MEMORIE

DELL'IMPERIALE REGIO ISTITUTO

DEL

REGNO LOMBARDO-VENETO.

VOLUME PRIMO.

Anni 1812 e 1813.

MILANO
DALL'IMP. REGIA STAMPERIA
1819.

Sacra Imperiale Reale Maestà

Da lungo tempo i Corpi accademici onorati dalla protezione e dal favore dell'Augustissima Vostra Casa hanno contribuito a sostenere e propagare l'onor delle scienze nelle varie parti della vasta Sua Monarchia. La celebre Accademia Leopoldino-Carolina

dei Curiosi della natura più di un secolo fa implorò dal Trono Imperiale nome, leggi ed autorità; e per ravvicinarci più a' dì nostri sotto il glorioso Governo degli Antenati della M. V. hanno avuto origine e costituzioni e sussidj non solo l'Accademia Gioseffina Medico=Chirurgica e quella delle Belle Arti nella capitale della Monarchia, ma altresì nelle provincie le Accademie di Brussellas, di Praga e di Mantova, e la Società Patriotica di Milano.

L'Imperiale Regio Istituto di Scienze, Lettere ed Arti succeduto a quest'ultima ha trovato nella clemenza della M. V. un generoso Protettore, al quale dal canto suo ha procurato di corrispondere in questi ultimi tre felicissimi anni con quel più vivo zelo ed impegno che per lui si poteva.

Oltre i volumi delle Memorie accademiche pubblicate negli anni scorsi, che umiliate a piè del Trono di V. M. furono fatte degne del Sovrano Vostro gradimento, dagli Atti e dai Congressi dell'Istituto, e per opera de' suoi Membri son pure usciti alla luce non pochi lavori, sia diretti a mantenere il decoro della patria favella, sia risguardanti le scienze esatte, l'erudizione, la storia della natura e la perfezionata industria rurale. Egli è in fine per ordine della M. V. che da questo Corpo ricevon favorevole giudizio e premio quegli artefici che riescono a migliorare le macchine utili ai bisogni della vita, o sanno inventarne di nuove.

Tutto ciò debbe il Pubblico all'alta protezione ed ai generosi sussidj con che la M. V. onora l'Istituto e lo sostiene: e non contenta di tanto Ella lo anima a

pubblicar colle stampe le diverse dissertazioni che sarebber giaciute inoperose ed incognite ne' suoi registri, se un Sovrano cenno non le chiamasse a vita.

Colmo di sì distinti favori l'Istituto Vostro non può che offerire al Trono quest'umile tributo.

Della Sacra Maestà Vostra

Umilissimi, ossequiosissimi, fedelissimi servi e sudditi
I Membri dell'Imperiale Regio Istituto
di Scienze, Lettere ed Arti

ISTORIA

DELL' IMPERIALE REGIO ISTITUTO.

PARTE PRIMA.

ISTORIA

DELLA PRIMA FONDAZIONE

E

DEI LAVORI DELL' I. R. ISTITUTO.

L' Istituto di Scienze, Lettere ed Arti fu stabilito dall' articolo 297 degli Statuti della Repubblica Cisalpina promulgati nell' anno 1797 e confermato nell' anno 1802 coll' articolo 121 degli Statuti della Repubblica Italiana. Esso ebbe forma da una legge del Corpo Legislativo in data del 17 agosto 1802.

Nella sua origine era composto di sessanta membri divisi in tre sezioni: la prima di scienze fisiche e matematiche; la seconda di scienze morali e politiche; la terza di letteratura e belle arti. Ai trenta di età più avanzata venne accordata una pensione ed imposta l'obbligazione di convenire ogni anno nel luogo destinato alla residenza del Corpo, e di presentare ogni biennio qualche produzione degna d' essere impressa nel volume degli Atti. A due dei socj, da eleggersi ogni tre anni, furono affidate le incumbenze di Segretario e di Vicesegretario.

Due mesi dopo la data del citato decreto il Governo nominò membri dell' Istituto i trenta individui quì sotto notati:

Scarpa.	Moscati.	Mondini.	Spannocchi.	Fantoni.
Oriani.	Appiani.	Savioli.	Villa.	Soave.
Volta.	Isimbardi.	Canterzani.	Paradisi.	Bonati.
Cagnoli.	Dandolo.	Monti.	Morcelli.	Bianconi.
Fontana Greg.°	Saladini.	Brugnatelli.	Bettinelli.	Monga.
Pino.	Cassiani.	Longo Alfonso.	Rosa.	Mari.

I nuovi eletti si unirono al principio dell' anno 1803 nella città di Bologna, assegnata per sede dell' Istituto, sotto la presidenza del signor Conte Moscati, ed ivi composero una lista dupla per l' elezione degli altri trenta individui che ancora mancavano al compimento del numero. Da questa lista, con decreto del Presidente della Repubblica, furono trascelti ed aggregati all' Istituto

Bonaparte Napoleone.	Amoretti.	Stratico.	Pozzo.
Melzi d' Eril.	Atti.	Desimoni.	Palletta.
Delanges.	Avanzini.	Testa.	Passeroni.
Fortis.	Aldini.	Venini.	Piazzi.
Castiglioni.	Bossi Luigi.	Uttini.	Ruffini.
Del Bene.	Cesaris.	Fontana.	Araldi.
Fumagalli.	Venturi.	Guglielmini.	Lamberti.
Brunacci.	Reggio.	Laghi.	

Non tardarono i socj, tanto della prima che della seconda elezione, a congregarsi di nuovo in Bologna, onde gettare di concerto le fondamenta delle future scientifiche operazioni.

La prima cura dell' adunanza, di cui fu fatto Presidente il signor Conte Volta, si fu di eleggere il Segretario ed il Vicesegretario. Al primo ufficio fu trascelto il signor abate Fortis, al secondo il signor abate Avanzini. Nello stesso tempo si pensò a stendere il regolamento dell' Istituto e a stabilire i tempi in cui dovevansi tenere tanto le convocazioni generali, quanto le particolari adunanze.

Alle prime (alle quali erano chiamati indistintamente i membri tutti pensionati ed onorarj che non fossero dispensati da legittima scusa) fu assegnato il mese di luglio di ciascun anno; alle seconde poi, da tenersi due volte al mese, dovevano intervenire tutti i membri pensionarj stabiliti in Bologna ed alcuni ancora di quelli residenti altrove, i cui nomi venivano di volta in volta estratti a sorte allorchè i primi non bastavano a compiere il numero legale di dieci.

Nell' ottobre dell' anno stesso mancò di vita il segretario Fortis, onde col superiore consenso furono invitati tutti i socj a mandare per

lettera le loro schede per la nomina del successore. Cadde questa sul socio Araldi, il quale, lasciata la cattedra d'istituzioni mediche che copriva nella città di Modena, si trasferì a Bologna, ed assunse al principio dell' anno seguente la sua nuova incumbenza.

Nel successivo luglio, secondo ciò ch' era stabilito, i membri dell' Istituto si radunarono per l' annuale convocazione: si tennero diverse sessioni, ed una fra le altre pubblica e solenne, nella quale si lessero la storia de' lavori del corpo, l'elogio d' uno de' socj mancato di vita, ed inoltre varie dissertazioni sopra argomenti scientifici e letterarj.

Il corpo intero dell' Istituto si radunò di nuovo in Bologna nell'anno 1805, ma ciò fu per l' ultima volta. L' esperienza aveva mostrato che a trarre da questo scientifico stabilimento il massimo vantaggio era necessario trasferirne la residenza in Milano, ove un maggior numero de' suoi membri avevano il loro domicilio, o potevano concorrervi dalla vicina università di Pavia, e dove più prontamente avrebbe ricevuti ed eseguiti gl' incarichi che di quando in quando gli erano dal Governo affidati.

L' Istituto stimò suo dovere di non nascondere al Governo queste sue riflessioni, e stese a tal uopo un indirizzo che venne accolto favorevolmente. Ma la legge che lo chiamò a radunarsi in Milano, e che gli diede una forma più opportuna ed una maggiore estensione, non fu promulgata prima della fine del 1810.

In questo intervallo si continuarono in Bologna le private adunanze, si raccolsero e si esaminarono le produzioni trasmesse dai diversi membri, e di esse si arricchirono gli Atti dell' Istituto, dei quali sono esciti alla luce successivamente sei volumi.

Il decreto del 25 dicembre 1810 non ebbe solo per iscopo di trasferire nella capitale la sede dell' Istituto, ma d'indurre nel tempo stesso non pochi cambiamenti nella sua primitiva costituzione, parte suggeriti dall' esperienza, parte resi necessarj dall' estensione che aveva ricevuto in quel tempo il nostro territorio.

Il numero de' membri pensionati venne cresciuto del doppio, e ad esso fu aggiunto un numero illimitato di socj onorarj: l' adunanza

generale fu resa biennale: vennero stabilite nelle città di Venezia, Bologna, Padova e Verona altrettante sezioni formanti un sol corpo colla sede centrale, ma però autorizzate a convocare i loro membri in ispeciali adunanze e a tenere distinti i loro atti. Fu a tal fine assegnato a ciascuna un proprio segretario.

Per porre ad effetto queste nuove disposizioni s' intimò in Milano una generale convocazione pel mese di maggio del 1811, la quale si occupò in due oggetti; l' uno di stendere sulle basi del sopraccitato decreto un nuovo regolamento; l' altro di preparare una lista doppia per la nomina de' nuovi soggetti necessarj a riempiere i posti rimasti successivamente vacanti, ed a compiere il numero de' membri, che, giusta quanto era stato stabilito, doveva ascendere fra i pensionati e gli onorarj a novanta. Nella lista doppia presentata dall' Istituto al Governo vennero insieme proposti i segretarj delle quattro sezioni ed anche il vicesegretario della residenza centrale; giacchè il signor abate Avanzini fin dall' anno 1807 era stato promosso ad altro impiego.

La scelta de' nomi che dovevano essere estratti da queste liste, e che il Governo aveva riservata a sè stesso, fu pubblicata nel successivo anno 1812, e comparvero nominati membri pensionati, oltre i dodici membri onorarj già eletti negli antecedenti decreti, i signori

Aglietti, *Segretario dell' accademia di Venezia.*
Breislak, *Ispettore generale delle polveri e de' nitri.*
Brocchi, *Ispettore delle miniere.*
Caldani, *già Ispettore di notomia e medicina in Bologna.*
Cossali, *Professore di calcolo sublime nell' università di Padova.*
Carminati, *Professore emerito di medicina.*
Fattori, *Professore di anatomia nell' università di Pavia.*
Malacarne, *Professore d' istituzioni chirurgiche e di ostetricia all' università di Padova.*
Monteggia, *Professore d' istituzioni chirurgiche e di ostetricia in Milano.*
Molina di Bologna.
Morosi, *Regio Meccanico.*
Racagni, *Professore di fisica nel liceo di Milano.*

Canova, *Scultore.*
Garattoni.
Mengotti, *Senatore.*
Morelli, *Bibliotecario in Venezia.*
Nani, *Consigliere di Stato.*
Pindemonte Ippolito, *Letterato.*

Membri onorarj.

Arici, *Segretario della sezione dell' istituto in Verona.*
Assalini, *Professore di clinica chirurgica in Milano.*
Assemani, *Professore di lingue orientali.*
Borda, *Professore di materia medica nell' università di Pavia.*
Bossi, *Professore di pittura.*
Biamonti, *Professore emerito di belle lettere.*
Brera, *Professore di clinica medica nell' università di Padova.*
Caccianino, *Direttore della scuola del genio in Modena.*
Cagnola, *Architetto.*
Carlini, *Vicesegretario dell' istituto.*
Chiminello, *Professore d' astronomia nell' università di Padova.*
Collalto, *Professore d' introduzione al calcolo sublime nell' università di Padova.*
Configliachi, *Professore di fisica sperimentale nell' università di Pavia.*
Corniani, *Presidente della Corte di giustizia civile e criminale del Mella.*
Francesconi, *Professore del codice Napoleone nell' università di Padova.*
Jacopi, *Professore di fisiologia nell' università di Pavia.*
Longhi, *Professore d' incisione nell' accademia di Milano.*
Luosi, *Gran Giudice, Ministro della giustizia.*
Magistrini, *Professore di matematica sublime nell' università di Bologna.*
Mangili, *Professore di storia naturale nell' università di Pavia.*
Mezzofanti, *già Professore di lingue orientali nell' università di Bologna.*
Re, *Professore di storia naturale nell' università di Padova.*
Rosmini, *Letterato.*
Rossi, *Ispettore generale della pubblica istruzione.*

Strocchi, *Viceprefetto di Faenza.*

Tamburini, *Professore di diritto naturale e sociale nell'università di Pavia.*

Valeriani, *Professore di economia politica nell'università di Bologna.*

Venturoli, *Professore di matematica a Bologna.*

Dopo quest'epoca si cominciarono dai membri raccolti in Milano le radunanze prescritte dai regolamenti; nelle prime tenute nei mesi di aprile e maggio del 1812 si attese a preparare i regolamenti interni che dovevansi osservare, a distribuire i socj nelle diverse classi e nelle diverse sezioni, ed a proporre le massime per l'organizzazione degli Atenei che, giusta il decreto del 25 dicembre 1810, dovevano formarsi nelle diverse provincie ed esser posti in corrispondenza coll' Istituto.

Il dì 10 giugno ebbero principio le radunanze delle classi scientifica e letteraria, le quali per più d'un anno si radunarono separatamente e sotto la presidenza del rispettivo Direttore. Col seguito, diminuito d'assai il numero de' socj, parte dalla morte rapiti, parte trasferitisi altrove, si prese la determinazione di riunire le due classi in una, e di frammischiare nelle comuni radunanze la lettura delle Memorie scientifiche con quella delle letterarie.

Delle Memorie recitate nelle radunanze suddette fino al termine dell'anno 1813 diamo quì riuniti e disposti secondo l'ordine de' tempi gli argomenti. Quelle che dai rispettivi autori vennero consegnate agli Atti si pubblicano nel presente volume o per intero od alquanto abbreviate; perciò abbiamo creduto inutile il porne nell'elenco generale delle letture alcun estratto, e ci siamo ristretti a citare la pagina alla quale si trovano, acciò ciascuno possa consultarle.

Al tempo del Fontenelle il succinto delle Memorie contenute nel volume non era senza utilità; lo studio delle scienze fisiche e matematiche non erasi così diffuso come al presente, sicchè giovava ingentilirle cogli artificj dello stile e porli all' intelligenza comune: e il Segretario dell' accademia delle scienze sapeva quest' arte in un modo meraviglioso. A' giorni nostri nessuno certamente s'arresterebbe

a leggere in un estratto il soggetto d' una memoria accademica, potendo appagare la sua dotta curiosità e trovarla in originale col solo volgere alcune pagine.

Molte fra le Memorie lette all' Istituto furono pubblicate o in separate opere, o in diverse raccolte periodiche; poche sono rimaste inedite presso gli autori: sì delle une che delle altre abbiamo creduto opportuno l' aggiungere un breve cenno, estendendoci alquanto più su queste ultime, e citando per rispetto alle prime il titolo dell'opera ove si possono rinvenire.

Le sezioni dell' Istituto residenti in Venezia ed in Padova non cominciarono a tener radunanze che nell' anno 1814, e perciò abbiamo serbata la notizia de' loro lavori accademici pel seguente volume.

NOTIZIA DELLE DISSERTAZIONI ACCADEMICHE

LETTE NELLE RADUNANZE

DELL'I. R. ISTITUTO IN MILANO

NEGLI ANNI 1812-1813.

Adunanza del dì 10 *giugno* 1812.

I. *Sopra la dimostrazione data dal signor Cav. Ruffini dell' impossibilità di risolvere le equazioni generali algebraiche superiori al quarto grado, di* Antonio Caccianino. Questa Memoria è la prima che incontrasi pubblicata nel presente volume. Vedi pagina 3.

II. *Estratto di due opuscoli del signor I. P. I. Monheim comunicato all' Istituto dal signor Conte* Volta. I due citati opuscoli, che dall' autore erano stati spediti in dono all' Istituto medesimo, trattano dell' analisi chimica delle acque solforose di Aquisgrana e delle acque termali di Borcette.

III. *Dimostrazione delle formole date dal signor Lagrange nella sua Memoria sull' origine dei pianeti e delle comete, di* Barnaba Oriani. Questo scritto fu pubblicato in lingua tedesca nella Mensuale corrispondenza del Barone di Zach, volume XXVII, pagina 318.

IV. *Riflessioni sopra la suddetta Memoria di Lagrange, di* Scipione Breislak. Come il signor Oriani illustrò co' suoi calcoli la parte matematica dello scritto di Lagrange, così il signor Breislak prese a commentarne la parte fisica e geologica, facendo notare la somiglianza che passa fra l' ipotesi di quell' illustre geometra e quella ch' egli stesso propose sull' origine del nostro globo nella sua *Introduzione alla geologia.*

Adunanza del dì 11 *giugno.*

I. *Discorso storico sopra le vicende di Guglielmina Boema, di* Carlo Amoretti. È noto ai Milanesi il nome di questa donna, che visse nel secolo decimoterzo, e nota è pure la condanna che di lei dopo la sua morte e de' suoi seguaci fu fatta dal Tribunale dell'inquisizione. Il sig. Amoretti, a cui vennero sott' occhio i processi originali che conservansi nella Biblioteca Ambrosiana, ne ha tratta la vera storia, colla quale dimostra essere falsa l'imputazione datale dalla maggior parte degli storici che di lei scrissero, i quali la vogliono fondatrice d'un segreto consorzio, in cui sotto l'ombra di pietà si commettessero le più infami dissolutezze.

II. *Saggio di un nuovo comento delle opere di Virgilio, di* Michele Araldi. Questo comento, che fu letto in diverse successive radunanze, trovasi compendiato nel presente volume, pagina 25.

Adunanza del dì 24 *giugno.*

I. *Sopra la possibilità dell' estrazione della matrice, di* G. B. Palletta. Vedi pagina 15.

II. *Sopra il movimento oscillatorio delle fabbriche, di* Angelo Cesaris. L'autore ha consegnato al volume delle Effemeridi di Milano per l'anno 1814 la serie delle sue osservazioni relative a questo singolare fenomeno, e l'esposizione delle diverse ipotesi che si possono immaginare per renderne ragione.

III. *Prima parte d' un trattato contenente varie riflessioni sopra parecchi punti di teoriche meccaniche che sembrano bisognosi di qualche rischiaramento, parte prima, di* Michele Araldi. L'autore tratta di alcune difficoltà che si presentano nella teorica della resistenza de' fluidi, e spiega fra le altre cose l'apparente paradosso dell' equilibrio che può aver luogo fra l'impulso d'un fluido che urta una superficie con velocità finita e la semplice pressione esercitata da un corpo pesante.

Adunanza del dì 25 giugno.

I. *Sul diritto di grazia, di* Tommaso Nani. Veggasi il compendio di questo scritto a pagina 35.

II. *Sul governo d'Augusto e sul suo sistema politico, di* Alberto Desimoni.

III. *Saggio istorico intorno alla vita del Maresciallo G. G. Trivulzio, di* Carlo Rosmini. Articolo estratto dall' applaudita opera del succitato autore su questo medesimo argomento.

Adunanza del dì 2 luglio.

I. *Di alcuni fossili delle colline reggiane, di* Scipione Breislak. L'autore prende primieramente in esame i corpi marini che ivi s'incontrano e che si assomigliano nel modo di giacere, e spesso anche nei generi e nelle specie a quelli del Piemonte, della Calabria e d'altre parti d'Italia. L'autore attribuisce la disposizione di questi corpi, i quali non formano quegli strati solidi che altrove si osservano, alla fisica costituzione del mare primitivo, che non è stata sempre la medesima.

II. *Sui prodotti dei fattori che sono funzioni simili d'una stessa quantità che varia per una differenza costante, di* Giovanni Racagni. Vedi pagina 59.

III. *Sopra i succedanei ai medicinali delle due Indie, di* Bassiano Carminati. L'autore espone i mezzi da lui adoperati nella lunga sua medica carriera per dare bastevole supplimento ai principali farmachi che ci vengono da remoti paesi; il saggio ch'egli aggiunse di queste sue varie ricerche aveva per oggetto gli emetici ed i purganti, ai quali egli trova nei nostri semplici variamente impiegati le diverse specie di succedanei capaci di eguagliare non solo gli effetti loro sensibili, ma i modi eziandio proprj alla loro salutare azione.

Adunanza del dì 9 luglio.

I. *Saggio dei principj dai quali dipende il giudizio delle opere di architettura civile*, *di* Simone Stratico. Vedi pagina 103.

II. *Canto primo del poema che ha per titolo: La Feroniade*, *di* Vincenzo Monti. Con questo primo canto l'autore recò un saggio d'un suo poema epico, in gran parte allegorico, al quale somministrano argomento le vicende della ninfa Feronia, antica Dea dei Latini, perseguitata dall'invidiosa Giunone, ed in fine trionfante e gloriosa.

III. *Introduzione al saggio sulla poesia lirica antica e moderna*, *di* Francesco Venini. In essa l'autore indica l'origine della poesia e l'unione di questa colla musica istrumentale e vocale. L'intero trattato sulla poesia lirica quì accennato vide la luce coi tipi del Silvestri, Milano 1818.

Adunanza del dì 16 luglio.

I. *Relazione sull'opera avente per titolo: Cenni sulla teoria e pratica della dottrina medica del controstimolo del dottore Ozonam*, *di* Pietro Moscati.

II. *Sopra la leva idraulica applicata alle manifatture ed alle arti*, *di* Giovanni Aldini. L'autore proponendo questo metodo di produrre col mezzo della caduta dell'acqua un moto alternativo, fece vedere con opportune esperienze eseguite con piccoli modelli l'applicazione che potrebbe farsene a diverse arti, e le combinazioni di varie macchine di simil genere fra di loro.

III. *Sopra un nuovo modo per aumentare l'ampiezza del getto delle bombe*, *di* Vincenzo Brunacci. Consiste questo nell'unire un razzo alla bomba e nel caricare il mortajo in modo che il razzo con la sua coda sia davanti alla bomba nella direzione dell'asse del mortajo. Il professor Brunacci esponendo le esperienze istituite con questo metodo riferì candidamente le difficoltà incontrate in questo suo primo tentativo. Veggasi il Giornale di fisica e di chimica del signor Brugnatelli, tomo VI, pagina 271.

IV. *Seguito della dissertazione sui succedanei ai medicinali esotici*, *di* Bassiano Carminati. Vedi l' adunanza del dì 2 di questo mese.

V. *Sopra l' urto de' fluidi contro un grave quiescente*, *di* Vincenzo Brunacci. La spiegazione del paradosso che s' incontra nella possibilità dell' equilibrio fra l' urto d' un fluido e la semplice pressione d' un peso, già recata dal signor Araldi, ha ricevuto nuovo lume dalle considerazioni matematiche del professor Brunacci. Vedi le Memorie della Società Italiana, tomo XVI, parte II, pagina 172.

Adunanza del dì 23 luglio.

I. *Progetto d'una storia della filosofia*, *di* Giuseppe Biamonti. Nel saggio della citata storia che l'autore ha dato all' Istituto, egli risale fino alla più remota antichità, e spiega la formazione del primo linguaggio degli uomini, che tutto doveva essere simbolico ed allegorico e, per così dire, pittoresco. Dai simboli poi e dalle allegorie vede egli nascere l'arte poetica, della qual origine una prova ei rinviene nella poesia d'Omero, che assai più di quella de' poeti posteriori avvicinasi alla pittura.

II. *Seguito del saggio della poesia lirica*, *di* Francesco Venini.

Adunanza del dì 6 agosto.

I. *D'un nuovo fenomeno osservato nell' urto dell' acqua*, *di* Giuseppe Morosi. Vedi pagina 117.

II. *Relazione sopra l' opera del signor dottor Anselmo Prato che porta per titolo: Osservazioni sull' uso del salasso*, *di* Bassiano Carminati.

III. *Continuazione del trattato sopra parecchi punti di teorica meccanica che sembrano bisognosi di rischiaramento*, *di* Michele Araldi.

IV. *Memoria storica di tre gravidanze fuori dell' utero osservate nel corso di pochi anni*, *di* Giambattista Monteggia. Le due prime gravidanze, ch' egli sospetta tubali, scoppiarono nel ventre verso la fine del secondo mese, scampando tuttavia la donna da tanto pericolo; la terza poi, che formossi probabilmente all' ovajo destro, crebbe coi movimenti manifesti del feto fino al nono mese; indi finì colla

ossificazione del feto medesimo, rimasto poi sempre nel ventre della donna, in modo però che non gl' impedì di concepir in appresso e mandar alla luce felicemente quattro figli.

Adunanza del dì 13 *agosto.*

I. *Continuazione del saggio d' un nuovo comento sulle opere di Virgilio*, *di* Michele Araldi.

II. *Saggio d' un' opera sopra l' eccellenza dell' incisione in rame, di* Giuseppe Longhi. Quest' opera, della quale l' autore recitò in varie occasioni all' Istituto non pochi articoli, forma un compiuto trattato dell' arte nobilissima da lui con tanto onore coltivata, e contiene congiuntamente alla storia i precetti più importanti per chi mira a perfezionarsi nello studio della calcografia.

III. *La Feroniade, poema, canto secondo, di* Vincenzo Monti.

Adunanza del dì 3 *dicembre.*

I. *Sopra un' ernia osservata in un soggetto vivente, di* Antonio Scarpa. Quest' ernia presentava all' esterno alcune singolari apparenze che potevano farla giudicare un' ernia sacro-ischiadica; l'autore ne espone per ciò minutamente la storia, paragonando le sue osservazioni con quelle lasciateci dal Papen in una lettera all' Allero (*Haller, disp. chir., tom. III*), e da Bose (*Programma de enterocele ischiadica, Lipsiæ* 1772). La sezione del cadavere fatta molti anni dopo mostrò la vera sede del male e diede occasione al signor professore Scarpa di comporre un' opera col titolo: *D'un' ernia del perineo.* Pavia 1821.

II. *Sopra la metafisica delle prime operazioni dell' algebra, di* Ermenegildo Pino. Egli si è proposto principalmente di dimostrare che i diversi termini e simboli del linguaggio algebraico, i quali vennero per lo più introdotti arbitrariamente, hanno ciò non ostante qualche analogia con varie idee appartenenti alla metafisica od alla meccanica.

III. *Dello spasimo della faccia, di* G. B. Palletta. Vedi pagina 125.

IV. *Sopra l' influenza della latitudine nelle livellazioni barometriche, di* Giuseppe Racagni. Dopo aver date le regole teoriche colle quali può calcolarsi l' aumento dell' altezza media barometrica corrispondente all' aumento della latitudine, egli fa notare che le osservazioni che fino ad ora si sono potute raccogliere, fatte in varie parti del globo, presentano una varietà che è in senso opposto a quella indicata dalla teoria. L' autore per render ragione di tal fenomeno propone alcune ipotesi, delle quali però confessa di non essere appieno soddisfatto.

Adunanza del dì 9 dicembre.

I. *Seguito del saggio sulla poesia lirica, di* Francesco Venini.

II. *Continuazione del nuovo comento delle opere di Virgilio, di* Michele Araldi.

Adunanza del dì 16 dicembre.

I. *Dell' introduzione de' merini nel regno d'Italia, di* Vincenzo Dandolo. L'autore, dopo aver fatta la storia dell'introduzione de' merini e delle pecore migliorate, mostra come si sono e gli uni e le altre sommamente moltiplicati in breve giro di anni, e come si possono ancora moltiplicare. Indica i grandi vantaggi che dai coltivatori, non meno che dalla nazione intera si devono attendere da tale introduzione; ed in fine espone i mezzi che potrebbero animare un' impresa diretta ad accrescere le nazionali ricchezze.

II. *Sopra i nuovi usi medici del colchico autunnale, di* Bassiano Carminati. Vedi pagina 147.

Adunanza pubblica del giorno 31 dicembre 1812.

I. *Discorso inaugurale del Presidente dell' Istituto* Giovanni Paradisi. Fu pubblicato poco dopo dalla Reale Stamperia. Milano 1812.

II. *Relazione dei lavori scientifici e letterarj dell' Istituto dall' epoca della sua fondazione fino al tempo delle prime adunanze ordinarie.*

III. *Traduzione in versi italiani dell' Idillio XVII di Teocrito, di* Luigi Rossi. Questa traduzione congiuntamente a quella dell' Idillio XVI fu accolta fra le produzioni che si pubblicano nel presente volume. Vedi pagina 153.

IV. *Memoria geologica sulla valle dell' Ossola, di* Scipione Breislak. Dopo una succinta descrizione topografica di questa valle, l' autore entra ad esporre la natura delle diverse rocce che la compongono e la loro struttura, sulla quale egli fonda alcune congetture concernenti alla primitiva formazione di questa valle. La memoria finisce col paragone della valle dell' Ossola e de' suoi prodotti minerali con quella del Valese.

V. *Dissertazione sopra un passo del canto XIV dell' Iliade d'Omero, di* Luigi Lamberti. Il passo è del libro XIV, laddove il poeta narra che la Dea Giunone, intenta nel suo talamo ad adornarsi, si unse le membra d' un olio odorosissimo, la cui fragranza saliva fino alla casa di Giove. L' illustrazione del signor Lamberti forma parte dell' opera, che in quel tempo era ancora sotto il torchio, *Osservazioni sopra alcune lezioni dell' Iliade d'Omero.*

VI. *Trattato meteorologico sopra la natura e la formazione dei bolidi e delle stelle cadenti, di* Alessandro Volta. In questo scritto trovansi raccolte le varie osservazioni fatte finora su tali fenomeni e le diverse ipotesi immaginate dai fisici per renderne ragione. L' autore esamina queste ipotesi ad una ad una, e fra queste, rifiutate le altre tutte, ne sceglie una sola, ch' egli propone come più verisimile, quella cioè che suppone gli areoliti essere altrettanti minutissimi pianeti circolanti nello spazio che vengono dalla Terra, nel suo periodico viaggio intorno al Sole, incontrati.

VII. *Primo canto del Prometeo, poema di* Vincenzo Monti. Narra egli in esso l' antica favola de' figli di Giapeto e de' celesti doni che, chiusi in un vaso, furono a loro inviati da Giove, e dallo stolto Epimeteo prodigamente compartiti a' bruti, sicchè nulla per gli uomini ne rimase. Quì l'autore, introducendo Prometeo che al fratello rimprovera la sua stoltezza, prende occasione di poeticamente descrivere la fiacchezza dell' uomo e le miserie che l' umana cecità si fabbrica da sè stessa.

Adunanza del dì 7 gennajo 1813.

I. *Sopra alcune funzioni esponenziali comprese nella formola* x^{x^n}, *di* Francesco Carlini. Vedi pagina 167.

II. *Estratto d' un opuscolo del signor Girard portante per titolo: Observations relatives à la ligature du cordon ombilical, di* Pietro Moscati.

III. *Seguito dell' opera sulle pecore di Spagna, di* Vincenzo Dandolo.

IV. *Estratto dell' opera intitolata: Prospectus raisonné, ou aperçu d'un nouveau système des tems, dato da* Scipione Breislak.

Adunanza del dì 14 gennajo.

I. *Descrizione del monumento dedicato alla memoria di Gastone di Foix, di* Giuseppe Bossi. Questo insigne lavoro restò un tempo negletto presso le monache di Santa Marta: quindi i più bei pezzi che lo componevano, guasti e malamente venduti, andarono dispersi fino a tanto che un conte della famiglia Arconati ne raccolse cent' anni sono la parte più considerabile, che ora vedesi nella villa di Castellazzo già appartenente a quella famiglia. Di sette bassi rilievi ivi esistenti il signor Bossi ne prese a descriver due; nel primo, che a parer suo rappresenta la presa di Brescia, tra molti cavalieri egli ha potuto riconoscere, sebbene mutilata del capo, l' effigie di Gastone; nel secondo, che ha per argomento la famosa battaglia di Ravenna, distinguonsi dagli altri interamente armati due personaggi, l' uno in veste cardinalizia, e l'altro portante una specie di cappello alla spagnuola. Il signor Bossi riconosce nel primo il Cardinale di Sanseverino, e sospetta che il secondo possa essere Don Raimondo di Cardona, i quali, per testimonio del Ruscelli, trovaronsi presenti a quella giornata, l' uno dal lato de' Francesi, l' altro da quello degli Spagnuoli.

II. *Seguito del saggio sulla poesia lirica, di* Francesco Venini.

III. *Relazione sulle due cronache di Pindo presentate all' Istituto dal signor Anelli, di* Carlo Rosmini.

Adunanza del dì 22 gennajo.

I. *Sulla cometa scoperta a Viviers nel 25 marzo 1811, di* Barnaba Oriani. Questa cometa, la maggiore che sia comparsa in questo secolo, fu seguita dal signor Oriani dal dì 29 agosto del suddetto anno fino al 20 gennajo del successivo 1812. Le osservazioni originali e il calcolo dell'orbita parabolica ch'egli espose in questa radunanza furono poi pubblicati nel volume delle Effemeridi di Milano del 1814.

II. *Di una staggia a livello, stromento geodetico diretto a fare simultaneamente le livellazioni e le misure orizzontali, di* Ermenegildo Pini. Vedi pagina 179.

III. *Sulle virtù e sugli usi medicinali del tasso baccato, di* Bassiano Carminati. Vedi pagina 185.

IV. *Sopra il freddo artificiale, di* Luigi Brugnatelli. L'autore annunzia che con diversi liquori spiritosi, come sono per esempio l'alcool, l'etere ed altri mescolati in certe proporzioni colla neve, è riuscito a produrre un freddo di poco inferiore a quello ottenuto dal signor Lowitz coll'uso delle sostanze saline. La Memoria fu poi pubblicata nel Giornale fisico di Pavia, tomo VI, pagina 122.

Adunanza del dì 28 gennajo.

I. *Sulla vita e sulle opere del celebre Francesco Zanotti, di* G. B. Corniani. La citata Memoria fa parte dell'ultimo volume dei secoli della letteratura italiana pubblicato poco prima della sua morte da questo valente biografo.

II. *Osservazioni sopra una storia vera, ma creduta favolosa perchè appoggiata ad un falso monumento, di* Carlo Amoretti.

Adunanza del dì 4 febbrajo.

I. *Osservazioni chimiche sulla natura dei calcoli della vescica e delle concrezioni gottose*, *di* Antonio Porati. Questo esercitato chimico, ammesso a leggere all'Istituto una sua Memoria, espose la storia della scoperta fatta di recente dell' esistenza dell' acido urico nel corpo umano, ed accennate le varie proprietà e particolarmente l'insolubilità di quest' acido, il quale entra a comporre tanto i calcoli della vescica, quanto le concrezioni gottose, propose come ipotesi molto verisimile ch' esso altro non sia che una degenerazione dell' acido muriatico, il quale viene ne' corpi nostri continuamente introdotto cogli alimenti.

II. *Seguito delle riflessioni sopra parecchi punti di meccanica teorica*, *di* Michele Araldi.

III. *Sopra le pietre arenarie conosciute sotto il nome di ceppo*, *di* Scipione Breislak. L'autore, dopo aver esposto i caratteri, la varietà, la giacitura e la natura del cemento che collega insieme le parti componenti il ceppo, passò a rintracciarne l' origine, ripetendola dalle antiche deposizioni dell'Adda. Siccome però questo fiume non ha formato tali aggregazioni pietrose in altri siti fuorchè nei contorni di Trezzo, così l' autore opina che in questo luogo esistessero nel letto dell' Adda grandi disuguaglianze, per cui l' acqua acquistasse una rapidità maggiore e si rompesse fra gli scogli in modo che ne separasse la terra calcare che servì di glutine per unire insieme le parti della suddetta pietra.

Adunanza del dì 11 febbrajo.

Sui bastimenti degli antichi Greci e Romani a più ordini di remi, sulla remigazione negli stessi e sui varj pareri degli eruditi e de' marini intorno a questo argomento, *di* Simone Stratico. Vedi pagina 195.

Adunanza del dì 18 *febbrajo.*

I. *Sopra la teoria della combustione del fosforo*, *di* Angelo Bellani. L'autore, ammesso alla radunanza per leggervi un transunto della sopra enunciata Memoria, riferì diverse sue nuove sperienze tendenti a mostrare che tanto la teoria della combustione del fosforo, quanto l'applicazione che ne fanno i chimici all'analisi dell'aria atmosferica peccano in molte parti ed hanno bisogno d'essere riformate. A questo proposito egli espose alcune sue ricerche relative al grado termometrico della fusione, del rapido e spontaneo accendimento, e dell'ebullizione del fosforo. L'intera Memoria fu poi pubblicata nel Giornale di fisica e chimica di Pavia, tomo VI, pagina 44.

II. *Seguito delle riflessioni sopra diversi punti della meccanica teorica non ancora abbastanza rischiarati*, *di* Michele Araldi. In questa parte del suo scritto il signor Araldi si occupò nel dimostrare l'assoluta universalità delle leggi meccaniche, opponendosi all'opinione di alcuni che mostrano di dubitare se i corpi vivi vi sieno sempre soggetti.

III. *Continuazione del trattato dell'introduzione in Italia delle pecore merine*, *di* Vincenzo Dandolo. Vedi l'adunanza del dì 16 dicembre 1812.

Adunanza del dì 25 *febbrajo.*

I. *Seconda parte del trattato del diritto di grazia*, *di* Tommaso Nani. Vedi pagina 35.

II. *Illustrazione d'un passo dell'Iliade d'Omero*, *di* Luigi Lamberti. L'illustrazione quì citata forma parte dell'opera intitolata: *Osservazioni sopra alcune lezioni dell'Iliade d'Omero*, dal celebre autore pubblicata poco tempo dopo (Milano 1813, presso Destefanis). Il passo preso in esame è il seguente:

Così divisi in lor voler li duo
Possenti figli di Saturno, acerbi
Apprestati ebber danno ai magni eroi

(*Iliade, canto IV, secondo la versione di Monti.*)

III. *Versione dell' Idillio di Teocrito intitolato: Le Grazie ovvero Gerone, di* Luigi Rossi. Vedi pagina 153.

Adunanza del dì 11 *marzo.*

I. *Saggio sopra la storia della filosofia, di* Giuseppe Biamonti, *secondo capitolo.* L'autore in questo secondo discorso espone in breve lo stato delle umane cognizioni all'epoca in cui comparve Pitagora. Entrando poi a parlare di questo grande filosofo, si estende sull'uso che fecero i Pitagorici delle cose matematiche nella loro filosofia, appoggiandosi sopra tutto a quanto ne dice Aristotele nel quinto capo del primo libro della metafisica.

II. *Proseguimento del saggio sulla poesia lirica, di* Francesco Venini.

Adunanza del dì 18 *marzo.*

I. *Sopra la combinazione e le affinità della strontiana con diversi corpi, di* Giuseppe Moretti. Ammesso egli a leggere all'Istituto questa sua Memoria, espose prima di tutto le varie sue ricerche intorno alle combinazioni della suddetta terra, alle quali diede occasione la scoperta da lui fatta del solfato di strontiana in una pietra conchigliacea di Monte Viale nel Vicentino. I principali risultamenti di questo suo lavoro sono, primo che la strontiana, non meno che la barite hanno la massima affinità coll'acido arsenico, e non coll'acido solforico, come comunemente si crede; secondo che l'acido arsenioso ed il succinico formano colla strontiana sali abbastanza solubili, laddove colla barite ne producono degl' insolubili, ciò che fornisce un mezzo facile per distinguere queste due terre, le quali hanno fra loro molta analogia.

II. *Sopra diverse ipotesi geologiche proposte dal signor Cuvier nel discorso che precede l' opera: Sugli animali fossili, di* Scipione Breislak. L'oggetto che il signor Breislak si è proposto in questa Memoria è il dimostrare che i cambiamenti sopravvenuti nelle diverse deposizioni del mare e nelle specie organiche inviluppate nelle medesime sono

fenomeni indipendenti dai passaggi che ha fatto il mare da un luogo all' altro della superficie terrestre. Se il mare presentemente non ha più l' attività di formare strati solidi pietrosi, eccettuati quelli che sono l'opera de' molluschi, e se alcune specie di animali che una volta alimentava erano diverse da quelle che ora vi esistono, egli crede che ciò si possa attribuire alla diversa temperatura del mare stesso ed alla diversa quantità e qualità de' principj chimici che conteneva, e che di poi, cambiatasi la temperatura, se ne sono separati.

Adunanza del dì 24 marzo.

I. *Terza cronaca di Pindo: Il secol d' oro, di* Angelo Anelli. Questa terza cronaca o canto che l' autore fu ammesso a leggere all'Istituto vide poco dopo la luce presso Destefanis. Milano 1813.

II. *Seguito dell' illustrazione del monumento di Gastone di Foix, di* Giuseppe Bossi. Vedi radunanza del dì 14 gennajo 1813.

Adunanza del dì 1 aprile.

I. *Esperienze dirette a verificare la proprietà del raggio violetto, annunziata dal signor Moricchini, di magnetizzare le punte di ferro, di* Pietro Configliachi. Il signor Configliachi per separare l' effetto tutto proprio della luce dall' influenza del magnetismo terrestre cominciò dall' esaminare l' azione di quest'ultimo sopra aghi diversi; scegliendo poi tra questi aghi quei soli che erano rimasti indifferenti al magnetismo della terra, li sottopose l' un dopo l' altro alla luce ora indecomposta, ora diversamente colorata, ora semplicemente diretta o rifratta, ed ora concentrata; alcuni di essi furono altresì sottoposti all' azione dei raggi che chiamano calorifici e chimici. Da questa lunga serie d' esperienze egli non ha potuto dedurre alcuna conseguenza favorevole alla supposta facoltà de' raggi violetti dello spettro solare. La Memoria vide la luce nel Giornale di Pavia, tomo VI, pagina 291.

II. *Sulla glossitide*, *di* Bassiano Carminati. Vedi la pagina 225 di questo volume.

Adunanza del dì 8 aprile.

I. *Memoria apologetica intorno al viaggio di Lorenzo Ferrer Maldonado*, *di* Carlo Amoretti. Il signor Amoretti aveva già pubblicato tanto nella raccolta degli antichi Atti dell' Istituto Italiano, quanto in un volume separato ed in lingua francese la relazione del viaggio del Maldonado trovata fra i manoscritti della Biblioteca Ambrosiana. In questo scritto egli risponde alle obbiezioni mossegli da alcuni illustri autori, e particolarmente dal signor Barone di Lindenau, astronomo di Gota.

II. *Descrizione del monumento di Gastone di Foix*, *parte ultima*, *di* Giuseppe Bossi. Vedi l' adunanza del dì 14 gennajo.

III. *Nuove considerazioni sul problema di Molineux*, *di* Michele Araldi. L' autore nell' intraprendere questa disamina ebbe principalmente in animo di rinvenire ed additare i fonti dai quali per opera principalmente di Barkelei e di David Hume nacque il pirronismo moderno, facendo vedere che per non giungere con essi a conseguenza palesemente assurda e mostruosa, qual è pur quella della distruzione d' un mondo corporeo, convien riformare da cima a fondo l' edificio psicologico sul quale appoggiarono quegli autori i loro ragionamenti.

Adunanza del dì 22 aprile.

I. *Del ristabilimento civile e politico del Regno d' Italia*, *di* Alberto Desimoni. Comprende questo scritto una esposizione delle leggi e de' regolamenti principali che sotto quell' epoca erano stati introdotti nel regno.

II. *Seguito dell' apologia del viaggio di Lorenzo Ferrer Maldonado*, *di* Carlo Amoretti. Vedi l' adunanza del dì 8 aprile 1813.

III. *Sunto dell' opera del signor Conte Polcastro che porta per titolo: Dell' antico stato e condizione di Padova*, *suo governo civile e sua religione*, *popolazione*, *agricoltura*, *ecc.*, *di* Simone Stratico.

Adunanza del dì 6 maggio.

I. *Descrizione d' un termometrografo. recentemente perfezionato dal signor canonico Bellani, di* Pietro Moscati. Alla descrizione di questo istromento il relatore ha aggiunta la storia dell' invenzione e dei successivi miglioramenti fattivi in diversi tempi e l' esposizione degli usi ai quali può con vantaggio servire.

II. *Riflessioni sugli orologi astronomici, di* Angelo Cesaris. Oltre non poche osservazioni teoriche e pratiche sulle diverse parti che entrano nella composizione di queste macchine e sulle cagioni che possono alterarne la regolarità ne' movimenti, l' autore ha dato un succinto ragguaglio di due orologi notabili per alcune particolarità che li distinguono, l' uno fabbricato dall' oriolajo Robins, ed esistente nell' Osservatorio R. di Milano; l' altro immaginato dal socio signor Conte Isimbardi, ed eseguito in Milano dai signori Nicollet e Costa. La Memoria fu per intero inserita nell' appendice alle Effemeridi di Milano pel 1814.

III. *Appendice alle riflessioni su diversi punti di meccanica, di* Michele Araldi. Veggasi la pagina 217 di questo 1.° volume.

Adunanza del dì 13 maggio.

I. *Sull' uso dello zucchero presso gli antichi, di* Luigi Bossi.

II. *Seguito dei saggi sulla poesia lirica dei Greci, di* Francesco Venini.

Adunanza del dì 21 maggio.

Estratto dell' opera sulla polisarcia del signor Maccary, e della storia del tifo contagioso di Vicenza del signor dottore Tiene, di G. B. Palletta.

Adunanza del dì 28 maggio.

I. *Articolo della vita del Maresciallo Trivulzio, di* Carlo Rosmini. Vedi la radunanza del dì 28 giugno 1812.

II. *Ragionamento sul problema di Molineux, di* Michele Araldi. In esso ragionamento l'autore aggiunse al compendio analitico della prima Memoria del celebre Merian, inserita negli Atti di Berlino, su tale argomento alcune sue osservazioni dirette al doppio intento di richiamare di nuovo ad esame il suddetto problema e di confutare i principj ai quali si appoggia il pirronismo moderno.

III. *Seguito del saggio della poesia lirica, di* Francesco Venini.

Adunanza del dì 3 giugno.

I. *Ricerche sopra uno di quegl' istromenti chinesi noti sotto il nome di* goung-goung *o di* tam-tam, *di* Pietro Configliachi. Dall' esame istituito risultò che il metallo di cui è composto questo stromento è lavorato a martello e contiene 23 parti di stagno e 77 di rame. L'autore è di sentimento che si debba attribuire particolarmente al modo con cui i *goung-goung* sono fabbricati, e alla grande densità della materia che eccede quella del rame e quella dello stagno battuto, la mirabile proprietà che hanno di sonare con tanto strepito e per sì lungo tempo.

II. *Relazione sopra due opuscoli medici pubblicati dal signor Maccary, l'uno intitolato: Essai sur l'hystérie sthénique et asthénique; l'altro: Observations sur le beriberi sthénique, di* Bassiano Carminati.

III. *Parere sopra il progetto d'un mulino a vento comunicato all'Istituto dal signor Picot, meccanico francese stabilito a Zara, di* Giuseppe Morosi.

IV. *Sopra i sistemi di Franklin e di Simmer spettanti all' elettricità, di* Giuseppe Racagni. Egli si è proposto in questo scritto di far vedere che fra gli argomenti che tanto i Frankliniani, quanto i Simmeriani adducono a favor loro, e fra le difficoltà che oppongono ai loro

avversarj, niuna ve n'è che basti a convincere, niuna che non ammetta qualche eccezione.

Adunanza del dì 9 giugno.

Seguito della Memoria sopra l'uso dello zucchero presso gli antichi, di Luigi Bossi. Veggasi l'adunanza del dì 25 novembre.

Adunanza del dì 18 giugno.

I. *Storia dell'amputazione d'una gamba, di* G. B. Monteggia. In questa operazione in vece di legare le arterie per arrestare l'emorragia si fece l'esperimento di chiudere semplicemente il moncone entro una vescica. Ciò bastò a fermare il sangue con risparmio di dolori, di tempo e di perdita sanguigna, e la vescica potè essere levata il sesto giorno col più felice successo.

II. *Riflessioni sulla dottrina delle formazioni introdotta nella geologia dalla scuola werneriana, di* Scipione Breislak. Ritenendo la distinzione fondamentale delle rocce in primitive e secondarie, egli cercò di dimostrare, primo che non si possono ammettere diverse formazioni nelle rocce primitive che costituiscono una determinata contrada; secondo che la maggior parte delle sostanze le quali compongono la formazione detta *trappica*, altro non sono che prodotti vulcanici.

III. *Notizia delle cose contenute nei primi fascicoli del Giornale di medicina del professor Brera, di* Pietro Moscati.

Adunanza del dì 24 giugno.

I. *Storia dell'origine e dei progressi del Regno d'Italia, delle sue leggi e del suo governo dall'irruzione de' Goti fino all'epoca di Carlo Magno, di* Alberto Desimoni.

II. *Discorso sopra il fluctus decumanus o decimus dei poeti latini, e sulla trichimia o terza ondata degli scrittori greci, di* Simone Stratico. Pubblicato in questo volume alla pagina 245.

Adunanza del dì 1 *luglio.*

I. *Continuazione della Memoria sopra la metafisica delle prime operazioni dell' algebra, di* Ermenegildo Pini. In questa seconda parte della sua Memoria l'autore prende a considerare le nuove teoriche pubblicate dal signor Wrouski, e fa vedere come molti de' principj stabiliti dal succitato autore, che sono alla maggior parte de' lettori oscuri e difficili ad intendersi, possono diventar facili e chiari quando si faccia loro precedere un' esatta analisi della metafisica della numerazione.

II. *Transunto di due opuscoli del signor Mazzuccato, professor di botanica nel liceo di Udine, dei quali l'uno ha per titolo: Memoria botanico-georgica sopra alcune specie di frumenti, e l'altro: Triticorum definitiones atque synonima, di* Bassiano Carminati.

Adunanza del dì 8 *luglio.*

I. *Articolo della vita del Maresciallo Trivulzio, di* Carlo Rosmini. Veggasi l'adunanza del dì 25 giugno 1813.

II. *Seguito della storia dell' origine e de' progressi dei Regni Gotico e Longobardico in Italia, di* Alberto Desimoni.

Adunanza del dì 15 *luglio.*

I. *Descrizione di una tanaglietta di nuova costruzione pel legamento delle arterie, di* Paolo Assalini. Esposti gl' inconvenienti ai quali vanno soggetti gli stromenti che in questo genere di operazioni comunemente si usano, il signor Assalini mostrò i principj sui quali è costrutto quello da lui immaginato, e riferì la storia di due amputazioni nelle quali egli ne fece uso con favorevole successo.

II. *Sopra un nuovo uso meccanico del respiro, di* Michele Araldi. Questo scritto trovasi compendiato alla pagina 259 del presente volume.

Adunanza del dì 22 luglio.

I. *Sull' oracolo di Delfo, parte prima, di* Francesco Mengotti. L' intera Memoria forma parte di questo volume. Veggasi la pagina 263.

II. *Sopra l' elogio storico del Conte Giuseppe Angelo Saluzzo scritto dal signor Giuseppe Grassi, accademico torinese, relazione di* Carlo Rosmini.

III. *Sopra diverse opere di giurisprudenza pubblicate dal signor professore Piccoli, relazione di* Alberto Desimoni.

Adunanza del dì 7 agosto.

I. *Sull' uso in medicina del carbonato di potassa, di* Tommaso Farnesi. L' autore, ammesso alla radunanza dell' Istituto per leggervi questa sua Memoria, ricordò l' uso fatto dal celebre professore Mascagni del carbonato di potassa come atto a sciogliere i calcoli, e mostrò come lo stesso rimedio potrebbe applicarsi a tutte quelle malattie che provengono da linfa coagulata. L' autore confermò questa sua opinione prima con un esame chimico ed anatomico della natura della linfa coagulabile del corpo umano, e poi colla storia di molte malattie da lui con buon esito curate col mezzo del carbonato di calce sopra mentovato.

II. *Sopra una specie singolare di madrepora, di* Giuseppe Moretti. Accolto egli pure il signor Moretti fra il numero de' lettori, vi espose la storia e l'analisi della suddetta sostanza, nella quale notò la proprietà che strofinata o percossa spande un odore quasi di tartufi. Questa specie assai rara fu rinvenuta dall' autore in non piccola quantità vicino ad una chiesetta detta della Trinità a due miglia da Montecchio maggiore. Egli, dopo aver indicato il mezzo con cui si può isolare l' odore della madrepora e combinarlo coll' acqua, riferisce un' analisi chimica, dalla quale risultano i principj costituenti della stessa e le rispettive loro proporzioni; ed osserva che quest' analisi, già tentata dal signor Vauquelin, non fu forse, per la mancanza della materia, spinta fino a quel punto che sembrava necessario,

III. *Seguito della Memoria sopra un nuovo uso meccanico del respiro, di* Michele Araldi. Veggasi la pagina 259 del presente volume.

Adunanza del dì 18 *novembre.*

I. *Seguito delle riflessioni intorno al fosforo, di* Angelo Bellani. Vedi la radunanza del dì 18 febbrajo 1813 ed il Giornale di fisica e chimica del professore Brugnatelli, tomo VII, pagina 127.

II. *Memoria sopra i trappi, di* Scipione Breislak. In essa egli risponde alle difficoltà mossegli dal celebre geologo francese Faujas sopra ciò che aveva scritto nella sua Introduzione alla geologia relativamente a questo genere di rocce. Da molte osservazioni fatte sulla costituzione fisica del territorio d'Intra sul Lago Maggiore l'autore ha dedotto che i trappi primitivi di quella contrada appartengono alle rocce anfiboliche, ciò che egli trova confermato ancora dalle analisi comparative di amendue queste sostanze fatte dal signor professor Moretti. Per quello poi che riguarda i trappi detti secondarj, esaminando le loro circostanze geognostiche e l'identità dei loro caratteri con quelli delle lave, egli fa vedere che si debbono annoverare fra le produzioni vulcaniche.

Adunanza del dì 25 *novembre.*

I. *Continuazione della dissertazione sopra l'uso dello zucchero presso gli antichi, di* Luigi Bossi. L'autore di questa Memoria, assai estesa e che non fu terminata, la scrisse nell'epoca in cui difficilmente poteva ottenersi il libero passaggio dei generi coloniali. Egli ebbe dunque in vista non tanto di provare che gli antichi conoscevano il *cannamele*, quanto di annoverare le diverse sostanze delle quali gli antichi servivansi come di surrogati allo zucchero. Egli ha fatto un ampio spoglio dei classici greci e latini; si è fermato particolarmente sulle canne dolci d'Ivica menzionate da Silio Italico, e su altri passi che sembrano doversi riferire allo zucchero ed alle canne, ed analizzando molti passi di Apicio relativi alle cose dolci, alle paste

ed ai confetti che erano in uso presso i Romani, e sceso ad illustrare varj punti della loro dietetica, della loro arte della cucina e dei loro costumi nelle mense e nei banchetti.

II. *Seguito del trattato dell' incisione in rame, di* Giuseppe Longhi.

Adunanza del dì 2 dicembre.

I. *Ricerche sopra l'azione del veleno viperino, di* Giuseppe Mangili. Dalle sue reiterate sperienze risulta, primo che l'ammoniaca è il sovrano rimedio contro il morso della vipera; secondo che la forza vitale può in alcuni casi vincere da sè sola la deprimente azione del veleno, ogni qual volta questo non sia in sufficiente dose da poter onninamente estinguere il principio vitale; terzo che l'oppio e il muschio, sebbene congeneri all' ammoniaca in quanto alla facoltà stimolante, non debbono giammai da un prudente medico venire all' ammoniaca anteposti nella cura d'un male tanto pericoloso.

II. *Descrizione di alcune piante non per anche descritte da altri botanici, la quale forma parte d'una Flora dei contorni di Milano e del lago di Como; ed analisi chimica comparativa della gentiana lutea e della gentiana centaurium di Linneo, di* Giuseppe Moretti.

III. *Continuazione delle osservazioni sul fosforo, di* Angelo Bellani.

Adunanza del dì 9 dicembre.

I. *Seguito della dissertazione sull' oracolo di Delfo, di* Francesco Mengotti. Vedi pagina 287.

II. *Interpretazione d'un passo dell' Inferno di Dante, di* Vincenzo Monti. Fu pubblicata nella Biblioteca Italiana, volume I, pagina 145.

III. *Seguito del saggio della poesia lirica de' Greci, di* Francesco Venini.

Adunanza del dì 16 dicembre.

I. *Seguito della Memoria sull'urto dell' acqua, di* Giuseppe Morosi. Vedi pagina 117.

II. *Sulla spiegazione dell'iride data da Teodorico di Sassonia, e sulla formazione delle iridi interiori e sottoposte all'arco primario, di* G. B. Venturi. Memoria da lui pubblicata nell'opera che ha per titolo: *Commentarj sopra la storia e le teorie dell'ottica*, Bologna 1814.

Adunanza del dì 23 dicembre.

I. *Continuazione del trattato sull'eccellenza dell'incisione in rame, di* Giuseppe Longhi.

II. *Sulle porpore e su diverse materie atte a tingere usate dagli antichi, di* Luigi Bossi. Già in altre Memorie pubblicate dall'autore aveva egli trattato delle porpore; ora tornò su questo argomento tanto a fine di rischiarare alcuni punti non abbastanza dilucidati nelle opere dell'Amati, del Rosa, del Temple e di altri che scrissero su questa preziosa tintura, quanto ad oggetto d'illustrare maggiormente l'arte tintoria degli antichi nei punti massimamente e nei passi di classici greci e latini che non erano stati bastantemente osservati o esaminati. Egli si è quindi esteso a parlare in generale dei colori conosciuti ed adoperati dai Greci e dai Latini, della serie di colori accennata da Platone, dei diversi *bafii* e dei diversi modi di tingere, ed anche delle vesti tinte in diversi colori o variegati, e delle materie delle quali erano formate.

NOTE STORICHE

SOPRA

ALCUNI SOCJ DEFUNTI

RACCOLTE

DA FRANCESCO CARLINI.

CARLO BIANCONI.

PRIMO fra i membri dell'Istituto nostro a pagare alla natura l'inevitabil tributo fu Carlo Bianconi, il quale per un caso assai strano, e forse unico negli annali dei Corpi accademici, fu ascritto al nostro due mesi circa dopo la sua morte; il qual avvenimento se tolse all'Istituto il vantaggio di giovarsi dei distinti lumi e dell' opera di quest' uomo erudito, non gli tolse il diritto di fregiare del nome di lui l'elenco de' suoi membri, nè lo disciolse dal debito di onorarne la memoria con questi brevi cenni sulla sua vita.

Carlo Andrea Francesco Liborio nacque in Bologna da Antonio Maria Bianconi e da Isabella Nelli il 20 aprile dell' anno 1732. La sua famiglia erasi già distinta nei fasti letterarj della città suddetta, sicchè trovò Carlo nelle domestiche mura e gli esempi che lo eccitarono all' acquisto delle nobili discipline e il precettore che diresse i suoi primi passi nella letteraria carriera. Il suo zio, il Priore Giovanni Battista Bianconi, professore di lingua greca nella patria università, gli fu in fatti maestro di latinità e di umane lettere, nelle quali fece

egli, ancor giovinetto, assai notabil profitto. Studiò in appresso la filosofia ed anche la teologia, deliberato forse a seguire la via ecclesiastica; ma lasciò queste occupazioni e con tutto l'animo si rivolse alle belle arti, allorchè la vista d'un quadro famoso destò in lui, congiunto alla meraviglia, ardente desiderio di farsi nome colle opere del pennello. Si pose egli tosto sotto la disciplina di Ercole Graziani, che lo ammaestrò nella pittura non solo; ma nella scultura, nell' architettura e nell' ornato poco apprese da altri e giunse presto da sè medesimo a tal segno da poter aprire egli stesso una scuola, dalla quale uscirono molti abili artisti. Aveva una facilità e destrezza nel disegnare veramente mirabile, e narrasi di lui, come già di Giotto, che ad un tratto di penna sapeva descrivere un circolo od un ovale tanto perfetto che non temeva la prova del compasso.

Il di lui fratello Giovanni Lodovico, abbastanza noto nella letteraria repubblica ed assai intelligente in belle arti, gradiva i disegni di Carlo e spesso gli domandava or l'una, or l'altra cosa, e lo consultava nei disegni d'architettura. Il frontispizio delle lettere Celsiane e le figure di altre opere o fatte o dirette da Giovanni Lodovico sono disegnate da Carlo, e si conservano i disegni e le prove dei rami dell' opera *dei Circhi* colle note di quello, mandate al fratello per intenderne il suo parere.

La Guida di Bologna ristampata negli anni 1766 e 1776 uscì alla luce ampliata e corretta dal nostro Bianconi, ed ottenne la pubblica approvazione. Stabilitosi egli poi in Milano, si diede il pensiere di comporne una adattata a questa nostra città, la quale comparve nel 1787, e fu accolta con plauso generale come opera piena d' erudizione massime in ciò che riguarda le belle arti.

Fra le opere sue erudite deve rammentarsi con molta lode quella intitolata *Riflessioni sopra un cammeo antico rappresentante Giove*, colla quale ebbe il vanto di aggiungere nuove e dottissime riflessioni sopra un soggetto ch' era già stato trattato dall' illustre Visconti. Questo raro cammeo scoperto in Efeso ed acquistato a Costantinopoli dal Cavaliere Girolamo Zulian passò per testamento di questo dotto Cavaliere alla

Biblioteca di S. Marco di Venezia, ove fu conservato fino all' anno 1797, in cui i Commissarj francesi lo tolsero nella requisizione delle cose preziose d'Italia, rilasciando in vece di esso trenta codici manoscritti che dovevano essere trasportati a Parigi. Nella restituzione dei monumenti di arte fu reso dal Governo francese, e S. E. il Principe di Metternich si prese la nobil cura di recarlo seco da Parigi nell' anno 1815, e di riporlo nella Biblioteca suddetta, ove di presente si conserva.

Il Bianconi, cui dal primo possessore fu mostrato in Milano il cammeo, non rimase pienamente soddisfatto dell' illustrazione del Visconti, e gli parve ch' egli non ispiegasse due circostanze notabili in questo esimio lavoro, cioè l' esagerata grossezza del collo di Giove e l'egida che copre piccola parte della spalla sinistra. Nel collo largo, o come suol dirsi taurino, riconosce l'autore l'espressione del potere derivante dalla natura, e nell' egida il potere derivante dall' arte; e questa con sommo avvedimento dall' artefice è rappresentata non già sul petto, siccome vedesi nelle effigie degli Dei minori, ma sopra una spalla, essendo quì posta non come arme di necessaria difesa, ma come semplice emblema.

Queste *Riflessioni* volevansi pubblicare dallo stesso Cavaliere Zulian; ma essendo egli mancato di vita nei primi giorni dell' anno 1795, la stampa restò totalmente sospesa. Essendo però lo scritto rimasto presso lo stampatore, videsi venire in luce nel 1796 con alquante mutazioni nelle *Memorie per servire alla storia letteraria e civile* dirette dal signor Cavaliere Aglietti. Fu poi, sull' autografo lasciato dall' autore, riprodotto in Bologna nel 1818 con bellissimi caratteri per cura del nipote Girolamo Bianconi, che lo arricchì di varie note.

Mentre il Bianconi divideva il suo tempo fra i lavori di disegno e di pittura e queste ricerche d'erudizione, non abbandonò mai la meta principale d' ogni suo pensiere, che era la traduzione dell' opera di Vitruvio. In essa consumò molti anni di studio, nè risparmiò alcuna spesa per far disegnare ed incidere le necessarie tavole che dovevano decorare quest' opera. Con grave danno delle belle arti essa rimase

inedita, non avendosene che un piccol saggio che fu pubblicato negli Opuscoli letterarj di Bologna.

Eletto Segretario perpetuo della Reale Accademia di belle arti di Milano fondata dalla munificenza dell' Imperatrice Maria Teresa, venne a Milano nel 1778; nel quale onorevole incarico ebbe campo di far conoscere la varietà delle sue cognizioni, supplendo spesso in mancanza de' professori ora alla scuola del disegno di figura, ora a quella dell' ornato, ora a quella dell' architettura. La sua casa era sempre aperta agli artisti e ai dilettanti di belle arti, i quali traevano profitto non meno dalla conversazione di lui, che dalla facoltà ch' era a tutti concessa di consultare la rara raccolta di libri e di stampe con gran dispendio e con fino discernimento da lui formata.

Visse sempre celibe e vestì l'abito ecclesiastico, sebbene non legato da voti; fu d'ottimi costumi, d'umore allegro, d'animo sincero e tutto amore pe' suoi amici; per la sua dottrina e per la piacevolezza del tratto fu accetto ai grandi, de' quali frequentava le case, non forse senza qualche discapito delle sue dotte occupazioni. Compianto da tutti i buoni cessò di vivere il dì 15 agosto dell' anno 1802.

CARLO MONDINI.

Carlo Mondini, figlio del dottore Giovanni Antonio, professore di anatomia e di medicina nell' Università di Bologna, e di Barbara Zambonini, nacque nella detta città il 5 novembre 1729. Il suddetto Carlo, dopo aver fatto gli studj preliminari di lingua latina e rettorica nelle scuole della Compagnia di Gesù, ebbe a maestro nella filosofia il canonico Pier Francesco Peggi, nelle istituzioni mediche Giacomo Bartolomeo Beccari, nella botanica e storia naturale Giuseppe Monti, nella medicina pratica Giuseppe Azzoguidi. Nell' anno 1752, compiuti gli studj di medicina, fu fatto assistente dell'Ospedale di Santa Maria detta della Morte, ed al 29 dicembre 1757 ottenne la laurea in filosofia e medicina nella patria Università. Si accinse a sostenere in pubblico le tesi (giusta il costume di quei dì), alle quali gli fornì materia il difficile argomento *De sensationibus.* Esse furono universalmente ammirate e per la copia di erudizione e per la sottigliezza degli argomenti.

Nell' anno 1769 fu fatto lettore onorario di anatomia e medicina, e dopo poco tempo, dietro le prove date di cittadinanza, fu aggregato al Collegio Medico di Bologna.

Nell' anno 1782 fu nominato professore di anatomia nell' Istituto di Bologna, e fu successore di Luigi Galvani, il quale dopo la morte di Giovanni Antonio Galli chiese ed ottenne di leggere non più l' anatomia, ma l'ostetricia (*V. Comment. Instit. Bonon., tomo VII, pagina* 11).

Il Mondini diresse in Bologna un compiuto corso di anatomiche preparazioni in cera, le quali furono eseguite ad istanza del Cardinale Zelada per l' Università di Roma, come pure un compiuto corso di preparazioni di ostetricia per Mantova, e moltissime preparazioni anatomiche pel Museo di Bologna, le quali ultime si aggiunsero alla suppellettile di Ercole Lelli e di Anna Morandi Manzolini (*V. Comment. Instit. Bonon., tomo VII, pagina* 17). Tutte le suddette

preparazioni furono eseguite con inimitabile industria dai due bolognesi Giovanni Battista Manferdini ed Alessandro Barbieri.

Il giorno 12 luglio dell' anno 1779 fu spontaneamente acclamato socio dell' Accademia di Mantova, e nel 1802 fu nominato membro dell' Istituto Italiano.

Nella riforma dell' Università di Bologna succeduta nell' anno 1803 sotto al Governo Italiano fu ritenuto professore di anatomia umana, ma non potè intraprendere dopo tale riforma il corso delle lezioni, poichè al 4 di settembre 1803 colpito da fortissima apoplesia entro il termine di sette ore morì in età d' anni 73 e mesi 10.

Era affezionatissimo alla sua patria, per cui mai non cedette agli inviti replicati di Russia ed a quelli di alcune Università d' Italia. Benchè moltissimo occupato, siccome era, nell' esercizio pratico della medicina, poichè oltre ad essere medico primario nell' Ospedale Maggiore, e faceva le prime faccende di medico pratico nella città, ed era sovente consultato e chiamato nei vicini paesi, ciò non ostante nelle poche ore d' ozio che poteva avere non tralasciava d' occuparsi nello studio di anatomia pratica. Una prova di ciò se ne ha da alcune dissertazioni stampate, le quali sono le seguenti:

Nel tomo VI dei Commentarj dell' Istit. di Bologna a pagina 406 trovasi una dissertazione, il cui titolo è *De anguillarum ovariis*, nella quale riscontrasi avere scoperto che nelle anguille le frange, prese dal Malpighi e dal Vallisnieri siccome l' omento, non erano che le ovaje.

Altra Memoria stampata trovasi nel tomo VII dei suddetti Commentarj, che presenta la sezione delle orecchie di un sordo nato, nelle quali trovò mancante nel labirinto il giro superiore della chiocciola, trovò pure l' acquidotto del vestibolo affatto membranoso, e di più sfigurato, avendo la forma di un globo in vece della sua naturale di un cono compresso, ed il suo foro era stranamente dilatato.

Il detto Mondini è pure autore d'altra Memoria nel suddetto tomo VII de' Commentarj, della quale non si ha che l'estratto. Essa ha per oggetto il nero *pigmento* che nell' occhio trovasi fra la coroide e la retina. L'autore scoprì che il *pigmento* non era una pasta, vernice, ecc.,

ma una membrana formata d'innumerabili globetti disposti regolarmente a guisa d'un reticolo d'elegantissima tessitura. Questa scoperta è stata posta in maggior luce da recenti osservazioni fatte dal figlio dottore Francesco Mondini, le quali sono uscite alla luce nel tomo II degli Opuscoli scientifici che si stampano in Bologna.

Nel tomo I poi dei suddetti Opuscoli trovasi una dissertazione postuma di Carlo Mondini, il cui titolo è *De arteriarum tunicis*, con alcune note del figlio dott. Francesco, la quale dissertazione fu recitata nell'Accademia delle scienze ed arti di Bologna nel giugno dell'anno 1798. In questa dissertazione l'autore illustra la struttura delle arterie, e dimostra specialmente che le fibre costituenti la fibrosa membrana delle medesime non sono di natura muscolare.

Carlo Mondini ha avuto parte ancora nelle due dissertazioni di Gabriele Brunelli stampate nel tomo VII dei sopraddetti Commentarj. Nella prima, *De locustarum anatome*, il detto Brunelli a pagina 98 così si esprime: *Sed antequam ad rem venio scire vos oportet, in hac re tota socium mihi fuisse virum in anatomia peritissimum, ut nostis, experientissimumque Carolum Mundinum, cujus non solum industriæ, sed etiam consilio plurimum debeo.* Nella seconda dissertazione poi, *De reptilium organo auditus*, ove trovasi la scoperta dell'organo dell'udito nei serpenti, ciò che non era noto a Linneo e ad altri che credevano i serpenti privi della facoltà di udire, a pagina 302 il detto Brunelli dice: *Quo loco me clarissimi Mundini doctrina, dexteritate, ac diligentia plurimum adjutum fuisse ultro libenterque fateor.*

Le dette dissertazioni poi furono dal Brunelli recitate nell'Accademia fino dagli anni 1770 e 1771, come consta nel tomo VII dei suddetti Commentarj a pagina 25, ove trovasi: *De locustis disseruit Brunellius anno supra millesimum, et septingentesimum septuagesimo; de reptilium aure anno sequenti; quod ideo monemus, ne si quid forte eorum, quæ primus ipse notavit, ab aliis quoque fuerit postea animadversum, ei inventi laus detrahatur.*

ALBERTO FORTIS.

Nacque il Fortis nell'anno 1741, ed in età ancor tenera rimase privo del genitore. La madre, donna colta ed amorosa, passata a seconde nozze col Conte Capodilista, tenne seco il figlio. La casa del Conte era in Padova il convegno ove adunavansi i più distinti letterati che in non piccol numero fiorivano in quel tempo e facevano il lustro dell' Università patavina.

La vicinanza di tanti dotti fe' nascere di buon' ora in Fortis l'amore dello studio, a cui per attendere più liberamente prese risoluzione di entrare in età di soli sedici anni nell' ordine de' Romitani di Sant' Agostino. Ivi divideva il suo tempo fra lo studio delle cose ecclesiastiche e quello delle meraviglie della natura, avendovi intrapreso un poema sulla geologia, di cui pubblicò poi qualche saggio, senza però averlo mai condotto a compimento. Ma uscito poco dopo per concessione di Clemente XIV dallo stato claustrale, potè dedicarsi più di proposito alla geologia, e trovò largo campo di farvi insigni scoperte in un viaggio intrapreso in Dalmazia in compagnia di due valenti letterati, il signor Symonds gentiluomo inglese ed il signor Cirillo professore di Napoli; viaggio rinnovato più volte con altri illustri compagni. Il saggio ch' egli pubblicò delle sue osservazioni fu ricevuto con plauso dai dotti, e produsse all'autore colla fama di valente scrittore ed osservatore qualche vantaggio pecuniario, prezioso particolarmente per lui che sprovvisto di beni di fortuna viveva de' frutti della sua mente. L'autore fu ascritto a diversi corpi accademici, e l' opera tradotta nei più dotti idiomi d' Europa.

Ma sarebbe stato per lui vergognoso il cercare così minutamente una provincia trasmarina, ed ignorare la sua propria; perciò tornato in patria e collocatosi più agiatamente in una villa nel Vicentino, diedesi a percorrere que' monti e i non discosti colli Euganei, nei quali ravvisò le isole Elettridi degli antichi, e quindi estendendo a mano a mano le sue escursioni, tutte esaminò le Alpi ed il lungo Apennino.

I movimenti guerrieri che minacciavano l'Italia vennero a disturbare i dotti suoi ozj. Prese egli allora l' ardita risoluzione di vendere i suoi beni e trasportarsi col suo danaro in Francia, ove, essendo in quel tempo già sedato il terrore repubblicano, sperava di godere maggiore tranquillità. Come avveduto nocchiero che vedendo avvicinarsi alle rive il furore della tempesta va a cercare nell' alto meno pericolosa stazione, lontano dagli scogli nascosti e dall' impeto dell' onde ripercosse.

Ridotte poi la Francia e l' Italia sotto il dominio d' un solo, fu egli nominato Direttore della pubblica Biblioteca di Bologna, e quindi scelto fra i primi a far parte di questo nostro Istituto, e dai colleghi nominato Segretario. E bene era egli in grado colla sua vasta cultura e col suo nobile stile di dar anima e vita al nascente Corpo accademico. Ma troppo presto egli gli fu tolto, in età d' anni 62, due soli anni dopo la sua elezione.

PAOLO POZZO.

Paolo Pozzo, architetto di molto valore, nacque in Verona l' 8 di marzo del 1741. La sua famiglia era originaria di Puria di Valsoldo ne' Grigioni, di dove si trasferì verso l'anno 1739 Carlo Pozzo suo padre per esercitarvi la professione di capomastro muratore. Istruito per tempo ne' primi rudimenti delle buone lettere e della filosofia, ebbe in Verona a maestri l'abate Stefano Mariotti nella lingua greca, e Francesco Ventretti nella geometria. All' età d' anni 18 era istruito nella geometria e nella fisica, nelle quali scienze avrebbe potuto fare gran passi sotto la scorta del rinomato illustratore d' Archimede Giuseppe Torelli, che lo amava moltissimo, se non fosse stato distratto da un eccessivo trasporto per le arti del disegno, ed in ispecie per l'architettura, i principj della quale aveva appresi nella scuola di Adriano Cristofori, secondato in ciò dal Conte Alessandro Pompei

e dal Conte Girolamo Dal Pozzo, nelle case de' quali gli vennero fatti conoscere i tesori nascosti nei lavori di Vitruvio e di Leon Battista Alberti, di Palladio, di Serlio, degli Scamozzi e de' concittadini suoi San Micheli. Ma i bisogni di famiglia lo indussero improvvisamente ad abbracciare il progetto offertogli di mettersi in mare in qualità di capitano di una nave mercantile. Lasciati quindi i suoi studj d'architettura, egli partì per Venezia nel 1760, e per quasi tre anni si occupò in viaggi marittimi sulle coste della Dalmazia e delle isole del Levante. Stanco di tal nojosa occupazione, si era egli già restituito in Verona presso del padre, quando nel 1764 il Marchese Carlo Canossa suo benefattore lo fece nominare uno de' periti ingegneri della Commissione austro-veneta nella celebre controversia per le acque del Tartaro insorta fra i Veronesi ed i Mantovani, ch'ebbe poi termine col Trattato d'Ostiglia. In questa occasione si recò a Mantova presso un suo fratello, e quì ripigliò la carriera d'architetto. Nel 1771 successe al professore G. B. Spampani nella cattedra d'architettura dell'I. R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Mantova, e al tempo stesso fu creato architetto camerale con ampio stipendio. Stabilì egli allora in Mantova la sua dimora, ove tosto aperse una scuola in compagnia del valente pittore Giuseppe Bottoni e dell'ornatista Giovanni Bellavite, la quale scuola divenne in breve tempo fioritissima. Continuò ad occuparsi in queste opere fino all'estremo de' suoi giorni, e morì al 18 di dicembre del 1803.

Fu la sua memoria onorata da un elogio scritto dal celebre signor Leopoldo Camillo Volta, che si conserva manoscritta ne' registri dell' Accademia di Mantova.

PAOLO CASSIANI.

Paolo Antonio Cassiani ebbe nascita in Modena l'anno 1743 da una famiglia illustre, ond' era prima uscito nello stesso secolo il valente poeta Giuliano Cassiani conosciuto per l'eccellenza de' suoi sonetti pittorici, fra' quali ricordasi particolarmente quello ch' ei fece sul ratto di Proserpina. Paolo suo cugino, dopo aver compiuto il corso dell' istruzione scientifica, si applicò giovine ancora alle ricerche di storia letteraria, seguendo i consigli e la direzione del celebre Francesc'Antonio Zaccaria; ed il Cavaliere Tiraboschi nella prefazione alla Biblioteca de' letterati modonesi fa grata ed onorevole ricordanza delle notizie che il Cassiani, chiamato a più alte commissioni, si era compiaciuto di comunicargli. Fra tali notizie raccolte dal giovine storico e da esso comunicate al Tiraboschi vogliono quì annoverarsi quattro dissertazioni che quegli aveva composte per una privata Società filologica istituita dal Zaccaria e dopo lui preseduta dal Cassiani medesimo. Trattavano esse, 1.° *Dell' origine della stampa.* Ciò che il Tiraboschi ne disse nel prodromo alla progettata Enciclopedia Italiana (dove ritrattò generosamente alcune opinioni in proposito ch' egli aveva sostenuto prima) combina in massima parte coi sentimenti dal Cassiani già emessi; 2.° *Delle prime stamperie in Italia.* L' autore non si lascia, come altri hanno fatto dopo, abbagliare dalla falsa data del *Decor Puellarum* in favor di Venezia; ed accorda a Subiaco l'anteriorità di tale intrapresa, se non pel Donato del 1445, ma certamente per l' edizione del Lattanzio colà eseguita nel 1467; 3.° *Dei primi stampatori di Modena.* Questa contiene press' a poco quanto ne ha detto il Cavaliere Tiraboschi nella sopraccitata Biblioteca modonese all' articolo *Roccociolo*; 4.° *Delle antiche scuole di Modena.* Parla specialmente dei legali che ivi diedero lezioni durante il secolo XIII.

Questi non furono che lavori estemporanei del nostro giovine autore. Egli fu fatto professore di giurisprudenza criminale nell' Università di

Modena, e sin d'allora occupavasi con molto impegno intorno al calcolo algebraico. La fama che il Cassiani s'era acquistata nelle matematiche fe' sì che quando l'Università modonese instaurossi con maggior lustro ed impegno, mentre vi si chiamarono dall'estero varj professori di grido, senza ch' ei ne facesse ricerca fu destinato ad insegnarvi l'analisi sublime.

La teorica delle equazioni fu l'argomento da lui prediletto, e sul quale esercitò specialmente l'ingegno. Già l'illustre Lagrange (con quell'arte tutta sua di ravvicinare i diversi metodi e scoprirne le più recondite dipendenze) aveva chiamati ad esame i diversi artificj coi quali gli analisti erano giunti alla soluzione delle equazioni generali algebraiche de' primi quattro gradi, ed aveva mostrato che qualunque si fosse la via tenuta nella risoluzione, sempre questa dipendeva dall'impiego d'un'equazione secondaria detta la risolvente, la cui radice equivale alla somma delle radici della proposta moltiplicate rispettivamente per le radici reali ed immaginarie, di grado pari all'equazione proposta, dell'unità. Posta le quistione sotto questo nuovo e luminoso punto di vista, fu aperto il campo ai matematici d'indagare la vera cagione per cui ogni tentativo era sempre tornato vano per oltrepassare la soluzione del quarto grado. Fu il Cassiani fra i primi ad impadronirsi dell'argomento sul quale stese una dissertazione che fu letta nella privata accademia che il signor Marchese Rangoni aveva stabilita in Modena nella sua stessa casa, e in questo suo scritto egli fece dei passi notabili verso lo scioglimento della quistione. Trasfuse poi egli stesso le proprie viste nel suo valente discepolo e successore professore Ruffini, il quale seguendo le tracce segnate dal maestro ridusse il tema a non dubbia dimostrazione, e sì l'estese da abbracciar tutti i casi nei quali si parte dal principio che una sola formola debba racchiudere tutte le radici considerate come indistinte e permutabili fra di loro.

Chiunque frequentava da vicino il Cassiani attesta quant' egli fosse modesto e ritenuto Si sa com' altri ambizioso e vano tenti sovente ogni via di procacciare a sè stesso celebrità, sia col millantare impudentemente le propria merce, sia coll' usurparsi destramente l'altrui,

e sia col sollecitare a propria lode il voto degl' influenti nella pubblica opinione. Il Cassiani per lo contrario amava di rimanersi dimenticato ed oscuro, onde le molte cariche e distinzioni delle quali fu successivamente fregiato debbono considerarsi come puro frutto dell' alta e favorevole opinione che se ne aveva generalmente, senza che alcuno avesse mai gare con lui, nè gli opponesse disapprovazione od invidia.

Or ecco gl' impieghi e gli onori che vennero spontaneamente a circondarlo. Eletto Priore più volte del comune di Modena, fu poi nominato nel 1781 Avvocato e Relatore stabile della Congregazione civica d' acque e strade, e intorno alla stessa epoca Presidente della classe. Cessato per la rivoluzione succeduta nel 1796 il Governo Estense, fu invitato di nuovo il Cassiani alle pristine lezioni, e l' anno seguente erettasi in Modena la Scuola militare del Regno d' Italia, il nuovo Governo ve lo destinò professore di geometria descrittiva e d' idrodinamica. Nelle brevi alternative dei temporanei governi che si succedettero in quei tempi sì dagli uni che dagli altri fu sollevato ai primi posti del ministero. Nel 1802 vide il suo nome segnato fra i membri dell' Istituto nostro; nel 1804 ebbe la carica di Consultore di acque e strade del dipartimento del Panaro; nel 1805 il fregio della Legion d' onore. Quest' uomo illustre cessò di vivere il dì 3 febbrajo dell' anno 1806. Onorevole a lui fu la stima che ne aveva concepita il signor Marchese Luigi Rangoni. Questi appena morto il Cassiani ne lesse in pubblica radunanza un encomio, dal quale è in parte tratta la presente notizia. Frattanto giovi conchiudere questo semplice e breve racconto ricopiando a lode del Cassiani i versi d' Orazio, dai quali comincia il suddetto applaudito elogio:

Cui pudor et justitiæ soror
Incorrupta fides, nudaque veritas,
Quando ullum invenient parem?

GIUSEPPE MARI.

L'abate Mari nacque in Canneto, paese dello Stato mantovano vicino al fiume Oglio, nel 1730. Fu educato in Mantova, vestì di 14 anni l'abito gesuitico in Bologna, ove fece il suo noviziato e parte degli studj che proseguì a Brescia e a Piacenza. Fu scolare del gran Riccati, e nel 1768 venne a Mantova professore di matematica nel Collegio de' Gesuiti, derogando questi per riguardo di lui al costume d'impiegare fuori di patria i loro religiosi. Fu fatto Accademico, indi Censore della facoltà matematica dell' Accademia di Mantova, e fu pure aggregato all' Accademia di Brescia. Scrisse epigrafi, poesie e discorsi sacri, de' quali alcuni si hanno alle stampe.

Soppressi i Gesuiti, fu ritenuto nel ginnasio professore di matematica e poi di fisica sperimentale. Fu in seguito regio matematico camerale e professore d'idraulica pratica, ebbe moltissimi allievi de' quali potè gloriarsi, come sono il sig. Masetti, attuale Direttore delle pubbliche costruzioni, il sig. Micchini, ingegnere in capo per la provincia di Mantova, ed altri. Era continuamente consultato dagli stranieri per opere grandiose. Fu uno dei cinque Ispettori onorarj alle acque del Regno d'Italia e membro del nostro Istituto. Era d'indole amena, liberale coi poveri, modesto e pio. Il professor Gaetano Barbieri ne ha composto un elogio che recitò alcuni anni sono nell' I. R. Liceo di Mantova, e che sino ad ora è rimasto inedito.

MARIANO FONTANA.

Mariano Fontana nato il dì 15 gennajo 1746 nella piccola città di Casalmaggiore da ottimi genitori, ma non facoltosi, Francesco Fontana e Teresa Berti, giunse a conseguire distinta fama e celebrità non meno pe' suoi lumi e lavori d'ingegno, che per l'illibata morale di cui fu modello fino all' ultima sua età.

Compì egli i suoi primi studj in patria, indi ricevuto nella Congregazione de' Barnabiti diè opera in Milano alle scienze filosofiche. Passato poi in Bologna e posto allo studio della teologia, non trascurò i mezzi, che amplissimi gli somministrava quella dotta città, di arricchirsi di cognizioni sì nella letteratura che nelle scienze naturali ed esatte. Ivi egli ottenne ben presto la cattedra di filosofia nel seminario, ove cominciò a procacciarsi una scelta biblioteca, che crebbe poi tanto da muovere qualche invidia alle pubbliche, ed a formarsi insieme una rara collezione di cartoni e di schizzi di eccellenti maestri che, conoscitore com' era, sapea per lo più rinvenire in luoghi ove giacevano o sconosciuti o dimenticati.

Passò successivamente nel 1779 professore di matematiche nella scuola di marina in Livorno nuovamente fondata; ma rimastovi solo un anno e non pago del suo soggiorno in una città che non porgeva alcun pascolo al suo genio per gli oggetti di belle arti, cercò ed ottenne d'essere chiamato a leggere fisica nel Liceo di Mantova, ove fu tostamente ascritto fra i membri dell' Accademia.

Rivoltesi poi qualche anno dopo le cure dell'immortale Giuseppe II al ristauramento dell' Università di Pavia, intento ad arricchirla non solo d'insigni gabinetti, ma, ciò che più importava, di celebri lettori, vi fu fra i nuovi eletti chiamato anche Mariano Fontana, e gli fu affidata la scuola importantissima della matematica applicata.

Per distrazione a questi severi studj e per sollievo delle scolastiche fatiche intraprese nel 1791 in compagnia del celebre matematico

Mascheroni e dell' illustre collega nostro, successore di Spallanzani, un viaggio in Italia, nel quale il suo amore e la sua dotta curiosità nelle cose di belle arti ebbe il pascolo più gradito. Ritornato indi all' Università e presa lena novella, compose e pubblicò un corso di dinamica per uso delle scuole, pregevole per molti titoli e che contiene alcune idee singolari e che meritano d' essere esaminate e discusse.

Mancato poi poco dopo a gran danno delle matematiche il sullodato Mascheroni, nessuno fu creduto più idoneo a riempiere il gran vòto rimasto nell' Università del nostro Fontana, il quale fece perciò passaggio alla cattedra di matematica pura.

L' anno 1802 fu l' ultimo in cui esercitò le funzioni di professore; gl' incomodi di sua salute e le lunghe fatiche avendogli consigliato di chiedere un onorevol riposo. Ma egli non rimase però del tutto ozioso. Ascritto fra i primi nel novero dei membri di questo Istituto, aveva contratto l'obbligo di presentare ogni due anni qualche scientifica produzione. Compose egli a tal fine una Memoria sulla resistenza dei solidi, in cui prende a confutare i principj proposti dal signor Girard nell' opera intitolata: *Traité analytique de la résistance etc. Paris* 1798. La Memoria fu accolta e pubblicata nel volume I, parte II degli Atti dell' Istituto nazionale. Un' altra poi ne diede che leggesi nel volume II, e che contiene delle osservazioni storiche sopra l'aritmetica del Maurolico.

Fattisi poi sempre più gravi i suoi incomodi abituali ed oppresso da asma penosa, coronò il corso della sua religiosa carriera colla più edificante costanza e rassegnazione, e cessò di vivere il dì 18 novembre 1808.

CATALOGO DELLE OPERE

PRESENTATE IN DONO

ALL' I. R. ISTITUTO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI DI MILANO

NEGLI ANNI 1811-1812-1813.

MEMORIE anatomico-chirurgiche sopra le ernie, fascicoli 5, di *Antonio Scarpa*. Milano 1809.

Discorso inaugurale sulle dottrine economiche di Cesare Beccaria, di *Angelo Bignami*. Milano 1811.

Illustrazione d'uno zodiaco orientale, di *Giuseppe Hager*. Milano 1811.

Memoria medica sul male dell' emicrania sanguigna ed altri consimili mali della testa, di *Nicola Della Ratta*. Napoli 1811.

Memoria sul freddo prodotto dall' evaporazione dell' acqua e di molti altri fluidi più evaporabili della medesima nel vòto, di *Pietro Configliachi*. Pavia 1811.

Discorsi pronunciati all' occasione della distribuzione dei premj dell' Accademia di belle arti in Milano fattasi nell' anno 1811. Milano 1811.

Sopra la vita, le opere ed il sapere di Guido d'Arezzo, dove vi sono aggiunti i versi latini sopra i pesi e le misure dei Romani, ecc. di Q. R. Fannio Palemone, di *Luigi Angeloni*. Parigi 1811.

Geschichte und Beurtheilung aller Systeme in der Zoologie nach ihrer Entwiklungfolge von Aristoteles bis auf die gegenwärtige Zeit, von *Johann Spix*. Norimberga 1811.

Scuola di Leonardo da Vinci in Lombardia, opera divisa in fascicoli, dei quali è uscito finora il settimo. *Spediti dalla Direzione generale di pubblica istruzione.*

Versione delle Odi di Q. Orazio Flacco, di *Francesco Venini.* Milano 1811, edizione quarta.

Dissertazione sull' antico stato e condizione di Padova, di *Girolamo Polcastro.* Milano 1811.

Le avventure di Telemaco recate in ottava rima italiana da *Girolamo Polcastro.* Padova 1793, volumi 3.

La Capitale del Regno d'Italia, poemetto di *Ang. Cossa Bellini.* Mil. 1812.

Prospectus raisonné, ou aperçu d'un nouveau système des tems, par feu *Gibert*, continué et achevé par *son fils aîné.* Paris 1811.

Elogio di Piero de' Crescenzj, di *Filippo Re.* Bologna 1812.

Analyse des eaux sulfureuses d'Aix-la-Chapelle, par *Jean-Pierre-Joseph Monheim.* Aix-la-Chapelle.

Analyse des eaux termales de Borcette, par *Jean-Pierre-Joseph Monheim.* Aix-la-Chapelle 1811.

Il vajuolo vaccino, ode di *Davide Bertolotti.* Torino 1811.

Enologia, ovvero l'arte di fare, conservare e far viaggiare i vini, ecc., di *Vincenzo Dandolo.* Milano 1812, volumi 2.

Discorso pronunziato nella basilica di S. Antonio in Padova da *Floriano Caldani.* Padova 1811.

De latinæ linguæ in anatomicis studiis præstantia et necessitate, Prælectio habita in theatro anatomico Gymnasii Patavini XII kal. decembris 1811 a *Floriano Caldani.* Patavii 1812.

Coup d'œil sur la dégénération qui s'est opérée dans le tempérament des hommes, par *G. G. Lafont-Gouzi.* Paris 1811.

Matériaux pour servir à l'histoire de la médecine militaire en France, par *G. G. Lafont-Gouzi.* Paris 1809.

Lettre d'Abraham Uscano arménien sur quelques points de la théorie de la terre, par *G. G. Lafont-Gouzi.* Manoscritto.

Trattato elementare di chimica generale appoggiato alle più recenti scoperte, e secondo i nuovi principj della teoria termossigena, di *L. V. Brugnatelli.* Pavia 1810, tomo 3.°

Materia medica vegetabile ed animale, ossia Dizionario compendioso della Storia naturale, chimica e medica delle piante, e sostanze vegetabili e animali più opportune a conoscersi dai medici moderni per servire di compimento alla Farmacia generale pubblicata in Pavia nel 1807 ed in Parigi nel 1811, di *L. V. Brugnatelli.* Pavia 1811.

Osservazioni sull' uso del salasso, di *Anselmo Prato.* Milano 1812.

Giornale di fisica, chimica e storia naturale, ossia Raccolta di memorie sulle scienze, arti e manifatture ad esse relative, di *L. V. Brugnatelli.* Pavia 1810-1811, bimestri 12 per gli accennati anni.

Elogio di Lorenzo Mascheroni, di *Giuseppe Mangili.* Milano 1812.

Cenni su la teoria e la pratica della dottrina medica del controstimolo, di *J. A. F. Ozanam.* Milano 1812.

Istruzione sulla coltura e preparazione del guado, e sull' estrazione dell' indaco dalle sue foglie, tradotta dal francese da *Claro Giuseppe Malacarne.* Milano 1812.

Trattato elementare di chimica generale appoggiato alle più recenti scoperte, e secondo i nuovi principj della teoria termossigena, di *L. V. Brugnatelli.* Pavia 1810, tomo 3.° e 4.°

Saggio sulla leva idraulica nuovamente applicata alle manifatture ed alle arti, di *Giovanni Aldini.* Milano 1811.

Voyage de la mer atlantique à l'océan pacifique par le nord-ouest dans la mer glaciale, par le capitaine Laurent Ferrer Maldonado l'an 1588, traduit d'un manuscrit espagnol, et suivi d'un discours qui en démontre l'authenticité et la véracité, par *Charles Amoretti.* Plaisance 1812.

Observations relatives à la ligature du cordon ombilical, par *M. G. Girard.* Lyon 1812.

Delle epizoozie dei buoi, delle pecore e dei porci, e di alcune altre loro malattie, della rabbia dei cani, e delle regole per impedire la diffusione dei contagi, di *G. Pozzi.* Milano 1812.

Analisi dell' acqua minerale dell' Olmatello, detta volgarmente di S. Critoforo, di *Paolo Sarti.*

Mémoires sur diverses intégrales définies, par *Georges Bidone.* Turin, mai 1812.

Istruzioni pratiche sul modo di ben fare e conservare il vino, tratte dall' Enologia di *Vincenzo Dandolo*, e dal medesimo indirizzate ai parrochi ed agli agricoltori del regno. Milano 1812.

Nuovi Elementi della fisica del corpo umano, di *Stefano Gallini*. Padova 1812, volumi 3.

Mémoires de l'Académie impériale des sciences, littérature et beaux arts de Turin pour les années 1809-1810 (Sciences physiques et mathématiques). Turin 1811.

Mémoires, etc. (littérature et beaux arts). Turin 1811.

Annales de l'observatoire de l'Académie de Turin avec des notices statistiques concernant l'agriculture et la médecine (deux semestres de l'an 1811).

Principj di giurisprudenza criminale rischiarati con note da *Tomaso Nani*. Milano 1812.

Storia del tifo contagioso che regnò endemico nelle carceri di Vicenza verso la fine del 1811 e il principio del 1812, di *Domenico Thiene*. Vicenza 1812.

Commentarj dell' Accademia di scienze, lettere, agricoltura ed arti del dipartimento del Mella per l' anno 1811. Brescia 1812.

Arminio, tragedia di *Ippolito Pindemonte*.

Notitia collectionis insignis vermium intestinalium et exhortatio ad commercium litterarium, quo illa perficiatur, et scientiæ atque amatoribus reddatur communiter proficua. Naturæ scrutatoribus generatim, specialiter autem enthelminthologis dicata. Ab Administratione reg. cæs. Musei historiæ naturalis viennensis. Vindobonæ 1811.

Le Cronache di Pindo (I, II e III), di *Angelo Anelli*. Milano 1811.

Se convenga la paracentesi in caso di timpanite peritoneale e nella intestinale, Memoria di *Giuseppe Jacopi*. Milano 1812.

Mémoire pour servir de parallèle entre le chapelet ordinaire et la chaîne aspirante, lu et approuvé par la Société d'agriculture de Turin dans sa séance du 4 juillet 1812, par *Joseph Castellano*. Turin 1812.

Corso completo di lingua francese ad uso degl' Italiani, di *Salvatore Torretti*. Milano 1812.

Elogio funebre del Senatore Conte Giovambattista Caprara, Cardinale, Arcivescovo di Milano, ecc., di *Alvise Mocenigo*. Milano.

Elogio del fu Conte Senatore Giovanni Bovara, Ministro pel culto, ecc., di *Federico Cavriani*. Milano.

Traité sur la polysarcie, par *Ange Maccary*. Paris 1811.

Recueil de miscellanées, par *Ange Maccary*. Paris 1811.

Giornale di medicina pratica compilato dal professore *Valeriano Luigi Brera* in bimestri. Padova 1812.

Vite e ritratti d'illustri Italiani, quaderno 1.° Padova 1812, tipografia *Bettoni*.

Memoria botanico-georgica sopra alcune specie di frumenti, di *Giovanni Mazzucato*. Padova 1807.

Triticorum definitiones atque synonyma, curante *Joanne Mazzucato*. Utini 1812.

Viaggio dal mare Atlantico al Pacifico per la via del nord-ovest fatto dal capitano Lorenzo Ferrer Maldonado l'anno 1588, tradotto da un manoscritto spagnuolo inedito da *Carlo Amoretti*. Milano 1811.

Elogio di Felice Fontana, orazione inaugurale degli studj recitata il dì 12 novembre 1812 nella grand' aula della Regia Università di Pavia da *Giuseppe Mangili*. Milano 1813.

Vita di Benvenuto Cellini, orefice e scultore fiorentino, da lui medesimo scritta, nella quale si leggono molte importanti notizie appartenenti alle arti ed alla storia del secolo XVI, ora per la prima volta ridotta a buona lezione, ed accompagnata con note da *Giovanni Palamede Carpani*. Milano 1806, volumi 3.

Salmi e cantici tradotti in versi di vario metro, ecc., di *Francesco Venini*. Milano 1812.

Osservazioni sopra alcune lezioni dell'Iliade d' Omero, di *Luigi Lamberti*. Milano 1813.

Saggio sulla dottrina della vita, di *Maurizio Bufalini*. Forlì 1813.

Elogio del fu Conte Senatore Luigi Lambertenghi recitato nella chiesa prevostale di S. Fedele il giorno 13 aprile 1813 da *Girolamo Polcastro*.

Elementi di processura e degli atti autentici con note storiche ed analitiche, di *Luigi Piccioli*. Milano 1812, tomi 2.

Le Servitù prediali sanzionate dal Codice Napoleone, ridotte in casi pratici incisi in rame, corredate d' annotazioni desunte dalle leggi romane e da classici autori, di *Luigi Piccioli.* Brescia 1808, opera divisa in 5 libri colla traduzione francese.

Nuovo Trattato pratico delle successioni intestate secondo il Codice Napoleone, di *Luigi Piccioli.* Milano 1810.

Traité complet sur la théorie et la pratique du nivellement, par *Fabre de Brignolles.*

Storia della scultura dal suo risorgimento in Italia sino al nostro secolo per servire di continuazione alle opere di Winckelmann e di d'Agincourt, di *Leopoldo Cicognara.* Venezia 1813, volume 1.°

Elogio di Giovanni Poleni, di *Pietro Cossali.* Padova 1813.

Elogio di Jacopo Riccati, di *G. B. Marzari.* Treviso 1813.

Elogio storico del Conte Giuseppe Angelo Saluzzo di Menusiglio, di *Giuseppe Grassi.* Torino 1813.

Memoria sulla pretesa analogia fra alcuni fenomeni fisici, di *Pietro Configliachi.* Pavia 1813.

