'auteur n'aient pas permis de lui décerner le prix. Elle a, en même temps, pensé qu'il convenait d'encourager des essais qui n'avaient pas été infructueux et qui pouvaient servir à jeter quelques lueurs sur des temps obscurs. La question proposée offrait d'ailleurs des difficultés très-grandes et exigeait, pour être complétement résolue, une vaste érudition et une profonde connaissance de l'histoire des législations du moyen âge. Si l'auteur a erré sur quelques points, il en est d'autres sur lesquels il a présenté des aperçus intéressants dont il était juste de lui tenir compte. Aussi l'Académie, voulant concilier les exigences qu'elle doit maintenir avec une convenable équité, n'a pas décerné le prix, mais a accordé, à l'unanimité, à l'auteur du Mémoire, une médaille d'or d'encouragement de la moitié de la valeur de celle établie pour un ouvrage qui eût complétement résolu la question qu'elle avait proposée.

Dans sa séance du 12 mai, convoquée extraordinairement aux termes des Statuts, l'Académie, après avoir entendu la lecture de ce rapport, adopté déjà à l'unanimité par le bureau général, l'a également approuvé à l'unanimité.

Le billet cacheté, renfermant le nom de l'auteur, a fait connaître le lauréat, qui est M. Florentin Astre, avocat à Toulouse.

BULLETIN

DES MOIS DE JANVIER, FÉVRIER, MARS, AVRIL ET MAI 1853.

Séance 6 janvier.

M. le Secrétaire fait le dépouillement des lettres et des ouvrages reçus par l'Académie pendant ses vacances. M. le Président communique verbalement à l'Académie les principaux faits qui se sont accomplis pendant le même temps.

M. Guibal, Ingénieur civil à Toulouse, soumet à l'examen de l'Académie, avec demande d'un rapport, un Mémoire intitulé : *Projet d'une nouvelle distribution d'eau dans la ville de Toulouse.* Renvoyé à une Commission, composée de MM. Brassinne, Molins, Petit.

M. Petit fait hommage à l'Académie, au nom de M. E. Liais, de deux brochures, l'une intitulée : *Théorie mathématique des oscillations du baromètre;* l'autre : *Mémoire sur un bolide.* M. Liais demande le titre de Correspondant. Ces ouvrages sont renvoyés à une Commission, composée de MM. Petit, Laroque, Brassinne.

M. Cros-Mayrevieille, correspondant à Carcassonne, rappelle à l'Académie que, dans la séance du 2 janvier 1851, il l'entretint de la découverte de deux manuscrits ayant rapport à l'enseignement du Droit dans l'Université de Toulouse. Il lui annonce qu'il a découvert un troisième manuscrit, ayant pour titre : *Exposition du Concordat par M. de Martres, Professeur en Droit français dans l'Université de Toulouse.* Ce manuscrit ne présente que de légères différences avec l'un des deux précédents. Mais le titre, qui est de la même main que le corps entier de l'ouvrage, prouve que c'est à M. de Martres et non à M. Duval qu'il faut l'attribuer : question restée alors indécise. Il forme un volume in-4° de 156 pages ; l'*Exposition du Concordat* en occupe 142 ; on trouve à la suite et comme appendice, une *Définition du Concile* en général, et un petit *Traité sur les Schismes.*

M. Cros-Mayrevieille renouvelle à ce sujet la proposition qu'il a déjà faite de surveiller la publication de ces documents inédits, si le Gouvernement la jugeait convenable.

Après quelques observations de M. Molinier, sur l'importance que peut avoir cette découverte pour l'histoire de l'enseignement du Droit à Toulouse, l'Académie vote des remercîments à M. Cros.

M. Lavocat entretient l'Académie de la suite de ses travaux d'anatomie philosophique sur les extrémités des mammifères domestiques, comparées à celles de l'homme.

Les principaux résultats obtenus par ses recherches, sont :

1° La constatation des muscles propres au 1er, au 4e et au 5e doigt, chez les chevaux et chez les ruminants ;

2° L'existence des muscles *interosseux palmaires ;*

3° La découverte du muscle *rond pronateur,* chez les mêmes animaux.

MM. Joly et Filhol font connaître à l'Académie les principaux résultats que leur a fournis l'analyse du lait d'une dame qui est accouchée depuis huit mois et qui n'a jamais allaité.

Ce lait est remarquable, 1° en ce qu'il contient une très-forte quantité d'albumine sans aucune trace de caséine; 2° en ce qu'il contient fort peu de sucre; 3° en ce qu'il est très-riche en sel marin.

Le lait d'une chienne qui n'a jamais porté a fourni à MM. Filhol et Joly des résultats entièrement semblables aux précédents.

Ces faits confirment les idées que M. Joly avait déjà émises, il y a longtemps, sur le rapport qui existe entre la composition chimique du lait et celle de l'œuf.

M. Barry fait hommage à l'Académie, de la part de M. Germain, d'un ouvrage intitulé : *Mémoire sur les anciennes mon-* 13 janvi *naies seigneuriales de Melgueil et de Montpellier.* Renvoyé à la Commission déjà nommée pour examiner les ouvrages de M. Germain.

M. Gascheau lit un Mémoire intitulé : *Observations sur l'usage des couples en dynamique.*

M. Filhol présente à l'Académie, au nom de M. Durand, boulanger, un échantillon de pain fait avec de la farine de maïs et du gluten de blé. Renvoyé à la Commission déjà nommée pour examiner le pain de gluten.

anvier. M. Joly fait hommage à l'Académie, de la part de M. le Joiis de Cherbourg, de plusieurs opuscules, avec demande d'un rapport. L'examen en est renvoyé à MM. Joly et du Mège.

M. Benech lit la dernière partie de son Mémoire intitulé : *Toulouse, cité latine.* Ce Mémoire est imprimé dans la livraison.

MM. Joly et Lavocat présentent à l'Académie une Note dans laquelle ils cherchent à démontrer le peu de fondement des objections faites par M. Goubaux, relativement à leur travail intitulé : *Etudes d'anatomie philosophique sur la main et le pied de l'homme et sur les extrémités des mammifères, ramenés au type pentadactyle.*

Les auteurs du ce travail font d'ailleurs observer que, par une contradiction singulière, M. Goubaux finit par reconnaître la pentadactylie, même chez le cheval, après l'avoir niée.

janvier. M. Brassinne fait connaître à l'Académie le plan qu'il a suivi dans son travail intitulé : *Précis des œuvres mathématiques de Pierre Fermat.* Ce travail est imprimé dans la livraison.

M. Leymerie lit une Note intitulée : *Les Pyrénées ne sont pas creuses.* — A imprimer dans la prochaine livraison.

évrier. M. Ad. Magen, Pharmacien à Agen, adresse à l'Académie quatre brochures, avec la demande du titre de correspondant. Ces ouvrages sont renvoyés à une Commission, composée de MM. Filhol, Couseran, Joly.

M. Filhol lit un Mémoire intitulé : *De la constitution chimique des eaux de Bagnères-de-Luchon, prises sur les lieux d'emploi.* — Imprimé dans la livraison.

M. Noulet lit à l'Académie un Mémoire sur un dépôt d'alluvion, renfermant des ossements fossiles découverts dans la commune de Clermont près de Toulouse. — Sera imprimé dans une autre livraison.

M. du Mège commence la lecture d'un Mémoire intitulé : *Dame Clémence, bienfaitrice de la ville de Toulouse, étude historique et littéraire, d'après des documents inédits conservés dans les archives publiques.*

M. Barry lit deux lettres inédites, l'une de Fermat et l'autre de Racine, et il essaie d'en rétablir l'adresse et la date. 17 février

M. du Mège continue la lecture de son Mémoire sur *Dame Clémence.*

M. Couseran fait un rapport favorable sur le pain de gluten de M. Durand. — Imprimé dans la livraison.

M. Dubor, au nom de la Commission nommée pour examiner les ouvrages de M. Germain, propose de lui accorder le titre de Correspondant.

M. Joly, à l'appui des idées exposées par M. Noulet, dans un précédent Mémoire, présente à l'Académie un vase de poterie et des os d'animaux dont les races sont éteintes.

M. le Maire écrit à l'Académie pour lui demander qu'une Commission choisie dans son sein veuille bien s'adjoindre à la Commission municipale, chargée de rechercher le meilleur mode de tirage à suivre pour la loterie toulousaine. — La Commission se compose de la section entière de mathématiques. 24 février

M. Germain, professeur d'histoire à la Faculté des Lettres de Montpellier, est nommé Membre correspondant de l'Académie, classe des Inscriptions et Belles-Lettres.

M. Brassinne fait un rapport favorable sur le Mémoire de

M. Guibal, relatif au projet d'un nouveau château d'eau dans la ville de Toulouse. — Imprimé dans la livraison.

M. du Mège termine la lecture de son Mémoire sur *Dame Clémence*. — Par décision du Comité d'impression, ce Mémoire a été ajourné à la prochaine livraison.

mars. M. Dubor lit l'éloge de M. de Mortarieu. — Imprimé dans la livraison.

M. Noulet lit un Mémoire intitulé : *De la prétendue Pléiade toulousaine, ou réfutation de ce qui a été récemment imaginé dans le but d'établir l'existence d'une Société littéraire de Dames à Toulouse, au* XVI^e^ *siècle*. — A imprimer dans la prochaine livraison.

Cette lecture donne lieu à une réponse de M. du Mège, qui s'engage à présenter à l'Académie, dans le plus bref délai, les autorités sur lesquelles il a cru pouvoir appuyer ses assertions au sujet de la Pléiade toulousaine.

mars. M. Moquin-Tandon écrit à M. le Président pour demander que M. de Saint-Félix-Mauremont soit invité à envoyer à l'Académie un rameau du chêne auquel il veut donner un nom.

M. Petit lit une note sur le bolide du 5 janvier 1850. — L'impression de cette note est renvoyée à une prochaine livraison.

L'Académie adopte les conclusions du rapport de la Commission nommée pour rechercher le meilleur mode de tirage à suivre dans la loterie toulousaine. Il sera envoyé copie de ce rapport à M. le Maire.

M. Joly lit un Mémoire, composé par lui en commun avec M. Filhol, sur les analogies qui existent entre le lait, l'œuf et la graine. — Voir, pour les principaux faits contenus dans ce mémoire, le Bulletin du 6 janvier 1853.

M. Filhol fait connaître à l'Académie qu'il a découvert l'existence de l'acide borique dans les eaux minérales de Baréges, Cauterets, Bonnes, Labassère et Vichy; il a aussi trouvé des traces du même acide dans les feldspaths des Pyrénées et dans les potasses du commerce.

M. Aurifeuille adresse à l'Académie un Mémoire sur les nombres, qui est renvoyé à l'examen de M. Brassinne. 17 mars

M. N. Joly lit une biographie d'Esquirol.

M. Petit lit une note en réponse à la note de M. Leymerie sur les Pyrénées, et maintient ses précédentes assertions. — A imprimer dans la prochaine livraison.

M. de le Bidart de Thumaide adresse à l'Académie, avec la demande du titre de Correspondant, deux ouvrages intitulés, l'un : *Des vices de la loi pénale belge*; l'autre : *Des améliorations que réclame la législation pharmaceutique belge.* — Renvoyés à une Commission composée de MM. Molinier, Benech, Couseran. 7 avril

M. Gaussail fait hommage à l'Académie, au nom de M. Labat, d'un ouvrage intitulé : *Etudes sur l'histoire de la musique.* L'auteur demande le titre de Correspondant. — Renvoyé à une Commission composée de MM. Brassinne, Belhomme, Ducos.

M. Buzairies, en adressant à l'Académie un Mémoire manuscrit sur *la météorologie agricole de Carcassonne*, rappelle à son souvenir les autres ouvrages qu'il lui a précédemment envoyés. — M. Petit est adjoint à la Commission nommée pour l'examen de ces ouvrages.

M. Noulet lit, comme devant être ajoutée à son précédent Mémoire sur les fossiles, une note sur une dent d'éléphant fossile, trouvée dans un terrain d'alluvion, à Vieille-Toulouse.

Au nom de la Commission nommée pour examiner le Mémoire de M. Avrard, M. D. Bernard propose d'accorder à l'auteur le titre de Correspondant.

M. Hamel lit une notice biographique sur M. Cabantous. — Imprimé dans la livraison.

Au nom de la Commission nommée pour examiner les ouvrages de M. E. Liais, M. Petit propose d'accorder à l'auteur le titre de Correspondant.

M. Molinier lit une notice sur la *Monomanie*, envisagée dans ses rapports avec l'application de la loi pénale. 14 avr

M. Liais (Emmanuel), de Cherbourg, ayant obtenu le nombre de suffrages prescrit par le réglement, est nommé Membre correspondant de l'Académie, classe des Sciences, section de Physique et d'Astronomie.

1 avril. M. Laroque lit un Mémoire intitulé : *Observations sur la forme et la nature de certains grêlons.* — A imprimer dans la prochaine livraison.

8 avril. M. Brassinne démontre un théorème de M. Aurifeuille sur certaines propriétés des nombres.

M. Molinier fait un rapport verbal sur un Mémoire de M. Th. Maury, qui traite de la législation des céréales en France. Il propose d'adresser des remercîments à l'auteur. — Cette proposition est adoptée.

M. Petit communique à l'Académie quelques renseignements sur une horloge fabriquée par deux jeunes paysans de l'Isle-en-Dodon. Cette horloge se fait remarquer principalement par une application nouvelle d'un moteur naturel (1).

---

(1) *Note du Rapporteur.* — Dans cette horloge, les mouvements de l'atmosphère ont été appliqués au remontage du ressort, à l'aide d'un système d'engrenages, qui cesse de fonctionner dès que le ressort est suffisamment tendu. L'air avait bien été déjà appliqué, comme régulateur, aux horloges ; mais je ne sache pas que, pour la grosse horlogerie, le vent eût encore été pris comme moteur. Et, à ce titre, l'idée réalisée dans l'horloge de MM. Soumeillan et Lagleyse me paraît nouvelle, bien que d'autres horlogers s'en soient cependant approchés en empruntant leurs moteurs, par exemple, aux forces ordinairement disponibles dans l'intérieur des maisons habitées, etc. J'ajouterai que le travail de ces jeunes ouvriers, sans instruction comme sans fortune, a été exécuté, faute de ressources suffisantes, à l'aide des procédés mécaniques les plus pénibles et les plus incomplets ; ce qui doit naturellement excuser l'imperfection forcée des détails de la machine. Mais en remarquant que l'emploi de l'air, comme régulateur, n'a jamais pu donner que des horloges médiocres, tandis qu'au contraire son emploi comme moteur fournirait en réalité ce que les auteurs de l'horloge appellent avec raison un *moteur perpétuel*, et mettraient par conséquent les horloges, les horloges surtout des petites localités, à l'abri des atteintes de la mauvaise foi de certains remonteurs de campagne ; en remarquant d'ailleurs que le mécanisme employé dans l'horloge de MM. Soumeillan et Lagleyse serait peu coûteux ; que ces jeunes gens sont dans l'impossibilité de s'assurer par eux-mêmes la propriété de leur idée ; qu'ils

M. DU MÈGE lit, au nom de M. Léon Clos, Membre correspondant, un Mémoire intitulé : *Essai sur l'origine et les premiers développements des langues romane et française.* 4 mai.

MM. JOLY et FILHOL communiquent à l'Académie un fait nouveau qui se rattache à leurs recherches sur les analogies de l'œuf et du lait. Il résulte de l'analyse qu'ils ont faite du lait de truie, que ce lait, au lieu de caséine, ne contient que de l'albumine.

L'Académie reçoit de M. Tillol, professeur au collége de Castres, un Mémoire sur quelques nouvelles propriétés des surfaces du second degré. 12 mai.

Au nom de la Commission des prix, M. MOLINIER fait un rapport sur l'ouvrage envoyé au concours de cette année, et propose d'accorder à l'auteur une médaille de 250 francs. Le rapport et ses conclusions sont adoptés à l'unanimité. Le billet renfermant le nom de l'auteur, accompagné de sa devise, ayant été décacheté, il a été reconnu que ce Mémoire appartenait à M. Astre, avocat à Toulouse.

Sur la proposition de la classe des Lettres, l'Académie adopte, pour sujet du prix à décerner en 1856, la question suivante :

Rechercher quels sont, en dehors du latin, les éléments qui ont concouru à la formation de la langue romane.

Au nom de la Commission nommée pour examiner les ouvrages envoyés par M. de le Bidart de Thumaide, M. MOLINIER présente un rapport favorable, et conclut à ce que le titre de Correspondant soit accordé à l'auteur. 19 mai.

---

ont eu, en outre, l'idée non moins heureuse d'appliquer à leur remontage les phénomènes de la dilatation et de la contraction des métaux ; enfin, qu'ils sont nos compatriotes ; que leur position, d'après les chaleureuses recommandations fournies sur leur compte par M. le Maire de l'Isle-en-Dodon, est digne du plus bienveillant intérêt, et qu'à ces divers titres ils méritent de trouver chez nous des encouragements et un appui, je propose à l'Académie de vouloir bien, par l'insertion de ces quelques lignes dans son Bulletin, assurer à nos compatriotes la propriété scientifique de leur ingénieuse invention.

mai. Séance publique :

Discours de M. Vitry, Président ;

Eloge de M. Cabantous, par M. Hamel ;

Rapport sur le concours, par M. Molinier. (Imprimés dans le Recueil.)

Après cette lecture, M. le Préfet remet à M. Astre la médaille qui lui a été décernée par l'Académie.

M. le Secrétaire fait connaître les sujets de prix proposés pour les années 1854, 1855, 1856.

6 mai. L'Académie procède aux élections annuelles pour 1854.

Le dépouillement des divers scrutins a donné les résultats suivants :

M. Gaussail, Président ; M. Hamel, Directeur ; M. Filhol, Secrétaire adjoint ; M. D. Bernard, Bibliothécaire.

Au Comité de librairie et d'impression :

MM. Petit, Ducos, réélus ; M. Magnes-Lahens, nouvellement élu.

Au Comité économique :

MM. Molins, Molinier, Noulet, réélus.

M. le Président continue M. Molinier dans ses fonctions d'Econome.

M. Moquin-Tandon, ayant quitté Toulouse, est admis sur la liste des Associés correspondants, dans la classe des Sciences, section d'Histoire naturelle.

M. le Chevalier de le Bidart de Thumaide ayant obtenu le nombre de suffrages requis par le règlement, est nommé Associé correspondant dans la classe des Inscriptions et Belles-Lettres.

ANNÉE	SEPTEMBRE.	OCTOBRE.	NOVEMBRE.	DÉCEMBRE.	Résumé général pour L'ANNÉE.
Hauteurs m	745,211	744,606	741,227	746,178	744,87608
baromètre	744,271	744,031	740,952	745,747	744,45817
	743,591	743,506	740,744	745,503	743,97308
	743,808	743,932	741,084	746,062	744,22142
	744,532	744,408	741,253	746,361	744,74258
Températur	18,80	13,56	11,33	8,28	13,554
nes en de	21,66	15,97	14,78	11,02	16,176
tigrades.	22,35	16,47	15,02	11,15	16,548
	19,24	13,93	12,49	9,26	14,261
	17,03	12,55	11,79	8,38	12,243
	23,09	17,32	15,93	11,84	17,4658
	12,42	9,13	7,76	5,34	8,5425
Indications	89,78	95,21	92,75	94,79	91,6133
de l'hygro	78,47	87,15	84,28	88,48	83,4525
	70,60	84,68	81,13	87,39	79,9975
	80,83	92,15	87,12	91,37	85,5158
	86,83	95,47	90,38	94,21	90,8050
Jours de plu	10 jours.	13 jours.	8 jours.	10 jours.	139 jours.
Jours de br	1 jour.	1 jour.	3 jours.	5 jours.	17 jours.
Jours de ge	»	»	»	»	28 jours.
Jours de ne	»	»	»	»	6 jours
Jours de gr	»	»	»	»	5 jours
Jours d'écla	6 jours.	»	4 jours.	»	35 jours
Jours de ton	»	»	3 jours.	1 jour.	28 jours
Jours d'aur	»	»	»	»	»
Quantité d	16mm,70	60mm,35	28mm,85	44mm,10	495mm,87
Jours où le v	1 jour.	1 jour.	3 jours.	1 jour.	15 jours.
a eu les dir	2 jours.	2 jours.	»	»	14 jours.
tions moye	3 jours.	7 jours.	6 jours.	6 jours.	83 jours.
nes.....	12 jours.	2 jours.	2 jours.	2 jours.	64 jours.
	1 jour.	1 jour.	2 jours.	»	12 jours.
	»	»	»	»	»
	»	»	»	»	3 jours.
	6 jours.	14 jours.	11 jours.	17 jours.	112 jours.
J. où le vent	5 jours.	4 jours.	6 jours.	5 jours.	63 jours.
été généra	20 jours.	14 jours.	15 jours.	11 jours.	163 jours.
Jours où le c	10 jours.	4 jours.	5 jours.	10 jours.	83 jours.
généralem	14 jours.	16 jours.	10 jours.	12 jours.	150 jours.
	6 jours.	11 jours.	15 jours.	9 jours.	133 jours.

TABLEAU général des Observations météorologiques faites à l'Observatoire de Toulouse en 1852.

ANNÉE 1852.	HEURES.	JANVIER.	FÉVRIER.	MARS.	AVRIL.	MAI.	JUIN.	JUILLET.	AOUT.	SEPTEMBRE.	OCTOBRE.	NOVEMBRE.	DÉCEMBRE.	Résumé général pour l'année.
Hauteur moyenne du baromètre [illegible]	9h matin.	745,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	743,917	743,188	[illegible]	744,743	745,211	744,606	741,227	746,178	744,8768
	midi.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	743,366	743,157	744,898	744,527	744,271	744,031	740,932	745,717	744,4381
	3h soir.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	742,[illegible]	743,026	742,763	744,315	744,333	743,291	743,506	740,744	745,503	743,9758
	[illegible] soir.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	743,258	742,956	744,465	744,387	743,858	743,912	741,084	746,062	744,2142
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	744,059	743,504	[illegible]	744,965	744,332	744,408	741,253	746,361	744,7458
Températures moyennes en degrés centigrades	9h matin.	[illegible]	[illegible]	8,[illegible]	12,72	17,11	19,55	22,95	21,22	15,8[illegible]	[illegible]	11,53	8,28	13,554
	midi.	[illegible]	[illegible]	11,[illegible]	15,17	19,11	21,77	25,[illegible]	25,[illegible]	21,66	[illegible]	14,78	11,02	16,176
	3h soir.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	15,81	18,91	21,75	26,26	25,[illegible]	22,3[illegible]	16,[illegible]	13,02	11,15	16,548
	6h soir.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	15,[illegible]	16,84	19,88	24,39	2[illegible],69	19,24	13,93	12,49	9,26	14,261
	9h soir.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	10,[illegible]	15,83	16,96	2[illegible]	18,24	17,0[illegible]	12,[illegible]	11,79	8,38	12,243
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	16,[illegible]	2[illegible]	23,61	26,[illegible]	24,[illegible]	23,[illegible]	17,[illegible]	13,93	11,84	17,4658
	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6,61	10,[illegible]	12,93	16,18	15,27	12,42	9,[illegible]	7,76	5,34	8,5425
Indications moyennes de l'hygromètre	9h matin.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	84,95	87,[illegible]	90,75	90,[illegible]	[illegible]	89,78	91,21	92,75	94,79	91,6133
	midi.	[illegible]	[illegible]	78,98	80,78	79,[illegible]	86,12	81,84	[illegible]	78,17	87,[illegible]	84,28	88,48	83,4525
	3h soir.	[illegible]	[illegible]	74,[illegible]	78,03	77,58	83,23	[illegible]	8[illegible],73	[illegible]	84,68	81,13	87,39	79,9975
	6h soir.	[illegible]	[illegible]	82,95	81,[illegible]	81,23	86,67	81,59	86,94	8[illegible],85	92,[illegible]	87,12	91,37	85,5158
	9h soir.	[illegible]	92,[illegible]	89,35	89,95	86,60	92,97	87,[illegible]	95,[illegible]	86,83	95,47	90,38	94,21	90,8050
Jours de pluie		13 jours.	7 jours.	4 jours.	13 jours.	12 jours.	20 jours.	10 jours.	19 jours.	10 jours.	13 jours.	8 jours.	10 jours.	159 jours.
Jours de brouillard		2 jours.	3 jours.	»	»	»	»	1 jour.	1 jour.	1 jour.	1 jour.	3 jours.	5 jours.	17 jours.
Jours de gelée		3 jours.	16 jours.	8 jours.	1 jour.	»	»	»	»	»	»	»	»	28 jours.
Jours de neige		»	6 jours.	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	6 jours.
Jours de grêle ou de grésil		1 jour.	1 jour.	»	»	3 jours.	»	»	»	»	»	»	»	5 jours.
Jours d'éclairs		»	»	»	»	5 jours.	7 jours.	8 jours.	3 jours.	6 jours.	»	4 jours.	»	35 jours.
Jours de tonnerre		»	»	1 jour.	»	6 jours.	8 jours.	4 jours.	3 jours.	»	»	3 jours.	1 jour.	28 jours.
Jours d'aurores boréales			»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
Quantité de pluie en millimètres		[illegible]	50mm,70	11mm,18	[illegible]mm,52	61mm,80	68mm,20	50mm,42	53mm,70	16mm,70	60mm,35	28mm,85	44mm,10	495mm,87
Jours où le vent a soufflé dans les directions moyennes	S et SSO.	2 jours.	1 jour.	1 jour.	2 jours.	»	1 jour.	»	2 jours.	1 jour.	1 jour.	3 jours.	1 jour.	15 jours.
	SO et OSO.	2 jours.	4 jours.	»	»	2 jours.	1 jour.	1 jour.	»	2 jours.	2 jours.	»	»	14 jours.
	O et ONO.	[illegible]	17 jours.	5 jours	8 jours.	5 jours.	8 jours.	7 jours.	7 jours.	3 jours.	7 jours.	6 jours.	6 jours.	83 jours.
	NO et NNO.	2 jours.	6 jours.	6 jours.	4 jours.	6 jours.	4 jours.	10 jours.	8 jours.	12 jours.	2 jours.	2 jours.	2 jours.	64 jours.
	N et NNE.		1 jour.	1 jour.	1 jour.	»	1 jour.	2 jours.	2 jours.	1 jour.	1 jour.	2 jours.	»	12 jours.
	NE et ENE.	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
	E et ES.	1 jour.	»	»	»	»	1 jour.	1 jour.	»	»	»	»	»	3 jours.
	SE et SSE.	11 jours.	»	13 jours.	9 jours.	9 jours.	3 jours.	9 jours.	6 jours.	6 jours.	14 jours.	11 jours.	17 jours.	112 jours.
J. où le vent a été général.	Variable	3 jours.	[illegible]	3 jours.	6 jours.	9 jours.	11 jours.	1 jour.	6 jours.	3 jours.	4 jours.	6 jours.	3 jours.	63 jours.
	Calme, nul ou faible	13 jours.	13 jours.	10 jours.	11 jours.	9 jours.	13 jours.	16 jours.	16 jours.	20 jours.	14 jours.	13 jours.	11 jours.	163 jours.
Jours où le ciel a été	Beau	3 jours.	3 jours.	14 jours.	9 jours.	4 jours.	1 jour.	11 jours.	5 jours.	10 jours.	4 jours.	3 jours.	10 jours.	83 jours.
	Nuageux	11 jours.	3 jours.	13 jours.	10 jours.	16 jours.	13 jours.	16 jours.	16 jours.	14 jours.	16 jours.	10 jours.	12 jours.	150 jours.
	Couvert	13 jours.	21 jours.	4 jours.	11 jours.	11 jours.	16 jours.	4 jours.	10 jours.	6 jours.	11 jours.	13 jours.	9 jours.	133 jours.

LES PYRÉNÉES NE SONT PAS CREUSES.

NOTE

POUR

RÉFUTER L'ASSERTION CONTRAIRE ÉMISE PAR M. PETIT ;

Par M. A. LEYMERIE.

A la suite d'expériences sur le pendule, faites à l'Observatoire de Toulouse pour la détermination de la latitude de ce point, M. Petit s'est livré à un calcul dans lequel il a cru devoir faire intervenir la valeur de la force attractive des Pyrénées, malgré la distance (de 35 lieues au moins) qui nous en sépare (1), et il est arrivé à ce résultat, que les Pyrénées ne sont qu'une boursouflure *à peu près complétement vide* (2).

Une telle assertion semblait devoir se réfuter d'elle-même ; toutefois, comme ce savant l'a publiée dans plusieurs Recueils et qu'il l'a encore émise récemment au congrès scientifique où

(1) Plusieurs observateurs (Bouguer, Maskeline, Playfair, Carlini) ont reconnu et déterminé l'effet attractif des montagnes sur un pendule placé sur les montagnes mêmes ; mais jusqu'ici personne, à ma connaissance, n'avait prétendu que les rugosités de l'écorce terrestre exerçassent une influence sensible à une distance tant soit peu considérable.

(2) Les observations de M. Petit l'avaient conduit, pour la valeur de la force attractive des Pyrénées à Toulouse, à un résultat négatif ; d'où l'on aurait dû conclure que cette chaîne était moins dense que l'air, et qu'il fallait s'attendre, par conséquent, à la voir s'élever un beau jour dans l'atmosphère comme un ballon, vérifiant ainsi à la lettre, le mot si souvent reproduit de Louis XIV ; mais M. Petit ayant bien voulu mettre sur le compte des erreurs d'observations, la quantité qui outrepassait zéro, j'ai dû prendre ce dernier chiffre pour point de départ.

elle a obtenu un certain succès, j'ai pensé qu'il ne serait pas inutile d'en donner une courte réfutation, d'autant plus que la considération des géologues qui se sont occupés ou qui s'occupent encore des Pyrénées, y est intéressée.

La structure des chaînes des montagnes est soumise à des lois qui prouvent un plan général. Partout on reconnaît au centre, et ordinairement à la crête de ces protubérances, un noyau solide, qui est ordinairement de granite, et, sur les flancs, des revêtements successifs stratifiés, appliqués les uns sur les autres et sur le massif central. Ces revêtements sont parallèles à la direction de la chaîne, et l'on peut en étudier les caractères dans les vallées transversales, qui ne sont autre chose que de grandes fissures résultant d'actions souterraines. Si l'on considère les parois de ces fentes ou vallées, dont quelques-unes coupent les montagnes dans presque toute leur hauteur (la vallée de *Pinède*, derrière le Mont-Perdu, par exemple), au lieu de trouver, ainsi que cela devait avoir lieu dans la supposition de la vacuité des Pyrénées, ces parois interrompues par de nombreuses et vastes cavités, on voit qu'elles sont parfaitement pleines et continues, et, si on les étudie avec quelque attention, on ne tarde pas à s'apercevoir même qu'elles ne sont autre chose que l'ensemble des sections de nombreuses couches qui se correspondent d'un versant à l'autre, et qui se prolongent dans l'intérieur des massifs de manière à se représenter plus loin dans les vallées voisines. Un géologue expérimenté peut suivre ainsi toutes les plaques constituant les flancs d'une chaîne dans une grande étendue de celle-ci, souvent même dans toute sa longueur, et voir ces plaques appliquées les unes sur les autres et soudées contre le granit central sans la moindre interruption et sans le moindre vide. Voilà comment est constituée une chaîne de montagnes en général; telle est aussi la structure des Pyrénées.

Les observations des Ramond, des Charpentier, des Dufrénoy, dont j'ai souvent eu l'occasion de vérifier l'exactitude, ne peuvent laisser le moindre doute à cet égard. Ces grands géologues n'ont certes pas travaillé sur un fantôme de montagne, mais bien sur un massif dont ils ont parfaitement reconnu tous les éléments et qu'ils ont sondé jusque dans ses plus grandes profondeurs.

D'ailleurs, si les Pyrénées étaient une boursouflure, on ne pourrait les comparer qu'à certaines montagnes volcaniques ; elles offriraient donc des matières scoriacées ou cellulaires comparables aux laves, aux scories, tandis qu'on n'y trouve jamais que des roches saines et massives. Le granite central, par exemple, qui devrait être très-bulleux dans l'hypothèse de M. Petit, est partout plein, homogène, cristallin, ainsi que les schistes qui lui sont immédiatement superposés ; on le voit s'élever constamment avec ces caractères, du sein du globe, où certainement il jette des fondements profonds et solides.

Quand le savant que j'ai nommé s'est décidé à écrire que les Pyrénées étaient creuses, il avait sans doute perdu de vue les notions classiques et les faits incontestables que je viens de rappeler; il n'avait pas songé non plus aux conséquences d'une si étrange hypothèse. Je me contenterai de signaler une de ces conséquences pour ne pas abuser de l'attention du lecteur.

On sait que les eaux thermales viennent du sein de la terre et qu'elles arrivent au jour ascensionnellement par des crevasses du sol. Ce sont des espèces de filons dont la position est presque aussi constante et l'allure aussi régulière que celles des filons métalliques. On connait au reste la fixité de leur température et de leur minéralité. Or, un pareil état de choses peut-il se concilier avec la vacuité d'une chaîne de montagnes ? Si les Pyrénées étaient, comme on le prétend, une vaste boursouflure, les émanations thermales qui arriveraient des profondeurs de la terre dans ces grandes cavités, s'y répandraient uniformément. L'intérieur des Pyrénées dans ce cas ne serait, au moins dans certaines parties, qu'une immense étuve dont toutes les parois seraient échauffées, et les vapeurs qui s'y trouveraient accumulées profiteraient de la moindre fissure pour s'échapper au dehors ; dès lors toutes les sources seraient chaudes, le sol lui-même participerait à cette chaleur (1).

Je me borne à ces observations rapides mais suffisantes, je le crois du moins, et je termine en exprimant le vœu que M. Petit veuille bien étudier l'influence des Pyrénées sur le pendule, non à l'Observatoire de Toulouse, mais dans les Pyrénées elles-mêmes. Je crois pouvoir lui prédire qu'il aurait, dans ce cas, à constater un effet très-sensible, et qu'il apporterait ainsi une nouvelle preuve à l'appui des observations géologiques (2). Alors il reconnaîtraît lui-même, avec les géologues les plus éminents de notre époque, que la belle chaîne qui nous sépare de l'Espagne, loin de constituer une anomalie inconcevable dans l'ensemble des montagnes de l'Europe, est au contraire une des plus classiques eu égard à sa structure et à la simplicité de son relief (3).

---

(1) Sous ce rapport, le vide que l'on suppose dans les Pyrénées, serait très-fâcheux surtout pour les contrées qui se trouvent favorisées par la présence de sources minérales. Il le serait bien plus encore pour les travaux publics, dans le cas qui va bientôt se réaliser, où il s'agirait de pratiquer un tunnel dans ces montagnes; car il faudrait alors franchir des abîmes immenses par des ponts inexécutables.

(2) Dans la séance de l'Académie, où lecture a été faite de cette note, M. Petit, a dit qu'il avait de fortes raisons de croire que le pendule serait moins influencé dans les Pyrénées même qu'à Toulouse.

(3) C'est la chaîne que l'on cite le plus volontiers comme type de structure et de forme (Cours de M. Elie de Beaumont à l'école des mines; explication de la carte géologique de France, par Dufrénoy et Elie de Beaumont, page 40.)

RÉPONSE DE M. PETIT

A LA NOTE DE M. LEYMERIE.

On a dit depuis longtemps, avec raison, que rien n'était brutal comme un chiffre. Je pourrais donc me borner, pour répondre à l'attaque dont un de mes travaux vient d'être l'objet, à dire à M. Leymerie que nous ne sommes pas, lui et moi, sur le même terrain, et que, pour détruire les résultats auxquels je suis arrivé, il ne suffit pas d'invoquer des considérations géologiques plus ou moins rigoureuses, mais qu'il est nécessaire de donner des résultats numériques entièrement opposés à ceux que j'ai trouvés moi-même. Ainsi, tant que M. Leymerie ne détruira pas mes 1608 observations de latitude, observations que je maintiens exactes jusqu'à démonstration contraire, par 1608 autres observations de même nature, et non moins exactes; tant qu'il ne prouvera pas que les résultats obtenus par les mesures géodésiques de la carte de France sont entachés de notables erreurs; tant qu'il ne fera pas voir enfin que mon analyse et mes calculs sur l'attraction des Pyrénées sont complétement faux, je serai autorisé à déclarer que sa logique, quelque rigoureuse qu'elle puisse lui paraître, doit nécessairement céder le pas à la logique plus rigoureuse encore, et surtout plus inexorable, des chiffres, même dans une question où ces chiffres inexorables sont basés sur des données qui ne comportent qu'une précision approchée.

Malgré toute la répugnance que j'éprouve à perdre de précieux moments en entrant plus avant dans une discussion où, par suite d'une trop probable équivoque, la science ne me paraît pas avoir grand chose à gagner, je n'hésiterai point cependant à suivre pas à pas M. Leymerie jusque sur son propre terrain, et à répondre directement, afin de terminer une fois pour toutes, aux divers détails de son argumentation. Mais avant, je dois remercier M. Leymerie de l'indulgence avec laquelle il veut bien déclarer que j'ai eu le bon esprit de mettre sur le compte des erreurs d'observation une malencontreuse fraction de seconde, qui, pour une imagination moins prosaïque que la mienne, aurait fort bien pu, d'après lui, annoncer qu'un beau jour les Pyrénées, *en s'élevant dans les airs comme un ballon, vérifieraient à la lettre le mot célèbre de Louis XIV.* Seulement, j'aurais désiré qu'à cette première et si libérale concession, M. Leymerie en eût ajouté deux autres; qu'il eût eu la bonté de reconnaître que la considération des géologues qui s'occupent des Pyrénées n'est nullement intéressée dans notre débat, et qu'en outre, dans une question de cette nature, on n'aurait peut-être pas très-bonne grâce à vouloir attribuer aux résultats une rigueur absolument mathématique, puisque les données établies sur l'ensemble général et non sur les petits détails de la chaîne des Pyrénées, ne peuvent comporter aucunement une pareille rigueur. Sous cette dernière réserve, qui ressort d'ailleurs de la manière la plus évidente, de tout l'ensemble de mon mémoire relatif à *la latitude* de l'Observatoire, M. Leymerie se serait peut-être évité la plupart de ses arguments, et n'aurait pas raisonné contre mon travail, comme si j'avais eu la pensée de comparer l'intérieur des Pyrénées à un salon lambrissé de marbre, sans cloisons divisoires ou sans la moindre rugosité sur les parois.

J'arrive maintenant à la discussion rapide des divers arguments de M. Leymerie.

1° Et d'abord, je me permettrai de lui faire remarquer que lorsqu'on aspire à l'honneur de relever avec autorité de prétendues erreurs chez les autres, on n'a pas soi-même le droit de se tromper. A ce titre, M. Leymerie voudra bien m'excuser si je lui signale, dès la première ligne de sa note, une grave erreur. Jamais, que je sache, aucun astronome n'avait eu l'idée de déterminer une longitude (1) à l'aide d'expériences sur le pendule. M. Leymerie m'attribue cette singulière idée. L'Académie trouvera tout naturel que je ne croie pas devoir l'accepter. Notre confrère a sans doute mal lu le titre et par suite mal saisi l'esprit du mémoire qu'il prétend combattre et réfuter. Afin d'abréger, je me borne, en le renvoyant à l'objet de ce mémoire, à désavouer l'idée qu'il me prête, et je passe à d'autres détails.

2° M. Leymerie paraît étonné que j'aie pu attribuer aux rugosités de l'écorce terrestre une influence sensible sur des points placés à une distance tant soit peu considérable de ces rugosités, puisque *Bouguer*, *Maskeline*, etc., *n'ont*, dit-il, *reconnu et déterminé l'effet attractif des montagnes, que sur un pendule placé sur les montagnes mêmes*. Je ne pense pas avoir besoin de discuter une pareille remarque qui, du

(1) Notre honorable Président, conformément à la décision du Comité de librairie et d'impression, me fait prévenir, au moment du tirage, que M. Leymerie, en vérifiant l'épreuve, substitue le mot *latitude* au mot *longitude* qui se trouvait primitivement dans le manuscrit sur lequel j'avais dû baser ma réponse. Pour ménager mes moments, je me bornerai à dire ici que la substitution n'est pas heureuse, et que si, théoriquement, il existe entre la longueur du pendule et la latitude de l'observateur, une relation qu'il n'était décemment pas permis d'établir entre cette même longueur et la longitude, un astronome cherchant à *déterminer une latitude à l'aide d'expériences sur le pendule* n'en commettrait pas moins aujourd'hui la plus grosse des absurdités. Car, tandis que les instruments spéciaux permettent d'obtenir les *latitudes* à une fraction près de seconde, les expériences, même les plus exactes, sur le pendule donneraient encore, au contraire, des erreurs qui varieraient, suivant les latitudes, depuis 600 ou 700 secondes jusqu'à plusieurs degrés, c'est-à-dire des erreurs de *six mille* à *quatre-vingt mille fois* environ plus considérables que celles auxquelles on peut espérer d'échapper par d'autres moyens. Ce serait, on le voit, prendre, pour arriver à son but, une route singulièrement mal choisie. Ce serait, par exemple, pour apprécier des fractions de milligramme, dédaigner une balance de précision et préférer à cet instrument une des grosses romaines destinées à peser les quintaux avec une tolérance de plusieurs kilogrammes. Je puis par conséquent, sauf cette rectification, maintenir en entier mon paragraphe; et j'ose espérer que, grâce aux explications précédentes, personne, malgré la substitution opérée par M. Leymerie, ne sera tenté d'y voir un non-sens.

reste, surtout dans son application à mon travail, renferme, soit dit en passant, plus d'une énormité. Où en seraient les sciences, s'il était interdit d'entreprendre ce que d'illustres prédécesseurs n'auraient pas tenté. M. Leymerie n'a pas sans doute la prétention de nous faire revenir aux quatre éléments des anciens.

3° Je ne nie pas que la forme générale des montagnes ne soit conforme à la description qu'en donne M. Leymerie. Je reconnais avec lui que le granite se montre, dans certains affleurements, comme le support ordinaire des couches de sédiment relevées. Mais je prétends qu'on n'a le droit de conclure d'une manière absolue, comme le fait M. Leymerie, à la soudure du granite avec ces couches, dans toute l'étendue des diverses chaînes de montagnes, que jusqu'à preuve, ou même seulement jusqu'à présomption contraire; et je ne crains pas d'affirmer qu'au lieu de s'obstiner à les combattre sans indispensable nécessité, comme sans motifs inébranlablement fondés, on agira d'une manière plus rationnelle, plus philosophique en acceptant, avec prudence sans doute, mais enfin en acceptant cette preuve ou cette présomption quand elles se présentent, et quand surtout elles ne se trouvent pas le moins du monde en antagonisme avec les vrais principes, avec les faits bien constatés de la science.

4° Je n'ai pas eu à me préoccuper, quoi qu'en puisse dire M. Leymerie, quand j'ai été amené à conclure que, selon toute apparence, les Pyrénées étaient à peu près vides, des conséquences qui lui paraissent résulter, mais résulter à tort, selon moi, de ce que M. Leymerie appelle une si *étrange hypothèse*. Il a dû me suffire, lorsque je me suis décidé à la faire connaître, et à la faire connaître du reste avec un ton de réserve que M. Leymerie paraît, je le regrette, ne pas avoir remarqué, il a dû me suffire que les conclusions auxquelles j'arrivais ne se trouvassent pas inconciliables avec des faits géologiques bien avérés. Et, à cet égard, puisque M. Leymerie prétend me mettre en opposition avec les grandes illustrations de la science, je pourrais lui répondre qu'il n'a pas été heureux dans ses citations. Car

M. Elie de Beaumont, qu'il fait intervenir ici sans grande nécessité d'ailleurs ce me semble, est précisément le premier auquel une circonstance toute fortuite m'ait permis de faire connaître, en lui demandant à cet égard son opinion, le singulier résultat que je venais d'obtenir. Or, M. Elie de Beaumont, après avoir réfléchi quelques instants, ne trouva pas, à ce qu'il paraît, mon résultat aussi exorbitant que M. Leymerie, puisqu'il m'engagea et m'engagea même plusieurs fois à le faire connaître. Je me hâte de déclarer qu'en prononçant, pour ne négliger aucun des arguments de la critique dont je suis l'objet, ce nom illustre et si justement vénéré, je ne prétends pas, à l'aide d'une tactique de mauvais aloi, engager à ma cause, dans le cas où un plus mûr examen le porterait à la désapprouver, l'homme éminent dont je m'honore d'avoir été l'élève, et dont la supériorité intellectuelle s'allie d'ailleurs à une si admirable bienveillance, qu'à défaut de tout sentiment de reconnaissance, la délicatesse même la plus vulgaire devrait suffire pour me faire impérieusement une loi, à son égard, d'une réserve et d'une discrétion absolues.

5° Quant au raisonnement de M. Leymerie, relatif aux eaux thermales, aux vapeurs qui s'échapperaient par la moindre fissure, à l'uniformité de température que devraient présenter les sources, etc., etc., enfin à la constance *prétendue* de la température et de la minéralité, j'avoue qu'il m'est impossible d'en saisir la portée. Comment ! parce que les Pyrénées seraient à peu près vides, à 500, 600, peut-être 1,000 mètres au-dessous de leur écorce, toutes les sources devraient être chaudes et le terrain aussi ? Et pourquoi, s'il vous plaît ? Est-ce qu'un bloc incandescent de granite de quelques mille mètres de diamètre ; est-ce que quelques masses salines, grosses seulement comme notre Capitole, ne suffiraient pas pour donner, et pour donner pendant des siècles, aux eaux d'infiltration qui viendraient lécher leurs surfaces, la température et la minéralité qu'on observe ? Vous parlez de fixité de température, de fixité de minéralité ! Mais vous ne pouvez même pas affirmer avec certitude que la température et la minéralité n'ont pas changé depuis soixante ans. Et d'ailleurs, les expériences récentes de notre si habile confrère, M. Filhol, ne vous donnent-elles pas précisément, à cet égard, si ma mémoire est fidèle, un éclatant démenti ? Et si les pluies, si les fontes de neige un peu abondantes ont le pouvoir de changer, comme il était du reste naturel de le supposer à *priori*, la température ou la composition des eaux thermales, que devient votre théorie des eaux ascensionnelles, des vapeurs accumulées dans le vide des Pyrénées, et prêtes à s'échapper par la moindre fissure, etc., etc. ? Non, les sources thermales ne sont pas des émanations venant de l'intérieur du globe. Ce sont tout simplement des infiltrations qui passent sur des masses salines ou granitiques, encore chaudes, dont l'existence dans les Pyrénées n'est nullement contraire, vous vous en convaincrez par la plus légère réflexion, au curieux résultat que j'ai fait connaître ; résultat que de pareils raisonnements n'entacheront certainement pas de fausseté, et qui présente d'ailleurs une si frappante analogie avec les hypothèses sur lesquelles vous basez vous-même, je pense, comme la plupart des géologues, l'explication des divers phénomènes dont les grands tremblements de terre sont ordinairement accompagnés.