Prospetto della Scuola di chirurgia pratica della Regia Università di Pavia per l' anno scolastico 1811-1812, di *Giuseppe Jacopi.* Milano 1813.

Memorie di matematica e di fisica della Società Italiana delle scienze, tomo XVI, parte I contenente le memorie di matematica, e tomo XVI, parte II contenente le memorie di fisica. Verona 1813.

Indice degli argomenti trattati nei primi 15 tomi della prelodata Società. Verona 1812.

Prospetto de' risultamenti ottenuti nella clinica medica della Regia Università di Padova nel corso dell' anno scolastico 1812-1813, di *V. L. Brera.* Padova 1813.

Discorsi letti nella grand' aula del Palazzo Reale delle scienze e delle arti in Milano in occasione della solenne distribuzione de' premj della Reale Accademia delle belle arti fattasi da S. E. il signor Conte Ministro dell' interno il giorno 11 agosto 1813. Milano 1813.

Trattato dell' Ariete idraulico, di *Vincenzo Brunacci.* Milano 1813.

Elogio di Luigi Lagrange, di *Pietro Cossali.* Padova 1813.

Dissertazione sopra lo stato presente della lingua italiana, di *Antonio Cesari.* Verona 1810.

Illustrazione di un vaso italo-greco del museo di monsignor Arcivescovo di Taranto, di *Antonio Scotti.* Napoli 1811.

Versuche über die Erwärmung verschiedener Körper durck die Sonnenstrahlen, von *Carl Wilhelm Bökmann.* Carlsruhe 1811.

Versuche über die Värmeleitung verschiedener Körper, von *Carl Wilhelm Bökmann.* Carlsruhe 1812.

Elogio storico di Giambatista Carcano Leone, professore di notomía nell' Università di Pavia, di *Antonio Scarpa.* Milano 1813.

Memoria del dottore Anselmo Prato, medico assistente dell' ospedal maggiore di Milano, pubblicata con un discorso preliminare dal professore *Giacomo Franceschi.* Lucca.

Quando e come abbiasi a permettere il pascolo ne' boschi sì resinosi che da fronda, sì d' alto fusto che cedui, di *Giuseppe Gautieri.* Milano 1813.

Riflessioni intorno alla soluzione delle equazioni algebraiche generali, di *Paolo Ruffini.* Modena 1813.

MEMORIE

DELL' IMPERIALE REGIO ISTITUTO

PARTE SECONDA.

ESPOSIZIONE DE' PRINCIPJ

DA CUI

IL SIG. PROF. CAV. RUFFINI DERIVA LA SUA DIMOSTRAZIONE

SULL' IMPOSSIBILITÀ DELLA SOLUZIONE ALGEBRAICA

DELLE EQUAZIONI SUPERIORI AL QUARTO GRADO

DI

ANTONIO CACCIANINO.

Una funzione razionale qualunque de' coefficienti di una data equazione è funzione delle radici della data, che conserva lo stesso valore sotto tutte le permutazioni fra le radici indicate.

Affinchè una funzione delle radici di una data equazione sia atta a rappresentare ciascuno de' valori tutti delle radici medesime, bisogna che questa funzione sia tale che cangi di valore sotto ciascuna permutazione di tutte le radici fra loro.

Dunque affinchè una funzione de' coefficienti di una data equazione sia atta a rappresentare ciascuno de' valori tutti delle radici della data, è necessario che in essa siano introdotti de' radicali, o radicali di radicali de' coefficienti medesimi, per cui quella riesca una funzione delle radici tale che cangi di valore sotto ciascuna permutazione di tutte le radici fra loro.

Siccome fino a tanto che le permutazioni si operino sulle quantità vincolate dal segno radicale, non può mai apparire verun cambiamento

di valore, atteso che le quantità sotto il segno sono funzioni razionali de' coefficienti; così affinchè una funzione de' coefficienti cangi di valore sotto le differenti permutazioni delle radici, bisogna che dopo la sostituzione delle quantità espresse per radici in luogo di quelle espresse pei coefficienti, le dette quantità possano essere liberate dal segno radicale da cui sono affette mediante l' analoga estrazione di radice.

Questa condizione è altresì necessaria affinchè la funzione delle radici sostituita a quella dei coefficienti sia atta a rappresentare x' solamente, poi x'', indi x''', ecc. Vedesi ancora evidentemente che la stessa funzione delle radici, oltre al diventar razionale, deve anche riuscir lineare.

Ciò premesso, nell' equazione generale di secondo grado noi osserviamo che le permutazioni fra le radici non essendo che due, basta che possiamo ritrovare un radicale quadrato di una opportuna funzione de' coefficienti, ove sostituite le corrispondenti funzioni delle due radici ottengasi una quantità razionale, lineare e tale che cangi di valore permutando le radici, perchè ne concludiamo la possibilità d' avere una formola de' coefficienti atta ad esprimerci i valori tanto di x', quanto di x'' diversi fra loro.

Imperciocchè se questa sola quantità non riuscisse all' intento, si combinerebbe opportunamente con una quantità razionale lineare dei coefficienti, onde ottenere un' espressione riducibile solo ad x' con uno, e ad x'' coll' altro dei valori del suddetto radicale quadrato.

Di fatti sia A il coefficiente del secondo termine d'un' equazione di secondo grado, B il termine cognito. Sappiamo essere $A = -(x' + x'')$, $B = x'x''$. Ora con questi coefficienti componiamo la funzione $\frac{A^2}{4} - B$, la quale espressa per radici diviene $\frac{x'^2 + 2x'x'' + x''^2}{4} - x'x''$. Quest'espressione non cangia di valore per la permutazione di x' in x''. Ma noi sappiamo che $\sqrt{\left(\frac{A^2}{4} - B\right)}$ ha due valori uguali in quantità, ma diversi pel segno, poichè dipendono dalle due radici quadrate dell'unità $+1$ e -1. Osserviamo altresì che la corrispondente espressione sotto il segno radicale in x', x'' è un

quadrato perfetto riducendosi ad $\frac{x'^2 - 2x'x'' + x''^2}{4}$, la di cui radice è $\frac{x'' - x'}{2}$, e rimarchiamo ancora che i valori diversi dipendenti dal segno ottengonsi senza il sussidio delle dette due radici dell' unità, ma servendosi solo della permutazione di x' in x'', poichè allora ricaviamo il valore $\frac{x'' - x'}{2}$. Dunque noi abbiamo ottenuto una formola radicale de' coefficienti, la quale espressa per le radici dell' equazione è divenuta razionale, lineare e tale che cangia di valore per la permutazione delle radici fra loro. Aggiungiamoci adesso l' espressione $-\frac{A}{2}$, cioè $\frac{x' + x''}{2}$, che per la permutazione non cambia; eccoci pervenuti all' equazione identica $\frac{x' + x''}{2} + \frac{x'' - x'}{2} = x'$, la quale col solo uso della permutazione si cambia nell' altra parimente identica $\frac{x'' + x'}{2} + \frac{x'' - x'}{2} = x''$.

Nelle equazioni generali di terzo grado le funzioni razionali dei coefficienti espressi per le corrispondenti delle radici subiscono sei permutazioni fra le radici senza cambiar di valore. Un radicale secondo d' una di queste funzioni, il quale possa divenire quantità razionale di tre dimensioni, e possa avere i due valori diversi per una permutazione, se si combinerà con una funzione razionale omogenea dei coefficienti, mi fornirà una funzione delle radici che mantenga il proprio valore per tre sole delle permutazioni indicate. Un radicale terzo di questa funzione che potesse ridursi quantità razionale, e che perciò sarebbe lineare, se sotto le tre permutazioni supposte cambiasse valore, mi farebbe conoscere la possibilità della soluzione dell' equazione generale di terzo grado; e tutta la difficoltà consisterebbe nell' unire insieme più d' una di queste quantità, o se facesse d'uopo combinarle ancora con qualche funzione razionale e lineare de' coefficienti, finchè per la riduzione si arrivasse ad ottenere il solo valore di x'; giacchè colle permutazioni scaturiranno quelli di x'', poi di x'''.

Questa possibilità ridotta ad effetto e la corrispondenza di questi principj colla nota soluzione per la formola cardanica sono evidentemente dimostrate nella seconda parte della Memoria del signor professore Ruffini.

Passando alle equazioni generali di quarto grado, osserviamo che nelle funzioni razionali dei coefficienti espresse per le corrispondenti delle radici hanno luogo ventiquattro permutazioni senza che si possa cangiare il valore di esse funzioni. Abbiasi un radicale quadrato che possa diventar quantità razionale di dodici dimensioni, e che possa acquistare i suoi due valori diversi solo col mezzo delle permutazioni, riescendo questi uguali a dodici a dodici solamente: se questo si combini con una funzione omogenea dei coefficienti, la funzione composta conserverà lo stesso valore sotto dodici permutazioni, mentre un altro diverso e solo ne assumerà sotto le altre dodici. Possa ora da questa funzione estrarsi una radice terza che risulti quantità razionale e tale che possa presentare i suoi tre valori diversi solo coll' opera delle permutazioni; è chiaro che essa sarà di quattro dimensioni, e che i valori risultanti dalle dodici permutazioni saranno uguali a quattro a quattro solamente, ed uguali pure soltanto a quattro a quattro saranno quelli delle altre dodici. Facciamo adesso una funzione composta da simile risultato e da una funzione razionale omogenea dei coefficienti, e sia tale che la sua radice quarta si possa aver razionale, e tale che possa cangiar di valore sotto ciascuna delle quattro permutazioni che sotto il segno radicale conservavano uno stesso valore. Questa funzione sarà evidentemente lineare, e non sarà impossibile l' unirne insieme tante opportune quante facessero di bisogno perchè la loro somma si riducesse al solo x'; indi col mezzo delle permutazioni successive si avrebbero gli altri diversi x'', x''', x^{IV}; cosicchè tutte le ventiquattro permutazioni darebbero sei volte la medesima radice, sei volte un' altra, ecc.

Non è necessario di osservare il processo qui assegnato nell' ordine de' radicali per avere i valori diversi delle radici dell' equazione generale di quarto grado; ma si può pervenire al medesimo risultato seguendo altre strade, purchè siano riconosciute possibili. Ora il signor professore Ruffini ha dimostrato che un' equazione razionale de' coefficienti espressa per le corrispondenti delle radici può esser tale che soggiaccia all' estrazione della radice seconda; che questa combinata con altra funzione razionale omogenea de' coefficienti può trovarsi tale che subisca l' estrazione della radice terza; che questa ancora

combinata con altra funzione come sopra si trovi tale da potervi estrarre la radice seconda; e che quest' ultima eziandio combinata con altra funzione opportuna come sopra possa avere la proprietà d'estrarvi la radice quarta oppure la seconda; la qual cosa basta a dimostrarci la possibilità di combinare quest' ultima funzione divenuta razionale e lineare con altre funzioni razionali e lineari de' coefficienti in modo di ridurle al solo x'. La conformità degli enunciati principj coi conosciuti metodi della soluzione dell' equazione generale di quarto grado è dimostrata con tutta precisione nel capo quarto della citata Memoria.

Nella formola che presenta il valore di ciascuna delle radici di terzo grado si osserva che vi ha una funzione de' coefficienti che subisce sostanzialmente l' estrazione della radice sesta, ed in quella pel quarto grado una ve ne ha che soggiace all' estrazione della radice vigesimaquarta. Simili funzioni sono appunto causa per cui sostituite che siano nei valori delle radici alle funzioni de' coefficienti quelle corrispondenti delle radici medesime, la funzione razionale che in ultimo si ottiene, nel caso del grado terzo somministra due volte il valore di x', due quello di x'', e due quello di x'''; ed in quello del quarto dà sei volte il valore di x', sei quello di x'', sei quello di x''', e sei finalmente quello di x^{IV}; vale a dire in generale quando la formola presenta colla riduzione solo x', lo conserva per tutte quelle permutazioni per cui x' non cambia di posto, e lo cangia in x'' allorchè x'' si pone in luogo di x'; così dicasi delle altre: e per tal modo si verifica la condizione espressa in principio, che la funzione cangia di valore sotto ciascuna permutazione di tutte le radici fra loro.

Ora non si può prescindere dall' osservare che questa proprietà debb' essere essenziale a qualunque formola de' coefficienti che vogliasi atta a fornire i valori diversi delle radici di un' equazione generale di qualunque altro grado; poichè quando in essa avrò sostituite le corrispondenti funzioni delle radici, la medesima dovrà risultare identica con una sola radice, per esempio con x'; ma tutte le radici dovranno esservi contenute, affinchè si abbiano tutti i loro diversi valori quando pongo un' altra qualunque nel luogo di x'. Ma in simile funzione il numero delle permutazioni fra le radici è

convenientemente multiplo del numero delle radici medesime; dunque tante volte deve mantenersi il valore x', quante unità si contengono nel numero totale delle permutazioni diviso pel numero delle radici, e così delle altre.

Adunque perchè una formola de' coefficienti possa presentare i valori dell' equazione generale di quinto grado, dove il numero delle permutazioni fra le radici è centoventi, è necessario che una qualche funzione de' coefficienti in qualunque modo per successive estrazioni possa in ultimo risultato soggiacere all' estrazione della radice centovigesima; di maniera che combinata durante l' operazione con altre funzioni, le quali subiscano gradatamente delle estrazioni di radici aliquote minori, producano successivamente delle funzioni razionali delle radici che forniscano ordinatamente un numero di valori diversi uguali sempre all' esponente dell' ultimo radicale eliminato per l'estrazione; e questo non già col sussidio delle analoghe radici dell' unità, ma solamente per opera delle permutazioni, fino a pervenire all' equazione lineare fra le radici che s' identifichi con x', e cangi di valore sotto ciascuna permutazione di tutte le radici fra loro.

Ora omettiamo, anzi accordiamo che intraprendendo questo processo d' operazioni, ci sia possibile di ritrovare una funzione de' coefficienti che soddisfaccia in parte alla suddetta condizione coll' estrazione della radice ottava, ovvero due successive colle estrazioni successive delle radici seconda e quarta, oppure tre coll' estrazione di tre volte la radice seconda. Con questa operazione noi saremmo pervenuti ad avere una funzione razionale delle cinque radici che conserverebbe il proprio valore per quindici permutazioni soltanto, e per tutte le centoventi che si possono praticare lo cambierebbe otto volte, cioè conserverebbe il proprio valore per le permutazioni fra tre radici e fra tutte le cinque.

Spinta l' operazione a questo punto, ci farebbe d' uopo di ottenere coll' estrazione della radice terza una funzione razionale la quale conservasse il proprio valore per cinque permutazioni solamente, ed in ultimo coll' estrazione della radice quinta una funzione lineare che cangiasse di valore per ciascuna permutazione di tutte le radici fra loro.

Conosceremo facilmente che a questo passo siamo necessariamente ridotti, qualunque fosse il metodo con cui intendessimo di procedere, per la sola considerazione che il 3 ed il 5 sono aliquoti del 120, e che sono numeri primi. Da questo stesso problema dipende essenzialmente la soluzione di tutte le equazioni algebraiche superiori al quarto grado, poichè gli stessi numeri 3 e 5 sono aliquoti di tutte le quantità che costituiscono le somme delle permutazioni che si possono fare sulle loro rispettive radici, nè l'estrazione delle radici di simile esponente si possono evitare, per essere questi numeri primi.

Ora la soluzione di questo problema è appunto quella che viene dimostrata impossibile dal signor professore Ruffini nella sua Memoria al § 5.°, dove fa chiaramente conoscere che se $F(x', x'', x''', x^{IV}, x^{V}$, ecc.) conserva il proprio valore per una delle permutazioni fra cinque radici, e per due permutazioni fra tre radici, di qualunque grado sia l'estrazione della radice che su quella si tenti d'operare, non sarà mai possibile d'ottenerne un risultato razionale che presenti una radice dall'altra diversa per le sole permutazioni delle cinque o delle tre radici fra loro, e senza il sussidio d'alcuno de' valori delle corrispondenti radici dell'unità.

Dunque conchiudiamo a non poter dubitare che da questa dimostrata impossibilità direttamente ne emerge l'impossibilità della soluzione algebraica delle equazioni generali di grado superiore al quarto; conclusione che ritrovasi con esatto raziocinio sviluppata nel § 6.° della citata Memoria.

Metodo con cui procede la dimostrazione del teorema fondamentale qui sopra enunciato.

Prendasi il caso particolare dell'equazione di quinto grado, e compongasi coi coefficienti di essa una funzione qualunque razionale; questa è sempre una funzione delle radici della data equazione che conserva il proprio valore sotto qualunque permutazione delle radici fra loro, sia di tutte, sia d'alcune solamente.

Fra tutte le permutazioni scegliamo quelle per cui tutte le radici cambiano di posto mediante una legge sola di successivo andamento.

Per esempio nella funzione che primieramente ci si presenta all' occhio notiamo con un corrispondente numero d' apici le cinque radici, ordinandole per tal modo originariamente ad arbitrio in prima, seconda, terza, quarta e quinta radice. Facciamo passare la prima al posto della quinta, e le altre quattro retrocedano d' un posto. La stessa funzione si presenterà apparentemente diversa dalla prima, ma avrà il valore medesimo. In questa portiamo all' ultimo posto la seconda divenuta prima, facendo retrocedere le altre; avremo una terza apparenza diversa. Una quarta apparenza otterremo trasportando in ultimo la terza divenuta prima; e finalmente una quinta portando in ultimo la quarta, che parimente divenne prima. Se vogliamo continuare questa legge, ci si rinnova l' apparenza prima, ed il processo rendesi periodico. In sostanza tutte queste espressioni mantengono, come abbiamo detto, lo stesso valore.

Supponendo ora d' avere una radice qualunque di detta funzione, questa sarà parimente funzione della 1.ª, 2.ª, 3.ª, 4.ª e 5.ª radice nel caso della prima apparenza; sarà funzione della 2.ª, 3.ª, 4.ª, 5.ª e 1.ª nel caso della seconda, e collo stesso ordine fino alla quinta apparenza; cosicchè tutte queste cinque apparenze sarebbero radici della data prima funzione, poichè quella conserva il proprio valore sotto simili permutazioni.

Ma qui noi non sappiamo se le cinque apparenze delle radici conservino sostanzialmente uno stesso valore, ovvero assumano de' valori diversi. Sappiamo però che queste cinque radici nascono per mezzo di permutazioni, e che colla stessa legge con cui la seconda nasce dalla prima, la terza procede dalla seconda, e così fino alla quinta: sappiamo altronde che per la generalità dell' equazione supposta di quinto grado era in nostro arbitrio l' assegnare in principio a qualsivoglia delle sue radici il primo o secondo posto, ecc. Dunque conchiuderemo che quello stesso moltiplicatore della prima apparenza che potesse riuscire a darmi il valore della seconda, se moltiplicasse la seconda, mi darebbe il valor della terza, e così di seguito. Dunque ancora se chiamiamo β questo moltiplicatore, la prima apparenza moltiplicata per β, ovvero per β^2, o per β^3, o per β^4, mi darà successivamente i valori della 2.ª, 3.ª, 4.ª e 5.ª apparenza.

Osserviamo adesso che se noi abbiamo una formola qualunque algebraica che vogliasi potenza di un qualunque esponente p, ed abbiamo un' espressione che sia una radice p^{esima} di quella, otterremo una delle altre radici moltiplicando quella per una delle radici p^{esima} dell' unità. Dunque il moltiplicatore β dovrà essere un' opportuna radice dell' unità.

Ma applicando la stessa legge di permutazione alla quinta apparenza, la sesta risulta identica colla prima; ed altronde la quinta apparenza uguaglia la prima moltiplicata per β^4, per cui la sesta deve uguagliare la prima moltiplicata per β^5. Dunque β^5 non può essere che uguale ad uno, e per conseguenza β non può essere che una delle radici quinte dell' unità. Pertanto se β potesse essere una delle radici quinte dell' unità diversa dall' unità medesima, le cinque apparenze che sono radici della prima funzione avrebbero un valore diverso l'una dall'altra; che se β non potesse essere che uno, le indicate apparenze conserverebbero lo stesso valore.

Per lo stesso ragionamento, presa nella prima funzione razionale de' coefficienti una legge di permutazione fra tre radici solamente, per cui la quarta apparenza di quell' espressione che rappresentasse la radice p^{esima} della medesima funzione s' identifica colla prima, si scorge che il moltiplicatore della prima apparenza per uguagliarla alla seconda, ecc. non può mai essere che una radice terza dell' unità.

Operando poi la prima legge di permutazione fra cinque radici sopra una di quelle apparenze derivate per la seconda legge di permutazione fra tre sole radici, per cui la sesta apparenza s' uguaglia alla prima, e mettendovi sempre di confronto il prodotto della prima apparenza nell' analogo moltiplicatore e successive sue potenze, il chiarissimo signor Ruffini prova in primo luogo che le radici terze dell' unità non possono mai essere diverse dall' uno, e finalmente che la stessa radice quinta dell' unità, che abbiamo chiamata β, non può mai essere diversa dall' uno.

Dunque se supporremo d' avere un' espressione libera da segni radicali, la quale mi rappresenti una radice qualunque d' una funzione de' coefficienti d' un' equazione generale di quinto grado, e se sopra

quell' espressione opereremo le permutazioni sia fra tutte le cinque radici, sia fra tre solamente, le apparenze che ne risulteranno conserveranno sempre lo stesso valore; poichè tutte queste operazioni equivalgono sempre alla moltiplicazione della prima espressione per l' unità.

Ma sarebbe necessario che le apparenze, le quali risultano dalle permutazioni fra tutte le cinque radici, acquistassero un valore diverso, affinchè di esse se ne potessero assumere alcune talmente combinate, che potessero ridursi solamente ad x', poi ad x'', x''', ecc.

Dunque non essendo possibile che le apparenze di quelle permutazioni abbiano valore diverso, resta ad evidenza dimostrato impossibile che una o più funzioni razionali o radicali, o radicali di radicali dei coefficienti della data equazione di quinto grado insieme combinate, possano rappresentare generalmente il valore d' una radice; poichè se ciò fosse, sostituendo in ciascun termine il corrispondente valore in x', x'', x''', x^{IV}, x^{V} radici della data, fatte le debite riduzioni, dovrebbe in ultima analisi risultare x' solamente, lo che è impossibile.

Dopo di avere, come potei meglio, esposte le idee e fatta conoscere l' esattezza del raziocinio a cui il chiarissimo nostro collega signor Ruffini appoggia le sue dimostrazioni, resta solo che mi occupi nel rettificare una proposizione da me superiormente enunciata, che nella generalità delle soluzioni possibili delle equazioni può non sempre essere vera, e non è sempre vera realmente; e sulla quale prima d' ora ho pensato meglio di non portare verun dubbio, a fine di più speditamente presentare gli schiarimenti che sono più sostanziali a ben penetrare lo spirito di quell' argomentazione che l' autore maneggia senza veruna pausa, come probabilmente lo esigeva la natura della questione che intraprese a sviluppare.

Dissi già che nella formola de' coefficienti, la quale presenta il valore di ciascuna delle radici di terzo grado, si osserva che vi ha una funzione de' coefficienti che subisce sostanzialmente l'estrazione della radice sesta, ed in quella pel quarto grado una ve n' ha che soggiace all' estrazione della radice vigesimaquarta; poi per una generale osservazione conchiusi che, affinchè una formola de' coefficienti possa presentare i valori dell' equazione generale di quinto grado, è necessario che una

qualche funzione de' coefficienti in qualunque modo per successive estrazioni possa in ultimo risultato soggiacere all' estrazione della radice centovigesima.

Simile proposizione deve sempre verificarsi allorchè i valori dei radicali che entrano nella formola sono dipendenti gli uni dagli altri, perchè allora le apparenze uguali al numero delle permutazioni non possono rendersi manifeste se non per via d' un radicale, il di cui esponente sia parimente uguale al numero delle permutazioni. Tale essendo la conosciuta formola cardanica, per cui si risolvono le equazioni di terzo grado, essa contiene di fatti ne' suoi due termini un radicale secondo vincolato da un radicale terzo.

Ma se la formola de' coefficienti atta a presentare il valore di ciascuna delle radici potesse contenere dei radicali l'uno dall' altro indipendenti, i diversi valori che un radicale potesse assumere, senza che gli altri variassero, basterebbero a rendere moltiplice il numero delle apparenze, fino ad ottenere il numero che risulterebbe da tutte le permutazioni, senza bisogno d' un radicale, il di cui esponente fosse uguale al numero medesimo.

Ciò precisamente accade nella conosciuta formola che somministra la soluzione dell' equazione generale di quarto grado, ove si è usato l'artifizio di dividerla in due equazioni di secondo, in ciascuna delle quali entravi sotto radicale quadrato una quantità a due dimensioni, che si rende cognita mediante la formola cardanica per le equazioni di terzo grado. La soluzione di ciascuna equazione di secondo grado fornisce due radici della data generale di quarto, ed i quattro valori compresi in una sola formola dipendono dall' aggregato di due radicali quadrati, i di cui segni si possono arbitrariamente combinare: sussistendo poi sotto questi radicali quella quantità che, dipendendo dalla soluzione dell' equazione generale di terzo grado, contiene un radicale sesto funzione de' coefficienti, ne viene di conseguenza che il radicale quadrato indipendente unito ad un radicale dodicesimo, ovvero due radicali indipendenti di secondo grado col radicale sesto bastano a rappresentare le ventiquattro apparenze risultanti dalle permutazioni di tutte o parte delle quattro radici fra di loro.

Ma questa stessa osservazione sebbene renda sospetto il primo mio argomento, pure, anzichè offendere, serve a pienamente comprovare l' esattezza della dimostrazione concernente l' impossibilità della soluzione generale delle equazioni superiori al quarto grado. Poichè se in quelle di quinto o maggiori del quinto potessimo anche riescire a comporre coi coefficienti delle funzioni tali che fossero potenze perfette del due o di un esponente comunque multiplo del due, e che le loro radici cangiassero di valore sotto l' operazione delle omologhe permutazioni fra le x', x'', x''', ecc., sempre però sussisterebbe che queste radici conserverebbero lo stesso valore sotto le permutazioni di tre fra loro, e sotto quelle di cinque delle x', x'', x''', ecc. fra loro; mentre le permutazioni corrispondenti ai radicali multipli del due non potrebbero essere che quelle di uno, due, tre, ecc. binarj delle diverse x fra di loro; ed altronde con dei radicali multipli del due solamente, comunque dipendenti o indipendenti fra di loro, non potrà mai comporsi una formola che sia atta a rappresentare il numero delle apparenze precisamente uguale alla somma di tutte le permutazioni.

Finalmente sarà sempre assurdo il sospettare che fra i molti valori che una formola de' coefficienti possa acquistare per mezzo di radicali, una per azzardo possa ritrovarsi, la quale si riduca al solo x' dopo fattevi le debite sostituzioni delle corrispondenti funzioni delle radici. Imperocchè se questo sospetto potesse verificarsi, si verificherebbe ancora che eseguendo fra tre radici ovvero fra cinque quelle permutazioni per le quali x'', x''', ecc. passassero nel posto di x', la stessa formola si ridurrebbe al solo x'', poi al solo x''', ecc.; valori che per la generalità si ammetterebbero tutti diversi l' uno dall' altro; al quale risultato contraddice il teorema dal signor Ruffini generalmente dimostrato; che se una qualunque $F(x', x'', x''', x^{IV}, x^{V}$, ecc.) conserva il proprio valore per una delle permutazioni fra cinque delle diverse x, e per due permutazioni fra tre, non è possibile che esista una funzione $f(x', x'', x''', x^{IV}, x^{V}$, ecc.) che, essendo razionale, possa essere una radice qualunque della data F, la quale cangi di valore sotto le permutazioni medesime.

Tanto mi sembra chiaro ed evidente un simile assunto, che se nell' equazione di secondo grado non si fosse potuto ritrovare quel radicale

quadrato funzione de' due coefficienti, in cui sostituite le funzioni delle radici si è ottenuta una funzione razionale delle radici medesime che cambia di valore, come abbiamo osservato, permutando x' in x'', sosterrei che non sarebbe stata possibile la soluzione generale algebraica di veruna equazione generale algebraica, a cominciare da quelle di secondo, terzo, quarto, ecc. gradi.

Conchiuderò il presente discorso col manifestare il mio più vivo desiderio che la Memoria ultimamente scritta sopra questo interessante argomento dal chiarissimo nostro collega signor Ruffini sia esaminata da' sommi matematici, all' adunanza de' quali ho l' onore di poter intervenire, sebben senta che ben da lungi soltanto e con fatica appena mi è concesso di seguirli, affinchè il loro giudizio giovi ad irrevocabilmente sanzionare per certa la proposizione già enunciata dal celebre signor Paoli, il quale molto tempo prima di questa nuova dimostrazione nell' opuscolo secondo del suo Supplimento agli Elementi d' Algebra parlando dell' uso delle funzioni delle radici per la risoluzione delle equazioni, così si espresse: « Ma questa speranza è del » tutto svanita dopo che l'insigne geometra Ruffini ha dimostrato essere » impossibile la generale risoluzione delle equazioni di grado superiore » al quarto . . . . . E qui giova osservare che la risoluzione generale » delle equazioni, i progressi della quale si devono agli analisti ita- » liani *Scipione Ferri*, *Tartaglia*, *Ferrari*, *Bombelli*, ha ricevuto il suo » compimento per opera di due italiani geometri *Lagrange* e *Ruffini*. »

Trovare a priori *la soluzione dell'equazione generale di secondo grado dietro il principio del signor professore Ruffini.*

Sia $x^2 + Ax + B = 0$; chiamiamo P' una funzione razionale de' coefficienti A, B, sarà $P' = F(x', x'')$, e sarà ancora $F(x', x'') = F(x'', x')$. Se sia $y = \sqrt{P'}$, sarà particolarmente $y' = +\sqrt{P'}$, $y'' = -\sqrt{P'}$. Ma y' ed y'' saranno funzioni di x', x'' tali che sia $y' = f(x', x'')$, $y'' = f(x'', x')$. Queste due quantità uguali fra di loro, ma di diverso segno le chiamerò $+Q'$ e $-Q'$, e le supporrò razionali; mentre, sostituitevi le corrispondenti funzioni di x', x'', deve $\sqrt{P'}$ risultare quantità razionale,

affinchè aggiunta ad altra funzion razionale de' coefficienti, che riesca opportuna, fornisca il solo valore x', e permutando x' in x'' quello solo x''. Se ciò può eseguirsi, dovrà essere possibile l'equazione $x' = P'' + Q'$, dove P'' è una funzione razionale de' coefficienti.

Essendo x' quantità lineare, dovranno P'', Q' essere parimente quantità lineari, con questa sola differenza che P'' non cambierà di valore permutando, per essere funzione razionale de' coefficienti, e Q' colla permutazione potrà, anzi dovrà variare, essendo Q' un radicale quadrato funzione dei medesimi.

Potremo pertanto fare $P'' = gA$, dove g è un coefficiente opportuno da determinarsi della somma delle radici presa con segno contrario, che non cangia permutando, e così faremo $Q' = hx' + ix''$, soddisfacendo alla condizione che la quantità Q' sia lineare, e che pei diversi valori di h, i da determinarsi opportunamente possa col mezzo della permutazione acquistar valore diverso.

Avremo dunque $P'' + Q' = x' = -g(x' + x'') + hx' + ix''$. Ma facendo la permutazione in Q', deve risultare $-Q'$. Dunque $hx'' + ix' = -hx' - ix''$, in cui perchè sia generalmente vera, indipendentemente dai valori di x', x'', risulta dover essere $h = -i$. Sarà pertanto $x' = -gx' - gx'' + hx' - hx''$, e questa ci fa conoscere che debb'essere $h - g = 1$, $h + g = 0$, cioè $h = -g$, e quindi $2h = 1$, e $-2g = 1$, e finalmente $h = \frac{1}{2}$, $g = -\frac{1}{2}$.

Abbiamo per conseguenza ottenuto $P'' = gA = -\frac{A}{2}$, e $Q' = \frac{x' - x''}{2}$. Ma $Q' = +\sqrt{P'}$; dunque $P' = \frac{x'^2 - 2x'x'' + x''^2}{4}$; nè più ci rimane a fare se non esprimere quest'ultima quantità per la funzione de' coefficienti che le corrisponda.

Ora $x'^2 + x''^2$ è la somma delle seconde potenze delle radici, e dai teoremi neutoniani noi sappiamo essere questa uguale ad $A^2 - 2B$; ed è ancora $-2x'x'' = -2B$; dunque $\frac{x'^2 - 2x'x'' + x''^2}{4} = \frac{A^2 - 4B}{4} = \frac{A^2}{4} - B = P'$, e quindi abbiam ricavato *a priori* $P'' + Q' = P'' + \sqrt{P'} = x' = -\frac{A}{2} + \sqrt{\left(\frac{A^2}{4} - B\right)}$ come ci eravamo proposto.

STORIA D' UNA MATRICE AMPUTATA

DI

GIOVANNI BATTISTA PALETTA.

La recisione della matrice non discostata dalla sua sede naturale fu sempre reputata letale o impossibile: letale per l' istantanea perdita di sangue dai vasi spermatici ed uterini; impossibile per la somma difficoltà di estrarla dalla banda della vagina. Osiander, professore a Gottinga, ha pubblicate le sue osservazioni sulla parziale recisione del collo della matrice affetta da scirro o da canchero. Ma, come il più delle volte addiviene, l'origine ed il successo di molte importanti operazioni debbonsi all' azzardo, e la pratica ragionata le ha poi adottate e stabilite. L' azzardo pure ha fatto sì che io cavassi intiero l' utero dalla parte della vagina, la di cui storia ora presento a questa classe dell' Istituto.

Una donna piemontese, che aveva figliato più volte ed era impiegata come cameriera, si ricoverò in questo spedale civile perchè già da nove mesi andava soggetta a scoli sierosi e sanguigni dipendenti da un sarcoma ulcerato che pendeva dalla cervice dell' utero entro la vagina. La pigiatura sopra l' ipogastrio addolorava la matrice, e i sensi dolorosi estendevansi ai lombi, alle cosce ed alle parti.

Quantunque pei summentovati fenomeni si dovesse temere che il sarcoma avesse preso il carattere di canchero, od almeno fosse disposto ad assumerlo, pure in mancanza di febbre e di macie, ed avendo sotto gli occhi un corpo non isprovveduto di vitalità, mi cadde in

pensiero di sradicare il sarcoma comprendendo la cervice dell' utero sulle basi indicate da Osiander.

Pertanto il dì 13 aprile 1812 mi accinsi ad operare, e munito di una tanaglietta fabbricata a foggia di due cucchiaj senza congiunzione insinuai la mano in vagina, ed a favore di essa mano introdussi prima un cucchiajo, indi l'altro, ma altrimenti adoperando che quando occorre d' impiegare i forcipi ostetricj. Così arrivai a comprendere il sarcoma verso la sua base ed a poterlo tirare in basso. Come però la base, ossia radice, era assai larga e meno cedente del suo corpo in varj punti ulcerato e disuguale, così abbandonò la presa, prima che io potessi avvicinarvi il ferro tagliente. Allora senza punto desistere dall' impresa introdussi di nuovo la mano, afferrai colle dita strettamente il sarcoma, e guidatolo in basso incominciai alla parte superiore ad incidere la vagina con una forbice curva e sufficientemente lunga, indi continuai a staccare la vagina in giro al sarcoma ora col coltello falcato, ora colla forbice suddetta. Mi serviva di guida per portare il tagliente una certa durezza che incontrava colle dita sempre tenute in situazione, la quale durezza fu da me creduta essere la base del sarcoma.

Quando il tumore fu d' ogni intorno isolato, e specialmente dalla parte posteriore verso l' intestino retto, ove teneva più fermamente, il cavai dalla vagina e lo presentai agli astanti, intanto che terminava di recidere un frammento di sarcoma rimasto aderente alla vagina. La recisione si è fatta speditamente, e la donna fu abbastanza coraggiosa o sofferente, perchè, senza essere avvertita della determinazion nostra, non le sopravvenisse convulsione, nè sincope. Una cosa a cui ho particolarmente prestata attenzione si è l' emorragia da me tenuta sì avanti che dopo l' operazione. Posso però assicurare che la donna non perdè maggior copia di sangue di quella che avrebbe perduto in qualsivoglia altra operazione ordinaria.

Dopo l' estrazione della massa morbosa fui sollecito ad esplorare l' interno della vagina. Il dito entrava in un vano piuttosto spazioso, in cui non potevasi distinguere cosa si presentasse, perchè tutto era molle e soffice. Questo vano fu immediatamente riempiuto da morbidi stuelli intrisi nelle così dette polveri assorbenti, e la donna fu collocata nel suo letto.

Terminata la prima medicazione, tanto io, quanto il signor Monteggia nostro collega, che pur volle assistere all' operazione, e gli allievi accorsi vi erano impazienti di esaminare il pezzo morboso. Ma quale fu la nostra sorpresa quando vidimo un corpo liscio, rotondetto, per ogni parte illeso, da cui vegetava il sarcoma. Conobbimo all' istante essere la matrice cavata per intiero, le cui trombe vedevansi recise rasente il fondo di essa, ed in basso non vi rimaneva vestigio di vagina.

Come il corpo della matrice parve alquanto più sodo e più ingrandito del naturale, lo aprimmo nella superficie anteriore, e ci diede a riconoscere essere la sostanza spongiosa accresciuta in densità ed in volume; in una parola essere viziato il parenchima dell' utero amputato.

Sei ore dopo l'operazione l'ammalata si vide discretamente tranquilla, senza perdita di sangue, e risentiva solamente qualche dogliuzza all' ipogastrio specialmente nei movimenti di tosse o di forte inspirazione.

Nel giorno seguente fu molestata la donna da scosse convulsive, da rapidi vomiti e facili, da dogliuzze al basso ventre. La fisionomia non mutata, gemizio di sangue scolorato, polsi deboli. Le orine estratte due volte colla sciringa erano torbide, jumentacce. Nella terza giornata continuano i vomiti rari; il ventre è abbassato, un po' dolente specialmente dal lato destro; i polsi molli cedenti, languore universale, per cui muore nel corso della notte.

I presidj apprestati nel primo giorno furono applicazioni fredde, limonea vegetabile e brodi. Nel secondo e terzo fomentazioni, ammollienti, clisteri, brodi e limonea.

Apertosi l' addomine della defunta, si affacciò tosto un esteso omento ricoprente gl' intestini, e per mezzo di due lembi aderente al peritoneo sui due lati della vescica orinaria. Tali adesioni non erano recenti sì per la loro fermezza, quanto per la mancanza di qualunque alterazione. Staccatasi la minore di dette appendici dell' omento, e rovesciatala, si presentarono gl' intestini non già turgidi, ma infiammati, più debolmente i giri inferiori, e maggiormente i superiori, cioè quelli che stanno al disopra del bellico; anzi le ultime anse dell' ileo presso la linea innominata erano quasi nello stato naturale.

In maggior grado l' accensione occupò il peritoneo dal lato destro fin sopra il diaframma, e conseguentemente tutto il fegato che fortemente illividito poggiava sopra il colon e digiuno, compresi pure da infiammamento. Sotto il fegato verso la spina dorsale trovossi effusione di siero torbido tendente al sanguigno non molto dissimile dalle orine estratte col catetere. Una minor porzione di detto siero rinvennesi pure sopra la concavità dell' ileo destro. Finalmente avendo rialzate le ultime anse dell' intestino ileo, videsi un vòto e l'apertura donde fu tratta la matrice che veniva ad essere poco sotto il livello della linea innominata. Sui margini iliaci della medesima posavano le tube falloppiane troncate e leggermente infiammate. Niuno spandimento di sangue vi fu nella grande e nella piccola pelvi; ed in tutto il giro delle parti comprese da infiammamento non si ravvisò il menomo indizio di trasudamento cotennoso. La vescica orinaria e l' intestin retto erano perfettamente sani.

La sezione dell' addomine ci fornisce chiaro argomento, essere preceduta una lenta infiammazione membranosa, la quale si è attivata col concorso dell' operazione; che a lei si debbe il trasudamento sieroso osservato nella parte destra dell' addomine ed il funesto esito dell' operazione. Che poi tali occulte e tardigrade infiammazioni o cancrene non siano affezioni immaginate dagli scrittori, ma che si presentino per mala ventura in molti soggetti senza manifestare chiaramente i sensi di loro esistenza, si potrebbe, se fosse d'uopo, comprovare colle testimonianze di accreditati clinici, e specialmente col suffragio del celebratissimo Morgagni.

Se i fasti della chirurgia non offrono esempj, per quanto io sappia, di uteri estirpati dalla loro sede naturale, non pochi se ne leggono di matrici procidenti state felicemente amputate. Berengario da Carpi nel suo libro intitolato: *Isagoge breves*, stampato in Bologna l'anno 1522, al capitolo *de Matrice non prægnante* ne produce tre. Ecco le sue parole: *Potest pati omne genus morbi; sæpe procidit, et tota potest extrahi a corpore durante valetudine. Unam matricem corruptam ego vidi extrahi integre in terra Carpi a genitore meo, quæ sanata est, et diu vixit.*

Ego etiam Bononiæ extraxi unam aliam integre, quæ erat cancrenata anno MDVII *de mense may, quæ supervixit sana.*

Unam aliam corruptam me præsente nepos meus ex fratre Damianus extraxit integre in cœtu Doctorum et multorum scholasticorum anno Domini MDXX, *die* V *octobris. Ista ultima nomine gentilis, erat uxor Christofori Brianti de Mediolano, habitatoris bononiensis in contrata dicta* lo Inferno, *quæ hora ista* 1522, *decima novembris est sana, et exercet negotia familiaria.*

Quantunque Berengario non sia entrato nella spiegazione del modo di operare praticato da sè e dagli altri, e molto meno, il che sarebbe stato di maggiore utilità, dei sintomi consecutivi al taglio, e del trattamento medico impiegato in quella circostanza; pure conoscendo qual esimio anatomico e valente chirurgo egli era, dobbiamo prestargli intiera credenza, non potendo noi dubitare del di lui candore e della singolare perizia in cose d' arte ch' egli pubblicamente professava.

La storia più recente di matrice propendente estirpata è quella tramandataci l'anno 1787 dal fu Wrisberg, professore a Gottinga. Una primipara d'anni ventiquattro diede felicemente alla luce una bambina vivente e bene conformata; dopo di che la mammana, troppo sollecita di avere la secondina, introdusse la mano e l' antibraccio nella matrice, e con replicati sforzi estrasse insieme alla placenta una massa carnosa, cui ella recise con coltello e seppellì insieme alla secondina. La puerpera cadde in profondo deliquio per lo strabocchevole profluvio di sangue che innondò tutta la camera, e per due giorni intieri priva di sensi, pallidissima, perfrigerata, semimorta stette abbandonata a sè stessa e senza verun soccorso.

Ella risorse da questo pericoloso stato colla quiete, con decotto di corteccia peruviana attivato dagli acidi minerali, e dopo dieci giorni di trattamento fu in grado di abbandonare il letto per qualche ora. Le sue forze in seguito si accrebbero sempre più, ma non giunsero a quella robustezza da porla in istato di fare sforzi o d' innalzare pesi, sembrandole sotto tali tentativi che qualche corpo molle discendesse entro il cavo della vagina. Ed in effetto l'apertura superiore della vagina, nata dalla recisione, non si coalizzò perfettamente che in capo a sei anni.

L'osservazione di Wrisberg è interessante per molti rapporti. Egli è manifesto che la puerpera si è sottratta all' istantanea morte per le forze naturali ancora vigorose in un corpo giovanile, che il pericolo di perdere

la vita diveniva assai maggiore per lo stato di puerperio e per la condizione dei vasi sanguigni ipogastrici più aggranditi e più carichi di sangue. Tuttavolta la donna non perì, e la sua salvezza, meditando sulla storia, si debbe piuttosto all'abbandono di sè medesima che all'efficacia dei pochi farmaci propinati dal professore.

Questa storia mi fa rammentare il caso di un'altra strana affezione d'utero gravido non ha guari pubblicata dall'esperto chirurgo novarese Fasola: *Osservazioni sulle principali malattie delle donne*, art. IV, Vigevano 1811. Una contadina fino dai primi anni della gioventù portava l'utero abbassato, e vie maggiormente alla comparsa delle menstrue purgagioni. Nella prima gravidanza l'utero disceso in vagina ha rilasciato il feto per aborto. Nella seconda essendosi ella moderata nei lavori domestici portò a termine il feto. Ma all'atto del parto facendo la donna molti sforzi per liberarsi prestamente, l'utero è precipitato in vagina, ed il parto si è effettuato in quella regione. Una terza gravidanza ha avuto un successo uguale. Nella quarta ha abortito nel terzo mese. Portò a termine la quinta gravidanza, ma le cose andarono molto diversamente, perchè alla comparsa dei primi dolori di parto la donna cooperò colle sue forze; le acque sortirono troppo presto, e l'utero non abbastanza aperto si è precipitato fuori della vagina in mezzo alle cosce. I dolori cessarono immediatamente; il travaglio fu stazionario per quindici ore. Fu chiamato il cerusico per cagione d'iscuria, e volendo egli passare all'estrazione del feto, la partoriente ed i consanguinei hanno ostinatamente ricusato. Frattanto l'utero s'infiammava, la donna persisteva a ricusare i soccorsi ostetricj, il parto non si eseguiva. Le fu data una bevanda oppiata, ed ecco l'utero si risveglia dalla sua inazione, e colle forze proprie opera l'espulsione del feto.

Qui fa d'uopo richiamare alla mente che l'utero pel giro di trenta ore stette esposto all'aria esteriore ed all'affritto sui pannilini; che leggermente infiammato divenne teso, duro e rigido; e perciò al sortire della testa del feto si è squarciato in tutta la sua lunghezza ed in linea orizzontale dal lato sinistro fino al suo fondo che si trovava abbracciato dai labbri del pudendo. Un impetuoso getto di sangue inondò il letto in un istante, ed in mezzo alla generale sorpresa e

sbigottimento non si deviò dal pensiero di staccare la placenta. La puerpera cadde in sincope; si lavò con acqua semplice la viscera squarciata; si addossarono alla meglio i margini, e si fece rimontare alla sua sede apponendovi un pessario di larga apertura. Riavutasi alquanto la donna, potè inghiottire un torlo d'uovo sciolto nel vino; si fecero bagni freddi alle cosce ed al pube. Alla mattina del secondo giorno fluivano i lochj; alla sera si spiegò febbre a freddo; le poppe erano floscide; il ventre meteorizzato e dolentissimo; le estremità fredde; i polsi piccoli e frequenti con delirio. Le fomentazioni calde, l'emulsione tebaica, i clisteri, qualche cucchiajata di vino misero calma agli accidenti. Nel sesto giorno del puerperio uscì materia purulenta, e da quel punto le cose progredirono di bene in meglio, cosicchè dopo il corso di due mesi è comparso il latte alle poppe, cioè quando da tutti gl'indizj si è compreso che la lacerazione dell'utero è stata consolidata.

Le straordinarie guarigioni testè riferite, ed operate più dalla natura che dall'arte, e fors'altre somiglianti, se si prendono in considerazione, ci possono condurre a nuove e diverse maniere di agire in circostanze tanto difficili; e frattanto sulla base di questi fatti si potrebbe forse azzardare la proposizione generale, che l'estrazione e la crepatura dell'utero non sono assolutamente letali. Tale proposizione può acquistare qualche valore, ponendo in discussione i fondamenti di letalità.

Si appoggiano questi specialmente all'emorragia istantanea o non coercibile dall'arte; alla lesione delle funzioni che hanno uno stretto legame colla vita; alla lesione dei nervi principali delle viscere; finalmente alla lesione grave o rimozione di una viscera essenziale alle funzioni animali o vitali.

E quanto alla perdita di sangue si è veduto in verità che la matrice tagliata o lacerata in istato di gravidanza tramanda una strabocchevole copia di esso sangue, dal qual profluvio alla sincope, e da questa alla morte non vi è che un breve passo; e pure le due donne accennate di sopra hanno potuto sopravvivere, come hanno sopravvissuto molte altre che in occasione d'aborti o di profluvj hanno successivamente perduto tanto di fluido da rimanere quasi dissanguate.

Ma la matrice amputata in istato di vacuità non perde che una mediocre quantità di quel fluido vitale. Ed in effetto le arterie uterine e le spermatiche sono di secondo ordine, e tali da poter sospendere il rivo sanguigno per mezzo delle forze proprie inerenti alle loro tuniche, cioè accorciando il canale o restringendone il lume.

La matrice poi è posta in una sede circondata per la maggior parte dal peritoneo in modo che resta isolata da tutte le altre viscere addominali, e per così dire fluitante, in guisa che non ha immediato rapporto con esse. Di più la matrice è una viscera che gode di una funzione limitata e temporaria. Dessa rimansi inoperosa dalla nascita fino all' anno quintodecimo d' età. A quell' epoca o poco prima entra in funzione bensì, ma non ha verun legame essenziale colle altre funzioni animali e vitali, se non in quanto per le sue fasi di grossezza e di vacuità turba qualche volta le anzidette funzioni. Verso l' anno quarantacinquesimo per lo più si mette in riposo, e non si può più considerare come viscera attiva, ma come corpo inerte, e perciò soggetto a molte strane impressioni morbose che di consenso logorano ed infermano il rimanente del corpo.

Finalmente il taglio dei gracili e scarsi nervi della matrice porta bensì un notabile abbattimento al corpo, ma gli sconcerti che ne derivano non sono di molto maggiori di quelli che succedono nelle amputazioni di altre parti organiche.

Se dunque la matrice vòta non è provveduta di vasi talmente ampj da produrre un profluvio di sangue non coercibile; se i suoi nervi non sono in tanta copia, nè squisitamente senzienti come in tempo della gestazione, e se essa non ha rapporto diretto colle facoltà accordate agli altri organi necessarj al mantenimento della vita, mi sembra di poter conchiudere a buon diritto che l' estrazione della medesima non sia sempre letale.

SAGGIO D'UN NUOVO COMENTO

DELLE

OPERE DI VIRGILIO

DI

MICHELE ARALDI.

Estratto.

Nei volumi degli Atti dell' Istituto Nazionale Italiano stampati in Bologna aveva già dato l'autore la prima parte di questo saggio; ed in essa aveva ragionato diffusamente dell'arte descrittiva dell'Epico latino. Qui poi prende a considerare l'armonia imitativa, e dopo un esordio in cui esamina la quistione, se questo pregio singolarissimo de' versi virgiliani sia effetto d'una certa poetica ispirazione o piuttosto frutto di lungo studio, ne viene recando i più bei passi ed aggiungendo intorno ad essi diverse opportune riflessioni.

E per cominciare da un luogo dove le bellezze di simil genere risplendono palesemente, rammemora quei celebri versi del primo delle Georgiche, in cui è descritto lo sforzo de' Titani intenti a sovrapporre l'uno all' altro i monti, onde combattere Giove da vicino e diroccarne la reggia:

Ter sunt conati imponere Pelio Ossam,
Scilicet, atque Ossæ frondosum involvere Olympum;
Ter pater exstructos disjecit fulmine montes.

« Notarono già tempo i periti che l'andamento de' due primi versi esprime egregiamente come i Giganti a grande stento accavallassero ripetutamente i monti l'uno su l'altro; quello dell'ultimo la speditezza con cui Giove rovinava co' fulmini il temerario lavoro a misura che sorgeva. Ma si è forse trascurato di avvertire che richiedendosi maggiore sforzo a sollevare l'Olimpo sull'Ossa, che non questo sopra Pelio, ad esprimere il raddoppiamento sembra che serva la qualche difficoltà più sensibile alquanto, con cui a fronte del primo procede il secondo verso, atteso probabilmente l'inciampo e l'urto e la collisione de' termini *frondosum* e *involvere*.

» Così nel seguente passo, tratto anch'esso dal primo delle Georgiche,

Continuo, ventis surgentibus, aut freta ponti
Incipiunt agitata tumescere, et aridus altis
Montibus audiri fragor, aut resonantia longe
Litora misceri, et nemorum increbrescere murmur.

e nel modo con cui i versi a proporzione che inoltrano divengono più numerosi e sonori, può ravvisarsi non una descrizione soltanto, ma un'imitazione del vento che sorge e cresce e rinforza e mugge da lungi fragoroso per entro i boschi. Chi sa che a rendere più sensibile il fenomeno, e a percuotere con più efficacia l'orecchio non abbia Virgilio a bello studio smorzata un tal poco l'armonia del primo verso? Qui mi è lecito di rafforzare la congettura, appoggiandola ad un'osservazione comunicatami da un mio illustre collega, che conosce egualmente le materie gravi e le amene. Questi nel tratto del primo delle Georgiche

Ecce supercilio clivosi tramitis undam
Elicit; illa cadens raucum per levia murmur
Saxa ciet, scatebrisque arentia temperat arva.

riconosce l'intenzione niente equivoca del poeta che riesce a metterne sott'occhio gli scherzi, e in certa guisa ne fa sentire il mormorio dell'acqua condotta dall'industre agricoltore sui campi sitibondi e bisognosi di riparo contro l'arsura.

» Benchè, lasciando stare le prove, sulle quali può parere a taluno che la varietà delle orecchie e de' gusti lasci qualche incertezza, io chieggo se abbiavi alcuno di senso sì ottuso, il quale non si accorga che ad esprimere i movimenti rustici e disadorni, di cui il buon villano accompagna il canto nella festa di Cerere, è soprammodo opportuno il verso

Det motus incompositos, et carmina dicat.

» Parimente nella Buccolica s'introduce Alfesibeo, che imita i salti de' Satiri

Saltantes Satyros imitabitur Alphesibœus;

e il verso manifestamente danza con esso. Nè qui mancherà per avventura chi opini e pretenda che il verso

Atque fugam dedit et præter vada fervida vexit

risvegliar debba nelle orecchie e negli animi dilicati qualche sentimento della rapidità che per l'urto impresso sulle navi di Enea dallo stesso Nettuno, affrettandole a trascorrer oltre, le sottrasse al pericolo di approdare sgraziatamente alle infami spiagge di Circe. Esempj o conformi o poco diversi di movimento quando celere, quando lento imitato dal ritmo abbondano per ogni dove nelle opere di Virgilio, ed è soverchio quasi di arrestarmi a citarli. In vece mi si conceda d'interporre una digressione suggerita dal passo pur ora recato. In esso un antico commentatore di Virgilio scorge l'ornamento e impiego del tropo detto grecamente *Tmesi*, per cui del termine *præter* debba concepirsi che formi un tutto col *vexit*, e ne sia staccato dal Poeta coll' inserirvi frammezzo i termini *vada fervida*. Tal pensa il commentatore, a cui già non intendo di oppormi, e colgo soltanto l'opportunità di esporre una mia congettura, in cui il mentovato tropo è rivolto ad interpretare un passo nobile e tuttavia controverso di Virgilio posto nel fine delle Georgiche. Il passo è il seguente:

Hæc Proteus, et se jactu dedit æquor in altum:
Quaque dedit, spumantem undam sub vertice torsit.

Ecco parimente la congettura. A raccoglierla in breve io sospetto che a' tempi di Virgilio il linguaggio latino possedesse il verbo *subtorquéo*; che il Poeta per un vezzo a lui famigliare staccasse ne' versi citati la particella *sub*, e inserisse fra essa e il *torsit* la parola *vertice*; che conseguentemente quest' ultimo termine, del quale ritiensi che significhi vortice, già non penda dal *sub*, ma che questo propriamente si colleghi col *torsit*, con cui formi un tutto; onde il *sub vertice torsit* equivaglia al *vertice subtorsit*. Si allarghi alcun poco la congettura nella lusinga di mostrarne vie meglio la ragionevolezza. A buon conto non ha dubbio che se quei benemeriti uomini che posero studio e fatica nel raccogliere i termini della lingua latina, i Caleppini, gli Stefani, i Forcellini, avessero potuto spogliare tante opere de' Classici latini irreparabilmente perdute, più ricchi assai di parole e di frasi e di modi sarebbero que' loro sì ampj vocabolarj e tesori. Similmente non debbe dubitarsi a mio avviso che il termine *vertice* non abbia ad interpretarsi per vortice, e non mica cucuzzolo; e se quest' ultima significazione piacque a qualche commentatore, questi ha il torto senz' altro, e nell' adottarla si mostrò dimentico della nobiltà e decenza sempre rispettata da Virgilio. Come in fatti concepire che il giudizioso Poeta nel descrivere Proteo che lanciasi in mare, abbia immaginato che il Dio indovino per un vero capitombolo urti il flutto col cucuzzolo?

» Si è poc' anzi avvertito essere a Virgilio famigliare il vezzo di spezzare le parole comunque composte, inserendo termini fra i componenti loro uniti per vincoli saldi sì veramente, ma non al segno che non sia lecito qualche fiata di troncarli. Virgilio prendesi non di rado questa sicurtà, come ne' passi: *septem subjecta trioni; inque salutatam linquo; namque super tibi erunt; præque diem veniens;* nè un termine solo innesta fra i componenti staccati, ma più d' uno, come nel verso

Tum pietate gravem et meritis si forte virum quem
Conspexere . . . . . .

» Presso Virgilio il ritmo sovente fa sentire all' orecchio, e per la strada di questo all' animo i movimenti qualunque degli oggetti descritti.

Veggasi, per esempio, come nel terzo delle Georgiche si dipinga il remigante che lotta colla corrente di un fiume, e per pochissimo che in lui venga meno il vigore, è strascinata a precipizio con esso la barca all' ingiù. Ad esprimere l'uno e l'altro effetto basta il solo verso

Atque illum in præceps prono rapit alveus amni,

che sul principio muovesi con qualche stento, indi nell' inoltrare direbbesi che precipita, mal reggendosi e rotolando per così dire su due volubili dattili. Donde taluno potrebbe inferire che il vanto di rappresentare col ritmo raccolti in un sol verso due opposti movimenti non appartiene al solo Dante, in cui seppe ravvisarlo e riconoscerlo la sagacità non comune dell' illustre Ippolito Pindemonte. Poi non potrebbero senza colpa in tutto tacersi i casi ne' quali il ritmo imitando i movimenti serve acconciamente a porne sott'occhio la situazione dell' animo, della quale sono essi spesso assai prove ed indizj. Illustre sopra forse ogni altro è l' esempio offertoci da Enea che colla sua guida entra nell' Eliso. A chi non è qualche fiata intervenuto nel recarsi volonterosamente a visitare la prima volta un nobile e delizioso giardino di rallentare il passo nell' ingresso, e soffermarsi anche a contemplare l' amenità del sito e le rarità in esso raccolte, girando attorno gli sguardi fra la meraviglia e il piacere? Ora io avviso che Virgilio mirasse appunto ad esprimere l' impressione sorta in Enea al primo mettere il piede nel beato soggiorno, e intendesse di ritrarla nella mediocre sonorità e nel numero posato e placido de' versi

Devenere locos lætos et amœna vireta
Fortunatorum nemorum sedesque beatas.

e a proposito dell' attitudine nel ritmo a suscitare un' immagine delle affezioni dell'animo non si vuol dimenticare l'esempio di Sinone, che attorniato dai nemici, prima di prorompere nella esclamazione che deluse e piegò a suo favore i circostanti Trojani, parte realmente, parte infingendosi

. . . . . *turbatus inermis*
Constitit atque oculis phrygia agmina circumspexit.

per simil modo io avviso che nel tratto

Tum pietate gravem et meritis si forte virum quem
Conspexere silent . . . . . .

e segnatamente nella lentezza artificiosa del verso si esprima il cambiamento, per cui in una subita sedizione popolare, mentre la plebe dà di piglio alle faci o ai sassi, alla comparsa di un grave e pio personaggio si fa silenzio, e tutti gli si fanno attorno, ed egli co' saggi detti ne placa gli animi inferociti. E parimente chi non vede, non dirò già uguagliato Omero, che ciò forse l'attitudine unica a tutto esprimere della greca favella non lo consente, ma sibbene ad imitazione di esso dipinto nel primo de' due versi

Usque adeo obnixi non cedere dum gravis aut hos
Aut hos versa fuga victor dare terga coegit.

l'urto e il contrasto reciproco con cui in una giornata campale due armate mirano quinci e quindi a spostarsi e a costringere il vinto a cercar nella fuga la sua salvezza? Lo stesso effetto con eguale evidenza riluce nel secondo de' due versi

Haud aliter trojanæ acies, aciesque latinæ
Concurrunt; hæret pede pes, densusque viro vir

Qui appostatamente nella durezza del ritmo ci si fa sentire l'incontro primo di due eserciti.

» Non solo palese, ma sorprendente è l'armonia imitativa nel passo che leggesi nel secondo dell'Eneide, dove si rappresenta Priamo, che stizzoso, furente e dimentico della vecchiaja tenta dopo una breve imprecazione di vendicare su l'uccisore la morte, che funestò gli occhi paterni, dell' ultimo figlio Polite

Sic fatus senior, telumque imbelle sine ictu
Conjecit . . . . . .

Chi non si accorge che il numero è qui privo d'ogni sostenutezza, e il verso terminando nell' *imbelle sine ictu* diviene consigliatamente

floscio e cascante, qual richiedevasi ad esprimere la debolezza del colpo? »

Da queste considerazioni particolari passa l'autore ad esaminare in genere la relazione che regna fra la poesia e la musica, nella quale disamina segue egli ed encomia i principj di Giovenale Sacchi, sagace ed acuto coltivatore e promotore delle teoriche musicali. E con esso pure si accorda nel sostenere che niuna essenzial differenza, riguardo alla divisione e misura del tempo, non passa fra le lingue moderne e le antiche classiche greca e latina.

« Confesso, segue il cavaliere Araldi, che molto fondamento ravviso nella dottrina di Sacchi, il quale niuna essenzial differenza non riconosce nella divisione e misura del tempo di dupla e di tripla, qual suole appellarsi, quinci nella versificazione, quindi nella musica, tranne che quest' ultima dagli spezzamenti di note, de' quali si compiace assai, è renduta sopra modo varia e moltiplice. Da questo consenso si vede subito, ed è d'uopo d'inferirne secondo lui, e probabilmente secondo i dettami della ragione, che riguardo alla natura ed origine del numero e dell' armonia la versificazione nelle lingue moderne e vive non si scosti per caratteri essenziali da quella dei Greci e de' Latini. All' opposto dell' opinion comune, è lecito a parer suo il dire che ne' versi delle lingue antiche classiche l' armonia deriva dall' acconcia distribuzione e collocazione degli accenti, e similmente che nelle lingue moderne conviene riconoscere le sillabe lunghe e brevi, e con esse quegli aggregati elementari delle medesime che gli antichi denominavano piedi; giacchè per l' una parte le sillabe provvedute di accento sono identiche alle lunghe; quelle che ne mancano, alle brevi; mentre per l' altra non ha piede ne' versi che non porti una sillaba, la quale nel confronto colla divisione del tempo musicale non corrisponda a quella parte più sensibile dello stesso la quale cade nel battere. Quinci segue che il verso in ogni lingua antica o moderna rappresenta acconciamente una battuta musicale, e ch'essi nel tenersi dietro e sospingersi esprimono la successione delle stesse battute. Parimente dal confronto sorge che i versi possono sì veramente conformarsi alle regole rigorose della prosodia, ed essere

perfetti, armoniosi, sonori; ma possono anche talvolta senza grave sconcio, e non di rado con notabil vantaggio scostarsene: ogni qual volta non avesse il verseggiatore coraggio di farlo, potrebbe l'uniforme dolcezza indurne sazietà. Imita esso l'abile esecutore di musica, che nelle battute rappresentate, come è detto, dai versi si permette sovente di deviare dall'assoluta giustezza. È ad esso presente il dovere ed il bisogno di ottenere dalle battute una moltitudine di effetti svariati; però mentre l'orecchio aspetta che la nota cada nel battere, ei rimansi in alto, e la tiene sospesa e passa oltre, che ben sa come l'immaginazione, ammonita dell'andamento del ritmo, supplisca al difetto, e se ne compiaccia; giacchè delle facoltà tutte dello spirito si avvera, che l'esercizio loro, ove non sia soverchio faticoso, riesce dilettevole. Qui è dove, a notarlo di passaggio, è Virgilio meraviglioso, nè niun poeta forse riguardo al meccanismo della versificazione può ad esso confrontarsi. Non senza motivo ci si è procacciato il credito di armonico in grado eminente. E perchè? Perchè in più guise, e specialmente imitando col ritmo gli oggetti descritti, egli sparge di armonia ognor nuova i suoi poemi, e lusinga spesso l'orecchio, ma più spesso parla allo spirito, i piaceri del quale sono più notabili e prestanti; nè niuno riguardo a ciò ne dà indizio di meglio conoscere il sublime dell'arte.

» Del resto, chi ne assicura che l'analogia fra il ritmo poetico e la divisione del tempo nella musica non sia sfuggita inosservata a quei grammatici laboriosi che ne hanno trasmesse le regole della prosodia greca e latina? Sono essi per solito contenti d'insegnarne che il verseggiatore si prende tratto tratto qualche licenza; che riguardo al valore di certe sillabe = *Variant in carmine vates;* = che presso i Latini, fra le altre, le parole greche quasi non ascoltano leggi = *Cræca per Ausoniæ fines sine lege vagantur.* = Ma come sanno essi che non fossero assai più numerose e famigliari ai poeti le così fatte licenze? O a meglio dire, chi gli ha informati che i poeti latini non pronunziassero breve, cioè non accentuata la sillaba nel comune uso dichiarata tale, e a bello studio non violassero alquanto i precetti della versificazione? Come nella musica la nota, che dovrebbe cadere nella parte

più sensibile del tempo ossia nel battere, rimansi nel levare, e risveglia nell' orecchio e nell' animo dell' uditore una dilettevol sorpresa? A spargere qualche lume sopra un' opinione proposta nell' aspetto di semplice congettura, fingasi che la lingua nostra ceda il campo ad un' altra, e cessando d'essere in uso presso un' intiera nazione, venga da qui, a cagion d' esempio, ad una ventina di secoli dichiarata morta, come, non decido se a torto o a ragione, si opina comunemente dell' idioma latino. I gramatici, che a que' tardi tempi presso i nostri posteri si occuperanno di rinvenire e fissare le regole della prosodia italiana, non peneranno forse ad accorgersi che il nostro verso eroico, detto dal numero delle sillabe endecasillabo, esaminato alquanto sottilmente appartiene al metro jambico, ed è composto di cinque piedi, ne' quali cominciando dalle brevi, con queste le lunghe alternano fino all' ultima superflua nel verso detto piano, che può in fatti rigettarla e rimanersi tronco senza perdita dell' armonia. L' osservazione gl' indurrà forse a immaginare che nel primo verso dell' Orlando = *Le donne, i cavalier, l'armi, gli amori* = l' ultima sillaba di armi fosse lunga, cioè accentuata; o che almeno i poeti, scostandosi dal sermon comune, la rendessero tale; la qual cosa ninno che sappia come quel verso venga pronunziato al presente, non dirà mai; donde muove il timore che in abbagli conformi qualche fiata inciampino i precettisti intesi a stabilire le regole della prosodia nelle lingue greca e latina.

» Della rima parecchi pensano assai bassamente, e mi duole d'incontrare presso noi fra i detrattori della stessa alcuni uomini illustri che la vorrebbon proscritta pel motivo o pretesto che i natali ne sono ignobili e cadono ne' tempi dell' ignoranza; quasi che que' tempi non s' illustrino di alcune nobilissime invenzioni, e in essi non ci si offrano i semi condotti a notabile sviluppamento della presente civiltà; quasi che, a restringere le molte in poco, in essi non sia pur nata la stessa poesia. Questi nemici della rima si mostran dimentichi che di un ornamento da essi detto barbaro trovansi fregiate a gran dovizia le opere immortali di un Dante, di un Petrarca, di un Ariosto, di un Tasso. Poi, giacchè non mi credo disdetto di riferire una congettura da me altrove arrischiata, l' accettazione della rima nelle poesie

moderne può interpretarsi di una guisa assai onorevole. Io congetturo che a raccomandarla, oltre alla leggiadria della stessa, sieno concorse le proprietà quinci dell' udito, quindi delle lingue moderne confrontate colle antiche classiche greca e latina. Mancano le prime ne' nomi di quella varietà di casi che fra gli altri vantaggi concilia alle seconde tanta pieghevolezza ed attitudine alle inversioni, e al difetto suppliscono gli articoli e i segnacasi. Abbondano conseguentemente in esse i termini di desinenza conforme; di che l' orecchio si accorge agevolmente, ed avido, qual è, di piaceri non può in esso non sorgere col sentimento il desiderio e il bisogno che le frequenti percosse sieno ridotte a legge e procedano a norma di certi periodici e regolari ritorni. Adottando la congettura, si vede subito che il vezzo della rima dovrebbesi non al caso o al capriccio, o ad un gusto depravato e guasto, ma sibbene alle inspirazioni e al voler sovrano della natura. A puntellare il sospetto può servire il riflettere che per esso viene assegnata alla rima un' origine niente diversa da quella che introdusse da prima fra gli uomini la versificazione, di cui i saggi non dubitano che non sia nata ne' remotissimi tempi insieme colla musica, e che, come in questa, si ravvisino in essa i suggerimenti della natura.

SUL DIRITTO DI GRAZIA

DI

TOMMASO NANI.

Estratto.

Grande controversia fu sempre tra i pubblicisti intorno al diritto di grazia. *Rousseau* reputò pericolosa la quistione in sè stessa, ed *Antonio Matteo* limitò quel diritto al caso solo dei delitti che tali sono in forza delle istituzioni civili o politiche, quelli escludendo la di cui punizione è domandata dalla ragione universale, dal consenso de' popoli, o dalla legge divina. I *Coccej*, padre e figlio, esclusero egualmente dalla grazia alcuni delitti, la pena di cui era sancita dalle leggi naturali, come per esempio l'omicidio; fondandosi sul principio che la facoltà di graziare in simili casi verrebbe ad essere in alcun modo superiore alle stesse leggi divine.

Altri scrittori non ammisero l'esistenza di queste sanzioni penali divine, delle quali i sommi imperanti fossero soltanto gli esecutori. *Montesquieu*, fedele al suo principio dell' onore dirigente tutte le azioni del governo monarchico, considerando che l' onore può alle volte esigere quello che la legge vieta, conchiuse che la legge dee condannare, ed il principe può perdonare. Quindi egli escluse il diritto di grazia nel governo democratico, dove tutto diretto essendo dal principio della virtù, non potrebbe mai supporsi una forza di opinione

pubblica, che in alcuni casi venisse a conflitto colla forza della legge: così pure non potrebbe secondo quello scrittore aver luogo ne' governi dispotici, ove tutto procede collo spavento e col terrore; riconoscendosi la prerogativa della clemenza e della grazia, attributo sublime della sovranità, nei soli governi moderati. *Beccaria* sembra aver seguito le tracce di *Montesquieu;* ma ha avvertito che la clemenza, riguardata talvolta come il supplimento di tutti i doveri di un sovrano, dovrebb' essere esclusa in una legislazione perfetta, in cui dolci fossero le pene, pronto e regolare il metodo de' giudizj. Il perdono e la grazia non sono dunque necessarj, se non in proporzione della assurdità delle leggi e dell' atrocità delle pene; e se in questa ipotesi la clemenza è la più bella prerogativa della sovranità, cessa di esserlo qualora si consideri che la clemenza debb' essere la virtù del legislatore, non dell' esecutore delle leggi; che essa debbe risplendere nel codice e non ne' giudizj, e che quando il legislatore sia stato umano ed indulgente, le leggi e gli esecutori loro debbono essere inesorabili; giacchè si fomenta la lusinga dell' impunità, qualora colla speranza del perdono si lascia vedere agli uomini che la pena non sia la necessaria conseguenza del delitto, e che le pene non perdonate sieno piuttosto una conseguenza della forza, che non della giustizia.

In mezzo ad opinioni così disparate si riduce la quistione a tre punti. 1.° Trovasi egli un ostacolo all' esercizio del diritto di grazia per alcuni delitti nelle leggi della natura, nel consenso delle nazioni o nel codice delle leggi divine? 2.° Da quale sorgente scaturisce propriamente il diritto di grazia nel governo monarchico? e come può esso conciliarsi colle attribuzioni del potere legislativo, e colla superiorità e prevalenza della legge? 3.° L' esercizio del diritto di grazia potrebbe mai essere in opposizione cogli oggetti interessantissimi della giustizia punitiva, e quindi funesto alla sicurezza ed alla tranquillità de' cittadini?

Le istituzioni sociali tanto più perfette appariscono, quanto meno si scostano dalle pure leggi della natura. Qualunque sia la forma di un governo, gli uomini che si sono uniti in società, non altrimenti che l' uomo isolato, non possono volere se non quello che contribuisce al

loro ben essere, il che viene determinato dalle relazioni immutabili esistenti fra essi e gli oggetti che li circondano. Le leggi necessarie o utili alla società esistevano fino dal principio del mondo, ed all' uomo non rimase altra cura che quella di conservarle. Non potè tuttavia precedere il fatto della civile aggregazione al diritto di pubblicare quelle leggi, di modificarle secondo le circostanze, e di munirle della sanzione penale. Il supporre la spada della giustizia nelle mani di ciascun uomo vivente sulla terra, ed anche selvaggio, è un pensiero più seducente che non vero di *Filangeri*, che camminò sulle tracce di *Locke* e di *Barbeiracio*. Il diritto di punire, parte essenziale del potere legislativo, conciliare non potevasi con una primitiva eguaglianza, che tra gli uomini escludeva qualunque ragione di superiorità, come qualunque idea di comando, di pena, di condanna e di assoluzione. Il potere legislativo, che inchiude il diritto di punire, è l'elemento principale della sovranità, non creata tra gli uomini se non col mezzo delle sociali istituzioni. Questo è stato riconosciuto perfino da *Lucrezio* e da *Orazio*, che accennarono l' origine delle leggi e della giustizia punitiva, che non potè precedere la formazione della civile società.

Il consenso delle nazioni è una norma, secondo *Cicerone*, per conoscere e spiegare le leggi della natura. Ma se queste non portano una sanzione penale, che il sovrano sia tenuto ad eseguire; se le diverse relazioni, secondo le quali si esercitano i diritti della sovranità, non permettono di regolar sempre la pena sopra relazioni immutabili e costanti tra le azioni e le leggi naturali che le riprovano; neppure il consenso delle nazioni può per tal modo imporre al capo e moderatore della civile società, che meditando egli sugli oggetti che suggeriscono l' esercizio del diritto punitivo, non possa in alcun caso sospendere la pena, raddolcirla o accordarne la liberazione.

Ma se la rivelazione avesse chiaramente indicato la pena irremissibile di alcuni delitti, si avrebbe in alcun modo una legge universale, che anche ai sovrani medesimi delle nazioni imporrebbe l' obbligo di punire i rei di quei delitti senza lusinga di perdono. Questo si riferisce alle leggi mosaiche, nelle quali *Mosè* al pari di altri antichi legislatori riunito aveva la politica alla religione, metodo singolarmente

opportuno nell' infanzia delle nazioni. Le leggi politiche non meno che religiose inchiuso egli aveva in un solo codice, come derivanti da una sola autorità, cioè dalla divina. Ma quel popolo nulla doveva avere di comune colle altre nazioni; fu detto il popolo eletto da Dio, e quelle leggi non ebbero giammai a senso del legislatore medesimo quel carattere di universalità che da alcuni scrittori si volle loro attribuire, a fine di obbligare altri sovrani a rispettarle ne' loro codici, ed accomunarle a tutti i popoli ed a tutte le generazioni. *Seldeno*, appoggiato all' autorità di *Maimonide*, ha osservato che presso i principali maestri delle leggi mosaiche generale era l' opinione che l' uccisore di uno straniero, ed anche di un proselito per ragione di domicilio non era colpito dalla pena capitale, quasi che la legge mosaica, che puniva colla morte l' uccisione del suo prossimo, si restrignesse alla sola morte data ad un Israelita. La legge del talione non fu tanto una sanzione penale o una misura del delitto, quanto un freno imposto alla vendetta della parte offesa. Fu essa una disposizione adottata dalla saviezza del legislatore, a fine di reprimere la violenza privata, alla quale aveva dato luogo dapprima la barbarie di un popolo non ancora accostumato alla dipendenza, ignorante e superstizioso: si volle per tal modo trarre un partito dalla passione stessa della vendetta, dominante in quel popolo, per porre un freno alle ingiurie ed alle offese. Conoscendo *Mosè* che quella passione portava ad infliggere all' offensore un male maggiore di quello ch' egli aveva arrecato, volle colla impunità del talione distruggere la volontà perniciosa di offendere, e porre un limite, odioso per sè stesso, alla veemenza della vendetta. Colui che meditava un' offesa, ben sapeva così che la parte che sostenuta aveva l' ingiuria poteva rendergli la pariglia; e l' offeso era egualmente avvertito che non poteva lasciar libero lo sfogo alla vendetta, e che contenere dovevasi entro i limiti dell' offesa ricevuta, redimibile ancora con una pecuniaria soddisfazione. In tal modo si disponevano gli animi a rimettere alla suprema podestà la cura di punire le offese private, e la forza pubblica si avvalorava col sentimento della pubblica sicurezza, derivato dal concorso di tutti alla guarentigia dei diritti di ciascuno.

Trattandosi la quistione coi soli principj a noi tramandati dalle religiose tradizioni, ancora non si troverebbe universale la legge riguardo alla pena di morte prescritta contra l' omicidio ed altri gravi delitti nel codice mosaico; ed in fatti quel preteso carattere di universalità non potrebbe conciliarsi coll' abborrimento manifestato dai primitivi cristiani pei giudizj di sangue, non cogli uffizj continuamente interposti dai primi Padri della Chiesa per ottenere il perdono ai colpevoli di gravissimi delitti; la remissione delle pene supponendo l' esistenza di una sanzione derivata da quella stessa podestà dalla quale può ripetersi il diritto di grazia. Ora quella sanzione non si sarebbe mai potuta supporre, qualora si fosse creduta universale, e dalla divinità dettata a tutte le nazioni, a tutti i sovrani; la sanzione penale, della quale, ben lungi dal potere ad essa derogare, tutti i governi essere non potrebbono che rigidi esecutori.

S' insegnò in alcun tempo che i monarchi non solo avessero da Dio la loro potestà, ma ancora che ne fossero le immagini viventi sulla terra, o almeno i luogotenenti, e che in questa qualità punissero alcuni delitti come vendicatori della divinità oltraggiata. Quindi la storia luttuosa de' supplizj inventati dalla barbarie più raffinata, coi quali punire si vollero azioni che considerate unicamente dal lato delle relazioni tra Dio e l'uomo, in tanto si credevano di una gravità infinita, in quanto infinito era l' essere che si credeva offeso. Quanti mali, dice *Montesquieu*, sono nati da questa idea, che la divinità debba essere vendicata! Ma essa vuol essere onorata, anzichè vendicata; giacchè se le pene dovessero con questa idea misurarsi, esse non avrebbero alcun termine; mentre le leggi umane in vece di regolarsi sulla natura infinita di quell' essere, debbono piuttosto aver in vista l' ignoranza e la debolezza della natura umana.

Dalla dottrina accennata, che il sovrano sia nella punizione di alcuni delitti l' esecutore della divina volontà, altra conseguenza può derivarsi, ed è che tanto all' essere supremo conviene la giustizia che sa punire, quanto la bontà che è pronta a perdonare; e non raro in fatti è l'esempio del perdono nel governo teocratico. Ne verrebbe quindi che incerto e precario si renderebbe l' esercizio della podestà civile,

perchè innalzandosi il sommo imperante al di sopra della natura umana, sdegnerebbe forse di ragionare sulle pure relazioni tra uomo e uomo, temperate e modificate dalle relazioni politiche, e potrebbe in tal modo perdonare allorchè d'uopo è di punire, ed a vicenda punire allorchè opportuno sarebbe il perdono.

Non nasce adunque alcun ostacolo alla massima costitutiva del diritto di grazia nè dalle leggi della natura, nè dal consenso delle nazioni, nè dalle leggi mosaiche; anzi potrebbe dirsi che l'atto di perdonare è naturale all' uomo, e preesistente alle leggi scritte, giacchè non si annovera tra le invenzioni o le istituzioni della società già adulta; giacchè il diritto di grazia trovasi costantemente esercitato presso le nazioni giunte al più alto grado della civilizzazione, e giacchè universali non possono reputarsi le leggi mosaiche. Sarà dunque questo diritto conciliabile colle attribuzioni del potere legislativo e colla superiorità delle leggi?

Si è già detto che *Montesquieu* accorda l'esercizio di quel diritto nella monarchia, perchè l'onore esige talvolta ciò che vieta la legge; e lo toglie al governo dispotico ed al democratico, perchè il primo si fonda solo sul terrore, il secondo sulla virtù. Si accorda quest' ultima massima del citato scrittore, qualora si parli di una democrazia pura; ma la storia ci fa vedere i despoti che con una mano immolano vittime innocenti ai loro capricci, a dispetto ancora delle leggi; e dall' altra strappano dall' ara di *Temide* i colpevoli de' più enormi misfatti, contra i quali gridavano forse la giustizia vilipesa e l'umanità oltraggiata. Sotto *Tiberio*, *Claudio*, *Nerone* e *Domiziano* dominava ora una crudele politica, ora una barbarie feroce; e mentre una truppa di delatori, coperta dal manto della impunità, attentava alla vita, all' onore, alle sostanze dei più onesti cittadini, il delitto di maestà, al dire di *Plinio*, era divenuto l'unico e singolare di coloro che di alcun delitto non erano macchiati, ed oppressa gemeva l'innocenza sotto il trionfo della calunnia. Ove i comandi tengano il luogo delle leggi, divengono quelli i risultamenti delle passioni del despota, che solo si compiace dell' estensione della sua forza, e con un potere illimitato sostiene solo il suo interesse personale, che lottando col comune genera confusione ed anarchia.

Nel governo monarchico all' incontro il potere supremo della legge è regolarmente stabilito, nè il carattere sublime al medesimo inerente viene in alcuna parte turbato o alterato dalle diverse forme in cui vengono esercitati i dritti della sovranità. Diceva *Platone*, il giudizio della ragione essere quello che, facendo vedere il peggio, suggerisce il meglio, e che il nome assume di legge allorchè diviene comune decreto della società; e soggiungeva, re appellarsi quello che regnava secondo le leggi, e tiranno quello che alle leggi non assoggettavasi, e alcuna cosa credevasi di più delle leggi medesime. Ben vede il saggio monarca che all' interesse pubblico dee dirigersi l' esercizio della sovrana autorità, nè il pubblico interesse può in alcun conto distinguersi da quello dei privati individui; vede che non può egli avere una volontà opposta a quella della legge; che le leggi sono una emanazione de' più puri dommi della natura e della ragione modificate dalle politiche relazioni, cioè dalle regole primordiali dirette alla conservazione ed al miglioramento dello stato sociale. Sommesso quindi all' impero delle leggi, sente il dovere di mantenerle e di osservarle, siccome il fondamento della pubblica tranquillità e l' appoggio migliore del trono.

Ma potendosi la grazia riguardare come una specie di abrogazione della legge, potrebbe pure considerarsi come un atto esprimente l'esercizio medesimo del potere legislativo, competendo a chi la legge ha fatto il potere di abrogarla. La supposizione sarebbe però manifestamente erronea, perchè accordata anche al potere legislativo la facoltà di fare e di abrogare le leggi, l' abrogazione non potrà essere giammai di un carattere distinto dalla formazione della legge medesima, poichè concorrere debbono la stessa volontà e gli stessi oggetti. Ora l' oggetto della legge è generale, come è generale la volontà che la costituisce, e quindi emerge il vero carattere della legge, non applicabile a ciò che dal sovrano si determina sopra oggetti particolari. La speciale determinazione non è legge, ma decreto, ed è atto della magistratura, anzichè della sovranità.

Ma se il sovrano, abrogando la legge ne' casi singolari, non può esprimere la volontà generale della società, diretta solo a generali

oggetti, si domanda se potrà esercitare quegli atti non come legislatore, ma come primario magistrato investito del potere esecutivo. Due cause concorrono a produrre qualunque azione libera, l'una morale, che è la volontà, l'altra fisica, cioè il potere, che l'eseguisce; e queste si trovano anche nel corpo politico, l'una sotto il nome di potere legislativo, l'altra sotto quella di esecutivo, e nulla può farsi senza il loro simultaneo concorso. Come appunto nell'uomo la potenza fisica non è messa in azione se non giusta la direzione della volontà, così nel corpo politico la forza pubblica non si esercita se non con l'impulso della volontà generale espressa nella legge. Ma la parziale abrogazione non può esprimere la volontà generale, diretta sempre a generali oggetti, e quindi neppure il capo supremo dello Stato, investito del potere esecutivo, potrebbe ne' casi singolari sospendere l'effetto della legge senza oltrepassare la linea che l'ordine sociale ha imposto per confine all'esercizio della forza pubblica.

Se il diritto di grazia non è una prerogativa della sovranità esercente il potere legislativo, potrebb' essere un attributo della medesima nel regolare esercizio del potere esecutivo. Allorchè si dice dover essere generale l'oggetto della legge, s'intende che riguardar dee i soggetti come corpi, e le azioni come astratte, non mai l'uomo come individuo, nè l'azione come particolare. Nasce quindi l'unica e vera sorgente del diritto di grazia conciliato colle attribuzioni del potere legislativo e colla superiorità della legge. L'individuo non può ottenere dal legislatore la remissione della pena alla quale fu condannato, perchè le leggi esprimenti la volontà generale della società non sono riferibili a soggetti particolari. Ma le leggi fondamentali dello Stato, assegnando la ripartizione ed i limiti delle diverse parti del potere, e determinando le prerogative delle diverse classi che compongono il corpo sociale, in relazione ai diritti e doveri che ne procedono, comprendere potrebbono il diritto di grazia fra gli attributi della sovranità riguardata come magistratura suprema nell'esercizio del potere esecutivo. Quel diritto sarebbe in questo caso sancito come astratto, non determinato a singolari persone; il sommo imperante lo eserciterebbe nella sua saviezza ne' casi opportuni, e la legge che lo avesse

stabilito conserverebbe l'invariabile suo carattere di generalità, riguardando i soggetti in corpi, e le azioni come astratte; e l'esercizio di quel diritto procederebbe egualmente dalla legge medesima senza punto detrarre al suo impero ed alla sua superiorità.

Si disse già che non si ammetteva la massima di *Montesquieu*, se non nella pura democrazia. Secondo i di lui principj, non si dovrebbe mai parlare di grazia, ove la virtù fosse il principio regolatore delle azioni de' cittadini; diversamente cammina la cosa nella monarchia, ove l'esecutore della legge si reputa superiore alle leggi medesime, mentre nel governo popolare tutti i magistrati soggiacciono al potere della legge, cessando il quale cadrebbe la repubblica. Cessa, secondo lo stesso autore, la distinzione di delitti in pubblici e privati, tra quelli cioè che offendono l'intera società, e quelli che offendono i privati; perchè nella repubblica questi vestono il carattere di pubblici, riguardandosi come offese alla costituzione dello Stato, il che non si avvera esattamente nella monarchia. Ma non si possono intieramente ammettere que' principj, perchè non può escludersi da una monarchia temperata e legittima la necessità della virtù, da quello scrittore attribuita solo alla democrazia. Il governo monarchico in ciò appunto si distingue dal dispotico, perchè riconosce il potere superiore della legge, e rispetta i confini segnati dalla natura ai diritti altrui; nè potrebbe ammettersi il principio, che sebbene differente sia nei due governi la maniera di obbedire, lo stesso sia il potere, perchè un regnante che nelle leggi trova il più fermo appoggio e l'ornamento migliore della sua autorità, non può giammai abusarne. Quindi nella monarchia temperata dalle costituzioni si stabiliscono anche le relazioni, sotto le quali debbono riguardarsi i delitti.

Diverso è assai il procedimento criminale da quello degli affari civili. In questo due cittadini trattano la loro causa, ed il giudice pronunzia; ma nella materia criminale il cittadino non ha a difendersi contra un altro, ma bensì contra il corpo sociale che forma parte, contra la società intera che, offesa per l'infrazione della pubblica sicurezza, sollecita il giudizio e la condanna del colpevole. Nelle cause civili la parte pubblica è d'ordinario muta, e non si fa sentire se

non per la tutela di alcuni cittadini incapaci ad agire da loro stessi, o per l'interesse di una pubblica amministrazione; ma nelle criminali il ministero della parte pubblica è sempre forzato, e ciascun passo del procedimento è un atto del magistrato. Quindi in alcuni Stati è sancita la massima, che lasciata ai particolari danneggiati la sola azione diretta al risarcimento del danno cagionato dal delitto, spetti ai funzionarj pubblici l'azione diretta all'applicazione della pena riguardata come oggetto solo di ordine pubblico, indipendente dall'interesse dei privati. Se dunque la virtù dee ricercarsi nell'impero predominante della legge, nella giusta ripartizione delle diverse parti del potere, nelle prerogative di ciascuna autorità diretta alla regolare esecuzione della legge medesima, nell'amore de' cittadini per la gloria e la felicità della nazione, e nell'interessamento di tutti ad assicurare i diritti di ciascuno, non potrà questo principio direttore delle azioni politiche rilegarsi alla pura democrazia, ed escludersi dalla monarchia stabilita sui principj liberali di una costituzione, per sostituirvi l'onore che, separato dalla virtù, diviene, secondo *Montesquieu* medesimo, un onore falso, un pregiudizio di persona e di condizione. *Gerdil* ha dimostrato la necessità della virtù in qualunque forma di governo regolare e legittimo, come fermo appoggio dell'autorità, vincolo sacro dell'autorità medesima de' re e dell'obbedienza de' popoli, che costituisce l'amore della patria, e riunisce in un sol punto tutti i desiderj. Nasce quindi il più felice accordo della libertà e della autorità; l'autorità tempera l'uso della libertà, e questa temperata diviene il più degno stromento dell'autorità medesima, nelle mani massime di un sovrano animatore delle virtù sociali, e padre benefico de' suoi popoli.

Se dunque la virtù è un principio regolatore delle azioni politiche non solo nella democrazia, ma anche nel governo monarchico, ne viene altra conseguenza, ed è che non può essere questa la causa per cui si escluda dal governo popolare il diritto di grazia, giacchè in questa supposizione si escluderebbe egualmente anche dalla monarchia legittima e regolare. Converrebbe dunque trovare altra ragione, per cui nella democrazia il giudizio della magistratura sulla sorte dei

colpevoli non potesse mai essere sospeso dalla lusinga del perdono. Questa potrebbe stabilirsi in un principio di attività dominante nello stato popolare, e non comune ad altri governi; nel potere supremo equabilmente ripartito tra tutti gli ordini de' cittadini; nell' amore del potere medesimo, che determina all' amore dell' eguaglianza, non facilmente conciliabile col sistema de' privilegi e delle grazie.

Il diritto di grazia non esercitavasi in Roma come attribuzione della autorità politica, e se alcuna volta si accordava il perdono, questo anzichè da un rescritto di grazia, procedeva in qualche modo da un giudizio di assoluzione. Quindi fu introdotta l' appellazione de' cittadini romani al popolo ne' giudizj capitali, e presso i grandi comizj decidevasi della sorte del condannato. Si è però osservato che il popolo difficilmente si contiene nei limiti in cui è ristretto l' esercizio delle sue funzioni; e talvolta l' oratore con eloquenza artificiosa e seduttrice invocava dal popolo la grazia, anche allorchè la causa non aveva alcun sostegno nella giustizia. *Orazio,* uccisore della sorella, non appellò al popolo come ad un datore di grazia, ma come al supremo giudice della causa; ed il di lui padre nell' aringa precedere fece quegli argomenti che intrinseci erano alla quistione, e fondandosi sulla patria potestà istituita da *Romolo,* proclamò altamente che a buon diritto era stata uccisa la figlia, senza di che egli stesso punito avrebbe colla paterna autorità l' uccisore. Riflettendo quindi che il figliuolo era giudicato reo di lesa maestà in forza di una legge, che commessa ne aveva la cognizione ai Decemviri, passò a commovere il popolo colle lagrime e col rammemorare le glorie del vincitore. Il popolo pronunziò l' assoluzione del reo, e la pronunziò come giudice, ma con una considerazione più conveniente ad un atto di perdono che al carattere di un giudizio: *Admiratione magis virtutis quam jure causæ.* Era tuttavia consacrata nella legislazione romana la massima che non si dessero privilegi, esclusi, secondo *Tullio,* dalle leggi sacre e da quelle delle XII tavole, come contrarj all' eguaglianza de' cittadini; e come tali erano stati esclusi anche da *Solone* nelle leggi di Atene. Se la storia ne offre alcun esempio, questo può attribuirsi all' indole del popolo, che nell' esercitare le attribuzioni di giudice supremo non

sapeva rispettare i confini, come nell' esercitare le prerogative di legislatore sorpassava talvolta le tracce segnate dal vero carattere della legge, associando alle idee di legislatore e di giudice quella di una sovranità dall' arbitrio elevata quasi al dispotismo.

Ma ove nella monarchia risplenda sul trono la maestà della nazione, e nella persona augusta del principe si concentrino le prerogative eminenti della sovranità, il popolo vede in esso un padre affettuoso, personalmente impegnato negli atti di munificenza e di compassione; lo ammira come sorgente di bontà e di grazia, per cui caro si rende a' suoi sudditi, e consolida ne' loro cuori l' affetto e la fedeltà, che formano del sovrano medesimo la sicurezza: *Unum est inexpugnabile munimentum amor civium.* Riserbandosi il monarca la direzione suprema del potere politico, il bene della società esige che varj oggetti si abbandonino alla di lui sapienza, tanto più che la legge non può prevedere tutti i casi, nè sul momento provvedere a ciò che necessario o utile riesce nelle particolari circostanze. Egli è perciò che il sommo imperante, investito del potere di far eseguire le leggi, dee aver quello ancora di agire con alcuna discrezione ne' casi singolari, non preveduti dalle leggi, o in circostanze imperiose, nelle quali se ne manifesta l'inapplicabilità, o se ne consiglia la sospensione. E procedendo questa prerogativa della sovranità dalla costituzione dello Stato, non si rende la volontà particolare del principe superiore alla volontà generale espressa nella legge; nè è necessario, come *Locke* suppone, che cedano talvolta le leggi al potere esecutivo.

Esercitandosi il diritto di grazia secondo i premessi principj, tutto procede coll' ordine di separazione stabilito tra il potere giudiziario ed il politico. Il magistrato suddito alla legge giudica l' accusato, lo assolve se innocente, lo condanna se colpevole. Il potere politico è in qualche modo straniero a questo giudizio, ed il condannato dal principe, come da un padre amoroso, invoca la remissione o la mitigazione della pena. Il magistrato non ha seguito che l' esame imparziale del fatto, e non ha cercato che l' applicazione della legge che lo percuote; i motivi che suggeriscono la grazia, non valutabili in un giudizio regolare, sono abbandonati alla clemenza del sovrano:

Clementia, dice Seneca, *liberum arbitrium habet; non sub formula, sed ex æquo et bono judicat; nihil ex his facit tamquam justo minus fecerit, sed tamquam id quod constituit justissimum sit.* E *Tullio*, perorando per *Q. Ligario*, dice a *Cesare* che trattò molte cause con esso quando la sua dignità lo tratteneva nel foro, ma non mai in quel modo, cioè chiedendo perdono per un uomo che preso aveva uno sbaglio. Questo è il linguaggio che si tiene avanti al padre ed al sovrano, non già avanti ai giudici.

Non basta però il considerare il diritto di grazia come una prerogativa della sovranità stabilita nelle costituzioni dei regni, e subordinata al potere superiore della legge. Se la virtù è il principio regolatore della condotta del sovrano e delle azioni dei sudditi; se questa è inseparabile dalla cura di conservare e difendere la sicurezza e la tranquillità de' cittadini; se tanto debb' essere sollecita l' azione della giustizia punitiva, che il malvagio disperi di sfuggire al rigore delle leggi, come confidar possa l' onesto cittadino di godere della loro protezione; la clemenza del principe cesserebbe di essere un ornamento del trono, qualora fosse in opposizione coi doveri che assicurano la gloria del sovrano e la felicità dei sudditi; e qui ha luogo l' esame della proposta quistione, se l' esercizio del diritto di grazia potrebbe trovarsi in opposizione cogli oggetti primarj che invocano l' azione della giustizia punitiva.

Non basta che il sommo imperante possa sospendere o diminuire gli effetti penali della condanna, senza urtare, come già si disse, colle leggi universali della natura, col consenso delle nazioni, colle leggi rivelate, colle attribuzioni del potere legislativo, e coll' impero prevalente della legge; è necessario altresì che alla giustizia del diritto di grazia astrattamente considerata si congiunga nell' esercizio quella pubblica utilità che, elemento della giustizia sociale, riduce le prerogative eminenti del trono ad un subordinamento essenziale, al dovere di conservazione, dal quale tutti i diritti emergono del sovrano e della nazione.

Montesquieu dopo di avere stabilito secondo i suoi principj il diritto di grazia nelle monarchie, si fa a domandare, quando punire convenga,

e quando perdonare; e senza molto esaminare gli argomenti coi quali trattar si potrebbe la quistione, conchiude col riguardare la grazia piuttosto come soggetto di sentimento che di prescrizione. Sarebbe in tal modo la remissione della pena sottoposta ai variabili affetti del cuore, e quindi il diritto di grazia esteso oltra i confini, entro i quali dalla giustizia è contenuto l' esercizio de' politici diritti.

Giova piuttosto analizzare le cause primarie e più importanti che determinar possono il sovrano ad una liberale indulgenza colla remissione o coll' alleviamento della pena. Queste possono distinguersi in *intrinseche* ed *estrinseche*. Le prime possono trovarsi nella legge penale, alla cui violazione si riferisce il fatto che formò il soggetto dell' accusa, e nel giudizio istituito per riconoscere il fatto medesimo e l' applicazione della pena; le seconde emergono dalle circostanze personali del condannato, e da quelle che la legge non potè prevedere o valutare, perchè estranee ai principj della criminale legislazione.

L' età delle passioni precede tanto nella specie, quanto nell' individuo quella della ragione. La collera e la vendetta dettarono le prime leggi penali fondate sovente sui capricci e sulle antipatie; ma allorchè questi parti della rozzezza e della barbarie eccitarono lo sdegno del pubblico illuminato, si trovò nel diritto di grazia una salvaguardia contra il rigore sanguinario di quelle leggi, e questo riguardossi come un vantaggio comparativo, nè si osservò allora che questo rimedio era peggiore forse del disordine che si voleva correggere. La legislazione britannica sui delitti e sulle pene non è che un informe ammasso di statuti pubblicati in diversi tempi e in diverse circostanze, che la venerata ruggine di molti secoli impedì di riformare. Ma siccome per la costituzione la giustizia debb' essere in quel regno amministrata con indulgenza, così si è attribuita al sovrano per legge la prerogativa di perdonare, donde è nata la moltitudine delle suppliche per ottenere il perdono, e dei rescritti di grazia. Atrocissime erano le pene comminate nelle antiche ordinanze della Francia per alcuni delitti contra lo Stato, la persona del principe e la divinità, e tolta era ai colpevoli la lusinga del perdono. Si professava una cieca venerazione a quelle sanzioni, come insinuate dallo spirito stesso della

divina giustizia, sebbene l'umanità rifuggisse a quegli orrori; si accolse quindi la dottrina che distinguendo nel monarca due prerogative, l'una del potere ordinario, l'altra di un potere indeterminato, estendeva il diritto di grazia anche alle pene supposte nella legislazione irremissibili, donde venne che sospendere non si poteva la registrazione delle lettere di abolizione munite del gran sigillo, le quali esprimevano appunto l'esercizio di una podestà straordinaria.

Ma allorchè il sovrano si determina a rimettere o ad alleviare la pena, solo perchè nella medesima si ravvisa un eccesso, viene col fatto a censurare manifestamente la legge, ed a riconoscerla eccedente quei limiti entro i quali contenere la dovevano i principj combinati di giustizia e di umanità, mancante quindi dei caratteri più essenziali che presentar deve un retto sistema di legislazione penale. E in questo caso la legge avrebbe dovuto riformarsi dal legislatore con quella universalità che alla medesima conveniva; nè questa potrebb' esser opera del potere esecutivo, essendo nell' ordine politico subordinata la clemenza alla giustizia, che è un complesso eminente di tutte le virtù sociali; nè potendo l'una mai essere in contrasto coll'altra. Nel caso proposto la clemenza si arrogherebbe l'attribuzione della giustizia distributiva, e staccando da qualche condanna l'effetto della pena, rinforzerebbe la legge stessa, che non mai meglio si conferma, quanto col mezzo delle eccezioni singolari che maggiormente ne stabiliscono l'impero in tutti i casi non eccettuati. Più ancora, o colla grazia si rimette la pena, o se ne sostituisce una minore. Nel primo caso col pretesto dell'eccesso della sanzione penale verrebbe sottratto il reo anche a quel grado di pena che sarebbe conveniente al suo delitto; nel secondo si verrebbe a concentrare nel diritto di grazia una magistratura di legislazione per le riforme parziali della legge, che non possono mai alla clemenza appartenere.

Dee altresì riflettersi che il condannato, implorando la grazia, dee necessariamente confessarsi colpevole in faccia alla legge; e siccome la clemenza non deve accorrere in soccorso di quello che può difendersi sotto l'egida della giustizia, e non comincia ad esercitare le sue attribuzioni se non dopo che quelle della giustizia sono esaurite, la clemenza

stessa si riguarda come l'ultima tavola a cui può affidarsi uno sventurato battuto dalla tempesta per evitare il naufragio. Ma l'indulgenza del sovrano pronunzia con effetto diverso da quello della giustizia; questa coll' assolvere distrugge l'idea della colpa, e rende chiara l'innocenza dell' accusato; quella si limita a rimettere la pena, lasciando indelebile la macchia del delitto: *indulgentia*, rescrisse un imperatore al senato di Roma, *quos liberat, notat.* Quindi la legge peccante per eccesso della pena non perde nel caso di grazia la sua attività, nè il graziato vien liberato dalla nota impressa dalla legge violata. Non può dunque una legge peccante nell' eccesso servire di pretesto al monarca per esercitare il diritto di grazia. Potrebbe forse da alcuno trovarsi causa plausibile dell' esercizio di quel diritto nei confini entro i quali dee rilegarsi l' autorità dei magistrati giudiziarj, ed a questo appunto si appiglia *Blakstone* ne' suoi Commentarj sulla legislazione britannica. L' esclusione del perdono, secondo quello scrittore, introdurrebbe un potere pericoloso nei giudici, quello cioè di riferire l' interpretazione della legge al senso, e non alla lettera; e perciò in Inghilterra, ove i giurati riconoscere debbono l' azione solo nell' esteriore sua convenienza colla lettera della legge, si ricorre al regnante anche nel caso di mancato concorso della volontà, o d' incolpabile difesa della vita posta ad estremo cimento da ingiusto aggressore. Lo stesso era stato stabilito nell' antico regime della Francia coll' ordinanza del 1670; i giudici ricercavano l' autore di un fatto materiale, e non il colpevole del delitto, essendo quest' ultima inquisizione inseparabile dall' esame del fatto nella sua relazione alla moralità, fondata sul principio dominante in ogni legislazione, che la sola volontà può costituire il carattere dell' azione criminosa.

L' opinione di *Blakstone* che star debbasi alla lettera, e non allo spirito, è conforme a quella di varj scrittori politici ed anche del nostro *Beccaria*; ma qui nasce pure altra quistione. Nelle umane istituzioni vano sarebbe il cercare la perfezione, e nell' impossibilità di prevenire tutti gl' inconvenienti basta solo cercare di allontanare i maggiori. Allorchè si tratta di punire alcuna particolare azione, due scogli incontra il legislatore: l' uno la singolarità del caso, l' altro

l' universalità dei termini coi quali la legge debb' essere concepita. Dal primo potrebbe nascere qualche atto che, sebbene contrario alla ragione della legge, non fosse dalla lettera della medesima colpito; e di questo molti esempj s' incontrano nelle leggi romane, ne' quali per la singolarità de' casi si dovette mettere riparo con senatusconsulti, con decreti imperiali e coll' interpretazione de' forensi, che il consenso del popolo elevò talvolta alla dignità della legge; e per questo appunto crebbe straordinariamente di mole quella legislazione. In forza del secondo di quegl' inconvenienti nascer debbono atti che, compresi nei termini generali, ripugnar debbono al vero senso della legge. Nella prima supposizione si darebbe troppa latitudine all' interpretazione del testo ed all' applicazione del caso espresso al non espresso, ed i giudici facilmente cader potrebbono nell' arbitrio dell' opinione sotto il pretesto di seguire la ragione della legge; giacchè dal modo particolare di vedere di ciascuno dipenderebbe la sussistenza di un delitto a fronte della legge che chiaramente non lo descrive. Ognuno potrebbe farsi in certo qual modo una bilancia, e potrebbe determinare i confini della pubblica vendetta più da sovrano o da legislatore, che da giudice. Sembra dunque che stare si dovrebbe, giusta l'avviso degli accennati scrittori, alla lettera della legge, e ritenersi la massima consacrata dagli oracoli della giustizia e dai principj della civile libertà, che un' azione non debba punirsi quando la legge non l' ha espressa, ed a quella non ha apposta la pena.

Ma la legge può essere espressa con quella universalità di termini, per cui la lettera oltrepassi i confini stabiliti dalla ragione e dal senso della legge medesima; ed in questo caso non può accordarsi che la legge venga spiegata secondo il rigore della lettera. L'equità, oggetto primario del legislatore, compagna inseparabile della legge, non può mai essere disgiunta dalla legge medesima. Il legislatore non avrebbe mai scritto una linea che contraria fosse all' equità. Le leggi positive non sono modellate che sul codice della natura, che prescrive i doveri e i diritti degli uomini, a fine di guidarli a quella felicità a cui tende la natura medesima; e per questo la legge fu detta da *Cicerone: ratio summa insita in natura.* Ma se le dette leggi positive

debbono uniformarsi allo spirito delle leggi universali della natura, forz'è di escludere nelle medesime l'interpretazione rigorosa della lettera, potendo da questa nascere il disordine che punita sia un' azione per ciò solo ch' è compresa nei termini universali, senza che imputabile appaja secondo le regole imprescrivibili dell' eterna giustizia.

Si conchiude adunque che l' inconveniente minore che nascer possa dalla singolarità o dall' universalità de' termini della legge è quello di trovare talvolta un fatto conforme alla lettera, e non al vero senso, all' equità intrinseca della legge penale. L'effetto sinistro della singolarità non potrebbe togliersi che col dare un eccessivo arbitrio e quasi un' autorità legislativa ai giudici, che coll' interpretazione del senso distruggerebbe la lettera; e l' inconveniente dell' universalità è una conseguenza necessaria del modo in cui la legge dee scriversi, onde evitare l' inconveniente maggiore che la ragione della medesima sia più estesa della lettera. Il sistema della legislazione riguarda le azioni ordinarie degli uomini, omettendo ciò che più raro accade; giacchè si andrebbe all' infinito, moltiplicando le leggi per tutti i casi possibili. L' equità dunque intrinseca alla legge regola il magistrato ne' suoi giudizj sulla moralità delle azioni, combinando la lettera collo spirito della legge, e questo, al dire di *Seneca*, non alla clemenza, ma alla giustizia appartiene.

Nè potrebbe per avventura opporsi che i rescritti di grazia invocati nei casi di omicidio involontario o di difesa incolpabile sono più di giustizia che di grazia; perchè in questa ipotesi il principe prenderebbe parte al giudizio per ciò che riguarda il carattere del delitto o la moralità dell' azione, e si confonderebbero i poteri e le idee, nè si distinguerebbe l'assoluzione dalla grazia. Il sovrano, dice *Blakstone*, non può intervenire che negli atti di legislazione, di munificenza e di compassione. Come legislatore stabilisce le sanzioni penali con proporzione tra la pena ed il delitto; corregge ancora la legge nell' eccesso della pena colle norme suggerite dalla giustizia universale e dalla pubblica utilità. Come reggitore supremo del potere politico affida ai tribunali il giudizio de' colpevoli, ed a sè stesso riserva un giudizio di equità per addolcire, se fia d'uopo, la sorte de' condannati

colla remissione o colla mitigazione della pena. In Francia non poteva invocarsi alcun rescritto di grazia, se il petente non si confessava colpevole; qualunque fosse adunque il motivo della remissione, l' atto era sempre di grazia; e siccome è detto che *clementia liberum arbitrium habet,* così dall' arbitrio del principe dipendeva il concederla o il negarla in qualunque caso, ed anche nell' omicidio involontario; cosicchè, come osserva *Pastoret,* un petente poteva soffrire l' effetto della condanna senz' essere divenuto colpevole.

Rimane provato per tal modo che le cause intrinseche non rendono esercibile il diritto di grazia, altrimenti si confonderebbe la clemenza colla giustizia; si dovrà dunque limitare l' esercizio di quel diritto al concorso delle cause estrinseche, o sia di quelle circostanze che oltrepassano la previdenza del legislatore e i confini dell' autorità del magistrato criminale. Ma anche dall' analisi di queste cause nascono considerazioni, per le quali l' esercizio di quel diritto non sempre può essere conveniente alle relazioni sociali ed alla pubblica utilità, sia perchè un riguardo alla persona offesa domandi l' irremissibilità della pena, o perchè la grazia presupponga un delitto non esistente, o perchè le istituzioni politiche richieggano altro provvedimento, o perchè più conveniente sia una previa dichiarazione di legge, che un atto di clemenza susseguente.

Sulle relazioni dell' uomo co' suoi simili sono fondate le leggi civili modellate sulle leggi eterne della natura; sulle relazioni della società coi membri che la compongono sono fondate le leggi politiche, sconosciute nello stato della barbarie e della selvaggia indipendenza. Le prime, alla violazione delle quali si riferisce l' offesa d' un individuo, sono fatte per moderare il sentimento della vendetta destato dall' offesa, giacchè, come dice *Sallustio,* ad alcuno non sembrano piccole le ingiurie ricevute. Solo lentamente sono pervenuti i legislatori a condurre gli uomini stimolati dal piacere della vendetta ad un sistema penale che fosse in relazione colla sicurezza e tranquillità pubblica. Si veggono tracce progressive di quest' ordine di cose nella legge del talione adottata da varj antichi popoli, negli asili istituiti per porre un riparo alla vendetta de' parenti, nei bruti tratti al

supplizio, nelle statue atterrate qualora fisicamente cagionavano la morte di alcuno. A fine d' impedire la collera privata, la società dovette assumersi la cura della privata vendetta, fatta simile in alcun modo alla divinità, mossa quindi a punire non dall' ira, ma dalla sola ragione, ed imparziale pei riguardi dovuti alla sicurezza pubblica ed alla pubblica tranquillità. Per quanto una religione santissima insinui il perdono delle offese, pochi sono insensibili al piacere della vendetta, ed intanto la vendetta privata non si esercita, il che si farebbe forse oltre i limiti dell' offesa medesima con gravissimo disordine sociale, in quanto cede il luogo alla pubblica, colla quale il legislatore ha stabilita inevitabile la pena del delitto.

In Inghilterra il re non accorda grazia ne' casi in cui la giustizia è principalmenie interessata per la persecuzione degli offensori. Il querelante può desistere dal procedimento; ma il re in que' casi non può perdonare. In altri Stati il diritto di grazia pei delitti espiati una volta colla vendetta privata non si accordava se non sotto la condizione che l'offeso o i di lui parenti rimessa avessero l'ingiuria. Così il soddisfacimento dell' offeso riguardavasi almeno come un oggetto secondario della ragione di punire, onde il disordine non s' introducesse della privata vendetta. Tre sono, giusta un antico filosofo, le ragioni della pena: l' emendazione del colpevole, l' esempio del popolo, la vendetta dell' offeso.

Ma ne' delitti che si dicono *politici*, perchè sono violazioni delle leggi politiche, niun ostacolo potrebbe frapporsi ad una liberale indulgenza. Tutto in questi casi dipende dal supremo reggitore del potere politico, il quale può valutare le circostanze che suggeriscono o l' esecuzione rigorosa della legge, o la remissione della pena. Molto più esteso sarebbe l' arbitrio di esercitare il diritto di grazia, qualora questo esercizio fosse richiesto dalle circostanze del corpo sociale, dalla salute del popolo, dalla tranquillità dello Stato. *Dent operàm consules*, diceva un antico dittatore, *ne quid respublica detrimenti capiat.* È avvenuto alcuna volta che nelle cospirazioni, tendenti per esempio ad eccitare la guerra civile, essendo questi delitti meditati da pochi, e sostenuti da molti, non avevano tutti i delinquenti la stessa reità;

e l'umanità avrebbe dovuto gemere, se tutti fossero stati puniti con egual rigore. Il legislatore ha potuto fino ad un certo punto misurare i gradi di colpabilità; ma il rimettere o l'alleviare la pena in simili casi è tutto della clemenza, la quale può essere anche guidata da considerazioni politiche. In queste occasioni il dettato della sapienza legislativa degli antichi era: *ut pœna ad paucos, metus ad omnes perveniret.*

(Qui l'autore si estende sui casi delle cospirazioni, delle macchinazioni segrete, dei delitti imputabili alle università, dei tentativi diretti al rovesciamento de' governi, ecc., dei quali non è forse d'uopo parlare in un' antica e ben regolata monarchia.)

Molto si è parlato dell' esercizio del diritto di grazia verso coloro che un titolo acquistarono alla nazionale riconoscenza. *Macchiavello* teneva fermo il principio, che in un governo ben ordinato i meriti non cancellino i demeriti, e che premiare si debbano le buone opere, e punire le triste; giacchè la rinomanza delle azioni gloriose diverrebbe in qualche modo una patente d' impunità o d' inviolabilità incompatibile colla suggezione di tutti al potere supremo delle leggi. Sembra tuttavia che in alcun caso possa invocarsi la sospensione momentanea della legge, qualora concorrano nel colpevole grandi meriti personali e grandi speranze, che alla patria offrono i suoi talenti e le sue virtù; qualora massime i giudici stessi ed il popolo, testimonj dei servigi da esso prestati, invochino la grazia, e qualora nel commesso delitto si manifesti piuttosto l'impeto di una passione, che la depravazione del cuore. In questi casi l'impunità in vece di aprire l'adito a criminosi intraprendimenti, servirebbe d' incoraggiamento alla virtù; e qui ricorrono gli esempj di *Orazio*, uccisore della sorella, assoluto dal popolo, e di *Manlio*, che dopo aver salvato il Campidoglio dai Galli, avendo fatto nascere sedizioni in Roma, fu precipitato dalla rocca Tarpea. *Macchiavello* trova un contrasto tra que' due giudizj; ma giova il riflettere che il delitto di *Orazio* era di molto attenuato dall' impeto di una passione infiammata dalla gloria del trionfo, e dall' amore della patria; che recente era il di lui merito, e quasi contemporaneo alla colpa, e che quindi il popolo non sapeva in certo qual modo trovarlo colpevole; mentre *Manlio* all' incontro era già stato premiato

pel suo valore, e niuna causa poteva più giustificare l'attentato meditato con matura riflessione contra la sovranità e l'indipendenza del popolo.

È stata pure agitata lungamente la quistione sull'impunità promessa al complice palesatore d'intraprendimenti criminosi, tanto sulla massima, quanto sul modo di usarne. *Beccaria*, *Filangeri* ed altri trovano in questo mezzo inconvenienti maggiori dei vantaggi che se ne possono sperare, perchè la nazione, dicono essi, autorizza il tradimento, detestabile anche fra gli scellerati; il tribunale mostra la propria incertezza, e la legge una debolezza, implorando l'ajuto di chi la offende; oltre di che la speranza dell'impunità rende più ardito il malvagio ad intraprendere il delitto che ha bisogno del concorso di molti, anzichè distoglierlo dal medesimo, perchè egli può concepire il pravo disegno d'immolare i complici alla sua salvezza, prima ancora di sedurli all'impresa. Con altri principj però si mostra che non vi ha tradimento dove non vi può essere infedeltà e perfidia. Non si può attaccare a questo caso l'idea di un dovere che si è violato dopo la più sacra promessa di mantenerlo. Ma un atroce misfatto contra la patria, concertato da un'associazione di malvagi, non può essere il soggetto di un segreto inviolabile, la di cui manifestazione imprima nel delatore la macchia del tradimento, dell'infedeltà, della perfidia. *Platone* stesso aveva detto che un cittadino che goder volesse reputazione, manifestar doveva ai giudici le insidie ordite contra la salute della patria; e questo principio fu consacrato nelle legislazioni di tutti i tempi. Il contrario avviso porterebbe a stabilire che un cittadino partecipe di una cospirazione contra la patria o il sovrano, contratto avesse un impegno sacro co' suoi compagni, che violare non potesse senza infamia; come se un giuramento, esecrabile per sè stesso, legittimar potesse l'inviolabilità del segreto, e far tacere il prevalente diritto della patria di provvedere alla propria sicurezza e tranquillità. Si aggiugne che le cospirazioni, fatali ed irreparabili forse nelle loro conseguenze, difficilmente si possono reprimere nel loro nascere, se non si allettano i complici colla promessa dell'impunità. Le storie romane offrono molti esempj della

repubblica salvata per questo mezzo. Nè può dubitarsi che l'impunità preveduta incoraggiar possa al delitto, perchè il malvagio che intende di provvedere con questo modo alla propria salvezza, non può a meno di non sospettare lo stesso pensamento negli altri complici, e di temere per conseguenza di essere prevenuto. Si accorda però che questo espediente dovrebbe riserbarsi a que' delitti che possono mettere a cimento la politica esistenza ed i più gravi interessi della nazione; ma non potrebbe convenire di rimetterne l' uso all' arbitrio de' tribunali, nè di affidarlo alla clemenza del principe; non al primo, perchè il diritto di concedere l' impunità ai complici è fuori della linea de' confini dell' autorità giudiziaria; non alla seconda, perchè non legata a prescrizioni e regole determinate, non potrebbe dare a quel mezzo tutta l' energia e l' attività, senza di cui non si potrebbe nutrire lusinga di allontanare il pericolo delle associazioni sediziose. Dovrebbe dunque essere l' opera di una legge generale, di quella stessa legge che prescrivendo sanzioni severissime contra le gravi cospirazioni, promettesse l' impunità al complice che palesasse la trama prima di qualunque esecuzione o tentativo. Così si verrebbe a stabilire un ostacolo agl' intraprendimenti criminosi non solo col terrore della pena, ma anche col timore che fra i cospiratori medesimi alcuno si ritrovi che per salvare sè stesso sacrifichi gli altri. L' uso di questo mezzo, senza rendere audaci gli scellerati, intimorisce il popolo col palesare gli effetti a cui tendevano le scoperte macchinazioni, e più ancora contribuisce a mostrare che chi manca di fede alla legge ed al pubblico, può più probabilmente in que' casi medesimi mancare alla fede privata.

Il sovrano che nell' alta sua sapienza vede i legami delle virtù sociali, che la felicità promuovono e conservano de' popoli, riconosce che il primo posto dee darsi alla giustizia; che la clemenza non può venire in soccorso allo sventurato che la invoca, se non allorchè tutti sono esauriti i provvedimenti delle leggi, delle istituzioni politiche e delle giudiziarie magistrature. Col mantenimento imperturbabile di quest' ordine viene allontanato qualunque pericolo che la clemenza, prerogativa consolante del trono, possa fomentare la lusinga della

impunità, e ispirare un funesto incoraggiamento al delitto. Le pene devon essere stabilite con quella moderazione che mantiene una proporzione tra il male minacciato e quello che si travede nella consumazione del delitto. L' idea spaventevole dell' inevitabilità dee accompagnarle; nè questi caratteri sono alterati dal diritto di grazia, esercitato da un monarca, grande nella beneficenza ed incomparabile nella giustizia, per cui sacro ed inviolabile è l' avvertimento di *Seneca* sul retto e moderato esercizio di questo diritto: *Itaque adhibenda est moderatio, quæ sanabilia ingenia distinguere a deploratis sciet; nec promiscuam habere ac vulgarem clementiam oportet..... nam tam omnibus ignoscere crudelitas est, quam nulli.*

SUI PRODOTTI DI FATTORI

CHE SONO FUNZIONI SIMILI

D'UNA STESSA QUANTITÀ CHE VARIA PER UNA DIFFERENZA COSTANTE

DI

GIOVANNI RACAGNI.

1. Da prima gli algebristi, sull'esempio di Cartesio e di Keplero, per comodo e brevità di scrivere convennero di far uso degli *esponenti* per esprimere le *potenze* delle quantità, ossia i prodotti di una quantità per sè stessa un certo numero di volte, che da Vieta e da altri erano indicate con le iniziali loro o semplici o replicate, o unendone diverse insieme secondo la loro composizione; laonde posto n un numero intiero e positivo, e p una quantità, scrissero p^n, mettendo la n alquanto superiormente alla destra di p per esprimere la potenza n^{esima} di p, che è il prodotto di p moltiplicata per sè stessa volte numero $n-1$, o il prodotto della unità moltiplicata per p volte numero n. E questa introduzione degli esponenti fu sicuramente una semplice convenzione, perchè primamente potevasi intralasciarla seguitando ad indicare le potenze col metodo di Vieta, sebbene meno comodo e breve; appresso potevasi con eguale vantaggio usare degli esponenti, ma in tutt'altra significazione, per esempio come fece Brunacci nel suo calcolo di derivazione, per esprimere il numero delle operazioni da farsi per

ottenere una potenza; poichè in questo caso l'algoritmo avrebbe avuto la stessa facilità, ma la potenza sarebbe stata espressa da p^{n-1} in vece di p^n, perchè ad avere una data potenza d'uopo è fare un numero $n-1$ di operazioni moltiplicandola per sè medesima.

2. Ma quando introdussero gli *esponenti intieri* e *negativi* per indicare i *quoti*, che riguardarono come *potenze negative*, e convennero di scrivere p^{-n} per indicare la potenza n^{esima} negativa di p, che è il quoto che nasce dividendo p per sè stessa volte $n-1$, o l'unità per p volte n, forse oltre al comodo e brevità dello scrivere condotti furono da una certa analogia con le maniere che già si usavano per la sottrazione, poichè col solo segno $-$ apposto all'esponente s'indicava il risultamento della divisione, che è l'operazione contraria alla moltiplicazione, come già col segno stesso s'indicava la sottrazione, che è contraria alla somma. Prescindendo però da questa ragione, io nè presso alcun autore ho trovato, nè penso che trovare si possa una dimostrazione analitica diretta, per cui ancora avendo espressi i prodotti della moltiplicazione cogli esponenti positivi, si dovessero quelli della divisione esprimere coi negativi; imperocchè la contrarietà delle operazioni, dalle quali provengono, in vece della contrarietà del segno dell'esponente si può indicare con tutt'altra maniera di convenzione, per esempio con la contrarietà del luogo dell'esponente stesso, senza che le operazioni dell'algebra perdano niente della loro facilità, semplicità e chiarezza. Oltre a ciò l'analogia stessa di sopra indicata non vale in tutta l'estensione, perchè gli esponenti negativi non indicano come i positivi un numero d'operazioni che si possa sempre eseguire, o un risultamento che si possa sempre ottenere se non in numeri rotti; quindi a coloro che dopo di avere stabilito l'uso degli esponenti positivi domandano cosa significheranno i negativi, si può rispondere che per sè non significano cosa alcuna, ma atti sono a significarne una qualunque secondo la convenzione che piacerà agli algebristi di stabilire tra loro.

3. Lo stesso è da dire degli *esponenti rotti* tanto *positivi* che *negativi*, che gli algebristi introdussero per esprimere le *radici* che riguardarono come *potenze rotte*, sulla ragione che queste servono ad interpolare

la serie geometrica delle potenze intiere, come i numeri rotti la serie aritmetica degl' intieri. Ma in questo caso il difetto dell' analogia era assai maggiore che nell' altro degli esponenti negativi; poichè lasciando stare la difficoltà di comprendere come si possa eseguire un mezzo, un terzo, un quarto, ecc. di operazioni, se ciò fosse dinotato dagli esponenti rotti un mezzo, un terzo, un quarto, ecc., egli è certo che gli esponenti di questa sorte spessissimo indicano operazioni che non si possono eseguire, e quantità che si dicono *irrazionali*, perchè o non si possono ottenere intiere, nè rotte, ovvero *irrazionali imaginarie*, perchè sono così ripugnanti, che non si possono tampoco imaginare; laonde il Nicolai, che ha voluto estendere l'analogia oltre il dovere, è stato condotto a conseguenze di una assurdità manifesta, che già furono dissipate dall' egregio nostro socio il signor professore Cossali. Ad ogni modo l' esito ha confermato che ancora gli esponenti rotti sono stati con fino accorgimento e con grande vantaggio nell' algebra ammessi, poichè sono essi simboli chiari e facili, sui quali le operazioni si fanno in molti casi, come sopra i numeri intieri, e servono ad esprimere le radici ancora, quando non si possono estrarre, e le medie proporzionali per interpolare le potenze ancora, quando non si possono ottenere in numeri intieri o rotti, e finalmente come le quantità irrazionali ci rappresentano i rapporti della diagonale al lato del quadrato, del lato di un cubo a quello di un cubo doppio, e di altre tali grandezze dette incommensurabili dagli antichi, perchè non hanno alcuna misura o parte aliquota comune; così le irrazionali imaginarie hanno servito ad esprimere e le linee trigonometriche d' un arco qualunque, e la ragione della periferia al diametro, e il logaritmo della unità, e le formole comuni, e le relazioni vicendevoli tra il circolo e l' iperbola, ossia tra gli archi di circolo e i logaritmi. Ma questi vantaggi singolarissimi potevano ottenersi con altri simboli come cogli esponenti rotti.

4. Ora il Vandermonde (*Mem. Par.* 1772, *P.* 2) fece già osservare che le convenzioni in particolare stabilite per le potenze che sono prodotti di fattori costanti, nei quali tutte le differenze sono nulle, si possono rendere generali estendendole ai prodotti di fattori

che hanno costante la differenza prima o la seconda, ossia che hanno nulle le differenze cominciando dalla seconda, dalla terza, e così seguitando in modo che ancora per queste, oltre alle razionali, risultassero ancora alcune espressioni irrazionali, ma più composte di quelle che si trovano nell' ordinaria estrazione delle radici, e spettanti ad ordini corrispondenti a quelle differenze, e superiori a queste radici; e parve a lui che per lo meno alcune di queste irrazionali dovessero rappresentare i valori dei rapporti tra molte quantità, i quali ancora colle irrazionali del primo ordine non si possono esprimere; e in fatti dopo di avere dato l'algoritmo pei prodotti di fattori che hanno nulle le differenze cominciando dalla seconda, mostrò l'uso delle espressioni irrazionali nate da questi per rappresentare pure in una maniera assai facile ed elegante il rapporto del diametro alla periferia del cerchio, e molti integrali definiti.

5. I prodotti di fattori colle differenze nulle cominciando dalle seconde s'incontrano frequentemente, e sono d'una importanza grandissima nelle matematiche pure e miste; laonde molti ne hanno trattato, e si vedrà che a quelli si possono facilmente riferire i molti teoremi intorno agl' integrali definiti e ai coefficienti dei termini del binomio neutoniano, che trovansi dimostrati per esempio da Eulero (*Introd.*, *cap. IX*, *X* e *XI*; *Calc. integr.*, *vol. I* e *IV*; *Act. Petrop.*, *vol. V*; *Act. nov. Petrop.*, *vol. VII* e *VIII*); dal Lagrange (*Acad. Taur.*, *vol. V*); dal Pessuti (*Mem. della Soc. Ital.*); ma inoltre espressamente hanno scritto di quei fattori a mia notizia l'Arbogast (*Calc. des dérivat.*, *pag.* 364), che li chiama *fattoriali*; il Lacroix (*Calc. des séries et des différ.*, *pag.* 74), che li chiama *potenze del second' ordine*; il Kramp (*Annal. des réfract. astron. et terrest.*, *chap. II*), che li chiama *facoltà numeriche*; e finalmente l'egregio nostro socio Brunacci (*Analisi deriv.*, *art. VI*), che ha ritenuto quest' ultimo nome. Nè sarebbe facile ad indovinarsi la ragione di questi nomi, prescindendo da quello usato dal Lacroix; ma siccome alcuni di quegli autori usano ancora diversi simboli per esprimere quei prodotti, così penso esser questo la più chiara ragione per dimostrare che e i nomi e i simboli loro sono di semplice convenzione. Forse il Kramp non avvertì questo bastantemente, poichè egli prima

ancora di conoscere l'antecedente lavoro di Vandermonde ha data la teorica stessa di quei prodotti accresciuta di molti eleganti teoremi, e singolarmente di metodi facili e sicuri per ridurli in serie molto convergenti e applicarli all'uso; ma nel progresso troppo appoggiandosi all'analogia arrivò ad alcune conseguenze che basterebbero a togliere la certezza di molte regole tanto dell'analisi elementare intorno alle espressioni irrazionali delle quantità negative, quanto dell'analisi stessa che egli stesso e gli altri hanno adoprata per quei prodotti. Veramente quelle conseguenze chiamansi da lui medesimo *mostruose*; non lascia però di esporle con molta particolarità e di appoggiarle meglio che può.

6. Ma sopra i prodotti di fattori nei quali le differenze nulle cominciano dalle terze o dalle superiori io non conosco che quello con cui il Vandermonde ha chiusa la Memoria citata, mostrando i teoremi che a quelli appartengono, e che si troveranno qui sotto esposti ai numeri 40, 42 e 43; laonde io ho creduto che questa Memoria, in cui prendo a trattare di tali prodotti, ai quali si possono ridurre tutti, qualunque sia il grado a cui cominciano ad essere nulle le differenze dei loro fattori, dovesse giovare ad estendere la teorica dei prodotti di ogni ordine di fattori non meno che delle funzioni analitiche, delle quali sono quelli una classe particolare. Quando poi mi accadrà di fare qualche applicazione delle proprietà, che verrò dimostrando, per ora mi terrò quasi sempre ai prodotti dei fattori nei quali le differenze nulle cominciano dalle seconde, o ai prodotti del second' ordine che sono stati considerati dal Kramp; imperocchè le conseguenze veramente mostruose, alle quali egli è stato condotto, non potrebbero riuscire in parte almeno nuove, o fare alcuna mala impressione sopra quegl' Italiani che conoscono l'opera del Nicolai, e l'altra del Cossali, che a quella si riferisce. Nondimeno a me è pure sembrato che reso avrei un altro non lieve vantaggio all'analisi, se applicando le regole generali ai casi particolari del Kramp avessi cercato di determinare quando e come questi conducano a quelle conseguenze mostruose, e rendere così palese, che le regole ricevute comunemente ed esposte in questa Memoria, appunto perchè sono

in qualche modo dipendenti dall' analogia, possono soffrire qualche limitazione, ma non debbono essere escluse assolutamente.

7. Del resto io mi servirò sempre dei simboli che meglio si accostino a quelli adoperati da Vandermonde, perchè non sono soltanto anteriori di tempo, ma ancora più apertamente mostrano la relazione che i prodotti, dei quali si tratta, hanno con le potenze; e per questa ragione stessa, pigliando il nome dal Lacroix, li chiamerò potenze di quell' ordine da cui cominciano ad essere nulle le differenze dei loro fattori; laonde per me le potenze ordinarie saranno quelle dell' ordine primo, e le fattoriali dell'Arbogast, e le facoltà numeriche di Kramp saranno potenze del second' ordine, e così seguitando. Sebbene poi io abbia compreso che introducendo qualche nuovo simbolo avrei potuto ridurre i calcoli ancora più brevi, nondimeno io amerò meglio di scrivere questi estesamente senza curarmi di quello che ad altri potesse parere, perciocchè io sono persuaso che la moltiplicità dei segni diversi, quantunque abbrevii la materiale scrittura delle algebriche operazioni, pure affatica soverchiamente l' imaginazione e la memoria, e non dubito che di questo converranno meco molti tra quelli che avran preso a studiare le opere già di sopra (5) indicate dell'Arbogast e del Kramp, e quelle dell' Hindenburg e di altri che in Germania hanno con grande successo coltivato il calcolo delle combinazioni; e forse non furono molti che preso avendo a studiarle abbiano potuto continuare fino al loro termine, perchè non hanno potuto reggere alla fatica e alla noja che la moltiplicità e la difficoltà dei nuovi simboli arreca.

8. Sia dunque fp una funzione di p; se in questa in vece di p si sostituisca successivamente $p+r$, $p+2r$, $p+3r$, ..., ovvero $p-r$, $p-2r$, $p-3r$, ..., risulteranno le $f(p+r)$, $f(p+2r)$, $f(p+3r)$, ..., ovvero le $f(p-r)$, $f(p-2r)$, $f(p-3r)$, ..., che chiamo funzioni simili della quantità p, che si cambia per la differenza costante r.

9. Imitando poi i simboli dati dal Vandermonde, e posta n numero intiero e positivo, in avvenire per brevità porrò

$$fp \cdot f(p+r) \cdot f(p+2r) \ldots . f(p+nr-r) = [\, fp,\ r\,]^n;$$

$$fp \cdot f(p-r) \cdot f(p-2r) \ldots . f(p-nr+r) = [fp, -r\,]^n.$$

10. Quindi se sia $fp = p^q$, si avrà

$$p^q(p+r)^q(p+2r)^q \ldots\ldots (p+nr-r)^q = [\,p^q, r\,]^n;$$

$$p^q(p-r)^q(p-2r)^q \ldots\ldots (p-nr+r)^q = [\,p^q, -r\,]^n.$$

11. Venendo poi a qualche caso particolare, se sia $p = 1$, $r = 1$, per la formola penultima il prodotto dei numeri naturali cominciando dall' unità fino al numero n sarà

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots (n-2)(n-1)n = [\,1, 1\,]^n;$$

e viceversa posta $p = n$, e $r = 1$, la formola ultima darà il prodotto de' numeri naturali cominciando da n fino ad 1 eguale

$$n(n-1)(n-2) \ldots 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = [\,n, -1\,]^n.$$

12. Nelle premesse espressioni è chiaro che la quantità posta dopo la parentesi [e avanti la virgola, come fp, p^q, $(p+mr)$, ecc. è sempre il primo fattore, in cui la lettera p s' intenderà sempre per la variabile che abbia q per esponente massimo; la lettera r posta dopo la virgola e avanti alla parentesi] indica la differenza costante per cui quella p cala o cresce, secondo che la r ha il segno negativo o positivo, che sempre dovrassi sottintendere quando niun si trovi espresso. Per fine l' indice apposto alla parentesi], come n indica il numero dei fattori del prodotto, il quale dovrà andare all' infinito, se sia $n = \infty$. Quindi se sia dato il primo fattore colla variabile, la differenza costante e il numero dei fattori, non vi potrà essere alcuna difficoltà tanto per isvolgere, quanto per esprimere un prodotto, e viceversa. Ma la derivazione delle proprietà dei prodotti a differenza negativa da quella dei prodotti a differenza positiva col cambiamento del segno di questa differenza è tanto facile, che io per brevità parlerò quasi sempre dei prodotti soli a differenza positiva.

13. Apertamente poi si conosce l'ampissima estensione delle proposte formole, poichè posta $fp = p$, e $r = 0$, la prima (9) si riduce a

$$p \cdot p \cdot p \;\; p \ldots = p^n = [\,p, 0\,]^n,$$

cioè alle potenze del prim' ordine; e posta $fp = p$, quella stessa (10) si riduce a

$$p(p+r)(p+2r)\ldots(p+nr-r) = [p,r]^n,$$

cioè alle potenze del second' ordine (7); e posta $fp = p^2+a$, quella formola si riduce a

$$(p^2+a)\{(p+r)^2+a\}\{(p+2r)^2+a\}\ldots\{(p+nr-r)^2+a\} = [p^2+a,r]^n,$$

cioè alle potenze del terz' ordine che hanno i fattori colla differenza seconda $2r^2$ costante; e in generale ponendo

$$fp = p^q + bp^{q-1} + cp^{q-2}\ldots + ep + a,$$

quella formola darebbe le potenze dell' ordine $q+1^{esimo}$, i fattori delle quali avrebbero la differenza q^{esima} costante ed eguale a

$$1\cdot 2\cdot 3\ldots(q-2)(q-1)qr^q = r^q[1,1]^q.$$

14. E qui si avverta che le formole niente perdono della generalità loro, quantunque la potenza massima della variabile si supponga libera da ogni coefficiente, siccome farò io per l' avvenire; poichè se fosse $fp = bp^2+a$, per esempio, ponendo $fp = b\left(p^2+\frac{a}{b}\right)$, il prodotto

$$(bp^2+a)\{b(p+r)^2+a\}\{b(p+2r)^2+a\}\cdots\{b(p+nr-r)^2+a\} = [bp^2+a,r]^n$$

si ridurrebbe facilmente all' altro

$$b^n\left(p^2+\frac{a}{b}\right)\left((p+r)^2+\frac{a}{b}\right)\left((p+2r)^2+\frac{a}{b}\right)\cdots\left((p+nr-r)^2+a\right) = b^n\left[p^2+\frac{a}{b},r\right]^n,$$

in cui la potenza massima di p è libera da ogni coefficiente.

15. E giova anzi sovente liberare la variabile da qualche coefficiente costante, di cui si trovi affetta, per ridurre le formole ad altre più semplici ed eleganti; e così, per esempio, si vede che il prodotto dei numeri naturali pari

$$2\cdot 4\cdot 6\ldots(2n-4)(2n-2)2n = [2,2]^n$$

si riduce all' altro

$$2^n\cdot 1\cdot 2\cdot 3\ldots(n-2)(n-1)n = 2^n[1,1]^n.$$

16. Ora si osservi che ciascun prodotto si può scrivere inversamente, poichè è

$$fp \cdot f(p+r) \cdot f(p+2r) \ldots . f(p+nr-2r) \cdot f(p+nr-r) =$$
$$f(p+nr-r) \cdot f(p+nr-2r) \ldots . f(p+2r) \cdot f(p+r) \cdot fp.$$

Dunque si avrà il

17. *Teorema I.* $[fp, r]^n = [f(p+nr-r), -r]^n$.

18. E in fatti pei numeri naturali già (11) si è trovato

$$[1, 1]^n = [n, -1]^n;$$

e da quel teorema s' intende primamente come un prodotto, che ha la differenza r positiva, si trasformi in un altro, che collo stesso numero n di fattori ha la differenza stessa r, ma negativa, cambiandone il primo fattore fp nell' altro $f(p+nr-r)$. Appresso s' intende che per isvolgere o esprimere un prodotto, come al numero 12, basterà che in vece del primo sia dato l' ultimo fattore.

19. Se poi suppongasi $fp = p^q$, svolgendo come al num. 10, si troverà il

20. *Teor. II.* $[p^q, r]^n = ([p, r]^n)^q$,

con cui un prodotto, che per primo fattore ha una potenza di una data variabile, si trasforma nella potenza stessa del prodotto che ha per primo fattore quella variabile semplice.

21. In quella supposizione stessa, prese due altre quantità P e R, si avrà

$$p^q(p+r)^q(p+2r)^q \ldots . (p+nr-r)^q =$$
$$\frac{p^{nq}}{P^{nq}}\left(P\right)^q\left(P+\frac{Pr}{p}\right)^q\left(P+\frac{2Pr}{p}\right)^q \ldots . \left(P+\frac{nPr-Pr}{p}\right)^q =$$
$$\frac{r^{nq}}{R^{nq}}\left(\frac{pR}{r}\right)^q\left(\frac{pR}{r}+R\right)^q\left(\frac{pR}{r}+2R\right)^q \ldots . \left(\frac{pR}{r}+nR-R\right)^q.$$

Si avrà dunque

22. *Teor. III.* $\left[p^q, r\right]^n = \left(\frac{p}{P}\right)^{nq}\left[P^q, \frac{Pr}{p}\right]^n = \left(\frac{r}{R}\right)^{nq}\left[\left(\frac{pR}{r}\right)^q, R\right]^n.$

23. Quindi se il primo fattore è una semplice potenza d'una variabile, il prodotto dato si potrà sempre trasformare in un altro che abbiá una diversa variabile, o un altro primo fattore qualunque, o un'altra qualunque differenza; e perciò il Vandermonde in vece del prodotto

$$p(p-r)(p-2r)\ldots.(p-nr+r) = [p,-r]^n$$

senza togliere niente dalla generalità a' suoi calcoli ha potuto considerare l'altro, che pare più semplice

$$p(p-1)(p-2)\ldots.(p-n+1) = [p,-1]^n;$$

poichè è $$\left[p,-r\right]^n = r^n\left[\frac{p}{r},-1\right]^n.$$

24. Queste trasformazioni succedono ancora con ogni facilità nella supposizione di $fp = p + a$, poichè svolgendo i prodotti, si troverà il

25. *Teor. IV.* $$\left[p+a,r\right]^n = \left(\frac{p+a}{P}\right)^n\left[P,\frac{r}{p+a}\right]^n = \left(\frac{r}{R}\right)^n\left[\left(p+a\right)\frac{R}{r},R\right]^n.$$

26. Ma per gli altri valori di fp quelle trasformazioni non si ottengono senza sciogliere un' equazione del grado $q(n-1)^{esimo}$, ovvero qn^{esimo}, secondochè per cambiare la variabile si cercherà la differenza, ovvero per cambiare la differenza si cercherà la variabile, che non ostante quel cambiamento lasci il valore medesimo del prodotto; e così, per esempio, se fosse $fp = p^2 + a$, e r la differenza, ponendo P e R in vece di p e di r, per determinare tra le P e R una per l'altra, si avrà l'equazione

$$(p^2+a)\{(p+r)^2+a\}\{(p+2r)^2+a\}\ldots.\{(p+nr-r)^2+a\} =$$
$$(P^2+a)\{(P+R)^2+a\}\{(P+2R)^2+a\}\ldots.\{(P+nR-R)^2+a\},$$

nella quale ascende P al grado $2n^{esimo}$, e R al grado $2(n-1)^{esimo}$. Ma è noto che posta q la massima potenza di p, cercando le radici dell'equazione $fp = 0$, la fp si può risolvere in un numero q di fattori del primo grado; e se bastasse di fare quelle trasformazioni in un numero dato di questi fattori, ancora il grado dell' equazione da risolvere scemerebbe nella ragione di q al numero di questi fattori.

27. Ora suppongasi $p = \infty$, e si esprima per $\frac{p}{o}$; ciascuna delle fp. $f(p+r)$, $f(p+2r)$.... si ridurrà a $\left(\frac{p}{o}\right)^q$, e si avrà il

28. *Teor. V.* $\left[f\frac{p}{o}, r\right]^n = \left[\left(\frac{p}{o}\right)^q, r\right]^n = \left(\frac{p}{o}\right)^{nq}$.

29. Se dunque in un' altra fP la potenza massima di P sia P^Q, posta la differenza R con l' indice N, si avrà

$$\left[f\frac{p}{o}, R\right]^N = \left[\left(\frac{p}{o}\right)^Q, R\right]^N = \left(\frac{p}{o}\right)^{NQ};$$

e dividendo l' antecedente formola per questa, risulterà il

30. *Teor. VI.* $\dfrac{\left[f\frac{p}{o}, r\right]^n}{\left[f\frac{P}{o}, R\right]^N} = \dfrac{\left[\left(\frac{p}{o}\right)^q, r\right]^n}{\left[\left(\frac{P}{o}\right)^Q, R\right]^N} = \dfrac{\left(\frac{p}{o}\right)^{nq}}{\left(\frac{P}{o}\right)^{NQ}}$.

31. Quindi se per qualunque combinazione sia $nq = NQ$, si avrà l'altro

32. *Teor. VII.* $\dfrac{\left[f\frac{p}{o}, r\right]^n}{\left[f\frac{P}{o}, R\right]^{\frac{nq}{Q}}} = \dfrac{\left[\left(\frac{p}{o}\right)^q, r\right]^n}{\left[\left(\frac{P}{o}\right)^Q, R\right]^{\frac{nq}{Q}}} = \dfrac{\left(\frac{p}{o}\right)^{nq}}{\left(\frac{P}{o}\right)^{nq}} = \left(\frac{p}{P}\right)^{nq}$.

33. Ma se r sia nulla, o almeno si possa trascurare $nr - r$ in paragone di p, mettendo $\frac{r}{\infty}$ in vece di r, sarà

$$fp \cdot f\left(p + \frac{r}{\infty}\right) \cdot f\left(p + \frac{2r}{\infty}\right) \cdots f\left(p + \frac{nr - r}{\infty}\right) = fp \cdot fp \cdot fp \cdots;$$

e si avrà come ai numeri 13 e 14 il

34. *Teor. VIII.* $\left[fp, \frac{r}{\infty}\right]^n = \left(fp\right)^n$.

35. Quindi ponendo $\frac{r}{\infty}$ in vece di r, le proprietà del prodotto $[fp, r]^n$ si riducono alle altre già note delle potenze del prim' ordine.

36. Se l' indice del prodotto fosse eguale alla somma di due numeri intieri e positivi m, n, si avrebbe

$$[fp,r]^{m+n} = fp\cdot f(p+r)\cdot f(p+2r)\ldots f(p+mr+nr-r)$$
$$= fp\cdot f(p+r)\cdot f(p+2r)\ldots f(p+mr-r).$$
$$f(p+mr\cdot f(p+mr+r)\ldots f(p+mr+nr-r)$$
$$= fp\cdot f(p+r)\cdot f(p+2r)\ldots f(p+nr-r).$$
$$f(p+nr)\cdot f(p+nr+r)\ldots f(p+nr+mr-r);$$

quindi risulterà il

37. *Teor. IX.* $[fp,r]^{m+n} = [fp,r]^m[f(p+mr),r]^n = [fp,r]^n[f(p+nr),r]^m$.

38. Un prodotto qualunque si può sempre spezzare in molti; così per esempio se suppongasi $m < n > 0$, sarà

$$[fp,r]^n = fp\cdot f(p+r)\cdot f(p+2r)\ldots f(p+mr-r).$$
$$f(p+mr)\cdot f(p+mr+r)\ldots f(p+nr-r);$$

onde si dedurrà il

39. *Teor. X.* $[fp,r]^n = [fp,r]^m[f(p+mr),r]^{n-m}$.

40. E facilmente si vede che ciascuno di questi prodotti si potrà spezzare in altri; intanto se nella formola trovata si ponga $m = 0$, si avrà

$$[fp,r]^n = [fp,r]^0\,[fp,r]^n;$$

onde segue l' altro

41. *Teor. XI.* $[fp,r]^0 = \frac{[fp,r]^n}{[fp,r]^n} = 1$,

il quale mostra che alle potenze di ogni ordine è comune la proprietà delle potenze del primo espressa dalla nota equazione $p^0 = 1$.

42. Se potesse supporsi $n = 0$, mettendo $p - r$ in vece di p, dai numeri 39 e 41 si avrebbe

$$[f(p-mr),r]^0 = 1 = [f(p-mr),r]^m[fp,r]^{-m},$$

e per conseguenza $[fp,r]^{-m} = \frac{1}{[f(p-mr),r]^m}$;

ed essendo (18) $[f(p-mr),r]^m = [f(p-r),-r]^m$,

si avrebbe il teorema

$$[fp, r]^{-m} = \frac{1}{[f(p-mr), r]^m} = \frac{1}{[f(p-r), -r]^m},$$

che darebbe la significazione dei prodotti ad esponente negativo; ed in fatti con somigliante artifizio nel caso di $fp = p$ dopo Vandermonde quella significazione hanno ricavata Kramp, Arbogast e Lacroix (*L. c.* 4 e 5). Ma io dubito che quell' artifizio, quantunque possa parere ingegnoso, debba essere generalmente approvato, poichè la supposizione di $n = 0$ contraddice all' altra di $m < n > 0$ fatta al num. 38, senza la quale non era possibile di eseguire lo svolgimento del prodotto che ha data la dimostrazione del teorema del num. 39, a cui quell' artifizio è applicato.

43. Ma si confrontino le operazioni che si fanno sopra fp per ottenere tanto il prodotto $fp \cdot f(p+r) \cdot f(p+2r) \ldots f(p+nr-r)$, quanto il quoto $\frac{fp}{fp \cdot f(p-r) \cdot f(p-2r) \ldots f(p-nr)}$, e si troverà che sono contrarie; poichè quel prodotto risulta da $n-1$ moltiplicazioni eseguite con fattori che si formano con la somma in fp in vece di p sostituendo $p+r$, $p+2r$, $p+3r \ldots p+nr-r$; e questo quoto si forma da $n+1$ divisioni eseguite con divisori che si formano colla sottrazione in fp in vece di p sostituendo $p-r$, $p-2r$, $p-3r \ldots, p-nr$. Nel resto in ambedue si adoperano sempre i soli primi fattori o divisori che bastano a compiere le moltiplicazioni o divisioni prescritte dal numero n; laonde si mette il solo primo fattore fp, se non si deve eseguire alcuna moltiplicazione; e si usano i primi due soli fattori per una, e i primi tre per due moltiplicazioni, e così di seguito; e similmente si mette il solo numeratore fp, se non si deve eseguire alcuna divisione; e una di queste si fa col solo primo divisore, e due si fanno coi due primi divisori, e così di seguito.

44. Io dunque come per solo comodo e brevità di scrivere ho fissata (9) l' espressione del prodotto

$$fp \cdot f(p+r) \cdot f(p+2r) \ldots f(p+nr-r) = [fp, r]^n,$$

così prendo quest' altra pel quoto

$$\frac{fp}{fp \cdot f(p-r) \cdot f(p-2r) \ldots f(p-nr+r)} = [fp, r]^{-n},$$

scegliendo la contrarietà del segno nell' esponente per indicare la contrarietà delle operazioni, dalle quali quel prodotto e questo quoto risultano nel modo spiegato di sopra; e sono ben certo che questa scelta è legittima, e ancora appoggiata all' analogia coll' uso che dei segni contrarj si fa per esprimere i risultati della somma e della sottrazione; ma non mi sembra che quella scelta sia prescritta da alcuna ragione diretta e analitica; poichè si potrebbe indicare quella contrarietà di operazioni ancora in altro modo, per esempio colla differenza di luogo dell' esponente, e tuttavia si otterrebbe un algoritmo esatto, elegante e semplice niente meno di quello che noi daremo, siccome delle potenze del prim' ordine pure si è detto (1).

45. Dopo le premesse nozioni è chiaro che lo svolgimento delle formole ad indice negativo non si può avere cambiando solamente il segno nelle formole analoghe ad indice positivo già svolte, ma sì bene riducendole nei quoti corrispondenti (43). Viceversa se fossero dati i quoti, colle regole stesse si potrà ottenerne l' espressione; e poichè pei numeri 9 e 18 è

$$\frac{fp}{fp \cdot f(p-r) \cdot f(p-2r) \ldots f(p-nr)} = \frac{f(p-nr-r)}{f(p-nr-r) \cdot f(p-nr) \cdot f(p-nr+r) \ldots f(p-r)}$$

$$= \frac{1}{[f(p-r), -r]^n} = \frac{1}{[f(p-nr), r]^n},$$

si avrà il

46. *Teor. XII.* $$[fp, r]^{-n} = [f(p-nr-r), -r]^{-n}$$

$$= \frac{1}{[f(p-nr), r]^n} = \frac{1}{[f(p-r), -r]^n}.$$

47. E se in queste formole si cambii il segno all' indice n, si avrà l'altro

48. *Teor. XIII.* $$[fp, r]^n = [f(p+nr-r), -r]^n$$

$$= \frac{1}{[f(p+nr), r]^{-n}} = \frac{1}{[f(p-r), -r]^{-n}}.$$

49. Da questi due teoremi si apprende come le formole ad indice positivo e negativo possano trasformarsi tra loro per esprimere i prodotti e i quoti, secondochè possa tornare più comodo. Supponendo poi n e m numeri intieri, e $n > m$, si troverà facilmente

$$\frac{1}{f(p+mr-nr)\cdot f(p+mr-nr+r)\cdot f(p+mr-nr+2r)\ldots f(p-r)}$$

$$=\frac{fp\cdot f(p+r)\cdot f(p+2r)\ldots f(p+mr-r)}{f(p+mr-nr)\cdot f(p+mr-nr+r)\ldots f(p-r)\cdot fp\cdot f(p+r)\ldots f(p+mr-r)};$$

e supposta $n < m$, è pure

$$fp\cdot f(p+r)\cdot f(p+2r)\ldots f(p+mr-nr-r)$$

$$=\frac{fp\cdot f(p+r)\ldots f(p+mr-nr-r)\cdot f(p+mr-nr)\ldots f(p+mr-r)}{f(p+mr-nr)\cdot f(p+mr-nr+r)\ldots f(p+mr-r)}.$$

Dunque in qualunque ipotesi dei valori intieri di m e di n si avrà il

50. *Teor. XIV.* $[fp,r]^{m-n}=[fp,r]^{m}[f(p+mr),r]^{-n}=[fp,r]^{-n}[f(p-nr),r]^{m}$.

51. Queste formole sono le stesse del num. 37, prescindendo dal segno dell' indice n. Quindi sebbene dallo svolgimento di quelle formole non possa mai dedursi lo svolgimento di queste, o viceversa (45), pure si comprende che ciascuna delle indicate formole col solo cambiamento del segno dell' indice potrà esprimere i prodotti e i quoti che hanno l' indice eguale alla somma e alla differenza di più numeri; onde si avrà il comodo di poter operare sopra le formole spettanti ad un solo caso dell' indice; e i teoremi trovati, solamente cambiandovi il segno, si trasporteranno all' altro caso.

52. E egli è chiaro che ciascuna delle indicate formole lega in una stessa serie i prodotti e i quoti, o le formole di esponente positivo e negativo, le quali tra loro comprenderanno quella di esponente 0, a cui ciascuna di quelle si riduce posta $m = 0$; e finalmente si potrebbe ancora affermare che in quelle formole tutta sia contenuta la teoria, e consista l' essenza delle potenze di ogni ordine, poichè posta $r = 0$, e $fp = p$, quelle forniscono le due equazioni

$$p^{m+n}=p^{m}\cdot p^{n}, \quad \text{e} \quad p^{m-n}=\frac{p^{m}}{p^{n}},$$

che sono i principj sui quali tutta riposa la teoria, e nei quali consiste l'essenza delle potenze del prim' ordine, siccome della prima singolarmente afferma il Lagrange nelle sue Lezioni sul calcolo delle funzioni (*Journ. de l'École polyt.*, *douz. cah.*, *p.* 14).

53. L'indice intiero e positivo di un prodotto può sempre ridursi alla somma di due numeri intieri e positivi $m+n$; e per le cose spiegate svolgendo il prodotto $[fp,r]^{m+n}$, è chiaro che si troverà sempre il fattore $f(p+mr)$, il quale si ridurrà a $fo=\frac{fp}{\infty}$, se suppongasi $m=-\frac{p}{r}$; ma se fp non abbia alcun termine costante, onde la fp possa ridursi all' espressione pfp, sarà $fo=\frac{fp}{\infty}=0$; dunque si avrà il

54. *Teor. XV.* Se $-\frac{p}{r}$ e n siano numeri intieri e positivi, sarà

$$[pfp,r]^{-\frac{p}{r}+n}=0.$$

55. Similmente l'indice intiero e negativo di un quoto può sempre ridursi alla somma di due numeri intieri e negativi $-m-n$; e svolgendo il quoto $[fp,r]^{-m-n}$, si troverà sempre il divisore $f(p-mr)$, il quale se sia $m=\frac{p}{r}$, si riduce a $fo=\frac{fp}{\infty}$; e qui pure essendo $fo=0$, se la fp possa ridursi a pfp (53), si avrà il

56. *Teor. XVI.* Se $\frac{p}{r}$ e n siano numeri intieri e positivi, sarà

$$[pfp,r]^{-\frac{p}{r}-n}=\infty.$$

57. Ora conforme al num. 51 si prendano le formole del num. 37, e riducendo da una stessa parte i prodotti che hanno lo stesso indice, risulterà il

58. *Teor. XVII.* $$\frac{[fp,r]^n}{[f(p+mr),r]^n}=\frac{[fp,r]^m}{[f(p+nr),r]^m}.$$

59. Quando poi siano $\frac{p}{r}$ e $\frac{t}{s}$ numeri intieri e positivi, ponendo prima $m+n=\frac{p}{r}$, e poi $n=\frac{t}{s}$, si troveranno i due seguenti

60. *Teor. XVIII.* $$\frac{[fp,r]^n}{[fnr,r]^n}=\frac{[fp,r]^{\frac{p}{r}-n}}{[f(p+nr),r]^{\frac{p}{r}-n}};$$

61. *Teor. XIX.* $$\frac{[fp,r]^{\frac{t}{s}}}{[f\frac{tr}{s},r]^{\frac{t}{s}}} = \frac{[fp,r]^{\frac{p}{r}-\frac{t}{s}}}{[f(p+\frac{tr}{s}),r]^{\frac{p}{r}-\frac{t}{s}}}.$$

62. Dal num. 58 sostituendo $-N$, P, R in vece di n, p, r si ricava la formola

$$\frac{[fP,R]^{-N}}{[f(P+mR),R]^{-N}} = \frac{[fP,R]^{m}}{[f(P-NR),R]^{m}};$$

e moltiplicandole tra loro si avrà il

63. *Teor. XX.* $$\frac{[fp,r]^{n}[fP,R]^{-N}}{[f(p+mr),r]^{n}[f(P+mR),R]^{-N}} = \frac{[fp,r]^{m}[fP,R]^{m}}{[f(p+nr),r]^{m}[f(P-NR),R]^{m}}.$$

64. Quindi suppongasi $m = \infty = \frac{m}{0}$; ritenendo le supposizioni del num. 31, sarà

$$[f(p+mr),r]^{n}[f(P+mR),R]^{-N} = \left(\frac{r}{R}\right)^{nq};$$

e si avrà l'altro

65. *Teor. XXI.* $$[fp,r]^{n}[fP,R]^{-N} = \frac{r^{nq}[fp,r]^{\frac{m}{0}}[fP,R]^{\frac{m}{0}}}{R^{nq}[f(p+mr),r]^{\frac{m}{0}}[f(P-NR),R]^{\frac{m}{0}}}.$$

66. Da questo teorema, in cui, secondo il num. 52, si potrà ancora supporre m negativa, si ha il vantaggio singolare che essendo n e N numeri intieri finiti, il primo membro sarà sempre un prodotto finito, che darà l'espressione finita del secondo svolto nei prodotti infiniti indicati da' suoi fattori. Per mostrarne qualche esempio pongo $fp = p$, $fP = P$, e perciò $q = Q = 1$; e pel num. 31 $N = n$, sarà

$$[p,r]^{n}[P,R]^{-n} = \frac{p(p+r)(p+2r)\ldots(p+nr-r)}{(P-nR)(P-nR+R)(P-nR+2R)\ldots(P-R)}$$

$$= \frac{r^{n}[p,r]^{\frac{m}{0}}[P,R]^{\frac{m}{0}}}{R^{n}[(p+nr),r]^{\frac{m}{0}}[(P-nR),R]^{\frac{m}{0}}} =$$

$$\frac{r^{n}\cdot p\cdot P\cdot(p+r)(P+R)(p+2r)(P+2R)(p+3r)\ldots}{R^{n}(p+nr)(P-nR)(p+nr+r)(P-nR+R)(p+nr+2r)\ldots}.$$

67. Supponendo la m negativa, risulta l'espressione

$$[p,r]^n[P,R]^{-n} = \frac{r^n[p,r]^{-\frac{m}{\sigma}}[P,R]^{-\frac{m}{\sigma}}}{R^n[(p+nr),r]^{-\frac{m}{\sigma}}[(P-nR),R]^{-\frac{m}{\sigma}}} =$$

$$\frac{r^n(p+nr-r)(P-nR-R)(p+nr-2r)(P-nR-2R)\ldots}{R^n(p-r)(P-R)(p-2r)(P-2R)(p-3r)\ldots},$$

che coll' antecedente, posta $R = r = -1$, contiene due eleganti teoremi del Vandermonde.

68. Quindi se pongasi per esempio $n = N = 3$, $p = 8$, $P = 10$, $r = 1$, $R = 3$, da quelle formole si otterranno le due equazioni

$$\frac{8\cdot 9\cdot 10}{7\cdot 4\cdot 1} = \frac{1\cdot 8\cdot 10\cdot 9\cdot 13\cdot 10\cdot 16\cdot 11\cdot 19\cdot 12\ldots}{3\cdot 11\cdot 1\cdot 12\cdot 4\cdot 13\cdot 7\cdot 14\cdot 10\cdot 15\ldots} =$$

$$\frac{1\cdot 10\cdot -2\cdot 9\cdot -5\cdot 8\cdot -8\cdot 7\cdot -11\cdot 6\cdot -14\cdot 5\cdot -17\cdot 4\cdot -20\ldots}{3\cdot 7\cdot 7\cdot 6\cdot 4\cdot 5\cdot 1\cdot 4\cdot -2\cdot 3\cdot -5\cdot 2\cdot -8\cdot 1\cdot -11\cdot 0\cdot -14\ldots};$$

e si può in questa seconda osservare che il valore della frazione riesce finito perchè il fattore zero troverassi tanto nel denominatore, quanto nel numeratore; laonde per la divisione svanisce.

69. Se sia $fp = p^q$, e $fP = P^Q = \frac{nq}{N}$, sarà

$$[p^q,r]^n[P^Q = \tfrac{nq}{N},R]^{-N} = \frac{p^q(p+r)^q\ldots(p+nr-r)^q}{(P-R)^Q(P-2R)^Q\ldots(P-NR)^Q}$$

$$= \frac{r^{nq}[p^q,r]^{\frac{m}{\sigma}}[P^Q,R]^{\frac{m}{\sigma}}}{R^{nq}[(p+nr)^q,r]^{\frac{m}{\sigma}}[(P-NR)^Q,R]^{\frac{m}{\sigma}}} =$$

$$\frac{r^{nq}\cdot p^q P^Q(p+r)^q(P+R)^Q(p+2r)^q(P+2R)^Q\ldots}{R^{nq}(p+nr)^q(P-NR)^Q(p+nr+r)^q(P-NR+R)^Q\ldots};$$

e ponendo $r = R$, $P = p + r$, $Q = n$, e perciò ancora $q = N$, e di più $q + Q = n + N = 1$, si deriva

$$[p^{1-n},r]^n[(p+r)^n,r]^{n-1} = \frac{p^{1-n}(p+r)^n(p+r)^{1-n}(p+2r)^n(p+2r)^{1-n}(p+3r)^n\ldots}{(p+nr)^{1-n}(p+nr)^n(p+nr+r)^{1-n}(p+nr+r)^n\ldots}$$

$$= \frac{p^{1-n}(p+r)^n}{p+nr}\cdot\frac{(p+r)^{1-n}(p+2r)^n}{p+nr+r}\cdot\frac{(p+2r)^{1-n}(p+3r)^n}{p+nr+2r}\ldots$$

70. Queste due ultime formole ponendo nella prima $r = R$, e $P - Nr = p + nr$ si riducono a quelle del Kramp (*Anal. des réfr.*, *num.* 33 *et* 35), sulle quali egli avverte che la prima è la più generale, a cui sono sin qui stati riportati i prodotti dei quali trattiamo, e che l'altra contiene l'antico teorema usato per le interpolazioni, al quale quasi intieramente si riduce il caso del calcolo differenziale di Eulero, che ne tratta, siccome dirassi in seguito. E si vede che, per esempio, ponendo $p = 8$, $r = 4$, $n = 3$, da quest' ultima si ottiene

$$[8^{-2}, 4]^3 [7^2, 4]^3 = \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{144} \cdot \frac{1}{256} \cdot 49 \cdot 121 =$$

$$\frac{8^{-2} \cdot 12^3}{20} \cdot \frac{12^{-2} \cdot 16^3}{24} \cdot \frac{16^{-2} \cdot 20^3}{28} \cdots = \frac{3^3}{5 \cdot 2^2} \cdot \frac{4^3}{6 \cdot 3^2} \cdot \frac{5^3}{7 \cdot 4^2} \cdots$$

71. Ma egli è chiaro che formole molto più generali si possono derivare da quelle del num. 65, quando in vece di fp, fP si pongano delle funzioni di p e P più composte delle p^q, $P^Q = \frac{nq}{N}$. Così se fosse $fp = p^2 + p + a$, $fP = P^2 - P + b$, e quindi $q = 2$, $Q = \frac{nq}{N} = \frac{2n}{N} = 2$, e perciò $n = N$, sarà

$$[(p^2 + p + a), r]^n [(P^2 - P + b), R]^{-n} =$$

$$\frac{(p^2 + p + a)\{(p + r)^2 + p + r + a\} \cdots \{(p + nr - r)^2 + p + nr - r + a\}}{\{(P - R)^2 - P + R + b\}\{(P - 2R)^2 - P + 2R + b\} \cdots \{(P - nR)^2 - P + nR + b\}}$$

$$= \frac{r^{nq} [(p^2 + p + a), r]^{\frac{m}{o}} [(P^2 - P + b), R]^{\frac{m}{o}}}{r^{nq} [\{(p - nr)^2 + p - nr + a\}, r]^{\frac{m}{o}} [\{(P + nR)^2 + P + nR + b\}, R]^{\frac{m}{o}}} =$$

$$\frac{r^{nq}(p^2 + p + a)(P^2 - P + b)\{(p + r)^2 + p + r + a\}\{(P + R)^2 - P - R + b}{R^{nq}\{(p - nr)^2 + p - nr + a\}\{(P + nR)^2 + P + nr + b\}\{(p - nr + r)^2 + p - nr + r + a\}}:$$

quindi ponendo $p = 2$, $a = 1$, $P = 3$, $b = 5$, $r = R = 3$, $n = 3$, si avrà

$$\frac{7 \cdot 31 \cdot 73}{5 \cdot 17 \cdot 47} = \frac{7 \cdot 11 \cdot 31 \cdot 35 \cdot 73 \cdot 77 \cdot 133 \cdot 138 \cdot 210 \cdot 215}{57 \cdot 161 \cdot 21 \cdot 245 \cdot 3 \cdot 467 \cdot 7 \cdot 605 \cdot 211 \cdot 756} \cdots;$$

e così dicasi di altre formole ancora più complicate ed estese.

72. Se al modo del signor Lagrange (*Théor. des funct. anal.*, § 31) $f(n,p)$ indichi una funzione delle variabili n, p, sarà $f(p+nr-r) = f(p-r)+rnf(n,p) = f(p-r)+r[n,-1]^1 f(n,p)$; ed essendo $[fp,r]^n = [fp,r]^{n-1}f(p+nr-r)$, si avrà $[fp,r]^n = [fp,r]^{n-1}\{f(p-r) + r[n,-1]^1 f(n,p)\}$. Ora noi vedremo abbasso (108) come questa espressione conduca ad applicare il calcolo delle differenze finite ai prodotti dei quali si tratta; qui per brevità posta quella $f(n,p) = G$, si avrà $[fp,r]^n = f(p-r)[fp,r]^{n-1} + Gr[n,-1]^1[fp,r]^{n-1}$; e poichè è $f(p-r)[fp,r]^{n-1} = [f(p-r),r]^n$, sarà

73. *Teor. XXII.* $[f(p-r),r]^n = [fp,r]^n - Gr[n-1]^1[fp,r]^{n-1}$.

74. Quindi se in vece di n ponendo $n-1$, $n-2$, ... $n-t$, la G divenga G', G'', ... G^t, si avranno le formole

$$[f(p-r),r]^{n-1} = [fp,r]^{n-1} - G'r[n-1,-1]^1[fp,r]^{n-2},$$
$$[f(p-r),r]^{n-2} = [fp,r]^{n-2} - G''r[n-2,-1]^1[fp,r]^{n-3},$$
$$[f(p-r),r]^{n-t} = [fp,r]^{n-t} - G^t r[n-t,-1]^1[fp,r]^{n-t-1}.$$

75. Ma suppongasi ancora che con gli accenti posti ai piedi delle G, G', G'', ... G^t si esprima quello che le funzioni stesse divengono sostituendo $p-r$, $p-2r$, ... $p-tr$ in vece di p; onde per esempio $G'''_{''''}$ esprima la $f(n-3, p-4)$, e primamente la formola 73 ponendo $p-r$ in vece di p darà

$$[f(p-2r),r]^n = [f(p-r),r]^n - G_{,}r[n,-1]^1[f(p-r),r]^{n-1};$$

quindi presi dal num. 74 i valori di $[f(p-r),r]^n$ e di $[f(p-r),r]^{n-1}$, sostituendo si avrà

$$[f(p-2r),r]^n = [fp,r]^n - 1(G+G_{,})r[n,-1]^1[fp,r]^{n-1} + G'G_{,}r^2[n,-1]^2[fp,r]^{n-2}.$$

76. E se di nuovo in questa formola si ponga $p-r$ in vece di p, si avrà

$$[f(p-3r),r]^n = [f(p-r),r]^n - 1(G_{,}+G_{,,})r[n,-1]^1[f(p-r),r]^{n-1} + G'_{,}G_{,,}r^2[n,-1]^2[f(p-r),r]^{n-2};$$

e presi dai numeri 73 e 74 i valori di $[f(p-r),r]^n$, $[f(p-r),r]^{n-1}$, $[f(p-r),r]^{n-2}$, sostituendo si avrà

$$[f(p-3r),r]^n = [fpr,r]^n - 1)G + G_{,} + G_{,,})r[n-1]^1[fp,r]^{n-1}$$
$$+ \{G'(G_{,} + G_{,,}) + G'_{,}G_{,,}\}r^2[n,-1]^2[fp,r]^{n-2} - G''G'_{,}G_{,,}r^3[n,-1]^3[fp,r]^{n-3}.$$

77. Così proseguendo si troveranno le espressioni di $[f(p-4r),r]^n$, $[f(p-5r),r]^n$, e le altre successivamente, dalle quali per la induzione si vedrà che se t esprima un numero d'accenti, i quali si appongano alla destra di G superiormente o inferiormente per indicare quello che G diviene quando replicatamente si cambia la n in $n-1$, o la p in $p-r$, e per brevità si ponga

$$G + G_{,} + G_{,,} + G_{,,,} \cdots + G_{t-1} = A;$$
$$G'(G_{,} + G_{,,} \cdots + G_{t-1}) + G'_{,}(G_{,,} \cdots + G_{t-1}) \cdots + G'_{t-2}G_{t-1} = A';$$
$$G''\{G'_{,}(G_{,,} \cdots + G_{t-1}) \cdots + G'_{t-2}G_{t-1}\}$$
$$+ G''_{,}\{G'_{,,}(G_{,,,} \cdots + G_{t-1}) \cdots + G'_{t-2}G_{t-1}\} \cdots + G''_{t-3}G'_{t-2}G_{t-1} = A'';$$
$$G'''(G''_{,}\{G'_{,,}(G_{,,,} \cdots + G_{t-1}) \cdots + G'_{t-2}G_{t-1}\} \cdots + G''_{t-3}G'_{t-2}G_{t-1})$$
$$+ G'''_{,}(G''_{,,}\{G'_{,,,}(G_{,,,,} \cdots + G'_{t-1}) \cdots + G'_{t-2}G_{t-1}\} \cdots + G''_{t-3}G'_{t-2}G_{t-1})$$
$$\cdots + G'''_{t-4}G''_{t-3}G'_{t-2}G_{t-1} = A''';$$

e finalmente $G^{t-1}G_{,}^{t-2}G_{,,}^{t-3} \ldots G''_{t-3}G'_{t-2}G_{t-1} = \pm A^{t-1}$,

pigliando il segno + o —, secondochè sarà t un numero pari o dispari, si avrà il

78. *Teor. XXIII.* Preso t numero intiero qualunque

$$[f(p-tr),r]^n = [fp,r]^n - Ar[n,-1]^1[fp,r]^{n-1}$$
$$+ A'r^2[n,-1]^2[fp,r]^{n-2} - A''r^3[n,-1]^3[fp,r]^{n-3}$$
$$+ A'''r^4[n,-1]^4[fp,r]^{n-4} \ldots \pm A^{t-1}r^t[n,-1]^t[fp,r]^{n-t}.$$

79. La legge con cui sono formati i coefficienti A, A', $A'' \ldots A^{t-1}$ è facile a trovarsi, poichè ciascuno dei loro termini si può considerare come il prodotto di due fattori, dei quali uno è G, che ha un numero di accenti superiormente eguale al numero degli accenti di A, e inferiormente eguale a quello del luogo del termine meno uno; l'altro fattore poi è sempre la somma del termine che gli corrisponde, cogli

altri che lo seguono sino al fine nel coefficiente anteriore, ovvero che lo precedono fino al principio, se quei coefficienti A, A', A'' ... si scrivano al rovescio.

80. Dividendo la formola del num. 78 per $[fp, r]^n$, e avvertendo che pei numeri 46 e 49 è

$$[fp, r]^n = \frac{1}{[f(p+nr), r]^{-n}}, \text{ e } \frac{[fp, r]^{n-g}}{[fp, r]^n} = [f(p+nr), r]^{-g},$$

si avrà

$$[f(p-tr), r]^n [f(p+nr), r]^{-n} = 1 - Ar^1[n, -1]^1 [f(p+nr), r]^{-1}$$
$$+ A'r^2[n, -1]^2 [f(p+nr), r]^{-2} - A''r^3[n, -1]^3 [f(p+nr), r]^{-3} \ldots$$

Se dunque pongasi $p + nr = D$, e $D' = p - tr = D - nr - tr$, e per tali sostituzioni le A, A', A''... divengano B, B', B'' ... paragonando la formola che risulterà con quella del num. 65, si avrà il

81. *Teor. XXIV.* $[fD', r]^n [fD, r]^{-n} = 1$

$$- Br^1[n, -1]^1 [fD, r]^{-1} + B'r^2 [n, -1]^2 [fD, r]^{-2} - B''r^3[n, -1]^3 [fD, r]^{-3} \ldots$$

$$= \frac{[fD', r]^{\frac{m}{o}} [fD, r]^{\frac{m}{o}}}{[f(D'+nr), r]^{\frac{m}{o}} [f(D-nr), r]^{\frac{m}{o}}}.$$

82. Quindi il prodotto di fattori prolungato all'infinito, che risulta da quest'ultima formola, si potrà trasmutare nella serie corrispondente, e viceversa. Egli è poi chiaro che così questa serie, come l'altra del num. 76 devono finire col termine $t+1^{esimo}$; e osservando l'analogia degli ultimi termini, facilmente si possono ricavare i termini t^{esimo}, $t-1^{esimo}$, e gli altri di seguito. Se dunque quelle serie si scrivano al rovescio, e si avverta di pigliare sempre un segno solo $+$ o $-$, secondochè t sarà pari o dispari, dai numeri 78 e 81 si avranno i

83. *Teor. XXV.* $[f(p-tr), r]^n = \pm A^{t-1}r^t [n, -1]^t [fp, r]^{n-t}$

$$\mp A^{t-2} r^{t-1}[n, -1]^{t-1} [fp, r]^{n-t+1} \pm A^{t-3} r^{t-2}[n, -1]^{t-2} [fp, r]^{n-t+2}$$
$$\mp A^{t-4} r^{t-3}[n, -1]^{t-3} [fp, r]^{n-t+3} \ldots + [fp, r]^n;$$

84. *Teor. XXVI.* $[fD', r]^n [fD, r]^{-n} = \pm B^{t-1} r^t [n, -1]^t [fD, r]^{n-t}$

$$\mp B^{t-2} r^{t-1} [n, -1]^{t-1} [fD, r]^{n-t+1} \ldots + 1$$

$$= \frac{[fD', r]^{\frac{m}{\sigma}} [fD, r]^{\frac{m}{\sigma}}}{[f(D' + nr), r]^{\frac{m}{\sigma}} [f(D - nr), r]^{\frac{m}{\sigma}}}.$$

85. Per mostrare l' uso di queste formole con qualche esempio sia $fp = p$; e al num. 72 sarà $f(p + nr - r) = p + nr - r$, e $f(n, p) = G = 1$; e ai numeri 74 e seguenti saranno pure eguali all' unità tutte le quantità espresse da G in qualunque modo accentuata; e scrivendo i coefficienti A, A', A'' . . . al rovescio si avrà

$$A = 1 + 1 + 1 \ldots = t = \frac{[t, -1]^1}{[1, 1]^1} = [0, -1]^{-1} [t, -1]^1;$$

$$A' = 1 + 2 + 3 \ldots + t - 1 = t \cdot \frac{t-1}{2} = \frac{[t, -1]^2}{[1, 1]^2} = [0, -1]^{-2} [t, -1]^2;$$

$$A'' = 1 + 3 + 6 \ldots\ldots + \frac{t-1}{1} \cdot \frac{t-2}{2} = \frac{[t, -1]^3}{[1, 1]^3} = [0, -1]^{-3} [t, -1]^3;$$

$$A''' = 1 + 4 + 10 \ldots + \frac{t-1}{1} \cdot \frac{t-2}{2} \cdot \frac{t-3}{3} = \frac{[t, -1]^4}{[1, 1]^4} = [0, -1]^{-4} [t, -1]^4;$$

$$A^{t-3} = \frac{[t, -1]^{t-2}}{[1, 1]^{t-2}} = \frac{[t, -1]^2}{[1, 1]^2} = [0, -1]^{-2} [t, -1]^2;$$

$$A^{t-2} = \frac{[t, -1]^{t-1}}{[1, 1]^{t-1}} = \frac{[t, -1]^1}{[1, 1]^1} = [0, -1]^{-1} [t, -1]^1;$$

$$A^{t-1} = \frac{[t, -1]^t}{[1, 1]^t} = 1.$$

86. In generale poi i coefficienti B, B', B'' . . . si troveranno eguali agli A, A', A'' . . . egualmente accentuati. E qui non solo con la induzione come al num. 82, ma *a priori* si può dimostrare che le serie corrispondenti a quelle dei numeri 78 e 81 dovranno finire al termine $t + 1^{esimo}$; poichè quelli che potessero venire in seguito avrebbero per moltiplicatore il prodotto $[t, -1]^K$, in cui sarebbe $K > t$, e già è noto (53) che con questa condizione quel prodotto è nullo. Se dunque facciansi le opportune sostituzioni, dai numeri 78 e 79, e dai numeri 81 e 84 si avranno i

87. *Teor. XXVII.* $[(p-tr),r]^n = [p,r]^n$

$$-[0,-1]^{-1}[t,-1]^1 r^1 [n,-1]^1 [p,r]^{n-1} + [0,-1]^{-2}[t,-1]^2 r^2 [n,-1]^2 [p,r]^{n-2}$$
$$-[0,-1]^{-3}[t,-1]^3 r^3 [n,-1]^3 [p,r]^{n-3} \cdots\cdots \pm r^t [n,-1]^t [p,r]^{n-t}$$
$$= \pm r^t [n,-1]^t [p,r]^{n-t} \mp [0,-1]^{1-t}[t,-1]^{t-1} r^{t-1} [n,-1]^{t-1} [p,r]^{n-t+1}$$
$$\pm [0,-1]^{2-t}[t,-1]^{t-2} r^{t-2} [n,-1]^{t-2} [p,r]^{n-t+2} \cdots\cdots + [p,r]^n;$$

88. *Teor. XXVIII.* $[D',r]^n [D,r]^{-n} = 1$

$$-[0,-1]^{-1}[t,-1]^1 r^1 [n,-1]^1 [D,r]^{-1} + [0,-1]^{-2}[t,-1]^2 r^2 [n,-1]^2 [D,r]^{-2}$$
$$-[0,-1]^{-3}[t,-1]^3 r^3 [n,-1]^3 [D,r]^{-3} \cdots\cdots \pm r^t [n,-1]^t [D,r]^{-t}$$
$$= \pm r^t [n,-1]^t [D,r]^{-t} \mp [0,-1]^{1-t}[t,-1]^{t-1} r^{t-1} [n,-1]^{t-1} [D,r]^{1-t}$$
$$\pm [0,-1]^{2-t}[t,-1]^{t-2} r^{t-2} [n,-1]^{t-2} [D,r]^{2-t} \cdots\cdots + 1$$
$$= \frac{[D',r]^{\frac{m}{\sigma}} [D,r]^{\frac{m}{\sigma}}}{[(D'+nr),r]^{\frac{m}{\sigma}} [(D-nr),r]^{\frac{m}{\sigma}}}.$$

89. Dunque la serie

$$1 - [0,-1]^{-1}[t,-1]^1 r^1 [n,-1]^1 [D,r]^{-1} + [0,-1]^{-2}[t,-1]^2 r^2 [n,-1]^2 [D,r]^{-2} + \cdots$$
$$= \pm r^t [n,-1]^t [D,r]^{-t} \mp [0,-1]^{1-t}[t,-1]^{t-1} r^{t-1} [n,-1]^{t-1} [D,r]^{1-t} \pm \cdots$$

potrà trasformarsi nel prodotto

$$\frac{D' \cdot D\,(D'+r)\,(D+r)\,(D'+2r)\,(D+2r)\,(D'+3r)\cdots}{(D'+nr)\,(D-nr)\,(D'+nr+r)\,(D-nr+r)\,(D'+nr+2r)\cdots},$$

e viceversa. Ma si osservi che $D = p + nr$ dipendendo dalla indeterminata p può rappresentare qualunque quantità indipendente da n; laonde quella serie non si cambia, quantunque le n e t si cambino tra loro; quindi si avrà il

90. *Teor. XXIX.* Posta D una qualunque quantità, e $D' = D - nr - tr$, sarà

$$[D',r]^n [D,r]^{-n} = [D,r]^t [D',r]^{-t}.$$

91. Se la formola del num. 87 si divida per $[nr,-r]^n = \frac{1}{[0,-r]^{-n}}$. il termine K^{esimo} avrà la forma

$$[0,-1]^{1-K}[t,-1]^{K-1}r^{K-1}[n,-1]^{K-1}[p,r]^{n-K+1}$$
$$=[0,-1]^{1-K}[t,-1]^{K-1}[nr,-r]^{K-n+1}[p,r]^{n-K+1},$$

e in vece di K sostituendo $t+1$, t, $t-1$ ... si avrà il termine ultimo, penultimo, antipenultimo ..... Quindi se pongasi $n-1=S$, scrivendo la serie al rovescio, risulterà il

92. *Teor. XXX.* $[(p-tr),r]^{S+t}[0,-r]^{-S-t}=$
$$\pm[nr,-r]^{-S}[p,r]^{S}\mp[0,-1]^{1-t}[t,-1]^{t-1}[nr,-r]^{1-S}[p,r]^{S-1}$$
$$\pm[0,-1]^{2-t}[t,-1]^{t-2}[nr,-r]^{2-S}[p,r]^{S-2}\mp\ldots.$$

93. Le formole poste dopo il num. 78 possono ricevere delle trasformazioni, dalle quali risultano altri utili ed eleganti teoremi; poichè si può primamente ad un dato prodotto sostituire un altro equivalente, ma diverso pel segno dell' indice (46 e 48), o pel segno o per la grandezza della variabile, ovvero della differenza (22); inoltre si può in vece di fp sostituire non la p solamente, ma una potenza qualunque di p, poichè questo caso pel num. 20 a quello si riduce. Ma per brevità io lascerò che ciascuno, abbisognandone, cerchi da sè queste formole, che non sono molto a trovarsi difficili.

94. Similmente per non estendere troppo questa Memoria, lascerò di mostrare l' uso che delle trovate formole si potrebbe fare per dimostrare le belle proprietà dei coefficienti delle potenze del binomio, ancora dei polinomj, delle quali trattano l' Eulero singolarmente (*Vol. V, nov. Act. Petrop.*) ed altri, e avvertirò solamente che esprimendo i prodotti come al num. 9, sarà

$$(p-tr)^n=p^n-[0,-1]^{-1}r^1t^1[n,-1]^1p^{n-1}+[0,-1]^{-2}r^2t^2[n,-1]^2p^{n-2}$$
$$-[0,-1]^{-3}r^3t^3[n,-1]^3p^{n-3}+[0,-1]^{-4}r^4t^4[n,-1]^4p^{n-4}\ldots$$

e paragonando questa espressione con quelle dei numeri 78 e 87 si vedrà facilmente l' analogia loro, per cui lo svolgimento ordinario delle potenze del prim' ordine del binomio, secondo il teorema neutoniano, si può con facili sostituzioni applicare alle potenze di ogni ordine; e si comprenderà ancora chiaramente che non solo, conforme all' osservazione di Kramp (*L. c.*, *num.* 53), quel celebre teorema, che forse

avrebbe bastato da sè solo a rendere immortale il suo autore, non è che un caso particolare dell' altro più generale del num. 87, ma che ancora ambedue non sono che casi particolari dell' altro generalissimo del num. 78.

95. Essendo sempre (12 e 14) $fp = p^q + ap^{q-1} + bp^{q-2} + cp^{q-3} \ldots$, poste le a, b, $c \ldots$ indipendenti da p, sarà ancora

$$f(p+nr) = (p+nr)^q + a(p+nr)^{q-1} + b(p+nr)^{q-2} + c(p+nr)^{q-3} \ldots;$$

parimente se poste le A, B, $C \ldots$ indipendenti da p, sia

$$[fp, r]^n = Ap^{nq} + Brp^{nq-1} + Cr^2p^{nq-2} + \ldots,$$

sarà ancora

$$[f(p+r), r]^n = A(p+r)^{nq} + Br(p+r)^{nq-1} + Cr^2(p+r)^{nq-2} \ldots;$$

ma è $$f(p+nr)\,[fp, r]^n = fp[f(p+r), r]^n;$$

dunque svolgendo i valori di questi prodotti e funzioni derivati dalle premesse equazioni, e sostituendoli in quest' ultima, si avrà un' altra equazione, dalla quale dopo di averne ordinati i termini per le potenze di p, eguagliando a zero il coefficiente di ciascuna potenza, come si fa nel metodo dei coefficienti indeterminati, si otterranno cominciando dal terzo termine le equazioni seguenti:

$$nq \cdot \frac{nq-1}{2} Ar^2 + nqaAr - Br^2 = q \cdot \frac{q-1}{2} \cdot An^2r^2 + \frac{q-1}{1} aAnr;$$

$$\frac{nq}{1} \cdot \frac{nq-1}{2} \cdot \frac{nq-2}{3} Ar^3 + \frac{nq}{1} \cdot \frac{nq-1}{2} aAr^2 + \frac{nq}{1} Abr + \frac{nq-1}{1} \cdot \frac{nq-2}{2} Br^3 + \frac{nq-1}{1} aBr^2 - 2Cr^3$$

$$= \frac{q}{1} \cdot \frac{q-1}{2} \cdot \frac{q-2}{3} An^3r^3 + \frac{q-1}{1} \cdot \frac{q-2}{2} aAn^2r^2 + \frac{q-2}{1} Abnr + \frac{q}{1} \cdot \frac{q-1}{2} Bn^2r^3 + \frac{q-1}{1} aBnr^2;$$

$$\frac{nq}{1} \cdot \frac{nq-1}{2} \cdot \frac{nq-2}{3} \cdot \frac{nq-3}{4} Ar^4 + \frac{nq}{1} \cdot \frac{nq-1}{2} \cdot \frac{nq-2}{3} aAr^3 + \frac{nq}{1} \cdot \frac{nq-1}{2} Abr^2 + \frac{nq}{1} Acr$$

$$+ \frac{nq-1}{1} \cdot \frac{nq-2}{2} \cdot \frac{nq-3}{3} Br^4 + \frac{nq-1}{1} \cdot \frac{nq-2}{2} aBr^3 + \frac{nq-1}{1} bBr^2$$

$$+ \frac{nq-2}{1} \cdot \frac{nq-3}{2} Cr^4 + \frac{nq-2}{2} aCr^3 - 3Dr^4 =$$

$$\frac{q}{1} \cdot \frac{q-1}{2} \cdot \frac{q-2}{3} \cdot \frac{q-3}{4} An^4r^4 + \frac{q-1}{1} \cdot \frac{q-2}{2} \cdot \frac{q-3}{3} aAn^3r^3 + \frac{q-2}{1} \cdot \frac{q-3}{2} Abn^2r^2 + \frac{q-3}{1} Acnr$$

$$+ q \cdot \frac{q-1}{2} \cdot \frac{q-2}{3} Bn^3r^4 + \frac{q-1}{1} \cdot \frac{q-2}{2} aBn^2r^3 + \frac{q-2}{1} Bbnr^2 + q \cdot \frac{q-1}{2} Cn^2r^4 + \frac{q-1}{1} aCnr^3;$$

e così successivamente le altre, le quali si potranno facilmente formare osservando l'analogia che in quelle tre si manifesta. Ora in queste equazioni si potrà porre $A = 1$, e in seguito valersene per determinare gli altri coefficienti indeterminati; onde si dedurrà il

96. *Teor. XXXI.* $[fp, r]^n = p^{nq}\left(1 + \frac{Br}{p} + \frac{Cr^2}{p^2} + \frac{Dr^3}{p^3} \cdots\right)$.

97. Questo teorema interessa moltissimo, poichè dimostra come una potenza di qualunque ordine si riduca in una serie la quale sarà convergente in modo da poterne far uso, sempre che sia la variabile p molto maggiore della differenza r. Ma fuori ancora di questo caso essendo (58)

$$[fp, r]^n = \frac{[fp, r]^m\,[f(p + mr), r]^n}{[f(p + nr), r]^m},$$

pongasi $p + mr = P$, e pel teorema antecedente sarà

$$[f(p + mr), r]^n = [fP, r]^n = P^{nq}\left(1 + \frac{Br}{P} + \frac{Cr^2}{P^2} + \frac{Dr^3}{P^3} \cdots\right);$$

e quindi $[fp, r]^n = \frac{[fp, r]^m}{[f(p + nr), r]^m} \cdot P^{nq}\left(1 + \frac{Br}{P} + \frac{Cr^2}{P^2} + \frac{Dr^3}{P^3} \cdots\right)$;

che è una serie che si potrà rendere convergente quanto piacerà, purchè si prenda m tanto grande, che renda ancora P grandissimo in paragone di r.

98. Supponendo la r negativa, la formola trovata di sopra sarebbe

$$[fp, -r]^n = \frac{[fp, -r]^m\,[f(p - mr), -r]^n}{[f(p - nr), -r]^m},$$

e potrebbe allora accadere che crescendo m, divenisse P negativa. Per evitare gl' imbarazzi che questo potrebbe cagionare nel calcolo, converrà pigliare m negativa, e valersi della formola

$$[fp, -r]^n = \frac{[fp, -r]^{-m}\,[f(p + mr), -r]^n}{[f(p - nr), -r]^{-m}},$$

da cui posto $p + mr = P$ si avrà

$$[fp, -r]^n = \frac{[fp, -r]^{-m}}{[f(p - nr), -r]^{-m}} \cdot P^{nq}\left(1 + \frac{Br}{P} + \frac{Cr^2}{P^2} + \frac{Dr^3}{P^3} \cdots\right),$$

che è una serie che ha P positivo, e crescendo m si riduce convergente quanto si vuole. Ora egli è chiaro che crescendo il valore di m, o rendendola negativa, si potrà sempre ottenere positivo il valore di P ancora quando fosse p negativo.

99. Il teorema XXX colle formole che lo seguono, e gli appartengono, servono ancora per la n negativa; ma basterà svolgerle per vedere che allora non termineranno, come succede posta n positiva. Ma le formole che più utilmente servono, essendo n negativa, si potranno trovare col metodo dello spezzamento delle frazioni; imperocchè se $G, H, I, \ldots M$ siano tante funzioni complete di p o di r separatamente, o di ambedue insieme del grado $q-1$, nelle quali ciascuna potenza della lettera ordinatrice abbia un coefficiente diverso indeterminato, si avrà

$$[fp, r]^{-n} = \frac{1}{f(p-nr)f(p-nr+r)fp-nr+2r)\ldots f(p-r)}$$
$$= \frac{G}{f(p-nr)} + \frac{H}{f(p-nr+r)} + \frac{I}{f(p-nr+2r)} \cdots + \frac{M}{f(p-r)};$$

e coi metodi conosciuti si potrà in ogni caso particolare determinare ciascuno di quei coefficienti. Così posta $fp = p$, le $G, H, I, \ldots M$ sarebbero costanti determinate dalle seguenti equazioni:

$$p^n [1, 1]^{n-1} [1, 1]^0 [n, 1]^{-0} G = n^{n-1}$$
$$p^n [1, 1]^{n-1} [1, 1]^1 [n, 1]^{-1} H = -1(n-1)^{n-1}$$
$$p^n [1, 1]^{n-1} [1, 1]^2 [n, 1]^{-2} I = (n-2)^{n-1}$$
$$\vdots$$
$$p^n [1, 1]^{n-1} [1, 1]^{n-1} [n, 1]^{1-n} M = \pm(n-n+1)^{n-1} = \pm 1,$$

preso il segno $+$ o $-$ secondo che sarà n dispari o pari.

100. Se sia L il segno del logaritmo iperbolico, si avranno i

101. *Teor. XXXII.* $L[fp, r]^n = L(fp \cdot f(p+r)f(p+2r)\cdots f(p+nr-r)$
$$= Lfp + Lf(p+r) + Lf(p+2r) \cdots + Lf(p+nr-r);$$

102. *Teor. XXXIII.* $L[fp, r]^{-n} = L\frac{1}{f(p-nr)f(p-nr+r)f(p-nr+2r)\cdots f(p-r)}$
$$= -Lf(p-nr) - Lf(p-nr+r) - Lf(p-r+2r) \cdots - Lf(p-r)$$

103. Quindi, per esempio, posta $fp = p$, sarebbe

$$L[p, r]^n = L\{p(p+r)(p+2r)\cdots(p+nr-r)\}$$
$$= L\left\{p^n \cdot 1\left(1+\frac{r}{p}\right)\left(1+\frac{2r}{p}\right)\cdots\left(1+\frac{nr-r}{p}\right)\right\}.$$

Ma è $Lp^n = nLp$;

$$L\left(1+\frac{r}{p}\right) = \frac{r}{p} + \frac{r^2}{2p^2} + \frac{r^3}{3p^3} + \frac{r^4}{4p^4}\cdots$$
$$L\left(1+\frac{2r}{p}\right) = \frac{2r}{p} + \frac{2^2r^2}{2p^2} + \frac{2^3r^3}{3p^3} + \frac{2^4r^4}{4p^4}\cdots$$
$$L\left(1+\frac{3r}{p}\right) = \frac{3r}{p} + \frac{3^2r^2}{2p^2} + \frac{3^3r^3}{3p^3} + \frac{3^4r^4}{4p^4}\cdots$$
$$L\left(1+\frac{nr-r}{p}\right) = \frac{(n-1)r}{p} + \frac{(n-1)^2r^2}{2p^4} + \frac{(n-1)^3r^3}{3p^3} + \frac{(n-1)^4r^4}{4p^4}\cdots$$

Se dunque sia A la somma della serie dei numeri naturali $1, 2, 3, \ldots n-1$, e le somme delle serie dei loro quadrati, cubi, ... siano A', A'' ..., sarà

$$L[p, r]^n = nLp + \frac{Ar}{p} + \frac{A'r^2}{2p^2} + \frac{A'r^3}{3p^3} + \frac{A''r^4}{4p^4}\cdots$$

e facilmente si vede che con eguale metodo si potranno ancora nel caso di n negativa i logaritmi delle formole ridurre in serie che convergano in proporzione della grandezza di p per riguardo ad r.

104. Dal num. 73 si deriva facilmente

$$[fp, r]^n - [f(p-r), r]^n = Gnr[fp, r]^{n-1};$$

quindi servendosi dei segni usati nel calcolo delle differenze finite si avranno i

105. *Teor. XXXIV.* $\Delta[fp, r]^n = Gnr[fp, r]^{n-1}$;

106. Se pongasi $n+1$ in vece di n, e allora G divenga $'G$, si avrà

$$\Delta[fp, r]^{n+1} = r(n+1)\,'G[fp, r]^n, \quad \text{e} \quad [fp, r]^n = \frac{\Delta[fp, r]^{n+1}}{r(n+1)\,'G};$$

laonde integrando risulterà

107. *Teor. XXXV.* $\Sigma[fp, r]^n = \dfrac{[fp, r]^{n+1}}{\Sigma r\,'G(n+1)} + C.$

108. Potranno adunque i metodi del calcolo delle differenze finite essere applicati alle potenze di ogni ordine, e niuno troverà difficoltà nell' introdurne le espressioni, cominciando dal num. 72 in avanti, poichè basterebbe per questo sostituirle alle funzioni espresse dalle G, G^2, G^3, ecc. Ma io mi asterrò generalmente dall' entrare in quelle applicazioni, poichè le proprietà che da queste ha derivate massime il Kramp per le potenze del second' ordine, e che io tenterei di estendere a quelle di ogni ordine, sono tante, che io per non ingrandire di troppo questa Memoria stimo bene di riservarle ad un' altra; e qui avvertirò solamente che dall' equazione $f(p+nr-r)=f(p-r)+nrf(n,p)=f(p-r)+nrG$ posta al num. 72 si potrà sempre avere il valore di G, e così pure quello di G^1, G^2, ...

109. Tra le formole esposte niuna può svolgersi e dimostrarsi direttamente se non si suppone intiero l' indice loro, il quale sembra anche non poter essere altrimenti, poichè (1) deve esprimere un numero di fattori. Nè io concederei facilmente al Kramp (*L. c.* 60) che egli abbia dimostrata la formola del num. 78 nel caso di $fp=p$ senza supporne intiero l' indice n; perchè se io non ho mal inteso, anche la dimostrazione, che egli ne ha derivata dall' induzione, dipende dalla formola del num. 54 applicata pure a quel caso. Ma la dimostrazione stessa di questa formola suppone $-\frac{p}{r}$ e n numeri intieri e positivi per modo che parrebbe falsa, quando posto $-\frac{p}{r}$ numero intiero e positivo, fosse n negativa, e in ogni altra supposizione non si potrebbe collo svolgimento dimostrarla, o lascerebbe un certo dubbio, perchè si troverebbe un risultato diverso svolgendola da principio nella forma in cui è, e poi nella forma a cui si riduce, in tutto eguale $[pfp,r]^{\frac{n-p}{r}}=0$.

110. Nè io cercherò di applicare alle potenze di ogni ordine le dimostrazioni che usano alcuni pel teorema delle potenze del binomio neutoniano nel caso dell' indice rotto, poichè di quelle accaderà forse di trattare in altro luogo; quindi solamente per analogia e secondo la legge della continuità ora assumerò che le formole dimostrate nei casi dei numeri intieri e positivi possano essere interpolate colle altre dei

numeri qualunque; laonde per esempio $[f(p-tr),r]^n$ potrà ridursi alla $[f(p+q),r]^n$ ponendo il numero qualunque $\frac{q}{r}=-t$; e similmente le serie delle potenze di ogni ordine ad indice intiero potranno essere interpolate colle potenze simili ad indice rotto; e dalle formole premesse si potrà sempre trovare il loro valore, poichè tra queste molte, e singolarmente quelle dei numeri 58, 63 ... 69, 80 ... 84, 87 hanno diversi indici nei due loro membri; laonde se suppongasi rotto l'indice in uno di questi, e intiero nell'altro, lo svolgimento delle potenze, che in questo si potrà eseguire, fornirà il valore delle potenze d'indice rotto che quello contiene.