6° Je ne crois pas qu'il soit nécessaire d'insister sur le projet de tunnel, présenté aussi, par M. Leymerie, comme une objection qui pourrait cependant, à vrai dire, même en dehors de toute autre considération, paraître quelque peu anticipée. On trouvera, du reste, ou l'on ne trouvera pas, de grands vides dans le percement du tunnel ; cela importe peu à ma théorie, puisque la croûte des Pyrénées pourrait avoir une épaisseur de mille mètres et bien au delà, sans que cette théorie en fût le moins du monde ébranlée. D'ailleurs, dans le cataclysme qui a donné naissance à la chaîne, les gorges des montagnes, les plis du terrain, les directions où diverses couches viennent se croiser en s'inclinant des deux côtés, ont très-bien pu, ont même dû correspondre, en général, à une plus grande accumulation de matières, et un tunnel de quelques kilomètres, sans solution de continuité, percé dans une de ces gorges, ne constituerait ni une objection grave ni une anomalie. Prenez comme objet de comparaison un de ces gâteaux poreux qu'on appelle échaudés; et, malgré les boursouflures intérieures, vous aurez assez forte chance, en faisant un trou d'épingle dans une des petites gorges de la croûte, de ne pas trouver de grands creux.

7° M. Leymerie m'engage à aller étudier l'influence des montagnes sur les Pyrénées mêmes, en m'annonçant, comme une chose presque certaine, que j'aurais dans ce cas, un effet très-sensible à constater; et il met à rapporter, fort inexactement il est vrai, la réponse verbale, que je lui fis dans la séance où il communiqua sa note à l'Académie, une certaine affectation qui me paraît annoncer de sa part, sinon absence complète de sympathie, du moins quelque peu d'incrédulité. Je lui dirai donc encore ici, qu'en effet j'aurais, selon toute apparence, une action très-sensible à constater, mais une action entièrement inverse de celle qu'il imagine. Car cette action pourrait bien être moindre, sur la direction du fil à plomb, qu'à Toulouse même, à cause de l'obliquité de plus en plus grande des forces attractives émanant des divers points de la montagne, à mesure qu'on s'en approche; et sur le pendule à cause de la diminution d'intensité de la pesanteur à mesure qu'on s'élève, diminution que l'attraction de la masse de la montagne ne compenserait peut-être pas. Mais je me garderais bien cependant de rien affirmer positivement à cet égard, avant d'avoir fait un calcul rigoureux pour justifier mes présomptions. Que M. Leymerie veuille bien considérer néanmoins, pour se convaincre combien son assertion est téméraire et son incrédulité peu réfléchie, le cas très-simple où la masse des Pyrénées serait remplacée par une sphère, et il trouvera dans ce cas, même en supposant à la sphère un diamètre de 3,000 mètres, une diminution très-sensible, comprise entre $\frac{1}{1411}$ et $\frac{1}{1212}$ de la pesanteur, suivant qu'il fera la densité de la petite sphère égale à la densité moyenne de la terre, ou seulement à la moitié de cette densité.

Je crois avoir répondu à chacun des arguments de M. Leymerie. Je termine en protestant contre toute insinuation d'irrévérence à l'endroit de la géologie, et surtout des géologues dont la considération, quoi qu'en dise M. Leymerie, n'est nullement ici en cause, ne l'est pas du moins dans ma pensée ni dans mes intentions. J'ai eu le bonheur de compter parmi ces derniers d'illustres maîtres dont la bienveillance m'est chère; et je saisis avec empressement l'occasion de proclamer, pour éviter toute équivoque, les sentiments de reconnaissance, d'affection, de respect filial que je n'ai cessé de leur conserver.

DE LA

PRÉTENDUE PLÉIADE TOULOUSAINE,

OU RÉFUTATION DE CE QUI A ÉTÉ RÉCEMMENT IMAGINÉ DANS LE BUT D'ÉTABLIR L'EXISTENCE D'UNE SOCIÉTÉ LITTÉRAIRE DE DAMES, A TOULOUSE, AU XVI^e SIÈCLE ;

Par le Doct[r] J. B. NOULET.

Un érudit a avancé, dans plusieurs ouvrages sérieux, qu'une Académie de femmes beaux-esprits aurait jeté un vif éclat à Toulouse, même à côté de l'Académie florale, durant le XVI[e] siècle ; il a donné à cette institution, dont personne n'avait parlé avant lui, le nom de *Pleyade Tolosaine* (1). C'est sous le règne de François I[er] que notre auteur a fait fleurir les sept Muses de Toulouse, et il a raconté comment, réunies dans l'hôtel de Bernuy pendant le séjour du Roi dans cette ville, en 1533, ces dames tinrent une cour de poésie devant le glorieux restaurateur des lettres françaises.

« ...... Après la bataille de Pavie, dit-il, Jean de Bernuy » se rendit caution de la rançon de François I[er]. Lorsque, en » 1533, ce prince vint à Toulouse, il reçut avec la plus grande » distinction ce serviteur fidèle ; on sait qu'il logeait à l'ar- » chevêché ; mais, *suivant une tradition constante et un ma-* » *nuscrit de cette époque, conservé naguère encore à la Sal-* » *vetat, chez M. de Méja*, le Roi fut, le 4 août, dîner chez » M. de Bernuy. La reine y vint aussi avec environ cent dames » de sa cour, et Bernuy avait, de son côté, réuni dans son » palais les plus belles Toulousaines.......

(1) C'est l'orthographe constamment employée par l'auteur auquel nous faisons allusion.

» M. de Méja.... *possédait le Recueil des chants royaux*
» *et autres poésies publiées lors de l'entrée de François Ier.*
» Dans sa collection étaient aussi les vers de la Pleyade Tolo-
» saine qui ne comptait pas encore Paule de Viguier parmi les
» dames qui la formaient ; ce fut Johanne Perle, connue par la
» *Bibliothèque françoise* de du Verdier de Vauprivas, qui haran-
» gua d'abord le Roi, et nous avons retiré des Recueils de M. de
» Méja la Ballade qu'elle prononça alors *dans la grand'salle*
» *de l'hostel de M. de Bernuy.* La grâce, la douceur et le
» sentiment avaient présidé à la composition de ces vers. »

Voici la première strophe de cette Ballade :

Jà, quand d'hyuer les trop aspres gelées
Deuers Scythie au loing se sont r'allées,
Et que l'Aronde aulx sommetz de nos tôurs
Append le nid où bruittent ses amours,
Alors Flora aux playnes et vallées
Aulx montz tres haultz, aulz forestz dévallées,
Donne verdure et odorans atours ;
Ainçois, sans le grand Dieu qui luy doint son secours,
Ne pourroict ryen. Aussy soubz les longues allées,
Emmy les prez, les champz, les vignes refeuillées,
L'oyseau chante et redict et chantera tousiours
L'amyable Phœbus qui nous rend les beaulx jours.

« On sent bien que cet *amyable Phœbus* n'est autre que
» François Ier, et l'*Envoy* qui termine la pièce le dit expli-
» citement.

» Léger, vif, spirituel, le vainqueur de Marignan ré-
» pondit sans doute avec toute la galanterie qui le distinguait
» à la *Pleyade Tolosaine*, et surtout à Johanne Perle, qui
» avait parlé au nom de cette association littéraire. Néanmoins
» sa réponse n'est point connue. On a bien, il est vrai, le
» Rondeau publié peu de temps après sous le nom de ce prince ;
» mais nous ne le rapporterons que comme une pièce ingé-
» nieuse qui appartient à l'histoire de l'époque dont nous nous
» occupons. Nous serions heureux de pouvoir en démontrer
» l'authenticité.

» Qu'il nous soit permis de faire remarquer que la *Pleyade*

» *Tolosaine* fut formée longtemps avant que Ronsard eût
» réuni celle qui a été si célèbre, et qui était composée de
» ce même Ronsard, de Daurat, de du Bellay, Remi Belleau, Ponthus de Thyard et Jodelle (1). Au reste, on peut
» dire que l'institution parisienne fut une conception moins
» heureuse que celle dont elle était la copie. A Toulouse,
» sept jeunes personnes, faisant des vers avec grâce, avec
» facilité, représentaient les sept filles d'Atlas, divinisées et
» placées dans les cieux. A Paris, sept écrivains hérissés de
» termes emphatiques, boursouflés d'une érudition pédantesque, se montrèrent au monde, sous le nom de *Pleyade*
» *poétique*; cela était au moins ridicule, et la postérité, qui
» ne juge le mérite que d'après les actions ou les écrits, n'a
» pas conservé, il faut l'avouer, une très-grande estime pour
» le fameux Daurat, le savant Ponthus de Thyard et le tragique Jodelle..... (2). »

En femmes bien apprises, les sept Dames poëtes visitèrent la Reine et lui adressèrent des vers. « Parmi elles, déclare
» toujours notre auteur, se trouvait Françoise Marrie, qui,
» plus tard, fut soupçonnée, comme Marguerite, d'avoir
» adopté les nouvelles opinions. Mais il est assuré que, dans
» la suite, elle parut blâmer la Reine qui écrivait des contes
» un peu trop joyeux peut-être. Il est certain que Françoise
» Marrie semble attaquer les écrits de Marguerite dans un
» Rondeau où elle s'élevait contre ceux qui voulaient interdire
» aux femmes la lecture des livres saints (3). »

Voilà donc bien explicitement affirmé, sinon démontré, que, dans la première moitié du XVI^e siècle, Toulouse possédait une Académie de femmes cultivant la poésie avec un succès tel que la Pléiade poétique française de Ronsard ne fut

---

(1) Le nom de Baïf a été omis par l'auteur.

(2) M. du Mège. *Le Palais de Bernuy*, dans les Mém. de la Soc. archéol. du Midi de la France (ann. 1836-37). T. III, p. 11 et suiv. — M. Du Mège. *Hist. des institutions de la ville de Toulouse*, t. II, p. 237.

(3) M. du Mège. *Hist. des instit. de la ville de Toulouse*, t. II, p. 241.

qu'une pâle et ridicule imitation de la Pléiade Toulousaine (1). L'historien qui a signalé le premier cette institution, s'est dispensé de fournir les preuves des assertions qu'il avançait, ce qui ne permet pas d'ajouter une foi entière à cette *tradition constante* que seul il a recueillie, et qui aurait conservé le souvenir de la fête poétique et royale donnée chez le bourgeois Bernuy. Un manuscrit de cette époque, soi-disant possédé par feu M. de Méja, aurait établi qu'il en fut ainsi. Mais on ne dit pas ce qu'est devenu ce précieux document, et on laisse même deviner qu'il pourrait bien avoir été perdu avec le Recueil des Chants royaux et autres poésies publiées lors de l'entrée de François I[er] à Toulouse. Vraisemblablement il faut ajouter à toutes ces pertes, celle non moins regrettable des vers de la Pléiade Toulousaine. Tout bien considéré, il ne reste sur ces faits importants, si nettement formulés, que les affirmations du dernier historien de la ville de Toulouse, appuyant ses opinions personnelles sur des documents qui n'ont laissé aucune trace de leur existence.

Cet auteur procède avec le même sans façon quand il nous entretient des dames de sa *Pleyade Tolosaine.* C'est ainsi qu'à propos de la gente Esclarmonde Espinete, qu'il appelle aussi de Spinet, il nous apprend que « le château de l'Espinet (2), » environné jadis de magnifiques ombrages, a perdu cet orne- » ment que le temps seul pourra lui rendre. Je n'ai pu savoir, » ajoute-t-il, le nom du premier possesseur de cette habita- » tion ; mais il existait dans Toulouse, au XVI[e] siècle, une » famille d'Espinet, que je crois originaire d'Italie ; c'est elle » qui produisit Esclarmonde Spinete, qui, durant la pre- » mière partie du XVI[e] siècle, entra dans cette réunion de » femmes auteurs qui formaient la Pleyade Tolosaine. Elle avait » pour collègues Etienette Fontaine, Bernarde d'Aupi ou d'Eupi,

(1) Tout le monde sait que Ronsard établit sa Pléiade à l'imitation de la Pléiade poétique grecque, qui jouit d'une grande réputation au temps de Ptolémée Philadelphe.

(2) Maison de campagne près de Toulouse.

» Françoise Marrie, Etienette Ligoune, Johanne Perle, An-
» dieta Peschaira. On a retrouvé son épitaphe au milieu des
» ruines du cloître de Saint-Etienne. Elle est en vers fran-
» çais, et remarquable par l'élégance des lettres initiales (1). »
La voici :

Chaste, noble, pure et monde,
Ici gist la jeune Esclarmonde
De Spinet (2), au corps gracieulx,
En terre ainsyn viendroit des cieulx
Une douce Muse, une Grâce.

— 1545. —

Douze années s'étaient donc à peine écoulées après le passage de François Ier à Toulouse, que la gracieuse dame de l'Espinet mourait à la fleur de l'âge.

L'origine italienne de cette dame, nommée cette fois Spinete, n'avait été proposée qu'avec une certaine réserve dans la *Biographie Toulousaine* (3). Il y est dit à ce sujet : « Quoi » qu'il en soit, Spinete aimait les arts comme on les aime en » Italie et aux rivages occitaniens. Elle chantait sur sa lyre les » vers qu'elle composait, et, comme plusieurs femmes égale- » ment inspirées par les Muses, elle demanda, en 1540, aux » Mainteneurs des Jeux Floraux de pouvoir disputer les Fleurs » offertes en récompense aux talents. Clémence Isaure, qui » les avait fondées, avait appelé au concours également son » sexe et celui qui affecte la prééminence...... Les Mainte- » neurs et Maîtres des Jeux Floraux, après la lecture de la re- » quête, qui était en vers, et sur le rapport de Trassabot, l'un » d'entre eux, déclare que dorénavant le sexe illustré par Clé- » mence Isaure serait admis au concours. Pierre Nogeroles, » dans son Recueil, avait conservé quelques pièces d'Esclar-

(1) L'auteur ne nous dit pas qui a retrouvé cette intéressante inscription, ni ce qu'elle est devenue.

(2) Il faut *Espinète* et non *Spinet*, l'auteur n'ayant recours à cette orthographe que pour arriver à sa famille soi-disant italienne.

(3) T. II. Au mot *Spinete*.

» monde Spinete. On ignore l'époque de la mort de cette dame, » qui jouit en son temps d'une grande réputation. »

Le sort de Johanne Perle, l'émule en poésie d'Esclarmonde Espinete, ne serait pas moins digne d'intérêt, s'il fallait en croire notre auteur : « Cette jeune personne ne cultiva son » talent que pendant peu d'années. Elle mourut vers l'an » 1545, et fut ensevelie dans l'une des chapelles du couvent » des Cordeliers, d'où l'on a retiré, en 1791, son épitaphe » écrite sur une simple feuille de vélin. La voici :

En ce lieu gist la Perle tolosaine,
Perle sans plus par le monde honorée.
Le chœur neuf vain des Muses, grand deuil mène,
En déplorant sa perte malheurée.
Hyer encor son chapelet de fleurs
Embasmait l'air de souëfes odeurs.
Hélas! Johanne Perle en ce monde fust telle,
Que point encor n'y avoist eu mortelle ;
Son corps icy est de mort surmonté,
Mays son esprit est dans les cieulx monté (1).

A son tour, la *Biographie Toulousaine* s'exprime ainsi : » Perle (Johane), née à Toulouse, vers 1520, aima la poésie » et la cultiva avec succès ; jeune et belle, elle inspirait les » derniers Troubadours, et par ses vers elle leur disputait les » palmes glorieuses que les sept Mainteneurs distribuaient dans » la cité palladienne..... La jeune Perle composa plusieurs ou- » vrages que les recueils du temps, particulièrement celui de » Nogeroles, conservèrent ; Catel les avait vus manuscrits. » Cette Muse occitanienne, victime de sa sensibilité, ne poussa » pas loin sa carrière, et la couronne de rose et de laurier que » l'amour et les arts avaient placée sur sa tête, n'était pas en- » core flétrie, que celle du cyprès funèbre couvrait déjà son » cercueil (2). »

Il faut avouer qu'il y aurait bien des arguments à opposer

---

(1) M. du Mège. *Le palais de Bernuy*. Dans les Mém. de la Soc. archéol. du Midi de la France, ann. 1836-37, t. III, pag. 12, note 1.

(2) *Biographie toulousaine*, t. II, au mot PERLE.

aux affirmations de notre historien à l'endroit de dame Espinète et de dame Perle, depuis l'origine italienne de la première jusqu'à son épitaphe, *remarquable par l'élégance des lettres initiales*, qu'on ne trouve relatée dans aucun Recueil épigraphique. Ce monument précieux aura été sans doute perdu, comme les manuscrits et les vers imprimés dont il vient d'être fait mention.

L'épitaphe de dame Perle, qui *chantait sur sa lyre les vers qu'elle composait*, aurait été retrouvée avec des circonstances toutes particulières, bien capables de faire naître aussi des soupçons sur l'authenticité d'un tel document.

Non pas que nous pensions et que nous voulions faire croire que l'auteur qui a cité ces vers, pleins de grâce et de goût, les ait composés, nous ne l'en croyons pas capable; ils portent à nos yeux le cachet des productions du XVI^e siècle, et appartiennent à l'école de Marot. Seulement ils nous paraissent susceptibles d'une tout autre interprétation que celle qu'il en a faite. Notre manière de voir, à cet égard, résultera de l'appréciation que nous allons tirer de l'ensemble des poésies attribuées aux dames de la Pléiade.

Mais auparavant, je dois continuer de rapporter ce qui nous a été révélé de plus piquant touchant les sept dames qui composèrent, dit-on, cette aimable compagnie, desquelles nous ne connaissons encore que Jeanne Perle et Esclarmonde Espinete.

« Catherine Fontaine, née à Toulouse en 15.., cultiva la » poésie avec succès. Il ne nous reste qu'une seule pièce com- » posée par cette dame (1).......

» Marrie (Françoise), dame toulousaine, naquit vers le » tiers du XVI^e siècle.... On connaît un rondeau de Françoise » Marrie (2)....

» Claude (Ligoune), dame toulousaine, qui cultiva les » lettres pendant la première moitié du XVI^e siècle; elle se joi- » gnit aux autres personnages de son sexe, qui, en 1540,

(1) *Biographie toulousaine*, t. I, au mot FONTAINE.

(2) *Ibid.* t. II, au mot MARRIE.

» réclamèrent le droit de concourir aux Jeux floraux, selon la » volonté exprimée par Isaure (1).

» Peschaira (Andieta), femme auteur, née à Toulouse dans » le commencement du XVI[e] siècle, signa avec plusieurs autres » dames la requête adressée aux Mainteneurs, Chanceliers des » Jeux floraux et Capitouls, en 1540.... Andieta Peschaira avait » mis au jour un grand nombre de pièces de poésie; le temps » ne les a pas respectées; mais il n'a pu faire disparaître son » nom (2).

» Deupie (Bernarde), née à Toulouse vers l'an 1520, cul- » tiva les belles-lettres, suivant Nogeroles, auteur contempo- » rain, qui avait dans son recueil conservé plusieurs ouvrages » de cette dame... Il ne reste d'elle, à ce que nous croyons, » que le souvenir de son amour pour les beaux-arts; il suffit » à lui assurer l'immortalité. On ignore les particularités de la » vie et l'époque de la mort de cette illustre Toulousaine (3). »

Je ne demanderai pas à l'auteur de ces singulières biographies (4), d'expliquer sur quels motifs il s'est fondé pour faire naître celle-ci dans la première moitié, celle-là vers le tiers du XVI[e] siècle, et dans une ville plutôt que dans une autre. Comment y répondrait-il, lorsqu'il va être prouvé que rien de tout ce qui a été écrit sur la Pléiade toulousaine n'a le moindre fondement; qu'en aucun temps une compagnie littéraire de ce nom n'exista à Toulouse, et que les sept dames qui l'auraient composée, appartiennent au domaine de la fiction !!!

Au milieu du XVI[e] siècle, un poëte toulousain que Catel dit avoir été Pierre Nogeroles, docteur en la gaie Science, composa

---

(1) *Biographie toulousaine*, t. I, au mot LIGOUNE.

(2) *Ibid.* t. II, au mot PESCHAIRA.

(3) *Ibid.* t. I, suppl. au mot DEUPIE.

(4) Quoique la plupart des articles consacrés dans la Biographie toulousaine aux sept dames de la Pléiade, ne soient pas suivies d'un astérisque, signature de notre auteur dans ce recueil, nous ne lui en laissons pas moins toute la responsabilité, car nous pensons qu'il les a composés, et il en a avoué le contenu dans divers écrits postérieurs à celui-ci.

un recueil de poésies, auquel il ne mit point son nom (1). Cet opuscule est aujourd'hui d'une excessive rareté, puisqu'on n'en connaît qu'un seul exemplaire, qui, après bien des pérégrinations même hors de France, est revenu à Toulouse (2).

Le titre exact de ce livret est celui-ci :

« La Requeste faicte et baillée par les Dames de la Ville de » Tolose, Aux messieurs maistres et mainteneurs de la gaye » science de Rhetorique, aux moys de May, Auquel moys par » les dits seigneurs se adiugent les Fleurs d'Or et d'Argent, » aux mieux disans, tendent (*sic*) affin qu'elles feussent reçues » a gaigner le dit Pris (*sic*).

» Auec plusieurs sortes de Rithmes en diuers lengaiges et sur » diuers propos, par les dites Dames de Tolose composées. En- » semble vne Epistre, en Rithme aussi par icelles faicte et » enuoyée aux Dames de Paris. Le premier iour de May. »

Imprimé à Tolose, par I. Colomiés. — 1555 (3).

Cet opuscule tient toutes les promesses du titre ; on y trouve la requête soi-disant présentée aux Chanceliers et Maîtres du Gai Consistoire, par Trassabot, tendant à obtenir que les dames pussent désormais avoir droit aux Fleurs données par dame Clémence (4) ; cette requête est suivie de *Balades, Rondeaulx; et autres sortes de Rithmes faictes particulièrement par di-*

---

(1) Catel, *Mém. de l'Hist. du Languedoc*, p. 39.

(2) Ce petit in-8°, de 16 feuilles, exactement décrit par M. Brunet, dans le nouveau Manuel du libraire, fait partie de la riche collection de notre ami et confrère, le docteur Desbarreaux-Bernard.

(3) Il a existé une autre édition de cet ouvrage dont *du Verdier de Vauprivas* nous a conservé le titre que j'aurai à citer tout-à-l'heure. Celle-ci était sans date et sans nom d'imprimeur.

(4) Me Pierre Trassabot, Bachelier ès droits, prononça, en 1538, 1539 et 1540, le 3 mai, l'oraison à la louange de dame Clémence ; ces faits sont établis par les comptes de la ville et le registre rouge conservé dans les archives des Jeux Floraux. On peut penser que dans ses discours, Trassabot trouva l'occasion d'exprimer le désir que les femmes fussent admises à prendre part aux concours poétiques, et à cause de cela, Nogeroles aurait fait choix de Trassabot pour lui faire présenter sa burlesque requête aux Maîtres et Mainteneurs du collége de rhétorique.

uerses Dames de Tolouse, desquelles leurs noms, surnoms ou Deuises sont dessoubz leurdites besoignes insérées. Mais qu'il y a loin de l'esprit qui a dirigé toutes ces *besoignes* poétiques à celui que leur a prêté l'inventeur de la Pléiade! Requête, Ballades, Rondeaux, Triolets, Epîtres, ne contiennent que des facéties, badinages satiriques, semés d'allusions équivoques, et qui arrivent presque toujours au libertinage d'esprit si goûté à cette époque. Que l'on en juge.

Je produis d'abord la Requête que Trassabot aurait présentée aux Mainteneurs de la Gaie science de rhétorique, en faveur des dames. L'auteur que nous réfutons n'a connu de cette pièce de vers que le commencement, qui a été rapporté par Catel (1).

A vous monsieur le Chancellier
Tres nobles Capitoulz aussi
Maistres qu'auez bruit singulier
Et à tous ceulx qui sont icy.

Svpplient humblement les Femmes,
Tant moyennes que grandz Dames
Disant, que ma Dame Clemence,
(Que Dieu perdoint par sa clemence)
Laqu'elle les troys fleurs donna
Iadis voulut et ordonna
Que qui vouldroit veince dicter
Sans les femmes en excepter
Et d'vn vouloir fort libéral
Feist un Edict tout general
Comprenant masles et femelles,
Or disent les Femmes, Puis qu'elles
Sont comprinses en cest Edict,
Et comme le Droict Civil dict
Le masle conçoit la femelle,
Que cest bien raison qu'on appelle
Les femmes scauantes en L'art
Pour dictes aux Fleurs de leur part,
Veu mesmement, qu'en c'este Ville
En y a maincte vne fort abille
A compouser Proses et Metres.

(1) *Mém. de l'Hist. du Languedoc*, p. 39. Catel n'a cité que les quatorze premiers vers de cette pièce. Les amis du vieux langage sauront quelque

Ce considéré, Excellentz maistres
Qui iugés si tres iustement
Veu ce qu'est dict, et mesmement
Que celle que layssa tel bien
Feust femme iadis aussi bien,
(Toutes fois de royal courage) (1)
Et considéré d'auantage
Que des femmes communément
Frenés mainct vn esbatement
En tout bien et en tout honneur
Et considéré la teneur
Des Rithmes qu'elles sçauent faire,
Lesquelles, pour prouver l'affaire
Icy darrier sont attachées,
Aumoins, s'on ne les arrachées.
Considéré semblablement
Ce que faict necessairement
Toutes couleurs et raisons belles
Que vous scauries pencer pour elles,
Et tout ce que fauldroit desduire
Pour voz humanités induire
A interiner leur Requeste
Tant ciuile iuste et honneste.

Vous plaise par benignité
Messeigneurs plains d'hvmanité
A dicter les femmes admettre
E faire en vostre Crye (2) mettre
Qu'elles seront par vous reçues
Sans estre de cecy deceues.

Si le faictes, les suppliantes
Ne seront iamais obliantes (3)
D'vn si gros bien que leur donrez
Ains trestous les Ans vous ourrez

---

gré à M. Desbarreaux-Bernard de m'avoir autorisé à reproduire dans mon travail, cette pièce de vers tout entière, tirée de la précieuse plaquette qu'il m'a confiée.

(1) De royale condition. V. Roquefort, *Gloss. de la langue rom.*, au mot COURAGE.

(2) Proclamation ou annonce des Jeux, que l'on avait précédemment appelée *citation.*

(3) Ce vers a été transposé dans la requête imprimée, et placé le 28e. J'ai cru devoir le rétablir où le réclament le sens et la rime.

Champs (*sic*) Royaulx, Ballades, Rondeaulx,
Lais et Virelais tous nouueaulx
Triolets, Vers, Espars, Chansons,
Et esbatz, de plusieurs façons
Lesquels vous seront pour guerdon (1)
Si d'vn tel bien leur faictes don
Et d'aultre part, ferez iustice.

Et affin qu'ayez en notice
Qu'elles femmes ont compousées
Les Rithmes cy derrier pausées
Dessoubz les ouures icy mises
Verrez Noms sur noms es diuises.

« Cy finist la Requeste desdites Dames Tolosaines, Rapportée » par maistre Pierre Trassebot Bachellier ez Droictz, deuant les » dits Seigneurs Maistres et mainteneurs de la gaye science de » Rhetorique, dans la maison Commune de Tholose. Le tiers iour » de May (2). »

Certes, il ne viendra à l'esprit de personne de supposer que la supplique qu'on vient de lire ait jamais été sérieusement adressée à la très-noble compagnie de la Gaie science de rhétorique. Il faut y reconnaître un facétieux avant-propos aux compositions qui la suivent dans le livre de Nogeroles, que ce poëte affecte d'attribuer à quelques dames de son temps, la plupart de Toulouse.

Ces pièces de vers sont précédées de ces lignes que nous avons citées plus haut : « S'ensuyuent les Balades, Rondeaulx et au- » tres sortes de Rithmes, faictes particulièrement par diuerses » Dames de Tolouse, desquelles leurs noms surnoms ou devises » sont dessoubz leurdites besoignes insérées. » Et il est très-vrai de dire que les noms, surnoms et devises, posés au-dessous de tous ces *rithmes*, expriment clairement l'intention de l'auteur ; seulement au lieu de se borner aux compositions des sept dames

(1) Récompense.

(2) J'ai conservé l'orthographe et la ponctuation très-vicieuses de la leçon imprimée que j'ai sous les yeux, afin de ne rien changer au texte. Je ferai de même pour les autres citations que j'emprunterai à l'édition de 1555. J'ai traduit en notes les mots et les passages les plus difficiles à entendre.

de la Pléiade, *représentant les sept filles d'Atlas*, comme notre historien a voulu nous le faire croire, le livret nous en fait connaître seize, neuf de plus qu'il n'en fallait à l'inventeur de l'Académie féminine!

Je rapporte ici textuellement ces seize noms, écrits tantôt avec l'orthographe française, tantôt avec la romane, en suivant l'ordre qui leur est assigné dans le précieux Recueil ; les voici : Gabrielle Brunete ; — Marguerite de Bon Voloir ; — Catherine Fontaine ; — Françoise Marrie ; — Claude Ligoune ; — Esclarmonde Espinette ; — Magdaleine Princesse ; — Marie de Hault Pris ; — Mondina de Lenuege ; — Johana Perla ; — Dona Prouzina Belyuengua ; — Anthonia I ; — Guillaume Finoy ; — Andieta Peschayre ; — Bernarde du Pin ; — Naudeta Petita.

Avec un peu d'attention, on entrevoit, à la seule énumération de ces seize noms, qu'ils ont été imaginés par le poëte auteur des Ballades, Rondeaux, etc., au gré de son caprice, mais avec l'intention manifeste de les accommoder aux sujets qu'il traitait. Ceci va ressortir des analyses rapides que nous allons essayer de faire des diverses poésies suivies de ces spirituelles et fictives signatures.

La première est *une Ballade batelée, unisonante de deux seulles terminations*, ayant pour titre : *Du temps de May;* elle est signée Gabrielle Brunete, juste de l'un des noms que l'auteur de la Pléiade n'avait point connu. S'il fallait voir une dame ou damoiselle dans Brunete, il faudrait convenir aussi qu'à un incontestable talent poétique, Gabrielle unissait une humeur quelque peu égrillarde, pour ne rien dire de plus. On pourra en juger par la première strophe de la Ballade, la moins compromettante pourtant :

Ce temps est fort plaisant pour Puceletes (1)
Quant sont grandetes amoureuses tendretes
Par amouretes font des tours mignonetz
Elles vous portent des fleurs tant ioliętes
Oueilletz, Rosetes, Aymemoys (2), Violetes.

(1) Jeunes filles.

(2) Violettes blanches.

Faisant minetes aux Amants godinetz (1)
Cez garsonnetz mistement testonnés (2)
Aguillonés sont tost par ces Nymphetes
Puis quant seuletes vont en ces Iardinetz
Au moys de May se font plusieurs chosetes.

La seconde signature est celle de madame de Bon-Vouloir (Marguerite de Bon Voloir), placée à la suite d'une Ballade, batelée, unisonante, intitulée DES AMOUREUX. Nogeroles lui fait dire :

Sens amoureux, l'on viuroit tristement
Tel argument, ie preuue clairement
Car maint torment aux humains trop inique
Mainct troublement, qui blesse durement
Mainct marriment, qui nourrist griefuement
Ioyeusement amoureulx pacifique
Mainct frenatique, triste malencholique
Et mainct Ethique, prend esiouyssement
D'ont iustement, ie dys quoyqu'on replique
D'amour pudique, vient mainct esbattement.

Après la dame de Bon-Vouloir, vient *Catherine Fontaine*. La pièce qui est accompagnée de ce nom est ainsi désignée : « Des Rithmeurs et Rithmes, Couplet. En syncopant ce dit » Couplet sera trouué diuers sens au premier. Et se peult lire » tant en montant que en descendant par les deux Sincopes. » Ce sont là des phrases torturées, jaillissant capricieusement de toutes parts, un de ces tours de force que l'école de Ronsard proscrivit avec raison, et que du Bellay appelait dédaigneusement des *friperies* littéraires (3).

La voici :

Qui Rithmes faict, Il est sot et mauldict
Grand loz acquert, Qui point ne sçait rithmer
Moult est parfait, Qui des rithmeurs mesdit
Qui tel art sert, Il est fort a blasmer
Plusieurs biens pert, Qui rithmes veult aimer
Qui point ne scait, Vertueux sera dict
Rithmeur expert, Trop est à deprimer
Grandement plaist, Qui de rithmeurs mesdict.

---

(1) Godin, mignon, joli.
(2) De *teste*, frisés avec art.
(3) *Illustration de la Langue françoise*.

Nous arrivons à une de nos connaissances, à *Françoise Marrie*, de la Pléiade. Sa devise : *Triste dit souvent hélas !* était bien en rapport avec son nom, et son nom avec le tour de son esprit, comme on le voit par le Rondeau suivant, où elle raconte son *marriment*, et qui a pour titre : « *La ieusne » Damoyselle se complaignant de ce que ses parens la veulent » marier à ung Vieillard.* »

Dorsenauant de rien plus ie n'ay cure
Fort de me metre dens quelque chambre obscure,
Et la pleurer tant que le cueur me fende :
Rien plus ne (1) voy de quoy ie me defende
Contre le mal si grief qu'on me procure.

Ce n'est point mal qui s'en aille en peu d'heure,
Car c'est malheur lequel tout iamais dure
Et par ainsi en pleurs fault que descende
Dosenauant.

Ha mez parens ay ie tort si murmure?
Pres d'un Vieillard voules vous que ie meure ?
A votre vueil (2) fault que je condescende :
En vous cuidant (3) qu'en gros honneur i'ascende :
Las comme morte me fauldra que demeure.
Dosenauant.

Claude Ligoune, la fossoyeuse (4), aurait composé une *Ballade de la Mort*, et un Triolet sur le même sujet dans le goût faux de l'époque. Je me contente de citer le *Triolet*.

Gens insensez qui bien peu nects naissez
Tost trespassés craignés de douleur l'heure
A votre alleure tous voz biens laidz laissez
Gens insensés, qui bien peu nectz naissez
Par durs excez, seres dez faicts sessez.
Or doncq pencez, d'Enfer a l'ardeur dure
Gens insensez, qui bien peu nectz naissez
Tost trespassez, craignez de douleur l'heure.

---

(1) *Ne* manque dans la pièce imprimée.

(2) Vœu.

(3) Persuadant.

(4) *Ligoune* vient du latin *Ligo*, instrument propre à creuser la terre ; c'est encore le *Lligò* des Catalans, ayant la même acception.

Mais voici venir Esclarmonde Espinete (1), celle dont on nous a révélé l'origine et aussi l'époque de sa mort, avec son épitaphe élogieuse, *gravée sur une pierre remarquable par la beauté des lettres initiales*, retirée de l'ancien cloître de Saint-Etienne. C'eût été une épine bien aiguisée, celle qui aurait si adroitement piqué les gens de tout métier de la ville de Toulouse, dans la *Kyrielle vnissonnante* qui suit :

Asteure les plaisans Bouchiers (2)
Qui point ne vendent leurs Boucz chiers (3)
Ains quasi donnent ilz les Chiers (4)
Faisant chose pour nous vtille
Sont fort loyaulx en ceste ville.

Item les ioliets Merciers
Tout courtoys et tant soulaciers
Qui pour vendre ne sont grossiers
Auec leur façon moult subtille
Sont fort loyaulx en ceste Ville.

Item les tresfins Gourratiers (5)
Qui point ne mentent volentiers
Ains a toutz Marchantz sont entiers (6)
Et iamais leur foy ne vacille
Sont fort loyaulx en ceste Ville.

Item du Guet rustres galiers (7)
Qui souvent monstrent a Escoliers
La semelle de leurs Soliers (8)
Ce que provient de cuer virille (9)
Sont fort loyals (*sic*) en c'este ville.

Item les tresblancs Charbonniers
En tainct semblable a Mosniers (10)

(1) *Espinette*, petite épine.
(2) Bouchers.
(3) Chers.
(4) Chairs.
(5) Courtiers.
(6) Francs, intègres.
(7) Vauriens.
(8) Souliers.
(9) Cœur viril.
(10) Meuniers.

Qui pour remplir Sacz et Paniers
De Charbon et terre font pille
Sont fort loyals (*sic*) en c'este Ville.

Item paisibles Saumatiers (1)
Et trespassiants Charretiers
Qui nomment Dieu par beaulx cartiers
Ensuyuent le saint Euangille
Sont fort loyals (*sic*) en ceste ville.

Notaires auec leurs papiers
Lesquelz quant dedens leurs clapiers
Tiennen ces gros riches tripiers
Les traictent de façon gentille
Sont fort loyals (*sic*) en ceste ville.

Item Reuendeurs, Poissonniers,
Mariniers, Pescheurs, Tauerniers,
Aux pouures gens tant aulmosniers,
Que d'eulx n'en prennent croix ne pille
Sont fort loyaulx en ceste ville.

Item Vsuriers, qui greniers
Ont plains, et demeurent derniers
Pour en avoir plus de Deniers :
En ce temps pour eux infertille,
Sont fort loyals (*sic*) en ceste ville.

Item les gentils Bolengiers (2)
Qui font leurs pains (3) petitz et legiers,
Affin ne nous facent dangiers (4)
Comme chose poisante (5) et utille
Sont fort loyals (*sic*) en ceste ville.

Item Cousturiers, Chaussetiers,
Barbiers, Orfeures, Pelletiers,
Et brief, de trestous (6) les mestiers,
Qui sont (ie croy) plus de cent mille :
Sont fort loyals (*sic*) en ceste ville.

---

(1) Aniers.

(2) Boulangers.

(3) *Leurs* est de trop.

(4) Ne nous soient dangereux.

(5) Incommode.

(6) Généralement tous.

C'est maintenant le tour de *Madeleine Princesse* avec sa *Ballade unisonante, batellée, couronnée par termes masculins et féminins ensemble;* dans laquelle on voit *Erudition se complaignant d'un arrogant calunniateur mesdisant appelé Rien ne sçait*. La devise : *Peu doibt plaire*, de la prétentieuse dame, ripostant à M. *Rien-ne-sait*, indique suffisamment que l'auteur lui-même comprenait tout ce qu'il y avait de peu gracieux dans ses couplets si péniblement agencés, et que les bons esprits commençaient à proscrire. Quel charme trouver, en effet, à de semblables vers :

Ie n'ay iamais mal aux amis mis mye,
Comme ennemye, que maint errant rend rente :
Ains plustost donne à gens rauiz vifz vye
Et maulgre enuie en contemplant plant plante.

A Madeleine Princesse succède *Marie de Haut-Prix*, (de Hault Pris), une autre grande dame qui ne dédaigne pas pourtant de composer en langage de Toulouse une Ballade intitulée *de la Royne*. Dans cette pièce de vers, toute dans le goût de la Renaissance, le Poëte, après s'être élevé au sommet de l'Olympe pour célébrer la Reine de France, descend des mythologiques hauteurs pour lancer des traits acérés aux femmes de toutes conditions :

Sus sus salhetz Nymphetas Oreadas
Choriandriadas, Nereydas, Dryadas,
Olympiadas, mignonetas Nayadas,
Tinden Albadas, per totas las Carrieras
No siatz darrieras las frisquetas hyadas
Amadriadas de branquetas lyadas
Sabias et fadas abillas mal couffadas
Fasetz cambadas et dansas fort gorrieras
Prenetz Banieras et metets vous prumieras
Sens fa manieras et cantatz a la dansa
Viue tostemps la Regina de Fransa.
O noblas Damas Presidentes presadas
Fort be paradas de vicis separadas,
Tant decouradas sus totas honoradas,
Et vous vantadas honestas Conselheras ·
Sus sus Graffieras tendretas delicadas,
Boucas dauradas gentilas arriscadas :

Sus Aduocadas lenguetas affiladas,
....
Apres Borgesas dignas d'estr embrassadas
Prest engrossadas, Marchandas empressadas....
....

Le Rondeau qui suit cette Ballade est écrit aussi dans le langage de Toulouse, conséquemment dans ce roman abâtardi qui ouvre déjà la marche aux patois actuels. Cette petite composition, l'une des plus remarquables du recueil de Nogeroles, est pleine de fines et de malicieuses intentions. A chaque mot on voit percer le besoin du dénigrement; aussi est-il signé, *Raymonde de l'envie* (*Mondina* (1) *de Lenuege*); et certes la signature ne pouvait être mieux trouvée. Le sentiment qui aurait dicté ces vers est celui de la jalousie qu'inspirerait à une femme la vue d'une autre femme indigente, faisant néanmoins parade de belles toilettes:

DE LA BRAGARDA (2) INDIGENTE.

RONDEAU.

Sec, qu'in braga nostra vesina,
An L'aupalandre D'hostadina,
Et la Sinta de duas coulous,
Le Gardecol de fin Velours (*sic*)
Que ly curbis touta L'esquina.
Les margots a de seda fina,
Et la Gounella (3) Dieu sap qu'inha,
Dos pams plus longua qu'elz Talous
Sec.
Mais quant am haquesta famina,
N'auem Aur, Blat, Pa ny Farina :
Aqui que be son las doulous,
Trop montam de dos Escalous :
Que faria may vna Regina
Sec.

(1) V. ma dissertation sur le mot *Mondi*. Mém. de l'Ac. des Sc. de Toulouse (1850), série 3, t. VI, p. 104.

(2) De *Braga*, qui signifiait *Piafer, faire le beau, la belle.*

(3) *Gonelle*, robe, par-dessus.

Nous en venons enfin à Jeanne Perle, dont l'épitaphe aurait été retrouvée, comme on le sait, *écrite sur une feuille de vélin*, dans l'une des chapelles de l'église des Cordeliers. Le livre de Nogeroles ne contient point la pièce de vers que le dernier historien de Toulouse a fait réciter à cette prétendue dame devant François Ier; mais on y trouve deux rondeaux bien tournés à l'adresse des *Muguets* du temps. C'est avec le plus profond dédain, sentiment bien permis à la Perle des Toulousaines, que ces fades galants sont dépeints. Certes, il faut convenir que celle qui aurait été choisie parmi les sept dames de la pléiade pour haranguer le Roi, avait le verbe haut et le ton quelque peu leste.

DES MUGUETS.

RONDEAU.

Fy, fi, al Diable, on les deuria enasta (1).
Aquelz Muguetz, que no fan que quista,
Fasen vffici de segui les Banquetz,
A toutas femnas seruicen de Naquetz (2)
Et peys se pensen qu'on le lour deu presta.

Dins les Hostals sen intran sens tusta :
Peys tricotejan (3), Dieu sap qu'in lour esta,
Toutes cargadis de sentours et Bouquetz.
Fy, fy, al Diable.

Petit proffita de les admonesta,
Car per aquo, nou voulen pont resta,
Et si se brullan coma al foc les Luquetz (4),
On les appella les iolys Perruquetz (5),
Amourosetz, les sequerre festa.
Fy, fy al Diable.

---

(1) Embrocher.

(2) Laquais.

(3) Faisant jouer un bâton.

(4) Allumettes.

(5) En vieux français *Perruquien*, *Perruquin*, jeune homme qui suivait les modes.

DE QUELQUE SOT MUGUET.

RONDEAU.

El n'y a per rire, quant sen anec passa
(Fasen semblant de s'en ana cassa)
Dauant l'Hostal, ont se fasia la festa
Et peys tout siau, an abayssan la testa
Intrec dedins, per affi de dansa.

Quant foc dedins, be vous podetz pensa
Que per dansa leu sen anec descaussa,
Et sçauetz cossi tenia friandra gesta?
El n'y a per rire.

Vn pauc dancec, auant que se a lassa
Peyssos apres, s'en anec adressa
Vers vna Dama, qu'on tenia fort honesta
Fort muguetec, mais si sçauiatz la resta
Coussi parlec, la se pensant truffa.
El n'y a per rire.

Nogeroles, continuant sa fiction si transparente, fait composer une *Ballade faicte par une Femme fort ancienne : Del monde gustat et de las Femnas palhardas;* et il donne à cette vieille hargneuse les noms de *dona Prouzina Belyuengua*, qui présentent une intention évidemment obscène. Cette satire, dont le titre indique suffisamment le sujet graveleux, et que, à cause de cela, je m'abstiens de citer, est suivie de deux triolets dans le même goût, mais fort tempéré. Voici le dernier :

AUTRE TRIOLET.

Fi fi al gibet de Palhardas
On las deuria totas nega,
Trop de part Diables son galhardas
Fi fi al gibet de palhardas,
Talla n'a pas valen douas Sardas
Que mais que trenta vol braga
Fi fi al gibet de palhardas
On les deuria toutas nega.

L'attaque de dame *Beau-lui-vienne* ne reste pas sans réponse, comme on le pense bien : c'est *Antoinette I*, une petite effrontée, ayant pour devise : *A dire non hay honte*, qui se charge de ce soin dans une Ballade où les traits de grosse satire ne sont pas épargnés ; je me contente de citer la première strophe pour donner une idée de cette composition :

Et de que se va ella empacha
L'horra Vielha sempiternosa
Ara quant nou pot plus faucha
Ela vol fa l'estoufinhosa,
L'on la entend be la laganhosa
Quant plus no troba ont estreffa (1)
Per despieyt la vieha ronhosa
Reproba so que no pot fa.

Andieta Péchayre (2), la Pauvrette, comme l'on dirait aujourd'hui, aurait composé, sur la peste et la famine, un rondeau en *gavach*, c'est-à-dire dans l'idiome du Rouergue, regardé à Toulouse comme un langage bas et inférieur.

Guillaumetie Finoy (3) aurait aussi, dans une Ballade, tracé le tableau de l'une de ces famines suivies de peste, qui furent presque continuelles à Toulouse dans la première moitié du XVI[e] siècle. Celle-ci est écrite dans le roman dégénéré de Toulouse, et le fléau est considéré par le poëte comme une punition divine.

Bernarde du Pin (*Bernarde deu Pin* et non *Deupi* ou *Daupi*), autre dame de la Pléiade, venue de la Gascogne à Toulouse, et que notre auteur a fait naître dans cette ville, signe un rondeau dans l'idiome aquitain, où elle exprime, un peu crûment, ses impressions de voyage ; elle dit des écoliers de l'Université de cette ville :

---

(1) Voir les *Joyeuses recherches de la langue Tolosaine*, au mot ESTRE (éd. de 1578).