111. Così dalla formola 66 posta $n=p=P=\frac{1}{2}$, $r=R=2$ si avrebbe

$$[\tfrac{1}{2},2]^{\frac{1}{2}}[\tfrac{1}{2},2]^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1\cdot1\cdot5\cdot5\cdot9\cdot9\cdot13\cdot13\cdot17\cdot17\cdots}{3\cdot1\cdot7\cdot3\cdot11\cdot7\cdot15\cdot11\cdot19\cdot15\cdots};$$

e di nuovo ponendo $n=p=P=\frac{1}{2}$, e $r=R=-1$, dal num. 67 si avrà

$$[\tfrac{1}{2},-1]^{\frac{1}{2}}[\tfrac{1}{2},-1]^{-\frac{1}{2}}=\frac{2\cdot4\cdot4\cdot6\cdot6\cdot8\cdot8\cdot10\cdot10\cdot12\cdot12\cdots}{3\cdot3\cdot5\cdot5\cdot7\cdot7\cdot9\cdot9\cdot11\cdot11\cdot13\cdots}.$$

112. Quando poi sia già noto il valore di qualche potenza ad indice rotto, le formole citate al num. 110 serviranno a trovare i valori di altre, che collo stesso indice abbiano diverso il primo fattore, o la differenza in una certa proporzione, poichè si potrà sempre la potenza data paragonare con alcuna di quelle formole in modo che uno degl' indici di questa riesca intiero. Così se fosse data la potenza $[\frac{1}{2},1]^{\frac{2}{5}}$, paragonandola colla formola del num. 58 ridotta alla forma

$$\frac{[p,r]^n}{[(p+mr),r]^n}=\frac{[p,r]^m}{[(p+nr),r]^m},$$

cosicchè quella potenza data corrisponda alla $[p,r]^n$, si avrà $n=\frac{2}{5}$, $p=\frac{1}{2}$, $n=1$, e invertendo le frazioni risulterà la formola

$$\frac{[(\frac{1}{2}+m),1]^{\frac{2}{5}}}{[\frac{1}{2},1]^{\frac{2}{5}}}=\frac{[\frac{9}{10},1]^m}{[\frac{1}{2},1]^m},$$

da cui si potrà trovare la potenza $[(\frac{1}{2}+m),1]^{\frac{2}{5}}$, qualunque sia il

valore intiero di m. Similmente se fosse data $[-\frac{1}{2}, 1]^{\frac{2}{5}} = [p, r]^n$, dovrebbe porsi $n = \frac{2}{5}$, $p = -\frac{1}{2}$, $r = 1$; e qualunque fosse il valore intiero di m, si potrebbe trovare la potenza $[(m-\frac{1}{2}), 1]^{\frac{2}{5}}$ per mezzo della formola

$$\frac{[(m-\frac{1}{2}), 1]^{\frac{2}{5}}}{[\frac{1}{2}, 1]^{\frac{2}{5}}} = \frac{[-\frac{1}{10}, 1]^m}{[-\frac{1}{2}, 1]^m}.$$

113. Ora poichè l' indice delle potenze può essere qualunque, e dal num. 96 si ha

$$p^{nq} = [fp, r]^n - Brp^{nq-1} - Cr^2p^{nq-2} - Dr^3p^{nq-3} \ldots.$$

se suppongasi che quando n diviene $\frac{n-1}{q}$, $\frac{n-2}{q}$, $\frac{n-3}{q}$ ..., i coefficienti B, C... divengano B', B'', B''' ..., C', C'', C''' ..., si avrà

$$p^{nq-1} = [fp, r]^{\frac{n-1}{q}} - B'rp^{nq-2} - C'r^2p^{nq-3} \ldots$$

$$p^{nq-2} = [fp, r]^{\frac{n-2}{q}} - B''rp^{nq-3} \ldots,$$

e così di seguito; se poi sostituendo in quella prima formola questi valori, come si fa nel metodo del ritorno delle serie, si ponga

$$Q = -B; \quad R = BB' - C = -B'Q - C;$$

$$S = -B''(BB' - C) + BC' - D = -B''R - C'Q - D;$$

e così successivamente si avrà il

114. *Teor. XXXVI.* $p^{nq} = [fp, r]^n + Qr[fp, r]^{\frac{n-1}{q}} + Rr^2[fp, r]^{\frac{n-2}{q}} \ldots,$

che è quasi l' inverso dell' altro del num. 96, e dimostra come una potenza del prim' ordine possa ridursi in una serie di potenze di altri ordini.

115. Ancora questo teorema nel caso di $fp = p$, e di $q = 1$ è stato dimostrato da Lacroix (*L. c. num.* 903); e per dare a quello tutta l' estensione, di cui è capace, si premetta che essendo

$$[fp, r]^{n+1} = [fp, r]^n f(p + nr),$$

sarà (72) $$[fp, r]^{n+1} = fp[fp, r]^n + nrC'[fp, r]^n;$$

e in vece di n sostituendo successivamente $n-1$, $n-2$, $n-3\ldots$, $n-t$, posto t qualunque numero intiero, sarà

$$\begin{aligned}
[fp,r]^n &= fp[fp,r]^{n-1} + r(n-1)\,G^2[fp,r]^{n-1}\\
[fp,r]^{n-1} &= fp[fp,r]^{n-2} + r(n-2)\,G^3[fp,r]^{n-2}\\
[fp,r]^{n-2} &= fp[fp,r]^{n-3} + r(n-3)\,G^4[fp,r]^{n-3}\\
&\vdots\\
[fp,r]^{n-t} &= fp[fp,r]^{n-t-1} + r(n-t-1)\,G^{t+2}[fp,r]^{n-t-1}.
\end{aligned}$$

116. Quindi suppongasi

$$(fp)^n = A[fp,r]^n + B[fp,r]^{n-1} + C[fp,r]^{n-2} + D[fp,r]^{n-3}\ldots + Z[fp,r]^{n-t-1},$$

posti i coefficienti B, $C\ldots Z$ funzioni di n che divengano nulle posta $n=0$; moltiplicando tutta l'equazione per fp, si avrà

$$fp(fp)^n = Afp[fp,r]^n + Bfp[fp,r]^{n-1} + Cfp[fp,r]^{n-1}\ldots + Zfp[fp,r]^{n-t-1};$$

e sostituendo i valori di questi prodotti presi dal numero antecedente, risulterà

$$\begin{aligned}
(fp)^{n+1} &= A[fp,r]^{n+1} - ArnG^1[fp,r]^n - Br(n-1)G^2[fp,r]^{n-1}\\
&- Cr(n-2)G^3[fp,r]^{n-2}\ldots + B[fp,r]^n + C[fp,r]^{n-1} + D[fp,r]^{n-2}.
\end{aligned}$$

117. Ora qui è chiaro primamente che posta $n=0$, resterà $fp = A[fp,r]^1 = Afp$, e perciò $A=1$; paragonando poi la prima e la terza tra le equazioni del numero antecedente, si vede che mentre n è divenuta $n+1$, e $A=1$, i coefficienti B, C, $D\ldots Z$ della prima sono nella terza divenuti $B - rnG^1$; $C - Br(n-1)G^2$; $D - Cr(n-2)G^3\ldots$; $Z - Yr(n-t)G^{t-1}$; laonde si avranno le equazioni $\Delta B = rnG^1$; $\Delta C = Br[n-1)G^2$; $\Delta D - Cr(n-2)G^3\ldots$, dalle quali integrando si ricaveranno i valori dei coefficienti $B = \Sigma rnG^1$; $C = \Sigma Brn(n-1)G^2$; $D = \Sigma r(n-2)G^3\ldots$, ai quali dovranno poi sempre aggiungersi le opportune costanti dedotte coi metodi del calcolo delle differenze da qualche condizione conosciuta, come è la premessa, che i coefficienti stessi debbano annullarsi insieme colla n; pertanto si avrà

118. *Teor. XXXVII.*

$$(fp)^n = [fp,r]^n + [fp,r]^{n-1}\Sigma rnG^1 + [fp,r]^{n-2}\Sigma r(n-1)G^2 + [fp,r]^{n-3}\Sigma r(n-2)G^3\ldots$$

119. Similmente pel num. 115 essendo

$$fp[fp,r]^n = [fp,r]^{n+1} - rnG^1[fp,r]^n;$$

se ad n sostituiscansi successivamente le $n+1$, $n+2$, $n+3 \ldots n+t$, onde la G^1 divenga ${}^1G$, ${}^2G$, ${}^3G \ldots {}^tG$, si avrà

$$\begin{aligned} fp[fp,r]^{n+1} &= [fp,r]^{n+2} - r(n+1)\,{}^1G[fp,r]^{n+1}; \\ fp[fp,r]^{n+2} &= [fp,r]^{n+3} - r(n+2)\,{}^2G[fp,r]^{n+2}; \\ &\vdots \\ fp[fp,r]^{n+t} &= [fp,r]^{n+t+1} - r(n+t)\,{}^tG[fp,r]^{n+t}. \end{aligned}$$

120. Quindi successivamente moltiplicando per fp, e sostituendo i valori presi dal numero antecedente, risulterà

$$\begin{aligned} (fp)^2[fp,r]^n &= fp[fp,r]^{n+1} - rnG'fp[fp,r]^n \\ &= [fp,r]^{n+2} - r\{(n+1)'G + nG'\}[fp,r]^{n+1} + r^2n^2G'^2[fp,r]^n; \\ (fp)^3[fp,r]^n &= fp[fp,r]^{n+2} - r\{(n+1)'G + nG'\}fp[fp,r]^{n+1} + r^2n^2G'^2fp[fp,r]^n \\ &= [fp,r]^{n+3} - r\{(n+2)^2G + (n+1)'G + nG'\}[fp,r]^{n+2} \\ &\quad + r^2\{(n+1)^2\,'G^2 + n(n+1)\,'GG' + n^2G'^2\}[fp,r]^{n+1} - r^3n^3G'^3[fp,r]^n, \end{aligned}$$

e così seguitando; laonde se nello svolgimento delle potenze esprimenti i valori dei coefficienti A, B, $C \ldots$ s'intendono sempre ommessi i coefficienti numerici dei termini, e pongasi

$$\begin{aligned} A &= (n+t-1)\,{}^{t-1}G + (n+t-2)\,{}^{t-2}G + (n+t-3)\,{}^{t-3}G \ldots + (n+4)'G + nG'; \\ B &= \{(n+t-2)\,{}^{t-2}G + (n+t-3)\,{}^{t-3}G \ldots + (n+1)'G + nG'\}^2; \\ C &= \{(n+t-3)\,{}^{t-3}G \ldots + (n+1)'G + nG'\}^3; \\ &\vdots \\ Z &= (nC')^t, \end{aligned}$$

si avrà finalmente

121. *Teor. XXXVIII.* $(fp)^t[fp,r]^n = [fp,r]^{n+t} - rA[fp,r]^{n+t-1}$
$+ r^2B[fp,r]^{n+t-2} - r^3C[fp,r]^{n+t-3} \ldots \pm r^tZ[fp,r]^n$,

pigliando il segno $+$ o $-$, secondochè sarà t pari o dispari.

122. Ciascuno dei teoremi finora esposti può somministrarne altri molti, e sicuramente eleganti, applicandolo alle potenze di ordini diversi in particolare. Così posta $fp = p$ nel teorema XXXVII del numero 118, tutti i coefficienti C^1, C^2, C^3 diverrebbero eguali all' unità, e si troverebbe $B = \Sigma rn = \Sigma r[n, -1]^1 = \frac{r^2[n, -1]^2}{2}$; $C = \frac{\Sigma rn(n-1)^2}{2}$ $= \frac{\Sigma rn([n, -1]^2 + [n-1, -1]^1)}{2} = \frac{r^3}{2} \cdot \frac{([n, -1]^4 + [n, -1]^3)}{4}$, e così di seguito, come si può vedere presso il Lacroix (*L. c.* 112); nè sarà poi di bisogno di aggiungere a questi integrali alcuna costante, poichè posta $n = 0$, si annullano. Ma io non mi tratterrò a fare questa applicazione, la quale non porta seco alcuna difficoltà, se non la lunghezza del calcolo, almeno in alcuni casi.

123. Dopo di avere esposte le proprietà principali delle potenze di ogni ordine, sarebbe questo il luogo di farne qualche applicazione per mostrare i vantaggi singolarissimi che la teoria loro arreca in molte parti dell' analisi; e veramente un vasto campo ci si aprirebbe, ancorchè si volesse prescindere da quello che per riguardo alle potenze di second' ordine hanno già scritto gli autori indicati altrove (5). Ma per non allungare troppo questa Memoria conviene trasportare altrove questi oggetti quantunque interessanti, e per indicare almeno l' origine delle assurde conseguenze alle quali è arrivato il Kramp (5) basta brevemente esporre quello che appartiene alla relazione tra le potenze del second' ordine e gl' integrali definiti, o le funzioni derivate inverse definite e i metodi d' interpolazione.

124. Supponendo che queste funzioni siano espresse col segno negativo degli accenti, si cerchi la $f^{-1}Krx^{Kr-1}(1-x^r)^n$ definita da $x = 0$ fino ad $x = 1$; essendo

$$(1-x^r)^n = 1 - [0, -1]^{-1}[n, -1]^1 x^r + [0, -1]^{-2}[n, -1]^2 x^{2r} \ldots.$$

sarà
$$f^{-1}Krx^{Kr-1}(1-x^r)^n = Krf^{-1}x^{Kr-1}$$
$$- Kr[0, -1]^{-1}[n, -1]^1 f^{-1}x^{Kr+2r-1} + Kr[0, -1]^{-2}[n, -1]^2 x^{Kr+3r-1} \ldots$$
$$= x^{Kr} - \frac{K}{K+1}[0, -1]^{-1}[n, -1]^1 x^{Kr+r} + \frac{K}{K+2}[0, -1]^{-2}[n, -1]^2 x^{Kr+2r}$$
$$- \frac{K}{K+3}[0, -1]^{-3}[n, -1]^3 x^{Kr+3r} \ldots. + C;$$

e poichè quella funzione deve cominciare ad $x = 0$, siccome allora essa diviene nulla, così sarà pure nulla la costante C; e poichè deve compiersi posta $x = 1$, si avrà da $x = 0$ fino ad $x = 1$

$$f^{-1}Krx^{Kr-1}(1-x^r)^n = 1 - \frac{K}{K+1}[0,-1]^{-1}[n,-1]^1$$
$$+ \frac{K}{K+2}[0,-1]^{-2}[n,-1]^2 - \frac{K}{K+3}[0,-1]^{-3}[n,-1]^3 \ldots.$$

125. Ora si osservi che ciascun coefficiente $\frac{K}{K+5}$ si riduce al prodotto delle potenze $[K,1]^5[K,-1]^{-5}$; fatta poi questa sostituzione, si vedrà che la serie risultante corrisponde a quella del num. 88, purchè pongasi $t = -K$, $D = -Kr$, onde le potenze che hanno la variabile t e D corrispondano a quelle che hanno la variabile K. Si avrà dunque (81) $D = p + nr = -Kr$, $D' = p + Kr = -Kr - nr + Kr = -nr$; laonde sarà da $x = 0$ fino ad $x = 1$

$$f^{-1}Krx^{Kr-1}(1-x^r)^n = [-nr,r]^n[-Kr,r]^{-n} = [n,-1]^n[K,-1]^{-n}.$$

126. Se dunque pongasi $n = K = \frac{1}{2}$, $r = 2$, e π la semiperiferia del circolo del raggio 1, sarà da $x = 0$ sino ad $x = 1$

$$f^{-1}(1-x^2)^{\frac{1}{2}} = [\tfrac{1}{2},-1]^{\frac{1}{2}}[\tfrac{1}{2},-1]^{-\frac{1}{2}}$$
$$= 1 - \frac{1}{2\cdot 3} - \frac{1\cdot 1}{2\cdot 4\cdot 5} - \frac{1\cdot 1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} - \frac{1\cdot 1\cdot 1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9}\ldots = \frac{\pi}{4};$$

poichè quella funzione derivata è evidentemente eguale al quarto della superficie, e perciò all'ottavo della periferia di quel circolo; e in fatti al num. 111 si è trovato che il prodotto di quelle due potenze corrisponde a $\frac{2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot\ldots}{3\cdot 3\cdot 5\cdot 5\cdot\ldots}$, che secondo Wallis eguaglia il quarto di quella periferia. Similmente se pongasi $n = -K = \frac{1}{2}$, $r = 2$, si avrà da $x = 0$ fino ad $x = 1$

$$f^{-1}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} = [\tfrac{1}{2},-1]^{\frac{1}{2}}[-\tfrac{1}{2},-1]^{-\frac{1}{2}}$$
$$= 1 + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 9}\ldots = \frac{\pi}{2},$$

poichè quella funzione evidentemente eguaglia il quarto di quella periferia.

127. Ma è $\left[\frac{1}{2},-1\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{2},-1\right]^{1-\frac{1}{2}}$

$$= \left[\tfrac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{2}}\left[\tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2},-1\right]^{1} = \left[\tfrac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{2}}\left[1,-1\right]^{1} = \left[\tfrac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{2}};$$

dunque sarà $\left[\frac{1}{2},-1\right]^{\frac{1}{2}}\left[\frac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{2}} = \left(\left[\frac{1}{2},-1\right]^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\left[\frac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$;

e per conseguenza $\left[\frac{1}{2},-1\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

128. Posto poi n numero intiero e positivo, sarà

$$\left[\tfrac{1}{2},-1\right]^{n}\left[-\tfrac{1}{2},-1\right]^{-n} = \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)\cdots\cdots(\frac{1}{2}-n+1)}{(1-\frac{1}{2})(2-\frac{1}{2})(3-\frac{1}{2})\cdots\cdots(n-\frac{1}{2})}$$

$$= \frac{1\cdot -1\cdot -3\cdot -5\cdot -7\cdots\cdot(3-2n)}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdots\cdot(2n-3)(2n-1)} = \pm\frac{1}{2n-1},$$

pigliando il segno + o —, secondo che n è dispari o pari; e sotto le stesse condizioni è $sin\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi = \pm 1$;

dunque sarà $\left[\frac{1}{2},-1\right]^{n}\left[-\frac{1}{2},-1\right]^{-n} = \dfrac{sin\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi}{2n-1}$.

Da questa formola, sostituendo ad n i numeri intieri 1, 2, 3, 4 . . . , risulta la serie 1, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{7}$.... Se però seguendo l'analogia (110) la formola stessa si trasporti al caso dei valori rotti di n, potrà essa ancora fornire i termini corrispondenti per interpolare quella serie.

129. Così per esempio ponendo $n = \frac{1}{2}$, è $2n-1 = 0$,

è $sin\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi = \left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi$;

quindi sarà $\left[\frac{1}{2},-1\right]^{\frac{1}{2}}\left[-\frac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{2}$;

ponendo poi $n = \frac{1}{4}$, è $sin\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi = sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; quindi sarà

$$\left[\tfrac{1}{2},-1\right]^{\frac{1}{4}}\left[-\tfrac{1}{2},-1\right]^{-\frac{1}{4}} = \sqrt{2} = \frac{3\cdot 5\cdot 7\cdot 9\cdot 11\cdots\cdot}{2\cdot 6\cdot 6\cdot 10\cdot 10\cdots\cdot}$$

$$= 1 - \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 4} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{2\cdot 3\cdot 3\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4}\cdots\cdot;$$

e così pure ponendo $n = \frac{1}{3}$, sarà $sin\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi = sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{6}$, e

$$[\tfrac{1}{2},-1]^{\frac{1}{3}}[-\tfrac{1}{2},-1]^{-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} = \frac{5\cdot 7\cdot 11\cdot 17\cdot 19\cdot 23\cdots}{3\cdot 9\cdot 9\cdot 15\cdot 15\cdot 21\cdots}$$

$$= 1 - \frac{2}{3\cdot 3} - \frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3} + \frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 5\cdot 7}{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}\cdots;$$

laonde interpolando la serie $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{7}\ldots$, i termini che corrispondono ai valori rotti di n nei prodotti $[\frac{1}{2},-1]^n[-\frac{1}{2},-1]^{-n}$, altri sono archi di circolo trascendenti, altri algebraici razionali o irrazionali.

130. E lo stesso si può vedere in altri prodotti, poichè essendo (50)

$$[n,-1]^n[-n,-1]^{-n} = [n,-1]^{\frac{2n+1}{2}}[-\tfrac{1}{2},-1]^{-\frac{1}{2}}[-n,-1]^{-\frac{2n-1}{2}}[\tfrac{1}{2},-1]^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{e}\quad [n,-1]^{\frac{2n+1}{2}}[-n,-1]^{-\frac{2n-1}{2}} = \frac{1}{[\frac{1}{2},-1]^{\frac{2n+1}{2}}[-\frac{1}{2},-1]^{-\frac{2n-1}{2}}},$$

sarà (118 e 120)

$$[n,-1]^n[-n,-1]^{-n} = \frac{[\frac{1}{2},-1]^{\frac{1}{2}}[-\frac{1}{2},-1]^{-\frac{1}{2}}}{[\frac{1}{2},-1]^{\frac{2n+1}{2}}[-\frac{1}{2},-1]^{-\frac{2n-1}{2}}} = \frac{n\pi}{\sin n\pi};$$

e posta $n = \frac{1}{6}$, risulterà $[\frac{1}{6},-1]^{\frac{1}{6}}[-\frac{1}{6},-1]^{-\frac{1}{6}} = \frac{\pi}{3}$;

siccome poi è (46) $[0,-1]^n[0,-1]^{-n} = \dfrac{1}{[n,-1]^n[-n,-1]^{-n}} = \dfrac{\sin n\pi}{n\pi}$;

così sarà $$[0,-1]^{\frac{2n-1}{2}}[0,-1]^{\frac{1-2n}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi}{\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi};$$

ma (50) è $[n,-1]^{\frac{1}{2}}[-n,-1]^{-\frac{1}{2}} = [n,-1]^n[0,-1]^{\frac{1-2n}{2}}[-n,-1]^{-n}[0,-1]^{\frac{2n-1}{2}}$;

dunque sarà $$[n,-1]^{\frac{1}{2}}[-n,-1]^{-\frac{1}{2}} = \frac{2n\cdot\sin\left(\frac{2n-1}{2}\right)\pi}{(2n-1)\sin n\pi};$$

e posta $n = \frac{1}{3}$, sarà

$$[\tfrac{1}{3},-1]^{\frac{1}{2}}[-\tfrac{1}{3},-1]^{-\frac{1}{2}} = \frac{2\cdot\sin\frac{\pi}{6}}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\sin\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{3}.$$

131. Ancora più generalmente si ha (37)

$$[m,-1]^n[(p-m),-1]^{-n} = [m,-1]^{n+m-m}[(p-m),-1]^{-n+p-m-p+m}$$

$$= [m,-1]^m[0,-1]^{n-m}[(p-m),-1]^{p-m}[0,-1]^{-n-p+m};$$

e $$[m,-1]^m = [m,-1]^p[(m-p),-1]^{m-p};$$

$$[0,-1]^{-n-p+m} = [0,-1]^{m-n}[(n-m),-1]^{-p};$$

e finalmente (122) $[0,-1]^{n-m}[0,-1]^{m-n} = \frac{\sin(n-m)\pi}{(n-m)\pi}$;

e $$[(m-p),-1]^{m-p}[(p-m),-1]^{p-m} = \frac{(p-m)\pi}{\sin(p-m)\pi};$$

dunque sostituendo sarà

$$[m,-1]^n[(p-m),-1]^{-n} = \frac{(p-m)}{n-m}[m,-1]^p[(n-m),-1]^{-p} = \frac{\sin(n-m)\pi}{\sin(p-m)\pi};$$

onde la formola $[m,-1]^n[(p-m),-1]^{-n}$ si ridurrà ad espressione di seni, qualunque sieno n e m, purchè sia p numero intiero.

132. Ma, essendo (131) $\frac{\pi}{\sin n\pi} = [n,-1]^n[-n,-1]^{-n} =$

$$[(n-1),-1]^{n-1}[-n,-1]^{-n} = [(n-1),-1]^{n-1}[1,1]^n = \frac{[1,1]^{-n}}{[n,1]^{1-n}},$$

sarà ancora $$\frac{\pi}{\sin p\pi} = \frac{[1,1]^{-p}}{[p,1]^{1-p}};$$

e quindi $$\frac{\sin n\pi}{\sin p\pi} = \frac{[n,1]^{1-n}[1,1]^{-p}}{[p,1]^{1-p}[1,1]^{-n}} = \frac{[n,1]^{1-p-n}}{[p,1]^{1-p-n}} =$$

$$\frac{[n,1]^{1-p-2n+n}}{[p,1]^{1-p-2n+n}} = \frac{[n,1]^{1-2n}[(1-n),1]^{n-p}}{[p,1]^{n-p}[n,1]^{1-2n}} = \frac{[(1-n),1]^{n-p}}{[p,1]^{n-p}} = \frac{[-p,-1]^{n-p}}{[p,1]^{n-p}};$$

e se pongasi $n-p = m$, eliminando n sarà

$$\frac{\sin n\pi}{\sin p\pi} = \frac{\sin(p+m)\pi}{\sin p\pi} = \cos m\pi + \sin m\pi \cdot \operatorname{cotang} p\pi$$

$$= \frac{[-p,-1]^{n-p}}{[p,1]^{n-p}} = \frac{[-p,-1]^m}{[p,1]^m}.$$

133. Ma se t sia numero intiero, e $m = \frac{2t-1}{2}$, sarà

$$\cos m\pi = \cos\left(\frac{2t-1}{2}\right)\pi = 0, \quad \text{e} \quad \sin\left(\frac{2t-1}{2}\right)\pi = \sin m\pi = \pm 1,$$

pigliando il segno $+$ o $-$, secondochè sarà t numero dispari o pari.

Dunque sarà in generale $\pm \cot\text{ang}\, p\pi = \dfrac{[-p,-1]^{\frac{2t-1}{2}}}{[p,1]^{\frac{2t-1}{2}}}$.

134. Il Kramp (*L. c.* 40) dimostra questo teorema pel caso di $t=1$, $p = \frac{2t-1}{2} = \frac{1}{2}$; e avverte con ragione che la formola

$\tan\text{g}\, p\pi = \dfrac{[p,1]^{\frac{1}{2}}}{[-p,-1]^{\frac{1}{2}}}$, rimarchevole non meno per la sua verità che per la sua semplicità per mezzo delle serie poste di sopra ai numeri 95, 96 . . ., fornisce un metodo semplicissimo per trovare la tangente di un angolo, e un altro ancora più facile per trovarne il logaritmo iperbolico; ed egli stesso ne dà un esempio (42) cercando la tangente dell' arco $p\pi = \frac{2\pi}{5} = 70^\circ$. Ma appunto da quelle serie tanto utili ed esatte deriva egli alcune mostruose conseguenze.

135. E primamente si rifletta che ai numeri 95, ... se pongasi $fp = p$, e perciò $a = 0 = b = c \ldots$, i coefficienti B, C . . . . saranno indipendenti da p insieme e da r; quindi dalla formola 96, come posta $q = 1$, $r = 1$, si troverà

$$[p,1]^n = p^n\left(1 + \frac{B}{p} + \frac{C}{p^2} \ldots\right);$$

così posta $fp = -p$, $q = 1$, $r = -1$, si troverà

$$[-p,-1]^n = (-p)^n\left(1 + \frac{B}{p} + \frac{C}{p^2} \ldots\right);$$

quindi dividendo una formola per l' altra, si ricaverà

$$\frac{[p,1]^n}{[-p,-1]^n} = \frac{p^n}{(-p)^n} = \frac{p^n \cdot 1^n}{p^n(-1)^n} = \frac{1^n}{(-1)^n},$$

e per eguale ragione dal num. 124 si otterrà

$$\cos m\pi + \sin m\pi \cdot \operatorname{cotang} p\pi = \frac{[-p, -1]^m}{[p, 1]^m} = \frac{(-1)^m}{1^m},$$

e rendendo m negativa, sarà

$$\cos m\pi - \sin m\pi \cdot \operatorname{cotang} p\pi = \frac{1^m}{(-1)^m};$$

e moltiplicando queste due formole tra loro, si avrà finalmente

$$\cos m\pi^2 - \sin m\pi^2 \cdot \operatorname{cotang} p\pi^2 = 1 = \frac{\sin p\pi^2 \cdot \cos m\pi^2 - \sin m\pi^2 \cdot \cos p\pi^2}{\sin p\pi^2}.$$

e $$\sin p\pi^2 - \sin p\pi^2 \cdot \sin m\pi^2 - \sin m\pi^2 \cdot \cos p\pi^2 = \sin p\pi^2,$$

o sia $\sin m\pi^2 = 0$, che sono proposizioni false ambedue, fuori del solo caso in cui pongasi m numero intiero.

136. Appresso colle stesse argomentazioni si troverebbe dal num. 124

$$\frac{[-p, -1]^{n-p}}{[p, 1]^{n-p}} = \frac{(-p)^{n-p}}{p^{n-p}} = \frac{(-1)^{n-p}}{1^{n-p}} = \frac{\sin n\pi}{\sin p\pi};$$

quindi trasmutando le n e p tra loro, si avrebbe ancora

$$\frac{\sin p\pi}{\sin n\pi} = \frac{(-n)^{p-n}}{n^{p-n}} = \frac{(-1)^{p-n}}{1^{p-n}},$$

onde seguirebbe l'assurdo che la ragione dei seni di due angoli qualunque fosse funzione della sola loro differenza $n - p$.

137. Ponendo poi $n - p = \frac{1}{2}$, sarebbe

$$\frac{\sin n\pi}{\sin p\pi} = \frac{\sin(p + \frac{1}{2})\pi}{\sin p\pi} = \frac{\cos p\pi}{\sin p\pi}$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tang} p\pi} = \frac{(-p)^{\frac{1}{2}}}{p^{\frac{1}{2}}} = \frac{(-1)^{\frac{1}{2}}}{1^{\frac{1}{2}}};$$

onde seguirebbe l'assurdo che la tangente di un angolo qualunque $p\pi$ fosse eguale non solo ad una costante, ma ad una costante imaginaria, quale esser deve una frazione in cui in qualunque modo entra $(-1)^{\frac{1}{2}}$.

É in fatti si è già trovato al num. 128

$$(-1)^m = 1^m(\cos m\pi + \sin m\pi \cdot \operatorname{cotang} p\pi) = \frac{1^m}{\cos m\pi - \sin m\pi \cdot \operatorname{cotang} p\pi};$$

onde si dovrebbe poter inferire l'assurdo che la quantità $(-1)^m$ sicuramente imaginaria, quando m è un numero rotto di denominatore pari, sia ancora in questo caso eguale a queste due espressioni, che sono sempre reali.

138. Il signor Kramp, dopo di avere esposte queste difficoltà, avverte (*L. c.* 43) che per toglierle indarno si ricorrerebbe alla moltiplicità delle radici o dei valori che competono alle formole esprimenti i prodotti dei quali si tratta nel caso in cui l'indice loro sia rotto; poichè tra le molte radici dovrebbero ancora trovarsi quelle che soddisfacciano alle equazioni onde nascono le proposte difficoltà; quindi avendo cercato di confutare ancora altre ragioni, che altri avrebbe potuto opporgli, non dissimula (48) che quelle conseguenze, per quanto appajano rivoltanti e mostruose, ci potrebbero obbligare a cambiare le idee generalmente ricevute delle potenze d'indice rotto di denominatore pari delle quantità negative e dei loro logaritmi, o almeno a sentire la necessità di una totale riforma di tutta la nostra teoria delle radici e dei logaritmi delle quantità negative.

139. Io confesso che da principio ho creduto di potere dalla moltiplicità dei valori che corrispondono alle potenze d'indice rotto rendere ragione delle conseguenze dedotte dal Kramp, poichè mi pareva non impossibile che tra questi valori non tutti soddisfacessero alle equazioni che quelle conseguenze contengono, e che il metodo delle serie usato al num. 96 non fornisce appunto che alcuno di quei valori che a quelle equazioni non soddisfanno. In seguito poi non trovando ragione alcuna con cui dare potessi a quella congettura qualche peso maggiore, mi parve almeno che il Kramp non procedesse conforme agl'insegnamenti di logica, volendo che le leggi finora ricevute intorno alle potenze delle quantità negative fossero richiamate in dubbio, o sottoposte a riforma per le difficoltà ch'egli ha incontrate, poichè quelle leggi sono derivate dai casi più semplici e facili, e in questi massimamente ci hanno finora sempre condotti alla verità; laddove le difficoltà del Kramp dipendono da casi più composti, quali sa ciascuno essere quelli nei quali si fa uso delle serie che hanno presentato agli scrittori d'analisi i nodi più difficili a sciogliersi.

140. Ma finalmente mi venne sospetto che le conseguenze proposte dal signor Kramp derivassero da un fonte stesso, che tante altre ne ha somministrate al signor Nicolai, professore di Padova, contro al quale ha scritto il P. Cossali. E veramente io ho già avvertito (2) che le quantità irrazionali sono da annoverare tra le funzioni inesplicabili, che solamente secondo una certa legge di continuità si formano per analogia alle quantità razionali; e in fatti non per alcuna diretta dimostrazione, ma solo per analogia han creduto di poter applicare e il Nicolai l' equazione $-a^n \cdot -a^n = a^{2n}$ al caso di n numero rotto col denominatore pari, e il Kramp l'equazione $[-p,-r]^n = (-p)^n\left(1 + \frac{Br}{p} + \frac{Cr^2}{p^2} \cdots\right)$ del num. 96 al caso di n numero rotto. Ma le conseguenze mostruose alle quali sono giunti ambedue non dovevano forse bastare per avvertirli che in quei casi conveniva astenersi dall' uso dell' analogia, la quale non fornisce che un argomento indiretto, a cui non si può dar luogo quando si teme, ovvero si vede che segua alcun assurdo?

141. E così pare che debbasi assolutamente affermare, poichè escludendo negl' indicati casi l'analogia, l'analisi si libera soltanto da quelle conseguenze mostruose, e niente perde in realtà, poichè il calcolo delle potenze del prim' ordine si trova intieramente compito, quando nel caso di n numero rotto col denominatore pari si adoperi l' equazione $-a^n \cdot -a^n = -a^{2n}$; e similmente si trova compito il calcolo delle potenze del second' ordine, quando nel caso di n numero rotto in vece dell' equazione indicata di sopra analoga alla formola del num. 96 si adoperi l' altra

$$[-p, -r]^n = \frac{[-p, -r]^{-m}}{[(-p-nr), -r]^{-m}} (P)^n \left(1 - \frac{Br}{p} + \frac{Cr^2}{p^2} - \frac{Dr^3}{p^3} \cdots\right),$$

la quale, secondo la regola stabilita al num. 98, si forma ponendo il numero intiero $m < 0 > \frac{p}{r}$, e $-p + mr = P$; e in fatti non è già per mezzo della formola analoga a quella del num. 96, ma sibbene per mezzo di una formola analoga alla precedente, che il Kramp (*L. c.* 150) ha potuto calcolare la potenza $[-\frac{3}{4}, -1]^{\frac{1}{2}}$, da cui ha derivato il valore di $tang\ \frac{3\pi}{4} = tang\ 72^\circ$.

142. Del resto non si può dubitare che quelle conseguenze nascono solamente dall' uso che si fa dell' analogia passando dall'indice intiero al rotto; laonde non si può non incontrarle ancora quando si cambia il metodo con cui si dimostrano le formole per l' indice intiero; ma non pare che per questo quel passaggio appoggiato all' analogia non possa adoperarsi, come si è fatto di sopra (110), per estendere le proprietà delle potenze di ogni ordine; perchè primamente difficoltà analoghe s' incontrano ancora per le potenze del prim' ordine (134), e poi queste difficoltà s' incontrano in pochi casi (134), e in tutti facilmente si possono evitare; laonde in tutti i casi quel passaggio arreca agli analisti vantaggi grandi e sicuri, e sembra prometterne ancora dei maggiori, perciocchè le formole e le espressioni che in quel modo risultano, spettano esse pure al genere di quelle che, secondo il Lacroix alla pagina 390 del *Trattato delle differenze e delle serie*, sono connesse colle teorie più importanti e delicate, e possono contribuire molto ai progressi della scienza del calcolo.

SAGGIO DEI PRINCIPJ

DAI QUALI

DIPENDE IL GIUDIZIO DELLE OPERE D' ARCHITETTURA CIVILE

DI

SIMONE STRATICO.

1. Rispettabili scrittori studiosamente investigando le origini dell' architettura civile, le riconobbero nelle caverne e negli altri ricetti presentati dalla natura per difendersi dalle moleste vicende dell' atmosfera, per provvedere alla propria sicurezza, per vivere in società; e nella struttura delle capanne, nella difesa delle tende, nei ricoveri delle grotte rinvennero gli elementi, per così dire, dell' arte che serve alla fabbricazione dei maggiori e più splendidi edifizj. Si può ancora con ordine retrogrado fare altrettanto e giungere agli stessi elementi, spogliando col pensiero una costruzione architettonica da tutto ciò che gli è aggiunto, e non serve essenzialmente al bisogno, riducendo le grandezze a minori misure, e tutto quello togliendo che l' immaginazione suggerì per adornarla. Sì l' uno che l' altro di questi studj può essere utile, in quanto guida per sintesi o per analisi a discernere ciò che è essenziale ad una fabbrica da ciò che vi si aggiunge o vi si modifica per renderla più comoda, più vaga, più

piacente. La misura, il numero, la figura di ciò che si aggiunge e che si modifica costituiscono i principj sopra i quali si stabilisce il giudizio d'arte e quello del gusto, perciocchè vi è assai frequente il caso dell'eccesso o del difetto. Il sopraccarico di ricercati ornamenti, le capricciose loro forme, le minute divisioni delle superficie e degli spazj affaticano finalmente e non dilettano l'occhio dello spettatore: la severa ragione dall'altra parte, che niente ammette se non che ciò che resiste al suo rigoroso esame, e niente attribuisce all'eleganza, riduce gli edifizj ad una semplicità insignificante ed insulsa. Perchè nelle fabbriche, scrive Leone Battista Alberti (*De re ædific., lib. VI, cap.* 2) *Necessitati satisfecisse leve quid et perpusillum est: commoditati prospexisse ingratum, ubi offenderit operis inelegantia.*

2. Qualunque carattere abbia avuto ne' varj tempi, ed abbia in diversi paesi l'architettura civile, essa ha sempre in ogni luogo dovuto conservare i tre principali oggetti che la costituiscono, e sono la fermezza, l'uso e la venustà delle fabbriche. Il giudizio d'arte che s'istituisce sopra il primo di quegli oggetti è indipendente dall'arbitrio degli uomini; il secondo partecipa molto delle convenienze e delle convenzioni: il giudizio sul gusto, ancorchè questo sia soggetto a variazioni, ha però i suoi principj, che in certo modo lo limitano, e principalmente col non offendere la fermezza e l'uso. Nell'istituire questi giudizj importa sapere le condizioni imposte all'architetto dalle circostanze, dalla posizione d'altri vicini edifizj, dall'economia, da altri rapporti di quello che ordina la fabbrica, perciocchè dovendo, giusta il sentimento dell'antico maestro Vitruvio (*Lib. VI, præf.*), l'architettore non pregare, ma essere pregato per intraprendere la direzione di un edifizio; ciò appunto significa che egli non debbe prestarsi a' capricci che sfigurano l'arte, se tali sono quelli di chi ordina; e altronde vi sono molte, anzi frequenti occasioni, nelle quali dovendosi l'architetto tenere alle condizioni che gli s'impongono di luogo, di connessione con altre fabbriche sussistenti, di esposizione, di veduta, egli con accorgimento trova partiti nuovi, ingegnosi, lodevoli, e, come diceva Bernini, fa spiccare la sua abilità, che si conosce particolarmente nel convertire i difetti del luogo in bellezze, di che lo stesso Bernini

diede esempj molto applauditi. Proponendomi in questo Saggio di segnare le basi alle quali si appoggia il retto giudizio delle opere d'architettura civile, lo divido in tre parti o articoli. Nella prima ragionerò della fermezza, prescindendo in questo discorso dai materiali per la loro scelta e pel modo di metterli in opera; nella seconda esporrò quali, secondo Vitruvio, siano le parti dell' architettura, per cui si ottiene l'uso, il comodo e in parte la venustà, le quali siccome debbono dirigere l'architetto, così debbono anche guidare quelli che vogliono portare un giudizio delle opere di quest'arte; nella terza parlerò della venustà, e mi studierò, per quanto mi sarà possibile, di svolgerne i principali canoni.

PARTE PRIMA.

3. Dei tre mentovati oggetti, il primo, cioè la fermezza, ha le sue leggi costanti derivate dalla statica e dalla meccanica, alle quali non si può rinunziare nè col fatto, nè coll' apparenza. Non col fatto, perchè si rinunzierebbe alla sussistenza della fabbrica, lo che è assurdo: non coll' apparenza, perchè si offende il sentimento dello spettatore se il capriccio induce l' architetto a dare ad un lavoro, altronde stabile, l'aspetto di caducità. Le torri inclinate di Pisa e di Bologna non furono così immaginate dagli architetti che ne hanno diretta la fabbrica. Le basi non bene assodate fecero che quelle torri si avvallassero dalla parte più debole, e gli stipiti e i corsi delle pietre spezzati e pendenti dimostrano ad evidenza che non fu pensiero degli architetti di farle inclinate, come poi si stabilì o per la singolarità o per economia di conservarle, avendole giudicate sussistenti senza pericolo, come in fatti furono. Le colonne torse spirali e attorcigliate, le colonne curve e sedenti, e scherzate od inflesse fuori del perpendicolo non sono tollerabili, perchè offendono la fermezza apparente, ancorchè la tenacità del marmo dia ad esse

quella stabilità per cui resistono al peso che sostengono. Mal volentieri si vede in qualche fabbrica gotica un capitello non sostenuto da sottoposta colonna, ma incassato nella muraglia o altramente fermato con sostegni apparentemente deboli, sopra il quale s' impostano due archi di muro, uno per parte. Se Giulio Romano nella stanza detta dei Giganti del palazzo del *TE* di Mantova (*Vasari, Vita di Giulio*) fece le muraglie alle cantonate di pietre rustiche, scommesse e torte, che pare proprio pendano in su un lato e rovinino veramente, la volta ancora con qualche apparente danno, volle quel grand'uomo rappresentare colla pittura insieme e coll' apparenza della fabbrica rovinosa i giganti fulminati da Giove e cadenti. Ma produce un sentimento ben diverso la descrizione che fa Procopio, nel libro *De præclaris Justiniani ædificiis*, della facciata del tempio di S. Sofia di Costantinopoli, che fu non pertanto una delle prime fabbriche, nella quale si è veduto qualche barlume di risorgimento della buona architettura, diretta dal matematico Antemio. « Sorge, dic' egli, da terra a perpendicolo l'edifizio sopra una linea non retta, ma incurvata e rientrante obbliquamente, a figura di mezzo tondo, che i periti chiamano semicilindro. Termina alla sua sommità in una quarta parte di sfera, e vi è aggiunto al di sopra un pezzo più alto a foggia di luna bicorne, che per la sua bellezza e pel dubbio in che mette della sua costruzione reca timore, perchè non pare bene assicurato nella sua inclinazione, ed ancorchè sia molto fermamente appoggiato, fa mostra di pericolo a quelli che vi stanno sotto. » A questo stesso falso concetto si debbe riferire l'occultazione dei contrasti alle imposte che sono a differente altezza negli archi rampanti, la quale produce idea di pericolo; a questo ancora debbonsi le figure degli archi delle porte composte e scherzate di porzioni d' arco concavo e convesso, dove nè l'uno, nè l' altro ha fermezza d' appoggio o di contrasto, e riconoscono la loro forza dalla sola tenacità della pietra.

4. Anzi portando ad un certo ragionevole riguardo questa massima di conservare nelle fabbriche la solidità e la fermezza anche apparente, non si ammettono gli archi di muro piantati sopra i capitelli di colonne rotonde, perchè necessariamente gli spigoli dell' imposta

quadrata dell' arco posano sul falso, cioè manca nel corpo della colonna rotonda materia sottoposta che mostri di sostenere il peso e la pressione dell' arco ond' è gravata: e dovunque si fanno arcate di portici e logge, si vuole che siano sostenute le volte da pilastri quadrati, e si riprova come contrario alla fermezza apparente l'uso delle colonne. Altrettanto dicasi delle colonne binate che sostengono architravi retti da intercolonnj disuguali, e possono tutto al più convenire agli angoli dei colonnati dove è mestieri di disporre e di rappresentare forza maggiore di sostentamento. Mal volontieri si veggono intercolonnj di larghezze tanto dissimili, perchè o non è salvata l' apparente fermezza nell' architrave dell' intercolonnio maggiore, o è soverchia nel minore, e ragion vuole che la solidità sia egualmente distribuita per tutta la linea del colonnato. Poichè se è vizio quello di trascurare l' apparente fermezza, è vizio ancora quello che pel confronto presenta un eccesso di robustezza, come se un grosso pilastro sostenga un arco di forme gentili e leggiere, o se una statua che rappresenta un gigante sostenga un paniere di fiori. Gli antichi fecero gli architravi degli ordini di un sol pezzo, e quindi i loro intercolonnj non eccedevano le tre grossezze delle colonne. Volendo allargare gl' intercolonnj, le colonne binate fornite della loro trabeazione sostengono bene e col fatto e coll' apparenza degli archivolti, non degli architravi. Per lo stesso principio di conservare la fermezza apparente, gli aggetti troppo forti e prominenti delle cornici, i mensoloni non sostenuti da membri di minori projezioni, ma sempre crescenti dal basso all' alto, i balconi con terrazzini sporgenti, non sostenuti da colonne che posino sul suolo, le scale, la sodezza delle quali risulti dalla tenacità della pietra di cui sono formati i gradini da una sola estremità ritenuti nella muraglia, generalmente riguardansi come lavori contrarj alla fermezza apparente, comunque siano robusti, perchè la solidità ricusa il pieno sul vòto come mancante di fermezza, o il vòto sul pieno per eccesso di solidità. Non saprei decidere, se a questo riguardo della fermezza apparente sia appoggiato il costante precetto di Vitruvio, seguito da Palladio e da altri architetti di fama, di fare le aperture delle porte rastremate nell' alto, sì che gli stipiti non siano a perpendicolo, ma inclinati con

direzione convergente all' insù, quasi rappresentanti due puntelli per sostenere il sopracciglio o architrave della stessa. Se non che pare questa un' imitazione delle costruzioni Egizie, vedendosi nella tavola Isiaca disegnate tre edicole o aperture quadrilunghe di questa forma, della quale è così attento mantenitore Vitruvio, che qualora la luce delle porte cresca sopra l' altezza di trenta piedi (*Lib. IV, cap.* 6), prescrive che gli stipiti si piantino a perpendicolo, perchè già per effetto ottico la larghezza superiore apparirà diminuita, e perciò l' apertura della porta si giudicherà convergente all' insù. E non pertanto la solidità vera e l' apparente ancora si ha più dagli stipiti verticali che dagl' inclinati. Nè si può giudicare che diminuendo per l' inclinazione degli stipiti la lunghezza dell' architrave si potesse con ciò intendere di rendere maggiore la sua resistenza, poichè non avrebbe poi suggerito che quando l' altezza della porta fosse di 30 piedi, e quindi l' architrave tanto più lungo e in maggiore pericolo di frangersi, si collocassero gli stipiti verticalmente. A questo pericolo nelle porte quadrilunghe e molto larghe provvedono i saggi architetti facendo sporgere dalle sommità degli stipiti delle mensole ornate, le quali diminuiscono in certo modo la lunghezza dell' architrave, e lo sorreggono. Indi aumentando questi appoggi laterali si avvidero che il più sicuro e non inelegante partito era di soprapporre agli stipiti in vece di architrave rettilineo un arco semicircolare nel caso di dover fare delle porte di molta larghezza. Anche l'uso delle cariatidi per farne sostegni di fabbrica non è conforme all' apparente solidità e al precetto Vitruviano (*Lib. IV, cap.* 2) « che quelle cose le quali non possono essere in verità di fatto, non debbano aver luogo nelle rappresentazioni »; nè si dovrebbe seguire l'esempio di quelle popolazioni della Caria e della Persia che furono le prime a rappresentare « le donne e i servi condannati all' eterno supplizio di sostenere un peso troppo maggiore delle loro forze », come ci racconta Vitruvio; il qual uso non sarebbe da seguirsi, fuorchè per ornamento d' erme o pilastri, ma non disposti a sostegno, dal quale dipende il giudizio della fermezza vera o apparente.

5. La fermezza reale e che entra principalmente nel giudizio d'arte è quella che dipende dalla pressione verticale dei pesi, dai fondamenti, dalle ossature della fabbrica, come le chiama Leone Battista, dalle masse bene equilibrate da una parte all'altra dell'edifizio, dalla spinta delle volte e dei contrafforti, dei tetti, delle impalcature, e dai contrasti prudentemente calcolati e disposti. La direzione verticale è quella a cui tendono i gravi, e per cui resistono all'inclinazione, attesa l'inerzia della materia. Non è mestieri immorare su questo principio assai palese di per sè, e sta all'architetto di calcolare il momento delle forze inclinanti per contrapporvi l'equivalente resistenza. È più immediata la considerazione delle fondamenta, circa alle quali insegnò Vitruvio che facciansi gli scavamenti sino al sodo, e s'allarghino nel sodo quanto sembrerà ragionevole, avuto riguardo all'ampiezza dell'opera, e sia murata la parte di fabbrica che resta sotterra con materiali eletti e senza avarizia. Che se il suolo sia di terreno smosso e riportato o paludoso, in tal caso si cavi e si vuoti sino ad un certo segno, indi si assodi il fondo con palizzate: e se la fabbrica non sia solamente di pian terreno, ma vi siano cantine inferiori o volte ne' piani superiori, i fondamenti si facciano più grossi o con pilastri congiunti per mezzo d'archi, o con speroni e contrafforti, avendo sempre attenzione che i pesi corrispondano a perpendicolo sopra i sostegni inferiori, e avvertendo che di tutti gli errori nei quali fabbricando si può incorrere, sono dannosissimi quelli che si commettono nelle fondamenta, perchè portano seco la rovina di tutta l'opera, nè si possono senza grandissima difficoltà emendare; e che le terre porte intorno alle stesse premendo diversamente o imbevute dalle piogge nel verno, o più secche nell'estate, possono indurre innumerevoli e gravi disordini.

6. Ma qual è l'indizio certo che nello scavamento siasi arrivato al sodo, e qual è il criterio per assicurare che la palafitta, con cui si assoda il fondo palustre o di terreno smosso, sarà atta a sostenere il peso della fabbrica che si vuol innalzarvi sopra? senza di che il precetto è vago e non abbastanza istruttivo. Pare che Leone Battista (*Lib. III, cap.* 2) voglia indirettamente tacciarne Vitruvio, dove dice: *At veteres, quod felix et faustum sit, fodito, inquiunt, usquedum solidum inveniatur.* Indi egli

annoverando le diverse qualità dei terreni che si scavano per gettare le fondamenta, indica quelle che sogliono essere della maggiore sodezza, ma prudentemente conchiude che il miglior mezzo sia di consultare i dotti ed esperti abitatori dei luoghi e gli architetti vicini, i quali coll' esempio degli antichi edifizj che ebbero occasione di esaminare e di quelli che vanno giornalmente fabbricando possono rendere buon conto della natura e sodezza del suolo. Ricorda ancora alcuni modi sperimentali per giudicare della fermezza del suolo, che Palladio ripete (*Lib. I, cap.* 7) e sono: se il ferro tagliente difficilmente s' insinui, se coll' acqua il terreno non si disciolga, se non s' imbeva d' acqua, se si faccia rotolare o cadere da qualche altezza un corpo sodo pesante, nè produca tremore, nè s' increspi e si mova l'acqua in un catino posto sul suolo. Il precetto di Palladio di dare alla profondità dello scavamento, e quindi all' altezza del muro di fondamento la sesta parte dell' altezza che si vuol dare alla fabbrica sopra terra non si può intendere se non che delle fabbriche più usuali e comuni, e probabilmente egli volle parlare dei paesi nei quali ebbe più frequente occasione di edificare, quali furono il Vicentino e il Padovano. Ma ove si tratti di fabbriche di molta altezza, di molto peso, di molta gelosia, come sono le torri, i tempj a grandi volte e cupole di muramento, oppure di ponti sopra pile ne' fiumi, di botti grandi sotto l' alveo di questi, quale criterio si dovrà avere per giudicare della stabilità del suolo, e quali misure si dovranno assegnare all' altezza delle muraglie di fondamento nei terreni cedevoli? qual regola si seguirà per accertarsi che le palafitte sosterranno il peso che si vuol soprapporvi, sicchè non siasi errato per eccesso o per difetto, il primo de' quali errori è più tollerabile, sebbene il dispendio si aumenti; il secondo porta le conseguenze più disastrose? Ci riferisce lo Scamozzi (*Lib. VIII, cap.* 4) « che le fondamenta del campanile di S. Marco di Venezia largo in base piedi veneti 37, e alto piedi 333, e perciò dell' altezza di nove grossezze, hanno tale ampiezza che si estendono in larghezza a 26 piedi, com' egli ha veduto, benchè molti affermino che si allarghino tanto, cosicchè vadano a toccare le fondamenta della chiesa di S. Marco, profonde e benissimo

palificate. » Ma più d'ogni altra cosa sorprende ciò ch' egli riferisce « delle fondamenta di quel palazzo ducale, ampie e profonde, e incominciate sopra grosse travi, distese pel lungo, e altre per traverso, che si alzano a gradi, e per la maggior parte sono fatte di lunghe e grosse pietre istriane, sopra le quali a piano terra posano alcuni tronchi di colonne che sostengono quella gran mole, benchè fatta d'opera tedesca, d'altezza di presso a 80 piedi, nella lunghezza di piedi 200, la quale dall' anno 976 in qua si è mantenuta sempre illesa. » Avendo lo Scamozzi tratte queste notizie da sue osservazioni e da memorie certe, se si rifletta sopra quale mal fermo terreno sia eretta quella fabbrica, conviene almeno riconoscere che alcuni metodi d'arte, che si direbbero rozzi e punto non raffinati, producono talvolta dei prodigi.

7. Trattandosi di un argomento così importante nell' esercizio dell' arte e nel giudizio delle sue opere, specialmente ove si debbono fondare edifizj grandi e gelosi, dove i terreni sono da assodarsi con palafitte, e dove non si hanno dati d'esperienza di simili fabbriche erette, non si può trascurare la serie di nuovi esperimenti istituiti dall' architetto idraulico francese Cessart (*Description des travaux hydrauliques de Louis Alexandre Cessart, à Paris* 1806), la quale guida a calcolare in qualche modo, come egli stesso prudentemente dichiara, la resistenza di un fondo assodato con palafitte per sostenere il peso che si dovrà soprapporgli sino a tanto che la teoria in questa parte della meccanica sia bastantemente promossa. Si è egli proposto di paragonare l' effetto dei colpi del ceppo co' quali si figgono i pali all' effetto di un peso premente sopra gli stessi, cioè di determinare la quantità del peso premente eguale alla forza del colpo di un ceppo cadente da una berta di data altezza. Per far ciò preparò molti coni di scelto piombo, fonduti successivamente in una stessa forma di rame. La sezione per l' asse di questi coni era un triangolo equilatero dell' altezza verticale di 32 linee. Il peso di ciascun cono fu di libbre 2 e once 15 $\frac{1}{2}$. Posto uno di questi coni sopra una trave bene adattata ad un terreno orizzontale, lunga piedi 20, grossa pollici 18, larga pollici 20, fece cadere da un' altezza misurata un ceppo di peso noto sopra l' apice del cono, e ne osservò lo schiacciamento. Colla base della mentovata

lunga e grossa trave si accostò ad ottenere che non seguisse alcuna notabile reazione, nè risalto, sicchè il ceppo cadente sulla trave dall' altezza di 12 piedi restasse senza verun moto sulla stessa trave, e in conseguenza cadendo sopra l'apice del cono tutta esercitasse la forza del suo colpo sopra di esso. Indi preso un altro cono, lo assoggettò con conveniente apparecchio ad un piano premente l'apice del medesimo, e gravò questo piano con pesi successivamente aggiunti, coll'avvertenza che il centro di gravità comune di detti pesi corrispondesse appunto all' apice del cono, sino a che si ottenesse per la pressione uno schiacciamento esattamente eguale a quello prodotto dal colpo del ceppo sul primo cono. Egli ha ripetuto queste sperienze con varie combinazioni d'altezze e di peso del ceppo sino al numero di 1,300, alcune delle quali servirono a ripetere le prove di esito dubbioso, onde si sono ridotte a 700 esperienze esatte, delle quali diede una tavola. In questa tavola sono notati i pesi dei ceppi co' quali si è sperimentato, e furono da libbre 10 sino a libbre 1,700: indi a confronto si sono notate le altezze dalle quali si fecero cadere da 1 linea progressivamente ad 1 pollice: da 2 pollici progressivamente ad 1 piede: da 2 piedi progressivamente a 12 piedi: e finalmente a confronto si sono notati i pesi caricati sopra i coni per ottenere colla pressione effetto uguale alla percussione di ciascheduna caduta del ceppo. Così per esempio volendo sapere qual peso premente l'apice del cono producea uno schiacciamento eguale alla caduta di un ceppo pesante libbre 1,300 dall' altezza di 3 piedi, riscontrasi nella tavola il numero di libbre 13,680. Quindi desumendo dall' esperienza che nella costruzione, per esempio, del ponte di Saumur si sono fitti 1,780 pali con ceppi pesanti per le prime pile da 1,200 a 1,700 libbre cadenti dall' altezza di 4 a 5 piedi, e per le altre pile di mezzo dall'altezza di 12, 13 e 20 piedi: essendo la massa totale del ponte del peso di 106 milioni, ogni palo fu gravato del peso di libbre 60,000, e risultando dalla tavola suindicata che ciascuno ha sostenuto delle percussioni equivalenti a più di 300,000 libbre, e nel totale i 1,780 pali insieme una pressione equivalente a 500 milioni di libbre molto maggiore del peso del ponte, si ebbe una certezza della sua stabilità. Ora potendosi non difficilmente

calcolare il peso di una fabbrica che si voglia innalzare, la quale posi con tutta la sua base sopra la palizzata così riconosciuta e calcolata per la sua sodezza, si avrà una sicurezza della futura sussistenza della fabbrica.

8. La difficoltà replicatamente mossa di non potersi confrontare l'effetto istantaneo della percossa coll'effetto della pressione che si fa in un tempo finito non annulla il valore di queste sperienze. L'effetto della percossa sarebbe istantaneo se vi fossero in natura corpi perfettamente duri: ma tali corpi non si hanno (da che sugli atomi non si sperimenta), e perciò il tempo comechè brevissimo nel quale si fa la percussione è finito, e non mai un istante indivisibile. Il globo cadente da varie altezze sulla sottoposta creta ne' celebri esperimenti relativi alla quistione delle forze vive percorre uno spazio nella stessa creta, e v' imprime una fossa più o meno profonda, cadendo dalla medesima altezza, secondo che la creta è più o meno molle, e in far ciò impiega manifestamente un tempo finito, il quale perciò si può paragonare ad un tempo più lungo che si richiede nella pressione. Piuttosto è da riflettersi che Cessart ha caricato di pesi l' apice del cono, e gli andava crescendo soprapponendone degli altri, come si fa, dic' egli, nel fabbricare, giacchè si aggiungono degli strati di fabbrica ai sottoposti, e ciò egli fece sino a tanto che il peso premente producesse nel cono uno schiacciamento eguale a quello della percossa di un noto ceppo. Non dice se lasciando il peso soprapposto al cono per più ore, lo schiacciamento crescesse, e quando finalmente succedesse l'equilibrio tra il peso premente e la resistenza del cono a non ischiacciarsi più oltre. Quindi si può dubitare se il peso premente soprapposto sia la giusta misura della pressione eguale alla percussione, o se sia piuttosto maggiore, sicchè bastar potesse un peso premente minore per operare in più lungo tempo il voluto schiacciamento. Se ciò si conceda, si dedurrà non pertanto che la misura del peso premente risultante dalle sperienze di Cessart è maggiore di quella che si avrebbe ottenuto da un peso minore in più lungo tempo; e quindi che quelle sperienze daranno un' approssimazione, ma per eccesso, alla misura del peso premente eguale alla forza o al colpo della percussione.

Perciocchè come in tutti i fenomeni della natura, così ancora nell' effetto di un corpo premente sopra un altro, e nello schiacciamento di questo che ne deriva vi è un limite il quale è stabilito dalle circostanze del corpo sottoposto. Ogni corpo ha una coerenza di parti per cui resiste alla rottura e alla condensazione in minor mole: quando dunque la forza premente sarà uguale a questa forza di coerenza, il corpo sottoposto, per quanto lungamente un altro lo prema, non si schiaccerà di più. Se il corpo sottoposto al peso premente sarà circondato da masse di materie resistenti, resisterà, molto più di quello che per la sola sua coerenza, allo schiacciamento. Di fatto i mattoni che formano i corsi infimi d' altissime e pesanti fabbriche per la lunga dimora di queste prementi sopra d' essi non si schiacciano.

9. Non ommetterò di notare che le citate sperienze di Cessart non offrono il modo di ridurre a formola i numeri esprimenti le altezze e i pesi dei ceppi per averne prodotti eguali ai pesi dei corpi prementi. Non è il prodotto dei ceppi moltiplicati nelle altezze, non dei ceppi ne' quadrati delle altezze, o nelle loro radici, non di qualche funzione da potersi assegnare dei pesi in qualche funzione delle altezze. Per una certa, però lontana, approssimazione la legge si accosta a quella dei pesi de' ceppi moltiplicati per le semplici altezze dalle quali cadono.

10. Investigando poi la ragione per cui le palafitte aumentano la sodezza del suolo dove si fanno, è da osservarsi che queste non si praticano dove il terreno è affatto cedevole, ma dove esso oppone qualche resistenza al ficcamento de' pali, e dove è più compatto a misura che si va più a fondo. Il palo che si figge nel dividere il suolo lo addensa spingendo il terreno lateralmente, e per questo addensamento e per lo sfregamento che soffre la sua superficie tanto più resiste quanto più si profonda sino al grado che dicono di rifiuto, cioè sino al segno che i replicati colpi dello stesso ceppo non lo fanno discendere di più. Pei colpi del ceppo si comunica alle fibre del legno che si figge un moto di vibrazione, e l'effetto di queste piccole vibrazioni è di rimuovere alcun poco il terreno lateralmente e di diminuire lo sfregamento, onde si osserva che i colpi del ceppo, se siano replicati con

brevissimi intervalli di tempo dall' uno all' altro, giovano più a figgere, di quello che i colpi più forti dati con intervalli di tempo maggiori; perchè nel primo caso la vibrazione si mantiene pressochè continuata, nel secondo è già cessata nell' intervallo da un colpo all' altro. Quando la somma degli sfregamenti e la compattezza del suolo accresciuta dall' introduzione dei pali sono arrivate ad un certo grado relativamente alla forza del colpo, allora si ha il suolo bastantemente sodo, qualora però, mediante le indicate sperienze, si trovi atto a sostenere il peso che si dovrà soprapporgli. E in questo trovando tra i maestri dell' arte un dissenso, mentre altri vogliono che si lasci una certa distanza tra i pali, cosicchè resti una massa di terreno tra l'uno e l'altro, il quale si assodi, e insieme eserciti lo sfregamento nel palo; altri, e segnatamente Palladio, prescrivono che i pali siano così uniti e vicini, sicchè tra l' uno e l' altro non si possa introdurne altri; pare che fosse da seguire il primo consiglio, da che nel secondo non si vede bene donde debba derivare la forza produttrice dell' assodamento del suolo.

11. I padri Mersenno e De Lanis hanno immaginato di sperimentare per mezzo di una bilancia, e di confrontare la percossa d' un peso cadente col peso che gli fa equilibrio. Gravesande ha ripetuto quelle sperienze, e le ho ripetute anch' io con una bilancia affatto simile a quella di Gravesande. Si appende ad una estremità dell' asta della bilancia per mezzo di un filo un globo di ferro. La coppa della bilancia dalla stessa parte è ripiena di creta molle. Si mette nell' altra coppa bastante peso per far equilibrio. L' asta della bilancia dalla parte di questa coppa è ritenuta da una molla annessa al sostegno della stessa asta, dal qual ritegno si libera per poco che essa da quella parte si sollevi. Si aggiunge un peso alla coppa del contrappeso. Si taglia o si abbrucia il filo dal quale è sospeso il globo di ferro, il colpo fa sbilanciare la bilancia. Se per questo sbilanciamento l' asta si libera dalla molla, si ha un indizio che il contrappeso aggiunto è minore della forza della percossa: se non si libera, significa che il contrappeso aggiunto è maggiore della forza della percossa fatta dal globo cadente. È affatto difficile, ed io confesso di non

essere mai riuscito a porre un contrappeso eguale alla percossa del globo cadente, e in tutti i casi inducendosi sempre nel contrappeso un moto di ascesa per la caduta del globo nell' altra coppa non si confronta giammai giustamente il colpo colla pressione. Ciò si schiva in parte nelle sperienze di Cessart colla trave ferma che si sottopone al cono di piombo che riceve il colpo, ma per sua confessione non interamente. La tavola delle esperienze di Cessart può servire egualmente in ogni paese, dipendendo dai pesi e dai loro effetti nello schiacciamento dei coni di piombo, il quale per l'oggetto di tali sperienze si può riguardare come lo stesso dappertutto. L' avvertenza di dare agli stessi poca altezza in confronto della base è opportuna per prevenire l' inclinazione del cono sotto i colpi del ceppo: ma esige una grande precisione per determinare la misura dello schiacciamento derivante dalle piccole percussioni.

12. Non si debbe riputare di poca importanza questo studio e questa maniera di sperimentare, ancorchè soggetta a molte difficoltà e a molte obiezioni, e ogni tentativo per valutare l'assodamento del fondo sul quale debbonsi innalzare pesanti fabbriche, sul principio che *ab immemorabili* si sono eretti pesanti edifizj, i quali riuscirono sussistenti diretti col solo mezzo dell' occhio pratico degli architetti. Nessuno forse è maggior ammiratore di quello ch' io sono, di quel fino e pronto discernimento che acquistano gli uomini saggi e riflessivi coll' esercizio delle arti, discernimento che si può giustamente paragonare ad un nuovo organo di sentimento che ben di rado inganna. Essi medesimi però non trascurano que' lumi che si ripetono da sperienze ben fatte, le quali sono altrettante vóci della natura. Altronde si hanno degli esempj di gravi disordini derivati dalla mal calcolata forza dei fondamenti, e basti far cenno della gran fabbrica del tempio Vaticano, nel fondare il quale l'architetto, ancorchè grand' uomo, non ha posto tutta la calma e la diligenza che bisognava, e obbligò i successori a rifondarla in qualche parte e ad averne in progresso delle penose conseguenze.

13. Il giudizio della fermezza, oltre i fondamenti, si riferisce alle ossature delle fabbriche ed ai contrasti delle forze resistenti ai pesi che tentano d' inclinarli o di rimuoverli dal suo perpendicolo. Per

ossature s'intendono i cantoni degli edifizj, i pilastri legati con archi e innestati nella stessa massa delle muraglie, considerando come compimenti soltanto delle fabbriche quelle muraglie che riempiono l'apertura degli archi. Se queste ossature siano bene distribuite e connesse, tolgono la necessità di contenerle colle chiavi e spranghe di ferro, le quali sono come avvisi della minore fiducia che si ripone nella fermezza propria dell' edifizio, e fecero dire al Vignola quella memorabile sentenza, che le fabbriche non si hanno a contenere colle stringhe.

14. Ho sin qui toccati i principali punti sui quali conviene occuparsi nel giudizio dell' arte quanto al primo oggetto, che è quello della fermezza delle fabbriche; ora dirò in generale degli altri due oggetti, che sono l'uso e la venustà. Pronunziò Vitruvio (*Lib. I, cap.* 3) che *Firmitatis eris habita ratio cum fuerit fundamentorum ad solidum depressio, et ex quaque materia copiarum sine avaritia diligens electio. Utilitatis autem emendata, et sine impeditione, usu locorum dispositio et ad regiones sui cujusque generis apta et commoda distributio. Venustatis vero cum fuerit operis species grata et elegans membrorumque commensus justas habeat symmetriarum rationes.*

E vale a dire che si otterrà l' uso quando formatasi l' idea distinta di tutte le parti convenienti e ricercate nell' edifizio, e di quelle misure che sono inalterabili o almeno poco alterabili, perchè si rapportano alla statura, al passo, alla vista e all' udito dell' uomo, non che di quelle che possono ricevere aumento o diminuzione secondo il concepimento dell' architetto, e l'edifizio stesso sarà distribuito corrispondentemente, senza che una parte all' altra sia d' imbarazzo: che la venustà tanto interna degli edifizj, quanto esterna si otterrà da tutto ciò che senza offendere la fermezza vera e apparente, e l' uso, presenta forme regolari, semplici, chiarezza di composizione, sicchè riesca facile da intendersi, e non intricata a guisa di enimma o per ridondanza di parti che non abbiano palese il loro oggetto, o per imbarazzo dello spazio, o per istranezza di figura; onde l'osservatore distingua i compartimenti, possa farne agevolmente il confronto, e trovi soddisfatta la sua ragione, giacchè niente fa più patire la mente dell' uomo quanto l' oscurità di ciò ch' egli ama e desidera di comprendere.

Vi è però anche in questo un confine, perciocchè la soverchia facilità di comprendere può significare difetto d'arte nella composizione; altro essendo lo svolgere ordinatamente e facilmente la composizione di un edifizio, altro il non trovare alcun esercizio di deduzione. Parti grandi non isproporzionate all'uso che prestano o rappresentano di prestare, che fermino la vista, che le lascino dei riposi dall' una all'altra, di forme approvate, danno l'idea della venustà nelle opere d'architettura civile tanto nell' interno, quanto nell' esterno. Parti piccole, molte, addensate, sminuzzate, comechè in sè stesse ben lavorate, formano ciò che i maestri chiamano *tritume*, che affatica senza diletto. È vero però ancora che la venustà riceve delle modificazioni dai costumi degli uomini e dei paesi. Domizio Edile fu il primo che avesse in Roma un atrio ornato di colonne di marmo d' Immetto : *tam recens est opulentia*, dice Plinio. A Valerio Publicola e a L. Bruto, che furono i primi Consoli, fu accordato l' onore (*Plin., lib. XXXVI, cap.* 15) che la porta della loro casa restasse aperta colle imposte rivolte verso strada. A Giulio Cesare, che la sua casa fosse ornata di frontispizio, che ricorda la pendenza del tetto da amendue i fianchi della fabbrica, ornamento riserbato ai soli tempj e tanto pregiato dai Romani, che Cicerone nel libro III, § 46, *De Oratore* sublimò scrivendo: che se si fabbricasse in cielo, dove non può cader pioggia, il tempio del Campidoglio, esso non avrebbe alcuna dignità se non fosse ornato del suo frontispizio.

15. Quali poi siano le parti dell' architettura per cui si ottiene l'uso e la venustà, e per conseguenza quali siano i doveri dell' architetto che intraprende una fabbrica, doveri che stabiliscono la norma del giudizio d' arte della stessa fabbrica, lo spiega Vitruvio, dove dice che le parti dell' architettura sono l' ordinazione, la disposizione, la euritmia, la simmetria, il decoro, la distribuzione. Queste come debbano intendersi, io m' adoprerò di spiegarlo nella seconda parte di questo Saggio, seguendo la dottrina dell' antico maestro.

DI UN NUOVO FENOMENO

OSSERVATO

NELL' URTO DELL' ACQUA

DI

GIUSEPPE MOROSI.

Allorquando mi fo a considerare i diversi risultamenti delle sperienze eseguite dai più valenti fisici per rilevare la forza dell' urto dell' acqua, e le varie massime che questi emessero su tale materia, sono costretto a credere che essi non abbiano nel miglior modo operato, o che per piccole ed inattese circostanze l' acqua produca diversissimi fenomeni; dal che avviene essere l' idraulica tuttora mancante di alcune cognizioni, che devonsi riguardare come principali per la sua dottrina. Vedasi ciò che ne dicono i più sublimi geometri (*), e fra questi il celeberrimo Lagrange, il quale non dubita di confessare che

(*) Le sperienze ed i calcoli degli Accademici di Parigi riferiti dal Duhamel, quelli del Mariotte, del Gravesande e di Eulero dimostrano che l'urto di una vena d'acqua è eguale al peso di una colonna dello stesso fluido, la quale ha per base l'area dell' ampiezza del foro, e per altezza quella che compete alla velocità con cui sgorga dal vaso. Mentre quelli del Bernoulli, di Krafft e del Michelotti fanno vedere che quest' urto non è altrimenti uguale al peso della descritta colonna, ma bensì a quello di due delle stesse colonne.

D'Alembert, Bossut ed altri assicurano colle loro esperienze che il medesimo urto non è certamente uguale al peso delle due indicate colonne, ma bensì alquanto minore di esse.

Il De Lagrange non persuaso di queste massime istituì sullo stesso oggetto la sua particolare dottrina.

Il chiarissimo signor abate Zuliani ha con diligentissimi esperimenti mostrato alcune cagioni che possono aver dato luogo a questa diversità di massime, e nell' istesso tempo ci ha riferito le risultanze diverse che anch' egli ottenne dallo sperimentare su questo medesimo oggetto.

la teorica dell' urto dei fluidi presenta sì diversi risultamenti quanto grande è la diversità delle ipotesi sulle quali si appoggia; la qual teorica, rigorosamente parlando, *non è, nè lo sarà per gran tempo ancora*, che un oggetto di pura speculazione, a motivo che non si conoscono o non si possono determinare esattamente i moti tutti tali quali succedono nelle particelle del fluido.

Siccome è dimostrato che il peso esprimente la spinta dell' acqua può esprimere ancora l'urto di essa, per conseguenza si è immaginato di stimarne lo sforzo col far urtare sul bacino o piastra di una bilancia la vena fluida che vuolsi sperimentare, equilibrandolo contemporaneamente con tanto peso quanto ne è necessario.

Ma di quali svariati risultamenti non può esser causa questo strumento, specialmente se trattasi di riconoscere urti prodotti da vene fluide provenienti da colonne di non piccole altezze? Per quanto sensibile si faccia, esso non può indicare le più minime differenze dell'azione di quella vena la quale varia sovente per moltissime ignote cagioni; d' altronde i suoi bracci sono sempre flessibili, e per poco che lascino piegare da qualche banda l'indicata piastra, o che il piano di essa non sia stato posto perfettamente ad angolo retto colla direzione del getto, l'urto si decompone, e lo sforzo di questo comparisce minore del vero. E se sopra i risultamenti di tale esperienza si fonderanno delle teoriche generali da servire poi a dei fatti in grande, di quanto non potrà aumentarsi il piccolissimo errore in quella avvenuto, e sfuggito dai sensi dello sperimentatore o per causa della stessa sua piccolezza, o dell' imperfezione inerente allo stromento medesimo? Altre cose ancora variano più o meno i risultamenti di queste esperienze, le quali parmi che non sieno state attese, nè valutate da quei valentissimi fisici. Per esempio la diversa grandezza dell' indicata piastra quanto influisce sull' effetto dell' urto dell' acqua! Il dottissimo abate Zuliani lo ha fatto chiaramente vedere con replicate prove, perciò non vi è bisogno che io ne adduca delle altre. Il medesimo ha rimarcato che perfino la diversa materia, della quale può essere composta questa piastra, fa sì che l'acqua urtandovi contro produca maggiore o minor effetto; inoltre che col situare la detta piastra a diverse

distanze dall' orifizio della vena, e col variare anche di poco la lunghezza dei condotti o la configurazione dei fori si hanno diversissimi risultamenti (*). Alle quali cose io poi aggiungo che variandosi anche la configurazione della superficie della stessa piastra, si varia sommamente il conato che l' acqua esercita contro di essa, ed in prova di questa proposizione sottopongo al savio giudizio della Classe il seguente curioso fenomeno, che forma il soggetto della presente Memoria.

Si crede generalmente che le molecole dell' acqua comunichino il loro moto ad un corpo qualunque urtandolo l'una dopo l'altra senza quasi toccarsi mai o premersi fra loro, sia avanti l' urto, sia dopo l' urto ancora; ma il fatto che mi pongo a narrare mostrerà quali dubbj nascano su questa massima, volendocene rendere ragione cogli stessi suoi principj. Prima però di entrare in tale materia mi occorre far precedere una breve istoria della circostanza che mi condusse a scoprire il detto fenomeno.

Quando dal Governo fui incumbenzato di erigere in questa città la nuova fabbrica dei tabacchi, mi venne assegnata la quantità e caduta d' acqua della quale doveva prevalermi per mettere in attività un determinato numero di macchine. Per assicurare l'esito delle mie operazioni credei prudente cosa lo sperimentare appositamente l' urto di quell' acqua. Costrussi pertanto un apparecchio idraulico composto della solita bilancia a bracci uguali, e di un recipiente dell' altezza di piedi dieci parigini. Dal fulcro di questa bilancia feci scendere perpendicolarmente all' asta un raggio di ferro, il quale era unito con due tiranti ai bracci di essa (*V. Tav. I, fig. I*). All' estremità di questo fissai stabilmente la solita piastra, contro della quale doveva urtare la vena d'acqua. Nella facciata dell' indicato recipiente eseguii vicino alla base un foro rettangolare di quattro pollici di lato, nel quale adattai un condotto piramidale che avea per base l' area di esso foro, e per apice la sezione trasversale di un pollice di lato. Situai verticalmente la detta piastra avanti questo condotto, e precisamente in quello spazio in cui la vena si contrae. Feci entrare l' acqua nel recipiente, e procurando che si mantenesse costante nove piedi sopra il detto

(*) V. Saggi scientifici e letterarj dell' Accademia di Padova, tomo III, parte I.

foro (perchè tale era la caduta della quale doveva servirmi) principiai l' esperimento.

Allora l' acqua sgorgando da quel condotto, e percotendo perpendicolarmente il piano della stessa piastra, fu capace di sostenere un peso di *libbre nove e once dodici di Milano* attaccato al braccio orizzontale che gli faceva contrasto. Tale peso corrispondeva prossimamente a quello che le teoriche più comunemente ricevute indicavano. Osservai però, che quest' acqua dopo l' urto scorreva sulla superficie della detta piastra con tale velocità, che quasi potevasi credere non avere essa perduto nella percossa alcuna porzione della sua primiera energia; poichè se ciò non fosse stato, priva di moto, avrebbe tosto dovuto cadere, e non altrimenti schizzare in ogni intorno come faceva. Da questa semplicissima e giusta riflessione dedussi che se quel moto che andava così disperso avessi potuto accumularlo tutto sulla bilancia, maggior effetto avrei ottenuto da esso, e maggiore per conseguenza di quello che per la teorica doveva attendermi, la quale non ha mai preso a considerare il moto di quell' acqua fuggente, nè mai lo ha assoggettato alle sue idrauliche leggi.

Ma qual mezzo poteva esservi per conseguire questo intento? Sembravami, secondo le massime ricevute, che una porzione del primo urto sarebbe stata diminuita o distrutta se avessi opposto a quell' acqua un secondo ostacolo, e se l' avessi costretta ad urtare in una direzione diversa da quella nella quale la piastra movevasi. Non ostante, per quella curiosità che talvolta spinge a tentar cose nelle quali non si ha piena fiducia di riuscire, risolsi vedere ciò che succedeva operando in tal guisa.

Attaccai intorno alla detta piastra un bordo di latta che per sei linee circa del piede di Parigi si alzava sul piano di essa, e tutta ne racchiudeva la superficie. Disposto poscia il rimanente come nel primo esperimento, feci di nuovo aprire la stessa vena (*Tav. I, fig. II*).

Restai allora sommamente meravigliato nel vedere che quell' acqua, la quale prima sosteneva appena le indicate *nove* libbre, per questa semplicissima aggiunta, *venti* ne sosteneva. Dubitando della realtà del fenomeno, più volte ne ripetei l' esperimento, e sempre coll' istesso successo.

Per confrontare poi coll' altro mezzo i risultamenti che io otteneva per questo dallo sforzo delle colonne fluide di altezze diverse era necessario intraprendere una serie di comparative esperienze. Tre sole potei effettuarne, le quali ho qui compilate in forma di tabella.

Area della sezione trasversale della vena fluida. Pollici 1 quadrato.			
Esperimento	Altezza della colonna d' acqua.	Pesi sostenuti con piastra senza bordo.	Pesi sostenuti con piastra col bordo.
N.° 1	Piedi 6	Libbre 5	Libbre 11
» 2	» 8	» 7	» 15
» 3	» 10	» 9	» 20

Dal che risulta essere i pesi sostenuti colla piastra senza il bordo come la serie dei numeri 5, 7, 9: quella dei pesi sostenuti col bordo come 11, 15, 20, essendo le altezze 6, 8, 10.

Stando dunque all' opinione generalmente ricevuta, cioè che la forza dell' urto dell' acqua sia in ragione composta delle basi delle colonne e della doppia altezza di esse (alla quale opinione corrisponde prossimamente la serie dei pesi 5, 7, 9), l'effetto da me riscontrato colla piastra contornata del bordo trovasi maggiore del doppio di quello che questa massima ritiene; per il che dunque parmi si possa concludere quanto dissi di sopra, cioè *che il mezzo dai fisici adoperato per rintracciare le leggi generali dell'urto dell'acqua non è il più atto all'uopo, perchè vale a mostrare soltanto una parte dell' effetto del quale quel fluido può essere capace urtandovi contro.*

Volendoci poi rendere plausibile ragione della causa di questo fenomeno, osserviamo, 1.° che una vena fluida *rettangolare* urtando perpendicolarmente un piano forma su di esso un prisma, il cui apice è rivolto verso il foro dal quale sgorga; 2.° che i lati di questo prisma si curvano indentro quanto più si avvicinano alla base di esso.

Suppongasi per un istante che l'interno di questo prisma sia formato da un solido; è certo che l'acqua, la quale sopra vi scorre, si decompone nel moto per la curvità dei lati, e conseguentemente lo sforzo che le molecole eserciterebbero contro il detto piano, quando andassero a percuoterlo perpendicolarmente, resta diminuito dalla deviazione di quei medesimi lati.

Ora vediamo cosa succede se sull' istesso piano si attacchi un bordo che contorni la base del detto prisma. Scorrendo l' acqua su questo, se essa venga arrestata dal bordo medesimo, tutte le molecole che si muovono in quella direzione parmi che sieno pure dall' istessa causa ritardate nel loro movimento, e che poggiando le une sopra le altre esercitino così contemporaneamente il loro conato contro il detto bordo, e per conseguenza anche contro l' indicato piano.

In quella guisa appunto che se una serie di palle cade liberamente giù per un canale concavo-curvato, la direzione della loro gravità resta decomposta dalla curvatura di esso; e se per caso avviene che la prima incontri un ostacolo pel quale debba nell'istante arrestarsi, le altre che immediatamente la seguono poggiano su di essa, ed il fondo di quel canale resta da tutte contemporaneamente pigiato (*).

Mi si ricercherà forse come avvenga che i fili d' acqua composti di tante pallottoline levigatissime ed indipendenti fra loro nell' istante che si toccano non isdrucciolino confusamente, e se ne disperda la forza. Alla qual cosa rispondo primieramente che io non le reputo del tutto indipendenti, come si asserisce da quasi tutti i fisici, ma riunite da una forza di coesione considerevolissima: secondariamente che la forza concepita, la quale le dirige ad urtare il detto piano, anch' essa le costringe a sostenersi reciprocamente ed a formare, per così dire, un solido per quell' istante che impiegano a percorrere l' indicato prisma curvilineo.

Da tutto ciò apparisce dunque poter essere causa dell' indicato meraviglioso aumento di forza della descritta vena ogni ostacolo che

(*) Anche la decomposizione della forza che l'acqua esercita contro la piastretta può essere forse considerata come un elemento della cagione che produce l'indicato fenomeno, riflettendo che detta forza nell'urto si risolve sempre in tante forze quante sono le direzioni che la stessa acqua prende dopo di avere urtato. Ciò merita però profondo esame.

l'acqua incontra sul piano contro del quale urta, purchè i fili di essa trovino ove appoggiarsi stabilmente. Come appunto avviene se impugnandosi un mazzo di sottilissime verghe vadasi con esse ad urtare perpendicolarmente un levigatissimo piano, tosto si piegano in quell'urto e divergenti strisciano sulla superficie di esso facendogli provare soltanto una parte della forza che le spinge. Ma se di tratto in tratto incontrano degli ostacoli che ne deviano nuovamente la direzione, o che sieno capaci di trattenerle in corso, allora puntando contro di essi esercitano molto maggiore sforzo sullo stesso piano. Tale spiegazione può forse convenire ancora a rendere ragione perchè il conato di una vena si manifesti maggiore allorquando essa percuote una piastra di ferro, che una di legno, come il chiarissimo signor abate Zuliani ha diligentemente osservato. Le proprietà chimiche dell'acqua probabilmente impediscono ch' essa scorra sì liberamente sul ferro come fa sopra il legno, ed in tal caso lo strato a contatto venendo trattenuto in corso, deve far sì che tutta la massa, specialmente se piccola, eserciti contro il ferro maggiore conato che contro il legno.

A qualcuno forse cadrà in dubbio che l' aumento di quel conato prodotto sia dal peso di una quantità d' acqua che resta chiusa nel bordo della medesima piastra; ma se esso rammenterà che negli sperimenti suddetti fu questa collocata sempre verticalmente in faccia al foro da cui la vena sgorgava, vedrà che ivi non può restare porzione alcuna capace di produrre il minimo sensibile effetto. Per allontanare poi maggiormente ogni dubbio su questo proposito giovi l'accennargli di avere in qualche circostanza tolto via la parte inferiore di detto bordo, la sola su cui poteva restare l' acqua dopo l' urto, e che non ostante comparve lo stesso fenomeno, sebbene diminuito un poco, come doveva seguire mancando una parte della cagione che lo produceva.

Dal complesso di queste osservazioni trassi il vantaggio che la stessa quantità d'acqua assegnatami potesse servire a mettere in attività nella indicata fabbrica maggior numero di macchine di quello che mi era stato prescritto. Per tale oggetto immaginai di costruire le ruote ad acqua sull' istesso principio della suddetta piastra col bordo. Esse sono del genere dei ritrecini, cioè girano orizzontalmente, ma hanno le pale

chiuse fra due sponde come le ruote a cassette verticali. Sulla metà della superficie interna di queste pale è attaccato trasversalmente un pezzo d'asse che vi forma un risalto dell' altezza di due pollici circa. I canali che a questa conducono l'acqua sono piramidali e chiusi da ogni lato, solidamente fissati al fianco della gora e nel più basso di essa. Sono situati perciò orizzontalmente, e la loro direzione è tangenziale alla periferia delle stesse ruote. Nella sponda inferiore di esse fui costretto a lasciare delle aperture per dar luogo all' acqua di uscire tostochè aveva urtato le pale. La bocca d'ogni canale è contenuta fra le dette sponde in modo che l'acqua non si devia da esse, e nell'atto d'urtare tutta trovasi chiusa nelle rispettive ruote, talmente che su di ogni parte poggiando le spinge con tutta l'energia della forza della quale è capace (*).

Per dare un' idea di quanto l' acqua aumenti in effetto agendo su queste ruote, riporterò un fatto che merita di essere a tal proposito notato. Ultimata che fu la fabbrica suddetta, dovetti portarmi in Francia ed in Olanda per farvi alcune osservazioni tecnologiche. Durante la mia assenza da Milano qualcuno volle sperimentare se era possibile d'impiegare ancora minore quantità d'acqua per far muovere le dette ruote di quella ch' io vi aveva impiegata.

La principale operazione fu di togliere i risalti alle pale e di levar via la loro sponda inferiore perchè l'acqua urtasse sulla superficie piana di esse. Ciò fatto, tentò di porle nuovamente in moto, ma inutile fu ogni sua cura. Nè supponendo mai che nella semplicissima costruzione di quei risalti e fascia esistesse la cagione di tanto effetto, dovette abbandonare l'impresa, e lasciare quelle macchine per molto tempo inoperose. Tosto che fui tornato dal mio viaggio ebbi l'incumbenza di rimetterle nello stato primiero, nel quale, come ognun può vedere, anche oggi si trovano.

Partecipo alla Classe queste mie osservazioni degne sicuramente della di lei attenzione, dalle quali la meccanica può ritrarre sommi vantaggi, e l'idrodinamica dei lumi per ingrandire e perfezionare la sua dottrina, forse oggi fondata sopra troppo piccole e troppo limitate esperienze.

(*) Pare che anche gli antichi avessero trovato un maggior utile effetto nel far urtare l'acqua sulle superficie concave in vece che sulle piane, poichè si osserva essere i loro ritrecini (come tuttora in alcuni luoghi si pratica) composti di pale scavate a guisa di cucchiajo. Essi però non avevano rimarcato che sarebbe stato sommamente più vantaggioso il costruirle con un bordo che facesse squadra colla superficie urtata.

Fig 1

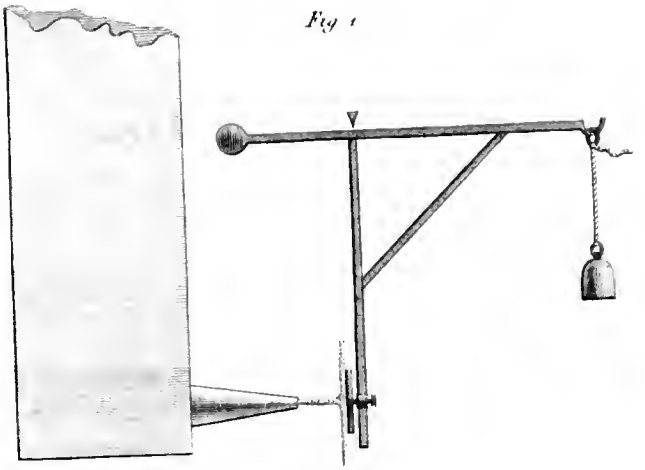
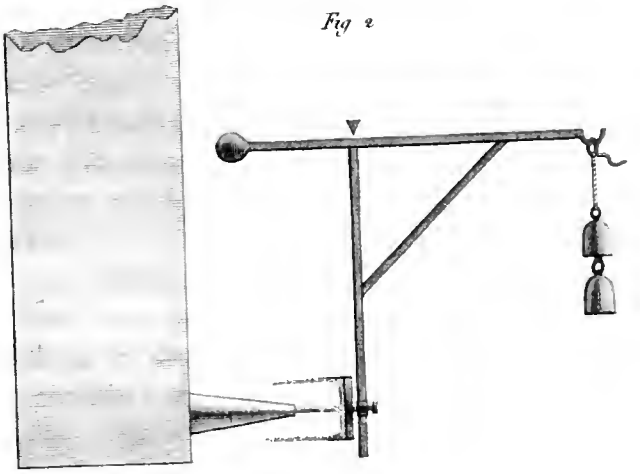
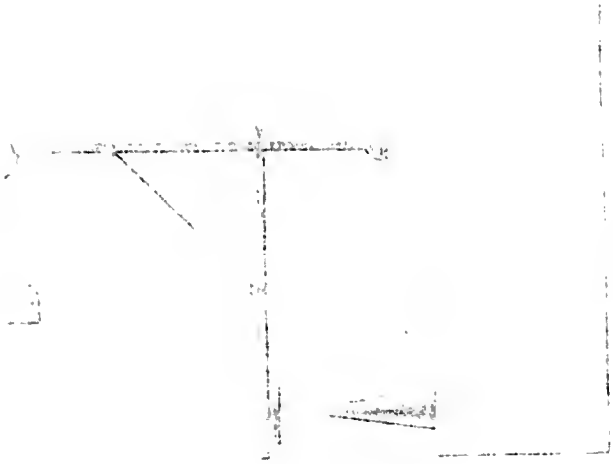


Fig 2





DELLO SPASIMO DELLA FACCIA

DI

GIOVANNI BATTISTA PALLETTA.

Parlo di quella crucciosissima affezione che non fu bene conosciuta, nè descritta che verso l' anno 1776, in cui Fothergill diede una memoria inserita nel tomo V delle *Osservazioni mediche di Londra*, e da quell' epoca in poi fu denominata *Dolor faciei Fothergillii*, *Trismus dolorosus*, *Tic douloureux*, *Reumatismo cancheroso*, *Prosopalgia*.

Questo atrocissimo dolore ha la sua sede in una delle tre propaggini del quinto pajo de' nervi che sortono dal foro sopra orbitale, dal sotto orbitale e da quello della mascella inferiore, e per ciò invade uno dei lati della faccia rendendosi molesto all' ala del naso, allo zigoma, al muscolo buccinatore, al crotafite, alla lingua, all' epicranio. Egli assale per intervalli irregolari ed a guisa di folgore; poi scema, e termina più o meno prestamente. Che se la spasmodía continuasse più a lungo a crucciare, sarebbe intollerabile, e colpirebbe l'ammalato di morte.

Non si scorge cambiamento morboso nella parte crucciata, non febbre, non calore, non mutazione di polso, nè delle orine. Nel parosismo la favella e la deglutizione sono stentate o impedite; la salivazione si fa copiosa; si contraggono le palpebre ed i muscoli della faccia; l' angolo della bocca si torce; i denti dal lato affetto diventano sommamente dolenti e sensibilissimi. Vi si unisce pulsazione vibratoria alla testa con vertigine, melancolia, gemiti.

Le cagioni di questa tormentosa affezione sono per me tanto oscure, come lo saranno ancora per molti altri, che non azzarderei proferire su di esse alcuna conghiettura.

Fothergill accusa un' acrimonia cancherosa; e perciò lodò molto la cicuta, la quale se non arriva a togliere il dolore, certamente lo mitiga.

Sauvages ammette un' irritazione qualunque dei nervi orbitali e mascellare. Volger ricerca la causa negl' infarcimenti addominali, e Boehmer nella materia artritica, come nella blenorrea male curata, *Thillenius*.

Un autore tedesco narra che una donzella di 19 anni fu invasa dalla prosopalgía per soppressione della scabbia, e che la tormentò fino all' età d'anni 72, perdendosi quando si manifestò di nuovo la scabbia secca.

Un' osservazione analoga è riportata da Selle, in cui non giovò la cicuta, nè 16 once di linimento mercuriale. Nel giornale di Hufeland (Jena 1796, vol. 2.°) leggesi che mediante il decotto dei legni sudoriferi si ottenne un trasporto della materia morbosa, cioè che il luogo dolente si coprì di un erpete farinoso, per cui l' ammalato fu guarito. Tutte queste opinioni tanto varie non sono sostenute da sufficienti prove, su cui si possa fondare un retto giudizio.

Un altro dolore somigliante a quello della faccia, perchè generato probabilmente dalla stessa causa e dai medesimi nervi, si è il dolore del *processo mastoideo*, il quale sul bel principio annunziasi come una mite odontalgía, o come un leggiero trismo congiunto a forti doglie, che si fissa sul processo mastoideo, dirigendosi poi verso l' orecchio o verso l' occipite, verso la tempia o verso il collo. La sua apparizione è congiunta a senso di tensione ai muscoli del collo, e molesta al muoversi del capo. Anzi talvolta cresce a segno, che toglie i movimenti del capo e delle labbra, ed intercetta la favella; talvolta impedisce il moto del braccio, l' apertura della bocca ostando al prender cibo e bevanda. Il dolore ora sussiste per molti giorni, ora cessa per qualche tempo per rinnovarsi; e più a lungo tace se spuntano alcuni furuncoli o ulcerette al collo. Ogni sorta di medicamento, che sarebbe superfluo l' enumerare, è stata impiegata frustraneamente, ed il dolore si è mostrato ubbidiente alla sola confricazione d' un linimento, in cui entrava il calomelano ed olio di succino.

Ora ritornando alla prosopalgía, dirò che avendo seguito da vicino il corso e i sintomi di essa, mi è parso che sia di due specie, distinguendo la prima in ispasimo acuto della faccia, e l'altra in ispasimo cronico.

Il trismo doloroso acuto si manifestò in due uomini, l'uno era sartore, l'altro caffettiere. Amendue furono sopraffatti repentinamente dallo spasimo, il quale ripetevasi tanto sovente e con tale forza, che sotto il parosismo gettavano le alte grida, si contorcevano stranamente e turbavansi tutte le facoltà intellettuali.

Ben tosto si spiegò in loro ardentissima febbre con polsi duri, pieni, con rossore al viso, sete, agitazione universale, ecc., di modo che si dovette passare alle emissioni di sangue, le quali, benchè soventi volte ed abbondantemente ripetute, non valsero ad alleggerirne la violenza dei sintomi. Il sangue videsi costantemente coperto da alta e fitta cotenna, come nelle più veementi infiammazioni, e ad onta dei mezzi debilitanti il male imperversò in amendue con delirio ed agitazione continua, e dentro gli otto giorni pose fine colla morte.

Il deplorabile fine di questi infelici mi fece risovvenire l' opinione di Lentin, che la sede della malattia sia riposta nella midolla allungata, appunto perchè l' affezione si propaga facilmente al cerebro ed alla midolla spinale, e perchè i sintomi sono per lo più sul bel principio violentissimi. Per il che duolmi di non aver potuto rintracciare sugli estinti la sede di questo morbo per la malintesa ritrosia dei congiunti.

L' altra sorta di spasimi, che ho addimandato *cronico*, è la più ordinaria, e di cui generalmente hanno fatto parola i pratici. Dessa molesta per molti anni, ad intervalli più o meno lunghi, e si rinnovano i parosismi ne' tempi umidi, specialmente ventosi e procellosi.

Un rinomato medico di questa città recandosi alla sua villa, posta alle sponde del lago di Como, risentì come un colpo di dardo sopra l' orbita sinistra accompagnato da una scossa convulsiva ai muscoli della fronte e della faccia. Tale scossa rinnovavasi a certi intervalli, e tirava in consenso le labbra, la lingua, il naso, le vie lagrimali. Ben sovente principiava come scossa elettrica, e quasi lampo folgoreggiante diramavasi a tutto il capo con incredibile dolore e perturbazione di mente. Quest' affezione non conosciuta da principio fu trattata come

una convulsione parziale, e perciò fu impiegata a larga mano la chinachina, la valeriana silvestre, il muschio, l'oppio con poco o niun frutto. Stanco finalmente di soffrire deliberò l'ammalato di assoggettarsi alla medicina efficace.

Quindi rivoltosi a me, e narratomi il fin qui esposto, chiese il soccorso della mano chirurgica. Allora mi sovvenne che un certo Andrè, riportato dal Sauvages, aveva ottenuto guarigioni costanti incidendo tutto il nervo dolente. Perciò mi affrettai a fare un taglio traversale abbastanza esteso sopra il lembo superiore dell'orbita nei comuni integumenti, indi ripigliai l'incisione sopra il periosteo, e ripassai col coltello due o tre volte sopra l'osso finchè m'avvidi che tutti i ramicelli del nervo sopraorbitale erano perfettamente recisi. Mantenni aperta la ferita con filaccia, che suppurò abbondantemente e per lungo tempo. Chiusa che fu la ferita, il trismo si acquietò per ben quattro mesi, quando il nostro medico credendosi al sicuro intraprese un viaggio sul lago, ove fu di nuovo colpito da assalto convulsivo e doloroso, che in progresso diventò non meno frequente, nè meno fiero del primo. Egli, quantunque orribilmente sferzato dal dolore, non ebbe il coraggio di assoggettarsi a novella incisione o alla scottatura del nervo, ed in vece si attenne ad altre prove di medicamenti suggeriti dallo stuolo degli amici, che riuscirono tutti frustranei. Dopo il corso di quasi dieci anni menando una vita sommamente penosa e trista perì quest'uomo di cancrena secca nel piede sinistro.

Il secondo ammalato di trismo cronico fu un chirurgo che esercitava la sua professione in una borgata sopra il Verbano. In questo il dolore partiva dal nervo mascellare inferiore, si diffondeva per la guancia, pel mento, per la lingua in modo che il cibarsi diveniva per esso un atto sommamente affliggente, e i ripetuti accessi avevano talmente logorata la sua complessione, che acquistò un abito cachettico. Non ostante l'infruttuoso tentativo fatto nel medico, persuaso ancora a quel tempo che il troncamento del nervo fosse il mezzo migliore per ridonargli la salute, procurai di scoprire interamente il nervo mascellare inferiore sinistro, e lo tagliai attraverso precisamente là dove sorte dal foro della mascella inferiore. Il dolore si assopì bensì,

ma la tregua fu breve, e l'ammalato partito dalla città fu in seguito bersagliato, come se non fosse stato operato. Sia che il nervo reciso si riunisca, come alcuni pensano, sia che oltre la recisione si esigano altri mezzi unitamente per ottenere tutto il successo, quest'uomo, come appresi dappoi, non sopravvisse più d'un anno alla sua sventura.