(2) Le mot *Pechaire* signifie *pêcheur*, mais on l'emploie au figuré pour lui faire exprimer *pauvre*, *pauvrette*. On sait quel abus les Languedociens et les Provençaux font de cette locution.

(3) Le nom *de Finoy* (*fine*, bien avisée), était fréquemment employé à Toulouse au XVI[e] siècle ; *Las ordenansas del libre blanc* nous font connaître *la Finoy de Cocut-mont*, et *la Finoy d'Aissus*. On disait aussi à cette époque *Margoy* pour *Margot*.

Et quanta gent be om, et gouere gouere,
Tant d'Escoulez iou, que ne ouist enquoere
D'ab talas pelhas, ny tant plan abilhatz.
Fort son berotz, plan escarrabilhatz,
Sen fousse bet, ma fhe iou beous baysere.
Goardatz bous ara.

La dernière pièce du Recueil est une « *Epistre en lengaige* » *Tolosain faicte et composée par les Dames de Tolose, res-* » *poncine à celle que les Dames de Paris leur auoyent en-* » *uoyée* (1), » soi-disant à propos des fêtes du couronnement de la reine. Or, disent les Dames de Toulouse, quoique la peste règne dans leur ville, les femmes s'occupent à lire, à couturer et à composer des rondeaux et des ballades :

Car be sçabetz que dins Tolosa es coma
Le temps passat, et solia estre (2) dins Roma.
La ont las femnas per gran forsa d'vsance
Ellas sçauian del lati l'alegance.
Ny plus ny mens, es assy de la Rithme,
Car tout le monde, a rimassa s'exprime :
Ayssi l'on vech que le petit maynatge,
Quant son nascutz, et comencen lor aage
Ben souuen rumen, quant son dauant les focz.
. . . .
Per mettre fin à las nostras facetias,
No vous desplassia, ny no trouuetz saluatge
Quant rescriben en nostre bel lengatge :
Et si vousautras no trobatz bon lo nostre
Ta pauc nousautras, no troban gost al vostre.
Car en parlan, semble que machetz Fresas
Ara a Dieus siatz donq, las donas Francesas,
Plus n'auem lese (3) ayssi de sermona,
Car vespras tocan (4), et nous y cal ana.

Le livre finit par ces mots :

Par le commandement de mesdites Dames,
NAUDETA (5) PETITA.

---

(1) L'épître des dames de Paris, à laquelle il est ici fait allusion, doit être un autre badinage qui n'a pas été retrouvé.

(2) Il était d'usage.

(3) Loisir.

(4) Sonnent.

(5) *Las ordenansas del libre blanc* ont aussi leur *Naudeta la Prosenna*.

Quel dommage que l'auteur de la Pléiade n'ait point connu cette petite Arnaudette, à laquelle il n'eût point manqué d'attribuer, dans l'Académie qu'il mettait au jour, le rôle de *secrétaire* qui lui revenait de droit. Mais il n'avait pas à sa disposition le livre de Nogeroles, qu'il croyait sérieux, et nous avons démontré qu'il ne l'est point. Il le jugea tel, néanmoins, en se trompant, ainsi que s'étaient déjà trompés plusieurs écrivains qui n'avaient pu consulter le Recueil dont nous avons fait usage ; et, comme du Verdier de Vauprivas, dans sa *Bibliothèque françoise*, avait fait suivre le titre qu'il rapportait de la *Requeste* (1) des lignes suivantes : « *Et sont les Dames » qui ont fait icelles compositions nommées Catherine Fon- » taine, Francoise Marrie, Claude Ligoune, Esclarmonde » Spinete, Andieta Peschaira, Bernarde Deupi, Iohane Perle » et autres.* » Ignorant que c'étaient là sept noms imaginaires, l'historien dont nous combattons le système, négligeant de tenir compte des mots *et autres*, établit le fondement de sa Pléiade sur le chiffre de *sept* dû au hasard, et qui avait servi à du Verdier à abréger la liste des *seize* prétendues Dames dont on trouvait les soi-disant signatures dans l'ouvrage dont il signalait l'existence.

Voilà donc comment, à l'occasion d'un badinage (je devrais peut-être dire une débauche d'esprit) écrit avec tant d'autres au XVIe siècle (2), et dont il ne connaissait que le titre et

---

(1) *La Requeste faicte et baillée par les Dames de Tholose : aux maistres et mainteneurs de la gaye science de Rhetorique, au moys de May, qu'ils adiugent les fleurs d'or et d'argent, au mieux disans. Auec plusieurs sortes de rithmes en diuers langages et sur diuers propos composees par lesdites Dames.* (Imp. à Thoulouse 4° sans datte)

(2) Dans le cours du XVIe siècle, il fut publié, à Toulouse, bon nombre de petits ouvrages, facétieuses conceptions, pleins d'intérêt même lorsqu'ils s'offrent sous l'apparence de simples badinages. Nous avons *Las Ordenansas et coustumas del libre blanc, obseruadas de tota ancianetat compausadas per las sabias Femnas de Tolosa*, etc., 1555.

Las Nonpareillas receptas per fa las femnas tindentas, rizentas, plasentas, polidas et bellas, etc., 1555.

Les Joyeuses recherches de la langue Tolosaine, par Triors, 1578.

Du Verdier cite *La Requeste des maris ombrageux, courtbatus, boucqui-*

quelques vers, un savant, doué d'une surabondante imagination, a arrangé un roman historique, qui, timidement présenté d'abord (1), a été exposé ensuite avec une assurance qui a trompé jusques à des hommes habitués aux travaux d'érudition (2). Il a fallu moins de vingt ans pour qu'une telle fable fût accréditée, si bien que si le livre de Nogeroles, dont on ne connaît, comme nous l'avons dit, qu'un seul exemplaire,

---

neux, farouches, trop tristes, pensifs et désolés. Item, plusieurs sortes de ballades en divers langages, chant royal et autres différentes rimes, dirigées aux Messieurs et Mainteneurs de la Gaie Science de Thoulouse, au mois de mai, auquel par lesdits sieurs, s'adjugent les fleurs d'or et d'argent aux mieux disant; imprimée à Toulouse, par Gaston Recoleyne (1533).

Le blason de la Bourre de las Caussas, imprimat à Toulouso (1565).

(1) On a vu combien le langage de notre auteur était affirmatif dans les passages cités à l'endroit de la Pléiade Toulousaine et de la fête donnée chez de Bernuy. Voici ce que le même écrivait quelques années auparavant, préludant, en quelque sorte, à l'histoire romanesque des sept Dames auteurs de Toulouse. Il raconte le séjour du roi François 1er, dans cette ville : « Marot suivait la Cour, et ce Poëte, intime ami du célèbre Professeur » Jehan de Boyssoné, l'un des Mainteneurs, *dut parler* au Roi des solennités littéraires instituées par les Troubadours. *Une fête poétique fut peut-» être même célébrée alors devant François* Ier, qui d'ailleurs, à son entrée, » avait été harangué en vers français par la belle Paule de Viguier. Quelques chants royaux, publiés en 1533, *semblent indiquer qu'ils furent » composés pour cette fête.* » (M. du Mège, *Mémoire contenant des recherches sur les Poëtes qui obtinrent des prix aux Jeux Floraux pendant le* XVIe *siècle*; Hist. et Mém. de l'Acad. roy. des Sc., Inscript. et Belles-Lettres de Toulouse (1830), t. II, 2e part., p. 267.)

Je ferai remarquer, en passant, qu'au lieu de suivre la Cour de François Ier, Marot expatrié avait été obligé de se réfugier auprès du duc de Ferrare. Il ne rentra en France qu'en 1536. — Il n'a jamais été non plus démontré que J. de Boyssoné ait été Mainteneur du Collége du Gai Savoir.

(2) L'un de ces érudits, M. le Professeur Benech, Membre de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles Lettres de Toulouse, Mainteneur des Jeux Floraux, etc., a écrit les lignes suivantes, dans l'éloge de Clémence Isaure, qu'il prononça le 3 mai 1851.... « La plus délicieuse des » chansons dictées au concours que Clémence Isaure a rétabli, sera l'œuvre » d'une femme (Mme de Villeneuve). Ce succès excitera d'honorables rivalités, et on verra les dames de Toulouse, pour devenir plus dignes de » conquérir les Fleurs nouvelles, former entre elles ces Sociétés littéraires » dotées du nom de *Pléiades toulousaines*. dont François Ier accueillit, à » Toulouse même, les louanges et les vers avec une faveur vraiment » royale. » (*Recueil de l'Acad. des Jeux Floraux*, 1851, p. 166.)

se fût perdu, cette invention passait désormais à l'état de vérité.

Que l'on se représente maintenant un corps littéraire qui croirait tirer son origine et sa dotation de la Pléiade toulousaine, qui en perpétuerait le souvenir dans de bruyantes solennités publiques, où l'éloge des sept fondatrices serait tous les ans prononcé devant leur image supposée (1), qui croirait son honneur intéressé à défendre une telle institution ; et que l'on me dise ce que pourrait la faible autorité de quelques hommes consciencieux contre une telle erreur ? Le corps académique passerait outre, pour ne pas avoir à se déjuger, non pas probablement sans avoir essayé de répondre, et le public viendrait protester contre les dissertations probantes, en accourant, comme par le passé, aux fêtes auxquelles il serait convié. C'est ainsi que se sont maintenues d'âge en âge des croyances qui n'ont pas plus de fondement que l'imaginaire pléiade des sept Dames de Toulouse (2), inventée de nos jours et à laquelle il n'aura manqué, pour la rendre respectable, que la consécration du temps !

---

(1) Lorsqu'on restaura, il y a peu d'années, le petit cloître du Musée de Toulouse, il fut sérieusement question de placer dans les niches que l'on y remarque, les statues des dames de la Pléiade.

(2) V. notre dissertation : *De Dame Clémence Isaure substituée à Notre-Dame la Vierge Marie comme patronne des Jeux littéraires de Toulouse.* Mém. de l'Acad. nat. des Sc., Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse, année 1852, série 4, tom. 2, p. 191.

OBSERVATIONS SUR LA GRÊLE;

Par M. LAROQUE.

Les orages de grêle furent très-fréquents, pendant l'été de l'année 1852, dans le midi de la France, et détruisirent les récoltes de plusieurs contrées. Quelques-uns de ces orages éclatèrent sur Toulouse; et c'est alors qu'il me fut permis de faire quelques observations qui m'ont paru dignes d'être recueillies dans l'intérêt de la météorologie.

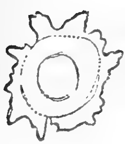
Je ferai remarquer tout d'abord que la plupart des faits que j'ai observés sont venus confirmer ceux que M. Boisgiraud a si bien décrits dans une note insérée dans le tome soixante-deuxième des Annales de Chimie et de Physique. Parmi ces faits il en est un sur lequel ce savant professeur n'a pas assez insisté, et sur lequel il est utile, à mon avis, de fixer de nouveau l'attention des météorologistes. Il est relatif à la dureté des grêlons à noyau neigeux, recouvert de couches alternativement diaphanes et opaques.

D'après M. Boisgiraud, cette dureté ne serait pas très-grande. De mon côté, j'ai reconnu que des grêlons possédant plus d'un centimètre de diamètre, de même structure, se laissaient couper avec un couteau, à la manière d'une boule de cire à la température ordinaire, sans se diviser en éclats. Une dureté aussi faible est inconciliable avec l'existence dans les grêlons des couches de glace diaphane, car cette espèce de glace est dure et cassante. On doit donc admettre que les circonstances particulières dans lesquelles se forment les grêlons à couches alternativement diaphanes et opaques exercent une influence sur la constitution moléculaire de la glace des couches diaphanes et modifient notablement sa cohésion.

Il est très-avantageux, sans doute, pour la science que des observations nouvelles viennent confirmer celles dont déjà elle a été dotée. Mais tel n'est pas le but unique de ma note, car j'ai à signaler des faits que la météorologie n'a pas encore enregistrés, au moins à ma connaissance.

Pendant la matinée du 8 août 1852, le ciel fut nuageux. On observa des cumulus entraînés par un vent du nord-ouest. Dans les couches inférieures à celles où s'amoncelaient ces cumulus, on vit se développer des nimbus entraînés par des coups de vents, soufflant par raffales. A onze heures trois quarts, un nimbus très-obscur, couvrant toute la ville, laissa tomber une averse de pluie, suivie d'une forte averse de grêle accompagnée de pluie, et à laquelle succéda une pluie fine et de très-courte durée. A midi le ciel était découvert. Le passage du nimbus sur la ville ne dura tout au plus qu'un quart d'heure. Pendant ce temps on entendit plusieurs coups de tonnerre très-ronflants, et immédiatement après chaque coup l'averse devint plus abondante, puis elle s'affaiblit. Le bruit précurseur de la grêle ne se fit pas entendre. Fut-il absorbé par le bruit de la ville? C'est ce que je n'oserais affirmer. Les grêlons tombèrent dans une direction inclinée qui indiqua qu'ils étaient entraînés par un vent violent du sud-est. Telles furent les circonstances où se produisit la chute des grêlons dont j'ai à faire connaître et la forme et la structure.

Tous ces grêlons avaient sensiblement la même forme, mais avec des dimensions différentes, variant peu de l'un à l'autre. Cette forme était celle d'un disque de 10 à 15 millimètres de diamètre, à faces très-lisses et à peine bombées. Le pourtour était arrondi. Toutefois j'observai sur le pourtour de la plupart des disques des lames de glace transparente, très-minces, découpées très-irrégulièrement sur les bords. Au reste, la figure ci-jointe complétera l'idée que l'on doit se faire de la forme de ces grêlons. Cette figure représente un grêlon de grandeur naturelle. Je l'ai faite immédiatement après que le grêlon a été recueilli. Sur cette figure le cercle central indique une grosse bulle d'air qui existait au centre du grêlon.



Les grêlons recueillis (leur nombre dépassant une centaine) avaient une limpidité parfaite, comparable à celle de la glace que l'on obtient par la congélation de l'eau distillée. Ils étaient cassants et se brisaient en éclats quand j'essayais de les couper avec un instrument tranchant. Tous contenaient des bulles d'air ; dans les uns, ces bulles, tantôt sphériques, tantôt oblongues, étaient disséminées irrégulièrement ; dans les autres, il existait seulement une grosse bulle centrale. Je me suis assuré qu'en réalité ces cavités, creusées dans l'épaisseur des grêlons, étaient remplies d'air. J'ai lavé à grande eau plusieurs d'entre eux, et j'en ai rempli une éprouvette renversée sur l'eau et préalablement pleine de ce liquide. Après la fusion complète de tous les grêlons, l'éprouvette contenait près d'un centimètre cube d'air. Il eût été d'un grand intérêt de pouvoir déterminer la composition chimique de cet air.

Telles sont la forme et la constitution particulières des grêlons que j'ai observés. Elles ont échappé jusqu'à présent à l'attention des météorologistes, car elles n'ont été mentionnées nulle part que je sache.

M. Arago, dans une notice sur la grêle, insérée dans l'Annuaire du Bureau de longitudes pour l'an 1828, dit bien que la grêle affecte des formes assez variées ; mais il n'en signale aucune en particulier. Il distingue trois sortes de grêle : la grêle à noyau neigeux, le grésil, et enfin celle qui n'offre aucune trace de flocon neigeux central, dont les grains sont toujours assez petits comme ceux du grésil, mais qui en diffèrent par la diaphanéité. Cette grêle serait produite par des gouttes de pluie qui, tombant d'un nuage, se gèleraient en traversant un nuage plus bas et néanmoins sensiblement plus froid. Cette grêle n'a de commun que la diaphanéité avec celle que j'ai observée, et celle-ci n'a pas pu se former dans les circonstances citées dans la notice, puisqu'elle était accompagnée de gouttes de pluie.

Tous les grêlons qu'a observés M. Boisgiraud avaient un noyau neigeux. Ces grêlons étaient généralement arrondis. Cependant il en a remarqué quelques-uns qui étaient aplatis, Il a remarqué encore que les couches neigeuses du noyau renfermaient des bulles d'air visibles à l'œil nu, plus ou moins volumineuses. Mais ce fait est moins anomal que celui de la présence de grosses bulles d'air dans une masse compacte, au centre de grêlons partout diaphanes.

On trouve dans l'article intitulé : *Forme de grêlons*, du Cours de météorologie de L.-E. Kaemtz, traduit et annoté par Ch. Martins, les deux passages suivants :

« Aucun observateur n'a vu des grêlons formés de glace » transparente ; tous parlent d'un noyau neigeux. »

« Les grêlons formés de glace transparente sont des gouttes » de pluie qui tombent des nuages amenés par les vents du sud » et qui gèlent en traversant les couches refroidies de l'air » qui avoisinent le sol. »

Ce mode de formation ne peut pas être appliqué aux grêlons que j'ai observés, puisqu'ils tombaient accompagnés de grosses gouttes de pluie.

Ainsi, jusqu'à présent, aucun météorologiste n'a signalé d'une manière spéciale une forme et une constitution physique des grêlons analogues à celles que j'ai vues. On a bien constaté la présence de bulles d'air, mais dans des conditions qui n'ont rien d'anomal. Les faits que j'ai recueillis ont donc un intérêt particulier, et c'est là le motif qui m'a engagé à les communiquer à l'Académie. La classe sait que le phénomène de la grêle est en même temps l'un des plus embarrassants et des plus obscurs pour les météorologistes. C'est donc hâter le moment où il cessera de l'être, que d'ajouter de nouveaux faits à ceux déjà recueillis dans les archives de la science, car c'est seulement alors que le phénomène de la grêle sera connu sous toutes ses phases que se dissiperont les ténèbres qui l'obscurcissent encore.

MÉMOIRE

SUR LE BOLIDE DU 5 JUIN 1850;

Par M. PETIT.

Ce corps fut aperçu, vers neuf heures un quart du soir, dans plusieurs villes du nord de la France, à Paris, à Rouen, à Caen, à Montfort, à Provins, à Meaux, au Havre, etc. Mais les seules observations qu'il m'ait été possible de me procurer sont celles de Rouen, de Caen et de Montfort.

A Caen, la trajectoire apparente fut relevée avec soin par M. Isidore Pierre, professeur à la Faculté des Sciences; M. Guiet, juge de paix à Montfort (Sarthe), et M. Charles Furet, architecte-ingénieur à Rouen, voulurent bien m'adresser également les résultats de leurs observations et me fournir par là des moyens de contrôle ou de correction qui manquent, malheureusement trop souvent, dans les recherches sur les bolides. On conçoit aisément, en effet, que lorsque la trajectoire doit satisfaire aux observations de trois stations différentes, les erreurs de ces observations peuvent être déterminées avec un assez haut degré de probabilité; que par conséquent aussi les diverses particularités de la trajectoire peuvent être regardées elles-mêmes comme assez exactes.

Je n'entrerai pas cependant ici dans les détails de la longue et très-pénible discussion qui a dû précéder mes recherches, et qui a eu pour but d'en fixer les diverses données. Je me bornerai à dire que les erreurs des observations se sont trouvées comprises entre des limites très-acceptables dans une question où l'observateur, toujours pris à l'improviste, ne peut ordinairement disposer que de quelques secondes; et je rapporterai tout simplement, pour faciliter, le cas échéant, la vérification de mon travail, les données sur lesquelles je l'ai établi.

Observation de Rouen, par M. Charles Furet.

Position géographique de l'observateur........	Latitude boréale.....	L = 49°. 26'. 30"
	Longitude occidentale	l = — 1°. 14'. 30" *ouest.*
Point du ciel corresp^t au comm^t de l'observation...	Ascension droite.....	= 234°. 47'. 22"
	Distance polaire Nord.	= 81°. 31'. 5"
Point du ciel corresp^t à la fin de l'observation...	Ascension droite.....	= 275°. 55'. 17"
	Distance polaire Nord.	= 4°. 4'. 39"

Heure de l'apparition.. Le 5 juin 1850, à 9 h. 1/4 du soir (temps moyen de Rouen).

Bolide gros comme un œuf de dindon, duquel sortit bientôt un autre bolide beaucoup plus gros, qui pouvait avoir en apparence dix-huit à vingt centimètres de diamètre, et qui laissait échapper de nombreuses étincelles. On ne peut pas en conclure la valeur angulaire du diamètre apparent. Je n'ai pas cru néanmoins devoir, d'après les indications précédentes, supposer ce diamètre inférieur à quinze minutes.

Observation de Montfort, par M. Guiet.

Position géographique de l'observateur........	L = 48°. 3'. 00"	
	l = — 1°. 46'. 00" *ouest.*	
Point du ciel corresp^t au comm^t de l'observation...	Ascension droite.....	= 264°. 57'. 2"
	Distance polaire Nord.	= 87°. 2'. 4"
Point du ciel corresp^t à la fin de l'observation...	Ascension droite.....	= 323°. 12'. 37"
	Distance polaire Nord.	= 38°. 3'. 20"

Durée de l'observation. De 4 à 6 secondes. — Moyenne = 5^s.

La partie antérieure du bolide jeta huit ou dix globules bien alignés, et gros comme le quart de la lune. J'ai dû supposer, d'après cela, leurs diamètres angulaires apparents égaux à huit minutes au moins.

Observation de Caen, par M. Isidore Pierre.

Position géographique de l'observateur........	L = 49°. 11'. 10"	
	l = — 2°. 41'. 30" *ouest.*	
Point du ciel corresp^t au comm^t de l'observation...	Ascension droite.....	= 279°. 5'. 52"
	Distance polaire Nord.	= 80°. 38'. 26"
Point du ciel corresp^t à la fin de l'observation ..	Ascension droite.....	= 312°. 44'. 30"
	Distance polaire Nord.	= 51°. 36'. 50"

Durée de l'observation. De 4 à 5 secondes. — Moyenne = 4^s,5.

Voici maintenant les principaux résultats que j'ai déduits des données précédentes.

		kilom.
Distance minima du bolide à la terre	par la trajectoire rectiligne	50, 194
	par la distance périgée dans l'orbite	48, 447
Position du point de la terre au-dessus duquel passait alors le bolide.	Latitude boréale. L =	51°. 24'. 30"
	Longit. occident. l =	— 1. 53. 39

Distance du bolide à la terre quand il fut aperçu de Rouen par M. Furet		kilom. 56, 224
Distance du bolide à Rouen, dans le même moment		79, 080
Position du point de la terre au-dessus duquel passait alors le bolide	L =	49°. 1'. 0"
	l =	— 0. 50. 27
Distance du bolide à la terre quand M. Furet cessa de le voir		kilom. 52, 856
Distance du bolide à Rouen, dans le même moment		67, 704
Position du point de la terre au-dessus duquel passait alors le bolide	L =	49°. 49'. 10"
	l =	— 1. 10. 56
Diamètre réel du bolide dans l'hypothèse d'un diamètre angulaire de 15' au moment	de l'apparition à Rouen	mètres. 345,06
	de la disparition	296,10
	Moyenne =	320,58

Distance du bolide à la terre quand il fut aperçu de Montfort par M. Guiet		kilom. 66, 310
Distance du bolide à Montfort, dans le même moment		146, 922
Position du point de la terre au-dessus duquel passait alors le bolide	L =	47°. 29'. 50"
	l =	— 0. 13. 27
Distance du bolide à la terre quand M. Guiet cessa de le voir		kilom. 57, 163
Distance du bolide à Montfort, dans le même moment		128, 215
Position du point de la terre au-dessus duquel passait alors le bolide	L =	48°. 50'. 10"
	l =	— 0. 45. 56
Diamètre réel du bolide dans l'hypothèse d'un diamètre angulaire de 8' au moment	de l'apparition à Montfort	mètres. 341,90
	de la disparition	298,37
	Moyenne =	320,14
Vitesse apparente dans l'hypothèse d'une durée de l'observation égale à 5 secondes, moyenne des deux nombres 4^s, et 6^s assignées comme limites par M. Guiet		kilom. 31, 16678
Vitesse apparente dans l'hypothèse d'une durée égale à $5^s,992407$ l'une, très-sensiblement, des limites précédentes		= 26, 00523

Distance du bolide à la terre quand il fut aperçu de Caen par M. Isidore Pierre	kilom. 56, 636
Distance du bolide à Caen, dans le même moment	143, 071
Position du point de la terre au-dessus duquel passait alors le bolide	$L = 48^\circ.\ 56'.\ 10''$ $l = -\ 0^\circ.\ 48'.\ 25$
Distance du bolide à la terre quand M. Isidore Pierre cessa de le voir	kilom. 52, 813
Distance du bolide à Montfort, dans le même moment	140, 584
Position du point de la terre au-dessus duquel passait alors le bolide	$L = 49^\circ.\ 50'.\ 00''$ $l = -\ 1.\ 11.\ 16''$
Vitesse apparente dans l'hypothèse d'une durée de l'observation égale à $4^s,5$ moyenne des deux nombres 4^s et 5^s assignés comme limites par M. Isidore Pierre	kilom. = 23, 14502
Vitesse apparente dans l'hypothèse d'une durée égale à $4^s,005064$ l'une, très-sensiblement, des limites précédentes	= 26, 00523

En adoptant, pour la vitesse apparente, ce dernier nombre, qui a l'avantage de faire rigoureusement concorder les observations sans différer sensiblement de la vitesse moyenne $27^{\text{kil.}},1559$ résultant des valeurs $23^{\text{kil.}},14502$ et $31^{\text{kil.}},16678$, on obtient :

	kilom.
Vitesse relative au centre de la terre	25, 92617
Vitesse absolue dans l'espace au moment de l'apparition	43, 94686

On voit, d'après cela, que les points de la trajectoire du bolide, où ce corps a pu être aperçu, se trouvent situés dans des couches atmosphériques dont la densité est déjà assez sensible. L'inflammation n'aurait pas eu lieu plus haut cette fois, sans doute parce que la vitesse du bolide était peu considérable. Le diamètre de ce corps devait être très-gros, puisque les mesures précédentes assigneraient des diamètres d'environ 300 mètres à chacun des huit ou dix globules qui s'en détachèrent. La forme des globules, et diverses autres particularités, permettraient de penser que le bolide était en partie gazeux ; qu'il s'est même éteint et enflammé plusieurs fois en traversant l'atmosphère.

Quant à la marche réelle du météore, j'ai obtenu des orbites hyperboliques, soit autour de la terre, soit autour du soleil, à l'instant de l'apparition. Mais en remontant au moment où l'action de la terre a commencé à se faire sentir, et en suivant le bolide jusqu'à l'époque où cette action est devenue insensible après l'apparition, j'ai trouvé qu'il se mouvait primitivement dans une ellipse autour du soleil, tandis que l'orbite définitive dans laquelle il a dû continuer à se mouvoir après avoir échappé à l'influence de notre planète, était restée hyperbolique.

Voici, du reste, les principaux éléments que j'ai obtenus pour ces diverses orbites :

Orbite primitive.

Excentricité......................	$e =$	0,8979182	
Distance périhélie.................	$\varpi =$	0,7676497	la distance moy. de la terre au soleil étant l'unité.
Demi grand axe....................	$a =$	7,5199450	
Asc. droite du nœud asc^{t} sur l'équat^{r}..	Æ ☊ $=$	322°. 13'. 12"	
Inclinaison sur l'équateur..........	$I =$	24°. 2'. 30"	

Passage au périhélie le 12 juillet à 7 h. 6^{m} 3^{s} du soir. (t. moy. de Paris).

Ascension droite du périhélie......	Æ$_{\varpi} =$	321°. 54'. 52"
Sens du mouvem^{t} en ascension droite.		*direct.*

Orbite au moment de l'apparition.

Excentricité......................	$e =$	1,0879210	
Distance périhélie.................	$\varpi =$	0,7587455	la distance moyenne de la terre au soleil étant l'unité.
Demi grand axe....................	$a =$	8,6298560	
Asc. droite du nœud asc^{t} sur l'équat^{r}..	Æ ☊ $=$	337°. 27'. 2"	
Inclinaison sur l'équateur..........	$I =$	23°. 23'. 50"	

Passage au périhélie le 9 juillet à 11 h. 0^{m} 24^{s} du mat. (t. moy. de Paris).

Ascension droite du périhélie......	Æ$_{\varpi} =$	322°. 27'. 22"
Sens du mouvem^{t} en ascension droite.		*direct.*

Orbite finale.

Excentricité......................	$e =$	1,0225407	
Distance périhélie.................	$\varpi =$	0,7854827	la distance moy de la terre au soleil étant l'unité.
Demi grand axe....................	$a =$	− 34,8473000	
Asc. droite du nœud asc^{t} sur l'équat^{r}.	Æ ☊ $=$	338°. 20'. 00	
Inclinaison sur l'équateur..........	$I =$	22°. 39'. 25"	

Passage au périhélie le 12 juillet à 2 h. 55^{m} 25^{s} du mat. (t. moy. de Paris).

Ascension droite du périhélie......	Æ$_{\varpi} =$	334°. 16'. 43
Sens du mouvem^{t} en ascension droite.		*direct.*

Je n'insisterai pas longuement sur d'aussi curieux résultats. Malgré la concordance des trois observations, et le degré de probabilité qui en est la conséquence, je m'empresse de reconnaître qu'on ne saurait apporter trop de réserve dans les conclusions relatives à des recherches si délicates, et où les causes d'erreur sont d'ailleurs malheureusement trop nombreuses. Cependant, s'il était permis de généraliser les résultats fournis par le bolide dont je m'occupe, et ceux que j'ai déduits de quelques autres bolides, on pourrait conclure que le passage des astéroïdes dans le voisinage de la terre tend à augmenter graduellement les excentricités ou les dimensions de leurs orbites ; de telle sorte que si leur assemblage forme, comme tout autorise à le supposer, plusieurs anneaux météoriques autour du soleil, ceux de ces anneaux qui ont quelques-uns de leurs points près de l'orbite de la terre, devraient, à la longue, finir par se disperser et par disparaître entièrement dans l'espace. Dès lors aussi leur influence, aujourd'hui incontestable sur les températures terrestres et sur certains phénomènes météorologiques, devrait aller en se modifiant graduellement, et donner naissance, dans de très-longs intervalles de temps, comme par exemple le mouvement de l'apogée solaire, à des changements qu'il serait, ce me semble, d'un haut intérêt de pouvoir étudier et prédire à coup sûr.

L'étude des bolides est trop peu avancée pour qu'on puisse espérer, de bien longtemps encore sans doute, d'atteindre de pareils résultats. Je me suis laissé aller cependant à l'occasion de les signaler ici, parce qu'ils me paraissent de nature, comme beaucoup d'autres au reste, à justifier le vif intérêt qui s'attache pour moi à ce genre de recherches, en permettant d'entrevoir que des efforts aujourd'hui presque stériles pourraient bien, tôt ou tard, finir par être fécondés.

ÉTUDES PALÉONTOLOGIQUES

TENDANT

A RAMENER AU TYPE PENTADACTYLE LES EXTRÉMITÉS DES MAMMIFÈRES FOSSILES ;

Par les Professeurs N. JOLY et A. LAVOCAT.

Dans un travail présenté à l'Académie des Sciences de Paris, séance du 20 septembre 1852, et inséré dans les Mémoires de l'Académie impériale des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse (année 1852), nous croyons avoir démontré :

1° Qu'il existe réellement dix os au carpe et au tarse de l'homme ;

2° Que les mammifères autres que l'homme, ont aussi le carpe et le tarse composés de dix os, et qu'ils peuvent être tous ramenés, du moins virtuellement, au type pentadactyle.

Les nouvelles études auxquelles nous venons de nous livrer au sujet des mammifères fossiles, confirment de plus en plus la loi que nous avons posée. Quoi de plus naturel, en effet, que cette identité d'organisation entre les animaux actuels et ceux de la même classe qui ont disparu de la surface du globe, à une époque où les conditions d'existence étaient pour la plupart, à peu de chose près, ce qu'elles sont aujourd'hui ? D'ailleurs, les espèces perdues, comme les espèces contemporaines, ne sont-elles pas simplement des anneaux brisés d'une chaîne immense qui remonte à un seul et même créateur? Ici donc encore l'unité de composition révèle l'unité de plan, et par conséquent celle de l'Intelligence suprême qui l'a conçu.

Avoir prouvé la pentadactylie chez tous les mammifères vivants, c'est donc, en quelque sorte, l'avoir démontrée d'avance chez les mammifères fossiles. Aussi, loin d'entrer dans tous les détails que pourrait comporter ce sujet, s'il n'avait pas été précédé de considérations générales et spéciales tout à la fois, nous nous bornerons à étudier le système digital des genres éteints les mieux connus, et notamment de ceux que l'on peut rapporter avec une entière certitude aux deux ordres établis parmi les Ongulés, les Ruminants d'une part, et de l'autre, les Pachydermes de Cuvier, ou Ongulogrades de M. de Blainville. C'est, en effet, chez ces deux grandes divisions des mammifères que l'existence de la pentadactylie pourrait être le plus facilement contestée, si d'ailleurs nous ne l'avions déjà mise hors de doute en examinant les Pachydermes et les Ruminants actuels(1). Quoi qu'il en soit, nous nous proposons de faire voir non-seulement que les mammifères fossiles peuvent être, comme les mammifères vivants, ramenés au type pentadactyle ; mais encore nous voulons montrer que dans la restauration des squelettes exhumés des carrières de Montmartre, il s'est glissé quelques erreurs que Cuvier eût certainement évitées, s'il s'était appuyé sur les principes qui nous servent de guide.

---

(1) Dans un travail récent (*De la Comparaison des membres chez les animaux vertébrés*, Paris et Montpellier, 1853), M. le professeur Gervais combat quelques-unes de nos idées, et semble regarder la *pentadactylie constante* comme une simple hypothèse. Nous ferons observer à M. Gervais que nous n'avons jamais affirmé l'existence *réelle* de *cinq* doigts chez tous les mammifères, mais que nous avons prétendu démontrer leur existence *virtuelle* chez tous, et seulement chez eux.

Au point de vue de l'*anatomie philosophique*, nous croyons que les nouveaux faits consignés dans ce Mémoire apportent de nouvelles preuves en faveur de nos principes.

Quant à la *coalescence* des phalanges, niée par notre savant collègue, c'est un fait établi par la monstruosité chez le bœuf (voy. nos *Etudes*, etc., p. 34, *note*) et normalement chez le cheval.

La *Mule fissipède*, dont nous donnons plus loin la description et la figure (voy. *Mém. de l'Acad. des Sciences de Toulouse,* 1853, p. 364 et pl. I et II), ne permet plus le moindre doute à cet égard.

Rappelons d'abord ici que les os du carpe sont, en quelque sorte, la base fondamentale de la main, comme ceux du tarse sont la base fondamentale du pied.

Les cinq os de chaque rangée carpienne ou tarsienne correspondent chacun à l'un des cinq doigts, d'une manière sinon exclusive, du moins presque absolue. Ainsi, tel os du premier rang, et plus évidemment encore tel os du second rang, appartient à tel doigt et toujours au même. Par conséquent, un doigt quelconque étant donné, on peut en conclure certainement l'existence de l'os carpien ou tarsien qui lui correspond, et réciproquement tel os carpien ou tarsien étant donné, il est possible d'en inférer l'existence *réelle* ou *virtuelle* du doigt correspondant, dont il fait véritablement une partie essentielle.

Ainsi l'enseigne et se confirme la loi des connexions.

Pour nous, un doigt se compose : 1° de deux os carpiens ou tarsiens ordinairement superposés ; 2° d'un métacarpien ou d'un métatarsien ; 3° de trois phalanges. Le pouce lui-même offre, sous ce dernier rapport, une exception plus apparente que réelle : comme les autres doigts, il a véritablement trois phalanges ; car nous regardons le point d'ossification qui se développe au sommet de la première, comme étant le vrai métacarpien. Selon nous, il y a eu soudure de ce dernier avec la première phalange ; et, comme il est réduit à de très-petites dimensions, les autres phalanges ont prospéré d'autant. Premier exemple de ces balancements organiques que nous retrouverons bien des fois sur la route où nous sommes engagés. Du reste, cette formule phalangienne du pouce devient quelquefois évidente dans les cas de monstruosité. Ainsi, M. Is. Geoffroy Saint-Hilaire rapporte, dans son *Traité de tératologie* (t. I, p. 672), l'exemple d'un enfant sexdigitaire qui fut présenté à l'Académie de Médecine par M. Paul Dubois, en avril 1826, et chez lequel le pouce, égal en longueur aux autres doigts, avait, comme eux, trois phalanges. Enfin, nous avons vu nous-mêmes un cochon pentadactyle dont le pouce présentait aussi trois phalanges (1). Ces faits, si importants pour l'anatomie philosophique, n'ont pas besoin de commentaires.

Observons, d'ailleurs, que les os du carpe et du tarse ont beaucoup plus de constance que les autres os qui entrent dans la composition des doigts. Ainsi, lorsqu'un doigt diminue d'importance, son volume devient moindre successivement dans ses parties phalangienne, métacarpienne et carpienne; s'il devient rudimentaire, il perd d'abord ses phalanges, en procédant de la première à la troisième, puis le métacarpien s'efface peu à peu, et son extrémité supérieure disparaît en dernier lieu; enfin, ce sont les pièces carpiennes qui sont le plus réfractaires à cette espèce d'arrêt de développement.

Il arrive aussi, dans le cas de dégradation des phalanges, que les os du carpe et du métacarpe appartenant au doigt atrophié, se soudent d'une manière plus ou moins complète avec les os correspondants propres au doigt voisin, qui a conservé son importance; mais cette loi est moins absolue que la précédente. Elle est susceptible de varier, selon les exigences réclamées, tantôt pour la souplesse, tantôt pour la solidité. De même, lorsque deux doigts acquièrent une importance et un volume exagérés, ils se confondent ou restent séparés dans l'une ou l'autre de leurs régions, suivant les besoins fonctionnels.

Ces principes posés ou plutôt rappelés, nous pouvons maintenant donner la nomenclature nouvelle que nous avons cru devoir établir pour indiquer des os jusqu'à présent inaperçus, ou pour désigner ceux qui avaient déjà reçu des dénominations souvent bizarres ou du moins peu philosophiques.

Cette nomenclature est exposée dans le tableau suivant.

---

(1) Voyez N. Joly et A. Lavocat, *Etudes d'anatomie philosophique sur la main et le pied de l'homme, et sur les extrémités des mammifères ramenées au type pentadactyle*, pl. 2, fig. VI.

TABLEAU SYNOPTIQUE ET SYNONYMIQUE DES OS DU CARPE ET DU TARSE.

(Ordre : *de dehors en dedans et sur la face dorsale.*)

CARPE.	1er Rang.	Protocarpien. Pisiforme. — Orbiculaire. — Hors de rang. — Os crochu. — Os sus-carpien des Vétérinaires.	Deutocarpien. Pyramidal. Cunéiforme.	Tritocarpien. Semilunaire.	Tétrocarpien. Scaphoïde. Naviculaire.	Pemptocarpien. Sans nom. (Ordinairement soudé au précédent.)
	2e Rang.	Protocarpe. Sans nom. (Ordinairement soudé au suivant.)	Deutocarpe. Os crochu. Unciforme.	Tritocarpe. Grand os. Os capitatum (Sœmmering.)	Tétrocarpe. Trapézoïde.	Pemptocarpe. Trapèze.
	Doigts.	1er (Auriculaire.)	2e (Annulaire.)	3e (Médius.)	4e (Index.)	5e (Pouce.)
TARSE.	1er Rang.	Prototarsien. Sommet du calcanéum.	Deutotarsien. Partie antérieure du calcanéum.	Tritotarsien. Astragale.	Tétrotarsien. Scaphoïde.	Pemptotarsien. Sans nom. (Ordinairement soudé au précédent.
	2e Rang.	Prototarse. Sans nom. (Ordinairement soudé au suivant.)	Deutotarse. Cuboïde.	Tritotarse. 3e ou moyen cunéiforme (homme.) 1er ou grand cunéiforme des quadrupèdes domestiques.	Tétrotarse. 2e ou petit cunéiforme (homme). 2e ou moyen cunéiforme des quadrupèdes domestiques.	Pemptotarse. 1er ou grand cunéiforme (homme). 3e cunéiforme, tantôt le petit, tantôt le moyen des quadrupèdes domestiques.
	Doigts.	1er (Petit doigt.)	2e	3e (Médius.)	4e	5e (Pouce.)

Voyons maintenant s'il est possible de démontrer que ces os fondamentaux du carpe et du tarse se retrouvent chez tous les mammifères fossiles, et que, par suite, ils sont tous *réellement* ou *virtuellement* pentadactyles.

§.I. MAMMIFÈRES ONGULÉS.

BIMANES.

Nous n'entreprendrons pas de traiter ici la question tant débattue et tant controversée de l'existence de l'homme à la surface de la terre, à l'époque où les hyènes et les ours des cavernes, espèces aujourd'hui complétement perdues, peuplaient encore nos contrées. Mais, si l'on admet que l'homme a été réellement le contemporain de ces espèces détruites, on ne pourra pas non plus se refuser à penser que sa main et son pied étaient alors conformés comme ils le sont aujourd'hui.

QUADRUMANES.

« Aucun os, aucune dent de singe ni de maki ne se sont jamais présentées à moi dans mes longues recherches », disait Cuvier dans son admirable *Discours sur les Révolutions du globe* (p. 159).

Quelques années après (1837), M. Lartet annonçait à l'Académie des Sciences de Paris la découverte aussi curieuse qu'inattendue d'un singe européen, dont il avait trouvé quelques débris confondus avec les ossements des *rhinocéros*, des *palæotherium* du dépôt de Sansan (terrain tertiaire moyen d'eau douce), dépôt devenu si fameux par suite des importantes découvertes qu'y a faites cet habile paléontologiste.

M. Lartet avait donné à ce singe de l'ancien monde le nom de *protopithecus*, et le considérait comme formant un sous-genre voisin des gibbons. M. de Blainville changea cette dénomination en celle de *pithecus antiquus*, et prétendit que le singe en question était intermédiaire aux gibbons et aux semnopithèques.

A peu près à la même époque, MM. Baker et Durand, ingénieurs au service de la compagnie des Indes, et un peu plus tard, MM. Falconer et Cautley découvraient dans un gisement tertiaire et d'eau douce des monts Sous-Himalaya, des ossements d'un semnopithèque (singe sacré des Indous), très-voisin de l'entelle (*P. entellus*, de Blainville), et peut-être même identique avec lui. Comme à Sansan, ces débris de singes étaient associés à ceux d'espèces complétement perdues (*anoplotherium*, *sivatherium*). Enfin, on sait que M. Lund a trouvé dans les cavernes du Brésil des os de véritables sapajous, plus grands qu'aucune espèce actuellement vivante.

Toutes nos connaissances sur les extrémités des singes fossiles se bornent jusqu'à présent à un seul astragale ayant appartenu à l'espèce que MM. Falconer et Cautley regardent comme très-voisine de l'entelle. Mais cette pièce osseuse ressemble tellement à l'astragale des autres singes, qu'il nous est permis de conclure avec certitude que tous les quadrumanes fossiles qui habitaient la terre avec les *anoplotherium* et les *palæotherium* étaient pentadactyles, comme le sont encore tous les quadrumanes de nos jours (1).

CARNASSIERS.

L'ordre des Carnassiers nous offre un grand nombre d'espèces perdues ayant appartenu à des genres existant de nos jours; mais il présente très-peu de genres complétement éteints.

Ces derniers seuls méritent de nous occuper un instant. Outre l'animal rapporté par M. Cuvier au genre dasyure et nommé *pterodon* par M. de Blainville, les principaux genres maintenant admis par les paléontologistes sont les suivants: 1° le *taxotherium*, de Blainville (*nasua Parisiensis*, Cuvier), intermédiaire, d'après le premier de ces naturalistes, entre le blaireau et le telagon; 2° le *palæocyon*, ou mieux

(1) Le pouce existe même chez ceux qu'on en croyait privés. Tel est le chamek (*Ateles pentadactylus*, E. Geoffroy Saint-Hilaire) chez lequel ce doigt est réduit à une seule phalange.

arctocyon, de Blainville, espèce probablement aquatique, voisine des blaireaux pour la briéveté et pour la force des membres, et des caudivolves (kinkajou, benturong) pour la forme de la tête, de la queue, et même un peu pour la disposition tuberculeuse des dents (1).

3° L'*amphicyon*, Lartet (*agnotherium*, Kaup) (2), voisin des benturongs ou arctitis, mais avec une taille égale ou même supérieure à celle de l'ours, et un système dentaire presque semblable à celui des chiens ordinaires, avec cette différence essentielle pourtant qu'il avait sept molaires à chacune des mâchoires (3).

4° Le sivalours ou *Ursus sivalensis* (Falconer et Cautley) (*amphiarctos*, de Blainville), espèce d'ours des monts Sivaliens ou Sous-Hymalaya.

5° L'*hyænodon* (de Laizer et Parieu) voisin des *canis*,

---

(1) Trouvé à la Fère, dans la partie inférieure du terrain tertiaire.

(2) Ce genre renferme deux espèces, *Amphicyon major* et *Amphicyon minor*.

(3) La présence de sept molaires à chacune des mâchoires ne s'observe, d'après M. de Blainville, chez aucun autre carnassier monodelphe. Cependant R. Owen prétend que non-seulement tous les mammifères carnassiers, mais encore tous les mammifères à *placenta* peuvent être ramenés, quant à leur système dentaire, à la formule type qu'il a établie d'après l'*Amphicyon*.

Cette formule est la suivante :

Form. n° 1. Molaires $\frac{3-3}{3-3}$: prémolaires $\frac{4-4}{4-4}$: canines $\frac{1-1}{1-1}$: incicives $\frac{3-3}{3-3}$.

Pour les mammifères aplacentaires (Marsupiaux), R. Owen donne la formule qui suit :

Form. n° 2. Molaires $\frac{4-4}{4-4}$: prémolaires $\frac{3-3}{3-3}$: canines $\frac{1-1}{1-1}$: incisives $\frac{3-3}{3-3}$. Voy. *Cyclop. of anat. and phys.* art. TEETH.

Au moment où nous rédigeons cette note, M. Lartet nous fait observer avec raison que dans l'établissement des formules qui précèdent, R. Owen semble n'avoir pas tenu compte du chien à longues oreilles du Cap, ou *canis megalotis* de l'époque actuelle, chez lequel, indépendamment de la formule typique des incisives, des canines et des prémolaires (voyez plus haut formule n° 1), on trouve 3 molaires en haut comme chez les Mammifères placentaires, et 4 en bas comme chez les Marsupiaux.

d'après M. de Blainville, des coatis, selon M. Dujardin : trouvé en Auvergne par MM. de Laizer et Parieu.

Or, tous ces animaux, le dernier excepté, appartiennent au groupe des *sub-ursus*, établi par M. de Blainville. Leurs analogues vivants ont tous cinq doigts aux pieds comme aux mains. On peut donc conclure qu'ils étaient tous pentadactyles.

Cette conclusion est confirmée, d'ailleurs, par l'étude des phalanges aussi bien que par celle des os carpiens et tarsiens, métacarpiens et métatarsiens, retrouvés pour plusieurs d'entre eux, et surtout pour l'*amphicyon*. Le système digital de ce dernier était aussi complet que celui de l'ours, auquel il ressemblait encore par son mode de progression plantigrade (1).

6° L'*hemicyon* voisin des gloutons ; 7° l'*hydrocyon* intermédiaire par ses dents au chien et à la loutre ; 8° enfin, le *pseudocyon* (2), qui se rapproche tant du chien, devaient avoir aussi le système digital des animaux avec lesquels ils offrent tant d'autres analogies. Ils étaient donc pentadactyles.

M. de Blainville considère comme un vrai *felis* l'animal désigné par Kaup sous le nom de *machairodus* et le rapporte au *felis cultridens* de M. Bravard. Nous pouvons donc, sans trop de témérité, attribuer à cet animal le système digital propre aux chats actuels.

RONGEURS.

L'ordre des Rongeurs ne nous a offert jusqu'à présent qu'un seul genre éteint, le *toxodon platensis* (Richard Owen) découvert, comme son nom l'indique, près du Rio de la Plata, dans l'Amérique du Sud. Cet animal se distinguait essentiellement des autres Rongeurs et par sa taille gigantesque, égale à celle des plus grands pachydermes, et par la forme arquée de ses dents (3) molaires, dont la convexité est tournée en dehors ;

---

(1) Ed. Lartet, *Notice sur la colline de Sansan*, p. 16.

(2) L'établissement de ces trois genres est encore dû à M. Lartet. Tous les trois ont été découverts à Sansan. Voy. la *Notice* déjà citée, p. 16 et 17.

(3) Τόξον, arc, ὀδοὺς, dent : dents arquées.

enfin, par ses quatre incisives supérieures, de volume inégal, mais rangées sur une même ligne transversale (1). D'après M. Richard Owen, à qui l'on doit la première description du toxodon, cet animal tient par sa dentition au type des Rongeurs, qu'il représente sur une échelle gigantesque; mais il se lie aussi aux pachydermes et même aux cétacés, par des caractères importants. Quant aux extrémités de cet animal, voici comment s'exprime à leur égard l'illustre anatomiste que nous venons de citer.

« Aujourd'hui rien ne nous permet de décider si les extrémités du *toxodon* étaient organisées d'après le type des ONGULÉS ou des ONGUICULÉS; et nous ne pouvons décider d'une manière positive, d'après les caractères fournis par la tête osseuse, si ce genre ne devait point être placé parmi les *mutica* de Linné. Cependant le développement des cavités nasales et la présence de grands sinus frontaux rendent fort douteux que les habitudes de cette espèce aient été aquatiques, comme elles auraient dû l'être, dans l'hypothèse où les extrémités postérieures auraient manqué complétement (2). »

Les genres *theridomys* (Jourdan), *chelodus* (Kaup), *chalicomys* (id.), *palæomys* (id.), *dipoïdes* (Jæger), *trogontherium* (Fischer), et *cricetodon* (Lartet). n'étant connus que par leur système dentaire, nous nous bornons à dire qu'ils ressemblaient très-problablement, par leur système digital, à leurs analogues actuels (*echimys*, *hystrix*, *castor*, *cricetus*).

ÉDENTÉS.

Au nombre des découvertes les plus curieuses qu'ait faites la géologie, il faut placer celle du *megatherium*, cet édenté gigantesque, que la nature avait armé d'une cuirasse impénétrable, analogue à celle des tatous, et qui, pour nous servir des expres-

(1) On sait que les animaux du genre *Lepus* ont aussi 4 incisives supérieures de volume inégal, mais les deux plus petites sont placées derrière les grandes.

(2) *Ann. Sc. nat.*, tom. IX, p. 43, 1838.

sions mêmes du Dr Buckland, « pouvait, d'un coup de sa queue, démolir le couguar ou le crocodile. » En supposant gratuitement que les mains du *megatherium* avaient été transposées lors de la confection du précieux squelette qui fait l'une des richesses principales du Musée de Madrid, Cuvier s'est laissé entraîner à des erreurs de détermination que MM. Laurillard et Richard-Owen ont déjà relevées avec plus ou moins de bonheur. Nous croyons, nous aussi, que la figure XIII de la planche XVI du Ve volume, 1re part., des *Recherches sur les ossements fossiles*, représente, non la main droite, mais bien la main gauche, et, par suite, nous donnons aux os qui la composent, des noms tout différents de ceux que leur a imposés l'illustre auteur de ces *Recherches*. En effet, si l'on compare l'extrémité postérieure à l'antérieure, il est facile de voir que, dans l'une et dans l'autre, c'est le doigt médius qui est le plus développé. Viennent ensuite les deux doigts externes (internes à la main pour Cuvier); enfin, l'index, encore très-complet à la main, devient rudimentaire au pied. Le gros orteil manque peut-être; mais le pouce est évidemment indiqué par un court métacarpien (le 5e), que Cuvier prend à tort pour celui du petit doigt, et par un *trapèze* (pemptocarpe) soudé au *trapézoïde* (tétrocarpe), et au *scaphoïde* (tétro et pemptocarpien réunis). Si notre détermination est exacte, il s'ensuit que les os du carpe, sur lesquels Cuvier a inscrit les lettres *r*, *s*, ne correspondent pas, comme il le dit, le premier au *cunéiforme*, le deuxième à l'*unciforme*, mais bien, *r* au *trapèze* (pemptocarpe), au *trapézoïde* (tétrocarpe) et au *scaphoïde* (pempto et tétrocarpien) réunis; *s* au *grand os* (tritocarpe). De plus *u* n'est pas le métacarpien de l'annulaire soudé au vestige du petit doigt: c'est le métacarpien de l'index réuni au métacarpien rudimentaire du pouce; enfin *v* et *w* correspondent non aux métacarpiens de l'index et du pouce, mais, au contraire, à ceux de l'annulaire et de l'auriculaire.

Que l'on compare maintenant la main du *megatherium* à celle du paresseux à trois doigts, dont il se rapprochait sous tant de rapports, et l'on verra que la structure du carpe est presque en tout semblable chez ces deux animaux. La seule différence que nous y trouvions, c'est que, chez le premier, le *trapézoïde* (tétrocarpe) s'est soudé avec le *trapèze* (pemptocarpe), tandis que chez le deuxième, il s'est réuni au *grand os* (tritocarpe) (1).

Du reste, un simple coup d'œil jeté sur nos figures en dira plus qu'une longue description.

Cuvier s'est encore mépris en croyant que la pénultième phalange de son annulaire (index, d'après nous), a été transposée, et qu'elle appartenait au doigt qu'il appelait *index*, et que nous nommons *annulaire*. Les phalanges et les phalangines des deux doigts externes sont distinctes; elles sont soudées entre elles au médius. La phalangette manque à l'auricu-laire, d'après Cuvier et R. Owen. Mais ne pourrait-on pas croire aussi qu'elle n'a pas encore été trouvée?

Le pied du *megatherium* ne s'éloigne en rien d'essentiel de celui des paresseux, et surtout de celui de l'unau; seulement, l'index y est représenté par un simple rudiment de métacarpien, et par le *cunéiforme* (tétrotarse) correspondant. Le gros orteil manquerait en entier, à moins d'admettre avec Cuvier, que l'os unique, marqué dans son dessin par la lettre *f*, représente à la fois les deux *cunéiformes* (tétro et pemptotarse, *Nobis*; méso et ento-cunéiformes, *R. Owen*), et les deux doigts internes dans leur totalité. M. Pander soupçonne qu'il manque ici quelques os représentant le pouce. R. Owen n'est pas de cet avis.

Enfin, est-il bien vrai que le premier et le deuxième doigt n'avaient chacun que deux phalanges? On conçoit que, pour éclaircir ces doutes, il faudrait avoir sous les yeux le squelette du *megatherium* et même supposer que la restauration en est parfaite. Quoi qu'il en soit, l'analyse exacte des os du carpe nous permet d'affirmer que cet animal était pentadactyle au membre antérieur. Il l'était aussi, du moins virtuellement, au membre de derrière.

---

(1) Le *trapézoïde* (tétrocarpe) est libre chez l'Unau, ou paresseux à 2 doigts.

Macrotherium Sansaniense. A côté du *megatherium* nous devons placer le *macrotherium Sansaniense* (1), qui offrait de grandes ressemblances avec le premier, sous le rapport de la taille; avec le paresseux, sous le rapport de la conformation. Trois doigts, munis chacun de trois phalanges, dont la dernière était bifide, comme chez les pangolins, ont été observés soit à la main, soit au pied. Mais l'analogie nous porte à croire qu'on finira par retrouver les deux autres doigts, ou à l'état parfait ou à l'état de simples rudiments. M. Lartet lui-même partage nos conjectures à cet égard.

Mylodon. Nous sommes d'autant plus portés à croire à l'existence de ces doigts, qu'on les retrouve, du moins aux membres antérieurs, chez un autre mammifère mégathérioïde, dont le squelette entier se voit maintenant à Londres, dans le Musée du Collége des chirurgiens. Nous voulons parler du *mylodon robustus*, découvert, en 1841, dans les environs de Buénos-Ayres, par M. Pédro de Angelis, et décrit depuis dans un magnifique ouvrage (2), par M. R. Owen. En consultant la figure donnée par ce célèbre anatomiste, nous voyons que le carpe du *mylodon* offre à la première rangée les *quatre* (pour nous *cinq*) os ordinaires. A la deuxième rangée nous trouvons, outre le protocarpe et le deutocarpe réunis (*os crochu*), un *grand os* (tétrocarpe) qui mérite peu ce nom; un *trapézoïde* (tétrocarpe) assez petit; enfin, une saillie de la partie supérieure du quatrième métacarpien, que nous regardons comme le *trapèze* (pemptocarpe) soudé à ce métacarpien.

Les doigts sont au nombre de cinq : ils sont tous parfaitement distincts.

Le tarse présente aussi le nombre d'os normal; nous regardons comme un vestige de pouce la saillie considérable que fait en dedans et en bas le troisième *cunéiforme* ou pemptotarse.

---

(1) Comme son nom l'indique, ce curieux animal a encore été trouvé à Sansan par M. Lartet, à qui la science doit tant et de si précieuses découvertes.

(2) Voyez l'extrait de cet ouvrage inséré dans les *Annales des Sciences naturelles*, t. XIX, p. 221, 2e série, 1843.

Les autres doigts du pied sont bien développés. Quant au genre *megalonyx* (Jefferson) trouvé en Virginie par le président Jefferson, après avoir indiqué ses rapports avec les paresseux, les tatous et les fourmiliers, Cuvier s'exprime ainsi à l'égard de ce singulier animal :

« D'après ces rapprochements, le mégalonyx aurait eu au moins deux doigts bien complets, le médius et l'annulaire : ils étaient gros, courts, armés d'ongles très-forts. Un index plus faible, dont l'ongle était moins puissant, les accompagnait, et il y avait, de plus, au moins des vestiges du pouce et du petit doigt; ce qui, au total, faisait incontestablement une main d'*Edenté*, et très-probablement une main plus voisine de celle du *cabassou* que d'aucun autre (1). »

CÉTACÉS.

Métaxytherium Cuvieri (de Christol).
Cheirotherium Brocchii (Bruno).

Ces deux animaux ont été trouvés, le premier par M. de Christol dans les sables tertiaires des environs de Montpellier; le deuxième par le Dr Bruno, dans les marnes argileuses de l'ancien golfe du Pô. D'après les savants que nous venons de nommer, le *metaxytherium* et le *cheirotherium* seraient intermédiaires entre les lamantins et les dugongs, et M. de Blainville adopte cette idée (2).

Or, on sait maintenant que les lamantins et les dugongs sont dépourvus de membres antérieurs. Leurs carpes respectifs offrent, sous le rapport des soudures, d'assez notables différences; mais on y reconnaît toujours les dix éléments que nous avons admis chez tous les mammifères, ainsi que l'on pourra s'en convaincre en consultant les figures données par M. de

(1) G. Cuvier, *Rech. sur les Oss. foss.*, tom. V, 1re part., p. 169, édition in-4° de 1823.

(2) Observons toutefois que M. de Blainville classe ces animaux parmi les *Gravigrades* ou *Pachydermes* très-analogues à l'Eléphant, et non parmi les *Cétacés*, comme le font encore, d'après Cuvier, MM. Christol et Bruno.

Blainville. Aussi, sommes-nous loin de penser, avec Cuvier, que le *pisiforme* a disparu chez les lamantins. M. de Blainville prétend justement le contraire, et nous nous rangeons complétement de son avis. Toutefois, nous ne saurions admettre avec lui que le *trapézoïde* n'existe pas chez ces animaux ; il existe, mais soudé au *trapèze;* soudure que nous avons déjà vue chez les *megatherium*. Encore moins croyons-nous, avec le savant auteur de l'*Ostéographie comparée*, qu'il n'y a dans le carpe que le *pisiforme* (protocarpien) qui puisse se souder à un autre os, le *triquêtre* ou *pyramidal* (deutocarpien (1), puisque, quelques pages plus loin (p. 62), M. de Blainville lui-même indique la soudure du *scaphoïde* (tétrocarpien) avec le *semilunaire* (tritocarpien) et celle du *trapèze* (pemptocarpe) avec le *trapézoïde* (tétrocarpe) ; enfin celle de ces deux derniers os avec le *grand os* (tritocarpe), et même avec cette portion de l'*unciforme* (deutocarpe), qui s'articule avec l'auriculaire. Quoi qu'il en soit de ces déterminations embarrassantes pour quiconque n'a pas en main le fil d'Ariane que nous croyons avoir saisi, appuyés sur les analogies nombreuses qui rapprochent les *metaxytherium* et les *cheirotherium* des lamantins et des dugongs, nous croyons pouvoir conclure que ces animaux, aujourd'hui perdus, étaient pentadactyles comme leurs congénères actuels.

§ II. MAMMIFÈRES ONGULÉS.

PACHYDERMES.

Nous arrivons maintenant à l'un des groupes les plus intéressants par le grand nombre d'animaux perdus qu'il a fournis aux paléontologistes. En première ligne se présentent l'éléphant de la Léna et les rhinocéros du Wilhoui, trouvés avec leurs chairs et leurs poils, sur les rivages glacés de ces deux fleuves.

Puis viennent ces formes intermédiaires qui relient si heureusement les Pachydermes de nos jours à ceux qui ont disparu

(1) Voyez *Ostéog. comp.*, t. IV, page 54, note 2.

à jamais de la surface du globe, tels que les *lophiodon*, les *anthracotherium*, les *anoplotherium*, les *xiphodon*, les *dichobune*, les *palæotherium*, les *hipparion*, etc., etc.

Parlons d'abord des éléphants.

Les dissections, assez souvent répétées des éléphants actuels ou *lamellodontes*, ont appris aux anatomistes que le carpe de ces animaux ressemble beaucoup à celui de l'homme, et qu'ils sont réellement pentadactyles à tous les pieds. Il en est de même des éléphants *lamellodontes* et *mastodontes* (à dents mamelonnées), dont on retrouve aujourd'hui les débris dans les couches meubles des différentes parties du globe. Quant au *dinotherium*, que les paléontologistes ont regardé tour à tour comme un tapir, un paresseux, un phoque, et dont M. de Blainville fait aujourd'hui un pachyderme intermédiaire aux éléphants *mastodontes* et au lamantin, plus rapproché cependant des premiers que du second, il paraît qu'ils étaient pourvus de deux paires de membres, terminés par des doigts ongulés, très-probablement au nombre de cinq aux deux pieds, et plus élevés peut-être que dans les éléphants proprement dits (1).

A la suite des éléphants lamellodontes et mastodontes, on peut placer le *damanou saphan* de l'Ecriture sainte; animal singulier qui semble lier les rongeurs aux pachydermes, et dont la position dans la série zoologique a donné lieu à de si nombreux *mémoires* et à des erreurs plus nombreuses encore. Bien que tous les zoologistes, et Cuvier à leur tête, n'attribuent que quatre doigts à la main de ce petit pachyderme, l'analyse anatomique y démontre, de l'avis de Cuvier lui-même, un cinquième doigt ou pouce, très-peu développé, il est vrai, mais complet. Le carpe est formé de ses dix éléments ordinaires. Mais, quoi qu'en ait dit le célèbre auteur des *Recherches sur les ossements fossiles*, M. de Blainville assure que, ni le *scaphoïde* (tétrocarpien et pemptocarpien réunis), ni le *trapézoïde* (tétrocarpe), ne sont divisés chez cet animal (2). La seule particularité que présente

(1) *Ostéog. comp.*, t. IV, art. *Dinotherium*, p. 59.

(2) Cette particularité anatomique suffirait à elle seule pour prouver, selon nous, que le Daman n'est pas un rongeur.

son carpe, « c'est que le trapèze, vu la position et la petitesse du pouce, entièrement caché en arrière, sous la peau, s'est, pour ainsi dire, introduit entre le scaphoïde et le trapézoïde, en forme d'un petit coin (1). »

Si l'*hyracotherium*, trouvé par M. R. Owen dans l'argile de Londres, était réellement voisin de l'*hyrax*, ce qui est encore douteux, il y aurait de bonnes raisons pour penser qu'il était pentadactyle aux membres antérieurs comme son congénère actuel.

L'hippopotame, les sangliers et les tapirs ayant le carpe conformé à peu près de la même manière, rien d'étonnant qu'ils aient un même nombre de doigts apparents à leurs extrémités antérieures. Ce nombre apparent est de quatre; mais nous avons vu le pouce se développer monstrueusement dans le cochon domestique, et, par conséquent, nous indiquer la possibilité d'un semblable retour au type chez les tapirs et les hippopotames. Or, Cuvier a rapproché des tapirs certains animaux dont les ossements sont assez répandus dans les terrains tertiaires miocènes, et auxquels il a donné les noms de *palæotherium*, *lophiodon*, *anthracotherium*.

Occupons-nous d'abord des premiers, les seuls dont le système digital ait pu être jusqu'à présent étudié. Le carpe de ces pachydermes se compose, à la première rangée, des cinq os ordinaires. D'après Cuvier et M. de Blainville, le *trapèze* (pemptocarpe) manquait : nous croyons plus juste de dire qu'il s'était soudé au *trapézoïde* (tétrocarpe). La présence constante du *trapèze*, même chez les animaux qui manquent de pouce apparent, semble venir à l'appui de notre conjecture.

Au métacarpe, il y avait trois os complets et deux rudimentaires, vestiges des doigts extrêmes : enfin les *palæotherium* n'avaient que trois doigts entièrement développés, dont le médian, plus volumineux que les deux latéraux, se terminait par une phalange à peu près symétrique.

Pied. Tous les paléontologistes sont d'accord pour donner au

(1) De Blainville, *Ostéog. comp.*, t. v, art. *DAMAN*, p. 28.

pied des *palæotherium* un *calcanéum* (proto et deutotarsien réunis), un *astragale* (tritotarsien), un *scaphoïde* (tétro et pemptotarsien réunis), un *cuboïde* (proto et deutotarse), et trois *cunéiformes* (trito, tétro et pemptotarse). Or, ce sont là les dix éléments que nous retrouvons au tarse de tous les mammifères. Nous ne comptons, il est vrai; au pied, comme à la main des *palæotherium*, que trois métatarsiens complets, mais ici encore, il existait certainement un rudiment du petit doigt, et douteusement pour M. de Blainville, sans aucun doute pour nous, un pouce aussi rudimentaire.

Il y avait donc cinq doigts chez les vrais *palæotherium*. Quant au *P. hippoïdes*, auquel M. Lartet et de Blainville n'ont donné que trois doigts, et dont tous les os carpiens, l'os métacarpien principal et même les phalanges du doigt médian, ressemblaient tant aux mêmes parties chez le cheval, nous avions d'abord pensé que chez ce fossile, de même que dans le genre *equus*, le doigt médian équivalait à deux doigts, et que ces doigts étaient probablement le *médius* et l'*annulaire*. Un examen plus attentif du carpe de cet animal nous force à revenir sur cette opinion. En effet, chez le cheval, le *grand os* (tritocarpe), et le grand *cunéiforme* (tritotarse), ne recouvrent qu'une partie de la surface articulaire supérieure du canon. Le reste est occupé par l'*os crochu* (proto et deutocarpe réunis), ou par le *cuboïde* (proto et deutotarse) qui s'articulent, d'une part, à la deuxième facette du canon, séparée de la première par une crête antéro-postérieure (1); de l'autre, avec le stylet ou doigt latéral externe (petit doigt). Or, il n'en est pas ainsi chez le *palæotherium hippoïdes :* ici, la surface articulaire du métacarpien principal est recouverte en entier par le *grand os;* il n'y a plus de place pour l'*os crochu* qui, par conséquent, a dû s'articuler, comme chez les autres *palæotherium*, avec deux doigts externes (petit doigt et annulaire), complétement séparés du précédent (*médius*). Quant à

(1) Cette crête indique la limite des deux doigts *annulaire* et *médius* soudés entre eux chez le cheval.

l'*index*, il occupait la place où on le retrouve chez les autres espèces du même genre. Le pouce était peut être encore plus rudimentaire que chez celles-ci.

Si nous passons maintenant aux rhinocéros, et aux animaux qui offraient avec eux le plus d'analogie, nous trouverons d'abord, parmi les espèces perdues de ce genre, le rhinocéros que M. Lartet a nommé *R. tetradactylus* (*acerotherium*, Kaup), en raison du nombre apparent de ses doigts (1); espèce précieuse sous le double rapport de la paléontologie et de l'anatomie philosophique, puisque, tout en enrichissant nos catalogues, elle prouve de la manière la plus indubitable, que chez les diverses espèces du même genre naturel, un doigt, et nous osons même dire plusieurs, peuvent rester en quelque sorte à l'état latent, ou bien prendre un développement complet (2). Serons-nous étonnés, après cela, de voir les doigts latéraux du *dichobune* (Cuvier) par exemple, encore assez semblables pour leur longueur à ceux des *moschus*, devenus déjà moins apparents chez les *xiphodon* (Cuvier), moins apparents encore chez les *anoplotherium* (Cuvier), et nous conduire ainsi au système digital des Ruminants? En effet, chez l'*anoplotherium commune*, le carpe est formé des deux rangées d'os qu'on y trouve toujours. Le protocarpien existe, bien qu'il n'ait pas été mentionné par Cuvier.

Ce carpe, de même que le métacarpe, ressemble beaucoup aux mêmes parties chez le cochon, ou chez l'hippopotame, qui est bien plutôt un cochon qu'un cheval de rivière. Enfin, deux doigts médians complétement développés, et deux doigts extrêmes rudimentaires rappellent tout à la fois le système digital des animaux du genre *sus*, et mieux encore celui des ruminants à doigts latéraux rudimentaires (bœuf, mouton). Le

---

(1) D'ailleurs, bien que les zoologistes ne donnent que trois doigts aux Rhinocéros vivants, les anatomistes savent très-bien qu'il existe chez eux un petit doigt (1er doigt) rudimentaire, et même un rudiment de pouce soudé au trapèze.

(2) C'est ce qui arrive quelquefois chez le chien, dont le pouce, ordinairement nul, peut acquérir des dimensions et un nombre de phalanges en harmonie avec celles des quatre autres doigts.

pouce est représenté par l'os qui lui sert de support, quand il existe, par le *trapèze* (pemptocarpe), ici très-petit et articulé avec une facette verticale que présente en dedans le *trapézoïde* (tétrocarpe), ainsi qu'avec une autre facette appartenant au quatrième métacarpien.

Le tarse de l'*anoplotherium commune* ne diffère pas non plus essentiellement de celui du cochon (1). Outre les os ordinaires de la première rangée, on trouve à la deuxième un *cuboïde* (proto et deutotarse réunis) assez gros, et trois *cunéiformes*. Deux doigts seulement sont complets, mais une apophyse postérieure du prototarse, un peu prolongée au-dessous du deutotarse, est pour nous le représentant du premier doigt (petit orteil). Nous trouvons le quatrième dans une petite pièce soudée au tétrotarse; enfin, nous voyons le rudiment du pouce dans une saillie du pemptotarse qui, lui-même, est soudé au pemptotarsien. Les *lophiodon* (Cuvier), les *anthracotherium* (Cuvier) et les *tapirotherium* (Lartet), si voisins des tapirs : l'*elasmotherium* (Fischer), cet intermédiaire entre le cheval et le rhinocéros : le *merycopotamus* (Falconer et Cautley), l'*hippohyus* (Falconer et Cautley), le *chœropotamus* (Cuvier), le *chœrotherium* (Lartet), que leur système dentaire rapproche évidemment des cochons, n'ont pu être étudiés sous le rapport du système digital; mais leurs affinités zoologiques permettent de penser que ce système pouvait être aussi chez eux ramené au type pentadactyle. La chose paraît certaine en ce qui concerne le *cainotherium* (Bravard), puisqu'il avait quatre os bien développés au métacarpe et au métatarse.

Quoi qu'il en soit,

Par l'*anoplothérium commune*, et peut-être mieux encore par le sous-genre *xiphodon*, une transition naturelle s'établit des Pachydermes aux Ruminants.

---

(1) Le docteur Buckland répète, après Cuvier, mais nous ne savons pas trop pourquoi, que le tarse de l'*Anoplotherium commune* ressemble à celui du chameau. Voyez *Geology and Mineralogy considered with reference to natural theology.*, tom. I, p. 81.

RUMINANTS.

D'abord se présente le *dicrocerus crassus* (Lartet), dont le canon antérieur était constamment, même dans les individus adultes, divisé en deux os bien distincts. Son canon postérieur, également divisé chez les jeunes sujets, se soudait avec l'âge; mais il conservait ses canaux médullaires toujours séparés par une cloison osseuse. Son système digital devait donc se rapprocher beaucoup de celui des chevrotains, et surtout du genre *hyæmoschus*. Or, nous avons démontré l'existence des cinq doigts chez ces derniers animaux. Il est donc plus que probable que les dicrocères avaient aussi cinq doigts. Nous en dirons autant du *micromeryx Flourensianus*, espèce voisine des cerfs, découverte à Sansan par M. Lartet.

Quant au *sivatherium* des monts Hymalaya, si, comme tout porte à le croire, il appartenait aux Ruminants, son système digital devait ressembler au leur : car nul ordre ne présente, sous le rapport de ce système, une plus constante uniformité.

Nous en dirons autant des genres *dorcatherium* (Kaup), *palæomeryx* (Meyer) et *dremotherium* (Geoffroy Saint-Hilaire.

ÉQUIDÉS, improprement *Monodactyles*.

Dans nos *Etudes d'anatomie philosophique sur la main et le pied de l'homme, et sur les extrémités des mammifères ramenées au type pentadactyle*, nous croyons avoir démontré d'une manière péremptoire, que le doigt médian du cheval équivaut à deux doigts (l'annulaire et le médius), et nous considérons les deux stylets comme les représentants du petit doigt et de l'index. Les *hipparions*, ou chevaux de l'*Ancien monde*, confirment tout-à-fait cette détermination. En effet, outre les deux doigts latéraux (petit doigt et index), ils avaient un canon tellement semblable à celui des chevaux de petite race, que, à moins d'un examen très-attentif, on parviendrait difficilement à les distinguer l'un de l'autre. Cependant, les différences que M. de Christol a signalées dans le système dentaire et le développement complet des deux doigts latéraux, ne permettent pas de douter un seul instant de la légitimité du genre établi par ce savant professeur. Mais, au milieu de ces différences, on découvre de si nombreuses analogies, qu'on ne peut pas non plus révoquer en doute la duplicité du doigt médian chez les *hipparion*. Quant au pouce de ces chevaux de l'*Ancien monde*, il était très-probablement aussi rudimentaire que celui de nos chevaux actuels, et, comme lui, il était représenté par une éminence cornée de la peau, semblable à la châtaigne. Pour nous, comme pour M. de Christol, l'hipparion est un véritable cheval à doigts latéraux complets: mais nous ne saurions partager l'opinion de cet habile paléontologiste, lorsque, se fondant uniquement sur le développement plus ou moins complet du cubitus et du péroné, ainsi que sur celui des métacarpiens et des métatarsiens latéraux, il réunit sous la dénomination commune de SOLIPÈDES, 1° les *chevaux*, 2° les *Hipparion*, 3° les *Hipparitherium* (*Palæotherium aurelianense*, Cuvier; *P. hippoïdes*, Lartet). Nous avons, en effet, prouvé tout-à-l'heure que *l'Hippotherium* de Christol se sépare nettement des SOLIPÈDES, pour se rapprocher des vrais *Palæotherium*, des *Palæotherium* éocènes, dont il se distingue par son gisement géologique (*miocène*), et auxquels il ressemble surtout par son système digital (4 doigts apparents).

Nous en dirons autant de l'*Hippotherium*, Kaup, que MM. de Christol, Bonn et Laurillard nous semblent avoir à tort confondu avec l'*Hipparion*. Sans doute, si l'on compare entre elles les dents de ces deux derniers genres, on sera porté à les identifier; mais, si l'on songe à la différence des gisements où on les rencontre (1), si l'on admet avec M. Kaup lui-même, le créateur du genre *Hippotherium*, que les animaux de ce genre avaient quatre doigts bien distincts aux pieds antérieurs, ce qui paraît démontré par la facette externe que l'on observe sur l'os métacarpien correspondant à l'annulaire; enfin

(1) L'*hippotherium* a été trouvé dans l'étage miocène, et l'*hipparion* dans l'étage pliocène des terrains tertiaires.

si l'on songe que chez l'*Hippotherium*, comme chez le *Palæotherium hippoides*, Lartet (*Hipparitherium* de Christol), le métacarpien et le métatarsien principal sont recouverts en entier par le *grand os* (tritocarpe), et le premier cunéiforme (tritotarse), on sera naturellement porté à conclure que ces métacarpiens ou métatarsiens ne représentent qu'un doigt unique, absolument comme chez le *P. hippoides*. Telle est, en effet, la conclusion que nous croyons devoir adopter.

Si cette conclusion est reconnue exacte, il faudra donc retrancher de la famille des Equidés l'*Hippotherium* de Kaup, et l'*Hipparitherium* de M. de Christol ; car des ressemblances dans le système dentaire ou un développement plus ou moins complet du cubitus et du péroné, nous semblent avoir beaucoup moins de valeur que des différences de nombre et de connexion des os entre eux.

Or, il y a évidemment chez les *Hippotherium* et chez les *Hipparitherium* un stylet externe que n'ont pas les *Chevaux* et les *Hipparion*. De plus, chez les premiers, la surface articulaire supérieure du grand doigt antérieur et postérieur, est entièrement recouverte par le *grand os* (tritocarpe) et le *premier cunéiforme* (tritotarse); elle ne l'est qu'en partie chez les deux derniers genres. Ici, comme nous l'avons déjà dit, le reste de son étendue est occupé par l'*os crochu* (proto et deutocarpe réunis) et par le *cuboïde* (proto et deutotarse); donc les métacarpiens et les métatarsiens principaux correspondent à deux doigts : ils n'en représentent qu'un seul chez l'*Hippotherium* (Kaup), et chez l'*Hipparitherium* (de Christol), qui, nous le répétons, avaient tous deux quatre doigts, disposés comme chez les vrais *Palæotherium*. Du reste, nous sommes heureux de pouvoir invoquer à l'appui de nos idées l'assentiment que leur a déjà donné M. Lartet lui-même, qui a bien voulu nous prêter son utile concours pour l'examen de la question que nous traitons en ce moment. Comme nous, il est maintenant convaincu que l'*Hippotherium* de Kaup n'est point un Solipède, et il nie formellement que l'*Hipparitherium* doive être rangé parmi les Equidés.

Nous terminerons donc par une remarque qui appartient à ce savant paléontologiste : c'est qu'il y a tout à la fois transition chronologique et transition organique entre les vrais *Palæotherium* éocènes et les *Palæotherium* de Sansan, qui appartiennent au miocène inférieur, On voit paraître ensuite les *Hippotherium* du miocène supérieur, puis les *Hipparion* du pliocène ; enfin, l'on arrive aux *chevaux* actuels.

CONCLUSIONS.

Les nombreux détails exposés dans le cours de ce Mémoire, et dans celui qui l'a précédé, semblent nous autoriser à conclure :

1° Que tous les mammifères, soit vivants, soit fossiles, peuvent être ramenés par l'analyse philosophique au type pentadactyle ;

2° Que ce type, évident au premier coup d'œil pour un grand nombre d'entre eux, se trouve masqué chez d'autres, notamment chez les *ongulés*, par des soudures, des arrêts ou des défauts de développement.

3° Ces soudures, beaucoup plus fréquentes entre les os du carpe et du tarse qu'entre toutes les autres parties de la main et du pied, sont très-probablement soumises à une loi générale ; mais nous n'avons pu jusqu'à présent la découvrir (1).

4° Il y a cinq os à chaque rangée carpienne et tarsienne chez tous les mammifères.

---

(1) Les ordres seuls, rarement les familles, nous offrent assez d'uniformité pour qu'il soit possible d'établir à leur égard une formule carpienne ou tarsienne tant soit peu générale ; nous nous bornerons à donner des exemples de la première.

Formules carpiennes.

N. B. Dans toutes les formules qui vont suivre, A = la première rangée des os du carpe : B = la deuxième.

1	indique le	protocarpien	(*pisiforme*).
2	—	deuto ——	(*pyramidal*).
3	—	trito ——	(*semi-lunaire*).
4	—	tétro ——	(*scaphoïde*, partie externe).
5	—	pempto ——	(*scaphoïde*, partie interne).

5° Chacun de ces os est la base *réelle* ou *virtuelle* d'un doigt.

6° Quoi qu'en ait dit M. de Blainville, l'os carpien qu'il nomme intermédiaire, et qui n'est pour nous que le tétrocar-

---

1'	—	protocarpe	(*os crochu*, partie externe).
2'	—	deuto ——	(*os crochu*, partie interne).
3'	—	trito ——	(*grand os*).
4'	—	tétro ——	(*trapézoïde*).
5'	—	pempto ——	(*trapèze*).

Le signe + placé entre deux ou plusieurs os indique les soudures qui ont eu lieu entre ces os : le point . exprime leur séparation.

ONGUICULÉS.	BIMANES		A = 1 . 2 . 3 . 4 + 5 B = 1' + 2'. 3'. 4'. 5' (*)
	QUADRUMANES		A = 1 . 2 . 3 . 4 . 5 B = 1' + 2'. 3'. 4'. 5'
	CHEIROPTÈRES		A = 1 . 2 + 3 + 4 + 5 B = 1' + 2'. 3'. 4'. 5'
	CARNASSIERS		A = 1 . 2 . 3 + 4 + 5 B = 1' + 2' . 3' . 4' 5'
	MARSUPIAUX		A = 1 . 2 . 3 + 4 + 5 B = 1' + 2'. 3' 4' 5'
	RONGEURS		A = 1 . 2 . 3 . 4 . 5 B = 1'. 2'. 3'. 4'. 5' (**)
	ÉDENTÉS	*Tardigrades*	A = 1 . 2 . 3 . 4 + 5 + 5' B = 1' + 2'. 3' + 4'
		Ordinaires	A = 1 . 2 . 3 . 4 + 5 B = 1' + 2'. 3'. 4'. 5'
		Monotrèmes	A = 1 . 2 . 3 + 4 . 5 B = 1' + 2'. 3'. 4'. 5'
ONGULÉS.	SOLIPÈDES		A = 1 . 2 . 3 . 4 + 5 B = 1' + 2' . 3' . 4' + 5'
	RUMINANTS		A = 1 . 2 . 3 . 4 + 5 B = 1' + 2' . 3' + 4' + 5'

(*) Nous avons déjà dit que, par anomalie, le deutocarpien (*pyramidal*) se soude quelquefois chez la race nègre avec le tritocarpien (*semi-lunaire*). M. Laurillard, de si regrettable mémoire, et M. Lartet, nous en ont cité deux exemples.

(**) Formule typique.

pien (*scaphoïde*) devenu libre, n'est pas du tout un os caractéristique des Quadrumanes. On le retrouve chez presque tous les Rongeurs, chez l'aye-aye, dont la place est si difficile à fixer dans la série zoologique; chez la taupe, où M. de Blainville lui-même a eu soin de le signaler, et chez d'autres encore.

7° Chez l'*hipparion*, comme chez les ÉQUIDÉS actuels, le doigt médian équivalait à deux doigts (médius et annulaire). Les stylets latéraux, complétement développés, représentaient l'annulaire et l'index; enfin, le pouce était très-probablement représenté par une châtaigne, ou simple éminence cornée de la peau, analogue à celle du cheval.

8° Les métacarpiens et les métatarsiens principaux de l'*hippotherium*, Kaup, du *palæotherium hippoïdes*, Lartet (*P. aurelianense*, Cuvier; *Anchitherium*, Meyer; *Hipparitherium*, de Christol; *Paloplotherium*, R. Owen), correspondaient à un seul doigt (le *médius*). Ces animaux avaient, en outre, un index et un annulaire entièrement libres et séparés, plus un doigt externe rudimentaire, également libre, correspondant au stylet des chevaux actuels; enfin, très-probablement, un pouce plus rudimentaire encore. Sous ce rapport, ils se rapprochaient donc des vrais *Palæotherium*. C'étaient, si l'on veut, des intermédiaires entre les *Palæotherium* éocènes et les *chevaux* actuels; mais leur système digital (1) prouve, à notre avis du moins, qu'ils ne peuvent être classés parmi les ÉQUIDÉS.

(1) Il nous semble que, généralement, on n'a pas accordé au système digital toute l'importance qu'il mérite, et que ses vraies relations avec le système dentaire n'ont pas été suffisamment étudiées; peut-être un jour aborderons-nous ce sujet dont nous ne nous dissimulons point les nombreuses difficultés.

EXPLICATION DES FIGURES.

Dans toutes les figures des planches A. B. C, à moins d'indication contraire,

1	désigne le	protocarpien ou le	prototarsien
2	—	deuto ——	deuto ——
3	—	trito ——	trito ——
4	—	tétro ——	tétro ——
5	—	pempto ——	pempto ——
1'	désigne le	protocarpe ou le	prototarse
2'	—	deuto ——	deuto ——
3'	—	trito ——	trito ——
4'	—	tétro ——	tétro ——
5'	—	pempto ——	pempto ——

a, *b*, *c*, *d*, *e*, indiquent les cinq métacarpiens ou métatarsiens.
f, *g*, *h*, *i*, *k*, — les cinq premières phalanges des doigts ou des orteils.
l, *m*, *n*, *o*, *p*, — les cinq phalangines.
q, *r*, *s*, *t*, *u*, — les cinq phalangettes.

Les lettres ou les chiffres joints par un trait d'union — indiquent la soudure des os sur lesquels ils sont inscrits : les lignes ponctuées, tracées sur les os, marquent la place encore apparente ou présumée des soudures.

G. N. signifie *grandeur naturelle*.

Les fractions placées à côté des figures indiquent la réduction des parties qu'elles représentent.

PLANCHE A.

Fig. I. Main humaine. D'après Sappey. *Traité d'anat. descript.*

II. Carpe et métacarpe de la même, un peu moins réduite. C cubitus. R radius. *Id.*

III. Pied humain. *Id.*

IV. Main de Magot (*Pithecus inuus*, de Blainville).

FIG. V. Main de l'Aï (*Bradypus tridactylus*, Linné), d'après de Blainville.

VI. Main de l'Unau (*Bradypus didactylus*, Linné), d'après de Blainville.

VII. Pied du même. *Id.*

VIII. Main de *Megatherium*, d'après Cuvier. (Voy. *Ossements fossiles*, t. v, I^re part., pl. xvi, fig. 13.)

Cuvier ne désigne que deux os : le *pyramidal* ou *cunéiforme* (*r*) et l'*os crochu* ou *unciforme* (*s*). D'après notre détermination, (*r*) n'est pas le *pyramidal :* c'est le *scaphoïde* soudé au *pemptocarpien*, ainsi qu'au *trapézoïde* et au *trapèze ;* aussi indiquons-nous cette pièce par les chiffres 4—5 et 4'—5'.— (*s*) n'est pas l'*unciforme :* c'est le *grand os*, et nous lui donnons le chiffre 3'.

Les autres os carpiens, non indiqués par Cuvier, nous les désignons, comme d'ordinaire, ainsi qu'il suit :

1. *Pisiforme.* — 2. *Pyramidal.* — 3. *Semilunaire.* — 1'— 2'. *Protocarpe* et *Os crochu.*

Enfin, (*w*) *Pouce* d'ap. Cuvier est d'ap. nous *Auriculaire.*
(*v*) *Index* — — — *Annulaire.*
(*u*) *Annulaire* — — — *Index.*
(*a*) *Petit doigt* — — — *Vestige du pouce.*

IX. Pied du *Megatherium.* D'après Cuvier.

PLANCHE B.

FIG. I. Main de *Moschus aquaticus* (Ogilby), d'après de Blainville, *Ostéog. comp.* Chez ce ruminant, découvert il y a quelques années dans les montagnes de Sierra-Leone, le canon est partagé en deux os bien distincts, comme chez les *Anoplotherium.*

II. Pied du Pecari (*Dicotyles torquatus*, Cuvier). On y voit très-bien la soudure incomplète des deux métatarsiens principaux ; d'après de Blainville.

III. Main de *Palæotherium medium*, Cuvier ; d'après de Blainville. On voit en *v* une facette *latérale*, destinée, comme chez les rhinocéros, à l'articulation de l'annulaire avec le médius.

IV. Main de cheval ; d'après Cuvier. *Oss. fossil.*

FIG. V. Pied du même ; d'après Cuvier. *Oss. fossil.*

On voit, dans ces deux figures, que la surface articulaire des canons est en rapport, à la main, avec le *grand os* (tritocarpe) et avec la portion interne de l'*os crochu* (deutocarpe); au pied, elle est recouverte tout à la fois par le *premier cunéiforme* (tritotarse) et la portion interne du *cuboïde* (deutotarse); ce qui prouve, selon nous, indépendamment des autres raisons anatomiques données dans ce Mémoire, que les métacarpiens et les métatarsiens principaux du cheval représentent deux doigts soudés entre eux.

VI. Main du bœuf (*Bos taurus*, Linné); dessin original.

Nous avons, avec intention, disloqué les os du carpe, afin d'en faire mieux saisir l'ensemble.

VII. Quatrième et cinquième métacarpien d'un cochon pentadactyle (*Sus scrofa*, Linné), avec les doigts correspondants; dessin original.

VIII. Main d'*Anoplotherium commune*, Cuvier ; d'après de Blainville.

PLANCHE C.

FIG. I. Canon postérieur de cheval, surface tarsienne. *Dessin origin.*

II. *Id.* *id.* d'hipparion (de Christol), *id. Dessin origin.*

III. *Id.* *id.* de bœuf *id. Dessin origin.*

IV. Métatarsien principal de *Palæotherium hippoides* (Lartet), extrémité supérieure. *Dessin original.*

N. B. Dans les quatre figures qui précèdent, les chiffres 2, 3, 4, indiquent les surfaces en rapport avec les deuto, trito et tétrotarse.