Questi due casi mi fecero chiaramente comprendere che il troncamento del nervo non bastava per troncare il dolore spasmodico, ecc. È vero che Galeno, versatissimo nelle cose anatomiche, aveva di già praticata la sezione del nervo per sedare gli spasimi, e che Nuckio richiamò questa pratica per guarire l'odontalgía. Procurò anche Marechal di troncare il nervo infraorbitale affetto da dolore, ma inutilmente, come inutile si rese tale operazione nelle mani di Louis e Sabatier (*Traité d'anatomie. Nerf maxillaire supérieur*). E perciò Antonio Petit e Sabatier medesimo dissuadono di passare al troncamento del nervo. Da questi fatti si può argomentare che possa bensì essere utile la recisione del nervo ove abbiasi un'affezione puramente locale, e che mediante la recisione si possa in qualche guisa distruggere la sede del morbo; ma quando la sede è lontana, e se, come pensa Lentin, nella prosopalgía di cui trattiamo si debbe stabilire nella midolla allungata, certamente non havvi motivo di sperare alcun vantaggio dalla semplice recisione.

Quindi diversi pratici fondandosi sopra opposte cagioni hanno proposti e messi in uso opposti rimedj. Fothergill propinò a larga dose l'estratto di cicuta. Hill di Chester commenda la tintura di arsenico, associandovi la cicuta di fresco preparata e l'oppio a piccole dosi. Si è per altro osservato che l'oppio ha rade volte procurato la calma, e per lo più ha esacerbato il dolore. Così i nominati antispasmodici, le mignatte, i vescicanti, i cauterj, i bagni o furono impiegati senza utilità, o palliarono soltanto per alcun tempo il male.

Volger, Bohemer, Thillenius si avvisano d'avere ottenute alcune guarigioni coll'uso dei purganti drastici e delle gomme ferulacee. Leindenfrost consigliò di far ingojare due o tre scrupoli di semi di senapa non ammaccata la mattina a stomaco digiuno. Finalmente il professore Stark si valse in varie occasioni e con reale vantaggio del

linimento mercuriale unito all' olio empireumatico di succino alla dose di una dramma per volta, soffregandolo sulle parti più vicine al luogo dolente.

Prendendo in considerazione i diversi risultamenti ottenuti dai menzionati scrittori, scelsi un metodo composto, che ebbe un esito fortunato in una donna milanese travagliata al nervo sopraorbitale sinistro. In questa ho preferito la scottatura per distruggere il nervo. Feci pertanto preparare una lamina sottile di ferro col tagliente a pancia, e fattala arroventare bruciai profondamente gl' integumenti e le sottoposte parti fino all' osso. Quando la ferita si dispose alla suppurazione feci prendere alla donna alcuni grani di conio maculato, e feci spalmare di unguento mercuriale avvalorato con poco olio di succino le parti circondanti l'orbita; cioè ora la tempia, ora la guancia, ora il naso, la fronte, l'occipite, finchè la piaga fu del tutto chiusa e del tutto cessato il trismo doloroso. Questa maniera di medicare mi fu utile dappoi in altri soggetti attaccati da trismo cronico idiopatico senza febbre; anzi in tre soggetti a prosopalgía recente l' unzione sola colle pillole di cicuta furono bastanti per liberarneli. Nè debbo tacere che in quest' anno impiegai con molto profitto l' estratto di giusquiamo combinato con fiori di zinco sublimati in due donne attaccate da prosopalgía recente al nervo sopraorbitale. La pratica però da me tenuta non credo che sia sempre per corrispondere ai voti dell' ammalato e del medico, e sarà sempre prudente cosa nell' incertezza di un male oscuro il non omettere d' indagare quale essere possa la cagione più probabile della spasmodía, vale a dire se sia reumatica, artritica, erpetica, cancherosa o simpatica di altre affezioni; e sarà pure utile l'esplorare gli effetti diversi dei medicamenti cimentati. Imperocchè dalla farragine dei farmachi finora impiegati contro il trismo doloroso, dal loro effetto or salutare, ora nocivo, ora innocuo, e dalla varietà delle opinioni finora in corso non possiamo altro conchiudere, se non che, essere la prosopalgía un male non ancora bene conosciuto; essere il medesimo difficile a guarirsi; non esservi ancora alcun metodo sicuro da seguire, tanto più che dall' andamento del male e dal vario effetto delle sostanze medicamentose pare che risulti, non essere sempre il dolore spasmodico della medesima indole.

SUL TAGLIO IPOGASTRICO

PER

L' ESTRAZIONE DELLA PIETRA DALLA VESCICA ORINARIA

DI

ANTONIO SCARPA.

Quante volte fra noi medesimi meditiamo sull' origine e sui progressi della litotomia, molto ci maravigliamo osservando che dei due migliori metodi operativi presentemente in uso per estrarre la pietra dalla vescica orinaria, il *laterale* cioè e l' *ipogastrico*, siamo debitori del primo ad un ciarlatano (1), e del secondo ad un chirurgo (2) non ignobile per verità, ma che chiamò grande *follia* quel suo divisamento, e ne dissuase altrui dall' imitarlo; verisimilmente perchè Ippocrate nei suoi aforismi aveva dichiarato mortali le ferite della vescica.

Da questi tenui e mal fermi principj però movendo i Mery, Cheselden, Morand, Douglass, Ledran ed il F. Cosimo, guidati dalla notomia e dalla razionale sperienza, seppero con sì grande successo illustrare questa parte importante della chirurgia, da portarla pressochè al più alto grado di perfezionamento cui ora si trova. E questo esempio, fra i molti che la storia delle scienze e delle arti ci ricorda, non

(1) Giacomo Beaulieu in abito d' eremita.

(2) Pietro Franco. Traité des Hernies, p. 139. Qui estrit à moi grande folie . . . . Le patient fu guarry (non obstant que il en fut bien malade) et la playe consolide. Combien que je ne conseille à homme d'ainsi faire.

è dei meno convincenti in prova, che la gloria di utili scoperte appartiene talvolta meno a chi ce ne ha dato un cenno, che al genio sublime di coloro i quali seppero spogliarle d'errori e farne un' applicazione vantaggiosa all' uman genere.

I moderni chirurghi, conscj dell' accuratezza dei nostri maggiori nello stabilire dietro quelle prime nozioni le basi fondamentali del metodo *laterale*, non trovarono sinora di che esercitare i loro talenti in questo ramo di chirurgia, che nel modificare i vecchi stromenti, o nel proporne di nuovi, ad oggetto di rendere sempre più spedita e sicura l'esecuzione di questa operazione anco dai meno dotti in notomia e non abbastanza esercitati nella pratica della litotomia. E certamente a questo fine furono diretti i lavori di Moreau, di Le-Cat, di Pallucci, del F. Cosimo, di Bronfield, di Hawkin, di Pouteau e di parecchi altri. Ciò non pertanto la massima generale, o sia *metodo* pel taglio *laterale*, rimase invariabilmente quale dai sopra lodati maestri ci fu insegnato.

Avvenne lo stesso per ciò che riguarda lo scopo principale del taglio *ipogastrico*, cioè di estrarre la pietra per disopra del pube mediante l' incisione della parete anteriore della vescica orinaria. Ma non si può dire che picciole ed inconsiderevoli siano state le variazioni per ciò che spetta al *processo* operativo di questo metodo, essendochè i cambiamenti fatti a questo proposito dall' epoca di Rosset e di Douglass a quella del F. Cosimo non consistettero soltanto nel proporre alcuni nuovi stromenti, ma ben anco nell' introdurre tali variazioni nel *processo* stesso, per le quali l' operazione ipogastrica divenne a' giorni nostri meno imperfetta di quanto era prima. Imperciocchè, ritenuta la precedente massima generale d' incidere la parete anteriore della vescica, mostrò il F. Cosimo la possibilità di sollevare questo viscere sopra del pube, e di ritenerlo senza aver ricorso alla distensione di esso per mezzo dell' impedito egresso delle orine o delle injezioni; mezzi tutti assai dolorosi, spesso insopportabili, e nelle donne ineseguibili. E questa importante mutazione fatta al processo operativo per estrarre la pietra per disopra del pube, non che gli artifizj per eseguirla saranno mai sempre un monumento di gloria pel loro autore.

Ciò non ostante sottoponendo ad un esame pratico rigoroso il modo d'operare del F. Cosimo, principalmente per ciò che spetta l'evitare il pericolo di offendere il sacco del peritoneo, ed in appresso la facilità e sicurezza d'incidere la parete anteriore della vescica, la pratica di questo celebre chirurgo non va esente da alcune imperfezioni, la correzione delle quali forma il soggetto di questa Memoria.

Il F. Cosimo nella prima parte della litotomia *ipogastrica*, tagliati i comuni tegumenti immediatamente sopra del pube nella direzione della *linea bianca* pel tratto di tre dita trasverse o poco più ne' soggetti adulti, e scoperta per egual tratto la *linea bianca*, dava di piglio al suo *trois-quarts bistouri* (1), e direttane la punta obliquamente al margine superiore ed interno del pube, spingeva il suo stromento rasente la faccia interna di quest' osso a diversa profondità, ora d'un terzo, ora della metà di tutta la lunghezza del detto stromento, secondo l'età de' soggetti e la spessezza diversa della parete addominale ch' egli si proponeva di trapassare. Ma poichè in ciò fare egli impiegava uno stromento poco atto a penetrare attraverso un' assai compatta sostanza, gli conveniva d'usare di molta forza con pericolo di deviare dalla giusta direzione. Penetrato lo stromento alla profondità determinata dalla di lui grande pratica, e fatto centro di moto in vicinanza del perforatorio infisso nella faccia interna del pube, egli traeva fuori dall' albero del *trois-quarts* la lama del bistorino (2) a modo d'arco di cerchio, colla quale si proponeva di tagliare per certo tratto l'aponevrosi comune ai muscoli addominali; ma che, propriamente parlando, non faceva che intaccare; perciocchè questa prima apertura dell' aponevrosi gli riusciva sempre angusta, e non sempre bastante a dare facile ingresso al bistorino *lenticolare*, col quale, insinuato fra la *linea bianca* ed il peritoneo dal basso in alto, prolungava il taglio dell' aponevrosi anzidetta per un pollice ed alcune linee; lo che era bastante ad estrarre per di là una pietra di grossezza anco più che mediocre.

Questa prima parte del *processo* operativo del F. Cosimo era, come apparisce chiaramente, stentata, aspra e pericolosa, sì perchè, come si

(1) Nouvelle méthode pour extraire la pierre, 1779. Fig. I.

(2) Tav. II, fig. I.

è detto, a motivo della forma dello stromento e della compatta sostanza che doveva trapassare, era d'uopo usare di molta forza, come perchè non vi era una norma certa da seguire per riguardo all' inclinazione da darsi al perforatorio ed alla profondità cui doveva essere spinto. E la lama del bistorino tratta per arco di cerchio piuttosto che tagliare premeva o stracciava soltanto l'aponevrosi in alcuni punti di sua inserzione nel pube.

Esaminando io attentamente ne' cadaveri la posizione propria e relativa delle parti che vengono interessate in questo primo stadio della litotomia *ipogastrica*, ho trovato costantemente che fra l'interna faccia dell' osso del pube, e per alcun tratto ancora, al disopra del margine di quest' osso, ed il sacco del peritoneo, nella sede in cui questa membrana si alza dietro la parete posteriore della vescica per applicarsi colla sua convessità ai muscoli addominali, vi è uno strato considerevole di tessuto cellulare floscio, distensibile, pinguedinoso, il quale tiene naturalmente scostato il sacco del peritoneo dall' immediato contatto col pube, e dall' inserzione della *linea bianca* in quest' osso. Ed in fatti, per poco che vogliasi fare attenzione a questa disposizione di cose, si riconosce manifestamente che l'interposizione di quella floscia distensibile cellulosa era necessaria pel facile innalzamento della vescica orinaria sopra del pube quando è piena, e pel proporzionato scostamento a vescica piena del sacco del peritoneo dal margine superiore del pube, e conseguentemente dall' inserzione della *linea bianca* in quest' osso. E per verità, se non esistesse naturalmente codesto intervallo occupato dall' ora nominata cellulosa sostanza fra il sacco del peritoneo ed il pube, giammai il *trois-quarts bistouri*, a vescica vuota, si sarebbe potuto approfondare per un terzo o per la metà di tutta la lunghezza di questo stromento neppure dall' esperta mano del suo inventore senza portare offesa al sacco membranoso contenente le viscere addominali, e forse ancora alla stessa vescica. Su di che ella è cosa degna d'osservazione che codesto guancialetto di cellulare pinguedinosa, facilmente distensibile, situata immediatamente sotto l'inserzione della *linea bianca*, non manca mai di presentarsi anco nei cadaveri di soggetti i più magri e consunti da lenta infermità. La

costanza di questo fatto mi ha suggerito sin dall' anno 1785, in occasione del corso di operazioni sul cadavere, la possibilità ed insiememente l'utilità di sopprimere dal novero degli stromenti per l' *alto apparecchio* il *trois-quarts bistouri*, e quindi d' incidere la *linea bianca* con un mezzo assai più semplice di quello usato dal F. Cosimo, ed anco più sicuro di quello per ciò che spetta il preservare da offesa il sacco del peritoneo, come ora esporrò.

Con un bistorino a taglio convesso s' incidono i tegumenti dell' addome nella direzione della *linea bianca* dal pube verso l'ombelico pel tratto di tre dita trasverse o poco più ne' soggetti adulti, sicchè la *linea bianca* apparisca perfettamente bene a nudo, principalmente ne' punti d' inserzione di questa aponevrosi nel margine superiore del pube fra i muscoli retti ed i piramidali, se questi secondi muscoli esistono. Con mano sospesa poscia ed a più riprese si fende la detta aponevrosi per tre o quattro linee al più in lunghezza dal basso in alto, cominciando sempre al margine e sul margine stesso del pube. Quando i muscoli piramidali nascondono i punti precisi d' inserzione della *linea bianca* in quest' osso, egli è necessario di divaricare le fibre di questi muscoli, e di dividerle ancora finchè appariscano distintamente que' punti d' inserzione dell' aponevrosi di cui si parla. Si continua indi con leggieri e replicati tratti di bistorino, come si farebbe per dividere fibra dopo fibra, ad approfondare il taglio della *linea bianca*, e sempre, come si è detto, cominciando dal margine superiore del pube, e di là verso l'ombelico, finchè ne sia trapassata tutta la spessezza della detta aponevrosi in vicinanza della sua inserzione. Sì tosto che la *linea bianca* è aperta per tre o quattro linee in prossimità del margine superiore del pube, spunta fuori da quell' apertura un gruppo di cellulare pinguedinosa, floscia, indizio certo che la fenditura dell' aponevrosi corrisponde precisamente all' intervallo che naturalmente esiste fra la *linea bianca*, il margine del pube e la convessità del sacco del peritoneo. Per questa apertura, sempre ampia all' uopo, s'introduce una sonda scanalata comune avente l'apice rivolto alquanto all' insù, la quale si fa scorrere diligentemente dal basso in alto rasente la faccia interna della *linea bianca*, che è quanto dire fra questa aponevrosi ed il sacco del

peritoneo, per uno spazio presso a poco eguale a quello della ferita dei tegumenti. Sulla stessa sonda scanalata si prolunga in fine il taglio dell' aponevrosi dal basso in alto a piacimento, in proporzione della grossezza della pietra da estraersi, coll' assoluta sicurezza in ciò fare di non portare la minima offesa al sacco del peritoneo.

Ognuno il quale siasi sufficientemente esercitato in notomia eseguirà questa prima parte della litotomia *ipogastrica* con facilità, e certamente con maggiore sicurezza che approfondando un *trois-quarts*, sotto gradi di obliquità incerti, ad una profondità determinabile appena da una lunga pratica, fra la faccia interna del pube ed il sacco del peritoneo.

La seconda parte del *processo* operativo del F. Cosimo non va parimente che la prima esente da qualche imperfezione. Secondo gl' insegnamenti di quest' autore, egli è un articolo della massima importanza nel secondo stadio del taglio *ipogastrico* quello di mantenere stabilmente alzata la vescica sopra del pube, per poter poi incidere con ispeditezza e nella giusta direzione e misura la parete anteriore di questo viscere; nel quale precetto, propriamente parlando, consiste la superiorità del *processo* operativo del F. Cosimo in confronto di quello di Rosset e di Douglass.

Intorno all' esecuzione di questo importante precetto giova osservare che il F. Cosimo, perforata che aveva la parete anteriore della vescica colla sua sonda a *dardo*, e preso fra il pollice, indice e medio della mano sinistra lo specillo portante il *dardo*, sospendeva con esso specillo la vescica, e la teneva ivi ferma sopra del pube, mentre coll' altra mano faceva scorrere un bistorino ricurvo lungo l' angusto solco scolpito nello specillo, dietro la guida del quale penetrava senza ritardo col coltello nel cavo della vescica (*). Così facendo gli accadeva assai volte che al primo penetrare del bistorino in vescica l'apice ottuso della sonda cessava di far punto d'appoggio e di sospensione di questo viscere sopra del pube, e spuntava fuori la sonda stessa dalla esterna ferita sopra del pube. In conseguenza di questo inconveniente,

(*) Loc. cit. pag. 66. L'opérateur conduit la pointe par la cannelure de la flèche qui se montre par la plaie, et la pousse en descendant pour fendre la vessie jusqu'au fond de la courbure de la sonde.

la vescica abbandonata a sè stessa discendeva prestamente, e si nascondeva sotto del margine del pube, e rendeva malagevole il taglio della parete anteriore della vescica medesima, non che il compimento dell'operazione. E se codesto incidente non gli accadeva sempre, egli era, io suppongo, perchè talvolta nel sollevare la vescica egli imprimeva l'apice ottuso della sonda con tal forza nella polposa interna membrana della vescica da far protuberare questo viscere al di fuori dell' esterna ferita a modo di ditale, per cui, non ostante l'incisione di quella papillare protuberanza della vescica, l'apice ottuso della sonda continuava per qualche istante ancora a sospendere la vescica stessa sopra del pube, e dava tempo e luogo all' introduzione del dito dell' operatore nel cavo di questo viscere. L'autore conscio, come pare, di questo disordine, scrisse (1): che *nell' atto del taglio della parete anteriore della vescica il chirurgo ritiene in sito l'apice ottuso della sonda col suo dito osservatore.* Ma io posso assicurare che nè egli faceva così, nè che ciò è possibile di farsi senza andar incontro ad altri inconvenienti non minori dei primi. Imperciocchè nell' atto in cui il bistorino discende lungo il solco dello specillo portante il *dardo*, il pollice, l'indice ed il medio della mano sinistra dell'operatore sono impiegati nel tener fermo lo specillo colla maggiore possibile stabilità, affinchè la punta del bistorino non esca dall' angusto solco scolpito nello specillo portante il *dardo*. E quand' anco in quel momento fosse possibile di allungare l'apice del dito indice o del medio della mano sinistra per portarlo sull' ottusa testa della sonda, ciò non sarebbe bastante ad impedire che essa non abbandonasse il punto d'appoggio e di sospensione della vescica al primo ingresso del bistorino nel cavo di essa lungo lo specillo che sostiene il *dardo*. Maravigliosa cosa al certo era il vedere con quanta prontezza e destrezza (della quale sono stato molte volte testimonio oculare) (2) il F. Cosimo andava al riparo dell' accadutogli disordine, introducendo lungo l'albero della

(1) Loc. cit. Dont il soutient toujours le bec en place avec son doigt observateur.

(2) Durante il mio soggiorno in Parigi ho avuto la buona sorte di assistere a molte operazioni di litotomia *ipogastrica*, specialmente sul sesso femineo, eseguite dal F. Cosimo nel suo ospizio; favore ch' egli accordava difficilmente alle persone dell' arte.

sonda fuori uscita dall' esterna ferita il suo bistorino *lenticolare*, o vero il suo bistorino *nascosto*, ed or con l'uno, or con l' altro prolungava, secondo l'occorrenza, l' incisione della parete anteriore della vescica; ed introduceva in essa il dito, ancorchè abbassata ne fosse sotto del pube sino a toccarvi la pietra. Malgrado ciò, non può mettersi in dubbio che la mancanza del punto di sospensione della vescica sopra del pube nell' atto di fendere la parete anteriore di essa non sia di grande ostacolo alla pronta ed esatta esecuzione della seconda parte della litotomia *ipogastrica* anco pel chirurgo il più destro ed esercitato nella pratica delle grandi operazioni.

Per evitare questo inconveniente, l' espediente mi si è presentato, per così dire, spontaneamente. Sospesa che sia la sommità della vescica per mezzo dello specillo portante il *dardo*, basta cominciare l' incisione della parete anteriore di essa non lungo lo specillo, ma una linea e mezzo circa sotto del punto di perforazione del *dardo*. In questa guisa l' ottusa testa della sonda, ritenuta tutt' all' intorno come da una briglia, non può muoversi di luogo, nè abbandonare il punto d'appoggio e di sospensione della sommità della vescica durante l' incisione dall' alto in basso della parete anteriore di quel viscere, per tutto quel tratto che l' operatore crede necessario, in ragione a un di presso della grossezza della pietra da estraersi.

Perchè poi questa incisione venga fatta nella giusta direzione paralella all' asse longitudinale della vescica, ho collocato nella concavità della sonda una larga guida (1), i margini della quale sono bastantemente rilevati sull' esterna superficie della sonda stessa da potersi riconoscere al tatto attraverso la parete anteriore della vescica prima d'inciderla. Il fondo di questa guida è diviso in due solchi dal rialzo che vi fa lo specillo portante il *dardo* (2); entro l' uno o l' altro dei quali solchi entri la punta del bistorino, il tagliente di esso non può vacillare nella sua progressione dall' alto al basso. Rosset propose a questo fine un catetere ordinario fesso nella sua convessità; ma non si sa comprendere come egli pretendesse che si possa rivolgere in vescica il catetere in modo che presenti la sua convessità alla parete

(1) Tav. II, fig. II *a a*, *b b*.

(2) Tav. II, fig. II *c*.

anteriore della vescica per esservi incisa. L'Heritier [1] opinò che un catetere ordinario aperto nella sua concavità poteva supplire alla mancanza di sonda a *dardo*. Io al contrario riguardo la sonda a *dardo* come uno stromento necessario ed utilissimo, e la guida da me proposta non è una semplice fenditura del tubo della sonda, ma una guida con margini rilevati sopra il tubo del catetere. Questa addizione non aggiunge difficoltà all' introduzione della sonda a *dardo* in vescica, specialmente nelle donne.

Riassumendo ora la prima parte della litotomia *ipogastrica*, incisa che sia la *linea bianca* nella semplice, spedita e sicura maniera sopra esposta, l' operatore introduce l' indice della mano sinistra nel fondo della ferita, precisamente nell' intervallo fra la faccia interna del pube ed il sacco del peritoneo, spazio occupato da floscia cellulare pinguedinosa, e coll' altra mano prende nel perineo la sonda a *dardo*, l'apice ottuso della quale già penetrato in vescica egli dirige a poco a poco e con movimenti combinati delle due mani in modo che alzi la parete anteriore di questo viscere sopra del pube, e la presenti all' occhio dell' operatore fra le labbra dell' esterna ferita; lo che si ottiene con facilità ne' soggetti nei quali la vescica è bastantemente ampia e distensibile. Disposte in questa guisa le cose, l'operatore scosta l'indice della sua mano sinistra dall' ottusa estremità della sonda verso il sacco del peritoneo, a fine di allontanarlo sempre più dal punto in cui la vescica deve venir perforata dal *dardo*. Determinato questo punto, egli ordina ad uno degli ajutanti di spingere dal perineo all' insù lo specillo portante il *dardo*, il quale perfora la sommità della vescica nel punto determinato, ed esce per l' esterna ferita. L'operatore prende allora fra il pollice, l' indice ed il medio della mano sinistra lo specillo in prossimità dell' esterna ferita, e coll' altra mano armata di un coltellino a taglio convesso [2] punge la parete anteriore della vescica una linea e mezzo sotto del punto di perforazione, e spingendo il coltellino dall' alto in basso lungo la guida situata nella concavità della sonda, fende la parete anteriore della vescica. Un' incisione

(1) Deschamps. Traité de l'opération de la taille. Vol. II, pag. 338.

(2) Tav. II, fig. IV. Pei soggetti di minor età il coltellino avrà la lama più stretta di questo.

per dieci o al più dodici linee è bastante per edurre una pietra anco di più che di mediocre grossezza, purchè non sia stato fatto troppo breve il taglio della *linea bianca*, la sola delle parti interessate in questa operazione atta ad opporre una valida resistenza. Una linea soltanto che manchi alla giusta proporzione fra la grossezza della pietra unitamente a quella delle morse della tanaglia, e la lunghezza dell' incisione della *linea bianca*, è bastante, malgrado i molti sforzi, ad impedire l' uscita della pietra che già si presenta fra le labbra dell' esterna ferita. Il bistorino curvo, del quale si serviva il F. Cosimo, non è per questa incisione sì appropriato quanto il retto a taglio convesso, poichè il primo, dopo punta la vescica, sollevando l' operatore la mano, abbandona la guida, e si rivolge coll' apice di contro la parete anteriore della vescica stessa. Del resto prima di ritirare il coltellino a taglio convesso l' operatore porta l' indice della sua mano sinistra in vescica lungo il dorso del coltello; poscia ordina all' ajutante di ritirare il *dardo* entro la sonda, indi la sonda tutta dalla vescica. Dietro la guida del dito della mano sinistra, col quale l' operatore tocca la pietra, vi porta l'uncino *sospensore* (*), che dà a tenere ad un altro ajutante situato nel lato destro del malato, col quale stromento mantiene sospesa tuttavia la vescica e si oppone alla pressione delle intestina che gravitano su di essa. Per ultimo procede il chirurgo all' introduzione della tanaglia sulla guida del dito, colla quale estrae la pietra, osservando in ciò le regole prescritte dagli scrittori diligenti di queste materie.

Ho accennato da principio che la superiorità del *processo* operativo del F. Cosimo, posto a confronto con quello di Rosset e di Douglass, consiste principalmente in ciò che l' alzamento e la sospensione della sommità della vescica sopra del pube non è commessa nè alla ritenzione d' orina, nè all' artificiale riempimento della medesima per via d'injezioni, le quali pratiche ne' soggetti molto sensibili, e nelle donne generalmente, non sono eseguibili; e quando lo sono, al primo pungere della vescica il fluido forzatamente contenuto in essa esce con tale prestezza da permettere alla vescica d' abbassarsi immediatamente

(*) Tav. II, fig. V.

sotto del pube; lo che, se non osta all'esattezza ed al compimento dell'operazione, la rende, per lo meno, di difficile esecuzione. Trascurati adunque che fossero i principali vantaggi che si traggono dalla sonda a *dardo* e dall'apice ottuso della medesima, il *processo* operativo del F. Cosimo ricadrebbe presso a poco nelle stesse imperfezioni di quello di Rosset e di Douglass; lo che, io mi lusingo, non avrà luogo seguendo la pratica semplicissima che ho poc'anzi descritta.

Estratta la pietra per di sopra del pube, il F. Cosimo introduceva in vescica per la via dell'uretra una grossa cannula, affinchè le orine avessero per di là uno scolo continuato. La presenza di questa cannula in vescica è di assoluta necessità sino a perfetta guarigione della interna ferita. Per ciò poi che spetta l'apparecchio per la cura della esterna ed interna ferita, egli, immediatamente dopo estratta la pietra, inseriva fra le labbra della ferita una fettuccia di tela sfilata nei lati, larga un pollice e lunga sei, e la spingeva a tanta profondità da farla penetrare in vescica (*). Questa pratica del F. Cosimo abbisogna pure, a parer mio, di qualche riforma; poichè la sperienza mi ha dimostrato che quanto è vantaggiosa l'interposizione della fettuccia fra le labbra dell'esterna ferita sino al tessuto cellulare interposto fra il pube ed il sacco del peritoneo, ad oggetto d'impedire gli spandimenti di orine nelle parti circomposte alla vescica, altrettanto inutile o piuttosto dannosa è l'introduzione della detta fettuccia in vescica, non fosse ciò che pei tre primi giorni dopo l'operazione, siccome usava di fare il F. Cosimo. Ho osservato che anco senza introdurre la fettuccia tanto profondamente da farla penetrare in vescica, lo scarico delle orine per l'esterna ferita si fa completamente; lo che essendo, non può che essere svantaggiosa la pratica sopra accennata, avuto riguardo che quel corpo straniero introdotto fra le labbra della ferita della vescica, non fosse che pei primi tre giorni dopo l'operazione, o sia durante

(*) Loc. cit. pag. 61. Le pansement consiste à porter avec la pincette à anneau, et à la faveur du doigt observateur le bout d'une bandelette de linge large d'un pouce et longue de six ou sept, au fond de la plaie dans la vessie, pendant qu'on place l'autre bout à côté de la plaie externe . . . . . Parvenu au deuxième ou troisième jour, on retire cette petite bande, et on se borne à contenir les levres de la plaie à moitié rapprochees par le moyen d'un emplâtre . . . . . .

l'epoca la più importante, quale è quella del corso dell'infiammazione *adesiva*, si oppone al coalito della ferita interna. Talvolta, a dir vero, avviene che la piaga dopo la litotomia *ipogastrica*, non altrimenti che dopo il taglio *laterale* nel perineo, assume ne' primi giorni dopo l'operazione un aspetto cinericcio; sia che ciò derivi dallo strofinamento fatto dagli stromenti o dalla pietra nell' uscire, o successivamente all' estrazione della pietra dall' indole mordace delle orine. Questo incidente però, ancorchè ritardi il coalito della ferita, non apporta giammai triste conseguenze; poichè quella cinerea superficie, nel corso di sei o sette giorni, si separa compiutamente dalle parti sottoposte, e vi lascia una piaga rubiconda e granulosa.

Le modificazioni da me fatte al *processo* operativo del F. Cosimo, per riguardo alla litotomia *ipogastrica*, poste alle prove sul sesso femineo in questa Scuola di pratica chirurgia sin dall' anno 1808, corrisposero pienamente all' aspettazione, per cui avvi tutto a credere che questa operazione, sulle donne segnatamente, non sarà più per taluni tanto formidabile quanto sembra essere stata sinora.

In generale però sulla convenienza della litotomia *ipogastrica* in ambo i sessi vi è, a parer mio, qualche eccezione da farsi alla dottrina pressochè comune in questo proposito. Gli scrittori sulla litotomia, eccettuato Deschamps, esortano i chirurghi ad estrarre la pietra per disopra del pube tuttavolta che la pietra è di tale grossezza da occupare molta parte o tutta la capacità della vescica, per cui sia impossibile l'estrarla per la via del perineo. Sono d'avviso che questo precetto generale, non altrimenti che quello di Celso, *melius anceps quam nullum afferre remedium*, meriti eccezione così per questa, come per altre gravissime operazioni chirurgiche, affinchè non serva di scusa a parecchie uccisioni. La pietra assai grossa, non conviene dissimulare, ha sempre vessato per lungo tempo la vescica, e ne ha sempre fatto ingrossare le tonache di essa con perdita di vitalità e di tonicità di questo viscere, disponendolo gradatamente ad assumere con facilità la lenta, spuria infiammazione, indi l'ulcerazione delle sue membrane, e con esse di quelle degli ureteri e della sostanza dei reni. Tutti gli anatomici indagatori diligenti delle cause e degli effetti delle malattie

hanno fatto menzione di questo stato patologico della vescica orinaria occupata per lungo tempo da pietra assai grossa. Ruischio (1) in simili circostanze trovò le tonache della vescica della grossezza di un dito trasverso; Riverio (2) d'un pollice; Camerario (3) di due pollici; il F. Cosimo (4) d'un pollice. Esiste in questo Gabinetto patologico una vescica orinaria con entro una grossa pietra che ne riempie quasi tutta la cavità, le membrane della quale grosse e dure rassomigliano più ad una borsa di cuojo che ad una cassula fatta da tenere membrane coperte da fibre muscolari molli e flessibili. Morand disse (5): *les grosses pierres ne se trouvent que dans les vessies raccournies*, e ciò è stato confermato da ulteriori numerose osservazioni. Nelle circostanze adunque delle quali si parla, se vuolsi aver riguardo soltanto al manuale dell' operazione *ipogastrica*, questo è della più difficile e pericolosa esecuzione, a motivo della stentata introduzione della sonda a *dardo* fra la pietra e la parete anteriore della vescica; come perchè la corrugata e coriacea vescica non si presta bastantemente alla distensione per essere sufficientemente alzata sopra del pube. Se poi sotto le stesse circostanze rivolgesi l'attenzione allo stato patologico delle tonache di questo viscere, nulla avvi di più certo e confermato dalla sperienza quanto che le ingrossate, rigide, attoniche membrane in generale, ed in particolare quelle della vescica, incise che siano, lungi dall' assumere la salutare infiammazione *adesiva*, sono prese piuttosto dalla spuria e lenta flogosi *ulcerativa* con perdita irreparabile e spesso assai pronta dell' infermo. Perciò la litotomia *ipogastrica*, ancorchè ci prometta l'estrazione di una pietra di tale grossezza da non poter essere tratta fuori per la via del perineo, ha, come tutte le altre grandi operazioni della chirurgia, certi confini, oltre i quali non lice passare, per cui tengo opinione che ove si tratti di pietra enormemente grossa accompagnata da stillicidio continuo di orine torbide, fetenti, febbrette d'irritazione ricorrenti con ismagramento, giovi astenersi dal taglio *ipogastrico* per non abbreviare la vita all' infermo coll' intenzione di sollevarlo dagli incomodi occasionati da quel corpo straniero.

(1) Observ. 89.
(2) Praxis med. Lib. IV, pag. 27.
(3) Ephemerid. n. c. art. 3. Observ. 40.
(4) Loc. cit. Observ. VIII, pag. 148.
(5) Haut appareil, pag. 91.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA II.

Fig. I. *Trois-quarts bistouri* del F. Cosimo; *a* l'albero dello stromento; *b* bistorino tratto fuori dell' albero.

Fig. II. Sonda a *dardo*; *a a*, *b b* la guida; *c* lo specillo portante il *dardo*.

Fig. III. Sonda a *dardo* veduta lateralmente.

Fig. IV. Il coltellino pel taglio della parete anteriore della vescica.

Fig. V. Uncino *sospensore* della vescica. Vedi l'opera citata del F. Cosimo. Tav. II, fig. IV.

SOPRA NUOVI MEDICI USI

DEL

COLCHICO AUTUNNALE

DI

BASSIANO CARMINATI.

Poichè molto da noi s' impara, al dire del Magalotti, disimparando alcune cose che si erano imparate, non sarete per maravigliarvi, chiarissimi signori, dell' inaspettato vantaggio che da ciò, pochi anni fa, io ebbi, quando col trascurar le da me imparate intorno agli usi ed ai principj del colchico autunnale (*Colchicum autumnale Linn.*) quelle, a cui la cortese attenzion vostra ora domando, fortunatamente imparai. Pare in vero che mentre per le cancellate precedenti idee la mente si trova più disposta a concepirne e ritenerne altre novelle, debba di leggieri avvenire che alle prime, per isventura false o poco precise, altre in lei succedano vere ed esatte. Per lo che non credo d'ingannarmi se all' avere disimparate o neglette alcune dottrine comunemente ammesse sull' azione e sull' uso dell' ossimele fatto coll' aceto avente infusa la radice del colchico (colta qui ove abbonda al fin di primavera) e col mele in doppio peso ascrivo l' acquisto di alcune mediche cognizioni, le quali sono per indicarvi, supponendole ai progressi della terapeutica, che l' uomo infermo cura e guarisce, utili e necessarie.

Pare al certo ch' io non avrei l' ossimele colchico prescritto in que' tre primi casi, da cui poscia imparai le sue innanzi non comprese

facoltà più sincere e prescrizioni più convenevoli, ove non avessi neglette o dimenticate alcune avvertenze da' classici autori già da me imparate. Questi insegnano essere la radice del colchico succedanea ed emola per ogni rispetto a quella della scilla o squilla marina (*Scilla maritima Linn.*); apprestare il suo ossimele un rimedio diuretico poco meno dello scillitico acre, stimolante e risolvente, ed essere perciò in ogni malattia e complicazione o reliquia morbosa veracemente infiammatoria il di lui uso improprio, sospetto e anzi nocivo.

E pure medicando io a Pavia osai, dieci anni sono, proporre l'ossimele colchico, e adoperarlo nel modo più sollecito e coraggioso a fine di salvare successivamente tre femmine, della cui guarigione ormai dai dotti ed esperti medici curanti si disperava. Erano elleno nel corso stesso di gravissima infiammazione acuta e vera ai principali visceri divenute idropiche, ed erano in mezzo al perseverante apparato infiammatorio, sebbene molto scemato, minacciate da mortale soffocamento e quindi a quel misero punto ridotte, in cui, dirò con Celso, *satius est anceps auxilium experiri quam nullum.* La prima, una delle più distinte matrone della città, per violenta polmonea unita a manifesti segni di acquoso tumore del corpo e a non equivoci indizj di pari arresto di linfe nelle cavità del ventre, e forse del petto, si fece ovunque gonfia e in guisa da non permettere al chirurgo dopo la quarta emissione di sangue (trovato sempre privo di siero e coperto di alta e forte cotenna) di altro trarne co' salassi alle braccia, alle mani ed ai piedi. La seconda era pure una gentildonna di anni quarantasei, in cui pronte e larghe cacciate di sangue avevano bensì giovato a trarla dal prossimo pericolo di tosto perire sotto l'infiammazione, per lo più funesta, del cuore, ma non impedito che alle reliquie del male si accoppiasse idropisia del petto e acuta e con successivo universale edema. La terza era la moglie di un ricco fittuajuolo vicina ai trent' anni attaccata da enorme ascite o idropisia del ventre inferiore sopravvenuta all' epatitide o infiammazion del fegato, trascurata a principio e in parte ancora superstite.

Fu in questi casi che primamente spiegossi la sovrana, e non pertanto innocente, efficacia del colchico ossimele. Dato esso ad uno, a due

e fin a quattro scrupoli ogni tre ore, e in seguito a due dramme fino a consumarne due o tre once al dì, giunse a rinviare le orine soppresse, a copiosamente accrescerle ed a chiarirle; potè alleggiare, movendo lo sputo, il respiro e gli altri fastidiosi accidenti; e seppe, dissipando colla idropisia ogni tristo residuo infiammatorio, condurre le inferme in pochi dì ad una convalescenza che passò presto in sanità.

Dopo questi felici sperimenti non sarà dunque alcun di voi sorpreso, o signori, ch'io avvezzo a valermi per lo passato e tra' primi in Italia di quest' ossimele quale succedaneo soltanto dello scillitico, lo adoperassi in seguito qual rimedio di azione dissimile per guarir molti e molti, le cui storie sono registrate ne' miei Ricordi medicinali. In essi, di età, di sesso e di temperamento diversi, quali presi da idropisia ora parziale al petto o al ventre, ed ora universale prodotta da causa, complicazione o esito di mal infiammatorio in qualche viscere, ovvero indotto dallo scarlattino esantema di egual indole mal giudicato o negletto, e quali soggetti all' asma, alla tosse e al catarro di pari natura o forma, l' ossimele, di cui si tratta, prudentemente usato, giovò in generale e in guisa da superare la mia e l' altrui aspettazione. Il medicamento, colla larga copia delle orine, mercè la ristabilita azione de' linfatici assorbenti e la simultanea risoluzione de' crassi e arrestati umori in breve procurata, dispensò i malati (ancorchè sussistesse alcun indizio infiammatorio, e fosse il metodo temperante tuttavia indicato) da qualunque emissione di sangue e farmaceutico ajuto, e presto in loro produsse coll' unico concorso delle cose appartenenti alla convenevole dieta i ricercati e attesi benefici effetti.

Per tali cose io doveva necessariamente avvedermi, siccome mi avvidi, che circa gli usi, i modi di azione e le proprietà di questo possente farmaco io era stato ormai dalla fedele maestra l' osservazione ad un tale termine condotto, per cui disimparando alcune cose, ne aveva altre in vece imparate, e queste sicure ed utili. Nell' abbandonare le idee avute una volta che la scilla e il colchico, e i due loro ossimeli singolarmente, avessero virtù, maniere di operare, indicazioni ed eccezioni conformi, conobbi dai fatti ora detti la notabile differenza ch' evvi tra l' uno e l' altro rimedio. Consiste questa in ciò

che dove lo scillitico ossimele alla cura delle acute infiammatorie o steniche malattie e idropisie ripugna in maniera da riuscire ordinariamente infruttuoso, molesto e nocivo; il colchico dato cautamente e secondato dalle ben regolate, temperanti e soavi bevande prestamente le allevia, le scema e le dissipa. Lo che soprattutto fa allora che a vincerle non siano stati sufficienti, comunque indicati e proficui, il cremor di tartaro, la terra fogliata, il nitro e gli altri sali medj o medicamenti nell' azione consimili co' quali lo stesso ossimele volontieri si associa e si rende, come osservai, un rimedio di maggiore innocenza e virtù.

La qual osservazione poi quanto sia e possa riuscire in seguito alla medicina pratica importante non occorre che da me si dica. Per conoscerne l'utilità basti il sapere che comunicata ai chiarissimi Professori miei colleghi a Pavia con una Memoria da me letta, nove anni sono, in quella Università, onde invitarli a sottoporre a nuovi cimenti e chimici e clinici certi noti rimedj, fu messa a profitto dai maestri e dagli allievi nella cura delle numerose più contumaci idropisie spesso sopravvenute agli esantemi scarlattino e morbilloso colà dominanti; che tale notizia mosse alcuni recenti scrittori a dichiarare indicato il nostro medicamento nelle idropisie ed altre malattie d' indole stenica; e che la quindi dimostrata differenza essendo da' migliori clinici ora conosciuta, ammessa e difesa, trattiene i subalterni artefici dal prescrivere con pericolo e danno ne' rammentati casi la scilla.

E come in realtà non potrebbero gli uni e gli altri medici e pensatori e gregarj non conoscere e convenire su la proposta differenza, s' ella trae la sua stessa origine e causa dalla dissimile natura, copia e proporzione delle parti che amendue le radici contengono? Io me ne sono assicurato con replicatamente sottoporre la radice della scilla a quegli stessi chimici esperimenti a cui avevano sottoposta, anche da me animati, i valenti signori Moretti e Melandri, ora degnissimi professori di chimica, quella del colchico. Risultò da tal diligente esame e consecutivo mezzo di opportuni confronti che nella scilla i due principj, uno sommamente acre, e l' altro amarissimo anche nella fecula, a cui sono uniti, dall' albumina e dalla mucilagine

poco o nulla si rattemperano, quando nel colchico da più numerose e varie parti composto l'estrattivo amaro ed acre, la resina, la calce e gli acidi pomico e muriatico sono moltissimo rattemperati dall'amido, dall'estrattivo mucoso, dal glutine, dall'albumina vegetabile e dalla materia zuccherina.

Quindi è, signori, che in virtù degli esposti fatti e motivi potrò ormai con ogni sicurezza conchiudere che la non prima avvertita e ora scoperta qualità del colchico autunnale e sua maniera di operare nel corpo umano imparando, una dottrina imparai quale, utile già divenuta per le felici sue applicazioni, sarà fruttuosa per altri giusti rispetti ancora. Sarà ella tale se, come credo, conducendo gli autori di materia medica ad esaminare le diverse mediche osservazioni da cui procedettero i giudizj favorevoli e contrarj all'uso dell'ossimele colchico, farà veder loro ch'esso generalmente giovò ne' morbi stenici, e fallì negli opposti. Lo sarà, se i clinici indicato e convenevole giudicandolo vorranno aver in esso benissimo preparato e prescritto in dose proporzionata alla forza e pertinacia del male la dovuta fiducia, e non perderla a lui per sempre a cagion d'avere l'una o l'altra volta mancato di effetto; giacchè *miraculum esset* (dirò come sapientemente disse Murray) *et naturæ legibus adversum si colchico omnes sanarentur. Sufficit multis auxilio fuisse et ibi aliquando proficere ubi scillæ locus non est.* Sarà pur vantaggiosa se per la naturale composizione della squilla, dalla mia analisi meglio determinata, apparendo la stimolantissima sua proprietà ai medesimi suoi principj conforme, non si oserà più oltre di porla in dubbio, e molto meno di assegnarlene una contraria. Sarà in fine espediente a far conoscere col fin qui detto e collo stesso mio esempio vera la sentenza del Magalotti a principio proposta, che talora, disimparando le imparate cose, molto e poi molto da noi s'impara.

DUE IDILLJ DI TEOCRITO

VERSIONE

DI LUIGI ROSSI.

IDILLIO XVI.

LE GRAZIE ovvero GERONE.

Questo sempre di Giove aman le figlie,
Sempre i Vati; cantar degl' Immortali,
Cantar de' grandi Eroi le maraviglie.
Dive le Muse sono, e perchè tali
Cantan gli Dei. Noi siam mortali, ed ora,
Tali essendo, cantiamo altri mortali.
Eppur chi mai, sotto la glauca aurora
Fra quanti sono abitator, chi schiude
Spontaneo il limitar di sua dimora
Le mie Grazie ad accorre, e non le estrude
Manche di doni? Fra sdegno e vergogna
Traggon poi queste a casa, i piedi ignude,
Movendo a me lunghissima rampogna,
Che invan corser la strada; e a vota cassa
Convien che in fondo ognuna si ripogna

Carca di noja a star, con testa bassa
Su le fredde ginocchia, in tristo nido,
Poichè la gita andò d' effetto cassa.
Chi mai, chi v' ha, che un dicitor di grido
A questi giorni in onorar s' adopre?
Non io mel so. Di più trovar diffido
Cui caglia, come in pria, dall' inclit' opre
Laudi mercar. Può sol su l' uom lo scrocchio.
Chiusa nel seno ognun la man si copre,
E donde argento trar cerca coll' occhio;
Nè altrui daria la trista scoria; e suole
Dir: lo stinco è lontan più del ginocchio;
Anche a me un po' di bene; il ciel console
Di gloria i Vati, ma se a tutti Omero
Basta, chi poscia altri ascoltar più vuole?
Quegli tra i Vati è l' ottimo, il primiero,
Che nulla a me sottragga . . . Oh inver beati!
E qual pro dagl' immensi entro un forziero
Tesor giacenti? Ah l' or dagli assennati
Non s' impiega così: parte agli offici
Della vita e' san darne, e parte ai Vati;
Giovar parenti san con benefici,
Ed altri assai de' cittadini, e a' Numi
Sempre l' are impinguar di sacrifici.
Nè coll' ospite mai rozzi costumi
Vonno usar, ma in cortesi atti e sembianti,
Quando a sua posta ei di partir costumi,
Dal desco accomiatarlo, e in fin tra quanti
V' ha d' onor degni, omaggio offrire, e culto
Pria delle Muse a' Secretari santi.
Così avverrà che in tomba anche sepulto
Chiaro nome tu goda, e tu non piagna
Sul freddo Lete a bella fama occulto.

Come l' uom che di callo si magagna
Colla zappa le mani, e della dura
Sorte, che gli avi a lui lasciàr, si lagna.
Molti d' Antioco nelle regie mura,
Molti d' Alevo Re schiavi e serventi
Partìan il mestrual vitto a misura:
Molti un giorno agli Scopadi potenti
Mugolavan giovenchi entro le stalle
In un con gli altri ben cornuti armenti:
E a' Creondi ospitali in lungo calle
Immense greggie a' paschi estivi, e al rezzo
Gian co' pastor per la Cranonia valle.
Ma di tanti agi or nullo avrian da sezzo
Piacer, poichè la dolce alma versaro
Nella gran barca dello Stigio lezzo;
E senza que' tesor, che abbandonaro,
Senza gloria, per secoli perenni
Starian fra l' ombre meste in lutto amaro,
Se il gran Vate di Ceo corde solenni
Temprando a vario canto, i nomi e i merti
Giugner non ne facea, da morte indenni,
A' nepoti più tardi. In corsa esperti
Anco ebber gloria i lor destrier, che ornati
Da' sacri agoni ritornàr di serti.
E chi di Licia i Prenci od i chiomati
Figli di Priamo, e chi a fanciulla pari
Cigno per bianche gote, avria nomati,
Se pe' poemi non sonavan chiari
Gli antichi fatti? Nè gli error d' Ulisse
Per cento mesi e venti in terre e mari,
Nè il viaggio di lui, pria ch' ei morisse,
Dell' Orco in fondo, nè saria che conta
Per diuturna fama ancor s' udisse

La fuga sua, del fier Ciclope ad onta,
Da chiuso speco; e fora Eumeo, custode
Di mandrie, ignoto, e intorno a' buoi la pronta
Cura del buon Filezio, ed anche il prode
Cor di Laerte; ma da obblio gli escluse
Del Meonio cantor la chiara lode.
Gloria immortale all' uom vien dalle Muse.
Le dovizie de' morti e la fortuna
Soglion per man de' vivi andar profuse.
Ma pari opra sarebbe ad una ad una
L' onde sul lido misurar che il vento
Dal glauco mar sospinte a terra aduna,
O del fonte lavar col puro argento
Immonda pietra; e un uom frenar, cui rio
Macera e sprona di lucrar talento.
Per me, chiunque è tal vada con Dio,
Abbiasi innumerevoli tesori,
E il prema ognor di trasricchir desio.
Io l' amistà degli uomini e gli onori
A molti anteporrò muli e cavalli:
Cerco di chi sperar posso i favori,
Dalle Muse scortato. Aspri già i calli
De' Vati son, se a lor della canora
Prole di Giove Re l' aita falli.
Di condur mesi ed anni il ciel finora
Stanco non è: trïonfal cocchio, parmi,
Molti corsieri andran traendo ancora.
Sorgerà pur quell' uom, che de' miei carmi
Abbia mestieri, un giorno osando quello
Che il magno Achille, o Ajace altero in armi
Fe' in val di Simoenta, ove l' avello
Sta d' Ilo Frigio. Ecco i Fenicj, ch' hanno
Nel tallon della Libia ultima ostello

Sotto il cadente sol, tremanti stanno;
Ecco mezz' aste i Siracusj, onusti
Degli scudi di salce, a imbrandir vanno;
E s' erge armato in mezzo a que' robusti,
Con cresta da criniere equine ombrata,
Geron sembiante a' primi Eroi vetusti.
O Giove, eccelso Padre, e tu adorata
Minerva, e tu, che con tua madre in sorte
Hai, vergin Dea, l' ampia città fondata
Dei fastosi Efirei lungo le morte
Linfe Lisimelee: deh da que' porti
Pel Sardo flutto inesorabil sorte
Mandi i barbari a' figli e alle consorti,
Avanzo numerabile di stuolo
Grande, a narrar d' amici assai le morti.
Poi come in pria, quante cittadi al suolo
Cadder spianate dalle man grifagne,
Ricetto a' prischi abitator dian solo.
Questi le verdi a coltivar campagne
Tornino, e in prati gai quivi pur anco
Belino a mille a mille errando l' agne.
Senza numero al par correndo in branco
Verso le stalle e tori e vacche insieme
Spronino a fuga il passeggiero stanco.
Lavorati ad accorre in tempo il seme
Sieno i maggesi ai dì, che la cicada,
Dell' arbor chiusa tra le frasche estreme,
Stride, e sul pien meriggio a' pastor bada.
Su l' arme il sottil vel l' aragna spanda;
E in obblio pur di guerra il nome vada.
Di Geron l' alta gloria in ogni banda
Spargano i Vati, oltre di Scizia il flutto,
Sin dove il vasto muro, opra ammiranda,

Collegato all' asfalto, ebbe costrutto
Semirami Reina. I' son de' tanti
Cari alle Dive vergini, e che tutto
Pongono il senno a celebrar co' canti
La sicula Aretusa, e il popol fido,
E di Geron Re bellicoso i vanti.
O Grazie, o Dive Eteoclee, che il nido
Del Minïese Orcómeno diletta,
A Tebe un giorno abbominoso lido:
Se non m' invita alcuno, e non m' alletta,
In pace io rimarrommi; a chi m' invita
Franco io n' andrò colle mie Muse in fretta.
Nè già senza di voi farò partita.
Senza le Grazie e qual mai cosa in fine
Ad uom mortale esser potria gradita?
Deh stian sempre le Grazie a me vicine.

IDILLIO XVII.

ENCOMIO DI TOLOMEO.

S' incominci da Giove, e in Giove ancora,
Muse, finiam, quando da noi col canto
Degl' immortali il Massimo s' onora.
E Tolomeo fra gli uomini altrettanto
Al principio s' esalti, al mezzo, al fine:
Chè su gli uomini tutti Ei solo ha il vanto.
Nati da Semidei, di peregrine
Geste autori gli Eroi dell' età prime,
Cantori egregi ebbero in sorte alfine.
E a me già esperto di eleganti rime
Per Tolomeo qua un inno intesser giove.
Son gl' inni anco agl' Iddii gloria sublime.
Ma pari al tagliator, che i passi move
Su per l' Ida selvoso, e aggira i lumi
Cercando all' opra onde por mano, e dove,
Che pria dirò? Convien che il dì consumi,
Se i mille e mille eccelsi fasti io schiero,
Che all' ottimo fra i Re largiro i Numi.

Tra i suoi Padri, oh qual fu pei fatti altero
Di Lago il figlio, che il disegno in mente
Ne ordia più ratto dell' altrui pensiero.
Lui de' beati Iddii l' Onnipossente
Volle consorte, e nell' Olimpia Reggia
Magion gli fu costrutta, aurea, eminente.
Al suo fianco Alessandro ha pur sua seggia,
Amico a lui, ma Nume acerbo ai Persi,
Cui screziata mitra il capo ombreggia.
Nella parte, a cui stanno ambo conversi,
È posto il trono in adamante pretto
D' Ercole il tauricida, u' co' diversi
Cittadini del Ciel stassi a banchetto,
E pe' nepoti de' nepoti ei gusta
Soave all' alma singolar diletto;
Perchè Re Giove da vecchiezza adusta
Gli assolse, e nome han d' immortali entrambi
Misti de' Numi alla famiglia augusta:
E come fu progenitore a entrambi
Il valente Eraclide, or sì col forte
Ercol son pure annoverati entrambi.
Quindi un dì che da mensa ei, sazio a sorte
Di nettare odoroso, si recava
Alla magion di sua cara consorte,
L' arco all' un d' essi, e il turcasso che grava
Il manco lato; e all' altro in mano ei diede
La sculta a nocchi sua ferrata clava.
Quindi ad Ebe recar candida il piede
L' armi in sua stanza, e là condur lo stesso
Avo figlio di Giove hanno in mercede.
Oh qual fra le Matrone onor del sesso
L' inclita Berenice anco splendea,
Raro tesoro a' genitor concesso!

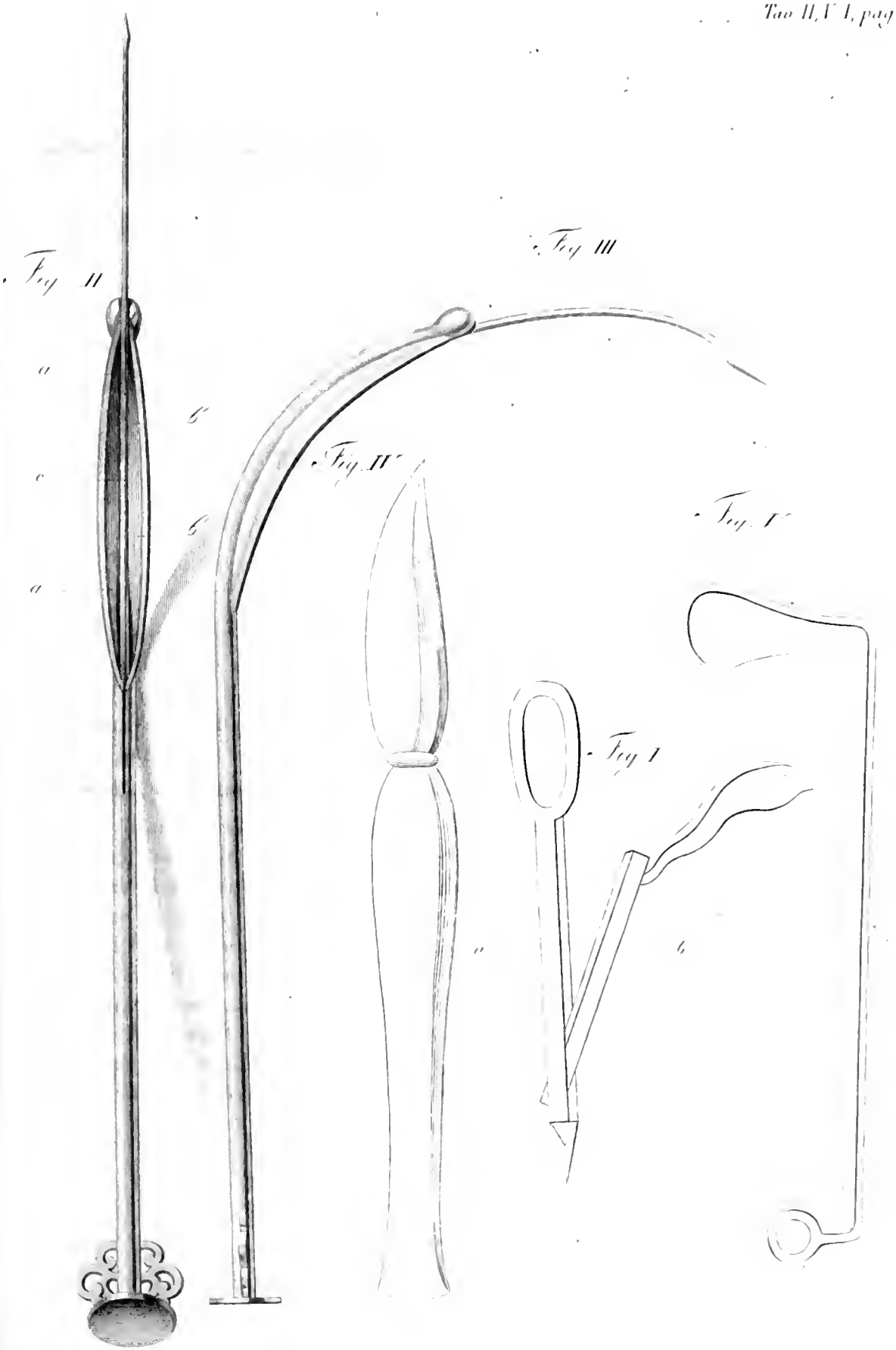
Ben l' odoroso seno a Lei la Dea,
Che figlia di Dïona in Cipro impera,
Colle morbide man stampato avea.
Però fama è fra noi, che indarno spera
Tanto ad uomo piacer sposa giammai,
Quanto amò Tolomeo la sua mogliera;
E n' era ei sì più riamato assai:
E già securo della propria prole
Tutti ad essi gli aver confida omai,
Quando amante consorte al casto vuole
Letto salir della consorte amante.
Ma rea moglie il marito amar non suole;
Sempre ha nel cuor l' infida altro sembiante,
E se agevoli i parti a lei pur sono,
Non al padre la prole è somigliante.
Dea, che su l' altre hai di beltade il trono,
Alma Ciprigna, a Berenice ognora
Fosti custode, e per tua grazia e dono
Non varcò l' atro Stige in l' ultim' ora:
Rapisti tu la bella Donna, avanti
Che pur giugnesse alla dogliosa gora,
E al rio de' morti navichiero innanti,
Per quì locarla nel tuo tempio, e a parte
Porla tu stessa degli onor tuoi santi.
Grazie a tutti i mortali ivi comparte,
E molli affetti inspira, e ne concede
Agevoli d' amor le cure e l' arte.
Tu, Argea di nere ciglia, un Dïomede
Sterminator d' eserciti, a Tideo,
Tu partoristi il Calidonio erede.
E partorì all' Eacide Peleo
Teti dal colmo seno Achille arciero.
Al par degna, o guerrier gran Tolomeo,

Te Berenice a Tolomeo guerriero;
E Coo te dal materno alvo raccolse
Quando uscisti a vedere il dì primiero.
Poichè quivi a Ilitía, che il cinto sciolse,
D'Antigone la figlia un grido mise
Dalle doglie gravata, e i prieghi volse.
Allor la Dea benevola s'assise
Tosto al suo fianco, indi nel corpo tutto
Quïete soavissima le mise.
Simile al Padre allor sì amabil frutto
Nacque, e Coo vagheggiollo, e sclamò forte,
Con blanda mano accarezzando il putto:
Sii fausto, o pargoletto, e quella sorte,
Che alla cerulea Delo un dì rendea
Il divo Apollo, il tuo natal m' apporte;
E al par di Triope il colle onora e bea;
Ed ama i Dori del vicino lido,
Come il buon Rege Apollo amò Renea.
Sì l'Isola parlò. L'aquila, il fido
Di Giove augel, dall' alto in suon propizio
Tre volte diè tra nube e nube un grido.
Tal fu di Giove il manifesto auspizio.
Cura è di Giove il Regio augusto pegno:
Grande è chi piacque a lui dal primo inizio.
Molte dovizie dietro a Re sì degno
Vengon seguaci; egli su molti liti,
Egli su molto mare estende il regno.
Terre infinite e popoli infiniti
Gran ricolti gli dan dalla feconda
Pioggia di Giove in lor stagion nudriti.
Ma il basso Egitto più d'ogn' altra sponda
Vanta ubertade allor, che le palustri
Glebe a stemprar, que' campi il Nilo innonda.

Nè tante altri ha città d'artieri industri:
Entro i dominj suoi fur già costrutte
Ben tre centurie di Cittadi illustri;
Trentatremila ancor del pari instrutte,
Poi trentanove aggiunte a tanta copia;
E il magno Tolomeo regna su tutte.
Con altri la Fenicia in parte ha propia,
In parte Arabia e Libia, e il Sirio suolo,
E i bruni abitator della Etiopia.
Solo a' Pamfilj tutti; al prode stuolo
De' Cilici, alle Cicladi, al pugnace
Cario, al popol di Licia impera ei solo.
Sue belle navi il mar scorrono; e in pace
Così la terra a Tolomeo, gli alteri
Fiumi sonanti, e tutto il mar soggiace.
Chiusi in lucido arnese assai scudieri,
E cavalieri assai splendongli intorno:
Vince in tesori ei sol chiunque ha Imperi;
Cotanti all' auree soglie in ciascun giorno
Ne vengon d'ogni parte; ed ai lavori
Stan le genti tranquille in lor soggiorno.
Non mai svegliando bellici fragori
Giù pel pescoso Nil vien turba ostile
Pedestre su l'altrui ville; nè fuori
Salta verun da celere navile,
Cingendo usbergo, su l'Egizie gregge
Pel lido a disfogare ingiusta bile.
Tal le vaste pianure un uom protegge,
Il biondo Tolomeo, che per ventura
Sa ben come la lancia in man si regge.
Ei la paterna eredità procura
Tutta serbar, come a buon Re conviensi;
Poi con acquisti d'aumentarla ha cura.

Nè però l'oro entro i palagi immensi,
Qual si vede giacer delle operose
Formiche la dovizia, inutil tiensi.
Molto n'han degl' Iddii le gloriose
Are, cui suole in un con altri doni
Le primizie offerir di tutte cose;
Molti sen danno ancor be' guiderdoni
Ai valorosi Re, molti pur anco
Alle Città, molti agli amici buoni.
A' sacri agon di Dïoniso unquanco
Non viene un solo, che con note argute
Ad intonar be' cantici sia franco,
Cui premio eguale al merto si rifiute.
Delle Muse gl' interpreti pertanto
Di sì rara benefica virtute
Aman far plauso a Tolomeo col canto.
E che di più bramar puote uom beato,
Che tra gli uomini aver gran nome e vanto?
Questo intero agli Atridi è ognor serbato;
Mentre le innumerevoli ed opime
Spoglie, raccolte il dì, che lor fu dato
Predar di Priamo la magion sublime,
In erma parte, onde tornar non lice,
Caliginosa oscuritade opprime.
L' orme degli avi ei sol con piè felice,
Calde in la polve ancor, pareggia e preme:
Egli al Padre e all' amata Genitrice
Pose olezzanti templi, e quivi insieme
Ambi locò d' avorio e d' or parventi,
Ad ogni uom di quaggiù tutela e speme.
Molti di pingui buoi lombi cruenti
A certe lune abbrostolisce ei stesso,
E sua moglie con lui, su l' are ardenti.

Donna di lei migliore in dolce amplesso
Sposo non strigne entro regal cortina:
Di cor lo sposo ama, e il germano, in esso.
Tal fu il connubio ancor della divina
Coppia di Numi, che del ciel sovrani
Rea partorì d' Olimpo alma Regina.
Quivi un sol letto a be' riposi arcani
Di Giove e di Giunone Iri fornio,
Vergine Dea, con profumate mani,
Salve, o Re Tolomeo: te ognor vogl' io
Laudar co' Semidei; nè all' età nuove
Carme, io spero, dirò degno d' obblio.
Tu sempre implora la virtù da Giove.



Faustino Anderlini dis. ed inc

SOPRA ALCUNE FUNZIONI ESPONENZIALI

COMPRESE

NELLA FORMOLA x^{x^n}

DI

FRANCESCO CARLINI.

1. Dopo le funzioni algebraiche, le esponenziali o logaritmiche, e le circolari, la più semplice nel suo genere è quella rappresentata da x^x. Il celebre Giovanni Bernoulli, che primo prese a considerarla, ne scoprì diverse singolari proprietà (*V. Johannis Bernoulli opera omnia, tom. I, pag.* 184; *tom. III, pag.* 376), ed arrivò a quella serie elegantissima, e che tanto piacque al Leibnizio, $\frac{1}{1^1} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} +$ ecc., la quale si ottiene prendendo l'integrale di $x^x dx$ da $x = 0$ ad $x = 1$.

Avendo io stese alquanto più avanti le ricerche intorno a questa funzione, ed intorno all' altra più generale x^{x^n}, sono giunto a trovare la somma di alcune serie altrettanto divergenti, quanto convergente è quella riferita di sopra. Ho pure esaminata la natura delle radici immaginarie dell' equazione $x^x = y$, le quali, per quanto so, non erano ancora state ricercate da alcuno. Ciò è quanto esporrò in breve nella presente Memoria.

2. Dato nell' equazione $y = x^x$ il valore di x, si può sempre col mezzo delle tavole logaritmiche trovare quello di y; ma se y è la quantità data, la x non si potrà dedurre che per serie o per altri

metodi approssimativi, e dovrà considerarsi nella maggior parte dei casi come una quantità trascendente non riducibile ad alcuna delle conosciute. Dalla suddetta equazione l' Eulero (*Calc. diff.*, *cap. IX*) dedusse il valore di x espresso da questa serie infinita

$$x = 1 + z - \frac{z^2}{2} + \frac{2 \cdot z^3}{3} - \frac{9 \cdot z^4}{8} + \frac{32 \cdot z^5}{15} - \frac{625 \cdot z^6}{144} \text{ ecc., posto } ly = z;$$

ma pare che quel sommo matematico non abbia avvertita la legge semplicissima dei coefficienti numerici. Ora è facile vedere che si ha

$$1 = \frac{0^0}{1}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1^1}{1 \cdot 2}, \quad \frac{2}{3} = \frac{2^2}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \quad \frac{9}{8} = \frac{3^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \text{ ecc.};$$

ove i numeratori sono gl' inversi dei coefficienti della serie di Bernoulli, ed i denominatori costituiscono la serie ipergeometrica

$$1, \quad 1 \cdot 2, \quad 1 \cdot 2 \cdot 3, \quad 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4, \quad \text{ecc.}$$

3. L' estrema divergenza dei numeri 0^0, 1^1, 2^2, 3^3, ecc. è alquanto diminuita dai rispettivi divisori 1, 2, 6, 24, ecc., cosicchè fino a tanto che z sarà una quantità molto piccola, la serie potrà dare il valore di x con sufficiente approssimazione. Ma per conoscere più precisamente i limiti oltre i quali i termini successivi cessano di convergere, se ne consideri uno infinitamente rimoto e corrispondente all' indice n, supposto $n = \infty$. Sarà questo termine $= \frac{(n-1)^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdots n} z^n$, ed il suo logaritmo $= (n-1)\, l(n-1) - l\,1 - l\,2 - l\,3 \ldots - l\,n + n\,l\,z$.

Ora nella supposizione di $n = \infty$ si ha la somma dei logaritmi iperbolici

$$l\,1 + l\,2 + l\,3 \ldots + l\,n = n\,l\,n - n + \tfrac{1}{2} l\,2n\pi;$$

sarà dunque $l \frac{(n-1)^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n} z^n = n - 1 - l\,n - \frac{1}{2} l\,2n\pi + n\,l\,z$,

ed
$$\frac{(n-1)^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n} z^n = \frac{e^{n-1} z^n}{n\sqrt{(2n\pi)}},$$

indicando con e la base dei suddetti logaritmi, e con π la semicirconferenza. Di qui si deduce che la serie va successivamente accostandosi ad una progressione geometrica il cui rapporto sia ez, e che dessa è sempre convergente quando $z < \pm \frac{1}{e}$.

4. Il limite $z = -\frac{1}{e}$ è il valor minimo della funzione xlx, al disotto del quale l'equazione $xlx = z$ non ha più alcuna radice reale; in questo caso una quantità immaginaria, e necessariamente della forma $a + b\sqrt{-1}$, ci viene rappresentata da una serie di termini tutti reali, ma divergenti. Questa apparente discordanza non è già un assurdo, poichè dovendosi nelle serie di tale natura considerar sempre un ultimo avanzo, la parte immaginaria sarà necessariamente compresa nell' avanzo medesimo.

5. Che se vorremo il valore di x sotto la forma indicata di $a + b\sqrt{-1}$, potremo ottenerlo nel modo seguente. Pongasi $a = p\cos\alpha$, $b = p\sin\alpha$, sarà $x = p\{\cos\alpha + \sqrt{(-1)}\sin\alpha\} = pe^{\alpha\sqrt{-1}}$, e $lx = lp + \alpha\sqrt{-1}$. Sostituendo questi valori nell' equazione $z = xlx$, sarà

$$z = p\{\cos\alpha + \sqrt{(-1)}\sin\alpha\}\{lp + \alpha\sqrt{-1}\} = p\{lp\cos\alpha - \alpha\sin\alpha\} + p\{\alpha\cos\alpha + lp\sin\alpha\}\sqrt{-1}.$$

Siccome si suppone che z sia quantità reale, dovrà annullarsi ciò che moltiplica la $\sqrt{-1}$, e quindi sarà $lp = -\alpha\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $p = e^{-\frac{\alpha}{\tan\alpha}}$, e sostituendo $z = -p(\alpha\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} + \alpha\sin\alpha) = -\frac{p\alpha}{\sin\alpha}$, $l(-z) = l\frac{\alpha}{\sin\alpha} - \frac{\alpha}{\tan\alpha}$.

Trovato che si abbia il valore di α dato da quest' equazione trascendente, si avrà

$$x = pe^{\alpha\sqrt{-1}} = e^{\alpha\sqrt{(-1)} - \frac{\alpha}{\tan\alpha}} = e^{-\frac{\alpha}{\tan\alpha}}\{\cos\alpha + \sqrt{(-1)}\sin\alpha\} = -\frac{z\sin\alpha}{\alpha}e^{\alpha\sqrt{-1}}.$$

Siccome niente limita in queste operazioni il valore di z, è chiaro che con esse si troveranno non solo le radici immaginarie dell' equazione $xlx = z$ quando, essendo $z < -\frac{1}{e}$, non ve n' è alcuna di reale, ma ancora le radici immaginarie in numero infinite, quando l' equazione stessa ne ha una o due di reali.

6. Sia, per esempio, data da risolvere l' equazione $x^x = \frac{1}{e}$, od $xlx = -1$; essendo $l(-z) = 0$, avremo subito per determinare α l' equazione $l\frac{\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\alpha}{\tan\alpha}$. Il più piccolo valore di α che vi soddisfaccia è $\alpha = 76^\circ\ 37'\ 4'',65 = 1{,}3372356$ in parti di raggio.

Di qui si dedurrà facilmente il valore di x con una di queste espressioni $x = \frac{\sin \alpha}{\alpha} e^{\alpha\sqrt{-1}}$, o $lx = \alpha(-\cot\alpha + \sqrt{-1}) = -0{,}3181314 + 1{,}3372356\sqrt{-1}$:

Supponiamo, per recare un secondo esempio, che sia $\alpha = 180^\circ - \omega = \pi - \omega$, presa per ω una quantità infinitesima, avremo

$$lx = (\pi - \omega)(\cot\omega + \sqrt{-1}), \quad xlx = z = -\frac{\pi-\omega}{\sin\omega} e^{(\pi-\omega)\cot\omega} = -\infty.$$

Il supposto valore di x sarà dunque una delle radici immaginarie dell' equazione $x\,l\,x = -\infty$, o sia $x^x = 0$.

7. In vece del valore di x recato al § 2, può trovarsi per mezzo d' una serie egualmente regolare quello di $l\,x$. A tal oggetto nella equazione $x\,l\,x = z$ pongasi $l\,x = u$, sarà $ue^u = z$, e differenziando $\frac{dz}{du} = e^u(1+u)$, $z\frac{du}{dz}(u+1) - u = 0$.

Prendiamo ora $u = z + az^2 + bz^3 + cz^4 + \text{ecc.}$,

avremo $\frac{du}{dz} = 1 + 2az + 3bz^2 + 4cz^3 + \text{ecc.}$

$$z(u+1) = z + z^2 + az^3 + bz^4 + \text{ecc.}$$

Moltiplicando fra loro queste due ultime serie e sottraendo dal prodotto la prima, risulterà l' equazione

$$\left.\begin{array}{r} z + 2az^2 + 3bz^3 + 4cz^4 + 5dz^5 + \text{ecc.} \\ -z + z^2 + 2az^3 + 3bz^4 + 4cz^5 + \text{ecc.} \\ -az^2 + az^3 + 2a^2z^4 + 3abz^5 + \text{ecc.} \\ -bz^3 + bz^4 + 2abz^5 + \text{ecc.} \\ -cz^4 + cz^5 + \text{ecc.} \\ -dz^5 + \text{ecc.} \\ + \text{ecc.} \end{array}\right\} = 0$$

dalla quale si deduce

$$\begin{array}{rcl} a + 1 = 0 & & a = -1 = -\frac{2^0}{1} \\ 2b + 3a = 0 & & b = +\frac{3}{2} = +\frac{3^1}{1\cdot 2} \\ 3c + 4b + 2a^2 = 0 & & c = -\frac{8}{3} = -\frac{4^2}{1\cdot 2\cdot 3} \\ 4d + 5c + 5ab = 0 & & d = +\frac{125}{24} = +\frac{5^3}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} \end{array}$$

ecc.,

e finalmente $u = lx = z - \frac{2^0}{1} z^2 + \frac{3^1}{1\cdot 2} z^3 - \frac{4^2}{1\cdot 2\cdot 3} z^4 + \text{ecc.}$

8. Se ci sarà data l'equazione più generale $x^m lx = z$, ci basterà sostituire nell'espressione precedente x^m in luogo di x, ed mz in luogo di z, ed avremo $mlx = mz - \frac{2^0}{1} m^2 z^2 + \frac{3^1}{1\cdot 2} m^3 z^3 - \text{ecc.}$,

e dall'espressione del § 2 $x^m = 1 + \frac{0^0}{1} mz - \frac{1^1}{1\cdot 2} m^2 z^2 + \frac{2^2}{1\cdot 2\cdot 3} m^3 z^3 - \text{ecc.}$;

e finalmente $x = e^{z - \frac{2^0}{1} mz^2 + \frac{3^1}{1\cdot 2} m^2 z^3 - \text{ecc.}}$

$$= 1 + \frac{(1-m)^0}{1} z + \frac{(1-2m)^1}{1\cdot 2} z^2 + \frac{(1-3m)^2}{1\cdot 2\cdot 3} z^3 + \text{ecc.}$$

Se poi fosse da risolversi l'equazione $x^{mx} = y$, od $mx\,lx = z$, si avrebbe pure con una semplice sostituzione

$$x = 1 + \frac{0^0}{1}\frac{z}{m} - \frac{1^1}{1\cdot 2}\frac{z^2}{m^2} + \frac{2^2}{1\cdot 2\cdot 3}\frac{z^3}{m^3} - \text{ecc.}$$

Tutte le serie qui riferite, quando z è quantità molto piccola, serviranno a trovare con sufficiente approssimazione il valore di x; e viceversa, quando z oltrepasserà il limite altrove indicato, si avrà un mezzo per arrivare alla somma delle serie stesse risolvendo per tentativi un' equazione trascendente.

9. La funzione x^x può anche esprimersi da e^{xlx}, ossia per serie da

$$1 + \frac{x\,lx}{1} + \frac{x^2(lx)^2}{1\cdot 2} + \frac{x^3(lx)^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \text{ecc.},$$

e da questo svolgimento il succitato Bernoulli dedusse l'integrale $\int x^x dx$. Essendo in generale $\int x^n (lx)^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\left[(lx)^n - \frac{n}{n+1}(lx)^{n-1} + \frac{n(n-1)}{(n+1)^2}(lx)^{n-2} - \text{ec.}\right]$, fatto successivamente $n = 1$, $= 2$, $= 3$, ecc. ed eseguite le sostituzioni, si trova

$$\int x^x dx = \left(\frac{x}{1^1} - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{3^3} - \frac{x^4}{4^4} + \text{ecc.}\right)$$
$$+ \frac{x\,lx}{1}\left(\frac{x}{2^1} - \frac{x^2}{3^2} + \frac{x^3}{4^3} - \frac{x^4}{5^4} + \text{ecc.}\right)$$
$$+ \frac{(xlx)^2}{1\cdot 2}\left(\frac{x}{3^1} - \frac{x^2}{4^2} + \frac{x^3}{5^3} - \frac{x^4}{6^4} + \text{ecc.}\right)$$
$$+ \text{ecc.}$$

senza costante, se si vuole che l'integrale s'annulli quando $x = 0$.

10. Questo stesso metodo fu facilmente esteso alla funzione più generale

$$\int x^{mx}dx = \int\left(1 + \frac{mxlx}{1} + \frac{m^2x^2(lx)^2}{1\cdot 2} + \text{ecc.}\right)$$

e si è trovata la formola

$$\int x^{mx}dx = \left(\frac{x}{1^1} - \frac{mx^2}{2^2} + \frac{m^2x^3}{3^3} - \text{ecc.}\right)$$
$$+ \frac{xlx}{1}\left(\frac{mx}{2^1} - \frac{m^2x^2}{3^2} + \frac{m^3x^3}{4^3} - \text{ecc.}\right)$$
$$+ \frac{(xlx)^2}{1\cdot 2}\left(\frac{m^2x}{3^1} - \frac{m^3x^2}{4^2} + \frac{m^4x^3}{5^3} - \text{ecc.}\right)$$
$$+ \text{ecc.}$$

Di qui deriva l'integrale preso da $x = 0$ ad $x = 1$

$$= \frac{1}{1^1} - \frac{m}{2^2} + \frac{m^2}{3^3} - \frac{m^3}{4^4} + \text{ecc.}$$

Colla stessa serie si può aver l'integrale da $x = 0$ fino ad $x =$ ad una quantità qualunque finita, giacchè calcolando un numero sufficiente di termini si giunge sempre al punto in cui la serie diviene convergente.

11. Supponiamo che si voglia quest'integrale esteso fino ad $x = e$, essendo $le = 1$, avremo il seguente valore

$$\int x^{mx}dx = \frac{e}{1} - \frac{me^2}{2^2} + \frac{m^2e^3}{3^3} - \frac{m^3e^4}{4^4} + \text{ecc.}$$
$$+ \frac{me^2}{1\cdot 2^1} - \frac{m^2e^3}{1\cdot 3^2} + \frac{m^3e^4}{1\cdot 4^3}$$
$$+ \frac{m^2e^3}{1\cdot 2\cdot 3^1} - \frac{m^3e^4}{1\cdot 2\cdot 4^2}$$
$$+ \frac{m^3e^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4^1}$$

che, raccogliendo le colonne verticali, si riduce a

$$\int x^{mx}dx = e + \frac{me^2}{1\cdot 2} + \frac{5m^2e^3}{1\cdot 2\cdot 3^3} + \frac{34m^3e^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4^4} + \frac{329m^4e^5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5^5} + \frac{4056m^5e^6}{1\cdots 5\cdot 6^6}$$
$$+ \frac{60997m^6e^7}{1\cdots 6\cdot 7^7} + \frac{1082322m^7e^8}{1\cdots 7\cdot 8^8} + \frac{22137201m^8e^9}{1\cdots 8\cdot 9^9} + \frac{512801920m^9e^{10}}{1\cdots 9\cdot 10^{10}} + \text{ecc.}$$

12. L'integrale $\int x^{mx}dx = \int ydx$ può anche dedursi da $\int xdy$, essendo generalmente $\int ydx = xy - \int xdy$. Ora nell'equazione $x^{mx} = y$

si ha, come si è detto al § 8,

$$x = 1 + \frac{0^0}{1}\frac{ly}{m} - \frac{1^1}{1\cdot 2}\frac{(ly)^2}{m^2} + \frac{2^2}{1\cdot 2\cdot 3}\frac{(ly)^3}{m^3} - \text{ecc.};$$ sarà dunque

$$\int x dy = y + \frac{0^0}{1m}\int ly\, dy - \frac{1^1}{1\cdot 2\, m^2}\int (ly)^2 dy + \frac{2^2}{1\cdot 2\cdot 3\, m^3}\int (ly)^3 dy - \text{ecc.}$$

Si consideri per ora il solo integrale definito compreso fra i limiti di $y = 0$ ed $y = 1$; sappiamo che in tale supposizione si ha $\int (ly)^p dy = \pm 1\cdot 2\cdot 3\cdots p$, fatta dunque la sostituzione, avremo la serie divergentissima $1 - \frac{0^0}{m} - \frac{1^1}{m^2} - \frac{2^2}{m^3} - \frac{3^3}{m^4} - \text{ecc.}$

espressa dall' integrale $\int x dy$ esteso fra i suddetti limiti di y, oppure dall' unità meno $\int y dx$, preso quest' ultimo integrale fra i due limiti consecutivi di x che corrispondono ai due dati valori di y.

13. Lasciando da parte il caso di m numero positivo, nel quale il valore di x che dà $y = 0$ sarebbe quantità immaginaria, supponiamo m negativo, e per comodo del calcolo $= -\frac{1}{r}$, sarà la serie

$$0^0 r - 1^1 r^2 + 2^2 r^3 - 3^3 r^4 + 4^4 r^5 - \text{ecc.} = \int x^{-\frac{x}{r}} dx \quad \text{da } x = 1 \text{ ad } x = \infty.$$

La formola del § 10 ci dà questo integrale da zero fino ad un numero dato, per esempio fino ad e, ma non potrebbe estendersi fino ad $x = \infty$; conviene dunque cercare un altro svolgimento adattato a tale supposizione, e nel quale le quantità x e lx compariscano al denominatore.

14. Essendo $x^{-\frac{x}{r}} = e^{-\frac{x}{r}lx}$, si prenda $z = -\frac{x}{r}lx$, ed avremo da integrare $e^z dx = e^z \frac{dx}{dz} dz$.

Ma poichè in generale $\int e^z P dz = e^z\left(P - \frac{dP}{dz} + \frac{d^2P}{dz^2} - \text{ecc.}\right) + C$,

avremo nel caso nostro $\int e^z \frac{dx}{dz} dz = e^z\left(\frac{dx}{dz} - \frac{d^2x}{dz^2} + \frac{d^3x}{dz^3} - \frac{d^4x}{dz^4} + \text{ecc.}\right) + C$.

Per facilitare le differenziazioni, poichè $dz = -\frac{1+lx}{r}dx$, pongasi $1 + lx = p$,

onde si abbia $\frac{dx}{dz} = -\frac{r}{p}$, $\frac{dp}{dx} = \frac{1}{x}$, $\frac{dp}{dz} = \frac{dp}{dx}\frac{dx}{dz} = -\frac{r}{px}$;

con ciò si troverà successivamente

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{r}{p^2}\frac{dp}{dz} = -\frac{r^2}{xp^3}$$

$$\frac{d^3x}{dz^3} = \frac{r^2}{x^2p^3}\frac{dx}{dz} + \frac{3x^2}{xp^4}\frac{dp}{dz} = -\frac{r^3}{x^2}\left(\frac{3}{p^5} + \frac{1}{p^4}\right)$$

$$\frac{d^4x}{dz^4} = \frac{2r^3}{x^3}\left(\frac{3}{p^5} + \frac{1}{p^4}\right)\frac{dx}{dz} + \frac{r^3}{x^2}\left(\frac{15}{p^6} + \frac{4}{p^5}\right)\frac{dp}{dz} = -\frac{r^4}{x^3}\left(\frac{15}{p^7} + \frac{10}{p^6} + \frac{2}{p^5}\right)$$

$$\frac{d^5x}{dz^5} = \frac{3r^4}{x^4}\left(\frac{15}{p^7} + \frac{10}{p^6} + \frac{2}{p^5}\right)\frac{dx}{dz} + \frac{r^4}{x^3}\left(\frac{105}{p^8} + \frac{60}{p^7} + \frac{10}{p^6}\right)\frac{dp}{dz}$$

$$= -\frac{r^5}{x^4}\left(\frac{105}{p^9} + \frac{105}{p^8} + \frac{40}{p^7} + \frac{6}{p^6}\right)$$

ecc.

e di qui si ricava per qualunque valore di x

$$\int e^z \frac{dx}{dz}\, dz = \int x^{-\frac{x}{r}} dx = C +$$

$$x^{-\frac{x}{r}}\left[-\frac{r}{p} + \frac{r^2}{xp^3} - \frac{r^3}{x^2}\left(\frac{3}{p^5} + \frac{1}{p^4}\right) + \frac{r^4}{x^3}\left(\frac{15}{p^7} + \frac{10}{p^6} + \frac{2}{p^5}\right) - \frac{r^5}{x^4}\left(\frac{105}{p^9} + \frac{105}{p^8} + \frac{40}{p^7} + \frac{6}{p^6}\right) + \text{ec.}\right].$$

15. Quando $x = 1$, si ha $p = 1$, ed allora la serie diviene

$$= C - (r - r^2 + 4r^3 - 27r^4 + 256r^5 - \text{ecc.});$$

quando $x = \infty$, tutto ciò che è moltiplicato per $x^{-\frac{x}{r}}$ si annulla, e non rimane che la costante C, dunque da $x = 1$ ad $x = \infty$ lo stesso integrale sarà $= 0^0 r - 1^1 r^2 + 2^2 r^3 - 3^3 r^4 + 4^4 r^5 - \text{ecc.}$, il che conferma ciò che avevamo già trovato al § 13.

Se in vece prenderemo l'integrale da $x = e$ fino ad $x = \infty$, avremo una serie convergente, almeno nei primi termini, e di segni alternativi, la quale ci darà con una certa esattezza il valore in numeri della quantità ricercata.

In fatti posto $x = e$, e $p = 1 + lx = 2$, risulta

$$\int x^{-\frac{x}{r}} dx \text{ da } x = e \text{ ad } x = \infty, = e^{-\frac{e}{r}}\left(\frac{r}{2} - \frac{r^2}{2^3 e} + \frac{5r^3}{2^5 e^2} - \frac{43r^4}{2^7 e^3} + \frac{523r^5}{2^9 e^4} - \text{ecc.}\right).$$

16. Ci fermeremo alquanto a cercare il valore in numeri della serie proposta al § 13 nel caso il più semplice di $r = 1$. Dovendo essere la serie infinita $0^0 - 1^1 + 2^2 - 3^3 + 4^4 - \text{ecc.}$ eguale all'integrale $\int x^{-x} dx$ da $x = 1$ ad $x = \infty$, s'incominci dal valutare colla formola del § 11 quella parte dell'integrale medesimo che si estende da $x = 0$ ad $x = e$.

Fatto $m = 1$, si troverà facilmente col mezzo dei logaritmi il valore di ciascun termine, come si vede qui sotto.

	Logarit. tav.	*Termine.*		*Logarit. tav.*	*Termine.*
1.°	0,4342945	+2,718282	6.°	9,4657761	−0,292265
2	0,2665290	−1,847264	7	9,0523511	+0,112811
3	0,2694596	+1,859771	8	8,5815621	−0,038156
4	0,0822655	−1,208555	9	8,0600700	+0,011483
5	9,8136071	+0,651039	10	7,4931315	−0,003113

Ma se si volesse andare più avanti e calcolare altri tre o quattro termini, l'operazione diverrebbe oltremodo laboriosa.

Si può in vece prolungare con un calcolo approssimativo la serie osservando che i logaritmi de' termini dopo il quarto assumono un andamento assai regolare, cosicchè restringendoci a soli 5 decimali, prendendo le differenze prime, seconde, terze, ecc. e continuandone la legge, si giunge con sufficiente esattezza fino al 14.° termine.

Termine	*Logaritmo.*	Δ'	Δ''	Δ'''	Δ^{IV}	Δ^{V}
5.°	9,81361					
		−34783				
6	9,46578		−6560			
		41343		+824		
7	9,05235		5736		−158	
		47079		666		
8	8,58156		5070		141	
		52149		525		
9	8,06007		4545			
		56694			124	
10	7,49313			401		
		60838	4144		107	+ 17
11	6,88475			294		
		64688	3850		90	
12	6,23787			204		
		68334	3646		73	
13	5,55453			131		
		71849	3515			
14	4,83604					

Passando dai logaritmi ai numeri, i quattro piccoli termini da aggiungersi ai già calcolati saranno

11.°	+ 0,000767	13.°	+ 0,000036
12	− 0,000173	14	− 0,000007

e la somma totale, cioè il valore di $\int x^{-x}dx$ da $x = 0$ ad $x = e$, risulterà $= 1,964656$.

Questo metodo semplice, e direi quasi materiale, di spingere avanti l'approssimazione può adoperarsi in molti casi consimili, e conduce appresso a poco allo stesso risultato che si otterrebbe col trasformare e rendere convergente la serie per mezzo dei conosciuti metodi analitici.

17. Cerchiamo ora l'altra parte dell'integrale che si estende da $x = e$ fino all'infinito, e che sarà espressa da

$$e^{-e}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^3 e} + \frac{5}{2^5 e^2} - \frac{43}{2^7 e^3} + \frac{523}{2^9 e^4} - \text{ecc.}\right).$$

Qui avremo

$$+\frac{1}{2} = 0,50000$$
$$-\frac{1}{2^3 e} = -0,04599$$
$$+\frac{5}{2^5 e^2} = +0,02114$$
$$-\frac{43}{2^7 e^3} = -0,01673$$
$$+\frac{523}{2^9 e^4} = +0,01871$$

ecc.

La serie passato il quarto termine cessa d'essere convergente. Fermandoci al quarto, la somma sarebbe $= +0,45842$
e fermandoci al terzo . . . . . $+0,47515$.

Prendendo un medio delle due somme, come insegna il chiarissimo signor Legendre (*Exercices de calcul intégral, vol. I, pag.* 294), si avrà $+0,46678$, e questo numero moltiplicato per e^{-e} darà in fine per l'integrale richiesto $+0,030802$.

18. Abbiamo dunque $\int x^{-x}dx$ da $x = 0$ ad $x = e$, $= 1,964656$
da $x = e$ ad $x = \infty$, $= 0,030802$,
sarà per conseguenza da 0 all' ∞ . . . . . $= 1,995458$.

Ma al § 16 noi cercavamo quest' integrale fra i limiti dell' unità e dell' infinito, converrà perciò sottrarre dal numero ultimamente trovato la parte dell' integrale medesimo che si stende da $x = 0$ ad $x = 1$, e il cui valore è $= \frac{1}{1^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^4} + \text{ecc.} \quad = 1{,}291286$; avremo dunque per ultimo la somma della serie infinita

$$1^1 - 2^2 + 3^3 - 4^4 + 5^5 - \text{ecc.} \quad = 0{,}704172.$$

19. L' aver trovato per l' integrale definito $\int x^{-x} dx$ fra i limiti di zero e l' infinito un numero pochissimo differente dal 2 mi aveva fatto nascere il sospetto che il vero valore fosse veramente $= 2$, e che il piccolo divario provenisse da qualche inesattezza della serie, e segnatamente della seconda, la quale non essendo convergente che per metà ci lascia incerti sul grado di precisione a cui conduce. Mi volsi perciò a ricercare col metodo delle quadrature e con maggior numero di decimali ciò che aveva già dedotto dal primo metodo, ed ottenni i seguenti valori:

da $x = 1$ ad $x = e$	0,67337532
da $x = e$ ad $x = \infty$	0,03079514
da $x = 0$ ad $x = 1$, colla serie convergentissima,	1,29128599
onde l' intera somma	1,99545645

sul qual risultato ora più non rimane alcun dubbio.

20. Dalla funzione x^{mx} passando all' altra $x^{\frac{m}{x}}$, si giunge a diverse formole analoghe alle precedenti, che ci basterà di qui accennare. E primieramente l' equazione $y = x^{\frac{m}{x}}$ si riduce a $u = v^{mv}$, sol che si faccia $y = \frac{1}{u}$, $x = \frac{1}{v}$, e quindi si risolve coi metodi già indicati ai §§ 5 ed 8.

In secondo luogo l' integrale $\int x^{\frac{m}{x}} dx = \int \left(1 + \frac{m}{x} lx + \frac{m^2}{2x^2} (lx)^2 + \text{ecc.}\right) dx$

$$\begin{aligned}\text{risulta} = C + x + \frac{m(lx)^2}{2} &- \frac{m^2}{x}\left(\frac{1}{1^3} + \frac{lx}{1 \cdot 1^2} + \frac{(lx)^2}{1 \cdot 2 \cdot 1^1}\right) \\ &- \frac{m^3}{x^2}\left(\frac{1}{2^4} + \frac{lx}{1 \cdot 2^3} + \frac{(lx)^2}{1 \cdot 2 \cdot 2^2} + \frac{(lx)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2^1}\right) \\ &- \frac{m^4}{x^3}\left(\frac{1}{3^5} + \frac{lx}{1 \cdot 3^4} + \frac{(lx)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3^3} + \frac{(lx)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3^2} + \frac{(lx)^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3^1}\right) \\ &- \text{ecc.}\end{aligned}$$

ed in altro modo, fatto $1 - lx = p$,

$$\int x^{\frac{m}{x}} dx = x^{\frac{m}{x}}\left[\frac{x^2}{mp} - \frac{x^3}{m^2}\left(\frac{2}{p^2} + \frac{1}{p^3}\right) + \frac{x^4}{m^3}\left(\frac{6}{p^3} + \frac{7}{p^4} + \frac{3}{p^5}\right) - \frac{x^5}{m^4}\left(\frac{24}{p^4} + \frac{46}{p^5} + \frac{40}{p^6} + \frac{15}{p^7}\right) + \text{ec.}\right]$$

Questa seconda espressione si annulla quando $x = 0$; calcolando con essa l'integrale da $x = 0$ fino ad $x =$ ad una quantità molto piccola, e paragonandolo con quello dato dalla prima formola, si avrà un mezzo per determinare la costante C.

21. Nel caso di $m = 1$ si trova $C = 0{,}420369575$

$$\int x^{\frac{1}{x}} dx, \text{ da } x = 0 \text{ ad } x = \frac{1}{e}, \quad = C + \frac{1}{e} + \frac{1}{2} - \frac{e}{1\cdot 2\cdot 1^3} + \frac{2e^2}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 2^4} - \frac{33e^3}{1\cdots 4\cdot 3^5}$$

$$+ \frac{424e^4}{1\cdots 5\cdot 4^6} - \frac{6745e^5}{1\cdots 6\cdot 5^7} + \text{ecc.}$$

$$\text{da } x = 0 \text{ ad } x = 1 \quad = C + 1 - \frac{1}{1^3} - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{3^5} - \frac{1}{4^6} - \text{ecc.}$$

$$= 2^0 - 3^1 + 4^2 - 5^3 + 6^4 - \text{ecc.}$$

$$= 0{,}353496787$$

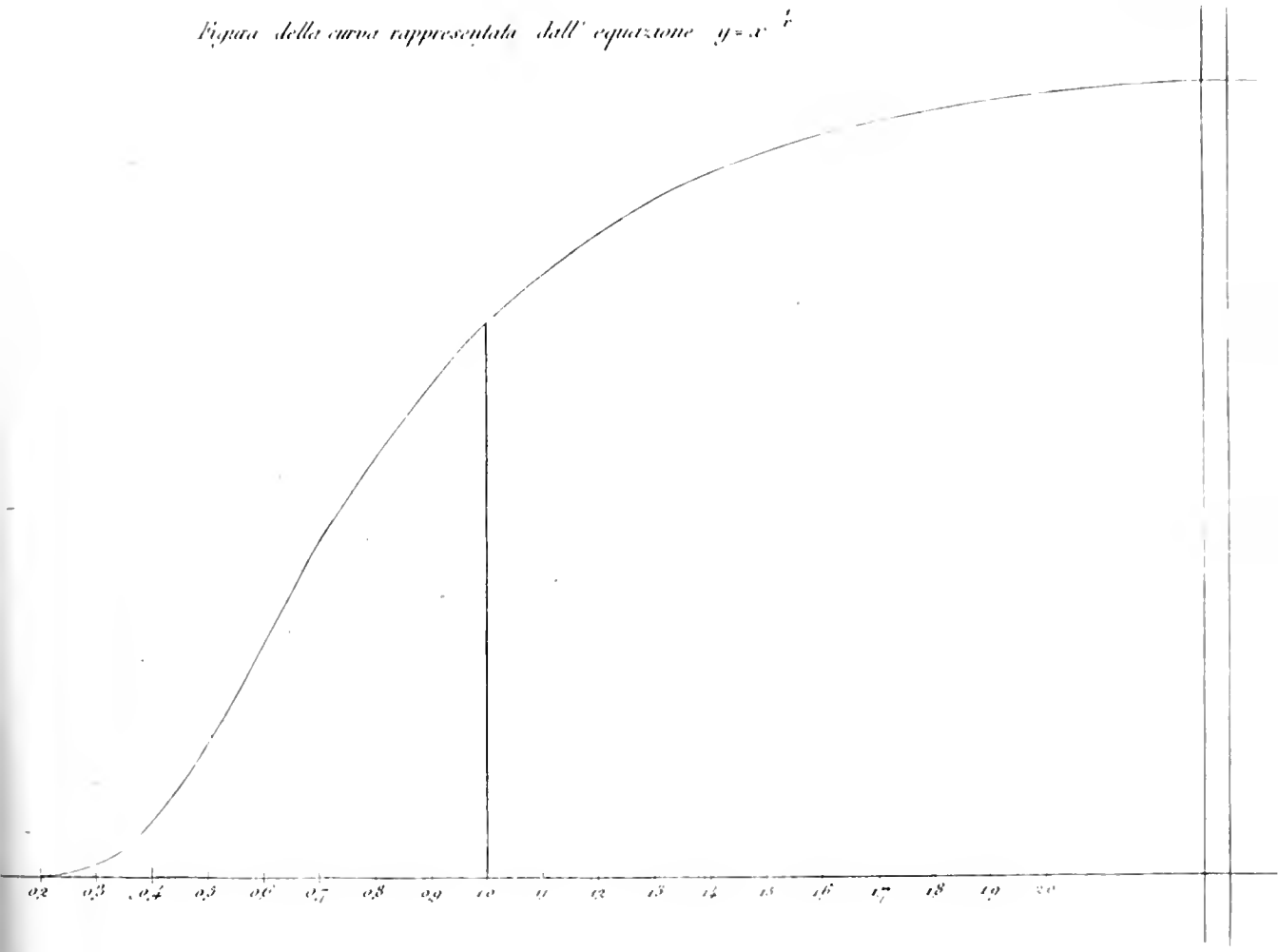
$$\text{da } x = 0 \text{ ad } x = e \quad = C + e + \frac{1}{2} - \frac{5}{1\cdot 2\cdot 1^3}\frac{1}{e} - \frac{38}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 2^4}\frac{1}{e^2} - \frac{393}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4.3^5}\frac{1}{e^3}$$

$$- \frac{5144}{1.2\cdots 5\cdot 4^6}\frac{1}{e^4} - \frac{81445}{1\cdot 2\cdots 6\cdot 5^7}\frac{1}{e^5} - \text{ecc.}$$

$$= 2{,}661825$$

e finalmente da $x = 0$ ad $x = \infty$ l'integrale sarà pure una quantità infinita espressa da $\infty + \frac{1}{2}(l\,\infty)^2$.