V. Métatarsien principal de *Palæotherium hippoides*, d'après de Blainville.

VI. Métacarpien latéral externe de *Palæotherium hippoides.*

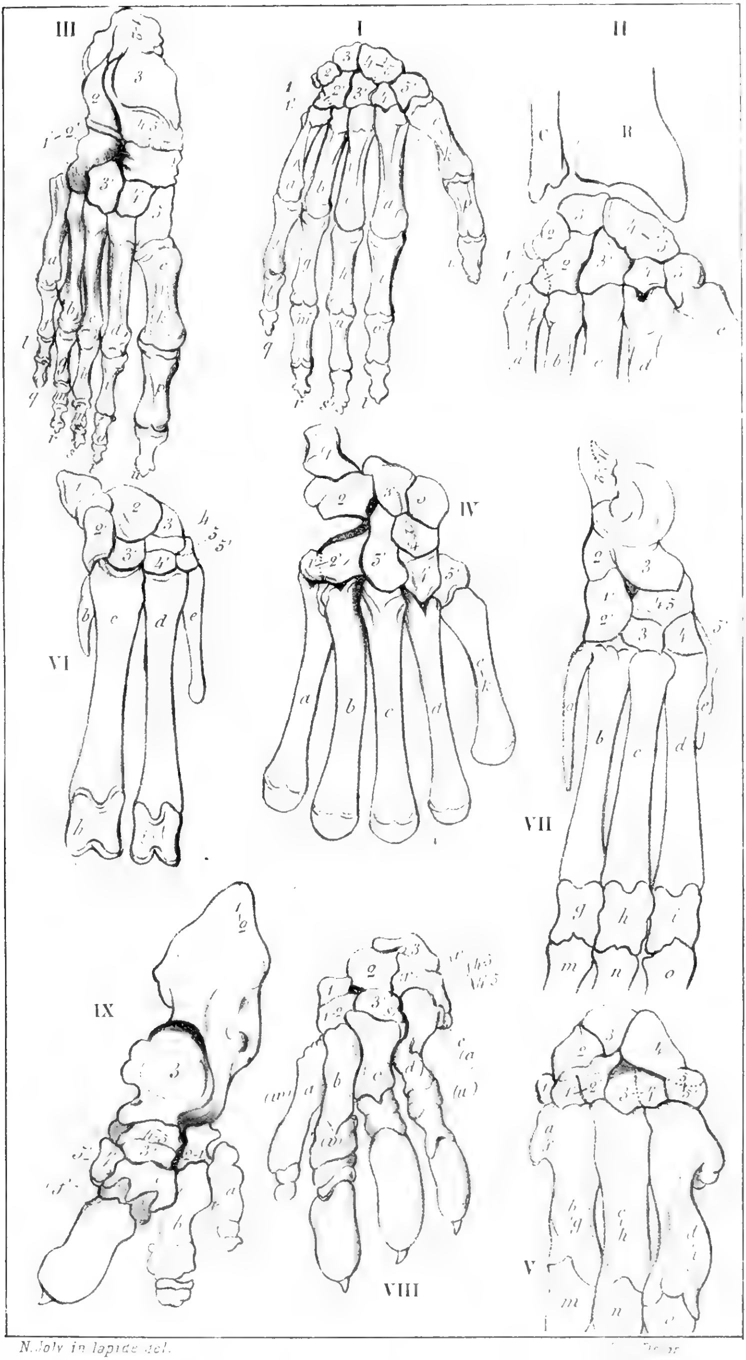
On voit en *a* la facette destinée à l'articulation d'un doigt externe (*auriculaire*), probablement rudimentaire. *Dessin original.*

VII. Métacarpien principal d'*hippotherium gracile* (Kaup), avec ses deux premières phalanges.

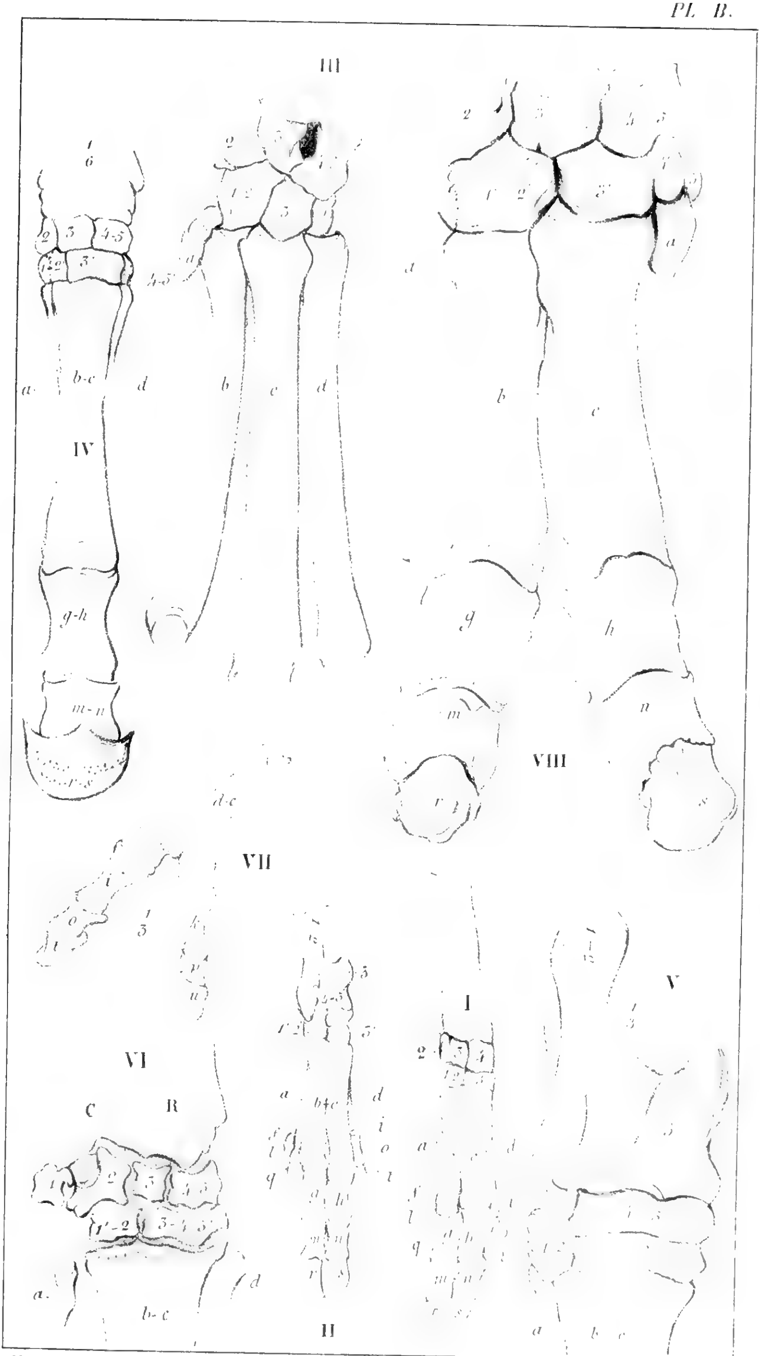
Fig. VIII. Surface articulaire supérieure du même os. Avec les facettes *a* et *b* s'articulent les facettes *b* et *a* du métacarpien latéral, représenté fig. IX.

Ce métacarpien latéral avec une surface d'articulation *c* pour un quatrième orteil rudimentaire, qui, d'après Kaup, était très-probablement conformé comme chez le genre *Palæotherium.* (*c, Eine Galenkflereche für ein viertes Zehenrudiment, das höchst wahrscheinlidr ivre bei* Palæotherium *gestaltet war.* Voy. dans les *Verhandlengen der kriserlielaew leopoldinisch-carolinischen Akademie der Naturforscher,* le Mémoire de Kaup, intitulé : *Die zevil urweltlichen pferdeartigen Thiwe, welche ine tertiärur sande bei Eppelsheim gefunden werden,* etc., pag. 173, Lb. 12 B. fig. 4 *a*, 4 *b*, 5 *a*, 5 *b* et 7.)

XI. Métatarsien principal de l'*hippotherium gracile,* d'après Kaup.

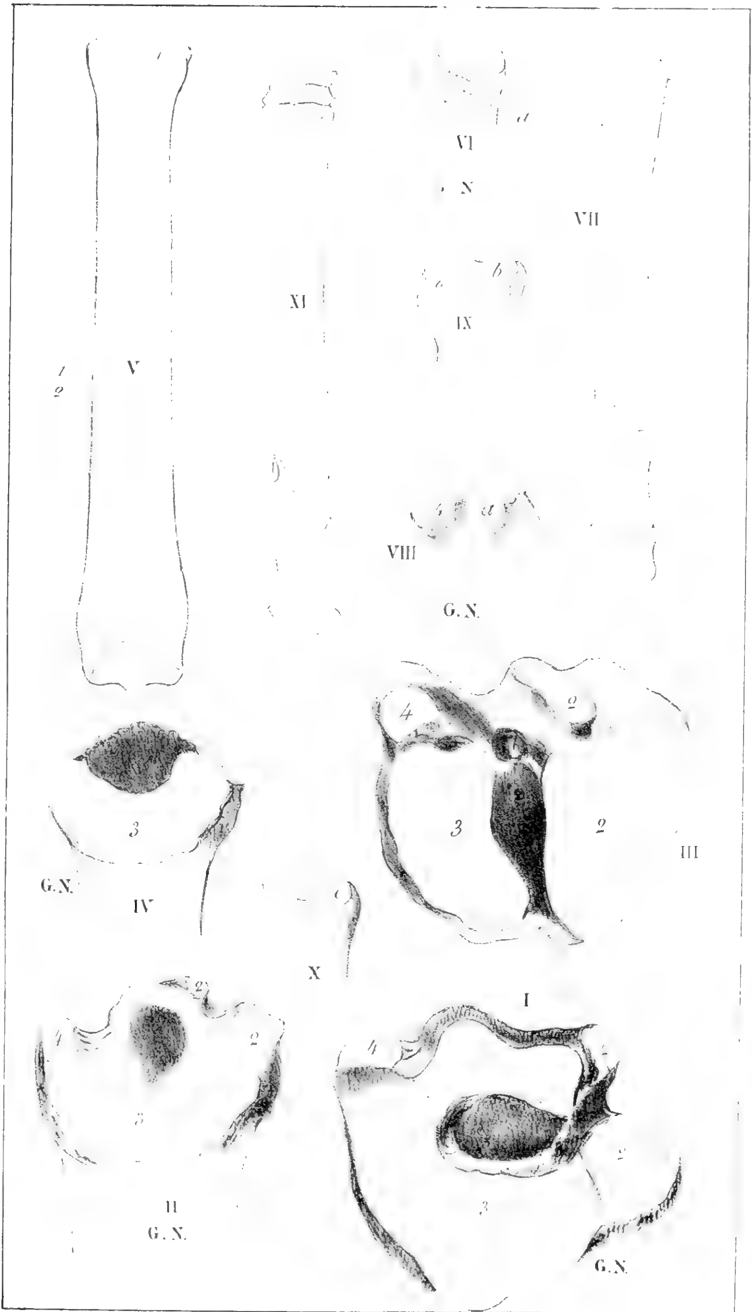


N. Joly in lapide del.



N. Joly in lapide del.

Lith. Delor



N. Joly in lapide del

... Delar...

ERRATA

Du Mémoire sur la pentadactylie, inséré dans le présent Recueil, année 1852, *page* 358.

Par suite de circonstances indépendantes de notre volonté, plusieurs fautes d'impression se sont glissées dans la première partie de nos *Etudes d'anatomie philosophique*, etc., insérée dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*, pour l'année 1852, page 358 et suivantes; ainsi :

Page 361,	ligne 6,	*au lieu de*	on retrouve,	*lisez*	on en retrouve.
— 365,	— 1,	—	Cruveillier	—	Cruveilhier.
— 372,	— 28,				
— 378,	— 34,	—	unguiculés	—	onguiculés.
— 387,	— 27,				
— 379,	— 5,				
— 387,	— 16,	—	unguéale	—	onguéale.
— 397,	— 29,				
— 384,	— 4,	—	hexotarsien	—	protocarpe.
— 384,	— 3,	—	protocarpien	—	pemptocarpien.
— 385,	— 6,	—	tarsien	—	tarsien.
— 385,	— 16,	—	hexocarpien	—	tétrocarpien.
— 390,	— 7,	—	deuxième	—	troisième.
— 390,	— 26,	—	prototarsien	—	pemptotarsien.

— 399, — 1, supprimez ce qui concerne les *hippotherium*.

— 380, — 2, aux deux paragraphes commençant par les mots : *Quant à la composition anatomique du carpe*, etc., et *Nous retrouvons*, etc., substituez ce qui suit :

Quant à la composition anatomique du carpe, on y distingue chez le *Chimpanzé*, les huit os généralement attribués à l'homme. Chez les orangs, au contraire, et chez la plupart des singes inférieurs, on trouve, entre les deux rangées du carpe, un autre os, désigné déjà par M. de Blainville sous le nom d'*os intermédiaire*. Cette pièce n'est pour nous rien autre chose que le *scaphoïde* (tétrocarpien) qui s'est complétement séparé du pemptocarpien, situé au-dessus de lui, en venant prendre à la main de ces mammifères la même place qu'il occupe au pied de presque tous les animaux de cette classe. Du reste, une disposition analogue se reproduit même dans l'ordre des Rongeurs, notamment chez les *lièvres* et les *lapins*.

Enfin, aux tableaux synoptiques des pages 376 et 377, substituez le tableau de la page 337 du *Mémoire* actuel.

ÉTUDES

ANATOMIQUES ET TÉRATOLOGIQUES

SUR UNE MULE FISSIPÈDE

AUX PIEDS ANTÉRIEURS ;

Par les Professeurs A. LAVOCAT et N. JOLY.

En anatomie philosophique certaines appréciations, paraissant hasardées, peuvent être niées, ou du moins mises en doute ; mais, si elles sont exactes, elles sont tôt ou tard démontrées ; et c'est la nature elle-même qui intervient quelquefois pour les rendre incontestables.

Tel a été le sort de l'opinion que nous avons émise relativement aux ÉQUIDÉS dans nos recherches sur la pentadactylie des mammifères. Contrairement aux idées reçues dans la science, nous avons établi que, chez les *chevaux*, le grand doigt n'est pas simple ; qu'il est l'équivalent des deux grands doigts du porc et des ruminants ; et que, par conséquent, il représente le deuxième doigt (*annulaire*), et le troisième doigt (*médius*) de l'homme.

Cette manière de voir était pour nous une conviction profonde ; elle était basée sur la théorie des analogues et sur le principe des connexions ; mais elle ne s'appuyait pas sur le développement ostéogénique, au moins tel qu'il est connu jusqu'à présent ; elle ne pouvait donc être confirmée que par la tératologie. Comme on le verra plus loin, les faits observés ont été examinés si superficiellement, que nous ne pouvions rien en inférer.

Un hasard inespéré nous a fourni les preuves qui nous manquaient. Pendant le mois de janvier dernier, dans les hôpitaux de l'Ecole vétérinaire de Toulouse, une jument avorta : le fœtus était polydactyle aux pieds antérieurs.

Cette anomalie était de nature à fixer toute notre attention, lors même que nos recherches actuelles sur la pentadactylie ne nous auraient pas, en quelque sorte, imposé l'obligation de l'étudier avec soin.

Dans le genre *equus,* les faits de polydactylie sont très-rares, et leur description laisse beaucoup à désirer (1). Les observations les plus détaillées sont les deux qui ont été recueillies, il y a déjà longtemps, dans les écoles vétérinaires d'Alfort et de Lyon.

La première de ces observations mentionne un simple développement de phalanges à l'extrémité inférieure de l'un des stylets métacarpiens. Voici d'ailleurs tout ce qu'en a dit le professeur Rigot : « Il existe dans le cabinet des collections de l'école d'Alfort un membre antérieur de cheval adulte, sur lequel on voit un des péronés du canon porter une région digitée complète, et seulement plus petite que celle sur laquelle l'animal faisait son appui (2). »

Cette anomalie a été citée aussi par M. Isidore Geoffroy Saint-Hilaire dans son *Traité de Tératologie* (t. I, p. 691).

Le second fait, constaté à Lyon par E. Geoffroy Saint-Hilaire, est rapporté ainsi : « Le sujet est un fœtus (cheval) de huit à neuf mois. On le plongea d'abord dans de la liqueur,

(1) On cite certains exemples de polydactylie observés chez le cheval; mais on ne possède sur ces cas rares aucun détail anatomique. Ainsi, Valère-Maxime raconte que le fameux Bucéphale était polydactyle. — Dans son *Histoire des monstres*, Aldrovande a figuré (p. 538) un cheval qu'il nomme *equus octopedibus,* parce qu'il existait à chaque extrémité deux doigts que l'auteur considère comme autant de pieds complets. — Enfin, M. Is. Geoffroy Saint-Hilaire rapporte (*Histoire des anomalies de l'organisation*, t. I, p. 691) qu'un aide-de-camp de Bolivar possédait un cheval polydactyle, et qu'à peu près à la même époque, un *equus* à deux doigts fut montré à la foire de Bogota.

(2) Traité complet de l'anatomie des animaux domestiques. — *Ostéologie*, page 240.

d'où on l'a depuis retiré pour le conserver sec. Il n'est polydactyle qu'antérieurement. Le pied gauche est terminé par trois doigts à peu près égaux ; celui de droite par deux seulement (1). »

Si cette pièce avait été disséquée, Geoffroy Saint-Hilaire aurait pu reconnaître ce qu'un examen extérieur lui permettait à peine d'entrevoir, et il aurait certainement déterminé quels étaient les doigts anormalement développés. Mais il arrêta principalement son attention sur une membrane située entre les doigts, les dépassant un peu, et à bord libre frangé. Il la considéra comme un moyen d'adhérence placentaire; ce qui fut pour lui une preuve de plus dans l'ordre d'idées qui le préoccupaient à cette époque.

Nous regrettons l'insuffisance des détails sur ce fait de polydactylie, et cela d'autant plus, qu'il y avait une remarquable analogie entre le fœtus de Lyon et celui de Toulouse, dont nous allons donner la description.

Examen extérieur.

Le fœtus que nous avons étudié est une mule d'environ neuf mois. La tête, le tronc et les membres postérieurs présentent une conformation tout-à-fait normale. Les membres thoraciques seuls sont atteints d'anomalie : ils sont terminés par trois doigts, dont un, interne, parfaitement libre ; les deux autres, bien séparés au pied gauche, sont, au pied droit, réunis dans un sabot commun, mais offrant, sur sa région antérieure interne, un sillon vertical très-prononcé.

Aux deux pieds, la peau, en passant d'un doigt libre à l'autre, forme un pli intermédiaire, sorte de palmature qui ne descend pas au delà du milieu de la longueur de la région phalangienne.

Ces espèces de palmatures n'étaient nullement *frangées* et comme déchirées à leur bord libre ; elles n'avaient point adhéré par conséquent aux membranes placentaires, et leur existence

(1) *Annales des sciences naturelles,* 1re série, t. XI, p. 224 (1827).

n'indique pas le rôle important que leur attribuait E. Geoffroy Saint-Hilaire dans la production des monstruosités (1).

Ces membranes ne sont-elles pas plutôt les restes encore persistants des languettes étroites, sous la forme desquelles apparaissent, chez tous les animaux vertébrés, les premiers rudiments des membres, quelles que doivent être d'ailleurs la conformation et la fonction ultérieures de ces extrémités (2) ?

Des trois doigts apparents l'externe est le plus fort; l'interne l'est un peu moins, et le médian est le plus petit. Tous sont pourvus d'un sabot conique, déprimé sur la face concentrique, au moins pour les doigts extrêmes.

Le doigt interne, divergent, paraît se détacher du boulet.

Le doigt externe, à peu près rectiligne au pied droit, est dévié au pied gauche; de telle sorte, que la première et la deuxième phalange forment un coude saillant en dehors.

Les dispositions anormales ne paraissent pas remonter au-dessus de la jointure métacarpo-phalangienne. En arrière de cette région, la surface cornée, nommée *ergot*, est évidemment moins étendue qu'à l'ordinaire. Enfin, au-dessus du carpe, à la face interne de l'avant-bras, on voit, comme toujours, la *châtaigne*.

Cet examen superficiel nous permet déjà de reconnaître quels sont les doigts qui ont acquis un développement inusité :

1° Comme nous croyons l'avoir établi, l'ergot des *équidés*, de même que les deux ergots des ruminants, représente l'extrémité inférieure du premier doigt (*auriculaire*) et du quatrième (*index*). Mais ici, le quatrième doigt s'étant développpé, l'ergot est plus petit qu'à l'ordinaire, et ce qui en reste ne représente plus que la partie digitale atrophiée de l'*auriculaire*.

2° et 3° Le deuxième et le troisième doigt (*annulaire* et *médius*), ordinairement soudés en un seul, sont ici parfaitement séparés au pied gauche, et simplement rapprochés au pied droit.

---

(1) *Philosophie anatomique*, tom. II, p. 210.

(2) Voy. LONGET. — *Traité de Physiologie*, t. II, p. 207; et un intéressant Mémoire de M. AGASSIZ (*Bibliothèque de Genève*, novembre 1850, p. 194).

4° Le doigt situé en dedans est évidemment l'*index*.

5° Enfin, la *châtaigne* est le vestige extérieur du *pouce* ou cinquième doigt.

La détermination que nous venons de formuler s'appuie encore sur les caractères que présente l'extrémité des doigts après l'évulsion du sabot. Revêtus de l'appareil kératogène, ces extrémités ont la forme d'un quart de cercle, à peu près comme dans le porc et les ruminants. A leur surface inférieure, excepté pour le médius trop peu développé, se dessine le *corps pyramidal,* recouvert de la membrane villeuse qui sécrète la *fourchette;* mais ce renflement n'est pas régulièrement triangulaire : de ces deux branches postérieures, la plus excentrique est plus prononcée que l'autre.

En outre, au pied droit, la séparation entre l'annulaire et le médius, indiquée par un sillon à l'extérieur du sabot, est évidente dans l'intérieur de la boîte cornée : une arête, formant cloison presque complète, divise la cavité en deux loges inégales : l'externe, qui est la plus grande, appartient à l'annulaire; l'interne est particulière au médius. Par suite de cette même disposition, une profonde échancrure, plus large en bas qu'en haut, établit une démarcation bien nette entre l'appareil producteur de la corne propre à chaque doigt; et cette division est telle que, le sabot étant enlevé, l'extrémité des deux doigts coalescents offre l'aspect d'un *pied fourchu*.

Enfin, comme nous l'avons déjà indiqué, la séparation est complète au pied gauche : l'extrémité des deux doigts est parfaitement distincte et libre.

Des os.

L'anomalie n'ayant atteint que la région digitale, les rayons osseux snpérieurs (*omoplate*, *humérus*, *radius* et *cubitus*) sont à l'état normal.

Le *carpe* est formé de sept os, comme à l'ordinaire (1).

---

(1) Nous disons *comme à l'ordinaire,* parce que chez les chevaux adultes on rencontre quelquefois un huitième os articulé en arrière du *tétrocarpe*

Le *métacarpien principal*, commun à l'annulaire et au médius, n'offre rien de particulier, si ce n'est qu'il est en partie soudé avec le stylet interne, dans une étendue moindre au pied droit qu'au pied gauche.

Les deux *stylets métacarpiens*, appartenant l'un à l'auriculaire, l'autre à l'index, portent inférieurement, comme d'ordinaire, une petite pièce cartilagineuse, noyau rudimentaire de leur extrémité inférieure, de même que pour tout os métacarpien.

Les os de la région digitale sont presque tous imparfaitement développés.

1er Doigt (*auriculaire*). — Pas de phalanges, comme dans l'état normal. — Il n'est indiqué extérieurement, ainsi qu'il a été dit plus haut, que par ce qui reste de l'*ergot*.

4e Doigt (*index*). — Phalange et phalangine incomplètes, à noyau supérieur non formé. Non contiguës, à tissu fibro-cartilagineux intermédiaire.

Phalange, de la forme et du volume d'un pois, unie au côté interne de l'extrémité inférieure du grand métacarpien par du tissu fibreux qui remonte jusqu'à l'extrémité inférieure du stylet interne.

Phalangine, plus forte que la *phalange*, irrégulièrement cylindro-conique, à sommet inférieur tronqué et arrondi.

Phalangette complète, taillée en quart de cercle, à bord convexe excentrique, à peu près comme dans le porc ; un seul trou vasculaire à la face inférieure, près du bord convexe.

Sésamoïdes de l'index non développés.

(trapézoïde). Déjà signalé par les anatomistes vétérinaires, depuis Bourgelat, sans être constant, il n'est pas rare. Nous avons plusieurs fois constaté son existence, il y a peu de temps. D'après ses connexions, nous n'avons pas hésité à reconnaître que ce petit os n'était pas un sésamoïde, comme nous l'avions d'abord pensé, avant de l'avoir vu, mais que c'était bien le *pemptocarpe* (trapèze) développé et devenu libre.

Quant à l'*os externe*, indiqué aussi par les mêmes auteurs, nous ne pouvons lui assigner aucune valeur, parce que jusqu'à présent nous ne l'avons pas rencontré. En attendant, nous sommes plus disposés à le considérer comme un sésamoïde accidentel, qu'à voir en lui un véritable *protocarpe*.

2e ET 3e DOIGT (*annulaire* et *médius*). — Au pied droit, réunion de la 1re *phalange* des deux doigts en une seule.

Au pied gauche, réunion des deux mêmes phalanges seulement dans le noyau supérieur constituant leur extrémité métacarpienne. Division complète dans toute la section inférieure formant, pour l'annulaire, une pièce cylindro-conique, à sommet inférieur simplement condyloïde. — Cette même partie inférieure non développée dans la substance fibreuse du médius.

Phalangine. — Au pied droit, le noyau supérieur, encore à l'état cartilagineux, commun aux deux doigts. Le noyau inférieur, court et conoïde, particulier à l'annulaire, à simple condyle inférieur. — Ce même noyau non développé dans le médius.

Au pied gauche, le noyau supérieur cartilagineux et le noyau inférieur petit et cylindrique, appartenant tous deux exclusivement à l'annulaire. — Ces mêmes éléments à l'état fibreux dans le médius.

Phalangette. — Aux deux pieds et pour l'annulaire : en forme de quart de cercle, comme dans le porc et les ruminants; à bord convexe externe; un seul trou vasculaire, à la face inférieure, près de ce bord; c'est exactement la moitié d'une phalangette normale de cheval. Cette phalange est encore fibreuse dans le sabot du médius.

Les *sésamoïdes* sont encore cartilagineux : les deux *grands*, comme d'ordinaire, communs aux deux doigts; le *petit*, moins allongé transversalement et particulier à l'annulaire.

En conséquence de cette étude des os, il est évident que l'annulaire et le médius, ordinairement réunis, sont ici séparés jusqu'en haut de la 2e phalange, au pied droit, et jusqu'en haut de la 1re phalange, au pied gauche.

Cette anomalie confirme donc de la manière la plus éclatante l'interprétation que nous avons donnée par rapport au doigt médian du cheval, dans nos *Etudes d'anatomie philosophique sur la main et le pied de l'homme, et sur les extrémités des mammifères ramenées au type pentadactyle* (p. 41 et suiv.).

Des muscles.

Les muscles de l'*épaule* et du *bras* sont à l'état normal. Il en est de même des muscles de l'*avant-bras*, y compris les *extenseurs* et les *fléchisseurs des phalanges.*

Ainsi, les *extenseurs* sont réunis en un seul faisceau, excepté celui de l'auriculaire, dont le tendon se termine en haut et au-devant de la 1re phalange de l'annulaire, avec une branche du *commun.*

L'extenseur commun, par son tendon principal, descend jusqu'à la phalangette de l'annulaire seulement : la division destinée au médius ne s'est pas développée, ce qui s'explique par l'organisation inachevée de ce même doigt.

Le tendon de l'*extenseur propre de l'index*, avec une branche du commun, s'arrête en haut de la 1re phalange de l'index, en se confondant au tissu fibreux de cet os à peine ébauché.

Quant aux *fléchisseurs des phalanges*, ils n'aboutissent qu'à l'annulaire. Ils ne donnent pas d'autre branche, pas même à l'index, par suite de l'incomplet développement que nous avons déjà constaté précisément au point où les branches tendineuses doivent se diviser.

A la main, les *interosseux palmaires* sont, comme d'ordinaire, au nombre de quatre : deux latéraux (1er et 4e), et deux médians (2e et 3e).

Les deux *latéraux* sont grêles et pourvus chacun d'un tendon filiforme qui dégénère inférieurement en aponévrose très-mince, terminée d'une manière confuse en arrière et sur les côtés de l'extrémité inférieure du métacarpe.

Les deux *médians* sont réunis en un seul faisceau fibreux, très-peu musculeux, qui se divise inférieurement en deux branches insérées sur les deux grands sésamoïdes communs au 2e et au 3e doigt. En avant chacune de ces branches se prolonge par une bride qui, vers le milieu de la 1re phalange de l'annulaire et du médius, se fixe sur le bord correspondant du tendon extenseur. Au *pied droit*, la bride interne se rend à sa destination en passant entre l'index et le médius. Mais au *pied gauche*, elle n'arrive pas jusqu'au tendon extenseur ; elle s'arrête nécessairement sur le médius, en se confondant au tissu fibreux qui le compose.

Des vaisseaux.

L'appareil vasculaire a été injecté, afin d'en mieux étudier les dispositions.

Les *artères*, les *veines profondes*, ainsi que les *superficielles* des rayons supérieurs, sont à l'état normal.

Dans la région des doigts, les *artères* et leurs *veines* satellites sont distribuées d'une manière qui rappelle ce qu'on observe chez les fissipèdes.

En bas du métacarpe, les artères métacarpiennes se réunissent en un seul tronc qui bientôt se bifurque :

A. — La branche externe donne en arrière un rameau qui se rend à l'*ergot*, c'est-à-dire, au vestige du 1er *doigt* (auriculaire).

Puis, cette artère, constituant la *collatérale externe de l'annulaire*, descend au côté superficiel de ce doigt où elle donne différents rameaux sous cutanés et profonds. Parvenue à la phalangette, après avoir fourni à la face externe de cet os une division transverse ou *préphalangienne*, elle se termine à la face inférieure ou *solaire* en s'enfonçant dans le trou sous-phalangien.

B. — La *branche interne*, plus forte et plus rameuse, passe en arrière de la base de l'index, et se dirige en dehors pour gagner l'*annulaire*, dont elle constitue la *collatérale interne*. Elle se termine sur la phalangette par de fines ramifications principalement destinées au tissu sous-ongulé kératogène.

Dans son trajet, cette artère fournit des divisions qui sont, en procédant de bas en haut :

1° Le *rameau propre au médius*, se détachant nécessairement plus haut au pied gauche qu'au pied droit.

2° et 3° Plus haut naissent, successivement (à gauche), et par un tronc commun (à droite), les artères *collatérales externe* et *interne de l'index*, exactement disposées comme leurs analogues de l'annulaire, si ce n'est qu'ici c'est la collatérale interne qui, située au côté superficiel du doigt, se termine dans le trou inférieur de la phalange onguéale.

Quant à l'*artère propre du pouce*, elle est représentée, comme à l'ordinaire, par un rameau ascendant, né de la radiale, de même que chez l'homme, un peu au-dessus du carpe, et divisé à la face profonde de la *châtaigne*.

La *veine propre du pouce* procède de la *châtaigne*, suit l'artère, et aboutit presqu'au même niveau dans la veine *sous-cutanée médiane* de l'avant-bras.

Des nerfs.

Disposés à peu près comme les artères, les nerfs ne sont à examiner que dans la région des doigts.

Il y a deux cordons métacarpiens : l'un, *externe*, suite du nerf *cubital;* l'autre, *interne*, plus fort, prolongement du nerf *médian* ou *radial.*

Au niveau de la jointure métacarpo-phalangienne, chacun de ces deux cordons se partage en divisions *digitales :*

A. — *L'externe* donne d'abord un rameau postérieur, se rendant à l'*ergot*, et conséquemment destiné à l'*auriculaire*.

Puis, longeant le bord externe de l'*annulaire*, il en forme la branche *collatérale externe* qui, après avoir fourni différentes divisions, se termine en se ramifiant à la périphérie de la phalangette, mais surtout en suivant le sillon préphalangien.

B. — *L'interne* se dirige de dedans en dehors, et parvient sur l'*annulaire* dont il constitue la branche *collatérale interne*.

Près de la jointure métacarpo-phalangienne, se détachent deux branches qui sont les *collatérales de l'index :*

1° La *collatérale externe*, fournissant, vers le quart supérieur de son trajet, la division *propre au médius* (pied gauche); au pied droit, ce rameau procède inférieurement de la branche collatérale interne de l'annulaire ;

2° La *collatérale interne*, située au bord superficiel de l'index, répète exactement la collatérale externe de l'annulaire par ses divisions et son mode de terminaison.

Enfin, le *nerf propre du pouce* est représenté par un faible rameau qui, au-dessus du carpe, se détache du nerf radial, suit la branche artérielle correspondante, et se termine à la *châtaigne* par de fines divisions.

Conclusions.

De tous les détails qui précèdent sur le sujet que nous avons étudié, il résulte que :

1° Le *pouce* et l'*auriculaire* étaient à l'état normal; l'*index* était pourvu de phalanges, et il y avait séparation de l'*annulaire* et du *médius* dans la région phalangienne; par conséquent, ce sujet *solipède* aux pieds postérieurs, était *fissipède* aux pieds antérieurs;

2° Les membranes ou palmatures qui séparaient ces divers doigts ne sont rien autre chose que les restes encore persistants des languettes étroites sous la forme desquelles apparaissent, chez tous les animaux vertébrés, les premiers rudiments des membres, quelles que doivent être, d'ailleurs, la configuration et la fonction ultérieures de ces extrémités;

3° L'existence tardive de ces membranes confirme donc, une fois de plus, la vérité de cette loi féconde des arrêts de développement établie par l'un de nos plus célèbres anatomistes;

4° Dans le genre *equus*, le grand doigt n'est pas simple, mais il représente exactement les deux grands doigts du porc et des ruminants, c'est-à-dire, le 2e doigt (*annulaire*) et le 3e (*médius*) de l'homme;

5° Cette double valeur, attribuée par nous au grand doigt des *équidés*, est maintenant, grâce au fait que nous venons de rapporter, une vérité définitivement acquise et incontestable;

6° Enfin, si, comme nous croyons l'avoir démontré ailleurs, la *châtaigne* est le représentant du *pouce*, et si, comme le prouve encore notre monstre, l'*ergot* et les *stylets* des chevaux actuels représentent les deux doigts latéraux (*auriculaire* et *index*), parfaitement développés chez les *hipparion* (de Christol), il faut en conclure que, de même que tous les autres mammifères, les *équidés*, dits *monodactyles*, sont réellement pentadactyles.

EXPLICATION DES PLANCHES.

PLANCHE I.

Mule fissipède aux pieds antérieurs. (*Fœtus de neuf mois.*)

P. D. Pied droit. P. G. Pied gauche.

Sur ces deux pieds, les lettres suivantes désignent :

(*a*) Annulaire.

(*m*) Médius.

(*i*) Index.

(*c*) Châtaigne (vestige du pouce).

(*s*) Sillon indiquant extérieurement la séparation entre l'annulaire et le médius du pied droit.

(*o*, *o*) Palmatures ou membranes interdigitales.

PLANCHE II.

FIG. I. PIED DROIT, vu par sa face antérieure.

(M) Partie inférieure du canon (métacarpien commun à l'annulaire et au médius).

(*e*) Épiphyse inférieure du canon. (Le ligament capsulaire de la jointure métacarpo-phalangienne est ouvert.)

(*s*) Stylet externe (métacarpien de l'auriculaire).

(*s*') Stylet interne (métacarpien de l'index).

(*c*, *c*') Epiphyse inférieure des stylets.

(*d*) Tissu fibreux reliant l'extrémité inférieure du stylet interne avec la partie supérieure de l'index, son doigt correspondant.

(*a*) Annulaire. (*m*) Médius. (*i*) Index.

(P) *Phalange* commune à l'annulaire et au médius.

(P') Noyau osseux de la *phalangine* de l'annulaire, entouré de tissu fibro-cartilagineux.

(P") *Phalangette* du même doigt.

(*p*') Noyau fibro-cartilagineux de la *phalangine* du médius.

(*p*") Phalangette du médius à l'état cartilagineux.

(*n*) Noyau osseux de la *phalange* de l'index, entouré de tissu fibro-cartilagineux,

(*q*) Phalangine du même doigt.

(*r*) Phalangette *id.*

(T) Tendon de l'extenseur commun.

(*t*, *t*) Brides des interosseux palmaires médians.

FIG. II. (*a*) Phalangette de l'annulaire, (*m*) phalangette du médius (pied droit) revêtues de l'appareil kératogène (moulées en plâtre).

FIG. III. Intérieur du sabot commun à l'annulaire et au médius du pied droit. *Gr. natur.*

(*a*) Cavité propre à la phalangette de l'annulaire.

(*m*) Cavité propre à la phalangette du médius.

(*f*) Fourchette de l'annulaire.

FIG. IV. PIED GAUCHE, vu par sa face antérieure. (Les mêmes lettres indiquent les mêmes parties que pour le pied droit (fig. I), sauf les détails suivants :

(P) Partie supérieure de la *phalange* commune à l'annulaire et au médius.

(*p*) Partie inférieure de la *phalange* propre à l'annulaire.

FIG. V. Phalangette de l'annulaire gauche revêtue de l'appareil kératogène (moulée en plâtre).

FIG. VI. La distribution des vaisseaux et des nerfs est essentiellement la même aux deux pieds ; elle est représentée ici sur le pied gauche, vu par sa face postérieure. — Comme les branches veineuses suivent exactement celles des artères, il nous a paru inutile de les figurer. — Les divisions artérielles et les divisions nerveuses étant satellites les unes des autres et homonymes, sont indiquées par le même chiffre.

(C) Canon. (*s*) Stylet externe. (*s'*) Stylet interne.

(*a*) Arcade palmaire.

(*n*) Cordon métacarpien externe, suite du nerf cubital.

(*n'*) Cordon métacarpien interne, suite du nerf radial.

(1) Branche vasculo-nerveuse de l'auriculaire. (Elle est coupée et se rendait à l'*ergot*.)

(2) Branche collatérale externe de l'annulaire.

(3) Branche collatérale interne *id.*

(4) Branche propre du médius.

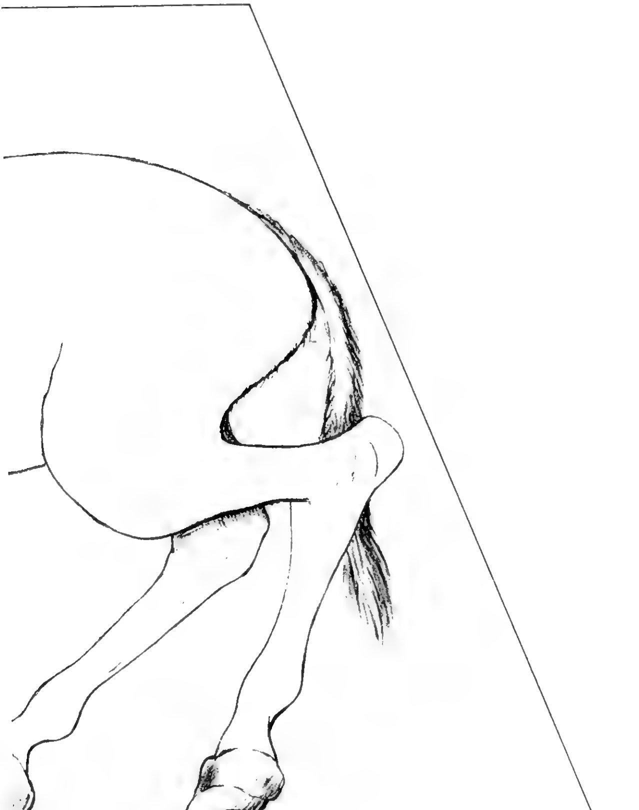
(5) Branche collatérale externe de l'index.

(6) Branche collatérale interne *id.*

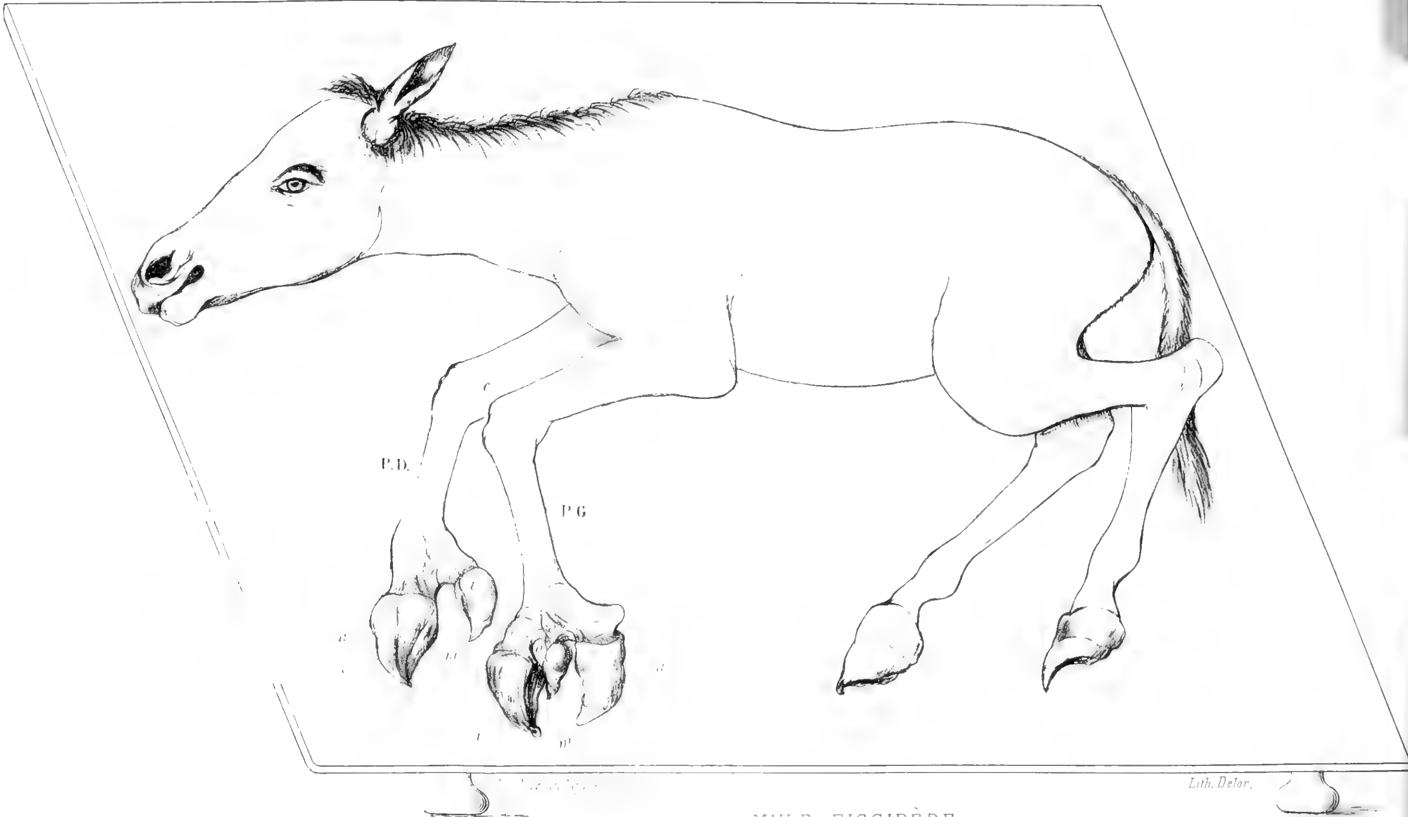
(*d*) Division terminale de l'artère collatérale externe de l'annulaire dans le trou unique percé à la face inférieure de la phalangette de ce doigt.

(*d'*) Même disposition offerte par l'artère collatérale interne de l'index.

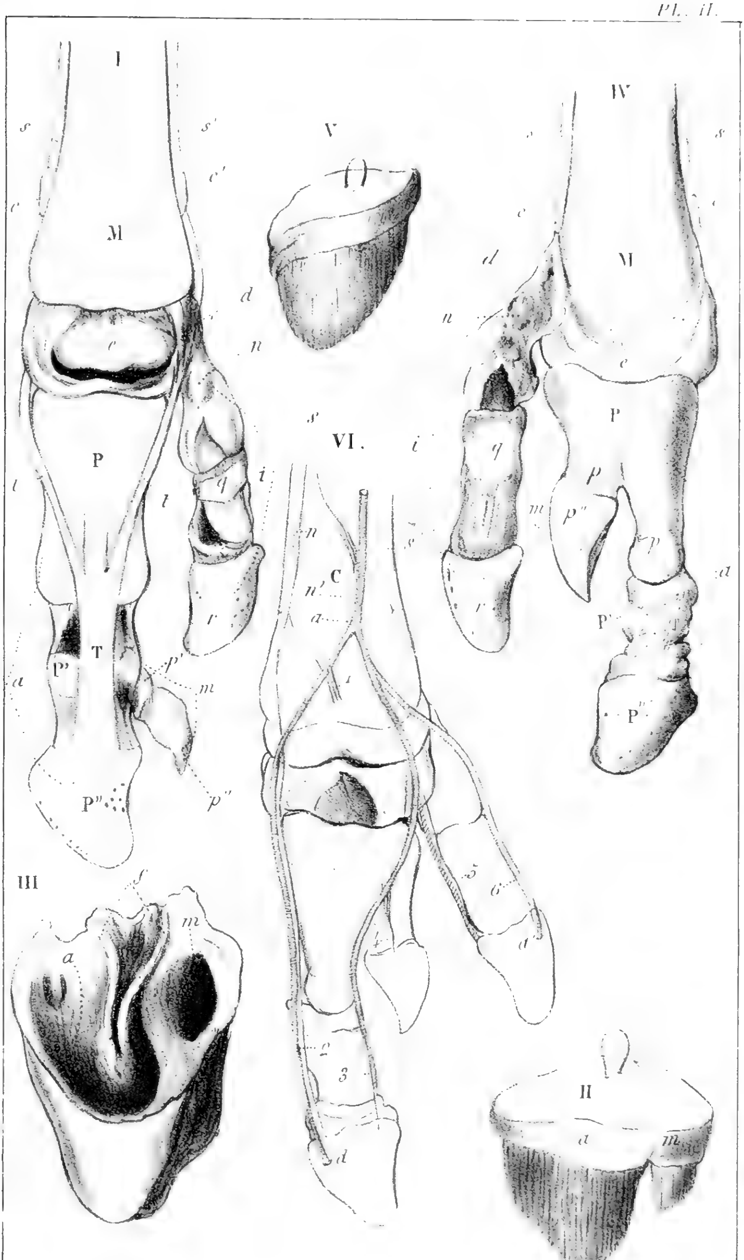
PL. I.



ÈDE.



MULE FISSIPÈDE.



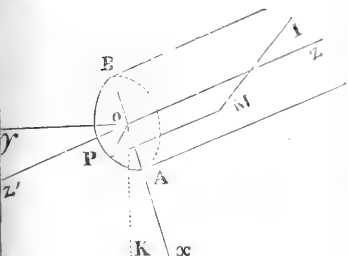
N. Joly, in lapide del.

MULE FISSIPÈDE

NOTE

SUR LE MOUVEMENT D'UN POINT MATÉRIEL PESANT SUR UNE SURFACE CYLINDRIQUE QUELCONQUE INCLINÉE A L'HORIZON.

Par M. H. MOLINS.



1. Soit AB une section droite du cylindre ; on prendra l'origine o de trois axes coordonnés rectangulaires dans le plan de cette section qui servira de plan des x, y ; l'axe oz sera parallèle aux génératrices de la surface. En outre, si oK est la verticale qui passe au point o, on pourra supposer que l'axe ox est la trace du plan vertical zoK sur le plan de la section ; par suite l'axe oy sera horizontal. Désignons par γ l'angle aigu Koz' que forme la verticale avec la direction des génératrices ; les composantes de la pesanteur parallèles aux axes ox, oy, oz seront respectivement $g\sin\gamma$, o, et $-g\cos\gamma$. Considérons un point quelconque M de la trajectoire que décrit sur la surface du cylindre un point matériel sollicité par la pesanteur ; soit P sa projection sur le plan de la base. Ce point matériel se meut en vertu de la pesanteur g et de la résistance R de la surface, laquelle agit suivant la normale MI : on remarquera que cette normale de la surface est parallèle à la normale de la section droite AB

au point P. Si l'on appelle λ, μ les angles que fait cette dernière normale avec les axes ox, oy, et $d\sigma$ l'élément de la courbe AB, on aura

$$\cos\lambda = \pm\frac{dy}{d\sigma},\ \cos\mu = \mp\frac{dx}{d\sigma},\ d\sigma = \sqrt{dx^2+dy^2};$$

les composantes de la résistance R seront $R\cos\lambda$, $R\cos\mu$ et o. Les quantités $\cos\lambda$, $\cos\mu$ se déduiront des équations de la même courbe; d'ailleurs on devra prendre ensemble les deux signes supérieurs ou les deux signes inférieurs selon le sens où agira la force R.

Cela posé, les équations du mouvement du point matériel M, dont on supposera la masse égale à l'unité, seront :

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = g\sin\gamma + R\cos\lambda \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = R\cos\mu \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = -g\cos\gamma \end{cases}$$

Si on leur joint celle de la base du cylindre, elles serviront à déterminer x, y, z et R en fonctions du temps. On remarquera que les deux premières sont indépendantes de z, et que par conséquent jointes à l'équation de AB elles suffiront pour déterminer x, y, R; elles ne sont autre chose que les équations du mouvement d'un point matériel qui se mouvrait sur la courbe AB et qui serait sollicité par une force $g\sin\gamma$ constante de grandeur et de direction, laquelle est la projection de la gravité sur le plan de cette base. Ce second point matériel serait, à chaque époque du mouvement, la projection P du point M sur le plan AB. Quant au mouvement du plan matériel M parallèlement à oz, il sera déterminé par la dernière des équations (1) qui coïncide avec celle du mouvement d'un corps pesant libre, en supposant la gravité réduite à $g\cos\gamma$ qui est la composante de cette force suivant les génératrices du cylindre.

Il suit de là que le mobile M mettra à atteindre la génératrice la plus basse, le même temps que le mobile P mettra à arriver au point le plus bas dans son mouvement sur la courbe AB. Ainsi, supposons que la composante K de la vitesse initiale, perpendiculairement aux génératrices, soit nulle : le mobile P exécutera sur la courbe AB une série d'oscillations isochrones, en s'élevant de part et d'autre du point le plus bas à une même hauteur par rapport à ce point, laquelle sera égale à la hauteur initiale. Donc aussi le mobile M exécutera sur la surface une série d'oscillations de même durée que les premières, en s'élevant chaque fois à la même hauteur par rapport au plan tangent de la surface passant par la génératrice la plus basse. On reconnaît par là une analogie remarquable entre le mouvement d'un point pesant sur une surface cylindrique quelconque, et celui d'un point pesant sur une courbe donnée.

2. Si l'on ajoute les deux premières équations (1), après les avoir multipliées respectivement par $2dx$, $2dy$, on trouve

$$d.\frac{dx^2+dy^2}{dt^2}=2g\sin\gamma\, dx,$$

d'où, en intégrant,

$$\frac{d\sigma^2}{dt^2}=2g\sin\gamma(x-h)+\mathrm{K}^2,$$

h et K étant les valeurs initiales de x et $\frac{d\sigma}{dt}$. De cette équation on tire, en supposant que l'équation de la base donne $y=f(x)$,

$$(2)\quad dt=\frac{d\sigma}{\sqrt{\mathrm{K}^2+2g\sin\gamma(x-h)}}=dx\sqrt{\frac{1+(f'x)^2}{\mathrm{K}^2+2g\sin\gamma(x-h)}};$$

par suite t s'obtiendra en fonction de x au moyen d'une quadrature. Réciproquement x sera une certaine fonction de t, et il en sera de même de y, puisque $y=fx$.

La dernière des équations (1) étant multipliée par $2dz$ et ensuite intégrée donne

$$\frac{dz^2}{dt^2} = K'^2 - 2g\cos\gamma(z-h'),$$

h', K' étant les valeurs initiales de z et $\frac{dz}{dt}$; on en déduit

$$(3) \qquad dt = \frac{dz}{\sqrt{K'^2 - 2g\cos\gamma(z-h')}}.$$

La quantité t s'exprimera donc en fonction de z au moyen d'une autre quadrature; réciproquement z sera une fonction de t.

Quant à la vitesse v du point M, on la déduira, à la manière ordinaire, des équations (1); on trouvera

$$v^2 = v_0^2 + 2g[(x-h)\sin\gamma - (z-h')\cos\gamma],$$

v_0 étant la vitesse initiale. Comme x et z sont des fonctions de t, il en sera de même de v, et le mouvement du point M sera complétement déterminé, puisqu'on connaît à chaque instant sa position et sa vitesse.

3. On peut demander quelle serait la transformée de la trajectoire, si l'on venait à développer la surface cylindrique. L'équation de cette transformée sera une certaine relation entre l'arc σ de la base, qui devient une ligne droite, et la ligne z perpendiculaire à cette base. Or, si l'on égale les expressions de dt données par les équations (2) et (3), on trouve

$$\frac{dz}{\sqrt{K'^2 - 2g\cos\gamma(z-h')}} = \frac{d\sigma}{\sqrt{K^2 + 2g\sin\gamma(x-h)}}.$$

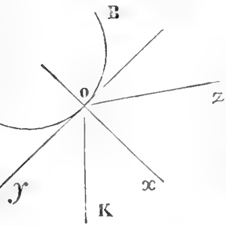
On peut supposer que x est une fonction de σ, puisque σ est une fonction de x qui serait donnée par l'intégration de l'équation

$$d\sigma = dx\sqrt{1 + (f'x)^2}.$$

Dès lors, en intégrant l'équation précédente où les variables sont séparées, on obtient pour l'équation de la transformée de la trajectoire,

$$(4)\quad K'-\sqrt{K'^2-2g\cos\gamma(z-h')}=g\cos\gamma\int_{\sigma_0}^{\sigma}\frac{d\sigma}{\sqrt{K^2+2g\sin\gamma(x-h)}};$$

σ_0 est la valeur initiale de σ répondant à $x=h$ et $z=h'$.



Supposons, par exemple, que la base du cylindre soit une cycloïde AoB ayant pour sommet le point o et pour axe la ligne ox, et que la tangente oy menée en ce point soit horizontale; en appelant a le rayon du cercle générateur, et comptant l'arc σ à partir du sommet, on aura

$$\sigma=2\sqrt{-2ax},\ \text{d'où}\ x=-\frac{\sigma^2}{8a}.$$

L'intégrale du second membre de la formule (4) deviendra

$$\int\frac{d\sigma}{\sqrt{K^2-2g\sin\gamma\left(\frac{\sigma^2}{8a}+h\right)}}=2\sqrt{\frac{a}{g\sin\gamma}}\arc\sin\frac{1}{2}\sigma\sqrt{\frac{g\sin\gamma}{a(K^2-2gh\sin\gamma)}}$$

ce qui montre que la transformée de la trajectoire est une courbe transcendante. Si le cylindre était horizontal, on aurait $\cos\gamma=0$, et l'équation différentielle de la transformée deviendrait

$$\frac{1}{K'}dz=\frac{d\sigma}{\sqrt{K^2+2g(x-h)}}=\frac{d\sigma}{\sqrt{K^2-2g\left(\frac{\sigma^2}{8a}+h\right)}}$$

d'où, en intégrant,

$$\frac{z}{K'}+C=2\sqrt{\frac{a}{g}}\arc\sin\frac{\sigma}{2\sqrt{\frac{a}{g}(K^2-2gh)}}$$

C étant une constante arbitraire. Cette équation peut se mettre sous la forme

$$\frac{\sigma}{2}\sqrt{\frac{g}{a(\mathrm{K}^2-2gh)}}=\sin\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{a}}\left(\frac{z}{\mathrm{K}'}+\mathrm{C}\right)$$

ce qui fait voir que la transformée est une sinusoïde; la valeur de C se déduirait de cette même équation en remplaçant σ et z par leurs valeurs initiales σ_0 et h'.

Si la quantité K, qui est la composante de la vitesse initiale, perpendiculairement aux génératrices, était nulle, le point matériel oscillerait sur la surface de part et d'autre de la génératrice la plus basse oz, et en outre la durée des oscillations serait indépendante du point de départ. C'est qu'on déduirait de l'équation (2), en changeant $d\sigma$ en $-d\sigma$, parce que σ diminue quand le temps augmente : on trouverait ainsi pour la durée d'une oscillation entière $2\pi\sqrt{\frac{a}{g\sin\gamma}}$. La surface cylindrique qui possède cette propriété est donc une surface tautochrone.

Si la courbe AB était une parabole cubique dont on prendrait l'axe pour la ligne ox et le sommet pour origine des coordonnées, on aurait

$$y=ax^{\frac{3}{2}},\ d\sigma=dx\sqrt{1+\frac{9}{4}a^2x};$$

la formule (4) deviendrait

$$\mathrm{K}'-\sqrt{\mathrm{K}'^2-2g\cos\gamma(z-h')}=g\cos\gamma\int_h^x dx\sqrt{\frac{1+\frac{9}{4}a^2x}{\mathrm{K}^2+2g\sin\gamma(x-h)}}.$$

Si l'on pose $u=\sqrt{\frac{1+\frac{9}{4}ax_2}{\mathrm{K}^2+2g\sin\gamma(x-h)}}$, on trouvera pour l'intégrale du second membre

$$\int u\,dx=-\frac{4}{3a\sqrt{2g\sin\gamma}}\left[1+\frac{9a^2}{4}\left(h-\frac{\mathrm{K}^2}{2g\sin\gamma}\right)\right]\left[\frac{bu}{2(1-b^2u^2)}-\frac{1}{4}l.\frac{1+bu}{1-bu}\right],$$

en faisant, pour abréger,

$$b=\frac{2\sqrt{2g\sin\gamma}}{3a}.$$

4. Cherchons la valeur de la résistance R. Multiplions les deux premières équations (1) respectivement par dy et dx, et retranchons-les ensuite l'une de l'autre; nous aurons, à cause des valeurs de $\cos\lambda$, $\cos\mu$,

$$\frac{dy\,d^2x - dx\,d^2y}{dt^2} = g\sin\gamma\,dy \pm \mathrm{R}\,d\sigma.$$

Mais l'on a

$$dy\,d^2x - dx\,d^2y = -dx^2\,d\frac{dy}{dx} = -f''x\,dx^3,$$

par suite l'équation précédente deviendra

$$-f''x\frac{dx^3}{dt^3} = g\sin\gamma f'x\frac{dx}{dt} \pm \mathrm{R}\frac{d\sigma}{dt},$$

ou bien en remplaçant $\frac{dx}{dt}$ par $\frac{1}{\sqrt{1+(f'x)^2}}\frac{d\sigma}{dt}$, et divisant les deux membres par $\frac{d\sigma}{dt}$,

$$-\frac{f''x}{\left[1+(f'x)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{d\sigma^2}{dt^2} = \frac{g\sin\gamma f'x}{\sqrt{1+(f'x)^2}} \pm \mathrm{R}.$$

Mettant enfin pour $\frac{d\sigma}{dt}$ sa valeur donnée par l'équation (2), on trouve

$$(5)\quad \pm\mathrm{R} = -\frac{1}{\sqrt{1+(f'x)^2}}\left[g\sin\gamma f'x + \frac{f''x}{1+(f'x)^2}(\mathrm{K}^2 + 2g\sin\gamma(x-h)\right].$$

Comme la quantité R est essentiellement positive, on devra donner au premier membre le même signe qu'aura le second, ce qui fera connaître le sens suivant lequel agit la résistance.

On peut demander quelle devrait être la base du cylindre pour que la résistance fût constamment nulle. Il faut exprimer la condition suivante pour une valeur quelconque de x:

$$(\mathrm{K}^2 + 2g\sin\gamma(x-h))f''x + g\sin\gamma f'x(1+(f'x)^2) = 0;$$

or cette équation est une équation différentielle du second ordre dont l'intégration déterminera fx. Si l'on pose $f'x=p$, elle devient

$$(K^2+2g\sin\gamma(x-h))\frac{dp}{dx}+g\sin\gamma.p(1+p^2)=0;$$

d'où

$$\frac{dp}{p(1+p^2)}=-\frac{g\sin\gamma dx}{K^2+2g\sin\gamma(x-h)};$$

en intégrant on trouve

$$K^2+2g\sin\gamma(x-h)=C'\left(1+\frac{1}{p^2}\right),$$

C' étant une constante arbitraire dont la valeur se déduirait de cette même équation en y mettant pour x et p ou $f'x$ leurs valeurs initiales. On en tire

$$p \text{ ou } \frac{dy}{dx}=\frac{\sqrt{C'}}{\sqrt{K^2+2g\sin\gamma(x-h)-C'}}$$

et une nouvelle intégration donne

$$y+C''=\frac{\sqrt{C'}}{g\sin\gamma}\sqrt{K^2+2g\sin\gamma(x-h)-C'}$$

ou bien

$$(y+C'')^2=\frac{2C'}{g\sin\gamma}(x-h)+\frac{C'(K^2-C')}{g^2\sin^2\gamma},$$

C'' est une nouvelle constante arbitraire dont la valeur se déduirait des données initiales. Or l'équation précédente représente une parabole dont l'axe est parallèle à ox; c'est donc cette parabole qu'il faudrait donner pour base au cylindre, afin que la résistance de sa surface fût constamment nulle. Mais on remarquera que la détermination de cette courbe dépend du point de départ, ainsi que de la direction et de la grandeur de la composante de la vitesse initiale perpendiculaire aux génératrices. Ces quantités restant les mêmes, on peut encore faire varier d'une infinité de manières la vitesse initiale et sa direction, sans que la surface oppose aucune résistance. La surface n'opposant aucune résistance, c'est comme si elle n'existait pas, car sa présence ne devient sensible que par la résistance qu'elle présente. Dès lors la trajectoire sera la même que celle que décrit un point libre sollicité par la pesanteur; ce sera donc une parabole donnée par l'intersection de la surface cylindrique et du plan vertical mené par la direction de la vitesse initiale.

5. Evaluons enfin la force centrifuge en grandeur et en direction; le rayon de courbure s'en déduira. Soient ρ ce rayon de courbure, φ, ψ, χ les angles qu'il fait respectivement avec ox, oy, oz. on aura

$$\cos\varphi = -\frac{\rho}{ds} d\frac{dx}{ds} = -\frac{\rho}{v}\cdot\frac{d\frac{dx}{ds}}{dt} = -\frac{\rho}{v}\cdot\frac{d.\frac{1}{v}\frac{dx}{dt}}{dt}$$
$$= -\frac{\rho}{v}\left(-\frac{1}{v^2}\frac{dv}{dt}\frac{dx}{dt} + \frac{1}{v}\frac{d^2 x}{dt^2}\right)$$

d'où l'on déduit

$$(6) \qquad \frac{v^2}{\rho}\cos\varphi = \frac{1}{2v^2}\frac{d.v^2}{dt}\frac{dx}{dt} - \frac{d^2 x}{dt^2};$$

on trouverait pareillement

$$(7) \qquad \frac{v^2}{\rho}\cos\psi = \frac{1}{2v^2}\frac{d.v^2}{dt}\frac{dy}{dt} - \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$(8) \qquad \frac{v^2}{\rho}\cos\chi = \frac{1}{2v^2}\frac{d.v^2}{dt}\frac{dz}{dt} - \frac{d^2 z}{dt^2}.$$

Ces expressions sont celles des composantes de la force centrifuge; faisant la somme de leurs carrés et prenant la racine carrée de cette somme, on obtient pour la valeur de la force centrifuge

$$\frac{v^2}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2 + \frac{1}{4v^2}\left(\frac{d.v^2}{dt}\right)^2 - \frac{1}{v^2}\frac{d.v^2}{dt}\frac{ds\, d^2 s}{dt^3}}$$

ou bien

$$(9) \qquad \frac{v^2}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2 - \frac{1}{4v^2}\left(\frac{d.v^2}{dt}\right)^2}.$$

Il ne reste qu'à mettre dans les expressions précédentes les valeurs de $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$, $\frac{d^2z}{dt^2}$, $\frac{d.v^2}{dt}$. Or les équations (1) donnent, en remplaçant $\cos\lambda$, $\cos\mu$ par leurs valeurs,

$$\frac{d^2x}{dt^2}=g\sin\gamma+\frac{Rf'x}{\sqrt{1+(f'x)^2}},\quad \frac{d^2y}{dt^2}=-\frac{R}{\sqrt{1+(f'x)^2}},\quad \frac{d^2z}{dt^2}=-g\cos\gamma;$$

de l'expression de v^2 on tire par la différentiation

$$\frac{d.v^2}{dt}=2g\left(\sin\gamma\frac{dx}{dt}-\cos\gamma\frac{dz}{dt}\right),$$

ou bien en remplaçant $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ par leurs valeurs données par les équations (2) et (3),

$$\frac{d.v^2}{dt}=2g\left[\frac{\sin\gamma}{\sqrt{1+(f'x)^2}}.\sqrt{K^2+2g\sin\gamma(x-h)}-\cos\gamma\sqrt{K'^2-2g\cos\gamma(z-h')}\right]$$

On mettra en outre pour R sa valeur donnée par la formule (5), et l'on prendra v^2 sous la forme

$$v^2=K^2+2g\sin\gamma(x-h)+K'^2-2g\cos\gamma(z-h').$$

On trouvera ainsi, toutes réductions faites,

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{\rho}\cos\varphi=\frac{1}{v^2(1+(f'x)^2)}\Big[&-g\sin\gamma(K'^2-2g\cos\gamma(z-h')\\&+\frac{v^2f'xf''x}{1+(f'x)^2}(K^2+2g\sin\gamma(x-h)\\&-g\cos\gamma\sqrt{1+(f'x)^2}\sqrt{(K^2+2g\sin\gamma(x-h))(K'^2-2g\cos\gamma(z-h')}\Big]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{\rho}\cos\psi=-\frac{1}{v^2(1+(f'x)^2)}\Big[&g\sin\gamma f'x(K'^2-2g\cos\gamma(z-h'))\\&+\frac{v^2f''x}{1+(f'x)^2}(K^2+2g\sin\gamma(x-h))\\&+g\cos\gamma f'x\sqrt{1+(f'x)^2}\sqrt{(K^2+2g\sin\gamma(x-h))(K'^2-2g\cos\gamma(z-h'))}\Big]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{v^2}{\rho}\cos\chi=\frac{g}{v^2}\Big[&\cos\gamma(K^2+2g\sin\gamma(x-h))\\&+\frac{\sin\gamma}{\sqrt{1+(f'x)^2}}\sqrt{K^2+2g\sin\gamma(x-h)(K'^2-2g\cos\gamma(z-h'))}\Big]\end{aligned}$$

Si le cylindre était horizontal, on aurait $\cos\gamma = 0$, $\sin\gamma = 1$ et ces formules deviendraient

$$\frac{v^2}{\rho}\cos\varphi = \frac{1}{v^2(1+(f'x)^2)}\left[-g\mathrm{K}'^2 + \frac{v^2 f'x f''x}{1+(f'x)^2}(\mathrm{K}^2+2g(x-h))\right]$$

$$\frac{v^2}{\rho}\cos\psi = -\frac{1}{v^2((1+)f'x)^2)}\left[-g\mathrm{K}'^2 f'x + \frac{v^2 f''x}{1+(f'x)^2}(\mathrm{K}^2+2g(x-h))\right]$$

$$\frac{v^2}{\rho}\cos\chi = \frac{g\mathrm{K}'}{v^2\sqrt{1+(f'x)^2}}.\sqrt{\mathrm{K}^2+2g(x-h)}.$$

Faisant la somme des carrés de ces trois formules, on trouve pour le carré de la force centrifuge

$$\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2 = \frac{(f''x)^2}{(1+(f'x)^2)^3}\left(\mathrm{K}^2+2g(x-h)\right)^2 + \frac{g^2\mathrm{K}'^2}{v^2(1+(f'x)^2)};$$

On remarquera que le premier terme du second membre représente le carré de la force centrifuge de la projection du point matériel M sur la base du cylindre. Si K′ était nul, la force centrifuge du point M serait égale à celle du point P, comme on le voit à priori, puisque ces deux points coïncideraient; et c'est aussi ce qui résulte visiblement de la formule précédente.

NOTE

SUR UNE CIRCONSTANCE DE LA BATAILLE DE MURET,

Livrée le 12 septembre 1213 par Montfort, général des Croisés, contre Pierre II, roi d'Aragon, le Comte de Toulouse et leurs confédérés ;

Par M. DUCOS.

La bataille de Muret, qui occupe une grande place dans l'histoire des guerres de religion du XIIIe siècle, soit à cause de son importance effective, soit à cause des conséquences désastreuses qu'elle eut pour le Comte de Toulouse, a été racontée par plusieurs historiens, qui sont tous à peu près d'accord dans leur récit ; il faut seulement en excepter les historiens espagnols qui ont donné la victoire au roi d'Aragon, tandis qu'il est constant que ce prince fut tué presqu'au commencement de l'action, et que sa mort causa la déroute de l'armée confédérée.

Une circonstance de cette bataille, rapportée dans l'*Histoire générale de Languedoc*, paraît aujourd'hui difficile à expliquer, quand on examine les localités et surtout les débris du château de Muret, qui existent encore à l'embouchure de la petite rivière de Louge dans la Garonne. Cette circonstance est relative à la sortie de la troupe de Montfort, quand elle se disposa à attaquer l'armée du roi d'Aragon et du Comte de Toulouse. Voici comment s'expriment les Bénédictins :

« Montfort fit défiler ses troupes par LA PORTE ORIENTALE de » Muret, *située sur la Garonne*, dans un ordre extrêmement

» serré ; il prit exprès ce chemin, tant pour donner le change
» aux assiégeants, et leur faire croire que la crainte l'obligeait
» à prendre la fuite, que pour éviter, s'il avait marché droit
» vers leur camp posté du côté du couchant, d'exposer ses che-
» vaux aux traits des Toulousains, qui étaient demeurés à la
» garde des retranchements. »

Le Père Lacordaire, dans son histoire de saint Dominique, a suivi la version des Bénédictins pour toutes les parties qui se rapportent à *la guerre des Albigeois*, et il ne pouvait faire mieux ; il a écrit lui aussi que l'armée des Croisés était sortie par *la porte orientale.* L'année dernière, ce célèbre orateur sacré, après avoir prononcé dans notre basilique de Saint-Saturnin, l'éloge de saint Thomas d'Aquin, voulut visiter les lieux qui avaient été le théâtre de cette fameuse bataille. J'eus grand regret de n'avoir pas été averti de la visite dont le Père Lacordaire a honoré la ville de Muret; je n'en fus instruit que lorsque l'illustre visiteur nous avait quittés ; mais des personnes présentes à cette visite m'en ont raconté les détails dont l'exactitude m'est garantie. Il m'a été dit qu'après avoir examiné avec beaucoup d'attention les ruines du vieux château de Muret et le voisinage, le Père Lacordaire s'était convaincu que ce château, ni Muret, n'avait jamais eu de *porte orientale ;* que l'armée des croisés n'avait pas pu sortir par une porte qui n'existait pas; qu'il avait donc commis une erreur, et qu'il se proposait de la rectifier dans une prochaine édition.

Je crains que le Père Lacordaire, tout en voulant rectifier une erreur supposée, ne tombe dans une erreur véritable. L'autorité des Bénédictins doit être grande pour tout le monde : écrivains consciencieux et nourris de fortes études, ils ne se prononcent jamais qu'en parfaite connaissance de cause ; ils ont tout vu, tout lu, tout compulsé, et si, à chaque mot, ils n'indiquent point leurs sources, ces sources n'en existent pas moins; et, avec un peu de travail, on peut y remonter. Notez d'ailleurs que les Bénédictins n'ont parlé que d'une *porte orientale de* MURET, sans s'occuper du fort.

J'ai beaucoup cherché pour découvrir l'auteur contemporain où Dom Vayssette a puisé la circonstance de la sortie des Croisés par la *porte orientale*. Pierre de Vaux-Cernay parle seulement de *la sortie du fort*, sans autre particularité. Voici le passage que je prends dans la traduction un peu surannée de l'abbé Arnaud Sorbin : « Les gendarmes de Jésus-Christ lors, allaient » au lieu du combat joyeusement, préparés pour à son nom » endurer non-seulement contumélies, mais encore la mort. » lesquels *sortis du fort à la plaine du champ joignant de là*, » voyrent leurs ennemis, comme tout un monde, prêts à com- » battre. » — Vaux-Cernay qui parle ainsi, et dont on cite tant l'autorité comme celle d'un témoin oculaire, certainement n'avait vu ni le château de Muret, ni le champ de bataille, comme je le démontrerai plus bas.

L'anonyme Languedocien indique une circonstance, un point de localité qui peut conduire à la vérification du fait, mais il ne parle pas non plus de *porte orientale ;* « Et a donc lodit » conte de Montfort a vist lo bruit del dit Sety, incontinent » a faict armar totas sas gens sans far degun bruit ; et quand » son estats armats et acostrats, an ordonats los capitanis, et » sen anats *salhir* AL PORTAL DE SALAS, ben ordonats et sar- » rats, et aysso al plus couvert que an pogut, afin que los del » dit Sety no sen prenguessen garda. »

La canso de *la Crozada contra los Ereges Albigés*, attribuée à Guillaume de Tudele, conforme à l'anonyme Languedocien, car ces deux ouvrages ne sont que la traduction l'un de l'autre, dit la même chose : *A la porta de Salas los ne fan totz anar*. Là encore, point de mention d'une porte à l'aspect de l'orient. — Les écrivains modernes sont muets sur ce point. — Lafaille n'en parle pas.

Mais enfin j'ai trouvé la *porte orientale* dans Guillaume de Puylaurens. — Je cite cet auteur avec d'autant plus de plaisir que le passage de l'ouvrage des Bénédictins déjà transcrit n'est, en partie du moins, que la traduction de son texte.

« *Attendente autem comite equum suum, strepa rumpitur sellæ suæ, et pede in terram reposito, sella continuò reparatur ; cumque ascendisset, equus ipsum capite in fronte* *percussit, adeoquod mansit aliquandiù stupefactus, qui, si percurrentibus aranianis intenderet, ut plures faciunt, sibi sinistra imminere de prœlio formidant; inciditque eis concilium ne directè contra exercitum prosilirent, ne imbri jaculorum populi tolosani exponerent equos suos,* ET EXIERUNT PER PORTAM QUÆ RESPICIT ORIENTEM, *cum castra essent ab occidente. Veruntamen nescientibus propositum eorum fugere viderentur, donec profecti paulisper rivum quemdam transeuntes, in planitiem versus exercitum redierunt. Erantque cum ipso comite Guido frater ejus, Baudoinus frater comitis Tolosani, et Guillelmus de Barris, Alanus de Roffiaco et alii multi.* »

« Montfort ayant voulu monter son cheval, une sangle de la » selle se rompit, et ce général ayant mis pied à terre, la selle » fut aussitôt réparée. Etant remonté en selle, le cheval lui » donna au front un coup de tête, assez fort pour qu'il en restât » étourdi pendant quelques moments; si, tout de suite, il eût » marché droit aux hérétiques, plusieurs, effrayés de ce présage, » auraient craint qu'il ne lui advînt malheur de ce combat; ils » formèrent alors dessein de ne pas sortir directement contre » l'armée ennemie, afin de ne pas exposer leurs chevaux à la » grêle des traits de la multitude toulousaine; *et ils sortirent* » *par la porte qui regarde l'orient*, tandis que le camp en- » nemi était du côté de l'occident. Aux yeux des ennemis qui » ignoraient leur projet, ils semblaient prendre la fuite; jus- » qu'au moment où, ayant avancé un peu plus loin, après avoir » traversé un ruisseau et gagné la plaine, ils se retournèrent » vers l'armée ennemie. Il y avait avec le comte de Montfort, » Guy son frère, Baudouin frère du comte de Toulouse, Guil- » laume des Barres, Alain de Roussy et plusieurs autres. »

Ce passage est d'autant plus curieux que, non-seulement nous y retrouvons cette *porte orientale* mentionnée par les Bénédictins, mais que nous y voyons la trace d'une singulière superstition, la manière de conjurer les mauvais présages. Montfort en est environné; quand il veut monter son cheval de bataille, la sangle de la selle se rompt; il veut remonter, son cheval lui donne au front un coup violent dont il demeure étourdi. — Si, à l'instant même, il marchait à l'ennemi, le présage s'accomplirait, et il est menacé d'une issue sinistre pour le combat; que suppose-t-on qu'il fait pour conjurer le présage? Il sort du côté opposé à l'ennemi, et il fait un long circuit avant de commencer l'attaque; en sorte que ce mouvement stratégique, création du génie de Montfort qui cherche à endormir la vigilance de son ennemi afin de mieux le surprendre, est mis par l'historien qui recueillit la rumeur populaire, sur le compte d'un procédé employé pour conjurer un mauvais présage.

Je vais maintenant jeter un coup d'œil sur la localité, afin de pouvoir mieux apprécier ces différentes versions.

L'ancien château fort de Muret, dont on peut voir encore des débris remarquables, s'élevait sur la rive gauche de la Garonne et sur la rive droite de la Louge, à l'embouchure même de la Louge, sur la pointe de terre à l'angle droit que forme la jonction de ces deux rivières. — Il existe encore jusqu'à fleur de terre, des deux côtés, des restes considérables de deux murs, dans une étendue de près de cent mètres sur la rive de la Garonne, et de près de cinquante mètres sur la rive de la Louge. De ce dernier côté, et sur la rive gauche de la Louge, on remarque, en face du vieux mur, un débris de maçonnerie qui indique le point sur lequel s'appuyait le pont-levis, quand on l'abaissait pour donner entrée au château, ou pour en sortir. C'était là, à l'aspect du nord, la véritable et sans doute la plus grande entrée ou sortie du château; et l'on fera remarquer ici, en passant, l'inexactitude de la version de Vaux-Cernay qui fait *sortir du fort* l'armée de Simon de Monfort; si les Croisés fussent sortis par là, ils auraient pris la direction de Toulouse, tandis qu'il est constant et avéré qu'ils prirent dans leur marche une direction opposée. La base de ces deux murs est baignée d'un côté par les eaux de la Garonne, et de l'autre par les eaux de la Louge. C'est là ce qui fit dire au père Lacordaire, après avoir examiné cette position, qu'il était impossible que les Croisés fussent sortis du fort par une *porte orientale*, et qu'il y avait évidemment erreur dans cette assertion.

C'est la même circonstance qui a fait dire la même chose à M. Fons, ancien juge au tribunal de Muret, et maintenant juge au tribunal civil de Toulouse, dans sa Notice historique sur l'arrondissement de Muret (je copie) : « Simon fit défiler ses » troupes, *non*, comme l'ont dit la plupart des historiens, *par* » *la porte orientale* de Muret (*il n'y en avait aucune à cet* » *aspect*), mais par la porte de *Salas*, porte située au midi » sur la Garonne. » — Comme le Père Lacordaire, M. Fons, dont j'estime d'ailleurs beaucoup les travaux, s'est laissé entraîner par l'état actuel des lieux ; il affirme *qu'il n'y avait aucune porte à l'aspect* du levant. Mais, depuis 1213, l'état des lieux a beaucoup changé ; il ne faut que les voir pour s'en convaincre. Il ne faudrait pas juger de ce qui était alors, par ce qui est aujourd'hui, et il me semble qu'il y avait un peu de témérité de la part de l'estimable et consciencieux auteur de la notice historique, à donner cette espèce de démenti à Guillaume de Puylaurens. Il ne faut pas se dissimuler que l'autorité de ce dernier historien doit avoir beaucoup de poids. Guillaume de Puylaurens appartenait à la maison des Comtes de Toulouse ; il était l'aumônier du jeune Raymond, de Raymond VII. — Le jeune Raymond avait assisté à la bataille de Muret, à laquelle il ne put prendre part à cause de sa grande jeunesse ; et Guillaume de Puylaurens a le soin de mentionner que toutes les circonstances de cette bataille qu'il raconte, lui ont été rapportées et garanties par le Comte lui-même qui les avait vues ; ce qu'il exprime dans sa relation de cette bataille : « *Sicut audivi* (dit- » il) *referentem dominum Raimundum, ultimum Tholosæ* » *comitem, qui tunc, tanquam ætate inhabilis ad pugnan-* » *dum, eductus fuit de castris in equo libero ad locum emi-* » *nentem, unde commissionem videre poterat.* Comme je l'ai » entendu de la bouche du seigneur Raymond, dernier Comte » de Toulouse, qui, alors, trop jeune pour combattre, fut conduit » à cheval hors du camp sur une éminence, d'où il pouvait voir » le combat. » — Cette assertion donne au récit de Guillaume de Puylaurens la plus forte présomption d'exactitude et de vérité.

M. Fons continue d'affirmer ; et, après avoir nié l'existence d'une porte *orientale*, il place la porte de *Salas* AU MIDI. Il est évident qu'une porte existait à l'époque de la bataille, et il faut bien la placer quelque part. Mais pourquoi au midi précisément? Quelle est l'indication qui autorise cette précision? D'abord, actuellement et depuis un temps infini, il n'existe nulle part à Muret de porte d'aucune espèce. La raison de M. Fons, la voici : C'est parce qu'il existe au midi un quartier qui porte le nom de *Salles;* et puis quelques historiens ont donné à la porte le nom de *Salas;* donc, la porte était au midi. Cette conclusion n'est pas d'une logique bien rigoureuse. Car, en admettant que la porte ait pris son nom du quartier, qui nous garantit la limite exacte de ce quartier? Un quartier a une certaine étendue : et, dans une petite localité comme Muret, le quartier pouvait fort bien embrasser la campagne qui commence au levant, comme rive du fleuve, et qui s'étend au midi de la ville.

J'ai dit précédemment que, depuis la bataille de Muret (1213), l'état des lieux devait avoir beaucoup changé. En effet, les eaux de la Garonne, se portant dans cette localité sur la rive gauche, il est évident qu'une grande partie de cette rive a été emportée ; par où la conclusion qu'alors il existait une certaine étendue de terrain entre le mur de Muret et le fleuve, a beaucoup de vraisemblance. — Aussi les Bénédictins qui nous ont dit que Montfort fit défiler ses troupes par la *porte orientale de Muret, située sur la Garonne*, disent aussi que *Montfort rangea ses troupes dans une esplanade située au dehors de Muret ;* et il faut bien placer cette esplanade au levant, entre la ville et le fleuve; car, sans cette condition, Montfort n'aurait pas pu faire ses dispositions sans être inquiété par l'ennemi. — Première circonstance qui a bien quelque mérite.

Voici une seconde circonstance qui doit aussi être appréciée.

Indépendamment du fort, la ville de Muret était défendue par un mur d'enceinte crénelé ; mur dont nous avons vu, il y a peu d'années, quelques restes du côté de la Louge et du chemin de Toulouse ; il ne s'est pas écoulé dix ans depuis que ces restes ont disparu. — Le Père Lacordaire a vu ce qui reste des murs du fort ; s'il a conclu que *le fort n'avait pas de porte orientale*, il a très-bien conclu Mais s'il a conclu de l'état des lieux qu'il n'y avait nulle part, à Muret, de porte orientale, il a pu, et il a dû se tromper. Il ne faut pas confondre le fort avec le mur d'enceinte ; notez que les Bénédictins n'ont parlé que *de la porte orientale de Muret.* La porte qui n'était pas au fort, pouvait et devait se trouver dans ce mur. Une troisième circonstance qui frappe des yeux quelque peu attentifs, va le prouver jusqu'à l'évidence.

Il existait sur la Garonne un pont de bois, construit sur des piles de maçonnerie. — Les débris des piles sont encore debout ou à demi renversées au milieu du fleuve. — Ce pont servit à Montfort pour favoriser son entrée dans Muret. — Nous lisons dans l'Histoire de Languedoc : « Montfort passa donc la Garonne » sur le pont de bois *qui était près de Muret*, favorisé par la » garnison, dont une partie vint à sa rencontre, et *il entra* » *ainsi dans la ville* avec toutes ses troupes, sans trouver » aucun obstacle. » — Vous avez remarqué ces mots, *le pont qui était près de Muret ;* donc le pont ne touchait pas immédiatement à la ville, circonstance qui donne une grande force à l'hypothèse d'un terrain s'étendant entre la ville et le fleuve. — Vous remarquez aussi qu'après avoir passé le pont, Montfort *entra dans la ville*, ce qui est parfaitement dans l'ordre ; car le pont aboutissait, non pas au fort, mais à cette partie de la ville où l'on tient aujourd'hui le marché de la volaille et du jardinage, et il se trouvait en face de la grand'rue de Muret qui n'en était que le prolongement. Or ce pont traversait le fleuve d'orient en occident.

Maintenant, vous allez tirer avec moi la dernière conclusion, qui est la justification de mon système et de l'assertion de Guillaume de Puylaurens, relativement à cette *porte orientale.* En face du pont, il y avait une porte pour entrer dans Muret, puisque la plus grande rue était là. On ne peut pas concevoir un pont qui aboutirait à un mur de ville, à une barrière. Qu'il n'y ait plus de porte aujourd'hui, cela se conçoit ; il n'y a plus de pont sur ce point, et d'ailleurs il n'y a plus de porte nulle part. — Mais tout le temps que le pont a existé, l'ouverture, l'entrée, la porte a existé aussi ; qu'elle portât le nom de *Salas*, ou tout autre nom, peu importe. — Voilà donc, par l'effet des ruines encore debout, par une conséquence irrésistible de l'existence de ce pont à l'époque de la bataille, et de la rue qui en faisait la suite, notre *porte orientale retrouvée.*

Je crois volontiers aux assertions des auteurs anciens, et j'ai trois raisons pour appuyer ma confiance : 1° Ils écrivaient peu ; 2° Ils ne regrettaient ni leur temps, ni leur peine ; 3° Enfin, ils étaient sobres d'hypothèses, et ils professaient un grand respect pour la vérité.

NOTICE

SUR LES POLYÈDRES RÉGULIERS;

Par M. GANTIER.

L'on trouve dans les Éléments de géométrie quelques propositions concernant les polyèdres réguliers. On y fait connaître qu'il ne peut exister que cinq de ces solides, trois qui sont formés avec des triangles équilatéraux, un avec des carrés et un avec des pentagones réguliers.

On y apprend à construire ces polyèdres lorsque l'on connaît seulement une de leurs arêtes, et à déterminer les rayons des sphères inscrites et circonscrites à ces polyèdres.

Pour faciliter la solution de ces diverses propositions, on se sert de figures qui représentent d'une manière fort imparfaite les cinq polyèdres; mais comme à la rigueur ces figures peuvent suffire pour résoudre ces sortes de questions, on ne tient pas à les avoir avec plus d'exactitude. Mais s'il s'agissait, par exemple, d'obtenir la représentation de ces polyèdres dans certaines positions, ou d'opérer directement sur eux d'autres opérations, comme de les couper par des plans, ou de les pénétrer par d'autres solides, alors on ne pourrait parvenir à exécuter ces opérations au moyen des figures employées dans la Géométrie élémentaire. C'est donc pour remplacer ces dessins peu exacts que l'on se propose de représenter les cinq polyèdres réguliers au moyen de leurs projections sur deux plans rectangulaires entre eux. Ce mode de représentation beaucoup plus exacte appartient à la géométrie descriptive, dont les procédés rigoureux vont nous conduire à la solution du problème suivant :

Etant donnée une droite limitée de longueur dans l'espace, trouver les projections des cinq polyèdres réguliers dont cette droite est une de leurs arêtes.

Comme le problème présenté de cette manière ne détermine pas assez bien la position de ces solides, puisqu'ils peuvent tourner autour de cette droite comme axe, il importe donc, pour mieux fixer cette position, d'introduire dans la question une nouvelle condition, celle, par exemple, que l'une des faces du polyèdre, qui passe par la droite, fasse avec le plan horizontal un angle donné : ce qui revient à dire que le polyèdre repose par l'une de ses faces sur un plan dont l'inclinaison est donnée.

On va résoudre ce problème pour le tétraèdre, qui est le plus simple des polyèdres, puisqu'il est compris sous quatre triangles égaux et équilatéraux.

La droite, qui représente un des côtés ou arête de ce solide, étant donnée par ses projections, on fait passer par cette droite un plan formant avec le plan horizontal l'angle donné.

Si l'on conçoit ensuite que ce plan tourne autour de sa trace horizontale comme charnière, jusqu'à ce qu'il s'applique sur le plan horizontal, on déterminera sur ce plan rabattu la position de la droite donnée, qui sera alors représentée suivant sa vraie longueur.

On construira avec cette droite un triangle équilatéral qui représentera la base du solide. On détermine le pied de la perpendiculaire qui passe par le sommet, et par suite on obtient les projections des trois arêtes qui passent par ce sommet.

La projection du solide ainsi trouvée, serait bien celle du tétraèdre, dans la supposition que ce tétraèdre repose sur le plan horizontal par l'une de ses faces; mais comme ce n'est pas dans cette position que l'on voulait avoir ses projections, il faut remettre le plan rabattu dans sa première position ; alors, dans le mouvement qu'on lui imprime autour de sa trace horizontale, les sommets des quatre angles du tétraèdre décrivent des arcs de cercle dont les plans sont perpendiculaires à la charnière, et les centres sur cette même charnière. Si l'on suppose ensuite que les plans de ces arcs de cercle soient rabattus sur le plan horizontal, on obtiendra les projections horizontales des sommets des quatre angles solides ; on connaîtra encore par cette dernière opération, la hauteur de ces sommets au-dessus du plan horizontal. On rapportera ces hauteurs sur les lignes correspondantes dont on a les projections verticales. Les quatre sommets du tétraèdre ainsi obtenus, on les joindra par des droites pour avoir enfin les projections horizontale et verticale du tétraèdre.

Le centre du tétraèdre est situé sur la droite qui passe par le sommet d'un angle solide perpendiculairement à la face opposée à ce sommet. Ce centre, qui est en même temps celui de la sphère inscrite et de la sphère circonscrite à ce solide, est encore le centre de gravité du tétraèdre, et se trouve, comme on le sait, au quart de la longueur de cette droite, à partir de la base du solide. Pour compléter cette explication, voici quelques détails pour la construction des épures qui représentent les projections des cinq polyèdres réguliers.

Projections du tétraèdre, planche I^re^.

A B, B C, traces du plan incliné qui forme avec le plan horizontal l'angle donné, $a\ b\ c$.

$d'\ f'$, projections de la droite donnée.

$d\ e\ f$, base du solide sur le plan horizontal; $d'\ e'\ f'$, projection horizontale de cette base placée sur le plan incliné ; h, h', projection du sommet ; o' centre du tétraèdre ; $g\ h$ sa hauteur rabattue sur le plan horizontal ; $i\ b\ k$ portion de la base du cône dont l'arête $d'\ b$ fait, avec le plan horizontal, l'angle donné $a\ b\ c$. La trace B C est tangente à cette base et part du point m, où l'arête $d'\ f'$ prolongée vient rencontrer le plan horizontal, et c'est par cette arête que l'on fait passer le plan incliné.

$o\ l$, perpendiculaire sur le milieu de l'arête $d\ h$, rencontre en o la perpendiculaire $g\ h$ rabattue, et détermine le centre du solide, qui est placé dans le tétraèdre au quart de la perpendiculaire $g\ h$ à partir de la base g; $g\ o$ est donc le rayon de la sphère inscrite, et $o\ h$ celui de la sphère circonscrite. Pour ne pas couvrir l'épure d'un trop grand nombre de lignes, on a conservé seulement les lignes nécessaires à la détermination de quelques points : ces lignes sont ponctuées. Pour obtenir les projections des autres polyèdres dans une position donnée, il faut toujours commencer par avoir leurs projections sur un plan horizontal et sur un plan vertical, ensuite on incline le plan horizontal suivant la direction demandée en le faisant tourner autour d'une droite prise comme axe et tracée sur ce plan. L'on répétera ensuite, pour avoir les projections de tous les sommets des angles solides, les mêmes procédés que l'on vient d'employer pour trouver les sommets des angles du tétraèdre.

D'après l'observation ci-dessus, on s'est borné à représenter, dans les planches suivantes, les projections des polyèdres sur un plan horizontal et sur un plan vertical.

Planche II.

La figure 1re représente les projections d'un cube ou hexaèdre dont la diagonale solide est verticale.

$a\ b\ c\ d$ face du cube rabattue sur le plan horizontal; $d\ k\ f\ o$ projection de cette face; $d\ e$ rayon de la sphère circonscrite; $f\ g = h\ i$, $k\ l = m\ n$.

La figure 2e représente les projections du même solide dont la base $a\ b\ c\ d$ fait avec le plan horizontal l'angle donné $e\ f\ g$; $h\ i$ rayon de la sphère circonscrite; $f\ o = p\ a$, $k\ l = m\ n$.

La figure 3e donne les projections d'un octaèdre, dont la face $a\ b\ c$ est horizontale; $d\ e$ rayon de la sphère circonscrite; $f\ g = f\ b$, $g\ h = i\ k$.

La figure 4e reproduit les projections du même polyèdre ayant la diagonale solide $a\ b$ verticale.

La planche III contient les projections du dodécaèdre.

La figure 1[re] représente ce solide placé sur le plan horizontal par l'une de ses faces $a\ b\ c\ d\ e$; sa face supérieure $a'\ b'\ c'\ d'\ e'$ est aussi horizontale et placée en sens inverse de la première, c'est-à-dire que les angles de l'un des pentagones correspondent aux côtés de l'autre pentagone.

$d\ m\ n\ l\ c$ et $d\ o\ p\ q\ e$ sont deux faces contiguës rabattues sur le plan horizontal. Si l'on conçoit ces deux faces relevées, les deux arêtes $d\ m$, $d\ o$, se réunissent et sont projetées suivant la ligne $d\ t$; $r\ p = r\ s$, $r\ t = r\ v$, $s\ u = y\ z$, $s\ x = a\ b$, $t\ i = t'\ i'$, $e\ x = f\ g$, $k\ c' = h\ h'$, $h'\ c'' = k'\ g'$ rayon de la sphère circonscrite.

Figure 2[e]. $a\ b\ c\ d\ e$, face rabattue sur le plan horizontal; $a\ b'\ c'\ d'\ e'$, projection de cette face relevée; $a\ k = a\ h$, $h\ g = p\ o$, $h\ i = a\ k$, $n\ i = r\ q$, $a\ m = m'\ r' = l\ i$, $n\ l = m'\ s$ diagonale solide, dont le milieu v est le centre du solide et de la sphère circonscrite.

La planche IV présente les projections de l'icosaèdre.

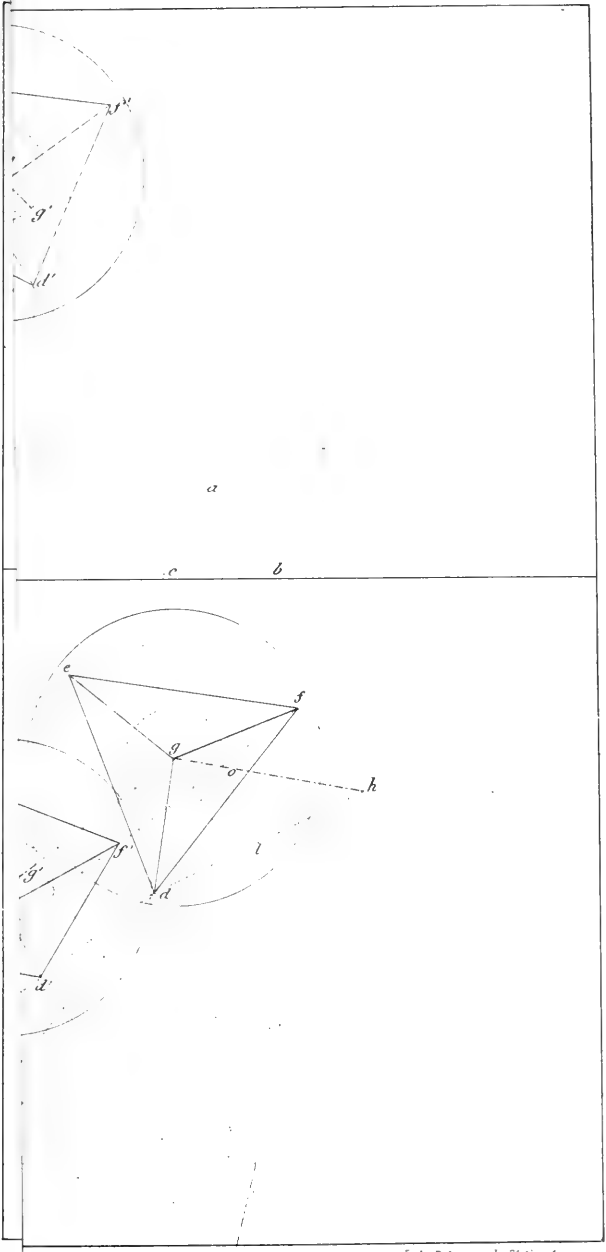
Dans la figure 1[re] ce solide a la face inférieure $a\ b\ c$ horizontale, et la face supérieure $a'\ b'\ c'$ aussi horizontale et placée en sens inverse de la première.