Figura della curva rappresentata dall' equazione $y = x^{\frac{1}{2}}$



DI UNA STAGGIA A LIVELLO

STROMENTO GEODETICO

DIRETTO A FARE SIMULTANEAMENTE LE LIVELLAZIONI E LE MISURE ORIZZONTALI

DI

ERMENEGILDO PINI.

Nelle livellazioni ed in altre operazioni geodetiche richiedesi che si misurino le distanze di diversi punti orizzontalmente. Ora il prendere misure orizzontali è lo stesso che livellare, poichè a tal fine conviene formare linee orizzontali; e queste non possono determinarsi se non per mezzo di un livello applicato ad un' asta o staggia ben diritta, che possa presentare la posizione orizzontale di una linea: e non avvi altra differenza tra la livellazione e la misurazione orizzontale, se non che quando si ha in vista soltanto di misurare le distanze, non si calcolano le altezze corrispondenti ad ogni tratta misurata. Che se le linee di misura fossero veramente orizzontali, e vi si potessero esattamente conoscere le rispettive altezze dei due punti estremi di ciascuna tratta, e queste si notassero, sarebbe fatta colla stessa operazione la misura richiesta e la livellazione.

Sarebbe pertanto molto utile uno stromento con cui si conseguissero simultaneamente e facilmente i due fini indicati, e questo è quello che io propongo, chiamandolo *Staggia a livello*. L' uso di tale stromento

è diretto massimamente alle operazioni di geometria sotterranea, che sogliono presentare molte difficoltà, ed alle livellazioni nei terreni montuosi, le quali generalmente non vi si possono eseguire se non in piccole tratte successivamente misurabili, per cui altri stromenti, come il teodolite, non vi possono avere un comodo uso.

La staggia a livello, quale è abbozzata nella *Tav. IV, fig. III*, è composta di due aste ben diritte *ur, ta* tra loro connesse, e munite superiormente di un livello a bolla d'aria *TR*, la quale è sostenuta orizzontalmente da due aste verticali *AH, Xh,* sulla prima delle quali si può misurare la differenza di livello dei due punti *A*, *r* del terreno corrispondenti alle due estremità *ut*, *ar* della staggia. Come questo stromento si debba costruire ed usare sarà da me brevemente esposto.

La staggia dev'essere costruita in modo che si mantenga costantemente diritta. A tal fine si sgrossino due aste di legno di noce di figura rettangola, ciascuna delle quali sia lunga due od al più tre metri, ed abbia un lato di tre centimetri, che chiameremo l'altezza; e l'altro di due centimetri, che sarà la grossezza.

Si facciano esse disseccare al forno; e dappoichè saranno ben secche, si squadrino esattamente. Queste di poi si uniscano tra loro con tasselli di legno duro fatti a coda di rondine, ed in modo che esse sieno esattamente parallele, come vedesi nella *fig. I*, in cui è rappresentata una porzione della staggia colla grossezza ed altezza prescritta, e con un tassello *VZZ'T*.

I tasselli si replicheranno alla distanza di circa due decimetri tra loro, e si fisseranno con chiodetti di ottone: e gioverà porli alternativamente l'uno da una parte della staggia, e l'altro dall'opposta.

Così si avrà una staggia composta di due aste tra loro connesse, la quale non sarà soggetta a torcersi nella direzione della sua altezza, poichè ciò viene impedito dalla resistenza che oppongono i tasselli. Solo potrebbe incurvarsi nella direzione laterale secondo la lunghezza; il che però non produrrebbe che una piccola diminuzione della sua lunghezza, la quale sarà trascurabile, ed al caso vi si potrà fare la debita correzione.

Per assicurarsi maggiormente che alle variazioni dell' atmosfera la staggia non si alteri, gioverà darle una vernice di olio di lino molto caldo, ed in seguito di gomma coppale.

Sul piano superiore *BCD* (*Tav. IV, fig. I*) della staggia si fisserà un livello a bolla d'aria alla distanza di circa sei decimetri dal suo principio *AB*; e questa parte, a cui è vicino il livello, si chiamerà *testa* della staggia, per distinguerla dall'altra sua estremità, che chiameremo *coda*. Sul piano stesso si segni una divisione in decimetri.

Le due aste, che devono servire di sostegno della staggia, sieno parimente di legno di noce disseccato al forno. Ognuna sia rettangolare ed alta circa un metro e mezzo; le altre due dimensioni sono indicate da *A'B'*, *B'C'* nella *fig. II*. Le estremità di queste aste sieno munite di una lastrina di ottone *ab* per impedirne il consumo nell'usarle, e la stessa cautela si abbia anche per la staggia.

Di tali aste una deve servire per misurare le altezze, e però essa si dividerà, cominciando dalla sua base, in decimetri e centimetri. Per avere le frazioni di centimetro s' investirà in essa un nonio. Nella *fig. II* è disegnata a mezza prospettiva si una parte dell' asta, che il nonio, ed in grandezza reale *A'B'C'C''H''E''* è una porzione dell' asta. *FAICEN* è una bussoletta di ottone scorrevole pel lungo dell' asta, su della quale è segnato il nonio *LKHN*. Al cominciamento o del nonio è saldato sul lato *NECB* un bracciuolo *NEPS*, che è destinato a sostenere in certi casi la testa della staggia. Nel fianco *FABG* della bussoletta è una finestra *MIKL*, per la quale si vedono le divisioni segnate sull' asta *A'B'H''E''*, e l' incontro delle divisioni del nonio coi centimetri: ed affinchè tale incontro sia più marcato, la porzione *LtrK* del nonio è smussata.

Nel lato della bussoletta opposto al nonio è una vite a pressione, per mezzo della quale essa si ferma a quell' altezza che livellando si trova.

Siccome la staggia, allorchè si adopera, dev' essere sospesa alle due aste, la qual sospensione è indicata nella *fig. III* dalle rette *mn*, *m'n'*, perciò nel piano *NBCE* della bussoletta (*fig. II*) si fisserà un bracciuolo uncinato *YZV* di ferro; e la sua posizione sarà tale, che la distanza del punto di sospensione *Z* dal piano *BCEN* sia eguale alla

metà della grossezza della staggia, che nella figura stessa è presentata come sospesa al braccinolo indicato.

Un simile bracciuolo si applicherà ad un' altra bussoletta più piccola e senza divisioni, la quale s' investirà sull' altr' asta che serve di sostegno della coda della staggia, e che chiameremo *sussidiaria.*

Affinchè le linee di sospensione diano alla staggia quella posizione che richiedesi per conseguire lo scopo di questo strumento, conviene nella parte superiore di essa fissare un occhiello *T* (*Tav. IV, fig. I*) di ottone, il quale sia distante dall' estremità *BC* la metà della grossezza *B'C'* dell' asta (*fig. II*), e sia nel mezzo della grossezza *BC* (*fig. I*). A questo occhiello si annetterà una catenella che all' altra estremità abbia un uncino ovvero un anello, e quella sia tanto lunga, che la sua lunghezza unita all' altezza *NX* della staggia (*fig. II*) faccia riuscire il bordo inferiore *NE* della staggia stessa al principio *LN* del nonio.

Un simile occhiello si fissi alla coda della staggia, e così questa potrà essere sospesa alle due aste.

Per far uso di questo strumento richiedonsi due operatori, ognuno dei quali porta una delle due aste. Quello che porta l' asta fornita del nonio tiene costantemente la testa della staggia, e si chiamerà l'*osservatore*; l' altro che ne tiene la coda sarà l' *ajutante.*

Suppongasi che si abbia a misurare e livellare una tratta che cominci dal punto *A* (*fig. III*). L'osservatore appoggia presso a poco verticalmente a tal punto l' asta, e vi sospende la testa della staggia. L' ajutante appoggiando l' asta diritta sul terreno vi sospende la coda della staggia; e l' osservatore riduce questa presso a poco orizzontale guardando la bolla d' aria del livello. Essendo la staggia sospesa liberamente, essa prenderà una situazione che sarà in un piano verticale; ed allora ognuno dei due operatori ridurrà l' asta ad avere il suo bordo *EA, VH* coincidente colle estremità *tu, ar* della staggia; e tenendola in tale posizione fisserà sulla linea dell' operazione la base dell' asta: nel qual modo sarà fissata sul terreno nei punti *A, V* una lunghezza eguale a quella della staggia.

Per avere la differenza di livello dei due punti *A, V,* gli operatori faranno (se già non combaci) combaciare il piano dell' asta col

corrispondente piano della staggia; ed allora l'osservatore abbasserà od alzerà la bussola fornita del nonio, finchè vegga che la bolla d'aria del livello sia nel mezzo del tubo. Allorchè egli ciò osserverà, fermerà colla vite la bussoletta, e riconoscerà l'altezza segnata sull' asta dal bordo inferiore *ta* della staggia. La differenza tra quest' altezza e l'altra corrispondente segnata nell' altr' asta sarà la differenza di livello dei due punti della tratta misurata. Se, per esempio, l'altezza *At* è di un metro e sette centimetri, e l'altra *Va* è d'un metro, sarà il punto *V* più elevato del punto *A* di sette centimetri.

Terminata la livellazione di una tratta o stazione, sarà da continuarsi in altre progredendo dal punto *V*, si segneranno sul terreno i punti *A*, *V*, quindi si seguiterà l' operazione come si fece nella prima.

Per maggiore facilità e comodità di operare giova il fissare sull' asta sussidiaria *XVh* (*Tav. IV, fig. III*) una determinata altezza *Va*, a cui debba giugnere il bordo inferiore *at* della staggia allorchè vi è sospesa. Quest' altezza *Va* può essere di un metro; ed allora, essendo questa costante in tutte le tratte, si avrà in ciascuna la differenza di livello dei due punti dalla differenza tra un metro e l'altezza che si troverà nell' asta fornita del nonio.

Nei terreni montuosi può risparmiarsi l'asta sussidiaria *Vh*, poichè la coda *aS'* della staggia può comodamente essere appoggiata immediatamente sul terreno stesso, cioè sul punto più elevato della tratta, come sarebbe nella *fig. III* il punto *V*. Allora l'elevazione del punto *V* al disopra del punto *A* sarà indicata dall' altezza che si troverà nell' asta fornita del nonio. Pel caso in cui non si fa uso dell' asta sussidiaria, conviene osservare che per mantenere una certa fermezza nella bussoletta *FABG* (*fig. II*) si è conservata alla sua estremità inferiore una fascia *FMNG*, la cui altezza *NG* è la distanza dello zero del nonio dall' estremità inferiore della bussoletta. Quindi pel caso in cui avvenga che la differenza di livello dei due punti di una tratta sia minore dell' indicata distanza, converrà aver in pronto un tassello tanto alto quanto è l'accennata distanza per sottoporlo alla coda della staggia; altrimenti converrà usare l'asta sussidiaria.

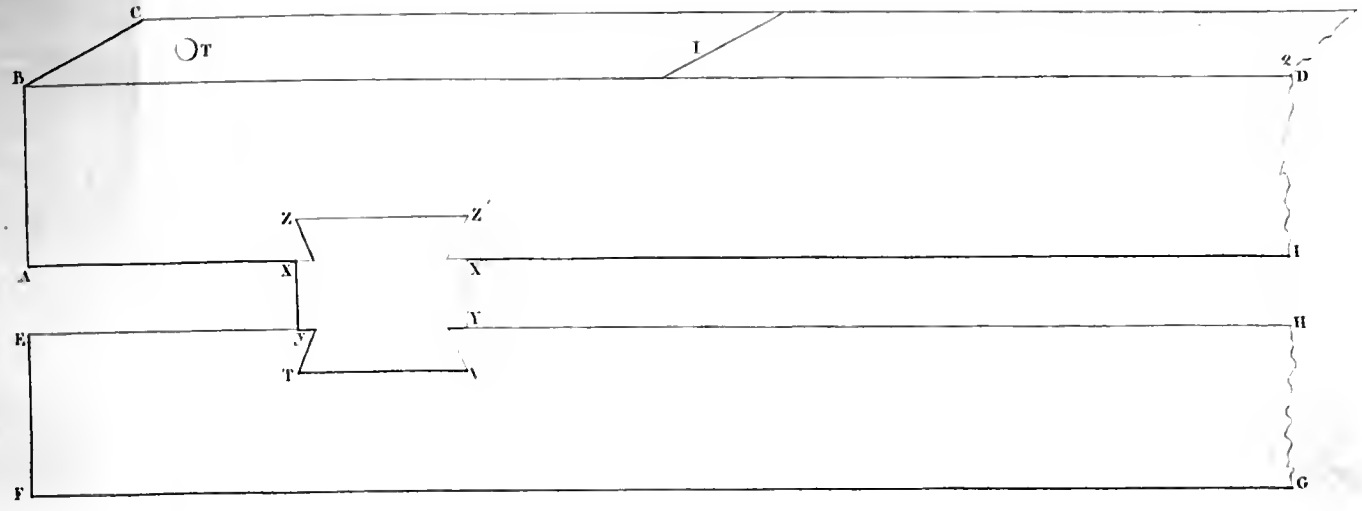
Se nel livellare avvenga che una tratta sia meno lunga di quel che sia la staggia, questa, in vece di sospenderla alla bussoletta *GBCE* (*Tav. IV, fig. II*), si appoggerà al bracciuolo piano *NEPS* annesso alla bussoletta stessa, e si osserverà sulla staggia quale sia la lunghezza della tratta.

Le ragioni delle operazioni prescritte per l'uso del descritto stromento si possono facilmente rilevare dalla sua costruzione: e quando esso si avrà da usare, converrà aver l'attenzione di verificarne tutte le sue parti, e massimamente il livello e la rettitudine della staggia.

Allorchè l'operazione si fa da due sole persone, l'osservatore nota e scrive le differenze di livello dopo di aver distaccata la staggia dall'asta, ed intanto l'ajutante si porta colla staggia all' altra stazione, alla quale viene di poi l'osservatore per continuare le operazioni. Queste però si compiranno molto più speditamente se saravvi un terzo operatore, che chiameremo *computista*, il cui ufficio sia di notare le differenze di altezze che si troveranno, ed altre circostanze che nelle livellazioni occorrono di rimarcare. Allora non sarà sempre necessario di staccare la staggia dalle aste, ma ritenendovela attaccata potranno i due operatori portarsi con essa alle stazioni seguenti, e livellarla nel mentre che il computista farà le opportune annotazioni.

Nella proposta maniera di livellazione potrà facilmente avvenire qualche piccolo errore in ciascuna tratta; ma non perciò esso sarà moltiplicabile pel numero delle tratte livellate, poichè non è verisimile che l'errore sia costantemente nello stesso senso, cioè o in più o in meno: onde deve intervenire una certa compensazione, per cui il risultato sia da riguardarsi come abbastanza esatto.

Fig. 1



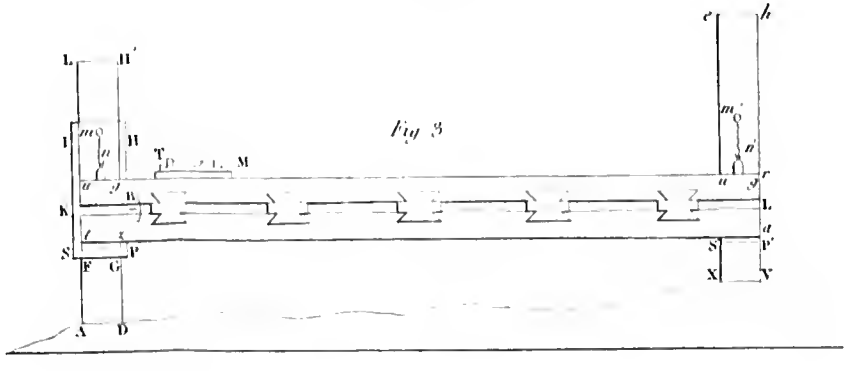


Fig 3

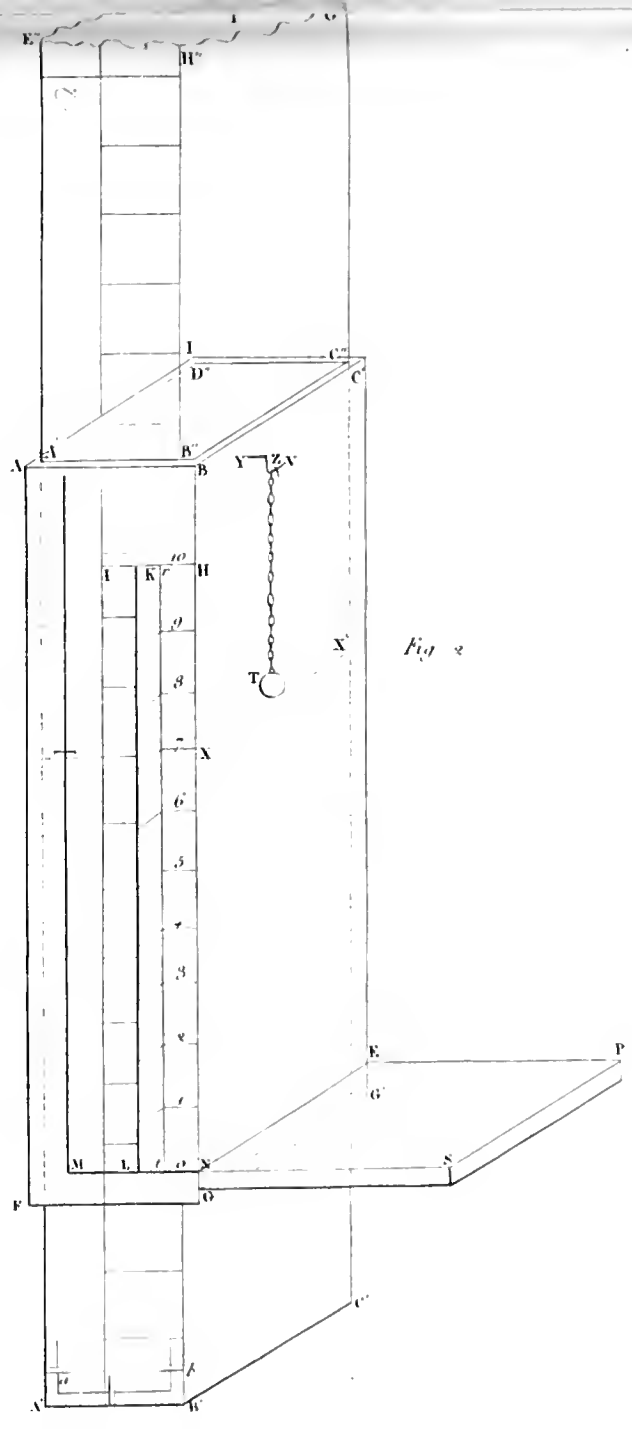


Fig 2

SULLE VIRTÙ E SUGLI USI MEDICINALI

DEL

TASSO BACCATO

DI

BASSIANO CARMINATI.

Se nel cercare, chiarissimi signori, le virtù non ancora svelate o non abbastanza comprese di alcune erbe e piante dalla medicina per lo addietro neglette, onde fissarne i corrispondenti benefici usi nelle malattie, avessero i medici sperimentatori sempre seguita la saggia regola di non attribuirne loro alcuna che non fosse comprovata, come diceva il Redi, da molte e molte iterate e reiterate sperienze esattamente conformi e istituite, come io aggiugnerò, senza l' inopportuna mescolanza di alcun medicamento, non troverebbero tanto spesso i clinici, quanto eglino trovano, di certi nuovi rimedj esagerati o men veri o falsi del tutto i favorevoli altrui giudizj. Nè similmente io mi troverei costretto di or riferire a questa doppia causa di poche sperienze e di equivoche osservazioni l'incertezza o la vanità di alquante virtù supposte non ha guari da scrittori stranieri, e testè da' nostri nelle foglie del tasso baccato (*Taxus baccata Linnei*) di cui penso parlarvi per impedire che da una sostanza data al malato, quando poco o nulla efficace, quando infida e quando malefica, non sia di leggieri col decoro dell' arte compromessa la sua salute e fino la vita.

Veramente dopo le sollecite cure ch' io ebbi di esplorare colle maggiori cautele negl' infermi prima d' ogni altro in Italia se avesse *Gaterau* ben meritato o no della medicina trasportando dai veleni ai medicamenti questa specie di tasso, volgarmente detta albero della morte, qual fa nell' Alpi ed anche ne' nostri monti; dopo i numerosi miei esperimenti a due diverse epoche eseguiti per determinarne la sua convenienza secondo alcuni autori in certi generi di malattie, e secondo alcuni altri in certi affatto diversi; e dopo i salutari avvisi da me quindi recati in due Memorie lette in Pavia a' miei dottissimi colleghi e dilettissimi discepoli, la prima quattordici, la seconda quattr' anni sono, doveva supporre che non avrei mai più dovuto intorno alle facoltà medicinali del tasso provar vero ciò che già verissimo aveva provato e riprovato.

Dimostrai senza dubbio fin d' allora il poco conto in cui si dovevano tenere le opinioni sulla molta efficacia e sulla utile pratica delle sue foglie, usandole in estratto, giusta il metodo dello speziale di Gottinga *Jordan*, preparato coll' acqua o in polvere, proferite per guarir mali stenici da' celebri medici tedeschi e svezzesi *Gaterau*, *Harmand*, *Hufeland*, *Buchoz* e *Altof*, e le sostenute in seguito da alcuni italiani, fautori di nuove teoriche sull' azione de' rimedj, per curare al contrario morbi stenici o infiammatorj. Imperocchè, oltre di mostrare le une e le altre dedotte da poche e non concludenti esperienze, le mostrai essere in manifesta contraddizione cogli esiti delle moltissime analoghe mie prove, e colle consecutive sincere mie deduzioni.

Ma io m' ingannava, o signori, in quella mia supposizione di aver fatto abbastanza per rendere istruiti e cauti i clinici nel vantato uso del tasso, e per credermi nell' avvenire dispensato dal riconfermare con nuovi motivi la ragionevolezza del dato consiglio di mai o quasi mai ammetterlo nella cura delle malattie. Inaspettate lodi a questo supposto farmaco prodigate, e novelle idee sulla maniera sua di agire nel corpo umano spiegate in alcuni scritti recentemente stampati mi obbligano a ritornare su questo argomento, e a ritrattarlo poi colla scorta di sperienze e osservazioni, di cui mi trovo munito, valevolissime a

farci comprendere da qual parte nella presente controversia debba inclinare col suo voto la medicina pel bene degl' infermi.

Prima però di narrare brevemente le cose da me fatte e notate nei malati che tentai guarire col tasso, conviene ch' io dichiari le norme e le cautele adoperate per evitare, usandolo, le temute cagioni d'una fallace o pericolosa sperienza, e di un' erronea o fatale illazione. Prevenni l'incostanza de' suoi effetti avvertita in esso come veleno dagli antichi, e riconosciuta dai moderni, che ora di assoluta inerzia ed ora di somma malizia lo accusarono, col preferire alle varie parti della pianta ordinariamente le foglie in cui l'attivo principio di leggieri si raccoglie, più abbonda e si concentra. Mi studiai di render certa la sua azione come rimedio, e fisso il suo grado di forza, onde determinarne la giusta innocua dose coll' usar sempre e per la polvere e per l' estratto le foglie recenti in opportuna stagione (non fiorito l'albero) raccolte e quindi ricche dell' umore che appresta a pochi grani il supposto rimedio, o dà in vece a molti e così a qualche scrupolo o dramma quel possente veleno che ogni genere di animali e molto più l'uomo conduce a morire: come bevendolo per non cadere nelle mani di Cesare morì il vinto Re degli Eburoni l' infelice Cativulco.

Usai pure per meglio assicurare l' azion del farmaco, ed escludere il sospetto che la preparazione sia della polvere, sia dell' estratto ne indebolisca notabilmente la forza, di non prescrivere l'una e l'altro se non dopo avere dagli effetti indi nati in qualche animale volatile o quadrupede riconosciuta in loro superstite la naturale potenza. Ebbi in fine la cura di dar a principio il rimedio a due o tre grani, e nell' aumentar in seguito a poco a poco la dose di non mai giugnere alla proposta o seguita da altri, da me tenuta nociva alla salute.

Premesse queste necessarie avvertenze, mi farò tosto a dire che il tasso prescritto ne' singoli generi di malattia ne' quali si adoperò o venne lodato da' citati medici di Germania e di Svezia, nelle affezioni cioè reumatiche, nelle cachessie con clorosi, nelle febbri intermittenti, nell'epilessia, nella rachitide e nelle scrofole, non corrispose alle loro lodi ed alle mie speranze. Lo prescrissi da prima a imitazione di *Gateau* ne' morbi reumatici cronici impiegando appunto successivamente

l' estratto in una pillola di tre, di cinque e di sette grani replicata due, tre e fin quattro volte al dì a curare una fanciulla da reumatismo al collo e al braccio destro, una donna maritata da ischiade con impedito movimento dell' arto inferiore sinistro, un vecchio contadino da ostinata lombagine, e un artefice da vaga contumace artritide. Il rimedio continuato per due e più settimane non giunse a guarirli, sebbene a principio coll' alleviare alquanto il dolore ed accrescere le naturali separazioni della vescica, del ventre e della cute sembrasse di non voler riuscire tanto infruttuoso, quanto di averlo in un caso di reumatismo sperimentato ingenuamente confessa lo stesso chiarissimo signor Altof, a cui dobbiamo il bellissimo articolo sul tasso aggiunto a quella materia medica di Murray ch' ei ristampando seppe rendere più ordinata, ricca ed utile. E pure queste morbose affezioni non erano superiori alle conosciute forze dell' arte o difficilmente solubili; dappoichè coll' estratto di aconito (*Aconitus nappellus Linnei*) in assai minor quantità amministrato potei in breve diminuirle e presto pure dissiparle.

Passai non pertanto sulla fede di Harmand e di Buchoz a cimentare in seguito il tasso nella cura di tre epiletici, sperando che avrebbe loro giovato; massime che la malattia in un giovinetto di anni dodici, in una femmina nubile di venti, e in una donna maritata di trenta non appariva dalle più gravi cause prodotta, non era inveterata e moveva insulti più frequenti che forti. La quale speranza in me poi si accrebbe nell' osservare che sotto l' uso or dell' estratto, or della polvere istituito nel modo anzidetto e continuato per un mese erano i soliti parossismi divenuti meno frequenti senza divenire più forti, soprattutto nella donna dopo un infelice puerperio fattasi epiletica. Fu però questa una vana lusinga. L'apparente o lieve vantaggio tosto sparì, ed anzi l' insistenza per un altro mese nel medicamento provò la necessità di abbandonarlo e di surrogarvi la radice di valeriana salvatica (*Valeriana sylvestris Linnei*); che, presa in fatti a lungo, a molta dose e con ciascuna delle accorte regole da Tissot proposte e da me poscia stabilite ed estese, abolì tutto il male e ne prevenne la facile recidiva.

Ai rachitici pure ed agli scrofolosi doveva darsi il rimedio perchè si suppose a loro eziandio convenevole e benefico, quando in realtà non apparve tale in cinque ammalati (di cui ommetto per brevità la storia) posti per natura ed età, e per indole e circostanze della malattia in uno stato d' attenderne la guarigione. Sotto la cotidiana lunghissima pratica di tal creduto opportunissimo mezzo curativo niun di loro migliorò notabilmente; mentre poi i primi dall' estratto di cicuta officinale (*Conium maculatum Linnei*) unito al mercurio dolce, e i secondi da questo preparato mercuriale misto allo zolfo dorato d'antimonio provarono ne' corpi loro sì giovevole mutazione da ritornare felicemente in sanità.

Per le quali cose diligentemente osservate la buona mia prevenzione sulle virtù mediche del tasso baccato dovette allora ridursi alle due sole che mi restavano da esaminare, ed erano la emmenagoga e la febbrifuga. Ma anche in queste, presunte delle altre maggiori da insigni e da me pregiati scrittori Hufeland, Harmand e Altof, le mie supposizioni fallirono. In undici femmine il cotidiano uso del tasso esteso oltre l'ordinaria dose più volte al dì e oltre i soliti termini non valse a invitare o ristabilire in alcuna le periodiche evacuazioni, e togliere da loro que' moltiplici incomodi che sono ora prossime cause, ora immediate conseguenze del difetto, dell' arresto, del ritardo o della scarsezza ed irregolarità di questo naturale menstruo flusso sanguigno. Tanto più che la poca, per non dir niuna, efficacia del supposto rimedio fu meglio conosciuta per la consecutiva guarigione che le malate da altri valevoli ajuti ottennero. In fatti tutte riavendosi dall' abbattimento e dallo squallore ricuperarono colle trattenute o soppresse evacuazioni la primiera florida salute usando i marziali, gli amari, gli aromatici e altri simili medicamenti opportuni ad aprire al sangue il periodico suo corso dai vasi ove sia da morbosa lassezza, da notabile difetto di stimolo e da altri sconcerti diminuito, ritardato o soppresso.

Così dei molti e molti ammalati di febbre intermittente e terzana e quartana legittima autunnale niuno fu dalle foglie e cortecce del tasso, date molto a lungo e per più somministrarne senza pericolo, in forma di

estratto, di elettuario, di polvere e d'infusione liberato totalmente da quella febbre che appena in tre casi ritardata ed alleggerita, poscia si arrestò presto e bene dalla corteccia peruviana o da altra a lei succedanea.

Fin qui era giunto colle mie ricerche sul tasso, le quali certamente limitate ai diversi usi esposti dai rammentati stranieri medici potevano dirsi compiute, e con tal esito da credermi dispensato dal mai ripeterle, variarle ed estenderle; massime che io era pur giunto a scoprire le cause stesse del notabilissimo divario occorso negli effetti del rimedio da loro indicati e in quelli da me veduti. Si riferì alla sua virtù antispasmodica la guarigione di due o tre epiletici dovuta alla dieta, al tempo e ad altre accidentali circostanze. Si concesse a lui una forza emmenagoga spiegata in vece dal vitto idoneo, dallo zolfo, dalla mirra e dal ferro contemporaneamente adoperati. Se gli attribuì il merito di aver mostrata in cinque malati la facoltà sua febbrifuga senza avvertire che la febbre in due fu sospesa dal gravissimo tumulto e disordine suscitato dall'eccessiva quantità del rimedio, e negli altri fu susseguita da sinistre evacuazioni e da esiti tristi e lentamente mortali.

Conchiusi perciò di cessare da ogni ulteriore sperimento col tasso baccato, e, persuaso di non doverlo mai più cimentare sia nelle riferite malattie, sia in altre, mi reputai fortunato per avere ogni mio tentativo condotto a termine senza che ai fenomeni di lieve turbamento al capo, d'incomoda sensazione agli occhi e di qualche molestia allo stomaco, renduti dalle prime o dalle ardite dosi del farmaco vie più sensibili, tenessero mai dietro quelle vertigini, cardialgie, coliche e convulsioni, forse funeste, che soverchiamente usandone poteva un incauto o temerario artefice produrre.

Ma io dovetti cambiar sentimento e contro mia voglia, come già dissi, nuovamente occuparmene intendendo e leggendo, sono ormai quattro anni, riproposte le foglie del nostro tasso per novelli usi dedotti da altre sue virtù, e assai lodate per novelli modi di azione nella cura de' mali stenici e infiammatorj da alcuni medici tra noi saliti in molta fama. Si diceva allora ciò che in qualche stampa ora si legge: che le foglie del tasso godono di una facoltà *controstimolante*

o *antistenica*, *antieccitante* o *deprimente energica*: che sono al pari della digitale (*Digitalis purpurea Linnei*) capaci di abbattere le eccessive forze del sistema animale, colla sola differenza che questa trasmette la sua azione al cervello, oltre gli effetti che manifesta al cuore, quando l'altro la circoscrive al solo sistema vascolare, lasciando intatto il sensorio: che le stesse foglie amarognole seccate e prese in polvere da sei a trenta grani ogni due ore giovano moltissimo nelle vere infiammazioni e nelle angine e polmonee fino al punto di vincerle talvolta senza bisogno di cavar sangue agli ammalati.

Questi asseriti nuovi modi di azione, questi indicati nuovi effetti, e questi al tasso attribuiti nuovi usi dovevano naturalmente richiamare su d'esso, per riconoscerli veraci, com' io pur bramava, e sinceri, la mia attenzione. Io anzi ve la porsi a segno di fornirvi adesso, o signori, fondamenti bastevoli a decidere della pretesa sua efficacia nel diminuire i sintomi e togliere le conseguenze di un vero morboso infiammamento, e di promettervi ancora che con altra mia Memoria potrò comunicarvi intorno ad esso considerato come veleno altre importanti cose. Voglio dire le spettanti a' suoi principj costitutivi, alle sue maniere di operare sulle diverse parti dell' economia animale vivente, e alla qualità de' suoi supposti antidoti svelata da chimiche ricerche e da fisiche prove fatte all' uopo ne' bruti di vario genere, di cui mi giovai, dachè (come disse sapientemente Zanotti) *quod in hominibus experiri humanitas non sinit, in animalibus aliis necessitas postulat.*

Valendomi pertanto delle frequenti occasioni quattro e tre anni fa avute di medicar malati pel dominante genio epidemico compresi da mali stenici e infiammatorj, vidi in venti di loro cautamente sottoposti all' uso delle foglie del tasso tutto quanto doveva un' accurata sperienza in proposito scoprirmi, ed ora significo, dovendo esser brevissimo, succintamente. Vidi non alleviarsi e non guarire due sinoche o febbri continue infiammatorie e tre intermittenti di egual indole, vinte di poi con due salassi: vidi quattro lievi angine e due incipienti bronchitidi collo stesso rimedio dato più volte al dì non risolversi prima o meglio di altre da me guarite con qualche medicina lenitiva e temperante,

colla bevanda, colla quiete, coll' astinenza e colla tolleranza: vidi pure il catarro con tosse in tre soggetti divenir così molesto e oppressivo nel corso della cura da doverla il quinto dì intralasciare: vidi inoltre in sei peripneumonie, che molto gravi non erano, dalle più volte al giorno replicate dosi del tasso non mai tolto il bisogno di trar sangue o trarne meno del solito, o in realtà alleviati, riguardo al vigore e alla durata, i sintomi, e anzi questi inasprirsi e accrescersi da ardori, nausee e commozioni convulsive al ventre e agli arti comunque brevi in tutti, e solo in due malati molto estese: vidi finalmente, esaminando questi effetti nervosi e moti convulsivi proprj all' azione del tasso (che divennero maggiori e serj per avere spinta la dose delle foglie ai dieci grani per volta e ripetuta le cinque o sei volte al dì), sotto tali movimenti soltanto abbattersi coi polsi le forze.

Quest' ultima intanto e doppia osservazione cade in acconcio per istabilire colla bramata sicurezza tre cose. La prima è di stimar la nuova dottrina, in cui l' azione del tasso si pretende esclusivamente limitata al sistema vascolare sanguigno, repugnante agli accennati fenomeni, mentre tutti concorrono ad estenderla al nervoso e forse precipuamente. La seconda sta nel credere ch' esso rimedio lungi dal togliere lo stimolo e sottrar questo inducendo un modo o stato opposto nelle fibre de' vasi e de' muscoli, per cui ne' mali stenici ei convenga, l' irritazione in vece accresca e l' eccitamento entro certi limiti e sotto certe condizioni aumenti col suo doppio principio, l'uno acre, e l'altro narcotico: per cui da Brandis, da Altof, da Percival e da qualche altro all' oppio e all' olio di tabacco si assomiglia. La terza consiste nella convenienza di rinunciare all' idea di ascrivergli innocuo, utile potere assai deprimente; dappoichè le forze morbosamente accresciute del sistema animale può solo scemare e abbattere in ragione ch' ei tenta infievolire e distruggere le naturali alla sanità e necessarie alla vita.

Nè in vero può recar meraviglia che siffatto abbattimento abbia potuto più volte succedere, e sia anzi per le foglie date a venti, trenta o quaranta grani ogni due ore sovente successo. E come non avvenire

quando l'infermo già oppresso da grave malattia lottava contro questo novello nemico e temeva di dovere, se non per la sperienza, almeno sotto di essa perire? Come non supporre grandemente abbattute allora le intere sue forze e fino al terribile punto ridotte in cui sta per esaurirsi il fonte medesimo della vita? Come non supporle, ripeto, grandemente oppresse e a consumarsi vicine nel malato costretto a sopportare l'azione d'un farmaco dato in quantità, qual è la suddetta, eccedente la trovata e universalmente creduta all' uomo sano mortifera? Chiunque voglia meco riflettere ai funesti casi nell' età nostra occorsi e attestati da Percival, da Gmelin, da Selle, da Brandis e da Blumenbach, in cui le foglie recenti della pianta inghiottite apportarono a persone di varia età e di vario sesso la morte cagionata da una dramma sola, e soprattutto per la sempre indotta infiammazione del ventricolo, vorrà pur creder meco a onor della medicina e conforto dell' umanità che le abbondanti dosi suggerite da qualche scrittore non siano mai state prese e quindi mai divenute cagione di tristissimi effetti.

Qualunque però sia l'opinione altrui in tale proposito, a me basta di avere con fatti idonei e scevri da ogni fallacia e contraddizione provata e riprovata vera la mia. La quale giusta e sincera mi guida, nel conchiudere questa prima Memoria sull' uso del tasso baccato, a porgere a' nostri medici il prudente consiglio di generalmente evitarlo ne' mali in cui si propose finora, e di non tentarlo eziandio negli altri, o soltanto nell' indotto dal venefico morso della vipera, ove da molte accorte prove premesse in diversi animali apparissero chiari indizj e sufficienti motivi di credere in questa pianta posto dalla natura di sì atroce tossico il verace antidoto.

Questa non difficile ricerca merita, a parer mio, di essere intrapresa; poichè il di lei esito, anche quando non apportasse la bramata felice scoperta, servirebbe ad appagare, se non altro, una dotta curiosità. Si tratta di conoscere se abbia avuto alcun fondamento Claudio Augusto di consigliare i Romani a valersi del tasso nelle morsicature viperine, e il Pittizco di aggiungere che veramente un veleno si doma da un altro veleno, o abbiano al contrario avuta

ragione Plinio, Dioscoride e Plutarco, del tasso parlando, di tacere tanta sua virtù, e Svetonio poi di narrare a carico del debole e credulo Principe: *Uno die viginti edicta proposuisse, inter quæ duo, quorum altero admonebat, ut uberi vinearum proventu bene dolia picarentur; altero nihil æque facere ad viperæ morsum, quam Taxi arboris succum.*

DEI BASTIMENTI A REMI DA GUERRA

DEGLI ANTICHI GRECI E ROMANI

DISCORSO

DI

SIMONE STRATICO.

1. Trovansi distinti dagli antichi scrittori greci e romani storici e poeti i bastimenti da guerra coi nomi di *ὀκτήρεις*, *ἑπτήρεις*, *πεντήρεις*, *τριήρεις*, ecc., e di *novem ordinum*, *octiremes*, *quinqueremes*, *triremes*, ecc. Oltre ciò trovansi nominati dai Greci i *μακρὰ πλοῖα*, che i Romani dissero *naves longæ*; e le navi aperte o coperte: ma di queste qui non si tratterà.

2. Non si può intendere che, se i remi erano disposti in altrettanti ordini o file, una sopra l'altra, quante ne indica il nome numerico dato a que' bastimenti, i rematori stessero in altrettanti catastromi o ponti, come noi diciamo, a tale distanza verticale da un ponte all'altro che bastasse alla libera loro azione. L'altezza del bastimento che ne sarebbe risultata nelle quinqueremi e nelle seiremi avrebbe resi instabili que' navigli e da non potersi governare.

3. Non si può nemmeno intendere che dal numero degli uomini assegnato a ciascun remo si derivasse questa distinzione, giacchè l'aggiunta o la diminuzione d'un uomo per remo ne avrebbe confuse le classi.

4. Si pensò da alcuni che i rematori e i remi fossero tutti nella stessa ed unica fila, in amendue i fianchi del bastimento, ma distinti

in tre partite, cioè una a poppa, una a prua, l'altra al mezzo della nave, e ciò nella trireme: oppure in quattro partite nella quadrireme, e così delle altre. Nè si può negare che questo modo d'intendere la cosa non sia il più semplice, e quello che riesce il più facile da eseguirsi, se di ciò si trattasse unicamente, e non importasse di combinare collo stesso le autorità degli antichi scrittori.

5. Più ingegnosamente fu da altri pensato che le file dei rematori fossero bensì disposte l'una sopra l'altra, ma a scala lungo i fianchi del bastimento, sicchè il rematore del quinto ordine non fosse verticalmente posto sopra il rematore dell'ordine quarto, ma alquanto all'indietro: nè sopra il rematore dell'ordine terzo, ma parimente alquanto all'indietro, e quindi nè gli ordini venissero a formare una grande altezza, nè le distanze tra i rematori della stessa fila fossero tali da impedire ai medesimi il libero loro moto.

6. Tutte queste opinioni però incontrano un grande scoglio nella celebre nave di Tolomeo Filopatore, la cui descrizione fatta da Callisseno e molto circostanziata si trova in Ateneo (*Athenæi Dypnosophist., lib. V*). Perciocchè questa nave aveva quaranta ordini di remi, nè veruna delle mentovate opinioni può combinarsi con tale numero e colle dimensioni che della stessa e de' remi rilevansi dalla descrizione. Se non che, senza punto negare la fede alla descrizione di Callisseno, si ha da Plutarco nella vita di Demetrio Poliorcete, che la nave di Filopatore lunga 280 cubiti, alta a poppa 48 cubiti, equipaggiata di 400 marinaj, di 4000 rematori, di poco meno che 3000 soldati, servì soltanto di spettacolo, e fu pochissimo diversa da un edifizio immobile, fatta per ostentazione e non per alcun uso, e fu con molta fatica e pericolo mossa. Laonde sarebbe opera perduta il darvi alcun serio pensiero, mentre una tal mole, che capriccio piuttosto e mostro d'arte può dirsi di quello che costruzione navale, non appartiene alla navigazione. Questa è legge di natura negli animali e negli alberi, è legge meccanica nelle arti fabbrili, che le costruzioni abbiano certi limiti di grandezza, i quali non si possono eccedere senza errore o relativo alla materia di cui si formano, o alle forze che debbono metterle in attività, o alla loro sussistenza. Se s'intraprendesse di costruire una

nave da guerra molto maggiore di quelle che oggidì si costruiscono, di 120 pezzi di cannone, si farebbe una nave incapace di reggimento, e se ne ha già qualche prova. Non pertanto Plutarco, lodando l'ingegno del Poliorcete, e la di lui assiduità nell'ajutare cogl'insegnamenti e col consiglio i costruttori delle navi, aggiunge ch'egli apparecchiò un'armata navale di 500 navigli, eccitando l'universale meraviglia non solamente pel numero, ma ancora per la mole delle sue costruzioni; perciocchè, continua Plutarco, nessun mortale aveva prima di allora veduto navi di quindici e sedici ordini di remi, le quali non solamente non erano mancanti d'uso, ma per la grandezza congiunta all'agilità riuscivano sorprendenti.

7. Quindi pare che Demetrio, celebre già e formidabile per le sue macchinazioni guerresche, e soprannominato perciò Poliorcete, cioè espugnatore di città, sia stato il primo a costruire navigli di ordini tanto numerosi di remi, che poi le altre nazioni fecero a gara per imitarli e superarli. Dico di superarli stando alle altre narrazioni di Ateneo, il quale racconta che Archimede, per comando di Jerone, re di Siracusa, ha diretta la costruzione di una nave, nella quale impiegò il legname tratto dal monte Etna che sarebbe bastato alla costruzione di sessanta triremi: che la metà di questo lavoro fu fatta sul cantiere coll'opera di trecento lavoratori in sei mesi: che nella costruzione si ebbe sempre la cura di foderare il fasciame con fogli, cioè lamine di piombo: che Jerone ordinò che si varasse al mare questa metà e si compisse poi la nave sul mare: che grande difficoltà s'incontrò nel vararla, ma che Archimede con pochi ordigni, e segnatamente coll'uso della elice o vite, la trasse al mare. Questa nave era di venti ordini di remi, e se le impose il nome di Siracusia, la quale poi mandata in dono da Jerone a Tolomeo ricevè il nome di Alessandrina. Moschione scrisse un libro intorno a questa costruzione, dal quale Ateneo ricavò e ci conservò queste notizie. Si osserva però che Jerone avendo destinato di spedirla in dono a Tolomeo carica di frumento, essa fu condotta in Alessandria a rimurchio, lo che indica apertamente che di per sè non era atta a navigare. Volle nondimeno Jerone che la sua Siracusia fosse celebrata con versi, e Ateneo ci conservò l'epigramma

composto dal poeta ateniese Archimelo (*), il quale fu rimunerato da Jerone con mille moggia di frumento portato ad esso in Atene. L'epigramma non ci porge la minima idea di tale costruzione, nè sulla circostanza di averla foderata di fogli di piombo, che corrisponde all'odierna pratica di foderarle di fogli di rame. Quella pratica si tenne anche dai Romani. Abbiamo da Leone Battista Alberti (*De re ædific., lib. V, cap.* 12) che alla metà all' incirca del secolo XV si cavò dal fondo del lago di Nemi una nave dei tempi di Trajano, la quale in tredici secoli da che giacque sommersa non aveva punto sofferto nel legname di pino e di cipresso del quale era fabbricata; che il suo fasciame era coperto di doppia tela di lino catramata, sopra la quale avevano fermato fogli di piombo con chiodi di rame. Aggiungerò che fu proposto in Inghilterra verso la fine del secolo XVII di foderare le navi di fogli di piombo in vece di asse: metodo che non fu adottato, preferendosi quello di foderarle con fogli di rame, ora universalmente praticato.

8. Tolomeo Filadelfo, cui Jerone regalò la Siracusia, era grande amatore delle costruzioni navali, ma pare più per pompa e per soddisfare a questa sua passione di quello che per farne uso nella navigazione. Sempre stando ai racconti di Ateneo, Filadelfo superò molti regnanti nella ricchezza: tutto ciò ch' egli intraprese, lo eseguì con molto studio, e cupido com' egli era di gloria, lo compì con magnifico dispendio.

(*) Ecquis tabulatorum transitorumque prodigiosam hanc molem in terra statuit? quali
Princeps indefessis rudentibus in mare deduxit?
Quo modo carinis impactæ sunt hæ tabulæ? qua securi
Clavis dolatis ingens hoc ædificium perfectum fuit?
Ætnæ quidem hoc vertici par est, et quidem ex insulis
Cycladibus, quas amplectitur Ægæi maris unda
Parietibus æqua latitudine utrimque excelsis: hoc quidem nonne gigantes
Ut in cœlum sibi viam patefacerent fabricati sunt?
Carchesio namque sydera tangunt: thoraces
Tres lævigati in hoc navis amplo textu assurgunt
Funibus anchoræ stabiliuntur, quibus Abydi Xerxes atque Sesti fretum vinxit
Declarat in validis ejus humeris nuper sculpta
Litera, quis e terra carinam hanc in mare provolverit
Loquitur enim Hieronem Hieroclis filium universæ Græciæ
Et insulis optimum suæ liberalitatis fructum ac munificum hunc ostendisse
Siciliæ regem Doricum: at Neptune
In glaucis fluctibus hoc navigium serva.

Nel numero delle navi superò tutti i Re: n' ebbe due amplissime di trenta ordini ciascuna: quattro di quattordici: due di dodici: trenta di nove: trentasette di sette: cinque di sei: diciassette di cinque: il doppio numero di quadriremi, triremi e di emiolie. Aveva inoltre più di quattromila bastimenti, i quali navigavano alle isole e alle città del suo impero e della Licia. Non si vede poi quali imprese egli abbia condotto con sì numerosa armata navale.

9. Dopo que'. tempi non s' incontrano nelle storie nominate se non che le epteri e le exeri, ma molto più sovente le quinqueremi e le triremi. Si nota in Livio (XXXVII) *Regiam unam inhabilis prorsus magnitudinis quam sexdecim versus removam agebant.* Del rimanente discendendo ai tempi di Cesare, di Tito, di Valentiniano, di Comodo, incontransi nominate le quinqueremi e le triremi: e ai tempi di Leone VIII, detto il sapiente, imperatore di Costantinopoli, si ha ne' suoi libri di tattica la descrizione delle navi a non più che due ordini di remi.

10. Per la qual cosa si può molto ragionevolmente dedurre che le navi a più ordini di remi siansi trovate colla pratica meno utili alla guerra, ma rimane ancora a sapersi come fossero costruite. Nella terza opinione che si è di sopra accennata è troppo facile intendere che gli ordini non fossero distinti in altro modo, se non che col dividere i rematori in più partite. Questa opinione derivò particolarmente dalla distinzione dei nomi che gli antichi diedero ai rematori. Chiamarono *traniti* quelli che remigavano in alto: *zigiti* quelli a mezzo dell' altezza della nave: *talamiti* quelli che vogavano nella più bassa fila. Questa spiegazione si dà chiaramente dallo Scoliaste di Aristofane: ma lo stesso Scoliaste, o un altro, subito dopo soggiunge « Tranita si chiama colui che voga a poppa, zigita quello che voga nel mezzo, talamita quello che voga a prua. » La qual maniera di spiegare questi nomi, per non essere in perfetta contraddizione, può anche significare che nelle navi a più ordini di remi aveva luogo la prima distinzione, e che nelle navi a un solo ordine di remi questi nomi andavano intesi nel secondo modo. Vi è una circostanza ancora da notarsi, ed è che i talamiti erano meno pagati degli altri, perchè essendo più vicini all' acqua ed avendo a maneggiare remi più brevi facevano

minor fatica. Giulio Polluce nel suo Onomastico (*Lib. I, cap. IX*) scrisse: *Jam vero* (*ἔπειτα δε ἐνιοις*) *ex remorum ordinibus consurgit triremis, qui singuli juxta ordinem nomina sortiuntur, ut bolus primus et secundus et sic ordine.* Un' altra lezione dello stesso testo porta *ex septem* (*ἑπτὰ*) *remorum ordinibus consurgit trieris*, ecc., la quale è manifestamente erronea se non si legga *hepteris* in vece di *trieris.* La voce (*βολος*) *bolus*, di cui qui si serve Polluce, significa *jactus, emissio*, cosicchè (*ἐνιοις*) significa la parte dei remi che è dentro della barca, (*βολος*) *bolus* la parte esteriore dei remi stessi, e così la serie tanto interna quanto esterna forma gli ordini dei remi, dalle file dei quali la nave riceve la sua denominazione.

11. Sono poi così pittoreschi e precisi i luoghi de' poeti latini per indicare le varie file dei remi poste a varia altezza sopra l'acqua, che a grande stento si possono torcere ad altro intendimento. Virgilio nel V dell' Eneide (*v.* 118) descrivendo la pompa e i trattenimenti co' quali Enea giunto in Sicilia volle celebrare la ricorrenza del giorno della morte di suo padre, introduce anche una naumachia, nella quale, oltre alcune altre navi, annovera la nave Chimera con questi versi:

Ingentemque Gyas ingenti mole Chimœram
Urbis opus, triplici pubes quam Dardana versu
Impellunt, terno consurgunt ordine remi.

Ne' quali versi è così chiaramente indicata la disposizione delle tre file di remi una sopra l'altra, che le osservazioni da alcuni addotte o sull' anacronismo del poeta nel descrivere ai tempi d'Enea una nave che fu inventata qualche secolo dopo, o sulla tautologia del *triplici versu* e del *terno ordine*, non sembrano di alcun peso: non la prima, perchè Virgilio ha descritto un bastimento del quale avevano idea gli uomini del suo tempo, e che poteva eccitare l'ammirazione più che una barca di più rozza struttura; non la seconda, perchè il *triplici versu* spiega l' azione dei rematori, il *terno ordine* spiega la disposizione dei remi. Piuttosto è da riflettere sull' *ingentemque ingenti mole*, colle quali espressioni indica il poeta come la trireme fosse uno de' maggiori bastimenti da guerra de' suoi tempi. Lucano ancora nel lib. III (*v.* 529) descrivendo la battaglia navale di Bruto nel mare di Marsiglia ha i seguenti versi:

Cornua Romanæ classis validæque triremes,
Quasque quatuor surgens extructi remigis ordo
Commovet, et plures quæ mergunt æquore quinis.

E descrivendo la nave montata da Bruto (*Lib. III, v.* 505)

Celsior at cunctis Bruti prætoria puppis
Verberibus senis agitur, molemque profundo
Invehit, et summis longe petit æquora remis.

I testimonj di poeti filosofi, quali furono Virgilio e Lucano, debbonsi avere per veritieri, e se a Virgilio si fece accusa per aver descritto ai tempi d'Enea la trireme che non era stata per anco inventata, non si può dare questa taccia a Lucano, il quale fu per contrario tacciato di aver descritto una guerra de' suoi tempi, come non conveniva ad un poeta epico.

12. Ma ancora più chiaro è il testimonio di Vegezio, il quale dirigendo i suoi libri *De re militari* a Valentiniano II nel secondo secolo dell'era volgare, laddove tratta della guerra navale (*Lib. V, cap.* 7) dà la seguente istruzione: *Quoad magnitudinem pertinet, minimæ Liburnicæ habent singulos ordines, paulo majores, binos, idoneæ mensuræ ternos, vel quaternos, interdum quinos sortiuntur remigum ordines. Nec hoc cuiquam enorme videatur, cum in Actiaco prælio longe majora referantur concurrisse navigia, ut etiam senorum vel ultra ordinum fuerint. Scaphæ tamen majores Liburnis exploratoriæ sociantur, quæ vicenos prope remiges in singulis partibus habeant.* Indi adduce la ragione generale di tali costruzioni. *In remigibus virtus eligitur, propterea quia navalis pugna tranquillo committitur mari, Liburnarumque moles, non ventorum flatibus, sed remorum pulsu adversarias petunt rostris, earumque impetus vitant, in quo opere lacerti remigum et ars clavum regentis magistri victoriam præstat.* Ciò che fu indicato anche da Lucano (*Lib. III, v.* 524)

Pacemque tenentibus austris
Servatum bello jacuit mare.

Questa tranquillità era necessaria, perchè nel mare agitato e burrascoso l'azione dei remi non poteva riuscire abbastanza valida, e ancora

poteva far imbarcare molt' acqua pei portelli dell' ordine inferiore, sebbene coll' *ascoma* o pelle di cui erano armati si potesse all' occorrenza prevenire questo danno.

13. Nella tattica di Leone Imperatore, il quale regnò nel nono secolo dell' era volgare, al cap. XIX dove tratta della guerra navale, si hanno queste istruzioni. « Ogni dromone (voce la quale egli avvisa che s'impiegava nel suo tempo in vece di triere o triremi) sia bislungo ed abbia due ordini (*τὰς λεγομένας ἐλασίας*) di remi: *due* dette *impulsioni di remi.* Una inferiore (*τὴν δὲ κάτω*), un' altra superiore (*τὴν δὲ ἄνω*). Ciascun ordine abbia per lo meno venticinque banchi, cosicchè presi insieme siano cinquanta. In ciascun banco siedano due rematori, uno a destra, l'altro a sinistra; sicchè tutti i rematori e soldati armati tanto superiori, quanto inferiori sieno cento. Dei due rematori estremi a prua uno sia *sifonatore*, l' altro sia incaricato di gettar l' ancora quando si vuol dar fondo. Si fanno altresì altri dromoni maggiori armati di duecento uomini più o meno secondo l' opportunità dei luoghi e dei tempi, cinquanta dei quali operano nell' ordine inferiore, e cento cinquanta sono nel superiore armati per combattere contro gl' inimici. Farai oltreciò dromoni minori di veloce corso, i quali abbiano un solo ordine di remi, che chiamano galee (*γαλαίας*) o moneri (*μονήρεις*). Questi sono agili al corso e pronti, de' quali ti servirai, perchè stiano di guardia, facciano le scoperte, e per altri usi che richiedono prontezza di movimenti. Disporrai i soldati più intrepidi nell' alto della nave, i quali si azzufferanno col nemico corpo a corpo. Se ti accorgerai che alcuni di questi siano vigliacchi, li caccerai nell' ordine inferiore: come ancora se alcuni resteranno feriti, supplirai a questi con altri di quelli dell' ordine inferiore. » Niente v' ha di più chiaro di quest' autorità per convincersi degli ordini diversi di remi ridotti a due nel tempo di Leone Imperatore. Si rimarca in questo precetto la disposizione del sifonatore, che corrisponde all' uso dell' artiglieria del nostro tempo. I sifoni erano macchine ricoperte di bronzo, colle quali si scagliava il fuoco nelle navi nemiche, con fumo e strepito. Con qual arte si scagliasse questo fuoco, e qual fuoco fosse, è argomento d'altro discorso. Anche nelle più antiche guerre si scagliò il fuoco da nave a nave, ed a misura che questa pratica si accrebbe, si mutò la struttura e l' apparecchio delle navi.

14. Dopo le cose dette sin quì, pare che non resti alcun dubbio che ne' bastimenti da guerra degli antichi le file de' remi non fossero disposte a più ordini uno sopra l' altro, e con uso sino alle sei file, ed anche alle sette, se si vuol far conto della bellissima disquisizione d' Isacco Vossio *De triremium et Liburnicarum constructione.* Ripetendo quest' illustre uomo dalle più esatte nozioni dell' arte navale le misure dei remi, la proporzione che deve darsi alla parte esteriore e interiore del remo, il numero degli uomini che può lavorare a ciascun remo, la distanza orizzontale tra di loro nel verso della larghezza, e l' altezza dei gradi che formano la scala nell' altezza della murata del bastimento; l' obbliqua posizione dei banchi dei rematori, sicchè riescano ascendenti dal fianco verso il mezzo; i ripartimenti interiori dell' incavo del bastimento per le provvisioni, pel ricovero dell' equipaggio; calcolando aggiustatamente l' immersione o pescare del bastimento, conchiude e rappresenta colla figura i sette ordini di remi che si possono ammettere in una nave dell' antica maniera. S' adopera lo stesso erudito per dimostrare che la nave di Tolomeo Filopatore non era di più che sette file od ordini di remi, e che ciò che si dice nella descrizione di Callisseno della stessa, cioè che fosse di quaranta ordini, non debba applicarsi alle file dei remi, ma alle file dei rematori assegnati ai varj ordini di remi. L' obbiezione più ovvia che si faccia a questo sistema delle file de' remi poste l' una sopra l' altra, è tolta pressochè interamente nel sistema di Vossio, come ancora la difficoltà che si presenta sul movimento difficile del rematore posto all' estremità interiore del remo. Per altro l' esperienza che ci dimostra come il timone de' burchi di Po sia una specie di remo a grande pala, lungo oltre i sessanta piedi, bilanciato sopra la ruota di poppa con un pesante sasso pendente dal manico, e come questo lungo remo si volga e si maneggi facilmente dal conduttore, può servire a temperare la meraviglia del maneggio dei remi che Vossio assegna ragionatamente ai maggiori remi della sua settireme non più lunghi di quarantatrè piedi.

15. I Veneziani, i quali ebbero le maggiori relazioni coll' Impero d'Oriente, presero senza dubbio di là anche la forma delle loro galee, e ne accrebbero la grandezza, ma sempre conservando una sola fila

di remi. Le galiazze venete furono da poppa a prua lunghe 144 piedi, larghe piedi 21, senza i morti, che in tutto davano la larghezza di piedi 35, con vele grandi latine, con 3 alberi, e con 25 remi per parte, lunghi ciascuno piedi 42, al maneggio di ciascuno de' quali erano destinati 7 uomini. Sopra le galiazze montavano 60 marinaj, oltre 350 rematori, i quali servivano all' occasione come soldati, e di questi ve n' era sulle stesse buon numero. Erano armate d'artiglieria, a poppa di cannoni, colubrine e petrieri: a prua di colubrine e falconi. Queste grandi e poderose macchine furono dimesse, dopo più di due secoli, alla metà del secolo passato, essendosi riconosciuto che non potevano servire in linea contro le navi d' alto bordo.

16. A questo luogo è da farsi menzione di Vettore Fausto, celebre letterato e professore in Venezia di lettere greche, il quale nell'anno 1529 costruì in quell' arsenale una così detta cinquereme (*Agostini, Notizie istorico-critiche della vita e delle opere degli Scrittori veneziani*) a spese del governo, che con decreto specioso ed onorevole a Fausto ordinò che la stessa nave fosse armata, e avesse uno di que' comandanti, cui si dava il nome di Sopraccomito, superiore però nel grado e nello stipendio a quelli delle comuni galee. Si è fatta la prova di questo bastimento a gara di una galea comune alla presenza del Doge, allora Andrea Gritti, e del Senato. Pietro Bembo, amico ed estimatore di Fausto, scrisse a Gio. Battista Ramusio comune amico d' entrambi in questi termini: « Laudato sia Dio, che si dovrà pur ora poter agl' ignoranti far credere, che gli uomini letterati sanno anche far altro che leggere e scrivere, perciocchè il Fausto uomo sempre usato nelle lettere, e da alquanti anni addietro stato, ed ora essendo tuttavia professore nella nostra città delle greche, pubblicamente salariato da Lei, e perciò onorato e tenuto conto, nè mai avendo messo mano in far galee o navi, o altra maniera di legni, ora ch' egli vi si è posto, ha fatto per la prima delle sue opere la cinquereme, la quale era già sì fuori non solo dell' usanza, ma ancora della ricordanza degli uomini, che nessuno era che pure immaginar sapesse, come ella si dovesse fare, che ben reggere si potesse, et halla fatta di maniera ch' egli non fu mai più di gran lunga nel nostro arzanà fatta galea

nè così bene intesa, nè con sì bella forma ordinata, nè così utilmente e maestrevolmente fabbricata come questa. Et è però il nostro arzanà quello dove si lavora meglio di quest' arte, che in altro luogo che si sappia del mondo tutto.» Così Bembo, ma ciò di che si lagna a ragione la posterità, si è che di un' opera cotanto in quel tempo ammirata e applaudita non sia rimasto, almeno che sia noto, un disegno, uno sbozzo, una descrizione, fatta da qualche uomo d' arte, per non dire poi che non siasi tenuto conto e fatta qualche relazione dei viaggi di questa cinquereme. Si sa soltanto che nel gennajo dell' anno 1371 la cinquereme di Fausto, sulla quale era il generale pontificio Marc' Antonio Colonna, fu incendiata da una saetta. Nella Storia veneta del Conti è riferito così: *Instructum est Venetiis remigio utrimque navigium insignis magnitudinis, ad celeritatem, quod fuit a Fausto quodam mathematico excogitatum ad imitationem antiquorum, instar insignis cujusdam propugnaculi super mare navigantis, in quo trecenta bellica tormenta varii generis ad defensionem vehebantur, sunt enim aptiora rebus bellicis quæque navigia quanto agiliora et robustiora.* Quella espressione *instar insignis cujusdam propugnaculi* potrebbe essere intesa (se non è una frase oratoria dello storico) tanto per indicare gli ordini dei remi che ne rendeva il volume ben alto sopra il mare, quanto anche per indicare gli alzati che a guisa di piccole torri ergevansi a poppa ed a prua, o stabili o temporarie ne' bastimenti da guerra degli antichi, corrispondenti in certo modo al cassero e castello di prua delle nostre navi. Ma è pur cosa singolare che si debba indovinare la costruzione fatta in tempo così poco lontano, appunto come si studia per indovinare la nave di Filopatore, mentre l' arte della stampa e quella della incisione in legno o in rame erano cotanto operose in quella città, e dove uomini insigni amici di Fausto fiorivano. Si sa che Girolamo Canal fu il primo governatore o sopraccomito della cinquereme di Fausto. Il codice Foscariniano dei reggimenti civili della Repubblica nota così: « Le fuste furono dette biremi, perchè avevano due remi al banco, e sono latinamente le galee dette triremi, perchè d' ordinario già ne ebbero tre: perciò un' altra sorte di vascello che ha armato già la Repubblica, il quale ne aveva cinque al banco, era detto

quinquereme. » Il qual cenno però, ancorchè imperfetto ed oscuro, insinua che la cinquereme di Fausto fosse divisata nel sistema di quelli che distinguono le varie sorte delle navi antiche dal numero dei rematori assegnati a ciascun remo: nel qual caso le galiazze venete dovevano dirsi *hepteres*, e le galee nelle quali si danno cinque uomini per remo sarebbero le cinqueremi. Lazzaro Baiffio nel suo libro *De re navali*, giustamente pregiato per l'erudizione che vi è sparsa, ragionando della nave di Cajo, che secondo la favola riferita da Plinio armata di quattrocento rematori fu arrestata dal pesciolino *remora* che si trovò attaccato al timone, scrive così: *Quibus sane verbis palam fit illam quinqueremem actam a remigibus quadringentis, ut in altero latere ducenti fuerint, qui si distribuantur in quinos ordines necesse est quadraginta fuisse sedilia in altero tabulati latere. Hæc ideo adjeci ut veneti videant, an illa eorum quinqueremis, quæ vigintiocto tantum opinor, transtris constat, ædificata sit ad antiquarum triremium rationem.* La quale riflessione di quel celebre erudito non dà altra idea della quinquereme di Fausto, se non ch' egli giudicò che fosse armata, secondo il di lui sistema, di un solo ordine di remi, distinto in tre partite: ed è poi ingiustamente applicata, poichè Fausto non si è proposto di fare una cinquereme eguale a quella di Cajo, ma una cinquereme in generale, e in questa, anche secondo il sistema di Baiffio, potevano esservi trenta banchi di rematori a cinque per remo. Sebbene già lo stesso Baiffio chiuda quel suo libro dichiarando che l'opinione sua circa la distribuzione dei remi non è per lui certa, ma è quella sola cui può accomodare il suo intelletto in tanto imbarazzo di cose. Si hanno alcune terzine fatte in lode di Fausto per la sua cinquereme da Niccolò Liburnio in un poemetto intitolato *Ciuoco Apollineo.* Addurrò alcune di queste terzine che più delle altre alludono alla costruzione della quinquereme.

Felice età che ascendi a tal fastigio
S' ad ogni scanno la galea spalmatasi
Cinque ali avrà congiunte al suo remigio

Ch' in cinque ordin di remi la milizia
Del mar di nuovo al mondo si ricovere
Nascosta oltre mill' anni a nostra inscizia

Li tuoi nemici et altri infidi populi
Vinegia excelsa, che in te danno covano
Chiederan pace, acciocchè a lor ti copuli

Et essi a gran paura si rinovano
Che a tre due saldi remi s' accostarono
Ma l' arti e l' ingegno in te si trovano

Voi ciurme unite della stirpe hettorea
Tirate i remi in piè là dove incinquasi
L' ordine a tempo con forza corporea.

Poco ci fa conoscere il poeta della forma di questa nave: ma le *cinque ali* del terzo verso della prima terzina: i *cinque ordin di remi* del primo verso della seconda: il *tirate i remi in piè là dove incinquasi* sembrano indicare gli ordini sovrapposti l' uno all' altro. Non così il secondo verso della quarta terzina, *che a tre due saldi remi s' accostarono*, il quale per quanto mi pare non si accomoda ad alcun sistema di costruzione. A malgrado però di quanto si ha da Baiffio e dai versi di Liburnio, aggiungerò ciò che si legge nel libro di Stefano Doleto *De re navali* all' articolo *Navis. Biremes, triremes, quadriremes, quinqueremes a remorum ordinibus appellantur hæc nomina: scilicet ut sit biremis, quæ duos remorum ordines habet, triremis quæ tres, quadriremis quæ quatuor, quinqueremis quæ quinque. Observa id quoque cum biremem, triremem, quadriremem, pentiremem dicimus navem semper intelligi. Quinqueremis et formam et usum retulit Venetiis Faustus quidam Venetus. Eam pulchre admodum exædificatam vidimus in armamentario Veneto, cum Venetiis ageremus prima nostra adolescentia. Eam postea in mari vidimus cursum cum triremibus tenentem, et cum iis de celeritate et gravitate oneris ferendi certantem: idque Senatus Veneti jussu, ut quæ esse posset usus quinqueremium relati utilitas, nosceretur: quæ certe plurima visa est.*

Stefano Doleto era molto amareggiato dalle censure che Baiffio fece pubblicare contro i commentarj di lingua latina ch' egli stampò a Lione nell' anno 1536, sulle quali si difende con altrettanta amarezza. Non saprei decidere se, per deprimere l' opinione di Baiffio, abbia sulla quinquereme esagerato Doleto: ma quel *vidimus in armamentario Veneto* di Doleto è pure una testimonianza da non trascurare. Le ricerche fatte per ordine dell' autorità superiore, e da me sollecitate negli archivj dell' arsenale di Venezia, onde aver qualche lume sulla quinquereme di Fausto, non furono punto fruttuose. Osservo soltanto che nel libro manoscritto *di Stefano di Zuanne di Michiel Proto dei Marangoni nella Casa dell' Arsenal di Venezia* dell' anno 1685, insegnando la costruzione delle galee mette a confronto la carena e la poppa di quelle fatte alla *Ponentina* con quelle fatte alla *Faustina*. Ma non rende alcuna ragione di questo nome, nè fa alcun cenno relativo alla quinquereme di Fausto. Non lascerò per altro di osservare che malgrado agli applausi coi quali fu celebrata la quinquereme di Fausto, quel Governo non comandò che ne fosse costruita qualche altra sullo stesso modello, allora ben noto a que' costruttori.

17. Si ripete da molti che dai bassi rilievi della colonna Trajana o dalle medaglie, o dalle antiche pitture o altre sculture si dovrebbe apprendere se gli ordini di remi fossero posti l' uno sopra l' altro. In fatti ai numeri 234 e 239 del catalogo di Ciacconio leggonsi effigiate nella colonna Trajana le biremi con un ordine di remi superiore ed un altro inferiore: e ai numeri 235 e 236 le triremi con tre file di remi l'una sopra l'altra. È vero che que' disegni sono assai imperfetti, ma di più non si può esigere da uno scultore di bassi rilievi, in particolare se debbe rappresentare un oggetto così difficile come una nave a più ordini di remi. Altrettanto dicasi delle medaglie, tre delle quali sono riportate dal Fabretti, e mostrano due ordini di remi. Vossio riferisce d'aver veduto in una medaglia coll'immagine di Gordiano una nave dove erano espressi due ordini di remi. Le figure che veggonsi nel trattato sopraccitato di Baiffio sono prese in parte dalla colonna Trajana, in parte da altri originali, che per altro non è indicato precisamente dove esistano, ancorchè Carlo Stefano nella lettera che premette all' edizione

di quel libro assicuri che vedevansi a Roma. Di queste figure però Doleto fa menzione con poco credito. Nelle pitture d' Ercolano sono indicate in più luoghi le navi antiche: nessuna però con due ordini di remi, giacchè delle rappresentazioni di queste pitture, che si hanno nell' edizione d' Augusta del 1780, non è da farsene verun conto; sembrando esse su questo articolo per lo più immaginate dall' editore. Io non ho potuto vedere alcuna medaglia con nave a più di un ordine di remi: e una ne possedo di M. Antonio Augure per la Legione VI, nella quale è effigiata una nave con un solo ordine di remi, e gli antiquarj affermano essere quella la figura di una nave Pretoria. Ma questa mancanza di figure le quali chiaramente rappresentino le file dei remi nelle antiche navi, disposte l'una sopra l'altra, non basta a distruggere il peso di tutte le autorità che si sono addotte per dimostrare che così di fatto siasi praticato. Conviene rinunziare del tutto alla ricerca del modo col quale queste file erano disposte nelle navi dei Tolomei, come ancora in quelle navi che superavano i sette ordini di remi, e rivolgere piuttosto la conghiettura sulle ragioni per le quali gli antichi s' indussero a moltiplicare gli ordini stessi.

18. Due principali oggetti dovevansi avere per costruire le navi da guerra a più ordini o file di remi. Uno era di raccogliere molta forza per procurare al bastimento la maggiore velocità tanto nel cammino diretto e di viaggio, quanto ne' movimenti di conversione, velocità anche utile per aumentare l' impeto col quale importava investire le navi nemiche: l' altro era che nell' atto del combattimento, e mentre la maggior parte dell' equipaggio si trovava sul ponte superiore, rimanesse una forza al coperto dai danni del nemico, la quale potesse promovere il bastimento o per offendere il nemico, o per allontanarsene. Questi oggetti non si ottenevano egualmente bene dai rematori disposti in una sola fila, comunque distinti in più partite. Non il primo, perchè questa disposizione dei rematori obbligava a dare al bastimento molta lunghezza, e quindi una maggiore difficoltà e tardanza ne' movimenti di conversione: non il secondo, perchè nell' atto della battaglia rimanevano egualmente esposti ai colpi nemici tanto i

combattenti quanto i rematori. E quanto al primo di questi oggetti, si può anche aggiungere che colla disposizione de' rematori a più ordini si poteva conciliare al bastimento una maggiore velocità di corso di quella che si sarebbe ottenuta facendo lavorare lo stesso numero d' uomini disposti ad agire in una sola fila di remi. Questo fu il sentimento di Gio. Alfonso Borelli da lui esposto in una dissertazione, la quale non so se sia stata pubblicata, ma della quale ce ne conservò questo tratto Fabretti nel suo libro della colonna Trajana: *Probabile fit, primos navium hujusmodi fabricatores imitatos se putavisse supremi illius opificis in rebus animatis structuram, quam pariter referunt alæ in volucribus in obliquum et ipsæ, atque inæquali remigio distributæ, ut nempe e pluribus in latum, magisque fixis stationibus, violentius navis per remorum vectes impellantur, quam cum unicum in longum sulcum unus ordo remorum findit; nam tunc non e proportione pluralitatis remorum vis crescit, quia primi tantum, utpote aquam immotam nacti, motum valide promovent, cæteri a priore remorum pulsu aquam adhuc fluidam ingressi, ita debiliter impellunt, ac si secundi fluminis undas scinderent, eo adverso eluctaturi, sive ut Virgilii verbis comparationem exornem non aliter, quam qui adverso vix flumine lembum remigiis subigit.*

19. Proporrò un' altra conghiettura su questo argomento, per cui la disposizione dei remi a più ordini pare che potesse essere utile a procurare al bastimento una maggiore velocità. Ognuno può osservare che il rematore divide in tre tempi e in tre parti la sua azione. Un tempo e una parte d' azione è quando egli solleva dall' acqua il remo: un altro tempo e parte d' azione è quando lo immerge nell' acqua: un terzo tempo e parte d' azione è quando vibra la pala del remo contro l'acqua. Questo ultimo tempo e questa ultima parte d'azione è utile all' oggetto di promovere il naviglio: gli altri due tempi e parti d' azione sono bensì necessarj, ma inutili all' oggetto stesso. In ogni meccanismo, per cui si debbano produrre dei movimenti, è sempre da farsi questa distinzione, qualora si vuol estimare l' effetto in confronto della potenza movente: cioè conviene distinguere i moti utili all' oggetto; i moti inutili all' oggetto stesso, ma necessarj al meccanismo; e i moti inutili e non necessarj, per indi conchiudere che

quel meccanismo è migliore, nel quale si produce la minima quantità di moti inutili e non necessarj. Così nel caso che consideriamo è inutile, ma necessario il remo, e l'azione del rematore nell' immergerlo e nel sollevarlo dall' acqua, e nel dar moto al proprio corpo: ma se il rematore si agiti molto nella sua azione, se alzi soverchiamente il remo dall' acqua, se il peso del remo è maggiore di quello che conviene per la sua robustezza, se nell' immergerlo egli lo guida per una direzione nella quale incontri maggiore resistenza di quella che incontrerebbe dirigendolo diversamente, tutta quella forza e tempo ch' egli impiega in questi moti sono inutili e non necessarj all' oggetto che si vuol conseguire. Un' altra osservazione è da farsi, ed è che la forza degli animali si esaurisce più presto colla velocità de' suoi movimenti, di quello che cogli sforzi divisi con maggiori intervalli di quiete: perchè negli animali vi è una continua riparazione di forze, la quale si fa in certo tempo.

20. Ciò posto, si consideri che il moto impresso alla barca dai rematori è di sua natura ritardato dalla resistenza dell' acqua che la barca solca, e questa resistenza cresce non in ragione semplice della velocità, ma come una funzione della stessa velocità: cioè se la velocità è come uno, la resistenza è come uno: se la velocità è come due, la resistenza è come quattro: se la velocità è come tre, la resistenza è come nove. Non intendo già di asserire che la resistenza dell' acqua segua costantemente questa legge, qualunque sia la velocità assoluta del corpo che per essa si move; sapendosi bene per le migliori esperienze di questi tempi, e per quelle ancora fatte da Newton coi pendoli oscillanti nell' acqua, che le resistenze si accostano o si discostano dalla legge dei quadrati delle velocità, a misura che la velocità assoluta con cui si move l' acqua contro una superficie immersa in essa, oppure con cui si move una superficie immersa contro l' acqua quieta, è maggiore o minore di quella che risulterebbe dal quadrato della velocità, onde vi è anche il caso che le resistenze seguano la ragione semplice della velocità, o alla stessa si accostino, e vi è anche il caso che le resistenze siano in ragione maggiore del quadrato delle velocità. Ora essendo ritardato il moto concepito dalla

barca per la vibrazione dei remi nel tempo che trascorre da una remata all' altra, se in questo intervallo di tempo succedessero delle nuove vibrazioni d' altri remi diversi dai primi e maneggiati dalla forza d' altri rematori; e mentre (per servirmi delle antiche voci) i traniti vibrassero i loro remi, i zigiti gl' immergessero nell' acqua, i talamiti li sollevassero dall' acqua, e si avvicendasse in questo modo la loro azione, pare evidente che il ritardamento dipendente dalla resistenza dell' acqua riuscirebbe più limitato, e il moto della barca si ridurrebbe, o almeno si accosterebbe all' uniformità, e riuscirebbe più veloce, poste eguali le forze impellenti. Quello che si dice dell' avvicendarsi nell' azione i tre ordini di remi nella trireme si può applicare ai bastimenti di più file, distribuendole in tre parti, cosicchè nella cinquereme, per esempio, due alzino il remo, altre due vibrino, l'altra lo immerga nell' acqua.

21. Per ispiegare questa proposizione, suppongo la barca armata di molti remi vibranti tutti insieme e ad un tempo. La barca riceverà da questi una velocità con cui in un dato tempo percorrerebbe un tale spazio, che però non percorre perchè la resistenza dell' acqua diminuisce questa velocità. In fatti dopo un certo tratto percorso, se non susseguono nuove vibrazioni, la barca si arresta. Suppongo poi che la stessa barca sia mossa da una terza parte del numero dei rematori in essa esistenti; mentre questi vibrano i remi, un' altra terza parte gl' immerge nell' acqua e li vibra quando i primi alzano i remi dall' acqua: così il ritardo che la barca sente dell' acqua per la vibrazione dei primi, è tolto dalla vibrazione dei secondi, e così in seguito dall' ultima terza parte dei rematori. In questo modo s' impiega tutta la forza dei rematori con intervalli atti a non affaticare la ciurma, come accaderebbe se essa dovesse affrettare le sue remate, e il moto della barca si accosterà all' uniforme velocità.

22. Per convalidare questa conghiettura rifletto che più volte fu suggerito di armare i bastimenti con ruote a pale applicate ad amendue i fianchi esteriori dei medesimi, le quali fossero con acconci ingegni mosse intorno al loro asse da uomini posti nella barca stessa, affinchè la successiva immersione e vibrazione delle pale nell' acqua

li promovesse e prevenisse i ritardi. Eulero nel suo libro della scienza navale (*Scient. nav., tom. II,* § 634 *e seg.*) prese, per così dire, diletto di sottoporre al calcolo sì fatto meccanismo. Gli risultò che ne verrebbe molto risparmio di forza da impiegarsi dagli uomini, e notabile aumento di velocità, a confronto dello stesso numero d'uomini impiegati nel modo solito per la remigazione delle galee. Vero è che nel fatto questo meccanismo incontrerebbe delle difficoltà, indipendenti però del tutto dagli oggetti delle presenti nostre considerazioni. Le agitazioni del mare e la diversa immersione de' fianchi del bastimento nel rullio, la disuguale immersione delle pale, il pericolo che i colpi di mare danneggiassero la consistenza delle ruote stesse non potrebbero permetterne l'uso se non che nel mare non molto agitato. Non resta però che questa teoria non illustri e non raffermi la nostra conghiettura, cosicchè i varj ordini di remi mossi successivamente col ritmo sopra indicato fossero per produrre l'effetto stesso delle pale o ali della ruota, le quali successivamente e regolarmente a brevi intervalli vibrando dessero moto al bastimento.

23. Che se si dicesse potersi avere la stessa remigazione, che chiamerò *ritmica*, o col rendere più frequenti i colpi dei remi disposti in una sola fila, composta di egual numero di quelli distribuiti in tre o più file poste l'una sopra l'altra; oppure col far agire in tempi successivi le partite dei remi divise a poppa, a mezzo e a prua, giusta l'opinione di quelli che hanno così giudicato della forma delle antiche navi; si dovrà osservare che la prima di queste proposizioni messa in pratica esaurirebbe ben presto la forza della ciurma, ed è perciò che si ha cura nel viaggio se debbe esser lungo di distribuire i tempi o intervalli delle remate, sicchè riescano piuttosto ampj di quello che brevi e solleciti. Le nostre galee d'ordinario percorrono ad ogni remata lo spazio di sette banchi, ossia di circa ventotto piedi (*Voss., De trirem. et Liburnic. construct.*); e così lavorando la ciurma può durare nella fatica. Accelerando le remate, come per qualche combinazione è necessario, si ha maggiore velocità, ma non si dura nella fatica, giacchè, come si è di sopra accennato, produce maggiore stanchezza la velocità de' movimenti di quello che lo sforzo esercitato con intervalli, e

ciò in ragione di quella ignota legge con cui si riparano le forze degli animali. Le navi antiche, per quanto si può dedurre da un verso di Aristofane (*Aristoph. in equitibus*), percorrevano undici banchi ad ogni remata. Quanto poi all' altra proposizione, di distribuire cioè la remigazione e renderla ritmica, facendo operare in successivi tempi le partite a poppa, a mezzo e a prua, essa potrebbe aver luogo, qualora si potesse accettare quel sistema, cioè qualora si potesse adottare l'opinione che le antiche navi non fossero altramente distinte, se non che per essere i rematori tutti nell' alto, e i remi in una sola fila. Ma poichè tale opinione ancorchè accetta non meno ad uomini d' erudizione, di quello che ad esperti nelle cose di marina, nè si può combinare colle espressioni degli antichi scrittori, nè fa distinguere le triremi, le quadriremi e le quinqueremi dalle navi lunghe: poichè non si vede qual forza restasse ne' combattimenti per movere la nave, onde offendere il nemico o sottrarsi dalla pugna, occorrendo di farlo, mentre tutto l'equipaggio era nel primo ponte o coperta, non è prezzo d'opera l'investigare come in questo sistema potesse aver luogo la remigazione che abbiamo indicato.

24. Ma dopo tutto questo discorso, e concedendo ancora che potesse aver luogo la remigazione che chiamai ritmica, ed è che non tutti i remiganti dei diversi ordini o file ad un tempo, ma successivamente con certo ordine vibrassero i remi, si può ricercare quale fondamento si abbia per giudicare che così di fatto si eseguisse? Alla quale ricerca si può rispondere che manca egualmente il fondamento per dimostrare che così non si facesse. Altronde si può osservare ciò che Polibio avvertì intorno al tirocinio della remigazione appresso i Romani. Narra questo storico (*I*, 21) che mentre si stava fabbricando le navi e preparando la flotta, altri erano occupati ad esercitare i rematori. Li facevano sedere in un campo allo stesso modo come ne' banchi delle navi, coll' *hortatore* posto nel loro mezzo, onde si accostumassero a reclinare in ischiena, indi a far forza nel remo, a principiare e terminare i loro movimenti, come portava il segnale o lo zufolo dell' *hortatore*. Questa scuola ed esercizio, che alla semplice ed ordinaria remigazione non pare necessario, sembra più particolarmente diretto a rendersi ben

pratici dei segnali dati dall' *hortatore*. Abbiamo da Arriano (*Exp. Al. V*): *Miranda res erat remorum sonitus exaudire, tot navibus uno momento temporis remigantibus, et hortatoribus suo celeusmate initium intermissionemque præscribentibus.* Si ha da Plutarco nell' Alcibiade: *Callipedem histrionem tragico vestitu et cothurnis indutum cæteroque habitu, quo uti solent, qui docendis fabulis in theatro certant, remigum officia in theatro direxisse.*

Silio Italico (*VI*) descrive l' uffizio del *celeuste* o *hortatore* così:

Mediæ stat margine puppis
Qui voce alternos nautarum temperet ictus
Et remis dictet sonitum, pariterque relatis
Ad numerum plaudat resonantia cærula tonsis.

Non s' ignora che questi ed altri testi d' antichi scrittori si adducono per dimostrare che la remigazione si faceva a tempi eguali e con tutti i remi d'accordo. Si possono però intendere, senza far violenza alla giacitura delle parole, che spieghino le remate a parti di battuta. Così l' altro testo di Massimo Tirio: *Eodem modo triremis quæ ad tibiæ modos a remigibus impellitur, diversas manus pari studio conjungit remigandi. Quod si tibiam tollas, opera illorum dissolvis.* Finalmente se questa mia conghiettura sulla remigazione eseguita dai diversi ordini di remi è bastantemente appoggiata alle leggi del moto; se appresso gli antichi scrittori non si trova qualche cenno che la escluda, anzi per gli addotti testi pare in qualche modo indicata; se poteva aver luogo la remigazione ritmica, non si vorrà così di leggieri sostenere che gli antichi non l' avessero rimarcata e posta in uso nei loro bastimenti da guerra a più ordini di remi.

DELLA LEGGE DI CONTINUITÀ

DOVE

INCIDENTEMENTE TRATTASI DE' CORPI DURI

DI

MICHELE ARALDI.

Si dice comunemente, e i filosofi la più parte consentono a ravvisare nel detto l'autorità quasi d'un assioma di patente e incontrastabile verità, che la natura nelle sue operazioni qualunque mai non proceda per salti, e nel passare da uno stato ad un altro tocchi ognora gl' intermedj, osservando puntualmente la legge con acconcio vocabolo denominata *di continuità*. Per ogni dove incontrano essi nell' universo indizj e prove che a questa legge conformasi la gran madre nella sua perpetua condotta; ed è pure nella medesima legge che alcuni fra essi più animosi degli altri rinvengon l'appoggio di certe loro scale da essi proposte e dichiarate necessarie alla regolare distribuzione degli esseri tutti. Benchè non mancano alcuni anche più coraggiosi, che dietro i voli del palingenesista di Ginevra, e nell' accensione, e sto per dir nell' ebrezza di un certo loro entusiasmo filosofico, immaginano che per una serie d' infinite sfumature e cadenze, e per una continua, nè mai interrotta catena si passi gradatamente dai più infimi luoghi ai sommi, dal polipo al cherubino. Di questa catena, giacchè nel nostro terracqueo soggiorno davvero ch' essa sembra soggetta a qualche

spezzamento, è d'uopo concepire, chi pur voglia salvarne la continuità, che serpeggi e scherzi da un globo ad un altro, e allungandosi ad abbracciare i mondi planetarj diversi, col rivivere in essi ne rimangano scancellate le apparenti interruzioni, e possa quivi anzi servire a raccoglierli e riunirli in un tutto. Sono queste idee magnifiche per vero dire, o almeno gigantesche; taluno anzi potrebbe dichiararle romanzesche; ed io senza oppormi non le adotto o rigetto. Solo, poichè mi è occorso di mentovarlo pur ora, mi arresterei un momento con Carlo Bonnet, e gli chiederei volentieri com' egli intenda che una serie e catena in niun luogo interrotta di esseri si colleghi con altre dottrine da lui sostenute, con quella a cagion d'esempio per cui ei riconosce nel regno intero della natura corpi quali organizzati, quali no, tali cioè che mentre questi ultimi crescono per semplice apposizione all'esterno di parti sopra parti, l'incremento ne' primi derivi da sviluppamento di un germe preesistente, che ne rinchiude in miniatura i rudimenti. Qui veramente il salto sembra inevitabile. In questo per simil modo si urta irreparabilmente forse nello scendere dagli esseri provveduti di sentimento a quelli che ne son privi. In fatti per languido e ottuso che si concepisca il senso, come nell' ostrica, il privilegio è tale, e di sì enorme intervallo solleva i primi sopra i secondi, che ogni confronto fra essi sembra disdetto. Ma è meglio uscire di slancio da queste tenebrose regioni, e accingersi in vece a stabilire l'aspetto, sotto del quale giova e conviene di ritenere nella meccanica la legge di continuità.

Promulgatore o almeno difensore acre e imperterrito di questa legge fu il celebre Giovanni Bernoulli, matematico sommo, e che oltre a ciò vestito delle armi più risplendenti della dialettica indirizza il principio della continuità a combattere l'esistenza de' corpi duri in un discorso del quale può sospettarsi che nel concorso ad un premio proposto dall'Accademia delle Scienze di Parigi, come le passioni mai non tacciono nel cuore anche degli scienziati, e ne corrompono i giudizj, la gelosia letteraria nazionale intervenisse a frodarlo della meritata corona. Seguendo egli le insegne del Leibnitz, ne prese il principio famoso in quella scuola della ragione sufficiente, cui niuno

a suo avviso non rifiuterà di ammettere, e ad esso appoggiò quello della continuità. Secondo lui, se un corpo passar potesse tutt' all' improvviso e in un attimo da uno stato qualunque, a cagion d' esempio da un certo grado di movimento ad un altro diverso per una differenza finita e assegnabile, seguirebbe l' assurdo gravissimo che mancherebbe la ragione sufficiente del passaggio, e la natura rimarrebbesi incerta sul partito a cui le convenga di appigliarsi. A toglierla di dubbiezza entra molto opportunamente il principio della continuità, di cui si è dessa fatta una legge. Questo le addita e segna la strada, e le impone di scorrere per ognuno degli stati intermedj, i quali tengonsi dietro con tal ordine che, attesa la continuità, non è possibile di concepire che niuno s' inserisca e frapponga a rendere dubbia la scelta. Così Giovanni Bernoulli, del quale ho creduto di dovere allargare un tal poco il discorso, onde più limpida forse sorga la conseguenza da lui trattane, e cui mi dichiaro disposto assai ad adottare, non al segno tuttavia che tema di scostarmi alquanto da lui riguardo al punto principalissimo dell' introduzione nelle teoriche meccaniche del principio della continuità.

Ritengo ch' esso nella dottrina intera del movimento sia molto autorevole, e possa utilmente impiegarsi a rendere più spedita la soluzione di molti problemi; ma non approvo interamente l' appoggio e il puntello datogli nel principio della ragione sufficiente, del quale sono d' avviso che debba lasciarsi agli oratori. Forse m' inganno, e il linguaggio che parlando de' principj della meccanica tengono alcuni valentuomini m' inspira molta diffidenza, e non per tanto essa non giugne a tale che mi vieti di riconoscere ne' detti principj le qualità richieste a renderli di una verità assoluta ed eterna, e la scienza, che ne pende, ammetta le rigorose dimostrazioni. A buon conto della statica, ossia della scienza dell' equilibrio, si conviene omai che non tema niun urto e posi sopra basi salde a un dipresso quanto quelle della geometria. D' altra parte ci s' insegna pure che le formole ammesse nella dottrina dell' equilibrio possono tradursi a svolgere le quistioni a cui guida la dinamica; vuol dire che questa partecipa alla certezza della prima.

Qui prima di passar oltre mi si conceda di arrestarmi un momento sopra un equivoco, in cui temo che inciampi il signor Bequelin negli Atti dell'Accademia di Berlino, là dove, corteggiando i Leibniziani, prende, e forse sbaglia, per identico il principio della ragione sufficiente con quello dell' indifferenza, usato l'ultimo comunemente dai meccanici sulle tracce di Archimede, che precedendo gli altri impiegollo nella dottrina del vette. Se concepiscasi che due pesi uguali pendano quinci e quindi a distanze eguali dal fulcro dagli estremi di una leva inflessibile, questa rimarrassi immobile, mantenutavi, si dice, dal principio dell' indifferenza; o sia, secondo l'interpretazione di Bequelin, perchè non può addursi ragione sufficiente della rotazion sua in un senso piuttosto che nell'altro; nè si avverte che in questo incontro, attesa l'applicazione e il contrasto reciproco de' pesi, converrebbe supporre che l'uno, qual più si voglia de' due estremi, a cagion d'esempio il destro, si movesse all' insù per l'azione d'una potenza eguale a quella che congiuntamente lo tira al basso; in altri termini che due forze direttamente opposte fossero a un tempo uguali e disuguali con aperta offesa del principio di contraddizione, identico palesemente in questo incontro a quello d'indifferenza, e da cui è pure renduto superfluo in tutto il principio della ragione sufficiente.

E a proposito d'equivoci il luogo m'invita a farmi incontro ad un altro più anche meritevole che si faccia qualche sforzo a rimuoverlo. Perchè fra i maestri più reputati non manca chi opina che le prove recate a mostrare qualmente i corpi ne' movimenti loro obbediscono a certe leggi, appartengono all' ordine delle sperimentali, delle quali si sa che non aspirano al vanto della metafisica certezza serbata unicamente agli oggetti astratti dello spirito. Si adduce ad esempio il movimento uniformemente accelerato, e la circospezione del gran Galileo, che non si tenne sicuro di averne scoperte le leggi, ove a conformarle non otteneva dianzi il suffragio dell' esperienza. Or qui è dove temo che annidi l'equivoco; e a non dipartirsi dall'esempio del movimento accelerato equabilmente suppongasi che la teoria ne sia dimostrata con rigore geometrico. In questa ipotesi non ha dubbio che istituendosi l'esperienza a dovere, non sia essa d'accordo col fatto; nè la natura potrebbe

adoperare altrimenti. Rimane a vedere se l'ipotesi sia fondata. Or non è egli certo che partendo dalla nozione d'una forza acceleratrice costante, una serie di conseguenze legittime guida a quella teoria? Donde si vede che il suffragio dell'esperienza è piuttosto utile che necessario. Dovrebbe più presto inferirsene che la natura osserva leggi d'inflessibile autorità, e che il supremo Architetto geometrizza perpetuamente nell'universo. Ma non si perda di vista la legge di continuità, e se ne spediscano con qualche precisione il dominio e i confini.

Tengo lusinga che opportune all'intento sieno le riflessioni che esposi in altra occasione trattando dell'impulso sofferto da una tavola, contro cui una vena liquida, che sgorga dal foro di un vaso, si scaglia liberamente ad urtarla. È noto che in questo incontro è lecito di assegnare un peso, che contrastando e bilicandosi colla forza dell'urto, manteniga immota la tavola. Nel fenomeno, che mi sono ingegnato di spiegare, ci si offre un'eccezione alla regola, che non può un peso, per enorme che suppongasi, sostenere il confronto di una forza viva. Attese le circostanze non concorre all'urto che la falda estrema, sottile oltre ogni limite, del liquido, o sia una forza viva fisicamente minima, della quale però accade che, malgrado la velocità finita posseduta dal liquido, e conseguentemente da ogni sua falda, rimanga estinta subitamente, come attesa l'immobilità della tavola. Sembra quinci lecito d'inferire che la velocità possa nascer finita, ed estinguersi pure in un attimo, ammettere in somma veri salti senza violazione della legge di continuità, purchè congiuntamente proceda pei gradi intermedj la quantità del movimento, cioè il prodotto della velocità per la massa. Egli è riguardo a questa che la natura impose a sè stessa l'obbligo di non trasgredire la mentovata legge, che permette, ripeto, veri salti alla velocità tutte le volte che potrà evitarli la quantità del movimento, nel concetto della quale, giacchè la velocità non istà in aria, entra la massa.

Alla stessa conseguenza guida un altro esempio e un altro gran fatto non avvertito forse e senza forse quanto almeno conveniva. Venga un corpo mosso a conflitto con un altro in riposo, e a rendere il caso più semplice sieno i corpi eguali e non elastici. La dottrina della

collisione ne assicura che non si staccheranno dopo l'urto i corpi, ma viaggeranno congiuntamente per lo stesso verso con velocità minore della metà di quella che possedeva dianzi il corpo mosso. Ora io chieggo se nell'istante in cui i corpi giungono a contatto, la prima particella urtata concepisca una velocità minima che cresca successivamente, che è nel tempo brevissimo per vero dire, ma non pertanto finito dell'urto intero tocchi ognuno de' gradi intermedj. Davvero, poichè le due particelle, l'urtante e l'urtata, viaggiano contigue, la prima dovrebbe in un attimo e per un salto istantaneo scemare di velocità talmente che la legge di continuità sarebbe salvata per l'un verso, e violata per l'altro; mentre all'opposto, ammettendo che riguardo alla quantità del movimento siasi la natura proposto di obbedire a detta legge, è questa posta in salvo mediante l'attitudine dei corpi a rimanere compressi. Ma qui alcuno potrebbe trarre innanzi e ammonirmi non essere punto necessario di concepire che i corpi giungano mai a contatto, e che alla puntuale osservanza sotto tutti gli aspetti della legge di continuità basta di adottare nell'intera loro estensione le idee di Boscovich su l'intima costituzione de' corpi e l'azione loro reciproca. Può essere; che già non mi arrogo di entrare nell'ardua disamina, a cui il luogo m'inviterebbe. Oso al più al più aprire timidamente il sospetto che sia essa estranea forse alla meccanica teorica, chi pur voglia serbare a questa il privilegio dell'assoluta certezza. Di questo pregio è dessa meritamente gelosa, e se ne dichiara unicamente tenuta all'austerità, per la quale rifiuta di ammettere nel suo grembo ciò che anche da lungi sente l'ipotesi. Per un'astrazione affine assai a quelle che distinguono il geometra e l'analista, essa restringe le sue indagini alle proprietà comuni ad ogni maniera di corpi, le quali, se ben si mira, possono agevolmente ridursi a quattro, e sono l'estensione, l'impenetrabilità, la mobilità, l'inerzia. Oltre a ciò essa non ommette la considerazione delle forze, delle quali anzi direbbesi ch'essa le rende l'oggetto precipuo delle sue trattazioni; ma nel farlo astiensi severamente dal rintracciarne l'essenza, ed è contenta di ravvisarle nell'aspetto di mere cagioni del movimento soggette nell'esercizio a certe leggi, nelle quali ritenendo sempre il carattere di scienza

astratta, determina con assoluta esattezza gli effetti. Egli è adoperando in tal guisa che le riesce di conformare i suoi teoremi al procedimento della natura, e per una singolar dote che le assicura il primato e la maggioranza sopra ogni altra scienza umana essa diviene siccome un ponte di aperta e libera comunicazione fra il mondo intellettuale e il mondo reale. Ripeto che viaggio a tentone nel bujo, e mi credo disdette le positive affermazioni. Pur se giusto, qual sembra, è il concetto proposto della meccanica teorica, ritengo che almeno in questa scienza astratta assumasi per conceduto che il conflitto de' corpi non sia disgiunto da contatto: donde seguirebbe che almeno in essa dovesse la mentovata legge interpretarsi nel modo divisato; vale a dire che ad essa obbedisse la quantità del movimento, alla velocità non fosse vietato qualche vero salto tutte le volte che il cambiamento sopravvenisse ad una massa minima fisicamente. Insisto su questo punto, onde tener lontani, se n' ha mestieri, gli equivoci ai quali può trarre il linguaggio tenuto in alcune opere celebratissime, dove parmi che ritengasi qual cosa nota e certa che una pressione non possa mai produrre in un attimo una velocità finita; quasi che questa potesse in qualche incontro starsi da sè, e che l' essere reale costretto ne' casi tutti a rispettare la legge di continuità non fosse il movimento nella vera sua quantità.