Chaque angle solide étant formé par la réunion de cinq triangles, les bases de ces triangles forment un pentagone $a\ b\ d\ e\ f$ que l'on suppose rabattu sur le plan horizontal en tournant autour du côté $a\ b$ comme axe. Si l'on remet ce pentagone dans la position qu'il doit avoir pour former le polyèdre, les sommets d, e, f, dans le mouvement de rotation qu'on leur imprime, déterminent les projections des sommets d', e', f' du polyèdre, et par suite tous les sommets sont obtenus dans la projection horizontale. La hauteur de ces sommets s'obtient facilement au moyen d'un triangle rectangle dans lequel on connaît toujours deux côtés. Ainsi l'on trouvera que le sommet e' est élevé au-dessus de la base du solide de la quantité $e'\ h$, côté du triangle rectangle $a\,c'\,h$ dans lequel on connaît $a\,h = a\,b$ et $a\,c'$ qui en est la projection. $a\,h = a\,b = a\,g$, $f'\,g = g'\,o$, $c'\,i = r\,k$.

Dans la figure 2^e, la diagonale solide $a\,b$ est verticale. $c\,d\,e\,f\,g$ projection du pentagone régulier formé par les bases des cinq triangles qui forment l'angle solide dont le sommet est en b; $c\,d\,h$ est une face du solide rabattue horizontalement. En remettant cette face dans la position qu'elle doit avoir, le sommet vient correspondre en h' au-dessous de la ligne horizontale $c\,d$ de la distance $h'\,i$, $k\,b' = a\,k' = b\,o$, $b'\,l = l\,h$.

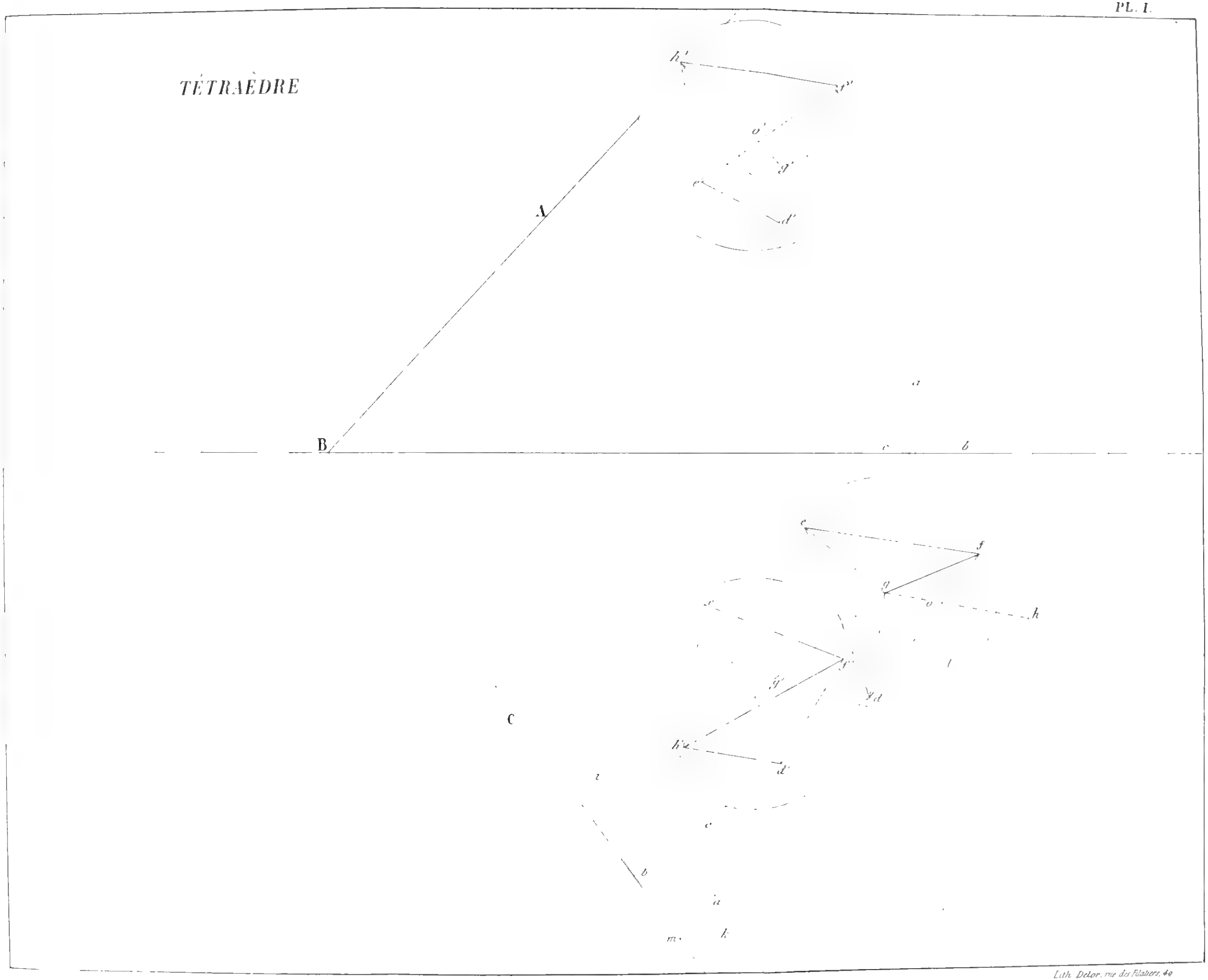
L'inspection de ces figures mettra suffisamment sur la voie des procédés employés pour les construire.

On remarquera que la régularité de ces polyèdres contribue beaucoup à abréger le travail graphique; car dès que quelques points de ces corps sont trouvés, les autres s'ensuivent presque immédiatement.



Lith. Delor, rue des Filatiers de

TÉTRAÈDRE

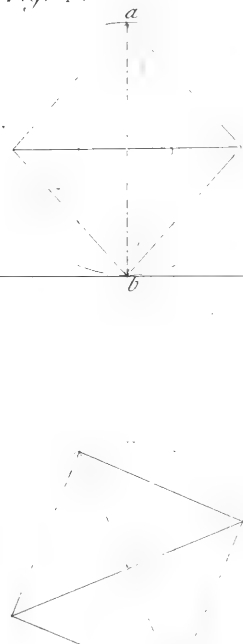


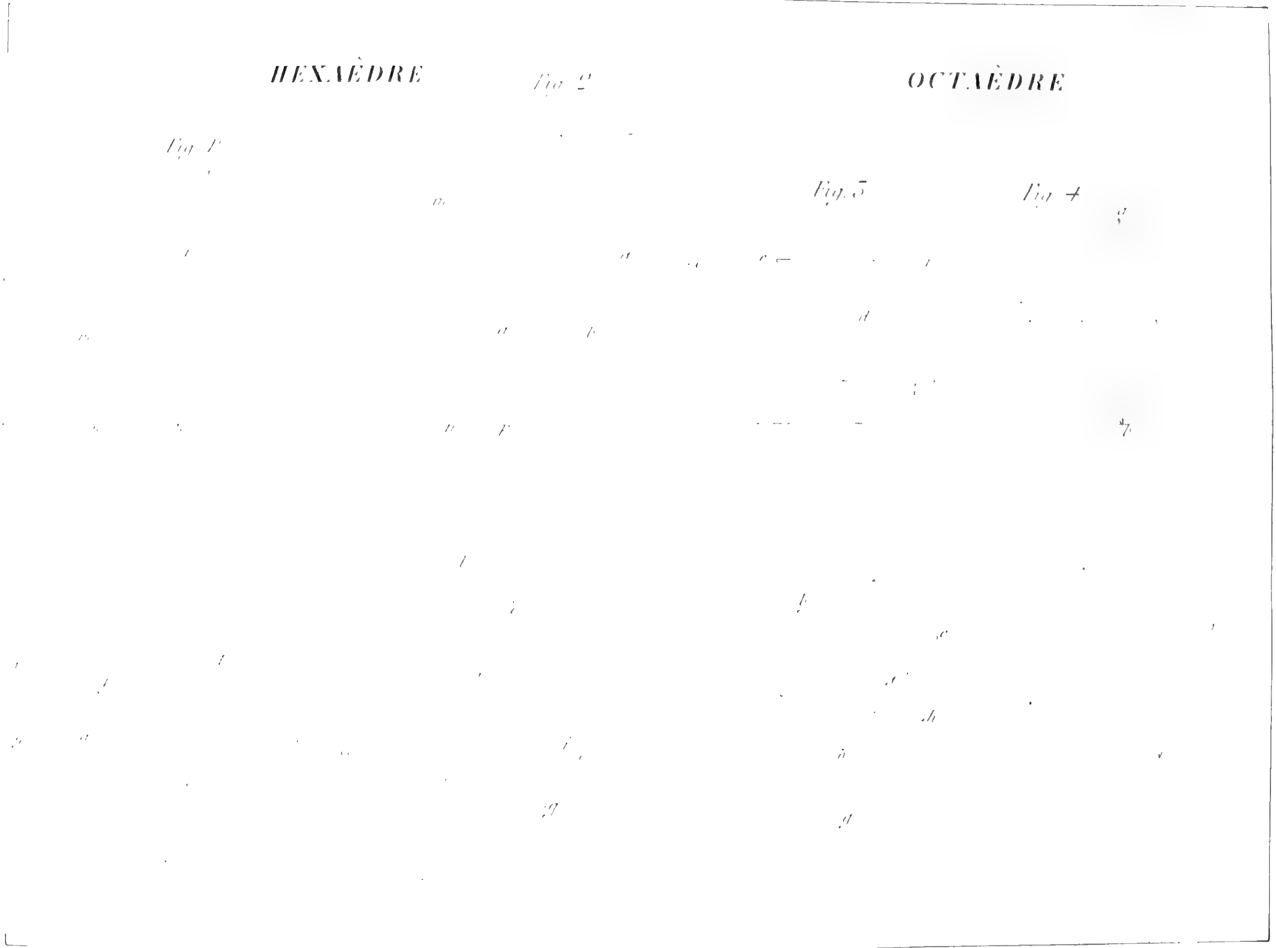
Lith. Delor, rue des Flatiers, 40

OCTAÈDRE

Fig. 3.

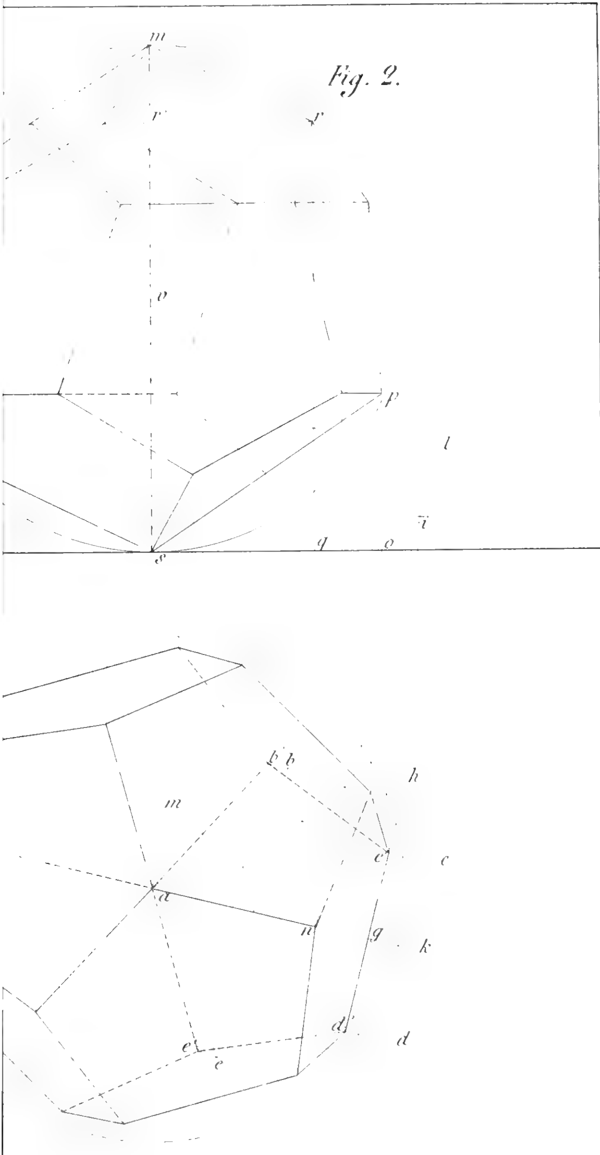
Fig. 4.




HEXAÈDRE
Fig. 1
Fig. 2
OCTAÈDRE
Fig. 3
Fig. 4

PL. III.

Fig. 2.

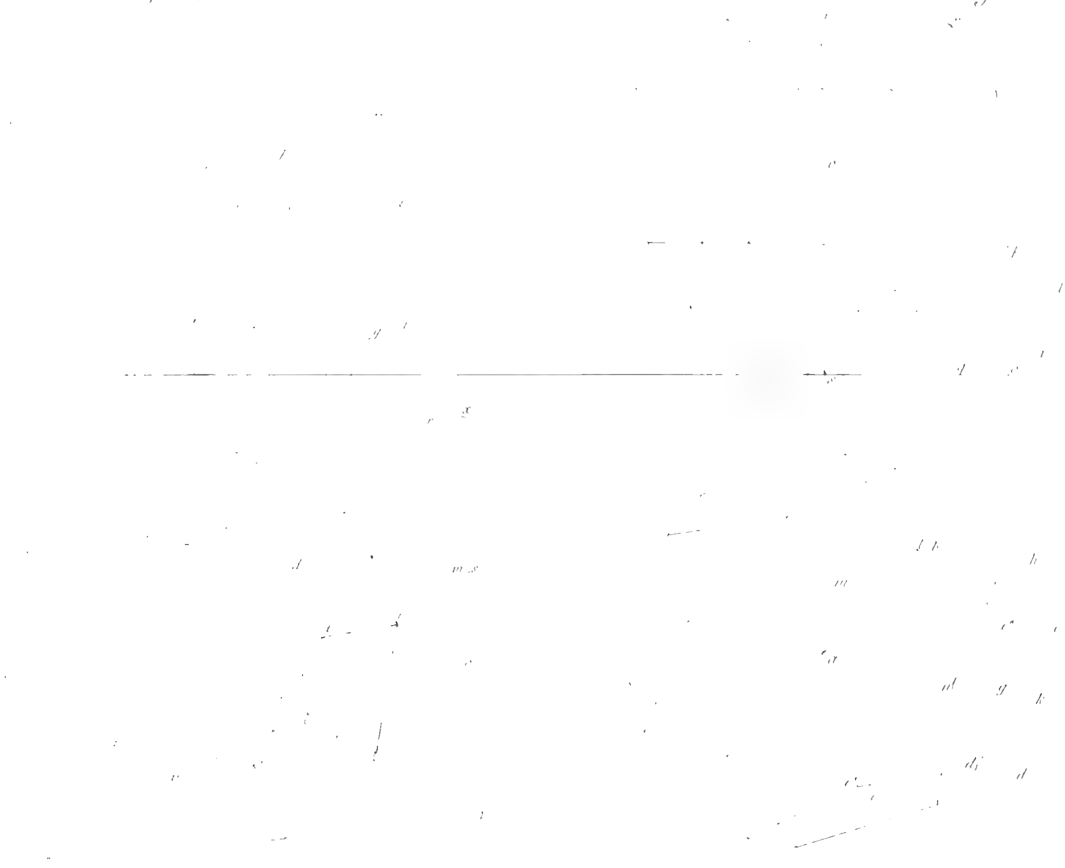


Lith. Delor, rue des Filatiers, 49

DODÉCAÈDRE.

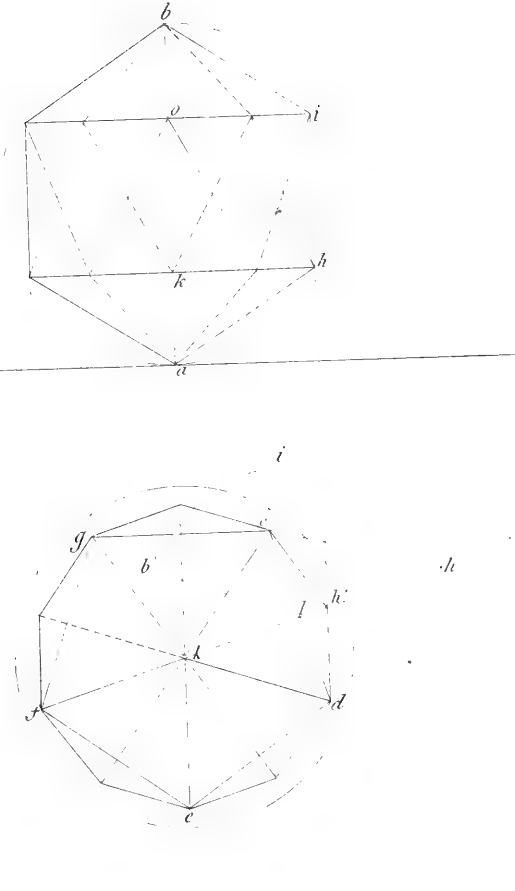
Fig. 1

Fig. 2.



Lith. Delor rue des Filatiers 49

Fig. 2.



Lith Delor rue d'Ciatiers 40.

ICOSAÈDRE

Fig. 1

Fig. 2

DE LA PRÉSENCE DU GLUCOSE

DANS L'OPIUM, LE LACTUARIUM, LA THRIDACE, ET DANS DIVERSES AUTRES PRODUCTIONS VÉGÉTALES;

Par M. MAGNES-LAHENS.

J'ai été appelé, il y a peu de temps, par une circonstance particulière, à m'occuper de la composition des opiums répandus aujourd'hui dans le commerce; j'ai rencontré dans les recherches que j'ai faites à cette occasion, dans les ouvrages qui traitent de l'opium, un passage de M. Landerer, duquel il résulterait que très-souvent les opiums contiennent du glucose. Ce glucose proviendrait, selon l'auteur cité, du jus de raisin que les orientaux mêleraient, d'après les dires d'un témoin oculaire, au suc obtenu par incision des têtes de pavot.

Désireux de savoir si plusieurs échantillons d'opium que je possédais contenaient du glucose, j'employai, dans ce but, le procédé de M. Bareswil, modifié ainsi que je l'ai indiqué dans un Mémoire que j'ai lu, il y a quelques mois, à la Société de médecine de notre ville. Mes échantillons d'opium, au nombre de quatorze, donnèrent, avec la liqueur d'épreuve, des réactions si franches qu'il me parut impossible de ne pas admettre dans ces opiums la présence du glucose. J'éprouvais pourtant une grande répugnance à croire que tous ces opiums fussent sophistiqués, alors surtout que le plus grand nombre d'entre eux avaient été déjà reconnus pour être assez riches en morphine. Aussi pris-je le parti d'étudier plus à fond ces opiums avant de prononcer définitivement à leur égard. Une question bien naturelle se présenta tout d'abord à mon esprit : les têtes de pavot ne contiendraient-elles pas du glucose parmi leurs principes immédiats? Cette question fut presque aussitôt résolue que proposée ; car ayant essayé par la liqueur de Bareswil un soluté d'extrait alcoolique de pavots, préparé dans mon laboratoire, je constatai dans ce soluté la présence du glucose. Un décocté de pavots secs me donna le même résultat qui fut encore plus prononcé avec le suc de pavots verts.

Ce résultat me surprit, vu le silence que gardent sur la présence du glucose dans l'opium les expérimentateurs aussi habiles que nombreux qui ont étudié la composition de l'opium. Le glucose aura sans doute été confondu par eux avec ce qu'ils ont appelé du nom vague et élastique de matières extractives ou gommeuses. Il est juste d'ajouter qu'avant les travaux de M. Bareswil il était très-difficile, dans certaines circonstances, de reconnaître et surtout de doser le glucose, à cause de ses caractères peu tranchés et de la difficulté de le séparer des substances avec lesquelles il se trouve mêlé.

Les essais que je viens de relater ne prouvent pas que le fait rapporté par M. Landerer de l'addition du jus de raisin au suc de pavots soit erroné; ils établissent seulement que tout le glucose contenu dans l'opium n'y est pas ajouté frauduleusement, puisque ce corps sucré est un des principes immédiats contenus dans les têtes de pavots. Restait à rechercher dans quelles proportions sont entre eux le glucose propre au pavot et celui qui, d'après le témoignage rapporté par M. Landerer, est ajouté à l'opium par les Orientaux ; restait surtout et avant tout la question très-importante et préjudicielle de savoir si tout le glucose contenu dans un échantillon donné d'opium ne lui serait pas essentiellement propre?

La question nettement posée n'en était pas moins difficile à résoudre. L'attrait qu'elle m'offrait me décida à l'aborder. En conséquence, je dosai le glucose contenu, soit dans les quatorze échantillons d'opium déjà cités, soit dans de l'opium indigène que j'obtins tout exprès, il y a quelques jours, dans un jardin de notre ville, espérant que quelque lumière jaillirait pour moi de la comparaison de ces analyses : mes espérances se sont réalisées. Voici le résultat de ces analyses :

N° 1.	Opium d'Egypte.......	6,9 p. % de glucose.
2.	Opium de Smyrne......	8
3.	*id.*...............	7,2
4.	*id.*...............	7,1
5.	*id.*...............	7,6
6.	Opium de Constantinople.	14,5
7.	*id.*...............	4,3
8.	*id.*...............	7,6
9.	*id.*...............	10
10.	*id.*...............	7,5
11.	*id.*...............	8,4
12.	*id.*...............	6,4
13.	*id.*...............	8
14.	Opium non classé......	3
15.	Opium indigène.......	6,5

Avant d'entrer dans la discussion de ces chiffres, je dois dire que les opiums 6, 7 et 14 avaient été trouvés pauvres en morphine dans des analyses antérieurement faites pour y constater la quantité de cet alcoloïde ; qu'en outre les nos 7 et 14 offrent des caractères évidents d'un remaniement frauduleux.

Ecartant pour le moment les chiffres représentant le glucose des nos 6, 7 et 14, on trouve :

1° Que les opiums exotiques de bonne nature ont une richesse en glucose assez semblable, et que la moyenne de ce corps flotte entre 7 et 8 p. %. Elle est exactement de 7,7.

2° Que cette moyenne concorde d'une manière assez satisfaisante avec la quantité de glucose contenue dans l'opium indigène qui est de 6,5 p. %.

Je crois pouvoir conclure de la comparaison des chiffres 7,7 et 6,5 que le glucose contenu dans les opiums 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, leur est essentiellement propre et ne leur a pas été frauduleusement ajouté.

Si on trouvait ma conclusion forcée, parce que la moyenne

7,7 représentant le glucose des bons opiums exotiques ne concorde pas assez avec le chiffre 6,5 représentant le glucose de l'opium indigène, je ferai observer que tant de causes peuvent faire varier dans les opiums, alors surtout qu'ils ne sont pas de la même provenance, les quantités relatives de leurs principes immédiats, qu'il n'y a pas lieu d'être étonné de cette différence (1).

J'ajouterai, comme corollaire de ma conclusion, que tout opium qui contiendrait beaucoup plus ou beaucoup moins de 7 à 8 p. % de glucose doit paraître suspect, puisque tous les bons opiums que j'ai analysés contiennent cette quantité de glucose.

Les chiffres, représentant le glucose des n° 6, 7, 14, viennent à l'appui de ce corollaire. En effet, le n° 6, dont le glucose est représenté par le chiffre très-élevé de 14,5 p. %, est pauvre en morphine, quoiqu'il paraisse bon, par certains caractères extérieurs, il a été probablement additionné de glucose par les Orientaux au moment même de sa fabrication. Les n° 7 et 14, dont le chiffre très-faible en glucose est de 4,3 et 3, ne renferment si peu de glucose que parce que ayant été remaniés, ainsi que je l'ai dit dans l'une des pages précédentes, ils ont dû perdre dans ce remaniement frauduleux une partie de leur glucose en même temps qu'une partie de leur morphine.

Dans cette matière toute neuve et très-importante, je me garderai bien d'ajouter à mes essais, et aux conclusions que j'en ai déduites, plus de confiance qu'ils ne comportent. Quelque consciencieux que soit mon travail, je reconnais qu'il a besoin de la sanction d'expériences plus nombreuses et plus variées que celles qu'il m'a été donné d'exécuter. J'espère que je trouverai le temps de revenir sur ce sujet, et surtout que des hommes plus capables que moi y appliqueront leur intelligence et leur habileté.

---

(1) Dans l'intervalle qui s'est écoulé entre ma lecture et l'impression de ma note, il m'a été donné, grâce à l'obligeance de mon confrère M. Aubergier, de doser le glucose de deux échantillons d'opium indigène, l'un provenant du pavot blanc, l'autre du pavot pourpre. Le premier a donné 8, le second 7 p. % de glucose.

L'analogie qui existe entre le suc du pavot et celui de la laitue, l'identité du mode d'obtention de l'opium et du lactucarium, me portant à penser que le lactucarium contient du glucose, j'ai essayé ce produit par la liqueur de Bareswil. J'ai trouvé que le lactucarium contient de 8 à 9 p. °/₀ de glucose. La couleur brune que prend le soluté aqueux de lactucarium sous l'influence de l'excès de potasse contenue dans la liqueur d'épreuve m'a empêché de titrer d'une manière plus exacte le glucose du lactucarium.

La thridace de nos pharmacies m'a donné un chiffre beaucoup plus élevé : elle contient de 18 à 20 p. °/₀ de glucose. Cette grande proportion de glucose est probablement l'une des causes de l'extrême déliquescence de la thridace.

Engagé par ces résultats à rechercher le glucose dans d'autres substances végétales, j'ai soumis plusieurs plantes et quelques produits végétaux à l'essai par la liqueur de Bareswil. Ces essais, quoique simplement qualificatifs, ayant été tous faits dans des conditions aussi semblables que possible, j'ai pu juger approximativement de la quantité relative du glucose par l'épaisseur de la couche cuivreuse obtenue.

Parmi les fleurs, j'ai essayé celles de camomille qui ne renferment pas de glucose, et celles de tilleul qui en renferment une grande proportion.

Parmi les écorces, la cannelle a été trouvée assez riche en glucose; le quina jaune et le quina rouge surtout sont beaucoup moins riches.

Les fruits de la coloquinte et du cardamome ont seuls été essayés. Le glucose existe dans le premier et fait défaut dans le second.

Le glucose se trouve dans la racine de réglisse à côté de la glycyrrhizine ; il abonde, on le savait déjà, dans la gentiane; le suc de la pomme de terre n'en fournit pas de traces.

J'ai constaté dans les feuilles de la belladonne et de la jusquiame la présence du glucose. Il y en a plus dans la première que dans la seconde.

Parmi les produits des végétaux, la gomme arabique, le galbanum en sont exempts ; il en est autrement de la myrrhe et de l'aloès.

J'en ai trouvé plus dans la manne grasse que dans la manne en larmes ; je n'ai pu en découvrir dans la mannite pure qui a été soumise à plusieurs cristallisations.

Ces derniers essais ne sont que de simples jalons d'un travail plus complet que je me propose de faire. Ils suffisent cependant pour prouver que le glucose qui a été presque exclusivement attribué jusqu'ici, dans le règne végétal, aux fruits acides, y est beaucoup plus répandu, et que sa recherche, dans toute analyse végétale, ne doit pas être négligée.

Toulouse, 14 juillet 1853.

Dans ce travail, un peu précipité par mon tour de lecture, j'ai admis implicitement, et sur la foi d'autrui, que toute substance végétale qui sépare l'oxyde de cuivre de la liqueur de Bareswil ne doit cette propriété qu'au glucose qu'il contient. Depuis ma lecture, j'ai conçu sur la vérité de cette opinion des soupçons que j'ai le dessein d'éclaircir plus tard.

EMPLOI

DES FRICTIONS MERCURIELLES A HAUTE DOSE DANS LA PÉRITONITE ;

Par M. DUCASSE.

Il faut remonter jusqu'à l'année 1827 pour voir tracée de main de maître, et d'une manière large et féconde, la véritable méthode d'employer les frictions mercurielles dans le traitement de la péritonite en général, et de celle qui est plus particulièrement sous l'influence d'une cause obstétricale. Avant cette époque, ces frictions, timidement appliquées, n'occupaient dans cette médication qu'un rang purement secondaire. Données à faible dose, 4 à 8 grammes par jour; faites le plus souvent sur des organes éloignés du centre de l'inflammation, leurs effets étaient peu marqués, et leur impuissance était d'autant plus évidente que la maladie contre laquelle on les dirigeait marchait le plus souvent avec une désespérante rapidité.

Dans le Mémoire qu'il publia à ce sujet, M. Velpeau, quittant tout à coup les sentiers battus, préconisa une manière tout à fait opposée de faire usage de ces frictions, soit en les appliquant sur les parois abdominales elles-mêmes, soit en en exagérant la dose, qu'il portait quelquefois à cent grammes par jour, de manière à rompre toute espèce d'élément inflammatoire par une rapide saturation mercurielle.

Le nom déjà célèbre de ce praticien distingué, les faits dont il accompagna ses conseils, produisirent une véritable révolution médicale. Les médecins de tous les pays s'empressèrent de les suivre, et les succès obtenus furent tels que, depuis cette époque, les frictions mercurielles occupent la première place et sont devenues la règle générale du traitement de la péritonite.

Aux faits nombreux que j'ai déjà publiés, je crois devoir joindre encore l'histoire de ceux dont je vais vous raconter les principaux détails, pour m'acquitter de mon tribut académique, car il ne faut jamais oublier cette pensée de Baglivi : La médecine est tout entière dans les observations.

1re *Observation.* — Mme B...., âgée de vingt ans, d'un tempérament lymphatique, mais excessivement impressionnable, me fit appeler, le 5 octobre 1850, pour l'assister dans ses couches. Sa grossesse avait été extrêmement heureuse. Elle n'avait éprouvé aucun de ces phénomènes qui troublent si souvent cette position, surtout dans les grossesses primipares, et quelques bains, quelques lavements avaient été les seules précautions dont elle avait fait usage. Le travail de la parturition était déjà assez avancé, la tête se présentait en première position. Je crus devoir rester simple spectateur, et confier l'accouchement aux seules forces de la nature. Trois heures suffirent, quoique les douleurs utérines fussent lentes et éloignées, et l'enfant, un peu chétif, n'en offrit pas moins tous les caractères de la viabilité.

Les suites des couches furent également simples et naturelles. La malade qui avait perdu, après la sortie spontanée du placenta, une assez grande quantité de sang, éprouva dans la journée quelques tranchées. Les lochies sanguines durèrent trente-six heures. Elles furent, le second jour, colorées en blanc, et le quatrième jour la sécrétion du lait se fit avec régularité, quoiqu'en proportion médiocre, car les glandes mammaires avaient peu de développement.

Le 11 octobre tout semblait se passer dans l'ordre le plus parfait. La nuit avait été bonne. Mais, à ma visite, la malade se plaignit d'une colique légère que je crus devoir rapporter à l'absence de la défécation, car il n'y avait pas eu de selle depuis l'accouchement, ce qui m'engagea à lui faire administrer deux demi-lavements et à la priver encore des aliments solides qu'elle demandait avec instance. L'abdomen, du reste, n'offrait extérieurement aucun signe d'altération. Ses parois étaient souples, molles et indolentes comme les jours précédents.

Cependant, vers les trois heures de l'après-midi, cet état rassurant changea presque tout à coup. Des douleurs abdomiles, fixées principalement vers la région inguinale gauche, se déclarèrent avec violence et s'accompagnèrent d'éructations pénibles et de crampes à la région de l'estomac. Je vis, à quatre heures, la malade que j'eus de la peine à reconnaître. Ses souffrances avaient imprimé, aux traits de son visage, ce caractère particulier qui dénote une lésion profonde de l'abdomen. Les parois en étaient douloureuses, distendues, impatientes de la plus légère pression, surtout vers le côté gauche, à quatre centimètres de l'épine antérieure et supérieure de l'os iliaque, où une tumeur étendue, non circonscrite, se dessinait sous le doigt qui la touchait, que nous prîmes pour un engorgement du ligament large, et qui n'était produite que par le séjour de matières fécales endurcies, comme la suite nous le démontra.

En présence de ces accidents imprévus, je ne pus pas méconnaître les signes d'une péritonite commençante, réagissant sur le pouls qui avait cent pulsations par minute, et sur l'estomac dont l'intolérance pour toute espèce de boisson était vraiment remarquable. Dans l'intention d'arrêter le développement de cette phlegmasie, j'appliquai aussitôt trente sangsues sur le ventre, des cataplasmes émollients, et je prescrivis une potion calmante.

Sous l'influence de cette médication, la nuit fut meilleure que je ne l'espérais, mais l'estomac conservait toujours cette antipathie pour toute espèce de boisson, et la rejetait presque immédiatement au milieu des souffrances aiguës. Le gonflement abdominal avait fait des progrès, et l'on put dire que le péritoine tout entier était devenu le siége de la phlogose. Je prescrivis alors, toutes les trois heures, une friction d'onguent mercuriel de douze grammes, combiné avec deux grammes d'extrait de belladone. Quelques parcelles d'opium furent administrées en pilules et semblèrent calmer la surexcitation gastrique. Les éructations perdirent de leur violence, de la fréquence de leur retour, et, pendant vingt-quatre heures, la malade fut assez calme, sans cependant pouvoir encore faire usage des boissons qui eussent été si utiles.

Ce traitement, continué pendant neuf jours, arrêta le développement des accidents péritoniques. On put dire que, dès le second jour de son emploi, ils furent rendus stationnaires, et nous ne craignîmes plus une terminaison funeste. Cependant, la nuit du 17 au 18, la malade éprouva un léger frisson, qui fut suivi d'un malaise et d'une agitation assez prononcée, et dont on remarquait encore l'influence le matin. La médication fut néanmoins continuée sur les mêmes bases. Mais, du 17 au 18, vers neuf heures du soir, des phénomènes semblables s'étant reproduits spontanément, avec plus de force et de durée que la veille, nous n'eûmes plus aucun doute sur l'existence de deux accès de fièvre rémittente, si fréquents à la suite des grandes opérations, et, malgré les accidents abdominaux qui n'étaient pas encore entièrement détruits, nous n'hésitâmes pas à recourir au sulfate de quinine pour prévenir la manifestation d'un troisième accès. Notre espoir ne fut pas trompé, et les accès ne reparurent plus. Bientôt de puissants besoins de défécation se firent sentir. Nous les secondâmes par les moyens appropriés. Les évacuations furent copieuses, abondantes, fortement moulées, et à mesure qu'elles s'opéraient on voyait diminuer et disparaître cette tumeur abdominale qui nous avait donné de si vives inquiétudes, et qui était formée par l'accumulation des matières dans l'S du colon.

2e *Observation.* — Je fus appelé, vers la fin du mois de mai dernier, à Léguevin, pour y voir le sieur F...., boulanger, âgé de 45 ans, et d'une forte constitution. Sa maladie datait d'environ quinze jours, et, d'après les rapports qui me furent faits, elle n'avait pas suivi une marche franche et régulière. Cependant on avait déployé contre elle une médication énergique, et selon les symptômes prédominants; les évacuations sanguines, les purgatifs, quelques doses de sulfate de quinine, dans la vue d'arrêter des exacerbations fébriles périodiques qui mettaient la vie en danger, avaient été inutilement prescrits. La veille même, l'accès avait été si fort que les parents crurent convenable de réclamer mes conseils. Voici l'état dans lequel je trouvai le malade à mon arrivée, à trois heures.

La tête est libre, sans douleur, sans pesanteur aucune. La lumière est facilement supportée; le bruit seul est plus péniblement perçu; le pouls petit, serré, est à cent trente pulsations par minute; la peau est douce, halitueuse; la chaleur peu prononcée; le thorax est sain, et le murmure respiratoire est sensible dans toute son étendue; mais le coucher en supination est le seul possible; il y a un affaissement général bien prononcé; les mouvements musculaires sont impossibles ou douloureux; la langue est rouge, sèche, fendillée, surtout à sa base; les dents noires et couvertes d'une couche fuligineuse; la soif modérée; l'abdomen saillant, sensible à la pression et résonnant à la percussion dans tous les points de sa surface. Les urines sont rares, fortement colorées, et surtout sans douleur.

A tous ces signes, je ne pus pas méconnaître l'existence d'une de ces fièvres graves qui attaquent profondément le système organique, et qui, sous le nom générique de fièvre typhoïde, universellement adopté aujourd'hui, semblent établir principalement leur siége sur des organes différents. Ici le péritoine et la muqueuse intestinale me parurent plus directement affectés, et, sans abandonner les préparations fébrifuges que j'employai de préférence par les voies rectale et endermique, je portai ma médication sur l'abdomen, et je prescrivis à haute dose les frictions mercurielles, répétées toutes les trois heures, et secondées par des cataplasmes émollients. Les nouvelles que je reçus, à plusieurs reprises, furent de jour en jour plus satisfaisantes. La tension, le gonflement du ventre semblèrent s'arrêter dès le lendemain, et, au bout d'une semaine, toute espèce de danger était disparu. Vers la fin de juin, j'ai revu le malade, à Toulouse, en pleine santé.

3e *Observation.* — Cette médication, employée à la même époque, sur une femme âgée de 74 ans, sujette à des douleurs rhumatismales articulaires, produisit des effets aussi remarquables. A la suite d'une de ces crises violentes, que le séjour prolongé dans un lieu bas et humide rendait assez fréquentes, et qui, parcourant successivement toutes les articulations, n'éprouvaient un soulagement marqué que par l'usage des opiacés, Françoise G...., commit une grande imprudence dans l'alimentation. Malgré mes conseils, et trompée par une douleur épigastrique, qu'elle confondit avec la faim, elle prit, à la dérobée, une quantité d'aliments assez considérable. Dès lors, nuit agitée, vomissements abondants, déjections alvines, pouls redevenu fébrile, langue sèche, rouge, soif ardente, douleurs vives dans l'abdomen, éructations nauséeuses, mais surtout décomposition presque subite des traits du visage qui la rendait méconnaissable. Malgré la diète absolue, les lavements émollients, les boissons délayantes, les parois abdominales se développèrent énormément dans la journée; des douleurs s'y firent ressentir avec violence, et la respiration devint si embarrassée par le refoulement du diaphragme, que la situation horizontale était impossible et que la malade fut obligée de s'asseoir sur son lit. Je crus réellement à une mort prochaine; car, après des souffrances pendant deux mois, je ne présumais pas trouver dans cette organisation épuisée les forces nécessaires contre cette vive phlegmasie péritonéale. Ce qui augmentait mes inquiétudes c'était la présence des vomissements qui rejetaient avec violence les boissons même glacées introduites dans les premières voies. J'eus néanmoins recours aux frictions mercurielles, aux doses enseignées par M. Velpeau, et au bout de huit jours tous les désordres avaient disparu, et la malade était hors de danger.

Voilà, Messieurs, des faits pratiques observés avec la plus grande impartialité, suivis avec la plus grande exactitude. Je ne chercherai pas à en donner l'explication. L'ignorance où nous sommes de l'action des agents sur notre organisation physiologique ne nous permet pas de sonder de semblables mystères dans l'état de maladie. Que le mercure à haute dose agisse dans ces cas comme un puissant antiphlogistique, qu'il prépare ainsi plus rapidement la cachexie mercurielle et mette le sang dans des conditions telles, qu'il est en peu d'heures impropre à devenir l'élément d'une inflammation grave et profonde, peu importe au praticien, puisqu'il trouve dans l'administration rapide de ce médicament une ressource presque assurée dans une foule de circonstances contre une maladie si fréquente et si funeste. Ce que je dois faire observer, malgré le but que se sont proposé d'atteindre les auteurs qui recommandent le mercure à haute dose, c'est que, dans les trois cas que je viens de citer, comme dans plusieurs autres que j'ai recueillis, il n'a paru aucune trace d'intoxication, et que les glandes salivaires, ainsi que les gencives, ont été constamment exemptes de toute influence de saturation hydrargirique.

Du reste, cette disposition, cette tolérance, se remarquent pour d'autres préparations dans le traitement d'autres maladies. Le malade atteint du tétanos supporte, sans être calmé ou endormi, des doses d'opium qui, dans l'état normal, produiraient un empoisonnement mortel, et l'on sait avec quelle prodigalité les médecins italiens ordonnent l'émétique dans la péripneumonie sans provoquer le vomissement.

RAPPORT

SUR UN MÉMOIRE DE M. HIPPOLYTE GABOLDE,

RELATIF A L'APPLICATION DE LA VAPEUR A LA NAVIGATION DES CANAUX;

Par une Commission composée de MM. BRASSINNE, LAROQUE, DU MÈGE, et PETIT, *Rapporteur*.

Dès que les bateaux à vapeur furent introduits en France, on entreprit de les faire naviguer sur les canaux. On avait d'abord pensé que des voies artificielles, n'ayant qu'un courant à peine sensible, et préservées d'ailleurs des crues comme des basses eaux, se prêteraient bien plus facilement que les rivières, dont le tirant est très-variable et peu profond, au nouveau système de navigation. L'expérience néanmoins démontra le contraire; et quoique, depuis une trentaine d'années, les bateaux à vapeur sillonnent nos mers ainsi que nos fleuves, leur application aux canaux a été jusqu'ici un problème hérissé de difficultés.

En effet, lorsqu'un bateau, un bateau surtout mû par des roues à aubes, est lancé avec une grande rapidité sur un canal, il se forme dans le fluide des mouvements tumultueux très-violents qui agissent d'une manière désastreuse sur les berges. On remarque en même temps un remous d'une grande hauteur à l'avant de la proue, et une dénivellation à la poupe; le bateau prend par conséquent une position inclinée, d'où résulte une augmentation très-considérable de la résistance.

Le travail présenté à l'Académie par M. Gabolde, a pour but d'étudier les causes qui se sont opposées à l'introduction des bateaux à vapeur sur les canaux, et de rechercher les moyens à prendre pour parvenir à une heureuse solution. Cette question, extrêmement importante, au point de vue de la prospérité publique, a été l'objet d'une longue et délicate discussion de la part de l'auteur, dont on peut résumer le but à peu près dans les termes suivants :

Est-il possible de faire mouvoir un bateau sur un canal, avec une grande rapidité, sans produire dans le fluide des mouvements de clapotage capables de dégrader les berges? Dans le cas de l'affirmative, quels sont les moyens à employer pour faire avancer un bateau à vapeur dans un canal, sans que la voie d'eau ait à souffrir soit de la vitesse même du bateau, soit de l'action propulsive de la machine?

Avant d'examiner les moyens proposés pour parvenir à ce résultat, rappelons en peu de mots les phénomènes de l'agitation de l'eau dans les canaux. Voici, d'après M. Gabolde lui-même, le passage de l'excellent traité d'hydraulique de M. d'Aubuisson, dans lequel ces effets ont été décrits.

« Lorsqu'un bateau chemine sur un canal étroit, avec une grande vitesse, de 4 à 5 mètres par seconde, le fluide qu'il déplace à chaque instant s'amoncelle sur ses côtés et il y produit comme une forte intumescence. Si on arrête tout à coup le bateau, on voit cette intumescence, et d'une manière très-distincte, se porter en avant, et former en travers du canal une *onde* saillante qui s'avance sur la nappe fluide, jusqu'à une distance de un et de deux mille mètres, avec une vitesse toujours uniforme, indépendante de celle qu'avait le bateau, et ne paraissant dépendre que de la profondeur de l'eau dans le canal. De nombreuses expériences ont montré que cette vitesse est due à une hauteur à peu près égale à la moitié de la profondeur, augmentée de la hauteur de l'onde; de sorte que si h représente la profondeur moyenne ainsi augmentée, la vitesse sera $\sqrt{2g\frac{1}{2}h} = 3.13\sqrt{h}$. Si l'eau du canal avait une vitesse propre, elle s'ajouterait à la valeur ci-dessus, ou elle s'en retrancherait, selon que l'on descendrait ou remonterait le courant.

» Lorsque la vitesse du bateau est petite, de 1 à 2 mètres, le fluide déplacé ayant le temps de s'étendre sur une grande superficie, ne produit qu'une faible intumescence ; l'onde qui en résulte est à peine sensible ; elle se porte en avant sans action marquée et elle est bientôt loin du corps qui la produit, On est alors dans le cas dont il vient d'être parlé, et la résistance croît à peu près proportionnellement au carré de la vitesse.

» Si la vitesse devient considérable et qu'elle soit plus que moitié ou les deux tiers de celle de l'onde, l'intumescence est plus grande ; la suite des ondes à laquelle elle donne lieu, forme comme un bourrelet fluide, qui se tient constamment à l'avant du bateau et lui oppose une forte résistance. A l'arrière, au lieu d'un faible sillage, il y a une grande dépression ; l'eau des deux côtés adjacents se précipite pour combler le creux et elle y produit des mouvements tumultueux ; les courants latéraux qui partent des flancs de la portion antérieure du bateau, sous forme de fortes rides, et qui se dirigent en divergeant vers l'aval, vont frapper les berges du canal et se brisent contre elles. Que la vitesse du bateau croisse encore et approche de celle de l'onde, les mouvements dont il vient d'être question augmentent considérablement. On a vu des bateaux soulevés à l'avant par l'onde qui y était passée et qui s'élevait jusqu'au niveau de la proue, s'incliner fortement à l'horizon, présenter une très-grande surface de choc au fluide et en éprouver une résistance insurmontable. A l'arrière, il se formait un vide dans lequel l'eau adjacente se précipitait avec force et se relevait en écumant. Les courants latéraux se portaient avec fureur contre les rives et ils les déchiraient. Avait-on pu dépasser cette position critique et par une augmentation de vitesse se placer un peu au delà de l'onde, les circonstances étaient tout autres ; le bateau se trouvait comme en descente sur un plan incliné : la gravité venant au secours, y diminuait la résistance, ou plutôt la force de traction, et l'on avait le singulier phénomène d'une telle force réellement diminuée par suite d'une augmentation de vitesse.