Ben mi attengo pienamente alla dottrina di Giovanni Bernoulli e di Vincenzo Riccati, e con entrambi rigetto l' esistenza de' corpi solidi forniti di perfetta durezza, vale a dire incompressibili. Rifiuta di ammetterli sì la meccanica reale, che l' astratta e teorica, che pregiasi di rappresentare la prima; e mentre per l' un verso collegasi colle matematiche pure, per l' altro già non travisa i corpi per modo che le conseguenze a cui giugne, di buon grado non le adotti la meccanica reale. In entrambe vengono i corpi solidi e duri a contrasto colla legge di continuità, qual fu promulgata dalla natura. Il perchè non senza rammarico mi accorgo, che sopra un' intera scuola seguíta in ciò da moltissimi riuscirono a vòto le ammonizioni di Giovanni Bernoulli, e in alcuni trattati di meccanica recenti e pregevoli, ove si parla della collisione e delle sue leggi, vengono i corpi detti quali elastici più o

meno perfettamente, quali no; e riguardo a questi ultimi non si fa motto della loro compressibilità; dal qual silenzio sorge il sospetto che abbiansi per comuni le regole della collisione ai corpi molli e a quelli che l'assoluta loro durezza rende incompressibili, nè si ponga mente che questi ultimi non esistono, e che più autorevoli assai che non i dommi della mentovata scuola sono le decisioni della natura. Per altro nel leggere il corso esimio di meccanica pubblicato pur ora, può dirsi, dal chiarissimo signor Poisson scema il rammarico. In esso veggo che il prode giovine autore, mostrandosi disposto a cedere più che non agli esempj naturali, ai diritti del vero, apertamente e reiteratamente dichiara di non ammettere salvo che corpi solidi compressibili quali provveduti, quali sforniti di elasticità. Vuol dire che molto gli preme che nella collisione non riceva offesa la legge di continuità, cui per simil modo ascoltano e rispettano i liquidi, comechè sieno essi incompressibili, o almeno si ritengano per tali nelle teorie idrodinamiche; ma come e in qual guisa? Perchè, se non sono ingannato, in essi alla mancanza della compressibilità supplisce egregiamente, e ne tiene le veci la stessa liquidità, o sia l'attual loro divisione oltre ogni limite sensibile, la quale nella meccanica astratta equivale all'attual divisione oltre ogni limite assegnabile. Ma della legge di continuità è omai ragionato abbastanza.

SULLA GLOSSITIDE

DI

BASSIANO CARMINATI.

Mentre m'accingo a parlarvi, illustri colleghi e ornatissimi signori, della glossitide o infiammazione della lingua vera primaria e avente origine e forma dall' intero sistema corporeo assai perturbato e offeso, dichiaro tosto che a trattarne due motivi principalmente mi spingono. Uno nasce dal dovere impostomi da chi a' nostri studj presiede di far più note le mie osservazioni su tale argomento lette cinque anni sono pubblicamente a Pavia in concorso di altre consimili del chiarissimo clinico e carissimo amico signor professore Raggi, ora che questi in una Dissertazione stampata ha vie più divulgate le sue. L'altro deriva dalla conceputa speranza che, dalla simultanea cognizione delle cose in proposito da noi vedute e considerate, sieno le cause, la diagnosi, le differenze, gli esiti, il prognostico e la cura della glossitide stabilite e illustrate in modo ch' essa cessi quind' innanzi di appartenere alle malattie, la cui storia, per la loro rara comparsa e imperfetta descrizione, si conosce tuttora incerta e mancante.

Mosso io dunque da così ragionevoli e forti impulsi verrò ora di mano in mano richiamando, o signori, la cortese e dotta vostra attenzione ad incerti e oscuri oggetti risguardanti la malattia, a cui i diversi e moltiplici casi a me occorsi o comunicati in ispecie si riferiscono e danno tale appoggio e tanta luce da renderli stabili e chiari, e perciò idonei a manifestarci del male la piena e sincera dottrina.

Preceda però a tutti quello che più eccita la comune curiosità e concerne l'apparizione della vera glossitide, in addietro rarissima e in questi ultimi anni non più tale. Imperocchè da moltissimi si chiede e scoperta si brama la causa per cui ella primaria e accompagnata da febbre e da ogni altro carattere necessario a costituirla una malattia universale essendo in passato qui e altrove apparsa di rado, e appena una volta in Faenza e in Pavia ai due esercitatissimi e celeberrimi clinici Borsieri e Frank, siasi poi, ricomparendo non ha guari, lasciata tra noi vedere entro breve spazio di tempo più e più volte da me, da' miei colleghi e da varj medici, e così pur mostrata fuor d'Italia frequente e fino ad Ala di Maddeburgo, come il celebre Reil avvisò, epidemica.

La ragione per altro del fenomeno può, secondo me, essere desunta e di leggieri posta in chiaro dalle circostanze che lo accompagnarono. Chiunque meco rifletta che l'insolita frequenza del morbo si ebbe dall'anno 1803 al 1806, cioè in un'epoca in cui, per l'azione a lungo continuata d'un principio epidemico portante nel modo più spiegato alla stenia, i mali tutti o quasi tutti assumevano di questa l'indole, la forma e la veste, erasi fatta stazionaria la sinoca o febbre continua infiammatoria, e dominavano le affezioni catarrali, le angine di varia specie e le malattie esantematiche ed anche contagiose, come la scarlattina e il morbillo, solite a prender di mira e offender le fauci; ben intenderà e potrà dire con ogni verisimiglianza che la malizia dello stesso epidemico tanto spesso diretta e infesta alle parti vicine alla lingua, doveva pur questa tratto tratto colpire e infiammare. E lo doveva massime quando trovò colla naturale attitudine dell' organo a risentirne gli effetti (nata dalla qualità delle parti attigue, dalla comunicazione de' vasi e dal consenso de' nervi) concorrere nel malato le condizioni particolarmente richieste a determinarvi il precipuo attacco e figgervi la sede di un' infiammazione indotta e mantenuta da generale morboso eccitamento.

La proposta causa è certo la più naturale a supporsi; si uniforma alla ben conosciuta produttrice dell' attuale frequenza tra noi delle infiammazioni del cerebro, del cuore, dell' esofago, del ventricolo e di

altre parti, senza il predominio di un insolito pertinace attivissimo epidemico, fortunatamente assai rare; e si avvalora da ciò che molto tempo fa, e prima ancora d'aver avuti i suffragj di Double e di Carion, esposi a' miei discepoli, e poscia manifestai a' loro maestri e miei colleghi onde provare che le glossitidi, di cui parla Ippocrate, ora circoscritte, ora estese, e d'ordinario precedute, accompagnate e susseguite da sintomi esprimenti la presenza di una universale morbosa affezione, in realtà appartengono ai morbi ch' ei descrisse epidemicamente dominati. Si spiegarono esse appunto in mezzo alle angine e altre malattie già sparse e assai diffuse fra il popolo, fecero parte d'una delle tre famose costituzioni, di cui fu quasi trienne ciascuna, e quindi ben si descrissero in quel terzo libro degli Epidemici, che (escludendone il secondo dall'Haller dimostrato con nuovi argomenti apocrifo) diviene una vera continuazione del primo tutto genuino, prezioso e degno d'Ippocrate.

Con queste vecchie notizie intanto vien pur, come ben vedrete, o signori, la quistione solita agitarsi sull'antichità della stessa glossitide, qual male eziandio primario e universale, ad essere ora troncata in guisa che, senza punto occuparmene, cercherò in vece di accrescere e meglio fissare i di lei segni diagnostici. Lo che veramente mi lusingo di conseguire semplicemente narrando i veduti in sette persone di vario sesso curate da me e in nove medicate da altri.

Ora i sintomi sempre apparsi in que' malati furono, oltre i proprj alla sinoca compagna del male, la gonfiezza grande e talora enorme della lingua, il cupo di lei rossore, la tensione, l'immobilità, il dolore ottuso e comprimendo acuto, l'incomoda sensazione alle orecchie, la veglia pertinace, l'ansietà, l'inquietudine, la difficoltà più o men grave di parlare, respirare e inghiottire, la molta frequenza de' polsi pieni e duri, e la continua, spesso ardente e crucciosa sete.

Mancò dunque fra gli accennati fenomeni o non mai si confessò quel doloroso senso manifesto e costante al collo e al dorso che, dopo Hayes, notato dal signor Raggi in un de' tre infermi, su cui poggia il suo discorso accademico, sembrò a lui importantissimo alla storia della glossitide. In fatti ei lo ripete dall'offesa che l'infiammazione recò non

tanto al nervo lingual medio, comunicante coi due primi cervicali e coll' intercostale, ed all' accessorio, quanto a tutti gli altri della lingua: ammettendo la singolare ipotesi del celebre Cuvier, la qual suppone che ogni nervo nasca e sorta dal midollo spinale, indi ascenda al cervello, e poscia, scendendone, si dirami e si sparga sugli organi de' sensi.

Non so se vorranno l'addotta opinione ammettere gli eccellenti Anatomici nostri colleghi, voglio dire Moscati, Palletta e Araldi che mi ascoltano, e Scarpa, Caldani e Malacarne che pur vorrei presenti, o in vece, giudicandola non favorita da migliori osservazioni neurologiche, stimarla meco ingegnosa, anzichè vera. So bensì che l' indicato grave e molesto sintomo non essendo mai apparso ne' molti malati da me e da altri veduti, non potrà dirsi proprio o essenziale alla glossitide non complicata e ben sincera, e quindi sfuggito alla diligenza di Vogel, di Reil e di parecchi che scrissero dopo. Si dirà piuttosto, leggendo la storia del malato in cui solo un tale segno comparve, che fu mero effetto della simultanea o successiva offesa recata dal mal infiammatorio al cervello e alla spina.

Facil cosa è in fatti a supporsi che, mentre suole talora la glossitide associarsi a principio o succedere alle note specie di angina tonsillare, palatina o parotidea, alla encefalitide, e, in un caso da me veduto, alla ottitide, possa eziandio alcuna volta concorrere del pari o svilupparsi tardi o tosto coll' infiammazione della spina. Di una cioè che per l'addietro da' nostri scrittori negletta, poco conosciuta dai pratici, comunque offertasi loro e da me poi avvertita prima d' ogni altro e medicata più di una volta a Pavia, seppe con novelli esempj raccolti vie più stabilire e non poco illustrare il bravo mio discepolo signor dottor Bergamaschi nell' importante Memoria sulla Spinitide da lui testè pubblicata.

Ma venendo ormai alle differenze o varietà e agli esiti della malattia, di cui tratto, mi lusingo, o signori, che voi vorrete permettermi la minuta esposizione di un caso, dalle cui immediate conseguenze le dottrine relative debbano ricevere, a parer mio, inaspettato notabilissimo incremento. Il caso per varie sue circostanze veramente straordinarie fummi offerto da un giovine contadino assai robusto nel gennajo

del 1803, ricevuto nello Spedale di Pavia e collocato nell' infermeria della Scuola clinica da me allora diretta: di cui furono testimonj, coi numerosissimi allievi, i dotti e rinomati professori Jacopi, Moreschi e Ungarelli, che cotidianamente la frequentavano, e di cui il valente medico chirurgo signor dottor Barrata tenne registro e ne scrisse la storia, qual conservo con altre quindici sulla glossitide.

Era egli, per avere in un lunghissimo lavoro di campagna molto sofferto dal freddo e dalla pioggia, da tre giorni preso da febbre con infiammazion alla lingua; della quale ignorata o non espressa da lui mi avvertì tostamente l'apice che spuntava fuori dalla bocca. Non tutta per altro era infiammata, come conobbi dalla punta fino alla base esaminandola. Si vedeva ella anzi per metà soltanto colpita dal male che, prendendo dalla cima alla radice il lato di lei sinistro, non aveva la media linea (quasi fosse stato da insuperabile ostacolo trattenuto da estendersi) in alcun modo oltrepassata. Appariva quindi la parte sua laterale sinistra moltissimo gonfia, voluminosa, di color rosso scuro, tesa, indurita, dolente al tatto e segnata nel suo margine elevatissimo da un doppio solco longitudinale, mentre l' opposta o destra conservava sotto tutti gli aspetti l' essere suo naturale, e lo conservò pur anche quando la sinoca o la malattia nel suo corso tre volte parve finire e altrettante esacerbandosi risorse.

Sebben però l' infiammazione occupasse un lato solo, offriva tuttavia sintomi molesti, gravi, pericolosi e simili ai veduti da me e da altri ne' malati in cui all' intera lingua si era estesa; coll' unico divario di una minore difficoltà di respirare e d' inghiottire. Non molto in conseguenza si alleviò dal sangue tratto in convenevole copia nel terzo e nel quarto giorno dalle braccia, dalle jugulari e dalle mignatte attaccate intorno al collo, da opportuni purganti, da frequenti idonei cristeri, da vapori acquosi inspirati, e dalle bevande atte a temperare, ammollire e innocuamente risolvere. Nè molto il male, il sesto dì rinvigorito, scemò nel settimo coll' uscire dalla bocca alquanta materia purulenta derivata da suppuramento, preceduto, forse pei ritardati soccorsi, alla base dell' infiammato margine e da me pronosticato anche prima di cominciare la cura. Crebbe anzi in appresso e in modo da volere il decimo dì

due nuove missioni di sangue. Per lo che allora solamente la gonfiezza della lingua sparì quando il giorno dopo insorse e formossi un grosso tumore infiammatorio alla natica sinistra, e la sinoca pur cessò quando nella decimaquarta giornata, sparito ad un tratto lo stesso tumore, tutta fu vinta la malattia dall' accresciuto flusso degli umori dalla bocca, da un critico moderato sudore e dall' esito di orine nella copia e nella qualità indicanti il ritorno della salute.

Ora ognuno di voi scorge dalla narrata singolarissima osservazione aperto un campo ai maestri dell' arte da cui raccogliere frutti opportuni ad arricchire la storia della glossitide. Uno già nasce dalla novità dell' infiammazione della lingua al solo e sinistro lato di lei, fin qui non avvertita o negletta, o a torto paragonata ai casi veduti da Lancellotti, da Lentin o da qualche altro appartenenti semplicemente a locale malattia chirurgica. Posto ch' io ebbi in seguito la bramata opportunità di vedere e guarire la stessa laterale e sinistra glossitide in due altri ammalati, e la ebbero egualmente in uno il sullodato signor professore Raggi, e in un secondo il signor De La Malle; si dovrà d' or innanzi stabilire e con sicurezza insegnare che un vero e primario processo, come dicono, infiammatorio determinato da verace sinoca e universale eccitamento del sistema corporeo, possa incominciare, proseguire, mantenersi e compiersi in un lato della lingua, restando intatto l' opposto, e intatto poi in grazia della sua naturale fabbrica e particolare struttura. Imperocchè di questo simultaneo dissimile stato la lingua umana si rende appunto capace per essere, come altra volta indicai appoggiato alle belle tavole dell' illustre Semmering e alle annotazioni del chiarissimo professore Fattori nostro collega, composta di due organi eguali, separati tra loro, e nello stesso lor avvicinamento disgiunti e provveduti del pari di proprj nervi, muscoli e vasi sanguigni e linfatici.

Il secondo frutto da cogliere procede dalla preferenza che la glossitide negli addotti sei casi, in cui ella fu laterale, diede al sinistro lato esclusivamente, e ve la diede in modo da crederla non accidentale (come opinò privo di fatti taluno) e non dipendente da sole speciali circostanze dei malati, come accuratamente esaminandoli io conobbi.

Tale preferimento diviene al certo meritevole che se ne tenga conto nella generale descrizione della malattia, e se ne cerchi eziandio la causa da cui nasce. La quale in vero io non seppi scoprire cercandola soprattutto in una naturale maggior attitudine del lato sinistro a infiammarsi e inerente all' organo medesimo: onde tali idee e supposizioni in proposito mi ricorrono alla mente da invitarvi fin d'adesso a rifletter meco sul possibile uso loro.

Procederebbe esso mai dalla maniera con cui l' uomo dormendo ordinariamente decumbe, e per cui in tempo che il destro lato della faccia al guanciale si appoggia, il sinistro rimane esposto, massime nelle rigide e lunghe notti, alla nociva impressione del freddo e al consecutivo arresto della traspirazione, per cui in esso si prepari e nasca di leggieri alcun incomodo reumatico ed anche infiammatorio? A preservarne altresì il lato destro non contribuirebbero forse gli umori salivali soliti separarsi nella bocca scesi e trattenuti sul lato medesimo a segno di tenerlo, diversamente o assai più dell' altro, umido e molle, e così di serbarlo illeso? Non gioverebbe piuttosto a dar ragione della cosa la dottrina del più accelerato movimento del sangue nella destra parte del capo e del corpo, ammessa e difesa dal chiarissimo signor professore Rezia, o in vece l' opinione manifestata a spiegare il consimile fatto dei tumori più frequenti nella sinistra parotide dal chiarissimo nostro collega signor professore Monteggia (*Fasciculi pathologici. Med.* 1789, *in* 8.°) qual veggo con piacere presente, del più lento o alquanto ritardato ritorno del sangue nel sinistro lato della testa; nato poi dalla diversa disposizione delle vene jugulari, perchè la destra riportando il sangue alla divisione della cava superiore, ve lo porta quasi direttamente, e al contrario la sinistra jugulare dalla vena stessa molto più rimota s' inserisce nella succlavia sinistra posta traversalmente, e la direzione ne taglia ad angolo retto? E così tutte queste circostanze e condizioni valutate insieme non potrebbero per avventura concorrere a dar causa al fenomeno e a spiegarlo?

Ne lascio la decisione a questi che con noi qui sedono maggiori maestri di anatomia patologica, dovendomi bastare di avere stabilito il prodotto fatto, e di avere stabilendolo indirettamente provato che la

glossitide stessa talora si presta a fornire sicuri e limpidi esempj di quei morbi simmetrici e asimmetrici del corpo umano; i quali esaminati ventiquattro anni fa da voi, amicissimo Monteggia, se in gran parte vennero tratti allora dall' oscurità, aspettano di esserlo pienamente dai nuovi vostri studj, aggiunti a quelli degli stranieri, adesso che il meglio conosciuto e tanto ampliato sistema de' vasi linfatici può concedervi di rischiararli con assai più ampla e viva luce.

Intanto per ritornare ai frutti o vantaggi facili ad ottenersi dal riferito meraviglioso caso di glossitide avvertirò che alcuni pure ne porgono le due altre singolarità in esso notate: cioè il replicato risorgimento del male, allorchè abbattuto dall' azione di efficaci rimedj pareva vicinissimo al suo termine, e la qualità dell' occorso suppuramento. La recrudescenza della malattia accaduta eziandio in quasi tutte le glossitidi o da me vedute o da' nostri medici comunicatemi indurrà ciascuno a credere la totale di lei risoluzione in generale difficile, lenta, e renduta poi malagevole, imperfetta o tarda per un ostacolo dall' organica struttura della lingua verisimilmente derivato. Il quale ad un così salutevole esito frapposto cred' io che le venga dal trovarsi ella forse non ricca di vasi linfatici comunicanti con quegli strati cellulosi in cui gli umori per la forza dell' infiammamento espressi, effusi e stagnanti debbono essere riassorbiti e trasmessi colà ove, non assimilandosi, dan materia a quelle evacuazioni che opportune, regolari e critiche riconducono il malato in sanità.

Sicchè niun debbe per egual motivo essere sorpreso nell' intendere ora da me che la glossitide, riguardo a' suoi esiti, potè quando piegare agli uni e non agli altri, quando mostrarsi recidiva e per ben due volte e contro la sua aspettazione al chiarissimo mio concittadino signor dottor Villa, medico direttore dello Spedale di Lodi, e quando divenire sotto la cura di taluno cronica e fin anche astenica e allora somigliantissima alla pseudoglossitide. Di cui torna, o signori, qui a proposito il nome perchè io possa informarvi che di questa infiammazione della lingua per indole, causa e qualità di cura opposta alla stenica ed atta non ostante ad offrire nel suo medesimo principio e intero corso i caratteri, i sintomi e gli effetti di primaria e universale

infermità, mi trovo di avere sicuri esempj in alcune storie negli anni 1796 e 1797 raccolte nello Spedale di Pavia e a me fornite dal dotto medico assistente signor dottor De Felici.

La qualità del suppuramento guida altresì a qualche opportuna riflessione ed utile avvertenza. Il sollievo nato da esso e il vantaggio derivato dalla consecutiva metastasi o almeno il niun danno prodotto da lei insorta d'improvviso e presto sparita avvertono il clinico da una parte a non temere soverchiamente questi esiti e passaggi, e dall'altra a non ritardare quella sollecita energica cura che i medesimi, per essere incomodi e di natura pericolosi, richiedono.

E così queste stesse terminazioni e successioni, essendo nel citato caso e in diversi altri occorse ed anche con molta prontezza e straordinaria facilità, dichiarano al patologo che la glossitide, a somiglianza d'ogni altra malattia infiammatoria universale, ad esse partecipa e fino a preferenza di alcune v'inclina. Vi partecipa cioè e vi tende, come vidi, in ragione de' varj suoi gradi e di quelle sue varie specie e cause, di cui punto non parlo non avendo alcuna nuova cosa a dire su loro e non dovendo esporvi del male un intero trattato.

Circa il pronostico porgerò un solo avvertimento, ma valevole a dare qualche conforto a chi avrà la sventura di essere dalla glossitide colpito. Avverto quindi che, sebbene ella si dica da Vogel e da Borsieri (i quali però guarirono i due malati da lor veduti) orrendo mal pericolosissimo, e possa forse talvolta per negletta o impropria cura aver soffocato l'infermo, non riesce, generalmente parlando, mortale. Coi casi moltiplici citati dagli autori e nostri e stranieri cospirano i sedici, a cui il presente mio discorso si appoggia; conciossiachè tutti siano finiti colla guarigione dell'ammalato. Eppure il male era giunto rapidissimamente al suo colmo in taluno; come avvenne in un giovinetto che ne' primi anni della medica mia carriera fu curato dall'Arrigoni celebre medico nella mia patria da una glossitide in sette ore pervenuta al punto di crederla apportatrice di vicina inevitabil morte.

Caduto egli nell'Adda volendo scender a terra da una barca pescareccia, e tosto raccolto, dopo aver fatto a piedi (essendo di estate) lungo cammino prima di giugnere alla propria casa, fu preso in

seguito ad una notte inquietissima da violenta febbre infiammatoria con vivo dolore, rossore, ardore della lingua e tale progressivo gonfiamento di lei, che giunse ben presto al più enorme volume. Costretto perciò a tenere spalancata la bocca, angustiato nel respiro, incapace di articolar parola e inghiottire, e minacciato da imminente soffocamento offriva un oggetto di compassione insieme e di spavento. Nondimeno con cinque salassi alle vene delle braccia e alle jugulari cominciò il reo malore a cedere, l'ostacolo fu tolto al passaggio delle bevande e de' rimedj ed alimenti liquidi, e assai diminuì col tumore la febbre; colle mignatte in seguito numerose e replicate sotto al mento e al collo, co' purganti e cristerj, colle opportune bibite e colle frequenti inspirazioni dell'acqua ridotta in vapore si ebbe nella quarta giornata un sensibilissimo generale alleviamento di tutti i sintomi; e in fine colla immersione fatta due volte del corpo in un bagno tiepido si accelerò talmente nella settima la risoluzion del male, che nella nona, mercè le solite crisi salutari, fu abolita ogni sua reliquia.

Riguardo poi alla cura accenno solo tra le varie cose dalle mie osservazioni apprese, le conducenti allo scopo di mostrarla nella sua semplicità abbastanza efficace, e così preservarla da certe novità, le quali, contrarie alla richiesta sua innocenza, potrebbero toglierle la corrispondente sua sicurezza. Varj in realtà e giusti mi pajono i motivi per cui non vorrei surrogate alle note operazioni e solite medicine altre nuove e straordinarie. Ripugno primieramente che in vece di replicare all' uopo i salassi dalle braccia e dalle jugulari, sempre trovati sufficienti, o di aprire, ove si possano, le ranine, si ricorra alle scarificazioni e incisioni numerose, lunghe, profonde e tratto tratto replicate per ogni verso nella lingua gravemente infiammata; perchè le riguardo col celebratissimo Hufeland e con altri ordinariamente fatte per inasprire il male e il dolore, incapaci per lo più di dar esito agli umori, e atti in vece a produrre alcuna volta sinistre conseguenze. Non approvo del pari che in luogo di applicare intorno al collo copiose mignatte, si raccomandi di attaccarle in qualche numero alla lingua tesa, troppa sensibile e dolorosa; perchè osservai tal uso loro per alcuni malati insopportabile, per altri non innocuo, e in tutti

quasi inutile. Nè so, parlando delle circostanze, che possono richiedere, onde prevenire la soffocazione, la broncotomia o laringotomia, lodare coloro i quali con troppa facilità la consigliano; perchè ne' casi in cui la vidi progettata o disposta, rimase, senza di essa, sempre salvo il malato.

Così quando leggo che qualche autore magnifica nella glossitide l'uso largo e continuato del tartaro stibiato e della digitale porporina a insolite dosi per togliere il bisogno di trar nuovo sangue richiesto dallo stato del male, senza per altro ottenere tale propostosi fine; quando noto che qualche altro, per calmare la sete, ammollire le parti inarridite e promovere l'utile scolo della linfa cadente dalla bocca mista a glutinoso umore, concede senza esitazione e misura al malato l'acqua fredda freddissima; mentre il prudente medico compie tali indicazioni colle bevande temperanti e mollitive tiepide e non mai fredde da Hufeland coi migliori clinici giustamente proscritte; e quando trovo consigliata l'applicazione dello stesso ghiaccio al capo, al collo e al petto col totale abbandono dei maniluvj, de' pediluvj, de' semicupj e de' bagni fatti con acqua soavemente calda, non posso non bramare che queste dottrine, dalla mia sperienza e osservazione dimostrate erronee e pericolose, siano per onor dell'arte e pel bene degl' infermi riformate e corrette.

Per tal modo potrò io lusingarmi d'aver conseguito il triplice utilissimo scopo, a cui mirai della glossitide parlando, di rimediare a quel difetto di osservazioni a lei relative che da Piderit, da Vogel di Rostoch e da altri recenti scrittori si brama riparato con nuove, copiose e istruttive; di agevolare colla perfezionata storia del male, sotto qualunque aspetto esso si offra, la sua cognizione; e di rendere col fatto acquisto di novelle dottrine della stessa glossitide vie più esatta, facile e pronta la cura.

SULL' INERZIA

E

SULLA FORZA CENTRIFUGA

DI

MICHELE ARALDI.

Forse m' inganno per un' illusione non rara dell' amor proprio che fa in me qualche velo al giudizio, e non per tanto confido che i miei degni colleghi non disapproveranno interamente il dubbio in me sorto che fra gli articoli alquanto nebbiosi della meccanica teorica debba riporsi eziandio il concetto comunemente recato dell' inerzia con esso quello che, partecipando al sospetto, tengo motivo di associargli della forza centrifuga. E facendomi tostamente dall' inerzia, mi giova premettere a tutto l' aperta e ingenua dichiarazione che in un luogo sì frequentato già non pretendo al pregio della novità. Premendo le orme altrui non aspiro al più al più che a raccogliere qualche spiga dimenticata per avventura in un campo da gran tempo mietuto. In fatti non sembrerà forse in tutto nè irragionevole, nè inopportuna la seguente avvertenza. Perchè io ritengo per alquanto difettosa la nozione, o se più vuolsi, l' espressione, per cui taluno confonde l' inerzia colle resistenze; tal altro colle forze. Per me porto questa opinione, nella quale credo che i savj converranno, che riguardo a certe idee cardinali e degne d' esser poste alla testa d' una intera

dottrina, ogni errore sia grave, nè si pecchi mai venialmente, e convenga di additare anche le mere inesattezze; quale a mio avviso è appunto quella che mi prendo la sicurtà di accennare. E in realtà i termini di forza e di resistenza sono reciproci; intanto che quella cagione qualunque, di cui si concepisce che resista, può assumere la denominazione di forza. A cagion d' esempio di due gravi pendenti quinci e quindi dagli estremi di una leva può l' uno a piacimento, confrontandolo coll' altro, prendersi quando per forza, quando per resistenza: il che già non si avvera dell' inerzia, la quale segue sì veramente la proporzione delle masse, ma nell' opporsi alle forze, vogliasi vive, vogliasi morte, mai non entra in equilibrio con esse, e mostrandosi disposta sempre a cedere, si ristringe ad obbligarle ad indur nel corpo un cambiamento proporzionato alla loro energia. Toccasi quinci con mano che in vece di proseguire a valersi di un linguaggio a tener lontani gli equivoci bisognoso d' interpretazione, giova ed è meglio a denotare l' inerzia intendere per essa quella proprietà generale della materia, per cui non possono i corpi tutti passare dal riposo al movimento, nè parimente non può ad essi sopravvenire niun cambiamento nel moto o nella direzione, o nell' uno o nell' altra senza l' intervento di una potenza nel suo esercizio proporzionata all' effetto.

All' oggetto di opporsi ognora meglio all' ingresso delle malintese non sia disdetto di aggiungere qualche maggior esattezza ad una espressione divenuta famigliare appo i meccanici. Non a caso mi sono lasciato pur ora cader dalla penna che non può sopravvenire al corpo cambiamento veruno, ove non intervenga una potenza nel suo esercizio proporzionata all' effetto. Intesi nel farlo di avvertire implicitamente che al termine di eguaglianza impiegato comunemente fra l' azione della potenza e l' effetto dipendente nel corpo dall' inerzia debbesi a preferenza sostituire quello di proporzione; giacchè l' una e l' altro a rigore si riferiscono a due diverse unità, fra le quali non può concepirsi che passi niuna uguaglianza. Oh, dirà qui taluno, questo anzi che un dubbio e un avvertimento, è uno scrupolo: ed io rispondo e ripeto che quando trattasi di nozioni capitali, da cui pende un' intera dottrina, è forse e senza forse lecito di scrupoleggiare nell' uso

de' termini, nè può non esser lodevole di rendere il linguaggio accurato e preciso quanto è possibile. In fatti, secondo i dettami della logica severa, quest' ultima osservazione vuolsi eziandio estendere e applicare all' assioma famigerato che dichiara le cagioni eguali agli effetti. Anche qui non a torto i rigidi logici pretenderanno che alla parola e nozione di quest' arcana uguaglianza convenga di sostituire come più legittima e sincera quella di proporzione. Nè dicasi e si opponga che l' osservazione sente un tal poco e pute di metafisica; perchè io ritengo che la meccanica punto non si adonti di trovarsi d' accordo coi dommi di quella scienza universale che col nome di metafisica raduna i principj della dottrina d' ogni maniera, che tutte mettono in essa e ne partono; ma non si perda di vista l' assunto.

Altre volte mi è occorso di dovere arrestarmi su questo punto; e confesso che sopra gli altri mi garbava il concetto, secondo cui per inerzia debba intendersi quella proprietà della materia, la quale, ove si concepisca che due corpi sieno condotti a conflitto, interviene a rendere in essi uguali e a puntino quinci e quindi i cambiamenti di stato che loro sopravvengono in opposte direzioni. Intorno a che avverto che il termine *stato* dinota in questo incontro o il riposo del corpo, o il suo movimento e ogni grado di questo. Posta quest' avvertenza e ripensando alquanto meglio all' oggetto, non tardai ad avvedermi che la cosiffatta nozione era per lo meno incompleta. E in realtà comechè non soffra niun cambiamento lo stato del corpo, e rimanga qual dianzi senza punto crescere o scemare la sua velocità, l' inerzia non pertanto fa mostra di sè e della propria energia ai cambiamenti qualunque che sopravvengano alla direzione. Tale, a recarne un esempio solo e volgare e quasi triviale, è il caso del corpo che raggirasi descrivendo la circonferenza di un circolo. Rotasi esso, come è noto, equabilmente, nè soffre alterazione niuna la sua velocità, di cui si sa pure, e un facile calcolo dimostra, essere precisamente qual l' avrebbe acquistata un corpo; che posto da prima ad una distanza dal centro uguale alla lunghezza del raggio del circolo descritto per l' azione costante di una forza raccolta nel centro stesso, e mosso direttamente lunghesso il raggio con velocità equabilmente accelerata, qual, dico, un corpo

situato nelle dette circostanze, l'avrebbe acquistata al giugnere alla metà del raggio o sia della mentovata distanza. L'esempio per altro è addotto unicamente allo scopo di evitare le confusioni facili a sorgere chi non avverta che lo stato nel corpo è diverso essenzialmente dalla direzione, talmente che può quando l'uno, quando l'altra rimanersi qual dianzi, e il cambiamento cadere quando divisamente, quando simultaneamente; mentre l'inerzia d'altra parte adopera similmente alla conservazione dell'uno e dell'altra. Allo scopo in somma di legittimare pienamente il concetto da me adottato da prima e ritenuto per vero dell'inerzia, è d'uopo collo stato del corpo comprendere la direzione; senza ciò l'idea rimansi, com'è notato, incompleta.

Ben temo che l'avvertimento non basti a raddrizzare interamente il pensiero d'altronde ingegnoso e degno dell'autore, per cui il celebre Laplace avvisa di riuscire a dileguare in tutto le tenebre raccolte anche secondo lui su questo luogo nobilissimo di meccanica. Del pensiero debbo notizia al chiarissimo Haüy, che lo riferisce nel suo Trattato elementare di Fisica. Esso più veramente va riposto fra i paragoni, de' quali si sa che a grande stento e forse non mai giungono a chiarire le particolarità tutte di un oggetto, nè hanno per solito questa pretensione. Opina l'acuto Francese che all'intento possa servire acconciamente il confronto fra la velocità posseduta da un corpo che urti un altro eguale in riposo, e la tensione e pressione da un fluido aereo ed elastico esercitata su le pareti interne di un vaso in cui trovisi rinchiuso. Ove concepiscasi che il vaso tutt'all'improvviso cresca del doppio, scemerà nella proporzione e ridurrassi alla metà la pressione. Per simil modo dovendosi la velocità dell'impellente trasfondere ad occupare per l'urto una massa maggiore del doppio, non può essa non diminuire a proporzione; col qual discorso e confronto la nozione dell'inerzia rimane al certo rischiarata, ma in parte solo; perchè, con sopportazione del mentovato illustre matematico, per esso non provvedesi appunto al bisogno di rischiararla che per metà. In esso almeno non si fa motto, nè poteva farsi della direzione; e pure conservando il corpo il suo stato e movimento, non può esso torcersi dal suo viaggio senza l'influsso e concorso di qualche forza; il qual caso si scorge palesemente che sfugge onninamente al confronto.

Posto in chiaro quanto basta in che consiste l'inerzia, spedirò brevemente la forza centrifuga con esso la nozione a mio avviso correlativa della centripeta. Anche qui ha qualche nebbia, e a crescere il dubbio concorrono gli scrittori, che parlandone non tengono tutti lo stesso linguaggio, cui niuno pretenderà che non convenga di rendere univoco. Giova metter da banda il concetto senza dubbio meno che giusto di que' pochi che hanno per identiche la forza centrifuga e la tangenziale. La prima nasce dall' altra sì veramente, ma non si vuol confonder con essa, chi non si esponga al risico di sbagliare l'effetto per la cagione. Sia per modo d'esempio costretto a muoversi in giro un corpo raccomandato all' estremo di un filo. Sorgerà in questa una tensione che in simil caso esprimerà esattamente la forza centrifuga. Sostituiscasi al corpo un vaso con entro un liquido. Le parti di questo verranno lanciate e formeranno un getto oltre l'orlo del vaso per un effetto inevitabile della forza tangenziale. Per altro, malgrado l'inesattezza del concetto, ne ho fatta menzione di volo, attesa la relazione strettissima delle due forze: ove i vincoli sieno presenti, son di parere che bastino essi e sovrabbondino all'uopo di chiarire il punto e cessar le dispute.

E per vero dire tengasi di grazia fisso lo sguardo sopra un certo punto qualunque della trajettoria descritta liberamente dal mobile; e per una risoluzione famigliare ai meccanici si concepisca che in quel punto la forza centrale decompongasi a produrne un' altra qual per l'una parte richiedesi, e per l'altra basta all' uopo di obbligare il corpo a non abbandonare la curva e posta nella direzione del diametro del circolo osculatore. Di questa seconda forza per un' altra ipotesi anch' essa lecita, giacchè trattasi di un certo punto, si supponga che trovisi raccolta nel centro del circolo mentovato, donde agisca sul mobile nell' aspetto di potenza acceleratrice costante. Io dico che ad essa nata in quel punto qualunque dalla forza centrale, da cui giova distinguerla, competa la denominazione di centripeta. Quinci si vede subito ch' essa è opposta direttamente e uguale in tutto all' effetto, per cui dall' inerzia, che tende ne' punti qualunque a mantenere il corpo nella direzione della tangente comune alla curva e al circolo osculatore, emerge la

forza centrifuga. Che il concetto sia ragionevole e debbasi a preferenza ritenere, mi trovo in grado di addurne un motivo, del quale tengo lusinga che sopra ogni equo estimatore farà qualche impressione. Adottandolo si ottiene il vantaggio, che mentre in esso si ravvisano i vincoli strettissimi, pe' quali la forza centrifuga collegasi coll' inerzia, questa rimane ne' suoi effetti circoscritta sì veramente, ma per un ristringimento che merita di essere in modo speciale avvertito. Essa la forza centrifuga nel concetto recatone deriva unicamente dall' opposizione posta dall' inerzia posseduta dal corpo ad ogni cambiamento non di stato e di moto, ma nella direzione. Dirassi egli che un effetto tale, per cui è richiesto il concorso di una forza nata dalla centrale impiegata soltanto a torcere il corpo, non meriti la distinzione di un nome particolare? Forse ad illustrare ognora meglio, se n' ha mestieri, l' oggetto può servire l' esempio del mobile che descrive uniformemente una curva qualunque, vale a dire senza che gli sopravvenga niun cambiamento di stato. Ottiensi l' intento tutte le volte che rimanendo costante la velocità del corpo, l' energia della forza centrale varia congiuntamente e si diversifica seguendo una legge, per cui in ogni punto della curva lungo il diametro del circolo osculatore la potenza è quella richiesta ad impedire al corpo di abbandonare la curva. Qui l' inerzia non interviene fuori che ad opporsi al cambiamento nella direzione. Qual meraviglia che i meccanici la più parte abbiano scelto di denotare col nome di forza centrifuga l' effetto semplice di questa tendenza? Essi così adoperando professano di adottare il linguaggio usato dall' Ugenio, che il primo sorse a trattar la dottrina delle forze centrali, nè di questo solo, ma di seguir pure il suffragio autorevole del sommo Newton, che allorquando assai la dottrina, mentre a prima vista sembra che abbia per identiche le forze centrali e centripete, in realtà dagli esempj per lui addotti si scorge che prende il termine, e quello conseguentemente di centrifuga nel senso datogli dall' Ugenio. Il perchè non senza sorpresa incontro fra quelli che scostansi dalla comune, e dichiarano il luogo e il linguaggio bisognoso di riforme il nome illustre di Gregorio Fontana, il quale avvisa che a dileguare le tenebre serva la sostituzione da lui creduta necessaria del termine di

procentrifuga a quella di centrifuga. Ove sieno giuste le osservazioni pur ora recate, la sostituzione per lo meno è soverchia. Per altro è questo un mero scrupolo, cui non avrei nè anche avvertito, se il defunto nostro collega si fosse astenuto dai rimproveri di oscurità e inesattezza verso Boscovick e d'Alembert. Ben temo che si allontanino dal vero, nè possano in tutto assolversi i dotti compilatori degli Elementi d'altronde pregevolissimi di Fisica matematica pubblicati reiteratamente in Firenze; là dove ne insegnano che la forza centrale prende il nome di centrifuga quando scosta, quello di centripeta quando accosta il mobile al centro; e laddove parimente accusano quelli che prendono erroneamente la forza tangenziale per la centrifuga, di confondere miseramente non mica l' effetto colla cagione, ma la parte col tutto. Nè altro; giacchè con questi pochi cenni ed esempj, de' quali non va immune qualche opera elementare meritamente accreditata, intendo unicamente di mostrare, se oso dirlo, l'utilità ed importanza dello scopo propostosi dalla presente Memoria.

SUL *FLUCTUS DECUMANUS* O *DECIMUS*

DEI POETI LATINI

E

SULLA *TRICHIMIA* O TERZA ONDATA

DEGLI SCRITTORI GRECI

DISCORSO

DI

SIMONE STRATICO.

S'incontra appresso i poeti latini l'espressione di *fluctus decimus*, e appresso i lessicografi l'espressione di *fluctus decumanus* per significare l'onda del mare più gagliarda delle precedenti, e talvolta più travagliosa pei bastimenti che navigano. Quindi può derivare la falsa idea che le onde del mare seguano questo ritmo.

Si ha da Pompeo Festo: *Decumana ova dicuntur, et decumani fluctus, quia sunt magni: nam et ovum decimum majus nascitur, et fluctus decimus fieri maximus dicitur.* E lo stesso autore alla voce *Alberia: Alberia scuta dicebantur, quibus Albenses, qui sunt Marsi generis, usi sunt. Hæc eadem decumana vocabantur, quod essent amplissima, ut decumani fluctus.* E altrove: *Decumanus limes appellatur, qui fit ab ortu solis ad occasum: alter ex transverso currens appellatur cardo.*

Se questo vocabolo *decumanus* sia derivato dai *limites*, cioè dalle strade maggiori che si aprivano per dividere le campagne, alle quali strade si assegnava la larghezza di 40 piedi, mentre ai cardini si assegnava la larghezza di 20 piedi, ai *limites actuarii* si attribuiva la larghezza di piedi 12, e ai *subruncivi*, cioè alle strade soltanto purgate dai cespugli, che noi diremmo strade consortive, si dava la larghezza di piedi 8, non si potrebbe asserirlo con sicurezza: ancorchè però Siculo Flacco nel libro *De conditione agrorum* scriva: *omnes limites a mensura decem actuum, decumani dicti sunt.* Generalmente si vede che qualunque sia stata la prima origine di questo vocabolo, egli fu nel corso del tempo usato per esprimere un oggetto di grandezza maggiore, o per altri rapporti distinto dagli altri oggetti della stessa classe. Quindi nella castrametazione dei Romani la porta *decumana* era una delle quattro principali, opposta alla pretoria, e secondo Vegezio quella per cui si facevano uscire i delinquenti per guidarli al luogo del decretato castigo. Così la legione *Decumana* e i soldati della stessa furono distinti col nome di *milites decumani*, e più cari a Cesare per la fiducia che da esso si meritarono, e continuarono a meritare anche dagli altri imperatori che succedettero a Cesare. Così Cicerone nella seconda Verrina disse: *Decumani hoc est principes et quasi senatores publicanorum*, probabilmente i principali collettori delle decime e del *frumentum decumanum.* Nè sul senso attribuito a questo aggettivo per esprimere una grandezza o una qualità più segnalata negli oggetti dello stesso ordine può sorgere alcuna difficoltà, qualunque sia la sua etimologia, quando si applica allo scudo, al limite, alla porta, alla legione, al capo de' gabellieri, al frumento; perciocchè alcuni numeri, i quali per loro natura sono precisi, si sono adottati per comune consentimento nelle lingue per significare grandezze e moltitudini indefinite. Ebbero i Latini il *sexcenta* per esprimere un numero grande e indeterminato. Cicerone nel libro II *De Divinatione*, § 14: *Quid de fretis, aut de marinis æstibus plura dicam, quorum accessus et recessus lunæ motu gubernantur? Sexcenta licet ejusmodi proferri, ut distantium rerum cognatio naturalis appareat.* I Greci dissero *μύριοι* per significare una grande moltitudine, e ne trasportarono l' uso anche per esprimere

la gravezza d' una situazione morale, come Platone nell' apologia *Ἐν πενίᾳ μυρίᾳ εἰμι*, *versor in extrema paupertate.* Gl' Italiani dicono il mille, come Boccaccio « e questo non una volta il mese, ma mille il giorno avvenirgli. »

Ma quando queste espressioni numeriche si applicano a fatti fisici e a fenomeni naturali, egli è allora che conviene purgarne il senso, affinchè non s' inducano errori. L'uovo decimo maggiore de' nove precedenti fatti dalla stessa gallina non è provato da alcuna osservazione. Al contrario Guglielmo Harveo, l' inventore della circolazione del sangue, nel suo bellissimo trattato *De generatione animalium*, esponendo nell' Esercitazione decimaterza le differenze delle uova, intorno alle quali raccoglie numerose osservazioni, asserisce che sebbene nelle uova fatte dalla stessa gallina egli vi abbia rimarcato qualche differenza, questa però è così lieve, che non si può discernere se non che dai più pratici, ed anzi essere tale la loro somiglianza che non difficilmente si possono distinguere tra molte le uova fatte dalla stessa gallina. Nè si accorda egli al parere di Fabrizio d' Acquapendente sul fatto che l'ultimo uovo di ciascuna gallina sia più piccolo degli altri, e sia l'uovo centesimo della stessa, come dal volgo in qualche luogo si crede, detto perciò l'uovo centenino.

Il vocabolo *decumanus*, parlando dei fiotti, si mutò dai poeti latini in *decimus.* Non mi avvenne di vedere usata da que' poeti la voce di *decumanus* in senso di grande, fuorchè in un verso di Lucilio nel frammento del libro IV delle Satire:

Cœnasti in vita nunquam bene, cum omnia in ista
Consumis squilla, atque accipensere cum decumano.

Ma mutando il *decumanus* in *decimus*, e applicandolo ai fiotti per quella influenza che hanno le parole sulle opinioni, e reciprocamente le opinioni sulle parole, si venne a stabilire, come un fatto, che l'onda decima sia la maggiore delle altre, e i poeti volontieri si servirono di questo senso, che induce una certa meraviglia, e aumenta il prodigio nelle descrizioni degli avvenimenti del mare. Forse ancora vi si applicò la misteriosa virtù del numero dieci, nel quale, secondo la

dottrina di Pitagora, come riferisce Plutarco, stava la natura del numero, perchè tanto i Greci, quanto quelli delle altre nazioni numerano sino al dieci, e poi ritornano all' unità; o perchè la virtù della decade sta nella tetrade o quaternario, mentre sommando i quattro primi numeri della serie naturale, si ha il numero dieci. Le quali osservazioni non sono ragioni.

Ho raccolto, come si suol fare in questo genere di erudite ricerche, i versi dei poeti latini, dove si fa menzione dell' onda decima e de' suoi effetti, che vi piacerà d' ascoltare.

Ovidio nel libro I dei Tristi (*Eleg. II, v.* 49), deplorando la sua disgrazia di essere mandato in bando e oltremare, finge di descrivere la sua navigazione nell'atto stesso di farla, e narra i pericoli e i travagli che soffre:

Nec levius laterum tabulæ feriuntur ab undis:
Quam grave balistæ mœnia pulsat onus.
Qui venit, hic fluctus fluctus supereminet omnes:
Posterior nono est, undecimoque prior.

dove con precisione aritmetica esprime l' onda decima come la maggiore di tutte.

E nelle Metamorfosi (*Lib. XI, v.* 530) descrivendo la travagliosa navigazione di Ceice,

Sic, ubi pulsarunt celsi latera ardua fluctus,
Vastius insurgens decimæ ruit impetus undæ;
Nec prius absistit fessam oppugnare carinam,
Quam velut in captæ descendat mœnia navis.

ne' quali versi è elegantemente e con verità descritto l' effetto di un' onda grande che va a colpire il bastimento, e fa che l' acqua s' innalzi sul bordo, il bastimento ne imbarchi molta, s' innondi, e se ciò si ripeta, finalmente s' affondi e perisca. La singolarità è di attribuire questo effetto all' onda decima.

Lucano nella Farsalia (*Lib. V, v.* 672) rende anche più meraviglioso l' effetto dell' onda decima, dove descrive l' aspra burrasca sofferta da

Cesare nella sdruscita barca d'Amicla, la quale fortunatamente termina col trasporto della stessa barca fatto dall' onda decima sopra un alto terreno, dal quale essa non ricadde in mare. Dopo il discorso che fa quell' eroe alla fortuna in mezzo a così grave pericolo, continua il poeta così:

Hæc fatum decimus, dictu mirabile, fluctus
Invalida cum puppe levat: nec rursus ab alto
Aggere dejecit pelagi, sed pertulit unda
Scruposisque angusta vacant ubi litora saxis
Imposuit terræ.

Valerio Flacco nel libro II degli Argonauti fa dire a Tifi governatore della nave Argo:

. . . . . quantis proh Jupiter, austris
Restitimus, quanta quoties et Palladis arte
Incassum decimæ cecidit tumor arduus undæ.

esprimendo giustamente l' arte di timoneggiare in modo di non lasciarsi investire dalle onde maggiori, distinte dal poeta col nome di decime.

Seneca nell' Agamennone introduce Euribate a narrare a Clitennestra la fiera burrasca che Pallade fece soffrire alla flotta d'Agamennone, ed ha i seguenti versi:

Hæc (navis) *onere sidit, illa convulsum latus*
Summittit undis, fluctus hanc decimus urget.

Silio Italico si servì di questa immagine dell' onda decima per esprimere l' impeto col quale Marcello occupò Siracusa:

Non aliter Rhodopes Boreas a vertice præceps
Cum sese immisit, decimoque volumine pontum
Expulit in terras, sequitur cum murmure molem
Ejecti maris, et stridentibus affremit alis.

Onde a ragione il Poliziano nelle sue Annotazioni (*c.* 76) notò: *Ut hoc ipsum mirabile sit atque insigne, tantopere istum fluctum decimum velut a conspirante poetarum choro celebrari.*

E non pertanto è da osservare che i due poeti latini, filosofi ed esatti Lucrezio e Virgilio, i quali molte occasioni ebbero di scrivere intorno al mare, e molte belle immagini hanno desunto dagli avvenimenti del mare, non adottarono in alcun luogo l'espressione e l'effetto dell'onda decima.

E veramente questa forza maggiore dell'onda decima non si può tenere in conto di fatto fisico, quando si riflette sulla formazione delle onde marine, nelle quali sono da notarsi due principali differenze.

Supposto il mare spianato e in perfetta calma, se si ecciti un vento o corrente d'aria nell'atmosfera, la superficie dell'acqua si commove. Ogni vento si considera come spirante da un punto della circonferenza dell'orizzonte verso il centro di questo circolo, e quel punto segna lo spirito o filone della corrente dell'aria, la quale ha una certa larghezza, che si chiama letto del vento, cui si attribuisce in origine la misura di gradi 11 $\frac{1}{2}$, metà per parte del punto sunnominato: precisioni che si fanno per metodo e per comodo delle osservazioni dei naviganti. In questa larghezza non tutte le parti dell'aria si movono sempre con pari velocità, ond'è che i movimenti e i fiotti del mare si fanno insieme per lunghi tratti, o per più brevi e distinti tra di loro.

Oltre ciò la direzione della corrente del vento o è parallela alla superficie del globo e del mare, nel qual caso increspa soltanto la superficie stessa, e lo move a pochissima profondità, come pare che avvenga nelle brezze o venti leggieri, e come dicono i marini, quando è vento sull'acqua, per quella attrazione che vi è tra le parti di questi due fluidi: oppure la direzione del vento è inclinata al piano dell'orizzonte ad angoli più o meno aperti. Per questa inclinazione le parti della superficie del mare, che ricevono la maggiore impulsione dal vento regnante, si abbassano sotto la di lui forza, premono e obbligano le acque collaterali a sollevarsi sopra il livello che avevano. Queste acque così sollevate presentano all'impulsione del vento una superficie più estesa, e più direttamente esposta al di lui urto. Quindi ne consegue una pressione che si comunica per ogni verso, e ben tosto le piccole onde si aumentano e divengono fiotti maggiori, propagandosi con una velocità progressiva più o meno considerabile secondo le forze, la durata e la direzione del vento.

La forma dell' onda corrisponde alla forza da cui essa è prodotta. Dal lato di sopravvento il suo contorno è più allungato e più obbliquo all' orizzonte: è meno obbliquo dalla parte di sottovento. Continuando a spirare il vento, si accumulano le impulsioni posteriori alle impulsioni precedenti, e le onde s' innalzano.

Quando è vento fatto e uniforme nell' ampio mare e libero da bassi fondi e da scogli, e il vento è costante, le onde si succedono l'una all' altra con ritmo determinato; sembra che tutte siano animate da pari velocità, e che mantengano tra di loro eguali distanze. Tutte si elevano e tutte si abbassano in pari tempo. Quando poi cessa la corrente dell' aria, le parti dell' acqua che formano il contorno dell' onda tendono a sollevarsi sino all' altezza del suo naturale livello per la pressione delle più alte; e cessando dall' essere disugualmente premute dall' impulsione del vento, sono ricondotte dalla gravità al primitivo livello.

Non è già che scorra l' acqua come si vede propagarsi l' onda. Il movimento dell' onda è di oscillazione della superficie dell' acqua, simile a quello che si eccita in una corda sospesa orizzontalmente da due punti fermi, la quale si abbassa e s' innalza successivamente in varj tratti, ne' quali spontaneamente si divide, con moti più vibrati o più lenti secondo che è più o meno tesa: con questa differenza però che nel fluido libero alcune parti superficiali nell' ondeggiamento trascorrono. Questo effetto della pressione idraulico-statica nella formazione si conferma coll' osservazione ovvia dei galleggianti o degli uccelli che nuotano sull' acqua, e per l' ondeggiamento, se non è accompagnato da una corrente, non mutano sito, ed è il fondamento della pratica dei marini per misurare il cammino del bastimento. Gettano dalla poppa l'istrumento chiamato loche o barchetta, ritenuto da una funicella, il quale s' immerge appena sotto la superficie del mare; aspettano che il bastimento percorra un certo tratto, sicchè il loche non si trovi più nella scia o traccia che il bastimento lascia in acqua dietro di sè, e reputano allora che la barchetta sia come un punto fermo, sicchè la funicella che si va allungando nel tempo di mezzo minuto primo d'ora rechi la misura dello spazio percorso. Nè occorre

dilungarsi sulle imperfezioni di questa misura dipendenti dalle correnti del mare e dalla deriva, le quali si conoscono e si mettono prossimamente a calcolo, bastando per l'oggetto presente aver rimarcato che la barchetta si ha per un punto quasi fermo nel mare, senza di che durando l'oscillazione di un'onda alta nove piedi, tre secondi, si vede bene qual errore considerabile si avrebbe in trenta secondi se il moto dell'onda fosse d'acqua progressiva, e non di pressione alternamente comunicata. L'acqua nel formare l'onda si move nello stesso modo come in due tubi comunicanti per un tubo orizzontale ascendendo in uno come discende nell'altro: e da questo movimento dipende l'impulsione che danno ai bastimenti o nel fondo o nei fianchi, o a poppa o a prua.

Ora nelle onde di questa specie, cioè regolari e che hanno un ritmo costante, perchè la causa che le produce è costante, cioè il vento fatto e uniforme, comunque esse siano grandi, vi può bensì essere il caso che il bastimento riceva dei controcolpi molesti, come dirò tra poco; ma non vi è alcuna ragione per cui una delle onde più che un'altra, distinta pel numero delle precedenti, riesca più travagliosa, e ancora sarà da osservare che non vi è il caso di distinguerle dal loro numero progressivo, essendo tutte eguali di altezza, di forza e di velocità.

Dove poi il mare non è ampio e libero, ma si trova interrotto da scogli, da banchi, da isole, da bassi fondi, oppure quando la navigazione non è lontana dalle coste, o quando il mare è agitato da venti di direzione contraria, allora succede la risacca o rimpotío del mare, che è l'altra differenza dell'onde sopraccennata. In queste combinazioni la prima onda ripercossa da una delle accennate cagioni, e specialmente dalle coste del mare o da banchi molto estesi, è raggiunta dalla seconda, si accresce e s'innalza: la terza si appoggia alle due prime sino a che il peso e l'altezza dell'onda per tal modo accavallata basta a ribattere le sopravvenienti, sulle quali si precipita affondandosi, oppure si rovescia sulle coste e le inonda, sicchè l'onda seguente non più la raggiunge. Questi accozzamenti si manifestano col fragore che per intervalli si ode più forte, prodotto dalla percossa dell'onda sul lido o dalla caduta nello stesso mare.

La risacca si ha ancora quando il mare è commosso da un' onda sorda, che è l'effetto della propagazione delle onde eccitate per qualche lontana burrasca. Se in tale stato del mare sopraggiunge una corrente di vento, e segnatamente se il mare è ristretto, di fondo disuguale, per rocce o scogli in esso dispersi, le onde si rompono, si accavallano, s' innalzano e recano grande travaglio.

A queste irregolarità delle onde per sì fatte cagioni si aggiunge l'effetto dell' ondulazione dell' aria, così detta da Bacone di Verulamio, il quale ne raccomanda nella sua *Historia ventorum* l'attenta osservazione. Indica egli con questo vocabolo le ineguaglianze di forza nello spirare dello stesso vento, per cui soffia a buffate, e resta sospeso o intermesso per intervalli il suo vigore. I mari non ampj, circondati da alte montagne che cingono valli d' irregolare direzione e larghezza, nelle quali si accumulano i vapori che producono i venti, sono soggetti a queste intermittenze di forza dei venti stessi, la quale poi è susseguita da maggiore veemenza, allorchè sprigionandosi escono per angusti seni o gole tra i monti, e per varie direzioni. Altrettanto succede talvolta anche ne' mari grandi per simili combinazioni che si fanno nel seno delle nuvole; giacchè avviene nelle buffate dei venti ciò che accade nello scoppio delle folgori e del tuono che le accompagna, cioè dall' uno all' altro passa quell' intervallo di tempo che basta ad accozzarne i principj. Questo effetto dell' intermittenza del soffiare dei venti, dietro alla quale vengono le buffate e le raffiche, anche in terra si annunzia col rumore che s' aumenta, indi si accheta: ed è assai travaglioso in mare se le intermittenze sono brevi, e le esacerbazioni del vento gagliarde.

Che per la risacca del mare e per le buffate dei venti le onde riescano travagliose ai bastimenti, nessuno può dubitarne. Ma che la legge di questi ritorni si possa supporre costante in ogni mare, golfo o seno, ne' quali le posizioni delle coste e le gole dei monti sono tanto diverse tra loro, e molto più che spieghino il loro maggiore effetto all' ondata decima, non può essere tema di seria considerazione, qualora non si presuma che anche nella varietà e apparente disordine de' movimenti burrascosi dell' atmosfera e del mare vi sia però

un ordine costante di numero e di misura, altro tema di metafisica piuttosto che di fisica contemplazione: ciò che è vero ed è comprovato dall' osservazione dei marini e di quelli che si tengono attenti alla riva del mare agitato da forti onde, è che dopo un certo numero di ondate se ne ode una più rumorosa, e si scorge sollevarsi più delle precedenti. Ma questo numero non è costante nè nello stesso mare spirando venti diversi, nè ne' varj mari, ed ora è il sesto e il settimo, ora il nono o il decimo, o altro numero diverso, perchè sono varie le combinazioni della forza e direzioni dei venti, delle correnti proprie del mare, delle onde sorde e subaque comunicate dai mari più lontani. E cade in acconcio il paragone che trasse Virgilio nella Georgica dalle onde del mare col numero e nomi delle varie specie di viti:

Quem qui scire velit, Lybici velit æquoris idem
Discere quam multæ zephyro turbentur arenæ
Aut, ubi navigiis violentior incidit Eurus,
Nosse quot Jonii veniant ad littora fluctus.

Laonde il *fluctus decumanus*, l' onda decima dei poeti non è altra cosa se non che l'onda che periodicamente ritorna più forte dopo un certo numero di onde minori, nè è astretta al numero di dieci, ma a qualunque altro, ed intanto è detta decima in quanto il *decumanus* appresso i Latini significa, siccome abbiamo avvertito, principale o grande relativamente all' oggetto al quale si applica quell' epiteto.

Corrisponde più al vero, e più consigliatamente i Greci dissero l'onda terza più forte e più travagliosa pei navigatori, e ne formarono il vocabolo di τριχυμία (*trichymia*), il quale letteralmente significa *terza ondata*. Si servì di questo vocabolo Platone metaforicamente in due luoghi. Nel dialogo che ha per titolo l' *Eutidemo*, dove insegue la vanità dei sofisti e de' litigiosi, e l' abuso che fanno e insegnano di fare dell' ingegno, Socrate mostrandosi imbarazzato delle angustie nelle quali si trova per questo genere d' esercizio, dice: Io ancora, o Critone, dappoichè mi trovai in tanta ambiguità di pensieri, esprimevo con ogni sorta di voce le mie preghiere ai compagni, invocandoli come i Dioscuri, affinchè liberassero e me e questo giovinetto da

sì grande burrasca e terza ondata di discorsi. E nel quinto dialogo della Repubblica dopo che Socrate ebbe detto molto intorno alla convenienza che vi sarebbe in un paese per essere ben ordinato, di stabilire l'accomunamento delle famiglie, insorge Glaucone e s'indirizza a Socrate dicendo: Sia pure, o Socrate, come tu dici; ma affinchè ce ne persuadiamo appieno, dimostraci che ciò far si possa, o in qual modo si possa ciò conseguire. Al che Socrate risponde: Ma come mai tu di un tratto fai una tale irruzione nel mio discorso, nè mi concedi pausa nel mio aringo. Non hai tu dunque rimarcato che sono appena uscito da due onde, ed ora mi assali col massimo e più difficile fiotto della terza ondata (*νῦν δὲ τὸ μέγιστον καὶ χαλεπώτατον τῆς τρικυμίας ἐπάγεις*). Proposizione che poi risolve con quella celebre massima, che ciò si può conseguire dove i filosofi regnano, o i regnanti filosofano.

Aristide oratore nella seconda sua Platonica, dove celebra Temistocle per le sue virtù politiche e militari, e ne fa confronto con Milziade dice: « Milziade aveva molto vigore di mente, e portava questa sua dote in ogni amministrazione. Ma Temistocle era sempre circondato da molti affari insieme, un dell' altro più grave, e come si dice per proverbio, passata un' onda, gliene sopravveniva un' altra, e per molte terze ondate usciva vincitore (*διὰ τῶν τρικυμιῶν νικῶν*). »

Luciano nel suo discorso su quelli che, altronde colti e addottrinati, vivono per mercede nelle case dei ricchi, « narrano, dic' egli, costoro le molestie e gl' incomodi che hanno sofferto e che soffrono a guisa di quegli accattoni che stanno alle porte de' tempj col capo raso, le procelle, le trichimie, i gettiti, le rotture degli alberi, le perdite de' timoni per pigliar più danaro: e mentre riferiscono quali burrasche abbiano sofferto nelle case ove stettero, e le trichimie, le pentachimie, e per Giove le decachimie, se così è permesso di dire, tacciono poi per simulato pudore ciò che sapendo molto bene fingono d'aver obliato. » Luciano volendo esagerare, come conveniva al suo oggetto, accrebbe il numero dell' ondata più travagliosa, formando nuovi vocaboli a somiglianza dell' usato di trichimia per rinforzare l'immagine del pericolo e del travaglio, ben conoscendo però che si

scostava dal vero senso della voce di trichimia, e quindi chiedendo la permissione di coniare de' nuovi vocaboli.

Sinesio, vescovo di Cirene, descrivendo ad Eutropio suo fratello il viaggio marittimo che aveva fatto, e i travagli che vi aveva sofferto, così si esprime: «I pericoli delle terze ondate, delle trichimie, ci sorprendevano, trovandosi il mare in grande tumulto; e ciò accade quando cessando il vento l'onde dallo stesso eccitate insieme si abbassano, ma per la grande agitazione concepita col vento stesso contrastano, e a misura che questo s'infievolisce più gagliardamente insorgono». Sinesio descrive con bastante esattezza quell'ondeggiamento che resta in un ampio mare, e che non avendo più contrasto dal vento riesce più elevato, e produce poi un tumulto maggiore se sorge un vento contrario. Indi continua (adduco la versione latina del greco testo): *Nam et aderant trichymiæ mari secum ipso tumultuante. Fit autem trichymia et tempestas, cum desinente vento non item protinus considunt fluctus suapte vi exagitati ab imo maris, utique cum ipsum mare semel impetu a procella concepto, undabundique adeo motus incentivo cum vento prævalente conflictatur, decumbentique vehementius flatui contrario incubitu sese opponit.*

Ora per rilevare il giusto senso della parola greca esprimente la terza ondata, e il travaglio che può soffrirne il bastimento, conviene aver presente che un bastimento galleggiante sull'acqua tranquilla, dotato di sufficiente stabilità, se sia rimosso dallo stato suo d'equilibrio da una forza inclinante, la quale lo faccia sbandare da un fianco, o abbassare a prua o a poppa, allorchè cessa l'azione della forza inclinante, ritorna allo stato suo d'equilibrio, l'oltrepassa, e s'inclina al lato opposto, continuando queste oscillazioni sino a tanto che, per le resistenze che incontra dall'acqua, quel movimento si estingue. Le oscillazioni ai lati diconsi il rullio; quelle da poppa a prua diconsi il beccheggio o *ficcata* del bastimento. Il ritmo di tali oscillazioni dipende dalla figura del bastimento e dalla distribuzione de' pesi sopra d'esso caricati. Importa grandemente che queste oscillazioni siano lente e dolci, senza di che s'imprimono movimenti agli alberi ed ai pennoni che riescono molesti e dannosi pei momenti d'inerzia i quali seguono la ragione duplicata delle velocità. Le oscillazioni di rullio si rendono più lente

trasportando i pesi maggiori alla possibile maggiore distanza dall' asse del bastimento che si estende da poppa a prua passando pel centro di gravità. Le oscillazioni di beccheggio si rendono meno incomode accostando i maggiori pesi all' asse di larghezza del bastimento che passa pel centro di gravità. Tutto questo è nel mare tranquillo o poco agitato.

Quando il mare si solleva in onde, queste hanno un ritmo proprio che si comunica al bastimento: quindi se il ritmo proprio del bastimento non coincide con quello che è proprio delle onde, debbe necessariamente succedere qualche contraccolpo del bastimento coll' onda. Questo sincronismo de' due ritmi d' oscillazione non è agevole da ottenersi con esattezza, nè per verità importa d'accostarvisi, se non che nei casi di ondeggiamento forte e burrascoso. Quindi, secondo le qualità del bastimento col quale si naviga, si può mediante la distribuzione dei pesi regolare il ritmo delle oscillazioni proprie del bastimento a modo che si accosti a quello delle onde che sono più moleste, le misure delle quali sono note dalle osservazioni. Non mi estenderò su questo particolare, bastando questo cenno per l' oggetto presente, e perchè l' argomento porterebbe a calcoli.

Ora per intendere come l' onda terza possa essere travagliosa, suppongasi che il bastimento sia investito da un' onda sul fianco destro, la quale lo faccia rollare, cioè sbandare sul fianco sinistro. Quest' onda passa sotto il bastimento e si forma sul fianco sinistro inclinato, lo preme con forza maggiore, perchè la pressione si esercita per una direzione che si accosta di più alla perpendicolare sul fianco stesso, e agisce per restituire il bastimento all' equilibrio e ad un secondo rullio verso il lato destro. Se il ritmo dell' oscillazione dell' onda non è eguale a quello dell' oscillazione propria del bastimento, e se nell' istante che sta per rilevarsi e fare il terzo rullio, una terza onda vada a percuotere il fianco destro, è manifesto che il terzo rullio si compirà per la forza composta di due cospiranti, e riuscirà più ampio e in conseguenza più travaglioso. Oppure se nell' istante che per le proprie forze il bastimento sta per rilevarsi e per fare il terzo rullio sopravvenga una terza onda al fianco destro pel

ritmo proprio dell' onda, allora succede un contraccolpo violento, pel quale e grande scuotimento avrà tutto il corpo nel bastimento, e molta acqua si solleverà sul fianco per inondare la nave. Queste combinazioni possono aver luogo, quando la differenza dell' isocronismo de' due ritmi d' oscillazione è considerabile. Ecco in qual modo la terza ondata e il terzo rullio possono riuscire molesti, e come ciò non abbia alcun rapporto alla serie numerale delle onde, ma sia sempre la terza nel modo spiegato per quante volte sia ripetuta.

Se poi si considera l'oscillazione del beccheggio, può avvenire che mentre la prua ascende investita da un' onda, essa passi sotto la lunghezza del bastimento, e si formi prima di averla percorsa tutta, e in conseguenza si opponga alla discesa della poppa che dovrebbe succedere contemporaneamente all' ascesa della prua, per lo che succederà un contraccolpo. Ma questo effetto non ha precisamente rapporto all' onda terza, e per altre ragioni non riesce tanto molesto quando il bastimento pel suo carico e per la sua figura, e specialmente quando questa non è molto gonfia sopra la linea d'acqua a poppa, il bastimento riesce, come si dice, leggiero, e si solleva facilmente sull' acqua.

Non essendomi proposto di entrare più a fondo in questo argomento di quello che porta l' osservazione delle due frasi latina e greca rispetto all' onda terza, argomento che non fu dagli eruditi che io sappia abbastanza trattato, parmi d' aver soddisfatto all' intendimento ch' ebbi nell' intraprendere questo Discorso.

SOPRA UN NUOVO USO MECCANICO

DEL RESPIRO

DI

MICHELE ARALDI.

Estratto.

L'autore recando innanzi alcune sue congetture sopra un nuovo uso meccanico del respiro, tocca ed espone le moderne teorie relative al respiro ed al sangue, ed al reciproco loro influsso sopra sè stessi e sulla vita. Rammenta egli l'obbligo che tiene questa parte nobilissima della fisiologia alle scienze chimiche, come quelle che colle loro indagini ed avvertenze mostrarono esistere nell' aria atmosferica quei principj che vagliono, insinuati che siensi per mezzo dei polmoni nel sangue, ad alzare questo fluido alla nobiltà e tempera di fluido vitale. E tra questi principj ottiene luogo in prima la sostanza calorifica; onde l'aria o gas ossigene inspirato ed intromesso nelle più intime parti del polmone vi lascia i principj calorifici, e ne sprigiona il carbonio; ed a questo continuo lavoro vuolsi attribuire la causa del calore animale. Contro questa teoria comunemente ricevuta portò le ripetute sperienze dell' inglese Brodiè, per le quali par si debba ripetere il calore animale dal sistema de' nervi, nè altramente dal respiro. Il nostro socio istituendo sopra di ciò le sue ricerche, ha dimostrato come

tuttavia il calore (e sia pure avvalorato dal sistema nervoso) si debba più concludentemente ripetere dalla respirazione. Quindi si fece ad esaminare la quistione già trita tra i fisiologi: se il sangue debba refrigerio o calore al respiro; stimando di comporla senza dispiacere ad alcuno de' due partiti che sostenesse l'opposta opinione. Col provare che il respiro giova a questi due intenti della natura, compone egli la quistione. Essendo l'uomo provveduto di polmone e di cuore a due ventricoli, la temperatura del sangue si mantiene in lui più alta di parecchi gradi, che non è così negli animali a sangue freddo. Ora mettendosi il circolo sanguigno per mezzo de' polmoni a contatto dell' aria atmosferica, che d'ordinario non agguaglia la sua temperatura, s'induce nel sangue un ragionevole refrigerio, onde non si accenda e passi i limiti del calore ordinato agli usi vitali. Nota come inefficace a distruggere questa teoria l'opposizione di Haller, mettendo innanzi quel filosofo: essere più freddo il sangue che dal polmone si versa per le vene nell' orecchietta sinistra del cuore, in comparazione di quello che vi reca l'arteria polmonare. Il cavaliere Araldi dice che Haller non avvertì al serpeggiamento complicatissimo de' vasellini del viscere, pei quali circola il sangue a rilento, siccome in un labirinto; e coll' indugiarvi ottiene alcun che di raffreddamento: onde nel mescersi poi insieme l'un fluido coll' altro si compensa equabilmente il calore. Per le enunciate considerazioni sopra tali materie, prende il nostro fisiologo occasione di esporre le sue congetture sopra un nuovo uso meccanico del respiro, lo che forma lo scopo della sua Memoria. Egli trae motivo a questa sua disquisizione dalla distribuzione de' vasi e dalla conformazione del nostro corpo, rispettivamente all' azione del respirare. Ammettendosi che gli animali forniti come l'uomo di polmone e di cuore a due ventricoli abbondano di fluido rosso comparativamente agli animali di sangue freddo, parve a lui di poter ravvisare in questa differenza la cagione della diversa temperatura del sangue. Ma più propriamente egli si fa a ragionare in questo modo: Egli immagina che la natura abbia destinato il polmone ad accogliere in un angusto spazio il sangue moltissimo che abbonda negli animali a sangue caldo, al quale però deesi mescere

quell' altro che dall' impulso alterno del cuore viene spinto nella circolazione. D'altronde scegliendosi di ricoverare tutto il sangue necessario agli animali caldi in un sistema vascolare diramato per tutto il corpo, conveniva che la natura variasse la macchina umana, recandola oltre le dimensioni del suo intendimento. Per cessare questo inconveniente formò il polmone talmente contessuto di vasi da contenere il sangue in gran copia, collegò il movimento col circolo generale, raddoppiando la cavità del cuore, e ricorrendo ad una potenza motrice esterna al corpo che cacciasse il sangue per le angustie e gl' inciampi del parenchima polmonare col peso dell' aria atmosferica invitata con perpetua vicenda nel petto al mantenimento della vita. Siccome poi la natura è semplicissima nelle sue operazioni, ha potuto provvedere in uno stesso tempo a molti suoi fini e bisogni indispensabili della vita; forzando quindi il sangue a tragittare il polmone, e mettendolo a contatto dell' aria inspirata, fa che quello ne assorbisca un alimento vitale, e temperatamente le consegna un ingrediente, che, se si moltiplicasse, potria senza dubbio tornare a danno della vitalità.

DELL' ORACOLO DI DELFO

DI

FRANCESCO MENGOTTI.

PARTE PRIMA.

Due sono le opinioni nelle quali si divisero gli storici ed eruditi moderni che trattarono degli Oracoli, e singolarmente di quello di Delfo, come il più celebre di tutti.

Non potendo eglino porre in dubbio ciò che da tutti gli antichi scrittori si afferma, e massime da Strabone, uno certamente de' più esatti e giudiziosi, cioè che quell' Oracolo famoso sia stato ne' suoi vaticinj più di tutti gli altri veritiero, si studiarono, cadauno secondo il lor modo di vedere, di spiegare codesto ben curioso fenomeno (1).

Gli uni, andando per la più breve, e seguendo Origene e parecchi de' primi Padri del cristianesimo, sostennero che tutto in quell' Oracolo fosse incanto, arte magica e vera diavoleria. Apollo, secondo essi, era uno degli spiriti reprobi e maligni, o almeno un folletto o un incubo; il che mostrava egli chiarissimamente, come dicevano, per

(1) Delphico fano majorem honoris partem oraculum comparavit omnium minime fallax existimatum. Strab. Geogr., lib. 9, num. 15.

quel suo genio, un po' strano a dir vero, di entrare nel corpo delle pitonesse, avvegnachè talora sessagenarie (1).

Gli altri, men numerosi, ma più sensati, come il Vandale, il Fontenelle e varj Accademici francesi, si posero a confutar con successo, nè ciò era guari difficile, la prima opinione, e alla medesima sostituirono quella che ora regna comunemente, vale a dire che l'Oracolo di Delfo non fu che un complesso di astuzie, di frodi e di baratterie di que' sacerdoti (2). Apollo dunque, secondo questi, era un bravo giocoliere e un ciurmatore solennissimo.

Ma siccome nè l'una, nè l'altra di codeste opinioni non si può conciliare con un gran numero di fatti, di cui l'antichità ci ha tramandata la memoria, così stimai poter essere prezzo dell'opera il dare una più retta e precisa idea della vera natura ed oggetto d'un Oracolo sì celebrato, e ch' ebbe tanta parte negli avvenimenti più memorabili di una illustre e coltissima nazione, qual fu senza dubbio la greca.

L'Oracolo di Delfo, se mal non m'appongo, era un'istituzione politica intimamente connessa col governo costituzionale della Grecia, e avvedutamente coperta, per darle maggior forza ed autorità, col velo della religione.

Questa vista e ricerca, del tutto nuova, oso credere che possa riuscire in qualche grado interessante, come quella che tende a far conoscere lo spirito e la ragione di molti fatti d'istoria, dei quali non si è potuto scorgere finora la vera causa ed oggetto; e come quella che offre insieme il modo di poter giustamente spiegare e fra loro accordare un gran numero di passi de' più chiari scrittori greci e latini, da Erodoto infino a Plutarco.

Per procedere però con qualche ordine in questo esame io lo dividerò io due parti.

Nella prima mostrerò che la direzione ed amministrazione dell'Oracolo di Delfo, le massime ed i principj da esso seguiti, il tempo e

(1) Omnes dii gentium dæmonia. Vide orig. Fontenelle des Oracl.

(2) Vandale de Oracul. Hardion, Mém. des inscript. et belles lett., t. 3.

le cause della sua cessazione provano pienamente ch' era, come ho detto, una delle principali e più accorte istituzioni politiche della Grecia.

Nella seconda mostrerò che anche le industrie, usate per mantenere nel popolo la fede e la riputazione dell'Oracolo, erano insieme industrie politiche necessarie all' intendimento e al fine che il governo si aveva proposto con quella istituzione.

E per cominciar dalla prima, si sa che la Grecia era divisa in una moltitudine di piccioli Stati, liberi e indipendenti, tutti più o meno armigeri e bellicosi, tutti ambiziosi e cupidi di primeggiare sopra gli altri, e di estendere cadauno il proprio dominio e signoria.

V' erano i Tessali, ch' ebbero sempre fama di eccellenti cavalieri: i Tebani, che tenevano il primo luogo fra i popoli della fertile Beozia: gli Ateniesi, che portarono le arti belle a quell' alto grado a cui forse mai più non giunsero in appresso: i Corintj, che per la loro felice posizione sull' istmo e sopra due mari esercitavano un ricchissimo commercio: i Sicioni, che si gloriavano di esser i più antichi de' Greci, e di aver data la culla a un gran numero di artefici insigni: gli Elei, dai quali si celebravano que' rinomati giuochi olimpici che diedero l'origine e il nome ad una delle epoche più famose della storia: gli Arcadi, che situati lungi dal mare, e quasi nel centro del Peloponneso, conservarono più a lungo la semplicità degli antichi costumi: gli Spartani, che colle loro leggi ed usanze, uniche e singolari, fecero conoscere potersi fare dell' uomo tutto ciò che vuole un accorto e fermo legislatore: gli Argivi, che andavano alteri di aver dato il Capitano alla grande spedizione contro Troja: e i Focesi, dov' era l'Oracolo di Delfo, e i Locresi, e i Megaresi, e molti altri che potevano all' uopo mettere in armi un buon corpo di truppe, e taluni allestir eziandio un notevol numero di navi.

Or questa moltitudine di piccioli Stati, oltrechè per le rivalità e gelosie particolari avrebbero dovuto essere in una perpetua guerra tra loro, sarebbero senza dubbio divenuti per le loro dissensioni ben presto la preda di qualche gran potenza straniera, se non vi si fosse saggiamente introdotto il sistema federativo, per cui ogni Stato era

libero bensì di governarsi in casa propria come più gli piaceva, ma nelle guerre cogli esteri e ne' trattati che interessavano il corpo intiero della Nazione, doveva ognuno dipendere dalla volontà generale.

A quest' oggetto appunto fu istituita una grande Assemblea, o Senato, o Dieta, che voglia dirsi, composta di un certo numero di deputati eletti da ciascheduno degli Stati particolari, e chiamata il gran Consiglio degli Anfizioni: Demostene lo appellava il Tribunale supremo, e Cicerone il general Consesso della Grecia (1).

Forse il governo federativo de' Cantoni Elvetici o degli Stati Uniti di America potrebbe darci una qualche idea di ciò ch' era quello dell' antica Grecia. Dico una qualche idea, poichè ben più tenaci e forti erano gli ordini e le discipline che stringevano il corpo degli Anfizioni.

I membri, o deputati delle città rispettive, nell' atto di essere ammessi all' Assemblea, prestar dovevano un giuramento solenne, accompagnato dalle più orrende e spaventevoli imprecazioni, col quale si obbligavano di mantenere l'Oracolo di Delfo e gli Stati della Grecia, finchè però si conservavano questi uniti e fedeli alla confederazione. Ma se taluno si fosse per avventura distaccato dalla lega, giuravano di condannarlo all' onta ed all' esecrazione, e di perseguitarlo fino all' ultimo eccidio; il che ben si scorge diretto a rafforzare con vie più saldi legami l' alleanza generale, nella qual sola era riposta la salvezza della Nazione.

Eschine nell' aringa contro Demostene, e in quella contro Ctesifonte ci ha conservata la formola di questo terribile giuramento.

Ho detto che promettevano eziandio di mantenere l'Oracolo di Delfo, perchè non era di fatto che uno stromento politico degli Anfizioni. Nato con essi, e diretto da loro, egli non rispondeva che ciò ch' era stato prima nel consiglio discusso e deliberato, come si vedrà meglio in appresso.

Nei Romani non vi furono, è vero, gli oracoli propriamente detti, nè gl' indovini, ma ebbero però anch' essi un equivalente ne' loro

(1) M. de Valois, Mém. des inscript., etc., tom. 7.

Libri sibillini, i quali, quantunque sia certo che non esistettero mai, come credeva Cicerone, pure fingevasi di consultarli ne' casi difficili e nelle pubbliche calamità, siccome in tutti gli altri affari nulla si moveva in Roma senza che s' interrogassero gli Auspici e gli Aruspici, i quali, come ben si sa, rispondevano sempre secondo quello che aveva prima deciso il Senato (1).

Or per dirigere l' Oracolo di Delfo con quella circospezione e segreto che si convenivano, v' era nel Senato anfizionico una particolar *Commissione*, composta dei personaggi più riputati e distinti fra gli Anfizioni, che si chiamavano gli *Jeromnemoni*, e ch' erano peculiarmente incaricati dell' amministrazione del tempio, della disciplina e polizia dell' Oracolo, non meno che delle necessarie comunicazioni coi sacerdoti e colla Pizia, a fine di configurar le risposte secondo le deliberazioni dell'Assemblea. Codesti membri rispettabili erano pure i Presidenti del Senato anfizionico.

E quest' appunto è il motivo per cui gli Anfizioni risedevano usatamente in Delfo, a riserva che alcuna fiata, se v' aveva timore di qualche straniera invasione, si recavano alle Termopili, onde vegliare alla difesa di quella gola o stretto geloso, ch' era il solo che aprisse dalla banda di terra un varco per entrare in Grecia; ma nel resto facevano, come ho detto, gli Anfizioni il loro soggiorno in Delfo, per essere più a portata di regolare l' Oracolo secondo le circostanze e le mire politiche del Consiglio.

E questo è pur il motivo per cui l' Oracolo e Delfo stessa non appartenevano ad alcuno Stato particolare, ma bensì al Corpo intero della Nazione o sia alla Confederazione generale. Se uno degli Stati della Lega avesse avuta la suprema giurisdizione di Delfo, avrebbe potuto coll' autorità e forza sua locale influir sulle deliberazioni del Consiglio e sulle risposte dell' Oracolo. Gli Anfizioni non sarebbero più stati del tutto liberi nell' esercizio dell' alte loro funzioni, o almeno si avrebbe potuto sospettare che non lo fossero; il che solo

(1) Sibyllam quidem sepositam et conditam habeamus, ut . . . injussu senatus ne legantur quidem libri, etc. Cic. De Divinitat., lib. 2, cap. 54.

avrebbe bastato a far perdere ne' confederati quella piena fiducia e deferenza che avevano ne' supremi loro giudizj e decreti.

Or parimente si comprende la ragione d'un fatto che viene indicato da Diodoro, quello cioè che v'era sempre in Delfo un corpo di truppe stabili, con armi e bandiere lor proprie, che si chiamavano i *Tracidi*.

Fra le incongruenze che s'immaginarono per ispiegar questo passo, si è pur detto dai moderni che codeste bande di soldati non potean essere che i satelliti coi quali i sacerdoti proteggevano le loro frodi e mariolerie.

Ma oltrechè le ispezioni di questi si limitavano ai soli sacrificj ed alle interne cerimonie, avendo già noi veduto che tutta la direzione e l'amministrazione del Tempio e dell'Oracolo appartenevano di pien diritto agli Anfizioni, com'è possibile che in una città, qual era Delfo, la più ricca di tutte pei tesori che vi erano raccolti, la più forte d'ogni altra pel sito, dopo le Termopili, la più frequentata e ridondante di forestieri d'ogni nazione, o devoti, o curiosi, o furbi ed esploratori de' Principi, greci e non greci; nella residenza e sulle soglie stesse del Supremo Consiglio nazionale, da cui si discutevano e si decidevano gli affari più gravi e più eminenti; ne' secoli i più illuminati, quelli di Solone, di Pericle, di Demostene, com'è, dico, possibile si permettesse che vi fossero in Delfo soldatesche dipendenti dall'arbitrio di alcuni arditi profetizzanti, i quali avrebbero tenuto schiavo o ligio del loro volere il Corpo più augusto ed autorevole della Grecia, ed insieme il più sollecito, come vedremo, e geloso della sua primazia?

I Tracidi erano, non v'ha dubbio, mantenuti a spese della Confederazione per decoro e sicurezza del Senato anfizionico, e nel medesimo tempo per guardia dei tesori del Santuario, i quali appartenevano a tutta la Nazione.

Non men chiaramente s'intende ora il perchè nella conflagrazione di quel celebre tempio avvenuta nell'olimpiade cinquantottesima, che risponde al principio del terzo secolo di Roma, tutti i ricchi tesori che si sono potuti salvare dall'incendio furono distribuiti e dati in custodia alle città confederate, le quali avevano la comproprietà di Delfo e dell'Oracolo.

La gran conca d'oro, che stavasi appesa alle pareti del tempio a mano destra della porta d'ingresso, fu messa in deposito nel tesoro de' Clazomenj (1).

L'altra conca d'argento, molto più grande della prima, come quella che avea la capacità di più di cinquecento anfore, cesellata, istoriata, opera pregevole di Teodoro di Samo, la quale vedevasi alla sinistra da chi entrava nel tempio, fu collocata nell'erario pubblico di Corinto (2).

Il famoso leone d'oro, del peso di secento libbre, ch'era stato donato all'Oracolo da Creso, e che caduto a terra per l'incendio era stato ritirato dalle fiamme un po' guasto, fu similmente riposto nel tesoro de' Corintj (3).

Le due gran vasche o lavamane, una d'oro, e l'altra d'argento, e il fanciullo d'oro che gettava l'acqua furono dati in custodia agli Spartani, e ai medesimi eziandio fu consegnata la bella statua d'oro di Apolline. La detta statua ed anche il putto versante l'acqua or ora menzionato erano stati appunto, come sappiamo da Erodoto, dedicati all'Oracolo dagli Spartani (4).

Le superbe quadrighe d'oro che si ammiravano sull'alto frontespizio del tempio, come narra Giustino, quelle medesime che rimesse poscia a suo luogo nel nuovo tempio, venivano mostrate, due secoli dopo, col dito e col braccio teso, da Brenno a' suoi Galli per infiammarli colla vista di sì ricco bottino all'assalto di Delfo, nel quale per altro quell'ardito avventuriero rimase sconfitto, e vi lasciò la vita (5); quelle

(1) Duas grandi forma pateras auream argenteamque, quarum aurea intrantibus templum ad dexteram posita erat, argentea ad sinistram. Herod. Hist., lib. 1.

Patera aurea in Clazomeniorum thesauro posita. Id. ib.

(2) Argentea . . . sexcentarum amphorarum capax, in quam miscebatur vinum a Delphis theophaniæ festo. Id. ib.

(3) Fecit quoque leonis effigiem ex auro excocto, decem talentorum pondo, qui leo dum templum Delphicum deflagravit . . . . . in Corinthiorum thesaurum repositus est. Herod. Hist., lib. 1.

(4) Aquinitraria duo aureum argenteumque . . . . . , verum puer, per cujus manus fluit aqua, Lacedæmoniorum est.

Simulacrum Apollinis, quod nunc positum est apud Laconicam in Thornace. Id. ib., num. 51.

(5) Brennus ad acuendos suorum animos, prædæ ubertatem manibus ostendebat, statuasque cum quadrigis, quorum ingens copia procul visebatur, solido auro fusas esse, etc. Just., lib. 24, cap. 7.

quadrighe dico, e il grande scudo d'oro che ne' dì solenni si esponeva nell' atrio (1), e il turibolo pur d'oro, insigne per la squisitezza dell' arte (2), e così pure una gran quantità di altre statue d'oro e di argento, di vasi, di armature, di zone, di corone giojellate (3), oltre cento e diciassette quadrelli d'oro massiccio, quattro di color giallo, e cento e tredici di color biancastro (4); tutti codesti oggetti di un valor inestimabile, come quelli, nella maggior parte de' quali la materia era vinta dal lavoro, furono distribuiti e posti in serbo parte in Atene, parte in Tebe, parte in Larissa, e in Sicione, e in Argo, e in Megalopoli, e in altre città che avevano voto nella dieta nazionale anfizionica, e ch' erano quindi signore o, per dir meglio, consignore di Delfo e dell' Oracolo.

Questa compadronanza si comprova eziandio vie maggiormente dalla riedificazione del Tempio, la quale fu eseguita a spese comuni delle Città greche, secondo il numero de' deputati ch' esse avevano dritto di mandare al gran Consiglio generale (5).

Le condizioni e i capitoli dell' impresa furono stabiliti dagli Anfizioni, e si sa che l' imprenditore, il quale era un ricchissimo cittadino

(1) Quin etiam in vestibulis templi apud Delphos clypeus visitur aureus ingens, etc. Herod. Hist. Melpom., seu lib. 4, num. 93.

(2) Evelthon, qui Delphis dedicavit thuribulum spectaculo dignum, etc. Id. ib., num. 162.

(3) Tercentum sexaginta phialas aureas, quarum singulæ duas minas habebant. Diod. Sic. Hist., lib. 16, cap. 56.

Diodoro parla, è vero, in questo luogo della celebre rapina di Faillo, audace e sacrilego espilator del tempio all' epoca della seconda guerra sacra, ma ciò dimostra l'immensa quantità de' vasi d'oro che vi erano.

Fusilia ex argento orbiculata, mulieris simulacrum tricubitale . . . uxoris suæ monilia a collo pendentia, ac zonas, etc. Her. Hist., lib. 51, dove parlando de' doni ricchissimi fatti da Creso all' Oracolo, ne accenna molti altri, come nella citazione che segue.

(4) Misit præterea dolia argentea quatuor, quæ in Corinthiorum thesauro sunt collocata. Herod. Hist., lib. 1, num. 51.

Et præter argentum immensam vim auri dedicavit, posuitque, cum alia, tum vero, quod præcipue mentione dignum est, pateras aureas numero sex, pondo triginta talentorum. Id. ib. de Gige, num. 14.

Dimidiatos lateres conflavit, numero centum decem septem, quorum quatuor erant auri excocti, singuli pondo duorum et dimidii talentorum, cæteri vero auri albidi, pondo binûm talentorum. Her. Clio, sive lib. 1, num. 50.

Diodoro però fa che i quadrelli d'oro massiccio fossero cento venti.

Phaillus enim aureos lateres CXX a Cræso Lydorum Rege donatos, binûm talentorum pondere, ad monetæ usum conflavit. Diod. Sic. Hist., lib. 16, cap. 56.

(5) Herod. Clio, sive lib. 1.

ateniese, non solo satisfece con esattezza ai patti del contratto, ma vi aggiunse del proprio, coll' assenso degli Anfizioni stessi, una magnifica facciata di marmo Pario, quella medesima che si vedeva pur anco, abbenchè più ormai l' Oracolo non esistesse, come dirassi a suo luogo, ai tempi di Pompeo e di Cicerone.

Ma una prova ancor più luminosa del sovrano diritto e potestà che la Nazione intera si avea riservato sopra Delfo e l'Oracolo è la prima guerra sacra che fu intimata per decreto degli Anfizioni e proseguita con grande ardore contro i Crissesi (1).

Vicini questi popoli a Delfo, ricchi ed ambiziosi, dicevano che quella sacra città giaceva nel loro distretto, e quindi pretendendo di esserne i signori territoriali e legittimi, si erano di essa e dell' Oracolo per sorpresa impadroniti.

Ma gli Anfizioni, ritiratisi alle Termopili, chiamarono tosto i confederati a dare il loro contingente di truppe, e raunato un esercito ed eletti i Capitani e i Consiglieri, fra i quali vi fu anche Solone, attaccarono con tal fierezza i dissidenti Crissei, che ne presero una tremenda e memorabile vendetta, colla distruzione totale di Crissa e di Cirra, e coll' esterminio di tutti gli abitanti d' ogni età e d' ogni sesso; il che si è fatto non tanto per rispetto della religione, quanto per punire in essi un delitto di stato, una fellonia commessa nel separarsi dalla confederazione, un usurpo del supremo potere nazionale, un sovvertimento della costituzione, colla quale l' Oracolo aveva un così stretto rapporto, che n' era quasi l' organo principale. Egli è appunto perciò che fu portata la vendetta a quel punto terribile a cui poteva essere spinta, secondo il giuramento che prestar dovevano gli Anfizioni, come abbiamo veduto.

Dunque l' antichità del Consiglio anfizionico e dell' Oracolo, l' uno de' quali nacque insieme coll' altro; l' oggetto importante di rendere, per bocca del Nume, più rispettabili e come sacre le deliberazioni di quell' augusto Consesso; il dominio di Delfo riservato alla Confederazione; la direzione e polizia del Santuario appartenente agli

(1) Pausan. in Phoc. Strab. Geogr., lib. 1.

Anfizioni; il corpo di truppe permanenti in Delfo, e destinate alla guardia congiuntamente del Senato e del Tempio; i tesori dell' Oracolo risguardati sempre e ritenuti come proprietà nazionale; il riparto e deposito di essi, nel caso d' incendio, appresso tutte le città condomine che avevano voto nel Consiglio; la riedificazione del Tempio a spese comuni della Nazione; la guerra finalmente intrapresa per sostenere questi diritti e per punirne acerbamente i violatori, tutto ciò induce a credere, s' io non m' inganno, che l' Oracolo di Delfo era, come si è detto, un' istituzione politica avente un intimo legame col Governo federativo e costituzionale della Grecia, sicchè, a malgrado di tanto aggruppamento di cose, di congetture e di opinioni, mi sembra che ora già cominci a svilupparsi il vero, in quella guisa, direi quasi, se il trivial paragone mi fosse concesso, che si svolge una matassa scarmigliata, qualora lo smarrito capo dell' accia si rinvenga.

Ma questa presunzione, che altro non vo' per ora chiamarla, diverrà ben presto, come spero, una prova evidente, considerando alle massime ed ai principj sempre professati dall' Oracolo, principj e massime ch' erano appunto quelle medesime che dirigevano il Consiglio degli Anfizioni.

L' oggetto primario del Senato anfizionico era quello d' impedire, come già si è accennato, che qualche gran potenza straniera ponesse il piede in Grecia e se ne impadronisse.

Dissi oggetto primario, perchè non era molto difficile di mantenere con arte un certo equilibrio fra gli Stati della Confederazione, facendo sorgere gli altri, o la maggior parte di essi, contro quello che tentasse d' ingrandirsi a spese de' collegati; e perciò venne la volta che ora Sparta, or Atene, ora Corinto, ora Tebe aspirarono a vicenda al primato ed alla signoria della Grecia, ma dovettero poco stante dimetterne l' ambizioso pensiero, poichè se uno di loro rendevasi più potente di ciascheduno degli altri Stati, singolarmente ed isolatamente presi, era però di gran lunga inferiore alla forza di molti uniti, come un gagliardo atleta può superare ogni altro a corpo a corpo, ma riman vinto ed oppresso da uno stuolo che ad un tempo l' assalga.

Ma ben diverso era il caso di una gran potenza straniera, giacchè avrebbe tosto disciolta e distrutta la Confederazione, come quella che sola poteva opporre colle unite forze una resistenza, e quindi sarebbe stato imposto a tutti senza risorsa il giogo della servitù.

Perciò tutte le sollecitudini, tutte le cure degli Anfizioni erano rivolte ad allontanar dalla Grecia le armi straniere. Or veggiamo se l'Oracolo ebbe le stesse mire.

Ciro, dopo aver soggiogati i Medi, dilatava rapidamente nell'Asia le sue conquiste.

Il Re della Lidia, Creso, vano degl' immensi suoi tesori, che passarono in proverbio, meditando di arrestare i passi vittoriosi del Monarca Persiano, consultò l'Oracolo di Delfo, se dovea dichiarargli la guerra.

Gli Anfizioni ben sapevano che i Lidj, avendo col commercio e colla lunga pace ammassate grandi ricchezze, divenuti erano molli, come avviene, voluttuosi ed effeminati.

Eravi tra essi l'usanza singolare che le zitelle di ogni condizione potessero prostituirsi coll' onesta intenzione di farsi la dote, e si sa che senza bisogno di un lungo noviziato diventavano tutte così perite in quest' arte di accattar la dote, arte non perdutasi del tutto nemmen fra noi, che poche di loro rimanevano senza marito; se non che le men belle doveano attendere un po' più a lungo il pio e sensitivo cittadino che le dotasse (1).

Ma s' egli è chiaro per una parte che in nessun paese non fu mai più opportuna la bellezza, un così dissoluto costume dall' altra dovea render i Lidj, com' erano in fatto, dediti all' effeminatezza ed al libertinaggio, alieni dallo spirito guerriero, incapaci di sostener la fatica e la disciplina militare, e molto meno di resistere ai Persiani, gente allora povera, dura, avvezza agli stenti, bellicosa, fiera pei primi successi, condotta da un gran Capitano.

Or prevedendo il Consiglio anfizionico che Ciro sarebbe rimasto vincitore, e che occupata la Lidia, la quale serviva di barriera alla

(1) Lydorum enim filiæ omnes meretricantur, atque hoc quæstu tantummodo dotem colligunt, donec nupserint, etc. Herod. Clio, num. 93.

Grecia, avrebbe potuto quel conquistatore rivolgersi contro di essa, non solo fece che l'Oracolo dissuadesse Creso dal suo imprudente e mal concepito disegno, ma operò che Solone, il qual era, o stato era uno degli Anfizioni, e che aveva già una gran fama di prudenza nelle cose di stato, si portasse alla Corte di Lidia sotto altri pretesti per indurre il Re a desistere dall' impresa.

Ma nè l'autorità dell' Oracolo, nè le rimostranze di Solone, nè i consigli di Sandonide, altro filosofo e uomo di stato riputatissimo, hanno potuto vincer la boria e la pazza presunzione di Creso. Egli volle la guerra, fu sconfitto a Timbrea e perdette il trono (1).

So che fu detto da taluno, per escusar Creso, essere stata la risposta dell' Oracolo ambigua e di doppio senso; ma so ancora che di codeste ambagi e giuochi di parole ne furono inventati d' assai dagli scrittori per far mostra d' ingegno, come fu di quel famoso verso dato a Pirro, che significava del pari, lui poter vincere i Romani, e i Romani lui:

Ajo, te, Æacida, Romanos vincere posse.

il qual verso Cicerone prova con una folla di ragioni essere stato falsamente appiccato all' Oracolo, e perchè Apollo non parlò mai latino, e perchè non se ne trovava traccia in alcun autore greco, e perchè al tempo di Pirro non rispondeva più in versi, e perchè Pirro non era uomo di lasciarsi beffare con bisticci ed indovinelli, e perchè si sapea con certezza che quel verso era stato immaginato da Ennio (2).