» Si la vitesse, en augmentant toujours, arrive à être d'un quart environ plus grande que celle de l'onde, l'état des choses devient encore tout différent. L'intumescence produite sur les côtés du bateau par le fluide qu'il déplace à chaque pas, forme comme un flot sur le dos duquel il semble porté ; la proue et la poupe sont dégagées. L'onde que cette intumescence tend à produire, laissée en arrière, va remplir paisiblement la dépression qui s'y fait ; les courants latéraux se bornent comme à balayer d'un mouvement régulier le bas des berges, et l'avant ne trouve plus devant lui qu'une surface plane et tranquille. Par suite de cette position et de l'émersion du bateau, la résistance est diminuée, et elle croît dans un moindre rapport que le carré des vitesses. »

Tels sont les principes servant de base au système adopté par M. Gabolde, qui s'est, du reste, spécialement attaché, par des expériences dont il a entretenu votre Commission, à vérifier les résultats précédents signalés pour la première fois, en 1837, par M. John Russell, à la suite de nombreuses recherches effectuées sur les canaux d'Angleterre.

On concevra sans peine, puisque l'agitation du fluide ne se fait sentir qu'au moment où le bateau a acquis une certaine vitesse dont l'augmentation graduelle finit ensuite par ramener le fluide à peu près à l'état de repos, que, pour rendre la navigation facile, il suffira de donner au bateau une allure inférieure à la vitesse à laquelle les vagues se forment, ou bien de lui imprimer une marche très-rapide et sensiblement supérieure à la marche de la vague principale, de l'onde calme, allongée et *solitaire*, ainsi que l'appelle M. Russell, qui est tout-à-fait inoffensive pour la conservation du Canal.

Ce point capital, base fondamentale du système de l'auteur, n'a été pour votre Commission l'objet d'aucun doute. La Commission a par conséquent reconnu, avec M. Gabolde, que, dans des conditions déterminées, un bateau pouvait être mû sur un canal avec une très-grande rapidité, sans dégrader la voie d'eau ; pourvu toutefois, conformément aux prescriptions du mémoire, que les berges soient consolidées aux abords des écluses, c'est-à-dire dans les lieux où le bateau doit surmonter l'intumescence liquide qui gêne sa marche.

Ainsi qu'on a déjà pu le remarquer dans la citation empruntée au traité d'hydraulique de M. d'Aubuisson, la vitesse de l'onde solitaire, d'après M. Russell, serait très-variable, et dépendrait uniquement de la profondeur de la voie d'eau; mais M. Poncelet a contesté l'exactitude de l'assertion de M. Russell, et il pense que la vitesse de l'onde, indépendante de la profondeur du canal, se forme régulièrement entre 4 et 5 mètres. Cette question, tout-à-fait secondaire selon M. Gabolde, a déterminé toutefois l'auteur du travail dont nous venons vous entretenir, à entreprendre des expériences pour découvrir la loi du mouvement de l'onde dans les canaux. Malheureusement sur le canal du Midi, dont la profondeur est de 2 mètres, la formule de M. Russell établit que la vitesse doit être de $4^{m}43$; de sorte que les indications de l'ingénieur anglais et celles de M. Poncelet, quoique différant essentiellement dans leur principe, ont été d'accord avec le résultat des expériences de M. Gabolde, et ont fait reconnaître à ce dernier la nécessité de renouveler ses expériences sur des canaux de profondeur variable. Du reste, les divers essais de bateaux rapides, faits tant en France qu'en Angleterre, et rapportés dans le mémoire, ont amené l'auteur à partager l'opinion de M. Russell sur la vitesse variable que l'onde peut acquérir, selon la section, ou du moins selon la profondeur de la voie d'eau.

Quoi qu'il en soit, la navigation, au moyen de bateaux rapides, a paru à votre Commission pouvoir être pratiquée avec succès, d'après la savante et consciencieuse discussion de M. Gabolde.

Quant au système de moteurs à employer, elle pense avec l'auteur du mémoire que les roues à aubes, placées à l'extérieur du bateau, ne pourraient être adoptées en aucune manière par suite de l'agitation considérable qu'elles impriment à l'eau, du clapotage très-préjudiciable aux berges qui résulte de cette agitation, et ensuite, parce que, à mesure que l'on s'approche de la vitesse qui doit donner naissance à l'onde principale, l'eau s'abaisse de plus en plus sur les parties latérales du bateau ; d'où il résulte que les aubes, par suite de leur émersion, ne peuvent plus donner l'impulsion nécessaire pour vaincre la résistance très-forte à ce moment-là. Votre Commission, partageant entièrement l'opinion de l'auteur, reconnaît le danger et l'impuissance de ce système de roues, qui ne lui paraît avoir son utilité que pour la navigation fluviale. Les roues à aubes offrent d'ailleurs de sérieux obstacles au passage des ponts et des écluses, et obligent de réduire considérablement la largeur du bateau ; elles sont aussi très-sujettes à se briser sur les talus de la cuvette, ou à la suite d'un abordage, surtout dans les parties étroites et sinueuses des canaux. Dès lors le système de moteur le plus convenable pour la navigation sur les voies artificielles, ne peut être que le système des roues à hélice. M. Gabolde considère en effet ce système comme étant le plus propre à donner au bateau le mouvement de propulsion, sans provoquer l'agitation du fluide. Votre Commission n'a pu cependant juger la question en pleine connaissance de cause, car elle n'a pas vu fonctionner sous ses yeux l'appareil moteur proposé. Néanmoins, si l'on se rend un compte bien exact de la nature du travail sous-marin de l'hélice, si l'on examine les effets qu'elle produit dans les fleuves et les rivières, on restera convaincu que son application à la navigation des canaux n'offrira aucune difficulté sérieuse ; car des expériences irrécusables ont déjà prouvé tous les avantages de ce système. En 1845, par exemple, un bateau à vapeur et à hélice se rendant du Havre à Marseille, traversa 600 kilomètres de canaux avec une vitesse ordinaire de 10 kilomètres à l'heure, sans que les deux hélices placées à l'arrière, construites d'après le système Ericcson, et ayant chacune un diamètre de $1^{m}60$ aient produit aucun patouillement sensible dans le fluide, dont les faibles mouvements furent d'ailleurs entièrement inoffensifs pour les berges, quoique les roues ne se trouvassent immergées que de 90 centimètres. L'agitation produite par l'hélice se bornait à quelques ondulations de peu de hauteur, que l'on apercevait à l'arrière de la poupe, tandis que la marche du bateau provoquait vers les parties latérales antérieures une dénivellation de 30 centimètres, qui cessait brusquement à 1 ou 2 mètres en arrière du maître-couple, pour former une vague suivant le bateau et déferlant de chaque côté sur les berges : phénomène tout-à-fait analogue à ce qui se passe tous les jours sans effet nuisible autour des bateaux-poste du canal du Midi, et pleinement confirmé du reste, depuis 1845, par des expériences récentes, tentées sur les canaux du Nord et de l'Est de la France.

L'hélice possède d'ailleurs sur la roue à aubes cet avantage, que, quelle que soit la rapidité de la course du bateau et la dénivellation du fluide, elle doit pouvoir toujours, par suite de son immersion constante, fournir la quantité de mouvement nécessaire pour vaincre la résistance, et pour donner au bateau l'impulsion qui devra lui faire dépasser la vitesse de l'onde.

De tout ce qui précède, il paraît résulter avec certitude, conformément aux assertions de M. Gabolde, qu'à l'aide de l'hélice, un bateau peut, dans des cas déterminés, être mû avec la plus grande rapidité sur un canal sans occasionner de dégradations. Aussi votre Commission n'hésitant pas à reconnaître la vérité et la justesse des appréciations renfermées dans le mémoire qui lui a été soumis, est-elle restée convaincue que l'application de la vapeur à la navigation des canaux serait parfaitement possible, et que, si la plupart des expériences tentées jusqu'ici sur divers canaux, n'ont pas donné de résultats satisfaisants, on doit attribuer cet insuccès, soit à la mauvaise disposition et à l'inefficacité des appareils moteurs dont on a fait usage, soit à la connaissance inexacte de la cause et des effets du mouvement des fluides dans les canaux.

Après avoir démontré la possibilité de la navigation à vapeur sur les canaux, l'auteur s'est occupé de déterminer l'intensité de la résistance éprouvée par les bateaux, selon leurs formes, leurs dimensions et leur vitesse.

Dans les expériences sur les bateaux rapides d'Angleterre,

M. Russell avait remarqué que lorsque la vitesse du bateau était inférieure à celle de l'onde, la résistance était plus grande que dans les fluides indéfinis, c'est-à-dire qu'elle était supérieure à la loi généralement admise du carré de la vitesse, surtout aux approches du point de formation de l'onde principale; mais qu'aussitôt que le bateau avait acquis une marche plus rapide, la résistance baissait considérablement et était bien au-dessous de la limite fixée par cette loi du carré de la vitesse. Les expériences de M. Morin n'ont pas confirmé les résultats de l'Ingénieur anglais; elles ont montré au contraire que, dans les deux cas où le bateau peut marcher sans provoquer une trop grande agitation du fluide, la résistance était, à très-peu près, proportionnelle au carré de la vitesse. M. Morin ajoute cependant, qu'indépendamment des deux facteurs relatifs à l'*aire immergée* et au *carré de la vitesse*, la résistance contient un troisième facteur, proportionnel à *la surface mouillée*, et dont il détermine l'expression. M. Gabolde a adopté complétement la formule de M. Morin, qu'il a reconnu se rapprocher le plus du résultat de ses expériences personnelles; mais il admet en même temps que, pour des vitesses très-grandes, comme celles qu'on obtient dans les fluides indéfinis, la résistance, au lieu de suivre la loi du carré, ne serait plus proportionnelle qu'à la simple vitesse.

Partant de ces indications, M. Gabolde a établi l'intensité de la résistance qu'éprouveraient les diverses barques des canaux avec une marche plus ou moins rapide; ce qui l'a amené à reconnaître que les barques ordinairement adoptées, étaient dans les conditions les plus défavorables, soit par suite de leurs masses considérables, soit par suite de leurs formes extrêmement obtuses. Votre Commission, partageant son avis sur les nombreux avantages qui, d'après lui, résulteraient de l'adoption d'un autre système, se plaît à reconnaître que les indications renfermées dans le mémoire sont conformes aux principes établis par les physiciens et les ingénieurs les plus distingués.

Depuis longtemps l'on essaie de substituer le fer au bois dans les constructions navales. Les canaux seuls ont semblé ne prendre aucun intérêt à ce nouveau système de navigation, malgré les avantages incontestables qui en résulteraient; ils sont restés, sous ce point de vue, étrangers au mouvement général du progrès, qui semble devoir aujourd'hui transformer toutes les industries. M. Gabolde insiste dans son travail sur cette importante question : « Les bateaux en fer, dit-il, sont très-solides et faciles à mouvoir; leur durée est trois ou quatre fois plus grande que celle des bateaux en bois, et leur tirant d'eau beaucoup plus faible pour un tonnage égal ; ils exigent en même temps un bien moindre entretien et ils offrent enfin de grandes ressources en cas d'incendie. »

Votre Commission ne peut que donner son approbation unanime à cette autre partie du travail de M. Gabolde ; et elle se plaît à reconnaître avec lui que l'emploi du fer sur les canaux constituerait, toutes les autres circonstances restant d'ailleurs les mêmes, une amélioration des plus importantes. Déjà sur les grands fleuves les bateaux de bois sont regardés presque comme un objet de curiosité depuis que les grandes industries font construire exclusivement leurs bateaux avec du fer. Espérons que cette utile innovation s'introduira bientôt dans les voies artificielles.

Nous n'entreprendrons pas de suivre dans tous ses développements le travail de l'auteur; car le mémoire qui vous a été soumis est un traité complet envisageant, sous toutes ses faces, la question si importante de l'application de la vapeur à la navigation des canaux. Nous nous bornerons à dire, en terminant, que cette question a été examinée par M. Gabolde à un triple point de vue : au point de vue historique, au point de vue scientifique et au point de vue économique ou commercial. Sous ce dernier rapport, M. Gabolde établit par des chiffres, qui n'ont pas paru contestables à votre Commission, qu'il y aurait un très-grand avantage à substituer, surtout pour les vitesses un peu considérables, les machines à vapeur au halage par hommes et par chevaux.

En résumé, appréciant le bon esprit et la justesse des vues qui ont présidé à la rédaction du travail dont elle a été chargée de vous rendre compte ; considérant, en outre, que l'établissement de bateaux à vapeur sur les canaux assurerait la prompte expédition des marchandises, une grande régularité dans le service, une économie manifeste dans les transports, et exercerait par là une influence salutaire sur la prospérité du commerce, de l'industrie, de l'agriculture, etc., votre Commission vous propose de remercier l'auteur de sa communication. Elle croit devoir en même temps exprimer le vœu que les données scientifiques et pratiques renfermées dans le travail de M. Gabolde, attirent l'attention des propriétaires de canaux et des industriels, et puissent amener ainsi la réalisation d'un projet sagement conçu, auquel elle accorde toutes ses sympathies.

BULLETIN

DES MOIS DE JUIN, JUILLET ET AOUT.

Séance du 2 juin. M. Gaussail donne lecture du 3e paragraphe de sa 2e *Étude sur l'aliénation mentale.* Cette partie de son travail a pour but de rechercher les analogies de la folie et de la raison. L'analyse de faits nombreux appartenant aux classes principales de l'aliénation mentale, celle des cas de guérisons obtenues par l'intervention de la thérapeutique morale, permettent à l'auteur d'arriver à cette conclusion définitive, savoir : que la raison assiste à toutes les perturbations psychiques ; qu'elle s'y montre, il est vrai, subjuguée, asservie par les diverses modalités de l'impressionnabilité affective, et dès lors diminuée et affaiblie dans des proportions variables, mais que sa présence n'en est pas moins réelle, et que par conséquent, enfin, il n'existe pas de folie absolue.

L'Académie prend en considération la proposition de déclarer trois places vacantes dans la classe des Inscriptions et Belles-Lettres ; elle statuera définitivement sur cette proposition dans la séance du 23 juin.

9 juin. M. Molins présente une note sur le mouvement d'un point matériel pesant sur une surface cylindrique quelconque inclinée à l'horizon. Imprimée dans la livraison.

Le même Académicien fait un rapport sur un mémoire de M. Tillol, relatif à des recherches sur quelques nouvelles propriétés des surfaces du second degré. L'Académie vote des remercîments à M. Tillol.

M. Joly lit, au nom de M. Lavocat et au sien, un Mémoire intitulé, *Etudes paléontologiques tendant à ramener tous les mammifères fossiles au type pentadactyle.* Imprimé dans la livraison.

M. Leymerie communique à l'Académie, 1° une coupe géognostique des Pyrénées de la Haute-Garonne, établie d'après l'ensemble de ses observations; 2° une coupe des montagnes d'Ausseing (Haute-Garonne), destinée à démontrer le terrain *épicrétacé* complet, en superposition immédiate sur des terrains *crétacés supérieurs*, types qu'il avait établis dans deux mémoires insérés dans le Recueil de la Société géologique de France. M. Leymerie donne, sur les coupes, plusieurs explications verbales. 6 juin.

Le même Académicien donne lecture d'un Mémoire intitulé : *Exposition d'une méthode ecclectique ou wernerienne de minéralogie* (histoire naturelle).

M. Joly annonce à l'Académie que MM. Lignières fils viennent de lui remettre une dent fossile trouvée à Bruguières, près de Toulouse : l'animal auquel elle a appartenu n'a pas pu être parfaitement déterminé.

M. Barry communique à l'Académie de nouveaux fibules antiques, de colliers et de bracelets de formes variées, découverts récemment dans les Hautes-Alpes françaises. Trois de ces colliers sont formés de plaques allongées, destinées à être passées dans une courroie en manière de boucle et s'ajustaient autour du cou. D'autres bracelets de bronze, d'une largeur et d'une taille remarquables (3 à 5 centimètres), guillochés et pointillés sur toute leur surface, ont été découverts dans un tombeau entre Antibes et Nice.

M. Speckert Professeur de rhétorique au Lycée, adresse à l'Académie, 1° un discours prononcé à la distribution des prix du Lycée; 2° un ouvrage intitulé : *De la Sincérité de Velleius Paterculus*, avec une lettre et la demande du titre de Résidant.

M. Lavocat présente à l'Académie, en son nom et en celui de M. Joly, un Mémoire ayant pour titre : *Etudes anatomiques et tératologiques sur une mule fissipède aux pieds antérieurs.* Imprimé dans la livraison. 23 juin.

L'Académie déclare trois places vacantes dans la classe des Inscriptions et Belles-Lettres, et fixe au 28 juillet prochain, le jour où elle procédera à la nomination.

30 juin. M. Tillol adresse à l'Académie une note sur quelques propriétés des surfaces du second ordre assujetties à passer *par quatre des intersections des quatre plans donnés*. M. Molins est chargé de faire un rapport sur cet ouvrage.

Au nom d'une Commission, M. Molinier fait un rapport sur un ouvrage de M. Gustave de Clausade, relatif aux poésies d'Auger Gaillard, et propose la nomination de M. Clausade à une place de correspondant. Il sera statué sur cette proposition dans la séance prochaine.

M. Gaussail fait une communication verbale sur la syphilisation.

M. Barry est chargé de faire un rapport sur les ouvrages de M. Speckert.

M. Giuseppe de Natale adresse à l'Académie un ouvrage intitulé : *Ricerche anatomiche sullo scinco variegato*, et demande le titre de correspondant. Renvoyé à une Commission, composée de MM. Lavocat, Joly et Bernard.

M. Manavit sollicite le titre de membre résidant, et en outre des ouvrages qu'il a déjà envoyés, il adresse à l'Académie une esquisse historique sur le Cardinal Mezzofanti. M. Ducos est chargé de faire un rapport sur cet ouvrage.

M. Barry fait hommage à l'Académie, au nom de M. Bartholomeo Bona, d'un ouvrage intitulé, *della Costituzione dell' Universita di Torino*, avec la demande du titre de correspondant. Renvoyé à une Commission, composée de MM. Barry, Molinier et Benech.

M. Astre, avocat à Toulouse, et lauréat de l'Académie dans le dernier concours, lui rappelle les travaux qu'il lui a déjà adressés, et demande une place d'associé résidant dans la classe des Inscriptions et Belles-Lettres.

7 juillet. M. Ducos lit une note sur une circonstance de la bataille de Muret, livrée par Montfort, contre Pierre II, Roi d'Aragon, le Comte de Toulouse, et les confédérés. (Imprimée dans la livraison.)

M. Gantier communique à l'Académie une notice sur les polyèdres réguliers. (Imprimée dans la livraison.)

M. Gustave de Clausade, de Rabastens (Tarn), a été nommé, au scrutin, correspondant de l'Académie, dans la classe des Inscriptions et Belles-Lettres.

M. Ducos fait un rapport sur l'ouvrage adressé à l'Académie, par M. Manavit, pour appuyer sa demande du titre de membre résidant.

M. Barry fait un rapport de même nature sur les ouvrages envoyés par M. Speckert.

M. du Mège fait un rapport sur les ouvrages adressés à l'Académie par M. Auguste Le Jolis, relatifs, 1° à une notice sur l'origine et l'établissement de la foire de Saint-Clair; 2° aux procédures du xv^e siècle.

M. Joly fait également un rapport sur deux autres ouvrages du même auteur, intitulés : 1° *Quelques réflexions sur l'étude de la botanique;* 2° *Mémoire sur l'introduction et la floraison, à Cherbourg, d'une espèce peu connue de lin, de la nouvelle Zélande, et revue des plantes confondues sous le nom de Phormium linax.* Une lettre de remercîment sera écrite, au nom de l'Académie, à M. Le Jolis.

M. Joly fait un rapport sur divers ouvrages allemands adressés par M. Joannes Gistl; parmi eux s'en trouve un sous le pseudonyme de Télésius.

M. Magnes-Lahens lit un Mémoire intitulé, *de la présence de la glucose dans l'opium, le lactucarium, la thridace, et diverses autres substances végétales.* (Imprimé dans la livraison.) 14 juillet.

M. Molins fait un rapport sur un nouveau travail de M. Tillol, relatif à *quelques propriétés des surfaces du second ordre.* Une lettre de remercîment sera écrite à M. Tillol.

M. Ducasse lit un Mémoire sur l'*emploi de l'onguent mercuriel en frictions, à haute dose, dans le traitement de la péritonite.* (Imprimé dans la livraison.)

1 juillet. M. Belhomme lit un Mémoire intitulé, *Notice historique sur l'établissement des Frères tailleurs à Toulouse, et les statuts de l'association.* L'auteur fait l'exposé historique de l'établissement à Toulouse de cette corporation ouvrière, qui avait, peu d'années auparavant, pris naissance à Paris. C'est de cette ville et de la maison mère, que furent envoyés à Toulouse, en l'année 1655, les trois premiers Frères tailleurs qui devaient y commencer leur établissement. L'auteur entre dans le détail des articles de leurs statuts, dont il cite le texte à la fin du Mémoire. Se livrant à des considérations générales sur les anciennes corporations d'arts et métiers, et à celles qu'inspire en particulier, sous le point de vue moral, l'examen des statuts des Frères tailleurs, il émet le vœu de voir revivre pour les divers états, des corporations de cette nature, qui seraient un exemple constant et un motif irrécusable d'émulation morale, et de bonne conduite.

Au nom d'une Commission, M. Couseran fait un rapport sur les ouvrages envoyés par M. Majen, pharmacien, à Agen. Une lettre de remercîment sera écrite à l'auteur, au nom de l'Académie.

28 juillet. L'Académie procède à la nomination des trois places d'associés résidants, déclarées vacantes dans la classe des Inscriptions et Belles-Lettres. M. Manavit, Docteur ès sciences; M. Astre, Avocat, ancien membre du Conseil de préfecture de la Haute-Garonne; M. Delavigne, professeur de littérature française à la Faculté des lettres de Toulouse, étaient candidats. Le dépouillement du scrutin ayant donné en leur faveur le nombre des suffrages requis, M. le Président les a proclamés membres résidants de l'Académie, pour la classe des Inscriptions et Belles-Lettres.

Au nom d'une Commission, M. Filhol fait un rapport sur un Mémoire de M. le capitaine Belleville, du 20e léger, relatif à l'application de la *gutta percha* à la conservation des grains. La Commission propose d'adresser à l'auteur une lettre de remercîment, et de l'engager à continuer ses expériences. Cette proposition est adoptée.

M. Joly expose et développe brièvement, par des exemples, le principe unique sur lequel il fait reposer toute la syntaxe et toute la construction de la langue allemande. Ce principe peut être ainsi énoncé ; 4 août.

Tout modificatif doit précéder le mot qu'il modifie.

D'après cela, le *substantif* devra être précédé de *l'adjectif* ou par le *participe* des verbes *attributifs* qui n'est réellement qu'un adjectif. L'adjectif et le participe, à leur tour, seront précédés par *l'adverbe*, dont le nom est si peu convenable et si peu philosophique.

Quant à la construction de la proposition elle-même, elle peut être ramenée aux deux formules suivantes ; dans lesquelles P désigne la proposition principale ; p la proposition incidente, S le sujet, V le verbe, A l'attribut, c le complément du sujet et le complément de l'attribut.

Formules n° 1. — P. S. V. A.
n° 2. — p. S. A. V.

A ces deux formules, M. Joly en ajoute une troisième relative au cas où le sujet de la proposition principale ne commence pas la phrase. Cette formule est ainsi conçue :

$$P' = V\,c\,S\,c'A.$$

Elle s'applique ainsi à tous les cas où il y a, comme on dit, inversion dans l'ordre des propositions principale et incidente.

M. Gaussail fait une communication verbale sur un cas de hoquet opiniâtre durant depuis trois jours, avec quelques intervalles de rémission, et qui a cédé rapidement et sans retour à l'application de la glace pilée contenue dans une vessie, faite sur l'épigastre, pendant que le malade était placé dans un bain à 32 degrés. 11 août.

M. Petit fait une communication verbale sur la zone d'astéroïdes que la terre traverse en ce moment, et qui se sont déjà manifestés par des apparitions remarquables d'étoiles filantes. Il cite à cet égard quelques particularités sur les nombreux anneaux météoriques dont le soleil est entouré ; anneaux qui doivent donner à cet astre, vu de loin, l'apparence d'une étoile nébuleuse tout à fait analogue à certaines nébuleuses découvertes il y a un demi-siècle environ, par W. Herschell.

M. Filhol communique verbalement à l'Académie les principaux résultats d'un travail qu'il a entrepris dans le but de découvrir si les lois de Berthollet sont toujours vérifiées par l'expérience. Il cite des faits qui prouvent qu'il n'en est pas toujours ainsi, et que, dans des cas nombreux, on rencontre des exceptions remarquables. Il s'engage à communiquer son travail entier à l'Académie, aussitôt qu'il aura pu le terminer.

août. M. Vauquelin, docteur en médecine à Paris, adresse à l'Académie son ouvrage intitulé : *De l'application de la suture enchevillée à l'opération de l'entropion spasmodique*. Une lettre de remercîment sera écrite à l'auteur.

M. Barry fait, au nom de M. *Hamel*, un rapport sur un opuscule de M. *Dumast*, relatif à *l'orientalisme rendu classique*. Il sera adressé à l'auteur une lettre de remercîment.

5 août. Au nom d'une Commission, M. Barry fait un rapport sur les ouvrages envoyés à l'Académie par M. Bartholomeo Bona, de Turin, et propose de le nommer associé correspondant. Cette proposition a été adoptée et il y sera statué dans la séance prochaine.

M. Joly, au nom d'une Commission, fait un rapport sur un ouvrage de M. Giuseppe de Natale, et propose d'accorder à cet écrivain, le titre de Correspondant. Cette proposition est adoptée, et il y sera statué dans la séance prochaine.

Au nom d'une Commission composée de MM. Petit, Brassinne, Larroque, du Mège ; M. Petit fait un rapport écrit favorable, sur un Mémoire de M. Gabolde, relatif à l'application de la vapeur à la navigation des canaux. L'Académie adopte le rapport ainsi que ses conclusions et en vote l'impression dans ses Mémoires.

SUJETS DE PRIX

POUR LES ANNÉES 1854, 1855 ET 1856.

L'ACADÉMIE rappelle que le sujet du prix à accorder en 1854, est la question suivante :

Établir, par la théorie, des règles pratiques pour la construction des voûtes cylindriques en maçonnerie droites ou biaises; on déterminera l'épaisseur qu'il convient de donner à la clef, celle des pieds-droits et la forme de l'extrados lorsque l'intrados est connu.

Le prix sera une médaille d'or de la valeur de 500 fr.

L'Académie propose pour sujet de prix de l'année 1855, la question suivante :

Déterminer, à l'aide des travaux déjà publiés et par des expériences nouvelles, le rôle que joue la composition chimique de l'air, des aliments, de l'eau potable et du sol dans la production du goître endémique.

Le prix sera une médaille d'or de la valeur de 500 fr.

L'Académie propose pour sujet de prix de l'année 1856, la question suivante :

Rechercher quels sont, en dehors du latin, les éléments qui ont concouru à la formation de la langue romane.

Le prix sera une médaille d'or de la valeur de 500 fr.

L'Académie n'a point décerné le prix de 1852, dont le sujet était la question suivante :

Généraliser, par de nouvelles recherches faites princi-

palement dans les climats où cela n'a pas encore été entrepris, l'étude des influences lunaires sur les phénomènes météorologiques.

Observations. Sans en faire une condition expresse, l'Académie verrait avec plaisir que les concurrents éclairassent en même temps, par des expériences concluantes, ce qu'il peut y avoir de réel dans les actions vulgairement attribuées à notre satellite sur la nature organique, et principalement sur les phénomènes de la végétation.

En conséquence, et conformément à l'art. 32 de ses règlements, l'Académie a décidé qu'elle accordera un prix extraordinaire à l'auteur d'un mémoire qui lui serait adressé sur le même sujet avant le 1er janvier 1854.

Ce prix extraordinaire sera une médaille d'or de 500 fr.

Les savants de tous les pays sont invités à travailler sur les sujets proposés. Les membres résidants de l'Académie sont seuls exclus du concours.

Les auteurs sont priés d'écrire en français ou en latin, et de faire remettre une copie *bien lisible* de leurs ouvrages.

Ils écriront au bas une sentence ou devise, et joindront un billet séparé et cacheté portant la même sentence, et renfermant leur nom, leurs qualités et leur demeure.

Ils adresseront les lettres et paquets, francs de port, à M. le Docteur Ducasse, Secrétaire perpétuel de l'Académie, ou les lui feront remettre par quelque personne domiciliée à Toulouse.

Les Mémoires ne seront reçus que jusqu'au *premier janvier* de chacune des années pour lesquelles le concours est ouvert. Ce terme est de rigueur.

Les Mémoires des auteurs qui se seront fait connaître avant le jugement de l'Académie, seront exclus du concours.

L'Académie proclamera, dans sa séance publique, le premier dimanche après la Pentecôte, la pièce qu'elle aura couronnée.

Si l'auteur ne se présente pas lui-même, M. le Trésorier perpétuel de l'Académie ne délivrera le Prix qu'au porteur d'une procuration de sa part.

L'Académie, qui ne prescrit aucun système, déclare aussi qu'elle n'entend pas adopter tous les principes des ouvrages qu'elle couronnera.

OUVRAGES IMPRIMÉS

ADRESSÉS A L'ACADÉMIE PENDANT L'ANNÉE 1852-1853.

Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l'Académie des Sciences de Paris, t. XXXVI et XXXVII. In-4°.

Journal des Savants, septembre 1852 — août 1853. Paris, in-4° fig.

Brevets d'invention expirés, t. LXXVII et LXXVIII, Paris, in-4°, fig.

Brevets d'invention pris sous le régime de la loi de 1844, 2° série, t. VIII, IX et X, Paris, in-4° fig.

Catalogue des brevets d'invention, 1852, Paris. In-8°.

Smithsonian Contributions to Knowledge, t. III et IV. Washington, 1852. In-4°, fig.

Report of the commissioner of patents for the year, 1850, 2 vol. Washington, 1851. In-8° fig.

Message from the President of the United States, 3e partie, 1 vol. 1849. Washington. In-8°. fig.

On recent improvements in the chemical arts, 1 vol. Washington, 1851. In-8°.

Letter from the Secretary of the Tréasury. 1 vol.

Report from the Secretary of the Treasury of scientific inventions. 1 vol. Washington. In-8° fig.

Fifth annual report of the board of regents, 1 vol. 1851. Washington. In-8°.

Full exposure to the inventions of the American electro-magnetic-telegraph.

A notice of the Academy of naturel sciences of Philadelphia.

Direction for specimens of natural history.

Abstract of the seventh census.

Registry of periodical phenomena.

Information to persons having business, etc.

Patent. — Laws. — Brochure.

American zoological, botanical, bibliography.

List of Works published by the Smithsonian Institution.

List of foreign institution in correspondance with the Smithsonian Institution.

Essai sur le nymphée de Nîmes; par M. Pelet (*correspondant*). In-8°.

Cours de géologie agricole; par M. N. Boubée (*correspondant*). Paris, 1852.

Rapport sur l'ornementation de l'hôtel de ville d'Orléans; par M. de Pibrac.

Considérations au sujet d'un passage des Commentaires de César; par M. le Baron Chaudruc de Crazannes (*correspondant*).

Rapport sur quelques antiquités du Midi de la France; par M. de Caumont (*correspondant*).

Carte géologique d'Europe; par le même.

Procès-verbal des Séances de l'Institut des provinces. 1846.

Travaux de la Société pour la conservation des Monuments. 1847.

De la question du reboisement; par M. Forest (*correspondant*).

Leçon d'introduction au cours de Pathologie interne; par M. le docteur Gaussail. Toulouse, 1853. In-8°.

2e Série d'observations sur les eaux thermales d'Olette; par M. Puig. In-8°.

Mémoire sur les anciennes monnaies seigneuriales de Melgueil et de Montpellier; par M. Germain.

Procédure au 15e siècle, relative à la confiscation des biens, par M. Le Jolis. Cherbourg, 1851. In-8°.

Quelques réflexions sur l'étude de la botanique; par le même. Cherbourg. In-8°.

Notice sur l'origine de la foire Saint-Clair; par le même. Cherbourg. In-8°.

De la musique à Lyon, par M. Hainl. 1852. In-8°.

Moyen de régénérer la pomme de terre; par M. Le Roy Mabille. In-8°.

Les poisons connus des anciens; par M. Magen. Agen. In-8°.

L'Atlantide; par le même. Agen, 1850. In-8°.

Rapport sur les procédés de décoration des poteries; par le même. Agen, 1850. In-8°.

De la science moderne dans ses rapports avec la théorie de la transmutation des métaux; par le même.

Annuaire du Bureau des longitudes. Paris, 1853. In-18.

Le don de M. Orfila; par M. le docteur Desbarreaux-Bernard. Toulouse, 1853. In-8°.

Carte du Sahara algérien; par la Direction centrale des affaires arabes. 1845. — Don fait par M. Barry.

Les vignes malades; par M. Louis Leclerc. Paris. In-8°, fig.

Études d'anatomie philosophique sur la main et le pied de l'homme et des mammifères fossiles, ramenés au type pentadactyle; par MM. les professeurs Joly et Lavocat. Toulouse, 1853. In-8°, fig.

Nouvelles expériences sur la coloration des cocons; par M. Joly. Toulouse. In-8°.

Note sur l'origine et la patrie du bœuf domestique; par le même. Toulouse. In-8°.

Mémoire sur la législation des céréales en France; par M. Maury. Toulouse, 1853. In-8°.

Remède contre la maladie de la vigne; par Flechet.

Réponse à quelques journaux relativement aux affaires de la Turquie; par Rustem-Effendi et Seid-Bey. Bruxelles, 1853. In-8°.

Analyse chimique des eaux du département de la Gironde; par M. Faure. Bordeaux, 1853. In-8°.

Des vices de la législation pénale Belge; par M. le Chevalier de Le Bidart de Thumaide. Mons, 1843. In-8°.

Des améliorations que réclame la législation pharmaceutique Belge; par le même. Liége, 1844. In-8°.

Etudes sur l'histoire de la musique; par M. Labat. 2 vol. Paris. In-8°.

Notice sur les eaux minérales de Ginoles; par M. Buzairies.

Cours de physique; par M. Pinaud, 6e édition. Toulouse. In-8°.

Accouchement d'un enfant anencéphale; par M. le docteur Laforgue, Toulouse. In-8°.

Quelques considérations sur l'opération du bec de lièvre; par le même. Toulouse. In-8°.

Poésies Languedociennes et Françaises d'Auger Gaillard, dit Lou Roudié de Rabastens; publiées par M. de Clausade. Albi, 1853. In-12, fig.

Systematische Uebersicht von Johannes Gistl. München, 1837. In-8°.

Befchreibung des skeletes; par le même. Leipzig, 1836. In-8°.

Statuten des vereins fur naturkunde von G. Tilesius. München, 1849. In-8°.

Bataille de Jules César contre les Nerviens; par M. Dinaux. In-8°.

De l'adénite cervicale ; par M. Hippolyte Larrey. Paris, 1850. In-8°.

Propositions résumées sur le mémoire précédent. Paris. In-8°.

Considérations sur le traitement des fistules à l'anus ; par le même. Paris, 1851. In-8°.

Discours prononcé à la Société de chirurgie de Paris ; par le même. Paris. In-8°.

Quelques mots sur la syphilisation ; par le même.

Rapports sur les éléments de Chirurgie militaire de sir Georges Balingail ; par le même. Paris. In-8°.

Fagrskinna af Munch og Unger. Christiania, 1847. In-8°.

Konge-Speilet et philosophisk Didaktisk, etc. Christiania, 1848. In-8°.

Uber den Syrisch Ephraimitischem Krieg von Caspari. Christiania, 1849. In-8°.

Grammatik for zulu-sproget of Holmboë. Christiania, 1850. In-8°.

Mademisfe love for de Studerende. Christiania, 1851. In-12.

Aslak bolts Jordebog af Munch. Christiania, 1852. In-8°.

Diem natalem augustissimi regis Caroli Joannis. Christianiæ. In-4°.

Enumeratio plantarum vascularium. Christianiæ, 1844. In-4°.

Om pronomen relativum af Holmboë. Christiania, 1850. In-4°.

Die Universitats Sternwarte von Christopher Hansteen. Christiania, 1849. In-4°.

Det Oldnorske verbum Sanscrit af Holmboë. Christiania, 1848. In-4°.

Bemœrkninger anagaaende Graptolitherne af Christian Boeck. Christiania, 1851. In-4°.

Symbolæ ad historiam antiquiorem rerum Norvegiarum. Christianiæ. In-4°.

Observations sur les tables tournantes; par M. Lermier. In-8°.

De la Sincérité de Velleïus Paterculus; thèse par M. Speckert. Toulouse, 1848.

Recherches sur l'ancienne coutume de Toulouse; par M. Astre. Toulouse, 1853. In-8°.

Une visite au bon Henri, suivie d'une excursion en Guipuscoa par Bayonne; par M. de Clausade. In-f°, fig.

In Senate of the United State. In-8°.

Opération césarienne, par M. le Docteur Laforgue. Toulouse, 1853. In-8°.

Ricerche anatomiche sullo scinco variegato; par Giuseppe de Natale. In-4°, fig.

Esquisse historique sur le cardinal Mezzofanti; par M. Manavit. Paris, 1853. In-8°.

Discours sur l'évolution des forces vitales dans la nature; par M. Ch. Desmoulins. Bordeaux 1853. In-8°.

Della Costituzione dell' Universita di Torino; par Bartolomeo Bona.

Le Christ aux plaies; par M. Thomas. Paris, 1853. In-8°.

Hommage au Maréchal Soult. Toulouse, 1852. In-4°, fig.

Notice sur M. Louis de Villeneuve; par M. Anacharsis Combes. Toulouse, 1851. In-8°.

Les Paysans français, par MM. Anacharsis et Hippolyte Combes. Paris. In-8°.

Notizia del Monastero di S. Maria della Rocca delle donne di Bartolomeo Bona. Torino 1853. In-8°.

Annuaire de la Société des antiquaires de France. Paris. In-18.

L'orientalisme rendu classique ; par M. Dumast. Paris, 1853. In-8°.

La termocrosi di melloni del professore Zantedeschi.

Projet d'une nouvelle distribution d'eau de 300 pouces pour la ville de Toulouse ; par M. Jules Guibal. Toulouse, 1852. In-4°, fig.

Beitrage zur Rheinischen Naturgeschichte herausgegeben von der Gesellschaft für Beförderung der Naturwisenschaften zu Freiburg in Breisgau. 1851, 1853. In-8°.

De l'application de la suture enchevillée à l'opération de l'entropion spasmodique ; par M. Vauquelin. Paris, 1853. In-8°, fig.

Eaux minérales des Pyrénées ; par M. Filhol. Paris. In-18. fig.

Mémoires de l'Académie nationale de Metz, 33e année, 1851-52, 1re et 2e partie, 1852. In-8°, fig.

Précis analytique des travaux de l'Académie des Sciences, Belles-lettres et Arts de Rouen, pendant l'année 1851-52. In-8°, fig.

Mémoires de la Société d'Agriculture, des Sciences, Arts et Belles-lettres du département de l'Aube, nos 19 à 26. 1851-53. Troyes. In-8°, fig.

Procès-verbal de la séance publique de la Société libre d'émulation de Liége, du 29 décembre 1850. 1851. In-8°.

Annales de la Société d'Agriculture, Arts et Commerce du Puy, tom. 16, année 1851. In-8°. Le Puy, 1853.

Recueil des publications de la Société Hâvraise d'études diverses. Hâvre, 1853. In-8°.

Mémoires de l'Académie nationale des Sciences, Belles-lettres et Arts de Lyon, tom. 1er. Classes des Sciences et des Lettres, 1851. In-4°.

Annales des Sciences physiques et naturelles, d'Agriculture et d'industrie, publiées par la Société d'Agriculture de Lyon, tom. 3, 2e série, 1re et 2e partie. In-8°.

Annales de la Société académique de Nantes. 1850. In 8°, fig.

Recueil de l'Académie des Jeux Floraux. Toulouse, 1853, In-8°.

Introduction à l'histoire générale de la province de Picardie, par M. Grenier, 2e livraison. Amiens 1853. In-4°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Arts et Belles-lettres de Dijon. 2e série, t. 1, année 1851. 1852. In-8°.

Bulletin de la Société Archéologique de Sens, 1851-52. In-8°, fig.

Mémoires de la Société des Sciences naturelles de Cherbourg, 1er vol. 2e liv. 1852. In-8°.

Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux, 2e série, t. 8, 5e et 6e livraisons. 1853. In-8°.

Memorie dell' I. R. Instituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti. Vol. 2 et 3. Milano, 1845 et 1852. In-4°, fig.

Giornale dell' I. R. Instituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti. Milano, 1841-47, t. 1 à 8. In-8°, fig.

Giornale dell' I. R. Instituto Lombardo di Scienze, Lettere ed Arti e biblioteca Italiana. Milano, t. 1, 2, et 3, 1847-51. In-4°, fig.

Mémoires de la Société Linnéenne de Normandie, 9e vol., 5e, 6e, 7e, 8e et 9e vol. avec atlas. Paris. In-4°.

Annales de chimie et de physique, 3e série, t. 38. Paris, 1853. In-8°, fig.

Bulletin de la Société d'Emulation de l'Allier. Moulins, 1852-53. In-8°.

Journal de Médecine, Chirurgie et Pharmacie de Toulouse, 1853. In-8°.

Journal des Vétérinaires du Midi. Toulouse, 1853. In-8°.

Revue archéologique. Paris, 1853. In-8°, fig.

Bulletin de la Société des Sciences, Belles-Lettres et Arts du département du Var. 21e année. Toulon, 1853. In-8°.

Journal d'Agriculture pratique et d'économie rurale pour le Midi de la France. 3e série, t. 4. Toulouse, 1853 In-8°.

Extrait des procès-verbaux des séances de la Société philomatique de Paris, 1851-52. In-8°.

Séances du comice agricole de Castres, 1852. In-8°.

Compte rendu des travaux de la Société impériale de Médecine, Chirurgie et Pharmacie de Toulouse. 1853. In-8°.

Bulletin de la Société d'Agriculture, Industrie, Sciences et Arts de la Lozère. Mende, 1852-53. In-8°.

Annales de l'Académie d'Archéologie de Belgique. Anvers, 1853. In-8°.

Procès-verbal de la séance publique de la Société impériale de Médecine de Marseille. 1853. In-8°.

Bulletin de la Société des antiquaires de Picardie. Amiens, 1853. In-8°.

Séance trimestrielle de la Société d'Agriculture, Sciences et Arts de Boulogne sur mer. 1853. In-8°.

Travaux de l'Académie impériale de Reims, 1853. In-8°.

L'investigateur. Journal de l'Institut historique. Paris, 1853. In-8°.

Mémoires de la Société nationale archéologique du Midi de la France, tom. v, 1re livr. Toulouse, 1853. In-4°.

Bulletin de la Société des antiquaires de la Morinie. Saint-Omer, 1853. In-8°.

Journal d'Agriculture, Sciences, Lettres et Arts du département de l'Ain. Bourg, 1853. In-8°.

Bulletin de la Société des antiquaires de l'Ouest. Poitiers, 1853. In-8°.

Séance publique de la Société archéologique de Béziers. 1853. In-8°.

Observations et dissertations médicales; par M. le docteur Lecadre. Hâvre, 1853. In-8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences et Lettres de Montpellier, 1847-51. In-4°

Publications de la Société archéologique de Montpellier, n° 19.

Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève, tom. XIII, 1re partie.

Mémoires de l'institut des provinces de France. 2e série, t. 1.

Mémoires de la Société des antiquaires de l'Ouest. 1850-51, 2 vol.

Mémoires de la Société d'Agriculture, Sciences et Arts de Douai, 1849-51. In-8°.

Mémoires de la Société des antiquaires de France, 3e série, tom. 1.

Séances publiques de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Besançon, 1850-52.

Mémoires de l'Académie du Gard. Nîmes, 1852. In-8°.

Mémoires de l'Académie royale de Savoie. 2e série, t. 1. Chambéry. In-8°.

Mémoires de l'Académie d'Arras, tom. XXV.

Compte rendu de la Société d'émulation de Nantua. 4e partie.

Mémoires de la Société d'émulation de Cambrai, tom. XXIII. 1re et 2e partie.

Actes de l'Académie des Sciences de Bordeaux. 1er trimestre 1852.

Travaux du comice horticole de Maine-et-Loire. Angers, 1853. In-8°.

Annales de la Société des Sciences d'Indre-et-Loire, 2e semestre 1851.

Compte rendu des travaux de l'Académie du Gard. Nîmes, 1852. In-8°.

Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux, tom. XVI.

Mémoires de l'Académie des Sciences de Caën. 1852. In-8°.

Bulletin de la Société d'Agriculture de la Marne.

Bulletin de la Société archéologique du Limousin, tom. IV, 1re livraison.

Mémoires de la Société des Sciences de Nancy. 1851. In-8°.

Pomologie de Maine-et-Loire. Angers, 1853, 2e liv. In-8°, fig.

Bulletin de la Société des pharmaciens. Rouen, 1852. In-8°.

Séance publique de la Société des Sciences d'Aix, 1852. In-8°.

Annales de la Société d'Agriculture de Lyon, tom. III, 1re et 2e partie. In-8°.

FIN DU TROISIÈME VOLUME DE LA 4e SÉRIE.

AVIS ESSENTIEL.

L'ACADÉMIE déclare que les opinions émises dans ses Mémoires doivent être considérées comme propres à leurs auteurs, et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation ni improbation.

TABLE DES MATIÈRES.

TOULOUSE, IMPRIMERIE DE J.-M. DOULADOURE.

ERRATA.

Page 362, ligne 4, lisez ainsi qu'il suit :

FIG. X. Ce métacarpien latéral avec une surface d'articulation *c* pour un quatrième orteil rudimentaire, qui, d'après Kaup, était très-probablement conformé comme chez le genre *Palæotherium.* («*c, Eine Gelenkflæche für ein viertes Zehenrudiment, das hœchst wahrscheinlich wie bei* PALÆOTHERIUM *gestaltet war.*» Voy. dans les *Verhandlungen der kaiserlichen leopoldinisch-carolinischen Akademie der Naturforscher,* le Mémoire de Kaup, intitulé : *Die zwei urweltlichen pferdeartigen Thiere, welche in tertiærem Sande bei Eppelsheim gefunden werden,* etc., pag. 175, Pl. 12 B., fig. 4 *a,* 4 *b,* 5 *a,* 5 *b* et 7.)