Ma ritornando a Ciro, verso cui stavano allora rivolti tutti i pensieri degli Anfizioni, aveva egli affidato ad uno de' suoi favoriti, nomato Paccia, i tesori di Creso per trasportarli in Persia.

L' infido cortigiano erasene fuggito con una gran parte di essi a Cuma, dov' era stato lietamente accolto un ospite sì dovizioso.

(1) Hæc locutus non tamen Cræsum flexit. Herod. Hist., lib. 1, num. 72.

(2) Quis enim est, qui credat, Apollinis, ex Oraculo Pyrrho esse responsum? *Ajo, te, Æacida, Romanos vincere posse.* Cic. de Divinat., lib. 2, cap. 56.

Or avendo chiesto Ciro con serie minacce il fuggitivo e le ricchezze portate seco, insorse un grave contrasto nel Senato di Cuma; poichè i più savj, ch' erano i pochi, dicevano, non esser prudente l' esporsi ai mali di un assedio pel solo riguardo di un avventuriere, quand' anche fosse di gran lunga più ricco. All' incontro i giovani ed arditi, ch' erano i più, e che avevano forse assaggiato l' oro di Paccia, sostenevano, non doversi per qualunque rispetto in una città libera, qual era Cuma, mancare alla data fede, alla religion dell' asilo ed alla riconoscenza dovuta ad un ospite generoso che aveva voluto preferir Cuma a tante altre, e renderla la più opulenta città della Grecia.

In questo conflitto di opinioni si convenne di mandar deputati all' Oracolo, e un certo Aristodico, che era il protettore più ardente di Paccia, e che aveva un forte partito in Cuma, ottenne di andare alla testa della Deputazione per interpellar egli stesso la Pizia.

Giunto a Delfo, e fatta la dimanda all' Oracolo se dovevano i Cumei restituir l' ospite Paccia, gli Anfizioni, che ben conoscevano le conseguenze, le quali derivar potevano da quel passo sconsigliato, fecero rispondere con fermezza all' Oracolo che tosto aderissero alle inchieste di Ciro.

Ma il maligno Aristodico avendo veduto che un gran numero di tortorelle dimoravano nel Tempio, senza che alcuno ardisse molestarle, si pose furiosamente ad inseguire que' mansueti ed innocenti uccelli, ed a strappare e calpestarne i nidi.

Essendosi allora udita una risonante voce, che diceva esser temerario colui che violava l' asilo del Tempio, Aristodico rispose con ischerno: Perchè dunque mi consigli, o Apollo, di abbandonar un misero, a cui ho dato asilo in Cuma? Ma l' Oracolo, non curando il petulante sarcasmo del beffardo deputato, replicò con tuono minaccioso: Empio, tu perdi la patria e te stesso se non obbedisci. I Cumei consegnarono Paccia, e furono salvi (1).

Il grande oggetto degli Anfizioni, che interessava tutta la Confederazione, quello era di non offendere in alcuna maniera Ciro, che

(1) Herod. Hist., lib. 1.

trovavasi allora nel colmo delle sue conquiste, e di non dargli pretesto, non che giusto titolo, come stato sarebbe questo, di cominciar a rivolgere le sue armi contro i Greci.

Gli esempj si affacciano in folla, ma io non posso che toccarne qualcuno.

Ippia teneva il principato in Atene, come fatto avevano prima di lui Pisistrato ed Ipparco, l' uno padre suo, l' altro fratello.

Quand' ecco gli Anfizioni essendo venuti a scoprire col mezzo dei loro confidenti, che Ippia per mantenersi nella signoria d'Atene aveva segrete intelligenze colla Corte di Persia, fecero che l' Oracolo in tutte le risposte che dava agli Stati e Città greche, le quali mandavano a consultarlo, terminasse sempre coll' invettiva, *cacciate i tiranni d'Atene.*

Maravigliati tutti erano di ciò, e tanto più che nell' interno aveva ogni Stato la facoltà di darsi, come si è detto, quel governo che più gli piacesse.

Mossi nulladimeno gli Spartani ed altri popoli dall' incessante invito dell' Oracolo, che diveniva un comando, unirono le loro forze contro Ippia, e lo cacciarono da Atene.

Il suo rifugiarsi in Persia, e le accoglienze ed onori singolari ricevuti da quella Corte fecero allora palese a tutti, quanto avesse ragion l' Oracolo di allontanare un nemico che nutriva perfidamente nel seno disegni perniziosi al riposo ed all' indipendenza di tutta la Grecia (1).

Affascinato da consimili ambiziose idee, Demarato, uno de' due Re di Sparta, soffrir non potendo di vedersi per le leggi di Licurgo un compagno sul trono, e la sferza degli Efori alzata su tutti due, teneva egli pure occulte pratiche co' Satrapi persiani e collo stesso gabinetto di Susa, invitando Dario ad invadere la Grecia, e promettendo di unirsi a lui colle truppe spartane.

Istrutti d'ogni cosa gli Anfizioni, che non chiudevano mai gli occhi su questo punto, pensavano al modo di apporvi un riparo; ma ciò era per molti rispetti dilicato e malagevole.

(1) Meurs. in Pisistr. Herod. Hist., lib. 2, num. 78.

Alla fine si accordarono nel ripiego di far che l' Oracolo lo dichiarasse illegittimo ed incapace, per le leggi stesse di Licurgo, di seder sul trono di Lacedemone (1).

Demarato cacciato da Sparta ritirossi in Persia, dove, meglio ancora che Ippia, fu orrevolmente e generosamente accolto e trattato, la qual cosa fa chiaramente conoscere che non sarebbe mai divenuto spurio se non si fosse scoperto amico de' Persiani.

Lo stesso si dica di quel famoso intrigator di Lisandro, ch' avea però di molte virtù, di Giasone Principe di Tessaglia, più audace e men valoroso di quello, e di altri, ai quali l' Oracolo, benchè avessero tentato di farselo benevolo con piaggiamenti e con doni, si mostrò sempre, fino alla lor morte, corrucciato ed avverso, non per altro, se non perche que' cittadini, pronti di porre a soqquadro tutta la Grecia, coll' ajuto anche dell' armi straniere, per appagar la smisurata loro ambizione, avevano giustamente eccitata negli Anfizioni l' inquietudine e la gelosia di stato (2).

Ma finalmente tutte le cure del Senato anfizionico evitar non poterono che Serse non risolvesse di assalir la Grecia, in persona, con due formidabili armate, una terrestre, e l' altra marittima.

Che farà in così scabroso emergente la Pizia? Qual consiglio sarà ella per dare alle città, che sbigottite per l' imminente pericolo mandano a consultarla?

Ma essa saprà ben trarsi d' impaccio coll' ajuto degli Anfizioni, i quali già sapevano e conoscevano di lunga mano i grandi e straordinarj apprestamenti che si facevano in Persia, e l'oggetto di essi (3).

Oltre ciò il solo viaggio, da Susa in Grecia, di un esercito immenso di soldati, e di un altro non meno strabocchevole di cortigiani, di musici, di mimi, di cuochi, di pastellieri, di unguentarj, di profumieri, di bagnajuoli e di quelli che portavano l' acqua del fiume Coaspe, di cui solamente bevevano i Re, quand' anche andati fossero agli ultimi confini della terra, e quelli che conducevano l' immenso

(1) Denina, Istoria della Grecia, tom. 2, lib. 5, cap. 3.

(2) Den. Ist. della Grecia, tom. 3, l. 12, c. 2.

(3) Herod. Hist., lib. 8.

vasellame e le stoviglie d'oro e d'argento di quella Corte voluttuosa, e le concubine col loro infinito attiraglio muliebre, e l'innumerabile corteggio de' satrapi, ognuno de' quali affettava la pompa e il fasto di Re, tutto questo enorme e mostruoso convoglio di tante genti d'ogni condizione, d'ogni grado, e di tante cose di necessità, di comodo, di piacere, di capriccio, di sfrenato lusso e di esquisita delizia non potea trasportarsi da Susa e da Persepoli in Grecia, senza impiegarvi molti mesi.

Avevano dunque avuto il tempo gli Anfizioni di pensare agli espedienti ch' esser vi potessero per salvar la patria in sì duro cimento e periglioso frangente.

Fecero prima di tutto con segrete insinuazioni allestire agli Ateniesi duecento navi, ed un altro buon numero di esse ai confederati che avevano una marina.

Poi tre furono le provvidenze adottate: difendere il passo delle Termopili fino agli estremi: ritirar tutti gli abitanti delle città e delle campagne ne' monti scoscesi: far montar sulle flotte la gente più atta all'armi e al remigare. Perciò Apollo diede a tutte le città queste risposte, chiamando le navi, secondo lo stile poetico e figurato dell'Oracolo, le case di legno.

E, a dir vero, erano molto sagge ed accorte cotali misure. Perciocchè nell' angusta forra o stretto delle Termopili da poca gente risoluta si potea per qualche tempo arrestare una grande armata, e far che vi si spezzasse il primo impeto di essa, come fa il flutto in uno scoglio. E il disertar il paese aperto e non difendevole, che giace fra la catena del monte Oeta e l'istmo di Corinto, toglieva all' immenso esercito nemico la sussistenza. Che se poi la flotta, che lo nudriva per mare, fosse battuta o dalle tempeste, o dal valor de' Greci, che avean molta perizia nella nautica, doveano precipitosamente i Persiani ritirarsi, per non perire di fame.

L' eroica difesa delle Termopili, e le immortali vittorie di Salamina e di Platea giustificarono i consigli degli Anfizioni e le risposte dell' Oracolo (1).

(1) Cornel. Nep. in Themistocle. Herod. Hist., lib. 8.

Ma più difficile ancora era il partito da prendersi rapporto all'Oracolo stesso e ai tesori del Tempio; perciocchè la maggior parte delle città e del popolo andavano dicendo, che tesori così preziosi, i quali si paragonavano a quegli stessi del Re di Persia, salvar si doveano dalla rapina e dal sacco o col trasportarli in luoghi alpestri ed inaccessibili, o col seppellirli di soppiatto, e profondamente, sotterra.

E sempre più si alzavano queste voci a misura che si andavano i barbari avvicinando, poichè si spargeva la fama, ed era verissimo che incendiavano tutti i paesi e i templi che incontravano in sul cammino (1).

Ma gli Anfizioni ciò nondimeno, dopo lunghi dibattimenti, ordinarono che si lasciasse il Tempio com'era, e fecero rispondere all'Oracolo: *che il Nume penserebbe a sè stesso.*

Nè certamente poteva prendersi un partito migliore in tal frangente. Il nascondere i tesori non avrebbe fatto ch'esacerbar vie maggiormente i Persiani, ed incitarli a distruggere il Tempio e tutta Delfo.

Inoltre non vi sarebbe stato modo di occultarli con effetto, poichè si sa da Erodoto, che molti fra i Greci, anche in Delfo stessa, per acquistar la grazia del più potente e ben venuto, come accade in tali casi, avevano già dato a Serse un minuto dettaglio di tutti gli oggetti che vi erano nel Tempio, e stavano intenti e fissi a che di quelli se ne facesse (2).

Oltre a ciò potevasi sperare che l'Oracolo fosse per essere rispettato da Serse; poichè sapevasi che egli aveva bensì distrutti nel suo passaggio tutti i templi delle città greche nell'Asia minore, ma che avea però risparmiato quello di Diana in Efeso, a riguardo della sua magnificenza e celebrità. Questa notizia ci fu conservata da Strabone (3).

Ora l'Oracolo di Delfo, e per l'alta riputazione che avevasi acquistata in tutta la terra, e per la grandiosità e bellezza del superbo

(1) Omnia, quæ nacti sunt, igni ferroque vastarunt. Urbes etiam ingressi ignem in sacras ædes injecerunt. Herod. Hist., lib. 8, num. 33.

(2) Xerses omnia, quæ in eo templo erant memoratu digna, melius norat, ut ego audio, quam quæ in cubiculis suis reliquerat, permultis assidue referentibus, etc. Herod. Hist., lib. 8, num. 33.

(3) Oraculum Didymæi Apollinis in Branchidis incensum est a Xerse, sicut alia omnia templa, præter Ephesium. Strab. Geogr., lib. 14.

edifizio, e per lo splendor de' doni regali, e per esser l'emporio dei capi d'opera degli artefici più famosi, sorpassava per molti rispetti anche quello di Diana; sicchè probabil era che il Monarca Persiano non volesse, col distruggerlo, comparire un barbaro e nemico di tutte le arti, e tirarsi con ciò addosso il disprezzo e l'esecrazione di tutte le genti (1).

Finalmente in ogni caso si poteva tentare di guadagnar coll'oro, mediator sempre eloquente ed efficace, il Capitano di quel corpo staccato di truppe, che costeggiando sulla diritta il monte Parnaso approssimavasi a Delfo; giacchè il nerbo dell'esercito persiano condotto da Serse in persona, superate le Termopili, si sapeva di certo che marciava direttamente contro Atene (2).

Or se, o per un religioso riguardo de' soldati, o per un ordine particolare di Serse, o per la compra connivenza del condottiere, o per qualunque altra cagione fosse avvenuto, com'era probabile, che rimanesse inviolato il Tempio, consideravano gli Anfizioni che l'Oracolo, oltre la propria salvezza, sarebbe salito a tal grado di rinomanza e di venerazione, che non avrebbe mai più temuto di perdere l'incontrastabil sua preminenza e maggioría sopra tutti gli Oracoli della terra. Quest'appunto è ciò che avvenne: i Persiani passarono senza toccarlo (3).

O singolar e meravigliosa combinazione, che tutte le Pitonesse, o venir si facessero di Creta, come piace a taluno, o si traessero dalle donne di Delfo, o giovinette fossero e pubescenti, o vecchie ed appassite, tutte avessero una gran perizia negli affari di stato, tutte conoscessero, quanto si può meglio, i segreti disegni e i maneggi delle corti, tutte seguissero sempre le stesse massime e principj di governo, tutte si regolassero nei casi più difficili col maggior accorgimento, tutte avessero in somma l'avvedutezza e il senno che conviene ad un Senato composto di uomini i più esperti, e nella politica prudenza i più consumati!

(1) Oraculum Delphicum antiquitus fuisse cultum, cum thesauri demonstrant a populis apparati... et opera artificum præstantissimorum, tum Pythicum certamen, etc. Strab. Geogr., lib. 9, num. 15.

(2) Herod. Hist., lib. 8.

(3) Id. ib.

Chi dirà ora che l'Oracolo non era guidato dal Consiglio anfizionico? Ma nulla più apertamente, a mio avviso, dimostra quello che ho detto, quanto ciò che ottenne, e non ottenne Filippo.

Quel Re, che non saprei se dir si debba più astuto o più valoroso; che di un picciolo Stato, ch' egli aveva ricevuto in retaggio, fece una grande e forte Monarchia; che lasciò tutto bell' e preparato ad Alessandro per la conquista dell' Asia, Filippo, per più di venti anni si affannò, si arrabattò, crucciossi, si morse per non poter mai por piede in Grecia, pensiero vivo e mordace, che lo inseguiva ognora, e lo pungeva o fosse in Tracia, o nell' Illirio, o in Macedonia, ed o a mensa si trovasse, o in teatro, o nel talamo stesso.

Il Consiglio degli Anfizioni e l'Oracolo, sempre vigili e sospettosi, gli chiudevano tutte le strade, ch' egli cercava pure di aprirsi colle armi, per entrare in Grecia.

Lungamente respinto e scornato, come quello che sagacissimo uom era, vide che conveniva cangiar di piano, e guadagnare a qualunque prezzo il favore e la maggiorità degli Anfizioni. Così si sarebbero aperte da sè stesse, e senza stridere, le porte delle Termopili, così avrebbe cangiato di linguaggio Apollo.

Or dunque si pose con larghi doni e promesse ancora più larghe a farsi di molti amici e fautori nel Consiglio anfizionico, tra i quali fu Eschine, uno dei Deputati ateniesi, orator facondissimo, l'emulo di Demostene; sicchè mentre questi tuonava dalla tribuna in Atene contro quel Principe scaltro ed ambizioso, Eschine lo celebrava nel Consiglio, persuadeva gli Anfizioni d' invitarlo a venire con un' armata contro i Focesi che avevano sorpreso Delfo, ed era eletto egli stesso, Eschine, a portargli il decreto con cui il Consiglio anfizionico lo nominava Capitano di quell' impresa (1).

Non fu tardo Filippo ad accorrervi colle sue truppe: i Focesi furono vinti, e come sacrileghi e felloni privati dei due voti che avevano nel Consiglio, i quali vennero per riconoscenza trasferiti nel vincitore.

(1) Vid. Stenyan. Hist. de la Grecia, lib. 3.

In tal guisa Filippo ebbe sede tra gli Anfizioni, fu dichiarato uno degli Jeromnemoni, e divenne ben anche, com' era da attendersi, Presidente del Senato.

Allora nulla fu che non ottenesse dall' Oracolo: allora fu da esso chiamato Principe religioso ed amico degli Dei: allora per insinuazione del Nume fu eletto Generalissimo de' Greci contro i Persiani, cosa da lui ardentissimamente agognata (1): allora fu che Demostene in una delle sue celebri aringhe argutamente disse, *che la Pizia filippizzava.*

Dunque l' Oracolo è contrario a Filippo, finchè gli sono contrarj gli Anfizioni; propizio, quando gli son favorevoli; lusingatore e panegirista, com' essi son divenuti suoi partigiani e adulatori. Vi può esser prova più manifesta che l'Oracolo è un organo degli Anfizioni?

Ma mentre Alessandro, erede non men delle truppe che dei disegni di Filippo, abbatteva nell' Asia la Monarchia Persiana; mentre i suoi Generali, morto lui, si dividevano fra loro l' Impero d'Oriente, sorgeva verso l' Occidente una Nazione guerriera, prode, orgogliosa, che da deboli principj era salita a molta possanza, che angusti già trovava i confini delle Alpi e del Mare, e che, non pur covava, mostrava il vasto progetto di soggiogar il Mondo.

I Romani, usciti d' Italia, conquistarono la Grecia, e secondo le massime della loro feroce politica, per avvilirla e renderla impotente a scuotere il giogo, le tolsero leggi, patrie istituzioni, magistrati, monumenti, oggetti d' arti, tutto. Cadde allora per conseguenza il Consiglio degli Anfizioni, e l' Oracolo con essi.

Qual Consiglio, qual Confederazione vi poteva essere, se più non esistevano gli Stati che la componevano, se molte delle città principali, che mandavano deputati alla Dieta, furono ruinate dalle fondamenta, e quelle che rimasero in piedi gemevano sotto il duro flagello de' Proconsoli?

Si domanda, per esempio, cosa fosse Lacedemone? Per decreto di Roma erano state abolite le leggi di Licurgo, che durato aveano molti

(1) Jamdudum enim Philippus, ut summus Græcorum Imperator designaretur, bellumque Persis inferret, cupide expectabat, id quod etiam tandem evenit. Diod. Sic. Hist., lib. 16, cap. 60.

secoli, e Sparta, semidistrutta, serviva solo a indicare, ove fosse un tempo la sede di quella Repubblica prodigiosa.

Si chiede di Corinto? Quel fiero e zotico di Mummio che frammischiava insieme i quadri più dozzinali con quelli di Polignoto, di Parrasio, di Apelle, e valutavali a numero, l'aveva già saccheggiata, e poscia incenerita.

Si vuol sapere di Atene? Silla, dopo quell'ostinato assedio, presala d'assalto, la pose a sacco ed a ruba, passò a fil di spada tutti gli abitanti per modo che i rivi di sangue, che correvano per le strade, s'incontravano nel basso della città, fa orrore il dirlo, e stagnavano. Per mostrarsi però amico delle bell'arti, sebben Silla nol fosse che del potere e dell'oro, avea salvato, il Piréo no, ch'era rimasto preda delle fiamme, una parte de' templi, de' portici, de' ginnasj ed altri magnifici stabilimenti, dove in seguito i Romani, fatti ricchi e voluttuosi, si portavano per ozio o per vezzo, e per darsi un'aria di coltura e di gentilezza, a visitare i monumenti, a udir qualche Retore, e ad apparar il greco.

Quel Silla medesimo aveva fatto spogliare il Tempio di Delfo, come molti altri, dei tesori che vi erano, motteggiando inoltre e dicendo ch'egli era ben sicuro della vittoria, posciachè gli Dei si compiacevano di voler pagargli le truppe.

E che dirò dell'Epiro, dove non una sola, ma settanta furono le città smantellate per ordine del Senato, e tutti gli abitanti che non rimasero massacrati, si vendettero all'incanto come schiavi?

Che dirò dell'Acaja, da cui i cittadini più distinti per ricchezze, per virtù, per onori vennero strappati a forza e trasferiti in Roma, dove morirono pressochè tutti, men come ostaggi, che come prigionieri, e fra essi v'era Polibio?

Non essendovi dunque più ormai nella Grecia nè Repubbliche, nè Stati, nè Rappresentanza nazionale, nè Anfizioni, anzi essendo proscritte dai nuovi signori le antiche costituzioni, e riguardandosi come delitto tutto ciò che vi aveva rapporto, o ne richiamava la rimembranza e l'affetto, dovea per la stessa massima cessare anche l'Oracolo, ch'era intimamente legato, come abbiamo veduto, al sistema federativo e costituzionale della Grecia.

Ed ecco come aggiustatamente si spiegano, e a vicenda si rischiarano que' due passi di Strabone, in uno de' quali dice ch' era stato da' Romani abolito il Consiglio degli Anfizioni, e nell' altro dice che rimaneva negletto e deserto il Tempio di Apollo. Una cosa non poteva essere senza l' altra (1).

Ciò pure spiega, ed è spiegato da quel passo di Cicerone, ove dice che l' Oracolo di Delfo era già muto non solamente dall' età sua, ma molto tempo innanzi, e ch' era omai caduto nel massimo avvilimento e dispregio (2).

E questa è parimente la vera e natural intelligenza di quell' episodio di Lucano nel libro quinto, dove volendo pur introdurre nel suo Poema la descrizione dell' Oracolo di Delfo, abbenchè già fosse cessato da quasi un secolo, fa che Appio partigiano di Pompeo si pensi ad ogni modo di andar a consultarlo (3).

Ma il poeta non potendo alterare i fatti solenni, notorj e che stavano sotto gli occhi di tutti, dice che le porte di quel Santuario erano già da gran tempo chiuse; che furono fatte aprir per forza e colla spada dal devoto guerriero; che non regnava nel Tempio che la solitudine ed il silenzio; che la Pizia, già decrepita, andava raminga e tapina per que' dintorni. E quando ella fu presa e fatta strascinare dal violento Romano in sul tripode irrugginito, ella si pose a gridare che Apollo erasi già ritirato da que' limitari una volta sacri e temuti; che i destini del mondo non potevano più omai sapersi, che dai Libri sibillini ch' erano in Roma; e che Delfo ceder doveva al Campidoglio, come Apollo al sommo Giove (4).

(1) Postea temporis plures sunt factæ constitutiones, donec illud quoque abolitum est Collegium, idest Amphictionicum, itidem ut Achæorum. Strab. Geogr., lib. 9, num. 15.

Nunc quidem fanum Delphicum negligitur. Id. ib.

(2) Cur isto modo jam Oracula Delphis non eduntur, non modo nostra ætate, sed jamdiu, ut nunc nihil possit esse contemptius? Cic. De Divinat., lib. 11.

(3) Appius . . . . . .
Sollicitat superos, multosque obducta per annos
Delphica fatidici reserat penetralia Phœbi.

E poco dopo

. . . . . sic tempore longo
Non motos tripodas, vastæque silentia rupis
Appius . . . . . sollicitat.

Lucan. Phars., lib. 5.

(4) . . . . . seu sponte Deorum
Cirrha silet, fatique sat est arcana futuri
Carmina longævæ vobis commissa Sibyllæ.

Lucan. Phars., lib. 5.

So che a qualche Imperatore, come narrano Dion Cassio, Sparziano ed altri, venne il capriccio, e qual capriccio non venne a que' Principi? di andare o di mandare a visitar Delfo. Ma non si parla qui degli edificj o monumenti che rimasero lungamente in piedi, e che non andarono in ruina che a poco a poco: anzi si crede che il Tempio abbia potuto sussistere infin a Costantino, il quale fe' trasportare nella sua nuova capitale alcuni tripodi e statue di Apolline e delle Muse, che poi furono esposte nelle piazze e nel circo ai dileggi ed insulti del popolo, chiara testimonianza della prosperità ed onore di cui godevano allora le belle lettere e le belle arti (1).

Si parla qui dell' Oracolo, qual era ne' bei giorni della Grecia, e qual esser doveva secondo la forma costituzionale del governo. Or egli era già caduto col governo stesso.

Se dunque l' Oracolo, del pari che gli Anfizioni, conosce e segue costantemente le massime di Stato, che si convengono al sistema politico della Grecia: se, com' essi, vive geloso ed inquieto sulle mire e sulle occulte pratiche de' gabinetti: se quando gli Anfizioni odiano, egli odia: perseguono, persegue: resistono, resiste: vincer si lasciano, si lascia vincere: approvano, adulano, approva ed adula: se a misura ch' essi perdono di credito e di autorità, egli pure decade di considerazione e di fama: se allor che la forza prepotente dell' armi e la conquista strugge ed annichila quelli, resta muto, deserto e negletto anche questo: se in somma comuni sono le massime, i consigli, gli affetti, comuni le vicende, comun la fortuna, ugual la durata, contemporanea la caduta, mi sembra esservi omai tutta la ragion di concludere, che l' Oracolo di Delfo fosse un' istituzione politica e religiosa strettamente unita al governo federativo e costituzionale della Grecia.

Tutti codesti fatti e dettagli, e quegli altri ancora che ho riferito in sul principio, finchè rimanevano isolati e dispersi negli antichi autori, non lasciavano apparire il vero carattere ed oggetto dell' Oracolo; ma riuniti ed avvicinati presentano un aspetto di cosa che ha un

(1) Sveton. in vita Ner.
Dio. Cass., Dio. Chrysost.
Spart. in vita Sev.
Euseb. de Constant.
Fontenel. Hist. des Oracl., p. 2, chap. 3.

significato più ragionevole, e un rapporto più conveniente ai tempi ed ai costumi, siccome avviene de' rottami di un monumento distrutto, i quali fino a tanto che giacciono sepolti o sparsi quà e là nella polvere e nelle ruine, non si sa cosa rappresentar volessero; ma se si raccolgano, e si riuniscano fra loro, per quanto il comporta il difetto delle parti troncate o guaste per l'età che fa scempio di tutto, comparisce un insieme, se non perfetto, bastante a farci conoscere, quale il monumento fosse, e qual di esso l'oggetto.

Ho però fiducia che sia il monumento per acquistare un maggior grado di luce, se in altro momento, chè troppo mi abuserei or certamente della vostra sofferenza, mi sarà concesso di parlar anche delle industrie usate per far che l'Oracolo corrispondesse alle intenzioni ed agli oggetti del Governo; il che appunto dee formare, come proposto mi sono, la seconda Parte del mio Discorso.

DELL' ORACOLO DI DELFO

PARTE SECONDA.

Una delle industrie, comune a tutti gli Oracoli, fu la scelta di luoghi che inspirassero o meraviglia, o terrore, o diletto, come sono le alte montagne, o le cupe foreste, o le orride spelonche, o le piagge le più amene, ridenti ed incantate.

Quello di Dodona, per esempio, era posto sulla vetta di un monte, e nel mezzo di una gran selva di querce, antiche come la terra, e non mai violate da temeraria bipenne. L'Oracolo non parlava che in sul mattino, quando l'astro del giorno comparisce sull'orizzonte a rianimar la natura.

E certamente quello era il momento in cui l'animo di chi si portava al Santuario trovavasi disposto a ricevere le più vive impressioni.

Le tenebre della notte, che fuggivano; l'aurora, che sempre più rancia andava cedendo il luogo al sole; questo gran luminare, che sorgeva maestoso dall' Oriente, e che placido allora soffriva di essere mirato in volto, quasi che sia quello l'istante più propizio per adorarlo; l'aria mattutina imbalsamata di soavi fragranze; il gorgheggiar degli uccelli, che salutavano il nuovo giorno; il susurro de' rivi, che si rompevano fra i sassi nel cadere dal monte; il sacro bosco delle

querce dodonee, le di cui eccelse cime cominciavano ad essere indorate dai primi raggi del sole, e i di cui rami e le frondi dal vento commosse pareva che avessero sentimento; e le assuefatte colombe che andavano e venivano dalle querce al Tempio, e dal Tempio alle querce, come fossero le messaggiere e le annunziatrici del Nume già vicino: tutto questo insieme doveva eccitar nel devoto pellegrino una emozione ed una specie di rapimento così dilettoso, che gli sembrasse di essere in certo modo trasportato presso l' albergo della divinità.

Nell' antro di Trofonio, all' opposto, tutto era tetro, tutto lugubre e terribile.

Già l' animo del forestiero, che si accostava a quell' Oracolo, era stato in tutto il suo viaggio, o venisse dalle parti marittime, o dalle terrestri, colpito da grandi oggetti, e compreso da profondi sentimenti di ammirazione e di ossequio; giacchè non era possibile di fare un passo in quella terra, senza camminar sulle ceneri di uomini famosi, e senza veder per ogni dove tombe, iscrizioni, statue, colonne, ed altri monumenti eretti alla virtù ed al valore.

Quà s' incontrava Platea, là Maratona, illustri ambedue per le grandi vittorie riportate sui Persiani: un po' più lungi, tra il monte e il mare, v' erano le Termopili, dove si leggeva sopra un sasso: *qui sono le ossa de' trecento che morirono per la patria; passaggiero t' inchina e le adora:* più in alto, come pendente da una rupe, vedevasi Ascra, la cuna d' Esiodo, e al basso non lungi dall' antro, Tebe, la patria di Pindaro e di Epaminonda, e a fianco di essa Cheronea, dove la Grecia fu vinta da Filippo, e dove poi nacque più tardi, quasi per consolarla, Plutarco: e in sul lido del mare Aulide, dove mostravasi l' ara bagnata un tempo dal sangue d' Ifigenia, e il monte Citerone, e il fiume Cefiso, e l'Asopo, e il Termodonte, tutto in somma, dovunque si muovesse il piede, dovunque gli occhi si volgessero d' intorno, tutto, prima di giungere all' antro, già da sè solo e pel sito, e pei riti spaventoso, disponeva l' animo, come ho detto, a un misto di meraviglia e di sacro orrore.

Ma l' Oracolo di Delfo superava ben ancora di gran lunga negli esteriori vantaggi gli altri due che ho pur ora nominati.

Perciocchè tutto ciò che può far la natura di singolare e di maraviglioso, tutto ciò che vi può essere aggiunto di grande e magnifico da regie ricchezze e da umano ingegno, tutto trovavasi in quel luogo portentosamente raccolto ed unito.

Posta Delfo in eminenza sull' aprica pendice del monte Parnaso, che si piegava in quel sito, quasi per vagheggiarla, a guisa d' anfiteatro, con l' alte rocce e le selvose cime alle spalle, onde servirle di opportuno schermo e riparo contro la furia e il rigore de' venti aquilonari, avea dalle altre parti, e d' intorno, e da lungi, e da presso, una folla di oggetti sì varj, ed una vista sì vaga e sorprendente, che lo spettatore attonito si rimaneva e fuor di sè stesso.

Conciossiachè l' amenissima piaggia, tutt' aperta ed interminabile, che guardava il meriggio, e dove rideva un' eterna primavera, spiegava all' occhio un gran numero di città e di paesi vicini e lontani: Pizia, a piè di Delfo, famosa pei giuochi che vi si celebravano nei fissati tempi in onor del Nume fatidico: Cirra, alle foci del fiume dell' istesso nome, dove ogni giorno, anzi ad ogni ora, approdavano Greci e stranieri d' ogni nazione, carichi di ricchi doni che recavano al Tempio: tutto il bel golfo Crisseo, coronato sull' una e sull' altra sponda di nobili castella e di ricche borgate: a destra Corcira e Zacinto, e le altre isole Jonie, che parevano sorgere dal mare: a manca la magnifica Corinto, che si offeriva allo sguardo tutta intera e torreggiante in sull' istmo: di rimpetto, e sempre più lungi, a grado a grado, Sicione, e Pallene, e Pisa, e perfin le dorate cupole e le guglie del Tempio di Giove Olimpico, con tutto il corso tortuoso dell'Alfeo, e per quanto l' occhio poteva distendersi, le vaste, e belle, e fertili pianure del Peloponneso.

All' intorno poi dell' Oracolo tutto era sacro, tutto era stato divinizzato dai poeti: il monte Elicona, che sorgeva poco lungi dal Parnaso; il fonte Castalio, le di cui acque limpidissime zampillavano da un vivo sasso un po' al di sopra dell' Oracolo, e l' altro fonte non men sacro e puro, che scaturiva in una piccola valléa non lontano dal primo, l' Ippocrene; e sulle rive di amendue il sempre verde bosco di alloro, di cui si coronavano ne' solenni certami i vincitori dei

giuochi pitici; e al piede del bosco, Orcomeno, dove si adoravano le Grazie; ed appresso Tespi consacrata particolarmente alle Muse, dove ammiravasi il prodigioso Cupido di Prassitele, da lui stesso donato a Gliceria, e da essa alla sua patria.

E se si parli del Tempio d'Apolline, del palagio degli Anfizioni, dei portici superbi, degli ospizj ed alberghi pubblici, vi risplendeva dappertutto un' incredibile magnificenza e ricchezza, perchè oltre gli immensi tesori dell' Oracolo, e i sontuosi doni fatti dai Principi e dalle Repubbliche, come ho mostrato nella prima parte, anco i più valenti architetti della Grecia, gli scultori ed i pittori più eccellenti avevano gareggiato fra loro per adornare quel famoso Santuario e quella sacra Città delle lor opere insigni, le quali venendo ad essere per tal guisa esposte agli occhi di tutte le nazioni che vi concorrevano da ogni parte, rendevano il loro nome cospicuo e celebrato per tutta la terra.

Ora un sito sì vago ed incantevole, una folla di oggetti, tutti sacri e venerati, raccolti in quel beato suolo, o piuttosto terreno albergo degli Dei, una sì sorprendente magnificenza e ricchezza, una sì felice e preziosa unione in quel luogo, al mondo solo, di quanto gli artefici più famosi avevano saputo in tele, in marmi, in bronzi, in oro ed argento, in perle e gemme, e in ogni genere di squisito lavoro, produr di sublime e meraviglioso, questi grandi e singolari vantaggi, ne' quali l' Oracolo di Delfo a gran pezza superava tutti gli altri, erano mirabilmente opportuni per chiamare a quel Santuario famoso un infinito numero di nazionali e di forestieri d'ogni grado e d'ogni paese, il che appunto era l' intendimento e lo scopo primario degli Anfizioni, i quali si ponevano per tal guisa in istato di aver le notizie che lor erano necessarie per l' esercizio dell' alte loro funzioni, come vedremo fra poco.

Al medesimo fine di accrescere la frequenza e il concorso a Delfo di tutti i popoli della terra, vi aveva il gran Consiglio anfizionico aggiunti molti altri eccitamenti ed inviti.

Uno di questi era la piena franchigia e l'assoluta libertà di commercio per tutte le derrate e per tutte le merci che si portavano a

Delfo da ogni parte, sia dalle finitime, sia dalle remote contrade; il che adoperava che vi accorressero in folla, e vi si trovassero in ogni tempo dell'anno i mercatanti di tutte le lingue e di tutti i climi.

Perciocchè non solo vi andavano, com'era ben naturale, tutti quei della Grecia propriamente detta, dell'Attica per esempio, della Beozia, dell'Epiro, del Peloponneso; non solo quelli delle ricche ed industriose isole dell'Arcipelago, di Samo, di Lesbo, di Coo, di Creta, dell'Eubea ed altre; non solo quelli delle città di greca origine, che si trovavano sulle coste dell'Asia Minore, e ch'erano salite al più alto grado di prosperità e di coltura, Efeso, Smirne, Mileto, Colofone, Alicarnasso ed altre molte; non solo quelli della Magna Grecia, che vuolsi essere stata la culla dell'eloquenza e della filosofia, non meno che dell'agricoltura e delle arti, come erano nell'estrema Italia Locri, Tarento, Metaponto, Crotone, e nella Sicilia, Messana, Siracusa, Panormo ed Agrigento; ma vi concorrevano eziandio le altre nazioni più lontane, i Toscani, che dominarono per secoli il mar Tirreno, che acquistarono immense ricchezze, e che avevano donato all'Oracolo di Delfo un tesoro famoso, e contrassegnato col loro nome: i Tirj, che mercanteggiavano quasi soli nell'Egitto, nell'Arabia, nella Siria, e per mezzo di esse in tutto l'Oriente: i Cartaginesi, che, dopo la caduta di quelli, divennero i signori dei mari, ed intrapresero le più ardite navigazioni: i Marsigliesi, i Rodj, i trafficatori del Ponto e della Tauride, e perfino gli stessi Traci e gl'Illirj, abbenchè non fossero allora per anco inciviliti.

Era quindi Delfo un mercato sempre libero, un asilo aperto ad ognuno, un centro di tutte le nazioni, il che appunto diede origine, com'io credo, a quella favola, su cui disputarono seriamente parecchi scrittori, cioè che Delfo fosse nel bel mezzo della terra, o sia nell'umbilico di essa, *O sancte Apollo, qui umbilicum terrarum obtines*, il che si era saputo con certezza mediante due aquile fatte partir da Giove nel medesimo punto, una verso l'oriente, e l'altra verso l'occidente. Or elleno, girata tutta la terra, s'incontrarono appuntino in Delfo, e nel sito preciso dell'Oracolo. Ed egli è perciò che si vedevano pendenti dalle volte del Tempio due grandi aquile d'oro in

memoria di un sì famoso viaggio. Pindaro nella quarta delle sue Odi pitiche fa onorevole menzione di codeste due brave aquile, le quali, molti secoli innanzi, tolsero la gloria ai nostri Magellani e Drake di avere i primi fatto il giro del globo. Ma furon poscia anch' esse, nè in ciò v' è favola, ghermite e divorate sotto Silla, come abbiamo veduto a suo luogo, dalle aquile romane, le quali erano ben più rapaci e grifagne di loro (1).

Questa credenza era senza dubbio, come ho detto, derivata dal vedersi in Delfo uomini d'ogni lingua, d' ogni usanza, d' ogni stato, che venivano da tutte le parti della terra,

E dai gelati, e dagli ardenti climi,
E d'onde nasce, e dove muore il sole,

come dice il poeta, sicchè pareva che fosse realmente quella città l' emporio e il centro di tutte le nazioni.

Or questo appunto è ciò che volevano, e di che abbisognavano gli Anfizioni, per trarne quelle notizie e quei dati, senza i quali non avrebbero potuto prendere i consigli i più adattati ai tempi ed alle circostanze, nè dare, col mezzo della Pizia, agl' inviati delle città greche, o agli Ambasciatori de' Principi stranieri, o ai devoti le risposte che si convenivano.

Gli Anfizioni, come ben facilmente si scorge, dovevano per proprio istituto essere perfettamente istrutti di ogni cosa che interessar poteva la loro politica: dei vizj e delle virtù dei Principi: del carattere dei cortigiani: dell' influenza de' mignoni e delle donne: degl' intrighi che ne seguono nelle Corti, e che fanno discender oggi quelli ch' erano jeri in cima del favore; e così pur del merito e fortuna dei Capitani e degli Ammiragli: della quantità delle truppe dai rispettivi Stati assoldate: della forza di esse che viene dal numero, di quella che procede dalla disciplina e da una tattica particolare, di quella più ancora possente che nasce da grandi passioni, come sono l'amor della

(1) *O sancte Apollo,* etc. ex Cic. de Divinat., lib. 2, cap. 56.

In medio totius terrarum orbis jacere quidem senserunt, terræque umbilicum dixerunt. Strab. Geogr., lib. 9, num. 15.

patria, le rivalità, gli odj ostinati e feroci; e similmente conoscer dovevano gli Anfizioni, e calcolare le viste de' confederati, e il loro interesse particolare, dal quale soltanto si dee prudentemente misurarne l'attaccamento e la fede: le forme de' governi monarchici o repubblicani: e in questi ultimi, ch' erano allora per tutta la Grecia i più numerosi, le mire ambiziose degli ottimati, o la presunzione e baldanza per lo più inconsiderata de' caporioni del popolo e demagoghi: ed in tutti, gli effetti dell' ozio, del lusso e della corruzion dei costumi, che snervano insieme le forze de' corpi e quella degli animi, e rendono perfino indifferente il cangiar di signoria, purchè dagli avviliti cittadini ritener si possano le loro abitudini, molli, voluttuose e libertine; tutte queste ed altre necessarie, non che importanti cognizioni, si andava procurando il Senato anfizionico mediante appunto il concorso e la varietà di tutte le classi di persone che formicolavano in Delfo.

Perciocchè, oltre la corrispondenza che tenevano naturalmente e regolarmente i membri del Consiglio coi loro committenti e colle città rispettive, onde aver sempre istruzione sulle cose che accadevano alla giornata ne' loro paesi, moltissime notizie altresì, e bene spesso ancor più interessanti, traevano gli Anfizioni dalla bocca dei forestieri, e da quelli spezialmente di rilievo e di maggior credito, che si trovavano in Delfo, o entrando in discorso con esso loro, o facendo interrogare i loro domestici e le persone del loro seguito, come pure procacciandosi lumi dai mercatanti, dai viaggiatori, dai devoti, dai vagabondi ed oziosi, dai novellieri e dai prezzolati, senza ommettere di tener qualche conto anche delle voci del popolo, e dei rumori e disseminazioni della fama, che non debbonsi mai del tutto disprezzare; di maniera che si ponevano per tal modo, come ho detto, gli Anfizioni in grado di poter dare, col mezzo dell' Oracolo, a quei che le chiedevano, aggiustate ed opportune, o almeno caute ed avvedute risposte.

Non sempre però si potevano dai forestieri ch' erano in Delfo aver tutte le notizie necessarie, massime allorchè trattavasi di scoprire le occulte mire e i raggiri de' gabinetti, sicchè allora conveniva

che gli Anfizioni potessero aver campo di spedire sul luogo accorti confidenti per conoscere o verificare i fatti, e poscia si doveva riferir l'affare al Consiglio, e discuterlo, il che alle volte per la discrepanza e conflitto de' pareri, come accade nelle grandi assemblee, portava di necessità un ritardo nelle deliberazioni, e quindi nelle risposte che dagl' Inviati delle potenze, o dai Deputati delle provincie, o dai Primati delle città, o dai Capitani, o talora dai Principi stessi personalmente si attendevano.

A quest' oggetto appunto di guadagnar tempo erano dirette alcune altre industrie ed avvertenze.

Tali erano i giorni che si appellavano *nefasti*, nei quali la Pizia mutola rimaneva, e non poteva in alcun modo profetizzare. Codesti giorni, che formavano la più gran parte di ciascun mese, dicevasi, e credevasi comunemente dal popolo, che quelli fossero, in cui Apollo passava da Delfo a Delo, a Claro, a Didime, a Patarea ed in molti altri luoghi, dove aveva templi e sacrificj, e dove compiacevasi spesso di fare per alcun tempo soggiorno. Allora non era possibile, come cantavano i poeti, leggiadri narratori e custodi delle opinioni e credenze popolari, che la Pizia rispondesse; poichè trovandosi assente il Nume, non poteva ella esser invasata dai divini effluvj e vapori febei, dai quali appunto procedevano, come dicevasi, le chiome rabbuffate, il fiero sguardo, i contorcimenti e gli altri contrassegni dell' entusiasmo e del sacro furore (1).

Ecco il perchè stato era dagli Anfizioni accortamente introdotto l' uso che l' Oracolo non rispondesse se non una volta il mese, nella qual epoca però, per dare sfogo a tutte le domande ch' erano state presentate, si facevano successivamente montare sul tripode, se v' era mestieri, due, tre ed anco più pitonesse.

Ecco pure il perchè si erano prescritte certe preghiere, abluzioni, pozioni d' acqua attinta dal fonte Castalio, o dall' Ippocrene, sacrificj

(1) . . . . non vultus, non color unus,
Non comptæ mansere comæ, sed pectus anhelum,
Et rabie fera corda tument.
Virg. Æneid., lib. 6.
Hoc ubi virgineo conceptum est pectore numen
Humanam feriens animam . . . . . .
. . . . Bacchatur demens aliena per antrum
Colla ferens, vittasque dei, Phœbeaque serta
Erectis discussa comis, etc.
Lucan. Phars., lib. 5.

e simili altre pratiche religiose, le quali continuar dovevano molti giorni, e che sovente, per qualche mancanza d'ordine e di rito, doveano ricominciarsi (1).

Ecco similmente il perchè si cercava di occupare e trattenere i forestieri o devoti con feste magnifiche e sontuose, che si celebravano frequentemente con una pompa incredibile, nelle quali si cantavano da numerosi cori di vergini e di fanciulli que' celebri Peani in onor di Apolline e di Diana, e nelle quali si portavano per Delfo que' famosi doni ed ornamenti del Tempio, quelle statue d'oro e d'argento, que' vasi pur d'oro, que' superbi scudi d'oro d'un lavorio meraviglioso, quelle armature, quelle zone e corone giojellate, ed altri oggetti d'inestimabil prezzo, di cui vi ho parlato altrove.

Cotesti giorni nefasti, codesti ritardi artificiosi erano mirabilmente acconci e necessarj, come ho detto, al Consiglio anfizionico per discutere e maturare gli affari, per risolvere i dubbj che insorgevano, per depurare e rettificare i fatti, per ritrarre dai luoghi lontani notizie più accertate, in somma per avere il benefizio del tempo, benefizio incomparabile, poichè il tempo, da per sè solo, e senz' altri mezzi e soccorsi, provvede a molte cose di gran momento, lascia trapelare gli occulti disegni, manifesta le congiure, mitiga gli antichi rancori, spezza l' ostinazion feroce di chi resiste, placa l' orgoglio e l' ira di chi assale, restituisce ai vinti l' abbattuto coraggio, fa provar a chi è vittorioso l' incostanza e i capricci della fortuna, e dispone gli animi degli uni e degli altri ai partiti della prudenza e della moderazione, di maniera che spesso il solo temporeggiare o toglieva il bisogno della risposta, o suggeriva gli espedienti più opportuni.

Ed egli è perciò che gli Anfizioni si servivano frequentemente di questo rimedio, e massime per abbonacciare a poco a poco gli sdegni e l'odio tenace di popoli rivali ed innaspriti.

Fra i molti esempj che addur si potrebbero, basti quello degli Egineti, i quali abborrivano ed esecravano sì fattamente gli Ateniesi, che

(1) Plutar. de Oraculis.
M. de Fontenelle des Oracl.
M. Hardion, Mem. des inscrip. et belles lettres, etc., tom. 3.
M. de Valois, Mem., ut supra, tom. 7.
Banier, Mythol., tom. 1.

stavano ben attenti e guardinghi di non sacrificar per isventura agli Dei o alcuna cosa, o in alcun vaso che provenisse dall'Attica: che le donne d'Egina riputavano un' infamia il portare una veste, o anche una fettuccia alla foggia ateniese: che fecero spirare fra un nuovo genere di martirj uno de' loro mariti, il quale se n' era fuggito in uno sbarco fatto sulle terre di Atene.

Or consultato l'Oracolo dagli Ateniesi, se dovevano muover guerra ad Egina, rispose, che fabbricassero prima un tempio ad Eaco, e poi la facessero.

Nulla si poteva dir di più saggio. Mentre bolliva quella fiera inimistà, mentre gli animi degli Egineti si trovavano in quell' ardente grado di esaltazione, e quasi di furore, non avrebbero mai potuto gli Ateniesi, benchè più potenti, vincere i loro nemici, se non con grande spargimento di sangue e col distruggersi a vicenda; laddove raddolcire l'ire e gli odj dal tempo, da quel prodigioso medico de' mali, non meno fisici, che morali, era sperabile che si sarebbero da sè rappattumati, come di fatto avvenne, popoli così vicini, ed uno dei quali non potea far a meno dell' altro (1).

Ma tacer non posso un altro accorgimento ben degno della maturità e saggezza d' un' Assemblea, qual era quella degli Anfizioni, vale a dire la tolleranza delle opinioni religiose fatta solennemente professare all'Oracolo col mostrarsi sempre verso tutte le sette imparziale, senza mai perseguitarne alcuna, e nemmeno gli altri oracoli e santuarj che avrebbero potuto eccitare la sua gelosia.

Nella guerra co' Milesi, per esempio, le truppe di Aliatte, Re della Lidia, incendiano il Tempio di Minerva? L' Oracolo intima agli Ambasciatori del Re, che non avrà giammai da esso risposta veruna, se prima non farà rifabbricare il Tempio distrutto (2).

I Pelasgi vanno a chiedere al Nume, se possono ammettere nel loro paese gli Dei e i riti egizj? L'Oracolo risponde, che gli ammettano (3).

(1) Herod. in Terpsic. sive l. 5, 86 usque 89.

(2) Herod. in Clio, num. 25.

(3) Id. Herod. in Euterp., num. 52.

Si noti che sebbene Erodoto attribuisca questa risposta all'Oracolo di Dodona, la stessa massima era comune a quello di Delfo.

Consulentibus igitur Pelasgis numquid quæ a barbaris advenissent, adsciscerent, Oraculum redditum est, ut illis uterentur. Atque ita ex eo tempore sacrificaverunt. Herod. loco citato.

E a dir vero, a qual altro degli Dei conveniva questo bel carattere di tolleranza e di filantropia, quanto a Febo, o Sole, il quale sorge ogni giorno sopra il suo carro dall' oriente per ispargere i suoi raggi benefici sul ricco e sul povero, sul grande e sul plebeo, sul dotto e sul zotico, sul debole e sul forte?

E se all' altro attributo di Apolline risguardar si voglia quello di essere il proteggitore e l' auspice delle scienze e delle arti belle, a chi meglio si addice l' amor dell' umanità e la tolleranza, quanto ai filosofi o sapienti, i quali si fanno pregio d' insegnare, tutti gli uomini esser fratelli; doversi a tutti gli ufficj di benevolenza, di compassione, di soccorso; il colore e le usanze differenti dalle nostre non fare che gli altri popoli cessino di esser uomini; far raccapriccio il veder la terra bagnata di umano sangue, e sparse nella polvere o arse dalle fiamme le membra palpitanti di gente semplice, idiota e persuasa di alcune opinioni e pratiche, o indifferenti, o anche puerili ed erronee?

Egli è con questo mezzo particolarmente che gli Anfizioni e l' Oracolo si conciliarono l' amicizia e la stima di tutti i popoli della terra.

Egli è per questo che gli Egizj, i quali per massima di Stato e per le antiche lor leggi escludevano tutti gli stranieri, avevano aperto i loro porti ai Greci soli, e non pure concesso avean loro di poter tenere quartieri nelle città principali, ma perfino di aver qualche ara nei loro templi più venerati (1).

Per questo gli Etruschi mantenevano co' Greci una corrispondenza di commercio e di sapere, utile ad ambedue le nazioni, e vi avevano dedicato ad Apollo quell' insigne tesoro che ho di sopra indicato (2).

Per questo gli stessi Romani de' primi secoli, abbenchè rozzi allora ed incolti, e sebben ignote lor fossero, come dice Livio, l'estere genti, e più ignoti i mari, *per ignotas ea tempestate terras, ignotiora maria*, spedirono più volte deputati all' Oracolo, e presa Vejento, vi dedicarono una patera d' oro (3).

(1) Herod. Hist. pluribus locis.
Den. Ist. della Grecia, tom. 1.

(2) Cære..... abstinuit a latrociniis, quamquam potentissima foret, et apud Delphos thesaurum consecravit, qui Argillanorum vocatur. Cluv. Geogr., l. 3, c. 26 de Hetruria et Umbria.

(3) Pondere ab singulis auri accepto, estimatoque, ut pecuniæ solverentur, crateram auream fieri placuit, quæ donum Apollini Delphos portaretur. Liv. Hist., lib. 5, cap. 25.

Per questo pure i Legati, che portavano il dono, essendo caduti prigioni del celebre pirata Timasiteo nei mari di Sicilia, tosto ch' ei seppe trattarsi dell' Oracolo, non solo fece loro restituire la preda, ma fecili scortare altresì colle sue navi infino a Delfo (1).

Per questo furono così bene accolte da tutti i popoli, e fecero sì prodigiosi e rapidi progressi le Colonie greche, che si stabilirono nell'Asia Minore, nel Ponto Eusino, nella Magna Grecia, nelle Gallie, nelle Spagne e in altri luoghi (2).

Per questo in somma non pur appresso le nazioni colte e civili, ma presso eziandio le barbare e feroci, non pur fra le vicine e poste in contatto colla Grecia, ma fra le più lontane e quasi sconosciute si era sparsa la fama e l'alta riputazion dell' Oracolo.

La stima e la rinomanza di esso si mantenne allo stesso grado per dodici secoli continuati (3).

Una sì lunga durata, in mezzo a Principi ambiziosi, fra Repubbliche inquiete, malgrado aspre guerre e vicende di Stati e di costumi, bastava ella sola per far presumere agli scrittori che quivi ci era senza dubbio un ordinamento fondato da previdenza, e sostenuto da consiglio.

Certamente nè l'una, nè l'altra delle opinioni che finora regnarono, e che ho accennate fin dal principio, non è appoggiata nè alla ragione, nè ai fatti.

Non parlo della prima, quella de' nostri buoni padri, che l'Oracolo cioè fosse del tutto un' arte magica, un affatturamento ed una

(1) Timasitheus quidam . . . . . Legatorum nomen, donumque, et Deum, cui mitteretur . . . . . veritus, adductos in publicum hospitium Legatos, cum præsidio etiam navium, Delphos prosecutus. Liv. Hist., lib. 5, cap. 28.

(2) Strab. Geogr. passim.

Plin. Hist. Nat., lib. 3, 5 et 6.

Cluv. Geogr., lib. 3, cap. 30 et 41, et in lib. 5, cap. 18 et sequent.

(3) Oraculum Delphicum antiquitus fuisse cultum, cum thesauri demonstrant a populis apparati, et opera artificum præstantissimorum, tum Pythicum certamen, etc. Strab. Hist., lib. 9, num. 15.

Omero nell' Iliade e nell' Odissea fa menzione dell' Oracolo di Delfo, e lo dipinge già non solo dovizioso pei tesori raccoltivi, ma eziandio riputato pe' suoi vaticinj.

Complectuntur opes intra Delphos scopulosos. Iliad., 17. Ex Strab., lib. 9.

Responsum recolens animo, quod Phœbus Apollo Quærenti Delphis dederat.

Odyss. Ex Strab., lib. 9, num. 14.

pretta diavoleria. Troppo di onor si farebbe a codesta opinione o follia col confutarla.

Ma nè l'altra eziandio, che venne surrogata a quella dal Vandale, dal Fontenelle, dagli Enciclopedisti ed altri moderni, può essere accolta; vale a dire che l'Oracolo di Delfo altro non fosse che l'opera della frode, della menzogna e della ciurmeria.

Come mai alcuni audaci mariuoli e barattieri avrebbero potuto, con raggiri e trufferie, imporre per tanti secoli al Senato anfizionico, alla Grecia, a tutta la terra?

Come nella patria e nei tempi di Licurgo, di Solone, di Senofonte, di Platone, di Aristotile e d'altri filosofi e politici così saggi e profondi si avrebbe tollerato che pochi furbi e ciurmatori si avessero arrogato il diritto e il potere di decidere degli affari più gravi, degli interessi più eminenti, della guerra pur anco e della pace con le città e le repubbliche greche fra loro, o fra esse e i principi stranieri?

Come la Confederazione sarebbe stata ella sì malavveduta e sì cieca di permettere che alquanti aggiratori tenessero in Delfo, nel cuor della Grecia, un corpo di truppe, perchè avessero il modo di proteggere e rendere impuni le loro giunterie, e perchè potessero suppeditar colla forza ed opprimere il supremo Consiglio nazionale?

Ma perchè dunque, se costoro erano così rispettati e potenti, perchè non avevano essi nè l'amministrazion delle rendite, nè la direzione e polizia dell'Oracolo? Perchè non potevano disporre di un solo vaso del Tempio? Perchè i tesori di Apolline e tutta Delfo erano di sola proprietà della Confederazione?

E parlando delle Pitonesse, o vergini fossero e garzonissime, come ne' primi tempi, o vedove ed attempate, come ne' posteriori, può egli mai credersi che fossero elleno, tutte, e sempre, così ben istruite delle relazioni politiche degli Stati, delle occulte pratiche e raggiri delle Corti o di Persia, o d'Egitto, o di Macedonia, o de' tiranni che pullulavano di tratto in tratto, come avvenir suole, dalle anarchie popolari; e parimente così ben conoscessero gl'interessi, i fini, le passioni delle città libere e delle repubbliche, altre guerriere per istituto, altre commercianti, altre agricole o manifattrici, altre guidate da un

Senato di eletti cittadini, altre agitate dalle continue procelle della moltitudine e delle rivoluzioni, sì bene, dico, codeste donnicciuole tante e sì varie e sì complicate cose conoscessero, che in tutti i casi, anche i più difficili, spinosi e straordinarj, come abbiamo veduto, sapessero dare nelle loro risposte que' consigli, o suggerir quegli spedienti che convenivano il meglio in quelle date circostanze, e quali si avrebbon appena potuto aspettare dagli uomini i più saggi, i più perspicaci e i più esperti nelle cose di stato?

Egli è dunque forza di convenire che l'Oracolo era, come mi sono proposto di provare, un'accorta istituzione politica e religiosa, dipendente e diretta dal gran Consiglio anfizionico, per rendere in tal guisa più rispettabili, e quasi sacri, i suoi avvisamenti e giudizj.

Con ciò spariscono tutte le incongruenze ed assurdità che si riscontrano in copia nelle altre due opinioni: con ciò si rende ragione di un buon numero di fatti delle antiche storie, che sono altramente inesplicabili: con ciò si possono felicemente conciliare insieme molti passi di Erodoto, di Pausania, di Diodoro, di Plutarco e d'altri antichi ed illustri scrittori, che parevano in contraddizione fra loro: con ciò si giustifica quello che ho detto fin dal principio sulla fede di Strabone, di quell'uomo così sensato, cauto e giudizioso, cioè che fra tutti gli Oracoli dell'antichità, quello di Delfo fu il più stimato e il più veritiero.

Delphico fano majorem honoris partem Oraculum comparavit omnium minime fallax existimatum.

METODO

PER TROVARE O CORREGGERE GLI ELEMENTI

DELL' ORBITA D'UN PIANETA

DI

ANTONIO CAGNOLI.

Il mio rinomato maestro Lalande ha proposto nelle Memorie di Parigi (*Anno* 1787, *pag.* 177) il seguente problema:

Conoscendosi per osservazione due distanze d'un pianeta dal Sole, e l'angolo fra esse compreso, determinare gli elementi dell'orbita.

Questo problema, da lui applicato al pianeta Herschel, pochi anni prima scoperto, diviene vie più importante or che il trovamento di nuovi pianeti si rende frequente. Egli lo ha risolto per via di false posizioni, le quali non possono in vero del tutto evitarsi. Ma se in vece di assumere tre elementi arbitrarj, si potesse ottenere l'intento assumendone uno solo, mi è paruto non dover essere poco giovevole ad abbreviar le fatiche degli astronomi il presente mio tentativo.

Siano secondo il solito

a il semiasse maggiore dell' orbita,
b il semiasse minore,
e l'eccentricità,
r il raggio vettore,
u l'anomalia vera,
x l'anomalia eccentrica,
z l'anomalia media.

È noto essere $\cos u = \frac{ar - b^2}{er}$, e per la seconda osservazione $\cos u' = \frac{ar' - b^2}{er'}$. La somma e la differenza di queste equazioni (col favor delle note formole, che sono la 20.ª e la 24.ª nella tavola II della seconda edizione della mia *Trigonometria*) conducono alle seguenti:

$$\cos \tfrac{1}{2}(u + u') \cos \tfrac{1}{2}(u' - u) = \frac{a}{e} - \frac{b^2(r + r')}{2err'}$$

$$\sin \tfrac{1}{2}(u + u') = \frac{b^2(r - r')}{2err' \sin \frac{1}{2}(u' - u)}.$$

Dall' ultima ricavo $\cos \frac{1}{2}(u + u') = \sqrt{\left(1 - \frac{b^4(r - r')^2}{4e^2(rr')^2 \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)}\right)}$.

Mettendo questo valore nella penultima, indi elevandola al quadrato, ottengo $\cos^2 \frac{1}{2}(u' - u) - \frac{b^4(r - r')^2 \cos^2 \frac{1}{2}(u' - u)}{4e^2(rr')^2 \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)} = \frac{a^2}{e^2} - \frac{ab^2(r + r')}{e^2 rr'} + \frac{b^4(r + r')^2}{4e^2(rr')^2}$;

ovvero $\cos^2 \frac{1}{2}(u' - u) = \frac{a^2}{e^2} - \frac{ab^2(r + r')}{e^2 rr'} + \frac{b^4}{4e^2(rr')^2 \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)} \times$

$$\{(r - r')^2 \cos^2 \tfrac{1}{2}(u' - u) + (r + r')^2 \sin^2 \tfrac{1}{2}(u' - u)\}.$$

Quindi posto nel secondo membro $1 - \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)$ in vece di $\cos^2 \frac{1}{2}(u' - u)$, emerge

$$\cos^2 \tfrac{1}{2}(u' - u) = \frac{a^2}{e^2} - \frac{ab^2(r + r')}{e^2 rr'} + \frac{b^4}{4e^2(rr')^2 \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)}\left((r - r')^2 + 4rr' \sin^2 \tfrac{1}{2}(u' - u)\right).$$

Moltiplicando per e^2, trasportando e riducendo, nasce

$$a^2 - e^2 \cos^2 \tfrac{1}{2}(u' - u) = 2a \frac{b^2(r + r')}{2rr'} - \frac{b^4(r - r')^2}{4(rr')^2 \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)} - \frac{b^4}{rr'}.$$

Ma per essere $e^2 = a^2 - b^2$ il primo membro facilmente diviene

$$a^2 \sin^2 \tfrac{1}{2}(u' - u) + b^2 \cos^2 \tfrac{1}{2}(u' - u).$$

Dopo di che, se dividasi l'equazione per $\sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)$, di leggieri ella riesce

$$a^2 - 2a \frac{b^2(r + r')}{2rr' \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)} = -b^2 \cot^2 \tfrac{1}{2}(u' - u) - \frac{b^4}{rr' \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)}\left(1 + \frac{(r - r')^2}{4rr' \sin^2 \frac{1}{2}(u' - u)}\right).$$

Completando il quadrato del primo membro, il secondo trasformasi come segue:

$$-b^2 cot^2 \tfrac{1}{2}(u'-u) - \frac{b^4}{rr' sin^2 \frac{1}{2}(u'-u)} \left(1 + \frac{(r-r')^2 - (r+r')^2}{4rr' sin^2 \frac{1}{2}(u'-u)}\right) =$$

$$-b^2 cot^2 \tfrac{1}{2}(u'-u) - \frac{b^4}{rr' sin^2 \frac{1}{2}(u'-u)} \left(1 - \frac{1}{sin^2 \frac{1}{2}(u-u)}\right) =$$

$$-b^2 cot^2 \tfrac{1}{2}(u'-u) + \frac{b^4 cot^2 \frac{1}{2}(u'-u)}{rr' sin^2 \frac{1}{2}(u'-u)} = b^2 cot^2 \tfrac{1}{2}(u'-u) \left(\frac{b^2}{rr' sin^2 \frac{1}{2}(u'-u)} - 1\right).$$

Or traendo la radice d'ambi i membri, risulta

$$(A) \ldots\ldots a = \frac{b^2(r+r')}{2rr' sin^2 \frac{1}{2}(u'-u)} \pm b\, cot \tfrac{1}{2}(u'-u) \sqrt{\left(\frac{b^2}{rr' sin^2 \frac{1}{2}(u-u)} - 1\right)}.$$

In questa equazione tutto è noto, a riserva di a e di b. Laonde coll' ipotesi del solo valore di b se ne può ricavar quello di a. Solamente si avverta che l'angolo dato, a rappresentare con ogni esattezza il valore $(u'-u)$, dev' essere, quando il si sappia, liberato dalle perturbazioni, non che diminuito di quanto importa il moto dell' afelio nell' intervallo fra le due osservazioni. Anche i raggi vettori esigono la correzione dipendente dalle perturbazioni.

Or convien rintracciare un criterio, il quale faccia conoscere quando il valore assunto di b sia quello che veramente compete all' orbita rappresentata dalle osservazioni. In tal caso il valore di a, rinvenuto col mezzo della formola rigorosa (A), non può mancar d'esser giusto. Sarà dunque uguale a quello che un' altra formola somministri, la quale sia rigorosa al pari dell' (A), ma insieme indipendente da essa. Di tal sorta possiamo ottenerne una dalle leggi di Keplero.

Sia P la rivoluzione periodica della Terra $= 31558151''$.

π quella del pianeta,

c la circonferenza del cerchio, espressa in secondi,

T l'intervallo di tempo fra le due osservazioni, espresso in secondi, e dicasi 1 la distanza media della Terra dal Sole.

Il moto d'anomalia media essendo proporzionale al tempo, abbiamo $\pi : c :: T : z'-z$. Ma per la legge di Keplero, $1 : a^3 :: P^2 : \pi^2$. Da queste analogie si ricava

$$(B) \ldots\ldots\ldots\ldots a = \left(\frac{cT}{P(z'-z)}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Il valore di $z' - z$ da impiegarsi in questa formola si ritrarrà dalle seguenti notissime:

$$e = \sqrt{(a^2 - b^2)} \qquad \cos x = \frac{r - a}{e} \qquad z = x + \frac{e}{a} \sin x.$$

La differenza ne' due valori di a dati dalle formole (A), (B) si renderà minore quanto si voglia col mezzo di successive ipotesi, regolate dal progresso degli errori, come suol farsi nelle false posizioni. Giova solo avvertire che quando la differenza tra a e b sia molto piccola, fa d'uopo adoperar ne' computi le tavole de' logaritmi da 10 decimali, come sarebbero quelle di Ulacq, alla cui rarità ha supplito non ha guari il benemerito Vega colla ristampa pubblicata in Lipsia. Senza sì fatto ajuto non sarei mai venuto a capo di determinare gli elementi di Herschel dalle osservazioni, di cui si è valuto Lalande nell' anzidetta Memoria. Per tal pianeta la quantità $a - b$ è 960 volte minore di a.

Del resto il computo della formola (A), a prima vista penoso, può ridursi a notabile brevità col favore de' metodi che ho additati (*Trigonometria, art.* 426 . . . . .).

Sia $\cos A = \dfrac{\sin \frac{1}{2}(u' - u)\sqrt{rr'}}{b}$, sarà

$$(A') \ldots\ldots\ldots \quad a = \frac{\frac{1}{2}(r + r') \pm \sin A \cos \frac{1}{2}(u' - u)\sqrt{rr'}}{\cos^2 A}.$$

Anzi la formola (A') può ancora dividersi nelle due seguenti, che mi son riuscite più comode nel sopraddetto esempio, al qual conveniva il segno inferiore

$$\sin B = \sqrt{\left(\frac{\sin A \cos \frac{1}{2}(u' - u)\sqrt{rr'}}{\frac{1}{2}(r + r')}\right)}$$

$$a = \tfrac{1}{2}(r + r') \times \frac{\cos^2 B}{\cos^2 A}.$$

Rinvenuti i valori di a, b, e, col mezzo di questi e delle cose date niente manca per procacciare gli altri elementi: epoca, longitudine dell' afelio, equazione, moto secolare, rivoluzioni tropica e siderale, ecc.

CONTINUAZIONE DELLE SPERIENZE

SULL' URTO DELL' ACQUA

DI

GIUSEPPE MOROSI.

Non è gran tempo che in una delle nostre scientifiche adunanze ebbi l'onore di palesarvi, chiarissimi colleghi, alcune mie investigazioni sull'urto dell'acqua tendenti principalmente a rilevare il modo di accrescerne l'azione sulle macchine. Vi partecipai allora quanto a tal proposito avevo scoperto, cioè, che apponendosi un bordo al piano contro del quale vada perpendicolarmente ad urtare una vena fluida rettangolare orizzontale, questa esercita molto maggiore conato sullo stesso piano di quello che vi eserciterebbe se fosse privo dell'indicato bordo.

Vi osservai ancora che la detta vena urtando il medesimo piano forma su di esso un prisma d'acqua, il cui apice sta rivolto verso il foro dal quale sgorga.

Inoltre che i lati di questo prisma si curvano indentro quanto più si avvicinano alla base di esso; per la qual cosa l'acqua che vi batte sopra si decompone nell'urto e fugge parallelamente alla superficie del piano medesimo.

Essendomi piaciuto poi di rendere qualche ragione della maggiore attività che l'acqua spiega per causa di questo bordo, dissi: che quando il piano ne è privo, essa dopo di averlo direttamente percosso non

vi esercita più alcun conato, perchè decomposta scorre sulla di lui superficie senza premerlo. Al contrario quando è di quel bordo guernito, le molecole aquee urtanti non possono più liberamente scappare, come facevano prima, sì perchè sono da quell' ostacolo ritenute, sì perchè vi perdono una parte della loro velocità urtandolo; ond'è che quelle le quali di mano in mano fluiscono sulla superficie del detto piano trattenute in corso dalle antecedenti, trattengono pure le altre che scendono giù pei lati dell' indicato prisma, le quali per essere più di tutte velocitate premendosi l'una l'altra contemporaneamente spingono tutto ciò che loro osta, e per conseguenza l' indicato piano.

Per rendere più chiaro questo ragionamento parvemi di potere opportunamente citare l' effetto che produce una serie di palle a contatto fra loro e rotolanti giù per un canale curvato; alla prima delle quali se si opponga un ostacolo, per cui debba istantaneamente arrestarsi, il fondo di esso viene da tutte contemporaneamente pigiato; o sì vero se impugnandosi un mazzo di sottilissime verghe, si vada con esse ad urtare un levigatissimo piano, tosto si piegano in quell' urto, e divergenti strisciano su di esso, esercitandovi contro una porzione soltanto della forza che le spinge. Ma se per caso incontrano su quella superficie degli ostacoli che per superarli debbano maggiormente curvarsi, allora il conato di esse sullo stesso piano diviene molto maggiore.

Queste spiegazioni sebbene in qualchè modo mostrino la causa che produce quel fenomeno, non ostante sono puramente ipotetiche; di maniera che non potrebbero essere ammesse dai fisici, se esperienze incontrastabili non concorressero a comprovarle.

Doveva pertanto intraprendere con premura la ricerca di queste cognizioni, e dopo averne ritrovate alcune, doveva esporle al purgatissimo giudizio di così dotta adunanza, tanto per darle segno di vera devozione, quanto per ottenere il di lei suffragio in sì scabrosa materia.

Il fine principale delle mie investigazioni era dunque di conoscere se le molecole d' una vena fluida urtante un piano incalzandosi con somma velocità si premano successivamente, ed esercitino così nel medesimo istante una parte della loro azione sullo stesso piano *prima di essere pervenute a toccarlo.*

Il problema per vero dire è alquanto delicato e difficile; ma i fatti che sono per narrarvi, o signori, ho lusinga che giustamente servano a risolverlo.

La prima operazione che feci per questi tentativi fu di riscontrare il peso di un pollice cubico d'acqua comune, il quale dopo ogni usata accuratezza lo trovai corrispondente a libbre 0,0250 del nostro nuovo sistema metrico (*).

Misurai poscia esattamente l'altezza della colonna soprincumbente all'orifizio rettangolare della vena della quale voleva servirmi, e vidi che questa corrispondeva a pollici parigini 52, i quali moltiplicati per l'area del detto orifizio avente un pollice di lato formavano pollici cubici 52, equivalenti al peso di libbre 1,3000.

Disposto intanto l'apparecchio idraulico, come aveva fatto per le esperienze nell'antecedente Memoria descritte, parvemi necessaria cosa il ripetere queste tanto per confermarne i risultamenti, quanto per confrontarli con quelli che avrei ottenuto dagli sperimenti seguenti. A tale oggetto dunque avendo situata la solita bilancia avanti l'orifizio dell'accennata vena (*Tav. V, fig.* 1), feci sì che questa liberamente sgorgando ne urtasse ad angolo retto il piano della piastretta, la quale per essere priva del noto bordo diè mezzo a detta vena di sostenere col suo conato soltanto libbre 2,5000, ciò che prossimamente corrispondeva (come vedesi) alla doppia altezza della soprincumbente colonna ed alla massima quasi generalmente accolta, e da Bernoulli e da altri dimostrata, qual è: *che i conati delle vene fluide urtanti i piani sieno in ragione dell'area dei fori e della doppia altezza delle colonne a queste soprincumbenti.*

Indi aggiunsi il bordo alla medesima piastra, e rimesso il tutto nelle stesse circostanze, apersi la vena. Allora questa trovando più saldo appoggio in quell'ostacolo fu capace di sostenere libbre 4,5000, vale a dire quasi il doppio di quanto aveva nel precedente sperimento sostenuto (*fig.* 2).

(*) I pesi del nostro sistema metrico sono:
La libbra o chilogramma.
L'oncia.
Il grosso.
Il denaro.
Il grano.

In questo mentre osservai per altro che l'acqua dopo avere urtato nel detto bordo fuggiva ancora in senso contrario alla direzione della vena con molta velocità; dal che inferii essere essa capace nuovamente di molto effetto, se tutto quel residuo moto fossi riuscito a raccoglierlo sulla piastretta medesima. Mi lusingai di poterlo fare attaccando un secondo bordo al primo, come vedesi nella *Tav. V, fig.* 3; ma aperta la vena, essa non sostenne più di libbre 3,5000.

Poco vi voleva a rilevare sul fatto la cagione di tale minoramento di forza, poichè osservandosi l'acqua dopo la percossa contro quest' ultimo ostacolo, vedevasi che tutta si scagliava attraverso la detta vena e ne alterava l'impeto primitivo. Conchiusi pertanto che a malgrado di questo terzo ostacolo essa non vi aveva perduto tutta la sua energia, e che conveniva aggiungerne un altro, il quale oltre al trattenerla di più in corso avesse impedito ancora che non andasse ad urtare la stessa vena come precedentemente faceva.

Attaccai dunque all' estremità del terzo questo nuovo bordo secondochè la *fig.* 4 chiaramente dimostra, e rimessa la bilancia nella solita posizione apersi la vena, la quale per l'indicata aggiunta sostenne di nuovo libbre 4,1050. Ciò mostrommi che il conato di essa non era punto cresciuto, ma bensì un pochetto diminuito, e che la causa ne era la medesima acqua, la quale dopo avere urtato e riurtato in tutti gl' indicati ostacoli, conservava tuttavia tale e tanta velocità da rompere il corso a quella che di mano in mano succedeva.

Dovetti pensare allora ad altro mezzo per allontanare sì grande inconveniente, disponendo gli stessi ostacoli in modo da non condurre mai la corrente dell' acqua ad intersecarsi, ma soltanto a perdere a poco a poco la sua velocità urtandoli.

In fatti dopo varj tentativi mi riuscì combinare l'apparecchio che mi accingo a descrivere, quale per maggiore chiarezza viene espresso anche dalla *fig.* 5.

Siccome l'intenzione mia era di fare sì che l'acqua fluente della vena tante volte e tante percuotesse la piastretta della bilancia finchè avesse estinto in essa tutto il suo moto, perciò congegnai due piani in modo che uno riflettesse l'acqua sull' altro quali vedonsi accennati

dalle lettere *A*, *B*, diversi fra loro in grandezza e contornati ciascuno da apposito bordo *E*, *F*. Il più grande *A* è destinato a sostenere l'impeto primitivo della vena, ed a tenere luogo dell'indicata piastretta; il minore *B* a stare fissato stabilmente sul cannello piramidale da cui sgorga la stessa vena, al quale oggetto vedesene il mezzo trasversalmente forato.

Nell'area del più grande costrussi un altro bordo *C*, *C*, la superficie esterna del quale è circolarmente conformata, mentre l'interna è perfettamente diritta.

Anche sull'area del piano *B* attaccai un simil bordo *D*, *D*, la superficie curvata del quale estendesi fino all'estremità del sopra mentovato cannello.

Ciò fatto, fermai il primo al braccio della solita bilancia, ed infilai il secondo sullo stesso cannello. Finalmente situato l'uno dall'altro distante due pollici circa, apersi l'adito all'indicata vena. Allora l'acqua urtando il piano *A* fra le pareti diritte del bordo *C*, *C*, veniva da queste direttamente riflettuta sulle pareti curvate del bordo *D*, e lungo queste violentemente scorrendo giungeva al bordo *E*, *E*, dal quale deviata dirigevasi contro lo stesso piano *A*, battendo sulla superficie curva del bordo *C*, *C*. Indi giunta al bordo *F*, *F*, essendo da questo nuovamente deviata, finiva per sortire d'azione scorrendo parallelamente ad esse, e conservando sempre una dose della primiera sua velocità.

In tal guisa agendo quest'acqua sulla bilancia, fu capace di sostenere il peso di libbre 8,3000, cioè quattro volte più di quello che le teoriche insegnano, e di più anche avrebbe sostenuto se fossi riuscito ad aumentarle gli ostacoli, ed accrescerne le andate e tornate senza tema di alterarne troppo il movimento.

Con quale induzione dunque si può spiegare che l'acqua della vena andando e ritornando da un piano all'altro non sostenuta in aria da alcun mezzo meccanico, dopo avere ripiegato per sei volte in direzioni diverse ed opposte, in fine abbia conservato ancora non poca dose della sua primitiva velocità? Come spiegare il riferito maraviglioso effetto dell'impeto dell'acqua se fra le molecole sue non si ammetta

una virtù impellente che continuamente le animi ovunque si trovano, per cui malgrado la lunga serie degli ostacoli opposti ad esse difficilmente giungasi a distruggere tutto il loro moto? E se questa virtù animatrice ammettesi, quale può essere se non se quella che ha sede nello sgorgare della vena? E se essa continuamente spinga le dette molecole, perchè nell' atto in cui le prime incontrano l' ostacolo e che sono da essa trattenute, le sopravvenienti animate ancora di tutta la primiera energia non poggeranno su quelle, e le premeranno come farebbero all' ostacolo medesimo?

Qui le obbiezioni sono manifeste. Primo perchè non è possibile mai che quelle molecole per la loro tenuità, levigatezza e indipendenza reciproca si urtino ed esercitino successivamente un conato nel modo che ho descritto. Secondo essendo divisibilissime e facilissime a decomporsi nel moto, non contenuto da alcun mezzo, sdrucciolano le une sulle altre senza provare alcun sensibile contrasto.

Ma che mi si risponderà se io mostrerò con fatti che queste molecole ben lungi dall' essere libere, sciolte ed indipendenti fra loro, sono al contrario legate, unite ed aderenti oltre ogni credere? Ma di questi essendomi prefisso parlare in fine della presente Memoria, li lascio ora da parte per riprenderne il discorso a migliore opportunità.

Intanto seguitando la narrazione degli sperimenti direttamente eseguiti per comprovarmi la supposta successiva pressione delle particelle aquee di una vena fluida urtante un ostacolo dirò: che non contento di quanto aveva dai già riferiti ottenuto, altri ne istituii al parer mio più convincenti ancora.

Piacquemi pel primo di rilevare, se equilibrata la bilancia collo sforzo della vena urtante la piastretta ad un sol bordo, essa mostrasse aumento di sforzo allorchè all' acqua refluente presentassi un ostacolo qualunque.

Accomodai pertanto questa bilancia avanti l' orificio della vena come la *Tav. V, fig.* 6 precisamente esprime. Nell' istesso tempo infilai il cannello di essa in un' assicella piana da potersi accostare e scostare a volontà dall' indicata piastretta. Indi lasciando sgorgare liberamente l'acqua contro la medesima, ne equilibrai il conato. Questa contenuta dal

bordo rifluiva in direzione contraria a quella che aveva prima. Allora opposta a quell' acqua refluente la mentovata assicella, vidi che la bilancia si scostava da essa. Esaminata tosto la differenza del conato, trovai che questo erasi accresciuto di sette once, cioè della sesta parte circa del peso totale occorso per equilibrarlo prima. Lasciatolo poi e tolta via l' assicella, videsi la bilancia urtare colla piastretta contro l' orifizio della vena e chiuderne l' uscita.

Nè in questo caso sussiste il dubbio che l'acqua ripercossa dall'assicella refluisse sulla piastretta, poichè la medesima assicella essendo priva del bordo lasciava che quell' acqua liberamente fuggisse lungo la sua superficie.

Il secondo esperimento che mi proposi fu di conoscere se presentando ostacoli diversamente inclinati alla direzione di quest' acqua, si ottenevano conati sulla bilancia proporzionali a tali inclinazioni.

In fatti riequilibrata la medesima collo sforzo dell' acqua urtante la piastretta e l' assicella, vidi con soddisfazione che in qualunque senso inclinassi questa, purchè non fosse più perpendicolarmente percossa, tosto l'equilibrio rompevasi per la diminuzione dello sforzo dell' acqua. Vedasi la *Tav. V, fig.* 7.

In più e diversi modi, che non descriverò per brevità, tentai la stessa cosa, e sempre collo stesso successo; ma l'ultimo fu quello di vedere se colla detta assicella battendo contro l' acqua refluente della piastretta, la bilancia equilibrata si muovesse, il che succedendo mi avrebbe comprovato il contatto tra molecola e molecola, più l'azione successiva di una sull' altra sebbene scorrevoli liberamente per l'aria. L'effetto di quel movimento successe appunto come me l'era immaginato. Spingendo violentemente avanti, e ritirando indietro quell' assicella sebbene lontana dalla bilancia per tre pollici circa, questa concepiva un moto oscillatorio come se fosse stata direttamente urtata. Ciò parmi manifestamente provare che a malgrado dell' affluenza delle molecole aquee verso la medesima assicella, esse comunicano alla bilancia il moto impresso loro, sì perchè trovansi a contatto per un certo spazio di luogo, sì perchè toccandosi agiscono le une sopra le altre, e successivamente si comunicano il movimento ricevuto.

Mediante questi fatti credo di avere in qualche modo appoggiato la spiegazione che nell' antecedente Memoria ho dato del fenomeno da me scoperto sull' urto dell' acqua; ma qualora altre ragioni occorressero per vie più raffermarla, i seguenti curiosi esperimenti forse serviranno all' uopo, quantunque fondati sopra una base diversa dai già descritti.

La maggior parte dei fisici sogliono considerare l' acqua composta di un aggregato di levigatissime pallottoline libere e indipendenti che scagliate contro qualchè ostacolo una dopo l'altra, lo vanno ad urtare coll' impeto prodotto dalla loro massa e dalla loro velocità.

Sebbene tra gli altri il signor Bossut nel formare il suo trattato d'idrodinamica non si mostrasse pienamente pago di questa massima, perchè non gli sembrava corrispondere in certi casi all' effetto che l' urto dell' acqua produce, pure per mancanza di prove in contrario dovette anch' egli adottarla, e sopra di essa fondare le sue istituzioni.

Ora dunque mi lusingo di potere produrre alcuna di queste prove, e di mostrare, o signori, che le molecole aquee (come poco fa vi accennai) essendo a contatto non restano libere e indipendenti, ma bensì reciprocamente, scambievolmente attaccate e sommamente aderenti fra loro, di modo che non dobbiamo maravigliarci se in qualche circostanza vediamo produrre all' acqua degli effetti che per la ricevuta massima non sembrano proprj della sua natura. I seguenti esperimenti mostreranno se io abbia o no colpito nel segno che ho preso di mira.

Si sturi la bocca d'un cannello alquanto piramidale, da cui sgorghi l' acqua velocitata da una colonna soprincumbente di sei piedi almeno d' altezza.

Questa vena comparirà tosto presso all'orifizio quasi priva di moto e trasparente come una bacchetta di cristallo, se l' acqua sia limpida, ed il cannello ben fatto. In questo tratto di luogo adagio adagio si accosti ad essa una lama di coltello un pochetto inclinata alla sua direzione. Appena che le due superficie si toccano, vedesi la vena piegare tutta sull' opposta parte, poco o nulla alterandosi nella propria configurazione (*Tav. VI, fig.* 1).

Ciò prova dunque che quelle particelle le quali hanno urtato contro la superficie dell' indicata lama, deviate dal loro retto cammino pigiano quelle che hanno accanto, e queste le altre, finchè tutte si sieno incamminate nella nuova direzione a cui la stessa lama le obbliga.

Con tale esperimento parmi che resti provata l' azione fisica di una sull' altra delle molecole aquee, sebbene fluenti liberamente per l'aria, nè sostenute da alcun artificiale istrumento.

Ora passiamo a vedere quanto sieno fra loro unite ed aderenti. Veramente sonovi alcuni idraulici, i quali a malgrado della sovrindicata massima hanno ammesso un qualchè piccolo principio d'aderenza tra le dette molecole; ed il chiarissimo signor Prony ne parla anche egli nella sua nuova Architettura idraulica, ma in modo da non doversene far conto.

L' esperimento che sono per descrivere mostrerà, cred' io, quanto questa aderenza sia riflessibile, e quale effetto produca.

Se alla stessa vena in luogo dell' indicata lama si accosti colla solita attenzione un cilindro di legno in modo che questa appena tangenzialmente lo tocchi, tosto vedesi piegare il corpo di essa verso il cilindro senza che turbamento riflessibile apparisca fra le sue parti (*Tav. VI, fig.* 2).

Di più scorrendo allora intorno a quel cilindro una porzione d' acqua che sembra da esso deviata, questa in vece di fuggire per la tangente ripiegasi immediatamente verso la vena, e seguendo il lembo di un velo aqueo fluente in aria, che si stende tra essa ed il corpo della vena medesima, finisce per riunirsi nuovamente a questa dopo avere in tal guisa trascorso non piccolo spazio. Gli uniti disegni (*fig.* 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10) ajuteranno l' intelligenza della descrizione di questo curioso fenomeno, il quale (per quanto so) non è stato fin quì da altri osservato.

I numeri sovrindicati rappresentano le varie configurazioni che l'acqua prende in diverse circostanze per tornare ad unirsi all' indicata vena.

Or dunque prendendo a ragionare sulla cagione dello storgimento della vena allorquando se le accosta il sovraccennato cilindro, parmi di vedere che quelle particelle le quali vengono con esso a contatto

attaccandovisi d'intorno strascinino seco quelle che hanno accanto, e queste successivamente le altre componenti la grossezza della vena, la quale resta per tal modo deviata tutta dalla sua naturale direzione. Che se ciò non seguisse come la discorro, vale a dire che tra le molecole non esistesse forza di coesione da impedirsi l'una coll' altra il diretto cammino, è certo che quelle, le quali toccano per le prime l'indicato cilindro, seguirebbero l'effetto della loro affinità col legno, mentre le altre formanti il resto della vena seguirebbero liberamente la direzione nella quale la forza proiciente le ha scagliate.

E se questa forza proiciente, come abbiamo veduto, è sì grande da produrre ragguardevoli effetti, grande pure deve essere quella che ha virtù di deviarla; dal che inferisco che in certi casi la forza di coesione delle molecole aquee può manifestarsi considerevolissima, e non essere sempre dispregevole come il rispettabilissimo signor Prony accenna.

Per l'enunciata considerazione poi si arriva ad intendere ancora come quell'acqua che scorre intorno al cilindro di legno venga nuovamente assorbita dalla vena, traendola seco a considerevole distanza, e come possa formarsi in aria quel tenuissimo velo sul cui lembo la detta acqua trascorre.

Altri sperimenti posso riferire sull' adesione delle particelle aquee, i quali sebbene io stimi superflui all' assunto mio, non sono però meno curiosi dei già descritti. Uno di questi è il seguente:

Sgorgando liberamente la sovrindicata vena, si trapassi con una lama di coltello il corpo di essa, tenendone rivolto il taglio verso l'orifizio dal quale fluisce.

Ognuno crederà forse che essa resti per tal modo divisa, e che forminsi due getti; e pure non succede così. A malgrado della separazione di quella lama le due correnti seguendo le opposte facce di essa, tostochè le hanno trascorse si piegano l'una contro l'altra finchè unite ancora formano di nuovo un getto solo. Osservisi la *Tav. VI, fig.* 11.

Se poi s' inclini a destra od a sinistra la detta lama, vedesi per un certo spazio contemporaneamente piegare sulla stessa parte anche la vena senza che alterazione alcuna comparisca in essa, *fig.* 12. Ciò

chiaramente dimostra che la parte dalla lama costretta a divergere trae seco l' altra, e la fa divenire convergente alla primiera sua direzione.

Per poco che si seguiti ad inclinare la lama dalla stessa banda, cominciasi a vedere uno sparpagliamento d' acqua in fondo al getto che slargandosi a seconda dell' ulteriore inclinazione di essa forma una specie di spatola avente i lati più grossi della parte intermedia (*Tav. VI, fig.* 13).

Proseguendosi ancora ad inclinare la lama, l' acqua contenuta fra questi lati assottigliasi per lo scostarsi di essi; e sebbene ridotta in sottilissimo velo, li tiene sì strettamente obbligati, che l'uno dall' altro divergere non può benchè grande sia la forza che tende a separarli. Finalmente attenuatosi in modo l' indicato velo da non resistere più a quella forza, strappasi, e nell' istante vedonsi velocissimamente scattare a destra ed a sinistra i due getti formati dall' opposizione di quella lama, come se spinti fossero da robustissima molla, *fig.* 14. Nè questi più si ricongiungono se prima non si rimetta la lama nella naturale direzione della vena; il che adagio adagio eseguendosi, vedesi ricomparire lo stesso velo, e poscia un tale dibattimento fra i due getti che sembra vogliano per attrazione riunirsi. Ma ciò non avviene se, come ho detto, non si ponga la lama nella direzione della vena.

Provato dunque in tal modo il contatto e l'adesione fra le molecole dell' acqua, parmi che resti conseguentemente avvalorata la proposizione, cioè *Che le molecole di una vena fluida urtante un piano si premono successivamente; e poggiando le une sulle altre esercitano il loro conato in un medesimo istante contro quel piano prima d' essere pervenute individualmente a toccarlo*; il che equivale a non doversi considerare l' acqua come corpo quasi perfettamente fluido, secondo che s' insegna, ma bensì dotato di parti fra loro molto unite ed aderenti.

Voi udiste, dottissimi signori, quali sono i mezzi che la parvità del mio ingegno seppe accozzare in conferma della spiegazione che diedi nell' antecedente Memoria sul fenomeno da me scoperto nell' urto

dell' acqua. Nè pertanto mi reputo infallibile nel mio giudizio: posso ingannarmi, ed è perciò che rassegno i fatti alla vostra profondissima perspicacia infinitamente più valevole della mia a giudicarli.

Frattanto m' ingegnerò di vedere in qual modo possa applicarsi alle macchine il mezzo pel quale abbiamo veduto produrre all' acqua il massimo effetto.

FINE DEL VOLUME PRIMO.

Fig 5

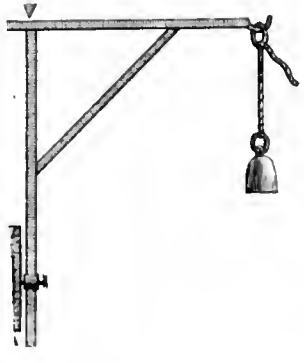


Fig 6

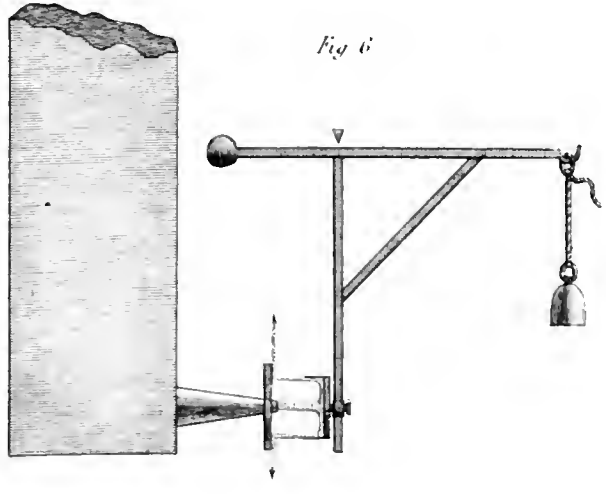
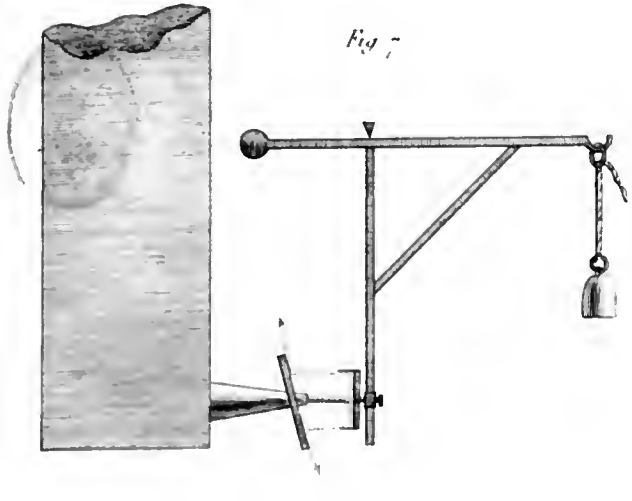


Fig 7



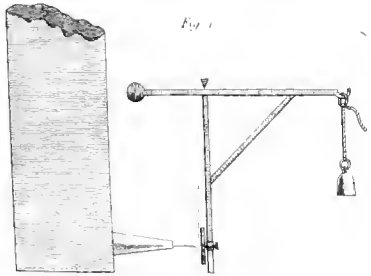


Fig. 1

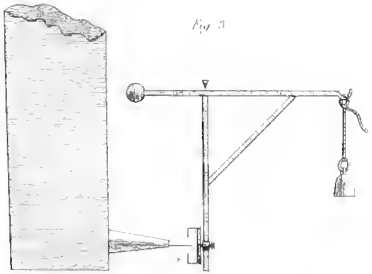


Fig. 3

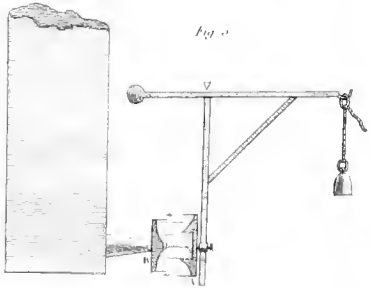


Fig. 5

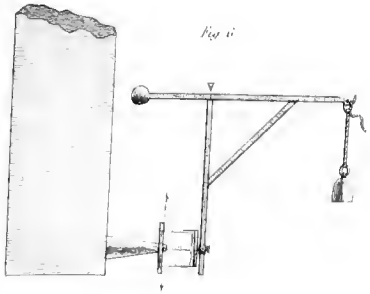


Fig. 6

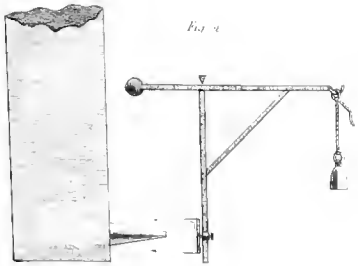


Fig. 2

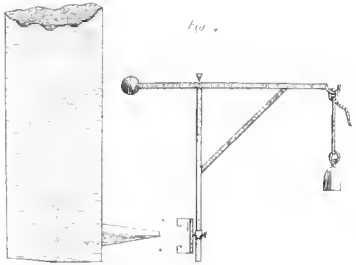
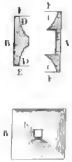


Fig. 4



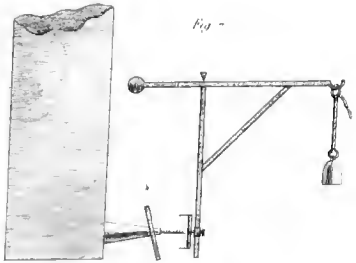


Fig. 7

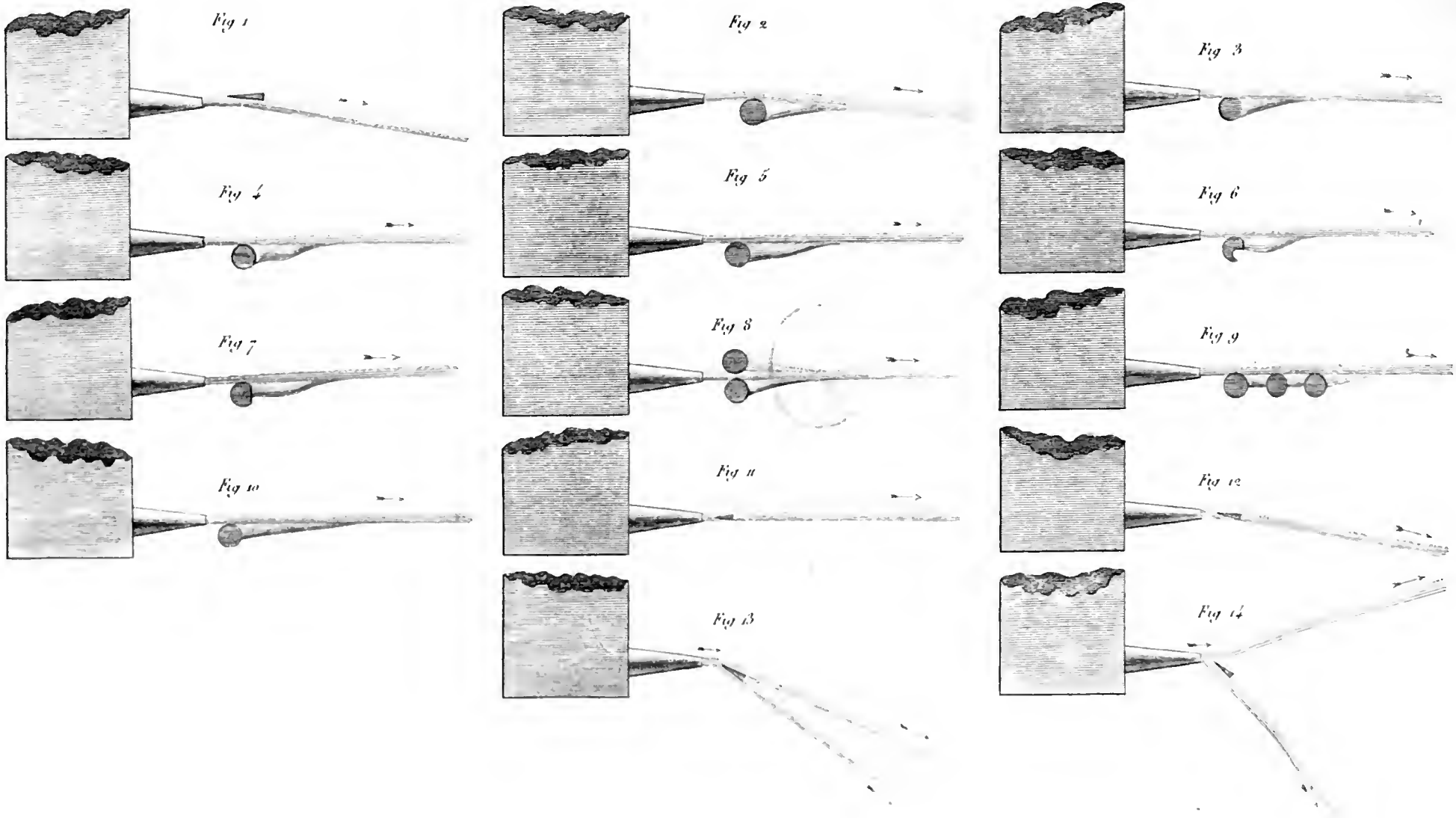


Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14

INDICE DELLE MATERIE

CONTENUTE NEL PRIMO VOLUME.

PARTE PRIMA.

PARTE SECONDA.